UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

ANDERSON DE ABREU BORTOLETTI

INTRODUÇÃO ÀS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS NA ESCOLA BÁSICA: VARIÁVEIS & CÉLULAS DE PLANILHAS ELETRÔNICAS

PORTO ALEGRE
2014

ANDERSON DE ABREU BORTOLETTI

INTRODUÇÃO ÀS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS NA ESCOLA BÁSICA: VARIÁVEIS & CÉLULAS DE PLANILHAS ELETRÔNICAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana

PORTO ALEGRE
2014

ANDERSON DE ABREU BORTOLETTI

INTRODUÇÃO ÀS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS NA ESCOLA BÁSICA: VARIÁVEIS & CÉLULAS DE PLANILHAS ELETRÔNICAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Rogério Steffenon (UNISINOS)
Prof. Dra. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti (PPGEMAT/IM/UFRGS)
Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso (PPGEMAT/IM/UFRGS)

Porto Alegre, 10 de Outubro de 2014.

Agradecimentos

A minha esposa, Débora Machado, pela compreensão e companheirismo durante este período.
Aos meus pais por me mostrarem desde criança a importância de estudar.
Aos estudantes que participaram desse estudo.
A escola pelo apoio dado.
A CAPES pela bolsa a mim concedida.
A UFRGS por ter me proporcionado mais uma oportunidade de qualificação.
Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS, por suas contribuições em minha formação.
Ao meu orientador, Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana, pela disponibilidade e empenho nas discussões que resultaram nesse trabalho.

RESUMO

Esta dissertação apresenta o planejamento, a execução e a análise de uma sequência didática que visa introduzir as expressões algébricas aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Os estudantes participantes são de uma escola municipal de Porto Alegre. O trabalho desenvolvido foi realizado durante as aulas regulares de matemática, a partir do final de setembro até o início de dezembro de 2013. A metodologia de pesquisa utilizada foi o Estudo de Caso e o referencial teórico é baseado, principalmente, no conceito de pensamento algébrico, desenvolvido por Fiorentini, Miorim e Miguel, concepções de variáveis, apresentado por Usiskin, a teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Duval, e a Resolução de Problemas, fundamentada em Polya e também no trabalho de Allevato e Onuchic. Durante o desenvolvimento das atividades planejadas, os estudantes passaram a utilizar variáveis a partir da generalização de determinadas situações numéricas e, posteriormente, as variáveis passaram a ser associadas às células de planilhas eletrônicas. Ao final do trabalho desenvolvido, concluímos que a sequência didática cumpre com os objetivos propostos. Em especial, as atividades oportunizaram aos estudantes o trabalho com as expressões algébricas de forma natural e o desenvolvimento de diversas características necessárias ao pensamento algébrico. Além disso, ao trabalharem com a programação de planilhas eletrônicas, os alunos percebem o quanto o conhecimento da linguagem matemática é importante nos dias atuais.

Palavras chave: Matemática. Álgebra. Ensino Fundamental. Resolução de Problemas. Variáveis. Planilhas Eletrônicas.

ABSTRACT

This dissertation presents the planning, implementation and analysis of a didactic sequence, in order to introduce the algebraic expressions to 7th graders of elementary school. The participants are students of a public school in Porto Alegre. The work was conducted during regular math classes, from late September to early December 2013. The research methodology used was the Case Study and the theoretical framework is mainly based on the concept of algebraic thinking developed by Fiorentini, Miorim and Miguel; conceptions of variables presented by Usiskin; Representation Theory *of* Semiotics Records, developed by Duval; and Troubleshooting, based on Polya and also in the work of Allevato and Onuchic. During the development of the planned activities, the students started to use variables from the generalization of certain numerical situations and, subsequently, the variables were associated to a cell spreadsheet. At the end of the work, we conclude that the instructional sequence meets the proposed objectives. In particular, the activities were able to give these students the chance to work with algebraic expressions in a natural way and the development of several characteristics, which are necessary to algebraic thinking. Additionally, when working with programming spreadsheets, the students realize how much knowledge of mathematical language is important today.

Keywords: Mathematics. Algebra. Elementary Education. Problem solving. Variables. Spreadsheets.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

Introdução

Neste trabalho, apresentamos e analisamos uma sequência didática desenvolvida junto a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal de Porto Alegre. A sequência é constituída por 10 partes que vão desde o diagnóstico dos estudantes, passando pela introdução à Álgebra, a programação de planilhas eletrônicas e finalizando com uma avaliação.

Desde os tempos de estudante na Educação Básica e, posteriormente, na graduação em Licenciatura em Matemática, o autor desta dissertação sempre teve interesse pelo campo da Álgebra. Depois de graduado, a preocupação passou a ser como desenvolver junto a estudantes conceitos dessa área tão importante dentro da Matemática e de outras ciências que dela fazem uso.

Ao começar a lecionar no ano de 2009, o autor desse trabalho não se viu completamente satisfeito com suas aulas de Álgebra e, consequentemente, com a aprendizagem de seus alunos. Parecia bastante difícil despertar o interesse dos estudantes e fugir dos exercícios mecânicos, da manipulação de símbolos e regras. Na busca nos livros didáticos oferecidos pela escola não encontrou nenhuma abordagem que fosse completamente satisfatória de acordo com aquilo que imaginava ser o melhor.

No ano de 2012 ao ingressar no Programa de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática da UFRGS as disciplinas que abordavam tópicos de Álgebra eram aquelas de maior interesse. Paralelamente, continuava lecionando em escolas de Ensino Fundamental tentando modificar sua prática docente, mas, sem ainda ter encontrado uma melhor forma de introduzir os estudantes à Álgebra.

Entre o final de 2012 e o início de 2013, momento que era necessário definir o tema da pesquisa para dissertação, obviamente, este era algo relacionado à Álgebra. A parir da criação da programação de uma planilha eletrônica para o controle dos gastos domésticos, surgiu a ideia de relacionar as expressões algébricas àquelas expressões que programavam as células do *software*. Então, com a escolha do professor orientador, essa ideia amadureceu e resultou em uma sequência didática constituída em 10 partes, que visa responder a dois questionamentos:

i) Como introduzir aos estudantes a linguagem algébrica de forma que o uso de letras, representando quantidades numéricas, seja um assunto compreensível pelos estudantes e não se torne em algo sem significado?

ii) É possível utilizar a linguagem das planilhas eletrônicas, a partir de uma associação entre variáveis e células, para o estudo de expressões algébricas na escola básica?

A primeira parte da sequência consiste numa atividade diagnóstica dos estudantes. Em seguida, até a sexta parte, fizemos a introdução da Álgebra aos estudantes e, em especial, a escrita e interpretação de expressões algébricas. Da sétima até a nona parte, realizamos a iniciação da programação de células em planilhas eletrônicas, as associando com expressões algébricas. Por fim, na décima parte, realizamos uma avaliação de fechamento de todas as atividades desenvolvidas.

Esse trabalho está dividido em três capítulos: referencial teórico, caracterização da pesquisa e aplicação e análise da sequência didática.

O Referencial Teórico está dividido em sete subsecções. Na subsecção 1 apresentamos brevemente a história da Álgebra. Na subsecção 2 discutimos a importância dessa área da Matemática e apresentamos aspectos que devem ser levados em consideração, por parte do professor, no processo de ensino e aprendizagem. A subsecção 3 traz trabalhos que discutem o uso de computadores no ensino de Álgebra e a influência desses no currículo de Matemática e nas comunidades escolares. A subsecção 4 traz aspectos importantes da Metodologia de Resolução de Problemas. Na subsecção 5 são apresentados aspectos da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval. Na subsecção 6 tratamos da metodologia da pesquisa utilizada nesse trabalho: o Estudo de Caso. Finalmente, na subsecção 7, estudamos outras pesquisas relacionadas ao nosso tema, desenvolvidas em Programas de Pós-Graduação.

O segundo capítulo incide na exposição ao leitor do ambiente em que a sequência didática foi aplicada, através de um breve relato da formação daquela comunidade escolar e da turma participante desta pesquisa. Em seguida, é feita uma descrição detalhada da metodologia utilizada na pesquisa.

O terceiro capítulo traz o detalhamento de cada uma das atividades desenvolvidas junto aos estudantes. Em cada uma delas, são apresentados seus objetivos, planejamentos e expectativas. Posteriormente, exibimos uma descrição e análise reflexiva do trabalho desenvolvido pelos estudantes, a partir do referencial teórico dessa pesquisa.

1 Referencial Teórico

1.1 O desenvolvimento histórico da Álgebra

Para melhor compreender a forma como a Álgebra é tratada atualmente nas escolas, além das dificuldades que os estudantes apresentam ao lidar com conceitos ligados a esta área da Matemática, é interessante lançar nossos olhos sobre seu desenvolvimento histórico, a fim de percebermos o processo que resultou em seu estágio atual.

Conforme Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), alguns historiadores tomam como ponto de referência do desenvolvimento da Álgebra na história o momento em que este campo da Matemática passou a preocupar-se com o estudo de operações sobre objetos abstratos, não necessariamente quantitativos, ultrapassando, assim, o estudo das equações e operações com quantidades generalizadas. Neste momento, a Álgebra passa a dividir-se em Álgebra Clássica ou Elementar e Álgebra Moderna ou Abstrata. Por um lado, a Álgebra era tratada como uma aritmética generalizada e, por outro lado, como um sistema de símbolos e regras operatórias, em que os elementos não são necessariamente numéricos e as operações estão sujeitas apenas a uma consistência interna. Como exemplo de objeto estudado pela Álgebra Abstrata, podemos tomar estruturas algébricas como espaços vetoriais.

Outros historiadores entendem a história da Álgebra como um processo dividido em três etapas. De acordo com Eves (1995), a Álgebra, ao longo da história da Matemática, passou por três estágios: Álgebra Retórica (1700 a.C até 250 d.C), Álgebra Sincopada (250 d.C até entorno de 1500 d.C) até chegar a Álgebra Simbólica (a partir de 1500 d.C). A Álgebra Retórica compreende o período inicial da Álgebra, onde não se usavam símbolos ou abreviações, mas sim palavras. Já no período da Álgebra Sincopada, inicia-se o uso de abreviações de palavras. Por fim, a Álgebra Simbólica, tal qual a conhecemos hoje.

Uma terceira visão do desenvolvimento da história da Álgebra baseia-se na significação que é atribuída aos símbolos antes e depois das obras de Viète. Até Viète os símbolos eram utilizados apenas para representar quantidades desconhecidas em equações e, a partir dele, passou-se a utilizar letras também para representar coeficientes. De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), com essa forma de representar equações, tornou-se possível o trabalho com classes de equações. Por exemplo, estudar os possíveis tipos de soluções que uma equação da forma $Ax^2 + Bx+C = 0$ admite, na qual x representa um valor desconhecido e A, B e C são parâmetros numéricos.

É possível perceber que estas três visões da história da Álgebra apresentam um interessante ponto em comum: em todas elas vemos que inicialmente foram desenvolvidos e estudados conceitos menos abstratos. Na primeira delas começou-se pelo estudo das generalizações e algumas equações. Na segunda, inicialmente se usavam palavras e, na terceira, a letra sendo utilizada apenas para representar quantidades desconhecidas. Portanto, a partir de seu desenvolvimento histórico, é possível constatar que apenas após um determinado estágio de conhecimento passou-se a trabalhar outras ideias mais abstratas, como, por exemplo, símbolos representando quantidades não numéricas. É preciso que isto seja levado em conta no processo de ensino aprendizagem, pois é necessário iniciar de forma menos abstrata fazendo com que a Álgebra não se torne apenas um conjunto de letras e regras.

1.2 O ensino de Álgebra elementar

A Álgebra ocupa lugar de destaque no currículo do Ensino Fundamental nas escolas brasileiras. Apesar disso, conforme dados das avaliações externas o nível de proficiência dos alunos é considerado baixo. Em busca de melhorar este panorama é preciso compreender como o ensino e aprendizagem de Álgebra se desenvolvem, bem como os aspectos que influenciam este processo.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), os conceitos relacionados à Álgebra devem ser trabalhados desde as séries iniciais, a chamada “Pré-Álgebra”, e nas séries finais do Ensino Fundamental deve haver um aprofundamento dos conceitos algébricos. Uma metodologia sugerida é a resolução de problemas, pois através dela o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra, tais como modelar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis e demonstrar.

Fugir da pura manipulação de símbolos através de regras que muitas vezes são logo esquecidas pelos estudantes, talvez seja uma alternativa para promover uma real aprendizagem de conceitos algébricos. A utilização de atividades que dêem significado ao trabalho com variáveis fará com que os alunos tenham outro entendimento da Álgebra, percebendo o quanto este campo da Matemática oferece ferramentas poderosas para a resolução de problemas.

Diversos trabalhos dentro da Educação Matemática tem se preocupado com o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra Elementar. Esta preocupação pode ser percebida no trabalho de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Segundo estes autores os elementos que caracterizam o pensamento algébrico são: a percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização.

Muitas vezes, acredita-se que a única forma de expressar um pensamento algébrico seja através da linguagem algébrica. No entanto, conforme Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), esta é apenas uma das linguagens possíveis. Além delas, tem-se a linguagem natural, linguagem aritmética, linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica, ou seja, uma linguagem algébrica, de origem apenas simbólica.

Assim como nos PCN, os autores referidos acima acreditam que o pensamento algébrico deva ser desenvolvido na escola desde as séries iniciais, pois não é preciso fazer uso de uma linguagem estritamente formal para desenvolver um trabalho com esse assunto. O uso de atividades que estimulem a percepção de regularidades e a expressão destas através de palavras é um bom início, para que desde cedo a criança se familiarize com esse tipo de pensamento matemático.

Posteriormente, ao ingressar nas séries finais do Ensino Fundamental, deve-se desenvolver a linguagem simbólica, pois esta cumpre

> [...] um papel fundamental na constituição do pensamento algébrico abstrato, uma vez que fornece um simbolismo conciso por meio do qual é possível abreviar o plano de resolução de uma situação problema, o que possibilita dar conta da totalidade e da estrutura da situação. Além disso,

> ela é um instrumento facilitador na simplificação de cálculos, devido à capacidade transformacional das expressões simbólicas em outras mais simples que lhe são equivalentes. Finalmente, por permitir operar com quantidades variáveis, possibilita uma melhor compreensão de situações nas quais a variação e o movimento estejam presentes.(FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p.89)

É importante observar que a linguagem algébrica não é simplesmente uma aplicação da Álgebra a outras áreas do conhecimento, mas sim uma forma com a qual as outras ciências, e a própria Matemática, comunicam-se. Ao iniciar o estudo da Álgebra no Ensino Fundamental, os alunos encontram grandes dificuldades em compreender e dar significado às expressões algébricas. Segundo Adriana Bonadiman (2007), isto se deve a grande ênfase que os professores dão a procedimentos e regras, o que limitaria a capacidade de compreender os conceitos.

A preocupação com a grande ênfase dada nas escolas aos processos mecânicos em detrimento da compreensão também é encontrada em House (1995). A autora destaca que, apesar da evolução da tecnologia e da influência direta e indireta no cotidiano de todos, nas salas de aula estes avanços não são percebidos. Existe a necessidade de repensar os programas de Matemática e a inclusão de "[...] programas de computadores, planilhas eletrônicas e manipuladores de símbolos, vindo a alterar não só a maneira como ensinamos, mas também o que ensinamos." (HOUSE, 1995, p.3)

Ao introduzir os estudantes ao estudo da Álgebra o professor deve ter claro para si próprio os diferentes usos das letras que essa área da Matemática faz. De acordo com Usiskin (1995), a Álgebra na escola básica está relacionada ao estudo do significado das letras e operações com elas, as quais são chamadas de variáveis: considera-se que se está estudando Álgebra quando os alunos têm o primeiro contato com variáveis.

Usiskin (1995) faz uma classificação dos diferentes usos do conceito de variável: fórmula, equação, identidade, propriedade e expressão de uma função. Na igualdade $V = a^3$, ***V*** representa o volume e ***a*** aresta de um cubo, ou seja, a partir do conhecimento de uma delas obtemos a outra, eis um exemplo de fórmula. Considerando $2x + 3 = 9$, temos a ideia de equação, isto é, a variável faz o papel de elemento desconhecido, a incógnita. A expressão $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$, nos dá ideia de identidade, em que x é o argumento da função. A expressão $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ representa a generalização de um modelo aritmético, no qual a e b simbolizam números. Por fim, podemos considerar $y = f(x) = x^2$, como um exemplo de expressão que traduz a ideia de função.

Para Usiskin (1995) a forma como os conceitos algébricos serão abordados pelo professor na escola depende de sua concepção sobre o que é Álgebra. O autor nos traz quatro concepções diferentes de Álgebra: a Álgebra como aritmética generalizada, a Álgebra como o estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, a Álgebra como o estudo de relações entre grandezas e a Álgebra como o estudo de estruturas.

Na primeira concepção, as variáveis simbolizam a generalização de modelos. Um dos exemplos trazidos pelo autor é a generalização da igualdade $3 + 5 = 5 + 3$, na qual a ordem das parcelas não altera a soma, através da escrita de $a + b = b + a$. Nesta concepção, as ações importantes para os estudantes são traduzir e generalizar.

Na segunda concepção, para melhor explicar as ideias associadas à Álgebra como o estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas é apresentado o seguinte problema: adicionando-se 3 ao quíntuplo de certo número, a soma é 43. Traduzindo-se o problema para a linguagem algébrica, chega-se a equação $5x + 3 = 43$. Ao fazer essa tradução se está trabalhando com a primeira concepção. A segunda concepção corresponde ao passo seguinte, ou seja, resolver a equação. Somando -3 a ambos os membros, simplificamos a equação e encontramos $5x = 40$. Logo, o número procurado é o 8. O autor afirma que muitos alunos apresentam dificuldades na passagem do problema para a linguagem algébrica, pois para escrever a equação é preciso pensar de maneira contrária àquela que seria utilizada para resolver o problema aritmeticamente. Aqui, as ações importantes para os estudantes são simplificar e resolver. Não basta equacionar o problema, é preciso saber resolver a equação. A variável aparece como uma incógnita, não varia.

A terceira concepção é caracterizada por fórmulas do tipo $A = bh$ – fórmula da área do retângulo. Não se está resolvendo nada, ou seja, as letras não representam incógnitas, se está expressando uma relação entre as variáveis. Para uma melhor compreensão desta concepção, Usiskin (1995) traz uma discussão a respeito das respostas que alunos apresentam à seguinte questão:

O que ocorre com o valor de $1/x$ quando x se torna cada vez maior?

Não é pedido que seja encontrado o valor de x, ou seja, x não é uma incógnita. Para responder a este tipo de questão é necessário considerar que x varia assumindo diferentes valores. Além disso, não é pedido que o aluno faça alguma tradução.

> Há um modelo a ser generalizado, mas não se trata de um modelo que se pareça com aritmética. (Não tem sentido perguntar o que aconteceria com o

> valor de ½ quando 2 se torna cada vez maior). Trata-se de um modelo fundamentalmente algébrico.(USISKIN, 1995, p.16)

Por fim, a quarta concepção, corresponde à Álgebra estudada no nível superior, como anéis, grupos, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais. Aqui, as variáveis muitas vezes sequer correspondem a números. “A variável tornou-se um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades.” (USISKIN, 1995, p.18).

No quadro A, Usiskin (1995) apresenta um resumo das concepções da Álgebra e do uso das variáveis:

Quadro A – Resumo das Concepções de Álgebra e uso das variáveis

Concepção da Álgebra	**Uso das variáveis**
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Portanto, na construção de uma sequência didática que vise introduzir os estudantes ao estudo de conceitos algébricos, é preciso levar em conta diversas questões. Dentre elas a fuga da utilização de regras e processos mecânicos, optando por atividades que deem significado ao trabalho com variáveis e, consequentemente, propiciem o desenvolvimento das diversas características do pensamento algébrico. Considera-se também importante que o professor tenha claro para si as ideias de Usiskin (1995) sobre existência de diferentes concepções de Álgebra e a relação com os diversos usos das variáveis.

1.3 O ensino de Álgebra e o uso de computadores

Muitas vezes ao estudar expressões algébricas, os estudantes não conseguem perceber a utilidade de tal conhecimento. A cada dia os computadores estão mais inseridos nas rotinas da sociedade. Com isso, o contato com essas máquinas não pode ser desprezado pelas escolas. Uma grande ferramenta para organização pessoal são as planilhas eletrônicas. Aprender a programá-las pode, sim, fazer parte das aulas de Matemática.

Penteado e Skovsmose (2008) trazem um interessante conceito, cunhado por Manuel Castells, que nos ajudam a refletir sobre a introdução de computadores em escolas localizadas em periferias: o conceito de *Quarto Mundo e sociedade em rede*. O Quarto Mundo é entendido como sendo a parte da sociedade que está fora da sociedade em rede. “Neste mundo estão inclusas as favelas, bem como regiões cujas tradições e trocas comerciais não se encaixam no mundo globalizado.” (PENTEADO e SKOVSMOSE, 2008, p.42). A sociedade em rede caracteriza-se por uma economia informatizada na qual a internet viabiliza diversos tipos de negócios.

Algumas escolas localizadas na periferia de grandes cidades, como Porto Alegre, estão, localizadas no Quarto Mundo, onde a informática está ao redor daquelas comunidades, entretanto ainda não faz parte delas. Incluir esses alunos passa também pela inclusão digital destes.

Em busca de melhor observar e compreender a inclusão da informática nestas instituições educacionais situadas em periferias podemos trazer o conceito de *escola de fronteira*: “[...] estabelecimentos de ensino nos quais tanto a sociedade em rede quanto o Quarto Mundo estão presentes, face a face”. (PENTEADO e SKOVSMOSE, 2008, p.43)

Estudantes de escolas das periferias estão situados no limite entre a informática presente em diversos lugares e o desconhecimento de formas de usar o potencial dessas ferramentas em prol de si próprio.

A escola ao oferecer a oportunidade para os estudantes terem contato com o computador e fazer uso dele como uma poderosa ferramenta está cumprindo um importante papel social. “ Em alguns casos, os alunos, em decorrência do que aprendem na escola, podem ensinar aos pais como usar uma planilha eletrônica ou um editor de textos, quando eles precisam dessa habilidade para conseguir um emprego.” (PENTEADO e SKOVSMOSE, 2008, p.47)

De acordo com Cóser (2008), antes de optar pelo uso do computador na sala de aula de Matemática é preciso questionar-se sobre a sua real necessidade. É preciso que sua utilização possibilite aos estudantes realizar atividades que sem o seu uso seriam muito difíceis de serem realizadas, ou até impossíveis. Sua utilização deve propiciar a experimentação de outros olhares sobre aquele conceito estudado.

Penteado e Skovsmose (2008) defendem que a discussão sobre o uso de computadores em sala de aula seja realizada a partir da perspectiva da inclusão versus exclusão digital. “No caso das escolas [de fronteira] o que se passa na escola passa a ser de particular importância para os processos de inclusão e exclusão”. (PENTEADO e SKOVSMOSE, 2008, p.48). Em outras palavras, os estudantes devem ter acesso a ferramentas que os possibilitem uma melhor colocação futura na sociedade do ponto de vista de poder escolher aquilo que deseja seguir enquanto carreira profissional.

Segundo David Tall (apud CÓSER, 2008), os computadores possibilitam três tipos de representações - a numérica, a simbólica e a gráfica – as quais possibilitam estender percepções individuais das ideias Matemáticas. “O uso de recursos computacionais possibilita que o estudante realize uma expansão cognitiva, e com isso faça a transição de um modo de pensar, essencialmente técnico para um modo de pensar mais formal”. (TALL, 1999 apud CÓSER, 2008, p.76).

Através da utilização de computadores, a Álgebra ganha outro contexto e, consequentemente, as variáveis podem ganhar outros significados. De acordo com Usiskin (1995), na ciência da computação todas as concepções de variáveis citadas na secção anterior são utilizadas. Além disso, na programação os alunos fazem uso de variáveis como argumentos desde os seus primeiros usos, diferentemente do estudo tradicional da Álgebra nas escolas.

A inserção da tecnologia nos currículos escolares acarretará em mudanças. De acordo com McConnell (1995), os cursos de Álgebra do futuro deverão enfatizar o significado das variáveis no contexto de problemas. Além disso, haverá “uma redução da ênfase nas manifestações sintáticas da Álgebra, como fatorar, resolver expressões e equações racionais complicadas, resolver analiticamente equações polinomiais e simplificar expressões com radicais.” (McCONNELL, 1995, p.165)

Aqui cabe destacar que apesar do trabalho desse autor ser de 19 anos atrás, continua sendo um pensamento futurístico, uma vez que a partir das experiências vivenciadas pelo autor desse trabalho, em diferentes redes de ensino, particular, estadual e municipal, a tecnologia não chegou na maioria das escolas ou influenciou mudanças nos currículos de Matemática.

Flanders (1995), ao propor a utilização de softwares no ensino de Matemática, expõe cinco características que estes devem possuir para serem utilizados na sala de aula:

1. Não deve ser necessário nenhum conhecimento de computação além do essencial. Não deve ser necessário um manual para sua utilização;
2. O usuário deve ser ativo. Não pode ser algo que ao clicar em algum botão o resultado seja dado de maneira pronta, sem nenhuma participação no processo;
3. Os erros na inserção de dados devem ser apontados ao estudante para que esse faça a correção, não acarretando na necessidade de reiniciar o programa ou perda de tempo;
4. A sintaxe deve ser a mais próxima possível da escrita Matemática;
5. O programa deve admitir expressões que têm valores reais.

Para o uso da sala de aula de informática é preciso que o professor saia de sua zona de conforto e entre em uma zona de risco. Segundo Penteado e Skovsmose (2008), a "zona de risco se contrapõe a zona de conforto, na qual a situação educativa mostra alto grau de previsibilidade tanto para os alunos quanto para os professores". (p.49). Apesar de já estarmos no século XXI, muitos professores temem arriscar-se em atividades diferentes daquelas as quais já estão habituados tradicionalmente. A mudança do panorama atual da educação passa fortemente pela inclusão da tecnologia nas escolas.

1.4 A Resolução de Problemas no Ensino de Matemática

Diversos trabalhos dentro da Educação Matemática (SANTOS, 2012; FONSECA, 2012; KERN, 2008) apontam a metodologia de Resolução de Problemas como uma maneira de trabalhar conceitos matemáticos de forma que os estudantes possam desenvolver diversas habilidades próprias da Matemática.

Existem diversas definições que caracterizam um problema. Neste trabalho, utilizamos a definição encontrada em Allevato e Onuchic (2009): "[...] consideramos que um problema refere-se a tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer." (p. 7). Em outras palavras, um problema pode ser compreendido como toda atividade matemática para qual não temos uma resposta ou procedimento pronto.

Polya foi o primeiro autor a escrever sobre a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino. Em 1947, ele publicou um livro intitulado ***A arte de resolver problemas***, o qual traz considerações importantes sobre o trabalho com problemas, bem como as etapas a serem desenvolvidas no trabalho com este método.

Inicialmente, Polya aborda um ponto que sempre deixa o professor em dúvida no momento de fazer alguma intervenção, como; o momento correto de intervir ou até onde fornecer informações que auxiliem o estudante a chegar à solução de determinado problema proposto.

> O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho.(POLYA, 1978, p.1)

Em outras palavras, o autor afirma que ao trabalhar com problemas junto aos estudantes de nada adiantará, se o professor se eximir do seu papel de facilitador da aprendizagem através da intervenção pedagógica e, por outro lado, o mesmo efeito terá, caso o docente faça todo o trabalho pelo estudante.

A fim de organizar um método a ser seguido na resolução de problemas, Polya organizou o trabalho a ser realizado em quatro fases: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

A **compreensão do problema** vai desde a escolha do problema por parte do professor até o entendimento do mesmo por parte do estudante. “ O problema deve ser bem escolhido, nem muito fácil, nem muito difícil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante.” (POLYA, 1978, p.4)

O **estabelecimento de um plano** consiste na construção de uma estratégia a ser seguida na busca da solução para um problema: quais as contas, cálculos ou desenhos devem ser realizados para obter a incógnita. De acordo com Polya (1978), para se ter uma boa ideia de como agir em busca da solução é preciso ter conhecimento sobre o assunto tratado. Conhecer os pré-requisitos matemáticos necessários e problemas semelhantes anteriormente resolvidos. Aqui, o autor traz o conceito de *problema* *correlato*. Dois problemas são correlatos quando têm a mesma incógnita ou, pelo menos, elementos desconhecidos semelhantes. Como exemplo o autor traz o cálculo da diagonal de um paralelepípedo. Tal problema pode ser difícil para os estudantes, apesar de conhecerem o Teorema de Pitágoras, por nunca terem trabalhado com uma figura espacial. Cabe ao professor intervir de forma que os estudantes encontrem um problema correlato a este e, que já tenha sido resolvido por eles. Neste caso, o cálculo da hipotenusa de um triângulo retângulo.

A **execução do plano** consiste em seguir os passos planejados anteriormente. De acordo com Polya (1978), quando o estudante concebe por si próprio seu plano, mesmo que tenha sido ajudado pelo professor, na grande maioria das vezes consegue chegar à solução do problema.

Por fim, o **retrospecto** consiste na retomada do problema inicial a fim de verificar se aquela solução encontrada é realmente o que estava sendo procurado, se faz sentido em relação às condições dadas no problema, ou se é possível aperfeiçoar a resolução realizada a fim de abreviá-la ou sofisticá-la.

No quadro 2, vemos uma síntese, apresentada por Polya, dessas etapas.

Quadro B – Etapas para resolução de problemas

Como Resolver Um Problema

Primeiro

É preciso *compreender* o problema.

COMPREENSÃO DO PROBLEMA

Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?

É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?

Trace uma figura. Adote uma notação adequada.

Separa as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?

Segundo

Encontre a conexão entre os dados e a incógnita.

É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não poderes encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um *plano* para a resolução

ESTABELECIMENTO DE UM PLANO

Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente?

Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil?

Considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante.

Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu resultado? ? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?

É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições.

Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa de útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si?

Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?

Terceiro

Execute o seu plano

EXECUÇÃO DO PLANO

Ao executar o seu plano de resolução, *verifique cada passo*. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto

Quarto

Examine a solução obtida

RETROSPECTO

É possível *verificar o resultado*? É possível verificar o argumento?

É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance?

É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Fonte: A arte de resolver problemas (POLYA, 1978)

Recentemente, outros pesquisadores têm realizado trabalhos sobre esta metodologia de ensino. Dentre estes estão Allevato e Onuchic (2009), as quais sugerem 9 etapas a serem desenvolvidas na resolução de problemas: preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observar e incentivar, registro das resoluções na lousa, plenária, busca do consenso e formalização do conteúdo. Uma importante característica da teoria dessas autoras consiste no fato que essa metodologia é sugerida para introdução de conteúdos ainda não estudados pelos estudantes.

A **preparação do problema** consiste na escolha de um problema que propicie a aprendizagem de um novo conteúdo matemático. O problema escolhido é chamado de problema gerador.

Na **leitura individual**, cada estudante deve receber uma cópia do problema e fazer a leitura do mesmo.

Na **leitura em conjunto,** sugere-se formar grupos e solicitar que os estudantes releiam o problema. Neste momento, o professor pode intervir lendo o problema ou esclarecendo dúvidas a respeito de palavras e termos desconhecidos pelos estudantes.

A **resolução do problema** deve ser realizada em grupos de maneira cooperativa, considera-se que os estudantes são construtores da matemática por eles desenvolvida através da resolução do problema gerador.

Na etapa **observar e incentivar** cabe ao professor levar os estudantes a cooperarem e trocarem ideias entre si. Deve-se incentivar o uso de conceitos e técnicas conhecidas pelos alunos. A intervenção direta do professor ocorre no momento em que os estudantes apresentam dificuldades e torna-se necessário ajudá-los a

> [...] resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução; notação; passagem da linguagem vernácula para linguagem matemática, conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho. (ALLEVATO & ONUCHIC, 2009, p.8).

O **registro das resoluções na lousa** incide em convidar um representante de cada grupo para que registre sua resolução e compartilhe com os demais, a fim de que todos tenham acesso e possam discutir os diferentes processos desenvolvidos.

A **plenária** visa promover a discussão com a finalidade de esclarecer dúvidas e defenderem diferentes pontos de vista.

A **busca do consenso** consiste em chegar a uma conclusão sobre o resultado correto.

Por fim, a **formalização do conteúdo**, consiste na apresentação formal do conteúdo por parte do professor, através da utilização da linguagem matemática.

De acordo com Allevato e Onuchic (2009), após esta última etapa – de formalização do conteúdo – é importante que os estudantes resolvam diversos problemas que façam uso do conceito estudado através do problema gerador a fim de avaliar se foram compreendidos os aspectos essenciais desse.

Diante do exposto, concluímos que ambos os trabalhos trazem relevantes informações aos professores que desejam utilizar a Metodologia de Resolução de Problemas em suas aulas. Entendemos que estas não são rígidas e que, em alguns momentos, etapas podem ser **suprimidas** ou ocorrerem em outra ordem. Além disso, essas duas abordagem aproximam-se em diversos momentos. Como exemplo de convergência temos o conceito de problema correlato, proposto por Polya (1978), e o uso de problemas secundários, sugeridos por Allevato & Onuchic (2009).

1.5 Registros de Representação Semiótica

Estudos realizados por Raymond Duval contribuem para reflexões sobre as dificuldades encontradas pelos estudantes em Matemática. Entre essas estão àquelas ligadas à Álgebra, em especial, a transição entre linguagem natural e símbolos algébricos. Por esta razão, nesta secção traremos alguns conceitos de sua teoria, os Registros de Representação Semiótica.

Em Viel & Dias (2006), encontramos uma interessante descrição para semiótica, termo que caracteriza a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Conforme os autores, este termo vem do grego *semeion-signos* e significa ciência dos signos.

Duval (2010) afirma que recorrer somente aos aspectos históricos ou aos próprios campos da Matemática não contribuem para compreender as dificuldades dos estudantes na compreensão dos conceitos, é preciso uma abordagem cognitiva para chegar a esse objetivo. A importância da história da Matemática sob esta perspectiva está no fato de que ao ser observada é possível perceber a importância das representações semióticas no desenvolvimento dessa ciência. Segundo Duval (2010), isto se deve ao fato de que um melhor estudo de um objeto matemático depende do sistema de representação escolhido. Além disso, acrescenta que os elementos estudados pela Matemática não podem ser acessados de outra forma que não seja através de representações.

As representações semióticas (desenhos, tabelas, escritas algébricas, etc) desempenham um papel fundamental na Matemática, uma vez que seus objetos de estudo existem apenas no plano das ideias e, portanto, para tratá-los é necessário o uso de algum tipo de representação. Pensando no processo de ensino e aprendizagem, conforme Duval (2012a) , fazer uso de diversos tipos de representações faz com que o objeto matemático não seja confundido com sua representação e, sim, reconhecido nas suas diversas representações possíveis. A verdadeira função de uma representação é dar acesso ao objeto representado. (DUVAL, 2012a)

Duval (2012a) traz à discussão um interessante paradoxo presente no processo de aprendizagem Matemática: "de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível." (DUVAL, 2012a, p.268). Ele destaca que esse dilema muitas vezes não é percebido no processo de ensino e aprendizagem devido à maior valorização dada às representações mentais, em detrimento às representações semióticas.

De acordo com Duval (2012a) é comum que as representações semióticas sejam tratadas apenas como formas de representação das representações mentais, quando na verdade são elas os elementos essenciais ao processo de aprendizagem. Através das diferentes representações semióticas que se desenvolve o processo cognitivo do pensamento.(DUVAL, 2012a)

Segundo Duval (2012a) o funcionamento cognitivo do pensamento depende da pluralidade de representações de um objeto matemático. "Se é chamada semiose a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e noesis a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose." (DUVAL, 2012a, p.270)

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica afirma que existem quatro tipos diferentes de registros utilizados em Matemática: registro multifuncional discursivo, registro multifuncional não discursivo, registro monofuncional discursivo e registro monofuncional não discursivo.

Segundo Duval (2010), os registros multifuncionais caracterizam-se por não serem algoritmizáveis, sendo o discursivo relacionado à linguagem natural, associações verbais e formas de raciocinar. O não discursivo diz respeito às figuras geométricas. Os registros monofuncionais são algoritmizáveis, sendo o discursivo caracterizado por sistemas de escrita (numérico, algébrico, etc) e, o não discursivo, por gráficos cartesianos. A compreensão em Matemática se dá no momento em que o aluno consegue coordenar e transitar entre dois tipos de representações semióticas, pois, conforme dito anteriormente, "(...) não se deve jamais confundir um objeto e sua representação" (DUVAL, 2010, p.21). Símbolos podem ser utilizados para representar objetos da mesma forma que traçados e figuras, entretanto é o objeto representado que importa nas suas diferentes representações.

Para analisar a Matemática sob a ótica da aprendizagem, Duval (2010) nos apresenta dois tipos de transformações semióticas: os tratamentos e as conversões. A transformação chamada de *tratamento* caracteriza-se por continuar no mesmo sistema. Como exemplo é citado a resolução de uma equação, na qual são feitas transformações utilizando os princípios aditivos, multiplicativos e de igualdade. A transformação de conversão consiste na mudança de sistema, no entanto conservando-se a referência ao mesmo objeto, aqui cita-se como exemplo a passagem da escrita algébrica de uma equação para seu gráfico.

Uma observação importante com relação aos conceitos de tratamento e de conversão é de que estas são atividades cognitivas diferentes e independentes (DUVAL, 2012a). Para exemplificar, Duval traz como exemplo o cálculo com números decimais. Afirma que muitas vezes os estudantes conseguem adicionar números sob a forma decimal e também sob a forma fracionária, porém não conseguem converter uma representação na outra. Para que seja feita a conversão, é necessário que o aluno perceba que o tratamento dado às expressões $0,25 + 0,25 = 0,5$ e $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ são diferentes, os números 0,5 e $\frac{1}{2}$ são distintos do ponto de vista do sistema de representação, cada um deles têm uma significação operatória, mas representam o mesmo número.

Há dois fenômenos que caracterizam a conversão de representações: uma conversão pode ser congruente ou não congruente. De acordo com Duval (2010),

> Ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação – diz-se

> então que há congruência -, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não congruência. (p.19)

Atividades que se caracterizam pela não congruência são aquelas que apresentam as maiores dificuldades de compreensão para os estudantes. É comum que nesses casos, apesar de os alunos lidarem com diferentes tipos de representações não consigam estabelecer relações entre elas, fazendo com que haja um isolamento de registros de representação. (DUVAL, 2012a)

Para melhor compreender a complexidade dos casos em que ocorre a não congruência, é preciso diferenciar sentido e referência. "Esta distinção induziu a separar com clareza a significação, que depende do registro de descrição escolhida, da referência que depende dos objetos expressos ou representados." (DUVAL, 2012b, p.99). Como ilustração Duval traz o seguinte exemplo: 4/2, (1+1) e $\sqrt{4}$, os quais são diferentes representações de um mesmo número, ou seja, fazem referência a um mesmo objeto. Entretanto, não possuem o mesmo significado, pois o primeiro é o número através de um quociente, o segundo através da recorrência a unidade e o terceiro através de um radical.

Dentro da Matemática, a substituição de um registro por outro através apenas da referência traz grandes dificuldades ao estudante, uma vez que

> Ele encontrará e ficará satisfeito com substituições que são semanticamente congruentes; por outro lado ele irá resistir as substituições que não são semanticamente congruentes, mas referencialmente equivalentes. A Matemática, excluindo o cálculo aritmético elementar, mostra-se geralmente mais arbitrária que a lógica.(DUVAL, 2012b, p.100)

Vários são os exemplos em que isso ocorre, sem que sejam muitas vezes problematizados de forma adequada pelo professor, como a passagem de uma frase para a escrita algébrica ou de uma expressão algébrica para seu gráfico.

Apesar das dificuldades apresentadas pela substituição, esta é extremamente necessária dentro do contexto da Matemática. No desenvolvimento de um raciocínio matemático, a cada passo de uma resolução, novas expressões vão sendo escritas e, ao contrário de um texto, em que estas se juntam às anteriores na formação de um argumento, na Matemática ela substitui a anterior. De acordo com Duval (2012b), a substitutividade é fundamental ao funcionamento cognitivo do pensamento matemático.

Ainda dentro da discussão a respeito de não congruência, o autor faz uma interessante discussão sobre enunciados de problemas. Quando a escrita do problema é congruente às informações do enunciado e também congruente à resposta esperada, esta será de fácil alcance para o aluno. Para exemplificar, podemos considerar o seguinte problema:

Para alimentar 3 galinhas por dois dias são necessários 480g de milho.

a) Quantos gramas são necessários para alimentar 5 galinhas por dois dias?

b) Com 1900g é possível alimentar quantas galinhas por dois dias?

A primeira questão é congruente ao enunciado do problema, pois basta usar diretamente a relação expressa; por outro lado, para responder à segunda questão é preciso inverter essa relação. Segundo Duval (2012b), uma atividade matemática pode ser bem sucedida quando suas representações são congruentes e a mesma atividade pode conduzir ao insucesso quanto é necessário fazer manipulações de dados não congruentes.

A grande dificuldade que os estudantes apresentam ao transcrever uma frase para a escrita simbólica explica-se justamente pela não congruência destas duas representações (DUVAL, 2012b). Duval relata os resultados obtidos em um trabalho em que os estudantes deveriam escrever utilizando símbolos matemáticos frases escritas na linguagem natural e, num segundo momento, realizar o processo contrário.

Um dos itens apresentava a seguinte frase: a soma de dois produtos de dois inteiros, todos inteiros sendo diferentes. Grande parte dos estudantes conseguiu transcrever corretamente para escrita simbólica, pois "[...] há congruência semântica, uma vez que os dois produtos, simetricamente distribuídos em torno do símbolo de soma, são explicitamente mencionados na frase [...]' (DUVAL, 2012b, p.111).

Num segundo momento lhes era apresentada a expressão: a.b + c.d, e os estudantes deveriam utilizar a escrita discursiva. Menos da metade dos estudantes conseguiu realizar a atividade corretamente, pois "[...] não há mais congruência, uma vez que os dois produtos simetricamente distribuídos em torno do símbolo da soma não são mais explicitamente mencionados pela expressão discursiva." (DUVAL, 2012b, p.112).

Dentro do conceito de conversão é preciso considerar a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão. Muitas vezes os estudantes conseguem compreender um sentido, porém não necessariamente o outro sentido já estará compreendido. Conforme Duval (2010), muitos professores não tem essa percepção, pois ao trabalharem com os alunos buscam por exemplos em que há congruência, entretanto estes não são os casos mais frequentes. Daí a importância do trabalho com diferentes tipos de registros para uma compreensão mais completa do objeto de aprendizagem.

Portanto, sendo a coordenação de registros necessária para que haja a conceitualização, a aprendizagem Matemática não poderá ficar baseada apenas no tratamento ou conversão de noções, deve, sim, ser a coordenação de diferentes registros através destes tratamentos e conversões, e compreensões. É preciso levar em conta que a passagem entre diferentes registros de representação não é algo natural e , portanto, deve ser trabalhada pelos professores de Matemática, em especial, atividades de não congruência.

1.6 Outras pesquisas sobre o ensino de Álgebra

Nesta secção selecionamos cinco pesquisas relacionadas ao ensino de Álgebra no Ensino Fundamental. As dissertações apresentadas foram produzidas em programas de pós graduação da UFRGS, UNIFRA, PUC-RS e UFRJ. Os dois primeiros trabalhos tratam sobre novas abordagens para conteúdos algébricos. Os terceiro e quarto trabalhos tratam dos erros cometidos pelos alunos. O último trabalho reflete sobre como as concepções de professores tem impacto sobre o processo de aprendizagem dos estudantes.

Inicialmente apresentaremos dois trabalhos apresentados no Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS.

O primeiro trabalho, intitulado *'Pensamento Genérico e Expressões Algébricas no Ensino Fundamental'*, foi produzido por Sandro Azevedo Carvalho em 2010 e apresenta uma sequência didática aplicada a estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental em uma escola da rede pública. As atividades desenvolvidas enfatizam a importância de se desenvolver o pensamento genérico e a argumentação matemática junto aos alunos antes de introduzir as expressões algébricas. É apresentada também uma análise crítica de diversos livros didáticos utilizados nas escolas, os quais apresentam definições imprecisas ou mal escritas, exercícios que não contribuem para aprendizagem, além de outras falhas. Outra contribuição interessante encontrada é um texto sobre polinômios que relaciona a Matemática formal a escolar. Conforme o autor, ao final da pesquisa foi possível constatar que para muitos alunos buscar justificativas matemáticas para resultados se tornou rotina: “[...] chegamos a encontrar alunos que procuravam justificar suas respostas mesmo que isso não tivesse sido solicitado [...]” (CARVALHO, 2010, p.243)

O segundo trabalho, intitulado ‘*Álgebra no Ensino Fundamental: produzindo significados para as operações com expressões algébricas’*, produzido por Adriana Bonadiman em 2007 e apresenta uma sequência didática cujo objetivo é a promoção e a compreensão das operações básicas com expressões algébricas. As atividades foram propostas em duas fases: a primeira enfocava a utilização de letras e a segunda a produção de significados para as operações com expressões algébricas. Elas foram aplicadas a alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública. O trabalho desenvolvido junto aos estudantes procurava levar o estudante a dar significado à atividade algébrica, através da Resolução de Problemas e uma aprendizagem colaborativa, além da utilização de materiais manipuláveis. Conforme a autora, ao final da pesquisa foi possível concluir que a metodologia adotada contribui de maneira decisiva no desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

> Consideramos que os alunos avançaram no processo de produção de significados para as operações entre expressões algébricas e que houve progresso no conhecimento matemático, bem como em suas atitudes e autonomia no sentido de observar, levantar hipóteses, tirar conclusões e justificar suas respostas. (BONADIMAN, 2007, p. 211)

Dentre os diversos trabalhos produzidos no programa de pós graduação da UNIFRA, escolhemos a dissertação intitulada ‘*Análise de erros cometidos por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em Conteúdos de Álgebra’* foi produzida por Lauren Darolt Brum em 2013 e apresenta uma análise dos erros cometidos pelos alunos em atividades envolvendo conteúdos de Álgebra. A partir dos erros apresentados, são elaboradas atividades utilizando o programa *Hot Potatoes*[1]. As principais dificuldades encontradas dizem respeito à propriedade distributiva e à generalização de padrões. As atividades foram aplicadas a estudantes de uma escola pública e outra privada, os erros encontrados foram bastante semelhantes. Com o uso do programa em busca da superação das dificuldades, foi possível perceber, conforme a autora, que o interesse dos estudantes pelas aulas aumentou e, com isso, as dificuldades puderam, em grande parte, ser superadas. “Pode-se pensar que o uso do computador despertou neles uma vontade

---

[1] Software desenvolvido no Canadá. Com o uso desse programa é possível criar exercícios interativos em páginas da internet.

de iniciar o trabalho, sem mesmo pensar que teriam alguma dificuldade [...]" (BRUM, 2013, p.84)

No programa de pós graduação da PUC-RS, encontramos algumas dissertações que tratam sobre o ensino de Álgebra. Destacaremos a dissertação, intitulada *'Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem em Álgebra'*, defendida por Katia Henn Gil em 2008. O trabalho apresenta uma investigação realizada com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada . Através da coleta de dados constatou-se que as maiores dificuldades dos estudantes estão na interpretação de problemas algébricos, nos quais é preciso fazer uma tradução da linguagem corrente para a linguagem matemática e, também, a relação entre Álgebra e Aritmética. "Observei nos resultados da testagem que muitas vezes as dificuldades apresentadas pelos alunos na tradução de situações-problema para linguagem formal, residem na interpretação. Não conseguindo formalizar as informações, o aluno não resolverá o problema." (GIL, 2008, p. 105-06).

Do programa de pós graduação da UFRJ destacaremos a dissertação "*Álgebra: como as crenças dos professores influenciam na aprendizagem dos alunos*", escrita por Magno Luiz Ferreira, em 2009. A pesquisa foi desenvolvida a partir da entrevista com cinco professores da rede pública do estado do Rio de Janeiro. Num segundo momento, dois professores foram selecionados, suas aulas foram observadas e estes fizeram a análise de livros didáticos escolhidos pelos próprios sujeitos da pesquisa, além de uma segunda entrevista. Em outro momento da pesquisa, foram escolhidos alguns alunos desses professores para serem entrevistados e verificar como as crenças dos docentes refletiam no processo de ensino e aprendizagem. Concluiu-se que os professores observados possuem crenças semelhantes com relação à Álgebra, concebendo-a como sendo um conjunto de técnicas para resolver certos tipos de problemas. Além disso, os professores não conseguiram definir de maneira consistente o que significa Álgebra e isto pode ser percebido também nos alunos.

> Os alunos não tinham exata noção do que significa Álgebra ou quais conteúdos matemáticos são relacionados à Álgebra. Esse comportamento nos trouxe mais um indício da influência que os professores podem exercer sobre seus alunos, já que os próprios professores apresentam dificuldade parecida. (FERREIRA, 2009, p.127)

A partir das leituras dessas dissertações, podemos perceber que o ensino de Álgebra é algo que preocupa vários pesquisadores. As dificuldades apresentadas pelos estudantes são bastante semelhantes, daí a necessidade de um olhar atento por parte do docente a fim de perceber tais obstáculos e planejar atividades que auxiliam os estudantes a superá-las.

Nosso trabalho difere-se daqueles aqui relatados, pois traz uma sequência didática que possibilita ao professor fazer a introdução aos estudantes da linguagem algébrica através do uso de planilhas eletrônicas. As atividades são direcionadas especialmente aos estudantes, que pela primeira vez, estudarão expressões algébricas.

2 Caracterização da Pesquisa

2.1 O Estudo de Caso

A partir do estabelecimento da situação a ser estudada nesta pesquisa – a introdução de expressões algébricas no Ensino Fundamental e a programação de planilhas eletrônicas – optamos por fazer uma pesquisa qualitativa, mais especificamente, um estudo de caso, por entendermos ser uma metodologia de trabalho eficaz para obtenção de resultados. No texto a seguir, apresentaremos uma breve caracterização de pesquisa qualitativa e, mais especificamente, do tipo estudo de caso de acordo com Lüdke e André (1986).

Bogdan e Biklen (1982, apud, LÜDKE & ANDRÉ, 1986) apresentam cinco características que configuram uma pesquisa qualitativa:

1) A fonte de pesquisa é o ambiente natural em que a situação ocorre e o pesquisador é o seu principal instrumento. É necessário um envolvimento direto do pesquisador com o ambiente e com a situação que será estudada.
2) Grande parte dos dados coletados são descritivos. Os dados coletados, em geral, são descrições, transcrições e fotos. A caracterização do ambiente é muito importante.
3) O processo é muito mais importante do que o produto final. É preciso estar atendo ao processo, à forma como as ações vão ocorrendo no cotidiano.
4) Grande importância às perspectivas dos sujeitos participantes da pesquisa. É preciso estar atendo à forma como as pessoas estudadas compreendem as questões que estão sendo lhes impostas.
5) Não há preocupação em buscar dados que comprovem hipóteses anteriores ao início da pesquisa, mas, sim, abstrair a partir da análise dos dados coletados. “O desenvolvimento do estudo aproxima-se de um funil: no início há questões ou focos de interesse muito amplos, que no final se tornam mais diretos e específicos.” (LÜDKE & ANDRÉ, 1986, p.13)

Após apresentar as características de uma pesquisa qualitativa passamos a descrição do estudo de caso – metodologia de pesquisa qualitativa utilizada neste trabalho.

De acordo com Lüdke & André (1986), o estudo de caso é o estudo de um caso, ou seja, algo com características particulares, as quais deve ser consideradas para fins de análise. Portanto, deve ser bem delimitado e seus contornos devem ser claramente descritos no desenvolvimento do trabalho. Por se tratar de algo singular, constitui-se numa unidade em um sistema mais amplo. As principais características desta metodologia são:

1. Descobrir algo novo. O pesquisador deve estar atendo a tudo que emergir do fenômeno de estudo, em especial os novos elementos que surgem no desenvolvimento da pesquisa.
2. A importância do contexto. Todos os fatos ao serem interpretados devem levar em conta o contexto em que ocorreram.
3. Retratar a realidade de forma completa e profunda. Ao descrever e estudar o fenômeno é preciso estar atendo ao maior número de elementos que influenciam de alguma maneira no desenvolvimento da pesquisa.
4. Buscar várias fontes de informações. É preciso coletar a maior quantidade de dados, e em diferentes momentos abrangendo o maior número de informantes.
5. O relato do estudo deve permitir generalizações naturalísticas. A partir da leitura do trabalho deve ser possível ao leitor pensar sobre quais aspectos daquilo que está sendo retratado pode trazer alguma contribuição ao seu problema.
6. Destacar aspectos conflitantes. Quando existem situações conflitantes é preciso descrevê-las a fim de que o leitor e o próprio investigador cheguem às suas conclusões. É preciso levar em conta que um fenômeno pode ser visto sob vários prismas.
7. Utilizar uma linguagem acessível no relato. É preciso descrever a pesquisa de forma clara e próxima à experiência pessoal do leitor a quem se destina.

Nisbet e Watt (1978, apud LÜDKE & ANDRÉ, 1986, p.21) descrevem o desenvolvimento de estudo de caso em três partes: a fase exploratória, a delimitação do estudo e a análise sistemática e elaboração do relatório.

A primeira delas diz respeito ao período em que se estabelecem as questões a serem observadas, inicia-se o contado com o campo de pesquisa e a busca pelas fontes de dados necessários para os estudos. É preciso estar atento à percepção da realidade como ela é, e não como se queríamos que ela fosse.

A segunda parte refere-se à coleta dos dados a partir dos instrumentos e de técnicas variadas. É preciso selecionar o recorte que será feito da realidade a partir da definição dos aspectos mais importantes a serem explorados, pois seria utópico abranger exatamente tudo.

A parte final caracteriza-se pela análise dos dados coletados e retomada desses junto aos informantes da pesquisa para posterior redação do relatório final.

Portanto, a opção pela metodologia de pesquisa do estudo de caso nos pareceu a mais adequada, pois investigar um fenômeno que ocorre em uma sala de aula requer a atenção do pesquisador a vários aspectos, em especial, ao contexto dos sujeitos envolvidos e, também, à singularidade dos resultados obtidos.

2.2 Caracterização do Ambiente

Por tratar-se o desenvolvimento dessa pesquisa de um Estudo de Caso, conforme Lüdke & André (1996), é importantíssimo situarmos o leitor quanto ao contexto em que a situação estudada ocorreu. Desta forma, neste texto faremos uma descrição da Escola Municipal de Ensino Fundamental Campos do Cristal, desde sua fundação até os dias atuais, e uma caracterização dos alunos do 7º ano, personagens deste estudo.

A escola foi fundada em 13 de março de 1994, fruto da conquista, junto ao Orçamento Participativo[2], de uma comunidade localizada numa área irregular no bairro Cristal. Inicialmente a escola ficava localizada dentro da comunidade, na Avenida Diário de Notícias, no bairro Cristal. Os primeiros professores da escola foram remanejados da Escola Municipal de Ensino Fundamental Gabriel Obino.

---

[2] Programa governamental de consulta às necessidades da população de uma determinada cidade para posterior aplicação dos recursos municipais, estaduais ou federais.

No seu primeiro ano de existência, a escola contava apenas com turmas de 1ª a 4ª série. No ano seguinte foram implementadas turmas de 5ª a 8ª série. No ano de 1997, a instituição deixou de ser seriada e passou a funcionar por Ciclos de Formação.

A comunidade preocupada com o futuro insistia junto à prefeitura para que área onde as famílias residiam fosse regularizada. Nesse momento surgiu a proposta de uma empresa de construção: a construção de um shopping naquele local e o reassentamento dos moradores em uma área regularizada.

No início de 1998, a escola foi construída junto ao condomínio para onde as famílias seriam realocadas. O Condomínio Campos do Cristal no bairro Vila Nova ficou pronto no final de 1998. Como a escola ainda não havia sido concluída, os alunos eram transportados por um ônibus fretado pela empresa construtora até as instalações no bairro Cristal. A partir de janeiro de 1999 a escola passou a funcionar no bairro Vila Nova.

Atualmente, a escola conta com cerca de 600 alunos distribuídos em 21 turmas nos turnos manhã e tarde.

A turma em que foi aplicada a sequência didática funcionou no turno da tarde. Sua escolha está ligada diretamente a dois motivos: o primeiro refere-se à introdução dos alunos ao estudo da Álgebra através de uma proposta diferenciada, uma vez que este é o primeiro contato destes com esta área da Matemática; o segundo motivo refere-se ao professor pesquisador ser docente desta escola e estar trabalhando pelo segundo ano consecutivo com esses estudantes.

A relação com esses alunos iniciou no ano anterior à realização da pesquisa, quando estes ingressaram no 6º ano. Devido às dificuldades e defasagens apresentadas por muitos alunos no decorrer do 6º ano, o coletivo de professores junto à equipe pedagógica da escola optou para o ano seguinte formar duas turmas de 7º ano de acordo com as dificuldades apresentadas, pois seria necessário um trabalho diferenciado com esses alunos. Em uma turma foram colocados os estudantes que não apresentavam dificuldades de aprendizagem e, na outra, estudantes que apresentavam defasagens. A turma participante dessa pesquisa é a segunda delas.

A turma em questão iniciou o ano com 32 alunos matriculados e ao longo do ano alguns alunos foram transferidos, outros evadiram e o ano encerrou com 23 alunos frequentes. Desde o início do trabalho com essa turma, as propostas eram sempre diferenciadas, no sentido de serem o mais próxima possível daquilo que elas já conheciam. Por exemplo, no trabalho com números inteiros os alunos construíram termômetros a fim de perceberem a ordenação desse tipo de número e fazerem comparações entre eles.

O início da proposta desta dissertação foi no final de setembro. Ao serem informados de como funcionaria o trabalho, quais os objetivos deveriam ser alcançados e que a produção deles seria tema de uma dissertação de Mestrado, eles ficaram bastante empolgados e curiosos. Foi um momento interessante para conversar sobre as etapas de estudo – Ensino Fundamental, Ensino Médio, Graduação e Pós Graduação (Especialização, Mestrado, Doutorado, Pós Doutorado) e mostrar que mesmo sendo professor, figura que para eles já "sabe tudo", é necessário continuar sempre estudando. Conversamos sobre seus planos futuros, muitos não tinham noção sobre como é o processo de ingresso numa universidade pública ou ser bolsista numa universidade privada ou nunca tinham ouvido falar sobre um curso de mestrado.

A escola onde foi realizada a pesquisa é uma escola pública que atende alunos de uma comunidade carente de Porto Alegre. A turma foi formada por alunos que apresentaram baixo desempenho no ano anterior e, por este motivo, necessitavam de um trabalho diferenciado, ou seja, intervenções pedagógicas que considerassem esse aspecto relevante com relação ao grupo de estudantes.

2.3 Metodologia da Pesquisa

Nesta secção apresentamos a forma como foi conduzida a pesquisa. Faremos uma descrição de como ocorreu a implementação da sequência didática e a coleta dos dados a serem analisados. Segundo Lüdke & André (1996), dentro das características do Estudo de Caso descritas anteriormente, é preciso que o autor retrate de forma completa e profunda a realidade em que os fatos ocorrem.

De acordo com o funcionamento das escolas municipais de Porto Alegre, a turma participante da pesquisa tinha três períodos semanais de Matemática. Os dois primeiros períodos de terça-feira e o quarto período de sexta-feira. A partir do final de setembro de 2013 todos os períodos foram utilizados na implementação de nossa proposta, durante onze semanas.

Os alunos realizaram uma primeira atividade individual, a fim de sondarmos o nível de conhecimento de termos utilizados dentro da matemática e, desta forma, podermos pensar as abordagens a serem utilizadas nas atividades. Todos receberam uma folha dividida em duas partes: na primeira, havia frases e os alunos deveriam traduzi-las para linguagem matemática; na segunda, deveriam realizar o processo inverso.

A partir dos dados obtidos nessa primeira atividade e das leituras realizadas, planejamos as demais atividades a serem aplicadas, as quais, de acordo com o andamento da turma, sofriam algumas modificações quando julgávamos necessário. Essas atividades foram realizadas em grupos compostos por 3 ou 4 alunos. Com isso possibilitamos que houvesse trocas e discussões em pequenos grupos, além daquela a ser realizada com todos os estudantes.

A interferência do professor se dava no encaminhamento das atividades junto à turma inteira e quando solicitado pelos estudantes nos pequenos grupos. Ao intervir jamais deveríamos dizer para os alunos como proceder, mas, sim, encaminhar questionamentos para que os próprios estudantes formulassem suas estratégias.

Uma parte da sequência didática foi realizada dentro da sala de aula e outra no laboratório de informática. Ao todo, nosso trabalho ficou dividido em dez partes, cada um deles com duração de 3 horas/aula, ou seja, uma semana.

A primeira parte foi relatada anteriormente. Da segunda até a sexta parte as atividades foram realizadas em sala de aula. Os alunos recebiam folhas com atividades as quais deveriam ser discutidas em grupo e entregues ao final de cada aula. Cada aluno entregava uma folha individual.

Da sétima até a nona parte, as atividades foram realizadas no laboratório de informática. Os alunos trabalharam com planilhas eletrônicas no programa Calc[3]. Em grupos, os alunos realizavam as atividades que estavam nas planilhas nos seus computadores e, ao final, deveriam salvá-las com seus nomes.

A décima parte foi o fechamento da sequência didática. Em sala de aula, os alunos realizaram atividades que retomavam os assuntos abordados durante todo esse trabalho. Ao final cada aluno entregou individualmente sua atividade.

Além das atividades recolhidas e das planilhas salvas, utilizamos para coleta de dados um diário de campo, com anotações realizadas durante cada aula, e gravações em áudio ou vídeo, pois conforme Lüdke & André (1996) é preciso coletar a maior

---

[3] Programa de planilha eletrônica livre.

quantidade de dados, e em diferentes momentos, abrangendo o maior número de informações.

Consideramos importante destacar que os estudantes participantes da pesquisa jamais tinham utilizado um *software* de planilha eletrônica, apenas dois estudantes relataram já ter ouvido falar sobre. O contato desses alunos com o computador ocorre, para a grande maioria deles, apenas dentro da escola. No laboratório de informática os alunos costumavam utilizar os computadores nas aulas de português para fazer a digitação de textos, e, em períodos livres, para jogar ou acessar a internet.

3 Aplicação da Sequência Didática

Nesse capítulo serão descritas e analisadas as atividades aplicadas no desenvolvimento da sequência didática. Por tratar-se de uma pesquisa qualitativa, do tipo Estudo de Caso, este capítulo é de fundamental importância para este trabalho, pois conforme Lüdke & André (1996), nesta metodologia, as descrições, transcrições e imagens são fundamentais, uma vez que esses são os tipos de dados coletados.

Faremos uma descrição de cada uma das atividades, acompanhada de reflexões realizadas a partir de nosso referencial teórico. O texto será subdivido em dez partes, conforme a organização de nossa sequência descrita anteriormente. Seguindo uma característica do Estudo de Caso, conforme Lüdke & André (1996), faremos um relato o mais próximo possível da experiência. Desta forma, cada uma das descrições das atividades realizadas, exceto a primeira, por tratar-se da sondagem, está dividida em duas partes:

I) Objetivos, planejamento e expectativa: apresentaremos uma lista dos objetivos traçados com as atividades que possibilitem o alcance de tais metas e com as expectativas quanto à forma que os estudantes resolverão as atividades. Por ser anterior à experiência, o tempo verbal utilizado é o futuro.

II) Descrição da aula e observações do professor: apresentamos como ocorreu a aplicação das atividades, acompanhado de reflexões realizadas a partir de nosso referencial teórico. Por ser a narrativa posterior à experiência, o tempo verbal utilizado é o pretérito.

Os estudantes participantes da pesquisa serão identificados por letras maiúsculas A, B C, etc. e o professor, para distingui-lo dos estudantes, será identificado por PROF.

3.1 Atividade 1 – Sondagem

A atividade foi aplicada aos estudantes com a finalidade de verificar o quanto estes conseguiriam relacionar a linguagem natural com a linguagem matemática. Foram aplicados dois problemas nos quais os estudantes tiveram de transitar entre essas duas formas de expressão. No primeiro, as sentenças estavam em linguagem usual e deveriam ser escritas através de símbolos matemáticos. Já no segundo problema, os itens estavam descritos através de símbolos matemáticos e os estudantes deveriam escrever sua interpretação utilizando a linguagem usual.

A escolha desses problemas deu-se pelo fato de ser importante que os estudantes consigam transitar entre esses diferentes tipos de linguagem. Além disso, concordamos com Polya (1978) ao afirmar que para resolver um problema, um dos pontos de partida é ter os conhecimentos matemáticos necessários. Outro fato levado em consideração são as afirmações de Duval (2010) sobre a importância e as dificuldades existentes na transição de diferentes formas de registro.

Nossos objetivos com esta atividade eram os seguintes:

Verificar o nível de conhecimento relativo à linguagem matemática;

Relacionar a língua materna à linguagem matemática e vice-versa.

Antes da aplicação das atividades, nossas expectativas eram que essa atividade serviria de sondagem para elaboração das próximas. Através dela pretendíamos verificar o quanto os estudantes conheciam sobre termos matemáticos específicos, ou seja, palavras que dentro da matemática recebem uma interpretação diferente daquela usual como: produto, diferença, etc. Na figura 1, podemos ver a atividade aplicada aos estudantes.

Questão 1. Escreva as frases abaixo utilizando APENAS símbolos matemáticas

a) Cinco adicionado a três.
b) Quatro subtraído nove.
c) Dezessete vezes nove.
d) Tinta e dois divido por quatro.
e) Vinte e cinco adicionado a trinta negativo.
f) Três negativo subtraído quatro negativo
g) Oito negativo vezes cinco positivo.
h) O produto de oito por dez.
i) O quociente de trinte e cinco por sete.
j) O quadrado de nove.
k) O cubo de três.
l) A raiz quadrada de trinta e seis.
m) A diferença entre doze e dez.
n) A soma de quatro negativo com cinco negativo
o) O produto de dois negativo por sete negativo.
p) O quociente de dezoito por três.
q) A sexta potência de dois negativo.
r) O quociente de três negativo por sete positvo.

Questão 2. Escreva com suas palavras o significado das sentenças matemáticas abaixo:

a) 12 + 6
b) 8 – 35
c) (-4) + (+8)
d) (-5) – (-9)
e) 8 • 6
f) (+8) • (-9)
g) 42 : 7
h) (-35): (-7)
i) 9^2
j) 5^3
k) $\sqrt{64}$

Figura 1 - Atividade 1

Verificamos que grande parte dos estudantes apresentou bastante dificuldade na realização da atividade. Como a ideia era verificar o nível de conhecimento dos estudantes, não foram feitas intervenções. Os alunos apresentaram muitas dificuldades nos dois exercícios, houve muitos erros na transcrição da linguagem natural para a linguagem matemática e, também, na realização do processo inverso.

Dentre os erros, os mais encontrados foram:

a) Erro na interpretação de símbolos:

O aluno A inverteu os conceitos de expoente e base, conforme a figura 2.

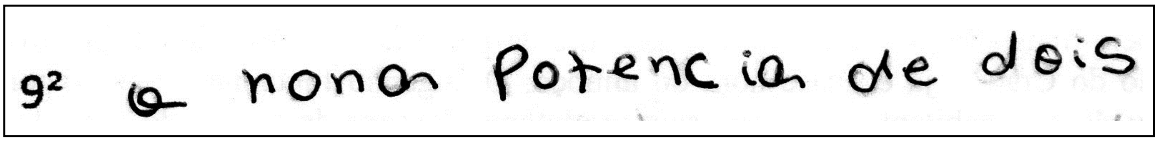


Figura 2- Resolução apresentada pelo aluno A

b) Erro na interpretação de palavras:

O aluno Y interpretou a palavra adicionado como multiplicação, conforme figura 3.

Figura 3 – Resolução apresentada pelo aluno Y

O aluno K interpretou a palavra quadrado como raiz quadrada, conforme a figura 4.

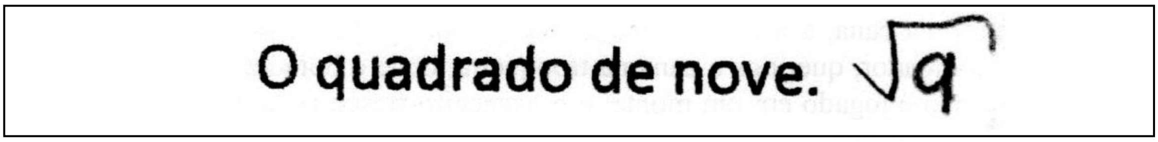


Figura 4 – Resolução apresentada pelo aluno K

c) Erro na escrita de quociente:

Consideramos que o aluno F interpretou corretamente a frase, porém equivocou-se na escrita do quociente, conforme a figura 5, pois nessa turma, quando os alunos realizavam divisões, consideravam erroneamente o menor valor como sendo o divisor, mesmo nos casos em que era apresentada uma fração cujo numerador fosse menor que o denominador.

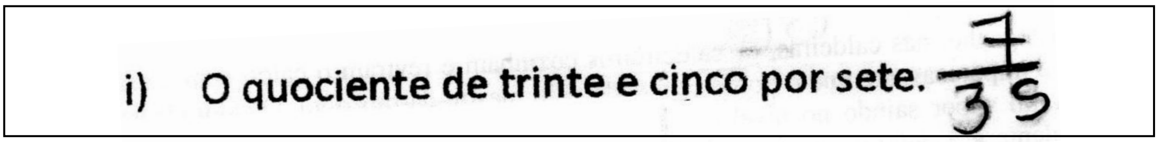


Figura 5 – Resolução apresentada pelo aluno F

O objetivo da atividade foi cumprido. Além dos erros encontrados, através dela foi possível verificar que palavras, cujo significado é diferente dentro da Matemática, são desconhecidas por estes alunos, pois nenhum deles respondeu aos itens em que as palavras produto e diferença apareciam.

Diante das dificuldades apresentadas pelos estudantes, percebemos que as atividades para introdução da Álgebra deveriam ser bastante concretas e, que na medida do possível, retomassem conhecimentos dominados por eles.

3.2 Atividade 2 – Introduzindo Variáveis

3.2.1 Objetivos, planejamento e expectativas

Nesta atividade pretendemos introduzir o uso de letras, ou seja, as variáveis em expressões. A partir dessa aula, os alunos trabalharão em grupos a fim de poderem melhor explorar cada situação proposta além da possibilidade de discutir entre si possíveis resoluções.

Nossos objetivos são os seguintes:

- Iniciar o uso de letras;
- Introduzir o conceito de variável;
- Descrever situações através do uso da linguagem matemática – expressões numéricas e expressões algébricas;
- Interpretar equações e expressões algébricas.

Optamos pelo trabalho com Resolução de Problemas para introdução do assunto por concordamos com Allevato e Onuchic (2009) ao afirmarem que

> Durante a resolução do problema há sempre oportunidade de se avaliar a compreensão dos alunos e saber se eles se apossaram dos conceitos importantes envolvidos no problema e, por meio de questionamentos levantados, o professor pode perceber seu crescimento matemático. (p.10)

O primeiro item da atividade consiste num problema envolvendo os 5 produtos mais vendidos em uma feira numa determinada semana. As quantidades de cada produto vendido por dia estão organizadas numa tabela conforme a figura 6.

1. Seu João trabalha na feira. Para melhor organizar seu negócio resolveu construir uma tabela com os 5 produtos mais vendidos, na semana de 02 a 09 de setembro:

	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira
Tomate	14 kg	12 kg	16 kg	15 kg	25 kg
Cenoura	10 kg	11 kg	9 kg	11 kg	8 kg
Maça	16 kg	14 kg	13 kg	15 kg	14 kg
Laranja	21 kg	18 kg	16 kg	17 kg	12 kg
Banana	23 kg	21 kg	22 kg	21 kg	34 kg

Figura 6 – Item 1 da atividade 2.

A partir dos dados da tabela apresentada abaixo, os alunos deveriam escrever uma expressão numérica que possibilitasse calcular:

a) O total de quilos de tomates vendidos durante a semana;

b) O total de quilos de laranja vendidos durante a semana;

c) O total de quilos de alimentos vendidos na 3ª feira;

d) O total de quilos de alimentos vendidos na 6ª feira;

Com isso, pretendemos explorar situações em que seja necessário recorrer ora a linha, ora a coluna da tabela. Além, é claro, do uso de uma expressão numérica para representar uma determinada situação.

Ao final dessa primeira parte, os alunos receberão uma segunda folha, onde introduziremos algumas letras, as quais representam quantidades genéricas de alimentos. A fim de relacionar ao item anterior, resolvemos utilizar a letra inicial de cada alimento para representar tais quantidades genéricas, conforme a figura 7.

2. Agora, vamos fazer as seguintes combinações:

t: representa a quantidade, em quilos, de tomate vendida.

c: representa a quantidade, em quilos, de cenoura vendida.

m: representa a quantidade, em quilos, de maçã vendida.

l: representa a quantidade, em quilos, de laranja vendida.

b: representa a quantidade, em quilos, de banana vendida.

Utilizando essas representações, escreva como você calcularia a quantidade de alimentos vendidos em determinado dia da semana.

Figura 7 – Item 2 da atividade 2

Com isso, pretendemos substituir as quantidades determinadas na atividade anterior, por uma quantidade qualquer. A partir daí, os estudantes deverão utilizar estas letras que representam quantidades para escreverem uma expressão matemática. Desta forma introduzimos a Álgebra através de um *problema correlato* (POLYA, 1978) ao resolvido no item anterior.

Esperamos que eles apresentem alguma dificuldade neste item, pois será a primeira vez que pensarão numa letra como símbolo de uma quantidade numérica. Talvez aqui seja necessário trazer a discussão para o grande grupo.

O item 3 apresenta o mesmo objetivo do item 2, porém nele exploraremos quantidades genéricas relacionadas a uma linha da tabela. Conforme a figura 8.

3. Agora, vamos combinar que:

c_2: representa a quantidade, em quilos, de cenoura vendida na 2ª feira da semana anterior.

c_3: representa a quantidade, em quilos, de cenoura vendida na 3ª feira da semana anterior.

c_4: representa a quantidade, em quilos, de cenoura vendida na 4ª feira da semana anterior.

c_5: representa a quantidade, em quilos, de cenoura vendida na 5ª feira da semana anterior.

c_6: representa a quantidade, em quilos, de cenoura vendida na 6ª feira da semana anterior.

Utilizando essas representações, escreva como você calcularia o total de quilos de cenoura vendidos durante essa semana.

Figura 8 – Item 3 da atividade 2

No item 4, pretendemos explorar a interpretação de uma igualdade envolvendo em um de seus membros quantidades desconhecidas. Com isso, almejamos que os alunos se apropriem ainda mais do conceito de variável, uma vez que para fazer a interpretação da equação deverão relacionar cada uma das variáveis aos elementos os quais estas representam nesta situação conforme a figura 9.

x: representa a quantidade de quilos de tomate vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

y: representa a quantidade de quilos de cenoura vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

Considerando essas representações, como você interpreta a expressão $x + y = 40$?

Figura 9 – Item 4 da atividade 2

Por fim, exploramos a interpretação de algumas expressões algébricas a fim de aprimorar a ideia de variável. Pretendemos que os estudantes abstraiam a letra utilizada e que façam uma interpretação da expressão como um todo. Para isso utilizamos expressões algébricas envolvendo diferentes tipos de operações entre os coeficientes e as variáveis, conforme a figura 10.

5. Vamos combinar que:

   z: representa a quantidade de quilos de bananas vendidos na 2ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

   Considerando essa representação, escreva como você interpreta as expressões abaixo, relativas às quantidades de quilos de banana vendidos em diferentes dias dessa semana.

   a) 3ª feira: $3 \cdot z$

   b) 4ª feira: $z - 3$

   c) 5ª feira: $\frac{z}{2}$

   d) 6ª feira: $z + 2$

Figura 10 – Item 5 da atividade 2

Convém destacar que essa, por ser a primeira aula em que os estudantes terão contato com o uso de variáveis e, consequentemente, com expressões algébricas, ambas não foram definidas, apenas pretendemos ambientá-los a estes novos objetos matemáticos para uma posterior definição destes, quando, provavelmente, os estudantes tenham um melhor entendimento daquilo que estão trabalhando. Pretendemos aqui fazer uma inversão na lógica tradicional, a qual inicia pela definição. Após estas explorações, essa será construída junto com os alunos. Além disso, lembramos que estamos levando em consideração ideias levantadas por Allevato e Onuchic (2009) no que diz respeito à introdução de conteúdos matemáticos através da Resolução de Problemas.

3.2.2 Descrição da aula e observações do professor

Inicialmente, os alunos se separaram em grupos de até quatro componentes. O professor realizou uma conversa inicial sobre o funcionamento e o comprometimento de cada um para que o trabalho em grupo tenha um bom andamento.

Os alunos receberam a primeira folha de atividades a qual continha apenas o item 1. Foi realizada uma leitura individual e discussão em grande grupo sobre o que a tabela do item trazia de informações. Na realização desta etapa não foram percebidas dificuldades pela maior parte dos estudantes, conforme podemos perceber nas respostas apresentadas pelo aluno A na figura 11.

1. **Seu João trabalha na feira. Para melhor organizar seu negócio resolveu construir uma tabela com os 5 produtos mais vendidos, na semana de 02 a 09 de setembro:**

	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira
Tomate	14 kg	12 kg	16 kg	15 kg	25 kg
Cenoura	10 kg	11 kg	9 kg	11 kg	8 kg
Maça	16 kg	14 kg	13 kg	15 kg	14 kg
Laranja	21 kg	18 kg	16 kg	17 kg	12 kg
Banana	23 kg	21 kg	22 kg	21 kg	34 kg

a) **Escreva como você calcularia o total de quilos de tomates vendidos durante a semana.** EU FARIA 14+12+16+15+25=

b) **Escreva como você calcularia o total de quilos de laranja vendidos durante a semana.** EU FARIA 21+18+16+17+12=

c) **Escreva como você calcularia o total de alimentos vendidos na 3ª feira.**
EU FARIA 12+11+14+18+21=

d) **Escreva como você calcularia o total de alimentos vendidos na 6ª feira.**
EU FARIA 25+8+14+12+34=

Figura 11- Resoluções apresentas pelo aluno A

Alguns alunos apresentaram dificuldade em interpretar e relacionar as informações que a tabela trazia. Após a intervenção do professor esses estudantes conseguiram realizar a atividade.

Na folha seguinte, o item 2 causou algum estranhamento para grande parte do grupo, pois começou o uso de letras representando quantidades desconhecidas. Foi necessário fazer uma retomada com a turma inteira para encaminhar a atividade. Fizemos a releitura da atividade e, através de perguntas e respostas, foi sendo questionado sobre o significado de cada uma das variáveis denominadas no exercício, conforme relato abaixo:

PROF: Cada uma das letras está representando uma quantidade de alimentos, por exemplo: t poderia ser 2kg, 3kg, 5,5kg ou 100kg de tomate. Devemos pensar que t representa uma quantidade indeterminada de tomate, que pode ser pequena, média ou grande. O mesmo vale para as outras letras.

M: Então podemos pensar em um valor para cada letra.

PROF: Na verdade, o que queremos é escrever uma expressão matemática que seja válida para qualquer valor que estas letras possam ser.

M: Não vamos escrever números no lugar das letras.

PROF: Não, pois neste caso estaríamos representando um único caso. Por isso vamos pensar como se fossem números, mas utilizaremos letras para escrever a expressão matemática.

PROF: Então, que expressão podemos escrever para representar a quantidade de alimentos vendidos em determinado dia da semana? Vamos pensar na atividade anterior que vocês acabaram de fazer antes.

VÁRIOS ALUNOS: Fica $t + c + m + l + b$.

Neste momento cabe destacar a importância da resolução do item anterior para chegar à compreensão e resolução deste, pois são *problemas correlatos* (POLYA, 1978) e o primeiro deles mais simples, servindo como base na construção do raciocínio necessário para resolução do segundo.

O item 3, por ser semelhante ao anterior, foi resolvido com bastante facilidade pelos grupos, conforme a resolução do aluno U na figura 12.

3. Agora, vamos combinar que:

c_2: representa a quantidade de cenoura vendida na 2ª feira da semana anterior.

c_3: representa a quantidade de cenoura vendida na 3ª feira da semana anterior.

c_4: representa a quantidade de cenoura vendida na 4ª feira da semana anterior.

c_5: representa a quantidade de cenoura vendida na 5ª feira da semana anterior.

c_6: representa a quantidade de cenoura vendida na 6ª feira da semana anterior.

Utilizando essas representações, escreva como você calcularia o total de quilos de cenoura vendidos durante essa semana. $c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6$

Figura 12- Resolução apresentada pelo aluno U

A aula deste dia encerrou com esta atividade.

Na aula seguinte os alunos receberam a folha 3, com o item 4 da sequência 2 de atividades. Nesta atividade, os alunos deveriam interpretar uma equação de 1º grau com duas variáveis, a partir de informações sobre estas. Surgiram respostas interessantes. Foi possível perceber claramente, na análise das resoluções apresentadas neste item, que os estudantes conseguiram passar de um registro monofuncional discursivo para um registro multifuncional discursivo, apesar da não congruência (DUVAL, 2012b) que existe entre a escrita da equação e a escrita discursiva. Além disso, os estudantes passam a ter contato com o uso da variável na concepção da Álgebra como o estudo de relações (USISKIN, 1995). Conforme podemos ver nas resoluções apresentadas pelos estudantes C, D e J nas figuras 13, 14 e 15, respectivamente.

4. Vamos combinar que:

x: representa a quantidade de quilos de tomate vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

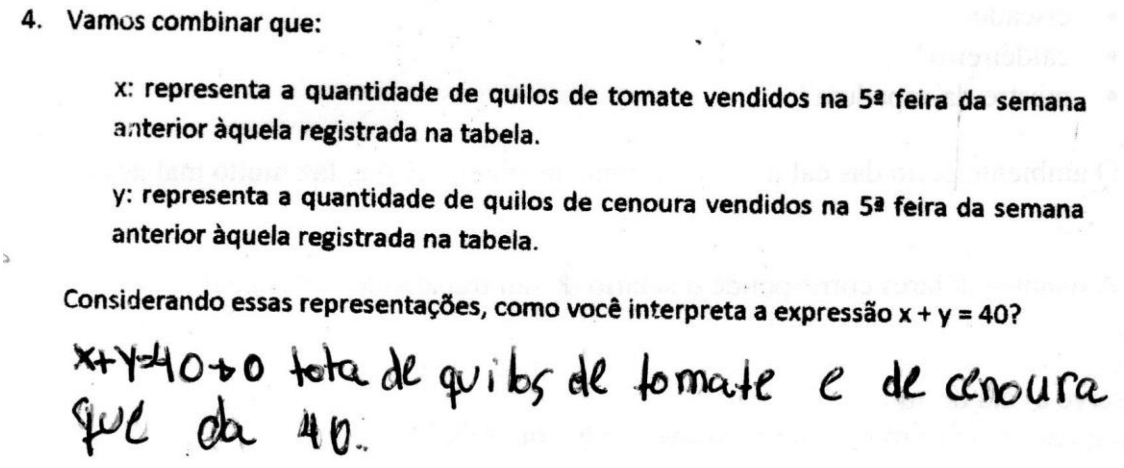
y: representa a quantidade de quilos de cenoura vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

Considerando essas representações, como você interpreta a expressão x + y = 40?

6 Total be tomates ba 5º feira anterior mais o total be cenoura ba 5º feira ante é igual a 40.

Figura 13 - Resolução apresentada pelo aluno C

Podemos perceber na escrita do aluno C a compreensão deste com relação à equação apresentada. Ela deixa de ser apenas um conjunto de símbolos para tornar-se algo com significado, conforme explicitado na interpretação apresentada.


4. **Vamos combinar que:**

x: representa a quantidade de quilos de tomate vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

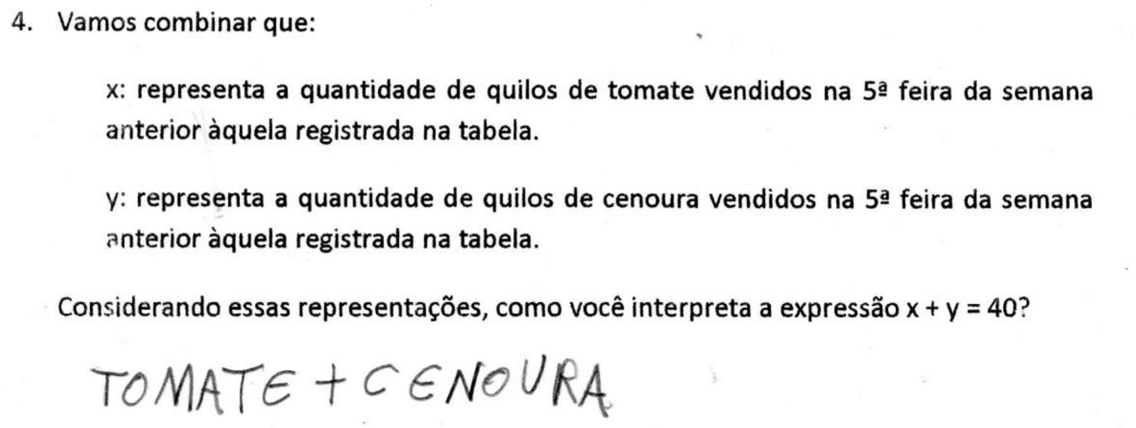
y: representa a quantidade de quilos de cenoura vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

Considerando essas representações, como você interpreta a expressão x + y = 40?

X+Y=40 o tota de quilos de tomate e de cenoura que da 40.

Figura 14- Resolução apresentada pelo aluno D

Nesta resolução, apesar da falta de estruturação da frase, também é possível perceber a transposição de um registro a outro por parte do estudante D, ou seja, aquela expressão matemática teve significado dentro do contexto.


4. Vamos combinar que:

x: representa a quantidade de quilos de tomate vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

y: representa a quantidade de quilos de cenoura vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

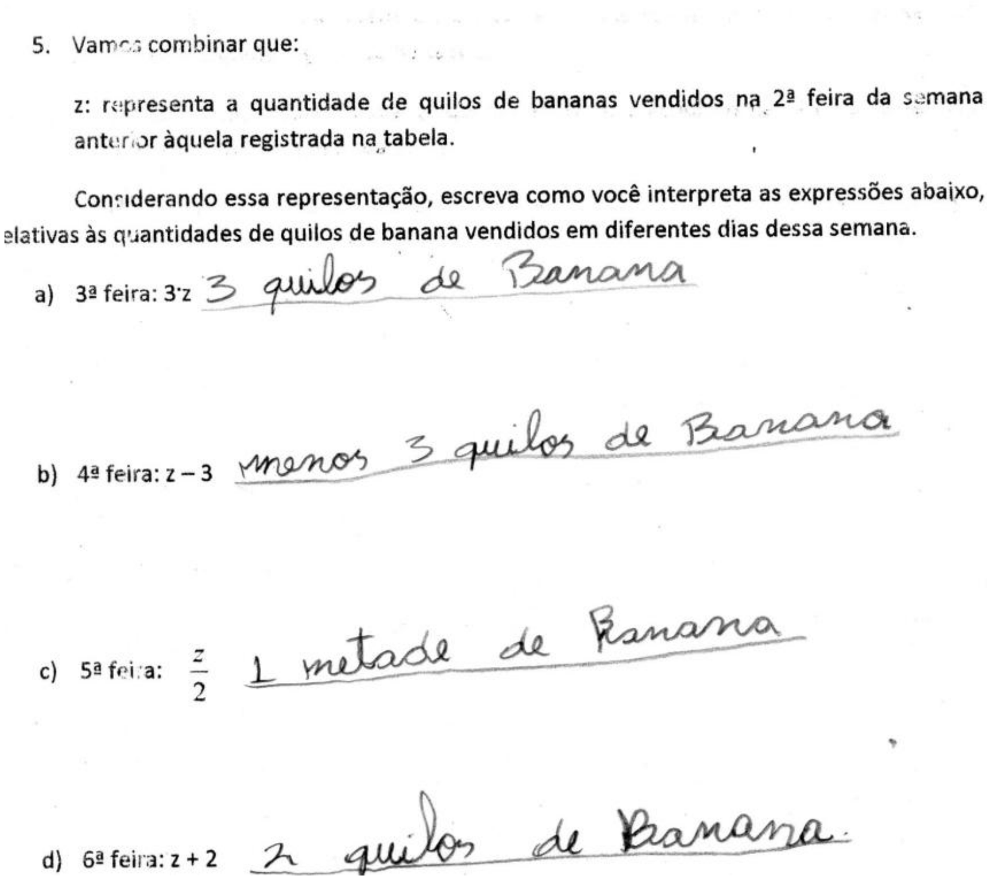
Considerando essas representações, como você interpreta a expressão x + y = 40?

TOMATE + CENOURA

Figura 15 - Resolução apresentada pelo aluno J

Percebemos que a transição entre registros foi apenas parcial, pois o aluno J não conseguiu expressar a ideia completa da sentença matemática. Sua escrita está incompleta e mistura a escrita da língua usual com símbolos matemáticos.

No último item desta atividade também foi exigido dos estudantes que passassem de um tipo de registro semiótico para outro, neste caso de um registro monofuncional discursivo para um registro multifuncional discursivo. Neste item, os alunos deveriam dar interpretações a diferentes expressões algébricas. Aqui podemos notar a ideia de variável na concepção da Álgebra como aritmética generalizada (USISKIN, 1995). Conforme podemos perceber na resolução dos alunos AB e A, nas figuras 16 e 17, respectivamente.


5. Vamos combinar que:

z: representa a quantidade de quilos de bananas vendidos na 2ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

Considerando essa representação, escreva como você interpreta as expressões abaixo, relativas às quantidades de quilos de banana vendidos em diferentes dias dessa semana.

a) 3ª feira: $3 \cdot z$ 3 quilos de Banana

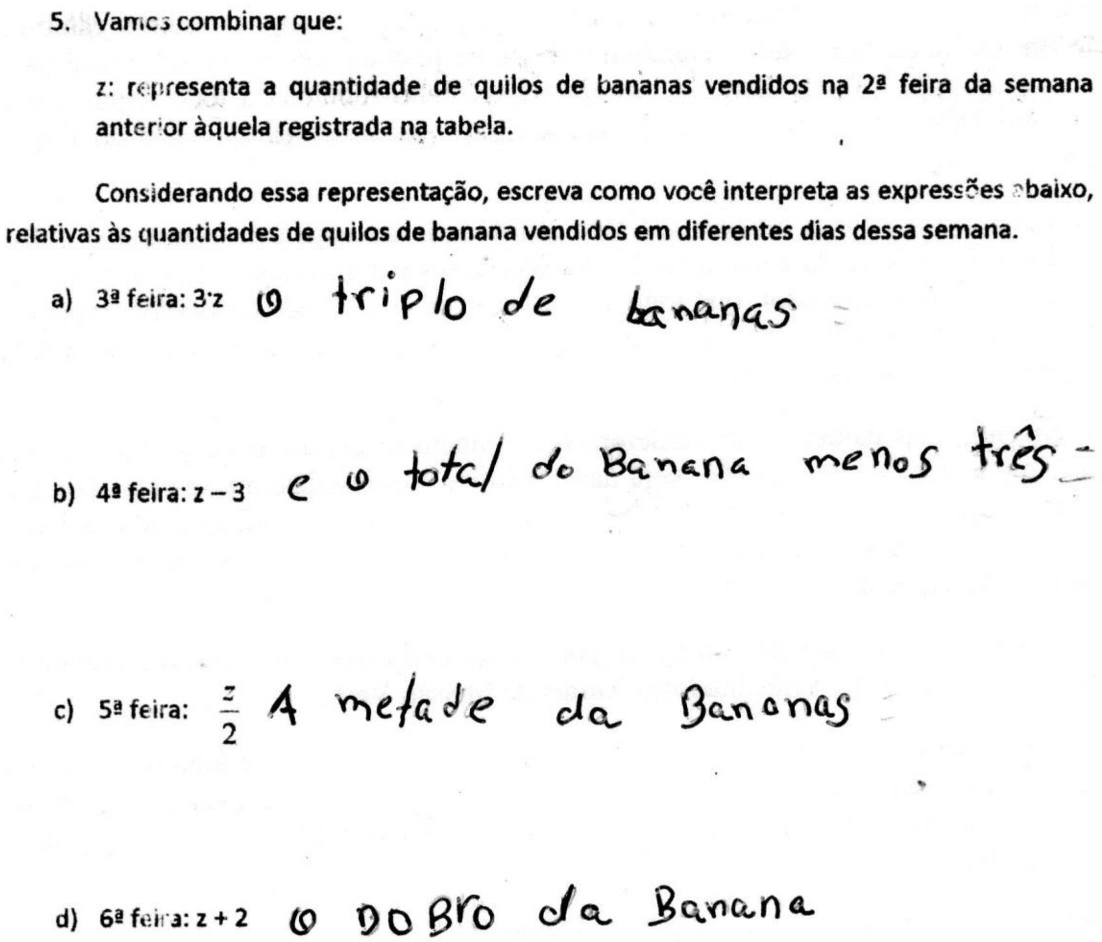
b) 4ª feira: $z - 3$ menos 3 quilos de Banana

c) 5ª feira: $\frac{z}{2}$ 1 metade de Banana

d) 6ª feira: $z + 2$ 2 quilos de Banana.

Figura 16- Resolução apresentada pelo aluno AB

Chamou-nos a atenção o fato de, em alguns itens, o estudante AB ter desconsiderado a variável e apenas ter considerado o número que aparecia na expressão algébrica, apesar de levar em conta o significado dado à letra.



5. Vamos combinar que:

z: representa a quantidade de quilos de bananas vendidos na 2ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

Considerando essa representação, escreva como você interpreta as expressões abaixo, relativas às quantidades de quilos de banana vendidos em diferentes dias dessa semana.

a) 3ª feira: $3 \cdot z$ o triplo de bananas

b) 4ª feira: $z - 3$ e o total do Banana menos três

c) 5ª feira: $\frac{z}{2}$ A metade da Bananas

d) 6ª feira: $z + 2$ o DOBro da Banana

Figura 17 - resolução apresentada pelo aluno A

Percebemos que o aluno A consegue transitar entre dois tipos de registro, apesar de no item d ter confundido a adição de dois quilos de bananas com o dobro da fruta.

Dessa forma, finalizamos a segunda parte de nossa sequência didática. Os alunos passaram a ter seu primeiro contato com variáveis e no decorrer das atividades passaram a fazer uso delas na escrita de expressões algébricas. Além disso, eles começarem a interpretar expressões algébricas, dando significado a estes objetos da Matemática.

3.3 Atividade 3 – Trabalhando com Variáveis

3.3.1 Objetivos, planejamento e expectativas

Nesta atividade pretendemos retomar as atividades que foram exploradas pelos estudantes nas duas aulas anteriores. Com isso, em grande grupo, podemos discutir eventuais dúvidas e explorar o uso de variáveis para expressar situações.

Nossos objetivos com essas atividades são:

- Retomar o uso de letras;
- Retomar a ideia de variável;
- Descrever situações através do uso da linguagem matemática – expressões numéricas e expressões algébricas;

Nesta aula os alunos não trabalharão em grupos e as atividades serão expostas no quadro.

Inicialmente será trabalhado o seguinte problema, a fim de retomar o item 1 da aula anterior:

1. *Uma loja de roupas fez um balanço das peças mais vendidas nos quatro primeiros meses do ano:*

	Janeiro	*Fevereiro*	*Março*	*Abril*
Blusa	*52*	*42*	*43*	*59*
Calça	*16*	*25*	*30*	*22*
Pares de meias	*104*	*98*	*96*	*109*

a) *Escreva como calcular o total de peças vendidas em Janeiro*

b) *Escreva como calcular o total de peças vendidas em Março.*

c) *Escreva como calcular o total de blusas vendidas nesses meses*

d) *Escreva como calcular o total de pares de meias vendidas nesses meses*

Com essa atividade, pretendemos que os estudantes consigam superar dúvidas com relação ao uso de informações das colunas e/ou linhas da tabela, uma vez que alguns estudantes apresentaram dúvidas nas aulas anteriores. Além disso, destacaremos que, como o objetivo é escrever “como calcular”, estaremos interessando no procedimento e não no resultado final. Por isso, nestes casos basta escrever a expressão numérica.

Para retomar o uso de expressões algébricas, faremos a seguinte atividade:

2. *Agora vamos fazer as seguintes combinações:*

   b: representa o total de blusas vendidas no mês;

   c: representa o total de calças vendidas no mês;

   m: total de pares de meias vendida no mês.

   a) *Usando essas combinações escreva uma expressão que represente o total de blusas, calças e meias vendidas no mês.*
   b) *Agora, represente o total de calças e blusas vendidas no mês.*
   c) *Agora, represente o total de calças e meias.*
   d) *Agora, represente o total de blusas e meias.*

Dessa forma, almejamos que os alunos consigam resolver dúvidas com relação ao uso de expressões algébricas para expressar situações. Enfatizaremos que a variável, representada por uma letra, está representado um número qualquer e, por esse motivo, devemos aprender a manipulá-las independente do valor que estas representem.

Para fechar a aula, passaremos ao seguinte problema:

3. *Na loja Garton, um par de tênis custa R$50,00. Escreva como você calcularia o custo de:*

   a) *2 pares de tênis;*
   b) *8 pares de tênis;*
   c) *70 pares de tênis;*

Agora, represente por x a quantidade de pares de tênis comprados e escreva uma expressão que represente o custo de x tênis.

Esperamos que nesta aula os alunos participem e, a partir disso, seja possível perceber e superar eventuais dúvidas que tenham ficado em relação ao trabalho desenvolvido nas aulas anteriores. Além disso, pretendemos enriquecer a experiência dos estudantes com uma variedade de problemas resolvidos, pois, segundo Polya (1978), o conhecimento acumulado contribui na construção de ideias para a resolução de outros problemas.

3.3.2 Descrição da aula e observações do professor

Conforme o planejamento, nesta aula os alunos não trabalharam em grupos e as discussões foram todas realizadas com o grande grupo. Foram bastante discutidos os três problemas e, com isso, algumas dúvidas surgiram e serão descritas nesta secção.

Na discussão do exercício 1, os estudantes participaram bastante e não surgiram dúvidas. Para explorar os itens na tabela, o professor fez diversas perguntas como:

PROF: Quantas blusas foram vendidas em janeiro?

Grupo: 22.

PROF: Quantas calças foram vendidas em março?

Grupo: 16

PROF: Atenção. Em março? Olhem bem!

Alguns respondem baixo: 30

PROF: Sim, 30.

PROF: Quantos pares de meias foram vendidos em fevereiro?

Grupo: 98

Na parte em que deveriam ser escritas expressões numéricas, também houve grande participação do grupo:

PROF: Olhem o que está sendo pedido. Escreva como calcular o total de peças vendidas em janeiro. Não é para calcular o resultado final. Apenas queremos escrever a expressão numérica que representa essa situação.

Grupo: Tem que pegar os números de Janeiro.

PROF: Ok. Mas, qual a operação?

Grupo: mais

PROF: adição

Grupo: 52 + 16 + 104.

PROF: o que é o 52?

Grupo: As blusas.

PROF: o que é o 16?

Grupo: calça.

PROF: E o 104?

Grupo: meia.

PROF: Então, pessoal, o que acabamos de escrever foi uma expressão numérica. Uma expressão matemática envolvendo números e operações.

Da mesma forma, ocorreram as discussões com relação aos outros itens do exercício 1.

No exercício 2, passamos a retomar a utilização de expressões algébricas. As discussões se deram da seguinte forma:

PROF: Agora, não temos um número específico. Temos uma letra que está representando um número. Que número ele é não sei. O b é o total de blusas vendidas no mês. Ele representa um número, mas vocês não determinaram quem é esse número. Pode ser 20, 30, 100 ou qualquer outro. Pensem que ele é um número. O mesmo serve para o c e o m. O c representa quantidade de calças, mas não está determinada quantas.

PROF: Usando estas representações como expressar o total de peças vendidas no mês?

Grupo: b

PROF: Mas o que é o b?

Grupo: são as blusas.

PROF: E agora, qual a operação?

Grupo: mais

PROF: Adição.

Grupo: c.

PROF: que é o número de calças

Grupo: mais m.

PROF: isso que nós acabamos de escrever é o que chamamos de expressão algébrica. Isso é uma expressão matemática envolvendo letras e operações, onde estas letras representam números. O b é a quantidade blusas, c, de calça, e, m, de pares de meias.

Aluno K: e qual o resultado disso?

PROF: Resultado tu queres dizer um número final? – o aluno K balança a cabeça afirmativamente.

PROF: O resultado vai depender dos valores de b, c e m.

PROF: Por exemplo, em cada mês o b teve diferentes valores. O mesmo vale para c e m. Essas letras variam de valor. Elas são chamadas de variáveis.

Pela falta de tempo, o exercício 3 ficou de fora. No fechamento da aula, foram retomados os assuntos discutidos durante a mesma, dando destaque às ideias de expressão numérica, expressão algébrica e variável.

3.4 Aprofundando o uso de variáveis

3.4.1 Objetivos, planejamento e expectativas

Nesta etapa da sequência de atividades desenvolvidas, almejamos aprofundar o uso de variáveis através de atividades que ajudem a desenvolver o pensamento algébrico (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993).

Nossos objetivos são os seguintes:

- Aprofundar o uso de letras;
- Exercitar a ideia de variável;
- Descrever situações através do uso da linguagem matemática – expressões numéricas e expressões algébricas;
- Interpretar expressões algébricas.
- Obter generalizações a partir de sequências.

As atividades planejadas foram divididas em duas etapas: na primeira delas as atividades são generalizações de situações aritméticas e, na segunda etapa, trabalha-se com sequências geométricas e numéricas.

Na primeira etapa, os alunos receberão três situações matemáticas e sobre elas são feitos questionamentos sobre quantidades inicialmente numéricas e, posteriormente, quantidades genéricas, conforme as figuras 18, 19 e 20, respectivamente. Dessa forma, os alunos poderão desenvolver a ideia de variável como generalizadora de modelos (USISKIN, 1995).

ETAPA I

1. Na sorveteria Geladinho qualquer picolé custa 3 reais. Indique como você calcularia o custo de:

   a) 5 picolés?

   b) 10 picolés?

   c) 15 picolés?

   d) Representando por **x** a quantidade de picolés, como você representaria o custo de **x** picolés.

Figura 18 - Item 1 da atividade 4

2. Quando Paulo subiu na balança, o ponteiro indicou 90 kg. Em cada caso, indique como você calcularia o peso de Paulo se:

   a) Ele ganhar 10 kg:

   b) Ele ganhar **x** kg;

   c) Ele perder 5 kg:

   d) Ele perder **y** kg:

Figura 19 - Item 2 da atividade 4

3. No pátio de uma concessionária há 30 carros que não foram vendidos. Indique como você calcularia se no estacionamento tivessem:

   a) 3 vezes mais carros:

   b) t vezes mais carros

Figura 20 - Item 3 da atividade 4

Esperamos que os estudantes apresentem uma maior desenvoltura no trabalho com variáveis e comecem a se familiarizar com o processo de generalização utilizando a linguagem matemática. Atividades deste tipo, em que os alunos devem perceber regularidades e aspectos que variam ou não variam fazem parte do processo de generalização e, por esse motivo, são importantes no desenvolvimento do pensamento algébrico, aqui entendido segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Na segunda etapa buscamos o trabalho com sequência por acreditarmos que este tipo de atividade contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que ressalta a ideia de trabalhar a percepção de regularidades. (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993). Além disso, expressar sequências numéricas ou geométricas através da linguagem algébrica faz com que os estudantes tenham contato com diferentes formas de registro, aqui entendido conforme Duval (2012b).

No item 4 é apresentada uma sequência de figuras formadas por bolinhas, conforme a figura 21. Primeiramente os alunos devem observá-la e, posteriormente, passam a explorá-la através do desenho das figuras seguintes da sequência. No segundo estágio são feitas questões sobre a quantidade de bolinhas que comporão figuras em posições mais avançadas. Por fim, os alunos devem escrever um procedimento, através de uma expressão algébrica, que possibilite obter o total de bolinhas que compõe uma figura qualquer da sequência de cada problema, a partir da sua posição.

ETAPA II

4. Observe as figuras abaixo:

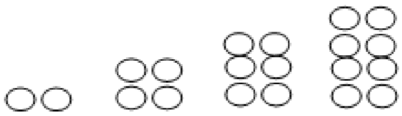


fig. 1 fig. 2 fig.3 fig.4

a) Desenhe as figuras 5, 6 e 7.

b) Quantas bolinhas terá a figura 10?

c) Quantas bolinhas terá a figura 21?

d) Quantas bolinhas terá a figura 77?

e) Indique como você calculou o número de bolinhas em cada um dos itens acima

f) Considere agora a figura **n**. Consegue encontrar um processo que nos indique o número de bolinhas dessa figura? Explique-o.

Figura 21 - Item 4 da atividade 4

Com isso, esperamos que através da exploração da sequência, desenhando termos da mesma, e também através do trabalho com variáveis realizado anteriormente, os estudantes consigam ter ferramentas que os auxiliem a escrever uma expressão algébrica que simbolize a quantidade de bolinhas da figura de acordo com sua posição na sequência.

O item 5 desta sequência de atividades é bastante semelhante ao anterior. Foram utilizadas figuras semelhantes àquelas do item 4, porém sobre cada uma delas foi acrescentada uma bolinha, conforme a figura 22.

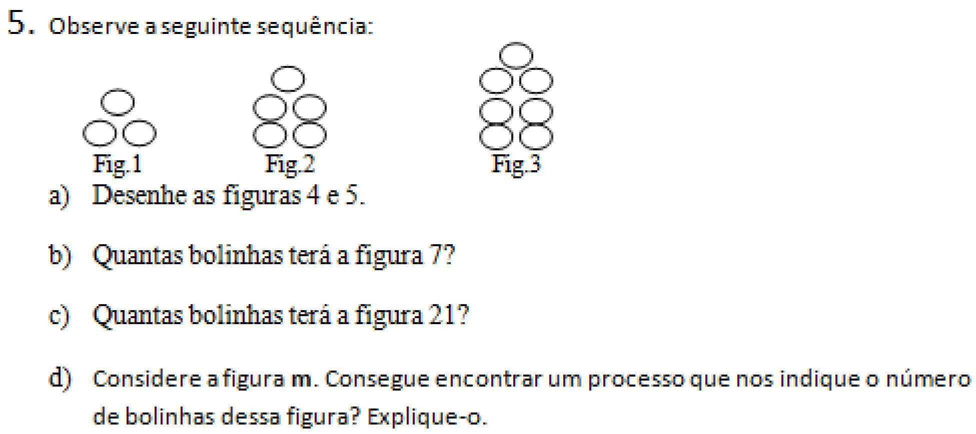

5. Observe a seguinte sequência:

Fig.1 Fig.2 Fig.3

a) Desenhe as figuras 4 e 5.

b) Quantas bolinhas terá a figura 7?

c) Quantas bolinhas terá a figura 21?

d) Considere a figura **m**. Consegue encontrar um processo que nos indique o número de bolinhas dessa figura? Explique-o.

Figura 22- Item 5 da atividade 4

Esperamos que os estudantes relacionem estas figuras com as do item anterior e percebam que, para obter a expressão algébrica, a qual possibilita calcular o número de bolinhas da composição da figura a partir de sua posição, basta adicionar um ao termo obtido antes.

Por fim, para familiarizar os estudantes a trabalharem com sequências numéricas, escolhemos uma bastante conhecida: a sequência dos números ímpares, e que possui uma propriedade bastante interessante em relação à soma dos seus termos, conforme a figura 23.

6. Considera o seguinte triângulo de números:

1
1 3
1 3 5
1 3 5 7
1 3 5 7 9
1 3 5 7 9 11
_ _ _ _ _ _ _ _

a) Escreva a sétima linha.

b) Adiciona os números de uma mesma linha e completa a tabela que se segue com os resultados.

Linha nº	Soma dos números da linha
1	1
2	4
3	
4	
5	
6	
7	

c) Observando os resultados obtidos, indique qual a soma dos números da oitava linha do triângulo, **sem a escrever**.

d) Qual é o número da linha do triângulo cuja soma dos números é 81?

e) Qual é o número da linha do triângulo cuja soma dos números é 100?

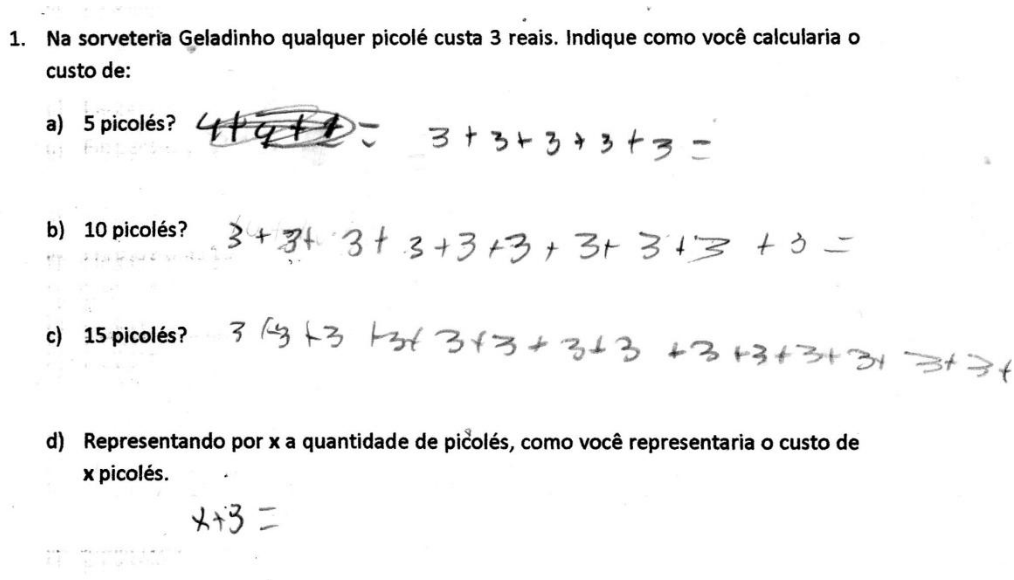
f) Considere a linha **n**. Consegue encontrar um processo que nos indique a soma dos números dessa linha do triângulo? Explique-o.

Figura 23 - Item 6 da atividade 4

Almejamos que os estudantes percebam que soma dos números de uma linha n é igual a n². Com isso, esperamos explorar a percepção de regularidades e o processo de generalização a fim de contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993).

3.4.2 Descrição da aula e observações do professor

Na primeira atividade os estudantes não apresentaram muitas dificuldades. Entretanto, um dos obstáculos que surgiu foram alunos que tiveram dificuldade em obter a generalização solicitada, pois ao invés de utilizarem a operação de multiplicação, optaram pela adição. Uma hipótese levantada para explicar essa escolha é a falta de compreensão do conceito de multiplicação. Com isso, não conseguiram obter uma expressão correta para o caso em que o número de picolés comprados era x e, não um valor numérico, conforme a resolução do aluno E na figura 24.


1. Na sorveteria Geladinho qualquer picolé custa 3 reais. Indique como você calcularia o custo de:

a) 5 picolés? ~~4+4+4+4~~ = 3+3+3+3+3 =

b) 10 picolés? 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3 =

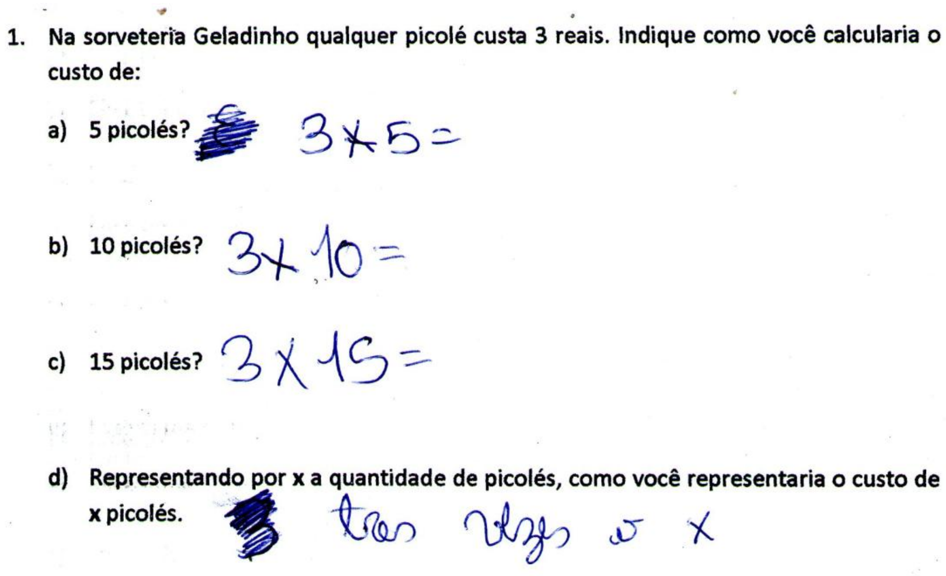
c) 15 picolés? 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+

d) Representando por x a quantidade de picolés, como você representaria o custo de x picolés.

x+3 =

Figura 24 – Resolução apresentada pelo aluno E

Alunos que optaram pela multiplicação chegaram à expressão correta. Obtivemos dois tipos de respostas, quanto ao tipo de registro utilizado, conforme as resoluções dos alunos Q e K nas figuras 25 e 26, respectivamente.


1. Na sorveteria Geladinho qualquer picolé custa 3 reais. Indique como você calcularia o custo de:

a) 5 picolés? 3x5=

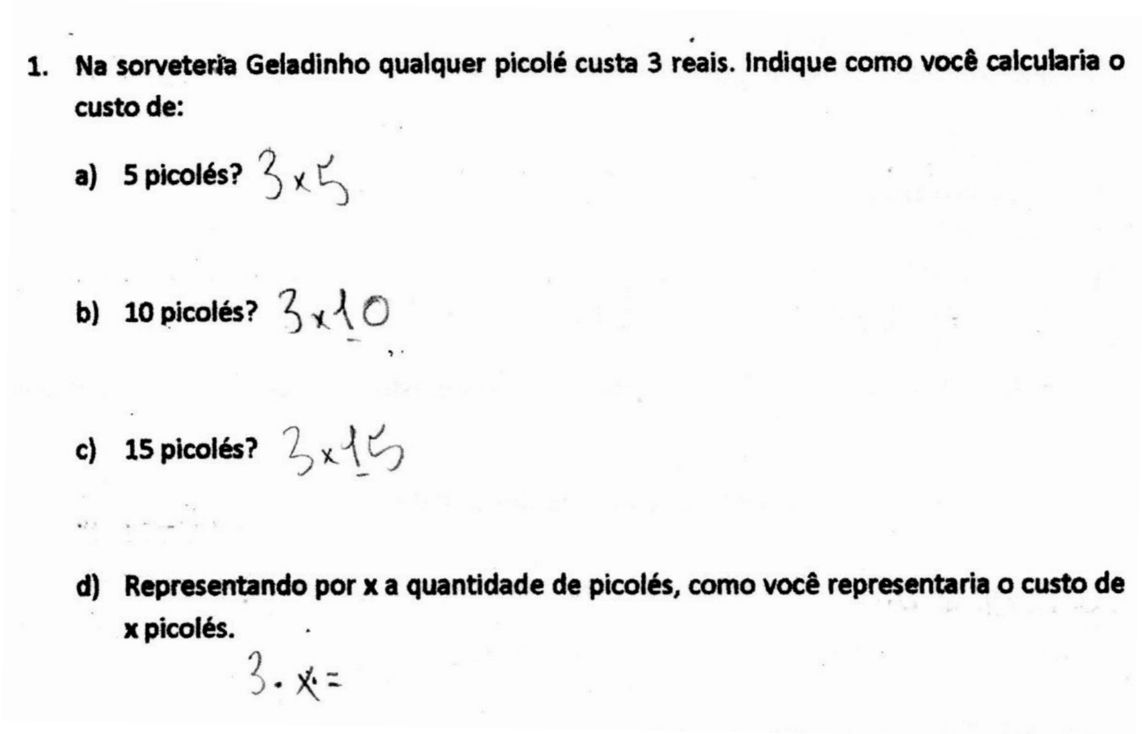
b) 10 picolés? 3x10=

c) 15 picolés? 3x15=

d) Representando por x a quantidade de picolés, como você representaria o custo de x picolés. tres vezes o x

Figura 25 - Resolução apresentada pelo aluno Q

O aluno Q optou pelo registro através da escrita discursiva, o que de acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) também é uma forma de expressar o pensamento algébrico. Creditamos essa escolha pelo fato de a linguagem algébrica ser algo novo e, isto, pode ter causado alguma insegurança no momento de expressar sua resposta.



1. Na sorveteria Geladinho qualquer picolé custa 3 reais. Indique como você calcularia o custo de:

a) 5 picolés? 3x5

b) 10 picolés? 3x10

c) 15 picolés? 3x15

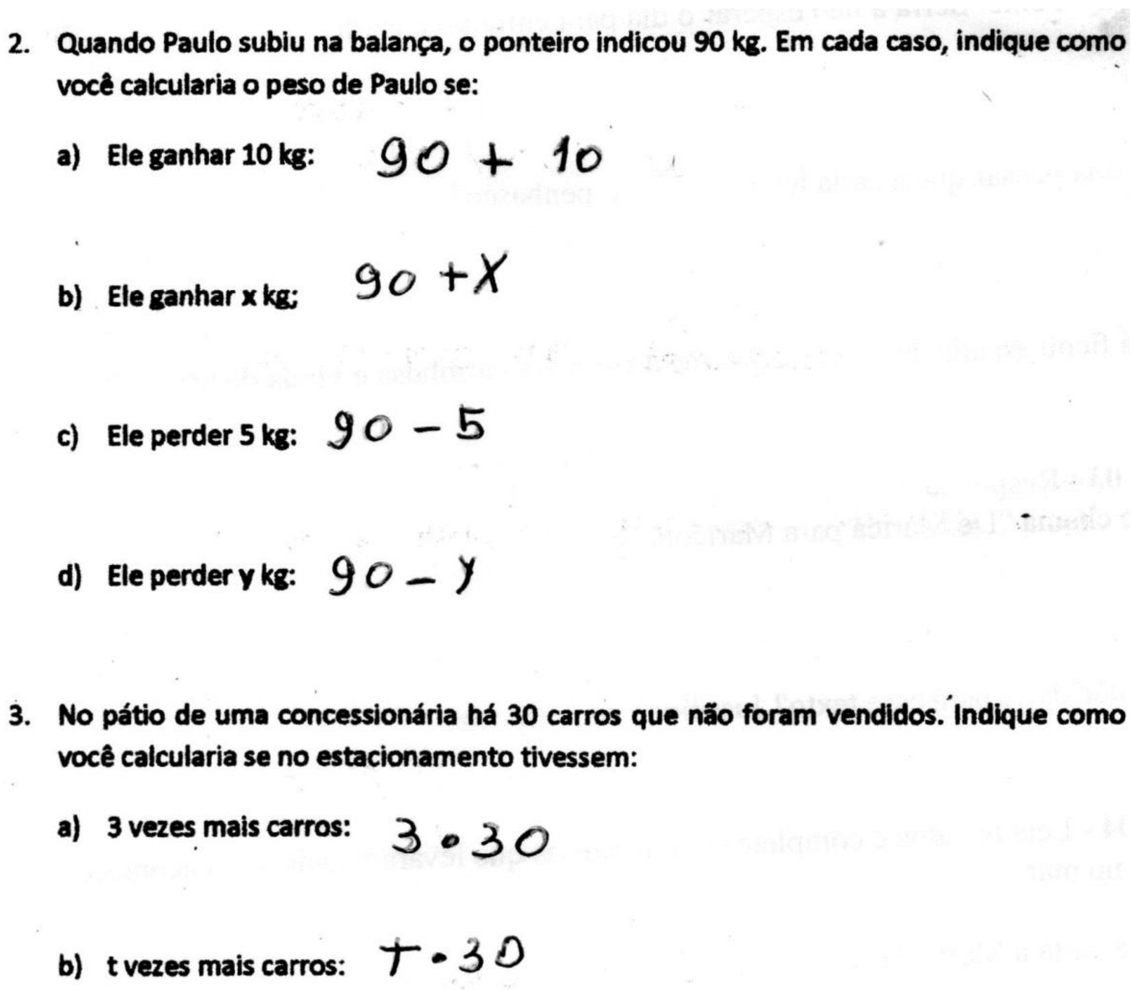
d) Representando por x a quantidade de picolés, como você representaria o custo de x picolés.

3 . x =

Figura 26 - Resolução apresentada pelo aluno K

Já o aluno K optou pela escrita matemática.

Na resolução dos itens 2 e 3, os alunos tiveram bastante facilidades em realizar aquilo que estava sendo solicitado, conforme a resolução do aluno M na figura 27.



2. **Quando Paulo subiu na balança, o ponteiro indicou 90 kg. Em cada caso, indique como você calcularia o peso de Paulo se:**

   a) **Ele ganhar 10 kg:** $90 + 10$

   b) **Ele ganhar x kg:** $90 + X$

   c) **Ele perder 5 kg:** $90 - 5$

   d) **Ele perder y kg:** $90 - y$

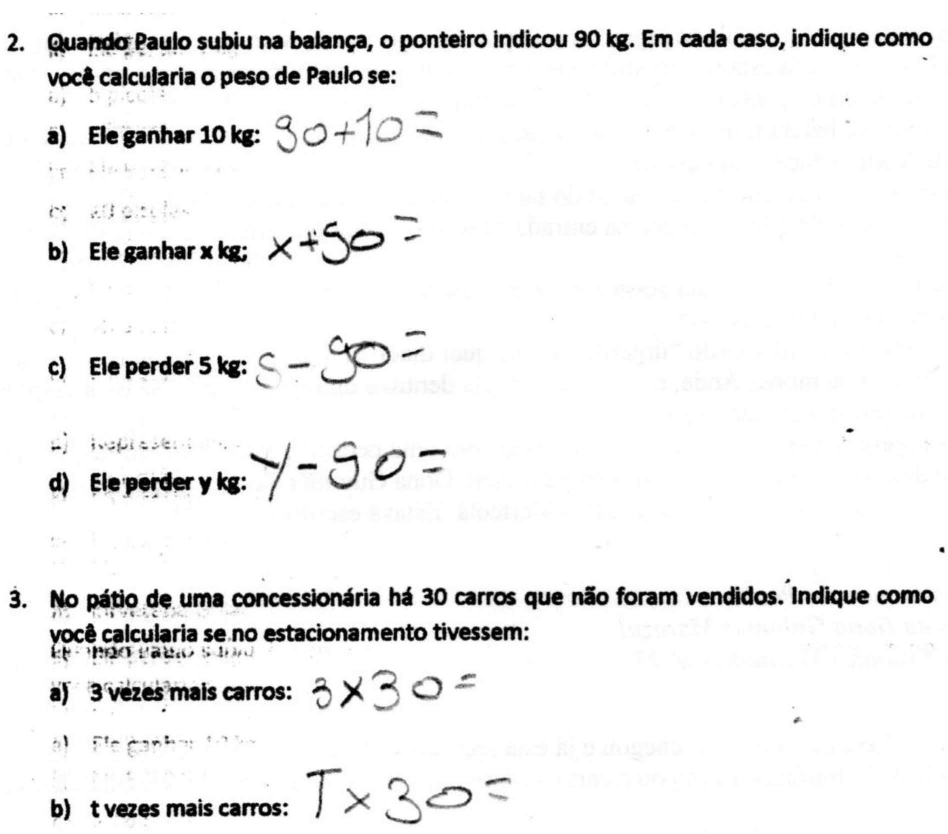
3. **No pátio de uma concessionária há 30 carros que não foram vendidos. Indique como você calcularia se no estacionamento tivessem:**

   a) **3 vezes mais carros:** $3 \cdot 30$

   b) **t vezes mais carros:** $t \cdot 30$

Figura 27- Resolução apresentada pelo aluno M

Chamou-nos a atenção o fato de que alguns alunos continuam utilizando o sinal de igualdade após a escrita da expressão algébrica, mesmo após observações do professor de que estas terão um valor único apenas quando forem atribuídos valores às variáveis, conforme a resolução do aluno U na figura 28.



2. Quando Paulo subiu na balança, o ponteiro indicou 90 kg. Em cada caso, indique como você calcularia o peso de Paulo se:

a) Ele ganhar 10 kg: 90+10=

b) Ele ganhar x kg: x+90=

c) Ele perder 5 kg: 5-90=

d) Ele perder y kg: y-90=

3. No pátio de uma concessionária há 30 carros que não foram vendidos. Indique como você calcularia se no estacionamento tivessem:

a) 3 vezes mais carros: 3x30=

b) t vezes mais carros: Tx30=

Figura 28- Resolução apresentada pelo aluno U

O uso da igualdade pode estar relacionado ao costume, desenvolvido ao longo da trajetória escolar, de atribuir um único número como representando a resposta de uma situação matemática.

A segunda folha desta sequência de atividades inicia com a exploração de sequências geométricas. Na resolução do primeiro item, grande parte dos estudantes não teve dificuldade em desenhar os próximos termos da sequência e, consequentemente, em calcular quantas bolinhas formavam a figura do termo solicitado. Os estudantes não tiveram dificuldades em perceber que as figuras eram formadas por duas colunas e o número de bolinhas de cada uma delas é exatamente igual à posição que ela ocupa na sequência, conforme o diálogo abaixo:

J: “Sor” a figura 10 vai ter 20 bolinhas, “né"?

PROF: Por quê?

J: Porque numa coluna tem 10 e na outra também 10.

PROF: Ok, é isso aí.

Os estudantes J, T, O e Y continuaram no diálogo a respeito de quantas bolinhas teriam as figuras 21 e 77, respectivamente. Depois de algum tempo o professor retorna e faz alguns questionamentos sobre as resoluções apresentadas pelos estudantes, conforme o diálogo abaixo:

PROF: E ai?! Como ficou na figura n?

PROF: Vamos ver desde o início. Quando era a figura 10, como é que vocês obtiveram o total?

J: Duas vezes o número 10!

PROF: Sim, duas vezes o número 10. Quando era a figura 21, como é que ficou?

T: Duas vezes 21!

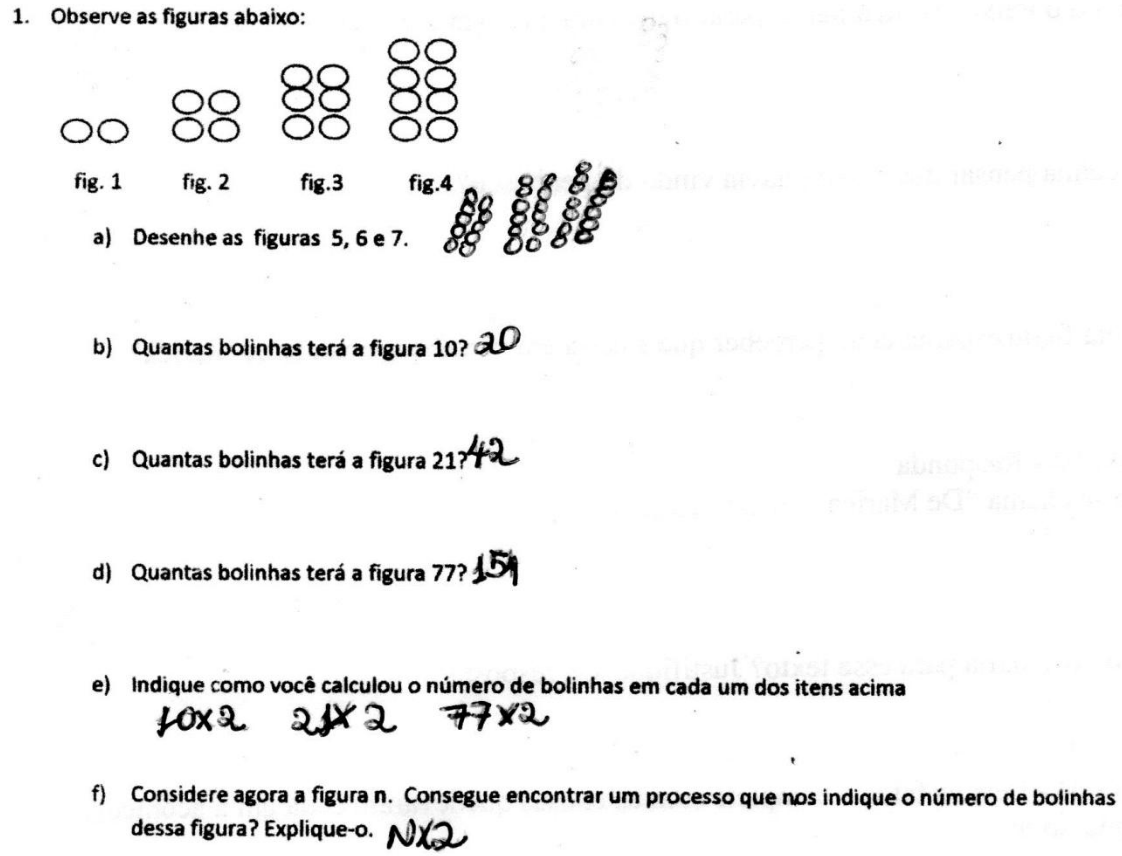
PROF: Quando era a figura 77, como é que ficou?

J, T, O e Y: Duas vezes 77!

PROF: E agora que é a figura n?

J: Duas vezes o n.

Na figura 29 podemos ver as resoluções apresentadas pelo aluno J.



1. Observe as figuras abaixo:

fig. 1 fig. 2 fig.3 fig.4

a) Desenhe as figuras 5, 6 e 7.

b) Quantas bolinhas terá a figura 10? 20

c) Quantas bolinhas terá a figura 21? 42

d) Quantas bolinhas terá a figura 77? 154

e) Indique como você calculou o número de bolinhas em cada um dos itens acima

10x2 21x2 77x2

f) Considere agora a figura n. Consegue encontrar um processo que nos indique o número de bolinhas dessa figura? Explique-o. NX2

Figura 29- Resolução apresentada pelo aluno J

No item 2 da mesma folha, os estudantes não apresentaram dificuldades em resolver as partes iniciais, em que era solicitado que desenhassem as próximas figuras da sequência ou calcular o número de bolinhas que formavam as figuras das posições 7 e 21. Contudo, no momento de expressar o termo geral da sequência, muitos apresentaram dificuldades em expressar a colocação de uma bolinha sobre cada as figuras, conforme o diálogo abaixo:

T: 7 + 7?

J:14.

T: É, 7 com 7 é 14.

J: Então dá 14.

T: Só que tem mais um em cima.

J:15.

T: 21, 21 dá 42.

J: Tem 21 de cada lado e mais um em cima.

T:43.

J: É sempre uma em cima!

T: É m vezes 2 mais 1.

J: É igual o de cima. Só que tem mais 1.

Na figura 30 podemos ver as resoluções apresentadas pelo aluno J no item 2.

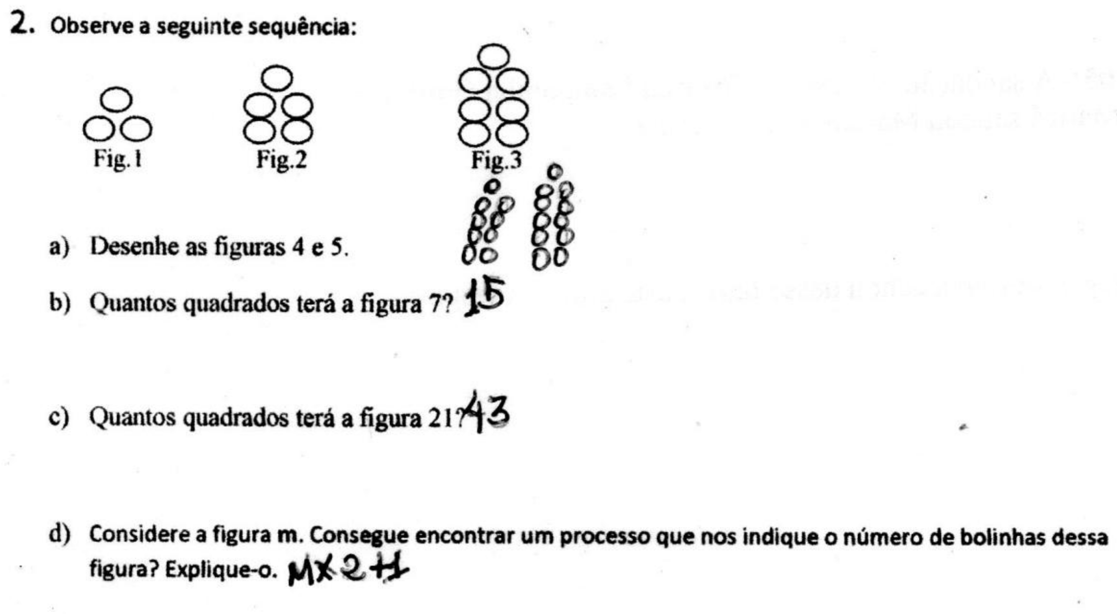


Figura 30- Resolução apresentada pelo aluno J

Após esses diálogos e as resoluções apresentadas, podemos perceber que o pensamento algébrico (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993) dos estudantes amadurece à medida que as atividades vão sendo realizadas. Com isso, podemos perceber que é possível ensinar Álgebra de forma que as expressões e variáveis tenham significado, além é claro do trabalho com diferentes concepções de variáveis (USISKIN, 1995) e registros semióticos (DUVAL, 2012b).

A aula encerrou com a realização desta atividade.

O encontro seguinte iniciou com o item final dessa sequência de atividades. Antes de iniciar o item que explora a sequência dos números ímpares e a soma de seus termos, foi relembrado junto ao grupo os conceitos relacionados à paridade dos números inteiros. Ainda em grande grupo foi explicado aos estudantes a formatação do triângulo de números e o que se entendia por linha no mesmo.

No item 3a), onde os estudantes deveriam escrever a sétima linha do triângulo, não houve dificuldades. Já no 3b), muitos estudantes no primeiro momento erraram na soma dos elementos das linhas e isso dificultou para que os alunos percebessem algum padrão que os ajudassem a resolver os demais itens. Após a intervenção do professor os cálculos foram refeitos.

A partir do acerto nos cálculos, os alunos concluíram através da tabela que a soma dos números de uma determinada linha era o número da linha multiplicado por ele mesmo, conforme resolução dos alunos D e AA nas figuras 31 e 32, respectivamente.

3. Considera o seguinte triângulo de números:

1
1 3
1 3 5
1 3 5 7
1 3 5 7 9
1 3 5 7 9 11
135791113

a) Escreva a sétima linha.

1 3 5 7 9 11 13

b) Adiciona os números de uma mesma linha e completa a tabela que se segue com os resultados. 7

Linha nº	Soma dos números da linha
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49

c) Observando os resultados obtidos, indique qual a soma dos números da oitava linha do triângulo, **sem a escrever**

64

d) Qual é o número da linha do triângulo cuja soma dos números é 81?

é a nona linha por qie 9x9 é igual 8

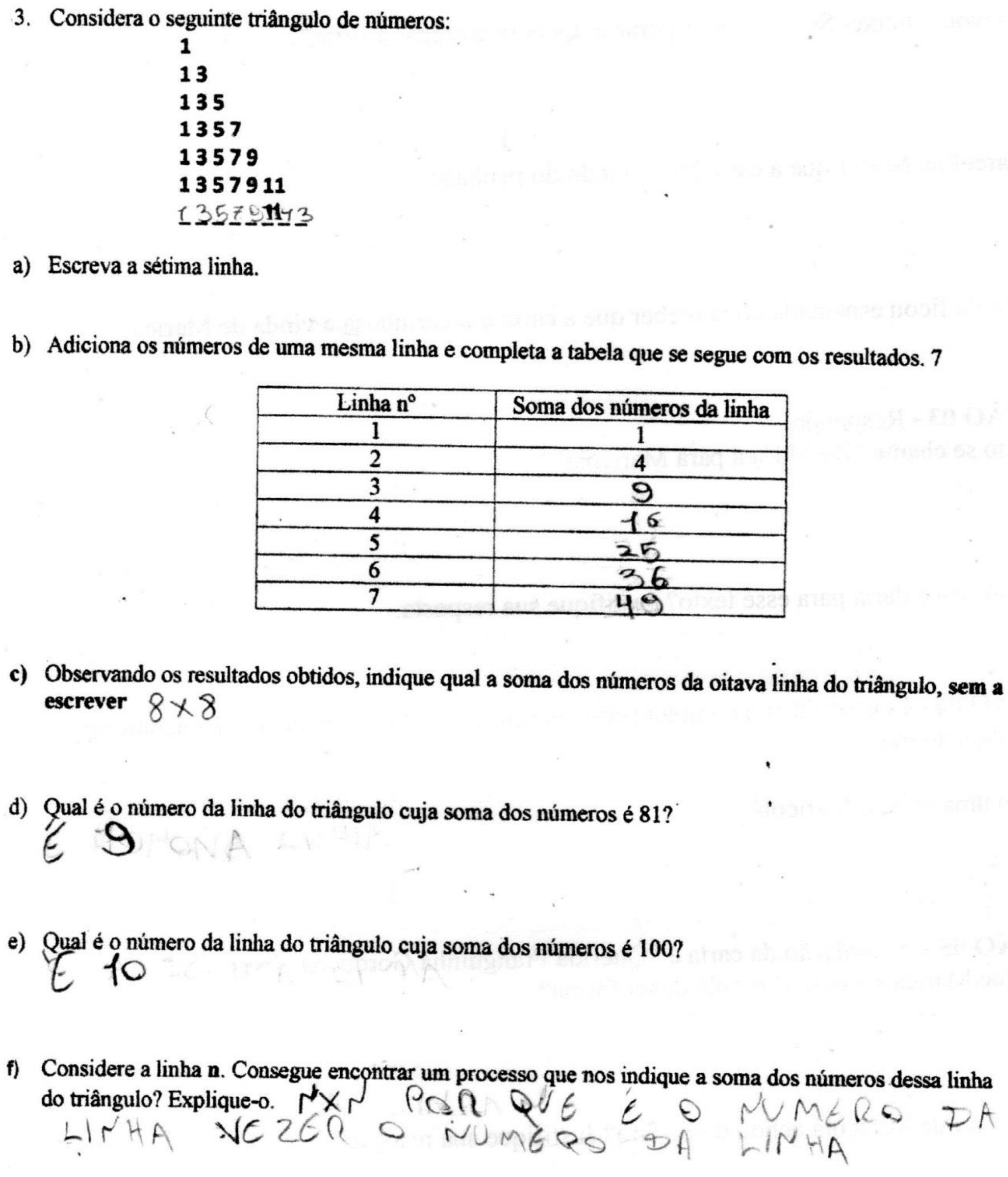
e) Qual é o número da linha do triângulo cuja soma dos números é 100?

É a decima linha porque 10·10 é 100

f) Considere a linha **n**. Consegue encontrar um processo que nos indique a soma dos números dessa linha do triângulo? Explique-o.

n·n é o nº da linha multiplicado pelo mesmo nº n·n

Figura 31- Resolução apresentada pelo aluno D



3. Considera o seguinte triângulo de números:

1
1 3
1 3 5
1 3 5 7
1 3 5 7 9
1 3 5 7 9 11
1 3 5 7 9 11 13

a) Escreva a sétima linha.

b) Adiciona os números de uma mesma linha e completa a tabela que se segue com os resultados. 7

Linha nº	Soma dos números da linha
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49

c) Observando os resultados obtidos, indique qual a soma dos números da oitava linha do triângulo, sem a escrever 8×8

d) Qual é o número da linha do triângulo cuja soma dos números é 81?
É 9

e) Qual é o número da linha do triângulo cuja soma dos números é 100?
É 10

f) Considere a linha n. Consegue encontrar um processo que nos indique a soma dos números dessa linha do triângulo? Explique-o. N×N POR QUE É O NUMERO DA LINHA VEZER O NUMERO DA LINHA

Figura 32- Resolução apresentada pelo aluno AA

Ao finalizar a Sequência de Atividades 4, diante da análise apresentada acima podemos concluir que os estudantes conseguiram aprimorar ainda mais a ideia de variável. Além disso, possibilitamos aos estudantes o contato com outras situações em que o uso do pensamento e da linguagem matemática se faz necessário através de diferentes tipos de registros, enriquecendo a quantidade de problemas resolvidos por eles, o que os auxiliará posteriormente a ter *boas ideias* (POLYA, 1978).

3.5 Atividade 5 - Formalizando conceitos e escrevendo fórmulas

3.5.1 Objetivos, planejamento e expectativas

Nesta sequência de atividades formalizaremos os conceitos de expressão algébrica e variável. Acreditamos que, após o trabalho desenvolvido até o momento, os alunos estão maduros o suficiente para construção desses conceitos. No segundo momento, a partir de diferentes situações os alunos passarão a escrever fórmulas.

Nossos objetivos nesta sequência serão:

- Descrever situações através do uso da linguagem matemática – expressões numéricas e expressões algébricas;
- Generalizar situações-problemas;
- Definir expressão algébrica;
- Definir variável;
- Escrever fórmulas;
- Introduzir o conceito de valor numérico.

A primeira parte consiste em retomar atividades envolvendo padrões geométricos e, a partir das expressões obtidas, construir junto aos estudantes os conceitos de variável e expressão algébrica, realizando a etapa de formalização em linguagem matemática, sugerido por Allevato e Onuchic (2009) no trabalho com Resolução de Problemas para introdução de novos conteúdos matemáticos.

A segunda parte inicia por uma atividade com tabelas, conforme a figura 33. Nestas atividades, mais uma vez estamos propiciando aos estudantes a oportunidade de desenvolver o *pensamento algébrico* (FIORENTINI, MIORIM E MIGUEL, 1993). Ao escrever uma fórmula em cada um dos problemas, estaremos trabalhando a Álgebra através da *relação entre variáveis*, concepção destacada por USISKIN (1995).

1. Complete a tabela com os números que faltam relacionando à coluna da direita à coluna da esquerda:

1	3
2	6
3	9
4	12
5	
6	

a) Representado por **E** os números da coluna da esquerda e por **D** os números da coluna da direita. Como podemos escrever uma fórmula que relacione os números da coluna direita com os números da coluna esquerda.

b) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine D nos seguintes casos:
b1) E = 30 b2) E = 18 b3) E = 112.

2. Complete a tabela com os números que faltam relacionando à coluna da direita à coluna da esquerda:

1	3
2	4
3	5
4	6
5	
6	

a) Representado por **E** os números da coluna da esquerda e por **D** os números da coluna da direita. Como podemos escrever uma fórmula que relacione os números da coluna direita com os números da coluna da esquerda.

b) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine D nos seguintes casos:
b1) E = 30 b2) E = 18 b3) E = 112.

Figura 33 - Itens 1 e 2 da atividade 5

Os alunos deverão relacionar as colunas da tabela e, a partir disso, preencher os elementos que faltam. O segundo estágio consiste em obter uma fórmula que relacione essas colunas. Aproveitando o momento, introduzimos a ideia de valor numérico. Com isso, a partir das fórmulas obtidas pelos estudantes são atribuídos valores às variáveis a fim de obtermos outros termos da sequência de colunas.

O item 3 também consiste no preenchimento e obtenção de fórmula a partir da relação entre colunas da tabela, além do cálculo do valor numérico das expressões obtidas. Entretanto, neste a tabela está dentro do contexto de uma situação problema, conforme a figura 34.

3. Uma fábrica de roupas produz 20 calças por hora. A quantidade de calças confeccionadas é registrada por um encarregado. O encarregado registra em uma tabela a quantidade de calças confeccionadas de acordo com o número de horas decorridas.

Tempo (horas)	Quantidade (nº de calças)
1	20
2	40
3	60
5	
6	

a) Quantas calças serão produzidas em 5 horas? E em 6 horas?

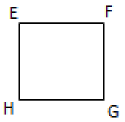
b) Chamando de **t** o número de horas e **Q** a quantidade de calças produzidas, escreva uma fórmula que relacione os números da coluna da direita com os números da coluna da esquerda.

c) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine Q em cada caso:
c1) t = 9 horas   c2) t = 12 horas   c3) t = 15 horas

Figura 34- Item 3 da atividade 5

O item 4 consiste numa situação geométrica, conforme a figura 35. É dado um quadrado e uma tabela com a medida do lado da figura, e pede-se que seja preenchida a coluna perímetro. A partir da relação entre os valores do lado e perímetro, os estudantes deverão obter uma fórmula. Por fim, utilizando a fórmula os alunos calcularão valores numéricos.

4. Na figura, EFGH é um quadrado. Complete a tabela calculando o perímetro de EFGH.



Lado (cm)	1	2	3	4	12	15,3
Perímetro (cm)						

a) Complete a tabela acima.
b) Chamando de **P** o perímetro da figura e **l** o lado da figura, escreva uma fórmula que relacione o perímetro e o lado.

c) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine P em cada caso:
d1) l = 14 cm   d2) l = 26 cm   d3) l = 12,5 cm

Figura 35 - Item 4 da atividade 5

O último item dessa sequência de atividade consiste numa situação-problema em que os estudantes deverão obter uma fórmula envolvendo as variáveis salário (S) e número de camisetas produzidas (n), conforme a figura 36.

5. Célia costura camisas para uma confecção. Seu salário depende do número de camisas que costura no mês. Ela recebe R$ 200,00 fixos mais R$ 2,00 por camisa costurada.
   a) Quanto ela receberá se costurar 100 camisas num mês?

   b) Quanto ela receberá se costurar 180 camisas num mês?

   c) E se forem 210 camisas?

   d) Chamando de **S** o salário de Célia e **n** o número de camisetas costuradas num mês, escreva uma fórmula que relacione o salário dela com o número de camisetas costuradas.

   e) Utilizando a fórmula que você estabeleceu, calcule S em cada caso:
   e1) n = 255 camisetas e2) n= 315 camisetas e3) n = 0 camiseta

Figura 36 - Item 5 da atividade 5

A fim de auxiliar os estudantes a observarem a relação que existe entre essas variáveis, inicialmente, eles deverão obter valores de salário a partir de quantidades de camisetas. Após obter a fórmula, são calculados valores numéricos a partir da atribuição de diferentes valores à variável n.

Neste conjunto de atividades, almejamos que os estudantes possam desenvolver a obtenção de fórmulas a partir da análise de tabelas e situações-problema. Por tratar-se de uma nova concepção de variável a ser trabalhada, talvez os estudantes apresentem dificuldades, uma vez que nas atividades anteriores era solicitada apenas a escrita de uma expressão algébrica, sem a necessidade de estabelecer uma relação de igualdade entre expressões. Conforme descrito anteriormente, aproveitaremos para introduzir a ideia de valor numérico. Quanto a este novo aspecto a ser trabalhado, acreditamos que não haja maiores dificuldades, pois desde o início do trabalho a ideia de variável está relacionada a quantidades genéricas.

3.5.2 Descrição da aula e observações do professor

A aula iniciou com a retomada em grande grupo das atividades com padrões geométricos realizadas anteriormente. Após escrevermos a fórmula que representava o termo geral da sequência, passamos a questionamentos que nos levassem a dar uma definição para expressão algébrica.

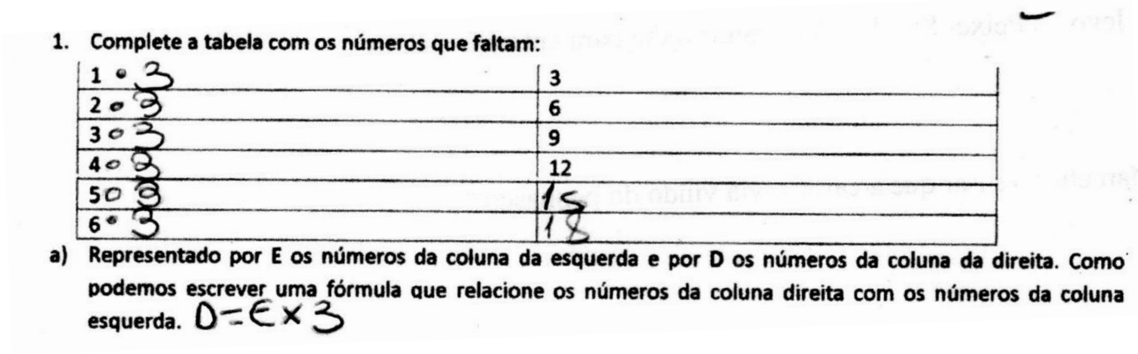
Além das duas expressões algébricas obtidas na atividade, foram colocados no quadro outros exemplos. A partir disso os alunos foram questionados sobre os símbolos matemáticos presentes em cada uma delas. Após perceberem que todas eram formadas por números, letras – que representavam números – e operações matemáticas foi colocado aos estudantes, para que esses anotassem, a definição de expressão algébrica retirada da dissertação de Carvalho (2010):

> "Uma expressão algébrica é uma listagem de operações matemáticas, números e números genéricos, onde:
>
> - as operações matemáticas são adição, subtração, multiplicação (incluindo sua abreviação: potenciação), divisão e potenciação, todas elas envolvidas apenas um número finito de vezes;
> - os números genéricos, são representados por letras, chamadas de variáveis. Cada variável, por sua vez, representa qualquer elemento de um conjunto numérico pré-estabelecido, o chamado domínio desta variável;
> - tal listagem deve fazer sentido, isto é, deve ser tal que, ao substituirmos cada variável por algum valor do seu domínio e igualarmos a nova expressão obtida a um número conhecido, está igualdade se transforma em uma proposição, isto é, em uma afirmação passível de valor lógico (verdadeiro ou falso). (CARVALHO, 2010, p.83-84).

Foi explicado aos estudantes que o conjunto numérico com qual estávamos trabalhando era o dos Números Racionais. Além disso, para compreender a terceira parte da divisão foram mostrados exemplos de expressões algébricas que faziam sentido e outras que não faziam sentido.

Na segunda parte da aula, os alunos formaram grupos e receberam a primeira folha de atividades. Foi colocado em grande grupo que, para preencherem as tabelas, era preciso que observassem com atenção as suas colunas e estabelecessem uma relação matemática entre elas. A partir desta relação deveriam generalizá-la obtendo uma fórmula que associasse os números da coluna da direita com os números da coluna da esquerda.

Na resolução do item 1, rapidamente os estudantes perceberam que para obter os números da coluna da direita, bastava multiplicar os números da coluna da esquerda por 3. No item 1a), em que deveriam escrever a fórmula que relacionasse os números da coluna da direita com os da esquerda. Alguns estudantes conseguiram de forma direta escrever tal fórmula, conforme a figura 37 que ilustra a resolução apresentada pelo aluno U.



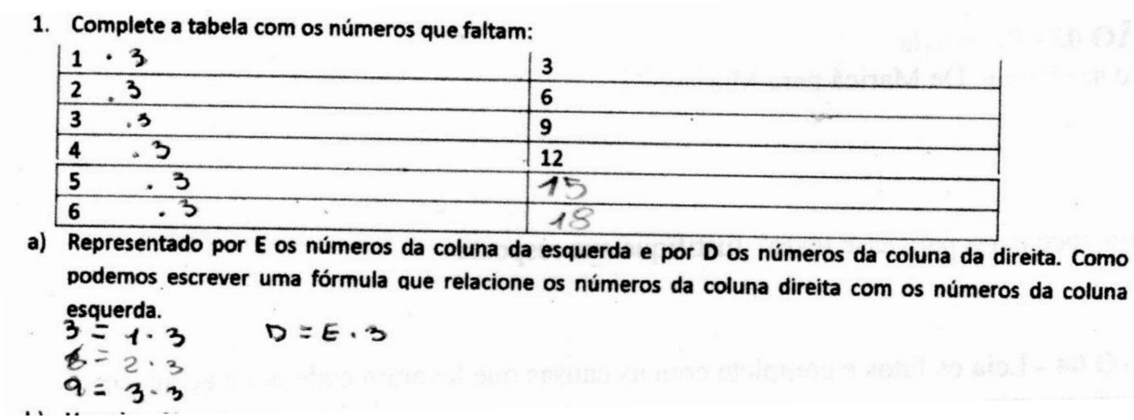
1. Complete a tabela com os números que faltam:

1 • 3	3
2 • 3	6
3 • 3	9
4 • 3	12
5 • 3	15
6 • 3	18

a) Representado por E os números da coluna da esquerda e por D os números da coluna da direita. Como podemos escrever uma fórmula que relacione os números da coluna direita com os números da coluna esquerda. D=E×3

Figura 37- Resolução apresentada pelo aluno U

Outros alunos necessitaram um passo a mais para obterem tal fórmula. Conforme a figura 38, que apresenta a resolução do aluno C, este precisou escrever igualdades numéricas para posterior generalização.



1. Complete a tabela com os números que faltam:

1 · 3	3
2 . 3	6
3 . 3	9
4 . 3	12
5 . 3	15
6 . 3	18

a) Representado por E os números da coluna da esquerda e por D os números da coluna da direita. Como podemos escrever uma fórmula que relacione os números da coluna direita com os números da coluna esquerda.

3 = 1 · 3 D = E · 3

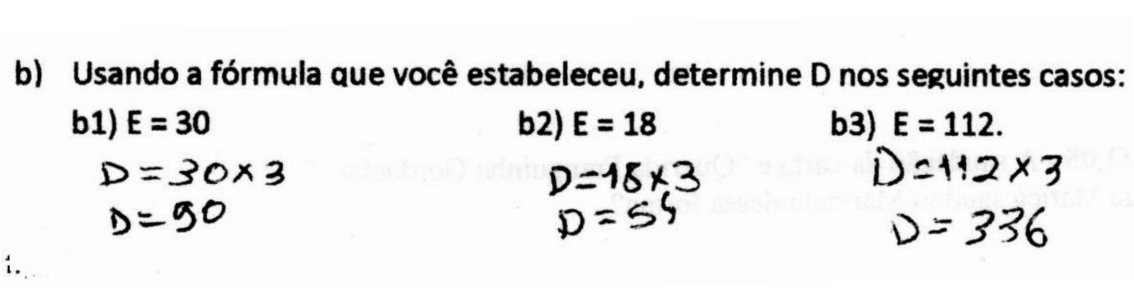
6 = 2 · 3

9 = 3 · 3

Figura 38- Resolução apresentada pelo aluno C

Tal dificuldade já era esperada, pois esta era a primeira vez que tinha contato com este tipo de expressão.

Para resolver o item 1b), os alunos não apresentaram dificuldades em substituir a variável por um número, conforme figura 39, que ilustra a resolução do aluno X.



b) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine D nos seguintes casos:

b1) E = 30 D=30×3 D=90

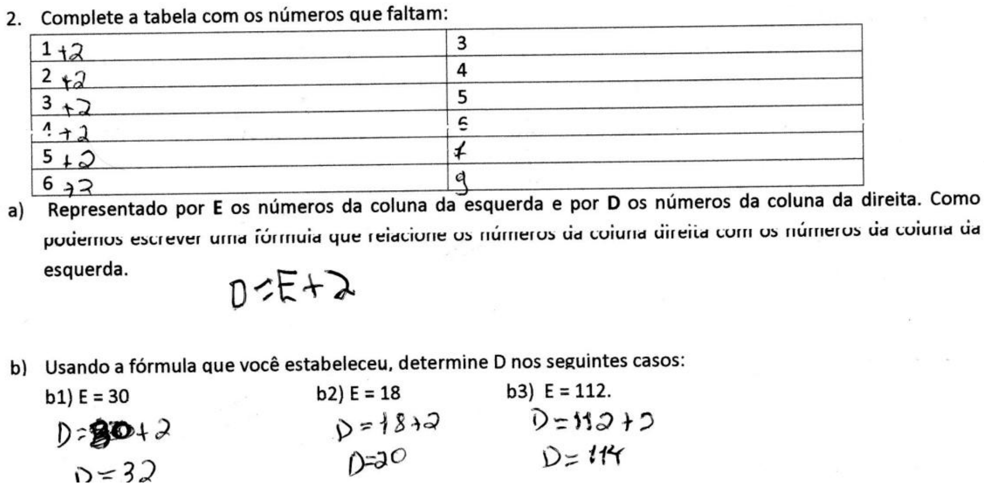
b2) E = 18 D=18×3 D=54

b3) E = 112. D=112×3 D=336

Figura 39- Resolução apresentada pelo aluno X

Acreditamos que isto esteja diretamente relacionado ao grau de compreensão dos estudantes com relação ao significado do uso de variáveis, pois desde que começaram a trabalhar com expressões algébricas estes sabem que as letras representam números.

Na resolução do item 2, não percebemos dificuldades. Os alunos perceberam que bastava adicionar 2 aos números da coluna da esquerda para obter os números da coluna direita. Na escrita da fórmula, os estudantes não precisaram escrever igualdades numéricas para escrever a fórmula, conforme figura 40 que apresenta a resolução do aluno X.



2. Complete a tabela com os números que faltam:

1 +2	3
2 +2	4
3 +2	5
4 +2	6
5 +2	7
6 +2	8

a) Representado por **E** os números da coluna da esquerda e por **D** os números da coluna da direita. Como podemos escrever uma fórmula que relacione os números da coluna direita com os números da coluna da esquerda.

D=E+2

b) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine D nos seguintes casos:

b1) E = 30

D=30+2

D=32

b2) E = 18

D=18+2

D=20

b3) E = 112.

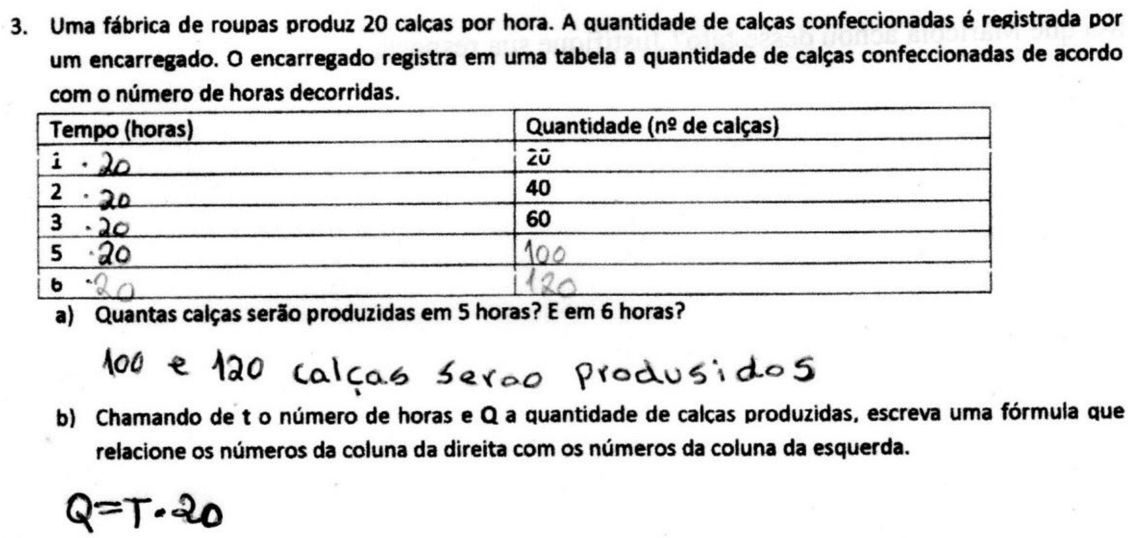
D=112+2

D=114

Figura 40 - Resolução apresentada pelo aluno X

Após analisar a resolução desses dois itens, pudemos observar que os estudantes estão amadurecendo seu pensamento algébrico ao desenvolver ainda mais sua linguagem simbólica, cumprindo com isso um dos objetivos do ensino da Álgebra nas séries finais do Ensino Fundamental de acordo com os PCN´s (BRASIL, 1998). Dentro desta proposta, também se está desenvolvendo nos estudantes a capacidade de compreender a variável em uma fórmula e, consequentemente, perceber que faz parte da Álgebra o estudo da relação entre grandezas (USISKIN, 1995).

No item 3, passamos a trabalhar com uma situação-problema. Após interpretarem a situação, os estudantes perceberam que para obter os números da coluna direita, bastava multiplicar os números da coluna esquerda por 20. Com o preenchimento da tabela, facilmente conseguiram responder ao item 3a). Quanto ao item 3b), a grande maioria conseguiu escrever a fórmula solicitada corretamente, conforme a figura 41 que apresenta a resolução do aluno V.



3. Uma fábrica de roupas produz 20 calças por hora. A quantidade de calças confeccionadas é registrada por um encarregado. O encarregado registra em uma tabela a quantidade de calças confeccionadas de acordo com o número de horas decorridas.

Tempo (horas)	Quantidade (nº de calças)
1 · 20	20
2 · 20	40
3 · 20	60
5 · 20	100
6 · 20	120

a) Quantas calças serão produzidas em 5 horas? E em 6 horas?

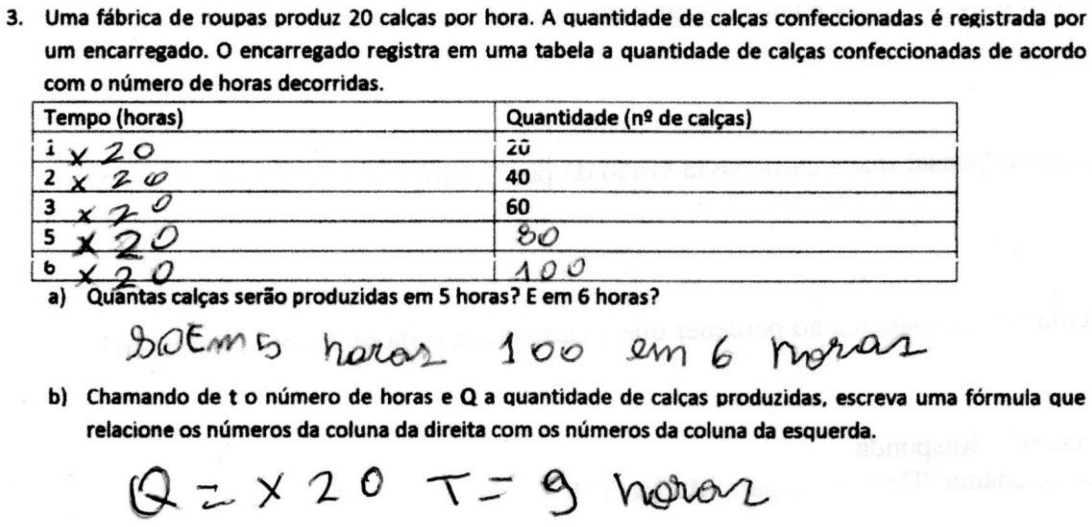
100 e 120 calças seroo produsidos

b) Chamando de t o número de horas e Q a quantidade de calças produzidas, escreva uma fórmula que relacione os números da coluna da direita com os números da coluna da esquerda.

Q=T·20

Figura 41- Resolução apresentada pelo aluno V

Alguns estudantes apresentaram a escrita da fórmula apenas parcialmente correta, conforme a figura 42 que apresenta a resolução do aluno G.



3. Uma fábrica de roupas produz 20 calças por hora. A quantidade de calças confeccionadas é registrada por um encarregado. O encarregado registra em uma tabela a quantidade de calças confeccionadas de acordo com o número de horas decorridas.

Tempo (horas)	Quantidade (nº de calças)
1 x 20	20
2 x 20	40
3 x 20	60
5 x 20	80
6 x 20	100

a) Quantas calças serão produzidas em 5 horas? E em 6 horas?

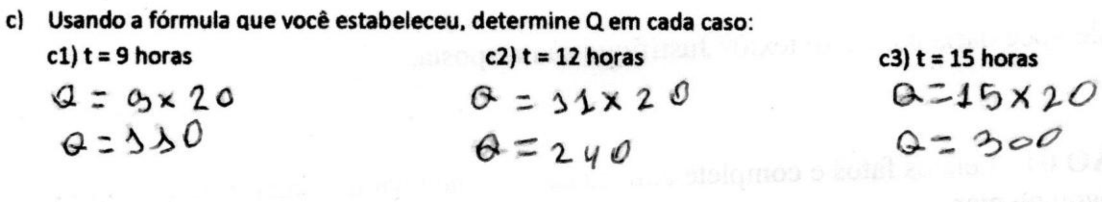
80 em 5 horas 100 em 6 horas

b) Chamando de t o número de horas e Q a quantidade de calças produzidas, escreva uma fórmula que relacione os números da coluna da direita com os números da coluna da esquerda.

Q = x 20 T = 9 horas

Figura 42- Resolução apresentada pelo aluno G

Mesmo apresentado a escrita da fórmula apenas parcialmente correta, ou seja, com problemas na conversão de registros (DUVAL, 2012), estes alunos conseguiram resolver o item 3c), conforme a figura 43 que apresenta a resolução do aluno G.



c) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine Q em cada caso:

c1) t = 9 horas
Q = 9 x 20
Q = 180

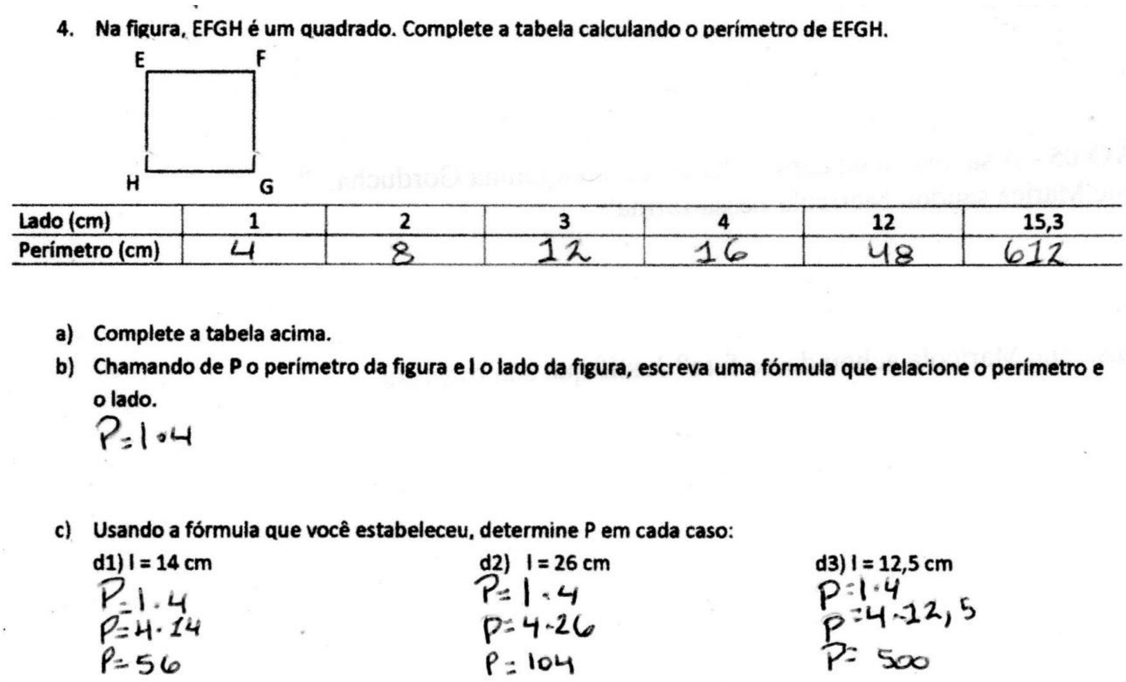
c2) t = 12 horas
Q = 12 x 20
Q = 240

c3) t = 15 horas
Q = 15 x 20
Q = 300

Figura 43- Resolução apresentada pelo aluno G

Com isso, podemos concluir que o estudante compreendeu a relação existente entre as variáveis e que seu erro foi realmente apenas de registro escrito.

Na resolução do item 4, vários estudantes perguntaram o que era perímetro. Após terem sua dúvida sanada, preencheram a tabela e obtiveram a fórmula conforme solicitado nos itens 4a) e 4b), respectivamente. Quanto ao uso da fórmula para cálculo de alguns perímetros, também não apresentaram dificuldades, conforme pode ser percebido na figura 44 que ilustra a resolução apresentada pelo aluno X.



4. Na figura, EFGH é um quadrado. Complete a tabela calculando o perímetro de EFGH.

Lado (cm)	1	2	3	4	12	15,3
Perímetro (cm)	4	8	12	16	48	612

a) Complete a tabela acima.

b) Chamando de P o perímetro da figura e l o lado da figura, escreva uma fórmula que relacione o perímetro e o lado.

P=l·4

c) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine P em cada caso:

d1) l = 14 cm

P=1.4
P=4·14
P=56

d2) l = 26 cm

P=1·4
P=4·26
P=104

d3) l = 12,5 cm

P=1·4
P=4·12,5
P=500

Figura 44- Resolução apresentada pelo aluno X

.

O item 5 foi o que apresentou as maiores dificuldades para os estudantes. Alguns obtiveram uma fórmula errada e outros sequer conseguiram estabelecer alguma relação entre as variáveis envolvidas na situação-problema.

O aluno U, conforme a figura 45, conseguiu calcular todos os itens em que era dada a quantidade de camisas produzidas.

5. **Célia costura camisas para uma confecção. Seu salário depende do número de camisas que costura no mês. Ela recebe R$ 200,00 fixos mais R$ 2,00 por camisa costurada.**

a) **Quanto ela receberá se costurar 100 camisas num mês?** 400

b) **Quanto ela receberá se costurar 180 camisas num mês?**

R$ 360+200=560

c) **E se forem 210 camisas?**

R$ 420+200=520

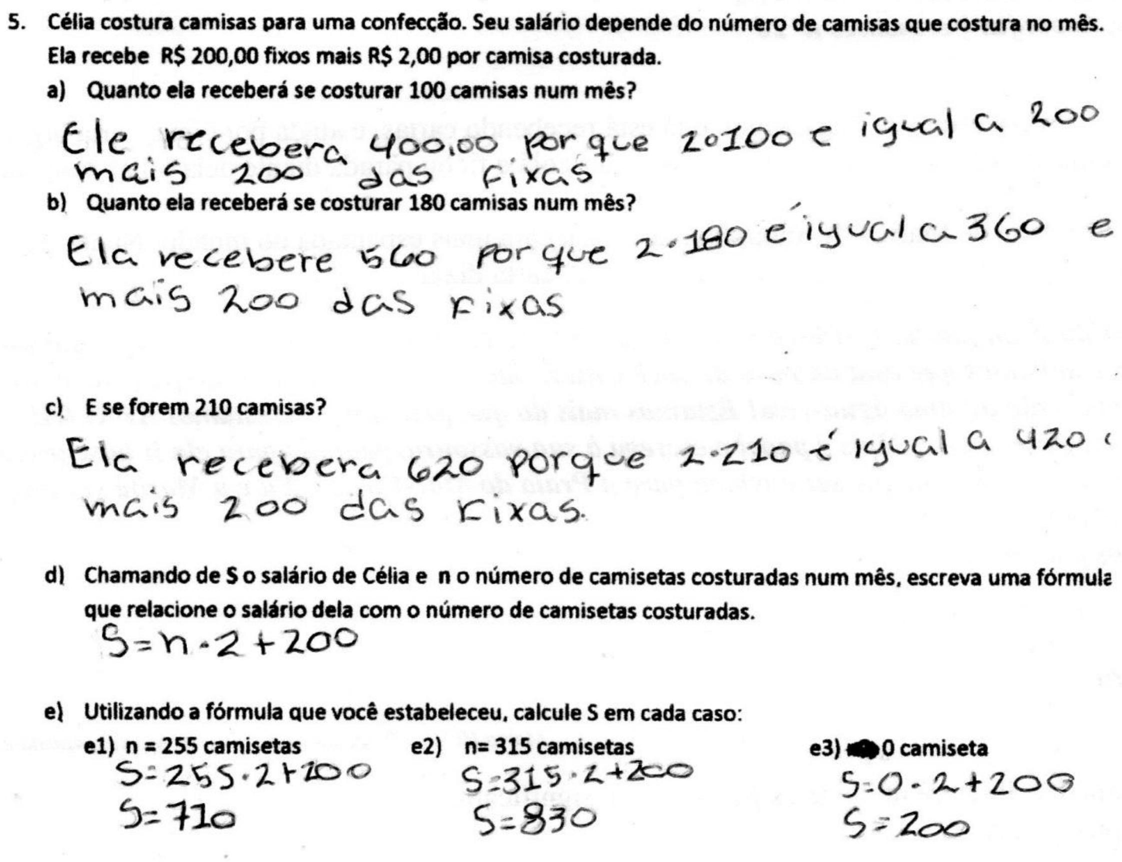
d) **Chamando de S o salário de Célia e n o número de camisetas costuradas num mês, escreva uma fórmula que relacione o salário dela com o número de camisetas costuradas.**

S=n+200

Figura 45- Resolução apresentada pelo aluno U

Entretanto, no momento de estabelecer a fórmula que relacionava o salário (s) à quantidade de camisetas (n) este não percebeu que era preciso dobrar a variável n. Consequentemente, os resultados obtidos no item 5d) foram diferentes daqueles esperados.

Já na resolução apresentada pelo aluno D, podemos perceber claramente, em cada um dos itens, que ele compreendeu a forma como o salário era calculado e explicitou seu pensamento através de palavras, obtendo a fórmula correta solicitada no item 5d, conforme ilustrado pela figura 46.



5. Célia costura camisas para uma confecção. Seu salário depende do número de camisas que costura no mês. Ela recebe R$ 200,00 fixos mais R$ 2,00 por camisa costurada.

a) Quanto ela receberá se costurar 100 camisas num mês?

Ele recebera 400,00 porque 2.100 e igual a 200 mais 200 das fixas

b) Quanto ela receberá se costurar 180 camisas num mês?

Ela recebere 560 porque 2.180 é igual a 360 e mais 200 das fixas

c) E se forem 210 camisas?

Ela recebera 620 porque 2.210 é igual a 420 e mais 200 das fixas.

d) Chamando de S o salário de Célia e n o número de camisetas costuradas num mês, escreva uma fórmula que relacione o salário dela com o número de camisetas costuradas.

S=n.2+200

e) Utilizando a fórmula que você estabeleceu, calcule S em cada caso:

e1) n = 255 camisetas
S=255.2+200
S=710

e2) n= 315 camisetas
S=315.2+200
S=830

e3) [redacted]0 camiseta
S=0.2+200
S=200

Figura 46- Resolução apresentada pelo aluno D

Aqui podemos perceber a importância da linguagem natural na construção da linguagem algébrica, concordando dessa forma com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), ao afirmarem que existem outras linguagens possíveis, além da linguagem algébrica, para comunicar o pensamento algébrico. E que o uso da linguagem natural para descrever procedimentos deveria ser trabalhado desde as séries iniciais, caracterizando, dessa forma o que os PCN´s (BRASIL, 1998) chamam de pré-Álgebra.

Encerrada esta sequência de atividades, acreditamos que os estudantes estejam com um nível de linguagem algébrica suficiente para serem introduzidos à linguagem das planilhas eletrônicas e compreenderem as semelhanças e diferenças que estas apresentam.

3.6 Atividades 6 – Introdução às Planilhas eletrônicas

3.6.1 Planejamento, objetivos e expectativas

A partir de agora, nossa meta é levar os estudantes a trabalharem com a programação de planilhas eletrônica. Pretendemos que os estudantes percebam a relação existente na programação de planilhas eletrônicas e a linguagem matemática.

Nossos objetivos nesta sequência de atividades são:

- Introduzir o uso de planilhas de cálculos;
- Associar a linguagem algébrica à programação da planilha de cálculos;
- Reconhecer elementos da planilha de cálculo, como a célula e símbolos específicos.
- Associar célula à variável

As atividades foram planejadas a partir de reflexões sobre formas de associar as tecnologias às aulas de matemática. Concordamos com House (1995) ao afirmar que programas de computadores como planilhas eletrônicas devem influenciar de algum modo a maneira como ensinamos e o que ensinamos. Penteado e Skovsmose (2008) também defendem o uso da informática na sala de aula, justificando-a através da perspectiva da inclusão versus exclusão digital. Outro ponto levado em consideração na escolha pelo uso de planilhas eletrônicas foram as afirmações de Flanders (1995) a respeito das características que softwares devem possuir para serem utilizados em sala de aula.

Iniciaremos a aula questionando os estudantes sobre o que conhecem sobre planilhas eletrônicas. Apresentaremos os principais elementos desse tipo de programa bem como algumas diferenças que existem entre a linguagem matemática e a linguagem de programação, como por exemplo, o significado da célula e o uso do símbolo * para a operação de multiplicação.

A primeira atividade planejada visa trabalhar com os estudantes a localização de células, conforme a figura 47. É importantíssimo para programação das planilhas referir-se corretamente à célula através de sua localização

1. Observe a planilha de cálculos abaixo:

a) Em quais células aparecem corações?

b) Em quais células aparecem nuvens?

c) Em quais células aparecem estrelas?

Figura 47- Item 1 da atividade 6

No item 2 passamos a trabalhar a programação das células. Através da observação de uma tabela, os estudantes deverão descobrir como as células estão programadas, conforme a figura 48.

2. Observe a planilha de cálculos abaixo:

	A	B	C	D	E
1	Produtos Vendidos				
2		Ago	Set	Out	Total
3	Camisetas	402	125	258	785
4	Bermudas	216	158	245	619
5	Calças	589	596	321	1506

a) Como esta programada a célula E3?

b) E a célula E5?

Figura 48- Item 2 da atividade 6

No item 3 pretendemos trabalhar a escrita de diferentes operações na programação da planilha eletrônica. Através da observação de uma tabela, os estudantes deverão escrever a programação de algumas células, conforme a figura 49.

3. Joãozinho várias operações utilizando a planilha de cálculo e encontrou os resultados mostrados na tabela abaixo:

	A	B	C
1	Números Digitados		Resultado
2	838	162	1000
3	160	15	2400
4	3600	2	1800
5	1864	17	1847
6	325	25	300
7	130	3	390
8	400	200	2
9	1862	4	1858

De acordo com a tabela, escreva como estão programadas as seguintes células:

C3 = C6 =

C4 = C7 = C9=

C5 = C8 =

Figura 49- Item 3 da atividade 6

No item 4 pretendemos trabalhar a programação de células através de uma situação-problema envolvendo alguns times do Campeonato Brasileiro. Inicialmente os estudantes deverão calcular a quantidade de pontos desses times. Por fim, a partir dos cálculos realizados, deverão escrever a programação de algumas células, conforme a figura 50.

4. No Campeonato Brasileiro de futebol tem-se a seguinte combinação:

Vitória: 3 pontos
Empate: 1 ponto
Derrota: 0 ponto

Observe na tabela a campanha de alguns times após a 31ª rodada:

	A	B	C	D	E
1	Time	Vitória	Empate	Derrota	Total de Pontos
2	Cruzeiro	20	5	6	
3	Atlético-MG	12	9	10	
4	Vasco	8	9	14	
5	Santos	11	11	9	
6	Goiás	13	10	8	
7	Nautico	4	5	22	

a) Calcule quantos pontos tem o Cruzeiro.

b) Calcule quantos pontos tem o Santos.

c) Calcule quantos pontos tem o Náutico.

d) Como podemos programar a célula E2 para calcular os pontos do Cruzeiro automaticamente?

Figura 50 - Item 4 da atividade 6

Na realização da sequência 6 de atividades talvez os estudantes tenham dificuldades na escrita da localização de células, confundindo a ordem coluna – linha. Já na escrita da programação de células, a dificuldade esperada está no uso de alguns símbolos próprios da programação de células, como * para multiplicação e / para divisão.

3.6.2 Descrição das atividades e observações do professor

A aula iniciou com a discussão sobre o que os estudantes conheciam sobre planilhas eletrônicas. Todos mostraram total desconhecimento. Diante desse quadro, o professor iniciou mostrando os principais[4] programas de planilha eletrônica – Excel e Calc. Foi mostrado aos estudantes um panorama geral das principais funções e benefícios que o trabalho com a planilha pode trazer. Mostramos o que é célula, como escrever sua localização e também algumas diferenças existentes entre a linguagem matemática e a linguagem de programação.

Após essa introdução, os estudantes receberam a folha de atividade e, diferentemente do esperado, os estudantes não tiveram dificuldades em escrever a localização das células solicitadas no item 1, conforme a figura 51 que mostra a resolução do aluno B.

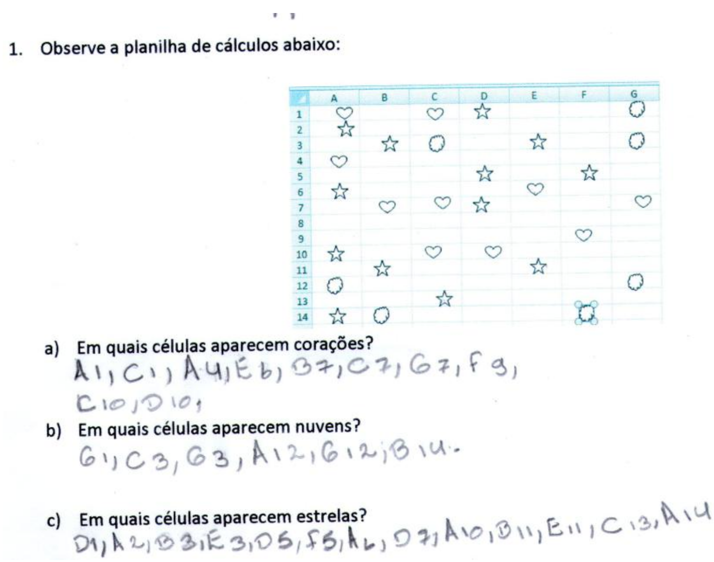


Figura 51- Resolução do aluno B

[4] O Excel, planilha de cálculo da Microsoft, e o Calc, planilha de cálculo do Linux.

Na resolução do item 2 os estudantes também não apresentaram dificuldades em perceber que as células da coluna *E* estavam programadas como a soma das células das colunas *B*, *C* e *D*, conforme a resolução do aluno D na figura 52.

2. Observe a planilha de cálculos abaixo:

	A	B	C	D	E
1	Produtos Vendidos				
2		Ago	Set	Out	Total
3	Camisetas	402	125	258	785
4	Bermudas	216	158	245	619
5	Calças	589	596	321	1506

a) Como esta programada a célula E3?

E3=b3+C3+D3

b) E a célula E5?

E5=b5+C5+d5

Figura 52- Resolução apresentada pelo aluno D

Quanto ao item 3, também não houve dificuldades para os estudantes identificarem a operação entre as células e escreverem a programação de cada uma delas, conforme a resolução do aluno O na figura 53.

3. Joãozinho várias operações utilizando a planilha de cálculo e encontrou os resultados mostrados na tabela abaixo:

	A	B	C
1	Números Digitados		Resultado
2	838	162	1000
3	160	15	2400
4	3600	2	1800
5	1864	17	1847
6	325	25	300
7	130	3	390
8	400	200	2
9	1862	4	1858

De acordo com a tabela, escreva como estão programadas as seguintes células:

C2= A2+B2

C3 = A3*B3

C6 = A6-B6

C4 = A4/B4

C7 = A7*B7

C9= A9-B9

C5 = A5-B5

C8 = A8/B8

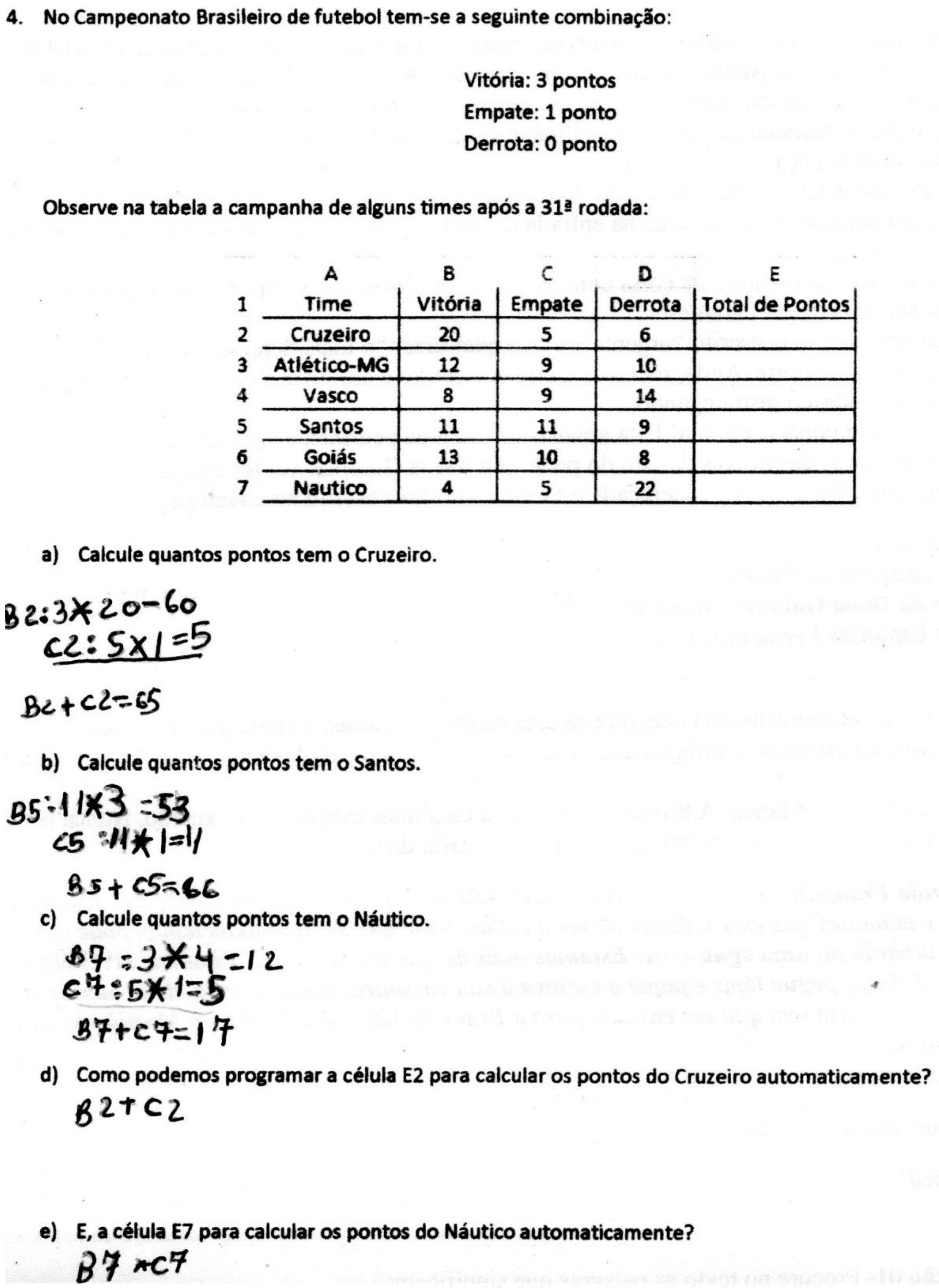
Figura 53- Resolução do aluno O

Nesses três itens, diferentemente do esperado, podemos perceber que os estudantes não tiveram dificuldades em escrever a localização da célula ou na escrita de operações de multiplicação ou divisão.

No item 4, os estudantes apresentaram algumas dificuldades no cálculo dos pontos dos clubes. Foi necessário fazer uma conversa em grande grupo sobre o peso atribuído à vitória, ao empate e à derrota e como isso influenciava na quantidade de pontos da equipe.

A partir disso, os estudantes conseguiram realizar as questões 4a, 4b e 4c em que era solicitado o cálculo de pontos de algumas equipes. Com relação aos itens 4d e 4e, a grande maioria chegou a uma solução. Apresentaram dois tipos de respostas: uma parcialmente correta outra totalmente correta.

Nas resoluções apresentadas pelo aluno J, na figura 54, observamos que as questões aritméticas foram resolvidas corretamente: a quantidade de vitórias foi multiplicada por três, os empates por um e as derrotas desconsideradas.



4. No Campeonato Brasileiro de futebol tem-se a seguinte combinação:

Vitória: 3 pontos
Empate: 1 ponto
Derrota: 0 ponto

Observe na tabela a campanha de alguns times após a 31ª rodada:

	A	B	C	D	E
1	Time	Vitória	Empate	Derrota	Total de Pontos
2	Cruzeiro	20	5	6	
3	Atlético-MG	12	9	10	
4	Vasco	8	9	14	
5	Santos	11	11	9	
6	Goiás	13	10	8	
7	Nautico	4	5	22	

a) Calcule quantos pontos tem o Cruzeiro.

B2:3*20-60
C2:5x1=5

B2+C2=65

b) Calcule quantos pontos tem o Santos.

B5:11*3=53
C5:11*1=11

B5+C5=66

c) Calcule quantos pontos tem o Náutico.

B7:3*4=12
C7:5*1=5
B7+C7=17

d) Como podemos programar a célula E2 para calcular os pontos do Cruzeiro automaticamente?

B2+C2

e) E, a célula E7 para calcular os pontos do Náutico automaticamente?

B7*C7

Figura 54- Resolução apresentada pelo aluno J

No entanto, o aluno J associou este novo valor, como sendo os novos valores daquelas células. Logo, no momento de escrever a fórmula, ou seja, generalizar o procedimento, acabou não atribuindo o peso três as células que continham a quantidade de vitórias.

Nas resoluções apresentadas pelo aluno S, na figura 55, observamos que nas questões aritméticas o aluno multiplicou por três a quantidade de vitórias, por um a quantidade de empates e, também, multiplicou por zero a quantidade de derrotas.

4. No Campeonato Brasileiro de futebol tem-se a seguinte combinação:

Vitória: 3 pontos
Empate: 1 ponto
Derrota: 0 ponto

Observe na tabela a campanha de alguns times após a 31ª rodada:

	A	B	C	D	E
1	Time	Vitória	Empate	Derrota	Total de Pontos
2	Cruzeiro	20	5	6	65
3	Atlético-MG	12	9	10	
4	Vasco	8	9	14	
5	Santos	11	11	9	44
6	Goiás	13	10	8	
7	Nautico	4	5	22	11

a) Calcule quantos pontos tem o Cruzeiro.

Em vitória:60
Em empate:5
Derrota:0

b) Calcule quantos pontos tem o Santos.

em vitoria:33
em empate:11
derrota: 0

c) Calcule quantos pontos tem o Náutico.

em vitória:12
em empate:9
Derrota:

d) Como podemos programar a célula E2 para calcular os pontos do Cruzeiro automaticamente?

e2=B2*3+C2*1+B2*0

e) E, a célula E7 para calcular os pontos do Náutico automaticamente?

e7=B7*3+C7*1+d7*0

Figura 55 - Resolução apresentada pelo aluno S

Com isso, no momento de generalizar o procedimento este colocou na fórmula a multiplicação da célula que continha o número de derrotas por zero.

Na resolução do item 4 podemos perceber a presença do processo de generalização, um dos elementos que caracterizam o pensamento algébrico (FIOTENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993). Além dos alunos necessitarem fazer o uso de variável em uma fórmula (USISKIN,1995) e, consequentemente, percebendo uma das funções da Álgebra que é modelar , conforme os PCN´s (BRASIL, 1998).

Concluída a sequência 6 de atividades, podemos perceber que os estudantes, apesar de estarem trabalhando com ideias novas de programação de planilhas eletrônicas, não apresentaram dificuldades quanto a sintaxe dessa linguagem e pareceram assimilar bem a localização de células e as diferenças existentes com relação à linguagem algébrica.

3.7 Atividade 7 – Aprofundando o trabalho com planilhas eletrônicas

3.7.1 Planejamento, objetivos e expectativas

Nesta sequência de atividades pretendemos familiarizar ainda mais os estudantes com as planilhas eletrônicas e, em especial, sua programação. Serão oferecidas atividades em que os estudantes possam perceber a relação existente entre células e variáveis, além de programação de planilhas.

Nossos objetivos nessa etapa são:

- Associar célula à variável;
- Explorar o uso de planilhas eletrônicas;
- Associar a linguagem algébrica à programação de planilhas eletrônicas.

No primeiro item, o objetivo é levar os alunos a perceberem que a célula faz o papel de variável, pois independentemente do valor associado à célula, a programação permanece inalterada. Para isso, é proposta uma tabela com quantidades de roupas vendidas em duas semanas distintas, conforme a figura 56.

1. Observe as tabelas abaixo. Uma delas apresenta os três principais produtos vendidos e a outra, o preço de venda de cada um deles:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Produtos Vendidos							Produto	Preço
2		Calça	Bermuda	Camisas	Blusas	Saia		Calça	R$ 49,90
3	Semana 1	56	38	69	52	25		Bermuda	R$ 29,90
4	Semana 2	40	35	63	58	29		Camisas	R$ 19,90
5								Blusas	R$ 24,90
6								Saia	R$ 39,90

Na coluna G queremos colocar o total arrecadado nestas duas semanas. Escreva:

a) Como programar a célula G3?

b) E, a célula G4?

c) Considerando que o preço da bermuda baixasse para R$ 25,90, como ficaria a programação da célula G3?

d) E, se o preço da blusa subisse para R$ 34,90, como ficaria a programação da célula G4?

Figura 56 – Item 1 da atividade 7

A partir da tabela são feitos questionamentos quanto à programação das células G3 e G4. Em seguida, questionam-se os estudantes sobre mudanças na programação dessas células, casos alguns valores fossem alterados.

No item 2, almeja-se que os estudantes desenvolvam mais habilidades de programação de células. Para isso, os estudantes resolverão um problema em que, além de calcular os totais vendidos, trabalharão com o cálculo de médias, conforme a figura 57.

2. Marcos fez uma pesquisa sobre preços de três alimentos em quatro redes de supermercados:

	A	B	C	D	E	F
1		Feijão (1kg)	Arroz (5kg)	Massa (500g)		
2	Mercado 1	R$ 3,59	R$ 7,49	R$ 1,99		
3	Mercado2	R$ 3,89	R$ 7,90	R$ 1,89		
4	Mercado 3	R$ 4,10	R$ 8,99	R$ 2,09		
5	Mercado 4	R$ 3,99	R$ 7,49	R$ 2,05		
6						
7						

a) Na célula E2 queremos colocar o total gasto para comprar 3kg de feijão, 5kg de arroz e 1kg de massa em cada um dos mercados. Como programar a célula E2?

b) Na célula B6, queremos colocar o preço médio do feijão. Como programar a célula B6?

c) Na célula C6, queremos colocar o preço médio do arroz. Como programar a célula C6?

d) Na célula D6, queremos colocar o preço médio da massa. Como programar a célula D6?

e) Na célula E6, queremos colocar o total gasto para comprar 3kg de feijão, 5kg de arroz e 1kg de massa em utilizando os preços médios. Como programar a célula E6?

Figura 57 - Item 2 da atividade 7

No item 3, os estudantes não precisarão escrever uma programação para as células, mas, sim, descobrir como estas estão programadas, conforme a figura 58.

3. Uma caneta especial custa 30 reais. Na coluna A, está representado o "número de canetas" e, na coluna B, está representado o "preço a pagar":

	A	B
1	Número de Canetas	Preço a pagar
2	1	30
3	2	60
4	3	90
5	4	120
6	5	150
7	...	
8	10	300
9	11	330

a) Como esta programada a célula B2?

b) E, a célula B9?

c) Quanto vou pagar por 50 canetas?

d) Se eu tiver 780 reais, quantas canetas conseguirei comprar?

Figura 58 - Item 3 da atividade 7

No item 4, os estudantes deverão perceber que de acordo com a bandeira utilizada pelo táxi, os valores são diferentes e, consequentemente, as fórmulas para cálculos, conforme a figura 59.

4. Em uma cidade, paga-se pelo táxi os seguintes valores, em relação ao horário de utilização do serviço:
Bandeira 1: R$ 4,50 mais R$ 2,10 por quilômetro rodado.
Bandeira 2: R$ 4,50 mais R$ 2,75 por quilômetro percorrido.

a) Quanto será gasto para percorrer 20 km na Bandeira 1?

b) E, na Bandeira 2?

c) Observe as tabelas abaixo:

	A	B	C	D	E	F
1	Bandeira 1			Bandeira 2		
2	km	Preço		km	Preço	
3	1			1		
4	2			2		
5	3			3		
6	4			4		
7	...			...		
8	25			25		
9	27			27		
10	...			...		
11	50			50		

c_1) Como programar a célula B3?

c_2) Como programar a célula E3?

Figura 59 - Item 4 da atividade 7

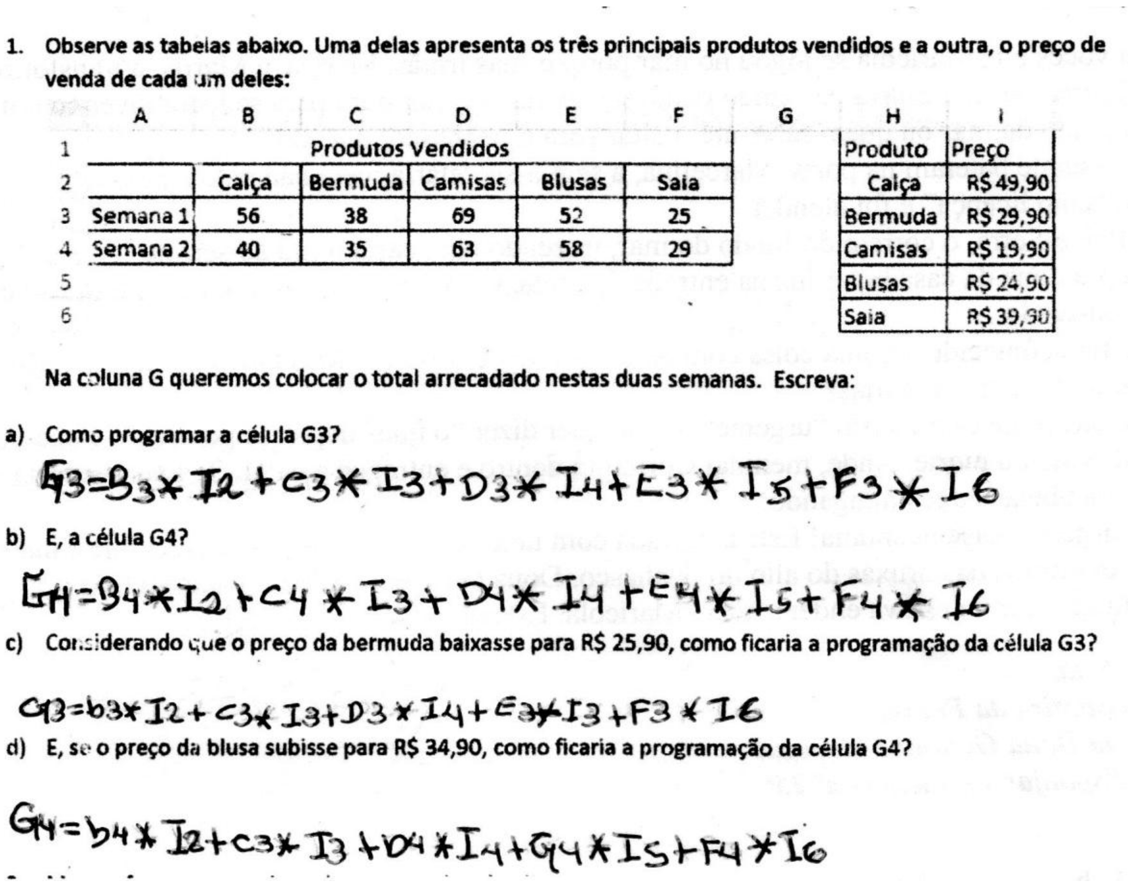
Esperamos que os estudantes percebam que a célula tem a mesma função da variável e, que alguns apresentem dificuldades na escrita das expressões de programação.

3.7.2 Descrição das atividades e observações do professor

A aula iniciou com a discussão do conceito de média. Foram discutidos alguns empregos dessa noção em informações e o que isto significa. Em seguida, foram mostrados alguns exemplos de cálculos de médias. Após essa etapa, os estudantes formaram grupos para trabalharem na sequência de atividades 7.

Na resolução do item 1, os estudantes não encontraram dificuldades em escrever a programação das células G3 e G4. Além disso, conseguiram perceber, na resolução dos itens 1c e 1d, que independentemente dos valores atribuídos às células a programação que estas estão envolvidas permanece inalterada. Os estudantes apresentaram três diferentes formas de expressar respostas que demonstram a compreensão deles quanto à ideia da célula como variável.

Na figura 60, podemos ver a resolução do aluno D, a qual demonstra que a programação permanece inalterada ao reescrever a mesma expressão.



1. Observe as tabelas abaixo. Uma delas apresenta os três principais produtos vendidos e a outra, o preço de venda de cada um deles:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Produtos Vendidos						Produto	Preço
2		Calça	Bermuda	Camisas	Blusas	Saia		Calça	R$ 49,90
3	Semana 1	56	38	69	52	25		Bermuda	R$ 29,90
4	Semana 2	40	35	63	58	29		Camisas	R$ 19,90
5								Blusas	R$ 24,90
6								Saia	R$ 39,90

Na coluna G queremos colocar o total arrecadado nestas duas semanas. Escreva:

a) Como programar a célula G3?

G3=B3*I2+C3*I3+D3*I4+E3*I5+F3*I6

b) E, a célula G4?

G4=B4*I2+C4*I3+D4*I4+E4*I5+F4*I6

c) Considerando que o preço da bermuda baixasse para R$ 25,90, como ficaria a programação da célula G3?

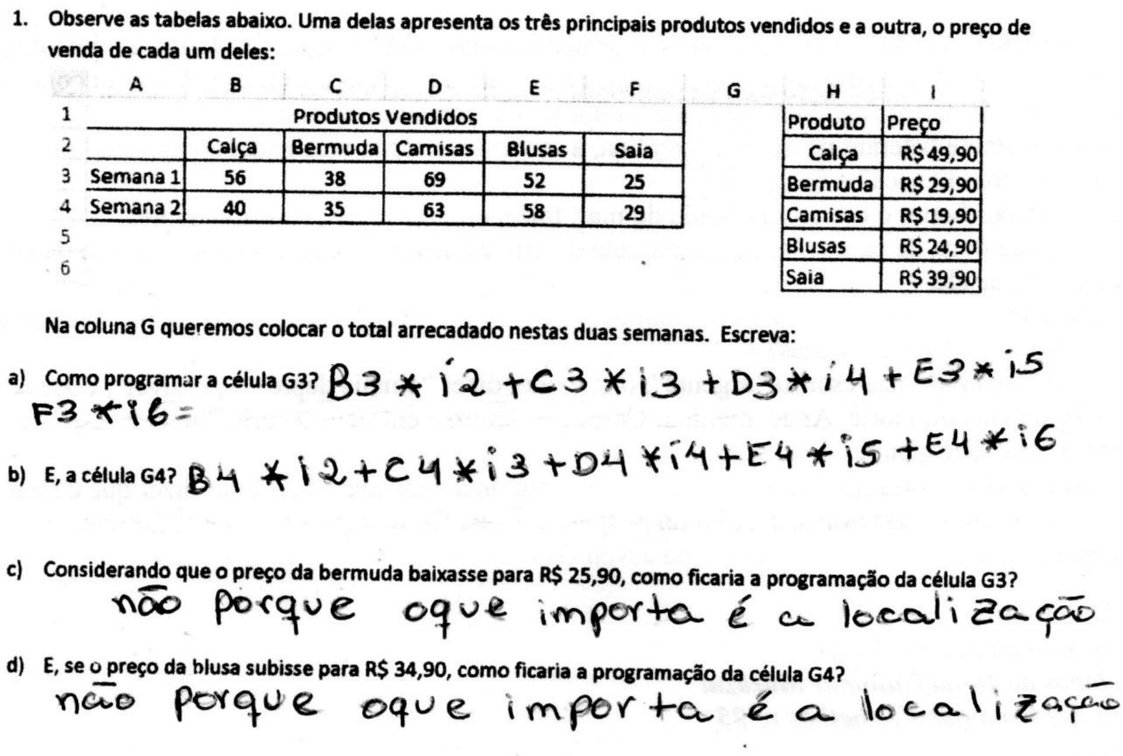
G3=b3*I2+c3*I3+D3*I4+E3*I3+F3*I6

d) E, se o preço da blusa subisse para R$ 34,90, como ficaria a programação da célula G4?

G4=b4*I2+c3*I3+D4*I4+G4*I5+F4*I6

Figura 60 - Resolução apresentada pelo aluno D

Na figura 61, podemos ver a resolução do aluno V, que foi mais enfático afirmando que o importante é a localização da célula.



1. **Observe as tabelas abaixo. Uma delas apresenta os três principais produtos vendidos e a outra, o preço de venda de cada um deles:**

	A	B	C	D	E	F
1	Produtos Vendidos					
2		Calça	Bermuda	Camisas	Blusas	Saia
3	Semana 1	56	38	69	52	25
4	Semana 2	40	35	63	58	29
5						
6						

H	I
Produto	Preço
Calça	R$ 49,90
Bermuda	R$ 29,90
Camisas	R$ 19,90
Blusas	R$ 24,90
Saia	R$ 39,90

Na coluna G queremos colocar o total arrecadado nestas duas semanas. Escreva:

a) **Como programar a célula G3?** B3 * i2 + C3 * i3 + D3 * i4 + E3 * i5 F3 * i6 =

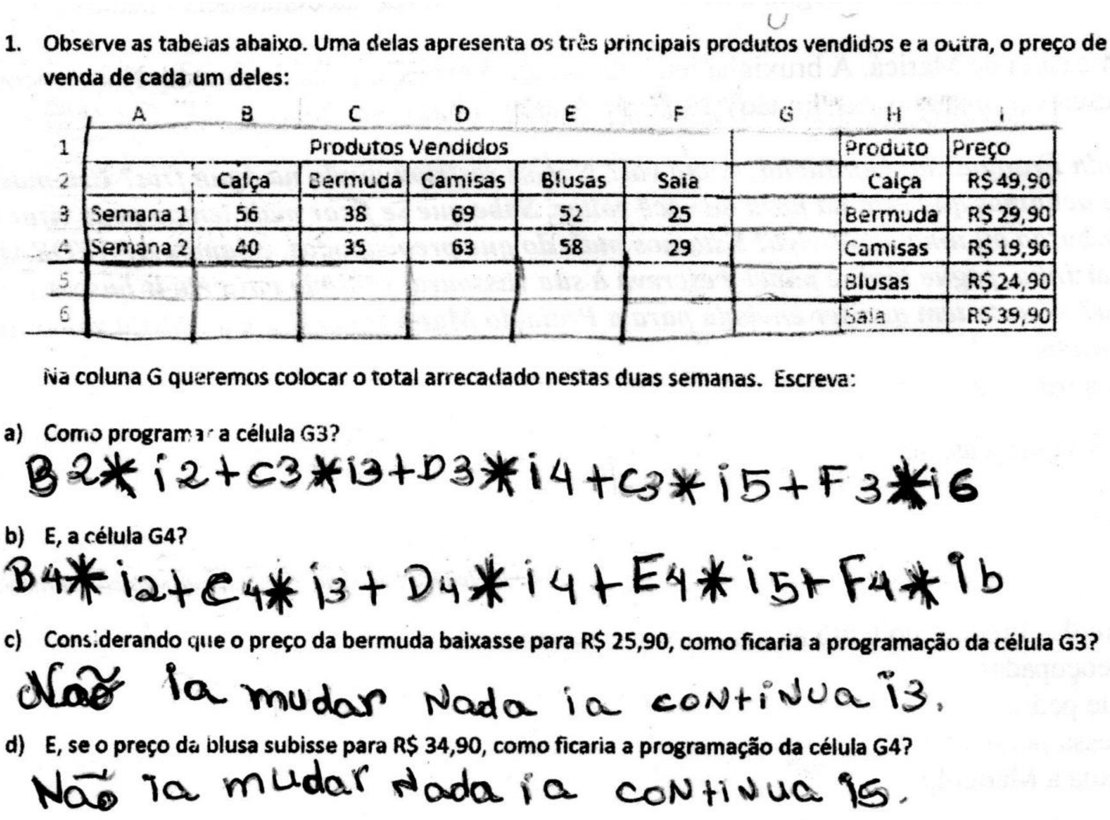
b) **E, a célula G4?** B4 * i2 + C4 * i3 + D4 * i4 + E4 * i5 + E4 * i6

c) **Considerando que o preço da bermuda baixasse para R$ 25,90, como ficaria a programação da célula G3?**
não porque oque importa é a localização

d) **E, se o preço da blusa subisse para R$ 34,90, como ficaria a programação da célula G4?**
não porque oque importa é a localização

Figura 61- Resolução apresentada pelo aluno V

Na figura 62, podemos ver a resolução do aluno F, o qual percebeu que para programação não importa o valor atribuído, mas, sim a célula.



1. **Observe as tabelas abaixo. Uma delas apresenta os três principais produtos vendidos e a outra, o preço de venda de cada um deles:**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Produtos Vendidos							Produto	Preço
2		Calça	Bermuda	Camisas	Blusas	Saia		Calça	R$ 49,90
3	Semana 1	56	38	69	52	25		Bermuda	R$ 29,90
4	Semana 2	40	35	63	58	29		Camisas	R$ 19,90
5								Blusas	R$ 24,90
6								Saia	R$ 39,90

Na coluna G queremos colocar o total arrecadado nestas duas semanas. Escreva:

a) **Como programar a célula G3?**
B2* i2+C3*i3+D3*i4+C3*i5+F3*i6

b) **E, a célula G4?**
B4*i2+C4*i3+D4*i4+E4*i5+F4*ib

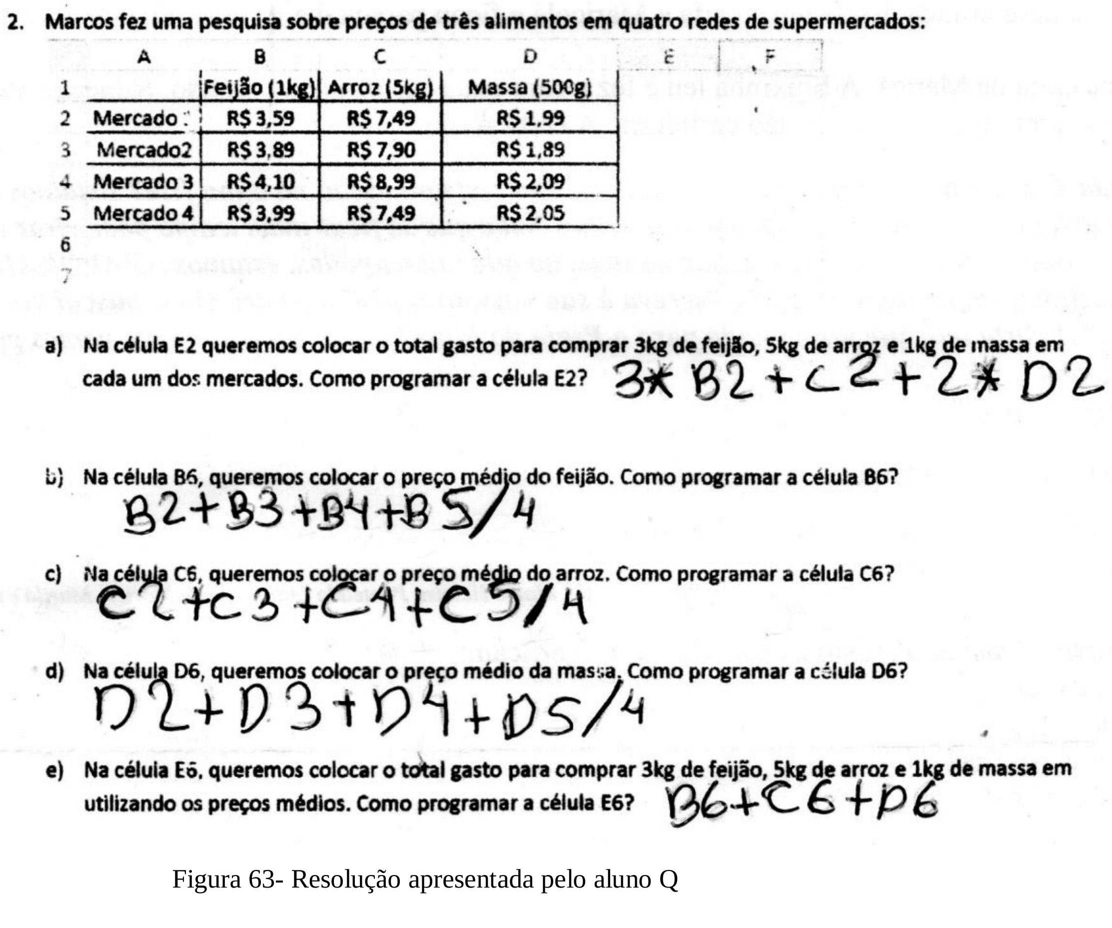
c) **Considerando que o preço da bermuda baixasse para R$ 25,90, como ficaria a programação da célula G3?**
Não ia mudar Nada ia continua i3.

d) **E, se o preço da blusa subisse para R$ 34,90, como ficaria a programação da célula G4?**
Não ia mudar nada ia continua i5.

Figura 62 - Resolução apresentada pelo aluno F

Portanto, diante das resoluções apresentadas, podemos perceber que os estudantes compreenderam que as células fazem o papel de variável na programação, ou seja, independentemente do valor atribuído a elas, a programação permanece inalterada. Nesta atividade, os estudantes puderam perceber as variáveis tomando outros significados (USISKIN, 1995), enfatizando sua compreensão no contexto de problemas (McCONNELL, 1995). Além disso, podemos perceber a viabilidade de mudanças nos programas de Matemática de acordo com House (1995).

No item 2, os estudantes não apresentaram dificuldades em calcular os totais gastos para compra dos alimentos e, também, para os cálculos dos preços médios nos itens 2b), 2c) e 2d), respectivamente. Entretanto, o item 2e), em que era solicitado o total gasto considerando-se os preços médios dos produtos, alguns estudantes não responderam e outras erraram na programação, pois não consideraram os totais a serem comprados, conforme haviam feito corretamente no item 2a) e que podemos ver na resolução do aluno Q na figura 63.



2. Marcos fez uma pesquisa sobre preços de três alimentos em quatro redes de supermercados:

	A	B	C	D	E	F
1		Feijão (1kg)	Arroz (5kg)	Massa (500g)		
2	Mercado 1	R$ 3,59	R$ 7,49	R$ 1,99		
3	Mercado2	R$ 3,89	R$ 7,90	R$ 1,89		
4	Mercado 3	R$ 4,10	R$ 8,99	R$ 2,09		
5	Mercado 4	R$ 3,99	R$ 7,49	R$ 2,05		
6						
7						

a) Na célula E2 queremos colocar o total gasto para comprar 3kg de feijão, 5kg de arroz e 1kg de massa em cada um dos mercados. Como programar a célula E2? 3* B2 + C2 + 2* D2

b) Na célula B6, queremos colocar o preço médio do feijão. Como programar a célula B6?
B2+B3+B4+B5/4

c) Na célula C6, queremos colocar o preço médio do arroz. Como programar a célula C6?
C2+C3+C4+C5/4

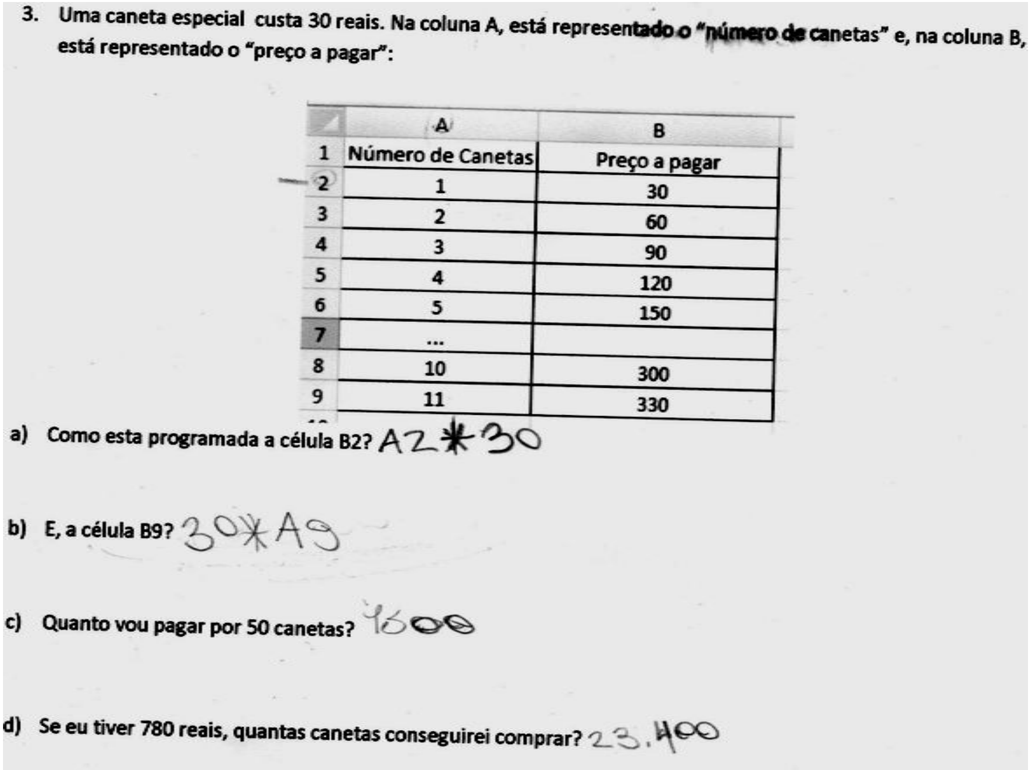
d) Na célula D6, queremos colocar o preço médio da massa. Como programar a célula D6?
D2+D3+D4+D5/4

e) Na célula E6, queremos colocar o total gasto para comprar 3kg de feijão, 5kg de arroz e 1kg de massa em utilizando os preços médios. Como programar a célula E6? B6+C6+D6

Figura 63- Resolução apresentada pelo aluno Q

No item 3, a partir da análise dos dados da tabela, os estudantes perceberam que os valores da coluna B resultavam do produto dos valores da coluna A por 30. Os itens 3a), 3b) e 3c) foram resolvidos sem dificuldades pelos estudantes. Entretanto, o item

3d), em que era dado o total gasto e solicitava a quantidade de canetas compradas com aquele valor, poucos estudantes conseguiram resolver corretamente, grande parte deles multiplicou o total gasto pelo valor de uma caneta, conforme a figura 64 que apresenta a resolução do aluno AA.



3. **Uma caneta especial custa 30 reais. Na coluna A, está representado o "número de canetas" e, na coluna B, está representado o "preço a pagar":**

	A	B
1	Número de Canetas	Preço a pagar
2	1	30
3	2	60
4	3	90
5	4	120
6	5	150
7	...	
8	10	300
9	11	330

a) **Como esta programada a célula B2?** A2*30

b) **E, a célula B9?** 30*A9

c) **Quanto vou pagar por 50 canetas?** 1500

d) **Se eu tiver 780 reais, quantas canetas conseguirei comprar?** 23.400

Figura 64 - Resolução apresentada pelo aluno AA

Após perceber que esta era a dificuldade de grande parte da turma, foi preciso fazer uma retomada em grande grupo para resolver tais dúvidas.

Na resolução do item 4, a grande maioria não teve dificuldades em fazer os cálculos utilizando as bandeiras 1 e 2. Consequentemente, escrever a programação das células não foi um obstáculo para os estudantes, conforme a figura 65 que apresenta a resolução do aluno Z.

4. **Em uma cidade, paga-se pelo táxi os seguintes valores, em relação ao horário de utilização do serviço:**
Bandeira 1: R$ 4,50 mais R$ 2,10 por quilômetro rodado.
Bandeira 2: R$ 4,50 mais R$ 2,75 por quilômetro percorrido.

a) Quanto será gasto para percorrer 20 km na Bandeira 1? 2,10 * 20 + 4,50

Será gastado 46,50 por quilometro.

b) E, na Bandeira 2?

Será gastado 59,50 por quilometro.
2,75 * 20 + 4,50

c) Observe as tabelas abaixo:

	A	B	C	D	E	F
1	Bandeira 1			Bandeira 2		
2	km	Preço		km	Preço	
3	1			1		
4	2			2		
5	3			3		
6	4			4		
7	...			...		
8	25			25		
9	27			27		
10	...			...		
11	50			50		

c_1) Como programar a célula B3?

B3=2,10 * A3 + 4,50

c_2) Como programar a célula E3?

E3 =2,75 *D3 + 4,50

Figura 65 - Resolução apresentada pelo aluno Z

Encerrada essa sequência de atividades, chegamos a um ponto importante de nosso trabalho e reafirmamos a possibilidade e a importância do professor sair de sua zona de conforto (PENTEADO e SKOVSMOSE, 2008) e levar para sala de aula outros temas, como a programação de planilhas, além daqueles consagrados em diferentes currículos, como produtos notáveis e equações. A partir da próxima sequência de atividades, os estudantes trabalharão no laboratório de informática fazendo uso de um programa de planilha eletrônica.

3.8 Atividade 8 – Programando Planilhas Eletrônicas

3.8.1 Objetivos, planejamento e expectativas

Neste momento, chegamos a uma importante etapa de nosso trabalho. A partir de agora os estudantes colocarão em prática, no laboratório de informática – figura 66, conhecimentos explorados na sala de aula.

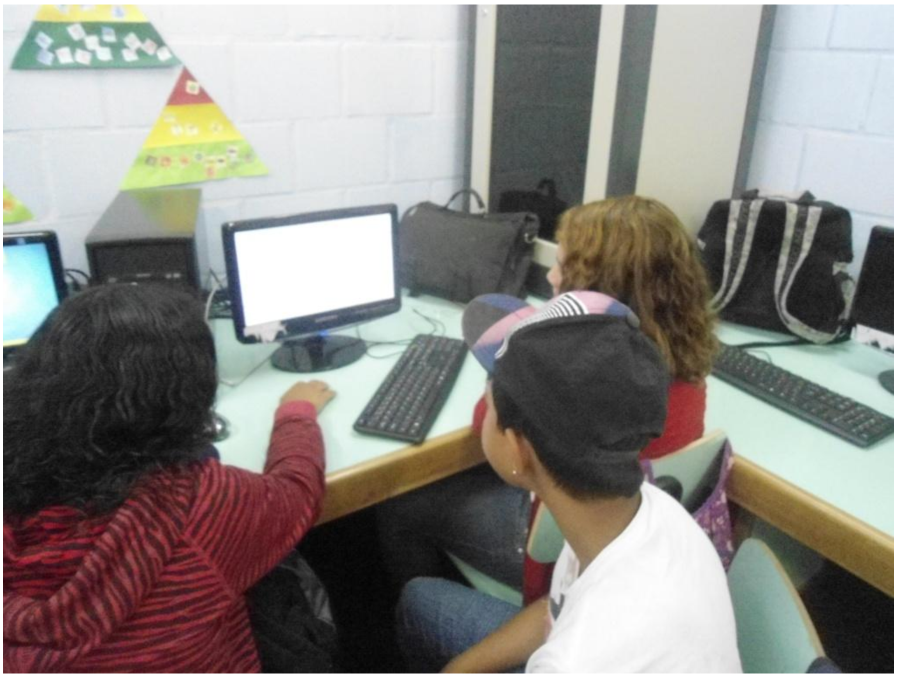


Figura 66 - Alunos desenvolvendo atividades no Laboratório de Informática

Como a escola conta com apenas um laboratório de informática, isto impossibilitou que o mesmo fosse utilizado já a partir da atividade 6.

A partir da Resolução de Problemas, serão exploradas algumas funções da planilha eletrônica. Utilizando essa abordagem, pretendemos que os estudantes percebam a Matemática como um importante conhecimento no que se refere ao desenvolvimento e uso de tecnologias e, com isso, estamos colocando em prática mudanças curriculares (McCONNELL, 1995).

Nossos objetivos nessa sequência de atividades são:

- Explorar o uso de planilhas de cálculos;
- Associar a linguagem algébrica à programação da planilha de cálculos;
- Associar célula à variável;
- Aplicar os conhecimentos de programação.

Como os computadores da escola funcionam com o *Sistema Linux*[5], a planilha eletrônica utilizada será o programa Calc, um programa livre. Inicialmente os estudantes acessarão o programa e farão uma breve exploração a fim de terem um contato inicial. Em seguida, será discutido junto aos estudantes a forma como procedemos para inserir fórmulas em uma célula.

As atividades a serem desenvolvidas pelos estudantes já estarão em planilhas nos computadores. Caberá aos alunos abri-las, e desenvolver as atividades propostas.

No item 1, os estudantes deverão calcular a média de alguns alunos a partir de notas obtidas em provas e trabalhos, conforme a figura 67.

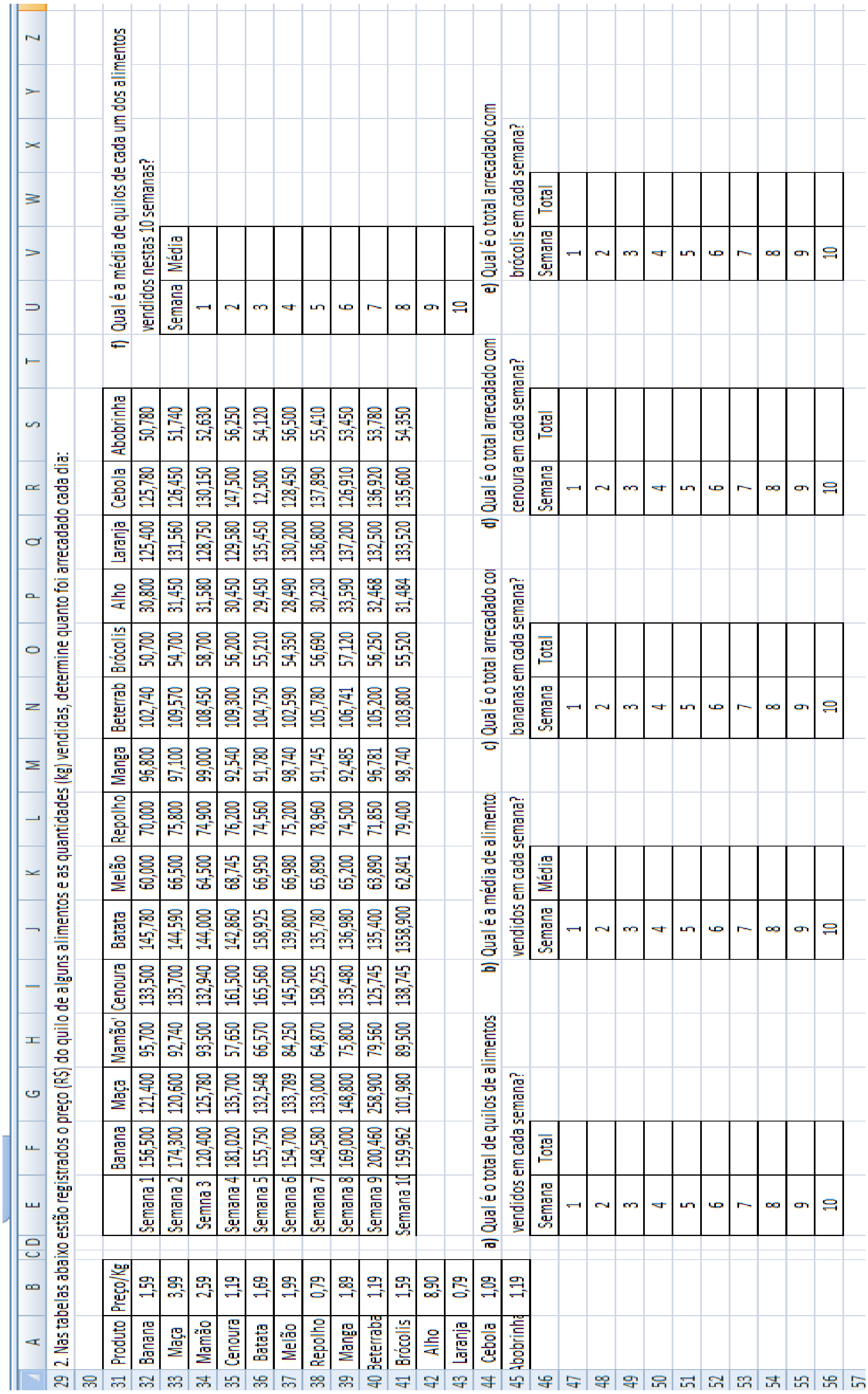
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	1. Na tabela abaixo está registra as notas de Matemática dos alunos do 7º ano A, determine a média de cada estudante:												
2	Alunos	Trabalho 1	Prova 1	Trabalho 2	Prova 2	Média							
3	Ana	8	6,5	7	5,2								
4	Amaral	10	9.3	8,9	6.5								
5	Bianca	9	8,1	8	4								
6	Breno	6	3	8	3,7								
7	Carlos	5	4,1	8	6,5								
8	Daniela	7	7	6,5	8								
9	Eduarda	5	8	7	2,4								
10	Eduardo	8	7,5	8,5	5,5								
11	Fabio	8	4	4	2								
12	Franciele	6	5,2	5,5	9								
13	Gabriel	8,5	6	6,5	3,1								
14	Gabrielly	9,8	7,5	7	5,2								
15	Hélio	6,6	8,4	7	6,8								
16	Jeferson	9	3,9	4,8	5,2								
17	Maria	8	4,5	3,5	8,7								
18	Jaimerso	9	6,2	6,6	3,3								
19	Priscila	6	3,9	8,5	8,2								
20	Rafael	6	8	9,4	7,1								
21	Sandra	7	7	2	5								
22	Tatiana	9	6,8	5,5	3								
23													
24	a) Sabendo que a média nesta escola é 5, quantos alunos ficaram acima da média?												
25	b) E, abaixo da média?												
26	c) Qual foi a média da turma na Prova 1?												
27	d) E na Prova 2?												

Figura 67 - Item 1 da atividade 8

No desenvolvendo dessa atividade, esperamos que os estudantes ponham em prática os conhecimentos sobre médias explorados anteriormente, e respondam aos questionamentos a partir dos resultados obtidos.

O item 2 é um pouco mais trabalhoso que o anterior. Por contarmos com o recurso da informática, colocamos para os estudantes tabelas de tamanhos consideráveis e com diversos questionamentos a serem explorados pelos estudantes, conforme a figura 68.

[5] Sistema Operacional livre e gratuito.



2. Nas tabelas abaixo estão registrados o preço (R$) do quilo de alguns alimentos e as quantidades (kg) vendidas, determine quanto foi arrecadado cada dia:

Produto	Preço/Kg
Banana	1,59
Maça	3,99
Mamão	2,59
Cenoura	1,19
Batata	1,69
Melão	1,99
Repolho	0,79
Manga	1,89
Beterraba	1,19
Brócolis	1,59
Alho	8,90
Laranja	0,79
Cebola	1,09
Abobrinha	1,19

	Banana	Maça	Mamão'	Cenoura	Batata	Melão	Repolho	Manga	Beterrab	Brócolis	Alho	Laranja	Cebola	Abobrinha
Semana 1	156,500	121,400	95,700	133,500	145,780	60,000	70,000	96,800	102,740	50,700	30,800	125,400	125,780	50,780
Semana 2	174,300	120,600	92,740	135,700	144,590	66,500	75,800	97,100	109,570	54,700	31,450	131,560	126,450	51,740
Semna 3	120,400	125,780	93,500	132,940	144,000	64,500	74,900	99,000	108,450	58,700	31,580	128,750	130,150	52,630
Semana 4	181,020	135,700	57,650	161,500	142,860	68,745	76,200	92,540	109,300	56,200	30,450	129,580	147,500	56,250
Semana 5	155,750	132,548	66,570	165,560	158,925	66,950	74,560	91,780	104,750	55,210	29,450	135,450	12,500	54,120
Semana 6	154,700	133,789	84,250	145,500	139,800	66,980	75,200	98,740	102,590	54,350	28,490	130,200	128,450	56,500
Semana 7	148,580	133,000	64,870	158,255	135,780	65,890	78,960	91,745	105,780	56,690	30,230	136,800	137,890	55,410
Semana 8	169,000	148,800	75,800	135,480	136,980	65,200	74,500	92,485	106,741	57,120	33,590	137,200	126,910	53,450
Semana 9	200,460	258,900	79,560	125,745	135,400	63,890	71,850	96,781	105,200	56,250	32,468	132,500	136,920	53,780
Semana 10	159,962	101,980	89,500	138,745	1358,900	62,841	79,400	98,740	103,800	55,520	31,484	133,520	135,600	54,350

a) Qual é o total de quilos de alimentos vendidos em cada semana?

Semana	Total
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

b) Qual é a média de alimento vendidos em cada semana?

Semana	Média
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

c) Qual é o total arrecadado coı bananas em cada semana?

Semana	Total
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

d) Qual é o total arrecadado com cenoura em cada semana?

Semana	Total
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

e) Qual é o total arrecadado com brócolis em cada semana?

Semana	Total
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

f) Qual é a média de quilos de cada um dos alimentos vendidos nestas 10 semanas?

Semana	Média
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Figura 68- Item 2 da atividade 8

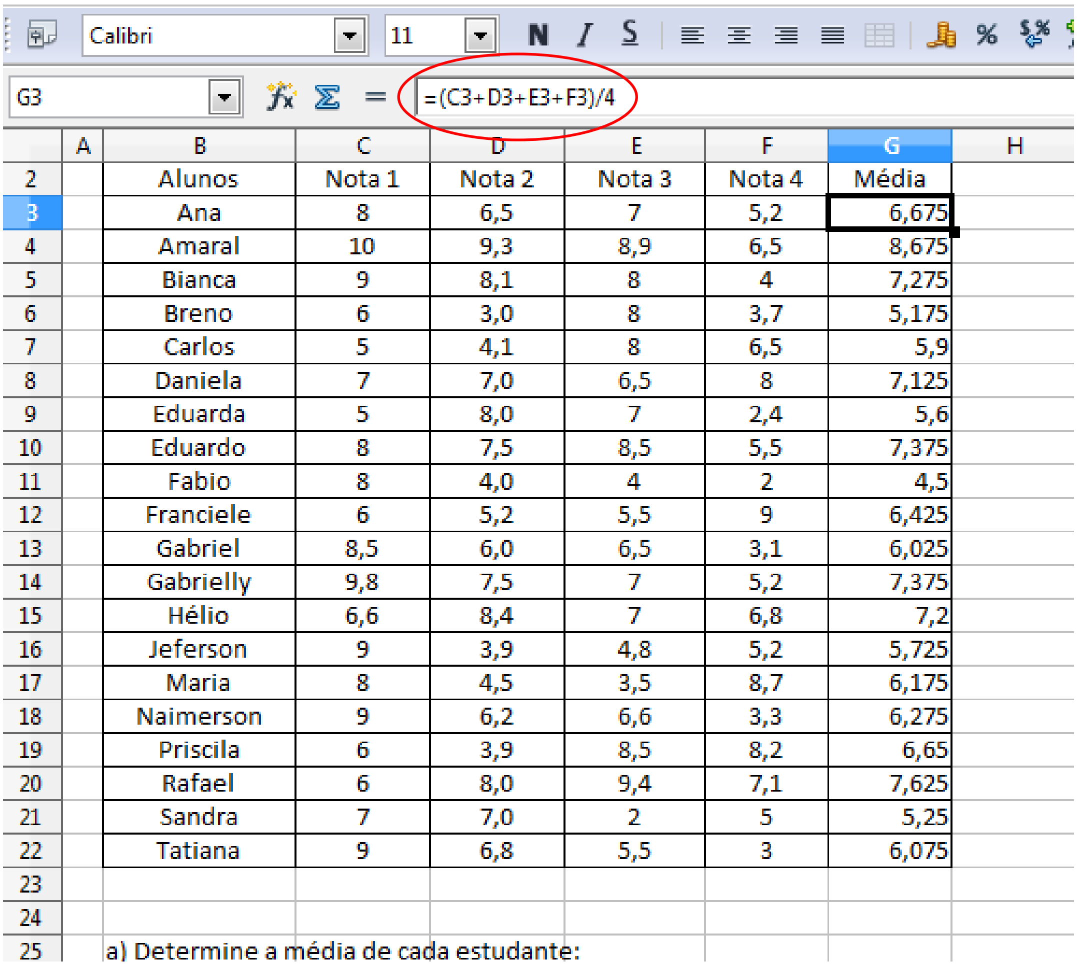
Através da exploração das planilhas eletrônicas, almejamos que os estudantes possam desenvolver habilidades de programação de células utilizando os conhecimentos algébricos desenvolvidos anteriormente, em que, agora, as variáveis ganham outros significados como células (USISKIN, 1995).

3.8.2 Descrição das atividades e observações do professor

A aula iniciou diretamente no laboratório de informática. Os estudantes tiveram um tempo inicial para se ambientarem com o programa Calc. Em seguida, foi feita uma projeção na qual o professor mostrou aos estudantes alguns itens importantes, como: inserir fórmulas, apagar erros, casos em que é possível expandir a fórmula para as demais células e salvamento do arquivo.

Após esta etapa inicial, os estudantes abriram a planilha com as atividades, que estava salva em cada um dos computadores. No desenvolvimento das atividades para o cálculo da média, alguns estudantes apresentaram dificuldades na utilização de parênteses na escrita das fórmulas. Com isso, foi necessária a intervenção do professor para que os alunos percebessem que sem os parênteses apenas o último número seria dividido e não a soma das notas.

Foi interessante perceber nos estudantes o espanto ao programar a célula, apertar a tecla “enter” e ver surgir o valor procurado. Além disso, todos os grupos perceberam que está fórmula poderia ser expandida para as demais células abaixo, pois o procedimento era o mesmo. Vários estudantes comentaram que programando o computador era muito rápido e fácil fazer os cálculos. Na figura 69 dada abaixo, podemos ver a resolução do item 1 apresentada pelo grupo constituído pelos estudantes K, Z e S.



Calibri | 11

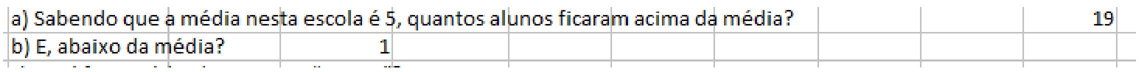
G3 | =(C3+D3+E3+F3)/4

	A	B	C	D	E	F	G	H
2		Alunos	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4	Média	
3		Ana	8	6,5	7	5,2	6,675	
4		Amaral	10	9,3	8,9	6,5	8,675	
5		Bianca	9	8,1	8	4	7,275	
6		Breno	6	3,0	8	3,7	5,175	
7		Carlos	5	4,1	8	6,5	5,9	
8		Daniela	7	7,0	6,5	8	7,125	
9		Eduarda	5	8,0	7	2,4	5,6	
10		Eduardo	8	7,5	8,5	5,5	7,375	
11		Fabio	8	4,0	4	2	4,5	
12		Franciele	6	5,2	5,5	9	6,425	
13		Gabriel	8,5	6,0	6,5	3,1	6,025	
14		Gabrielly	9,8	7,5	7	5,2	7,375	
15		Hélio	6,6	8,4	7	6,8	7,2	
16		Jeferson	9	3,9	4,8	5,2	5,725	
17		Maria	8	4,5	3,5	8,7	6,175	
18		Naimerson	9	6,2	6,6	3,3	6,275	
19		Priscila	6	3,9	8,5	8,2	6,65	
20		Rafael	6	8,0	9,4	7,1	7,625	
21		Sandra	7	7,0	2	5	5,25	
22		Tatiana	9	6,8	5,5	3	6,075	
23								
24								
25		a) Determine a média de cada estudante:						

Figura 69- Resolução apresentadas pelos estudantes K, Z e S ao item 1a)

Podemos notar dentro da elipse vermelha o destaque à programação apresentada pelos estudantes na célula G3, a qual foi expandida às demais células da coluna G.

Por um erro na digitação das planilhas estas saíram com dois itens a. Agora, nos referiremos ao segundo item, que foi resolvido sem dificuldades, pois bastava observar as notas maiores ou iguais a 5. O mesmo ocorreu para o item 1b), conforme ilustra a figura 70 através da resolução do grupo formado pelos alunos J, T, O e Y.



a) Sabendo que a média nesta escola é 5, quantos alunos ficaram acima da média? 19

b) E, abaixo da média? 1

Figura 70 - Resolução apresentada pelos estudantes J, T, O e Y

Os itens 1c) e 1d), nos quais os estudantes deveriam calcular, as médias das NOTAS 1 e 2, respectivamente, alguns grupos apresentaram falhas na programação ao esquecer alguma das células a serem consideradas. Após uma retomada junto a esses grupos, foi possível chegar às soluções, conforme podemos perceber nas figuras 71 e 72, que apresentam as resoluções do grupo constituído pelos estudantes U, H e AB.

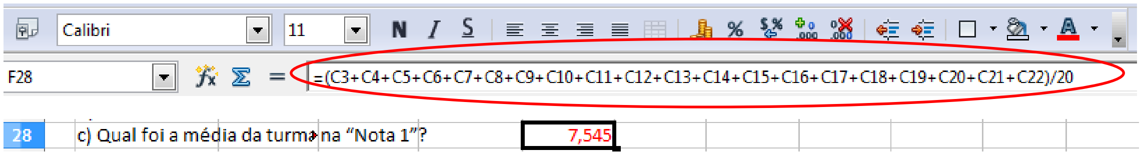


Figura 71 - Resolução apresentada pelos alunos U, H e AB ao item 1c

Podemos notar dentro da elipse vermelha a programação feitas pelos estudantes na célula F28.

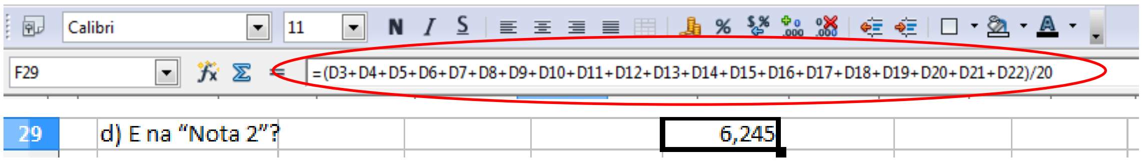
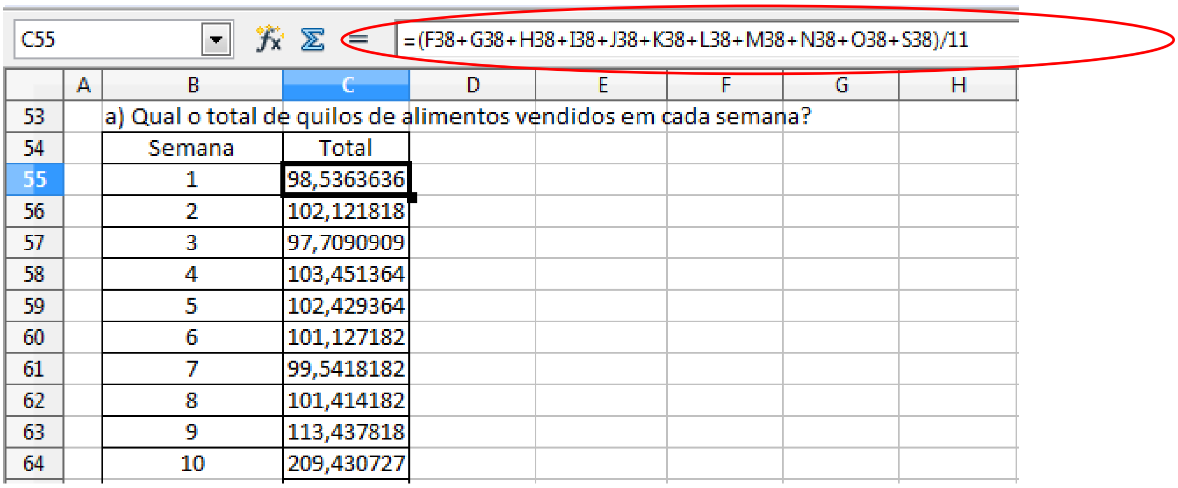


Figura 72 - Resolução apresentada pelos alunos U, H e AB ao item 1d

Podemos notar dentro da elipse vermelha a programação feitas pelos estudantes na célula F29.

Na resolução do item 2, alguns grupos apresentaram dificuldades nas questões em que era necessário relacionar as duas tabelas, sendo preciso algumas intervenções do professor. A partir daí os grupos passaram a fazer as programações sem dificuldades.

Os itens 2a) e 2b) foram resolvidos facilmente pelos estudantes, estes perceberam que bastava programar a primeira célula da coluna e expandir para as demais. No entanto, alguns estudantes ao resolver o item 2a), por erro de interpretação, calcularam a média de alimentos vendidos, conforme podemos ver nas resoluções apresentadas pelos alunos K, Z e S, na figura 73, sendo necessário fazer uma retomada junto a esses estudantes.


C55 =(F38+G38+H38+I38+J38+K38+L38+M38+N38+O38+S38)/11

	A	B	C	D	E	F	G	H
53		a) Qual o total de quilos de alimentos vendidos em cada semana?						
54		Semana	Total					
55		1	98,5363636					
56		2	102,121818					
57		3	97,7090909					
58		4	103,451364					
59		5	102,429364					
60		6	101,127182					
61		7	99,5418182					
62		8	101,414182					
63		9	113,437818					
64		10	209,430727					

Figura 73- Resolução apresentada pelos alunos K, Z e S

Na figura 74, podemos ver a resolução correta do item 2a), apresentada pelos estudantes U, H e AB.

C55 =F38+G38+H38+I38+J38+K38+L38+M38+N38+O38

a) Qual o total de quilos de alimentos vendidos em cada semana?

Semana	Total
1	1033,12
2	1071,6
3	1022,17
4	1081,715
5	1072,603
6	1055,899
7	1039,55
8	1062,106
9	1194,036
10	2249,388

Figura 74 - Resolução apresentada pelos alunos U, H e AB

Dentro da elipse podemos ver a programação feita pelos estudantes na célula C55 e expandida para as demais na mesma coluna.

Na figura 75, podemos ver a resolução apresentada ao item 2b) pelos estudantes U, H e AB.

C68 =(F38+G38+H38+I38+J38+K38+L38+M38+N38+O38+P38+Q38+R38+S38)/14

b) Qual a média de alimentos vendidos em cada semana?

Semana	Média
1	97,5628571
2	100,914286
3	97,52
4	103,249643
5	93,1516429
6	99,9670714
7	99,9914286
8	100,946857
9	110,693143
10	186,024429

Figura 75-Resolução apresentada pelos estudantes U, H e AB

Dentro da elipse podemos ver a programação feita pelos estudantes na célula C55 e expandida para as demais na mesma coluna.

Nos itens 2c), 2d) e 2e) alguns estudantes tiveram dificuldades em relacionar as duas tabelas, sendo necessária a intervenção do professor. Após, os estudantes conseguiram realizar as atividades com êxito.

Dentre as dificuldades apresentada pelos estudantes nesses itens, estava a tentativa de expandir a programação da primeira célula da coluna para as demais, o que não era possível e acabava apresentando valores errados.

Na figura 76, podemos ver a resolução apresentada pelos estudantes R e L. Inicialmente estes estudantes haviam programado a primeira célula e expandido para as demais. Porém, eles perceberam que a programação apresentada não deixava a célula C7 fixa (célula que apresentava o valor do quilo da banana) e concluíram que neste caso era necessário escrever a expressão uma a uma em cada uma delas.

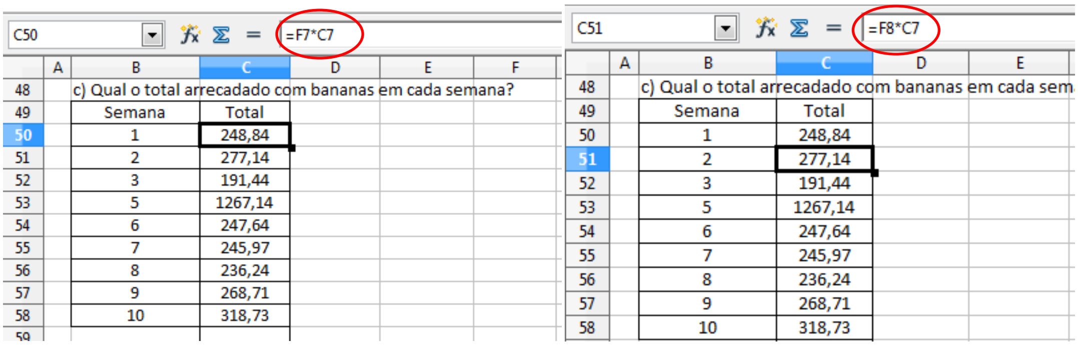


Figura 76- Resolução dos estudantes R e L

Dentro das elipses podemos ver que nas programações a célula C7 permanece fixa.

Nos itens 2d) e 2e), assim como a anterior, os alunos tiveram que perceber a impossibilidade de programar apenas a primeira célula da coluna e expandir para as demais, pois era necessário deixar as células C10 (célula que apresenta o preço do quilo da cenoura) e C16 (célula que apresenta o preço do quilo do brócolis) fixas. Nestes, não foi necessário intervir nos grupos para que percebessem tal situação, conforme podemos ver na resolução apresentada pelos alunos R e L e K e S, respectivamente, nas figuras 77 e 78.

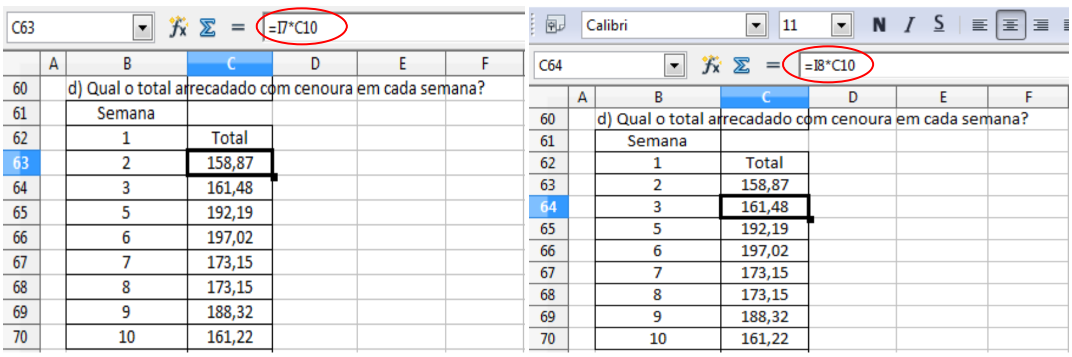


Figura 77 - Resolução dos estudantes R e L

Dentro das elipses podemos ver que nas programações a célula C10 permanece fixa.

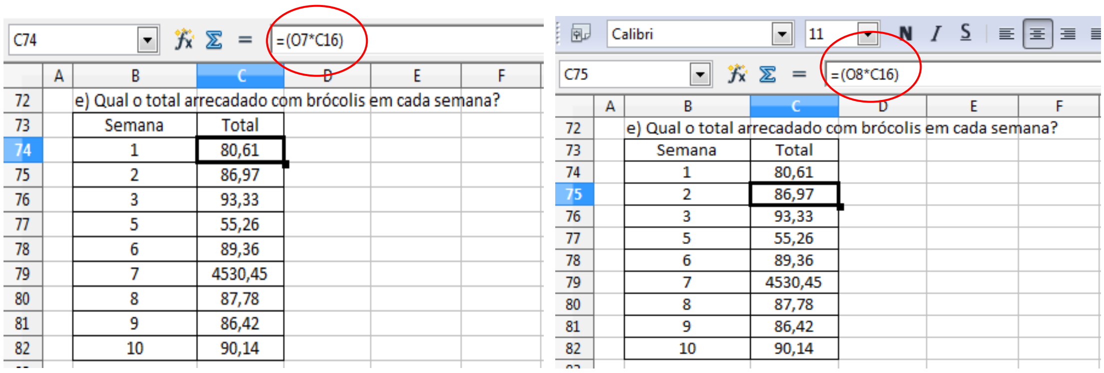


Figura 78 – Resolução dos estudantes k e S

Dentro das elipses podemos ver que nas programações a célula C16 permanece fixa.

O item 2f), em que era solicitado o cálculo da média de cada um dos alimentos vendidos nestas duas semanas, foi resolvido pelos estudantes sem dificuldade quanto à programação. Aqui também os estudantes perceberam por si próprios a impossibilidade de programar apenas a primeira célula da coluna e expandi-la para as demais, conforme podemos ver na figura 79 a resolução dos estudantes AA e AB.

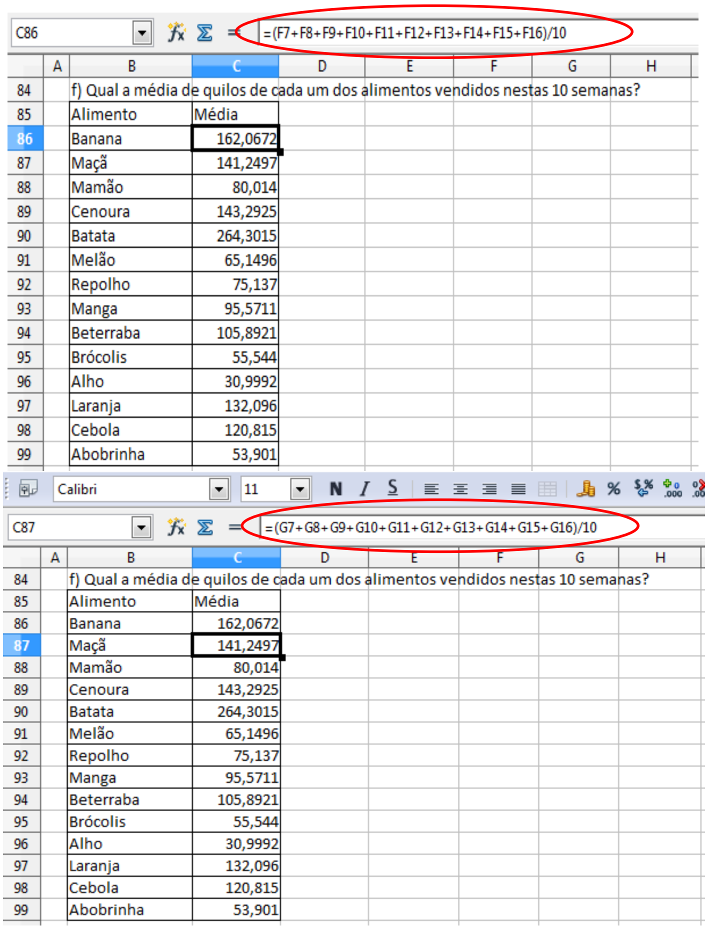


Figura 79 - Resolução dos estudantes AA e AB

Dentro das elipses podemos perceber que os estudantes utilizaram corretamente os parênteses para o cálculo da média, além de utilizar as células corretas para cada alimento.

Finalizada a sequência de atividades número 8, percebemos que apesar de o trabalho com programação de planilhas eletrônicas não fazer parte dos currículos tradicionais praticados nas escolas, este pode ser naturalmente incorporado a eles, numa tentativa de inserir novos assuntos nos programas de Matemática, conforme sugere McConnell (1995). Além disso, ao inserir a tecnologia na sala de aula e, principalmente, seu uso voltado para aprendizagem, e não apenas como lazer, a escola está cumprindo um de seus papeis sociais, o da inclusão, aumento as oportunidades de escolhas futuras par os estudantes (PENTEADO E SKOVSMOSE, 2008).

3.9 Atividade 9 – Aprimorando o trabalho com a programação de células.

3.9.1 Objetivos, planejamento e expectativas

Nesta sequência de atividades, buscaremos levar os estudantes a aprimorarem o trabalho com a programação das células iniciado anteriormente. Nossos objetivos serão os seguintes:

- Explorar o uso de planilhas de cálculos;
- Associar a linguagem algébrica à programação da planilha de cálculos;
- Associar célula à variável;
- Aplicar os conhecimentos de programação;
- Resolver problemas.

O primeiro item da atividade consiste em explorar um problema sobre a quantidade de peças compradas, vendidas e restantes no estoque. Esperamos que os estudantes percebam que este é um problema correlato (POLYA, 1978) a problemas resolvidos anteriormente, dentre eles, o item 2 da atividade 6. Conforme, podemos ver na figura 80.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1. Nas tabelas abaixo está registrado o controle de estoque da Loja Cristal:								
2									
3		Peças Compradas	Peças Vendidas	Peças no Estoque					
4	Camisa	358	189						
5	Bermuda	318	201						
6	Blusa	331	164						
7	Calça	342	284						
8	Camiseta	345	196						
9	Gravata	254	94						
10	Jaqueta	302	82						
11	Meia	298	169						
12	Moletom	274	78						
13	Total de Peças								
14	a) Preencha a coluna D com a quantidade de peças restantes no estoque:								
15	b) Qual tipo de peça em maior quantidade no estoque?								
16	c) Qual o tipo de peça em menor quantidade no estoque?								
17	d) Programe a célula B13 para calcular o total de peças compradas.								
18	e) Programe a célula C13 para calcular o total de peças vendidas.								
19	f) Programe a célula D13 para calcular o total de peças no estoque.								
20	g) Na semana seguinte foram vendidas as quantidades de peças registradas abaixo:						eças Restantes no Estoqu		
21	Camisa	35					Camisa		
22	Bermuda	25					Bermuda		
23	Blusa	28					Blusa		
24	Calça	36					Calça		
25	Camiseta	14					Camiseta		
26	Gravata	15					Gravata		
27	Jaqueta	11					Jaqueta		
28	Meia	21					Meia		
29	Moletom	13					Moletom		
30	Programe as células H21 até H29 para calcular as peças restantes no estoque.								
31									

Figura 80 - Item 1 da sequência de atividades 9

No item 1a) os estudantes devem programar as células da coluna D de forma que estas apresentem as quantidades de peças de roupa no estoque.

Os itens 1b) e 1c) são apenas de interpretação dos dados obtidos anteriormente.

Nos itens 1d), 1e) e 1f) os estudantes devem programar as células B13, C13 e D13, respectivamente, com totais de peças compradas, vendidas e no estoque.

No item 1g) os estudantes devem programar as células da H21 até H29, considerando uma atualização nas quantidades vendidas.

No item 2 os estudantes explorarão uma tabela com quantidade de concentração de álcool no sangue em função da quantidade de latas de cerveja ingeridas, conforme a figura 81. Esperamos que os estudantes percebam que esse é um *problema correlato* (POLYA, 1978) ao problema 3 da atividade 5 e, com isso, consigam programar a planilha de forma a obter os valores solicitados.

	A	B
31		
32	2. A ingestão de uma lata de cerveja provoca uma concentração de aproximadamente 0,3 gramas/litro de álcool no sangue	
33	A tabela que você recebeu mostra os efeitos sobre o corpo humano provocados por bebidas alcoólicas em função dos níveis de concentração de álcool no sangue.	
34		
35	a) Programe a tabela abaixo para calcular os valores de concentração de álcool no sangue para as quantidade de latas de cervela de 1 a 15:	
36		
37	Latas de Cerveja	Concentração de Alcool no sangue (g/l)
38	1	
39	2	
40	3	
41	4	
42	5	
43	6	
44	7	
45	8	
46	9	
47	10	
48	11	
49	12	
50	13	
51	14	
52	15	
53		
54	b) Considerando os valores obtidos na tabela do exercício anterior, descreva os efeitos do álcool sobre uma pessoa que tomou 5 latas de cerveja.	
55		
56		
57	c) Considerando os valores obtidos na tabela do exercício anterior, descreva os efeitos do álcool sobre uma pessoa que tomou 9 latas de cerveja.	
58		

Figura 81 - Item 2 da sequência de atividades 9

Para resolver esta questão, os estudantes receberam uma tabela mostrando os efeitos sobre o corpo humano provocado por bebidas alcoólicas em função dos níveis de concentração de álcool no sangue, conforme a figura 82.

OS EFEITOS DO ÁLCOOL

Concentração de álcool no sangue (g/ℓ)	Efeito
0,1 a 0,5	Nenhum efeito aparente.
0,3 a 1,2	Suave euforia. Decréscimo das inibições. Diminuição da atenção.
0,9 a 2,5	Instabilidade emocional. Decréscimo da inibição. Perda do julgamento crítico. Enfraquecimento da memória e da compreensão.
1,8 a 3,0	Desorientação. Confusão mental e vertigens. Distúrbio da sensação e da percepção às cores, formas, movimentos e dimensões. Vacilação no modo de andar e dificuldade na fala.
2,7 a 4,0	Apatia. Diminuição das respostas aos estímulos. Vômitos. Debilidade da consciência.
3,5 a 5,0	Completa inconsciência. Coma. Anestesia. Debilidade e abolição dos reflexos. Dificuldades circulatórias e respiratórias. Morte possível.
maior que 4,5	Parada respiratória. Morte.

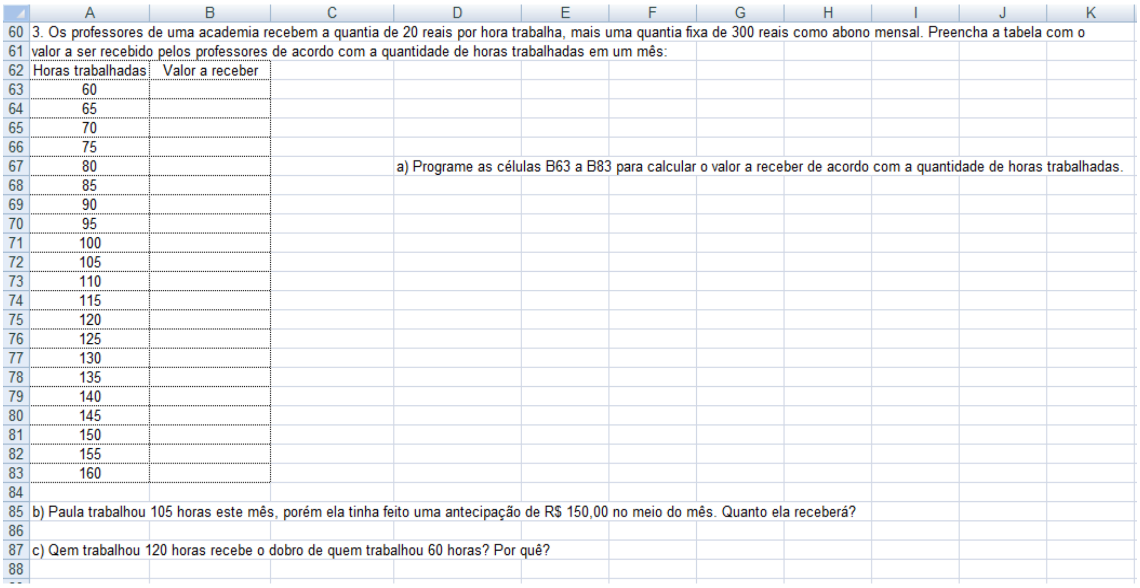
Obs.: 0,1 g/ℓ corresponde a um copo de cerveja.

Figura 82 - Tabela auxiliar para resolução do item 2, retirado de Giovanni & Castrucci (2009, p.167)

No item 2a) os estudantes devem programar a tabela de forma que esta apresente a quantidade de concentração de álcool em função do número de latas de cerveja ingeridas.

Os itens 2b) e 2c) são para que os estudantes trabalhem com a interpretação dos dados obtidos.

No item 3 os estudantes explorarão o cálculo do salário de professores conhecendo a parcela fixa recebida e em função do número de horas trabalhadas, conforme a figura 83.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
60	3. Os professores de uma academia recebem a quantia de 20 reais por hora trabalha, mais uma quantia fixa de 300 reais como abono mensal. Preencha a tabela com o										
61	valor a ser recebido pelos professores de acordo com a quantidade de horas trabalhadas em um mês:										
62	Horas trabalhadas	Valor a receber									
63	60										
64	65										
65	70										
66	75										
67	80			a) Programe as células B63 a B83 para calcular o valor a receber de acordo com a quantidade de horas trabalhadas.							
68	85										
69	90										
70	95										
71	100										
72	105										
73	110										
74	115										
75	120										
76	125										
77	130										
78	135										
79	140										
80	145										
81	150										
82	155										
83	160										
84											
85	b) Paula trabalhou 105 horas este mês, porém ela tinha feito uma antecipação de R$ 150,00 no meio do mês. Quanto ela receberá?										
86											
87	c) Qem trabalhou 120 horas recebe o dobro de quem trabalhou 60 horas? Por quê?										
88											

Figura 83- Item 3 da sequência de atividades 9

No item 3a) os estudantes devem programar as células B63 a B83 de forma que estas apresentem o valor a ser recebido em função das horas trabalhas, e sem esquecer da parcela fixa.

O item 3b) é apenas de interpretação a partir dos dados obtidos na tabela.

Já o item 3c) visa levar o estudante a perceber que, por ter uma parcela fixa no cálculo do salário, este não é diretamente proporcional ao número de aulas trabalhadas.

Almejamos com esta sequência de atividades explorar ainda mais o uso de planilhas de cálculo e aprimorar a linguagem de programação dos estudantes, associando célula à variável.

3.9.2 Descrição das atividades e observações do professor

A aula iniciou diretamente com os estudantes explorando a planilha de cálculos com as atividades propostas.

O item 1a) foi resolvido com facilidade, rapidamente eles perceberam que bastava programar a célula D4 através da diferença entre as células B4 e C4, e expandir esta fórmula para as demais células da coluna, conforme podemos ver na resolução dos estudantes T e J na figura 84.

D4 | f_x | =B4-C4

	A	B	C	D	E
1	1. Nas tabelas abaixo está registrado o controle de estoque da Loja Cristal:				
2					
3		Peças Compradas	Peças Vendidas	Peças no Estoque	
4	Camisa	358	189	169	
5	Bermuda	318	201	117	
6	Blusa	331	164	167	
7	Calça	342	284	58	
8	Camiseta	345	196	149	
9	Gravata	254	94	160	
10	Jaqueta	302	82	220	
11	Meia	298	169	129	
12	Moletom	274	78	196	
13	Total de Peças				
14	a) Preencha a coluna D com a quantidade de peças restantes no estoque:				

Figura 84 - Resolução apresentada pelos estudantes T e J

Os itens 1b) e 1c), que eram apenas interpretação dos resultados obtidos anteriormente, forma respondidos rapidamente pelos estudantes, conforme podemos ver nas respostas apresentadas pelos estudantes A e E na figura 85.

15	b) Qual tipo de peça em maior quantidade no estoque?	jaqueta
16	c) Qual o tipo de peça em menor quantidade no estoque?	calça

Figura 85- Resolução apresentada pelos alunos A e E

Os itens 1d), 1e) e 1f) também não apresentaram dificuldades aos estudantes, todos conseguiram fazer as programações solicitadas, conforme podemos ver nas respostas apresentadas pelos estudantes H e U na figura 86.

	A	B	C	D
1	1. Nas tabelas abaixo está registrado o controle de estoque da Loja Cristal:			
2				
3		Peças Compradas	Peças Vendidas	Peças no Estoque
4	Camisa	358	189	169
5	Bermuda	318	201	117
6	Blusa	331	164	167
7	Calça	342	284	58
8	Camiseta	345	196	149
9	Gravata	254	94	160
10	Jaqueta	302	82	220
11	Meia	298	169	129
12	Moletom	274	78	196
13	Total de Peças	2822	1457	1365
17	d) Programe a célula B13 para calcular o total de peças compradas.			
18	e) Programe a célula C13 para calcular o total de peças vendidas.			
19	f) Programe a célula D13 para calcular o total de peças no estoque.			

B13 | f_x | =B4+B5+B6+B7+B8+B9+B10+B11+B12

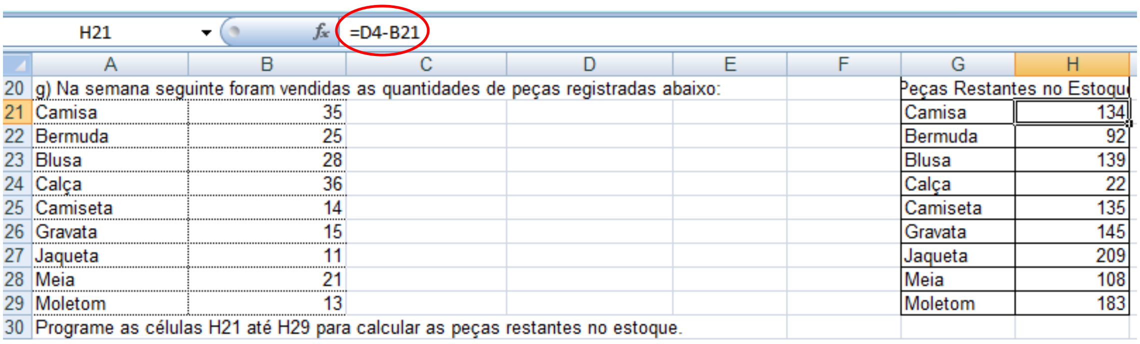
C13 | f_x | =C4+C5+C6+C7+C8+C9+C10+C11+C12

D13 | f_x | =D4+D5+D6+D7+D8+D9+D10+D11+D12

Figura 86 - Resoluções apresentadas pelos alunos H e U

Dentro das elipses podemos ver os resultados apresentados pelo computador a partir das respectivas programações apresentadas.

No 1g), alguns estudantes apresentaram dúvidas quanto à relação existente entre as tabelas apresentadas no início do problema e a deste item. Após a intervenção do professor, os estudantes resolveram a atividade sem dificuldades, percebendo, através das explicações dadas pelo professor, que bastava programar a célula H21 e expandir para as demais da mesma coluna, conforme podemos ver na resolução dos estudantes Z, D, S e V figura 87.



H21 | f_x | =D4-B21

	A	B	C	D	E	F	G	H
20	g) Na semana seguinte foram vendidas as quantidades de peças registradas abaixo:						Peças Restantes no Estoque	
21	Camisa	35					Camisa	134
22	Bermuda	25					Bermuda	92
23	Blusa	28					Blusa	139
24	Calça	36					Calça	22
25	Camiseta	14					Camiseta	135
26	Gravata	15					Gravata	145
27	Jaqueta	11					Jaqueta	209
28	Meia	21					Meia	108
29	Moletom	13					Moletom	183
30	Programe as células H21 até H29 para calcular as peças restantes no estoque.							

Figura 87 - Resolução apresentada pelos estudantes Z, D, S e V

Dentro da elipse podemos ver a programação feita pelos alunos.

Na resolução do item 2, os estudantes apresentaram dificuldades no 2b, pois tiveram dúvidas no momento de relacionar os valores das tabelas, uma vez que não conseguiam perceber entre quais números racionais estavam os valores obtidos. Foi necessária a intervenção do professor junto ao grande grupo a fim de relembrar propriedades dos números racionais através da reta numérica. Após esse momento, os estudantes conseguiram resolver os itens do problema 2, conforme podemos ver na resolução dos estudantes B e F na figura 88.

B38 | f_x =A38*0,3

	A	B	J
32	2. A ingestão de uma lata de cerveja provoca uma concentração de aproximadamente 0,3 gramas/litro de álcool no sangue		
33	A tabela que você recebeu mostra os efeitos sobre o corpo humano provocados por bebidas alcoólicas em função dos níveis de concentração de álcool no sangue.		
34			
35	a) Programe a tabela abaixo para calcular os valores de concentração de álcool no sangue para as quantidade de latas de cervela de 1 a 15:		
36			
37	Latas de Cerveja	Concentração de Alcool no sangue (g/l)	
38	1	0,3	
39	2	0,6	
40	3	0,9	
41	4	1,2	
42	5	1,5	
43	6	1,8	
44	7	2,1	
45	8	2,4	
46	9	2,7	
47	10	3	
48	11	3,3	
49	12	3,6	
50	13	3,9	
51	14	4,2	
52	15	4,5	
53			
54	b) Considerando os valores obtidos na tabela do exercício anterior, descreva os efeitos do álcool sobre uma pessoa que tomou 5 latas de cerveja.		perda do julgamento critico
55			
56			
57	c) Considerando os valores obtidos na tabela do exercício anterior, descreva os efeitos do álcool sobre uma pessoa que tomou 9 latas de cerveja.		desorientação
58			

Figura 88- Resoluções apresentadas pelos alunos B e F.

Dentro da elipse podemos ver a programação apresentada pelos estudantes. Cabe destacar que nos itens 2b) e 2c), grande parte dos estudantes apresentou apenas um ou dois efeitos do álcool. Aqui, esperávamos a lista completa dos efeitos.

Na resolução do problema 3, os estudantes não tiveram dificuldades em obter a programação solicitada. No item 3c), os alguns estudantes não conseguiram justificar o porquê de um professor que trabalha 120 horas não receber o dobro de quem trabalha 60 horas. Aqueles que conseguiram esboçar alguma explicação, justificaram o fato pelo motivo de o dobro de 1500 ser 3000 e, não 2700, conforme podemos ver nas resoluções apresentadas pelos estudantes Z, D, S e V figura 89.

B63 | f_x =20*A63+300

	A	B	D	I
59				
60	3. Os professores de uma academia recebem a quantia de 20 reais por hora trabalha, mais uma quantia fixa de 300 reais como abono mensal. Preencha a tabela com o			
61	valor a ser recebido pelos professores de acordo com a quantidade de horas trabalhadas em um mês:			
62	Horas trabalhadas	Valor a recebr		
63	60	1500		
64	65	1600		
65	70	1700		
66	75	1800		
67	80	1900	a) Programe as células B63 a B83 para calcular o valor a receber de acordo com a quantidade de horas trabalhadas.	
68	85	2000		
69	90	2100		
70	95	2200		
71	100	2300		
72	105	2400		
73	110	2500		
74	115	2600		
75	120	2700		
76	125	2800		
77	130	2900		
78	135	3000		
79	140	3100		
80	145	3200		
81	150	3300		
82	155	3400		
83	160	3500		
84				
85	b) Paula trabalhou 105 horas este mês, porém ela tinha feito uma antecipação de R$ 150,00 no meio do mês. Quanto ela receberá?			2250
86				
87	c) Qem trabalhou 120 horas recebe o dobro de quem trabalhou 60 horas? Por quê?		não porque o dobro de 1500 é 3000	

Figura 89- Resoluções apresentadas pelos estudantes Z, D, S e V

Dentro das elipses podemos ver, respectivamente, a programação apresentada pelos estudantes no item 3a) e a resposta dada ao item 3c).

Finalizada a nona sequência de atividades, a partir das resoluções apresentadas pelos estudantes às atividades propostas, consideremos que há indícios de que os estudantes compreenderam o trabalho com variáveis e conseguiram fazer relações, de identificação, com as células das planilhas eletrônicas.

Aqui, vemos que a escola cumpre uma de suas funções de acordo com Penteado e Skovsmose (2008): a inclusão digital. Outro ponto que cabe ser destacado neste momento é o fato da tecnologia acarretar mudança no currículo de matemática, o que era esperado por McConnell (1995) quase vinte anos atrás, ao relacionar a programação de células às expressões algébricas e as variáveis às células.

3.10 Atividade 10 – Avaliação das Atividades Realizadas.

3.10.1 Objetivos, planejamento e expectativas

Nesta última atividade, planejamos uma avaliação a fim de retomar os conceitos trabalhados durante toda essa sequência de atividades. Com isso, nossos objetivos eram:

- Retomar a escrita de expressões algébricas;
- Retomar a interpretação e utilização de fórmulas;
- Retomar a programação de células;
- Retomar o conceito de valor numérico.

Nesta atividade os estudantes trabalharão individualmente, a fim de avaliarmos o desempenho pessoal de cada aluno.

No item 1,os estudantes devem analisar uma tabela e, em cada subitem, escrever a expressão algébrica adequada para descrição matemática da situação, conforme podemos ver na figura 90.

1. Uma fábrica produz garrafas nos tamanhos pequena, média e grande. Na tabela abaixo estão registradas as quantidades produzidas nos últimos 3 meses:

	Pequenas	Médias	Grandes
Setembro	15457	13254	12554
Outubro	15201	13457	12458
Novembro	15489	13258	12005

a) Considere P as garrafas pequenas, M as garrafas médias e G as garrafas grandes. Escreva uma expressão algébrica que represente o total de garrafas produzidas em cada mês.

b) Considere P_s as garrafas pequenas produzidas em setembro, P_o as garrafas pequenas produzidas em outubro e P_n as garrafas pequenas produzidas em novembro. Escreva uma expressão algébrica que represente a média de garrafas pequenas produzidas nestes 3 meses.

Figura 90 - Item 1 da atividade 10

No item 2, os estudantes devem utilizar a fórmula adequada para o cálculo do preço de um tapete, de acordo com o tamanho deste. Além disso, é sugerida uma alteração do preço do metro quadrado do tapete e é solicitado que os estudantes escrevam uma fórmula adequada, agora utilizando como referência este novo valor. Abaixo, na figura 91, podemos ver o item 2.

2. O preço de um tapete varia de acordo com a sua área de acordo as fórmulas abaixo, nas quais P é o preço a ser pago e A representa a área, em m², do tapete:

$P = 70 \cdot A$, para tapetes com área de até 5 m²;

$P = 60 \cdot A$, para tapetes com área maior que 5 m², até 10 m²;

$P = 50 \cdot A$, para tapetes com área acima de 10 m².

a) Complete a tabela abaixo:

Área (A)	Preço(P)
1	
2	
5	
9	
10	
11	

b) Considere que o preço do metro quadrado de tapete, com área até 5m², mude para 85 reais. Escreva a fórmula para o cálculo do preço dos tapetes com área de até 5m²?

c) Utilizando a fórmula do item anterior, calcule o preço de um tapete com área de 4,5 m².

Figura 91 - Item 2 da atividade 10

No último item, esperamos que os estudantes façam a tarefa executada pelo computador a ser programada uma célula, utilizando a ideia de valor numérico para completar a planilha com os valores solicitados. Abaixo, na figura 92, o item 3 da atividade 10.

3. Na planilha de cálculo abaixo a coluna B está programada da seguinte forma: B = 7*A – 15. Determine os valores da coluna B:

	A	B
1	1	
2	-3	
3	7	
4	-5	

Figura 92 – Item 3 da atividade 10

Por fim, esperamos que os estudantes apresentem um bom desempenho nessa avaliação, uma vez que estes apresentaram ótima performance durante as aulas e todos esses problemas são *problemas correlatos* (POLYA, 1978) àqueles resolvidos anteriormente.

3.10.2 Descrição das atividades e observações do professor

Neste último encontro compareceram 20 estudantes, os quais resolveram individualmente as questões propostas nesta atividade. Dentre esses, o desempenho obtido na avaliação foi considerado bom, pois tiveram três conceito AP (atingiu parcialmente os objetivos propostos) e dezessete tiveram conceito A (atingiu os objetivos propostos). A seguir, destacaremos os erros que os estudantes apresentaram.

No problema 1, nenhum estudante apresentou erro no item 1a). Já no item 1b), alguns estudantes, ao representar uma expressão algébrica para a média de garrafas pequenas produzidas nos 3 meses apresentados, esqueceram de escrever a divisão por 3, conforme podemos observar na resolução apresentada pelo aluno A, na figura 93.

1. **Uma fábrica produz garrafas nos tamanhos pequena, média e grande. Na tabela abaixo estão registradas as quantidades produzidas nos últimos 3 meses:**

	Pequenas	Médias	Grandes
Setembro	15457	13254	12554
Outubro	15201	13457	12458
Novembro	15489	13258	12005

a) Considere P as garrafas pequenas, M as garrafas médias e G as garrafas grandes. Escreva uma expressão algébrica que represente o total de garrafas produzidas em cada mês.

P+M+9 C

b) Considere P_s as garrafas pequenas produzidas em setembro, P_o as garrafas pequenas produzidas em outubro e P_n as garrafas pequenas produzidas em novembro. Escreva uma expressão algébrica que represente a média de garrafas pequenas produzidas nestes 3 meses.

Ps+Po+Pn X

Figura 93- Resolução apresentada pelo aluno A

No problema 2, os estudantes não apresentaram erros na utilização da fórmula adequada a cada tamanho de tapete. Entretanto, alguns resultados não estavam corretos, pois exibiam falhas nas multiplicações, conforme podemos observar nas resoluções apresentadas pelo aluno K, na figura 94.

2. **O preço de um tapete varia de acordo com a sua área de acordo as fórmulas abaixo, nas quais P é o preço a ser pago e A representa a área, em m^2, do tapete:**

P = 70 · A, para tapetes com área de até 5 m^2;
P = 60 · A, para tapetes com área maior que 5 m^2, até 10 m^2;
P = 50 · A, para tapetes com área acima de 10 m^2.

a) Complete a tabela abaixo:

Área (A)	Preço(P)	
1	P=70×1=70	C
2	P=70×2=140	C
5	P=70×5=350	C
9	P=60×9=540	C
10	P=60×10=600	C
11	P=60×11=555	C X

b) Considere que o preço do metro quadrado de tapete, com área até $5m^2$, mude para 85 reais. Escreva a fórmula para o cálculo do preço dos tapetes com área de até $5m^2$?

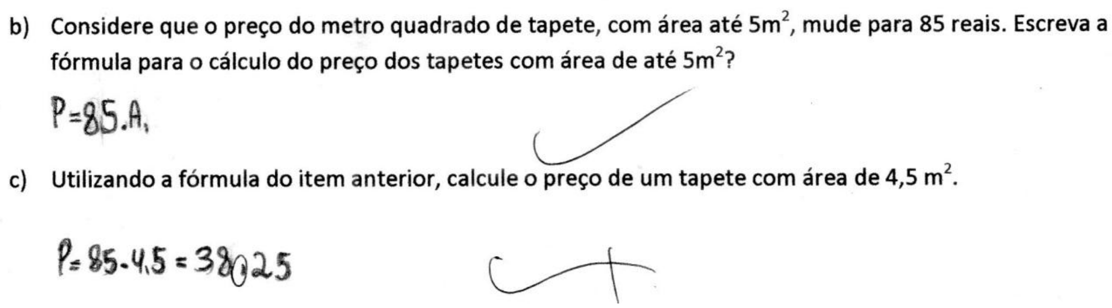
P=85×A= C

c) Utilizando a fórmula do item anterior, calcule o preço de um tapete com área de 4,5 m^2.

P=85×4,5=382,5 C

Figura 94 – Resoluções apresentadas pelo aluno K

Com relação aos itens 2b) e 2c), o único erro que apareceu foi a colocação inadequada da vírgula, conforme podemos observar nas resoluções apresentadas pelo aluno Y, na figura 95.


b) Considere que o preço do metro quadrado de tapete, com área até 5m², mude para 85 reais. Escreva a fórmula para o cálculo do preço dos tapetes com área de até 5m²?

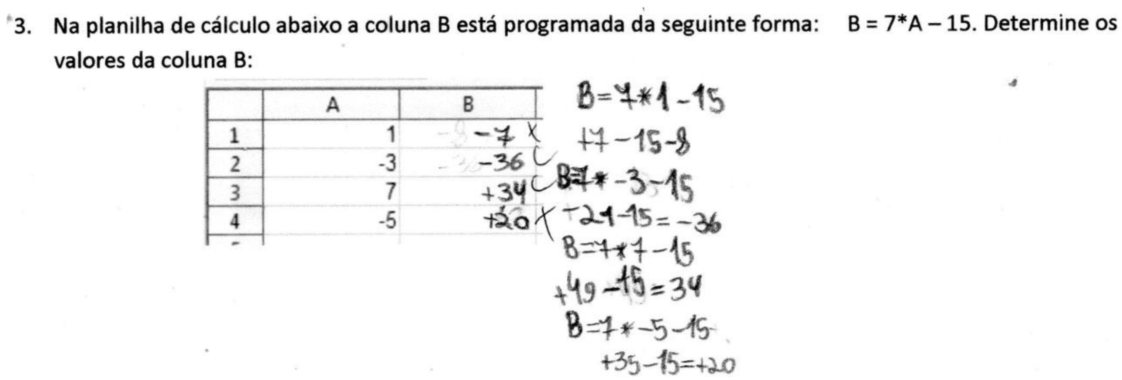
P=8,5.A

c) Utilizando a fórmula do item anterior, calcule o preço de um tapete com área de 4,5 m².

P= 85.4,5 = 38,25

Figura 95- Resoluções apresentadas pelo aluno Y

Na questão 3, os estudantes não apresentam erros na substituição da variável pelos respectivos valores, porém as falhas ocorreram no cálculo das expressões numéricas, conforme podemos ver nas resoluções apresentadas pelo aluno C, na figura 96.


3. Na planilha de cálculo abaixo a coluna B está programada da seguinte forma: B = 7*A – 15. Determine os valores da coluna B:

	A	B
1	1	−7
2	-3	−36
3	7	+34
4	-5	+20

B=7*1-15
+7-15-8
B=7*-3-15
-21-15=-36
B=7*7-15
+49-15=34
B=7*-5-15
+35-15=+20

Figura 96 - Resoluções apresentadas pelo aluno C

Encerrada as correções da avaliação, podemos concluir que os estudantes conseguem escrever uma expressão algébrica que represente alguma situação; interpretam e utilizam corretamente fórmulas; e determinam o valor numérico de expressões algébricas relacionadas à programação de células. Entretanto, nos chamou a atenção o fato de os estudantes não acertarem completamente as questões por apresentarem erros nos cálculos.

4 Considerações Finais

A sequência didática proposta neste trabalho visava fazer com que os estudantes fossem introduzidos à linguagem algébrica, compreendessem seu uso, a utilizassem para expressar generalizações e resolver problemas e, por fim, relacioná-la à linguagem utilizada em planilhas eletrônicas.

A parte da sequência didática, que compreende da atividade 2 até a atividade 5, teve como objetivo fazer o surgimento do uso de letras de forma natural e compreensível. Optamos pela Resolução de Problemas, por seguir algumas das etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2009), no que diz respeito à introdução de conteúdos matemáticos utilizando essa metodologia. Além disso, foram levadas em consideração, durante o planejamento, as ideias de Polya (1978), em especial, a definição e importância que o autor dá aos *problemas correlatos*. Com isso, partiu-se de situações numéricas para uma posterior generalização utilizando-se letras. Na realização deste processo foi possível perceber, na resolução das atividades, o quanto foi estranho para os alunos, inicialmente, o estudo deste assunto. Ao mesmo tempo, algo compreensível, uma vez que se tratava de situações que haviam sido estudadas em casos particulares.

Ainda dentro desta primeira fase, foram realizadas atividades de estudos de padrões, estabelecimento de fórmulas e valor numérico. Tudo isso, pois esses tipos de atividades auxiliam no desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), e também propiciam o contato com diferentes registros semióticos (DUVAL, 2012b).

Outra parte da sequência didática, que compreende a atividade 6 e a atividade 7, tinha como objetivo fazer a transição da linguagem algébrica, que havia sido desenvolvida pelos estudantes anteriormente, para a linguagem utilizada pelas planilhas eletrônicas. Estudando o panorama geral deste tipo de programa, além das equivalências existentes entre a escrita algébrica e a programação de células, almejava-se que os alunos fossem percebendo as semelhanças e diferenças entre elas. Cabe ressaltar que as atividades foram pensadas para serem feitas na sala de aula devido à indisponibilidade do uso do laboratório de informática na escola onde foi realizada a prática. Em outra realidade, é possível adaptar tais atividades para que sejam realizadas diretamente no laboratório de informática.

Pudemos perceber no decorrer dessas atividades que essa transição foi bastante tranquila, pois não houve dificuldades na compreensão da sintaxe da linguagem de programação das células, bem como a localização das células e semelhanças e diferenças da linguagem algébrica.

No laboratório de informática da escola, foram desenvolvidas a atividade 8 e a atividade 9. Nelas os estudantes resolveram problemas utilizando, nas planilhas eletrônicas, os conceitos algébricos e de programação desenvolvidos desde o começo da sequência didática. Sendo este o ápice de nosso trabalho, foi interessante perceber a reação dos estudantes ao programarem o computador para resolver os problemas que tinham sido propostos. Tornar o computador uma ferramenta de trabalho lhes surpreendeu, uma vez que poucos deles têm contato com esta tecnologia e, destes, a grande maioria a utiliza apenas para jogos e redes sociais. Neste momento, a escola cumpriu uma de suas funções, segundo Skovsmose & Penteado (2008): a inclusão digital. Além disso, os estudantes puderam perceber as aplicações de conhecimentos matemáticos num contexto diferentes daqueles ao qual estão habituados.

As atividades 1 e 10 tiveram uma característica diferentes das demais, pois a primeira delas é uma sondagem e, a segunda, uma avaliação. Na atividade 1, pudemos obter informações sobre o nível de conhecimento de linguagem matemática dos estudantes, em especial sobre termos que tem um significado próprio dentro da Matemática. Com isso, pudemos planejar os problemas iniciais, os quais são *correlatos* (POLYA, 1978) àqueles que desejávamos trabalhar posteriormente, a fim de chegar aos objetivos almejados ao final de nosso trabalho. Já, na atividade 10, o objetivo foi avaliar os estudantes através de um instrumento formal utilizado pela escola: a prova. O desempenho dos estudantes foi muito bom, visto que a grande maioria atingiu os objetivos propostos na avaliação.

Finalizada a análise das atividades desenvolvidas junto aos estudantes no decorrer da sequência didática, podemos responder aos nossos dois questionamentos iniciais. Diante de tudo que foi exposto anteriormente, concluímos que é possível introduzir os estudantes ao uso de letras de forma que, em um processo crescente de apropriação e ampliação, eles atribuam significado à linguagem algébrica. Além disso, acreditamos que foi possível, através do desenvolvimento das atividades da sequência didática, compreender de forma introdutória o funcionamento das planilhas eletrônicas, através do estabelecimento de relações entre os papéis desempenhados pelas variáveis e pelas células e, com isso, realizar sua programação para resolução de problemas. Portanto, consideramos a sequência didática como sendo válida e uma boa forma de o professor trabalhar o assunto expressões algébricas no do Ensino Fundamental.

Concluída esta experiência, penso que o Curso de Mestrado, bem como a elaboração desta dissertação, trouxe para minha prática uma maior criticidade quanto ao fazer pedagógico. A necessidade de refletir sobre a minha prática, a qual já tinha bem presente, acentuou-se. Perceber a importância de estudos teóricos nas escolhas que o professor tem de fazer no dia a dia passou a ser algo constante na minha vida profissional, enquanto professor da educação básica na rede pública de ensino. Pretendo construir outras sequências didáticas que dêem conta de outros assuntos problemáticos de serem abordados na escola, como múltiplos, divisores e números primos no Ensino Fundamental. Quanto às atividades aqui apresentadas, reaplicarei em outras turmas de 7º ano a fim de verificar sua eficácia com outros estudantes. Penso que ela seja o esqueleto básico e que as modificações necessárias ou não dependerão de especificidades intrínsecas de cada grupo de alunos.

5 Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensinando Matemática na Sala de Aula através de resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19.2009.Disponível em: < http://www.ufrrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87> Acesso em 11. mar. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC, 1998.

BONADIMAN, Adriana. **Álgebra no Ensino Fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas.** Dissertação (Mestrado). Porto Alegre: Instituto de Matemática, UFRGS, 2007.

BRUM, Lauren Darold. **Análise de erros cometidos por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em Conteúdos de Álgebra.** Dissertação (Mestrado). Santa Maria: UNIFRA, 2013.

CARVALHO, Sandro Azevedo. **Pensamento Genérico e Expressões Algébricas no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado). Porto Alegre: Instituto de Matemática, UFRGS, 2010.

CÓSER, Marcelo Salvador. **Aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas**. Dissertação (Mestrado). Porto Alegre: Instituto de Matemática, UFRGS, 2008.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo do pensamento. In: **Revemat. Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 7, n.2 Florianópolis: 2012a.p.266-297.

DUVAL, Raymond. Diferenças semânticas e coerência Matemática: introdução aos problemas de congruência. In: **Revemat. Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 7, n.1 Florianópolis: 2012b.p.97-117.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2010.p.11-33.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

FERREIRA, Magno Luis. **Álgebra: como as crenças dos professores influenciam na aprendizagem dos alunos.** Dissertação (Mestrado). Rio de Janeiro: Instituto de Matemática, UFRJ, 2009.

FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. **Pro-Posições. vol4. n.1.** Contribuição para um Repensar ... a Educação Algébrica Elementar. 1993.

FLANDERS, Harley. Softwares para Álgebra: o que devem ser? In:**As ideias da Álgebra**. Organizadores Coxford A. F.; Shulte, A. P. Editora: Atual, 1995.

FONSECA, Jussara Aparecida. **Análise Combinatória na educação de jovens e adultos: uma proposta de ensino a partir da resolução de problemas**. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. UFRGS 2012.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem em Álgebra.** Dissertação (Mestrado). Porto Alegre: Faculdade de Física, PUC-RS, 2008.

GIOVANNI Jr, José Ruy; CASTRUCCI, Bonjorno; **A Conquista da Matemática**. 9º ano. Edição Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

HOUSE, Peggy. Reformular a Álgebra da Escola Média: por que e como? In:**As ideias da Álgebra**. Organizadores Coxford A. F.; Shulte, A. P. Editora: Atual, 1995.

KERN, Newton. **Uma introdução ao pensamento algébrico na sexta série através de relações funcionais**. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. UFRGS 2008.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

McCONNELL, John W. Tecnologia e Álgebra. In:**As ideias da Álgebra**. Organizadores Coxford A. F.; Shulte, A. P. Editora: Atual, 1995.

POLYA, George. A arte de resolver problemas. Editora: Interciência, 1978.

PENTEADO, Miriam Godoy; SKOVSMOSE, Ole. Riscos trazem possibilidades. In: **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Editora: Papirus, 2008.

SANTOS, Rita de Cássia Viegas. **Equações no contexto de funções: uma proposta de significação das letras no estudo da Álgebra.** Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. UFRGS 2012.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In:**As ideias da Álgebra**. Organizadores Coxford A. F.; Shulte, A. P. Editora: Atual, 1995.

VIEL, Maria Jesus. DIAS, Marlene. SEMIÓTICA: **A noção do termo semiótica e o registro de representação semiótica na percepção de professores da Rede Pública de Ensino.** Programa de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática e Ciências. UNICSUL, 2006.

Apêndice – Sequência Didática Revisada

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

INTRODUÇÃO ÀS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS NA ESCOLA BÁSICA: VARIÁVEIS E CÉLULAS DE PLANILHAS ELETRÔNICAS

PRODUTO DA DISSERTAÇÃO – SEQUÊNCIA DIDÁTICA

ANDERSON DE ABREU BORTOLETTI

PORTO ALEGRE
2014

Introdução

As atividades dessa sequência didática visam fazer com que os estudantes sejam introduzidos à linguagem algébrica, compreendam seu uso, a utilizem para expressar generalizações e resolver problemas e, por fim, a relacionem à linguagem utilizada em planilhas eletrônicas. As atividades estão organizadas em cinco etapas, assim denominadas: sondagem, surgimento das variáveis, das variáveis às células, programação em planilhas eletrônicas e avaliação.

As atividades de sondagem (atividade 1) e avaliação (atividade 10) são bastante particulares, podendo ser substituídas ou adaptadas à realidade da turma em que forem aplicadas.

As atividades 2, 3, 4 e 5 relacionam-se ao *surgimento das variáveis*. Nelas a linguagem matemática será introduzida aos estudantes através da generalização de situações, observação de regularidades, equacionamento de problemas, dentre outras situações de aprendizagem que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico e a coordenação e transição entre diferentes registros de representação.

As atividades 6 e 7 referem-se a etapa denominada *das variáveis às células.* Aqui o objetivo é introduzir aos estudantes as planilhas eletrônicas através de relações entre as expressões algébricas e a programação de células e, consequentemente, entre variáveis e células. Estas atividades estão no formato para serem trabalhadas sem o uso de computadores, porém podem ser facilmente adaptadas pelo professor para serem utilizadas no laboratório de informática.

As atividades 8 e 9 dizem respeito a etapa *programação em planilhas eletrônicas*. Nelas os estudantes têm a possibilidade de resolver diferentes problemas através da exploração da programação nas planilhas eletrônicas.

Recomendamos a leitura do capítulo 1 da dissertação, o qual apresenta o embasamento teórico dessa sequência didática. Esperamos que o material aqui apresentado contribua na introdução das expressões algébricas aos alunos da Escola Básica.

Atividade 1

Questão 1. Escreva as frases abaixo utilizando APENAS símbolos matemáticas

a) Cinco adicionado a três.
b) Quatro subtraído nove.
c) Dezessete vezes nove.
d) Trinta e dois divido por quatro.
e) Vinte e cinco adicionado a trinta negativo.
f) Três negativo subtraído quatro negativo
g) Oito negativo vezes cinco positivo.
h) A multiplicação de oito por dez.
i) A divisão de trinta e cinco por sete.
j) Nove elevado ao quadrado.
k) Três elevado ao cubo.
l) A raiz quadrada de trinta e seis.
m) Doze subtraído dez.
n) A adição de quatro negativo com cinco negativo
o) A multiplicação de dois negativo por sete negativo.
p) A divisão de dezoito por três.
q) Dois negativo elevado à sexta potência.
r) A divisão de três negativo por sete positivo.

Questão 2. Escreva com suas palavras o significado das sentenças matemáticas abaixo:

a) $12 + 6$
b) $8 - 35$
c) $(-4) + (+8)$
d) $(-5) - (-9)$
e) $8 \cdot 6$
f) $(+8) \cdot (-9)$
g) $42 : 7$
h) $(-35) : (-7)$
i) 9^2
j) 5^3
k) $\sqrt{64}$

Atividade 2

1. Seu João trabalha na feira. Para melhor organizar seu negócio resolveu construir uma tabela com os 5 produtos mais vendidos, na semana de 02 a 09 de setembro:

	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira
Tomate	14 kg	12 kg	16 kg	15 kg	25 kg
Cenoura	10 kg	11 kg	9 kg	11 kg	8 kg
Maça	16 kg	14 kg	13 kg	15 kg	14 kg
Laranja	21 kg	18 kg	16 kg	17 kg	12 kg
Banana	23 kg	21 kg	22 kg	21 kg	34 kg

a) Escreva como você calcularia o total de quilos de tomates vendidos durante a semana.

b) Escreva como você calcularia o total de quilos de laranja vendidos durante a semana.

c) Escreva como você calcularia o total de alimentos vendidos na 3ª feira.

d) Escreva como você calcularia o total de alimentos vendidos na 6ª feira.

2. Agora, vamos fazer as seguintes combinações:

t: representa a quantidade de quilos de tomate vendidos por dia

c: representa a quantidade de quilos de cenoura vendidos por dia

m: representa a quantidade de quilos de maçã vendidos por dia

l: representa a quantidade de quilos de laranja vendidos por dia

b: representa a quantidade de quilos de banana vendidos por dia

Utilizando essas representações, escreva como você calcularia a quantidade de quilos de alimentos vendidos em determinado dia da semana.

3. Agora, vamos combinar que:

c_2: representa a quantidade de cenoura vendida na 2ª feira da semana anterior.

c_3: representa a quantidade de cenoura vendida na 3ª feira da semana anterior.

c_4: representa a quantidade de cenoura vendida na 4ª feira da semana anterior.

c_5: representa a quantidade de cenoura vendida na 5ª feira da semana anterior.

c_6: representa a quantidade de cenoura vendida na 6ª feira da semana anterior.

Utilizando essas representações, escreva como você calcularia a quantidade de quilos de cenoura vendidos durante essa semana.

4. Vamos combinar que:

x: representa a quantidade de quilos de tomate vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

y: representa a quantidade de quilos de cenoura vendidos na 5ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

Considerando essas representações, como você interpreta a expressão $x + y = 40$?

5. Vamos combinar que:

z: representa a quantidade de quilos de bananas vendidos na 2ª feira da semana anterior àquela registrada na tabela.

Considerando essa representação, escreva como você interpreta as expressões abaixo, relativas às quantidades de quilos de banana vendidos em diferentes dias dessa semana.

a) 3ª feira: $3 \cdot z$

b) 4ª feira: $z - 3$

c) 5ª feira: $\frac{z}{2}$

Atividade 3

1. Uma loja de roupas fez um balanço das peças mais vendidas nos quatro primeiros meses do ano:

	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril
Blusa	52	42	43	59
Calça	16	25	30	22
Pares de meias	104	98	96	109

   e) Escreva como calcular o total de peças vendidas em Janeiro
   f) Escreva como calcular o total de peças vendidas em Março.
   g) Escreva como calcular o total de blusas vendidas nesses meses
   h) Escreva como calcular o total de pares de meias vendidas nesses meses

2. Agora vamos fazer as seguintes combinações:
   b: representa o total de blusas vendidas no mês;
   c: representa o total de calças vendidas no mês;
   m: total de pares de meias vendidas no mês.
   e) Usando essas combinações escreva uma expressão que represente o total de blusas, calças e meias vendidas no mês.
   f) Agora, represente o total de calças e blusas vendidas no mês.
   g) Agora, represente o total de calças e meias.
   h) Agora, represente o total de blusas e meias.

3. Na loja Garton, um par de tênis custa R$50,00. Escreva como você calcularia o custo de:
   d) 2 pares de tênis;
   e) 8 pares de tênis;
   f) 70 pares de tênis;

Agora, represente por x a quantidade de pares de tênis comprados e escreva uma expressão que represente o custo de x tênis.

Atividade 4

1. Na sorveteria Geladinho, qualquer picolé custa 3 reais. Indique como você calcularia o custo de:

   a) 5 picolés?

   b) 10 picolés?

   c) 15 picolés?

   d) Representando por **x** a quantidade de picolés, como você representaria o custo de **x** picolés.

2. Quando Paulo subiu na balança, o ponteiro indicou 90 kg. Em cada caso, indique como você calcularia o peso de Paulo se:

   a) Ele ganhar 10 kg:

   b) Ele ganhar **x** kg;

   c) Ele perder 5 kg:

   d) Ele perder **y** kg:

3. No pátio de uma concessionária há 30 carros que não foram vendidos. Indique como você calcularia se no estacionamento tivessem:

   a) 3 vezes a quantidade de carros existentes:

   b) t vezes a quantidade de carros existentes:

4. Observe as figuras abaixo e considerando que as figuras seguintes seguirão o mesmo padrão:

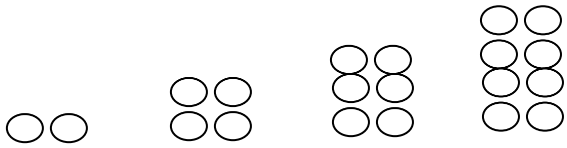


fig. 1 fig. 2 fig.3 fig.4

a) Desenhe as figuras 5, 6 e 7.

b) Quantas bolinhas terá a figura 10?

c) Quantas bolinhas terá a figura 21?

d) Quantas bolinhas terá a figura 77?

e) Indique como você calculou o número de bolinhas em cada um dos itens acima

f) Considere agora a figura **n**. Consegue encontrar um processo que nos indique o número de bolinhas dessa figura? Explique-o.

5. Observe a seguinte sequência e considerando que as figuras seguintes seguirão o mesmo padrão:

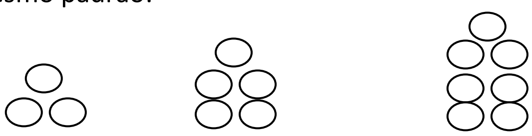


Fig.1 Fig.2 Fig.3

a) Desenhe as figuras 4 e 5.

b) Quantas bolinhas terá a figura 7?

c) Quantas bolinhas terá a figura 21?

d) Considere a figura **m**. Consegue encontrar um processo que nos indique o número de bolinhas dessa figura? Explique-o.

6. Considera o seguinte triângulo de números:

1
1 3
1 3 5
1 3 5 7
1 3 5 7 9
1 3 5 7 9 11
_ _ _ _ _ _ _ _

a) Escreva a sétima linha.

b) Adiciona os números de uma mesma linha e completa a tabela que se segue com os resultados. 7

Linha nº	Soma dos números da linha
1	1
2	4
3	
4	
5	
6	
7	

c) Observando os resultados obtidos, indique qual a soma dos números da oitava linha do triângulo, **sem a escrever.**
.

d) Qual é o número da linha do triângulo cuja soma dos números é 81?

e) Qual é o número da linha do triângulo cuja soma dos números é 100?

f) Considere a linha **n**. Consegue encontrar um processo que nos indique a soma dos números dessa linha do triângulo? Explique-o.

Atividade 5

1. Complete a tabela com os números que faltam relacionando à coluna da direita à coluna da esquerda:

1	3
2	6
3	9
4	12
5	
6	

a) Representado por **E** os números da coluna da esquerda e por **D** os números da coluna da direita. Como podemos escrever uma fórmula que relacione os números da coluna direita com os números da coluna esquerda.

b) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine D nos seguintes casos:
b1) E = 30   b2) E = 18   b3) E = 112.

2. Complete a tabela com os números que faltam relacionando à coluna da direita à coluna da esquerda:

1	3
2	4
3	5
4	6
5	
6	

a) Representado por **E** os números da coluna da esquerda e por **D** os números da coluna da direita. Como podemos escrever uma fórmula que relacione os números da coluna direita com os números da coluna da esquerda

b) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine D nos seguintes casos:
b1) E = 30   b2) E = 18   b3) E = 112.

3. Uma fábrica de roupas produz 20 calças por hora. A quantidade de calças confeccionadas é registrada por um encarregado. O encarregado registra em uma tabela a quantidade de calças confeccionadas de acordo com o número de horas decorridas.

Tempo (horas)	Quantidade (nº de calças)
1	20
2	40
3	60
5	
6	

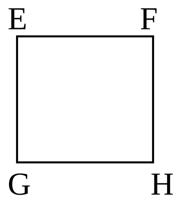
a) Quantas calças serão produzidas em 5 horas? E em 6 horas?

b) Chamando de **t** o número de horas e **Q** a quantidade de calças produzidas, escreva uma fórmula que relacione os números da coluna da direita com os números da coluna da esquerda.

c) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine Q em cada caso:

c1) $t = 9$ horas   c2) $t = 12$ horas   c3) $t = 15$ horas

4. Na figura, EFGH é um quadrado. Complete a tabela calculando o perímetro de EFGH.



Lado (cm)	1	2	3	4	12	15,3
Perímetro (cm)						

a) Complete a tabela acima.
b) Chamando de **P** o perímetro da figura e **l** o lado da figura, escreva uma fórmula que relacione o perímetro e o lado.

c) Usando a fórmula que você estabeleceu, determine P em cada caso:
d1) l = 14 cm   d2) l = 26 cm   d3) l = 12,5 cm

5. Célia costura camisas para uma confecção. Seu salário depende do número de camisas que costura no mês. Ela recebe R$ 200,00 fixos mais R$ 2,00 por camisa costurada.
   a) Quanto ela receberá se costurar 100 camisas num mês?

   b) Quanto ela receberá se costurar 180 camisas num mês?

   c) E se forem 210 camisas?

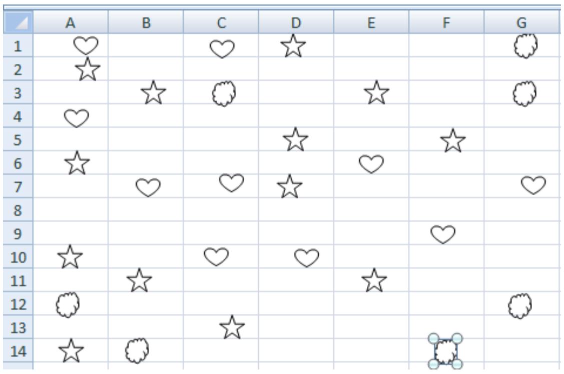
   d) Chamando de **S** o salário de Célia e **n** o número de camisetas costuradas num mês, escreva uma fórmula que relacione o salário dela com o número de camisetas costuradas.

e) Utilizando a fórmula que você estabeleceu, calcule S em cada caso:

e1) n = 255 camisetas   e2) n= 315 camisetas   e3) n = 0 camiseta

Atividade 6

1. Observe a planilha de cálculos abaixo:



a) Em quais células aparecem corações?

b) Em quais células aparecem nuvens?

c) Em quais células aparecem estrelas?

2. Observe a planilha de cálculos abaixo:

	A	B	C	D	E
1	Produtos Vendidos				
2		Ago	Set	Out	Total
3	Camisetas	402	125	258	785
4	Bermudas	216	158	245	619
5	Calças	589	596	321	1506

a) Como está programada a célula E3?

b) E a célula E5?

3. Joãozinho fez várias operações utilizando a planilha de cálculo e encontrou os resultados mostrados na tabela abaixo:

	A	B	C
1	Números Digitados		Resultado
2	838	162	1000
3	160	15	2400
4	3600	2	1800
5	1864	17	1847
6	325	25	300
7	130	3	390
8	400	200	2
9	1862	4	1858

De acordo com a tabela, escreva como estão programadas as seguintes células:

C3 =

C6 =

C4 =

C7=

C5 =

C8 =

C9 =

4. No Campeonato Brasileiro de futebol tem-se a seguinte combinação:

Vitória: 3 pontos

Empate: 1 ponto

Derrota: 0 ponto

Observe na tabela a campanha de alguns times após a 31ª rodada:

	A	B	C	D	E
1	Time	Vitória	Empate	Derrota	Total de Pontos
2	Cruzeiro	20	5	6	
3	Atlético-MG	12	9	10	
4	Vasco	8	9	14	
5	Santos	11	11	9	
6	Goiás	13	10	8	
7	Nautico	4	5	22	

a) Calcule quantos pontos tem o Cruzeiro.

b) Calcule quantos pontos tem o Santos.

c) Calcule quantos pontos tem o Náutico.

d) Como podemos programar a célula E2 para calcular os pontos do Cruzeiro automaticamente?

e) E, a célula E7 para calcular os pontos do Náutico automaticamente?

Atividade 7

1. Observe as tabelas abaixo. Uma delas apresenta os cinco principais produtos vendidos e a outra, o preço de venda de cada um deles:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Produtos Vendidos							Produto	Preço
2		Calça	Bermuda	Camisas	Blusas	Saia		Calça	R$ 49,90
3	Semana 1	56	38	69	52	25		Bermuda	R$ 29,90
4	Semana 2	40	35	63	58	29		Camisas	R$ 19,90
5								Blusas	R$ 24,90
6								Saia	R$ 39,90

Na coluna G queremos colocar o total arrecadado nestas duas semanas. Escreva:

a) Como programar a célula G3?

b) E, a célula G4?

c) Considerando que o preço da bermuda baixasse para R$ 25,90, como ficaria a programação da célula G3?

d) E, se o preço da blusa subisse para R$ 34,90, como ficaria a programação da célula G4?

2. Marcos fez uma pesquisa sobre preços de três alimentos em quatro redes de supermercados:

	A	B	C	D	E	F
1		Feijão (1kg)	Arroz (5kg)	Massa (500g)		
2	Mercado 1	R$ 3,59	R$ 7,49	R$ 1,99		
3	Mercado2	R$ 3,89	R$ 7,90	R$ 1,89		
4	Mercado 3	R$ 4,10	R$ 8,99	R$ 2,09		
5	Mercado 4	R$ 3,99	R$ 7,49	R$ 2,05		
6						
7						

a) Na célula E2 queremos colocar o total gasto para comprar 3kg de feijão, 5kg de arroz e 1kg de massa em cada um dos mercados. Como programar a célula E2?

b) Na célula B6, queremos colocar o preço médio do feijão. Como programar a célula B6?

c) Na célula C6, queremos colocar o preço médio do arroz. Como programar a célula C6?

d) Na célula D6, queremos colocar o preço médio da massa. Como programar a célula D6?

e) Na célula E6, queremos colocar o total gasto para comprar 3kg de feijão, 5kg de arroz e 1kg de massa em utilizando os preços médios. Como programar a célula E6?

3. Uma caneta especial custa 30 reais. Na coluna A, está representado o "número de canetas" e, na coluna B, está representado o "preço a pagar":

	A	B
1	Número de Canetas	Preço a pagar
2	1	30
3	2	60
4	3	90
5	4	120
6	5	150
7	...	
8	10	300
9	11	330

a) Como esta programada a célula B2?

b) E, a célula B9?

c) Quanto vou pagar por 50 canetas?

d) Se eu tiver 780 reais, quantas canetas conseguirei comprar?

4. Em uma cidade, paga-se pelo táxi os seguintes valores, em relação ao horário de utilização do serviço:

Bandeira 1: R$ 4,50 mais R$ 2,10 por quilômetro rodado.

Bandeira 2: R$ 4,50 mais R$ 2,75 por quilômetro percorrido.

a) Quanto será gasto para percorrer 20 km na Bandeira 1?

b) E, na Bandeira 2?

c) Observe as tabelas abaixo:

	A	B	C	D	E	F
1	Bandeira 1			Bandeira 2		
2	km	Preço		km	Preço	
3	1			1		
4	2			2		
5	3			3		
6	4			4		
7	...			...		
8	25			25		
9	27			27		
10	...			...		
11	50			50		

c_1) Como programar a célula B3?

c_2) Como programar a célula E3?

Atividade 8

1. Na tabela abaixo está registra as notas de Matemática dos alunos do 7º ano A, determine a média de cada estudante:

Alunos	Trabalho 1	Prova 1	Trabalho 2	Prova 2	Média
Ana	8	6,5	7	5,2	
Amaral	10	9.3	8,9	6.5	
Bianca	9	8,1	8	4	
Breno	6	3	8	3,7	
Carlos	5	4,1	8	6,5	
Daniela	7	7	6,5	8	
Eduarda	5	8	7	2,4	
Eduardo	8	7,5	8,5	5,5	
Fabio	8	4	4	2	
Franciele	6	5,2	5,5	9	
Gabriel	8,5	6	6,5	3,1	
Gabrielly	9,8	7,5	7	5,2	
Hélio	6,6	8,4	7	6,8	
Jeferson	9	3,9	4,8	5,2	
Maria	8	4,5	3,5	8,7	
Naimerson	9	6,2	6,6	3,3	
Priscila	6	3,9	8,5	8,2	
Rafael	6	8	9,4	7,1	
Sandra	7	7	2	5	
Tatiana	9	6,8	5,5	3	

a) Sabendo que a média nesta escola é 5, quantos alunos ficaram acima da média?
b) E, abaixo da média?
c) Qual foi a média da turma na Prova 1?
d) E na Prova 2?

2. Nas tabelas abaixo estão registrados o preço (R$) do quilo de alguns alimentos e as quantidades (kg) vendidas, determine quanto foi arrecadado cada dia:

Produto	Preço/Kg
Banana	1,59
Maça	3,99
Mamão	2,59
Cenoura	1,19
Batata	1,69
Melão	1,99
Repolho	0,79
Manga	1,89
Beterraba	1,19
Brócolis	1,59
Alho	8,90
Laranja	0,79
Cebola	1,09
Abobrinha	1,19

	Banana	Maça	Mamão'	Cenoura	Batata	Melão	Repolho	Manga	Beterraba	Brócolis	Alho	Laranja	Cebola	Abobrinha
Semana 1	156,500	121,400	95,700	133,500	145,780	60,000	70,000	96,800	102,740	50,700	30,800	125,400	125,780	50,780
Semana 2	174,300	120,600	92,740	135,700	144,590	66,500	75,800	97,100	109,570	54,700	31,450	131,560	126,450	51,740
Semna 3	120,400	125,780	93,500	132,940	144,000	64,500	74,900	99,000	108,450	58,700	31,580	128,750	130,150	52,630
Semana 4	181,020	135,700	57,650	161,500	142,860	68,745	76,200	92,540	109,300	56,200	30,450	129,580	147,500	56,250
Semana 5	155,750	132,548	66,570	165,560	158,925	66,950	74,560	91,780	104,750	55,210	29,450	135,450	12,500	54,120
Semana 6	154,700	133,789	84,250	145,500	139,800	66,980	75,200	98,740	102,590	54,350	28,490	130,200	128,450	56,500
Semana 7	148,580	133,000	64,870	158,255	135,780	65,890	78,960	91,745	105,780	56,690	30,230	136,800	137,890	55,410
Semana 8	169,000	148,800	75,800	135,480	136,980	65,200	74,500	92,485	106,741	57,120	33,590	137,200	126,910	53,450
Semana 9	200,460	258,900	79,560	125,745	135,400	63,890	71,850	96,781	105,200	56,250	32,468	132,500	136,920	53,780
Semana 10	159,962	101,980	89,500	138,745	1358,900	62,841	79,400	98,740	103,800	55,520	31,484	133,520	135,600	54,350

a) Qual o total de quilos de alimentos vendidos em cada semana?

Semana	Total
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

b) Qual a média de alimentos vendidos em cada semana?

Semana	Média
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

c) Qual o total arrecadado com bananas em cada semana?

Semana	Total
1	
2	
3	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

d) Qual o total arrecadado com cenoura em cada semana?

Semana	
1	Total
2	
3	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

	A	B	C	D	E	F
60		d) Qual o total arrecadado com cenoura em cada semana?				
61		Semana				
62		1	Total			
63		2				
64		3				
65		5				
66		6				
67		7				
68		8				
69		9				
70		10				
71						
72		e) Qual o total arrecadado com brócolis em cada semana?				
73		Semana				
74		1	Total			
75		2				
76		3				
77		5				
78		6				
79		7				
80		8				
81		9				
82		10				

	A	B	C	D	E	F	G	H
84		f) Qual a média de quilos de cada um dos alimentos vendidos nestas 10 semanas?						
85		Alimento	total					
86		Banana						
87		Maçã						
88		Mamão						
89		Cenoura						
90		Batata						
91		Melão						
92		Repolho						
93		Manga						
94		Beterraba						
95		Brócolis						
96		Alho						
97		Laranja						
98		Cebola						
99		Abobrinha						

Atividade 9

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1. Nas tabelas abaixo está registrado o controle de estoque da Loja Cristal:								
2									
3		Peças Compradas	Peças Vendidas	Peças no Estoque					
4	Camisa	358	189						
5	Bermuda	318	201						
6	Blusa	331	164						
7	Calça	342	284						
8	Camiseta	345	196						
9	Gravata	254	94						
10	Jaqueta	302	82						
11	Meia	298	169						
12	Moletom	274	78						
13	Total de Peças								
14	a) Preencha a coluna D com a quantidade de peças restantes no estoque:								
15	b) Qual tipo de peça em maior quantidade no estoque?								
16	c) Qual o tipo de peça em menor quantidade no estoque?								
17	d) Programe a célula B13 para calcular o total de peças compradas.								
18	e) Programe a célula C13 para calcular o total de peças vendidas.								
19	f) Programe a célula D13 para calcular o total de peças no estoque.								
20	g) Na semana seguinte foram vendidas as quantidades de peças registradas abaixo:						eças Restantes no Estoqu		
21	Camisa	35					Camisa		
22	Bermuda	25					Bermuda		
23	Blusa	28					Blusa		
24	Calça	36					Calça		
25	Camiseta	14					Camiseta		
26	Gravata	15					Gravata		
27	Jaqueta	11					Jaqueta		
28	Meia	21					Meia		
29	Moletom	13					Moletom		
30	Programe as células H21 até H29 para calcular as peças restantes no estoque.								
31									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
31											
32	2. A ingestão de uma lata de cerveja provoca uma concentração de aproximadamente 0,3 gramas/litro de álcool no sangue										
33	A tabela que você recebeu mostra os efeitos sobre o corpo humano provocados por bebidas alcoólicas em função dos níveis de concentração de álcool no sangue.										
34											
35	a) Programe a tabela abaixo para calcular os valores de concentração de álcool no sangue para as quantidade de latas de cervela de 1 a 15:										
36											
37	Latas de Cerveja	Concentração de Alcool no sangue (g/l)									
38	1										
39	2										
40	3										
41	4										
42	5										
43	6										
44	7										
45	8										
46	9										
47	10										
48	11										
49	12										
50	13										
51	14										
52	15										
53											
54	b) Considerando os valores obtidos na tabela do exercício anterior, descreva os efeitos do álcool sobre uma pessoa que tomou 5 latas de cerveja.										
55											
56											
57	c) Considerando os valores obtidos na tabela do exercício anterior, descreva os efeitos do álcool sobre uma pessoa que tomou 9 latas de cerveja.										
58											

OS EFEITOS DO ÁLCOOL

Concentração de álcool no sangue (g/ℓ)	Efeito
0,1 a 0,5	Nenhum efeito aparente.
0,3 a 1,2	Suave euforia.
	Decréscimo das inibições.
	Diminuição da atenção.
0,9 a 2,5	Instabilidade emocional.
	Decréscimo da inibição.
	Perda do julgamento crítico.
	Enfraquecimento da memória e da compreensão.
1,8 a 3,0	Desorientação.
	Confusão mental e vertigens.
	Distúrbio da sensação e da percepção às cores, formas, movimentos e dimensões.
	Vacilação no modo de andar e dificuldade na fala.

Concentração de álcool no sangue (g/ℓ)	Efeito
2,7 a 4,0	Apatia.
	Diminuição das respostas aos estímulos.
	Vômitos.
	Debilidade da consciência.
3,5 a 5,0	Completa inconsciência.
	Coma.
	Anestesia.
	Debilidade e abolição dos reflexos.
	Dificuldades circulatórias e respiratórias.
	Morte possível.
maior que 4,5	Parada respiratória.
	Morte.

Obs.: 0,1 g/ℓ corresponde a um copo de cerveja.

Fonte - Tabela auxiliar para resolução do item 2, retirado de Giovanni & Castrucci (2009, p.167)[6]

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
60	3. Os professores de uma academia recebem a quantia de 20 reais por hora trabalha, mais uma quantia fixa de 300 reais como abono mensal. Preencha a tabela com o										
61	valor a ser recebido pelos professores de acordo com a quantidade de horas trabalhadas em um mês:										
62	Horas trabalhadas	Valor a receber									
63	60										
64	65										
65	70										
66	75										
67	80			a) Programe as células B63 a B83 para calcular o valor a receber de acordo com a quantidade de horas trabalhadas.							
68	85										
69	90										
70	95										
71	100										
72	105										
73	110										
74	115										
75	120										
76	125										
77	130										
78	135										
79	140										
80	145										
81	150										
82	155										
83	160										
84											
85	b) Paula trabalhou 105 horas este mês, porém ela tinha feito uma antecipação de R$ 150,00 no meio do mês. Quanto ela receberá?										
86											
87	c) Qem trabalhou 120 horas recebe o dobro de quem trabalhou 60 horas? Por quê?										
88											

---

[6] GIOVANNI Jr, José Ruy; CASTRUCCI, Bonjorno; **A Conquista da Matemática**. 9º ano. Edição Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

Atividade 10

1. Uma fábrica produz garrafas nos tamanhos pequena, média e grande. Na tabela abaixo estão registradas as quantidades produzidas nos últimos 3 meses:

	Pequenas	Médias	Grandes
Setembro	15457	13254	12554
Outubro	15201	13457	12458
Novembro	15489	13258	12005

a) Considere P as garrafas pequenas, M as garrafas médias e G as garrafas grandes. Escreva uma expressão algébrica que represente o total de garrafas produzidas em cada mês.

b) Considere P_s as garrafas pequenas produzidas em setembro, P_o as garrafas pequenas produzidas em outubro e P_n as garrafas pequenas produzidas em novembro. Escreva uma expressão algébrica que represente a média de garrafas pequenas produzidas nestes 3 meses.

2. O preço de um tapete varia de acordo com a sua área conforme as fórmulas abaixo, nas quais P é o preço a ser pago e A representa a área, em m^2, do tapete:

$P = 70 \cdot A$, para tapetes com área de até 5 m²;

$P = 60 \cdot A$, para tapetes com área maior que 5 m², até 10 m²;

$P = 50 \cdot A$, para tapetes com área acima de 10 m².

a) Complete a tabela abaixo:

Área (A)	Preço(P)
1	
2	
5	
9	
10	
11	

b) Considere que o preço do metro quadrado de tapete, com área até $5m^2$, mude para 85 reais. Escreva a fórmula para o cálculo do preço dos tapetes com área de até $5m^2$?

c) Utilizando a fórmula do item anterior, calcule o preço de um tapete com área de 4,5 m

3. Na planilha de cálculo abaixo a coluna B está programada da seguinte forma: B = 7*A – 15. Determine os valores da coluna B:

	A	B
1	1	
2	-3	
3	7	
4	-5	

Anexo A – Termo de Consentimento da Escola

Autorização

A Escola Municipal de Ensino Fundamental Campos do Cristal, escola da rede pública municipal de Porto Alegre, neste ato, representada pela direção por intermédio do presente instrumento, autoriza Anderson de Abreu Bortoletti, brasileiro, casado, estudante e professor, RG 1083880151, a utilizar o projeto "Introdução as Expressões Algébricas no Ensino Fundamental", em sua dissertação que é uma exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Autorizado, por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes que participaram do projeto.

Porto Alegre, 18 de dezembro de 2013.

p/p Direção

Mariângela Cardia Machado
Vice - Diretora
Aut. 23/11

Anderson de Abreu Bortoletti

Anexo B – Modelo do Termo de Consentimento para participação dos estudantes

Termo de Consentimento Informado para Pesquisa em 2013

Eu, ____, responsável (pai, mãe, outros) pelo(a) aluno(a) ________________________________ do 7º ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Campos do Cristal. Declaro, por meio deste termo, que concordei em que o (a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada Introdução às Expressões Algébricas no Ensino Fundamental desenvolvida pelo pesquisador- Professor Anderson de Abreu Bortoletti. Esta pesquisa faz parte da dissertação de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática – UFRGS.

Foi informado o objetivo estritamente acadêmico do estudo, que em linhas gerais, consiste em verificar a pertinência do estudo de expressões algébricas no ensino fundamental através de sequência didática a ser aplicada. Nesse trabalho pretende-se analisar a aprendizagem de cada aluno(a) e do grupo de estudantes a partir das ações dos mesmos nas aulas de Matemática que contemplam a investigação.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista, bem como da participação em aula/encontro/vídeo, em que ele(a) será observado(a) e sua produção analisada. No caso de fotos e vídeos, obtidos durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários, sites acadêmicos, e outros, e de maneira que as informações oferecidas pelo(a) aluno(a) sejam identificadas apenas pela inicial de seu último sobrenome.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvidas, ou me sinta prejudicado (a), poderei contatar o pesquisador responsável no telefone (51) 3245 -2077 ou pessoalmente na EMEF Campos do Cristal.

Fui informado(a) ainda de que o aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sansões ou constrangimento.

Porto Alegre, 22 de setembro de 2013

Assinatura do Responsável (pai/mãe/outro): ________________________________

Assinatura do Pesquisador:____