UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL `

ESCOLA DE ENGENHARIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Projeto de Diplomação

Filipe Braga Couto

Orientadora : Professora Lucíola Campestrini

ESTUDO DE CASOS DA APLICAÇÃO DO MÉTODO VRFT PARA SISTEMAS MIMO

Porto Alegre

2015

Filipe Couto

ESTUDO DE CASOS DA APLICAÇÃO DO MÉTODO VRFT PARA SISTEMAS MIMO

Este trabalho é um Projeto de Diplomação submetido ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para Graduação em Engenharia Elétrica.

ORIENTADORA: Prof. Dr. Lucíola Campestrini

Porto Alegre

2015

Filipe Couto

ESTUDO DE CASOS DA APLICAÇÃO DO MÉTODO VRFT PARA SISTEMAS MIMO

Este trabalho foi analisado e julgado adequado para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Elétrica e aprovado em sua forma final pela Orientadora e pela Banca Examinadora.

Prof. Dr. Lucíola Campestrini

Prof. Dr. Leia Bagesteiro

Aprovado em:

BANCA EXAMINADORA

Lucíola Campestrini (Prof. Dr.) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Jeferson Flores (Prof. Dr.) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Diego Eckhard (Prof.Dr.) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Porto Alegre
2015

RESUMO

Neste trabalho é realizado um estudo sobre o método *Virtual Reference Feedback Tuning* – VRFT para estimar parâmetros de controladores em sistemas multivariáveis. Os sistemas multivariáveis são amplamente utilizados nos processos industriais e por vezes obter o modelo do sistema a ser controlado não é uma opção viável pelo excesso de recursos necessários para tal. Nestes casos os parâmetros de controle que melhor se adaptam ao processo podem ser estimados através de dados obtidos em experimentos no sistema a ser controlado. No entanto apesar do método VRFT ser o mais expressivo na literatura para sistemas com apenas uma variável de entrada e uma variável de saída, ainda existe necessidade de melhorias nas expansões do método para sistemas multivariáveis. Para sistemas com tais características existem diversas configurações de controle que podem ser utilizadas e a aplicação do método VRFT sem considerar as singularidades do processo pode implicar em um sistema de controle que não seja o mais eficiente. As contribuições deste trabalho são baseadas em expansões propostas para o método VRFT, porém que não consideraram diferentes estruturas de controle durante as simulações realizadas. Sendo assim diversos sistemas e estruturas de controle foram simulados, os resultados analisados e comparados com intuito de auxiliar o direcionamento do sistema de controle obtido através do método VRFT que atua de forma mais eficiente para os determinados processos descritos.

Palavras-Chave: Controle baseado em dados, Controle descentralizado, Controladores para sistemas multivariáveis

ABSTRACT

This paper regards the usage of the Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT) method to estimate control parameters in multivariable systems. The multivariable systems are widely used in industrial processes, but sometimes modeling a system is not possible or at least demands a lot of efforts and resources. In a case like this, is possible to project the controller through data obtained from experiments. However despite the VRFT method being one of the most famous method in literature, when is used for systems with one input and one output, its expansion for multivariable systems still need improvements. For systems with such characteristics, there are several possible control setups and applying the VRFT method to any process without considering their own singularities may result in an inefficient control system. The effort done in this work it is based on expansions previously proposed by other authors for VRFT method, which was not tested for different control structures. In this paper several systems and control structures are simulated, the results analyzed and compared with the purpose of helping the evolution of VRFT method on the search of the most efficient system control for any given process.

Keywords: Data-based control, Decentralized Control, Controllers for multivariable system

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES 8

LISTA DE TABELAS 12

LISTA DE ABREVIATURAS 13

LISTA DE SÍMBOLOS 14

1 INTRODUÇÃO 15

2 DEFINIÇÕES 16

3 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE 18

4 SINTONIA BASEADA EM REFERÊNCIA VIRTUAL 20

4.1 SISTEMAS SISO 20

4.2 SISTEMAS MIMO 22

5 SIMULAÇÕES COM PROCESSO 1 26

5.1 VALIDAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO 26

5.2 SIMULAÇÕES COM CONTROLADOR CHEIO E ENTRADA DEGRAU 28

5.2.1 SIMULAÇÕES COM RUÍDO FILTRO $F(q) = I$ 29

5.2.2 SIMULAÇÕES COM FILTRO $F(q) = T_d(T_d - I)$ 32

5.2.3 SIMULAÇÕES COM FILTRO $F(q) = T_d$ 35

5.3 SIMULAÇÕES COM CONTROLADOR CHEIO E ENTRADA PRBS 39

5.4 SIMULAÇÕES COM CONTROLADOR DESCENTRALIZADO EM SISTEMAS SEM RUÍDO 42

5.4.1 SIMULAÇÕES COM CONTROLADOR DESCENTRALIZADO COM T_{d1} 42

5.4.2 SIMULAÇÕES COM CONTROLADOR DESCENTRALIZADO COM T_{d2} e T_{d3} 45

5.4.3 SIMULAÇÕES COM CONTROLADOR DESCENTRALIZADO COM T_{d4} 50

5.4.4 SIMULAÇÕES COM CONTROLADOR DESCENTRALIZADO COM T_{d5} e T_{d5} 52

6 SIMULAÇÕES COM O PROCESSO WOOD BERRY 55

6.1 SIMULAÇÕES COM CONTROLADOR CHEIO E T_{d7} 56

7 CONCLUSÕES GERAIS 58

REFERÊNCIAS 60

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1: SISTEMA DE MALHA FECHADA COM UMA ENTRADA E UMA SAÍDA 20

FIGURA 2: SINAIS APLICADOS NAS SIMULACÕES COM SISTEMAS DE DUAS ENTRADAS E DUAS SAIDAS 28

FIGURA 3: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{I}$, SEM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$.. 29

FIGURA 4: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{I}$, SEM A VARIÁVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$ 30

FIGURA 5: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{I}$, COM A VARIAVEL INSTRUMENTA $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$.. 31

FIGURA 6: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{I}$, COM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$ 31

FIGURA 7: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$, SEM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$.. 32

FIGURA 8: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$, SEM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$ 33

FIGURA 9: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$, COM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$.. 34

FIGURA 10: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$, COM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$ 34

FIGURA 11: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$, SEM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$.. 35

FIGURA 12: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$, SEM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$ 36

FIGURA 13: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$, COM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$.. 37

FIGURA 14: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O CONTROLADOR IDEAL (22) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$, COM A VARIAVEL INSTRUMENTAL $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{t})$ 37

FIGURA 15: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA AO APLICAR NA ENTRADA UM GERADOR DE BITS RANDÔMICO E UTILIZANDO E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{I}$ 39

FIGURA 16: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA AO APLICAR NA ENTRADA UM GERADOR DE BITS RANDÔMICO E UTILIZANDO E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$..... 39

FIGURA 17: PARÂMETROS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO E HISTOGRAMA DA FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA AO APLICAR NA ENTRADA UM GERADOR DE BITS RANDÔMICO E UTILIZANDO E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$ 40

FIGURA 18: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (22) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{I}$..... 42

FIGURA 19: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (22) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$ 43

FIGURA 20: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (22) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$. 44

FIGURA 21: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (39) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$. 45

FIGURA 22: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (39) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$ 46

FIGURA 23: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (42) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$. 47

FIGURA 24: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (42) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$ 48

FIGURA 25: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (45) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$. 50

FIGURA 26: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (45) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$ 50

FIGURA 27: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (48) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$. 52

FIGURA 28: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (48) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$ 52

FIGURA 29: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (49) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$. 53

FIGURA 30: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA (21) DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (49) E O CONTROLADOR DESCENTRALIZADO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$ 54

FIGURA 31: SINAIS APLICADOS NAS SIMULACÕES COM SISTEMA WOOD BERRY 55

FIGURA 32: SOBREPOSIÇÃO DA RESPOSTA PARA O SISTEMA WOOD BERRY DE MALHA FECHADA QUANDO UTILIZADO O MODELO REFERÊNCIA (54) E O CONTROLADOR CHEIO OBTIDO PELO MÉTODO VRFT COM FILTRO $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}$ 56

figura 33: sobreposição da resposta para o sistema wOOD BERRY de malha fechada quando utilizado o modelo referência (54) e o controlador CHEIO obtido pelo método vrft com filtro $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T_d}(\boldsymbol{T_d} - \boldsymbol{I})$ 57

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: COMPARAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DO CONTROLADOR IDEAL (23) E OS PARÂMETROS OBTIDOS ATRAVÉS DO MÉTODO VRFT 28

TABELA 2: COMPARAÇÃO DOS VALORES OBTIDOS PARA A FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ NAS SIMULAÇÕES COM O MODELO DESEJADO (22) E CONTROLADOR CHEIO E ENTRADA DEGRAU 38

TABELA 3: COMPARAÇÃO DOS VALORES OBTIDOS PARA A FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ NAS SIMULAÇÕES COM O MODELO DESEJADO (22) E CONTROLADOR CHEIO E ENTRADA PRBS 41

TABELA 4: COMPARAÇÃO DOS VALORES OBTIDOS PARA A FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ NAS SIMULAÇÕES COM O MODELO DESEJADO T_{d2} E $T_{d\boldsymbol{3}}$ COM CONTRALDOR DESCENTRALIZADO E ENTRADA DEGRAU 48

TABELA 5: COMPARAÇÃO DOS VALORES OBTIDOS PARA A FUNÇÃO CUSTO $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{P})$ NAS SIMULAÇÕES COM O MODELO DESEJADO T_{d4}, T_{d5} E T_{d6} COM CONTRALDOR DESCENTRALIZADO E ENTRADA DEGRAU 54

LISTA DE ABREVIAÇÕES

MIMO	*Multiple Input Multple Output*
SISO	*Single Input Single Output*
PID	Proporcional-integral-derivativo
PRBS	*Pseudorandom binary sequence*
TITO	*Two Input Two Output*
VRFT	*Virtual reference feedback tuning*

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbb{R}$	conjunto dos números reais
$J(\cdot)$	função Custo
$\zeta(t)$	variável Instrumental
∇	operador de derivada parcial
$\min_{P} J^{MR}(P)$	minimização de $J^{MR}(P)$ em relação a P
ρ	parâmetros dos subcontroladores
C_d	controlador ideal
T_d	modelo de referência

1. Introdução

Amplamente utilizado nos processos industriais, os sistemas multivariáveis por vezes exigem um complexo sistema de controle dada a interação entre as diferentes variáveis envolvidas na entrada do processo e os diversos parâmetros de saída. Por este motivo, para se obter um comportamento desejado, o controlador empregado deve levar em conta as múltiplas entradas e múltiplas saídas existentes na natureza do processo.

Uma maneira de se realizar a sintonia de controladores para um processo é primeiro obter o modelo e então aplicar algum procedimento de sintonia usual. Fazendo isto, é possível obter um controlador, que fará com que a saída desejada seja atingida com o tempo de resposta de cada variável dentro do limite aceitável e pouca ou nenhuma interferência entre as variáveis controladas[1]. No entanto existem algumas desvantagens em utilizar esse método para parametrização dos controladores: obter o modelo de um processo, principalmente se este for um processo multivariável, é extremamente complexo e exige uma grande quantidade de recursos que nem sempre estão disponíveis para as indústrias.

Um dos controladores mais utilizados na indústria é o controlador PID (proporcional-integral-derivativo) devido a sua simplicidade de aplicação e a capacidade de obter, através destes, um resultado satisfatório e erro zero após a acomodação do sistema. Dentre os métodos que podem ser utilizados para projetar os controladores PID para sistemas multivariáveis, os métodos de controle baseados em dados possuem um benefício em relação aos demais métodos, pois não é necessário que se obtenha o modelo do processo. A informação sobre o processo é obtida através dos dados de entrada e saída coletados do processo ou de alguns experimentos extras caso sejam necessários. O controlador é sintonizado com base nas seguintes informações: as entradas e saídas do processo; a estrutura do controlador selecionada para a operação (PID, por exemplo) e o desempenho desejado do sistema em malha fechada, que será uma matriz de transferência.

Um método que pode ser utilizado para que seja realizada a sintonia dos controladores PID é o método *Virtual Reference Feedback Tuning* – VRFT. No entanto, este método originalmente criado para sistemas com apenas uma variável de entrada e saída, ainda possui pontos a serem melhor explorados para sua aplicação nos sistemas multivariáveis. O método proposto em [6] apresentou resultados mais eficientes que os métodos anteriores [4] [9], uma vez que em [6] os requisitos de desempenho podem ser diferentes para cada malha, o que era uma limitação no método apresentado anteriormente. Contudo é importante que o método seja extensivamente testado, com diferentes sistemas e diferentes estruturas de controle, para que seja possível uma análise mais detalhada sobre o método.

Este trabalho foi realizado com a intenção de aprimorar o método VRFT para que no futuro o mesmo possa ser aplicado aos processos industriais. O método proposto em [6] foi aplicado em diferentes processos com diferentes estruturas de controle e os resultados comparados entre si. Sendo assim este trabalho está dividido nos seguintes capítulos; Definições, Apresentação do problema de controle, Método VRFT, Simulações com Processo 1, Simulações com o processo Wood Beery e Conclusões.

2. Definições

Considere um processo linear discreto e invariante no tempo

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t) \tag{1}$$

onde q é o operador de avanço, $G(q)$ é a matriz de transferência de dimensão nxn, $u(t)$ e $y(t)$ representam a saída do controlador e a saída da planta, ambas representadas por um vetor coluna de dimensão n. O ruído $v(t)$ do processo pode ser escrito também na forma $v(t) = H(q)e(t)$ onde $e(t)$ é um vetor de ruído branco, onde cada elemento possui variância σ_{ei}^2, $i = 1, \dots, n$ e $H(q)$ é uma matriz função de transferência nxn .

Este processo é controlado por um controlador nxn linear e invariante no tempo. A Classe $\mathcal{C}$ desse controlador é especificada pelo usuário e o controlador é parametrizado por um vetor $P \in \mathbb{R}^{\rho}$, logo $u(t)$ pode ser escrito como

$$u(t) = C(q,P)(r(t) - y(t)) \tag{2}$$

onde $r(t)$ é o vetor de referência para o sistema e $C(q,P)$ é a matriz de transferência do controlador.

A relação de (1)-(2), para um sistema de malha fechada é dada por

$$y(t,P) = T(q,P)r(t) + S(q,P)v(t)$$

onde

$$S(q,P) = (G(q)C(q,P) + I)^{-1},$$

$$T(q,P) = S(q,P)G(q)C(q,P),$$

e tem-se agora uma dependência do controlador pelo vetor de parâmetros P explícito no sinal de saída $y(t,P)$. A Classe do controlador $\mathcal{C}$ é definida como

$$\mathcal{C} = \{C(q,P): P \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^{p}\}$$

e a estrutura do controlador a ser projetado é definido genericamente como

$$C(q,P) = \begin{bmatrix} C_{11}(q,\rho_{11}) & \dots & C_{1n}(q,\rho_{1n}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1}(q,\rho_{n1}) & \dots & C_{nn}(q,\rho_{nn}) \end{bmatrix} \tag{3}$$

onde $P = [\rho_{11}\ \rho_{12} \dots\ \rho_{n1} \dots \rho_{nn}]^T$. Cada subcontrolador $C_{ij}(q,\rho)$ pode possuir uma estrutura diferente e ter sua própria parametrização. Sendo assim C_{ij} pode ser escrito como

$$C_{ij}(q,\rho_{ij}) = \rho_{ij}^T \bar{C}_{ij}(q), \rho_{ij} \in \mathbb{R}^{m}, \tag{4}$$

o qual é linear nos parâmetros ρ e $\bar{C}_{ij}(q)$ é um vetor de funções causais e racionais. Uma das estruturas mais comuns de controlador é o PID, que é linearmente parametrizado e normalmente possui um polo derivativo fixo. Um controlador PID é descrito como

$$C_{ij}(q,\rho_{ij}) = \left[k_{p_{ij}}\ k_{i_{ij}}\ k_{d_{ij}}\right]\begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{q}{q-1} \\ \dfrac{q-1}{q} \end{bmatrix}$$

ou

$$C_{ij}(q,\rho_{ij}) = \left[\rho_{1j}\ \rho_{2j}\ \rho_{3j}\right]\begin{bmatrix} \dfrac{q^2}{q^2-q} \\ \dfrac{q}{q^2-q} \\ \dfrac{1}{q^2-q} \end{bmatrix}$$

3. Apresentação do Problema de Controle

Quando um engenheiro projeta um sistema de controle, o objetivo é alcançar certo desempenho tal que a saída do sistema esteja dentro de certos limites. O desempenho do sistema de malha fechada de um determinado sistema é moldado através de uma matriz de transferência de malha fechada "desejada" $T_d(q)$, também chamada de *modelo de referência*,

$$y_d(t) = T_d(q)r(t) \tag{5}$$

onde $T_d(q)$ contêm a resposta dinâmica desejada para o sistema de malha fechada, ou seja descreve a relação entre o sinal de referência $r(t)$ e a saída desejada $y_d(t)$.

O controlador a ser aplicado pode ser um controlador cheio, como demonstrado em (3) ou descentralizado

$$C(q,P) = \begin{bmatrix} C_{11}(q,\rho_{11}) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & C_{nn}(q,\rho_{nn}) \end{bmatrix} \tag{6}$$

As vantagens de se utilizar os controladores descentralizados para processos multivariáveis são: a maior flexibilidade na operação, maior tolerância a falhas e um projeto mais simplificado por possuir uma menor quantidade de parâmetros a serem projetados [7]. Por outro lado, controladores centralizados (ou cheios) são mais eficientes em obter um sistema em malha-fechada totalmente desacoplado, possibilitando melhor desempenho.

Os parâmetros do controlador podem ser obtidos otimizando um problema que minimiza o erro da resposta do sistema em malha fechada com o controlador e a resposta do modelo de referência escolhido.

$$\min_{P} J^{MR}(P) \tag{7}$$

$$J^{MR}(P) \triangleq \sum_{t=1}^{N} ||(T(q,P) - T_d(q)r(t)||_2^2 \tag{8}$$

O controlador ideal $C_d^{MR}(q)$ é aquele que faz com que a resposta do sistema de malha fechada seja exatamente igual ao modelo de referência $T_d(q)$ e é definido por

$$C_d^{MR}(q) = G(q)^{-1}T_d(q)(I - T_d(q))^{-1} \tag{9}$$

Geralmente, a obtenção deste controlador pode não ser alcançada através da otimização do problema (7) porque a estrutura do controlador $\mathbb{C}$ pode se restringir às opções possíveis. No entanto mesmo nesses casos de restrição, o controlador encontrado será o melhor controlador possível para o determinado sistema e deverá ser utilizado para uma melhor resposta do sistema de malha fechada. Quando a estrutura do controlador $\mathbb{C}$ é tal que $C_d^{MR}(q)$ pode ser encontrado, constata-se que o controlador ideal pertence à Classe do controlador disponível.

$Hipótese\ 1$: $C_d^{MR}(q) \in \mathbb{C}$: Sendo que para um determinado P_0, $C(q,P_0) = C_d^{MR}(q)$

O problema (7) pode ser resolvido usando o Regulador Quadrático Linear (LQR). No entanto tal método requer um conhecimento do modelo de processo $G(q)$, que na maioria dos casos, não está disponível para o projetista.

Na literatura, existem métodos de controle baseado em dados que foram desenvolvidos para achar a solução do problema (7) através dos dados coletados do sistema sem que seja encontrado o modelo do processo. Esses métodos foram desenvolvidos primeiramente para sistemas com uma entrada e uma saída, *SISO* (Single Input Single Output) [2], e foram parcialmente estendidos para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas, *MIMO (Multiple Input Multiple Output)* [4].

4. Sintonia Baseada em Referência Virtual.

O método de Sintonia Baseada em Referência Virtual (VRFT) utiliza dados de entrada e saída de um determinado sistema e identifica o vetor de parametrização P_0 do controlador, que torna a resposta do sistema de malha fechada mais próxima possível da resposta do modelo de referência. O método foi desenvolvido para sistemas SISO e algumas extensões são apresentadas em [3],[4],[9].

4.1 Sistemas SISO

Considere o sistema SISO representado pela Figura 1.

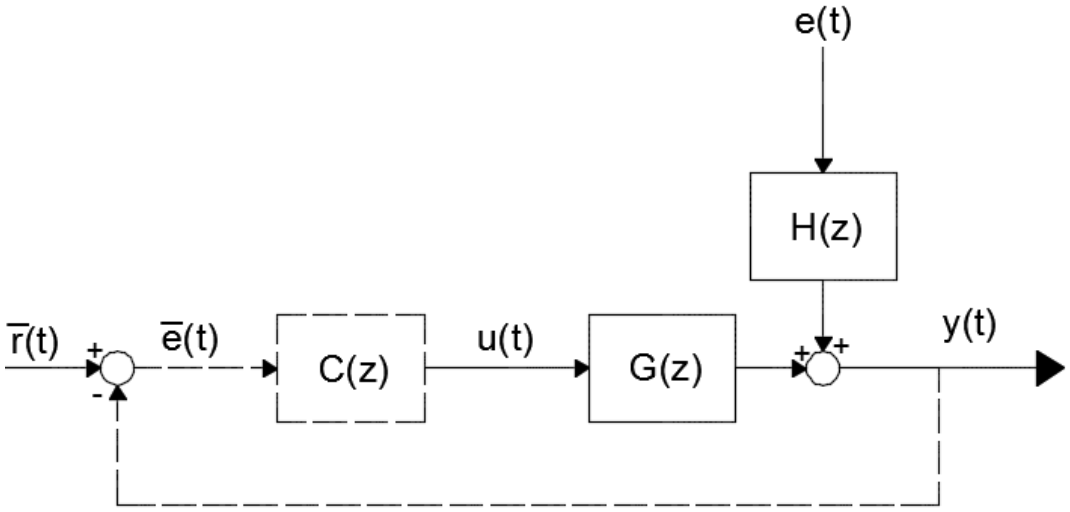

Figura 1 – Sistema SISO de malha fechada

No método VRFT, através de experimentos de malha aberta ou malha fechada, são coletados os dados de entrada $u(t)$ e os dados de saída $y(t)$. O erro virtual $\bar{e}(t)$, pode ser calculado pela diferença entre os dados de saída e a referência virtual $\bar{r}(t)$

$$\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - y(t)$$

Sendo assim um bom controlador é aquele que gera $u(t)$ quando alimentado pelo sinal $\bar{e}(t)$. Uma vez que ambos sinais $u(t)$ e $\bar{e}(t)$ são conhecidos, o controlador poderá ser identificado se a relação dinâmica entre $u(t)$ e $\bar{e}(t)$ for identificada. Dessa forma o método VRFT para sistemas SISO otimiza o problema

$$J_{SISO}^{VR}(\rho) = \sum_{t=1}^{N} (L(q)[u(t) - C(q,\rho)\bar{e}(t)])^2 \qquad (10)$$

onde $L(q)$ é o filtro utilizado para aproximar o mínimo $J^{VR}(\rho)$ e $J^{MR}(\rho)$ quando a Hipótese 1 não for ser satisfeita. Perceba que se o controlador é parametrizado linearmente $J_{SISO}^{VR}(\rho)$ é quadrático e pode ser facilmente minimizado, através da solução de um problema de mínimos quadrados.

$$\mathrm{P} = \begin{bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{12} \\ \rho_{21} \\ \rho_{22} \end{bmatrix} = \left(\sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\varphi^T(t) \right)^{-1} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t)u(t)$$

Apesar de $J_{SISO}^{VR}(\rho)$ ser diferente de $J^{MR}(\rho)$, quando a Hipótese 1 for respeitada, ambas as funções são minimizadas por $C_d^{MR}(q)$, que será o melhor controlador que pode-se utilizar para tal sistema de malha fechada. Dessa forma o método SISO VRFT resolve problemas de otimização para funções quadráticas sem que haja o conhecimento do modelo do processo $G(q)$, e consegue em algumas situações obter o mesmo controlador do problema de otimização do MR.

Quando os dados são corrompidos por ruídos, a minimização de (10) é feita utilizando uma variável instrumental, a fim de lidar com o erro introduzido na variável virtual $\bar{e}(t)$. Para casos assim, o instrumento mais comum na literatura é a coleta de dados de um segundo experimento com os mesmos sinais de entrada [3], [4],[9].

4.2 Sistemas MIMO

Em [4] o método VRFT foi estendido para sistemas MIMO e o artigo [9] apresenta um melhor entendimento do método estendido e sua aplicação para um motor a diesel. A formulação inicial considera novamente sem ruídos, ou seja $e(t) = 0$ em (1), e que o sistema tem a mesma quantidade de entradas quanto de saídas. Nestes trabalhos, os autores sugerem que as variáveis coletadas de entrada e saída sejam filtradas por um filtro igual a T_d, de forma que não seja necessária a sua inversão. Isto faz como que a função custo tenha seu mínimo alterado, a não ser quando esta matriz T_d seja diagonal, com todos os elementos iguais. Isso faz com que o método resulte em um controlador adequado apenas em casos específicos em que a escolha de desempenho idêntica em todas as malhas seja justificada. Mesmo que o controlador ideal esteja na classe de controladores escolhida, quando este método é utilizado com uma T_d que não é diagonal com os elementos iguais, o método não é capaz de encontrar o controlador ideal.

A fim de superar esses problemas, em [6] o seguinte método VRFT MIMO, inspirado no método VRFT SISO, foi proposto.

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^{N} ||(F(q)[u(t) - C(q,P)\bar{e}(t)||_2^2 \tag{11}$$

onde $u(t)$ e $\bar{e}(t)$ são vetores, $\mathrm{C}(q,P)$ é a matriz de função transferência do controlador e $F(q)$ é um filtro que pode ser utilizado para elevar o grau de liberdade.

Apesar dos resultados obtidos com o método proposto em [6] serem superiores aos demais métodos da literatura, a configuração ideal do filtro $F(q)$, que minimize o

problema (11) quando a Hipótese 1 não é atendida ou quando existe ruído na saída do sistema, não foi explorado pelo autor.

Quando a Hipótese 1 é satisfeita, este filtro pode ser utilizado para reduzir o efeito de ruídos de alta frequência quando utilizado um filtro de passa-baixa. Quando a Hipótese 1 não for satisfeita, o filtro pode ser utilizado para aproximar o mínimo de $J^{VR}(P)$ com o mínimo de $J^{MR}(P)$, assim como utilizado no caso de sistemas SISO. No entanto o filtro ideal para sistemas MIMO, como os casos analisados neste trabalho, ainda não está definido. Neste trabalho diferentes filtros foram testados a fim de verificar o desempenho dos mesmos em diferentes processos.

Outra importante propriedade de $J^{VRF}(P)$ é que quando a Hipótese 1 for satisfeita, através do mínimo de $J^{VRF}(P)$ encontra-se o controlador ideal $C_d^{MR}(q)$, não importa qual filtro $F(q)$ foi escolhido diferentemente dos métodos apresentados na literatura [2],[4]. Se substituir o erro virtual $\bar{e}(t)$ em $J^{VRF}(P)$ e considerar que o sistema não possui ruído, o critério de decisão de otimização torna-se

$$\sum_{t=1}^{N} ||F(q)[u(t) - C(q,P)(T_d^{-1}(q) - I)G(q)u(t)||_2^2 \tag{12}$$

Se $C(q,P)$= $C(q,P_0)$= $C_d^{MR}(q)$, então $J^{VRF}(P)$ é zero independente do filtro $F(q)$ utilizado.

Percebe-se que se $C(q,P)$ for linearmente parametrizado, então $J^{VRF}(P)$ é quadrático e uma solução exata existe para a otimização do problema (8). Como $J^{VRF}(P)$ também não depende da função de transferência $G(q)$, o método proposto é classificado como controle baseado em dados.

Se considerado um sistema TITO (*Two-Input Two-Output*), a estrutura do controlador apresentada em (3) é definida por:

$$C(q,P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}_{12}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}_{21}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix} \tag{13}$$

onde P = $[\rho_{11}\ \rho_{12}\ \rho_{21}\ \rho_{22}]^T$é o vetor de parâmetros do controlador a ser encontrado e $\bar{C}_{11}, \bar{C}_{12}, \bar{C}_{21}, \bar{C}_{22}$ é o vetor de funções causais racionais de cada subcontrolador.

Para um sistema 2x2, o filtro é definido por

$$F(q) = \begin{bmatrix} F_{11}(q) & F_{12}(q) \\ F_{21}(q) & F_{22}(q) \end{bmatrix} \tag{14}$$

A função (11) pode ser escrita como

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^{N} \left\| \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_{11}(q) & F_{12}(q) \\ F_{21}(q) & F_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}_{12}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}_{21}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_1(t) \\ \bar{e}_2(t) \end{bmatrix} \right\|_2^2 \tag{15}$$

Onde $w(t)$= $F(q)u(t)$ e $\bar{e}(t) = (T_d^{-1}(q) - I)y(t)$.

O mínimo de (15) irá ocorrer quando o gradiente da função for zero

Sendo $\varphi(t) = [A_1\ A_2]$

$$A_1 = \begin{bmatrix} F_{11}E_1(t) \\ F_{12}E_2(t) \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} F_{21}E_1(t) \\ F_{22}E_2(t) \end{bmatrix} \tag{16}$$

e

$$E_1 = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}(q)\bar{e}_1(t) \\ \bar{C}_{12}(q)\bar{e}_2(t) \end{bmatrix}, \; E_2 = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}(q)\bar{e}_1(t) \\ \bar{C}_{12}(q)\bar{e}_2(t) \end{bmatrix} \tag{17}$$

A solução do sistema de Equações (16) é dada por

$$P_{\mathrm{F}} = \begin{bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{12} \\ \rho_{21} \\ \rho_{22} \end{bmatrix} = \left(\sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\varphi^T(t) \right)^{-1} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t)w(t) \tag{18}$$

Sob a Hipótese 1 e considerando que a saída do processo não apresenta ruído, a solução de (18) é tal que,$C(q, P_{\mathrm{F}})$ é igual ao controlador ideal $C_d^{MR}(q)$. Na prática, onde o sinal é corrompido por ruído, a solução de (18) não é exata. Para corrigir isso usa-se uma variável instrumental. Para isso, um segundo experimento é realizado, usando o mesmo sinal de entrada do primeiro experimento; a variável instrumental $\zeta(t)$ é definida por

$$\zeta(t) \ = [A_1' \ A_2'] \tag{19}$$

sendo A_1' e A_2' similares a A_1 e A_2, mas formados com os sinais de saída coletados do segundo experimento $y_1'(t)$ e $y_2'(t)$.

A solução do problema de otimização ao utilizar a variável instrumental é

$$P_{\mathrm{VI}} = \left(\sum_{t=1}^{N} \zeta(t) \ \ \varphi^T(t) \right)^{-1} \sum_{t=1}^{N} \zeta(t) \ \ w(t) \tag{20}$$

Embasado na teoria apresentada, foram realizados diversos testes para sistemas multivariáveis com diferentes configurações de controle e diferentes filtros na plataforma MatLab R2011b. Quanto à estrutura do controlador, serão testados tanto os controladores cheios quanto os descentralizados, visando comparar a eficiência entre ambos os casos. Quanto às diferentes escolhas dos filtros, serão testados três diferentes filtros: $F(q) = I$, ou seja, sem utilizar filtro nenhum, inclusive para demonstrar que no caso ideal (classe sem ruído) o método identifica o C_d mesmo sem filtro nenhum; $F(q) = T_d$, visto que é o filtro mais utilizado na literatura e que também se comporta como um filtro passa-baixas, sendo adequado para filtrar ruídos de alta frequência; $F(q) = T_d(I - T_d)$, que em caso de dados coletados em malha aberta (sinais de entrada de mesmos formatos aos sinais de referência a serem aplicados), é o filtro usado no método VRFT SISO. Através dos parâmetros de controle obtidos e da resposta final de (12), foi possível comparar os resultados e constatar quais as melhores configurações e os melhores filtros para cada caso.

5. Simulações com Processo 1

5.1 Validação do método proposto

Para o teste de obtenção dos parâmetros de um controlador através do método VRFT para sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas, foi utilizado a planta

$$G_1(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.09516}{q-0.9048} & \frac{0.03807}{q-0.9048} \\ \frac{-0.02974}{q-0.9048} & \frac{0.04758}{q-0.9048} \end{bmatrix} \tag{21}$$

Esse mesmo processo foi utilizado nas simulações realizadas em [6] e [9]. O sistema de malha fechada utilizado como Modelo Referência possui uma resposta com tempo de resposta próximo ao tempo de resposta de malha aberta,

$$T_{d1}(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.1}{q-0.9} & 0 \\ 0 & \frac{0.4}{q-0.6} \end{bmatrix} \tag{22}$$

Neste caso, o controlador ideal $C_d(q)$ que fornece uma reposta perfeita com custo $J^{MR}(P)$ =0 é dado por

$$C_d(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.8406q-0.7606}{q-1} & \frac{-2.69q+2.434}{q-1} \\ \frac{0.5254q-0.4754}{q-1} & \frac{6.725q-6.085}{q-1} \end{bmatrix} \tag{23}$$

A eficácia do método utilizado é calculada através da função custo, que representa o custo da diferença entre a saída de malha fechada do sistema $y(t,P)$ e a resposta do modelo de referência $y_d(t)$, que no caso de um sistema de duas entradas e duas saídas é dado por

$$J(P) = \sum_{t=1}^{N} \left\| \begin{bmatrix} y_1(t,P) \\ y_2(t,P) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{d1}(t) \\ yd_2(t) \end{bmatrix} \right\|_2^2 \tag{24}$$

Para obtenção dos dados de malha aberta foram aplicados dois sinais ($u_1 e\ u_2$), com 100 amostras cada. O sinal de entrada aplicado na malha 1, é um

degrau unitário com o valor alterado de 0 para 1 a partir da décima amostra. O sinal de entrada aplicado na malha 2, foi também um degrau unitário, porém o seu valor foi alterado de 0 para 1 a partir da sexagésima amostra.

Para validação do método VRFT, no primeiro exemplo foram utilizados sinais sem adição de ruídos. Dessa forma foi possível comparar os parâmetros dos controladores obtidos através do método VRFT para um sistema de MIMO com os parâmetros ideais do controlador $C_d(q)$. Uma vez que o filtro $F(q)$ é utilizado para minimizar os efeitos do ruído, ou aproximar os mínimos no caso em que $C_d \notin$ C, o que não se aplica neste caso, o filtro utilizado foi $F(q)$ = I. Os controladores escolhidos foram, Controlador Cheio PI como representado em (25)

$$C(q,P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}(q) \end{bmatrix} \tag{25}$$

que satisfaz a Hipótese 1.

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Comparação entre os parâmetros do Contralador Ideal e do método VRFT.

Controlador P	VRFT		Ideal (Cd)	
$\rho 11$	0.8406	-0.7606	0.8406	-0.7606
$\rho 12$	-2.6905	2.4344	-2.6905	2.4344
$\rho 21$	0.5254	-0.4754	0.5254	-0.4754
$\rho 22$	6.7252	-6.0850	6.7252	-6.0850

Como mostrado na Tabela 1 os parâmetros obtidos através do método VRFT proposto utilizando o controlador cheio para um sistema sem ruído, são os mesmos parâmetros do controlador ideal, sendo assim o valor do custo $J(P)$ é igual a 0.

5.2 Simulações com controlador cheio e entrada degrau

Após comprovação do método VRFT para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas, o mesmo sistema representado em (22) foi testado com controlador cheio e os filtros $F(q) = T_d(T_d - I)$, $F(q) = T_d$ e $F(q) = I$ com e sem o auxílio da variável instrumental $\zeta(t)$. Neste caso, a $Hipotese$ 1 está sendo satisfeita e o filtro é utilizado com intuito de minimizar o ruído e não de aproximar os mínimos das funções (11) e (8). Visto que na prática a utilização de uma variável instrumental pode não ser viável, foram realizados testes sem a utilização de $\zeta(t)$ para verificar a possibilidade de se atingir resultados satisfatórios sem a necessidade de coletar dados de dois experimentos iguais. Visando a realização de simulações que fossem de fácil aplicação prática, também foi escolhido a utilização do sinal degrau na entrada do sistema. Durante os testes um sinal de entrada como demonstrado na Figura 2 foi aplicado ao sistema em malha aberta e um ruído de 1% foi adicionado nas saídas. A escolha desse sinal deve-se pelo fato de ser comumente aplicado na indústria e amplamente utilizado na literatura [5].

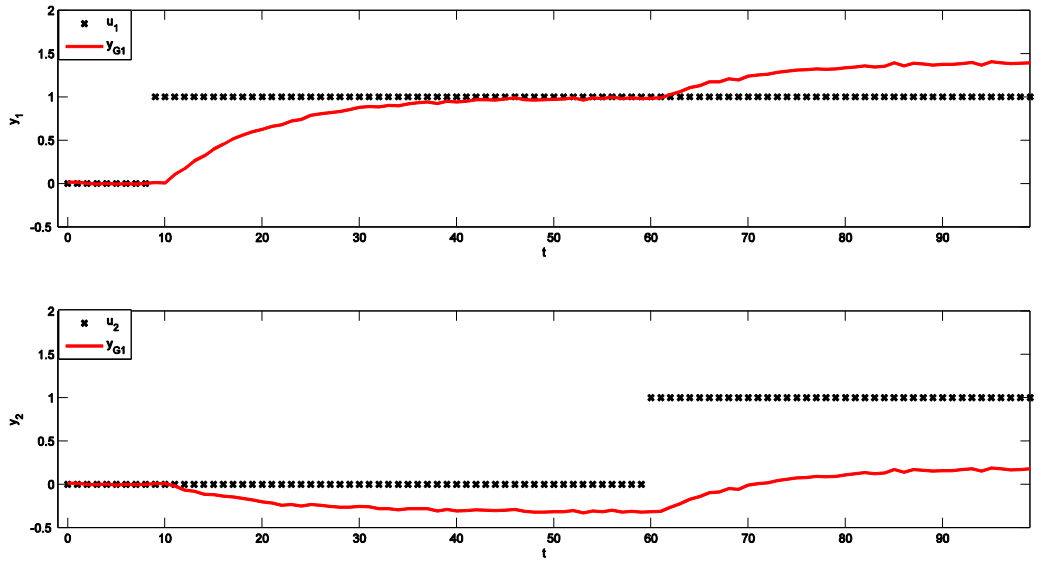

Figura 2 – Sinal de entrada e resposta do sistema em malha aberta.

Através das simulações foram obtidos 200 controladores que são apresentados como simulações de Monte Carlo e comparados com os valores ideais $C_d(q)$. Os resultados para as diferentes configurações de controladores são apresentados e discutidos a seguir.

5.2.1 Simulações com ruído e filtro $F(q) = I$

As Figuras 3 e 4 apresentam os resultados obtidos quando utilizado um controlador cheio com filtro I e sem auxílio da variável instrumental $\zeta(t)$. Percebe-se que diferentemente de quando testado a mesma configuração, porém sem ruído, os parâmetros obtidos através do método VRFT não são idênticos aos parâmetros de $C_d(q)$ e consequentemente a função $J(P)$ apresenta resultados diferentes de zero.

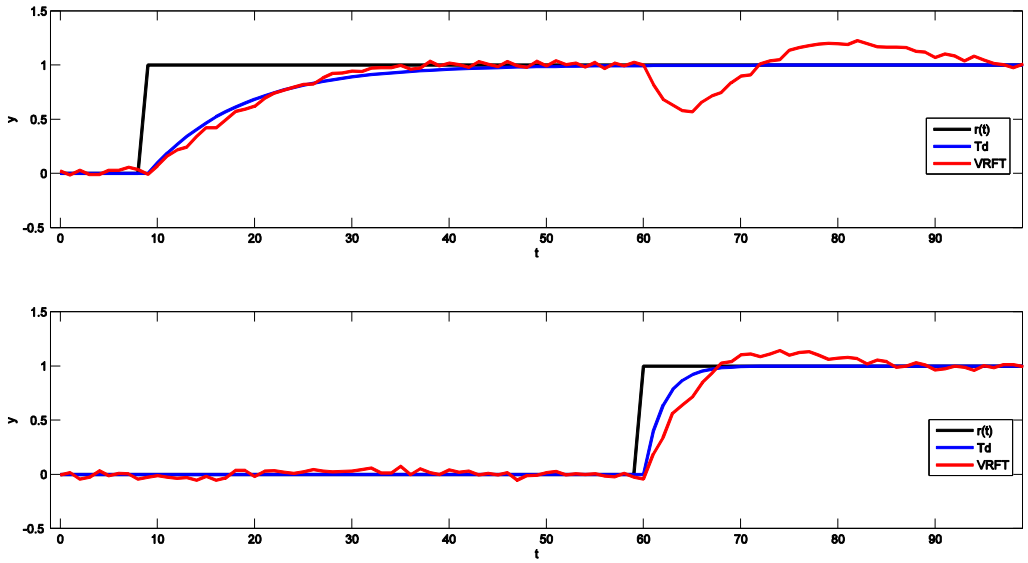

Figura 3 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e o controlador cheio obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = I$, sem a variável instrumental $\zeta(t)$..

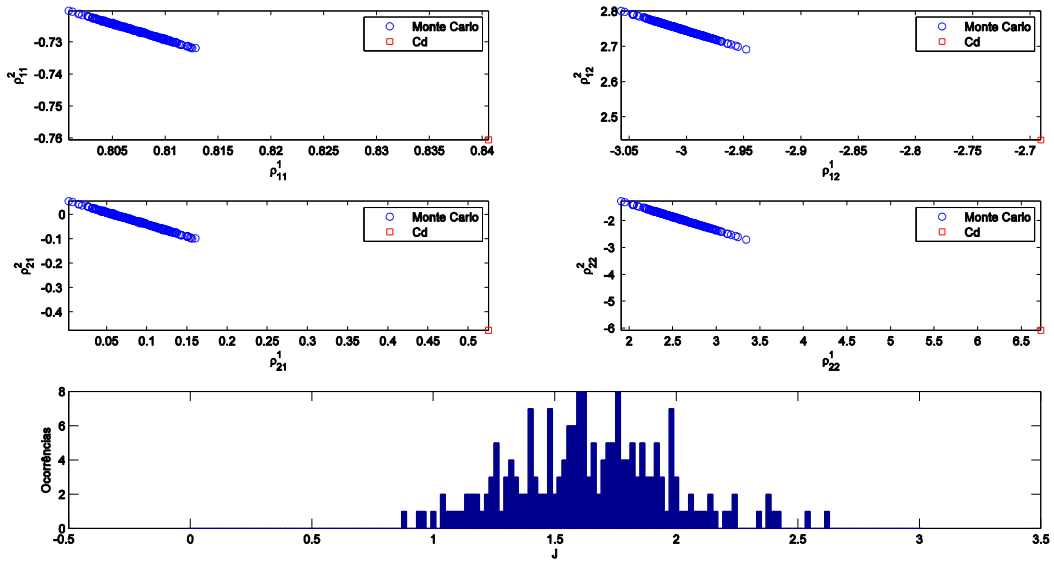

Figura 4 - Círculos azuis: Parâmetros obtidos nas simulações de Monte Carlo. Quadrado vermelho: Parâmetros do Controlador Ideal $C_d(q)$. Histograma dos resultados obtidos para o Custo $J(P)$ em cada uma das 200 simulações.

Nesta configuração o valor médio de $J(P)$ foi 1.6395. Em (27) está representada a matriz dos parâmetros do controlador obtido pelo método VRFT, formado pelos valores médios obtidos nas 200 simulações de Monte Carlo.

$$C_{VRFT}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{0.8029q - 0.7226}{q-1} & \dfrac{-2.9917q + 2.7371}{q-1} \\ \dfrac{0.0826q - 0.0243}{q-1} & \dfrac{2.5584q - 1.9180}{q-1} \end{bmatrix} \tag{27}$$

As Figuras 5 e 6 apresentam os resultados obtidos para a mesma configuração anterior, porém utilizando a variável instrumental $\zeta(t)$.

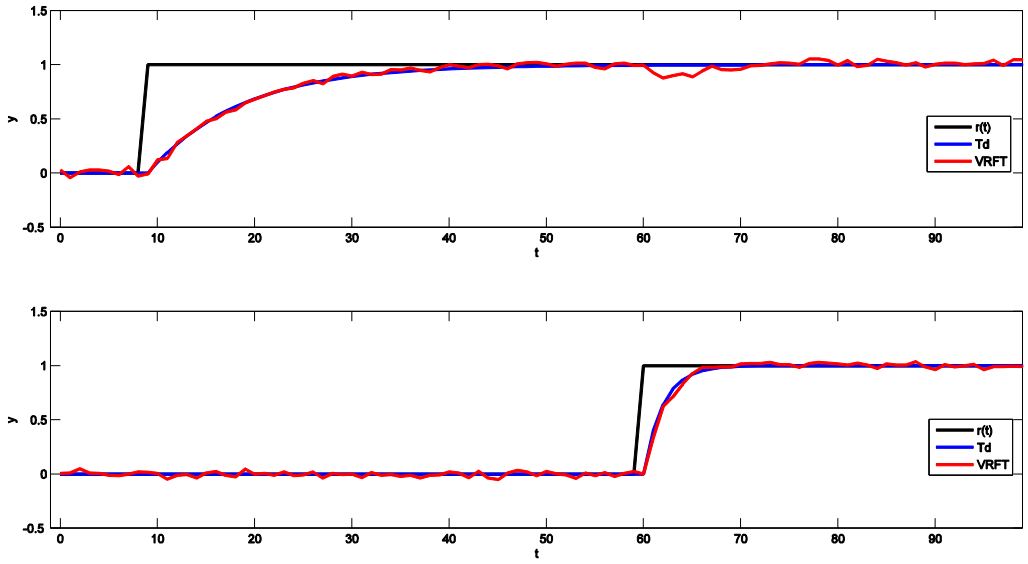

Figura 5 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e o controlador cheio obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = I$ com a variável instrumental.

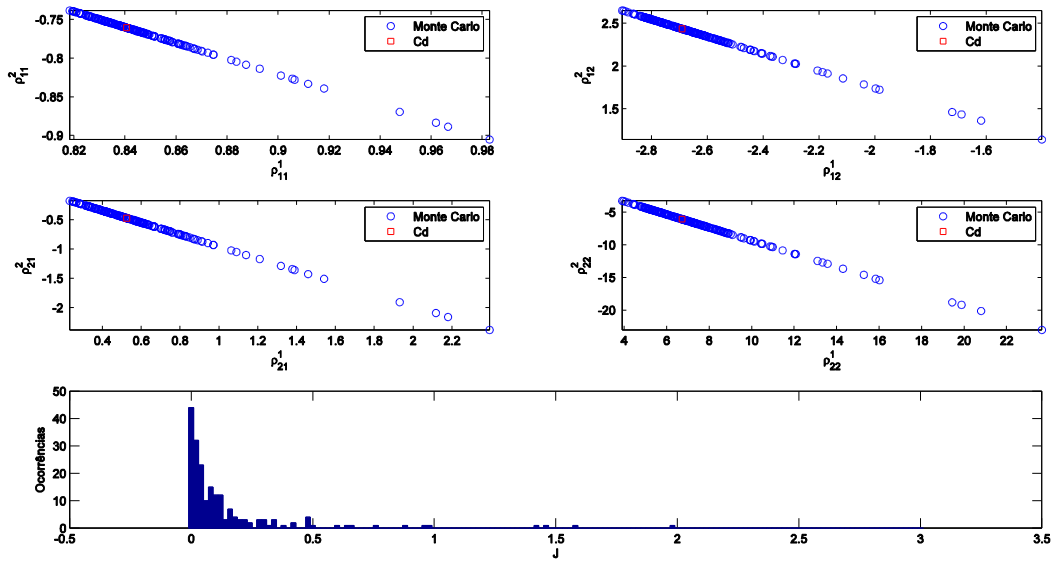

Figura 6 - Círculos azuis: Parâmetros obtidos nas simulações de Monte Carlo. Quadrado vermelho: Parâmetros do Controlador Ideal Cd (q). Histograma do Custo J(P) obtido em cada um dos 200 controladores simulados.

É notável através da resposta em malha fechada a melhoria do desempenho do controlador quando utilizada a variável instrumental. Tal melhoria é comprovada através dos resultados da função $J(P)$, apresentados na Figura 6. Com o auxílio da variável o valor médio de $J(P)$ foi de 0.1433, cerca de onze vezes menor quando comparado com o valor médio sem a utilização de $\zeta(t)$. Em (28) está representada a matriz dos parâmetros do controlador sintonizado pelo método VRFT, formado pelos

valores médios obtidos nas 200 simulações de Monte Carlo, correspondente à Figura 6.

$$C_{VRFT}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{0.8422q - 0.7627}{q-1} & \dfrac{-2.6181q + 2.3630}{q-1} \\ \dfrac{0.5982q - 0.5503}{q-1} & \dfrac{7.4663q - 6.8316}{q-1} \end{bmatrix} \tag{28}$$

5.2.2 Simulações com ruído e filtro $\boldsymbol{F(q) = T_d(T_d - I)}$

Ao testar o método VRFT utilizando um controlador cheio, $F(q) = T_d(T_d - I)$ e sem auxílio da variável instrumental $\zeta(t)$, foram obtidos os gráficos demonstrados na Figuras 7 e 8.

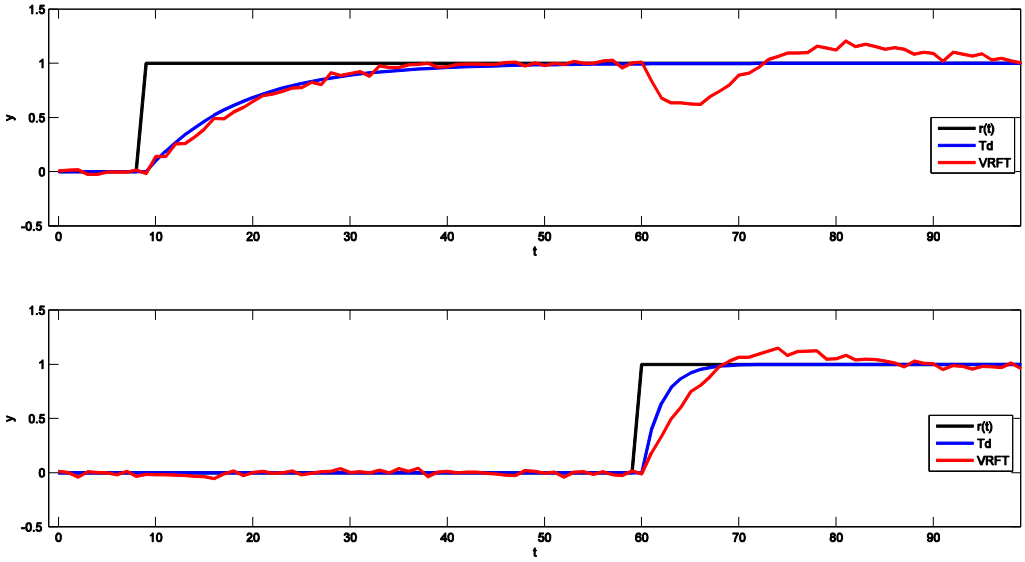

Figura 7 - Resposta do sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e quando utilizado o controlador obtidos através do método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$, sem auxílio da variável instrumental ζ(t).

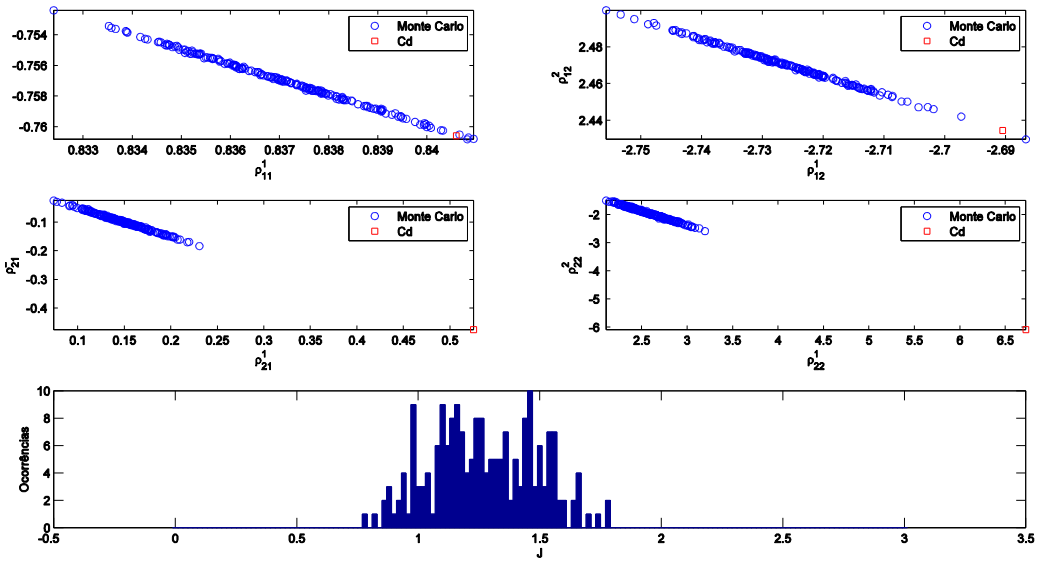

Figura 8 - Círculos azuis: Parâmetros obtidos nas simulações de Monte Carlo. Quadrado vermelho: Parâmetros do Controlador Ideal Cd (q). Histograma dos resultados obtidos para o Custo J(P) com cada uma dos 200 controladores.

O filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$ apresentou uma resposta muito semelhante ao filtro $F(q) = I$, o valor médio da função $J(P)$ foi de 1.2638. Os resultados médios dos parâmetros obtidos estão apresentados em (29).

$$C_{VRFT}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{0.8328q - 0.7532}{q-1} & \dfrac{-2.7127q + 2.4579}{q-1} \\ \dfrac{0.1478q - 0.0988}{q-1} & \dfrac{2.5761q - 1.9547}{q-1} \end{bmatrix} \tag{29}$$

Os parâmetros apresentados em (29) demonstram uma maior diferença entre os parâmetros ideais e os obtidos pelo método VRFT para ρ_{21} e ρ_{22}.

As Figuras 9 e 10 apresentam os gráficos obtidos para a mesma configuração anterior, porém utilizando $\zeta(t)$.

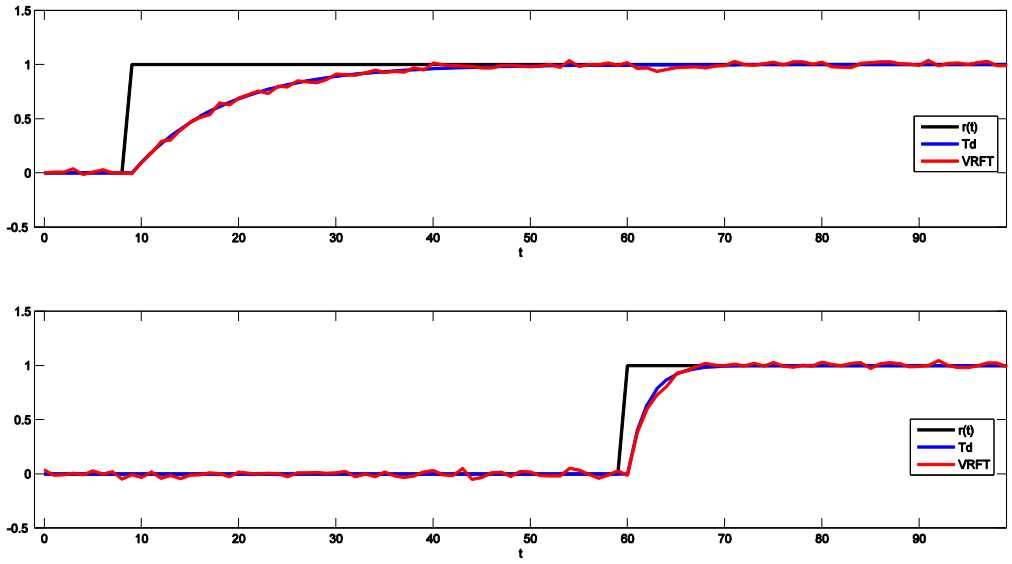

Figura 9 – Sobreposição da resposta para o Sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e o controlador cheio obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$ e com variável instrumental.

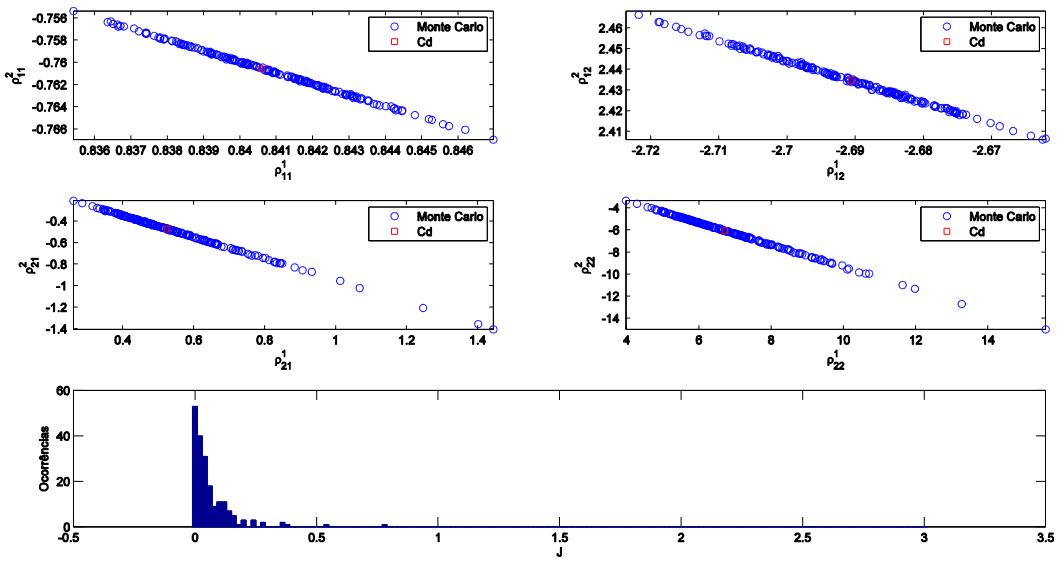

Figura 10 - Círculos azuis: Parâmetros obtidos nas simulações de Monte Carlo. Quadrado vermelho: Parâmetros do Controlador Ideal Cd (q). Histograma dos resultados obtidos para o Custo J(P) com cada uma dos 200 controladores

Novamente a utilização da variável instrumental reduziu a diferença entre a resposta do controlador ideal e do controlador obtido pelo método VRFT. Neste caso o valor médio da função $J(P)$ reduziu de 1.2638 para 0.0629. A média dos parâmetros obtidos nas 200 simulações estão apresentadas em (30).

$$C_{VRFT}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{0.8366q - 0.7570}{q-1} & \dfrac{-2.6780q + 2.4232}{q-1} \\ \dfrac{0.5501q - 0.5006}{q-1} & \dfrac{6.9240q - 6.2876}{q-1} \end{bmatrix} \tag{30}$$

5.2.3 Simulações com ruído e filtro $F(q) = T_d$

O sistema foi também simulado utilizando o método VRFT com controlador cheio e filtro $F(q) = T_d$. A resposta para essa configuração, sem a utilização da variável instrumental está demonstrada nas Figuras 11 e 12.

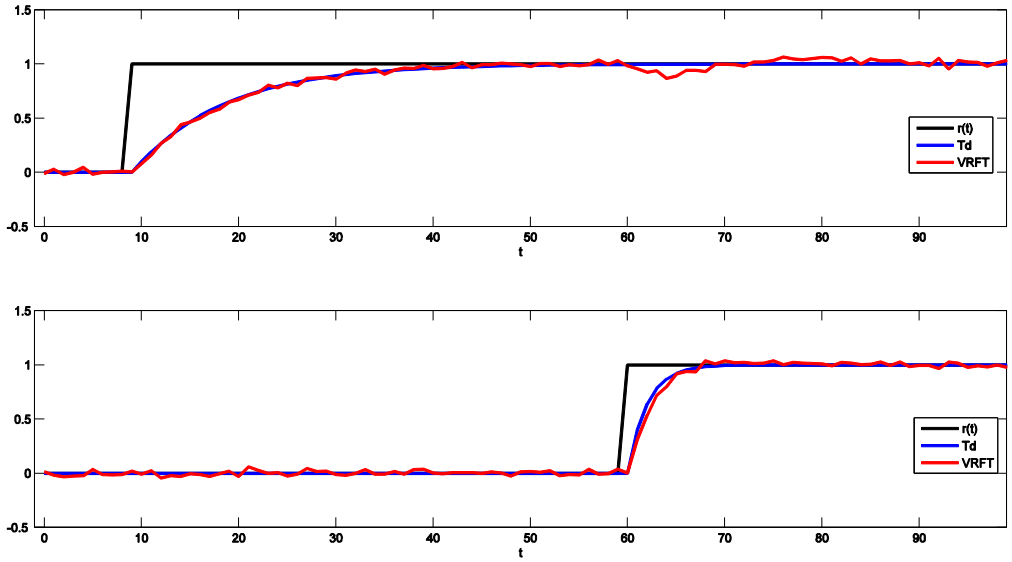

Figura 11 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e o controlador cheio obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$ sem a variável instrumental.

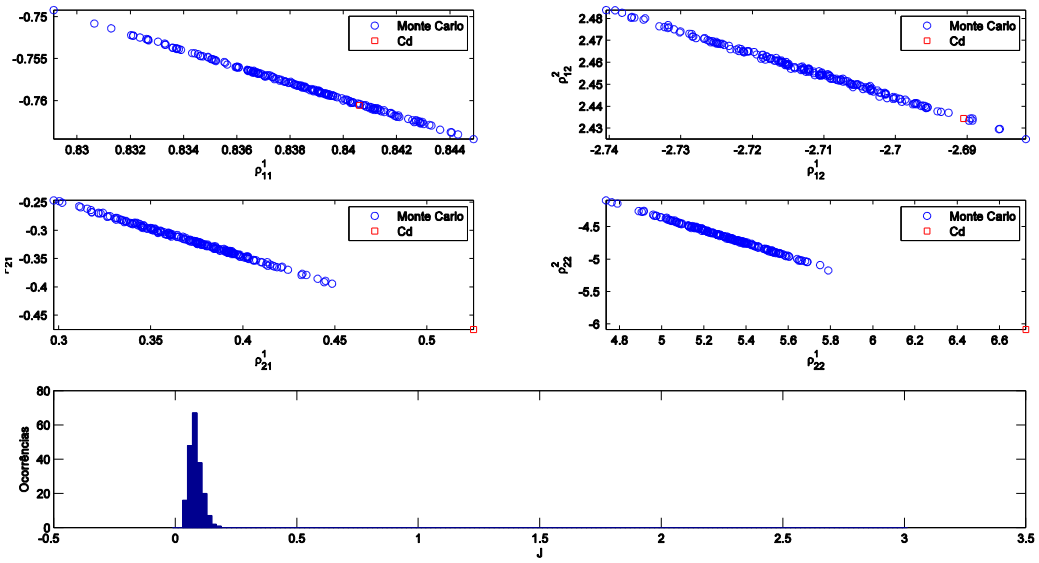

Figura 12 - Círculos azuis: Parâmetros obtidos nas simulações de Monte Carlo. Quadrado vermelho: Parâmetros do Controlador Ideal Cd. Histograma dos resultados obtidos para o Custo J(P) com cada uma dos 200 controladores

O filtro $F(q) = T_d$ apresentou uma resposta próxima à resposta do controlador ideal mesmo quando não utilizada a variável instrumental. O valor médio da função $J(P)$ foi de 0.0826, apenas 0.0197 maior do que o valor obtido com o filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$ quando utilizada a variável instrumental $\zeta(t)$. Os resultados médios dos parâmetros obtidos estão apresentados em (31).

$$C_{VRFT}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{0.8341q - 0.7544}{q-1} & \dfrac{-2.6986q + 2.44438}{q-1} \\ \dfrac{0.3701q - 0.3170}{q-1} & \dfrac{5.2753q - 4.6352}{q-1} \end{bmatrix} \tag{31}$$

A resposta para a mesma configuração, porém com a utilização da variável instrumental está representada nas Figuras 13 e 14

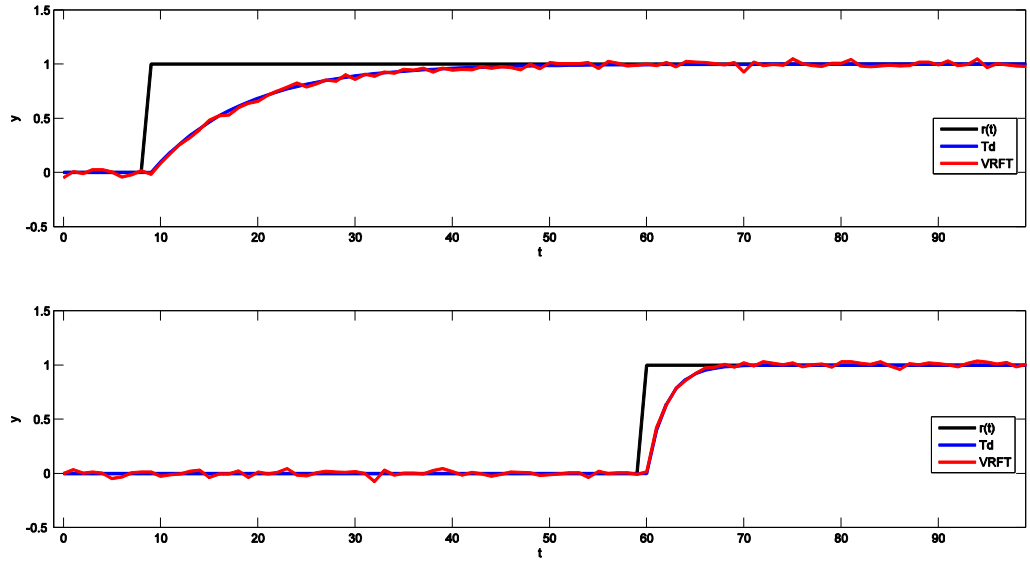

Figura 13 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e o controlador cheio obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$ com a variável instrumental.

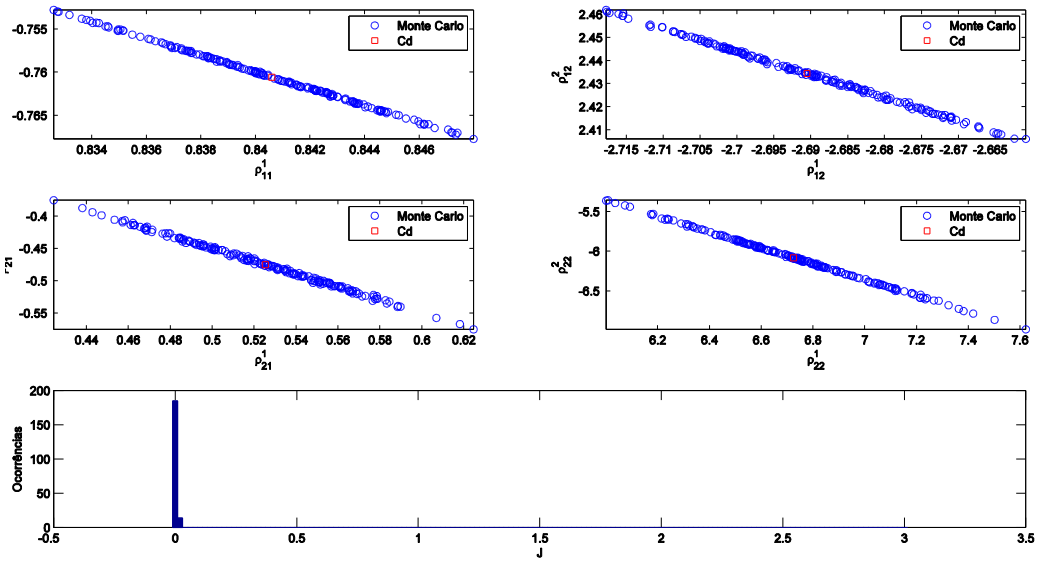

Figura 14 – - Círculos azuis: Parâmetros obtidos nas simulações de Monte Carlo. Quadrado vermelho: Parâmetros do Controlador Ideal Cd. Histograma dos resultados obtidos para o Custo J(P) com cada uma dos 200 controladores.

O valor médio para a Função Custo nas 200 simulações do sistema de malha fechada do controlador cheio obtido pelo método VRFT filtro $F(q) = T_d$ e utilizando $\zeta(t)$ é de apenas 0.0033. Os resultados médios dos parâmetros obtidos estão apresentados em (32).

$$C_{VRFT}(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.8364q - 0.7567}{q-1} & \frac{-2.6769q + 2.4220}{q-1} \\ \frac{0.5214q - 0.4716}{q-1} & \frac{6.6958q - 6.0590}{q-1} \end{bmatrix} \tag{32}$$

A Tabela 2 apresenta uma comparação entre os valores obtidos para os três filtros testados, com e sem a utilização da variável instrumental $\zeta(t)$.

Table 2- Comparação entre os valores obtidos nas simulações com controladores cheios.

F(q)	I		$T_d(T_d - I)$		T_d	
$\zeta(t)$	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
$J(P)_{médio}$	0.1433	1.6395	0.0629	1.2638	0.0033	0.0826

Através da Tabela 2, percebe-se que o filtro $F(q) = T_d$ obteve o melhor desempenho entre todos os filtros independente da utilização ou não da variável instrumental. Tal resultado prova que a variável instrumental não altera o ordenamento dos filtros mais eficientes. Além disso, percebe-se que quando C_d ϵ C e portanto, o filtro apenas minimiza o ruído, um filtro do tipo passa baixa como T_d é mais eficiente.

5.3 Simulações com controlador cheio e entrada PRBS

Como visto em [6], uma combinação de degraus pode não ser suficientemente rica para a identificação de um controlador MIMO. Sendo assim as 3 configurações de filtro $F(q) = I,\ F(q) = T_d(T_d - I)\ e\ F(q) = T_d$ foram testadas para o mesmo sistema anterior, mas na entrada foi aplicado um PRBS de 100 amostras ao invés do sinal degrau de valor unitário. Quando o sistema foi simulado sem ruído, todos os três filtros alcançaram o desempenho esperado pelo método VRFT, ou seja $J(P)$=0. As Figuras 15, 16 e 17 trazem os gráficos das respostas para os filtros $I,\ T_d(T_d - I)$ e T_d respectivamente, quando simulado o mesmo sistema, porém adicionando um ruído de 1% e utilizando a variável instrumental $\zeta(t)$.

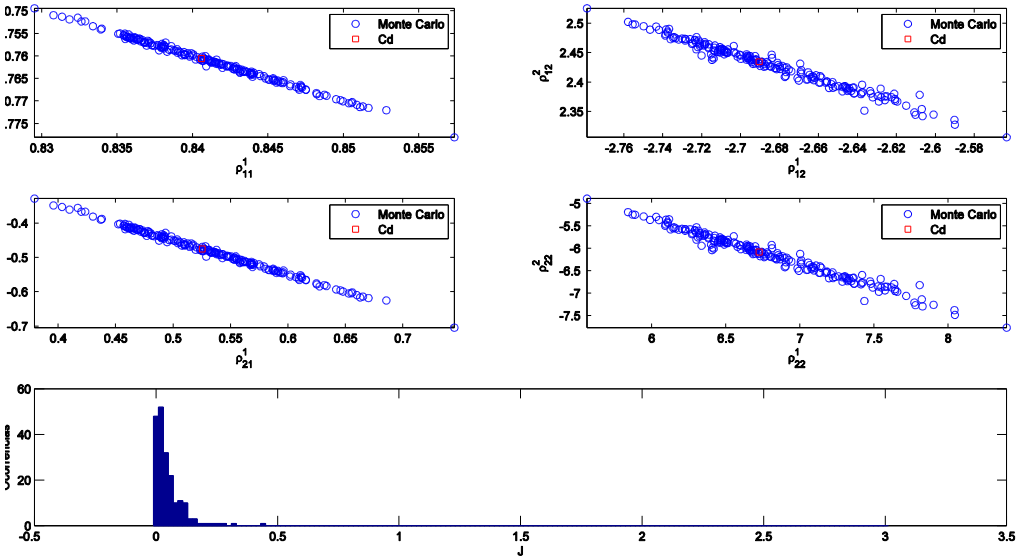

Figura 15 - Simulação de Monte Carlo e histograma da função custo J(P) para o método VRFT utilizando *F(q)=I* quando aplicado um simulador randômico de bits na entrada do sistema.

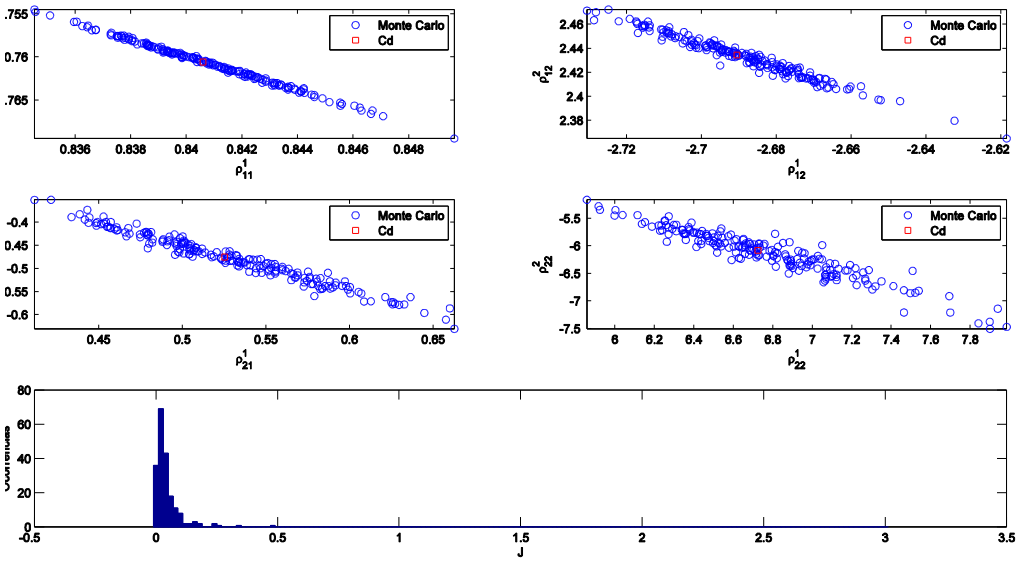

Figura 16 - Simulação de Monte Carlo e histograma da função custo J(P) para o método VRFT utilizando *F(q)=* $T_d(T_d - I)$ quando aplicado um simulador randômico de bits na entrada do sistema.

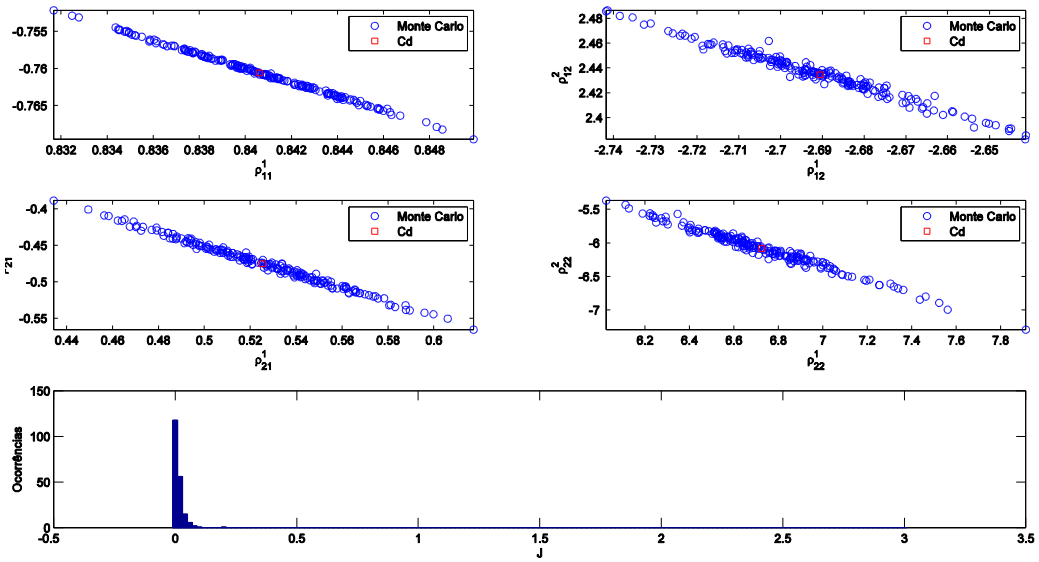

Figura 17 - Simulação de Monte Carlo e histograma da função custo J(P) para o método VRFT utilizando F(q)= T_d quando aplicado um simulador randômico de bits na entrada do sistema.

Para todos os três filtros obteve-se um valor médio da Função Custo $J(P)$ inferior aos valores obtidos quando aplicado um degrau na entrada do sistema. Para o filtro $F(q) = I$ a média da Função Custo $J(P)$ foi 0.05, enquanto para $F(q) = T_d(T_d - I)$ o valor médio de $J(P)$ foi 0.0445 e $F(q) = T_d$ apresentou um valor médio de $J(P)$ = 0.0032. A Tabela 3 apresenta a comparação entre os resultados obtidos com e sem a utilização da variável instrumental.

Table 3 - Comparação entre os valores obtidos nas simulações com controladores cheios e entrada PRBS

F(q)	I		$T_d(T_d - I)$		T_d	
$\zeta(t)$	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
$J(P)_{médio}$	0.05	0.4864	0.0445	0.2909	0.0032	0.0158

Assim como nas simulações anteriores o filtro $F(q) = T_d$ apresentou os melhores resultados, seguido por $F(q) = T_d(T_d - I)$ e $F(q) = I$. A Tabela 3 prova que em casos onde a $hipótese\ 1$ é satisfeita, é melhor utilizar o filtro T_d sem $\zeta(t)$ do que o filtro I com $\zeta(t)$. Em teoria como $C_d \in \mathrm{C}$, não seria necessário usar filtro e $\zeta(t)$ seria suficiente para deixar a estimativa não-polarizada. Por outro

lado, sabe-se que usar a variável instrumental aumenta a variância da estimativa [3], o que justifica o aumento do valor médio do custo. Novamente a utilização da variável instrumental não alterou a ordem dos filtros mais eficientes. Os valores médios dos parâmetros obtidos com a variável instrumental

$$C_{F(q)=I} = \begin{bmatrix} \frac{0.8372q - 0.7575}{q-1} & \frac{-2.6750q + 2.4196}{q-1} \\ \frac{0.5325q - 0.4825}{q-1} & \frac{6.7181q - 6.0889}{q-1} \end{bmatrix} \tag{33}$$

$$C_{F(q)=T_d(T_d-I)} = \begin{bmatrix} \frac{0.8366q - 0.7570}{q-1} & \frac{-2.6770q + 2.4219}{q-1} \\ \frac{0.5292q - 0.4792}{q-1} & \frac{6.7045q - 6.0850}{q-1} \end{bmatrix} \tag{34}$$

$$C_{F(q)=T_d} = \begin{bmatrix} \frac{0.8364q - 0.7568}{q-1} & \frac{-2.6781q + 2.4235}{q-1} \\ \frac{0.5234q - 0.4736}{q-1} & \frac{6.6939q - 6.0556}{q-1} \end{bmatrix} \tag{35}$$

5.4 Simulações com controlador descentralizado

O controlador descentralizado é amplamente utilizado em processos multivariáveis nas aplicações industriais e possui diversas vantagens já citadas neste trabalho. No entanto, não é possível, utilizando apenas os subcontroladores da diagonal principal de (3), obter o controle ideal que irá resultar $J^{MR}(P) = 0$. Este trabalho limita-se à análise do desempenho do controle descentralizado para sistemas sem ruídos com o intuito de verificar qual filtro $F(q)$ melhor aproxima os mínimos de J^{MR} e J^{VR}, implicando assim no melhor desempenho possível para a configuração descentralizada. Sendo assim, foi testada a resposta da planta representada por (21) em malha fechada utilizando controladores descentralizados.

5.4.1 Simulações com controlador descentralizado e T_{d1}

A Figura 18 apresenta a resposta obtida para a simulação do sistema de malha fechada (21) com filtro $F(q) = I$, sem adição de ruído e baseado no modelo de referência (22).

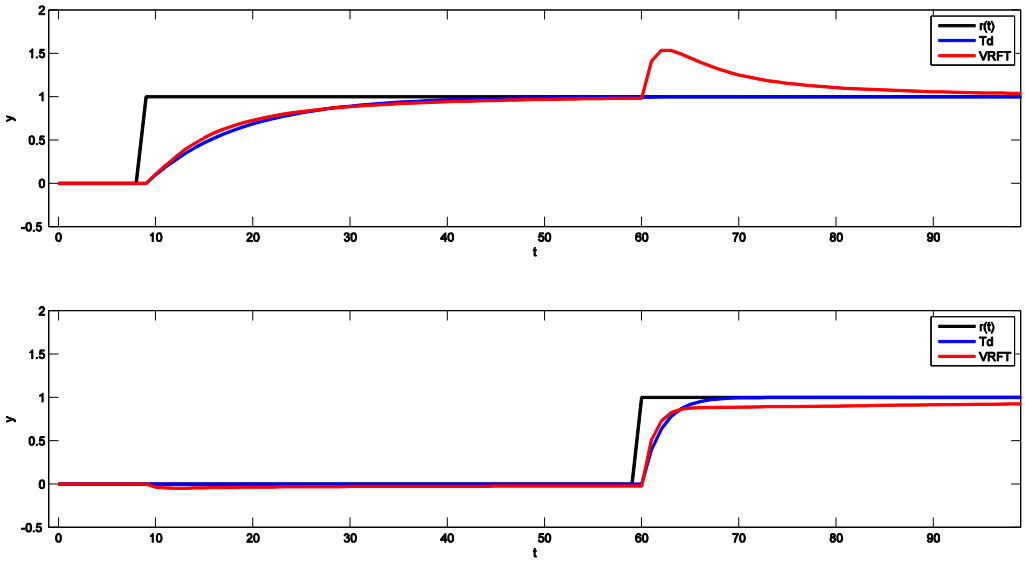

Figura 18 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = I$.

A resposta obtida na Figura 18 demonstra visualmente em t=10 e t=60 a dificuldade do controlador descentralizado com filtro $F(q) = I$ em impedir a interferência entre as duas variáveis do sistema. Neste caso a ação integral foi muito reduzida e por isto o período de acomodação da resposta transitória foi prolongado em y_2. Nesta simulação a função $J(P)$ obteve o valor final de 2.4548.. Os parâmetros obtidos para o controlador estão apresentados em (36).

$$C_{F(q)=I} = \begin{bmatrix} \dfrac{1.1044q - 1.0246}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{11.2123q - 11.0420}{q-1} \end{bmatrix} \tag{36}$$

O resultado das simulações com o filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$, está representado nas Figura 19.

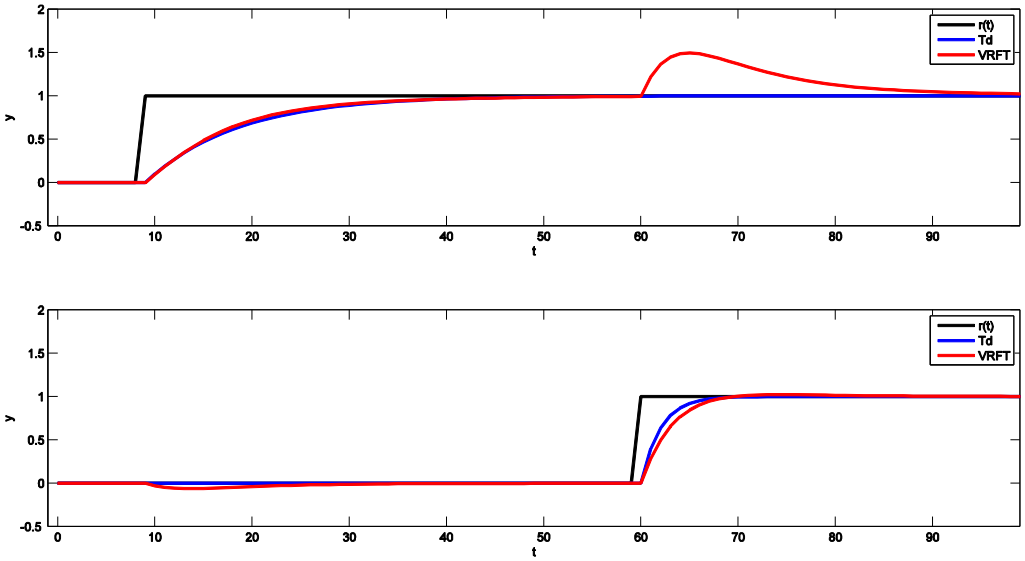

Figura 19 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$.

A resposta demonstrada na Figura 19 apresenta um melhor desempenho quando comparado com o tempo de acomodação da resposta transitória da Figura 18, Os parâmetros obtidos para este controlador através do método VRFT está representada em (37).

$$C_{F(q)=T_d(T_d-I)} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.9863q - 0.9034}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{6.0513q - 5.4775}{q-1} \end{bmatrix} \tag{37}$$

A resposta do controlador descentralizado utilizando filtro $\boldsymbol{F(q) = T_d}$ também foi simulada e pode ser visualizada na Figuras 20.

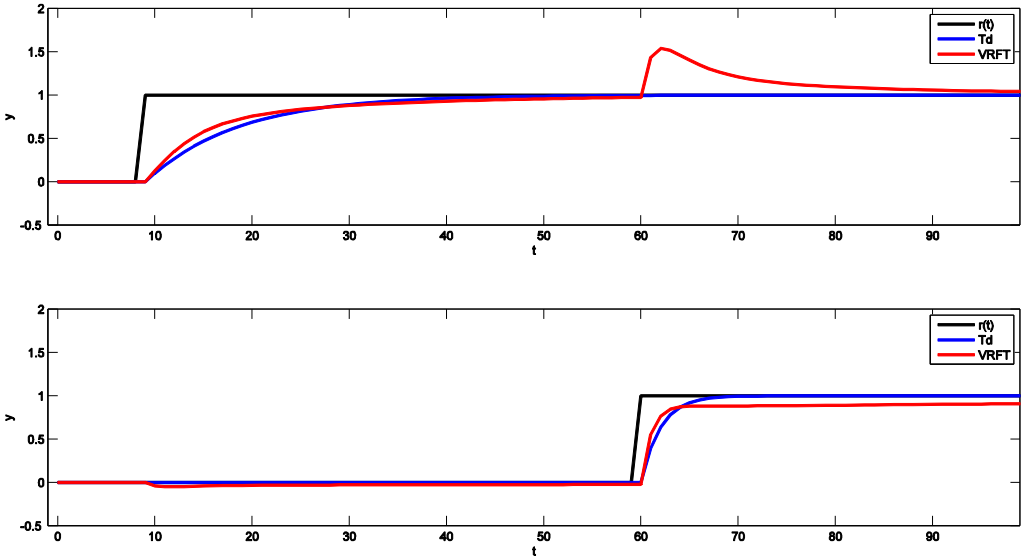

Figura 20 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador ideal e o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$.

Os parâmetros obtidos para o controlador descentralizado com filtro $F(q) = T_d$ é demonstrado por (38).

$$C_{F(q)=T_d} = \begin{bmatrix} \dfrac{1.2982q - 1.2188}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{12.1537q - 12.0293}{q-1} \end{bmatrix} \tag{38}$$

Diferentemente dos resultados obtidos com os controladores cheios, no controlador descentralizado o valor obtido para a função custo da resposta do sistema de malha fechada com filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$, foi inferior às respostas obtidas com os demais filtros. O custo obtido com o filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$, foi de 2.3517, enquanto que o custo obtido com $F(q) = T_d$, foi de 2.4548. Assim como nos testes com controladores cheios, o filtro $F(q) = I$ obteve a pior eficiência, apresentando um custo de 2.5183.

5.4.2 Simulações com controlador descentralizado e modelo referência T_{d2} e T_{d3}

O sistema (21) também foi testado com controle decentralizado para diferentes Modelos Referência. O primeiro modelo testado, é a matriz diagonal (39), com duas funções desejadas idênticas na diagonal que representa o modelo desejado principal.

$$T_{d2}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{1-0.8187}{q-0.8187} & 0 \\ 0 & \dfrac{1-0.8187}{q-0.8187} \end{bmatrix} \tag{39}$$

Nos próximos testes o filtro $F(q) = I$ não foi utilizado por ter apresentado até então sempre os piores resultados.

O procedimento realizado com (22) foi repetido utilizando a matriz desejada (39), a Figura 21 apresenta o resultado obtido para um controlador descentralizado com filtro $F(q) = T_d$ ao aplicar um sinal degrau na entrada e sem ruídos no sistema.

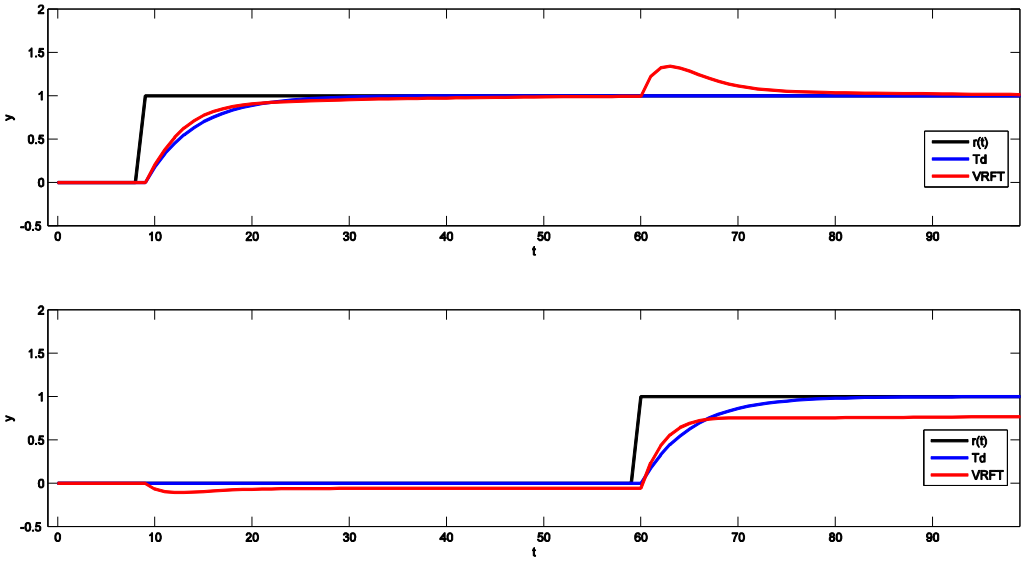

Figura 25 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$.

Assim como na Figura 20 o controlador descentralizado com filtro $F(q) = T_d$ não conseguiu atingir o valor de referência em uma das variáveis de saída e o valor

obtido para a Função Custo foi 2.3890. O resultado obtido para a mesma configuração porém com filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$ é demonstrada na Figura 22.

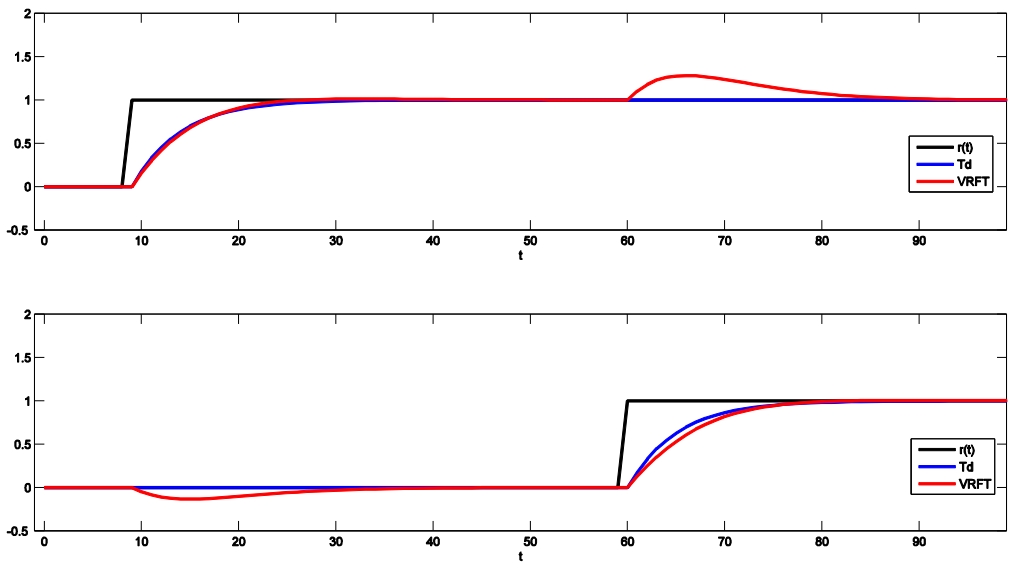

Figura 22 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d.-\mathrm{I})$.

Diferentemente de quando utilizado o filtro $F(q) = T_d$, o filtro $F(q) = T_d(T_d.-\mathrm{I})$ fez com que o sistema se acomodasse dentro do período analisado para ambas as variáveis. O valor obtido para a função custo foi 1.0771, menor do que a metade do custo obtido com $F(q) = T_d$. A configuração dos controladores obtidos com os filtros $F(q) = T_d$, e $F(q) = T_d(T_d.-\mathrm{I})$ estão apresentados em (40) e (41) respectivamente.

$$C_{F(q)=T_d} = \begin{bmatrix} \dfrac{2.1885q - 2.0440}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{6.1738q - 6.1515}{q-1} \end{bmatrix} \tag{40}$$

$$C_{F(q)=T_d(T_d.-\mathrm{I}),} = \begin{bmatrix} \dfrac{1.6665q - 1.5121}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{2.7615q - 2.5026}{q-1} \end{bmatrix} \tag{41}$$

Por vezes não é possível obter o controlador ideal pelo fato da $Hipótese\ 1$ não ser atendida. Nesses casos a utilização de um modelo referência com tolerância à interferência entre as variáveis, pode ser o melhor modelo a ser utilizado. Por este motivo foi realizado uma comparação entre os dois filtros $F(q) = T_d$, e $F(q) = T_d(T_d. - \mathrm{I})$, com a matriz (42), que representa o modelo desejado com tolerância para perturbações.

$$T_{d3}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{1 - 0.8187}{(q - 0.8187)} & \dfrac{0.1(q-1)}{(q-0.8187)(q-0.8187)} \\ \dfrac{-0.1(q-1)}{(q-0.8187)(q-0.8187)} & \dfrac{1 - 0.8187}{q - 0.8187} \end{bmatrix} \tag{42}$$

Mesmo o controlador ideal de (42) não sendo um PI, os zeros bem próximos dos polos influenciam positivamente no resultado obtido com um controlador descentralizado. O resultado obtido para o controlador com filtro $F(q) = T_d$ está representado na Figura 23

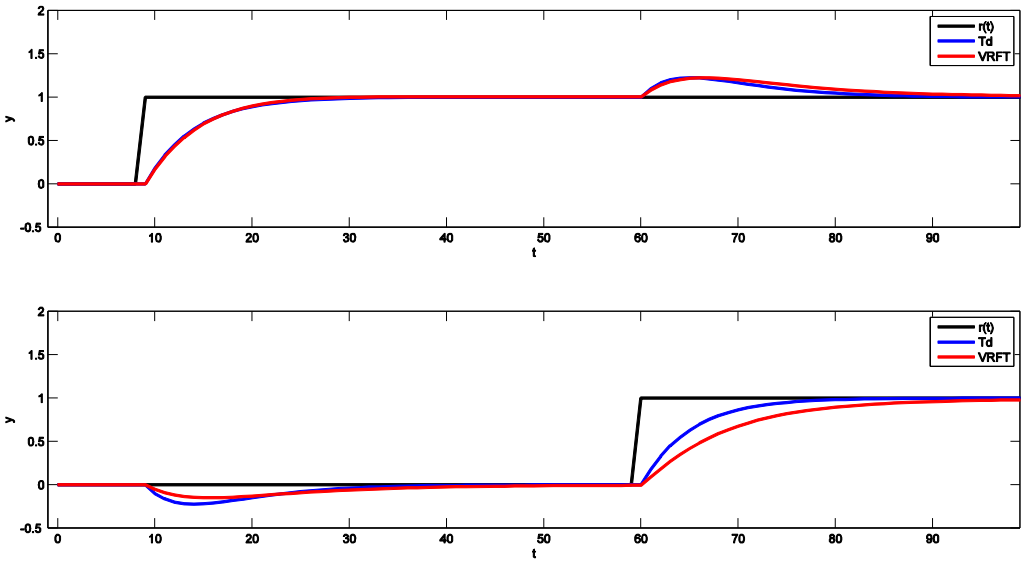

Figura 23 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$.

O valor da função custo obtido para o resultado demonstrado em (21) foi de 0.6640, quase quatro vezes menor do que o valor obtido com o Modelo de Referência

Diagonal. Analogamente o valor da Função Custo obtido para o filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$, também foi reduzido para cerca de 25% do valor obtido anteriormente. A Figura 24 apresenta a curva obtida para a simulação sem ruído do sistema de malha fechada para o filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$.

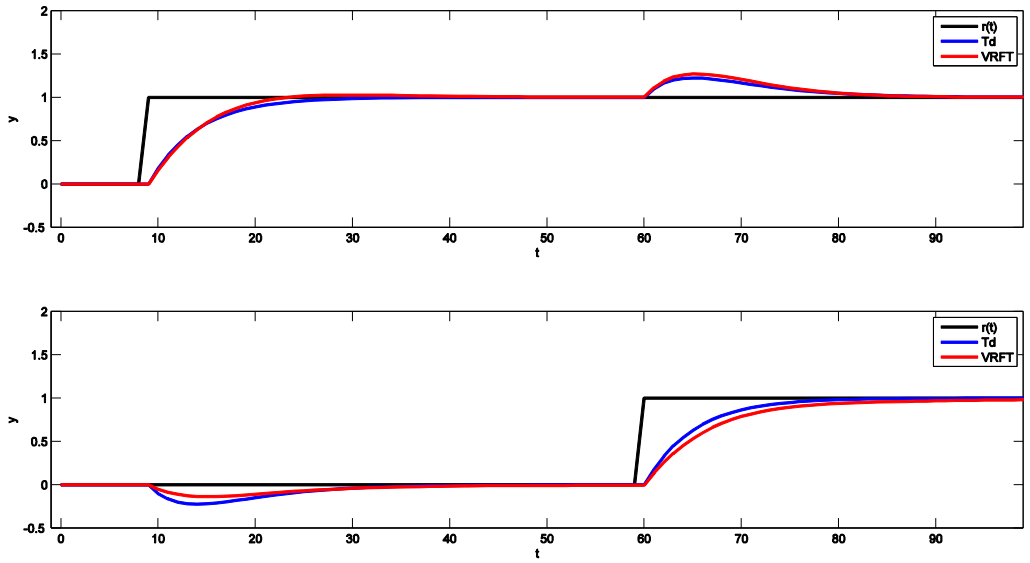

Figura 24 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d - \mathrm{I})$.

A Tabela 2 apresenta a comparação entre os resultados obtidos para ambos os filtros quando utilizado o modelo de referência desejado (T_{d2}) e o modelo de referência desejado com tolerância para perturbações (T_{d3}). Também foi calculado o custo entre a resposta do sistema obtida ao utilizar o modelo referência T_{d3} e a curva do modelo referência T_{d2}.

Tabela 4 – Comparação do custo obtido para cada modelo de referência com cada um dos filtros

T_d	$F(q) = T_d(T_d - I)$	$F(q) = T_d$
$T_2(P) - T_{\mathrm{d2}}$	1.0771	2.3890
$T_3(P) - T_{\mathrm{d3}}$	0.2449	0.6640
$T_3(P) - T_{\mathrm{d2}}$	0.6640	1.4746

Através da Tabela 4 constata-se uma maior eficiência do modelo com tolerância mesmo quando a resposta obtida é comparada com a curva do modelo sem tolerância. Sendo assim, fica claro que quando a $Hipótese\ 1$ não pode ser satisfeita o modelo de referência com tolerância é a melhor opção a ser utilizada.

Os parâmetros obtidos para os controladores, quando utilizado o modelo T_{d3}, são:

$$C_{F(q)=T_d} = \begin{bmatrix} \dfrac{1.7855q - 1.6346}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{2.0903q - 1.9241}{q-1} \end{bmatrix} \tag{43}$$

$$C_{F(q)=T_d*(T_d.-\mathrm{I}),} = \begin{bmatrix} \dfrac{1.7042q - 1.5266}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{2.9128q - 2.7048}{q-1} \end{bmatrix} \tag{44}$$

5.4.3 Simulações com controlador descentralizado e T_{d4}

Através do Modelo Referência apresentado em (45) foi possível comparar ambos os filtros quando aplicado a sistemas com polos 100% e 150% mais rápidos que os polos processo (21), ou seja,

$$T_{d4}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{1 - 0.7787}{(q - 0.7787)} & 0 \\ 0 & \dfrac{1 - 0.8187}{q - 0.8187} \end{bmatrix} \tag{45}$$

Os resultados obtidos para ambos os filtros podem ser vistos nas Figuras 25 e 26.

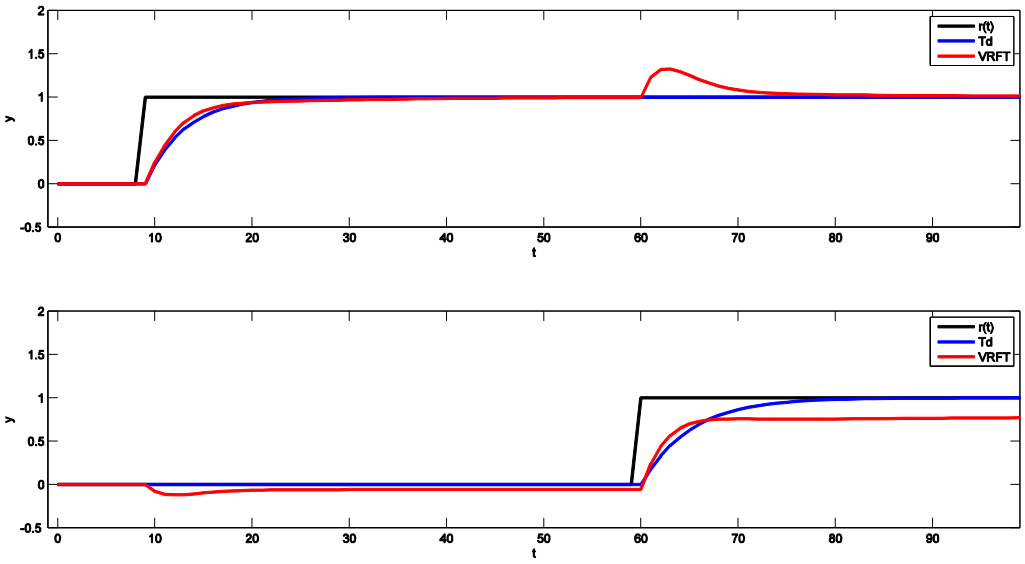

Figura 25 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$.

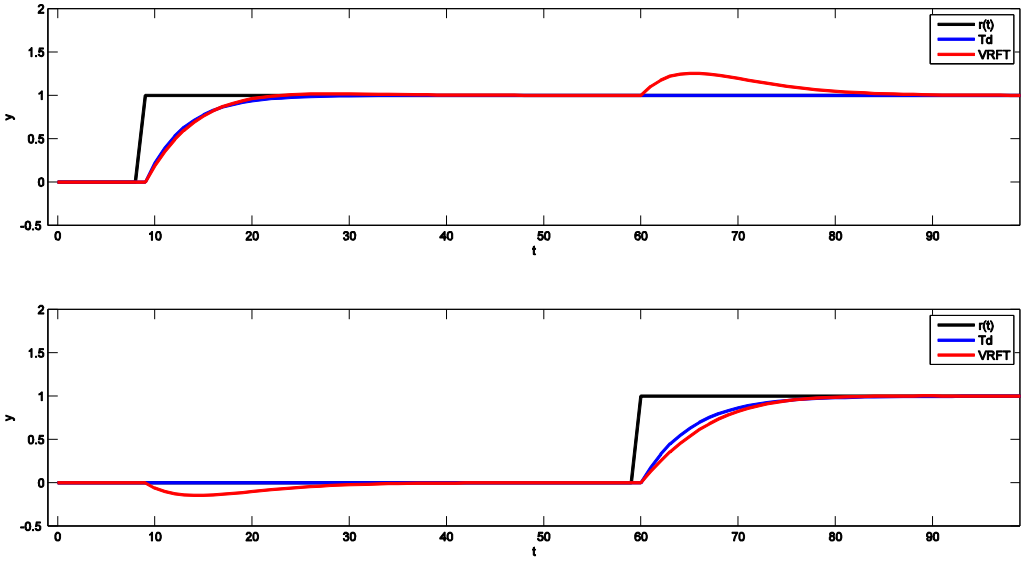

Figura 26 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d. - \mathbf{I})$.

Assim como nos outros modelos referência diagonais testados, o controlador VRFT com filtro $F(q) = T_d$, não conseguiu estabilizar uma das saídas no valor de referência da entrada. Devido a isto, o valor da função custo foi de 2.2590. O filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$ apesar de ter obtido um custo de 0.8760, valor quase 3 vezes

menor que o filtro $F(q) = T_d$, também teve um desempenho ruim quando comparado aos outros Modelos de Referência. Os parâmetros obtidos para os controladores com filtro $F(q) = T_d$ e $F(q) = T_d(T_d - I)$ são apresentados por (46) e (47) respectivamente.

$$C_{F(q)=T_d} = \begin{bmatrix} \dfrac{2.6233 - 2.4469}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{6.7252q - 6.1515}{q-1} \end{bmatrix} \tag{46}$$

$$C_{F(q)=T_d(T_d.-\mathrm{I}),} = \begin{bmatrix} \dfrac{2.0213q - 1.8323}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{2.7615q - 2.5026}{q-1} \end{bmatrix} \tag{47}$$

5.4.4 Simulações com controlador descentralizado com T_{d5} e T_{d6}

No Modelo de Referência (48), cada entrada apresenta uma mesma dinâmica para as duas saídas enquanto cada saída do Modelo (49) apresenta uma mesma dinâmica para as duas entradas.

$$T_{d5}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{1 - 0.7787}{(q - 0.7787)} & \dfrac{0.08(q-1)}{(q - 0.8187)(q - 0.8187)} \\ \dfrac{-0.1(q-1)}{(q - 0.7787)(q - 0.7787)} & \dfrac{1 - 0.8187}{q - 0.8187} \end{bmatrix} \tag{48}$$

$$T_{d6}(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{1 - 0.7787}{(q - 0.7787)} & \dfrac{0.1(q-1)}{(q - 0.7787)(q - 0.7787)} \\ \dfrac{-0.08(q-1)}{(q - 0.8187)(q - 0.8187)} & \dfrac{1 - 0.8187}{q - 0.8187} \end{bmatrix} \tag{49}$$

As figuras 27 e 28 apresentam as repostas em malha fechada de ambos os filtros para o Modelo (48).

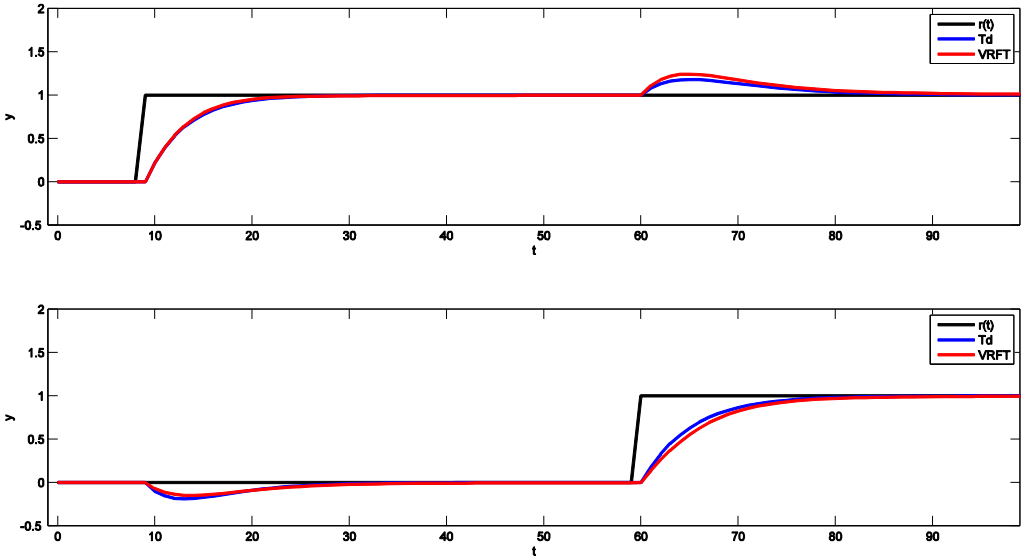

Figura 27 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$.

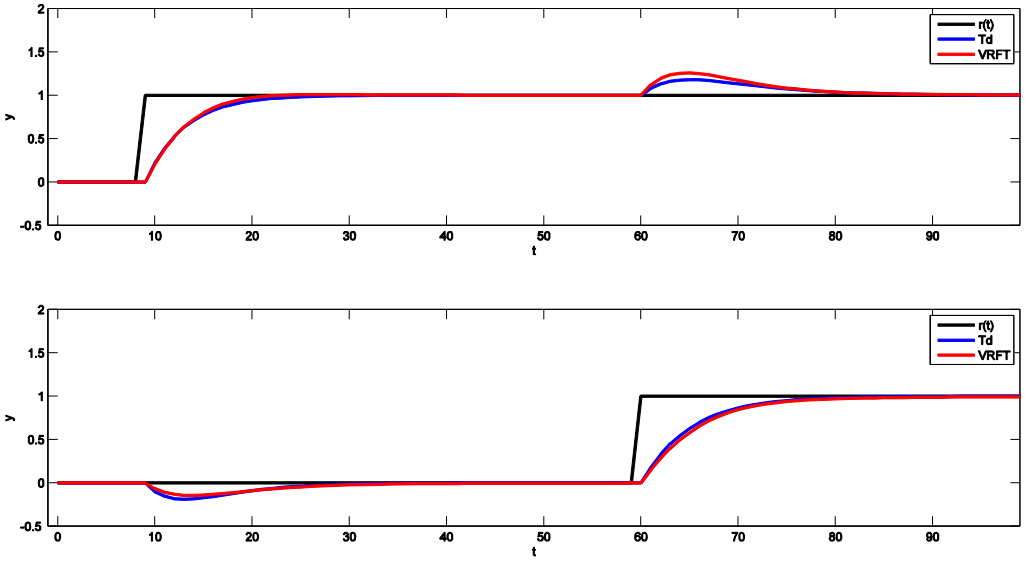

Figura 28 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d - \mathrm{I})$..

Para o Modelo (48) ambos os filtros obtiveram um desempenho semelhante. Para $F(q) = T_d$ o custo foi de 0.0977 contra 0.0867 para o $F(q) = T_d(T_d - I)$, os respectivos controladores são:

$$C_{F(q)=T_d} = \begin{bmatrix} \dfrac{2.3233 - 2.1445}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{2.8999q - 2.6528}{q-1} \end{bmatrix} \tag{50}$$

$$C_{F(q)=T_d*(T_d.-\mathrm{I}),} = \begin{bmatrix} \dfrac{2.2200q - 2.0220}{q-1} & 0 \\ 0 & \dfrac{3.1442q - 2.8886}{q-1} \end{bmatrix} \tag{51}$$

Para o Modelo (49) as respostas em malha fechada estão apresentadas nas Figuras 29 e 30.

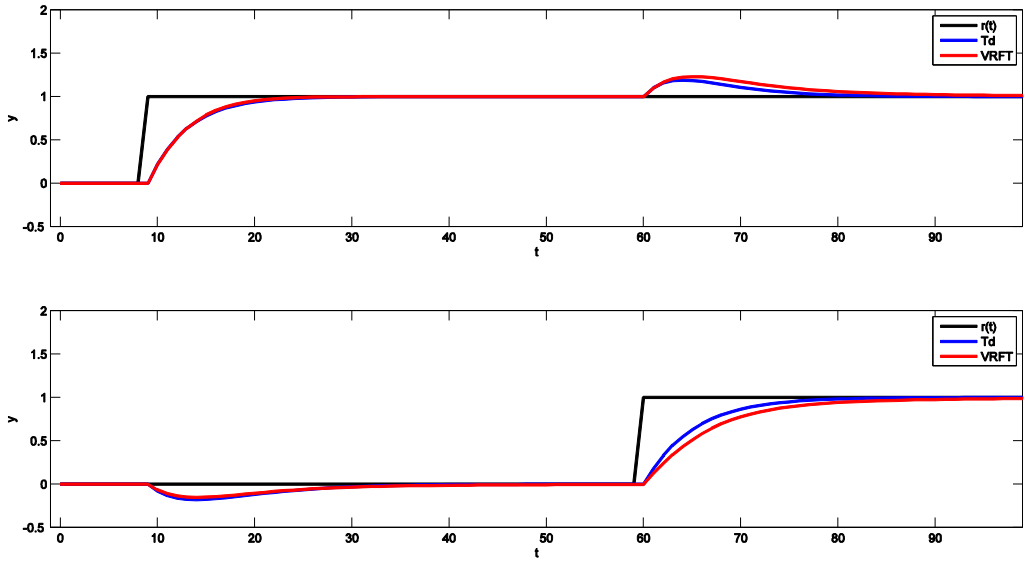

Figura 29 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$.

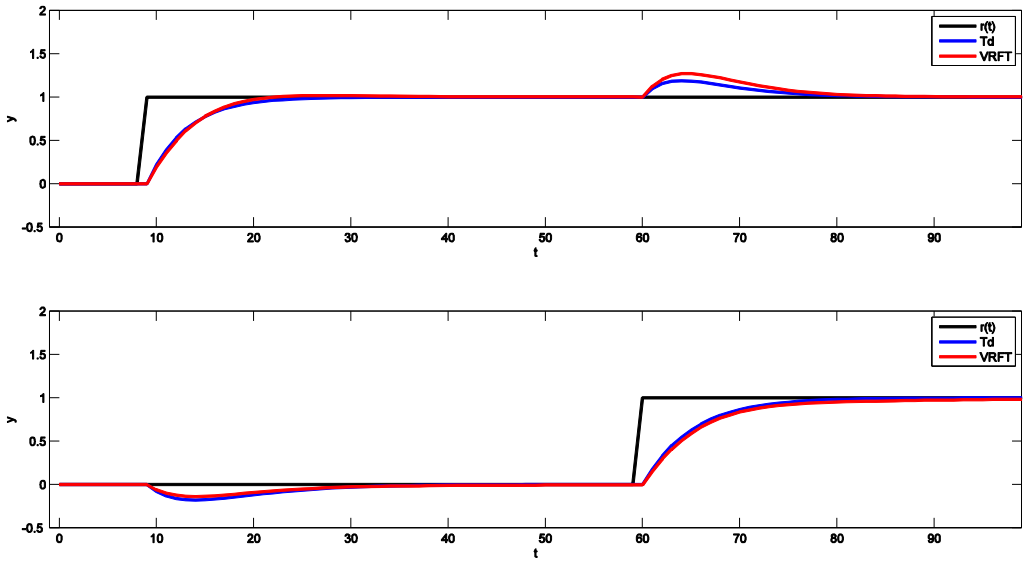

Figura 30 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador descentralizado obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d. - \mathrm{I})$.

Com este Modelo é perceptível a diferença entre ambos os filtros na entrada da segunda variável em t=60. A Tabela 3 apresenta a comparação entre os resultados obtidos para ambos os filtros quando utilizado o modelo de referência com mesma resposta dinâmica para ambas saídas (T_{d5}) e o modelo de referência cujo cada saída possui a mesma resposta dinâmica para ambas as entradas(T_{d6}).

Tabela 5 – Comparação do custo obtido para cada modelo de referência com cada um dos filtros

T_d	$F(q) = T_d(T_d - I)$	$F(q) = T_d$
T_{d4}	0.8760	2.2590
T_{d5}	0.0867	0.0977
T_{d6}	0.1340	0.2175

Enquanto a diferença entre ambos os filtros para T_{d5} foi de apenas 11,25%. Para T_{d6} o filtro $F(q) = T_d$ obteve um valor final de custo 38% menor que $F(q) = T_d(T_d - I)$.

6 Simulações com o processo Wood Berry

O processo Wood-Berry (1973), é um caso clássico para validação de métodos de controle para sistemas multivariáveis. O processo se trata de um sistema com duas entradas e duas saídas que descrevem o comportamento de uma coluna de destilação que separa metanol e água [8] representado por :

$$G_{WB} = \begin{bmatrix} q^{-1}\dfrac{0.7440}{(q-0.9419)} & q^{-3}\dfrac{0.5786}{(q-0.9123)} \\ q^{-3}\dfrac{-0.8789}{(q-0.9535)} & q^{-7}\dfrac{-1.3020}{(q-.9329)} \end{bmatrix} \tag{52}$$

A Figura 31 apresenta a resposta de malha aberta para o processo (52) quando aplicado um sinal degrau na entrada.

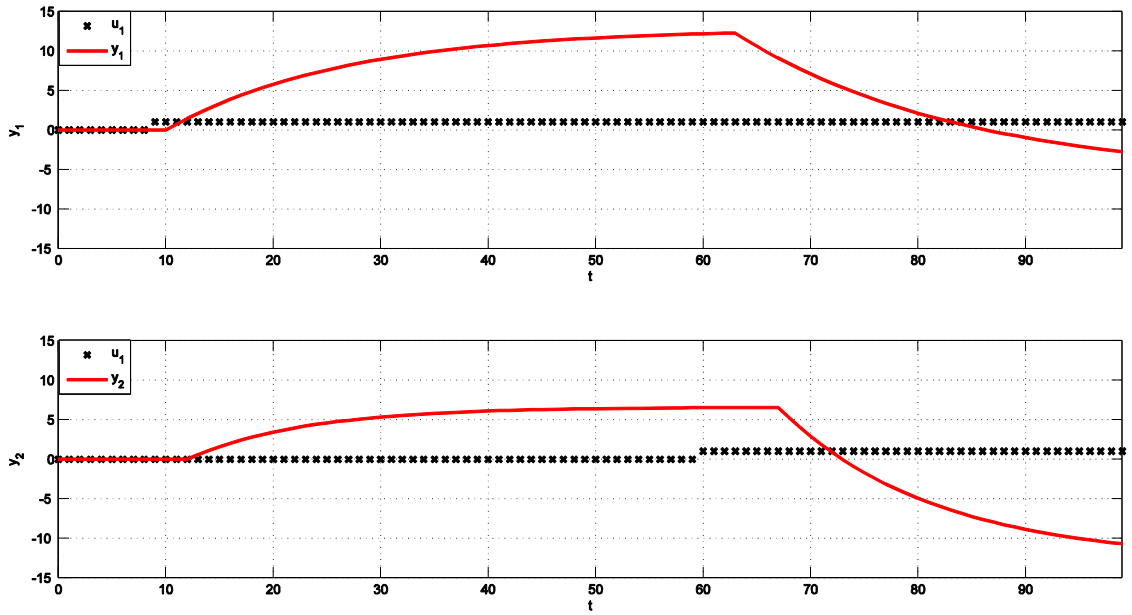

Figura 31 - Sinal degrau aplicado nos testes com o processo Wood Berry

6.1 Simulações com controlador cheio e T_{d7}

O modelo de referência utilizado está representado em (53) e traz dois polos idênticos

$$T_{d7} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.1}{(q-0.90)} & 0 \\ 0 & \dfrac{0.1}{(q-0.90)} \end{bmatrix} \tag{53}$$

Para o modelo (53) foram testados os filtros $F = T_d$ e $F = T_d(T_d - I)$. As Figuras 32 e 33 trazem respectivamente as respostas obtidas para cada um dos filtros.

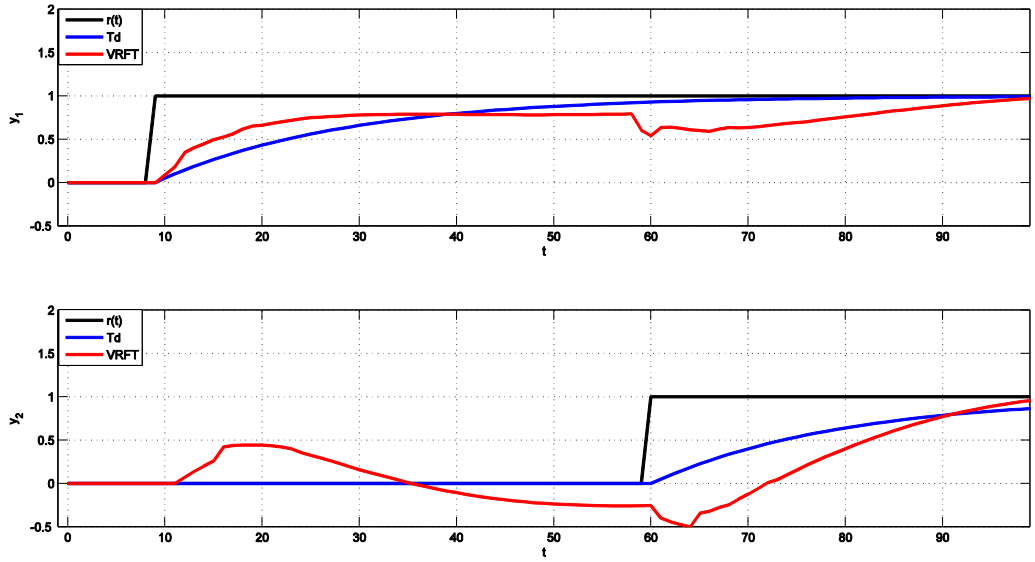

Figura 32 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador cheio obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d$ para o processo Wood Berry e o modelo (53).

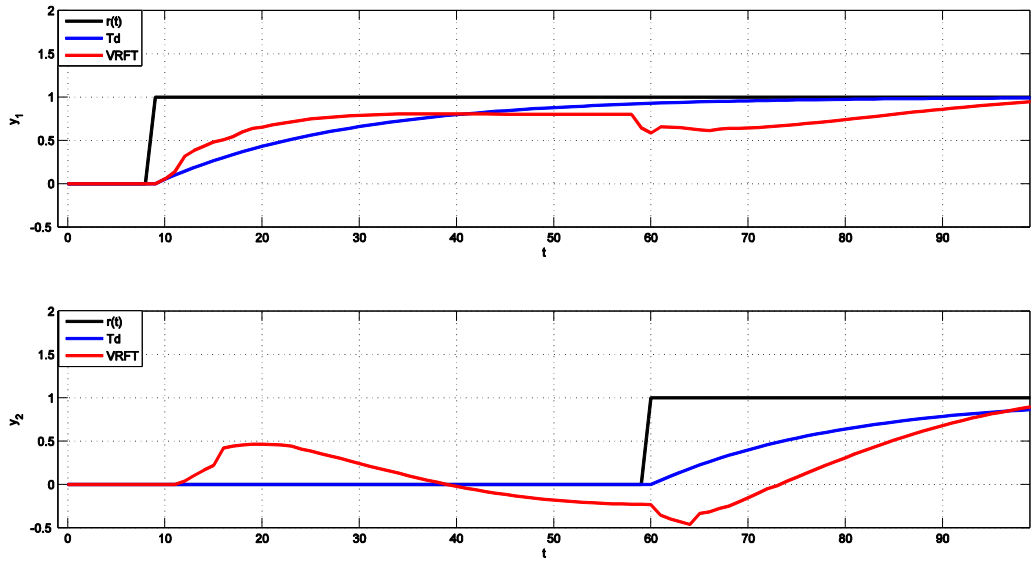

Figura 33 - Sobreposição da resposta para o sistema de malha fechada quando utilizado o controlador cheio obtido pelo método VRFT com filtro $F(q) = T_d(T_d. - \mathrm{I})$ para o processo Wood Berry e o modelo (53)

A resposta obtida com filtro $F(q) = T_d$ é similar a resposta obtida com o filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$. O desempenho do filtro $F(q) = T_d$ foi ligeiramente pior obtendo um custo de 11.9487 enquanto o custo do filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$ foi de 11.2971. O controlador para cada filtro:

$$C_{M(M-I)} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.1217q^2 - 01103q - 0.0030}{q-1} & \dfrac{-0.2539q^2 + 0.4043q - 0.1580}{q-1} \\ \dfrac{-0.8362q^2 + 0.1880q - 0.1006}{q-1} & \dfrac{-0.1622q^2 + 0.2613q - 0.1045}{q-1} \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$C_M = \begin{bmatrix} \dfrac{0.0722q^2 - 0.0283q - 0.0362}{q-1} & \dfrac{-0.2144q^2 + 0.3388q - 0.1313}{q-1} \\ \dfrac{-0.1162q^2 + 0.2414q - 0.1220}{q-1} & \dfrac{-0.1325q^2 + 0.2119q - 0.0842}{q-1} \end{bmatrix} \quad (55)$$

7 Conclusões Gerais

Este estudo teve como objetivo complementar os estudos realizados em [6] através de uma maior exposição do método VRFT proposto com diferentes estruturas de controle e diferentes sistemas. Foram realizadas diversas simulações do sistema em malha fechada e os resultados comparados entre si, com intuito de verificar o melhor filtro $F(q)$ em cada configuração proposta.

Para os controladores cheios, o método VRFT proposto alcançou resultados satisfatórios na presença do ruído com variância $\sigma^2 = 0.01^2$, cabendo novas simulações com ruídos maiores. Não foi possível a realização de ruídos com maior variância neste estudo pela falta de eficiência do sistema quando utilizado o filtro $F(q) = I$ incompatibilizando assim a comparação proposta neste trabalho.

Para os sistemas de malha fechada com ruído e utilizando uma configuração de controlador cheio, foi demonstrado que o uso da variável instrumental $\zeta(t)$ não alterou a ordem dos filtros com melhor desempenho. Dentre todas as configurações com o processo (21), os controladores cheios que foram utilizados nos sistemas de malha fechada com ruído e entrada degrau, o filtro $F(q) = T_d$ apresentou o melhor resultado para o custo médio. O filtro $F(q) = I$ obteve o maior valor para o custo médio em todas as simulações. O filtro $F(q) = T_d$ também apresentou melhores resultados quando foi simulado no sistema com ruído e sinal de entrada PRBS.

Nos sistemas de malha fechada sem ruído, utilizando uma configuração de controladores descentralizados, os modelos de referência desejados diagonais apresentaram um custo mais elevado do que os modelos de referência com tolerância. Ao contrário dos resultados obtidos com os controladores cheios, para os controladores descentralizados o filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$, obteve o menor valor para o custo médio em todas as simulações. Quando utilizado o modelo diagonal idêntico e o modelo com tolerância, houve uma redução de 72% no custo obtido do modelo com tolerância ao utilizar o filtro $F(q) = T_d$ e 77% quando utilizado o filtro $T_d(T_d - I)$.

Nos modelos de referência com polos 100% e 150% mais rápidos que o processo houve uma diferença de apenas 11% entre os valores obtidos com os filtros $F(q) = T_d$ e $F(q) = T_d(T_d - I)$, quando utilizado o modelo onde cada entrada possui a mesma

dinâmica para ambas as saídas. Quando utilizado o modelo onde cada saída possui a mesma dinâmica para ambas as entradas a diferença entre os filtros subiu para 38%.

Apesar dos controladores descentralizados possuírem inúmeras vantagens operacionais em relação aos controladores cheios, existe uma grande diferença no custo obtido entre ambas configurações cabendo ao projetista o discernimento para avaliar o custo benefício da utilização dos mesmos.

Apesar do filtro $F(q) = T_d$ apresentar o melhor resultado durante as simulações com controladores cheios no processo (21), o mesmo não ocorreu para o processo de Wood Berry. As simulações com o sistema (53) apresentaram custos menores para os filtros $F(q) = T_d(T_d - I)$. Ainda no caso do processo Wood Berry o alto valor do custo, indica que os controladores ideais sejam de classe alta e por este motivo a Hipótese 1 não foi satisfeita com os controladores PID.

Uma vez que este estudo baseou-se apenas nas simulações computacionais para aquisição e análise de dados, novas pesquisas são sugeridas para avaliar teoricamente os motivos de se obter o melhor rendimento dos filtros $F(q) = T_d$ quando o filtro é usado para melhorar o desempenho do sistema frente a ruídos e o melhor rendimento do filtro $F(q) = T_d(T_d - I)$ quando utilizado para aproximar os mínimos das funções custo.

REFERÊNCIAS

[1] G. Goodwin, S. Graebe, M. Salgado, “Control System Design”, Prentice Hall pp41-64

[2] M.C.Campi, A.Lecchini, and S.M. Savaresi, “Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers,” *Automatica*, vol.38, no.8 pp1337-1346, 2002.

[3] L. Campestrini, D. Eckhard, M.Gevers, and A. Bazanella, “Virtual Reference Feedback Tuning for non-minimum phase plants,” *Automatica,* vol.47, no.8, pp 1778 – 1784, 2011.

[4] M. Nakamoto, “An Application of the Virtual Reference Feedback Tuning for a MIMO Process” in SICE Annual Conference, vol.3, August 2004, pp.2208-2213.

[5] A.S. Bazanella, L. Campestrini, and D.Eckhard*, Data-driven Controller Design: The* H_2 *Approach.* Netherlands: Springer,2012

[6] L. Chia, D. Eckhard, L. Campestrini *Improvement of the Virtual Reference Feedback Tuning for Multivariable Systems*, 2015

[7] L. Campestrini, “Sintonia de controladores PID descentralizados baseada no método do ponto crítico”, pp 42-48, 2006

[8] M Swiech, E. Oroski, L. Arruda, “Sintonia de controladores PID em colunas de destilação”, 2004.

[9] S. Formentin and S. Savaresi, “Noniterative data-driven design of multivariable controllets,” in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on,* Dec 2011, pp5106-5111.