

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DOS EFEITOS CAUSADOS POR VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR HUMANOS EM  
PASSARELAS METÁLICAS TRELIÇADAS

por

Henrique Guimarães Oliveira

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, junho de 2014

ESTUDO DOS EFEITOS CAUSADOS POR VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR HUMANOS EM  
PASSARELAS METÁLICAS TRELIÇADAS

por

Henrique Guimarães Oliveira

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Thamy Cristina Hayashi  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof.<sup>a</sup> Letícia Fleck Fadel Miguel

Comissão de Avaliação:

Prof. Jun Sérgio Ono Fonseca

Prof. Walter Jesus Paucar Casas

Prof. Edson Hikaro Aseka

Porto Alegre, 02 de junho de 2014.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço em primeiro lugar, aos meus pais Ênio e Liliane por sempre acreditarem em mim e sempre me darem forças e conselhos nos momentos de fraqueza. Por proverem a seus filhos com maestria e sabedoria, ensinando-lhes os verdadeiros valores da vida.

Também a meu irmão, Eng. André, pela ajuda nos primeiros passos desta jornada de Engenharia e seus conselhos para as cadeiras as quais ele havia cursado previamente, além do convívio juntamente com nossos amigos, estes que com orgulho não possuo espaço para nomear todos aqui, mas que sempre alegam qualquer momento de tristeza ou preocupação.

À minha namorada Stephanie, que sempre me forneceu apoio moral, emocional, espiritual e tinha paciência inigualável quando em época de provas e trabalhos eu tinha a mínima parcela de tempo disponível para estar em sua companhia.

Não poderia deixar de mencionar a Prof.<sup>a</sup> Letícia Fleck Fadel Miguel, orientadora e principal viabilizadora deste trabalho, que sempre recebeu seus alunos de braços abertos em momentos de dúvidas e dificuldades, orientando-os com excelência.

E também a todo corpo de funcionários da UFRGS, que possibilitam a existência desta Universidade que fornece cursos e pesquisas com primazia e reconhecimento internacional.

Oliveira, H. G. **Estudo dos efeitos causados por vibrações induzidas por humanos em passarelas metálicas treliçadas**. 2014. 15. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

## RESUMO

Pela norma brasileira para o projeto de passarelas para pedestres, considera-se apenas que a carga móvel é uma carga uniformemente distribuída ao longo da estrutura. No entanto, este cálculo pode ser insuficiente para prever deslocamentos indesejados ocasionados pelos movimentos de humanos da caminhada, corrida e pulo que, por sua vez, possam causar danos à estrutura ou sensação de desconforto aos usuários. Este trabalho verifica se estas vibrações podem exercer deslocamentos ou acelerações indesejadas nas passarelas de pedestres usando modelos consagrados para representar as vibrações induzidas por humanos ao caminhar, correr e saltar sobre a passarela. O modelamento é programado em linguagem Matlab<sup>®</sup> utilizando o método de Newmark para a integração numérica das equações de movimento da estrutura. Este estudo nos mostra que é importante avaliar os efeitos dinâmicos uma vez que se queira projetar estruturas com boa qualidade estrutural, levando em conta critérios de conforto.

**PALAVRAS-CHAVE:** Análise dinâmica, Vibrações, Passarelas, Treliças, Cargas induzidas pelo homem.

Oliveira, H. G. **Study of the effects caused by human induced vibrations in metallic truss footbridges**. 2014. 15. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

## ABSTRACT

By the Brazilian standards for footbridge projects, it only considers that the mobile loading is a uniform load distributed along the structure. However, this calculation might be considered insufficient in order to predict unwanted displacements occasioned by human movement which could cause structural damage or the feeling of discomfort for its users. This paper will check if those vibrations could cause unwanted displacements or accelerations in footbridges using established models for human induced vibrations on walking, running and jumping. The modeling will be programmed in Matlab<sup>®</sup> language using Newmark's method of direct integration for the motion equations of the structure. This study shows how important it is to make a dynamic analysis of the structure in order to be able to make projects with good structural characteristics, taking into consideration comfort criteria.

**KEYWORDS:** Dynamic analysis, Vibrations, Footbridge, Truss, Man induced loads.

## ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO .....	1
2. OBJETIVOS .....	1
2.1. LIMITAÇÕES .....	1
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	1
3.1. VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR HUMANOS.....	1
3.1.1. Caminhar .....	2
3.1.2. Correr.....	2
3.1.3. Pular .....	3
3.1.4. Efeito do número de pessoas.....	3
3.2. CARACTERIZAÇÃO FUNCIONAL.....	4
3.2.1. Classificação de níveis de conforto .....	4
3.2.2. Classificação de tráfego .....	4
3.3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	5
3.3.1. Amortecimento proporcional de Rayleigh .....	7
3.4. MÉTODO DE NEWMARK.....	7
4. METODOLOGIA.....	7
4.1. DISCRETIZAÇÃO DO SISTEMA .....	8
4.2. CÁLCULO DOS COEFICIENTES DO AMORTECIMENTO DE RAYLEIGH .....	8
4.3. MÉTODO DE INTEGRAÇÃO IMPLÍCITA DE NEWMARK.....	9
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	9
5.1. CARREGAMENTO IMPOSTO PELA CAMINHADA: .....	10
5.2. CARREGAMENTO IMPOSTO PELA CORRIDA .....	12
5.3. CARREGAMENTO IMPOSTO POR SALTAR AO MEIO DO VÃO .....	13
6. CONCLUSÕES .....	14
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	15
ANEXOS .....	16
I. Relação da duração do contato do pé com o solo.....	16
II. Cálculo dos coeficientes $a_n$ para execução do método de Newmark .....	16
APÊNDICE.....	17
I. Fluxograma de desenvolvimento do método de Newmark no Matlab© .....	17

## 1. INTRODUÇÃO

Devido ao crescente número de carros nas ruas, passarelas de pedestres são estruturas cada vez mais presentes em nosso cotidiano, pois são muito utilizadas para transpor ruas e avenidas que estão cada vez mais movimentadas e perigosas para o pedestre.

Com o avanço da engenharia e com o desenvolvimento de novos materiais, estes projetos utilizam estruturas cada vez mais esbeltas que acabam se tornando mais flexíveis, aumentando sua susceptibilidade a carregamentos dinâmicos. No entanto, a Associação Brasileira de Normas Técnicas menciona na NBR-7188 – “Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre” que a carga a ser considerada em projetos de passarelas de pedestres é apenas uma carga uniformemente distribuída de intensidade  $P = 5 \text{ kN/m}^2$ , não majorada pelo coeficiente de impacto. Porém este cálculo estático pode não ser suficiente para prever deslocamentos prejudiciais ou acelerações indesejáveis nas estruturas resultantes da aplicação de cargas dinâmicas devido à ação humana nas estruturas.

Um caso clássico a ser citado ocorreu em Londres com a *Millenium Bridge* que foi inaugurada em 9 de maio de 2000, mas por consequência dos efeitos causados por vibrações teve de ser fechada dois dias depois. A ponte teve seus problemas estruturais resolvidos e foi então reaberta apenas em fevereiro de 2002, após ter passado por um “retrofit” com a implantação de amortecedores.

## 2. OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo avaliar o comportamento de uma passarela de estrutura metálica treliçada quanto ao carregamento dinâmico causado pelas ações de humanos, de maneira a determinar para quais situações o carregamento previsto pela norma NBR-7188 pode não ser suficiente para assegurar a estabilidade da estrutura de acordo com os deslocamentos previstos na NBR-8800 e o conforto do usuário ao transpô-la.

### 2.1. LIMITAÇÕES

- a. O trabalho limita-se a fazer uma análise vertical da estrutura.
- b. São considerados os efeitos dos carregamentos dinâmicos devido à ação de pedestres sobre a estrutura, excluindo assim possíveis cargas como as causadas por veículos de qualquer espécie.
- c. Não são considerados efeitos externos como a ação do vento.
- d. O estudo limita-se a verificar as acelerações, velocidades e deslocamentos verticais da estrutura, não levando em consideração efeitos de fadiga.

## 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1. VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR HUMANOS

Em sua grande maioria, estruturas simples como passarelas são projetadas para carregamentos de natureza estática, subestimando os efeitos dinâmicos. No entanto, estas passarelas cada vez mais esbeltas sofrem com os efeitos dinâmicos induzidos pelas pessoas, levando as estruturas a balançar, causando desconforto, insegurança ou até mesmo acidentes no caso em que a estrutura começa a balançar e as pessoas alarmadas, começam a correr e acabam amplificando os deslocamentos.

A ação de caminhar ou correr impõe grande carregamento dinâmico em estruturas para pedestres, como as passarelas. Estes carregamentos dependem de diversos fatores como

particularidades do pisar, tipo de calçado, gênero da pessoa, condições da superfície, etc. Mas, no estudo aqui realizado, concentram-se nos fatores principais, ou seja, aqueles diretamente relacionados com a excitação, que são, de acordo com Bachmann e Ammann, (1987), a frequência da passada ( $f_s$ ), o comprimento do passo ( $l_s$ ) e a velocidade de avanço ( $v_s$ ), que nada mais é que a consequência da combinação dos efeitos da frequência da passada e do comprimento do passo, além da função de carregamento no tempo.

### 3.1.1. Caminhar

Para a caminhada, nota-se que sempre um dos dois pés do pedestre está em contato com o piso. A Tabela 3.1 fornece valores típicos para diferentes tipos de caminhada.

Tabela 3.1: Frequências ( $f_s$ ), velocidades ( $v_s$ ) e comprimentos de passo ( $l_s$ ) típicos para caminhada, Bachmann e Ammann (1987).

Atividade	$f_s$ (Hz)	$v_s$ (m/s)	$l_s$ (m)
Caminhada Lenta	1,7	1,1	0,6
Caminhada Normal	2,0	1,5	0,75
Caminhada Rápida	2,3	2,2	1

O movimento da caminhada pode ter seu carregamento aproximado de maneira simplificada pela equação proposta por Bachmann e Amann, (1987), abaixo:

$$F_p(t) = G + \Delta G_1 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t) + \Delta G_2 \cdot \sin(4 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t - \varphi_2) + \Delta G_3 \cdot \sin(6 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t - \varphi_3) \quad \text{Eq. (3.1)}$$

Onde:

$G$  = Peso da pessoa, em N;

$\Delta G_1$  = Amplitude da componente de carga do primeiro harmônico;

$\Delta G_2$  = Amplitude da componente de carga do segundo harmônico;

$\Delta G_3$  = Amplitude da componente de carga do terceiro harmônico;

$f_s$  = Frequência de passo, em Hz;

$\varphi_2$  = Ângulo de fase do segundo harmônico em relação ao primeiro;

$\varphi_3$  = Ângulo de fase do terceiro harmônico em relação ao primeiro.

O autor sugere ainda que para uma frequência de passo em torno dos 2Hz, a amplitude de carga do primeiro harmônico vale 40% do peso da pessoa, e as componentes do segundo e terceiro harmônicos giram em torno dos 10% de seu peso. Para os ângulos de fase, o autor recomenda que os valores sejam aproximados por  $\pi/2$  tanto para o segundo quanto para o terceiro harmônicos, de maneira a captar a pior situação, uma vez que na maioria dos casos, as vibrações induzidas pelo caminhar são regidas por somente um harmônico. Sendo assim:

$$\Delta G_1 = 0,4 \cdot G \quad \text{Eq. (3.2)}$$

$$\Delta G_2 \cong \Delta G_3 \cong 0,1 \cdot G \quad \text{Eq. (3.3)}$$

### 3.1.2. Correr

Apesar de serem movimentos de mesma natureza, a corrida e a caminhada possuem características distintas e devem ser diferenciadas para a presente análise. De acordo com Marques *et al.*, (2012) a corrida apresenta a seguinte sequência de movimentos: apoio inicial, uma fase de voo e outro apoio simples, seguido de nova fase de voo e terminando com o próximo simples apoio. A Tabela 3.2 mostra os valores típicos de corrida.

Tabela 3.2: Frequências ( $f_s$ ), velocidades ( $v_s$ ) e comprimentos de passo ( $l_s$ ) típicos para corrida, Bachmann e Ammann (1987).

Atividade	$f_s$ (Hz)	$V_s$ (m/s)	$l_s$ (m)
Corrida Lenta	2,5	3,3	1,3
Corrida Rápida	>3,2	5,5	1,75

Para a corrida, devido ao fato de haver simples apoio e fases de voo, ou seja, devido ao fato do contato ser descontínuo, o carregamento pode ser modelado como uma sequência de pulsos semi-senoidais, como sugerido por Bachmann e Ammann (1987), conforme abaixo:

$$F_p(t) = k_p \cdot G \cdot \text{sen}\left(\pi \cdot \frac{t}{t_p}\right) \quad \text{Para } t \leq t_p \quad \text{Eq.(3.4)}$$

$$F_p(t) = 0 \quad \text{Para } t_p < t \leq T_p \quad \text{Eq.(3.5)}$$

Onde:

$k_p = F_{p,\max}/G$  = Fator dinâmico de impacto;

$F_{p,\max}$  = Pico do carregamento dinâmico;

$G$  = Peso da pessoa, em N;

$t_p$  = Duração do contato, em segundos;

$T_p = 1/f_s$  = Período da passada.

O autor relata ainda que, para frequências em torno de 3 Hz, o tempo de duração de contato do pé com o piso aproxima-se dos 0,2 segundos e para esta mesma frequência, o fator dinâmico de impacto  $k_p$  aproxima-se de 2,5 (ver anexo 1).

### 3.1.3. Pular

A ação de pular também corresponde a um movimento com contato descontínuo, ou seja, também possui o mesmo tipo de carregamento quanto à corrida e, portanto, também pode ser modelada por uma série de pulsos semi-senoidais com duração  $t_p$  seguido por um intervalo em que a força é zero, representando o momento em que os pés perdem contato com o solo. Portanto, o equacionamento aqui usado é o mesmo quanto à corrida, porém sempre aplicado no centro do vão e com frequência de 2 Hz, tempo de contato sugeridas por Martins (2009), de 0,25s e fator de amplificação  $k_p$  de 6 conforme estudo de .

### 3.1.4. Efeito do número de pessoas

Os modelos mencionados previamente são específicos para a ação de apenas uma pessoa. No entanto, sabe-se que é importante considerar a sobreposição de efeitos correspondentes a várias pessoas sobre a estrutura, principalmente para uma avaliação do caminhar. Tendo em mente esta ideia, Bachmann e Ammann (1987) pressupõem os seguintes aspectos:

- A densidade de pedestres é limitada pela viabilidade da caminhada sem interferências espaciais. Um valor de 1 pessoa por metro quadrado é um valor realista a ser considerado.
- Baseado em experimentos, é proposto que os pedestres que caminham inicialmente com uma frequência individual numa passarela passam a tentar ajustar seu passo subconscientemente às vibrações do pavimento. Este fenômeno fica mais evidente com maiores amplitudes de vibrações da estrutura, com deslocamentos da ordem dos 10mm ou mais.

Fazer uma descrição matemática da excitação causada por várias pessoas é muito complicado, portanto o autor sugere que seja considerada uma distribuição de Poisson para a



probabilidade de chegada de pedestres à passarela, criando um fator de amplificação ( $m$ ) para ser aplicado à amplitude de vibração causada no centro do vão por uma única pessoa:

$$m = \sqrt{\lambda \cdot T_0} \quad \text{Eq.(3.6)}$$

Onde:

$\lambda$  = Taxa média de pessoas por segundo por metro de largura da passarela ( $\lambda_{\max} \cong 1,5$ );

$T_0$  = Tempo necessário para atravessar a passarela ( $T_0 = L/v_s$ );

$\lambda \cdot T_0$  = Número médio de pessoas na passarela ao mesmo tempo.

Note que esta equação foi estabelecida com base em estudos computacionais, nos quais os tempos de chegada de pedestres, seus pesos e frequências de passo foram variadas randomicamente, especialmente em passarelas cujas frequências naturais se aproximam da frequência de passo, em torno dos 2 Hz.

O autor sugere que esta equação possa ser diretamente aplicada a estruturas com frequências naturais entre 1,8 Hz e 2,2 Hz. Para frequências naturais entre 2,2 Hz e 2,4 Hz e entre 1,8 Hz e 1,6 Hz, o fator “ $m$ ” é reduzido linearmente até  $m_{\min}=2,0$ .

## 3.2. CARACTERIZAÇÃO FUNCIONAL

Heinemeyer e Feldmann no guia “*European Design Guide for Footbridge Vibration*”, (2008), estipulam valores de aceleração e densidade de tráfego para caracterização funcional e operacional de passarelas de pedestres, levando em conta diferentes situações de tráfego e condições de conforto, fornecendo um guia de recomendações para projetos.

### 3.2.1. Classificação de níveis de conforto

Os níveis de conforto podem ser classificados conforme os valores de aceleração vertical, ou seja, quanto maior estas acelerações, mais sensível é a vibração da estrutura para os pedestres.

O guia de Heinemeyer e Feldmann propõe classes de conforto de acordo com as acelerações máximas verificadas. Estas acelerações estão classificadas na Tabela 3.3, adaptada do “*European Design Guide for Footbridge Vibration*”.

Tabela 3.3: Classificação dos níveis de conforto, adaptada de Heinemeyer e Feldmann (2008).

Nível de conforto	Grau de conforto	Aceleração vertical
NC-1	Máximo	< 0,50 m/s <sup>2</sup>
NC-2	Médio	0,50 - 1,0 m/s <sup>2</sup>
NC-3	Mínimo	1,0 - 2,5 m/s <sup>2</sup>
NC-4	Inaceitável	> 2,5 m/s <sup>2</sup>

### 3.2.2. Classificação de tráfego

O tráfego de pedestres nas passarelas depende de vários fatores, como por exemplo, a sua localização, nas quais se pode esperar um baixo tráfego em lugares pouco populosos, mas deve-se prever grande densidade de tráfego em saídas de shows e estádios. A Tabela 3.4, adaptada de Heinemeyer e Feldmann (2008), classifica o tráfego de acordo com a densidade de pedestres sobre a passarela.

Tabela 3.4: Classificação de tráfego, adaptada de Heinemeyer e Feldmann (2008).

Classe de tráfego	Densidade (Pessoas/m <sup>2</sup> )	Descrição	Características
CT-1	-	Tráfego muito fraco	Até 15 pessoas em toda estrutura
CT-2	0,2	Tráfego fraco	Caminhada livre e confortável, ultrapassagem é possível e os pedestres tem liberdade de escolher seu ritmo.
CT-3	0,5	Tráfego intenso	Tráfego significativamente denso, caminhada sem restrições, mas ultrapassagens podem ser complicadas.
CT-4	1,0	Tráfego muito intenso	Liberdade de movimento restrita. Situação desconfortável. Ultrapassagem não é possível.
CT-5	1,5	Tráfego excepcionalmente intenso	Tráfego muito intenso, onde a caminhada é desconfortável e as pessoas não podem mais escolher seu ritmo, que é ditado pela massa.

### 3.3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos surgiu na indústria aeroespacial na década de 1950 como uma ferramenta numérica de modelagem para solução de problemas matemáticos e de engenharia. Este método vem sendo continuamente aplicado para a solução de problemas em meio contínuo, por meio da sua discretização em elementos simplificados. Seu princípio básico é de que “toda função contínua pode ser aproximada por um conjunto de funções contínuas definidas sobre um número de finitos domínios e subdomínios” (Tavares, 2005).

Dentre algumas das vantagens deste método, o autor cita:

- Possibilidade da variação do tamanho dos elementos e as propriedades dos materiais dentro do corpo;
- Fronteiras irregulares podem ser representadas com elementos menores ou com maior precisão ao utilizar fronteiras curvas.

Dentre as desvantagens é citada a necessidade de ferramentas computacionais com grandes capacidades de memória e processamento. No entanto, no contexto atual, considerando o avanço da tecnologia e dos computadores cada vez mais baratos, estas dificuldades vêm se reduzindo drasticamente.

Neste trabalho, serão utilizados elementos de barra para representar uma estrutura treliçada, tendo suas ligações com vínculos tipo rótula, de modo que os elementos são submetidos apenas a cargas axiais.

A matriz de rigidez local para um elemento de barra “i” é apresentada pela equação 3.7:

$$K^i = \frac{E^i \cdot A^i}{L^i} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (3.7)}$$

Onde:

$K^i$  = matriz de rigidez local do elemento de barra "i";

$E^i$  = Módulo de elasticidade (módulo de Young) do elemento, em Pa;

$A^i$  = Área da seção transversal do elemento de barra "i", em m<sup>2</sup>;

$L^i$  = Comprimento do elemento de barra "i", em metros.

A matriz de massa consistente local para o mesmo elemento "i" é apresentada na equação 3.8:

$$M^i = \rho^i \cdot A^i \cdot L^i \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (3.8)}$$

Onde:

$M^i$  = Matriz de massa local do elemento de barra "i";

$\rho^i$  = Massa específica do elemento de barra "i", em Kg/m<sup>3</sup>;

$A^i$  = Área da seção transversal do elemento de barra "i", em m<sup>2</sup>;

$L^i$  = Comprimento do elemento de barra "i", em metros.

Uma vez definidas as matrizes locais de rigidez e massa para cada elemento, deve-se fazer uma transformação de coordenadas de maneira com que todo o corpo esteja referenciado a um mesmo sistema de coordenadas. Este sistema é o sistema global de coordenadas, obtido multiplicando as matrizes locais por matrizes de rotação e sua transposta. Tem-se então que:

$$\varphi = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & 0 \\ 0 & \cos(\theta) \\ 0 & \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (3.9)}$$

Onde:

$\varphi$  = Matriz de rotação;

$\theta$  = Ângulo entre o sistema de coordenadas local e o sistema global.

Finalmente, tem-se que uma matriz de rigidez  $K^i$  em coordenadas locais pode ter suas coordenadas transformadas em coordenadas globais conforme equação 3.10:

$$[K] = [\varphi^T] \cdot [K^i] \cdot [\varphi] \quad \text{Eq. (3.10)}$$

Analogamente, para a matriz de massa:

$$[M] = [\varphi^T] \cdot [M^i] \cdot [\varphi] \quad \text{Eq. (3.11)}$$

Assim, uma vez obtidas as matrizes em coordenadas globais para cada elemento, faz-se a sobreposição das mesmas, ou seja, somam-se as contribuições num mesmo nó e mesma direção para obter-se a matriz de rigidez global de todo o sistema.

### 3.3.1. Amortecimento proporcional de Rayleigh

No presente estudo é utilizado o método de amortecimento proporcional de Rayleigh, também conhecido apenas como amortecimento proporcional.

De acordo com Ripper (2007), sistemas com amortecimento proporcional têm sua matriz de amortecimento representada como uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez da forma:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad \text{Eq. (3.12)}$$

Onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes. O autor fala ainda que o coeficiente de proporcionalidade  $\beta$  está ligado com o amortecimento interno e histerese do material, ao passo que  $\alpha$  representa as perdas por atrito associadas às componentes inerciais.

Um método prático de calcular os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  pode ser visto na seção 4.2.

### 3.4. MÉTODO DE NEWMARK

Segundo Rao (1995), o método de Newmark consiste no método mais eficaz para integração numérica implícita, sendo que a estabilidade deste método depende dos parâmetros  $\alpha$  e  $\delta$ . A solução é incondicionalmente estável uma vez que sejam aplicados valores para  $\alpha$  e  $\delta$  que respeitem as seguintes limitações:

$$\alpha \geq 0,25 \cdot (0,5 + \delta)^2, \quad \delta \geq 0,5, \quad 0,5 + \alpha + \delta > 0$$

O método consiste na aplicação de equações de movimento, considerando a variação da aceleração, velocidade e deslocamento em intervalos de tempo  $\Delta t$ , conforme mostrado a seguir:

$$\ddot{\vec{x}}(t_0) = [M]^{-1} \cdot [\vec{F}(t_0) - [C] \cdot \dot{\vec{x}}_{t_0} - [K] \cdot \vec{x}_{t_0}] \quad \text{Eq. (3.13)}$$

$$\vec{x}(ti + \Delta t) = (a_0 \cdot [M] + a_5 \cdot [C] + [K])^{-1} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}(ti + \Delta t) + [M] \cdot [a_0 \cdot \vec{x}(ti) + a_1 \cdot \dot{\vec{x}}(ti) + a_2 \cdot \ddot{\vec{x}}(ti)] \\ + [C] \cdot [a_5 \cdot \vec{x}(ti) + a_6 \cdot \dot{\vec{x}}(ti) + a_7 \cdot \ddot{\vec{x}}(ti)] \end{array} \right\} \quad \text{Eq. (3.14)}$$

$$\dot{\vec{x}}(ti + \Delta t) = a_5 \cdot [\vec{x}(ti + \Delta t) - \vec{x}(ti)] - a_6 \cdot \dot{\vec{x}}(ti) - a_7 \cdot \ddot{\vec{x}}(ti) \quad \text{Eq. (3.15)}$$

$$\ddot{\vec{x}}(ti + \Delta t) = a_0 \cdot [\vec{x}(ti + \Delta t) - \vec{x}(ti)] - a_1 \cdot \dot{\vec{x}}(ti) - a_2 \cdot \ddot{\vec{x}}(ti) \quad \text{Eq. (3.16)}$$

As expressões para o cálculo dos coeficientes  $a_n$  estão contidas no anexo 2.

## 4. METODOLOGIA

No presente estudo, utiliza-se o software Matlab<sup>®</sup> para programar todas as operações envolvidas no procedimento. Para tanto, desenvolveu-se uma rotina computacional estruturada em cinco etapas como pode ser visto na figura 4.1. O programa foi validado comparando resultados com experimentos já realizados na literatura. Os resultados estáticos puderam ser comparados com o *software* Ftool.

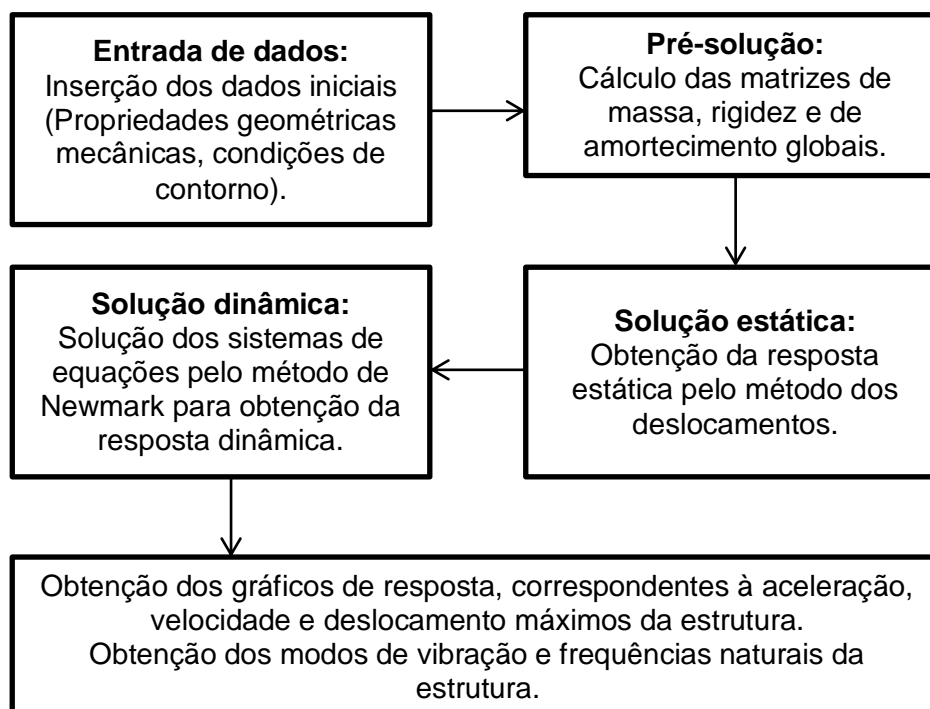


Figura 4.1: Fluxograma da rotina computacional executada

#### 4.1. DISCRETIZAÇÃO DO SISTEMA

Um algoritmo simplificado de execução do método foi adaptado de Tavares (1998):

- 1) Subdividir o sistema global em “i” elementos finitos;
- 2) Para cada elemento finito “i”, fazer o cálculo da matriz de rigidez  $[K^i]$ , da matriz de massa  $[M^i]$  e de amortecimento  $[C^i]$  com um referencial local conveniente;
- 3) Efetuar a transformação de coordenadas das matrizes locais de rigidez, massa e amortecimento de cada elemento, fazendo sua multiplicação por uma matriz de rotação de maneira que todos os elementos fiquem referenciados ao mesmo sistema de coordenadas;
- 4) Determinar para o sistema global as matrizes de rigidez  $[K]$ , de massa  $[M]$  e amortecimento  $[C]$ , agrupando as matrizes de cada elemento finito utilizado no modelamento somando suas contribuições;
- 5) Determinar o vetor de cargas aplicado ao sistema global  $\{F\}$ ;
- 6) Estabelecer as equações de movimento para o sistema global;
- 7) Calcular as variáveis envolvidas no problema em questão.

#### 4.2. CÁLCULO DOS COEFICIENTES DO AMORTECIMENTO DE RAYLEIGH

Figueiredo (2005) sugere que se determine  $\alpha$  e  $\beta$  em função das razões de amortecimento do sistema para os dois primeiros modos de vibração. As frequências naturais podem ser obtidas através de análise modal.

De acordo com Miguel (2006), as frequências naturais podem ser obtidas calculando a matriz dinâmica  $[D]$  onde:

$$[D] = [M]^{-1} \cdot [K] \quad \text{Eq. (4.1)}$$

E cada um dos autovalores de  $[D]$  representa uma frequência natural da estrutura elevada ao quadrado ( $\omega_i^2$ ). Seus autovetores por sua vez, representam os modos de vibração desta estrutura.

Um algoritmo simples para calcular os coeficientes de Rayleigh é mostrado abaixo:

- 1) Calcular os autovalores e autovetores da matriz dinâmica  $[D]$ ;
- 2) Ordenar os elementos da diagonal dos autovalores em ordem crescente (representam os quadrados das frequências naturais da estrutura) e os respectivos autovetores, de forma a montar a matriz modal ( $n \times n$  - matriz dos modos de vibração), tal que:

$$Av_{ord} = [\text{Modo 1} \mid \text{Modo 2} \mid \dots \mid \text{Modo } n] \quad \text{Eq. (4.2)}$$

- 3) Com as duas primeiras frequências naturais e o fator de amortecimento  $\zeta$ , obtém-se:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \omega_{n1}^2 \\ 1 & \omega_{n2}^2 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.3)}$$

$$B = 2 \cdot \zeta \cdot \begin{bmatrix} \omega_{n1} \\ \omega_{n2} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (4.4)}$$

- 4) Multiplica-se  $A^{-1}$  por B, obtendo-se um vetor que contém os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ ;
- 5) Finalmente, a matriz de amortecimento para o sistema global de coordenadas será:

$$[C] = [Av_{ord}^T]^{-1} \cdot (\alpha \cdot [M] + \beta \cdot [K]) \cdot [Av_{ord}]^{-1} \quad \text{Eq. (4.5)}$$

#### 4.3. MÉTODO DE INTEGRAÇÃO IMPLÍCITA DE NEWMARK

Conforme visto na seção 3.4, o método de Newmark consiste num meio eficaz e consistente para se obter a resposta dinâmica de um sistema. Um fluxograma do programa para aplicação e memorização dos passos do método de Newmark pode ser conferido no apêndice 1. Para este estudo, o passo de tempo entre iterações foi de 0,001s. Desta maneira, utilizando os dados memorizados ao longo das iterações pode-se graficar o histórico dos deslocamentos, velocidades e acelerações em função do tempo.

### 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Em um primeiro momento, desenvolveu-se uma estrutura fictícia que satisfizesse os critérios normativos das NBR-8800 e NBR-7188, ou seja, desenvolveu-se uma passarela capaz de resistir a uma carga distribuída de 5 kN/m<sup>2</sup> (proposta pela NBR-7188) e que ao mesmo tempo respeitasse o deslocamento máximo previsto para estruturas mistas da NBR-8800, que é de L/350 para pisos, sendo L o comprimento entre apoios. A passarela em estudo consiste num vão de 30 metros bi-apoiado, na forma de treliça Pratt, com lados contendo dez barras inferiores de 3 m, oito barras superiores, também de 3 m, a 2,40 m de altura, além de possuir largura útil de 3 m (Figura 5.1). As barras possuem seção transversal circular comercial de 168,3 mm e espessura 7,1 mm (<http://www.vmtubes.com.br/> acessado em 20/05/2014). O módulo de elasticidade do aço é de 205 GPa e sua densidade vale 7850 kg/m<sup>3</sup>. Foi admitida uma razão de amortecimento de 0,4%, conforme sugerido por Heinemeyer e Feldmann (2008). Sua frequência natural de vibração do primeiro modo ficou próxima dos 4 Hz, enquanto do segundo modo vale 16,6 Hz e o terceiro modo é em torno dos 37 Hz. Massas adicionais foram consideradas de acordo com Marzionna *et al.* (2005), e incluem: 20250 kg referentes à um piso de concreto com 90 mm de espessura, 1800 kg referentes ao peso das telhas e 3000 kg referentes aos corrimãos, acabamentos e grades de proteção. Então, foi feita uma análise estática para a verificação destes critérios, e esta foi comparada com uma análise feita no programa Ftool para que fosse validada.

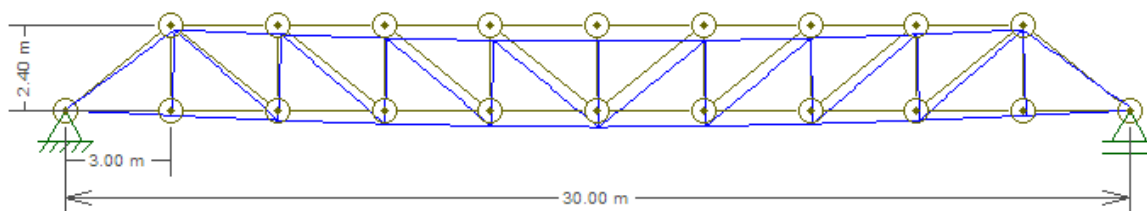


Figura 5.1: Desenvolvimento da passarela no *software* Ftool.

No programa Ftool, a flecha máxima encontrada ao centro da passarela foi de 47 mm, ao passo que pela simulação na rotina programada, o deslocamento encontrado foi de 46,2 mm. Esta pequena diferença deve-se, principalmente, pelo fato de que o Ftool utiliza apenas uma casa decimal para a força distribuída e nenhuma casa decimal para as propriedades geométricas dos materiais. Adaptando a simulação às condições do Ftool (reduzindo o número de casas decimais), obtém-se um deslocamento de precisos 47 mm, fornecendo confiabilidade aos resultados obtidos com a rotina desenvolvida. Este deslocamento ainda possui uma boa margem de segurança, em relação aos 85,7 mm propostos pela norma NBR-8800. Resta agora, investigar o efeito dos carregamentos dinâmicos.

### 5.1. CARREGAMENTO IMPOSTO PELA CAMINHADA:

O modelo de caminhada foi simulado de acordo com a equação 3.1, sugerida por Bachmann e Ammann (1987). As forças são aplicadas apenas nos nós, e suas influências nos nós são recalculadas a cada passada, de maneira a promover uma simulação mais realista do ponto de aplicação de força em função do avanço de uma pessoa. Inicialmente foi considerado apenas 1 pessoa atravessando a passarela. O peso da pessoa é de 800 N, sua frequência de passo é de 2 Hz, e o comprimento de sua passada é de 0,75 m, logo, sua velocidade é de 1,5 m/s e esta leva 20 s para atravessar a passarela. As respostas obtidas no Matlab para o centro do vão da estrutura de zero até o tempo de passagem são apresentadas nas Figuras 5.2 e 5.3, em termos de deslocamento e aceleração, respectivamente.

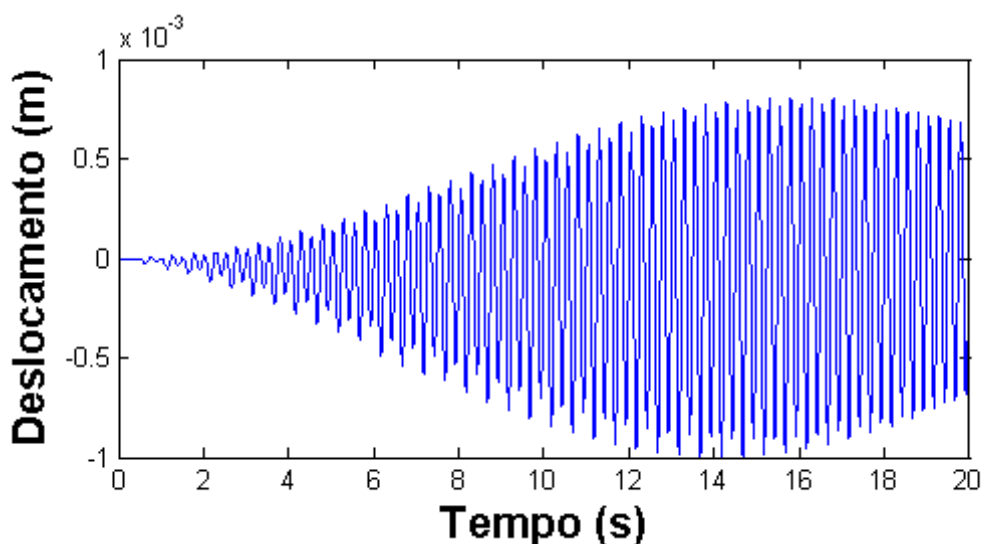


Figura 5.2: Deslocamento do centro do vão em função do tempo.

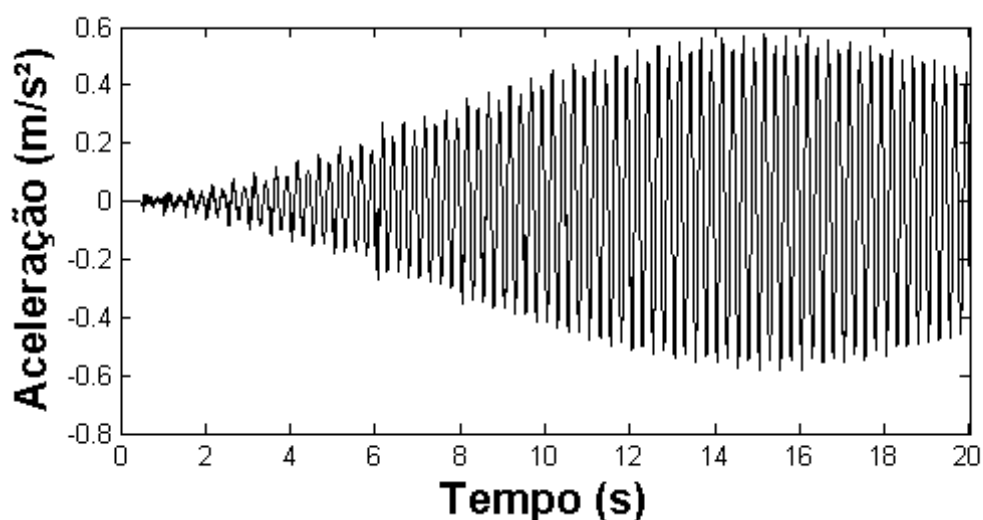


Figura 5.3: Aceleração do centro do vão em função do tempo.

Percebe-se então que para este carregamento, a passarela em estudo satisfaz os critérios de conforto e de segurança normativos, encaixando-se na classe de conforto NC-2 de Heinemeyer e Feldmann (Tabela 3.3). No entanto, de acordo com a equação 3.7, o efeito causado por um grupo de pessoas é proporcional a esta resposta amplificada por um fator “m”, que leva em consideração a capacidade da passarela e o tempo que uma pessoa leva para atravessá-la. Considerando um fator m de 6,71, correspondente ao tráfego intenso CT-3 (Tabela 3.4), obtêm-se as respostas em termos de deslocamento e aceleração dadas nas Figuras 5.4 e 5.5, respectivamente.

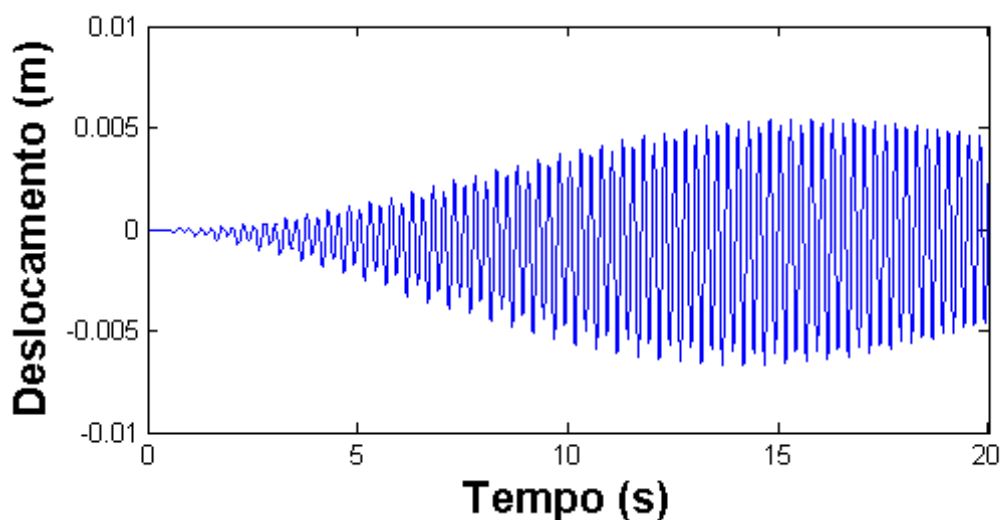


Figura 5.4: Deslocamentos no centro do vão, tráfego intenso.



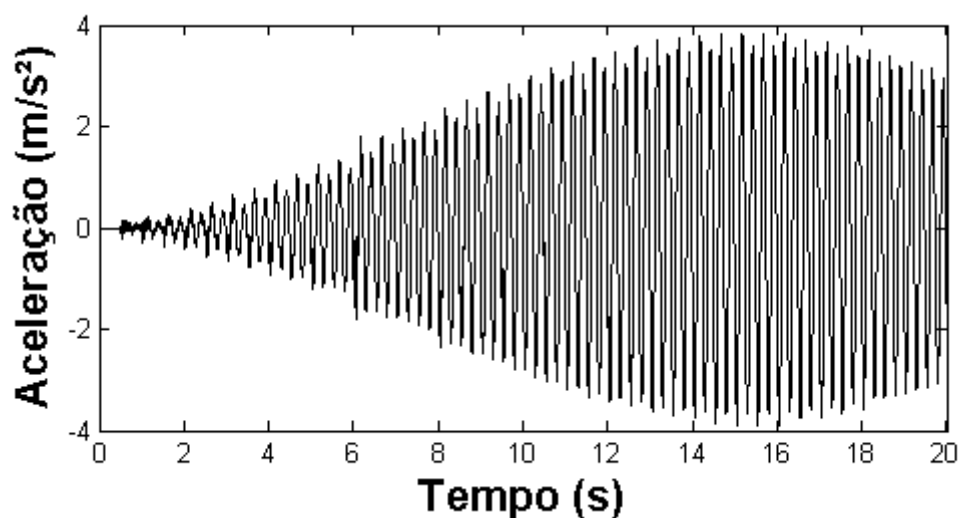


Figura 5.5: Acelerações no centro do vão, tráfego intenso.

Podemos notar que a amplitude dos deslocamentos não chega próximo de 10 mm, e portanto, não é suficiente para se admitir certa sincronização entre os pedestres, conforme mencionado em 3.1.4. (b).

## 5.2. CARREGAMENTO IMPOSTO PELA CORRIDA

O método de variação do ponto de aplicação das forças causadas por uma pessoa atravessando a passarela assimila-se ao aplicado no estudo da caminhada. No entanto, a força aplicada corresponde às equações 3.4 e 3.5, ou seja, é um pulso semi-senoidal aplicado durante o tempo de contato dos pés com o chão. As respostas encontradas para a corrida de uma pessoa passando pelo vão da passarela são as apresentadas nas Figuras 5.6 e 5.7.

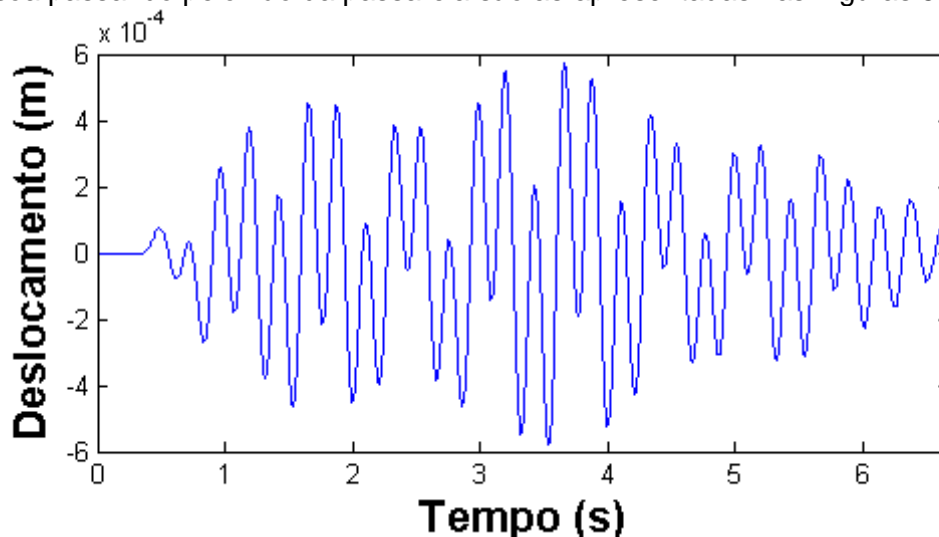


Figura 5.6: Deslocamentos no centro do vão para uma pessoa correndo.

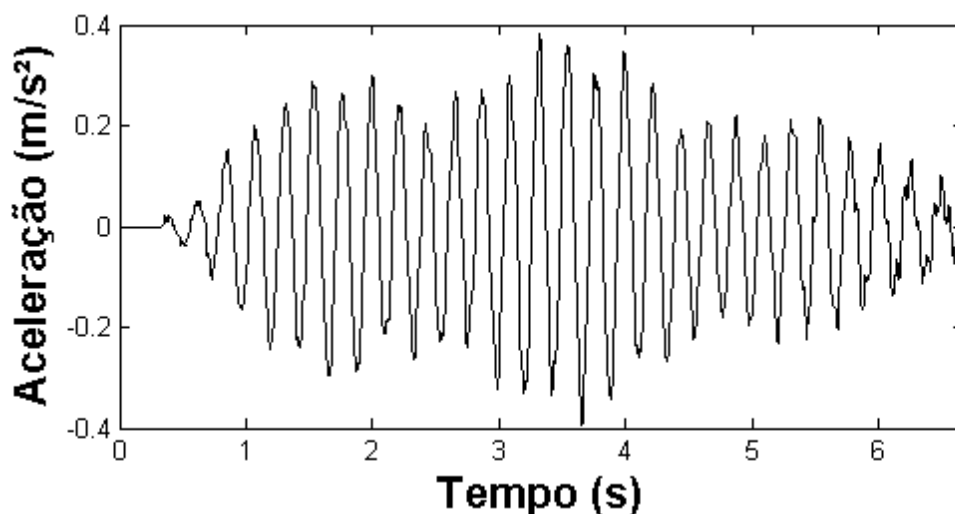


Figura 5.7: Acelerações no centro do vão para uma pessoa correndo.

Nota-se aqui que a forma da resposta é alterada, uma vez que agora a pessoa se movimenta com uma frequência de passo de 3 Hz, comprimento de passo de 1,5 m e velocidade de 4,5 m/s. Esta alteração é causada pelo fato de que a frequência da passada não está em ressonância com a passarela, além de que o carregamento em si é descontínuo, e acontece durante um curto período de 0,2 s portanto, causando menores deslocamentos e acelerações que a caminhada.

### 5.3. CARREGAMENTO IMPOSTO POR SALTAR AO MEIO DO VÃO

Este tipo de carregamento foi modelado com equacionamento similar ao da corrida (equações 3.4 e 3.5), apenas alterando seus parâmetros, e mantendo o ponto de aplicação no centro do vão durante o tempo de estudo. A frequência aplicada é de 2 Hz, com tempo de contato dos pés com o piso da passarela de 0,25 s, conforme sugerido por Martins (2009). Nas Figuras 5.8 e 5.9 apresentam-se os deslocamentos e acelerações encontrados para esta simulação.

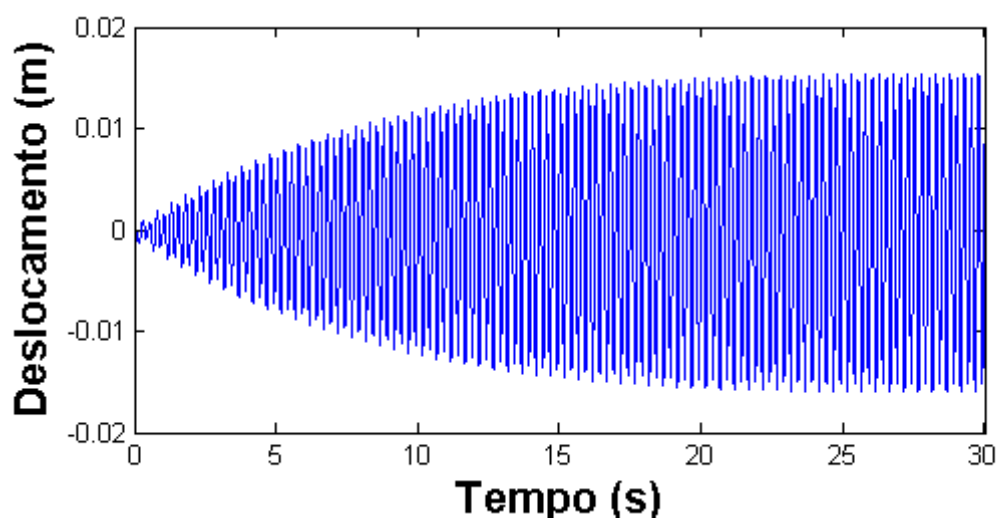


Figura 5.8: Deslocamentos impostos por uma pessoa pulando no centro do vão.

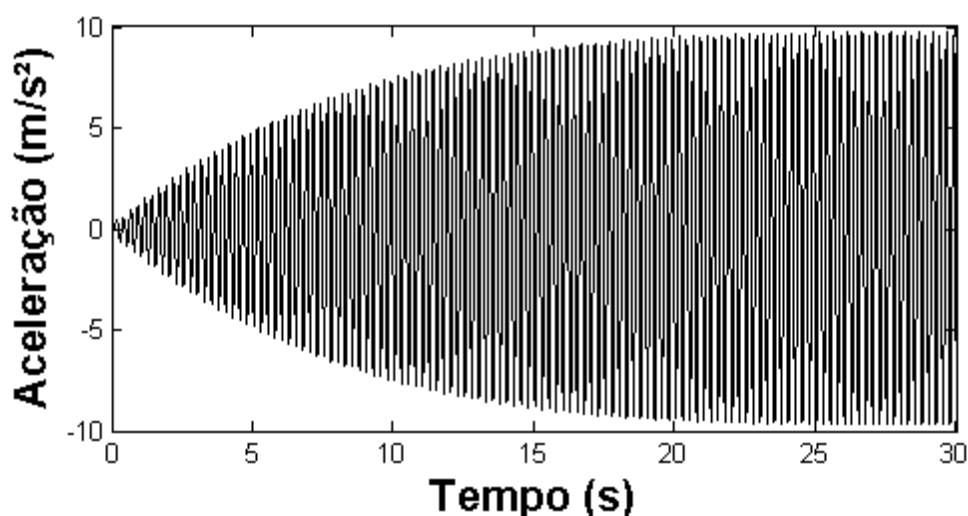


Figura 5.9: Acelerações impostas por uma pessoa pulando no centro do vão.

Como se pode ver, esta é a situação mais crítica, pois aplica um carregamento em ressonância com o segundo harmônico da estrutura, e este carregamento é aplicado diretamente sobre o ponto mais crítico desta (no centro do vão). Percebem-se aqui deslocamentos máximos em torno de 16 mm, 34,6% do deslocamento imposto pelo carregamento estático imposto pelo carregamento sugerido pela NBR-7188 (de 46,2 mm). Esta resposta é amplificada proporcionalmente à massa de pessoas pulando em conjunto, como num show de rock, ou ação de vandalismo por exemplo.

## 6. CONCLUSÕES

Com a análise efetuada, notou-se que o carregamento estático imposto pela norma parece ter um nível de segurança razoável quanto aos deslocamentos em consideração à caminhada e a corrida. Porém, na estrutura analisada, percebem-se acelerações inadmissíveis quando a passarela possui tráfego intenso. Este resultado depende fortemente da coincidência das frequências nos primeiros modos de vibração da estrutura, e poderia ser drasticamente reduzido se estes não coincidissem. Percebe-se também que para a estrutura estudada, a corrida não é capaz de impor acelerações ou deslocamentos de grande amplitude.

Além disso, considerando que a ação de apenas uma pessoa pulando durante 20 s já amplifica os deslocamentos na estrutura, seria prudente considerar o efeito e a ação de um grupo de pessoas pulando sincronizadamente, o que pode causar deslocamentos que as estruturas poderiam não tolerar se fossem dimensionadas apenas para suportar ao carregamento estático sugerido pela norma, podendo a estrutura vir a colapsar.

Fica como proposta para estudos posteriores o estudo do comportamento da passarela com um carregamento mais realista de diversas pessoas caminhando ou correndo sobre a passarela, isto é, impor carregamentos com posicionamento deslocado e com fases aleatoriamente variadas. Também é interessante fazer uma análise da vibração horizontal da passarela, uma vez que é neste sentido que o efeito de acoplamento dos carregamentos é verificado com maior intensidade. Por fim, nota-se que é interessante fazer um estudo de métodos para redução de vibrações das passarelas a fim de construir estruturas que possam reduzir custos com materiais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas. “**NBR 7188: Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre**”. ABNT, 1982.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. “**NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**”. ABNT, 2006.

Bachmann, H.; Ammann, W. “**Vibrations in Structures Induced by Man and Machines**”. Zurich: IBASE, 1987.

Figueiredo, F.P. “**Estudo do comportamento dinâmico de passarelas devido ao caminhar de pedestres**”. Rio de Janeiro, 2005.

Heinemeyer C; Feldmann, M. “**European design guide for footbridge vibration**”, Footbridge, Third International Conference. 2008.

Marczak, R.J. “**Elementos Finitos – Curso de introdução ao método**”, GMAP, 1995.

Marques M, et al. “**Análise de variáveis espaço-temporais durante a locomoção em esteira, com diferentes gradientes**”, Educação Física em revista, Vol. 6. 2012.

Martins, R. C. “**Análise das variáveis dinâmicas dos saltos verticais**”, UFMG, 2009.

Marziona, F. F. et al. “**Passarela em Estrutura Metálica**”, São Paulo, 2004.

Miguel, L.F.F. “**Introdução ao Estudo de Vibrações**”, Notas de aula de ENG03374, Porto Alegre, 1ª ed., 2006.

Rao, S. S.: “**Mechanical Vibrations**”, Prentice Hall, 5ª ed, 1995.

Ripper A. P. Neto. “**Vibrações Mecânicas**” E-papers Serviços Editoriais LTDA., 2007.

Tavares J. M. “**Intrdução ao método dos elementos finitos**” Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.

Tavares, A. G. “**Método dos elementos finitos**”, Seminário de Dinâmica Orbital I, 2005.

## ANEXOS

- I. **Relação da duração do contato do pé com o solo (tracejado) e o fator de carga dinâmico em função da frequência da passada.** Adaptado de Bachmann e Ammann (1987).

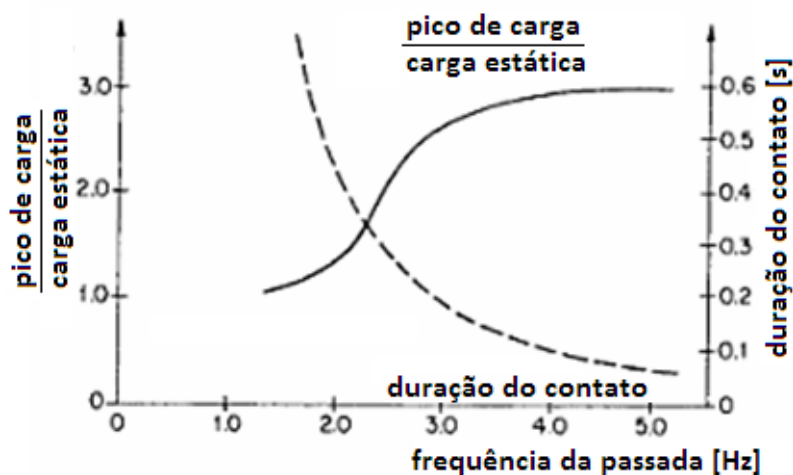


Figura An.1: Relação da duração do contato do pé com o solo (tracejado) e o fator de carga dinâmico em função da frequência da passada.

II. **Cálculo dos coeficientes  $a_n$  para execução do método de Newmark**

De acordo com Miguel (2006), os coeficientes  $a_n$  podem ser calculados por:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2} \quad \text{Eq. (A.1)}$$

$$a_1 = \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t} \quad \text{Eq. (A.2)}$$

$$a_2 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \quad \text{Eq. (A.3)}$$

$$a_5 = \frac{\delta}{\alpha \cdot \Delta t} \quad \text{Eq. (A.4)}$$

$$a_6 = \left( \frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) \quad \text{Eq. (A.5)}$$

$$a_7 = \frac{\Delta t}{2} \cdot \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \quad \text{Eq. (A.6)}$$

## APÊNDICE

## I. Fluxograma de desenvolvimento do método de Newmark no Matlab©

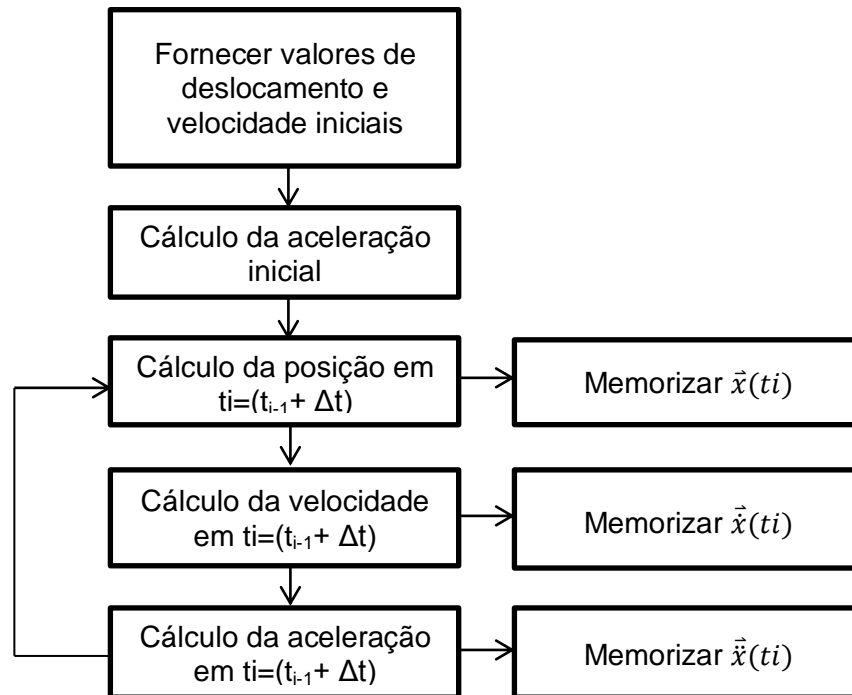


Figura Ap.1: Fluxograma de desenvolvimento do método de Newmark.