

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO NUMÉRICO DA GEOMETRIA DE MATERIAIS ALTAMENTE CONDUTIVOS
APLICADOS À REFRIGERAÇÃO POR CONDUÇÃO DE CALOR

por

Gustavo Eduardo Schreiber

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Novembro de 2014.

ESTUDO NUMÉRICO DA GEOMETRIA DE MATERIAIS ALTAMENTE CONDUTIVOS
APLICADOS À REFRIGERAÇÃO POR CONDUÇÃO DE CALOR

por

Gustavo Eduardo Schreiber

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Thamy Cristina Hayashi
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Ciências Térmicas**

Orientador: Prof. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Comissão de Avaliação:

Prof. Alexandre Vagtinski de Paula

Prof. Fernando Marcelo Pereira

Prof. Thamy Cristina Hayashi

Porto Alegre, Novembro de 2014.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à minha família que esteve comigo durante toda a minha caminhada, desde a escolha do que seguir como profissão até a concretização dessa escolha. Espero me tornar um profissional tão competente quanto meu pai, Ademar Schreiber, pois diante disto, me tornarei profissionalmente realizado.

Agradeço ao meu orientador Prof. Luiz Alberto Oliveira Rocha, pela sua dedicação e confiança perante a mim quando aceitou orientar-me;

A todos aos meus colegas e amigos que me acompanharam e sempre estiveram ao meu lado para estender a mão quando necessário.

Schreiber, G. E. **ESTUDO NUMÉRICO DA GEOMETRIA DE MATERIAIS ALTAMENTE CONDUTIVOS APLICADOS À REFRIGERAÇÃO POR CONDUÇÃO DE CALOR** 2014. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

RESUMO

Este trabalho propõe a utilização do método “Constructal Design” para realizar o estudo da influência da geometria no desempenho de um sistema em forma de “V” que remove um fluxo de calor constante de um corpo através de dissipadores isotérmicos. A equação de condução de calor em regime permanente, utilizando propriedades constantes, será aplicada ao sistema de interesse. Será mostrado numericamente que a resistência térmica global do caminho em “V”, sujeita às constantes, área total no formato de um círculo e área do caminho condutivo em “V”, poderá ser minimizada variando-se a sua geometria (graus de liberdade). Pretende-se mostrar que o método “Constructal design” conduz a emergência de uma arquitetura do caminho em “V” que diminui a resistência térmica global.

PALAVRAS-CHAVE: “constructal design”, otimização, condução de calor, caminho de condução em forma de “V”.

Schreiber, G. E. **Numerical Study of the Geometry of Highly Conductive Materials Applied to Cooling by Heat Conduction**, 2014. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

ABSTRACT

This work proposes the use of "Constructal Design" method to perform the study of the influence of geometry on the performance of a system in form of "V" that removes constant heat flux of a body through isothermal heat sinks. The equation of heat conduction in steady state, using constant properties, is applied to the system of interest. It will be numerically shown that the overall thermal resistance of the path in "V", subject to constant total area with the form of a circle, as well constant V-shaped conductive pathway area, can be minimized by varying the geometry (degrees of freedom). It is intended to show that "Constructal design" method leads to a emergence of a V-shaped conductive pathway configuration which decreases the overall thermal resistance.

KEYWORDS: constructal design, optimization, heat conduction, V-shaped conductive pathways.

ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objetivos.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	2
3. MODELAMENTO MATEMÁTICO.....	2
3.1. Derivação da equação do calor adimensional para o sistema.....	3
3.2. Definição das condições de contorno.....	5
3.3. Definição dos graus de liberdade.....	5
4. MODELAGEM COMPUTACIONAL.....	5
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	6
6. CONCLUSÕES.....	9
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	10
APÊNDICE A	11
APÊNDICE B	12

1. INTRODUÇÃO

No momento pelo qual a indústria está passando, nota-se a acelerada busca pelo aperfeiçoamento de técnicas visando o desenvolvimento tecnológico. Neste mesmo contexto, insere-se a área da engenharia que estuda e aplica técnicas de transferência/dissipação de calor, principalmente no campo da tecnologia dos eletrônicos. Um exemplo viável é o aumento do fluxo de calor de chips diante da intensidade de trabalho pela qual estes são submetidos.

Diante disso, juntamente com o conhecimento de novos materiais supercondutores de boa maleabilidade e técnicas de fabricação necessariamente desenvolvidas, o aperfeiçoamento das aplicações térmicas se tornou viável. Estudos sobre resfriamentos de dispositivos eletrônicos acabaram por se tornar fundamental para o progresso de miniaturizados de alto desempenho.

Neste contexto, a Lei *Constructal* se faz presente e é aplicada através do método *constructal design*. Este método utiliza uma função objetivo que vai ser minimizada sujeito a restrições, variando-se os graus de liberdade. Uma característica do método *Constructal design* é que ele não está somente interessado em descobrir a configuração ótima, mas também descobrir qual o efeito da geometria (graus de liberdade) na função objetivo.

Neste contexto este projeto visa minimizar a máxima temperatura de um corpo altamente condutivo com a forma de um “V” que transfere o calor de um corpo para dois sumidouros de calor isotérmicos. A área do corpo em “V” é mantida constante, assim como a área circular onde este corpo está inscrito. Entretanto, a sua geometria pode mudar. O corpo em “V” é adiabático exceto pela porta onde um fluxo de calor constante é recebido e as outras duas portas isotérmicas onde o calor é rejeitado.

Este projeto é similar ao realizado por Fagundes, 2014 que realizou estudo semelhante considerando o corpo em “V” inscrito em uma área retangular. A variação da constante onde o corpo “V” está inscrito introduz adicionais graus de liberdade que não foram considerados no projeto de Fagundes, 2014, conduzindo, assim, a uma geometria mais complexa. Os resultados deste projeto e os resultados de Fagundes, 2014, poderão ser comparados no futuro, quando a geometria estudada neste projeto tiver sido otimizada completamente, visto que este projeto somente estuda o efeito de dois graus de liberdade na função objetivo.

1.1. OBJETIVOS

O estudo, com base no método “*Constructal Design*”, tem como objetivo a busca de uma geometria ótima baseada em uma simulação numérica de um sistema de troca de calor. A geometria otimizada deve resultar em uma melhor transferência de calor, de modo que apresente uma menor resistência térmica global e, conseqüentemente, uma maior remoção de calor.

Para a simulação do sistema é necessário desenvolver e testar um modelo numérico para o cálculo da distribuição de temperatura, diversificando configurações, variando os graus de liberdade, para assim, selecioná-las de maneira otimizada, chegando, dessa forma, à geometria ideal.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir o modelo matemático de modo que todos os comprimentos necessários sejam calculados ;
- Desenvolver um modelo numérico para encontrar a distribuição de temperatura da geometria;

- Implementar em uma programa de computador na linguagem Matlab e verificar a sua independência de malha;
- Diversificar as configurações geométricas variando os graus de liberdade tendo auxílio em simulações numéricas;
- Analisar os resultados simulados e selecionar as configurações otimizadas, que facilitem o fluxo de calor, chegando até a geometria ideal, que apresente uma menor resistência térmica global.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Partindo do conceito de que o “design” das estruturas naturais pode ser considerado como um fenômeno físico, desenvolveu-se a Lei *Constructal*, que, por sua vez, consiste na perspectiva de que para a persistência de um sistema de volume fixo onde existe fluxo (neste caso de calor), sua configuração deve evoluir de forma que facilite o fluxo das correntes que fluem através dele [Bejan, 1996]. Desde então, o desenvolvimento de estudos, aliados à Teoria e Lei *Constructal*, sobre a geometria em caminhos de condução de calor têm ganhado força, principalmente na área da engenharia.

A Teoria *Constructal* é empregada na geração de arquiteturas em sistemas termodinâmicos desequilibrados, normalmente, de modo que haja a existência de escoamento visando à maximização desse fluxo [Bejan and e Lorente, 2008].

Construir estruturas com uma racional distribuição de materiais de alta condutividade beneficia não só o controle da temperatura, mas pode também reduzir os custos do material usado [Zhang et al., 2011].

Uma forma ótima pode ser alcançada através de um estudo topológico de caminhos de condução, de modo que se baseie em uma função de volume de sólido não limitado, utilizando essa função para definir uma geometria limitada pelos caminhos de condução ótimos do sistema [Cheng e Chen, 2013]. A lei *Constructal* demonstra a possível evolução e aperfeiçoamento de formas e estruturas complexas que nos rodeiam.

Apesar de necessário um maior investimento nos formatos desenvolvidos teoricamente para trocas térmicas de sistemas aquecidos, o retorno benéfico resultante da eficiência do conjunto pode ser considerável e juntamente com a evolução de novas tecnologias, as técnicas de fabricação também poderão ser impulsionadas. Por fim, este trabalho se desenvolve aplicando o método baseado na lei *Constructal*, *Constructal Design*, e busca o desenvolvimento geométrico de estruturas até essas estarem otimizadas em relação à condução térmica, podendo, também, vir a contribuir e fornecer uma base teórica para projetos futuros de similar enfoque.

3. MODELAMENTO MATEMÁTICO

Com base em simulações numéricas é realizado um estudo de um corpo condutor de calor com um caminho de condução em formato ‘V’ inscrito em um círculo (Figura 3.1), tendo em vista a minimização da resistência térmica global. O fluxo de calor (q_1) é fixo e se dá pelo caminho em ‘V’ correspondente à geometria da figura, de modo que a seção receptora de calor é a configurada por D0, e as seções D1 e D2, ambas, dissipadoras. Com base na variação dos graus de liberdade (D0, D1/D0, D2/D0, α e β) é possível chegar à ótima geometria. Esta é definida quando a temperatura máxima (T_{max}) encontrada na seção da base (D0) for mínima.

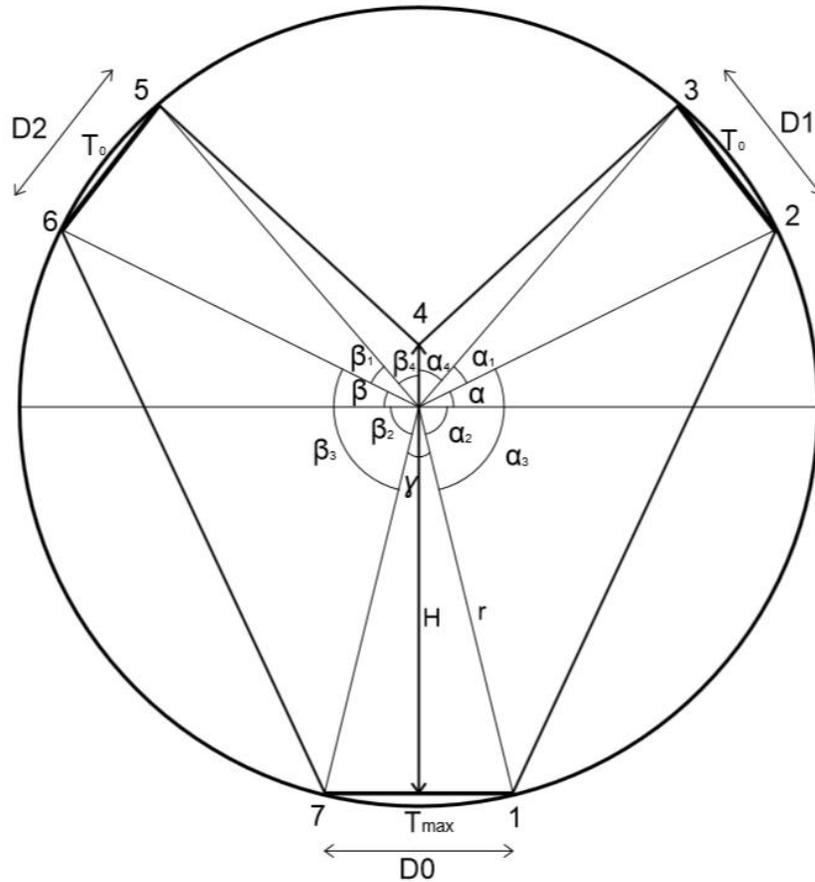


Figura 3.1 – Geometria a ser otimizada

Este modelo pode ser facilmente estendido para aplicações que transfiram calor para mais de dois corpos. Em muitos processos, por exemplo, o calor é rejeitado para o ambiente, havendo desperdício de energia, sendo que, essa energia poderia ser aproveitada em outro processo, fazendo esta transferência por condução de calor.

3.1. DERIVAÇÃO DA EQUAÇÃO DO CALOR ADIMENSIONAL PARA O SISTEMA

A geometria assumida é bidimensional para uma maior simplificação no estudo, pois se considera que a terceira dimensão (w) é suficientemente longa comparando-a com as demais dimensões. Não obstante, as superfícies exteriores do sólido são assumidas perfeitamente isoladas. A otimização da configuração geométrica mostrada na Figura 3.1 se depara com duas limitações: a área total,

$$A = \pi r^2 \quad (3.1)$$

e a limitação da área do caminho em V , que foi desenvolvida através de relações de angulares,

$$A_p = \frac{r^2}{2} \left[\sin \gamma + \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \sin \beta_1 + \sin \beta_2 + (H - r) \left(\frac{\sin \alpha_3 + \sin \beta_3}{r} \right) \right] \quad (3.2)$$

sendo,

$$\gamma = 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{D_0}{2r} \right) \quad (3.3)$$

$$\alpha_1 = 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{D1}{2r} \right) \quad (3.4)$$

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2} + \alpha \quad (3.5)$$

$$\alpha_3 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha \quad (3.6)$$

$$\beta_1 = 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{D2}{2r} \right) \quad (3.7)$$

$$\beta_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2} + \beta \quad (3.8)$$

$$\beta_3 = \frac{\pi}{2} - \beta_1 - \beta \quad (3.9)$$

A fração de área, ϕ , é expressa pela equação a seguir:

$$\phi = A_p/A \quad (3.10)$$

Para se chegar a uma resolução que possibilite a temperatura máxima como função da geometria, analisa-se numericamente a equação de condução do calor pelo caminho em V de condutividade térmica, k , constante. A equação que segue expressa a distribuição de temperaturas obtida a partir da equação da difusão.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.11)$$

sendo k a condutividade térmica, T a temperatura, ρ a massa específica do material, q''' o calor gerado e c_p o calor específico.

Diante do problema em questão, se fez considerações de forma a simplificar as análises, sendo uma das considerações a que assume o sistema em regime permanente, o que, conseqüentemente, anula o termo temporal. Também, se considerou que não existe calor gerado no sistema e que as propriedades se mantêm constantes. Por fim, adotou-se que o problema é bidimensional nas direções de x e y ($\frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$), chegando assim, à equação adimensional que se segue

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (3.12)$$

onde, as variáveis adimensionais são definidas como

$$\theta = \frac{T - T_0}{q_1 / kW} \quad (3.13)$$

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{D0}, \tilde{D1}, \tilde{D2}, \tilde{H}, \tilde{r} = \frac{x, y, D0, D1, D2, H, r}{A^{1/2}} \quad (3.14)$$

Também foi possível expressar as equações 3.1 e 3.10 na forma adimensional, onde se tem,

$$1 = \pi \tilde{r}^2 \quad (3.15)$$

e

$$\varnothing = \frac{\tilde{r}^2}{2} \left[\text{sen } \gamma + \text{sen } \alpha_1 + \text{sen } \alpha_2 + \text{sen } \beta_1 + \text{sen } \beta_2 + (\tilde{H} - \tilde{r}) \left(\frac{\text{sen } \alpha_3 + \text{sen } \beta_3}{\tilde{r}} \right) \right] \quad (3.16)$$

A equação do excesso máximo de temperatura ou da resistência térmica global do sistema (θ_{\max}) pode ser expressa por:

$$\theta_{\max} = \frac{T_{\max} - T_0}{q_1 / kW} \quad (3.17)$$

sendo T_{\max} a temperatura máxima do componente.

3.2. DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para o desenvolvimento do sistema é necessário definir as condições de contorno adimensionais. Diante disso, estabelece-se que para o fluxo de calor constante em D_0 temos:

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\tilde{D}_0} \quad \text{em} \quad -\frac{\tilde{D}_0}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{D}_0}{2} \quad \text{e} \quad \tilde{y} = 0 \quad (3.18)$$

Já para as regiões de saída (\tilde{D}_2 e \tilde{D}_1), em contato com os dissipadores, adota-se que

$$\theta_0 = 0 \quad (3.19)$$

Por fim, para as demais superfícies que se encontram isoladas (adiabáticas)

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad (3.20)$$

3.3. DEFINIÇÃO DOS GRAUS DE LIBERDADE

O sistema apresentado possui 5 graus de liberdade (D_0 , D_1/D_0 , D_2/D_0 , α e β), sendo cada um desses, responsável por diferenças no sistema térmico sempre que alterados. \tilde{D}_0 é o responsável pela admissão do fluxo de calor para dentro do sistema que é dissipado pelas regiões de saída \tilde{D}_1 e \tilde{D}_2 , influenciadas, respectivamente, pelas razões D_1/D_0 e D_2/D_0 . Essas, que definem os valores adimensionais da área de remoção de calor do sistema, são as razões entre as seções de saída (\tilde{D}_1 e \tilde{D}_2) que estão em contato com o dissipador e a seção de entrada (\tilde{D}_0) de fluxo de calor. Não obstante, os ângulos α e β definem a posição angular de \tilde{D}_1 e \tilde{D}_2 , respectivamente, em relação ao centro do círculo.

4. MODELAGEM COMPUTACIONAL

É possível, a partir da equação 3.12 para o campo de temperatura assumido por diferentes configurações (D_0 , D_1/D_0 , D_2/D_0 , α e β), encontrar a solução da equação 3.17, de modo que se busca minimizar o θ_{\max} a partir das variações na configuração. De acordo com

um código de elementos finitos que se baseia em elementos triangulares, foi possível resolver a equação 3.12 através do suporte do software MATLAB [PDE (equação diferenciais parciais) toolbox]. Através desses elementos triangulares adotou-se uma malha não uniforme em \tilde{x} e \tilde{y} que apresentou diferenças para variadas geometrias. Através de sucessivos refinamentos foi possível chegar a um nível de satisfação referente ao critério $\left| \left(\theta_{i,\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) / \theta_{i,\max}^j \right| < 5 \times 10^{-4}$, de modo que $\theta_{i,\max}^j$ e $\theta_{i,\max}^{j+1}$, representam a temperatura máxima calculada para a atual configuração da malha e sua subsequente configuração, respectivamente. Desse modo, para alcançar a satisfação do critério já citado, refinou-se quatro vezes a configuração da malha, como exemplificado na Tabela 4.1. Os resultados a seguir foram obtidos utilizando um número de elementos triangulares entre 50 e 18.000.

Tabela 4.1. Testes realizados para alcançar a satisfação do critério referente à independência de malha ($\phi = 0,3$, $\tilde{D}0 = 0,2$, $D_1/D_0 = D_2/D_0 = 1$, $\alpha = \pi/20$, $\beta = \pi/10$).

Número de elementos	θ_{\max}^j	$\left \left(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) / \theta_{\max}^j \right $
68	2,7522	$5,123 \times 10^{-3}$
272	2,7663	$1,807 \times 10^{-3}$
1.088	2,7713	$6,495 \times 10^{-4}$
4.352	2,7731	$3,606 \times 10^{-4}$
17.408	2,7741	

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O desenvolvimento numérico de determinação do campo de temperaturas em diversas configurações pode ser ilustrado a partir do tipo da configuração da Figura 3.1. A distribuição de temperaturas, de modo que a temperatura máxima ocorra na raiz do corpo é expressa pela Figura 5.1.

O processo determinante do campo de temperatura da configuração escolhida conduziu o estudo para diversos valores de, D_1/D_0 , D_2/D_0 .

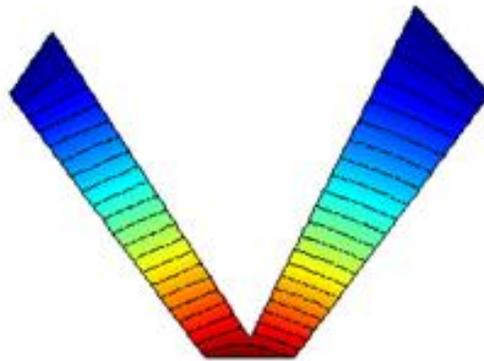


Figura 5.1 – Distribuição de temperaturas, com $\phi = 0,3$, $\tilde{D}0 = 0,2$, $D_1/D_0 = 1,5$, $D_2/D_0 = 1$, $\alpha = \pi/10$, $\beta = \pi/10$ $\theta_{\max} = 3,0568$.

Já a Figura 5.2 mostra o efeito de D_1/D_0 sobre θ_{\max} (temperatura adimensional máxima), para valores fixos de $\phi = 0,3$, $D_2/D_0 = 1,0$, $\alpha = \pi/20$, $\beta = \pi/10$ e $\tilde{D}_0 = 0,2$. Dessa forma foi possível analisar desigualdades consideráveis de desempenho térmico, constatando-se diferenças de até 15% em relação ao θ_{\max} para outros valores não ótimos de D_1/D_0 estudados.

Em relação ao gráfico foi constatado uma parábola de concavidade voltada para cima, demonstrando que para o máximo e mínimo de D_1/D_0 encontrou-se os valores extremos para θ_{\max} . Já para o valor de 0,98 para D_1/D_0 foi achado o valor mínimo de θ_{\max} , sendo este 2,7729.

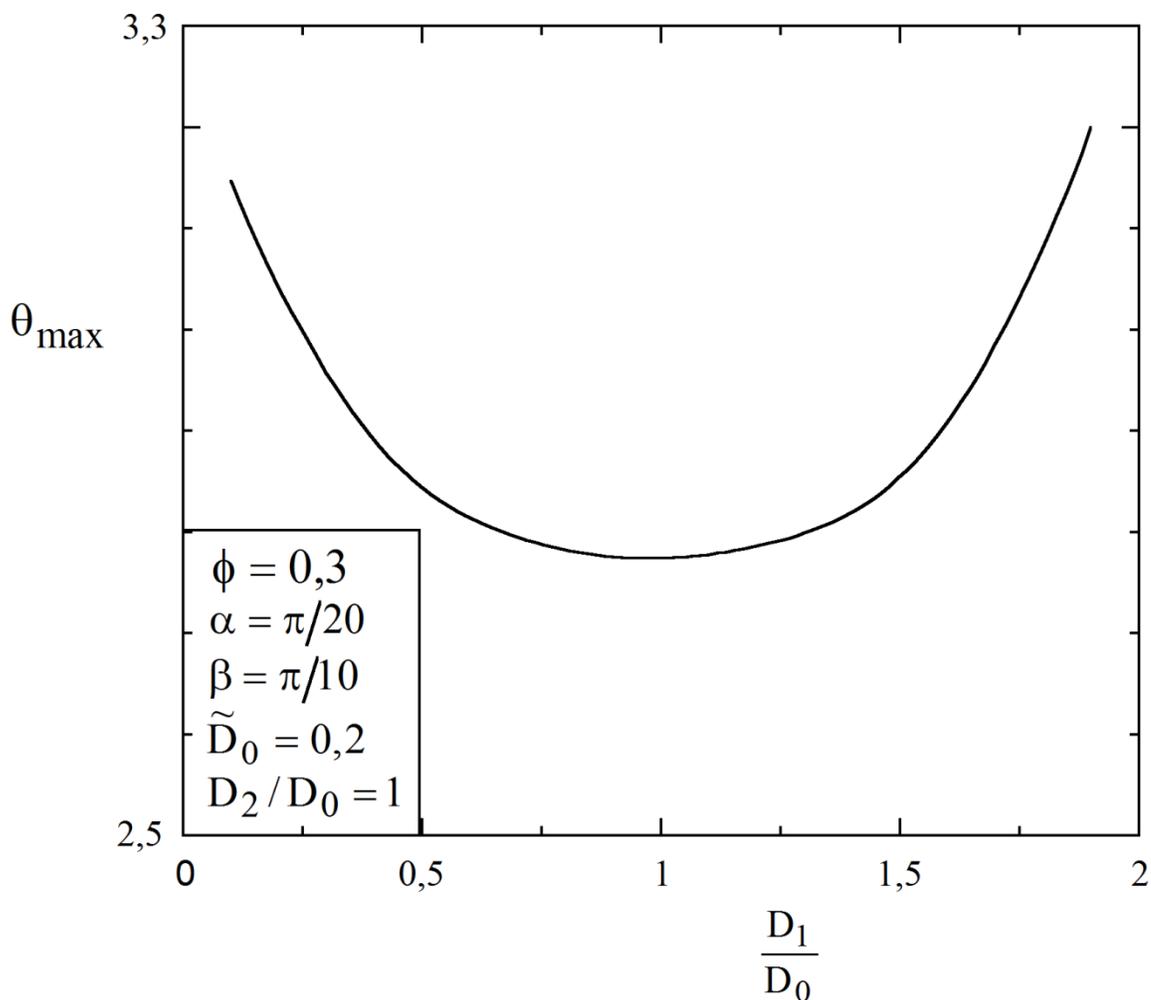


Figura 5.2 – Influência de D_1/D_0 sobre a temperatura adimensional θ_{\max}

Os resultados obtidos na Figura 5.2 para $D_2/D_0 = 1$ são repetidos para vários valores de D_2/D_0 e mostrados na Figura 5.3, onde $(D_1/D_0)_{\text{opt}}$ e $\theta_{\max,\text{min}}$ são expressos em função da razão D_2/D_0 mostrando, assim, a otimização da resistência térmica para estes valores, seguindo fixo os valores de $\phi = 0,3$, $\alpha = \pi/20$, $\beta = \pi/10$ e $\tilde{D}_0 = 0,2$. A partir dos resultados obtidos, observa-se que a minimização do $\theta_{\max,\text{min}}$ se dá até o valor de 0,86 expresso para a razão D_2/D_0 . Posteriormente, o gráfico passa a configurar-se sob a ação de valores

discretamente crescentes, apresentando uma diferença de até 10 % do valor ótimo para o valor de maior $\theta_{\max,\min}$. O melhor caminho encontrado perante todos os valores investigados, baseia-se no valor de 0,86 expresso para a razão D_2/D_0 e valor igual a 1,04 para a razão $(D_1/D_0)_{\text{opt}}$, a partir do qual, $\theta_{\max,\min}$, antes decrescente, passa a apresentar valores de natureza crescente. Também é possível ver que à medida que os valores de D_2/D_0 crescem, os valores atribuídos à expressão $(D_1/D_0)_{\text{opt}}$ diminuem.

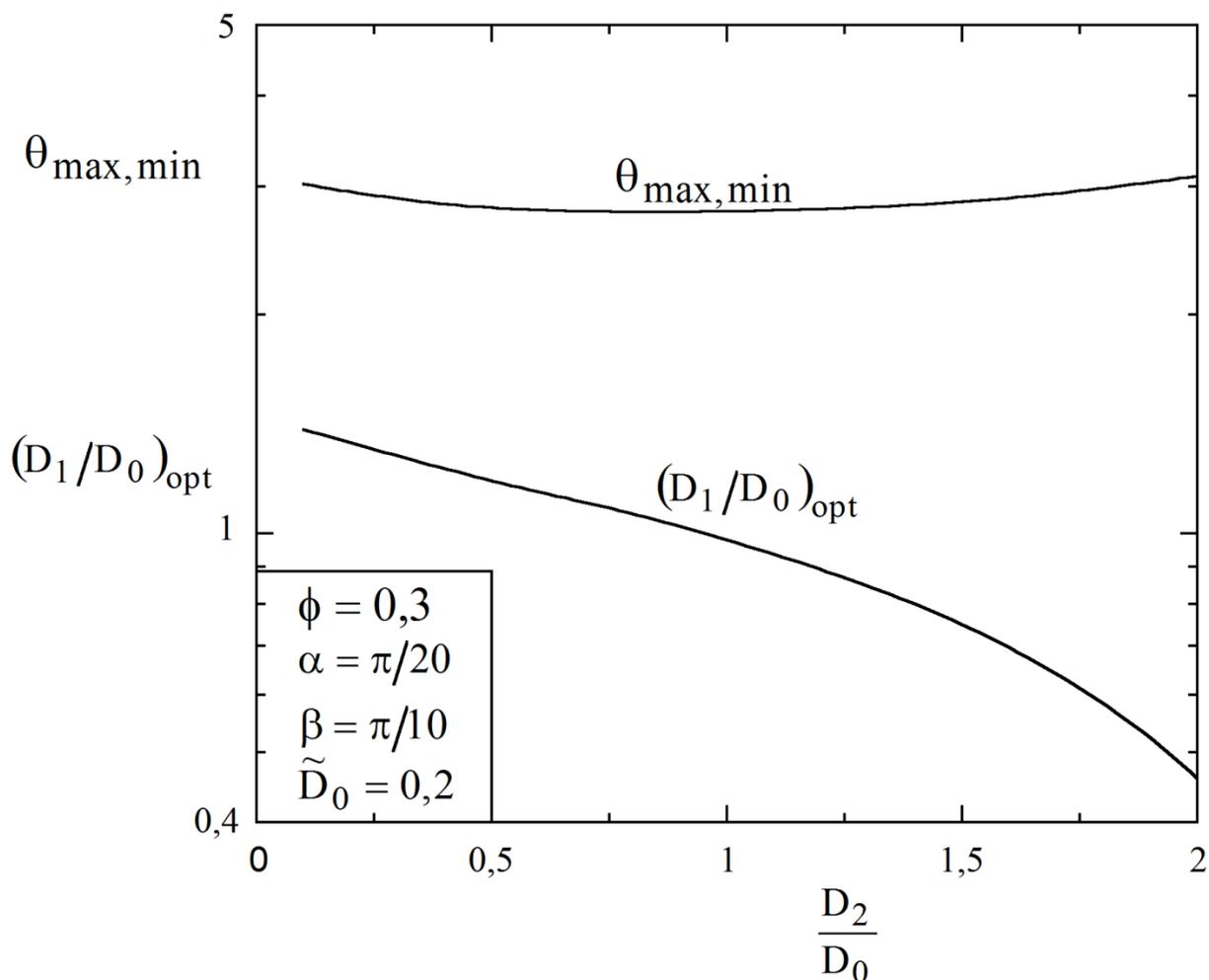


Figura 5.3 - Temperatura adimensional $\theta_{\max,\min}$ e a razão $(D_1/D_0)_{\text{opt}}$ correspondente em função da razão D_2/D_0

Note-se que $\theta_{\max,\min}$ obtido para $(D_2/D_0)_{\text{opt}} = 0,86$ é aproximadamente 10,5% inferior a temperatura obtida para o pior caso estudado que corresponde a $D_2/D_0 = 2$. A partir dos resultados, foi possível concluir que um sistema com fluxo de calor que possui liberdade para mudar a sua geometria poderá melhorar seu desempenho.

A configuração ótima obtida a partir dos resultados é expressa na figura 5.4. Esta foi determinada com base nas expressões e seus respectivos resultados. Então, para a configuração final encontrou-se os valores de 0,86 para a razão otimizada de

(D_2/D_0) , 1,04 para a razão duplamente otimizada de (D_1/D_0) e 2,7684 para a temperatura máxima adimensional θ_{\max} , também duplamente otimizada.



$$\phi = 0,3 \quad \alpha = \frac{\pi}{20} \quad \beta = \frac{\pi}{10} \quad \tilde{D}_0 = 0,2$$

$$(D_2/D_0)_o = 0,86$$

$$(D_1/D_0)_{oo} = 1,04$$

$$\theta_{\max,mm} = 2,7684$$

Figura 5.4 – Geometria ótima para o caso de temperatura adimensional máxima

6. CONCLUSÕES

Este trabalho enfatizou a procura de uma configuração com ótimo desempenho a fim de maximizar a transferência de calor, assegurando-se nos conceitos do método “*Constructal Design*”. Baseando-se nos resultados obtidos de acordo com o modelo proposto e nos estudos de aplicações da Lei *Constructal*, constata-se que a otimização do sistema proposto é válida quando objetivada a obtenção de um excesso de temperatura adimensional máximo e minimizado partindo, apenas, do estudo da geometria de tal sistema.

Considerando-se os dois graus de liberdade enfatizados que foram analisados nos testes, fez-se possível o desenvolvimento de uma geometria otimizada, $(D_2/D_0)_{opt} = 0.86$ e $(D_1/D_0)_{oo} = 1,04$ que reduziram em aproximadamente 10.5% a temperatura máxima adimensional quando comparada com o pior caso estudado, de modo que sua superioridade é reconhecível sobre uma geometria não otimizada. Avaliando esta superioridade, pode-se pressupor sobre o aspecto positivo da liberdade em relação ao design, podendo, este, adequar-se ao sistema que apresente um melhor desempenho. Pode-se concluir, também, que a base da ótima geometria se faz na melhor distribuição das imperfeições, configuradas pelos pontos quentes (pontos de temperatura máxima).

Sugere-se que estudos futuros possam aprofundar-se, tornando possível a utilização das análises desenvolvidas para um melhor desempenho final e ainda mais otimizado. Nessa oportunidade o efeito dos restantes graus de liberdade, α , β , \tilde{D}_0 e o parâmetro ϕ poderão ser levados em conta e os resultados comparados com a literatura (Fagundes, 2014).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bejan, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, p. 799–816, 1996a.

Bejan, A. Almogbel, M. Constructal T-shaped fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43(12-15), p. 2101-2115, 2000.

Bejan, A.; Lorente, S. **Design with Constructal Theory**, Wiley, Hoboken, 2008

Cheng, C.H. and Chen, Y.F., “**Topology Optimization of Heat Conduction Paths by a Non-constrained Volume-of-Solid function method**”, *International Journal of Thermal Sciences*, 2013.

Fagundes, T. M. Projeto Constructal da Geometria de Materiais Altamente Condutores Aplicados à Refrigeração por Condução de Calor. 2014. 13. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

MATLAB, user’s guide, version 6.0.088, release 12, (2000), The Mathworks Inc.

Zhang, Y.; Liu, S.; Qiao, Heting. Design of the heat conduction structure based on the topology optimization, **Developments in Heat Transfer**, v. 26, p. 523-536, 2011.

APÊNDICE A

CÓDIGO A – CÓDIGO DE VARIAÇÃO DO D1/D0

```
clear
for d1dd0 = 0.01:0.1:5
    d1dd0
    tt(d1dd0)
end
```

APÊNDICE B

CÓDIGO DA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO CALOR

```

function tt(d1dd0)

fi=0.3;

d0=0.2;

%g1 = 1/d0;

T = pi/20;

S = pi/10;

%d1dd0 = 1.31;

d2dd0 = 2;

d1= d0 * d1dd0;

d2= d0 * d2dd0;

R = (1/pi)^0.5;

B = 2*asin(d0/(2*R));

T1 = 2*asin(d1/(2*R));

TL = T + T1;

T3 = pi/2 - B/2 + T;

T4 = pi/2 - T1 - T;

S1 = 2*asin(d2/(2*R));

SL = S + S1;

S3 = pi/2 - B/2 + S;

S4 = pi/2 - S1 - S;

H1=(-sin(B)-sin(T3)-sin(T1)-sin(S3)-
sin(S1)+2*fi/R^2)*(R/(sin(T4)+sin(S4)))+R;

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',9);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1.25 1]);

```

```

set(ax, 'PlotBoxAspectRatio', [1.5 1 1]);
set(ax, 'XLim', [-1.5 1.5]);
set(ax, 'YLim', [-0.5 2]);
set(ax, 'XTickMode', 'auto');
set(ax, 'YTickMode', 'auto');

% Geometry description:
pdepoly([ d0/2, ...
  R*cos(T), ...
  R*cos(TL), ...
  0, ...
  -R*cos(SL), ...
  -R*cos(S), ...
  -d0/2, ...
], ...
[ 0, ...
  R+R*sin(T), ...
  R+R*sin(TL), ...
  H1, ...
  R+R*sin(SL), ...
  R+R*sin(S), ...
  0, ...
], ...
'P1');
set(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'Tag', 'PDEEval'), 'String', 'P1')

% Boundary conditions:
pdetool('changemode', 0)
pdesetbd(7, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'5') %mudar o 5 pelo g calculado
pdesetbd(6, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(5, ...
'dir', ...
1, ...
'1', ...
'0')
pdesetbd(4, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(3, ...
'neu', ...
1, ...
'0', ...
'0')
pdesetbd(2, ...
'dir', ...

```

```

1,...
'1',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
setappdata(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
setappdata(pde_fig, 'jiggle', char('on', 'mean', ''));
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
'1.0',...
'0',...
'(0)+(0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig, 'currparam',...
['1.0';...
'1.0';...
'1.0';...
'0  ';...
'0  ';...
'0.0'])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig, 'solveparam',...
str2mat('0', '13824', '10', 'pdeadworst',...
'0.5', 'longest', '0', '1E-4', '', 'fixed', 'Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig, 'plotflags', [1 1 1 1 1 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig, 'colstring', '');
setappdata(pde_fig, 'arrowstring', '');
setappdata(pde_fig, 'deformstring', '');
setappdata(pde_fig, 'heightstring', '');

% Solve PDE:
pdetool('solve')
T=get(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'flat', 'Tag', 'PDEPlotMenu'),...
'UserData');
y = max(T)
%closereq

```