

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Marcelo Rodolfo Rocha**

**PROJETO DE EDIFÍCIOS COM USO DE CONCRETO DE  
ALTA RESISTÊNCIA EM PILARES: COMPARAÇÃO DE  
VOLUMES E ÁREAS**

Porto Alegre  
novembro 2014

**MARCELO RODOLFO ROCHA**

**PROJETO DE EDIFÍCIOS COM USO DE CONCRETO DE  
ALTA RESISTÊNCIA EM PILARES: COMPARAÇÃO DE  
VOLUMES E ÁREAS**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de  
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal  
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do  
título de Engenheiro Civil

**Orientador: Roberto Domingo Rios**

Porto Alegre  
novembro 2014

**MARCELO RODOLFO ROCHA**

**PROJETO DE EDIFÍCIOS COM O USO DE CONCRETO DE  
ALTA RESISTÊNCIA EM PILARES: COMPARAÇÃO DE  
VOLUMES E ÁREAS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, novembro de 2014

Prof. Roberto Domingo Rios  
Dr. pela UFRGS  
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt  
Dra. pelo PPGA/UFRGS  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)**  
Dr. pela Universidade de São Paulo

**Profa. Ângela Gaio Graeff (UFRGS)**  
Dra. pela University of Sheffield

Dedico este trabalho aos meus pais, Flávio e Ana, minha  
irmã Mariana, e inúmeros amigos que me deram  
toda força e apoio possíveis ao longo de todo  
o Curso de Graduação.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço ao Prof. Rios, orientador deste trabalho, pela disposição em transmitir seu conhecimento sempre que solicitado, pela paciência demonstrada e também pelo apoio prestado em tempos de nervosismo e pelas conversas que me tranquilizaram em algumas etapas importantes da elaboração desse trabalho, que resultou também, no desenvolvimento significativo do meu conhecimento.

Agradeço à Profa. Carin que com sua vasta experiência e grande dedicação me mostrou o melhor modo de passar informação de forma clara e concisa, habilidade está que certamente será de grande importância na vida profissional futura.

Agradeço, também, ao Msc. Eng. Elvis Antônio Carpegiani que não hesitou em prestar ajuda nas etapas iniciais e determinantes deste trabalho.

Por fim, agradeço à todos os professores da graduação da UFRGS por me transmitirem o seu vasto conhecimento ao longo dos anos, o qual foi de extrema importância na concretização deste trabalho.

Existe apenas um bem, o conhecimento,  
e um mal, a ignorância.  
*Sócrates*

## RESUMO

Edifícios adotam pavimentos inferiores, muitas vezes subterrâneos para abrigar seus estacionamentos, e nesses pavimentos a disposição das vagas frequentemente apresenta problemas de compatibilidade com os pilares que sustentam a edificação. Uma menor seção transversal ou um menor número de pilares auxiliaria a disposição das vagas evitando recursos que envolvem mais gastos como a utilização de vigas de transição entre pavimentos. O concreto de alta resistência, ou alto desempenho, possibilita a execução de peças mais rígidas e esbeltas. No caso dos pilares, a maior resistência viabiliza a diminuição da seção transversal. Motivado pela nova edição da norma brasileira de concreto armado, NBR 6118/2014, a qual passa a regular o uso de concretos com  $f_{ck}$  superior a 50 MPa, este trabalho visa verificar as vantagens em relação ao aumento de área útil e diminuição do volume de concreto ao se utilizar concreto de alta resistência em pilares de edifícios. Esse objetivo é alcançado através da construção de modelos com diferentes resistências nos pilares de modo que se torna possível a variação da seção transversal, e comparando-se a área de pavimento ocupada por pilares e o volume total de concreto empregado.

Palavras-chave: Concreto de Alta Resistência. Pilares com Concreto de Alto Desempenho.  
Pilares com mais que 50 MPa.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Etapas da pesquisa .....	20
Figura 2 – Planta baixa do pavimento .....	25
Figura 3 – Classes do concreto .....	25
Figura 4 – Grelha de lajes e vigas .....	31
Figura 5 – Pórtico espacial .....	32
Figura 6 – Características do concreto armado .....	36
Figura 7 – Adaptação de trecho rígido .....	37
Figura 8 – Ligação flexibilizada .....	38
Figura 9 – Não linearidade física e geométrica .....	40
Figura 10 – Ajuste de não linearidade física .....	42
Figura 11 – Diagrama parábola retângulo .....	51
Figura 12 – Diagrama retangular .....	53
Figura 13 – Seção transversal submetida à flexo-compressão normal .....	61
Figura 14 – Casos método das armaduras simétricas .....	64
Figura 15 – Caso 1 armaduras simétricas .....	65
Figura 16 – Caso 2 armaduras simétricas .....	66
Figura 17 – Caso 3 armaduras simétricas .....	67
Figura 18 – Caso 4 armaduras simétricas .....	69
Figura 19 – Volume de um pilar ao longo de todo edifício no modelo 1 .....	78
Figura 20 – Área ocupada por pilares internos no modelo 1 .....	79
Figura 21 – Volume de um pilar ao longo de todo edifício no modelo 2 .....	81
Figura 22 – Área ocupada por pilares internos no modelo 2 .....	82
Figura 23 – Volume de um pilar ao longo de todo edifício no modelo 3 .....	84
Figura 24 – Área ocupada por pilares internos no modelo 3 .....	85



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Esforços solicitantes no modelo 1 .....	47
Tabela 2 – Esforços solicitantes no modelo 2 .....	47
Tabela 3 – Esforços solicitantes no modelo 3 .....	48
Tabela 4 – Parâmetros de instabilidade .....	49
Tabela 5 – Modelo 1 grupos e esforços limites .....	74
Tabela 6 – Modelo 2 grupos e esforços limites .....	74
Tabela 7 – Modelo 3 grupos e esforços limites .....	74
Tabela 8 – Resistência do concreto em cada hipótese .....	75
Tabela 9 – Hipóteses 3, 5 e 7 do modelo 1 .....	77
Tabela 10 – Resultados do modelo 1 .....	78
Tabela 11 – Hipóteses 3, 5 e 7 do modelo 2 .....	80
Tabela 12 – Resultados do modelo 2 .....	81
Tabela 13 - Hipóteses 3, 5 e 7 do modelo 3 .....	83
Tabela 14 - Resultados do modelo 3 .....	84

## **LISTA DE SIGLAS**

CAD – Concreto de alto desempenho

MEF – Método dos elementos finitos

NLF – Não linearidade física

NLG – Não linearidade geométrica

## LISTA DE SÍMBOLOS

$E_{ci}$  – módulo de elasticidade tangente do concreto

$EI_{nlf}$  – rigidez do elemento ajustada à não linearidade física

$f_{ck}$  – resistência à compressão característica do concreto

$I_c$  – momento de inércia da seção bruta de concreto

$n$  – expoente tomado como 2 quando  $f_{ck} \leq 50$  MPa e tomado de acordo com a equação 7 quando  $f_{ck} > 50$  MPa

$f_{cd}$  – resistência à compressão de cálculo do concreto

$f_{ck}$  – resistência à compressão característica do concreto

$\sigma_c$  – tensão atuante no concreto

$\varepsilon_{c2}$  – deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico

$\varepsilon_{cu}$  – deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

$\sigma_{cd}$  – tensão de cálculo atuante no concreto

$\alpha_c$  – adotado como 0,85 para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa e dado pela equação 13 para concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa

$\lambda$  – altura de atuação da tensão constante no concreto, adotado como 0,8 para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa e dado pela equação 14 para concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa

$e$  – excentricidade a ser considerada

$e_1$  – excentricidade de primeira ordem

$e_2$  – excentricidade de segunda ordem

$\lambda$  – índice de esbeltez

$l_e$  – comprimento equivalente do pilar

$i$  – raio de giração da seção transversal do pilar dado pela equação 17

$I_c$  – momento de inércia da seção transversal

$A_c$  – área da seção transversal

$e_{1mín}$  – é a excentricidade mínima de primeira ordem

$h$  – é a altura da seção transversal do pilar na direção considerada

$e_a$  – é a excentricidade acidental

$l$   $l_e$  – é o comprimento de flambagem do pilar

$l_e$  – comprimento equivalente do pilar

$\frac{1}{r}$  – curvatura aproximada na seção crítica dada pela equação 21

$v$  – esforço normal reduzido dada pela equação 22

$N_d$  – esforço normal solicitante de cálculo

$M_d$  – momento fletor solicitante de cálculo

$\alpha_b$  – fator que considera os momentos de primeira ordem dado pela equação 24 e adotado igual a 1 para momentos nulos

$M_A$  – maior momento absoluto de primeira ordem no pilar

$M_B$  – menor momento absoluto de primeira ordem no pilar

$e_0$  – distância da origem geométrica da seção ao ponto aplicação da carga vertical

$e_1$  – distância da armadura mais afastada ao ponto de aplicação da carga vertical

$e_2$  – distância da armadura mais próxima ao ponto de aplicação da carga vertical

$d$  – altura útil da seção transversal

$d'$  – distância entre eixo da armadura e a face mais próxima

$b$  – largura da seção transversal do pilar no plano ortogonal ao plano em estudo

$x$  – altura da linha neutra

$A_{s1}$  – área de aço da armadura menos comprimida ou mais tracionada

$\sigma_1$  – tensão na armadura menos comprimida ou mais tracionada

$A_{s2}$  – área de aço da armadura mais comprimida

$\sigma_2$  – tensão na armadura mais comprimida

$R_{cc}^*$  – reação do concreto dada pela equação 41

$\sigma_1^*$  – tensão atuante na armadura menos solicitada para essa situação específica

$\sigma_2^*$  – tensão atuante na armadura mais solicitada para essa situação específica

$A_{smáx}$  – área máxima de armadura

$A_{smín}$  – área mínima de armadura

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	16
<b>2 DIRETRIZES DA PESQUISA</b> .....	18
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA .....	18
2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA .....	18
<b>2.2.1 Objetivo principal</b> .....	18
<b>2.2.2 Objetivos secundários</b> .....	18
2.3 PREMISSA .....	19
2.4 DELIMITAÇÕES .....	19
2.5 LIMITAÇÕES .....	19
2.6 DELINEAMENTO .....	19
<b>3 CONCRETO DE ALTO RESISTÊNCIA</b> .....	22
3.1 DEFINIÇÃO .....	22
3.2 HISTÓRICO .....	23
3.3 PROPRIEDADES .....	26
<b>3.3.1 Superplastificantes</b> .....	27
<b>3.3.2 Sílica ativa</b> .....	27
<b>4 ANÁLISE ESTRUTURAL</b> .....	29
4.1 MODELOS ESTRUTURAIS .....	29
<b>4.1.1 Métodos aproximados e vigas contínuas</b> .....	30
<b>4.1.2 Grelha de vigas e lajes</b> .....	30
<b>4.1.3 Pórtico espacial</b> .....	31
<b>4.1.4 Elementos finitos</b> .....	32
<b>4.1.5 Combinação de modelos estruturais</b> .....	33
4.2 ANÁLISE LINEAR .....	34
4.3 DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS .....	34
4.4 ADAPTAÇÕES NO MODELO .....	35
<b>4.4.1 Redistribuição de esforços</b> .....	36
<b>4.4.2 Trechos rígidos</b> .....	37
<b>4.4.3 Flexibilização das ligações</b> .....	38
<b>4.4.4 Efeitos construtivos</b> .....	38
4.5 ANÁLISE NÃO LINEAR .....	39
<b>4.5.1 Não linearidade física</b> .....	40

<b>4.5.2 Não linearidade geométrica</b> .....	42
<b>5 MODELO ADOTADO</b> .....	44
5.1 SOFTWARE UTILIZADO .....	44
5.2 ARQUITETURA E CARACTERÍSTICAS DA ESTRUTURA -.....	44
5.3 RESULTADOS DO LANÇAMENTO .....	47
<b>6 CÁLCULO DAS SOLICITAÇÕES NOS PILARES</b> .....	50
6.1 CONSIDERAÇÕES DA NBR 6118/2014 .....	50
<b>6.1.2 Diagrama parábola retângulo</b> .....	50
<b>6.1.3 Diagrama retangular simplificado</b> .....	53
6.2 CONSIDERAÇÃO DAS EXCENTRICIDADES .....	54
<b>6.2.1 Índice de esbeltez</b> .....	55
<b>6.2.2 Excentricidade de primeira ordem</b> .....	56
<b>6.2.3 Excentricidade de segunda ordem</b> .....	57
<b>6.2.4 Momento fletor de cálculo</b> .....	58
<b>7 CÁLCULO DAS ÁREAS DE AÇO</b> .....	60
7.1 MÉTODO DAS ARMADURAS SIMÉTRICAS .....	60
<b>7.1.2 Relações de tensão-deformação dos materiais</b> .....	60
<b>7.1.3 Relações de compatibilidade de deformações</b> .....	60
<b>7.1.4 Relações de equivalência entre esforços solicitantes e resistentes</b> .....	61
7.1.4.1 Caso 1 .....	64
7.1.4.2 Caso 2 .....	66
7.1.4.3 Caso 3 .....	67
7.1.4.4 Caso 4 .....	68
<b>7.1.5 Método iterativo para casos 1, 2 e 3</b> .....	70
<b>7.1.4 Método Iterativo Para o Caso 4</b> .....	71
7.2 LIMITES DAS ÁREAS DE AÇO .....	71
<b>8 DEFINIÇÃO DAS HIPÓTESES DE CÁLCULO</b> .....	73
8.1 DISCRETIZAÇÃO DOS MODELOS .....	73
8.2 FORMULAÇÃO DAS HIPÓTESES DE CÁLCULO .....	75
<b>9 RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	76
9.1 FATORES CONSIDERADOS .....	76
9.2 RESULTADOS DO MODELO 1 .....	77
9.3 RESULTADOS DO MODELO 2 .....	80
9.4 RESULTADOS DO MODELO 3 .....	83





## 1 INTRODUÇÃO

A evolução do projeto de estruturas, auxiliada pelo desenvolvimento de softwares de análise estrutural tem possibilitado engenheiros e arquitetos a projetar edifícios cada vez mais altos e esbeltos que propiciam maior rendimento ao investidor. Por anos o homem vem usando o concreto armado como principal material construtivo, porém, sem implementações adicionais, ele não é capaz de suportar esforços e tensões associados à maioria desses novos projetos arrojados (TUTIKIAN et al., 2011, p. 1283).

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 22) viabiliza o uso de concretos de resistência até 90 MPa para fins estruturais. Isso é um passo importante para o desenvolvimento de projetos diferenciados em concreto, já que antigamente a resistência era limitada a 50 MPa. Essa limitação obrigava os projetistas a buscar embasamento em normas de concreto estrangeiras ou os levava a adotar o aço para a execução de projetos que exigiam mais do material.

A fabricação de concretos com altos valores de resistência a compressão se torna muito cara quando não são usados materiais adicionais, pois é necessário uso excessivo de cimento. Através de estudos descobriu-se que a adição de certos materiais, como superplastificantes, ao concreto propiciava um alto ganho de resistência, além de outras propriedades interessantes que transformavam o concreto em um material que além de versátil, poderia ser usado para resistir grandes quantidades de esforços. Esse material foi chamado inicialmente de concreto de alto desempenho e atualmente encontram-se bibliografias com o nome concreto de alta resistência e concreto de elevada resistência para designar o mesmo material.

O concreto de alta resistência, ou alto desempenho (CAD), como também é conhecido, tem como principais características sua maior resistência à compressão e sua durabilidade. Essas propriedades são alcançadas com um rígido controle do material constituinte do concreto e através da adição de minerais e aditivos.

O concreto de alta resistência teve suas primeiras aparições práticas entre os anos de 1960 e 1980 nos EUA e Canadá, países onde estava acontecendo uma corrida por edifícios mais altos. Em 1988, com o uso do CAD foram construídas as Torres Gêmeas Petronas em Kuala

Lumpur na Malásia, edifício que acabou consolidando o CAD como um ótimo material para construções de maior altura. Atualmente o edifício mais alto do mundo é o Burj Khalifa, com 828 metros de altura, dos quais nos 601 metros iniciais foi usado concreto de alto desempenho. No Brasil, o concreto de elevada resistência tem sido usado desde a década de 1990, com destaque para o Supremo Tribunal de Justiça em Brasília, o edifício *Evolution Tower* em Curitiba e o edifício e-Tower em São Paulo (TUTIKIAN et al., 2011 p. 1309-1311).

O edifício e-Tower tem ainda maior destaque. Para se alcançar as dimensões requeridas dos pilares, a resistência do concreto teria de ser de 80 MPa, valor inédito em obras brasileiras. Com um rigoroso controle de materiais, testes de traços e através de uma série de procedimentos que garantiriam a qualidade, se realizou a fabricação do CAD em usina e posteriormente 5 pilares do edifício foram concretados, possibilitando o ganho de 16 vagas extras de estacionamento, 4 por subsolo (SILVA, 2003).

O emprego do concreto de alta resistência trás consigo a possibilidade da adoção de seções menores em elementos comprimidos da estrutura. Esse trabalho pretende estudar se o uso do CAD em pilares de edifícios pode reduzir a seção de concreto de tal maneira a propiciar economia em obra, através do uso de um menor volume de concreto, além de verificar o aumento de área útil da edificação.

## **2 DIRETRIZES DA PESQUISA**

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

### **2.1 QUESTÃO DE PESQUISA**

A questão de pesquisa do trabalho é: quais as vantagens e desvantagens vinculadas ao uso de concreto de alta resistência, com diferentes resistências, em pilares de edifícios com diferentes números de pavimentos?

### **2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA**

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários, e são descritos a seguir.

#### **2.2.1 Objetivo principal**

O objetivo principal do trabalho é a verificação dos aspectos positivos e negativos quando utilizado concreto de alta resistência, com diferentes resistências, no dimensionamento dos pilares mais solicitados de edifícios com diferentes números de pavimentos.

#### **2.2.2 Objetivos secundários**

Os objetivos secundários do trabalho, variando-se a combinação entre número de pavimentos e resistência à compressão dos concretos, são:

- a) verificação da alteração da área útil dos pavimentos;
- b) constatação da variação do volume de concreto nos pilares ao longo de todo o edifício.

## 2.3 PREMISSA

O trabalho tem por premissa que o uso de concreto de alta resistência possibilita uma maior resistência e durabilidade às peças estruturais viabilizando maior eficiência em peças esbeltas e menor restrição criativa quanto à arquitetura das edificações.

## 2.4 DELIMITAÇÕES

O trabalho delimita-se a edifícios localizados na cidade de Porto Alegre, com sua estrutura construída com concreto armado e com o uso de concreto de alta resistência nos pilares.

## 2.5 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

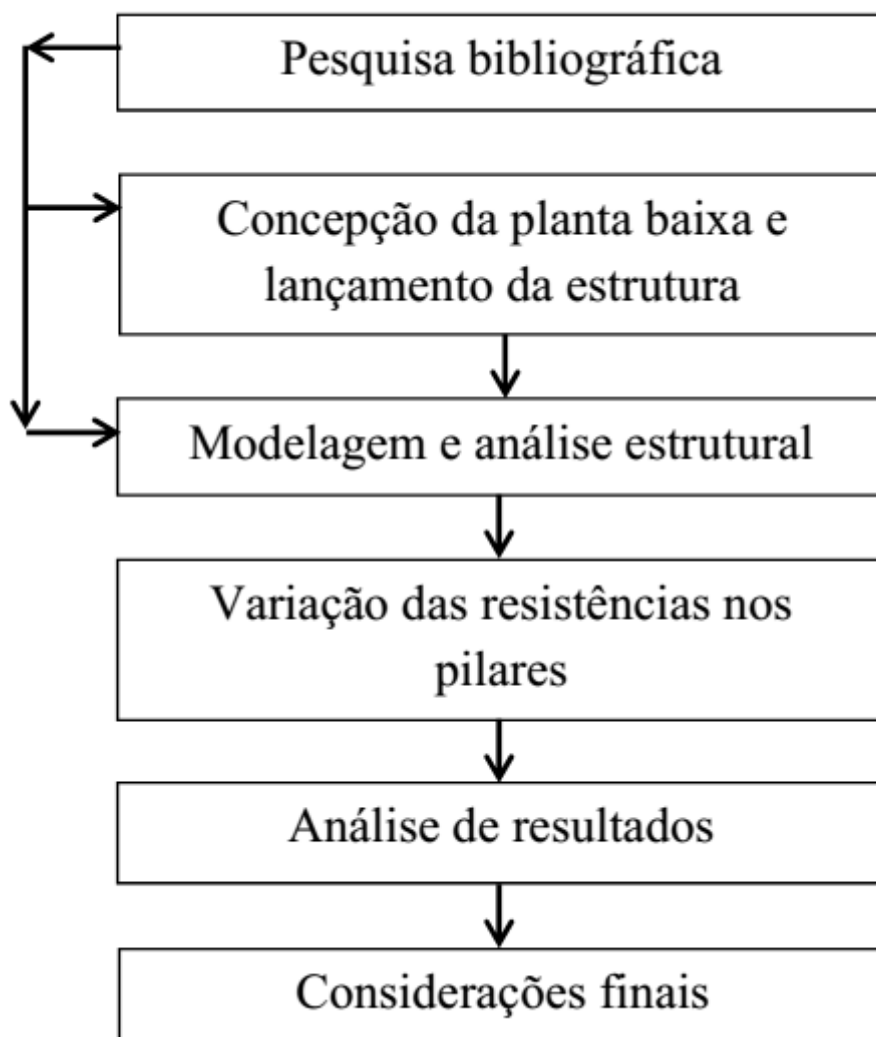
- a) estudo somente dos pilares mais solicitados;
- b) utilização de resistências entre 30 e 90 MPa;
- c) delimitação de grupos de pavimentos com mesma resistência nos pilares;
- d) variação da resistência em cada grupo adjacente foi de 10 MPa;
- e) todos os pavimentos com a mesma planta baixa ao longo de todo o edifício;
- f) estudo de edifícios com 15, 20 e 25 pavimentos;
- g) analisadas a área ocupada por pilares e o volume de concreto empregado.

## 2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi realizado através das etapas apresentadas a seguir, que estão representadas na figura 1, e são descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) concepção da planta baixa e lançamento da estrutura;
- c) modelagem e análise estrutural;
- d) variação das resistências nos pilares;
- e) análise de resultados;
- f) considerações finais.

Figura 1 – Etapas da pesquisa



(fonte: elaborado pelo autor)

Primeiramente foi realizada a **pesquisa bibliográfica** para alcançar um maior entendimento do tema escolhido e conhecer estudos já realizados com abordagens parecidas de onde se puderam retirar informações relevantes quanto ao desenvolvimento do trabalho. Posteriormente, com a ajuda do professor orientador foi realizada a **concepção da planta baixa e lançamento da estrutura** através da elaboração de uma planta baixa do pavimento tipo de um edifício que poderia se beneficiar com o uso de pilares de menor seção. Para isso, foram adotados vãos ligeiramente maiores que os usuais de modo a diminuir o número de pilares, aumentando sua carga e tornando o contexto do trabalho mais significativo. Uma vez decidida a estrutura, foi feito o lançamento da planta em um software de análise estrutural e dimensionamento.

Na etapa seguinte, foi realizada a **modelagem e análise estrutural** através do estudo do comportamento da estrutura nos diferentes modelos. Cada modelo se distingue pelo número de andares que possui, o alvo desse trabalho são edifícios de maior altura, então foram adotados modelos com 15, 20 e 25 pavimentos. Seguido do lançamento, foi feita a análise estrutural dos modelos, obtendo-se então as solicitações em todos os pilares. Nessa etapa identificou-se em cada modelo os pilares mais solicitados, os quais são os objetos de estudo desse trabalho.

Na quarta etapa foi feita a divisão dos modelos em grupos de pavimentos. Em cada grupo foi adotada a mesma resistência do concreto nos pilares em estudo. Dada a divisão, foi feita então a **variação da resistência** em diferentes hipóteses de combinações de resistências para os sucessivos grupos, de modo que a maior resistência foi aplicada aos pilares nos pavimentos inferiores, que são mais carregados. Com diferentes resistências procedeu-se o cálculo das áreas de aço da armadura longitudinal do pilar e então foi possível adotar diferentes seções transversais para os pilares. Desse modo formaram-se, para cada modelo, diferentes casos com distintas composições de resistência dos pilares ao longo do edifício.

Em seguida foi realizada a **análise de resultados** através da comparação, em todas as hipóteses de resistências, da área ocupada por todos os pilares intermediários dos modelos e do volume de concreto utilizado no pilar mais solicitado ao longo de toda a prumada do edifício.

Por fim, nas **considerações finais**, as devidas comparações foram feitas e as vantagens e desvantagens do uso do concreto de alta resistência em pilares de edifícios foram apontadas.

### 3 CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA

Com o desenvolvimento tecnológico, arquitetos e engenheiros têm projetado estruturas cada vez mais arrojadas e inovadoras. Apesar de toda a sua versatilidade, o concreto armado usual muitas vezes não consegue se adaptar a esses novos casos, restringindo a concepção da estrutura e limitando os projetos.

O uso de diferentes materiais na composição do concreto se mostrou um meio de se obter novas propriedades que possibilitariam a construção de tais estruturas. Conforme Tutikian et al. (2011, p. 1284):

A incorporação de outros elementos no concreto, como aditivos, adições minerais, pigmentos e fibras e o uso de técnicas de execução diferenciadas, como a cura a altas temperaturas e pressões, permitem a obtenção de concretos de última geração, que poderiam, teoricamente, atender a qualquer solicitação de projeto, permitindo a execução de estruturas esbeltas, duráveis e seguras para o usuário final.

Buscando inicialmente maiores resistências, se deu a criação do concreto de alto desempenho.

#### 3.1 DEFINIÇÃO

Concreto de alta resistência, também denominado de alto desempenho ou CAD, tem por principais características, uma alta durabilidade e alta resistência à compressão, aspectos estes que estão ligados a uma baixa relação água/cimento.

Segundo Neville (1997, p. 663), “O que faz com que o concreto seja de alto desempenho é uma relação água/cimento muito baixa: sempre menor que 0,35, muitas vezes em torno de 0,25 e ocasionalmente até 0,20.”. Já Aïtcin (2000, p. 5) comenta que o CAD é basicamente um concreto com relação água/cimento baixa, fixando o valor de 0,40 como a fronteira abaixo da qual o concreto pode ser considerado de alto desempenho.

Uma baixa relação água/cimento origina uma série de propriedades que caracterizam e que dão origem à denominação do CAD. Segundo Aïtcin (2000, p. 5) à medida que os superplastificantes começaram a ser usados para obter menor relação água/cimento e resultar em maior resistência à compressão, notou-se que outras propriedades importantes do concreto como o módulo de elasticidade e a durabilidade eram aumentadas.

Para obter tal relação água/cimento, é necessário o uso de aditivos e adições ao concreto que permitem utilizar muito menos água na mistura. Segundo Neville (1997, p. 663), o CAD é constituído basicamente por cimento Portland, sílica ativa podendo ser usada a escória de alto forno quando disponível, e sempre um aditivo superplastificante. Sobre os agregados utilizados no concreto de alta resistência, Aïtcin (2000, p. 110) comenta:

À medida que a porosidade da pasta diminui, a resistência do concreto aumenta, desde que os agregados, particularmente os grãos, sejam resistentes o bastante. Assim, a seleção e o proporcionamento dos ingredientes do concreto de alto desempenho são uma questão muito mais crítica do que no caso do concreto usual.

### 3.2 HISTÓRICO

Foi em Chicago, nos Estados Unidos, que na década de 1960 projetistas e produtores de concreto tiveram a ideia de produzir um material com maior resistência que os 20 MPa usuais da época. Naquele tempo, o concreto era um material restrito às estruturas robustas e secundárias. Conforme destaca Aïtcin (2000, p. 27), “A sabedoria convencional naquela época era que o concreto era bom apenas para ser usado nas fundações e na construção dos pisos dos edifícios de grande altura ou para proteger elementos estruturais contra o fogo.”.

Diminuindo a relação água/cimento, produtores alcançaram maiores resistências e sucessivamente, através de acordos com construtores, implementaram seu novo concreto na construção civil. Segundo Aïtcin (2000, p. 29):

[...] a resistência à compressão máxima do concreto usado em edifícios em altura na área de Chicago foi multiplicada por três, passo a passo, devagar e progressivamente, durante um período de cerca de 10 anos, levantando a resistência à compressão de 15 MPa - 20 MPa para 45 MPa - 60 MPa.

A resistência, porém, era limitada por volta dos 60 MPa devido aos redutores de água usados na época. Eles comprometiam a qualidade do concreto, sendo que “A dosagem não poderia ser aumentada muito mais porque causava retardamento da pega e aprisionava uma quantidade excessiva de bolhas de ar, que resultavam em resistências mais baixas.” (AÏTCIN, 2000, p. 30).

No final da década de 1960, superplastificantes baseados em policondensados de naftaleno sulfonado passaram a ser usados na fabricação de concreto. Porém, “[...] as primeiras aplicações de superplastificantes foram como fluidificantes, mais do que como redutores de



água. Eles eram usados na obra para fluidificar concretos que muito frequentemente já continham redutores de água [...]” (AİTCIN, 2000, p. 32).

Apenas nos anos 1980, ao adotar dosagens cada vez maiores, percebeu-se a capacidade dos superplastificantes como redutores de água. De acordo com Ronneberg e Sandvik<sup>1</sup> (1990, p. 29-34 apud AİTCIN, 2000, p. 32) os superplastificantes de naftaleno se mostraram muito mais eficientes que os redutores de água de lignossulfonatos usuais da época, e acima disso, não apresentavam problemas de dosagem, pois não propiciavam acréscimo de ar à mistura.

Em relação ao uso de superplastificantes Aİtcin (2000, p. 33) comenta que existia um certo receio por parte dos construtores de utilizar um concreto com relação água/cimento menor que 0,3. Esse valor era considerado o mínimo para a cura correta do concreto. Esse paradigma foi quebrado quando altas resistências foram alcançadas através do uso de novos materiais. Bache<sup>2</sup> (1981, p. 1-35 apud AİTCIN, 2000, p. 33) relata:

[...] reduzindo a relação água/aglomerante de um particular microconcreto a 0,16, usando uma dosagem muito alta de superplastificantes e um substituto novo do cimento ultrafino (sílica ativa), tinha sido capaz de atingir uma resistência à compressão de 280 MPa.

A sílica ativa veio a consolidar-se como uma adição ao concreto também na década de 1980. Segundo Aİtcin<sup>3</sup> (1983, p. 52 apud AİTCIN, 2000, p. 34) “[...] somente no final dos anos 1970 que a sílica ativa começou a ser utilizada como um material cimentício suplementar ao concreto na Escandinávia. Não foi senão no início dos [anos de] 1980 que ela começou a ser usada desta forma na América do Norte.”

Relativo a história mais recente do CAD, no final dos anos 1980 “[...] intensificaram-se as estruturas mistas em CAD, especialmente nos elementos comprimidos e perfis de aço nos tracionados, para aproveitar o melhor desempenho de cada um desses materiais no conjunto estrutural.” (TUTIKIAN et al., 2011, p. 1310).

Um dos exemplos de edifício que usou essa metodologia de materiais mistos foram as Torres Gêmeas Petronas na Malásia, edifício que quando concluído, sustentava o posto de maior

<sup>1</sup> RONNEBERG, H.; SANDVIK, M. High-strength concrete for north sea platforms. **Concrete Internacional**, Farmington Hills, v. 12, n. 1, p. 29-34, Jan. 1990.

<sup>2</sup> BACHE, H. H. Densified Cement/Ultra Fine Particle-Based Materials. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SUPERPLASTICIZER IN CONCRETE, 2nd, 1981, Ottawa. **Proceedings...** Farmington Hills: American Concrete Institution, 1981. p. 1-35.

<sup>3</sup> AİTCIN, P.-C. **Condensed silica fume**. Sherbrooke: L'Université de Sherbrooke, 1983.

edifício do mundo. A estrutura principal é formada por colunas circulares dispostas ao longo do perímetro também circular do edifício como pode ser visto na figura 2. O concreto utilizado nesses pilares tem uma resistência de projeto que varia de 80 MPa nos pavimentos inferiores diminuindo até 40 MPa nos superiores conforme ilustra a figura 3. O núcleo do edifício também foi construído com CAD de modo que sua rigidez proporciona o contraventamento do edifício. A ligação do núcleo com as colunas é feita através de vigas metálicas e lajes em *steeldeck* dando assim sua característica de estrutura mista (TUTIKIAN et al., 2011, p. 1310).

Figura 2 – Planta baixa do pavimento tipo

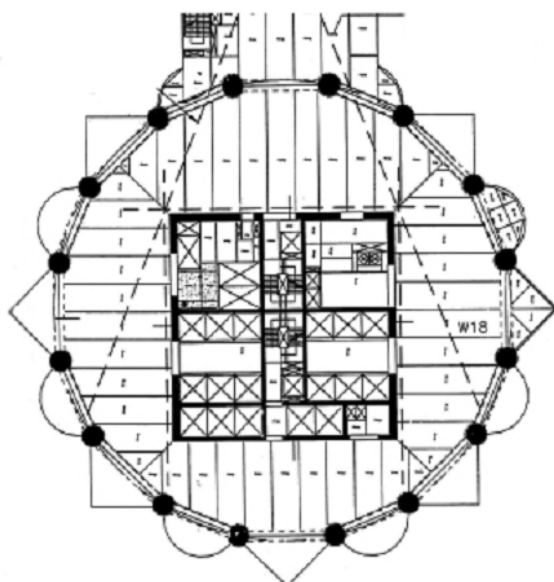
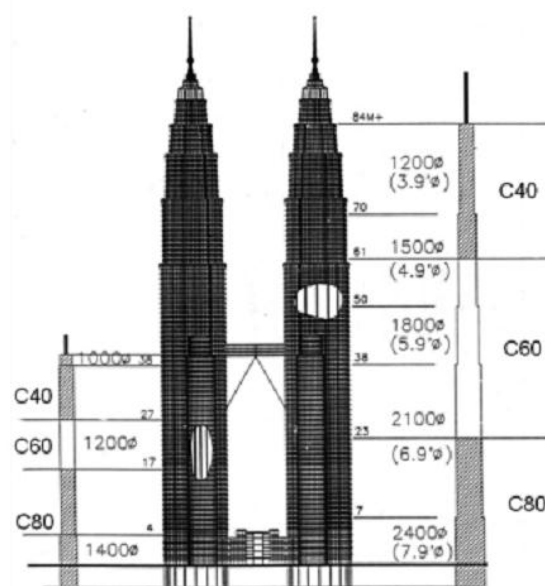


Figura 3 – Classes do concreto usado



(fonte: THORTON<sup>4</sup> et al., 1997 apud TUTIKIAN et al., 2011, p. 1310)

Ainda mais recente, o edifício Burj Khalifa concluído em 2009 em Dubai foi executado com concreto de alta resistência, sendo que “O concreto autoadensável foi projetado para os elementos verticais nas classes C80 até o piso 126 e C60 deste até o nível 156 [...]” (TUTIKIAN et al., 2011, p. 1311).

O concreto de alta resistência ainda não se tornou um material comum em construções ordinárias e seu uso ainda é restrito às edificações mais altas ou estruturas especiais, porém

<sup>4</sup> THORTON, C. H.; MOHAMAD, H.; HUNGSPRUE, U.; JOSEPH, L. M.; HASHIM, H. The petronas twin towers and high-performance concrete. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON HIGH-PERFORMANCE CONCRETE, 3rd, 1997, Kuala Lumpur. **Proceedings...** Farmington Hills: American Concrete Institute, 1997. p. 29-350.

esse quadro está mudando. De acordo com Tutikian et al. (2011, p. 1309), “A utilização do CAD é realizada cada vez mais em obras no Brasil e no mundo, apesar de que o volume deste concreto ainda é pequeno, se comparado com as aplicações do [concreto convencional].”.

Alguns autores ainda no final da década de 1990 e início da década de 2000 já previam seu maior uso, segundo Neville (1997, p. 674), “[...] são poucas as dúvidas de que continuará a crescer o uso do concreto de alto desempenho na construção. Não existem dificuldades técnicas.”. Já Aïtcin (2000, p. 38) diz que o material está plenamente disponível para uso e cabe à indústria aproveitar de seus benefícios.

Um fator que possibilita o aumento da aplicação do CAD no Brasil é a nova revisão da NBR6118:2014 que não mais restringe a resistência ao valor máximo de 50 MPa. De acordo com o texto da referida norma, “Esta Norma se aplica aos concretos compreendidos nas classes de resistência dos grupos I e II, da ABNT NBR 8953, até a classe C90.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 22).

### 3.3 PROPRIEDADES

Os principais fatores que propiciam ao CAD sua maior resistência é um reduzido volume de vazios no seu interior associado a uma baixa relação água/cimento. Neville (1997, p. 277) comprova essa afirmação ao dizer que “[...] a resistência de um concreto a uma certa idade, curado em água a uma temperatura estabelecida, depende de apenas dois fatores: a relação água/cimento e o grau de adensamento.”.

A relação da alta resistência com a baixa porosidade também é mencionada por Aïtcin (2000, p. 110), segundo ele, o uso de menos água na mistura propicia ao CAD ter as partículas de cimento muito mais unidas, tornando o concreto um material com porosidade muito mais baixa que o concreto usual. Com a menor porosidade o concreto se torna mais robusto e muito mais resistente.

Para se alcançar altas resistências procura-se diminuir ao máximo o índice de vazios, segundo Glanville<sup>5</sup> et al. (1947 apud NEVILLE 1997, p. 197), “[...] 5% de vazios pode reduzir a resistência de até 30%, e mesmo 2% de vazios pode resultar em uma perda de 10% de

---

<sup>5</sup> GLANVILLE, W.H.; COLLINS, A. R.; MATTHEWS, D. D. **The grading of aggregates and workability of concrete**. London: HMSO, 1947. Road Research Technical Paper n. 5.

resistência.”. Neville (1997, p. 197) ressalta ainda que “Os vazios no concreto são, na verdade, bolhas de ar aprisionado ou espaços deixados depois de retirado o excesso de água. O volume dessa água depende da relação água/cimento da mistura [...]”.

### **3.3.1 Superplastificantes**

Buscando obter menores relações água/cimento se faz uso de polímeros orgânicos hidrossolúveis, os superplastificantes. Neville (1997, p. 264) explica o funcionamento desse tipo de aditivo:

O principal efeito das moléculas longas [que formam os superplastificantes] é o de se enrolarem em volta das partículas de cimento, conferindo-lhes uma carga altamente negativa de modo que elas passam a se repelir. Isso resulta uma defloculação e dispersão das partículas de cimento. O melhoramento resultante da trabalhabilidade pode ser aproveitado de dois modos: produzindo-se concreto com trabalhabilidade muito alta ou concreto com resistência muito alta.

O uso dos superplastificantes possibilitou, devido à sua grande eficiência, alcançar marcas inéditas, menores que 0,3 para o valor da relação água/cimento (AİTCIN, 2000, p. 137).

### **3.3.2 Sílica ativa**

Uma granulometria bem graduada do concreto pode trazer benefícios quanto à trabalhabilidade e a resistência de um concreto. Buscando essas propriedades se faz uso do fumo de sílica, também conhecido como sílica ativa.

A sílica ativa é “[...] um subproduto da fabricação de silício ou de ligas de ferro-silício a partir de quartzo de elevada pureza [...]. As pequeníssimas partículas do fumo de sílica entram no espaço entre as partículas de cimento contribuindo assim para uma pasta mais compacta.” (NEVILLE, 1997, p. 104).

Além de manter a granulometria do concreto mais bem graduada, a sílica ativa ajuda a deixar o material mais fluido. As partículas de sílica ativa acabam por tomar espaços antes ocupados por água na região de periferia do grão de cimento, liberando essas moléculas de água para fluidificar a mistura (AİTCIN, 2000, p. 107).

## 4 ANÁLISE ESTRUTURAL

O trabalho se baseia inteiramente na análise de modelos matemáticos que buscam simular o comportamento da estrutura. Neste capítulo algumas das características da construção de modelos são comentadas e explicadas.

A análise estrutural é a etapa mais importante de um projeto, trata-se da avaliação de esforços e deslocamentos nos elementos estruturais quando sujeitos às ações externas. Seu resultado tem influência direta no dimensionamento de todo o edifício e por isso uma análise correta tem grande importância (KIMURA, 2007, p. 111).

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 73) define como objetivo da análise estrutural “[...] determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar verificações de estado limite últimos e de serviço.”.

A Norma ainda comenta que “A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda a estrutura.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 73).

### 4.1 MODELOS ESTRUTURAIIS

O modelo estrutural de um edifício é um protótipo matemático que visa auxiliar os engenheiros na determinação de deslocamentos e esforços atuantes no edifício real, de modo que se possa dimensionar corretamente a estrutura a ser construída.

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 73), “A análise deve ser feita com um modelo estrutural realista, que permita representar de maneira clara todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura e que permita também representar a resposta não linear dos materiais.”.

Kimura (2007, p. 128) afirma que “Em tese, o melhor modelo estrutural é aquele que melhor simula o edifício na vida real. Ou seja, o melhor modelo é o mais realista.”.

O desenvolvimento da informática auxilia nessa etapa, sendo que “Com o enorme avanço no poder de processamento dos computadores nos últimos anos, cada vez mais se tem

conseguido retratar o comportamento de uma estrutura de forma mais realista.” (KIMURA, 2007, p. 128).

A seguir são demonstrados alguns modelos estruturais mais utilizados atualmente.

#### **4.1.1 Métodos aproximados e vigas contínuas**

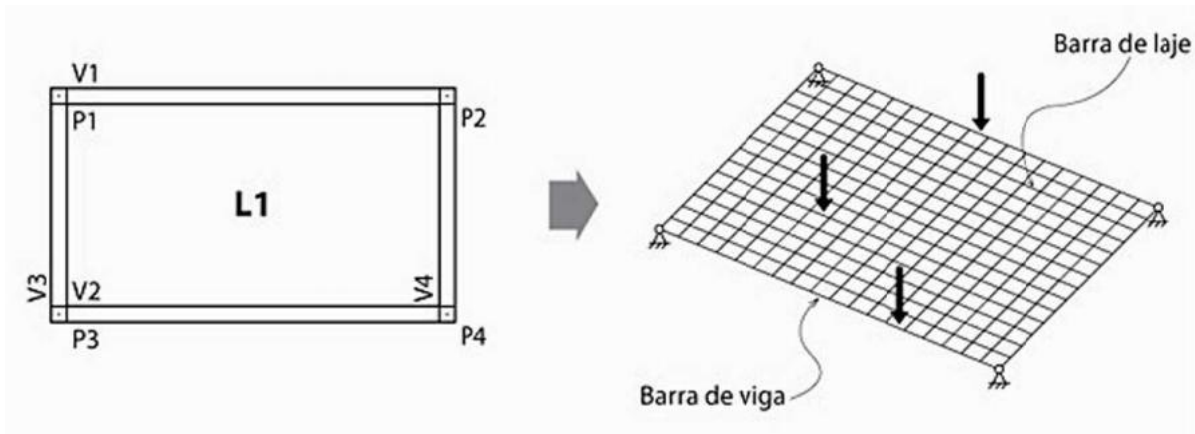
É um modelo bastante limitado e simplório que incorpora às vigas as cargas das lajes calculadas por métodos aproximados. Através das reações verticais obtidas nas vigas são calculadas as cargas dos pilares. (KIMURA, 2007, p. 115).

Apesar de bastante aproximado, esse modelo ainda é muito usado para verificação. Conforme Kimura (2007, p. 116), “[...] por se tratar de um modelo estrutural no qual é possível fazer os cálculos inteiramente ‘à mão’ e de forma fácil e rápida, ele ainda é (e deve ser) muito utilizado para a validação de resultados.”.

#### **4.1.2 Grelha de vigas e lajes**

Muito utilizado para a análise isolada de um pavimento de edifício, este modelo, ilustrado na figura 4, usa barras horizontais para representar vigas e um conjunto dessas barras para modelar as lajes, representando o pavimento todo através de uma malha horizontal. Os pilares são representados pelos apoios dessa malha. (KIMURA, 2007, p. 118).

Figura 4 – Grelha de vigas e lajes



(fonte: KIMURA, 2007, p. 119)

Bastante importante para a precisão do modelo, é o grau de detalhamento das barras das lajes. Sobre as lajes, Kimura (2007, p. 119) destaca:

Cada painel de laje é subdividido em diversos alinhamentos de barras, usualmente posicionadas na direção principal e secundária da mesma. Essa subdivisão, também chamada de discretização, faz com que cada barra represente um trecho de pavimento. Usualmente, adotam-se barras de laje com comprimento máximo igual a 50 cm. Em regiões com grande concentração de esforços, e que necessitam de uma análise mais detalhada, pode-se refinar a discretização gerando uma malha de barras mais densa nesses locais.

Esse modelo limita-se, porém, às ações verticais no pavimento, não possibilitando a avaliação dos efeitos das ações horizontais. Mas apesar disso, seus resultados são de fácil compreensão e análise quando disponíveis sistemas gráficos computacionais (KIMURA, 2007, p. 120).

Relativo ao uso do modelo, Kimura (2007, p. 120) indica que “Na prática atual, o modelo grelha de vigas e lajes é muito utilizado na análise de pavimentos de concreto armado. Abrange praticamente todos os tipos de lajes utilizados nas edificações [...]”.

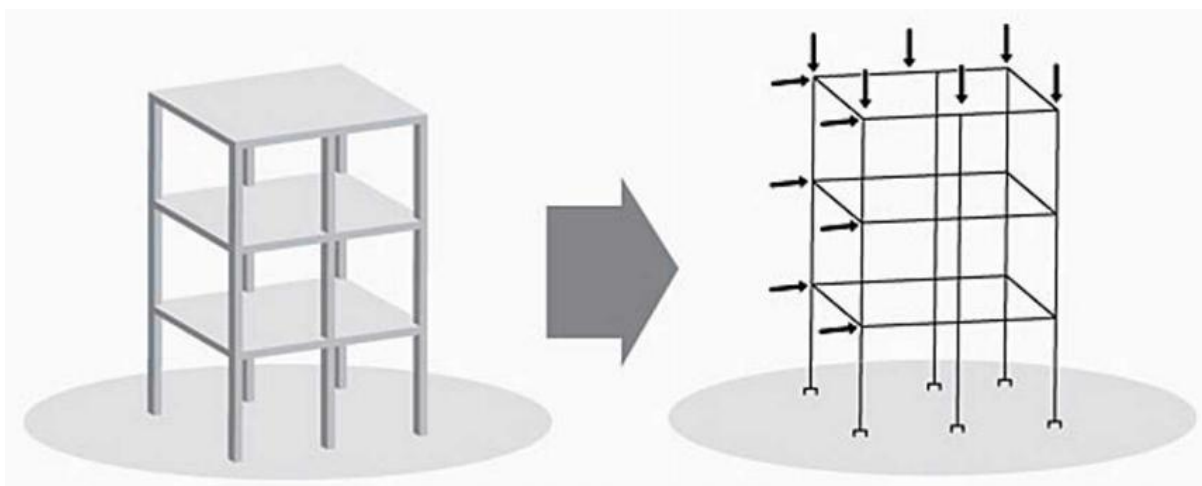
### 4.1.3 Pórtico espacial

Neste modelo, vigas e pilares são representados por barras horizontais e verticais. É possível representar todo o edifício de forma tridimensional e por essa razão é possível a aplicação de tanto ações verticais como horizontais. Este modelo permite uma visualização bastante precisa do comportamento da estrutura (KIMURA, 2007, p. 122).

As lajes normalmente não são representadas neste modelo, sendo tratadas como diafragmas rígidos que possuem alta rigidez horizontal, porém é possível adicionar esse comportamento ao pórtico espacial de várias maneiras, pode-se alterar a rigidez das vigas por exemplo (KIMURA, 2007, p. 122).

O modelo de pórtico espacial é ilustrado na figura 5.

Figura 5 – Pórtico espacial



(fonte: KIMURA, 2007, p. 122)

Sobre o uso do modelo de pórtico espacial, Kimura (2007, p. 123) escreve:

Na prática atual, o modelo de pórtico espacial é amplamente utilizado em projetos profissionais elaborados com o auxílio de uma ferramenta computacional. É bastante abrangente, pois admite tanto o cálculo de edifícios altos e complexos como estruturas de pequeno porte.

#### 4.1.4 Elementos finitos

O modelo com o uso do método dos elementos finitos ou MEF, divide cada elemento estrutural analisado em um conjunto de elementos finitos formando uma malha. Cada elemento finito, que pode ser linear, bidimensional ou tridimensional, tem propriedades específicas relativas ao tipo de elemento estrutural analisado. É um método com alta eficiência e resultados precisos (KIMURA, 2007, p. 124).

Elementos finitos bidimensionais de placa podem ser utilizados para a representação de uma laje de concreto armado, discretizando a superfície da laje em uma malha de elementos.



Quanto mais refinada esta malha, mais precisos são os resultados obtidos (KIMURA, 2007, p. 124).

Na utilização desse modelo, é necessária cautela na discretização e na escolha do elemento finito usado. A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 82) afirma que “No caso de modelos baseados no método dos elementos finitos, diferenças finitas ou analogia de grelha, entre outros, a discretização da estrutura deve ser suficiente para não trazer erros significativos para a análise.”.

Na prática, o modelo por MEF é bastante abrangente para peças ou estruturas específicas, porém não é viável para modelar um edifício inteiro. Para aplicar este modelo é necessário conhecer bem o método dos elementos finitos, pois sua interpretação e avaliação são muito mais complexas (KIMURA, 2007, p. 125).

#### **4.1.5 Combinação de modelos estruturais**

Kimura (2007, p. 126) comenta que “Na prática atual, é muito comum a adoção de uma combinação de modelos estruturais na elaboração de projetos de edifícios.”.

Atualmente usa-se basicamente o modelo de pórtico espacial associado ao modelo de grelha de vigas e lajes. O pórtico atua na análise da estrutura como um todo, considerando ações horizontais e encontrando esforços em vigas e pilares. O modelo de grelha de vigas e lajes atua modelando os pavimentos para encontrar esforços e deslocamentos em lajes (KIMURA, 2007, p. 131).

Kimura (2007, p. 132) destaca ainda que:

Cabe salientar, no entanto, que estes modelos (grelha e pórtico espacial) possuem inúmeras adaptações para que a estrutura de concreto armado seja simulada de forma mais realista. Alguns exemplos são: apoios elásticos, alteração das rigidezes das barras, ligação flexibilizada, transferência de cargas das grelhas para o pórtico espacial, etc.

## **4.2 ANÁLISE LINEAR**

Essa é a análise mais utilizada para o cálculo dos esforços em edifícios, porém uma das mais simples. Em uma análise linear, admite-se que o material constituinte dos elementos é elástico-linear, ou seja, o material mantém uma relação linear entre tensão e deformação.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 76) indica que “[...] os resultados de uma análise linear são usualmente empregados para a verificação de estados limites de serviço.”.

### 4.3 DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS

Quando uma estrutura é carregada, os esforços devido ao carregamento viajam através dos elementos estruturais até os apoios do edifício. Cada elemento é responsável por absorver parte dos esforços. É muito importante que o projetista entenda de que forma as tensões se distribuem pela estrutura (KIMURA, 2007, p. 190).

Sobre a distribuição de esforços, Kimura (2007, p. 193) declara que “Os esforços solicitantes oriundos das ações em um edifício são distribuídos de acordo com a rigidez relativa entre os elementos que compõem a sua estrutura. O esforço sempre tenderá a migrar para as regiões que possuem maior rigidez.”.

A rigidez é uma propriedade do elemento estrutural de se opor ao movimento, ela é decomposta em rigidez longitudinal, rigidez transversal e rigidez à torção. A rigidez de um elemento depende do módulo de elasticidade do material e da geometria do elemento (KIMURA, 2007, p. 192).

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 24) o módulo de elasticidade do concreto com  $f_{ck}$  até 50 MPa pode ser calculado através da equação 1:

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade tangente do concreto em megapascal;

$f_{ck}$  = resistência à compressão característica do concreto em megapascal;

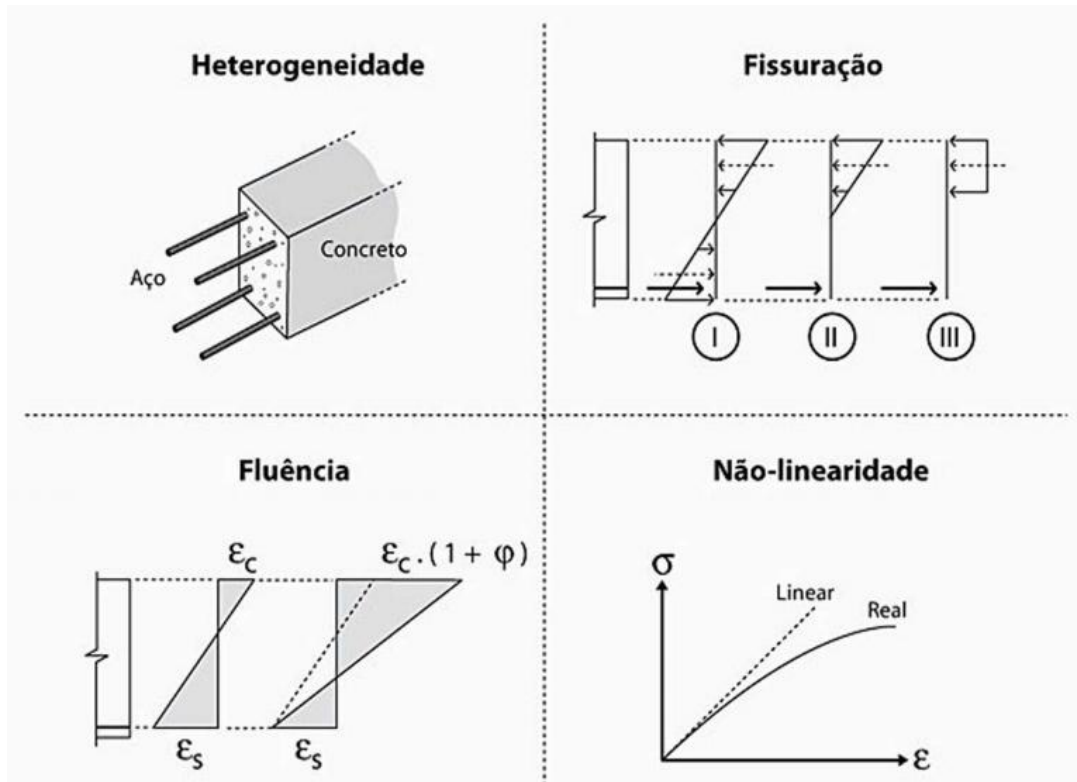
$\alpha_E$  = fator que leva em consideração o agregado utilizado.

### 4.4 ADAPTAÇÕES NO MODELO

Como dito anteriormente, o melhor modelo é o que mais se aproxima da realidade. A análise linear adotada em conjunto com o modelo de pórtico espacial e de grelha de vigas e lajes não é o suficiente para representar o comportamento real de um edifício. Adaptações devem ser realizadas no modelo de modo que os resultados da análise sejam verossímeis (KIMURA, 2007, p. 219).

São diversos fatores que trazem a necessidade dessas adaptações, Kimura (2007, p. 220) cita “[...] a presença da fissuração do concreto, da deformação lenta, a plastificação do aço, a rigidez efetiva da ligação entre vigas e pilares, o processo construtivo da estrutura, etc.”. Alguns desses fatores estão representados na figura 6.

Figura 6 – Características do concreto armado



(fonte: KIMURA, 2007, p. 220)

A seguir são abordados alguns desses fatores.

#### 4.4.1 Redistribuição de esforços

Uma estrutura de concreto armado é composta por materiais que atuam resistindo a esforços específicos, o concreto apresenta maior resistência à compressão e o aço à tração. Quando os valores de resistências limites desses materiais são atingidos, ou seja, quando o concreto fissa ou o aço esco, eles diminuem sua rigidez e passam a se comportar de uma maneira não mais linear. Os esforços, que então estavam atuando sobre essas peças, migram para peças de maior rigidez, a redistribuição de esforços leva em consideração esse comportamento.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 76) preconiza que as condições de equilíbrio devem também ser atendidas após a redistribuição de esforços e indica que:

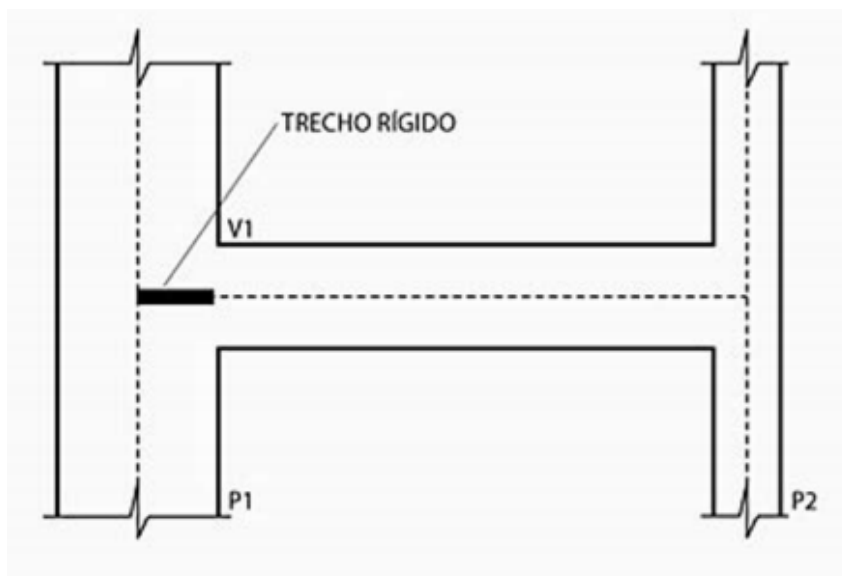
Todos os esforços internos devem ser recalculados de modo a garantir o equilíbrio de cada um dos elementos estruturais e da estrutura como um todo. Os efeitos de

redistribuição devem ser considerados em todos os aspectos do projeto estrutural, inclusive as condições de ancoragem e corte das armaduras e os esforços a ancorar.

#### 4.4.2 Trechos rígidos

No encontro entre vigas e pilares robustos, o trecho concomitante aos dois elementos apresenta uma rigidez maior do que o trecho apenas da viga. Como cada um desses elementos é modelado por barras que se encontram em um único ponto no modelo de pórtico espacial, esse aumento de rigidez não é inicialmente considerado. Para considerá-lo, pode-se aumentar a rigidez de barras de vigas que chegam em pilares robustos nos trechos próximos a eles ou adicionar um pequeno trecho de viga com maior rigidez que representaria o trecho da estrutura pertencente tanto à viga quanto ao pilar, essa segunda opção está ilustrada na figura 7 (KIMURA, 2007, p. 255).

Figura 7 – Adaptação de trecho rígido



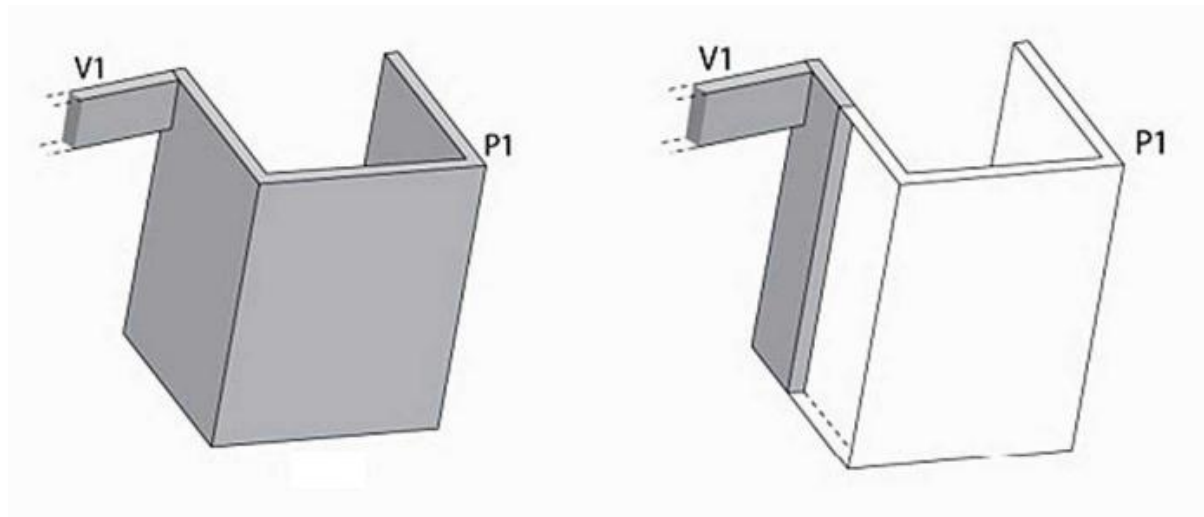
(fonte: KIMURA, 2007, p. 255)

Sobre os trechos rígidos, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 77) diz que “Os trechos de elementos lineares pertencentes à região comum do cruzamento de dois ou mais elementos podem ser considerados como rígidos (nós de dimensões finitas) [...]”.

#### 4.4.3 Flexibilização das ligações

Em algumas situações, como a ilustrada na figura 8, um elemento não é capaz de transmitir toda a sua rigidez em determinada direção. Em casos assim, apenas uma parte da rigidez deve ser atribuída ao elemento, flexibilizando a ligação (KIMURA, 2007, p. 261).

Figura 8 – Ligação flexibilizada



(fonte: adaptada de KIMURA, 2007, p. 261)

Para levar em consideração esse efeito, as ligações são modeladas como molas de modo que não são consideradas nem um engaste e nem uma rótula, são ditas então ligações semi-rígidas (KIMURA, 2007, p. 261).

#### 4.4.4 Efeitos construtivos

Na prática, um edifício é construído andar por andar e seu carregamento é dado também gradativamente, isso permite a correção construtiva de pequenos deslocamentos de alguns elementos estruturais que possam ocorrer quando terminado um pavimento. Quando a estrutura inteira é modelada por completo, e adicionados os seus carregamentos, essas compensações construtivas não existem e pequenos deslocamentos ocorridos em cada pavimento se somam, podendo resultar em deslocamentos e esforços, no topo do edifício, que não concordam com a realidade (KIMURA, 2007, p. 270-272).

É possível contornar essa situação aumentando a rigidez dos pilares, ou seja, sua seção transversal, quando se avalia às ações verticais no edifício. Porém, para o estudo de ações horizontais, essa alteração não deve ser realizada (KIMURA, 2007, p. 270-272).

## 4.5 ANÁLISE NÃO LINEAR

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 76) caracteriza a análise não linear, como uma análise que leva em consideração a não linearidade dos materiais, que para ser realizada, necessita do pleno conhecimento das geometrias e das armaduras dos elementos da estrutura e indica, ainda, que as condições de equilíbrio, de compatibilidade e de ductilidade devem ser observadas.

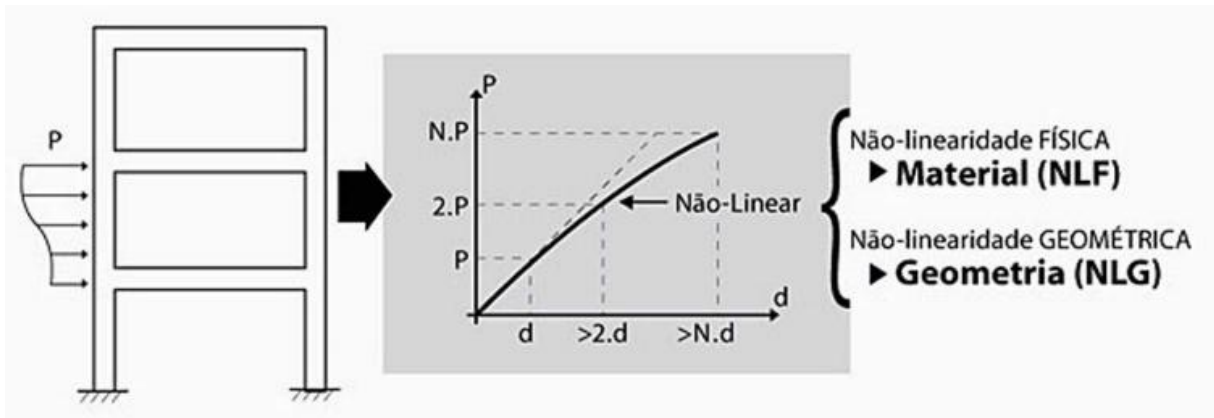
Ainda sobre análise não linear, “[...] são permitidas tanto para verificações de estado limite últimos como para verificações de limites de serviço.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 82).

Kimura (2007, p. 458) define análise não linear como “[...] um cálculo no qual a resposta da estrutura, seja em deslocamentos, esforços ou tensões, possui um comportamento não linear, isto é, desproporcional a medida que um carregamento é aplicado. [...]”.

Existem basicamente dois fatores que levam a estrutura a atuar de forma não linear, o comportamento do material e a alteração da geometria a medida que se executa um carregamento. A não linearidade física ou NLF caracteriza o comportamento do material que à medida que é carregado, não segue mais uma reta em um diagrama tensão x deformação. A não linearidade geométrica ou NLG se refere a alteração da geometria do elemento. Quando um elemento é carregado, sua deformação influencia nos esforços resultantes (KIMURA, 2007, p. 461-462).

A atuação desses dois fatores, altera a resposta da estrutura para um comportamento não mais linear, conforme ilustra a figura 9.

Figura 9 – Não linearidade física e geométrica



(fonte: KIMURA, 2007, p. 462)

Uma análise desse tipo se justifica, pois o concreto armado é um material de comportamento bastante não linear, essa análise apesar de mais trabalhosa retorna resultados mais realistas além do que, as edificações estão utilizando cada vez mais elementos esbeltos, que são sujeitos a deformações maiores (KIMURA, 2007, p. 463-464).

#### 4.5.1 Não linearidade física

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 94) a elasticidade do material pode ser modificada para considerar a não linearidade física segundo as equações 2, 3, 4 e 5 para lajes, vigas com áreas de aço diferentes em cada face, vigas com áreas de aço iguais em cada face e pilares respectivamente:

$$EI_{nlf} = 0,3 \cdot E_{ci} \cdot I_c \quad (\text{equação 2})$$

$$EI_{nlf} = 0,4 \cdot E_{ci} \cdot I_c \quad (\text{equação 3})$$

$$EI_{nlf} = 0,5 \cdot E_{ci} \cdot I_c \quad (\text{equação 4})$$



$$EI_{nlf} = 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c \quad (\text{equação 5})$$

Onde:

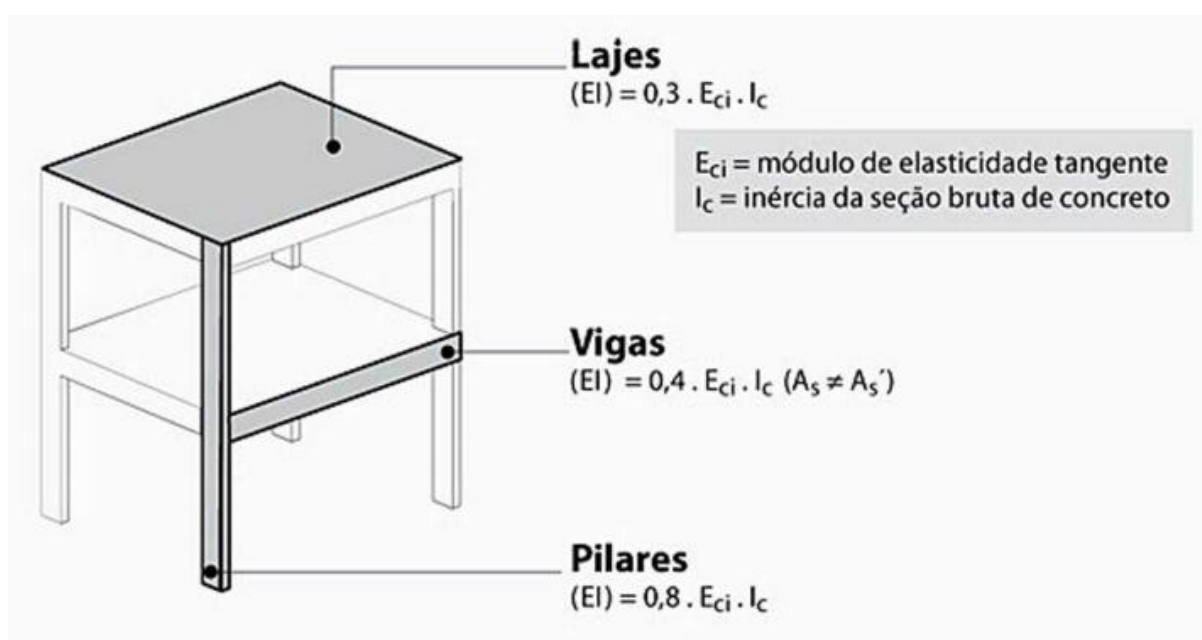
$EI_{nlf}$  = rigidez secante do elemento;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade tangente do concreto;

$I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto.

A figura 10 ilustra as rigidezes ajustadas segundo a NLF.

Figura 10 – Ajuste de não linearidade física



(fonte: KIMURA, 2007, p. 470)

#### 4.5.2 Não linearidade geométrica

O efeito de não linearidade geométrica está relacionado não mais com o material, mas sim com a deformabilidade da estrutura. Devido à sua relação com deslocamentos, quanto mais deformável é a estrutura, maiores são os efeitos da não linearidade geométrica.

Na análise linear comum é verificado o equilíbrio da estrutura sob a ação de forças externas, constatados esforços e deslocamentos, esses são chamados efeitos de primeira ordem. Porém a verificação do equilíbrio na análise linear se dá com a estrutura indeformada. Isso não condiz com a realidade, pois se busca o equilíbrio da estrutura após a aplicação do carregamento, ou seja, se analisa o equilíbrio da estrutura deformada (KIMURA, 2007, p. 518).

Para se alcançar esse objetivo “É possível fazer o estudo do equilíbrio de uma estrutura na sua posição deformada. Esse tipo de análise é denominado de ‘análise em segunda ordem’ e os seus efeitos (deslocamentos e esforços resultantes) são chamadas de efeitos ‘de segunda ordem’.” (KIMURA, 2007, p. 519).

Kimura (2007, p. 523) destaca que “[...] os efeitos de segunda ordem são efeitos adicionais à estrutura, gerados a partir de sua deformação. Eles são responsáveis por provocar um comportamento não linear da estrutura (não-linearidade geométrica).”.

O uso apenas da análise dos efeitos de primeira ordem não é errado, pois a maioria das estruturas apresentam deformações muito pequenas, de modo que os efeitos de segunda ordem não diferem muito dos efeitos de primeira ordem. Mas em alguns casos, como na verificação da estabilidade global do edifício, ou no dimensionamento de pilares, a análise de segunda ordem tem grande importância (KIMURA, 2007, p. 519).

Em relação aos efeitos de segunda ordem, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 90) os classifica em efeitos locais e globais:

Sob a ação de cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços de 2ª ordem correspondentes a esses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas.

## 5 MODELO ADOTADO

As variações nos pilares foram avaliadas através de modelos estruturais. Foram feitos três modelos que se diferenciam basicamente no número de pavimentos. O modelo 1 possui 15 pavimentos, o modelo 2 tem 20 e o modelo 3 tem 25 pavimentos. Neste capítulo são discutidos e explicados as características e os critérios adotados, bem como a solução estrutural escolhida.

### 5.1 SOFTWARE UTILIZADO

O software adotado para a realização do trabalho foi o CADTQS versão 17 da empresa TQS, programa já consagrado como um dos mais utilizados atualmente por escritórios de cálculo em todo o Brasil. Ele adota o modelo de pórtico espacial associado ao modelo de grelha para simular as lajes. O programa foi escolhido pela maior facilidade de lançamento da estrutura visto que o autor possui certa experiência com o software oriunda do período de estágio.

### 5.2 ARQUITETURA E CARACTERÍSTICAS DA ESTRUTURA

A arquitetura da estrutura foi também definida pelo autor em conjunto com o orientador buscando definir uma estrutura que contemple a maioria dos aspectos mais utilizados em edifícios comerciais em Porto Alegre.

Foram adotados vãos da ordem de 6 metros, valor bastante comum em edificações de concreto armado. Foram definidos tamanhos padrões de vigas em todos os modelos sendo adotadas vigas com 50 centímetros de altura e 20 centímetros de largura. Assim como as vigas, as lajes tiveram sua espessura fixada de modo a não se tornarem uma variável em estudo, foi escolhida a espessura de 12 centímetros visto que esse valor é bastante usual em edifícios de estrutura padrão. O pé direito foi fixado em 3 metros por representar bem a prática atual quando não é utilizado pé direito duplo.

Em relação ao carregamento accidental, foi escolhida uma carga distribuída ao longo das lajes de  $4 \text{ kN/m}^2$ , valor um pouco maior que o mínimo exigido pela norma. Esse valor foi escolhido tendo em vista que essa prática vem sendo adotada por profissionais visando simular a grande variedade de equipamentos que podem ser utilizados em escritórios comerciais atualmente.

Como carga permanente, foi adotado o valor de 1 kN/m<sup>2</sup> ao longo de todas as lajes para simular o uso de revestimento no piso. O peso próprio da estrutura foi considerado automaticamente pelo software.

Nenhum fechamento interno foi adotado, dando liberdade ao proprietário locar como melhor lhe convier as paredes, desde que elas sejam feitas de material leve como o *drywall*, essa prática é bastante adotada principalmente em edifícios comerciais com laje lisa. O fechamento externo foi modelado com o uso de uma carga de 7 kN/m simulando a alvenaria que atua sobre as vigas da periferia.

O modelo foi elaborado com um núcleo central de concreto responsável pela absorção de praticamente todo o carregamento horizontal oriundo das cargas de vento. Essa escolha se deu pelo fato de minimizar os momentos transferidos para os pilares do edifício de modo que foi possível modelá-los com ambas as extremidades rotuladas fazendo com que trabalhassem a princípio, sob compressão centrada. O uso de núcleos de contraventamento se faz comum, principalmente em estruturas altas. São verdadeiras caixas de concreto que normalmente abrigam *shaft* de elevadores e escadas.

As fundações do edifício foram consideradas como um engaste perfeito. Essa não é uma situação comum de se encontrar, principalmente associada ao contraventamento exclusivo por núcleo de concreto que acaba transferindo solicitações bastante grandes para a fundação. Essa escolha se deu com o propósito de simplificar o trabalho e limitar sua abrangência considerando que fundações perfeitamente engastadas poderiam ser um assunto único de um novo trabalho.

Os pilares de periferia, que fazem parte da fachada do edifício, foram modelados formando pórticos ao longo dos quatro lados da edificação com o objetivo de que formassem uma segunda estrutura de contraventamento. Por esse motivo, sua seção é um pouco mais alongada na direção do pórtico sendo adotados pilares de 40 por 60 centímetros. Além disso, sua vinculação foi mantida engastada nas duas extremidades. Porém, o comportamento como estrutura de contraventamento não foi observado devido à grande inércia do núcleo central que acabou absorvendo toda a carga horizontal.

Os pilares internos, ou intermediários, são os pilares do interior do modelo e são o objeto de estudo desse trabalho. Eles foram modelados com ambas as extremidades rotuladas de modo que atuam sobre eles forças concentradas no centro geométrico da seção. Sua seção é variável

em cada uma das hipóteses de combinação de resistência de concreto adotada, mas foi definida como uma seção quadrada. O peso dos pilares influencia nas solicitações, porém pela seção dos pilares ser uma das variáveis, o peso atuaria como um fator iterativo no estudo. Por esse motivo, ele foi considerado inicialmente para o cálculo das solicitações utilizando seções de lado 43 centímetros, mas não foi recalculado a cada diminuição de seção.

Apesar de ter carga concentrada nos pilares, o efeito das ações horizontais geram pequenos momentos fletores nos mesmos. Neste trabalho, optou-se por descartar esse momentos fletores e estudar apenas as solicitações normais.

Os modelos 1 de 15 pavimentos, e 2 de 20 pavimentos possuem igual arquitetura. O modelo 3, por apresentar 25 pavimentos possui uma carga maior de vento, o que exigiu um aumento na inércia do núcleo central de contraventamento para que a estrutura obedecesse os limites máximos de deslocamentos exigidos pela NBR 6118.

Em um contexto geral, os modelos apresentam 14 pilares internos, 20 pilares de borda, 1 núcleo de contraventamento, 24 lajes e 10 vigas contínuas. A planta mostrando a disposição dos pilares e a geometria da estrutura pode ser encontrada no Apêndice B ao final deste trabalho.

Para questão do cálculo da armadura nos pilares foi considerada que a armadura transversal é formada por barras com diâmetro de 5 mm e o cobrimento considerado nos pilares foi de 3 centímetros. Além disso, todos os cálculos consideraram o aço CA 50 e valores de 1,4 para os coeficientes de minoração da resistência do concreto e majoração do esforço solicitante conforme é usual. O coeficiente de minoração da resistência do aço foi adotado como 1,15.

### 5.3 RESULTADOS DO LANÇAMENTO

Apesar de ser um software bastante completo e que automaticamente calcula e detalha os elementos do modelo, o CADTQS foi utilizado apenas para o cálculo das solicitações. Essa limitação se deu pela versão utilizada do programa não abranger todas as resistências do concreto utilizadas neste trabalho, mas principalmente para se ter um maior controle dos tratamentos dos dados e confiabilidade nos resultados obtidos.

Dentre as diversas combinações de carga elaboradas pelo software, foi escolhida a combinação onde as solicitações de compressão eram as maiores, e dentro dessa combinação

escolheu-se o pilar mais solicitado para análise. As tabelas 1, 2 e 3, apresentam os esforços normais de compressão que resultaram do programa para o modelo 1, 2 e 3, respectivamente.

Tabela 1 – Esforços solicitantes no modelo 1

MODELO 1	
Pavimento	Esforço Normal (tf)
15	37,35
14	73,71
13	110,15
12	146,58
11	183,01
10	219,45
9	255,9
8	292,36
7	328,82
6	365,3
5	401,79
4	438,29
3	474,81
2	511,33
1	547,96

Tabela 2 – Esforços solicitantes no modelo 2

MODELO 2	
Pavimento	Esforço Normal (tf)
20	37,27
19	73,54
18	109,88
17	146,21
16	182,55
15	218,9
14	255,25
13	291,61
12	327,98
11	364,35
10	400,74
9	437,15
8	473,56
7	509,99
6	546,44
5	583,9
4	619,39
3	655,89
2	692,4
1	729,02

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 3 – Esforços solicitantes no modelo 3

MODELO 3	
Pavimento	Esforço Normal (tf)
25	37,18
24	73,34
23	109,57
22	145,8
21	182,03
20	218,27
19	254,52
18	290,77
17	327,03
16	363,3
15	399,58
14	435,87
13	472,17
12	508,49
11	544,82
10	581,17
9	617,54
8	653,92
7	690,32
6	726,74
5	763,19
4	799,65
3	836,14
2	872,65
1	909,26

(fonte: elaborado pelo autor)

Além disso, o programa verificou a instabilidade global da estrutura através do cálculo dos parâmetros gama z e alfa, além da deslocabilidade horizontal total da edificação e horizontal entre pavimentos. Os resultados dos parâmetros de instabilidade estão ilustrados na tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros de instabilidade

	Parâmetros Calculados		Parâmetros Limites		Classificação
	Gama z	Alfa	Gama z	Alfa	
Modelo 1	1,093	0,747			
Modelo 2	1,182	1,006	1,1	0,7	Estrutura de nós móveis
Modelo 3	1,271	1,187			

(fonte: elaborado pelo autor)

Nota-se que a estrutura é classificada como estrutura de nós móveis devido aos parâmetros de estabilidade superarem os valores limites. Dessa maneira, se faz obrigatória a consideração de efeitos de segunda ordem tanto globais como locais. A consideração desses efeitos no âmbito global foi feita automaticamente pelo software por um método aproximado que majora as cargas horizontais em função do parâmetro gama z calculado. Esse método é corroborado pelo item 15.7.2 da NBR 6118/2014. Os efeitos locais de segunda ordem foram considerados no cálculo dos pilares como é descrito posteriormente.



## 6 CÁLCULO DAS SOLICITAÇÕES NOS PILARES

A seguir são descritos os tratamentos utilizados para em função da geometria dos pilares, calcular as solicitações de projeto para posteriormente calcular as áreas de aço necessárias.

### 6.1 CONSIDERAÇÕES DA NBR 6118/2014

A norma NBR 8953 - Concretos Para Fins Estruturais classifica o concreto em dois grandes grupos em função de seu  $f_{ck}$ , fator que quantifica sua resistência característica à compressão. Concretos com  $f_{ck}$  até e inclusive 50 MPa são ditos do grupo I enquanto que concretos com  $f_{ck}$  a partir de 60 MPa até 90 MPa são classificados como grupo II, esses concretos do grupo II são os ditos concretos de alta resistência.

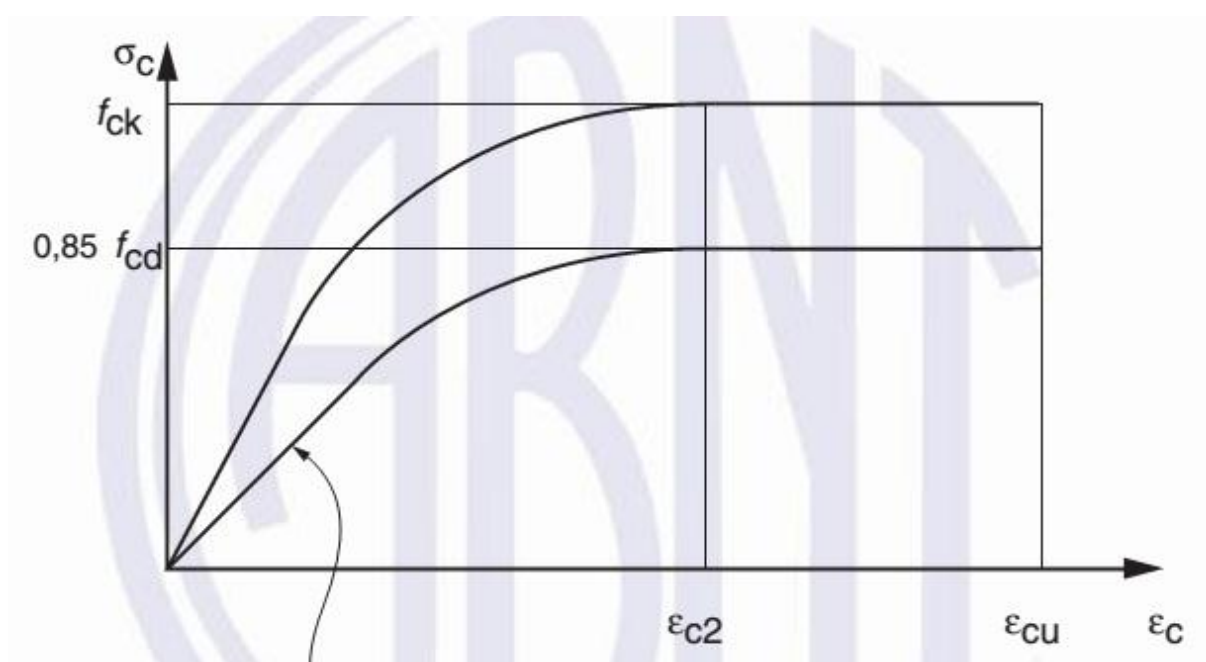
A NBR 6118, norma que regulamenta o projeto de estrutura de concreto armado, passou a abranger em sua edição de 2014 concretos classificados como grupo II. Porém, para o uso desses materiais uma série de fatores devem ser levados em consideração na hora do dimensionamento.

A seguir são comentadas as diversas consideração feitas em função do  $f_{ck}$  do concreto de modo que fosse possível abranger nos cálculos concretos de alta resistência.

#### 6.1.2 Diagrama parábola retângulo

O diagrama parábola retângulo é o gráfico que aproxima o comportamento do concreto relacionando tensão  $\sigma_{cd}$  com a deformação  $\epsilon_c$  do material. Dividido em duas partes, sendo a primeira uma curva limitada até a deformação dita  $\epsilon_{c2}$  e a segunda uma reta limitada até a deformação  $\epsilon_{cu}$ . A parte curva do diagrama é uma função exponencial que depende do  $f_{ck}$  do concreto em questão. Para concretos do grupo I a função é de segundo grau enquanto que para concretos do grupo II a função é do quarto grau. A figura 11 ilustra o diagrama enquanto que a equação 6 caracteriza a curva em função do  $f_{cd}$ .

Figura 11 – Diagrama parábola retângulo



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 26)

A equação 6 é:

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

(equação 6)

Sendo:

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4$$

(equação 7)

Onde:

$n$  = expoente tomado como 2 quando  $f_{ck} \leq 50$  MPa e tomado de acordo com a equação 7 quando  $f_{ck} > 50$  MPa

$f_{cd}$  = resistência à compressão de cálculo do concreto;

$f_{ck}$  = resistência à compressão característica do concreto;

$\sigma_c$  = tensão atuante no concreto;

$\varepsilon_{c2}$  = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

$\varepsilon_{cu}$  = deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura.

Os valores das deformações  $\varepsilon_{c2}$  e  $\varepsilon_{cu}$  também são parâmetros dependentes do  $f_{ck}$  do concreto.

Para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa os valores são definidos pelas equações 8 e 9. Já para concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa esses valores são dados pelas equações 10 e 11:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\% \quad (\text{equação 8})$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\% \quad (\text{equação 9})$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\% + 0,085\% \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (\text{equação 10})$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\% + 35\% \cdot \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (\text{equação 11})$$

Onde:

$\varepsilon_{c2}$  = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico;

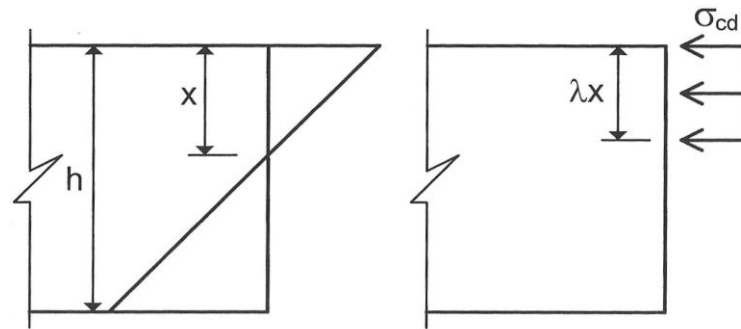
$\varepsilon_{cu}$  = deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;

$f_{ck}$  = resistência à compressão característica do concreto.

### 6.1.3 Diagrama retangular simplificado

De modo a simplificar os cálculos, a NBR 66118/2014 permite o uso de um diagrama retangular ilustrado na figura 12, que substitui o diagrama parábola retângulo.

Figura 12 – Diagrama retangular



(fonte: ARAÚJO, 2014a, p. 121)

O uso do diagrama retangular é vastamente empregado no cálculo de estruturas de concreto por facilitar o tratamento numérico sem comprometer a integridade do método pois obtém, na grande maioria dos casos, resultados similares aos obtidos quando do uso do diagrama parábola retângulo.

O termo  $x$  da figura 12 representa a altura da linha neutra da seção, o termo  $h$  representa a altura da seção o termo  $\lambda$  é um redutor da profundidade em que a tensão atua e está ligado à transformação da seção curva do diagrama parábola retângulo na seção retangular do diagrama simplificado. As demais incógnitas da figura são calculadas através das equações 12, 13 e 14:

$$\sigma_{cd} = \alpha_c \cdot f_{cd} \quad (\text{equação 12})$$

$$\alpha_c = 0,85 \cdot \left[ 1 - \frac{f_{ck} - 50}{200} \right] \quad (\text{equação 13})$$

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \quad (\text{equação 14})$$

Onde:

$\sigma_{cd}$  = tensão de cálculo atuante no concreto;

$\alpha_c$  = adotado como 0,85 para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa e dado pela equação 13 para concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa;

$\lambda$  = altura de atuação da tensão constante no concreto, adotado como 0,8 para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa e dado pela equação 14 para concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa;

$f_{cd}$  = resistência à compressão de cálculo do concreto;

$f_{ck}$  = resistência à compressão característica do concreto.

Pela sua usualidade, o diagrama retangular foi o modelo de material adotado neste trabalho.

## 6.2 CONSIDERAÇÃO DAS EXCENRICIDADES

Conforme comentado anteriormente, os pilares puderam ser modelados como birrotulados devido ao uso de um núcleo de contraventamento, atuando assim sobre eles uma compressão centrada que limita a sollicitação no concreto a apenas esforço normal. Porém, a NBR6118/2014 exige a consideração de uma excentricidade mínima que desloca o ponto de atuação da carga gerando um momento fletor sobre o pilar. Além disso, devido à estrutura ter sido considerada uma estrutura de nós móveis, se faz obrigatória a análise dos efeitos locais de segunda. Essa consideração gera uma excentricidade de segunda ordem que deve ser adicionada à de primeira ordem. A equação 15 resume as excentricidades:

$$e = e_1 + e_2 \quad (\text{equação 15})$$

Onde:

$e$  = excentricidade a ser considerada;

$e_1$  = excentricidade de primeira ordem;

$e_2$  = excentricidade de segunda ordem.

A NBR 6118/2014 considera ainda uma excentricidade relativa à fluência do concreto que se soma à excentricidade de primeira e segunda ordem, porém esse fator relativo à fluência pode ser desconsiderado para pilares com índice de esbeltez menores que 90, que é o caso dos

pilares em estudo como é mostrado posteriormente. A rigor, a excentricidade deve ser considerada individualmente em cada uma das direções principais do pilar e seu dimensionamento deve ser feito com o maior momento resultante dessa análise, de modo que se considera que as excentricidades em ambas as direções não atuam concomitantemente.

### 6.2.1 Índice de esbeltez

O índice de esbeltez classifica o pilar em três categorias distintas:

- a) pilares curtos, índice de esbeltez menor que  $\lambda_1$ ;
- b) pilares moderadamente esbeltos, índice de esbeltez de  $\lambda_1$  a 90;
- c) pilares esbeltos, índice de esbeltez acima de 140.

Cada uma dessas classificações resulta em diferentes modos de consideração de efeitos de segunda ordem. Pilares curtos podem desconsiderar efeitos de segunda ordem, pilares moderadamente esbeltos devem considerá-los, mas podem fazer uso de métodos aproximados e pilares esbeltos devem considerar os efeitos de segunda ordem através de métodos suficientemente discretizados.

O índice de esbeltez é calculado através da equação 16.

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (\text{equação 16})$$

Sendo:

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \quad (\text{equação 17})$$

Onde:

$\lambda$  = índice de esbeltez;

$l_e$  = comprimento equivalente do pilar;

$i$  = raio de giração da seção transversal do pilar dado pela equação 17;

$I_c$  = momento de inércia da seção transversal;

$A_c$  = área da seção transversal.

Uma das limitações deste trabalho é a adoção de uma seção quadrada de no mínimo 19 centímetros de lado, valor este considerado o mínimo pela NBR6118/2014 sem que haja uma majoração da carga solicitante. Para este pilar de lado 19 centímetros e comprimento equivalente fixado de 300 centímetros, obtém-se um valor de esbeltez da ordem de 54,6. Como os parâmetros de instabilidade classificaram o edifício como uma estrutura de nós móveis, é obrigatória a consideração dos efeitos locais de segunda ordem independente do índice de esbeltez.

Pelos pilar em estudo possuem um índice de esbeltez menor que 90 foi possível desconsiderar o fator de excentricidade causado pela fluência do concreto.

### 6.2.2 Excentricidade de primeira ordem

A excentricidade de primeira ordem seria função do momento atuante na extremidade do pilar oriundo da análise estrutural, porém esse momento é propositalmente nulo devido à vinculação adotada. Seguindo a recomendação de excentricidade mínima da NBR6118/2014 tem-se a equação 18:

$$e_{1min} = 1,5 + 0,03 \cdot h \quad (\text{equação 18})$$

Onde:

$e_{1min}$  = é a excentricidade mínima de primeira ordem;

$h$  = é a altura da seção transversal do pilar na direção considerada.

Araújo (2014b, p. 159) recomenda comparar a excentricidade mínima de primeira ordem com uma excentricidade acidental e adotar o pior valor, ou seja, o maior deles como a excentricidade de primeira ordem. A excentricidade acidental é calculada através da equação 19:

$$e_a = \frac{l}{400} \quad (\text{equação 19})$$

Onde:

$e_a$  = é a excentricidade acidental;

$l_e$  = é o comprimento de flambagem do pilar.

O comprimento de flambagem do pilar é função da vinculação, sendo igual ao comprimento equivalente para pilares birrotulados. Neste trabalho, ambas as excentricidades foram calculadas e adotou-se a maior delas. Entretanto, devido ao comprimento equivalente do pilar não variar em nenhum modelo é possível calcular que a relação da norma (equação 18) resulta sempre em uma excentricidade maior que a excentricidade acidental.

### 6.2.3 Excentricidade de segunda ordem

A rigor, a consideração de efeitos de segunda ordem exige uma análise estrutural não linear, porém existem métodos aproximados que podem ser utilizados para se obter as solicitações. O método da curvatura aproximada é considerado na NBR 6118/2014 e foi escolhido para o cálculo dos efeitos de segunda ordem nos pilares.

Sobre o método, Campos Filho (2014b, p. 13) indica que “A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não-linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica.”.

A excentricidade de segunda ordem é calculada pela equação 20, a equação 21 mostra o cálculo da curvatura na seção crítica e a equação 22 mostra o cálculo do esforço normal reduzido necessário para calcular a curvatura:

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \quad (\text{equação 20})$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \cdot (v + 0,5)} \quad (\text{equação 21})$$



$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \geq 0,5 \quad (\text{equação 22})$$

Onde:

$e_2$  = excentricidade de segunda ordem;

$l_e$  = comprimento equivalente do pilar;

$\frac{1}{r}$  = curvatura aproximada na seção crítica dada pela equação 21;

$h$  = altura da seção transversal do pilar na direção considerada;

$v$  = esforço normal reduzido dada pela equação 22;

$N_d$  = esforço normal solicitante de cálculo;

$A_c$  = área da seção transversal;

$f_{cd}$  = resistência à compressão de cálculo do concreto.

#### 6.2.4 Momento fletor de cálculo

Com as excentricidades foi possível calcular o momento fletor atuante no pilar pela equação 23:

$$M_d = \alpha_b \cdot N_d \cdot e_1 + N_d \cdot e_2 \quad (\text{equação 23})$$

Sendo:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \cdot \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (\text{equação 24})$$

Onde:

$M_d$  = momento fletor solicitante de cálculo;

$\alpha_b$  = fator que considera os momentos de primeira ordem dado pela equação 24 e adotado igual a 1 para momentos nulos;

$N_d$  = esforço normal solicitante de cálculo;

$e_1$  = excentricidade de primeira ordem;

$e_2$  = excentricidade de segunda ordem;

$M_A$  = maior momento absoluto de primeira ordem no pilar;

$M_B$  = menor momento absoluto de primeira ordem no pilar.

Como o modelo é birrotulado, os momentos de primeira ordem são nulos, tornando o fator  $\alpha_b$  unitário. Através da equação 23 foi calculado o momento fletor atuante para cada uma das solicitações em cada uma das hipóteses. Em conjunto com o esforço normal de cálculo, o momento fletor foi usado para o dimensionamento das armaduras.

## **7 CÁLCULO DAS ÁREAS DE AÇO**

Neste capítulo é detalhado o método de cálculo utilizado para determinar as áreas de aço necessárias nos pilares, tão bem como as limitações da seção transversal dos pilares em função dessas áreas.

### **7.1 MÉTODO DAS ARMADURAS SIMÉTRICAS**

Para o cálculo das áreas de aço foi utilizado o método das armaduras simétricas. Essa metodologia utilizar a mesma área de aço em faces opostas do pilar, ela tem como principal vantagem evitar a inversão das armaduras no momento da montagem. O cálculo das armaduras do pilar está baseado em três considerações:

- a) relações de compatibilidade de deformações;
- b) relações tensão-deformação dos materiais;
- c) relações de equivalência entre esforços solicitantes e resistentes.

A seguir são explicadas e comentadas cada uma dessas premissas.

#### **7.1.2 Relações de tensão-deformação dos materiais**

As equações de relação de tensão-deformação são baseadas nos gráficos que ilustram essas propriedades para o concreto e para o aço. No caso do concreto esse gráfico está mostrado na figura 11. Para o aço, o gráfico é chamado elástico linear apresentando uma reta da origem até um patamar de escoamento. Para o aço CA 50, a tensão no patamar de escoamento é de 434,78 MPa e seu início ocorre a partir de uma deformação de 2,07%.

#### **7.1.3 Relações de compatibilidade de deformações**

Essa relação tem ligação à consideração da hipótese das seções planas, que considera que a seção transversal de uma peça permanece plana após a aplicação de esforços externos. A hipótese das seções planas associada aos domínios de deformação do estado limite último do concreto armado, estipulados pela NBR 6118/2014, dão origem às relações de compatibilidade de deformações. São equações distintas para cada um dos domínios de

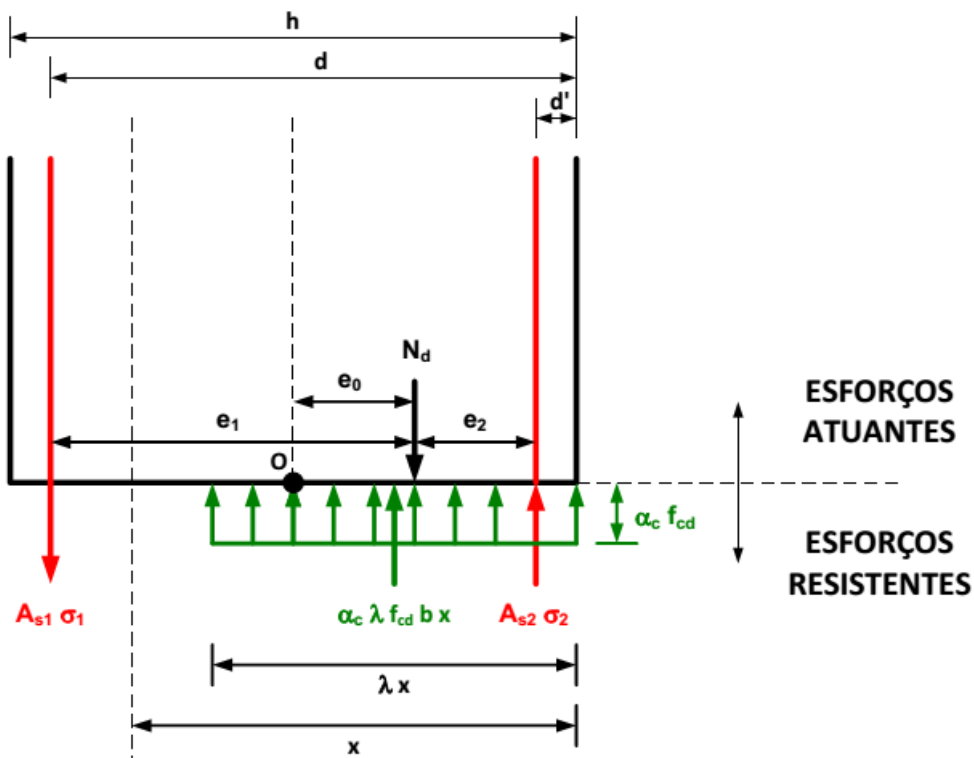
deformações e, através das quais, é possível calcular a deformação em qualquer altura de uma seção transversal quando conhecida a posição da linha neutra.

As relações de tensão-deformação do concreto armado no estado limite último estão atreladas aos deslocamentos últimos que o aço e o concreto podem sofrer, esses deslocamentos são função da tensão de escoamento do aço e do encurtamento específico do concreto que é dado pelas equações 8, 9, 10 e 11 em função do  $f_{ck}$  do concreto.

#### 7.1.4 Relações de equivalência entre esforços solicitantes e resistentes

Essa relação indica o equilíbrio de forças e de momentos na seção transversal. A figura 13 ilustra uma seção submetida à flexo-compressão normal.

Figura 13 – Seção transversal submetida à flexo-compressão normal



(fonte: CAMPOS FILHO, 2014a, p. 8)

Na figura 13, os termos  $A_{s1}\sigma_1$  e  $A_{s2}\sigma_2$  referem-se à força exercida pelas armaduras, o termo  $\alpha_c f_{cd}$  se refere à tensão constante no concreto conforme dita a equação 12, o termo  $\alpha_c \lambda f_{cd} b x$  indica a área de atuação da tensão constante no concreto, onde  $b$  é largura da seção

no plano ortogonal ao plano em estudo e  $x$  é a altura da linha neutra na seção. Os fatores  $\alpha_c$  e  $\lambda$  são função do  $f_{ck}$  conforme mostram as equações 13 e 14.

As distâncias  $e_0$ ,  $e_1$  e  $e_2$  são calculadas conforme as equações 25, 26 e 27 e, baseado na figura 13, calcula-se o equilíbrio das forças verticais através da equação 28 e o equilíbrio dos momentos na posição da armadura menos solicitada ( $A_{s1}$ ) pela equação 29. Um equilíbrio de momentos análogo ao da equação 29 é realizado para o ponto de aplicação da armadura mais solicitada ( $A_{s2}$ ) formando as três equações que caracterizam a equivalência entre esforços solicitantes e resistentes:

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} \quad (\text{equação 25})$$

$$e_1 = \frac{d - d'}{2} + e_0 \quad (\text{equação 26})$$

$$e_2 = \frac{d - d'}{2} - e_0 \quad (\text{equação 27})$$

$$N_d = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_{s2} \cdot \sigma_2 - A_{s1} \cdot \sigma_1 \quad (\text{equação 28})$$

$$N_d \cdot e_1 = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \sigma_2 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 29})$$

Onde:

$M_d$  = momento fletor solicitante de cálculo;

$N_d$  = esforço normal solicitante de cálculo;

$e_0$  = distância da origem geométrica da seção ao ponto aplicação da carga vertical;

$e_1$  = distância da armadura mais afastada ao ponto de aplicação da carga vertical;

$e_2$  = distância da armadura mais próxima ao ponto de aplicação da carga vertical;

$d$  = altura útil da seção transversal;

$d'$  = distância entre eixo da armadura e a face mais próxima;

$\alpha_c$  = adotado como 0,85 para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa e dado pela equação 13 para concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa;

$\lambda$  = altura de atuação da tensão constante no concreto, adotado como 0,8 para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa e dado pela equação 14 para concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa;

$f_{cd}$  = resistência à compressão de cálculo do concreto;

$b$  = largura da seção transversal do pilar no plano ortogonal ao plano em estudo;

$x$  = altura da linha neutra;

$A_{s1}$  = área de aço da armadura menos comprimida ou mais tracionada;

$\sigma_1$  = tensão na armadura menos comprimida ou mais tracionada;

$A_{s2}$  = área de aço da armadura mais comprimida;

$\sigma_2$  = tensão na armadura mais comprimida.

O sistema formado pelas equações 28 e 29 é um sistema de infinitas soluções, dado que ele possui 3 incógnitas,  $A_{s1}$ ,  $A_{s2}$  e  $x$  e apenas duas equações. Esse problema é contornado conforme explica Campos Filho (2014, p. 19):

Na solução de armaduras simétricas, fixa-se que  $A_{s1}=A_{s2}=A_s$ . A dificuldade de se encontrar a solução deste problema é que  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  aparecem nas equações e seus valores dependem de  $x$ . Por esta razão, não é possível resolver explicitamente o sistema e se tem que recorrer a um processo iterativo.

Sendo assim, definem-se quatro casos de distintos equacionamentos conforme ilustra a figura 14.

Figura 14 – Casos método das armaduras simétricas

<b>caso 1</b>	$e_0 > (d-d')/2$	$0 \leq x \leq d$	esforço normal atua fora das duas armaduras
<b>caso 2</b>	$e_0 < (d-d')/2$	$0 \leq x \leq d$	$A_{s1}$ - tracionada $A_{s2}$ - comprimida
<b>caso 3</b>		$d \leq x \leq h/\lambda$	$A_{s1}, A_{s2}$ – comprimidas parte da seção submetida a tensão $\alpha_c f_{cd}$
<b>caso 4</b>		$x \geq h/\lambda$	$A_{s1}, A_{s2}$ – comprimidas toda a seção submetida a tensão $\alpha_c f_{cd}$

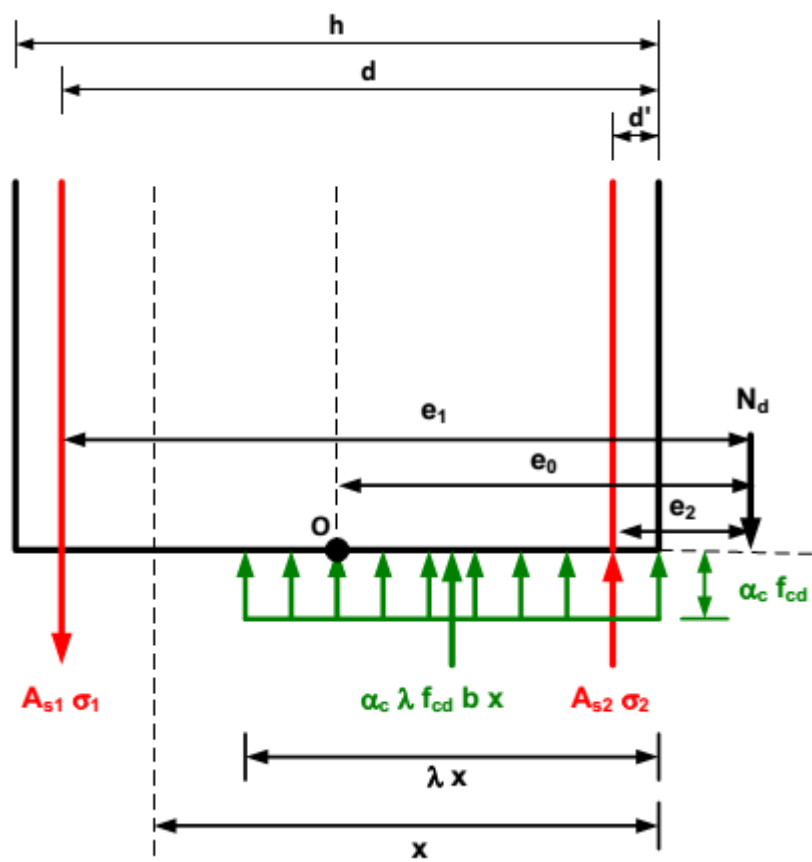
(fonte: CAMPOS FILHO, 2014a, p. 19)

A seguir, cada um desses casos é explorado e equacionado. Como todos os casos são derivados de modo análogo ao usado para definir as equações 28 e 29 a legenda das incógnitas é mesma e portanto não é novamente apresentada.

#### 7.1.4.1 Caso 1

Nesta situação a força é aplicada fora do intervalo formado pelas duas armaduras conforme ilustra a figura 15.

Figura 15 – Caso 1 armaduras simétricas



(fonte: CAMPOS FILHO, 2014a, p. 20)

Esse caso se caracteriza pela linha neutra variar desde a face mais comprimida até no máximo a altura útil, sendo a armadura mais próxima da força sempre comprimida e a mais afastada tracionada. Além disso o valor da distância  $e_2$  que é sempre negativo. Quando neste caso, a seção transversal pode estar atuando nos domínios de deformação 2, 3 ou 4. As equações 30, 31 e 32 descrevem o equilíbrio:

$$N_d = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_s \cdot (\sigma_2 - \sigma_1) \quad (\text{equação 30})$$

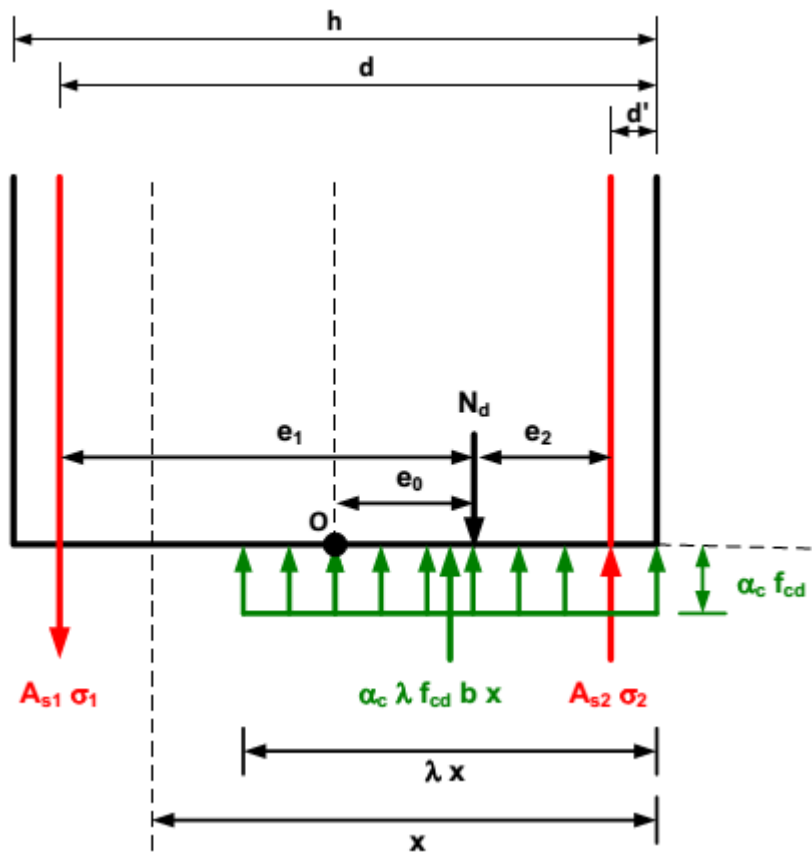
$$N_d \cdot e_1 = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \sigma_2 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 31})$$

$$N_d \cdot |e_2| = -\alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (0,5 \cdot \lambda \cdot x - d') + A_{s1} \cdot \sigma_1 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 32})$$

#### 7.1.4.2 Caso 2

Este caso tem a força de compressão atuando entre as duas armaduras, porém, a armadura mais distante da força ainda atua sob tração conforme ilustra a figura 16.

Figura 16 – Caso 2 armaduras simétricas



(fonte: CAMPOS FILHO, 2014a, p. 20)



Novamente a linha neutra localiza-se entre a face comprimida até no máximo a altura útil, estando a seção funcionando no domínio 2, 3 ou 4. As mesmas equações 30 e 31 do caso 1 também se aplicam aqui, porém o equilíbrio de momentos na armadura mais solicitada tem equacionamento distinto conforme mostrado na equação 33:

$$N_d = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_s \cdot (\sigma_2 - \sigma_1) \quad (\text{equação 30})$$

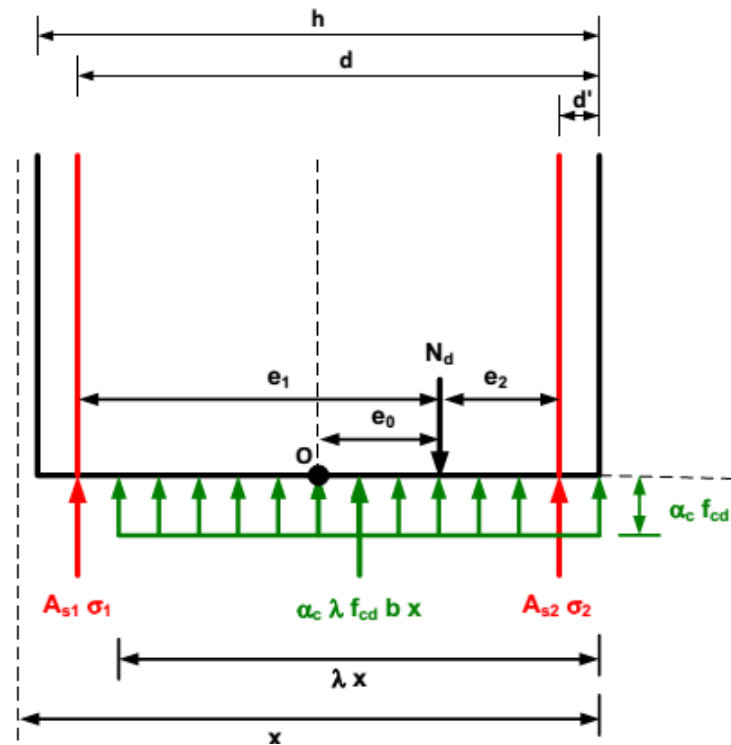
$$N_d \cdot e_1 = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \sigma_2 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 31})$$

$$N_d \cdot e_2 = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (0,5 \cdot \lambda \cdot x - d') - A_{s1} \cdot \sigma_1 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 33})$$

#### 7.1.4.3 Caso 3

No caso 3 a força de compressão novamente atua entre as duas armaduras, porém agora a linha neutra é maior ou igual à altura útil porém menor que a altura total da seção. Outra diferença é que ambas trabalham sob compressão conforme é ilustrado na figura 17.

Figura 17 – Caso 3 armaduras simétricas



(fonte: CAMPOS FILHO, 2014a, p. 21)

O somatório de momentos na armadura menos comprimida retorna a mesma equação 31 dos casos 1 e 2, porém o equilíbrio de forças verticais e momentos na armadura mais comprimida retornam as equações 34 e 35, respectivamente:

$$N_d = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_s \cdot (\sigma_2 + \sigma_1) \quad (\text{equação 34})$$

$$N_d \cdot e_1 = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) + A_{s2} \cdot \sigma_2 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 31})$$

$$N_d \cdot e_2 = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (0,5 \cdot \lambda \cdot x - d') + A_{s1} \cdot \sigma_1 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 35})$$

Como os casos 2 e 3 tem as mesmas condições de aplicação é necessário criar uma situação de transição entre os dois casos de modo a saber quando cada um deles é aplicado. Para isso é considerada uma situação onde a linha neutra é igual à altura útil da seção

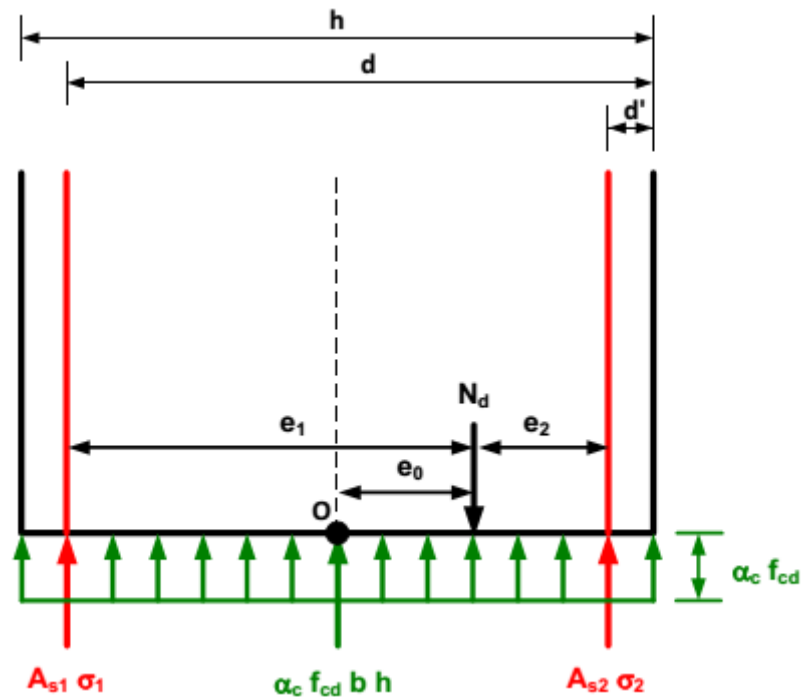
( $x = d$ ) e por consequência a tensão atuante na armadura menos solicitada é nula ( $\sigma_1 = 0$ ). A distância  $e_2$  em que essa situação acontece fica então chamada de  $e_{23}$  e atua como um limite acima do qual a seção está no caso 3 e abaixo da qual a seção está no caso 2. A equação 36 indica o cálculo desse limite:

$$e_2^{2,3} = \frac{\alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot (0,5 \cdot \lambda \cdot d - d')}{N_d} \quad (\text{equação 36})$$

#### 7.1.4.4 Caso 4

Neste último caso, mais uma vez se tem a força de compressão atuando entre as duas armaduras. Semelhante ao caso 3 ambas as armaduras estão sob compressão porém agora a seção inteira está trabalhando à compressão, ou seja a linha neutra é maior ou igual a toda a altura da seção. Esta situação está ilustrada na figura 18.

Figura 18 – Caso 4 armaduras simétricas



(fonte: CAMPOS FILHO, 2014a, p. 22)

Quando a seção se encontra no caso 4, o domínio de deformação é sempre o domínio 5, ou seja, uma compressão não uniforme. O equacionamento do somatório de forças neste caso é totalmente distinto por usar toda a altura da seção atuando à compressão não estando mais em função da linha neutra como mostram as equações 37, 38 e 39:

$$N_d = \alpha_c \cdot \lambda \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_s \cdot (\sigma_2 + \sigma_1) \quad (\text{equação 37})$$

$$N_d \cdot e_1 = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h \cdot (d - 0,5 \cdot h) + A_{s2} \cdot \sigma_2 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 38})$$

$$N_d \cdot e_2 = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h \cdot (0,5 \cdot h - d') + A_{s1} \cdot \sigma_1 \cdot (d - d') \quad (\text{equação 39})$$

Onde:

$h$  = altura da seção transversal na direção considerada.

O caso 4 apresenta o mesmo problema de limites do caso 3, sendo novamente necessária a consideração de uma situação de transição. Desta vez, a altura da linha neutra é igualada a altura da seção ( $x = \frac{h}{\lambda}$ ), para essa situação, a distância  $e_2$  é dita  $e_{234}$  e passa a atuar como um limite acima do qual a seção está no caso 4 e abaixo do qual está no caso 3. A equação 40 indica o cálculo desse limite:

$$e_2^{3,4} = \left( \frac{d - d'}{2} \right) \cdot \left[ 1 + \left( \frac{R_{cc}^*}{N_d} - 1 \right) \cdot \left( \frac{\sigma_2^* - \sigma_1^*}{\sigma_2^* + \sigma_1^*} \right) \right] \quad (\text{equação 40})$$

$$R_{cc}^* = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h \quad (\text{equação 41})$$

Onde:

$R_{cc}^*$  = reação do concreto dada pela equação 41;

$\sigma_1^*$  = tensão atuante na armadura menos solicitada para essa situação específica;

$\sigma_2^*$  = tensão atuante na armadura mais solicitada para essa situação específica.

#### 7.1.4 Método iterativo para casos 1, 2 e 3

As áreas de aço necessárias para os três primeiros casos são obtidas através da iteração do valor da altura da linha neutra ( $x$ ) buscando uma convergência. O método é descrito através da seguinte sequência:

- a) arbitra-se um valor para a altura da linha neutra ( $x_{arb}$ );
- b) com o valor arbitrado, através das relações de tensão-deformação, calculam-se as deformações nas armaduras;
- c) com as deformações nas armaduras é possível calcular a tensão atuante nelas através do gráfico de tensão deformação;
- d) tem-se agora todas as incógnitas necessárias para o cálculo das áreas de aço. Através das equações de equilíbrio de momentos, desenvolvem-se duas equações de segundo grau em função de  $x$ , através das quais é possível calcular ambas as áreas de aço;
- e) usando a equação de equilíbrio de forças verticais associada à área de aço que apresenta menor variação frente a última iteração, calcula-se a altura da linha neutra  $x_{calc}$ .

A convergência é atingida quando se obtém ambas as áreas de aço iguais ( $A_{s1} = A_{s2}$ ) e simultaneamente ambas as alturas de linha neutra também iguais ( $x_{arb} = x_{calc}$ ).

#### 7.1.5 Método Iterativo Para o Caso 4

O caso 4 procede de forma diferente não sendo necessário um processo iterativo em função de  $x$ , mas sim em função das áreas de aço. Ele é descrito através da seguinte sequência:

- a) arbitra-se um valor para área de aço menos solicitada ( $A_{s1}$ );
- b) calcula-se a tensão nessa armadura ( $\sigma_1$ ) através da equação 39;
- c) calcula-se a deformação ( $\varepsilon_1$ ) causada por essa tensão na armadura pelo diagrama tensão-deformação do aço;
- d) calcula-se a altura da linha neutra ( $x$ ) pela relação de compatibilidade do domínio 5;
- e) calcula-se a deformação na armadura mais solicitada ( $\varepsilon_2$ ) utilizando outra relação de compatibilidade do domínio 5;
- f) calcula-se a tensão nesta armadura ( $\sigma_2$ ) pelo diagrama tensão-deformação do aço;

g) calcula-se a área da armadura mais solicitada ( $A_{s2}$ ) através da equação 38.

A convergência se dá quando ambas as áreas de aço são iguais ( $A_{s1} = A_{s2}$ ).

## 7.2 LIMITES DAS ÁREAS DE AÇO

As áreas de aço tem papel fundamental pois atuam como limitante da seção de concreto, exigindo um aumento da seção quando o valor da área de aço da armadura necessária para resistir os esforços é maior que metade do valor da área de aço máxima colocada pela NBR 6118/2014.

A área de armadura mínima é menos influente mas foi adotada quando a armadura necessária para resistir aos esforços resultava em uma área de aço menor que a área de aço mínima exigida pela NBR 6118/2014. A escolha de metade da área máxima se deu em vista de que essa é a área máxima considerada nas emendas dos pilares, portanto no ponto médio do pavimento pode-se esperar que se tenha a metade do valor de armadura máxima.

A área de aço máxima é calculada pela equação 42 e a área de aço mínima pela equação 43:

$$A_{smáx} = \frac{8}{100} \cdot A_c \quad (\text{equação 42})$$

$$A_{smín} = 0,15 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot v \cdot A_c \geq \frac{0,4}{100} \cdot A_c \quad (\text{equação 43})$$

Onde:

$A_{smáx}$  = área máxima de armadura;

$A_{smín}$  = área mínima de armadura;

$A_c$  = área da seção transversal;

$f_{cd}$  = resistência à compressão de cálculo do concreto;

$f_{yd}$  = resistência à tração de cálculo do aço;

$v$  = esforço normal reduzido dada pela equação 22.

## 8 DEFINIÇÃO DAS HIPÓTESES DE CÁLCULO

Este capítulo dedica-se a mostrar como a variação do  $f_{ck}$  foi considerada para calcular as áreas de aço e posteriormente obter a seção transversal dos pilares.

### 8.1 DISCRETIZAÇÃO DOS MODELOS

De posse das solicitações em cada pavimento dos três modelos e com o método de cálculo inteiramente programado em planilha Excel procedeu-se a composição de diversas hipóteses de cálculo. Cada uma delas define a resistência do concreto nos pilares em cada um dos andares para cada um dos modelos de forma que possibilita o cálculo da área de aço necessária definindo então uma seção transversal.

Para isso, cada um dos modelos foi dividido em cinco grupos de pavimentos com solicitações semelhantes, sendo sempre o grupo 1 composto pelos pavimentos inferiores dos modelos e, portanto, com as maiores solicitações e o grupo 5 com as menores solicitações sendo formado pelos pavimentos mais superiores. Essa divisão se dá buscando simular melhor a realidade, pois em geral, na prática não se observa a distinção de resistência de concreto entre pavimentos adjacentes, mas sim em grupos de pavimentos.

As tabelas 5, 6 e 7 mostram os 5 grupos formados em cada um dos 3 modelos assim como as solicitações limites em cada um dos grupos.

Tabela 5 – Modelo 1 grupos e esforços limites

MODELO 1		
Grupo	Pavimentos	Esforço Normal (tf)
1	1 até 3	547,96
		445,838
2	4 até 6	445,838
		343,716
3	7 até 9	343,716
		241,594
4	10 até 12	241,594
		139,472
5	13 até 15	139,47
		37,35

Tabela 6 – Modelo 2 grupos e esforços limites

MODELO 2		
Grupo	Pavimentos	Esforço Normal (tf)
1	1 até 4	729,02
		590,67
2	5 até 8	590,67
		452,32
3	9 até 12	452,32
		313,97
4	13 até 16	313,97
		175,62
5	17 até 20	175,62
		37,27

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 7 – Modelo 3 grupos e esforços limites

MODELO 3		
Grupo	Pavimentos	Esforço Normal (tf)
1	1 até 5	909,26
		734,844
2	6 até 10	734,844
		560,428
3	11 até 15	560,428
		386,012
4	16 até 20	386,012
		211,596
5	21 até 25	211,60
		37,18

(fonte: elaborado pelo autor)

Como para cada grupo foi dimensionado um pilar com a mesma seção transversal, o limite de esforço superior de cada grupo foi o fator determinante desse dimensionamento. Em razão disso, quando o grupo possui um número de pavimentos maior, como no modelo 3 que possui



5 pavimentos, os pavimentos menos solicitados do grupo, poderiam ter sua seção reduzida caso fosse adotada uma maior discretização.

## 8.2 FORMULAÇÃO DAS HIPÓTESES DE CÁLCULO

Formados os grupos, foram definidas 11 hipóteses de cálculo distintas para cada modelo onde a resistência do concreto em cada grupo varia de forma crescente. Para todos os modelos, na hipótese 1 o concreto em todos os grupos tem resistência de 30 MPa. Na hipótese 2, todos os grupos, com exceção do grupo 1, mantém os 30 MPa, e os pavimentos do grupo 1 aumentam sua resistência para 40 MPa. Na terceira hipótese, os grupos 3, 4 e 5 mantêm-se com os 30 MPa mas agora o grupo 2 aumenta sua resistência para 40 MPa e o grupo 1 para 50 MPa. O processo segue até a hipótese 11 onde todo o edifício foi calculado com resistência de 90 MPa.

A tabela 8 mostra o processo de definição das hipóteses.

Tabela 8 – resistência do concreto em cada hipótese

Hipótese	1	2	3	4	5	6
Grupo	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)
1	30	30	30	30	30	40
2	30	30	30	30	40	50
3	30	30	30	40	50	60
4	30	30	40	50	60	70
5	30	40	50	60	70	80

Hipótese	7	8	9	10	11
Grupo	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)	Resistência (MPa)
1	50	60	70	80	90
2	60	70	80	90	90
3	70	80	90	90	90
4	80	90	90	90	90
5	90	90	90	90	90

(fonte: elaborado pelo autor)

## 9 RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são expostos os resultados de algumas hipóteses consideradas mais importantes e é realizada uma análise sobre os dados encontrados.

### 9.1 FATORES CONSIDERADOS

De posse das solicitações e resistência do concreto em cada grupo foi possível calcular uma área de aço buscando minimizar o lado da seção transversal quadrada adotada para os pilares. Ao final desse processo dois fatores foram contabilizados, a área ocupada por pilares no pavimento térreo e o volume de concreto empregado em um pilar.

A área de pilares no pavimento térreo é um dado interessante, pois mostra quanto de área útil é possível ganhar ao se aumentar a resistência do concreto obtendo pilares de menor seção. Esse fator leva em conta apenas a seção transversal dos pilares do primeiro pavimento de cada modelo e contabiliza a área de todos os 14 pilares intermediários de cada modelo. Esse parâmetro foi contabilizado pela razão de que a maioria dos edifícios residenciais e comerciais adotam em seus pavimentos inferiores áreas de estacionamento e muitas vezes, a seção dos pilares é fator limitante e conflitante na disposição das vagas.

Um segundo fator considerado foi o volume de concreto empregado em um pilar ao longo de todos os pavimentos. Esse dado foi contabilizado buscando observar uma certa variação no volume de concreto oriunda da adoção de uma menor seção transversal.

A seguir, são mostrados os resultados das hipóteses 3, 5 e 7 dos três modelos, bem como um gráfico que mostra a variação da área ocupada por pilares no pavimento térreo para todas as hipóteses, e outro gráfico que ilustra o volume ocupado por um pilar ao longo de todos os pavimentos de cada modelo.

Os resultados de todas as hipóteses e todos os modelos está disposto no Apêndice A ao final deste trabalho.

## 9.2 RESULTADOS DO MODELO 1

Tabela 9 – Hipóteses 3, 5 e 7 do modelo 1

HIPÓTESE 3				HIPÓTESE 5				HIPÓTESE 7			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	21	441	30	1,80	21	441	50	1,80	19	361
30	7,55	21	441	30	7,55	21	441	50	5,57	19	361
30	15,35	21	441	30	15,35	21	441	50	13,65	19	361
30	13,62	28	784	40	11,92	26	676	60	7,08	25	625
30	20,93	28	784	40	19,32	26	676	60	14,26	25	625
30	28,24	28	784	40	26,73	26	676	60	21,72	25	625
30	27,64	33	1089	50	20,23	30	900	70	15,55	29	841
30	34,80	33	1089	50	27,45	30	900	70	22,77	29	841
30	41,90	33	1089	50	34,69	30	900	70	30,04	29	841
40	34,78	36	1296	60	28,94	33	1089	80	24,53	32	1024
40	41,86	36	1296	60	36,08	33	1089	80	31,66	32	1024
40	48,95	36	1296	60	43,25	33	1089	80	38,82	32	1024
50	41,06	38	1444	70	35,53	36	1296	90	31,81	35	1225
50	48,10	38	1444	70	42,59	36	1296	90	38,85	35	1225
50	55,17	38	1444	70	49,69	36	1296	90	45,93	35	1225
Volume (m <sup>3</sup> ):			4,55	Volume (m <sup>3</sup> ):			3,96	Volume (m <sup>3</sup> ):			3,67
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			2,02	Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			1,81	Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			1,72

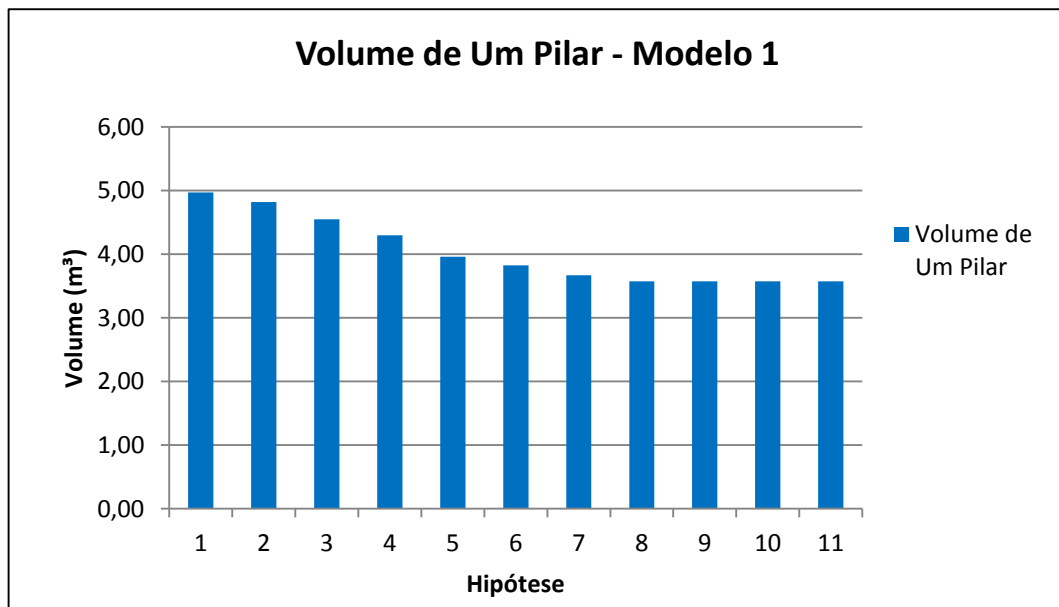
(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 10 – Resultados do modelo 1

MODELO 1		
Hipótese	Volume de Um Pilar (m <sup>3</sup> ):	Área ocupada pelos 14 pilares no pavimento térreo (m <sup>2</sup> ):
1	4,97	2,47
2	4,82	2,24
3	4,55	2,02
4	4,30	1,92
5	3,96	1,81
6	3,83	1,81
7	3,67	1,72
8	3,57	1,72
9	3,57	1,72
10	3,57	1,72
11	3,57	1,72

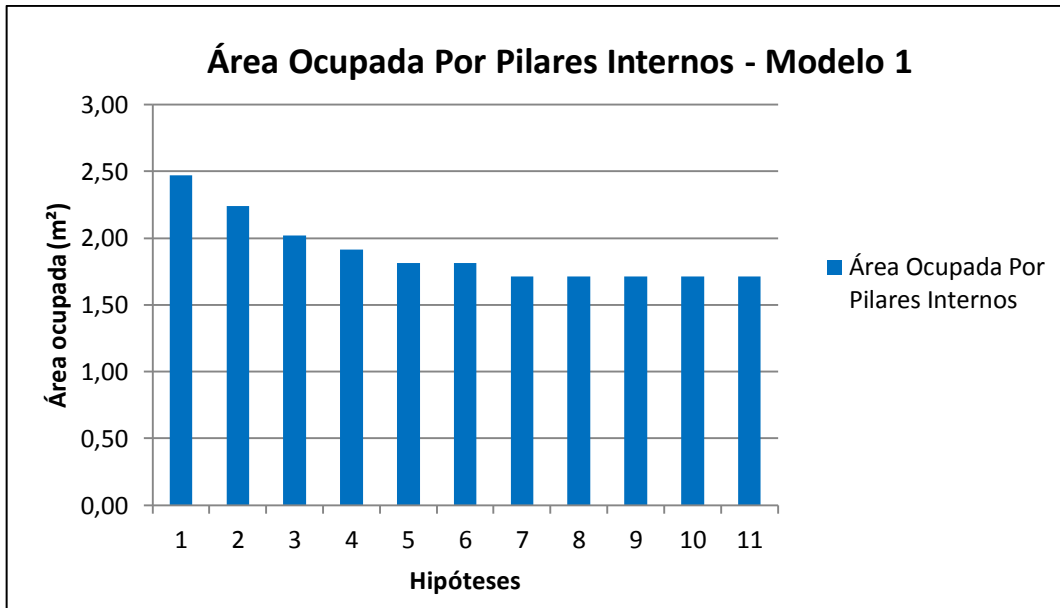
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 19 – Volume de um pilar ao longo de todo edifício no modelo 1



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 20 – Área ocupada por pilares internos no modelo 1



(fonte: elaborado pelo autor)

## 9.3 RESULTADOS DO MODELO 2

Tabela 11 – Hipóteses 3, 5 e 7 do modelo 2

HIPÓTESE 3				HIPÓTESE 5				HIPÓTESE 7			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,8	23	529	30	1,8	23	529	50	1,8	22	484
30	5,189	23	529	30	5,189	23	529	50	3,552	22	484
30	12,77	23	529	30	12,77	23	529	50	8,984	22	484
30	20,35	23	529	30	20,35	23	529	50	16,69	22	484
30	16,38	31	961	40	12,54	30	900	60	8,817	28	784
30	23,56	31	961	40	19,73	30	900	60	15,16	28	784
30	30,75	31	961	40	26,95	30	900	60	22,44	28	784
30	37,94	31	961	40	33,42	30	900	60	29,75	28	784
30	32,95	38	1444	50	24,1	34	1156	70	18,55	33	1089
30	39,91	38	1444	50	31,18	34	1156	70	25,61	33	1089
30	46,8	38	1444	50	38,27	34	1156	70	32,71	33	1089
30	53,69	38	1444	50	45,38	34	1156	70	39,85	33	1089
40	43,31	41	1681	60	33,9	38	1444	80	28,42	37	1369
40	50,28	41	1681	60	40,9	38	1444	80	35,4	37	1369
40	57,12	41	1681	60	47,92	38	1444	80	42,4	37	1369
40	64,15	41	1681	60	55,16	38	1444	80	49,62	37	1369
50	52,76	43	1849	70	44,27	41	1681	90	39,94	40	1600
50	59,71	43	1849	70	51,23	41	1681	90	46,87	40	1600
50	66,59	43	1849	70	58,21	41	1681	90	53,82	40	1600
50	73,43	43	1849	70	65,21	41	1681	90	60,8	40	1600
Volume (m <sup>3</sup> ):			7,76	Volume (m <sup>3</sup> ):			6,85	Volume (m <sup>3</sup> ):			6,39
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			2,59	Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			2,35	Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			2,24

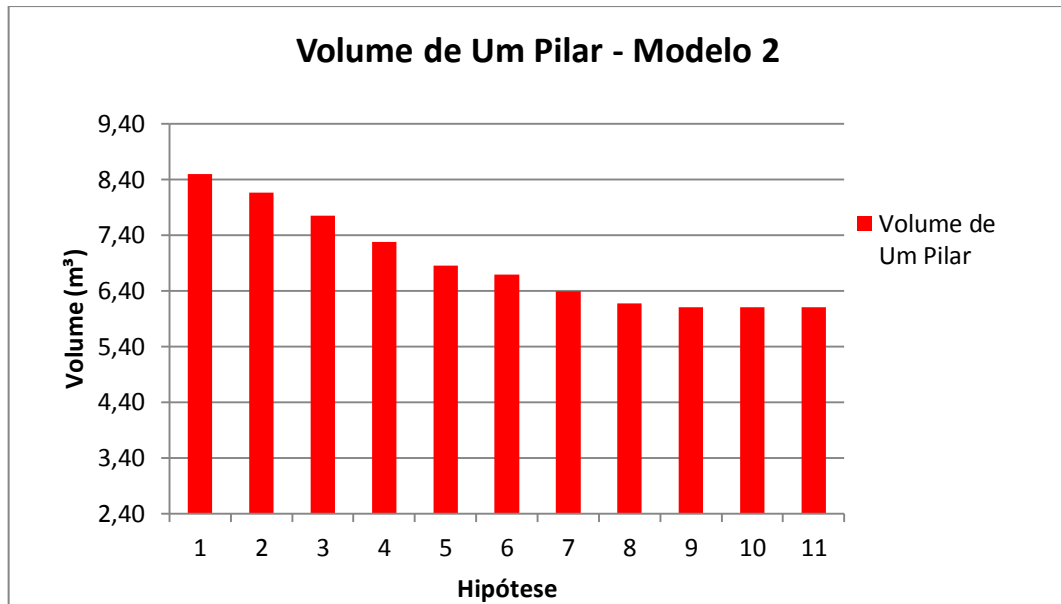
(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 12 – Resultados do modelo 2

MODELO 2		
Hipótese	Volume de Um Pilar (m <sup>3</sup> ):	Área ocupada pelos 14 pilares no pavimento térreo (m <sup>2</sup> ):
1	8,50	3,23
2	8,17	2,84
3	7,76	2,59
4	7,29	2,47
5	6,85	2,35
6	6,69	2,35
7	6,39	2,24
8	6,17	2,24
9	6,11	2,24
10	6,11	2,24
11	6,11	2,24

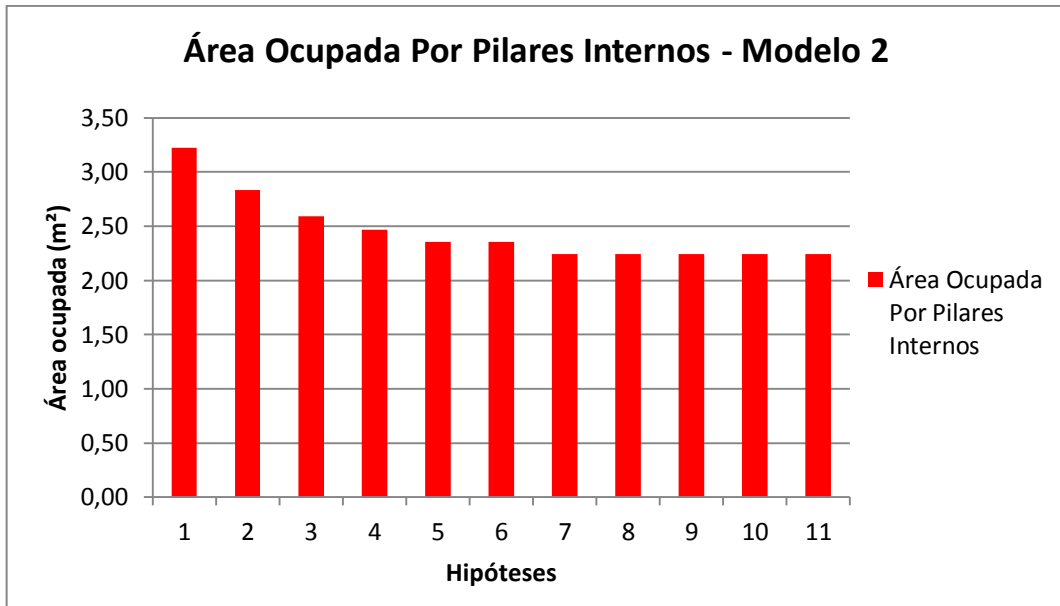
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 21 – Volume de um pilar ao longo de todo edifício no modelo 2



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 22 – Área ocupada por pilares internos no modelo 2



(fonte: elaborado pelo autor)



## 9.4 RESULTADOS DO MODELO 3

Tabela 13 – Hipóteses 3, 5 e 7 do modelo 3

HIPÓTESE 3				HIPÓTESE 5				HIPÓTESE 7			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,796	26	676	30	1,796	26	676	50	1,80	24	576
30	3,54	26	676	30	3,54	26	676	50	3,54	24	576
30	9,46	26	676	30	9,46	26	676	50	5,29	24	576
30	16,84	26	676	30	16,84	26	676	50	12,49	24	576
30	24,22	26	676	30	24,22	26	676	50	20,00	24	576
30	17,51	35	1225	40	13,53	33	1089	60	10,54	31	961
30	24,55	35	1225	40	20,59	33	1089	60	14,14	31	961
30	31,62	35	1225	40	27,69	33	1089	60	21,24	31	961
30	38,69	35	1225	40	34,80	33	1089	60	28,39	31	961
30	45,69	35	1225	40	41,92	33	1089	60	35,57	31	961
30	39,50	42	1764	50	27,46	38	1444	70	22,22	36	1296
30	46,33	42	1764	50	34,42	38	1444	70	29,19	36	1296
30	53,13	42	1764	50	41,41	38	1444	70	36,19	36	1296
30	59,93	42	1764	50	48,41	38	1444	70	43,22	36	1296
30	66,73	42	1764	50	55,42	38	1444	70	50,26	36	1296
40	53,62	45	2025	60	41,23	42	1764	80	32,59	41	1681
40	60,41	45	2025	60	48,15	42	1764	80	39,59	41	1681
40	67,18	45	2025	60	55,09	42	1764	80	46,50	41	1681
40	73,95	45	2025	60	62,05	42	1764	80	53,42	41	1681
40	80,73	45	2025	60	69,02	42	1764	80	60,23	41	1681
50	63,06	48	2304	70	51,47	46	2116	90	48,55	44	1936
50	69,94	48	2304	70	58,34	46	2116	90	55,41	44	1936
50	76,69	48	2304	70	65,23	46	2116	90	62,28	44	1936
50	83,45	48	2304	70	72,14	46	2116	90	69,17	44	1936
50	90,22	48	2304	70	79,07	46	2116	90	76,09	44	1936
Volume (m <sup>3</sup> ):			10,98	Volume (m <sup>3</sup> ):			9,62	Volume (m <sup>3</sup> ):			8,81
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			3,23	Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			2,96	Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):			2,71

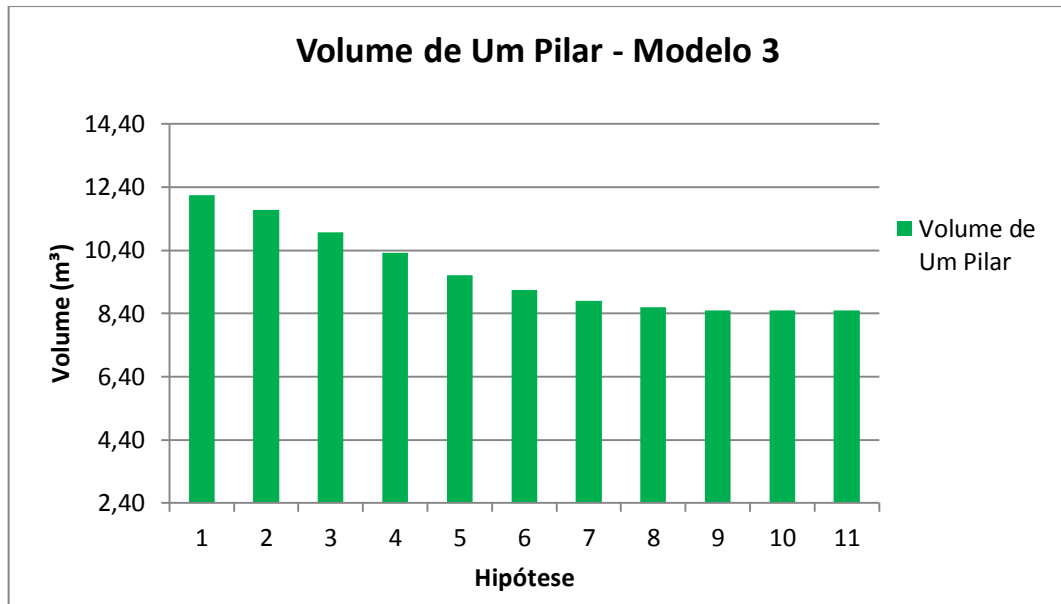
(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 14 – Resultados do modelo 3

MODELO 3		
Hipótese	Volume de Um Pilar (m <sup>3</sup> ):	Área ocupada pelos 14 pilares no pavimento térreo (m <sup>2</sup> ):
1	12,15	3,93
2	11,69	3,50
3	10,98	3,23
4	10,32	3,09
5	9,62	2,96
6	9,15	2,84
7	8,81	2,71
8	8,60	2,71
9	8,49	2,71
10	8,49	2,71
11	8,49	2,71

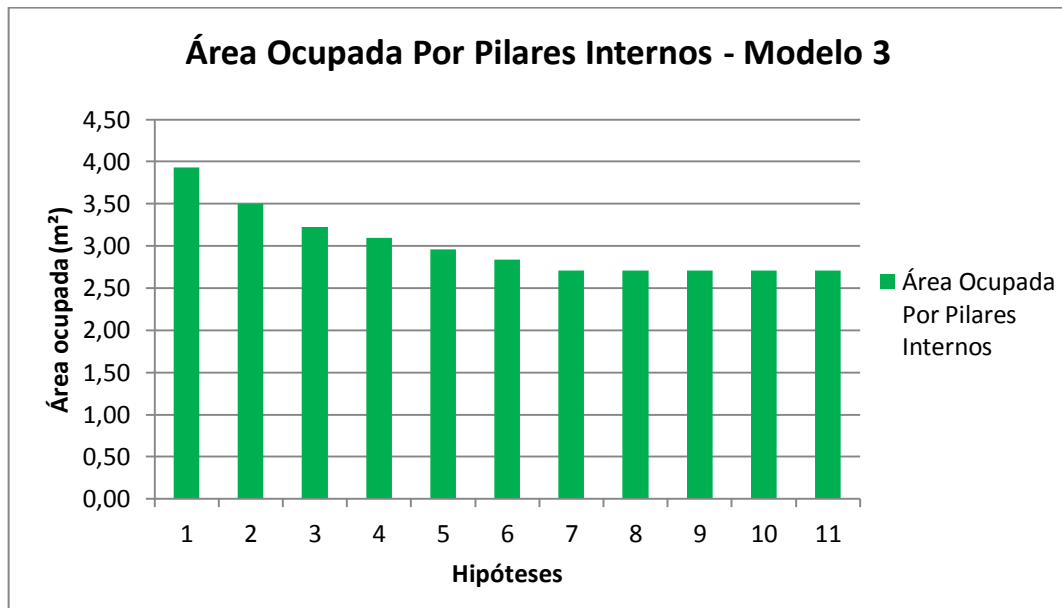
(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 23 – Volume de um pilar ao longo de todo edifício no modelo 3



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 24 – Área ocupada por pilares internos no modelo 3



(fonte: elaborado pelo autor)

## 9.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vale lembrar que o estudo baseou-se em três modelos com diferentes números de pavimentos e em cada um desses modelos foram apontadas hipóteses de variação da resistência do concreto. Ao analisar os dados finais, nota-se que existe de fato uma variação na área ocupada por pilares e no volume empregado neles a medida que se usa um concreto mais resistente. A tabela 15 ilustra a diminuição nesses fatores em cada um dos modelos comparando a hipótese 1, onde os pilares do edifício todo tem resistência de 30 MPa, e a hipótese 7, onde são usadas resistências de 90, 80, 70, 60 e 50 MPa.

Essas duas hipóteses foram escolhidas para a comparação pois são consideradas próximas da realidade e plausíveis caso haja disponibilidade de concreto de alta resistência.

Tabela 15 – diminuição observada

DIMINUIÇÃO OBSERVADA ENTRE AS HIPÓTESES 1 E 7		
Modelo	Volume de Concreto (m <sup>3</sup> )	Área Ocupada (m <sup>2</sup> )
1	35,48%	44,00%
2	33,06%	44,00%
3	37,93%	45,09%

(fonte: elaborado pelo autor)

Um relação entre o número de pavimentos e a diminuição no volume de concreto não pode ser feita visto que observa-se uma menor diminuição no modelo 2 porém uma maior diminuição no modelo 3. Nota-se também que a ordem de grandeza dos valores é considerável, principalmente em relação à área ocupada por pilares no pavimento térreo, onde no modelo 3 teve uma diminuição da ordem de 45%. Esse valor é melhor visualizado quando comparamos a seção transversal dos pilares térreos do modelo 3 na hipótese 1 que possuem lado de 53 centímetros com os da hipótese 7 que possuem 44 centímetros. Observa-se aí um grande aumento de área útil do pavimento térreo. Em edifícios com maior número de pilares, certamente essa diferença seria maior.

O volume de concreto empregado nos pilares teve um percentual de diminuição menor quando comparado com a diminuição de área, principalmente no modelo com 20 pavimentos. Essa diminuição não é significativa quando considera-se o fato de que o concreto de alta resistência, por ser um material mais nobre de fabricação mais complexa, possui um custo superior ao concreto usual. A diferença em volume observada indica que não compensa utilizar um menor volume de CAD, porém mais caro, em comparação a um maior volume concreto usual com menor preço.

Originalmente, pretendia-se avaliar a relação de gastos quando empregado o CAD, pois sabe-se que este material traz consigo maiores custos. Porém por ser de difícil obtenção não foi possível encontrar concreteiras que oferecessem concreto de alta resistência, ou até mesmo concreto com resistências de 50 MPa, o que indica que o mercado não está preparado para suprir uma possível demanda que possa existir principalmente após a regulamentação dos concretos de alta resistência pela NBR 6118/2014.

O concreto de elevada resistência possui características consolidadas e eficazes, porém seu uso inicial deve ficar restrito a obras pesadas como pontes e viadutos. Existindo uma maior experiência de aplicação e, principalmente, de fabricação desse material, a norma brasileira pode extinguir alguns fatores que limitam seu uso tornando futuramente o concreto de alta resistência um material com maiores vantagens quando utilizado em pilares de edifícios.

## REFERÊNCIAS

- AITCIN, P. - C. **Concreto de alto desempenho**. 1. ed. São Paulo: Pini, 2000.
- ARAÚJO, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014a. v. 1.
- \_\_\_\_\_. **Curso de concreto armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014b. v. 3.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- \_\_\_\_\_. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- CAMPOS FILHO, A. **Dimensionamento de seções retangulares de concreto armado à flexão composta normal**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014a.
- \_\_\_\_\_. **Projeto de pilares de concreto armado**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014b.
- NEVILLE, A. M. **Propriedades do concreto**. 2. ed. rev. e atual. São Paulo: Pini, 1997.
- SILVA, A. L. **Concreto de Alto Desempenho – CAD**: estudo de caso do edifício e-Tower. 2003. 59 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Anhembi Morumbi, São Paulo, 2003.
- KIMURA, A. E. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado**: cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais. 1. ed. São Paulo: Pini, 2007.
- TUTIKIAN, B. F.; ISAIA, G. C.; HELENE, P. Concreto de alto e ultra-alto desempenho. In: ISAIA, G. C (Ed.). **Concreto**: ciência e tecnologia. 1. ed. São Paulo: Ibracon, 2011. p. 1283-1325.

## **APÊNDICE A – Hipóteses de cálculo**

Neste apêndice estão representadas todas as hipóteses de cálculos utilizadas, com sua respectiva área de aço calculada assim como o lado de seção transversal dos pilares. Todo o conteúdo está disposto em forma de tabelas com a devida separação entre modelos. As faixas cinza indicam um aumento na seção transversal do pilar em função do aumento de resistência do concreto. As áreas de aço grafadas em vermelho indicam que ali foi utilizada área de aço mínima pois as seções foram limitadas a no mínimo 19 centímetros de lado.

### Modelo 1 – 15 Pavimentos

Tabela A1 – Hipóteses de cálculo do modelo 1

Hipótese 1			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	21	441
30	7,55	21	441
30	15,35	21	441
30	13,62	28	784
30	20,93	28	784
30	28,24	28	784
30	27,64	33	1089
30	34,80	33	1089
30	41,90	33	1089
30	40,09	38	1444
30	47,00	38	1444
30	53,91	38	1444
30	53,05	42	1764
30	59,88	42	1764
30	66,73	42	1764

Volume (m <sup>3</sup> ):	4,97
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,47

Hipótese 2			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	21	441
30	7,55	21	441
30	15,35	21	441
30	13,62	28	784
30	20,93	28	784
30	28,24	28	784
30	27,64	33	1089
30	34,80	33	1089
30	41,90	33	1089
30	40,09	38	1444
30	47,00	38	1444
30	53,91	38	1444
40	46,13	40	1600
40	53,08	40	1600
40	59,97	40	1600

Volume (m <sup>3</sup> ):	4,82
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,24



Hipótese 3			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	21	441
30	7,55	21	441
30	15,35	21	441
30	13,62	28	784
30	20,93	28	784
30	28,24	28	784
30	27,64	33	1089
30	34,80	33	1089
30	41,90	33	1089
40	34,78	36	1296
40	41,86	36	1296
40	48,95	36	1296
50	41,06	38	1444
50	48,10	38	1444
50	55,17	38	1444

Volume (m <sup>3</sup> ):	4,55
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,02

Hipótese 4			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	21	441
30	7,55	21	441
30	15,35	21	441
30	13,62	28	784
30	20,93	28	784
30	28,24	28	784
40	22,24	32	1024
40	29,41	32	1024
40	36,59	32	1024
50	31,36	34	1156
50	38,48	34	1156
50	45,61	34	1156
60	37,50	37	1369
60	44,55	37	1369
60	51,64	37	1369

Volume (m <sup>3</sup> ):	4,30
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	1,92

Hipótese 5			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	21	441
30	7,55	21	441
30	15,35	21	441
40	11,92	26	676
40	19,32	26	676
40	26,73	26	676
50	20,23	30	900
50	27,45	30	900
50	34,69	30	900
60	28,94	33	1089
60	36,08	33	1089
60	43,25	33	1089
70	35,53	36	1296
70	42,59	36	1296
70	49,69	36	1296

Volume (m <sup>3</sup> ):	3,96
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	1,81

Hipótese 6			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
40	1,80	20	400
40	6,27	20	400
40	14,20	20	400
50	9,58	25	625
50	17,01	25	625
50	24,48	25	625
60	18,79	29	841
60	26,05	29	841
60	33,33	29	841
70	24,60	33	1089
70	31,71	33	1089
70	38,85	33	1089
80	31,21	36	1296
80	38,24	36	1296
80	45,31	36	1296

Volume (m <sup>3</sup> ):	3,83
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	1,81

Hipótese 7			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
50	1,80	19	361
50	5,57	19	361
50	13,65	19	361
60	7,08	25	625
60	14,26	25	625
60	21,72	25	625
70	15,55	29	841
70	22,77	29	841
70	30,04	29	841
80	24,53	32	1024
80	31,66	32	1024
80	38,82	32	1024
90	31,81	35	1225
90	38,85	35	1225
90	45,93	35	1225

Volume (m <sup>3</sup> ):	3,67
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	1,72

Hipótese 8			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
60	1,80	19	361
60	4,23	19	361
60	12,27	19	361
70	7,08	24	576
70	14,55	24	576
70	22,08	24	576
80	16,01	28	784
80	23,28	28	784
80	30,58	28	784
90	21,96	32	1024
90	29,06	32	1024
90	36,20	32	1024
90	31,81	35	1225
90	38,85	35	1225
90	45,93	35	1225

Volume (m <sup>3</sup> ):	3,57
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	1,72

Hipótese 9			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
70	1,80	19	361
70	3,56	19	361
70	11,17	19	361
80	7,08	24	576
80	12,88	24	576
80	20,40	24	576
90	14,14	28	784
90	21,40	28	784
90	28,68	28	784
90	21,96	32	1024
90	29,06	32	1024
90	36,20	32	1024
90	31,81	35	1225
90	38,85	35	1225
90	45,93	35	1225

Volume (m <sup>3</sup> ):	3,57
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	1,72

Hipótese 10			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
80	1,80	19	361
80	3,56	19	361
80	10,34	19	361
90	7,08	24	576
90	14,51	24	576
90	19,15	24	576
90	14,14	28	784
90	21,40	28	784
90	28,68	28	784
90	21,96	32	1024
90	29,06	32	1024
90	36,20	32	1024
90	31,81	35	1225
90	38,85	35	1225
90	45,93	35	1225

Volume (m <sup>3</sup> ):	3,57
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	1,72

Hipótese 11			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
90	1,80	19	361
90	3,56	19	361
90	9,76	19	361
90	7,08	24	576
90	14,51	24	576
90	19,15	24	576
90	14,14	28	784
90	21,40	28	784
90	28,68	28	784
90	21,96	32	1024
90	29,06	32	1024
90	36,20	32	1024
90	31,81	35	1225
90	38,85	35	1225
90	45,93	35	1225

Volume (m <sup>3</sup> ):	3,57
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	1,72

(fonte: elaborado pelo autor)

## Modelo 2 – 20 Pavimentos

Tabela A2 – Hipóteses de cálculo do modelo 2

Hipótese 1			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	23	529
30	5,19	23	529
30	12,77	23	529
30	20,35	23	529
30	16,38	31	961
30	23,56	31	961
30	30,75	31	961
30	37,94	31	961
30	32,95	38	1444
30	39,91	38	1444
30	46,80	38	1444
30	53,69	38	1444
30	50,81	43	1849
30	57,61	43	1849
30	64,41	43	1849
30	71,39	43	1849
30	67,23	48	2304
30	73,96	48	2304
30	80,70	48	2304
30	87,46	48	2304

Volume (m <sup>3</sup> ):	8,50
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	3,23

Hipótese 2			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	23	529
30	5,19	23	529
30	12,77	23	529
30	20,35	23	529
30	16,38	31	961
30	23,56	31	961
30	30,75	31	961
30	37,94	31	961
30	32,95	38	1444
30	39,91	38	1444
30	46,80	38	1444
30	53,69	38	1444
30	50,81	43	1849
30	57,61	43	1849
30	64,41	43	1849
30	71,39	43	1849
40	60,03	45	2025
40	66,81	45	2025
40	73,59	45	2025
40	80,40	45	2025

Volume (m <sup>3</sup> ):	8,17
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,84

Hipótese 3			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	23	529
30	5,19	23	529
30	12,77	23	529
30	20,35	23	529
30	16,38	31	961
30	23,56	31	961
30	30,75	31	961
30	37,94	31	961
30	32,95	38	1444
30	39,91	38	1444
30	46,80	38	1444
30	53,69	38	1444
40	43,31	41	1681
40	50,28	41	1681
40	57,12	41	1681
40	64,15	41	1681
50	52,76	43	1849
50	59,71	43	1849
50	66,59	43	1849
50	73,43	43	1849

Volume (m <sup>3</sup> ):	7,76
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,59

Hipótese 4			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	23	529
30	5,19	23	529
30	12,77	23	529
30	20,35	23	529
30	16,38	31	961
30	23,56	31	961
30	30,75	31	961
30	37,94	31	961
40	27,55	36	1296
40	34,59	36	1296
40	41,66	36	1296
40	48,73	36	1296
50	37,78	39	1521
50	44,77	39	1521
50	51,78	39	1521
50	58,99	39	1521
60	47,53	42	1764
60	54,49	42	1764
60	61,47	42	1764
60	68,48	42	1764

Volume (m <sup>3</sup> ):	7,29
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,47

Hipótese 5			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	23	529
30	5,19	23	529
30	12,77	23	529
30	20,35	23	529
40	12,54	30	900
40	19,73	30	900
40	26,95	30	900
40	33,42	30	900
50	24,10	34	1156
50	31,18	34	1156
50	38,27	34	1156
50	45,38	34	1156
60	33,90	38	1444
60	40,90	38	1444
60	47,92	38	1444
60	55,16	38	1444
70	44,27	41	1681
70	51,23	41	1681
70	58,21	41	1681
70	65,21	41	1681

Volume (m <sup>3</sup> ):	6,85
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,35

Hipótese 6			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
40	1,80	23	529
40	3,55	23	529
40	10,22	23	529
40	17,84	23	529
50	9,04	29	841
50	16,22	29	841
50	23,46	29	841
50	30,72	29	841
60	19,70	34	1156
60	26,75	34	1156
60	33,84	34	1156
60	40,95	34	1156
70	32,84	37	1369
70	39,85	37	1369
70	46,89	37	1369
70	54,13	37	1369
80	39,82	41	1681
80	46,74	41	1681
80	53,69	41	1681
80	60,67	41	1681

Volume (m <sup>3</sup> ):	6,69
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,35

Hipótese 7

Hipótese 8



fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
50	1,80	22	484
50	3,55	22	484
50	8,98	22	484
50	16,69	22	484
60	8,82	28	784
60	15,16	28	784
60	22,44	28	784
60	29,75	28	784
70	18,55	33	1089
70	25,61	33	1089
70	32,71	33	1089
70	39,85	33	1089
80	28,42	37	1369
80	35,40	37	1369
80	42,40	37	1369
80	49,62	37	1369
90	39,94	40	1600
90	46,87	40	1600
90	53,82	40	1600
90	60,80	40	1600

Volume (m <sup>3</sup> ):	6,39
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,24

fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
60	1,80	21	441
60	3,55	21	441
60	9,32	21	441
60	17,13	21	441
70	8,82	28	784
70	12,36	28	784
70	19,59	28	784
70	26,89	28	784
80	18,63	32	1024
80	25,71	32	1024
80	32,84	32	1024
80	39,99	32	1024
90	29,06	36	1296
90	36,05	36	1296
90	43,07	36	1296
90	50,29	36	1296
90	39,94	40	1600
90	46,87	40	1600
90	53,82	40	1600
90	60,80	40	1600

Volume (m <sup>3</sup> ):	6,17
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,24

Hipótese 9			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
70	1,80	21	441
70	3,55	21	441
70	8,06	21	441
70	15,85	21	441
80	8,82	27	729
80	13,10	27	729
80	20,40	27	729
80	27,75	27	729
90	16,23	32	1024
90	23,29	32	1024
90	30,39	32	1024
90	37,53	32	1024
90	29,06	36	1296
90	36,05	36	1296
90	43,07	36	1296
90	50,29	36	1296
90	39,94	40	1600
90	46,87	40	1600
90	53,82	40	1600
90	60,80	40	1600

Volume (m <sup>3</sup> ):	6,11
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,24

Hipótese 10			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
80	1,80	21	441
80	3,55	21	441
80	7,11	21	441
80	14,90	21	441
90	8,82	27	729
90	11,57	27	729
90	18,85	27	729
90	26,19	27	729
90	16,23	32	1024
90	23,29	32	1024
90	30,39	32	1024
90	37,53	32	1024
90	29,06	36	1296
90	36,05	36	1296
90	43,07	36	1296
90	50,29	36	1296
90	39,94	40	1600
90	46,87	40	1600
90	53,82	40	1600
90	60,80	40	1600

Volume (m <sup>3</sup> ):	6,11
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,24

Hipótese 11			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
90	1,80	21	441
90	3,55	21	441
90	6,47	21	441
90	14,27	21	441
90	8,82	27	729
90	11,57	27	729
90	18,85	27	729
90	26,19	27	729
90	16,23	32	1024
90	23,29	32	1024
90	30,39	32	1024
90	37,53	32	1024
90	29,06	36	1296
90	36,05	36	1296
90	43,07	36	1296
90	50,29	36	1296
90	39,94	40	1600
90	46,87	40	1600
90	53,82	40	1600
90	60,80	40	1600

Volume (m <sup>3</sup> ):	6,11
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,24

(fonte: elaborado pelo autor)

## Modelo 3 – 25 Pavimentos

Tabela A3 – Hipóteses de cálculo do modelo 3

Hipótese 1			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	26	676
30	3,54	26	676
30	9,46	26	676
30	16,84	26	676
30	24,22	26	676
30	17,51	35	1225
30	24,55	35	1225
30	31,62	35	1225
30	38,69	35	1225
30	45,69	35	1225
30	39,50	42	1764
30	46,33	42	1764
30	53,13	42	1764
30	59,93	42	1764
30	66,73	42	1764
30	60,72	48	2304
30	67,44	48	2304
30	74,16	48	2304
30	80,89	48	2304
30	87,61	48	2304
30	82,54	53	2809
30	89,22	53	2809
30	95,90	53	2809
30	102,58	53	2809
30	109,29	53	2809

Volume (m <sup>3</sup> ):	12,15
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	3,93

Hipótese 2			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	26	676
30	3,54	26	676
30	9,46	26	676
30	16,84	26	676
30	24,22	26	676
30	17,51	35	1225
30	24,55	35	1225
30	31,62	35	1225
30	38,69	35	1225
30	45,69	35	1225
30	39,50	42	1764
30	46,33	42	1764
30	53,13	42	1764
30	59,93	42	1764
30	66,73	42	1764
30	60,72	48	2304
30	67,44	48	2304
30	74,16	48	2304
30	80,89	48	2304
30	87,61	48	2304
40	72,774	50	2500
40	79,493	50	2500
40	86,216	50	2500
40	92,94	50	2500
40	99,681	50	2500

Volume (m <sup>3</sup> ):	11,69
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	3,50

Hipótese 3			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	26	676
30	3,54	26	676
30	9,46	26	676
30	16,84	26	676
30	24,22	26	676
30	17,51	35	1225
30	24,55	35	1225
30	31,62	35	1225
30	38,69	35	1225
30	45,69	35	1225
30	39,50	42	1764
30	46,33	42	1764
30	53,13	42	1764
30	59,93	42	1764
30	66,73	42	1764
40	53,615	45	2025
40	60,406	45	2025
40	67,179	45	2025
40	73,953	45	2025
40	80,727	45	2025
50	63,062	48	2304
50	69,938	48	2304
50	76,693	48	2304
50	83,449	48	2304
50	90,222	48	2304

Volume (m <sup>3</sup> ):	10,98
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	3,23

Hipótese 4			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	26	676
30	3,54	26	676
30	9,46	26	676
30	16,84	26	676
30	24,22	26	676
30	17,51	35	1225
30	24,55	35	1225
30	31,62	35	1225
30	38,69	35	1225
30	45,69	35	1225
40	32,38	40	1600
40	39,33	40	1600
40	46,30	40	1600
40	53,29	40	1600
40	60,14	40	1600
50	46,31	43	1849
50	53,23	43	1849
50	60,16	43	1849
50	67,11	43	1849
50	73,92	43	1849
60	56,07	47	2209
60	62,96	47	2209
60	69,86	47	2209
60	76,77	47	2209
60	83,58	47	2209

Volume (m <sup>3</sup> ):	10,32
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	3,09

Hipótese 5			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
30	1,80	26	676
30	3,54	26	676
30	9,46	26	676
30	16,84	26	676
30	24,22	26	676
40	13,53	33	1089
40	20,59	33	1089
40	27,69	33	1089
40	34,80	33	1089
40	41,92	33	1089
50	27,46	38	1444
50	34,42	38	1444
50	41,41	38	1444
50	48,41	38	1444
50	55,42	38	1444
60	41,23	42	1764
60	48,15	42	1764
60	55,09	42	1764
60	62,05	42	1764
60	69,02	42	1764
70	51,47	46	2116
70	58,34	46	2116
70	65,23	46	2116
70	72,14	46	2116
70	79,07	46	2116

Volume (m <sup>3</sup> ):	9,62
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,96

Hipótese 6			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
40	1,80	25	625
40	3,54	25	625
40	6,89	25	625
40	14,30	25	625
40	21,74	25	625
50	10,54	32	1024
50	15,91	32	1024
50	23,00	32	1024
50	30,12	32	1024
50	37,25	32	1024
60	24,04	37	1369
60	31,00	37	1369
60	38,00	37	1369
60	45,02	37	1369
60	52,05	37	1369
70	38,13	41	1681
70	45,04	41	1681
70	51,98	41	1681
70	58,94	41	1681
70	65,91	41	1681
80	49,03	45	2025
80	55,89	45	2025
80	62,77	45	2025
80	69,67	45	2025
80	76,59	45	2025

Volume (m <sup>3</sup> ):	9,15
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,84

Hipótese 7			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
50	1,80	24	576
50	3,54	24	576
50	5,29	24	576
50	12,49	24	576
50	20,00	24	576
60	10,54	31	961
60	14,14	31	961
60	21,24	31	961
60	28,39	31	961
60	35,57	31	961
70	22,22	36	1296
70	29,19	36	1296
70	36,19	36	1296
70	43,22	36	1296
70	50,26	36	1296
80	32,59	41	1681
80	39,59	41	1681
80	46,50	41	1681
80	53,42	41	1681
80	60,23	41	1681
90	48,55	44	1936
90	55,41	44	1936
90	62,28	44	1936
90	69,17	44	1936
90	76,09	44	1936

Volume (m <sup>3</sup> ):	8,81
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,71

Hipótese 8			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
60	1,80	23	529
60	3,54	23	529
60	5,29	23	529
60	12,47	23	529
60	20,06	23	529
70	10,54	30	900
70	13,58	30	900
70	20,70	30	900
70	27,88	30	900
70	35,09	30	900
80	19,30	36	1296
80	25,05	36	1296
80	32,01	36	1296
80	39,01	36	1296
80	46,03	36	1296
90	32,71	40	1600
90	39,59	40	1600
90	46,50	40	1600
90	53,42	40	1600
90	60,36	40	1600
90	48,55	44	1936
90	55,41	44	1936
90	62,28	44	1936
90	69,17	44	1936
90	76,09	44	1936

Volume (m <sup>3</sup> ):	8,60
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,71

Hipótese 9			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
70	1,80	23	529
70	3,54	23	529
70	5,29	23	529
70	10,79	23	529
70	18,36	23	529
80	10,54	30	900
80	12,29	30	900
80	18,01	30	900
80	25,16	30	900
80	32,35	30	900
90	19,30	35	1225
90	25,79	35	1225
90	32,78	35	1225
90	39,79	35	1225
90	46,83	35	1225
90	32,71	40	1600
90	39,59	40	1600
90	46,50	40	1600
90	53,42	40	1600
90	60,36	40	1600
90	48,55	44	1936
90	55,41	44	1936
90	62,28	44	1936
90	69,17	44	1936
90	76,09	44	1936

Volume (m <sup>3</sup> ):	8,49
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,71

Hipótese 10			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
80	1,80	23	529
80	3,54	23	529
80	5,29	23	529
80	9,49	23	529
80	17,06	23	529
90	10,54	30	900
90	12,29	30	900
90	15,97	30	900
90	23,10	30	900
90	30,27	30	900
90	19,30	35	1225
90	25,79	35	1225
90	32,78	35	1225
90	39,79	35	1225
90	46,83	35	1225
90	32,71	40	1600
90	39,59	40	1600
90	46,50	40	1600
90	53,42	40	1600
90	60,36	40	1600
90	48,55	44	1936
90	55,41	44	1936
90	62,28	44	1936
90	69,17	44	1936
90	76,09	44	1936

Volume (m <sup>3</sup> ):	8,49
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,71



Hipótese 11			
fck (MPa)	As (cm <sup>2</sup> )	Lado (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )
90	1,80	22	484
90	3,54	22	484
90	5,29	22	484
90	11,37	22	484
90	19,08	22	484
90	10,54	30	900
90	12,29	30	900
90	15,97	30	900
90	23,10	30	900
90	30,27	30	900
90	19,30	35	1225
90	25,79	35	1225
90	32,78	35	1225
90	39,79	35	1225
90	46,83	35	1225
90	32,71	40	1600
90	39,59	40	1600
90	46,50	40	1600
90	53,42	40	1600
90	60,36	40	1600
90	48,55	44	1936
90	55,41	44	1936
90	62,28	44	1936
90	69,17	44	1936
90	76,09	44	1936

Volume (m <sup>3</sup> ):	8,49
Área Ocupada (m <sup>2</sup> ):	2,71

(fonte: elaborado pelo autor)

## **APÊNDICE B – Geometria dos modelos**

A seguir é apresentada a planta de geometria dos modelos utilizados. Os modelos 1 e 2 utilizaram da mesma geometria, para o modelo 3 foi necessário aumentar o tamanho do núcleo de concreto devido aos maiores deslocamentos apresentados pela estrutura.