

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

LUCAS ARAUJO DA COSTA

**FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO E DESEQUILIBRADO PELO MÉTODO DE
NEWTON-RAPHSON**

Porto Alegre

2015

LUCAS ARAUJO DA COSTA

**FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO E DESEQUILIBRADO PELO MÉTODO DE
NEWTON-RAPHSON**

Projeto de diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para Graduação em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Gustavo Dorneles
Ferreira

Porto Alegre

2015

LUCAS ARAUJO DA COSTA

**FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO E DESEQUILIBRADO PELO MÉTODO DE
NEWTON-RAPHSON**

Este projeto foi julgado adequado para fazer jus aos créditos da Disciplina de “Projeto de Diplomação”, do Departamento de Engenharia Elétrica e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. Gustavo Dorneles Ferreira, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Gustavo Dorneles Ferreira, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Luiz Tiarajú dos Reis Loureiro, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Dr. Daniel da Silva Gazzana,

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Porto Alegre

2015

Dedico este trabalho aos meus pais, pela extrema dedicação, apoio irrestrito e encorajamento em todos os momentos difíceis.

AGRADECIMENTOS

A Deus, razão de tudo, em primeiro lugar, por me abençoar, fortalecer e sustentar durante todas as dificuldades passadas durante o curso, ao longo dos mais de cinco anos, e me trazer à finalização deste trabalho.

A toda minha família, especialmente aos meus amados pais, pelo ânimo e apoio sempre presentes.

Aos pastores e irmãos, pelos ensinamentos e orações em todos os obstáculos que passei.

Aos meus amigos e colegas de empresa, que me motivaram e torceram por mim.

Ao meu orientador, por me direcionar a um tema com o qual me identifiquei.

A UFRGS, seus professores e funcionários, pelo ensino de qualidade e gratuito.

Aos muitos colegas que me auxiliaram em muitas tarefas desenvolvidas durante a graduação.

RESUMO

Este trabalho explora a aplicação do método de Newton-Raphson na solução de problemas de fluxo de potência em sistemas elétricos de potência trifásicos e desequilibrados, especificamente nos sistemas de distribuição de energia elétrica. Na abordagem convencional do método de Newton-Raphson aos sistemas elétricos de potência é inicialmente exigido que estes sejam equilibrados, tornando desnecessária a análise trifásica, como é feito para os sistemas de Extra e Ultra Alta Tensão. Já para sistemas de distribuição, operando em Média e Baixa Tensão, tal consideração não pode ser feita, pois não representaria com fidelidade a realidade destes sistemas, onde há a presença de inúmeras cargas desequilibradas, que tornam indispensável a análise trifásica. Outro impedimento no uso da mesma abordagem dada aos sistemas de transmissão nos sistemas de distribuição é a própria estrutura topológica destes últimos, as dimensões e as características elétricas das redes que os compõem, que diferem significativamente do comumente encontrado na transmissão de energia. Uma alternativa existente para a utilização do método de Newton-Raphson em sistemas de distribuição é a mudança na sua formulação com o fim de se usar a injeção de correntes trifásicas, que trazem no seu equacionamento a informação do desequilíbrio das cargas do sistema, sendo o método resultante chamado de Método de Injeção de Correntes Trifásicas. Pelos elementos adicionais do método, obtêm-se os resíduos de tensão elétrica das barras iterativamente, resolvendo-se o sistema linear criado a partir da estrutura das ligações das barras do sistema e das potências elétricas geradas e demandadas. Com o fim de se verificar tal proposta de resolução, aplicou-se a mesma em dois sistemas de distribuição padrões da IEEE, um de 37 barras e outro de 123 barras, compostos de cargas trifásicas e desequilibradas, através de um código criado em MATLAB. Comparou-se as soluções obtidas com as conhecidas, presentes nos arquivos dos sistemas e obteve-se uma análise da eficiência do método, sua capacidade de convergência, coerência e exatidão das soluções.

Palavras-chave: desequilibrado, fluxo de potência, injeção de correntes, Newton-Raphson, trifásico.

ABSTRACT

This paper explores the Newton-Raphson method application to solve power flow problems in three-phase and unbalanced power systems, specifically in electric power distribution systems. In the conventional approach of Newton-Raphson method is initially required that power system are balanced, making it unnecessary to three-phase analysis, as is done for Extra and Ultra High Voltage systems. For distribution systems operating at Medium and Low Voltage this consideration can not be made, because it would not represent faithfully the reality of these systems, where there is the presence of numerous unbalanced loads, which make the three-phase analysis essential. Another impediment in the use of the same approach given to transmission systems in distribution systems is the own topological structure of the latter, the dimensions and electrical characteristics of networks that form it, that significantly differ from commonly found in the power transmission. An alternative to the use of the Newton-Raphson method for the distribution systems is the change in the formulation in order to use the injection three-phase currents, which bring the addressing information of the unbalanced system loads, been the resulting method called Current Injection Method Three-Phase. With the additional elements of the method the buses residual voltage are iteratively obtained by resolution of the linear system created from the structure of connections of system buses and generated and demanded electrical power. In order to verify this resolution, it was applied in IEEE standard distribution systems, of 37 and 123 buses, consisting of three-phase and unbalanced loads, through a code created in MATLAB. The solutions obtained were compared with the known, present in the systems files, and an analysis about the method efficiency, their convergence ability, consistency and accuracy of solutions was obtained.

Keywords: current injection, Newton-Raphson, power flow, three phase, unbalanced.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	OBJETIVOS.....	14
1.2	JUSTIFICATIVA.....	15
1.3	METODOLOGIA	16
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1	MÉTODOS DE ANÁLISE DE FLUXO DE POTÊNCIA	17
2.2	FLUXO DE POTÊNCIA PELO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.....	19
3	FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO PELO MÉTODO DAS INJEÇÕES DE CORRENTES TRIFÁSICAS	28
3.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO PELO MÉTODO DE INJEÇÃO DE CORRENTES TRIFÁSICAS	30
3.2	ALGORÍTMO DO MÉTODO DE INJEÇÃO DE CORRENTES TRIFÁSICAS	45
4	TESTES E RESULTADOS DO MICT	48
4.1	SISTEMA DE 37 BARRAS	49
4.2	SISTEMA DE 123 BARRAS.....	57
5	CONCLUSÃO	67
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70
	ANEXO A – DADOS DO SISTEMA IEEE 37 BARRAS	72
	ANEXO B – DADOS DO SISTEMA IEEE 123 BARRAS	75
	ANEXO C – RESULTADOS ENCONTRADOS PARA O SISTEMA DE 37 BARRAS	83
	ANEXO D – RESULTADOS ENCONTRADOS PARA O SISTEMA DE 123 BARRAS	88

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Exemplo da representação de um SEP.....	14
Figura 2: Modelo de um sistema elétrico de potência de três barras: 1, 2 e 3.....	20
Figura 3: Modelo π equivalente da linha.....	20
Figura 4: Fluxo de carga das componentes ativa e reativa da potência elétrica.....	21
Figura 5: Modelo π equivalente de uma linha trifásica a parâmetros concentrados.....	29
Figura 6: Representação de carga trifásica.....	29
Figura 7: Representação de um banco de capacitores trifásico.....	30
Figura 8: Representação de um transformador trifásico.....	30
Figura 9: Fluxograma do algoritmo para barras PQ.....	47
Figura 10: Sistema de distribuição padrão para testes da IEEE com 37 barras.....	50
Figura 11: Erros máximos versus iteração para cada uma das funções gmres, minres, lsqr e qmr, sistema de 37 barras.....	51
Figura 12: Erros máximos versus iteração para a função lsqr, escala logarítmica, sistema de 37 barras.....	52
Figura 13: Erros máximos versus iteração para a função lsqr, escala normal, sistema de 37 barras.....	52
Figura 14: Erros máximos versus iteração de diferentes maneiras de representação da Jacobiana, sistema de 37 barras.....	53
Figura 15: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do ramo 799-742.....	54
Figura 16: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do ramo 799-724.....	55
Figura 17: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do ramo 799-729.....	55
Figura 18: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do ramo 799-741.....	55
Figura 19: Sistema de distribuição padrão para testes da IEEE com 123 barras.....	58
Figura 20: Erros máximos versus iteração para cada uma das funções gmres, minres, lsqr e qmr, sistema de 123 barras.....	58
Figura 21: Erros máximos versus iteração para a função lsqr, escala logarítmica, sistema de 123 barras.....	59
Figura 22: Erros máximos versus iteração para a função lsqr, escala normal, sistema de 123 barras.....	60
Figura 23: Erros máximos versus iteração de diferentes maneiras de representação da Jacobiana, sistema de 123 barras.....	60
Figura 24: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-6.....	62
Figura 25: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-12.....	62
Figura 26: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-17.....	62
Figura 27: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-32.....	63
Figura 28: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-59.....	63
Figura 29: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-610.....	63
Figura 30: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-96.....	64
Figura 31: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-300.....	64
Figura 32: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-151.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 37 barras	72
Tabela 1: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 37 barras, conclusão	73
Tabela 2: Valores das resistências série das linhas da rede do sistema de 37 barras, em Ω por km.....	73
Tabela 3: Valores das reatâncias série das linhas da rede do sistema de 37 barras, em Ω por km.....	73
Tabela 4: Valores das admitâncias <i>shunt</i> das linhas da rede do sistema de 37 barras, em μS por km.....	74
Tabela 5: Valores das cargas das barras do sistema de 37 barras.....	74
Tabela 6: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 123 barras	75
Tabela 6: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 123 barras, continuação	76
Tabela 6: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 123 barras, continuação	77
Tabela 6: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 123 barras, conclusão	78
Tabela 7: Valores das resistências série das linhas da rede do sistema de 123 barras, em Ω por km.....	78
Tabela 7: Valores das resistências série das linhas da rede do sistema de 123 barras, em Ω por km, conclusão.....	79
Tabela 8: Valores das reatâncias série das linhas da rede do sistema de 123 barras, em Ω por km.....	79
Tabela 9: Valores das admitâncias <i>shunt</i> das linhas da rede do sistema de 123 barras, em μS por km.....	79
Tabela 9: Valores das admitâncias <i>shunt</i> das linhas da rede do sistema de 123 barras, em μS por km, conclusão.....	80
Tabela 10: Valores das cargas das barras do sistema de 123 barras.....	80
Tabela 10: Valores das cargas das barras do sistema de 123 barras, continuação	81
Tabela 10: Valores das cargas das barras do sistema de 123 barras, conclusão.....	82
Tabela 11: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 37 barras	83
Tabela 11: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 37 barras, conclusão	84
Tabela 12: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 37 barras.....	84
Tabela 12: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 37 barras, conclusão.....	85
Tabela 13: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 37 barras.....	85
Tabela 13: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 37 barras, conclusão.....	86
Tabela 14: Perdas de Potência do sistema de 37 barras	86
Tabela 14: Perdas de Potência do sistema de 37 barras, conclusão	87
Tabela 15: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 123 barras ...	88
Tabela 15: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 123 barras, continuação	89
Tabela 15: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 123 barras,	

continuação.....	90
Tabela 15: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 123 barras, conclusão	91
Tabela 16: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 123 barras.....	91
Tabela 16: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 123 barras, continuação	92
Tabela 16: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 123 barras, continuação	93
Tabela 16: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 123 barras, conclusão.....	94
Tabela 17: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 123 barras.....	95
Tabela 17: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 123 barras, continuação	96
Tabela 17: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 123 barras, continuação	97
Tabela 17: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 123 barras, conclusão.....	98
Tabela 18: Perdas de Potência do sistema de 123 barras	98
Tabela 18: Perdas de Potência do sistema de 123 barras, continuação	99
Tabela 18: Perdas de Potência do sistema de 123 barras, continuação	100
Tabela 18: Perdas de Potência do sistema de 123 barras, conclusão	101

LISTA DE ABREVIATURAS

SEP: Sistema Elétrico de Potência

MICT: Método de Injeção de Correntes Trifásicas

IEEE: Institute of Electrical and Electronics Engineers

1 INTRODUÇÃO

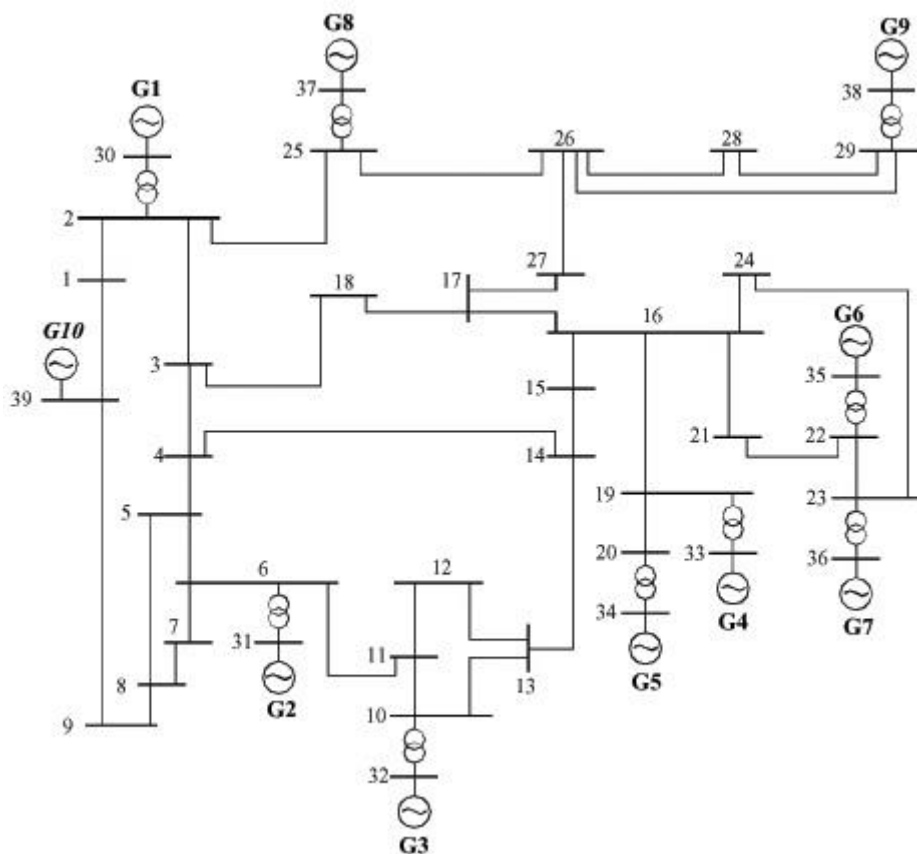
A ampliação do setor elétrico, com o fim de abranger todo o contingente populacional de uma nação, atendendo-o com confiabilidade, mínimo custo econômico, mínimo impacto ambiental e qualidade, torna indispensável a busca e a criação de novos critérios de operação e planejamento, visando o alcance do seu estado ótimo, nos aspectos gerais que o compõe: geração, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica. Investimentos em pesquisa e no desenvolvimento de modelos que descrevam com maior exatidão as complexidades envolvidas nos sistemas elétricos de potência (SEPs), apoiados na indispensável ferramenta computacional, tornam substancial o estudo de novos algoritmos de simulação numérica, através de modificações nos tradicionais métodos iterativos já utilizados, de modo que incorporem as suas imperfeições técnicas e a totalidade de seus componentes, como são caracterizados os sistemas reais.

O procedimento padrão para a estimativa da operação de SEPs em uma modelagem estática, descrição possível em situações em que o comportamento do sistema é caracterizado como um regime permanente, quando não há efeitos transitórios consideráveis, sendo as variações com o tempo das grandezas elétricas lentas em relação ao período de observação, é o denominado cálculo do fluxo de potência ou fluxo de carga [1]. Neste se considera a segmentação do SEP sob análise em barras ou nodos, conectados entre si por linhas de transmissão e distribuição de energia, nos diversos níveis de tensão elétrica presentes no sistema, e aos geradores, cargas, transformadores, capacitores, reatores e defasadores presentes na rede, sob a forma de um conjunto de equações algébricas não-lineares, com representação polar ou retangular [1].

A importância crítica da análise do fluxo de carga nas linhas de um SEP envolve diversas motivações, centradas no princípio de se conhecer, com uma exatidão relativa especificada pelo analista do SEP e pela capacidade do método aplicado, as quantidades de energia elétrica ativa e reativa geradas necessárias para o atendimento das cargas conectadas ao sistema. A conformidade da geração em relação a demanda evita os efeitos indesejáveis que advêm da subgeração ou da sobregeração de qualquer um dos tipos de energia elétrica, sendo, como exemplos dos efeitos operacionais, a subtensão elétrica ou a subfrequência quando as demandas de energia elétrica reativa ou ativa, respectivamente, não são atendidas pela geração ou a sobretensão elétrica ou a sobrefrequência quando existe excesso destas, respectivamente, conforme [2].

Especificadas as condições de geração e demanda de potência elétrica, estabelecidas pelos geradores e cargas nas barras extremas da rede, o cálculo do fluxo de carga retorna o estado das tensões elétricas das barras, o fluxo e as perdas de potência elétrica nas diversas linhas, baseado na simples aplicação das leis de Kirchhoff, considerando-se ou não as possíveis restrições operacionais impostas e a presença de dispositivos de controle [1]. Um exemplo da representação de um sistema elétrico de potência por uma rede de linhas e barras é apresentado na Figura (1), sendo este correspondente a uma parte do sistema New England / New York, conforme [3], tendo 39 barras e 10 geradores.

Figura 1: Exemplo da representação de um SEP



Fonte: [3].

1.1 OBJETIVOS

Conhecida e definida a necessidade da importância da análise de SEPs pelo cálculo do fluxo de potência, este trabalho explora a aplicação de um método matemático iterativo recentemente formulado para a resolução de sistemas de distribuição de energia por esta forma de estudo, denominado MICT, através de um algoritmo de simples implementação. O objetivo

do trabalho é testar e demonstrar a eficácia deste algoritmo na obtenção das soluções que compatibilizarão com as características estruturais e topológicas dos sistemas em que ele é aplicado, atendendo os requisitos preestabelecidos para convergência. Da comparação dos seus valores com os valores conhecidos ou obtidos por outro método, busca-se verificar a exatidão do algoritmo e a possibilidade de sua aplicação generalizada em sistemas de distribuição, ou mesmo se identificar suas falhas.

1.2 JUSTIFICATIVA

Há diversos métodos iterativos aplicáveis à resolução de problemas de fluxo de carga, explorados, invariavelmente, no contexto da transmissão de energia em Alta, Extra Alta e Ultra Alta tensão. Nestes se incluem, principalmente, os métodos de Gauss-Seidel, Newton-Raphson e seus derivados, denominados métodos desacoplados. Todos eles se baseiam no princípio da busca de raízes de um sistema de equações não lineares [1,2].

Entretanto, no contexto dos sistemas de distribuição de energia, os métodos tradicionais de Gauss-Siedel, de Newton-Raphson e seus derivados desacoplados não são aplicáveis, pois se faz necessário grande quantidade de iterações numéricas, retornando soluções com lentidão inaceitáveis, quando não soluções totalmente divergentes e resultados consideravelmente não realísticos. Deve-se isto ao fato de que nas análises de sistemas de transmissão não há a consideração da sua estrutura trifásica e os possíveis desequilíbrios entre as fases, já que a necessidade disto é dispensável, por ter-se simetria operacionalmente atingível entre as fases na transmissão de energia em regime permanente. Contudo, em se tratando dos sistemas de distribuição, é impossível uma modelagem do sistema excetuando a operação trifásica e os desequilíbrios entre fases, dadas suas características, próprias de um sistema elétrico de potência terminal, que alimenta um grande número de diferentes e pequenas cargas, conectadas a rede de distribuição das mais diversas formas possíveis, com uma topologia radial ou pouco malhada e alta relação R/X , atributos que fazem dos métodos tradicionais ineficientes para os cálculos de fluxo de carga [4, 5].

Em vista disso, desenvolveu-se diversos métodos iterativos para a solução do problema de fluxo de carga em sistemas de distribuição, sendo as suas formulações frequentemente criadas com a consideração de particularidades presentes nos sistemas de distribuição atuais, como o controle de tensão elétrica nodal e a geração distribuída [5].

Conforme [6], entre os principais algoritmos para a solução do problema de fluxo de potência em sistemas de distribuição estão os dedicados aos cálculos de fluxo de potência em sistemas radiais ou fracamente malhados, como o método *Backward-Forward Sweep*, e os baseados no método de Newton-Raphson. Seguindo a linha do segundo grupo, [6] propôs uma formulação utilizando a estrutura do método de Newton-Raphson, na qual se adiciona ao método clássico o conceito de injeção de correntes trifásicas, sendo o método estendido chamado de Método de Injeção de Correntes Trifásicas (MICT).

1.3 METODOLOGIA

O teste do MICT se dá em sistemas de distribuição padrões da IEEE, implementando-se em código MATLAB o seu algoritmo, criado para a solução do problema de fluxo de potência. Estes sistemas padrões possuem topologias de rede predominantemente radiais, fornecendo as características das linhas, as cargas e os geradores presentes em suas redes. Conforme a necessidade, foram feitas adaptações no sistema buscando sua simplificação, para a correta aplicabilidade do código a busca de suas soluções. Sendo estas obtidas, elas são analisadas para se verificar sua coerência e exatidão, gerando-se gráficos demonstrativos e se realizando comparações com os resultados dados pela IEEE e pelo Método *Backward-Forward-Sweep*.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Primeiramente, faz-se uma breve descrição dos principais métodos ou técnicas de análise de fluxo de potência em sistemas de transmissão e de distribuição, seguindo uma revisão da formulação da resolução do fluxo de potência em sistemas de transmissão, utilizando-se da modelagem monofásica. Após se faz uma descrição do método de Newton-Raphson tradicional aplicado a esta resolução, e então se introduz o MICT, com o seu desenvolvimento matemático, apresentado em [6]. Então se faz a aplicação do método com o código em MATLAB aos sistemas padrões da IEEE de 37 e 123 barras, obtendo-se as soluções da tensão elétrica das barras e do fluxo de potência das linhas, bem como as perdas de potência. Por fim, analisa-se estas pelas comparações já apontadas, concluindo-se com explicações sobre as características do método, a eficácia do algoritmo e as possíveis correções necessárias.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é exposto uma breve revisão bibliográfica dos métodos de análise de fluxo de potência existentes para os sistemas de transmissão e distribuição de energia elétrica, bem como se apresenta o desenvolvimento matemático do problema de fluxo de potência em modelagem monofásica e a formulação tradicional do método de Newton-Raphson para sua resolução.

2.1 MÉTODOS DE ANÁLISE DE FLUXO DE POTÊNCIA

A modelagem de um SEP real por uma rede de barras e linhas conectoras invariavelmente retornará grande complexo de variáveis elétricas, proporcional ao número de barras necessárias para sua correta representação. Por sua vez, isto torna a resolução do problema matemático do fluxo de potência em SEPs reais passível da necessidade obrigatória de métodos iterativos, devido ao elevado número de equações e variáveis envolvidas nos cálculos, compondo, comumente, grandes sistemas algébricos lineares e matriciais. Diversos são os métodos iterativos aplicados aos problemas de fluxo de potência nos SEPs atuais, explorado em diversas literaturas.

Um dos métodos iterativos para a resolução do problema de fluxo de potência em sistemas de transmissão, anteriormente muito utilizado, mas que atualmente está se tornando não usual, é o método de Gauss-Seidel. O método de Gauss-Seidel é, segundo [7], uma técnica iterativa de sucessivos deslocamentos da variável calculada. Geralmente é pouco eficiente nas mais diferentes tipologias de SEPs em que é aplicado, por exigir muitas iterações para se obter soluções que atendam a especificação de tolerância, tornando lento o processo de convergência, quando não levando à divergência [7].

O método de Newton-Raphson opera sobre a representação das equações a partir da série de Taylor de primeira ordem, retornando aproximações consecutivas para suas soluções, dado uma estimativa inicial destas. É um método muito eficiente [8], que converge mais rapidamente que o método de Gauss-Seidel [7]. Quando a estimativa está próxima da solução, o método de Newton-Raphson converge de uma forma quadrática; porém, há a possibilidade de o método convergir para soluções não esperadas ou mesmo divergir, se os valores iniciais destas não forem suficientemente próximas das raízes. A quantidade de iterações necessárias para a obtenção das soluções é independente do número de equações do sistema, embora, quanto maior o sistema, mais aproximações são requeridas em cada iteração [7].

Os derivados do método de Newton-Raphson, a saber, os denominados métodos desacoplado e desacoplado rápido, que consideram os desacoplamentos entre as potências elétricas ativa e reativa do módulo da tensão elétrica e do seu ângulo, respectivamente, o fazem com base no fato de as variações de potência elétrica ativa serem muito mais dependentes do ângulo da tensão elétrica do que do seu módulo, enquanto as variações de potência elétrica reativa são muito mais dependentes do módulo da tensão elétrica do que do seu ângulo em SEPs formados por linhas com alta relação X/R , uma característica em geral encontrada em sistemas de transmissão. Tal consideração diminui consideravelmente o número de equações calculadas durante as iterações, diminuindo o tempo para a obtenção da solução [7].

Para sistemas de distribuição, a maior parte dos métodos atuais são formulados dependendo da proposta de aplicação. Estes métodos podem ter um caráter determinístico, nos quais a rede é modelada como um sistema em operação estática, como se faz nos métodos de Gauss-Siedel, Newton-Raphson e *Backward-Forward Sweep*, ou um caráter probabilístico, nos quais existem parâmetros de entrada, como a potência elétrica injetada nas diversas barras, que são variáveis de acordo com uma distribuição probabilística, utilizando-se de técnicas como a de Monte Carlo. Ainda, estas formulações possivelmente são construídas com a utilização do conceito de componentes de fase ou de sequência [5, 9].

Um dos métodos de destaque para a resolução do fluxo de potência em sistemas de distribuição, o *Backward-Forward Sweep*. Segundo [10, 11], faz os cálculos iterativos de grandezas da rede em duas etapas separadas, em consecutivas varreduras desta, finalizando-as quando encontrada as soluções. Denomina-se *forward-sweep* a etapa onde, primeiramente, calcula-se as tensões elétricas de cada barra, desde a fonte até as barras terminais, e *backward-sweep* a etapa onde, geralmente, é feito o cálculo das injeções de corrente elétrica em cada barra, com as tensões elétricas calculadas anteriormente, fazendo-se um somatório dessas desde as barras terminais até a fonte. Modificações no método encontradas na literatura trazem o cálculo da soma das potências elétricas ou das admitâncias na etapa *backward-sweep*. Conforme [6], a técnica *Backward-Forward Sweep* explora comumente a estrutura radial dos sistemas de distribuição, sendo que quando aplicado a sistemas que não possuem esta tipologia, realiza-se conversões a fim de se obter sistemas radiais; todavia, é tendência a divergência da solução em sistemas malhados quando calculados por este método.

Portanto, se faz necessária a criação de métodos diferentes, que não apresentem limitações de aplicação as diversas tipologias de redes de distribuição, que possam incrementar em sua formulação a presença de seus componentes e que sejam eficientes do ponto de vista

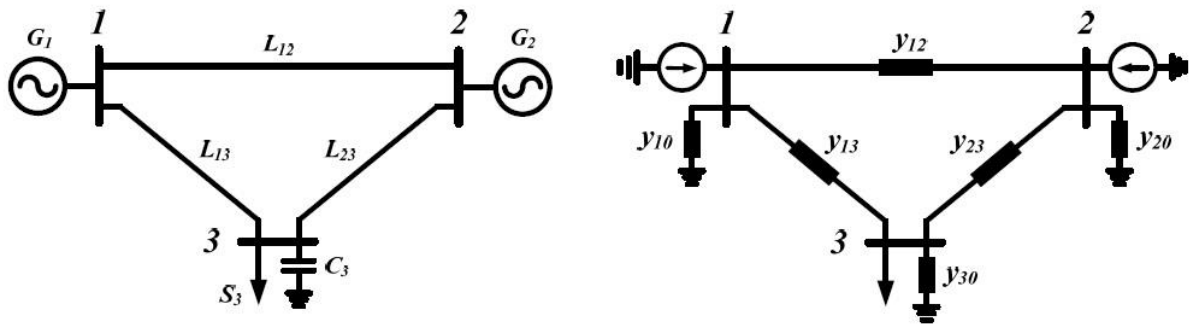
computacional. Destes, os que são baseados na formulação da solução iterativa característica do método de Newton-Raphson, com a resolução do sistema pela busca de resíduos de uma variável de estado do sistema através do elemento matemático dado pela matriz Jacobiana, foram explorados visando sua aplicabilidade geral. Estes são encontrados constituídos sobre uma representação polar ou retangular das grandezas elétricas dos SEPs, podendo os resíduos calculados iterativamente serem de grandezas elétricas diferentes, como as potências elétricas ativas e reativas líquidas e as tensões elétricas de cada barra.

O MICT é um destes métodos, formulado com uma representação retangular para as tensões e correntes elétricas de cada barra do sistema problema ao qual se o aplica. Por ele, calcula-se iterativamente os resíduos de tensão elétrica em cada barra e em cada fase, utilizando-se o conceito do resíduo de corrente elétrica trifásica e uma matriz Jacobiana de elementos formados a partir das características de admitância da rede e do modelo de carga adotado, possuindo seis vezes o tamanho do sistema, ou seis vezes o número de barras presente. Os resultados do MICT têm sido favoráveis à sua aplicação generalizada [6], até mesmo à SEPs com a presença de desequilíbrios entre fases, barras PV, controle de tensão elétrica em barras remotas e unidades geradoras na rede que o representa.

2.2 FLUXO DE POTÊNCIA PELO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Um sistema elétrico de potência é usualmente modelado por uma rede de linhas conectadas entre si por barras ou nodos de ligação, nas quais representa-se as potências elétricas geradas ou demandadas por injeções de potência, desde a entrada de energia elétrica até as cargas terminais, e os diversos componentes, eventualmente presentes na rede, como resistências ou admitâncias, incluindo a própria linha de transmissão ou distribuição de energia elétrica. Para exemplificar, na Figura (2) é apresentado a modelagem de um sistema de três barras, denominadas 1, 2 e 3.

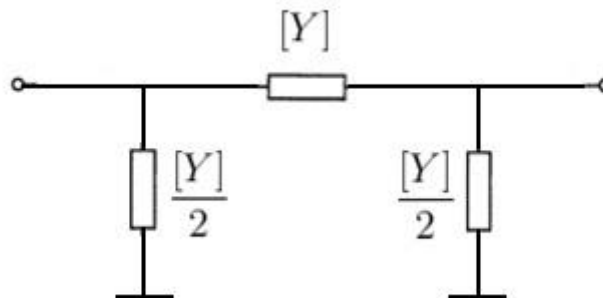
Figura 2: Modelo de um sistema elétrico de potência de três barras: 1, 2 e 3



Fonte: [12].

Do lado direito da Figura (2), tem-se a representação do sistema elétrico de potência em barras e linhas, com os geradores e cargas, enquanto no lado direito se tem o circuito equivalente, com as injeções de potência e os modelos de admitância das linhas. Estas são geralmente representadas pelo modelo π , como exemplificado pela Figura (3).

Figura 3: Modelo π equivalente da linha



Fonte: [13].

As barras em um sistema elétrico de potência são geralmente classificadas em barras de referência, nomeadas com a abreviatura $V\delta$, nas quais são conhecidos o módulo e o ângulo de sua tensão elétrica e as potências elétricas ativa e reativa da carga conectada a ela, barras de geração ou de tensão controlada, nomeadas com a abreviatura PV, nas quais igualmente são conhecidas as potências elétricas ativa e reativa demandadas, mais a potência elétrica ativa gerada e o módulo da tensão elétrica, e barras de carga, nomeadas com a abreviatura PQ, onde são conhecidas as potências elétricas ativa reativa demandadas e geradas.

Por [14], tem-se que a potência elétrica aparente líquida S_i da barra i , que está conectada através de linhas à n barras k quaisquer, é dada pela Equação (1)

$$S_i = S_{G_i} - S_{D_i}, \quad (1)$$

sendo S_{G_i} e S_{D_i} as potências elétricas aparentes geradas e demandadas da barra i .

Como a potência elétrica aparente é dada pela Equação (2)

$$S = V \cdot I^* = P - jQ, \quad (2)$$

onde:

V é a tensão elétrica dada em Volts;

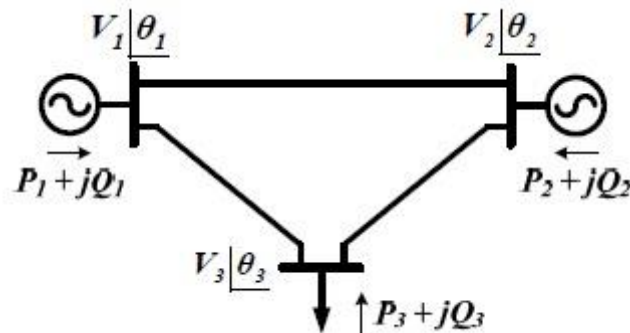
I é a corrente elétrica dada em Amperes;

P é a potência elétrica ativa dada em Watts;

Q é a potência elétrica reativa dada em VAR.

Como exemplo, apresenta-se a Figura (4).

Figura 4: Fluxo de carga das componentes ativa e reativa da potência elétrica.



Fonte: [12].

A corrente elétrica I é dada pela Equação (3)

$$I = Y \cdot V, \quad (3)$$

onde Y é a admitância da linha percorrida pela corrente elétrica I quando submetida a uma tensão elétrica V , dada pela Equação (4) na unidade de Siemens

$$Y = G + jB, \quad (4)$$

onde G e B são a condutância e a susceptância da linha, ambas dadas em Siemens.

Tem-se que a Equação (3), segundo [15], na situação de n barras k quaisquer conectadas a barra i , uma corrente elétrica I_i dada pela Equação (5)

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{k=1}^n Y_{ik} \cdot V_k, \quad (5)$$

onde Y_{ik} é obtido conforme a Equação (6)

$$\begin{aligned} Y_{ii} &= \sum_{k=1}^n y_{ik}, \\ Y_{ik} &= -(y_{ik}), \end{aligned} \quad (6)$$

que são os elementos da chamada matriz admitância de barras ou matriz admitância nodal, onde y_{ik} é a admitância da linha entre as barras i e k qualquer, dada pela Equação (7)

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{1n} & Y_{2n} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Da Equação (5) se obtém a Equação (8)

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{k=1}^n Y_{ik} \cdot V_k = 0, \quad (8)$$

que é a chamada equação estática do fluxo de carga.

Na formulação matricial do problema se obtém a Equação (9)

$$\begin{bmatrix} \frac{P_1 - jQ_1}{V_1^*} \\ \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} \\ \vdots \\ \frac{P_n - jQ_n}{V_n^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{1n} & Y_{2n} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Pode-se representar a Equação (8) de outro modo, na forma da Equação (10)

$$\begin{aligned} P_i - jQ_i &= \sum_{k=1}^n |V_i| \cdot |V_k| \cdot |Y_{ik}| \cdot \cos(\delta_i - \delta_{ik} - \gamma_{ik}) \\ &\quad - j \sum_{k=1}^n |V_i| \cdot |V_k| \cdot |Y_{ik}| \cdot \sin(\delta_i - \delta_{ik} - \gamma_{ik}), \end{aligned} \quad (10)$$

onde $|V_i|$ e δ_i módulo e a fase da tensão elétrica na barra i , $|V_k|$ e δ_k o módulo e a fase da tensão elétrica na barra k qualquer e $|Y_{ik}|$ e γ_{ik} o módulo e a fase da admitância da linha entre as barras i e k qualquer.

As potências elétricas ativa e reativa podem ser separadas da Equação (10), conforme dado pela Equação (11)

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{k=1}^n |V_i| \cdot |V_k| \cdot |Y_{ik}| \cdot \cos(\delta_i - \delta_{ik} - \gamma_{ik}), \\ Q_i &= \sum_{k=1}^n |V_i| \cdot |V_k| \cdot |Y_{ik}| \cdot \sin(\delta_i - \delta_{ik} - \gamma_{ik}), \end{aligned} \quad (11)$$

ou seja, tem-se que as potências elétricas ativa e reativa, P_i e Q_i , respectivamente, são funções representadas pela Equação (12)

$$\begin{aligned} P_i &= P_i(V_1, V_2, \dots, V_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n), \\ Q_i &= Q_i(V_1, V_2, \dots, V_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n), \end{aligned} \quad (12)$$

sendo que Y_{ik} e γ_{ik} são parâmetros fixos das linhas.

Tem-se se então duas equações para cada uma das n barras do sistema de potência, dadas pela Equação (11), sendo que as soluções destas, buscadas para cada barra pelo método iterativo, são os valores de V_i e δ_i que satisfarão a Equação (8) ou, em outras palavras, a Equação (17).

O fluxo de carga, ou fluxo de potência, conforme [1], na linha entre as barras i e k qualquer, será dado pela Equação (14)

$$S_{ik} = V_i \cdot I_{ik}^*, \quad (14)$$

onde I_{ik} é a corrente na linha, que é composta pelas parcelas da corrente nas admitâncias série e paralela, cujo conjugado é dado pela Equação (15)

$$I_{ik}^* = (V_i - V_k)^* y_{ser_{ik}}^* + V_i^* \frac{y_{sh_{ik}}^*}{2}, \quad (15)$$

onde $y_{ser_{ik}}$ é a admitância série e $y_{sh_{ik}}$ a admitância paralela total da linha entre as barras i e k . Assim, a tem-se a Equação (16)

$$S_{ik} = V_i(V_i - V_k)^* y_{ser ik}^* + |V_i|^2 \frac{y_{sh ik}^*}{2}. \quad (16)$$

Pela Equação (16), conforme [1], se determina o fluxo de potência nos elementos da rede pelo cálculo direto.

A resolução do problema de fluxo de carga pelo método de Newton-Raphson tradicional é muito explorada no contexto dos sistemas de transmissão de energia elétrica em Extra e Ultra Alta Tensão, sendo fonte para a base do planejamento de novos destes sistemas e o estudo dos atuais. Conforme [14], para um sistema elétrico de potência de n barras, aplica-se o método de Newton-Raphson as duas equações que representam as componentes de potência elétrica ativa e reativa de cada barra i das n barras, dados pela Equação (17)

$$\begin{aligned} P_{G_i} = P_{T_i} + P_{L_i} &\rightarrow f_{P_i} = -P_{G_i} + P_{T_i} + P_{L_i} = 0, \\ Q_{G_i} = Q_{T_i} + Q_{L_i} &\rightarrow f_{Q_i} = -Q_{G_i} + Q_{T_i} + Q_{L_i} = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

onde:

$i = \{1, 2, \dots, n\}$, é o conjunto das n barras;

f_{P_i} é a soma das componentes de potência elétrica ativa, para a barra i , necessária para o método;

f_{Q_i} é a soma das componentes de potência elétrica reativa, para a barra i , necessária para o método;

P_{G_i} é a potência elétrica ativa gerada na barra i ;

Q_{G_i} é a potência elétrica reativa gerada na barra i ;

P_{T_i} é a potência elétrica ativa transmitida da barra i ;

Q_{T_i} é a potência elétrica reativa transmitida da barra i ;

P_{L_i} é a potência elétrica ativa da carga conectada na barra i ;

Q_{L_i} é a potência elétrica reativa da carga conectada na barra i .

Sendo P_{G_i} , P_{L_i} , Q_{G_i} e Q_{L_i} constantes e P_{T_i} e Q_{T_i} dados pela Equação (12), tem-se que $V_i^{[h]}$ e $\delta_i^{[h]}$ são os valores na iteração h estimados para V_i e δ_i e o problema consiste em achar as variáveis $\Delta V_i^{[h]}$ e $\Delta \delta_i^{[h]}$, chamadas variáveis de diferença, dadas pela Equação (18)

$$\begin{aligned} \Delta V_i^{[h]} &= V_i - V_i^{[h]}, \\ \Delta \delta_i^{[h]} &= \delta_i - \delta_i^{[h]}, \end{aligned} \quad (18)$$

que são adicionadas aos valores estimados para obter-se a solução do sistema, representado pela Equação (19)

$$\begin{aligned} f_{P_i}(V_i^{[h]} + \Delta V_i^{[h]}, \dots, V_n^{[h]} + \Delta V_n^{[h]}) &= 0, \\ f_{Q_i}(\delta_i^{[h]} + \Delta \delta_i^{[h]}, \dots, \delta_n^{[h]} + \Delta \delta_n^{[h]}) &= 0, \end{aligned} \quad (19)$$

sendo $V_i^{[h]} + \Delta V_i^{[h]}$ e $\delta_i^{[h]} + \Delta \delta_i^{[h]}$, até n , as soluções. Para obtê-las, pelo método de Newton-Raphson, expande-se a Equação (19) numa série de Taylor em torno do ponto $V_i^{[h]}, \dots, V_n^{[h]}$, $\delta_i^{[h]}, \dots, \delta_n^{[h]}$, onde, conforme [15], pode-se desprezar os termos de ordem maior que um, pois considera-se que as variáveis de diferença com expoente maior que este terão valores muito pequenos, sendo desnecessário sua presença no cálculo, que de outro modo só faria as iterações dispenderem mais recursos e tempo de cálculo, sem retorno de precisão significativo. Rearranjando os termos após isso, obtêm-se a Equação (20)

$$\begin{aligned} \Delta P_{T_i}^{[h]} &= \frac{\partial P_{T_i}^{[h]}}{\partial V_i} \Delta V_i^{[h]} + \frac{\partial P_{T_i}^{[h]}}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i^{[h]} + \dots + \frac{\partial P_{T_n}^{[h]}}{\partial V_n} \Delta V_n^{[h]} + \frac{\partial P_{T_n}^{[h]}}{\partial \delta_n} \Delta \delta_n^{[h]}, \\ \Delta Q_{T_i}^{[h]} &= \frac{\partial Q_{T_i}^{[h]}}{\partial V_i} \Delta V_i^{[h]} + \frac{\partial Q_{T_i}^{[h]}}{\partial \delta_i} \Delta \delta_i^{[h]} + \dots + \frac{\partial Q_{T_n}^{[h]}}{\partial V_n} \Delta V_n^{[h]} + \frac{\partial Q_{T_n}^{[h]}}{\partial \delta_n} \Delta \delta_n^{[h]}, \end{aligned} \quad (20)$$

sendo os termos do lado direito das igualdades dados pela Equação (21)

$$\begin{aligned} \Delta P_{T_i}^{[h]} &= P_{T_i} - P_{T_i}^{[h]} \\ \Delta Q_{T_i}^{[h]} &= Q_{T_i} - Q_{T_i}^{[h]} \end{aligned} \quad (21)$$

Os outros termos que compõe f_{P_i} e f_{Q_i} , apresentados na Equação (17), são anulados nas operações algébricas, só restando P_{T_i} e Q_{T_i} .

Em forma matricial, a Equação (20) é escrita como a Equação (22)

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{T_i}^{[h]} \\ \vdots \\ \Delta P_{T_n}^{[h]} \\ \Delta Q_{T_i}^{[h]} \\ \vdots \\ \Delta Q_{T_n}^{[h]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{T_1}^{[h]}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_{T_1}^{[h]}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_{T_1}^{[h]}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_{T_1}^{[h]}}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{T_n}^{[h]}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_{T_n}^{[h]}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_{T_n}^{[h]}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_{T_n}^{[h]}}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_{T_1}^{[h]}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_{T_1}^{[h]}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_{T_1}^{[h]}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_{T_1}^{[h]}}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_{T_n}^{[h]}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_{T_n}^{[h]}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_{T_n}^{[h]}}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_{T_n}^{[h]}}{\partial V_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta_i^{[h]} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{[h]} \\ \Delta V_i^{[h]} \\ \vdots \\ \Delta V_n^{[h]} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

que pode ser escrita, simplifcadamente, como a Equação (23)

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{[h]} \\ \Delta Q^{[h]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{[h]}}{\partial \delta} & \frac{\partial P^{[h]}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{[h]}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q^{[h]}}{\partial V} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta^{[h]} \\ \Delta V^{[h]} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

A Equação (23) pode ser escrita como a Equação (24), de onde se pode obter as soluções.

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta^{[h]} \\ \Delta V^{[h]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{[h]}}{\partial \delta} & \frac{\partial P^{[h]}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{[h]}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q^{[h]}}{\partial V} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P^{[h]} \\ \Delta Q^{[h]} \end{bmatrix} \quad (24)$$

sendo a chamada Matriz Jacobiana, J , dada pela Equação (25)

$$J = [J^{[h]}] \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{[h]}}{\partial \delta} & \frac{\partial P^{[h]}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{[h]}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q^{[h]}}{\partial V} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Sendo assim, Equação (11) pode ser escrita como a Equação (26)

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta^{[h]} \\ \Delta V^{[h]} \end{bmatrix} = [J^{[h]}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P^{[h]} \\ \Delta Q^{[h]} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Para cada iteração h e para cada barra i , obtêm-se valores para $\Delta \delta_i^{[h]}$ e $\Delta V_i^{[h]}$, que devem ser comparados com valores constantes, pré-estabelecidos para cada variável, que representam o erro tolerado para a solução do problema. Se os valores de $\Delta \delta_i^{[h]}$ e $\Delta V_i^{[h]}$, forem menores ou iguais à este erro, obteve-se a solução do problema, dada pela Equação (27)

$$\begin{aligned} \delta_i^{[h]} &= \delta_i^{[h-1]} + \Delta \delta_i^{[h-1]}, \\ V_i^{[h]} &= V_i^{[h-1]} + \Delta V_i^{[h-1]}, \end{aligned} \quad (27)$$

ou seja, a convergência da solução. Caso contrário, se calcula os novos valores da solução, dados pela Equação (28)

$$\delta_i^{[h+1]} = \delta_i^{[h]} + \Delta \delta_i^{[h]}, \quad (28)$$

$$V_i^{[h+1]} = V_i^{[h]} + \Delta V_i^{[h]},$$

e com eles se obterá as variáveis de diferença da iteração $h + 1$: $\Delta\delta_i^{[h+1]}$ e $\Delta V_i^{[h+1]}$, que também, posteriormente, serão testadas.

Não é encontrada a solução do problema quando os valores de $\Delta\delta_i^{[h+1]}$ e $\Delta V_i^{[h+1]}$ se tornarem maiores ou iguais a um valor constante máximo, se obtendo uma divergência na solução. Também, pode ocorrer que o número de iterações supere um valor estabelecido, possível de ser aplicado, sem que se encontre a convergência.

Dado que para uma barra de referência são conhecidos o módulo e o ângulo da sua tensão elétrica, para esta não há cálculo iterativo e o método não é aplicável a ela, sendo somente necessário o cálculo algébrico de sua potência ativa e reativa líquida. Já para as barras de geração, dado que são conhecidos os módulos de suas tensões elétricas, o cálculo iterativo se faz necessário somente para os seus ângulos. Estas considerações são totalmente influentes na estrutura da matriz Jacobiana do método tradicional, que possuía dimensões dadas juntamente pelos números de barras PV e PQ, influenciadoras óbvias do número de equações e variáveis representativas do sistema.

Maiores detalhes sobre o Método de Newton-Raphson podem ser encontrados em diversas literaturas sobre análise de sistemas de potência, das quais [1] é muito recomendável.

3 FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO PELO MÉTODO DAS INJEÇÕES DE CORRENTES TRIFÁSICAS

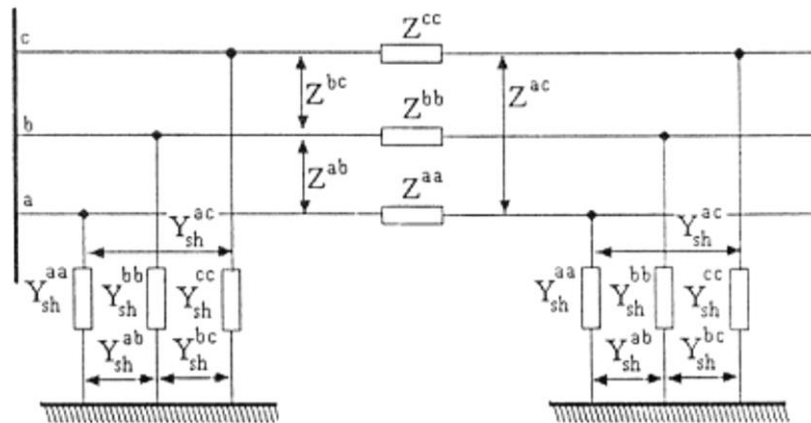
O Método de Injeção de Corrente Trifásicas, proposto por [6], é uma ferramenta atrativa para a solução do problema de fluxo de potência em sistemas de distribuição, onde o método de Newton-Raphson tradicional é lento e geralmente divergente. Sendo uma derivação deste, utiliza as equações de corrente e tensão elétrica no formato retangular e introduz o elemento do resíduo de corrente elétrica trifásica para a obtenção dos resíduos de tensão elétrica em cada iteração.

A matriz Jacobiana obtida pelo MICT, responsável pela relação dos resíduos de tensão elétrica com os resíduos de corrente elétrica, é quadrada, possuindo dimensões iguais a seis vezes o número de barras do sistema no qual o método é aplicado, e com uma característica de admitância, tendo seus elementos formados pela composição dos elementos da matriz admitância de barras do sistema. Os elementos pertencentes a sua diagonal, na maior parte da literatura encontrada sobre o método [6, 16, 17], possuem formulações que operam atualizações iterativas, embora em [16] são encontradas duas formulações que não exigem atualizações além da primeira iteração e [18] afirma que as atualizações podem ou não acontecer, embora quando elas não são feitas provavelmente se tornará necessário mais iterações até a convergência da solução. Os elementos de fora da diagonal são mantidos constantes durante todo o processo, em todas as literaturas [6, 16, 17].

Observa-se que, diferente do que acontece no método de Newton-Raphson tradicional, a Jacobiana no MICT tem dimensão relativa a todo o sistema, considerando até mesmo a sua barra de referência; porém, como no método tradicional, as tensões elétricas da barra de referência não são atualizadas nas iterações, permanecendo constante durante todo o processo de resolução.

Como o próprio nome do método indica, sua aplicação se dá sobre sistemas elétricos trifásicos e, portanto, são feitos cálculos de qualquer uma das grandezas elétricas envolvidas no método (tensões e correntes elétricas de cada barra e seus resíduos e as potências elétricas ativa e reativa líquidas em cada barra e seus resíduos) para cada fase. A consideração trifásica faz com que a matriz admitância de barras e, por consequência, a matriz Jacobiana, possuam elementos de admitância relacionados as interações eletromagnéticas de uma fase com outra, dado o modelo de linha trifásica, exemplificado pela Figura (5).

Figura 5: Modelo π equivalente de uma linha trifásica a parâmetros concentrados

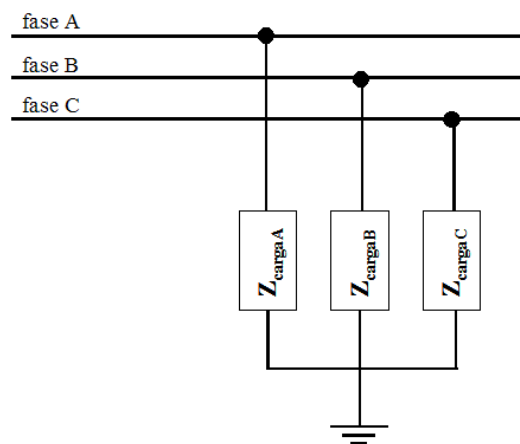


Fonte: [16].

Na Figura (5), as componentes Z_{aa} , Z_{bb} e Z_{cc} , Y_{sh}^{aa} , Y_{sh}^{bb} e Y_{sh}^{cc} são as impedâncias e admitâncias *shunts* próprias das linhas das fases a , b e c , respectivamente, e Z_{ab} , Z_{ac} e Z_{bc} , Y_{sh}^{ab} , Y_{sh}^{ac} e Y_{sh}^{bc} são as impedâncias e admitâncias *shunts* entre as linhas das fases a , b e c , respectivamente.

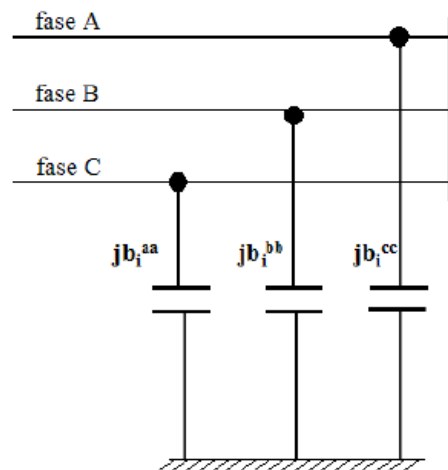
Além das linhas trifásicas, cargas e componentes trifásicos presentes nas redes dos sistemas ao qual o método é aplicado, também tornam necessária o cálculo de grandezas elétricas por fase. Como exemplos, apresentam-se nas Figuras (6), (7) e (8) as representações de cargas, banco de capacitores e transformador trifásico.

Figura 6: Representação de carga trifásica



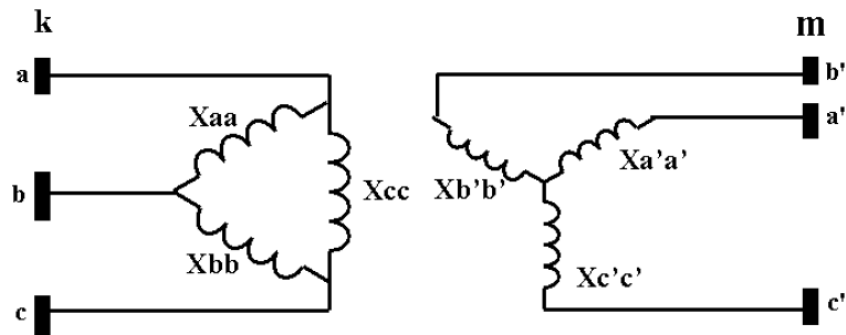
Fonte: [17].

Figura 7: Representação de um banco de capacitores trifásico



Fonte: [17].

Figura 8: Representação de um transformador trifásico



Fonte: [17].

Demais componentes, que não os representados nas Figuras (6) a (8), também serão trifásicos, atuando nas grandezas elétricas nas respectivas fases à que estiverem ligados.

3.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO PELO MÉTODO DE INJEÇÃO DE CORRENTES TRIFÁSICAS

O desenvolvimento matemático do método do MICT, para uma barra i do tipo PQ, primeiramente considera a corrente elétrica especificada para esta barra, $(I_i^{esp})^s$, em uma das fases a , b ou c , dada pela Equação (29)

$$(I_i^{esp})^s = \frac{(P_i^{esp})^s - j(Q_i^{esp})^s}{(E_i^s)^*}, \quad (29)$$

onde:

$s \in \alpha_p = \{a, b, c\}$, ou seja, s é uma das fases a , b ou c da barra i ;

$(P_i^{esp})^s$ é potência elétrica ativa especificada para a barra i na fase s ;

$(Q_i^{esp})^s$ é potência elétrica reativa especificada para a barra i na fase s ;

(E_i^s) é a tensão elétrica calculada iterativamente para a barra i na fase s .

Os respectivos termos (E_i^s) , $(P_i^{esp})^s$ e $(Q_i^{esp})^s$ são dados pelas Equações (30), (31) e (32)

$$E_i^s = V_{r_i}^s + jV_{m_i}^s, \quad (30)$$

$$(P_i^{esp})^s = P_{g_i}^s - P_{l_i}^s, \quad (31)$$

$$(Q_i^{esp})^s = Q_{g_i}^s - Q_{l_i}^s, \quad (32)$$

onde:

$P_{g_i}^s$ é a potência elétrica ativa gerada na barra i na fase s ;

$Q_{g_i}^s$ é a potência elétrica reativa gerada na barra i na fase s ;

$P_{l_i}^s$ é a potência elétrica ativa demandada pela carga conectada na barra i na fase s ;

$Q_{l_i}^s$ é a potência elétrica reativa demandada pela carga conectada na barra i na fase s ;

$V_{r_i}^s$ é a parte real da tensão elétrica E_i^s no formato retangular;

$V_{m_i}^s$ é a parte imaginária da tensão elétrica E_i^s no formato retangular.

Para a obtenção dos resíduos de corrente elétrica, necessita-se conhecer a corrente elétrica total da barra i , que flui para as barras k quaisquer, calculada iterativamente pela Equação (33)

$$(I_i^{calc})^s = \sum_{k \in \Omega_i} \sum_{t \in \alpha_p} Y_{ik}^{st} E_k^t, \quad (33)$$

onde:

Ω_i é o conjunto de barras k conectadas diretamente à barra i ;

$t \in \alpha_p = \{a, b, c\}$, ou seja, t é uma das fases a , b ou c da barra i ;

Y_{ik}^{st} é o elemento ik da matriz admitância de barras, relacionado as fases s e t .

Y_{ik}^{st} é dado pela Equação (34)

$$Y_{ik}^{st} = G_{\square ik}^{st} + jB_{ik}^{st}, \quad (34)$$

onde G_{ik}^{st} é o elemento ik da matriz condutância de barras e B_{ik}^{st} o elemento ik da matriz susceptância de barras, relacionados as fases st .

De uma forma geral, considerando-se um ramo qualquer entre barras ik quaisquer, representa-se Y_{ik}^{st} , G_{ik}^{st} e B_{ik}^{st} em forma matricial, na forma da Equação (35), como a Equação (34)

$$\begin{bmatrix} Y_{ik}^{aa} & Y_{ik}^{ab} & Y_{ik}^{ac} \\ Y_{ik}^{ba} & Y_{ik}^{bb} & Y_{ik}^{bc} \\ Y_{ik}^{ca} & Y_{ik}^{cb} & Y_{ik}^{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{ik}^{aa} & G_{ik}^{ab} & G_{ik}^{ac} \\ G_{ik}^{ba} & G_{ik}^{bb} & G_{ik}^{cb} \\ G_{ik}^{ca} & G_{ik}^{cb} & G_{ik}^{cc} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} B_{ik}^{aa} & B_{ik}^{ab} & B_{ik}^{ac} \\ B_{ik}^{ba} & B_{ik}^{bb} & B_{ik}^{bc} \\ B_{ik}^{ca} & B_{ik}^{cb} & B_{ik}^{cc} \end{bmatrix}, \quad (35)$$

onde a regra de formação dos elementos diagonais e não diagonais das matrizes G_{ik}^{st} e B_{ik}^{st} é exatamente a mesma da formação dos mesmos na matriz Y_{ik}^{st} . Quando não houver o ramo de uma fase s qualquer, entre barras quaisquer, os elementos correspondentes a este são nulos. (Nota-se que, sendo cada elemento da matriz admitância de barras, e por consequência, das matrizes condutância e susceptância de barras, uma matriz 3 x 3, estas terão dimensões três vezes maior que o número de barras do sistema).

$(I_i^{calc})^s$ é separado em partes real e imaginária, $(I_{r_i}^{calc})^s$ e $(I_{m_i}^{calc})^s$ respectivamente, sendo dado pela Equação (36)

$$(I_i^{calc})^s = (I_{r_i}^{calc})^s + j(I_{m_i}^{calc})^s. \quad (36)$$

Com as definições de $(I_i^{esp})^s$ e $(I_i^{calc})^s$ pelas Equações (29) e (33), os resíduos de corrente elétrica na barra i na fase s são dados pela Equação (37) ou (38)

$$\Delta I_i^s = (I_i^{esp})^s - (I_i^{calc})^s, \quad (37)$$

$$\Delta I_i^s = \frac{(P_i^{esp})^s - j(Q_i^{esp})^s}{(E_i^s)^*} - \sum_{k \in \Omega_i} \sum_{t \in \alpha_p} Y_{ik}^{st} E_k^t. \quad (38)$$

Utilizando-se das notações retangulares, pode-se separar os termos da Equações (38) em partes reais e imaginárias, como exemplifica a Equação (39)

$$\begin{aligned}
\frac{(P_i^{esp})^s - j(Q_i^{esp})^s}{(E_i^s)^*} &= \frac{(P_i^{esp})^s - j(Q_i^{esp})^s}{(V_{\square i}^s + jV_{m_i}^s)^*} = \frac{(P_i^{esp})^s - j(Q_i^{esp})^s}{V_{r_i}^s - jV_{m_i}^s} \\
&= \frac{(P_i^{esp})^s (V_{r_i}^s + jV_{m_i}^s) - j(Q_i^{esp})^s (V_{r_i}^s + jV_{m_i}^s)}{(V_{r_i}^s - jV_{m_i}^s)(V_{r_i}^s + jV_{m_i}^s)} \\
&= \frac{(P_i^{esp})^s V_{r_i}^s + (Q_i^{esp})^s V_{m_i}^s}{(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2} + j \frac{(P_i^{esp})^s V_{m_i}^s - (Q_i^{esp})^s V_{r_i}^s}{(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2},
\end{aligned} \tag{39}$$

e a Equação (40)

$$\begin{aligned}
Y_{ik}^{st} E_k^t &= (G_{ik}^{st} + jB_{ik}^{st})(V_{r_k}^t + jV_{m_k}^t) \\
&= (G_{ik}^{st} V_{r_k}^t - B_{ik}^{st} V_{m_k}^t) + j(G_{ik}^{st} V_{m_k}^t + B_{ik}^{st} V_{r_k}^t),
\end{aligned} \tag{40}$$

e assim, obtêm-se ΔI_i^s separado em partes real e imaginária, $\Delta I_{r_i}^s$ e $\Delta I_{m_i}^s$, respectivamente, dadas pelas Equações (41) e (42)

$$\Delta I_{r_i}^s = \frac{(P_i^{esp})^s V_{r_i}^s + (Q_i^{esp})^s V_{m_i}^s}{(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2} - \sum_{k=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} (G_{ik}^{st} V_{r_k}^t - B_{ik}^{st} V_{m_k}^t), \tag{41}$$

$$\Delta I_{m_i}^s = \frac{(P_i^{esp})^s V_{m_i}^s - (Q_i^{esp})^s V_{r_i}^s}{(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2} - \sum_{k=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} (G_{ik}^{st} V_{m_k}^t + B_{ik}^{st} V_{r_k}^t), \tag{42}$$

sendo, ΔI_i^s dado pela Equação (43)

$$\Delta I_i^s = \Delta I_{r_i}^s + j\Delta I_{m_i}^s. \tag{43}$$

O fluxo de carga ótimo é dado quando os resíduos de corrente elétrica nas barras são nulos, ou seja, quando a Equação (44) for satisfeita

$$\Delta I_i^s \cong 0, \tag{44}$$

ou seja, quando tem-se a Equação (45)

$$\frac{(P_i^{esp})^s - j(Q_i^{esp})^s}{(E_i^s)^*} \cong \sum_{k=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} Y_{ik}^{st} E_k^t. \tag{45}$$

Então, aplicando-se o método de Newton-Raphson na Equação (37), têm-se a Equação (46)

$$\Delta(\Delta I_i^s) = (\Delta I_i^s) - (\Delta I_i^s)^{[h]}, \tag{46}$$

onde $(\Delta I_i^s)^{[h]}$ é o valor de (ΔI_i^s) calculado na iteração h e $\Delta(\Delta I_i^s)$ a diferença entre (ΔI_i^s) e ele. Como ΔI_i^s foi separado em partes real e imaginária, sendo estas funções representadas pela Equação (47)

$$\Delta I_{r_i}^s = \Delta I_{m_i}^s = f(V_{r_i}^s, V_{m_i}^s, V_{r_k}^t, V_{m_k}^t), \quad (47)$$

pois os outros termos são constantes, têm-se a Equação (48) e a (49)

$$\begin{aligned} (\Delta I_{r_i}^s) &\cong (\Delta I_{r_i}^s)^{[h]} + \frac{\partial(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{r_i}^s} (\Delta V_{r_i}^s)^{[h]} + \frac{\partial(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{m_i}^s} (\Delta V_{m_i}^s)^{[h]} \\ &+ \sum_{k=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} \left[\frac{\partial(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{r_k}^t} (\Delta V_{r_k}^t)^{[h]} + \frac{\partial(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{m_k}^t} (\Delta V_{m_k}^t)^{[h]} \right], \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} (\Delta I_{m_i}^s) &\cong (\Delta I_{m_i}^s)^{[h]} + \frac{\partial(\Delta I_{m_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{r_i}^s} (\Delta V_{r_i}^s)^{[h]} + \frac{\partial(\Delta I_{m_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{m_i}^s} (\Delta V_{m_i}^s)^{[h]} \\ &+ \sum_{k=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} \left[\frac{\partial(\Delta I_{m_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{r_k}^t} (\Delta V_{r_k}^t)^{[h]} + \frac{\partial(\Delta I_{m_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{m_k}^t} (\Delta V_{m_k}^t)^{[h]} \right]. \end{aligned} \quad (49)$$

As derivadas de $(\Delta I_{r_i}^s)$ e $(\Delta I_{m_i}^s)$, que compõem os elementos da Matriz Jacobiana \mathbf{J} , em analogia a Equação (25) no contexto do método de Newton-Raphson para sistemas monofásicos, são dadas pela Equação (50), (51), (52), (53), (54), (55), (56) e (57)

$$\frac{\partial(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{r_i}^s} = \frac{(P_i^{esp})^s (V_{m_i}^s)^{2[h]} - (P_i^{esp})^s (V_{r_i}^s)^{2[h]} - 2(Q_i^{esp})^\square (V_{r_i}^s)^{[h]} (V_{m_i}^s)^{[h]}}{\left[(V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]} \right]^2}, \quad (50)$$

$$\frac{\partial(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{m_i}^s} = \frac{(Q_i^{esp})^s (V_{r_i}^s)^{2[h]} - (Q_i^{esp})^s (V_{m_i}^s)^{2[h]} - 2(P_i^{esp})^s (V_{r_i}^s)^{[h]} (V_{m_i}^s)^{[h]}}{\left[(V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]} \right]^2}, \quad (51)$$

$$\frac{\partial(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{r_k}^t} = - \sum_{t \in \alpha_p} (G_{k_i}^{st}), \quad (52)$$

$$\frac{\partial(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{m_k}^t} = \sum_{t \in \alpha_p} (B_{k_i}^{st}), \quad (53)$$

$$\frac{\partial(\Delta I_{m_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{r_i}^s} = \frac{(Q_i^{esp})^s (V_{r_i}^s)^{2[h]} - (Q_i^{esp})^s (V_{m_i}^s)^{2[h]} - 2(P_i^{esp})^s (V_{r_i}^s)^{[h]} (V_{m_i}^s)^{[h]}}{\left[(V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]} \right]^2}, \quad (54)$$

$$\frac{\partial(\Delta I_{m_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{m_i}^s} = \frac{(P_i^{esp})^s (V_{r_i}^s)^{2[h]} - (P_i^{esp})^s (V_{m_i}^s)^{2[h]} + 2(Q_i^{esp})^s (V_{r_i}^s)^{[h]} (V_{m_i}^s)^{[h]}}{\left[(V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]} \right]^2}, \quad (55)$$

$$\frac{\partial(\Delta I_{m_i}^s)^{[h]}}{\partial V_{r_k}^t} = - \sum_{t \in \alpha_p} (B_{k_i}^{st}), \quad (56)$$

$$\frac{\partial(\Delta I_{m_i}^\square)^{[h]}}{\partial V_{m_k}^t} = - \sum_{t \in \alpha_p} (G_{k_i}^{st}). \quad (57)$$

Pela Equação (44), as componentes real e imaginária de ΔI_i^s também serão nulas e portanto, pelo método de Newton-Raphson, obtêm-se o sistema matricial exemplificado pela Equação (58)

$$\begin{bmatrix} \Delta I_r^a \\ \Delta I_r^b \\ \Delta I_r^c \\ \Delta I_m^a \\ \Delta I_m^b \\ \Delta I_m^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta I_r^a}{\partial V_r^a} & \frac{\partial \Delta I_r^a}{\partial V_r^b} & \frac{\partial \Delta I_r^a}{\partial V_r^c} & \frac{\partial \Delta I_r^a}{\partial V_m^a} & \frac{\partial \Delta I_r^a}{\partial V_m^b} & \frac{\partial \Delta I_r^a}{\partial V_m^c} \\ \frac{\partial \Delta I_r^b}{\partial V_r^a} & \frac{\partial \Delta I_r^b}{\partial V_r^b} & \frac{\partial \Delta I_r^b}{\partial V_r^c} & \frac{\partial \Delta I_r^b}{\partial V_m^a} & \frac{\partial \Delta I_r^b}{\partial V_m^b} & \frac{\partial \Delta I_r^b}{\partial V_m^c} \\ \frac{\partial \Delta I_r^c}{\partial V_r^a} & \frac{\partial \Delta I_r^c}{\partial V_r^b} & \frac{\partial \Delta I_r^c}{\partial V_r^c} & \frac{\partial \Delta I_r^c}{\partial V_m^a} & \frac{\partial \Delta I_r^c}{\partial V_m^b} & \frac{\partial \Delta I_r^c}{\partial V_m^c} \\ \frac{\partial \Delta I_m^a}{\partial V_r^a} & \frac{\partial \Delta I_m^a}{\partial V_r^b} & \frac{\partial \Delta I_m^a}{\partial V_r^c} & \frac{\partial \Delta I_m^a}{\partial V_m^a} & \frac{\partial \Delta I_m^a}{\partial V_m^b} & \frac{\partial \Delta I_m^a}{\partial V_m^c} \\ \frac{\partial \Delta I_m^b}{\partial V_r^a} & \frac{\partial \Delta I_m^b}{\partial V_r^b} & \frac{\partial \Delta I_m^b}{\partial V_r^c} & \frac{\partial \Delta I_m^b}{\partial V_m^a} & \frac{\partial \Delta I_m^b}{\partial V_m^b} & \frac{\partial \Delta I_m^b}{\partial V_m^c} \\ \frac{\partial \Delta I_m^c}{\partial V_r^a} & \frac{\partial \Delta I_m^c}{\partial V_r^b} & \frac{\partial \Delta I_m^c}{\partial V_r^c} & \frac{\partial \Delta I_m^c}{\partial V_m^a} & \frac{\partial \Delta I_m^c}{\partial V_m^b} & \frac{\partial \Delta I_m^c}{\partial V_m^c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V_r^a \\ \Delta V_r^b \\ \Delta V_r^c \\ \Delta V_m^a \\ \Delta V_m^b \\ \Delta V_m^c \end{bmatrix}, \quad (58)$$

sendo que para as n barras na fase s , tem-se o sistema dado pela Equação (59)

$$\begin{bmatrix} (\Delta I_{r_1}^s)^{[h]} \\ (\Delta I_{m_1}^s)^{[h]} \\ (\Delta I_{r_2}^s)^{[h]} \\ (\Delta I_{m_2}^s)^{[h]} \\ \vdots \\ (\Delta I_{r_n}^s)^{[h]} \\ (\Delta I_{m_n}^s)^{[h]} \end{bmatrix} = -\mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} (\Delta V_{r_1}^s)^{[h]} \\ (\Delta V_{m_1}^s)^{[h]} \\ \vdots \\ (\Delta V_{r_i}^s)^{[h]} \\ (\Delta V_{m_i}^s)^{[h]} \\ \vdots \\ (\Delta V_{r_n}^s)^{[h]} \\ (\Delta V_{m_n}^s)^{[h]} \end{bmatrix}. \quad (59)$$

onde \mathbf{J} é a matriz Jacobiana do sistema.

A Equação (59) pode ser representada, como em [6] é feito, considerando já as três fases a , b ou c , pela Equação (60)

$$\begin{bmatrix} (\Delta I_{m_1}^{abc})^{[h]} \\ (\Delta I_{r_1}^{abc})^{[h]} \\ (\Delta I_{m_2}^{abc})^{[h]} \\ (\Delta I_{r_2}^{abc})^{[h]} \\ \vdots \\ (\Delta I_{m_n}^{abc})^{[h]} \\ (\Delta I_{r_n}^{abc})^{[h]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{Y}_{11}^{abc})^{[h]} & \mathbf{Y}_{12}^{abc} & \dots & \mathbf{Y}_{1n}^{abc} \\ \mathbf{Y}_{21}^{abc} & (\mathbf{Y}_{22}^{abc})^{[h]} & \dots & \mathbf{Y}_{2n}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{n1}^{abc} & \mathbf{Y}_{n2}^{abc} & \dots & (\mathbf{Y}_{nn}^{abc})^{[h]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Delta V_{r_1}^{abc})^{[h]} \\ (\Delta V_{m_1}^{abc})^{[h]} \\ \vdots \\ (\Delta V_{r_i}^{abc})^{[h]} \\ (\Delta V_{m_i}^{abc})^{[h]} \\ \vdots \\ (\Delta V_{r_n}^{abc})^{[h]} \\ (\Delta V_{m_n}^{abc})^{[h]} \end{bmatrix}, \quad (60)$$

ou de forma simplificada, pela Equação (61)

$$(\Delta I_{mr}^{abc})^{[h]} = \mathbf{J}^{[h]} \cdot (\Delta V_{rm}^s)^{[h]}. \quad (61)$$

Na Equação (60) é perceptível a característica de admitância da matriz Jacobiana no MICT e de fato, como em [6], seus elementos serão formados pelos elementos da matriz admitância de barras. Estes elementos possuem dimensão 6×6 , sendo a matriz Jacobiana de dimensões iguais a seis vezes o tamanho do sistema. Uma consequência direta desta representação da matriz Jacobiana é a característica esparsa, dado que não necessariamente existirão no SEP em que o método é aplicado ligações entre suas barras em todas as três fases. A esparsidade da matriz Jacobiana torna obrigatória a utilização de técnicas de fatoração e inversão de matrizes esparsas para a resolução do sistema matricial da Equação (60) para os resíduos de tensão elétrica, pois em SEPs de muitas barras, radiais e fracamente malhados, a diagonal da matriz Jacobiana terá elementos nulos.

Para a formação da matriz Jacobiana, têm-se que seus elementos de fora da diagonal são os elementos de fora da diagonal principal da matriz admitância de barras, com os correspondentes índices. Como o problema é trifásico e se desenvolve em coordenadas retangulares, os elementos são matrizes com dimensão 6 x 6 com a forma da Equação (62)

$$\mathbf{Y}_{im}^{abc} = \begin{bmatrix} B_{im}^{abc} & G_{im}^{abc} \\ G_{im}^{abc} & -B_{im}^{abc} \end{bmatrix}, \quad (62)$$

onde:

$$i, m = 1, \dots, n;$$

B_{im}^{abc} são os elementos fora da diagonal principal da matriz susceptância de barras;

G_{im}^{abc} são os elementos fora da diagonal principal da matriz condutância de barras.

Por outro lado, se os elementos da diagonal principal forem atualizáveis iterativamente, eles serão dependentes do modelo de carga adotado, sendo que para a representação das cargas do sistema de distribuição no MICT, conforme [6], adota-se um modelo de carga do tipo polinomial, onde ela é formada por componentes que representam a parcela de potência elétrica constante, corrente elétrica constante e impedância constante, sendo as potências elétricas ativa e reativa dada uma variação de tensão elétrica sobre as cargas obtidas pelas Equações (63) e (64)

$$P_{l_i}^s = P_{0_i}^s + P_{1_i}^s V_i^s + P_{2_i}^s (V_i^s)^2, \quad (63)$$

$$Q_{l_i}^s = Q_{0_i}^s + Q_{1_i}^s V_i^s + Q_{2_i}^s (V_i^s)^2, \quad (64)$$

onde:

$P_{0_i}^s$ é a parcela de potência elétrica constante da carga ativa na fase s da barra i ;

$Q_{0_i}^s$ é a parcela de potência elétrica constante da carga reativa na fase s da barra i ;

$P_{1_i}^s$ é a parcela de corrente elétrica constante da carga ativa na fase s da barra i ;

$Q_{1_i}^s$ é a parcela de corrente elétrica constante da carga reativa na fase s da barra i ;

$P_{2_i}^s$ é a parcela de impedância constante da carga ativa na fase s da barra i ;

$Q_{2_i}^s$ é a parcela de impedância constante da carga reativa na fase s da barra i .

Os elementos diagonais possuem a forma da Equação (65)

$$(\mathbf{Y}_{kk}^{abc})^{[h]} = \begin{bmatrix} (B'_{kk})^{abc[h]} & (G'_{kk})^{abc[h]} \\ (G''_{kk})^{abc[h]} & (B''_{kk})^{abc[h]} \end{bmatrix}. \quad (65)$$

Têm-se que $(B'_{kk})^{abc[h]}$, $(G'_{kk})^{abc[h]}$, $(G''_{kk})^{abc[h]}$ e $(B''_{kk})^{abc[h]}$ são dados pela Equação (66), (67), (68) e (69)

$$(B'_{kk})^{abc[h]} = B_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} a_k^a[h] & & \\ & a_k^b[h] & \\ & & a_k^c[h] \end{bmatrix}, \quad (66)$$

$$(G'_{kk})^{abc[h]} = G_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} b_k^a[h] & & \\ & b_k^b[h] & \\ & & b_k^c[h] \end{bmatrix}, \quad (67)$$

$$(G''_{kk})^{abc[h]} = G_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} c_k^a[h] & & \\ & c_k^b[h] & \\ & & c_k^c[h] \end{bmatrix}, \quad (68)$$

$$(B''_{kk})^{abc[h]} = -B_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} d_k^a[h] & & \\ & d_k^b[h] & \\ & & d_k^c[h] \end{bmatrix}, \quad (69)$$

onde os termos $a_k^s[h]$, $b_k^s[h]$, $c_k^s[h]$ e $d_k^s[h]$ são dados pelas Equações (70), (71), (72) e (73)

$$a_k^s[h] = \frac{Q_{0i}^s \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} - (V_{mi}^s)^{2[h]} \right] - 2 (V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} P_{0i}^s}{(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}} + \frac{(V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} P_{1i}^s + Q_{1i}^s (V_{mi}^s)^{2[h]}}{\sqrt{\frac{3}{2} (V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}}} + Q_{2i}^s, \quad (70)$$

$$b_k^s[h] = \frac{P_{0i}^s \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} - (V_{mi}^s)^{2[h]} \right] - 2 (V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} Q_{0i}^s}{(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}} - \frac{(V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} Q_{1i}^s + P_{1i}^s (V_{mi}^s)^{2[h]}}{\sqrt{\frac{3}{2} (V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}}} - P_{2i}^s, \quad (71)$$

$$c_k^{s[h]} = \frac{P_{0i}^s \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} - (V_{mi}^s)^{2[h]} \right] - 2 (V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} Q_{0i}^s}{(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}} + \frac{(V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} Q_{1i}^s + P_{1i}^s (V_{mi}^s)^{2[h]}}{\sqrt{\frac{3}{2} \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]} \right]}} - P_{2i}^s, \quad (72)$$

$$d_k^{s[h]} = \frac{Q_{0i}^s \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} - (V_{mi}^s)^{2[h]} \right] - 2 (V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} P_{0i}^s}{(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}} + \frac{(V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} P_{1i}^s - Q_{1i}^s (V_{mi}^s)^{2[h]}}{\sqrt{\frac{3}{2} \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]} \right]}} - Q_{2i}^s. \quad (73)$$

É válida a observação que não necessariamente as cargas do sistema elétrico de potência serão compostas na sua representação pelas três componentes mencionadas do modelo polinomial, podendo o serem somente por uma componente, seja a de potência elétrica constante, corrente elétrica constante ou impedância constante. Se o forem, naturalmente as expressões para os termos $a_k^{s[h]}$, $b_k^{s[h]}$, $c_k^{s[h]}$ e $d_k^{s[h]}$ serão simplificadas. Para uma representação das cargas pelo modelo de potência elétrica constante, têm-se que estes termos são dados, respectivamente, pelas Equações (74), (75), (76) e (77),

$$a_k^{s[h]} = \frac{Q_{0i}^s \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} - (V_{mi}^s)^{2[h]} \right] - 2 (V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} P_{0i}^s}{(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}}, \quad (74)$$

$$b_k^{s[h]} = \frac{P_{0i}^s \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} - (V_{mi}^s)^{2[h]} \right] - 2 (V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} Q_{0i}^s}{(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}}, \quad (75)$$

$$c_k^{s[h]} = \frac{P_{0i}^s \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} - (V_{mi}^s)^{2[h]} \right] - 2 (V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} Q_{0i}^s}{(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}}, \quad (76)$$

$$d_k^{s[h]} = \frac{Q_{0i}^s \left[(V_{ri}^s)^{2[h]} - (V_{mi}^s)^{2[h]} \right] - 2 (V_{ri}^s)^{[h]} (V_{mi}^s)^{[h]} P_{0i}^s}{(V_{ri}^s)^{2[h]} + (V_{mi}^s)^{2[h]}}. \quad (77)$$

De outro modo, se as cargas forem representadas pelo modelo de corrente elétrica constante, têm-se que estes termos são dados, respectivamente, pelas Equações (78), (79), (80) e (81),

$$a_k^s[h] = \frac{(V_{r_i}^s)^{[h]} (V_{m_i}^s)^{[h]} P_{1_i}^s + Q_{1_i}^s (V_{m_i}^s)^{2[h]}}{\sqrt{\frac{3}{2} \left((V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]} \right)}}, \quad (78)$$

$$b_k^s[h] = \frac{(V_{r_i}^s)^{[h]} (V_{m_i}^s)^{[h]} Q_{1_i}^s + P_{1_i}^s (V_{m_i}^s)^{2[h]}}{\sqrt{\frac{3}{2} \left((V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]} \right)}}, \quad (79)$$

$$c_k^s[h] = \frac{(V_{r_i}^s)^{[h]} (V_{m_i}^s)^{[h]} Q_{1_i}^s + P_{1_i}^s (V_{m_i}^s)^{2[h]}}{\sqrt{\frac{3}{2} \left((V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]} \right)}}, \quad (80)$$

$$d_k^s[h] = \frac{(V_{r_i}^s)^{[h]} (V_{m_i}^s)^{[h]} P_{1_i}^s - Q_{1_i}^s (V_{m_i}^s)^{2[h]}}{\sqrt{\frac{3}{2} \left((V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]} \right)}}. \quad (81)$$

E, por fim, caso a representação seja pelo modelo de impedância constante, estes termos são constantes, dados, respectivamente, pelas Equações (82), (83), (84) e (85),

$$a_k^s[h] = Q_{2_i}^s, \quad (82)$$

$$b_k^s[h] = -P_{2_i}^s, \quad (83)$$

$$c_k^s[h] = -P_{2_i}^s, \quad (84)$$

$$d_k^s[h] = -Q_{2_i}^s. \quad (85)$$

Para a solução da Equação (61), calcula-se os valores de $(\Delta I_{r_i}^{abc})^{[h]}$ e $(\Delta I_{m_i}^{abc})^{[h]}$.

Tendo-se a Equação (86)

$$\Delta I = \frac{\Delta S^*}{V^*} = \frac{(\Delta P + j\Delta Q)^*}{(V_r + jV_m)^*} = \frac{\Delta P - j\Delta Q}{V_r - jV_m} \quad (86)$$

tem-se a Equação (87)

$$\begin{aligned}\Delta I_i^s &= \frac{\Delta P_i^s - j\Delta Q_i^s}{V_{r_i}^s - jV_{m_i}^s} = \frac{\Delta P_i^s(V_{r_i}^s + jV_{m_i}^s) - j\Delta Q_i^s(V_{r_i}^s + jV_{m_i}^s)}{(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2} \\ &= \frac{(V_{r_i}^s\Delta P_i^s - V_{m_i}^s\Delta Q_i^s) + j(V_{m_i}^s\Delta P_i^s - V_{r_i}^s\Delta Q_i^s)}{(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2}\end{aligned}\quad (87)$$

e, separando ΔI_i^s em partes real e imaginária, tem-se, em uma iteração h , as Equações (88) e (89)

$$(\Delta I_{r_i}^s)^{[h]} = \frac{(V_{r_i}^s)^{[h]}(\Delta P_i^s)^{[h]} - (V_{m_i}^s)^{[h]}(\Delta Q_i^s)^{[h]}}{(V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]}}\quad (88)$$

$$(\Delta I_{m_i}^s)^{[h]} = \frac{(V_{m_i}^s)^{[h]}(\Delta P_i^s)^{[h]} - (V_{r_i}^s)^{[h]}(\Delta Q_i^s)^{[h]}}{(V_{r_i}^s)^{2[h]} + (V_{m_i}^s)^{2[h]}}\quad (89)$$

sendo $(\Delta P_i^s)^{[h]}$ e $(\Delta Q_i^s)^{[h]}$ dados pelas Equações (90) e (91)

$$(\Delta P_i^s)^{[h]} = (P_i^{esp})^s - (P_i^{calc})^s\quad (90)$$

$$(\Delta Q_i^s)^{[h]} = (Q_i^{esp})^s - (Q_i^{calc})^s\quad (91)$$

onde P_i^{calc} e Q_i^{calc} as potências elétricas ativa e reativa calculadas iterativamente, sendo dadas pela Equação (92) e (93)

$$(P_i^{calc})^s = (V_{r_i}^s)^{[h]}(I_{r_i}^s)^{[h]} + (V_{m_i}^s)^{[h]}(I_{m_i}^s)^{[h]}\quad (92)$$

$$(Q_i^{calc})^s = (V_{m_i}^s)^{[h]}(I_{r_i}^s)^{[h]} - (V_{r_i}^s)^{[h]}(I_{m_i}^s)^{[h]}\quad (93)$$

onde $(I_{r_i}^s)^{[h]}$ e $(I_{m_i}^s)^{[h]}$ são calculadas para iteração h como na Equação (33), já que se tem a relação dada pela Equação (94)

$$\begin{aligned}S_i^s &= E_i^s \cdot (I_{ik}^s)^* = (V_{r_i}^s + jV_{m_i}^s)(I_{r_{ik}}^s + jI_{m_{ik}}^s)^* = (V_{r_i}^s + jV_{m_i}^s)(I_{r_{ik}}^s - jI_{m_{ik}}^s) \\ &= (V_{r_i}^s I_{r_{ik}}^s + V_{m_i}^s I_{m_{ik}}^s) + j(V_{m_i}^s I_{r_{ik}}^s - V_{r_i}^s I_{m_{ik}}^s)\end{aligned}\quad (94)$$

e portanto as Equações (95) e (96)

$$P_i^s = V_{r_i}^s I_{r_{ik}}^s + V_{m_i}^s I_{m_{ik}}^s\quad (95)$$

$$Q_i^s = V_{m_i}^s I_{r_{ik}}^s - V_{r_i}^s I_{m_{ik}}^s\quad (96)$$

Tem-se que as tensões elétricas complexas V_{rmi}^s são atualizadas iterativamente pela Equação (97)

$$(V_{rmi}^{abc})^{[h+1]} = (V_{rmi}^{abc})^{[h]} + (\Delta V_{rmi}^{abc})^{[h]} \quad (97)$$

onde (V_{rmi}^{abc}) é dado pela Equação (98)

$$(V_{rmi}^{abc}) = [V_{r_i}^a \quad V_{r_i}^b \quad V_{r_i}^c \quad V_{m_i}^a \quad V_{m_i}^b \quad V_{m_i}^c]^t \quad (98)$$

Assim, pelo método de Newton-Raphson, se obtêm em cada iteração h , valores para as tensões elétricas em cada fase, em um formato retangular.

Uma abordagem mais generalista do MICT inclui também a possibilidade de representação de barras PV. Conforme [6], nesta situação, deve-se incluir equações que representem o controle de tensões elétricas das barras PV pela geração de potência elétrica reativa, se tornando esta, então, uma das variáveis a serem calculadas iterativamente. Segundo [6], parte-se da relação das componentes real e imaginária com o módulo da tensão elétrica V_i^s para uma barra i qualquer e uma fase s qualquer, dada pela Equação (99)

$$(V_i^s)^2 = (V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2, \quad (99)$$

sendo a Equação (99) linearizada para se obter a Equação (100)

$$\Delta V_i^s = \frac{V_{r_i}^s}{V_i^s} \Delta V_{r_i}^s + \frac{V_{m_i}^s}{V_i^s} \Delta V_{m_i}^s. \quad (100)$$

Tem-se que ΔV_i^s é dado para cada iteração pela Equação (101)

$$\Delta V_i^s = (V_i^s)^{esp} - (V_i^s)^{calc}, \quad (101)$$

sendo $(V_i^s)^{esp}$ e $(V_i^s)^{calc}$ o módulo da tensão elétrica especificada e calculada para a fase s da barra i , respectivamente. $(V_i^s)^{calc}$ é dado pela Equação (102)

$$(V_i^s)^{calc} = \sqrt{(V_{r_i}^s)^2 + (V_{m_i}^s)^2}. \quad (102)$$

Estando a barra PV conectada à barras PQ, a Equação (60) se torna a Equação (103)

$$\begin{bmatrix}
(\Delta I_{m_1}^{abc})^{[h]} \\
(\Delta I_{r_1}^{abc})^{[h]} \\
\vdots \\
(\Delta I_{m_i}^{abc})^{[h]} \\
(\Delta I_{r_i}^{abc})^{[h]} \\
\vdots \\
(\Delta I_{m_n}^{abc})^{[h]} \\
(\Delta I_{r_n}^{abc})^{[h]} \\
(\Delta V_i^{abc})^{[h]}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
(\mathbf{Y}_{11}^{abc})^{[h]} & \dots & \mathbf{Y}_{1i}^{abc} & \dots & \mathbf{Y}_{1n}^{abc} & \vdots \\
\vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\
\mathbf{Y}_{i1}^{abc} & \vdots & (\mathbf{Y}_{ii}^{abc})^{[h]} & \vdots & \mathbf{Y}_{in}^{abc} & \vdots \\
\mathbf{Y}_{n1}^{abc} & \dots & \mathbf{Y}_{ni}^{abc} & \dots & (\mathbf{Y}_{nn}^{abc})^{[h]} & \vdots \\
\dots & \dots & \mathbf{Z} & \dots & \dots & \vdots
\end{bmatrix}
\mathbf{X}
\begin{bmatrix}
(\Delta V_{r_1}^{abc})^{[h]} \\
(\Delta V_{m_1}^{abc})^{[h]} \\
\vdots \\
(\Delta V_{r_i}^{abc})^{[h]} \\
(\Delta V_{m_i}^{abc})^{[h]} \\
\vdots \\
(\Delta V_{r_n}^{abc})^{[h]} \\
(\Delta V_{m_n}^{abc})^{[h]} \\
(\Delta Q_i^{abc})^{[h]}
\end{bmatrix}, \quad (103)$$

Onde $(\Delta V_i^{abc})^{[h]}$, $(\Delta Q_i^{abc})^{[h]}$, \mathbf{Z} e \mathbf{X} são dados pelas Equações (104), (105), (106) e (107), respectivamente,

$$(\Delta V_i^{abc})^{[h]} = \begin{bmatrix}
(\Delta V_i^a)^{[h]} \\
(\Delta V_i^b)^{[h]} \\
(\Delta V_i^c)^{[h]}
\end{bmatrix}, \quad (104)$$

$$(\Delta Q_i^{abc})^{[h]} = \begin{bmatrix}
(\Delta Q_i^a)^{[h]} \\
(\Delta Q_i^b)^{[h]} \\
(\Delta Q_i^c)^{[h]}
\end{bmatrix}, \quad (105)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix}
\frac{V_{r_i}^a}{V_i^a} & & & & & \\
& \frac{V_{r_i}^b}{V_i^b} & & & & \\
& & \frac{V_{r_i}^c}{V_i^c} & & & \\
& & & \frac{V_{m_i}^a}{V_i^a} & & \\
& & & & \frac{V_{m_i}^b}{V_i^b} & \\
& & & & & \frac{V_{m_i}^c}{V_i^c}
\end{bmatrix}, \quad (106)$$

$$I_{fik}^{S*} = I_{fr_{ser_{ik}}}^S + I_{fr_{sh_{ik}}}^S - j \left(I_{fm_{ser_{ik}}}^S + I_{fm_{sh_{ik}}}^S \right). \quad (111)$$

As perdas de potência elétrica nas linhas da rede, por sua vez, serão dadas pela Equação (112), para a linha na fase s entre as barras i e k

$$S_{perdas} = S_{ik}^s - S_{ki}^s. \quad (111)$$

3.2 ALGORÍTMO DO MÉTODO DE INJEÇÃO DE CORRENTES TRIFÁSICAS

Dado o conjunto de Equações (29) até (98), pode-se descrever um algoritmo de resolução do MICT para barras PQ, composto pelos seguintes passos:

- 1) compor as matrizes G_{ik}^{st} e B_{ik}^{st} do sistema com os elementos resistivos e reativos da rede e segundo as ligações existentes ou não para cada fase, utilizando a Equação (6);
- 2) compor a parte constante da matriz Jacobiana, utilizando as Equações (62) e (65), dada pelos elementos de fora da diagonal principal e pela parcela constante dos elementos diagonais, a qual será adicionado os termos $a_k^{s[h]}$, $b_k^{s[h]}$, $c_k^{s[h]}$ e $d_k^{s[h]}$ na iteração h ;
- 3) calcular as potências elétricas ativa e reativa especificadas para cada barra, dado as potências elétricas ativa e reativa geradas nelas e as cargas nelas ligadas, utilizando as Equações (31) e (32);
- 4) escolher condições iniciais para as tensões elétricas de cada barra para compor o vetor tensão elétrica, pois estas não podem ser todas nulas;
- 5) calcular o vetor corrente elétrica injetada, utilizando as Equações (33) e (40), que podem ser representadas matricialmente, em analogia à Equação (60), pela Equação (113)

$$\begin{bmatrix} I_{m_1 abc}^{[h]} \\ I_{r_1 abc}^{[h]} \\ \vdots \\ I_{m_n abc}^{[h]} \\ I_{r_n abc}^{[h]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{B}_{11}^{abc}) & (\mathbf{G}_{11}^{abc}) & \dots & (\mathbf{B}_{1n}^{abc}) & (\mathbf{G}_{1n}^{abc}) \\ (\mathbf{G}_{11}^{abc}) & -(\mathbf{B}_{11}^{abc}) & \dots & (\mathbf{G}_{1n}^{abc}) & -(\mathbf{B}_{1n}^{abc}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{B}_{n1}^{abc}) & (\mathbf{G}_{n1}^{abc}) & \dots & (\mathbf{B}_{nn}^{abc}) & (\mathbf{G}_{nn}^{abc}) \\ (\mathbf{G}_{n1}^{abc}) & -(\mathbf{B}_{n1}^{abc}) & \dots & (\mathbf{G}_{nn}^{abc}) & -(\mathbf{B}_{nn}^{abc}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{r_1 abc}^{[h]} \\ V_{m_1 abc}^{[h]} \\ \vdots \\ V_{r_n abc}^{[h]} \\ V_{m_n abc}^{[h]} \end{bmatrix}; \quad (113)$$

- 6) calcular as potências elétricas ativa e reativa estimadas para cada barra, com as tensões elétricas estipuladas no passo (4) e as correntes elétricas calculadas no passo (5), utilizando as Equações (92) e (93);
- 7) calcular os resíduos de potência elétrica ativa e reativa para cada barra, utilizando as Equações (90) e (91);
- 8) calcular os resíduos de corrente elétrica para cada barra, utilizando as Equações (88) e (89);
- 9) calcular os termos a_k^s , b_k^s , c_k^s e d_k^s segundo a representação de carga adotada, utilizando as Equações (70) a (73) no caso do modelo polinomial, (74) a (77) no caso do modelo de potência constante elétrica, (79) a (81) no caso do modelo de corrente elétrica constante ou as Equações (82) a (85) no caso do modelo de impedância constante;
- 10) atualizar os elementos diagonais da matriz Jacobiana, utilizando as Equações (66) a (69), (caso se use atualizá-los em todas as iterações);
- 11) calcular o vetor dos resíduos de tensão elétrica em cada barra, utilizando as Equação (61), com técnicas de fatoração e inversão de matrizes esparsas aplicadas a matriz Jacobiana, para a resolução deste sistema linear que envolve sua inversa;
- 12) atualizar o vetor das tensões elétricas das barras, utilizando a Equação (97);
- 13) fazer o teste da convergência do método, verificando se os valores máximos dos resíduos de potência elétrica ativa e reativa (e talvez do resíduo de tensão ou corrente elétrica, se desejável) de todas as barras são menores que uma tolerância especificada: se sim, o processo convergiu, e as soluções das tensões, correntes e potências elétricas das barras foram encontradas; se não, retorna-se ao passo (5), com os novos valores das tensões elétricas das barras, fazendo-se isto até se encontrar a convergência.
- 14) encontrando-se a convergência, pode-se calcular as correntes elétricas e o fluxo de carga nas linhas da rede do sistema pelas Equações (109), (110), (111) e (108).

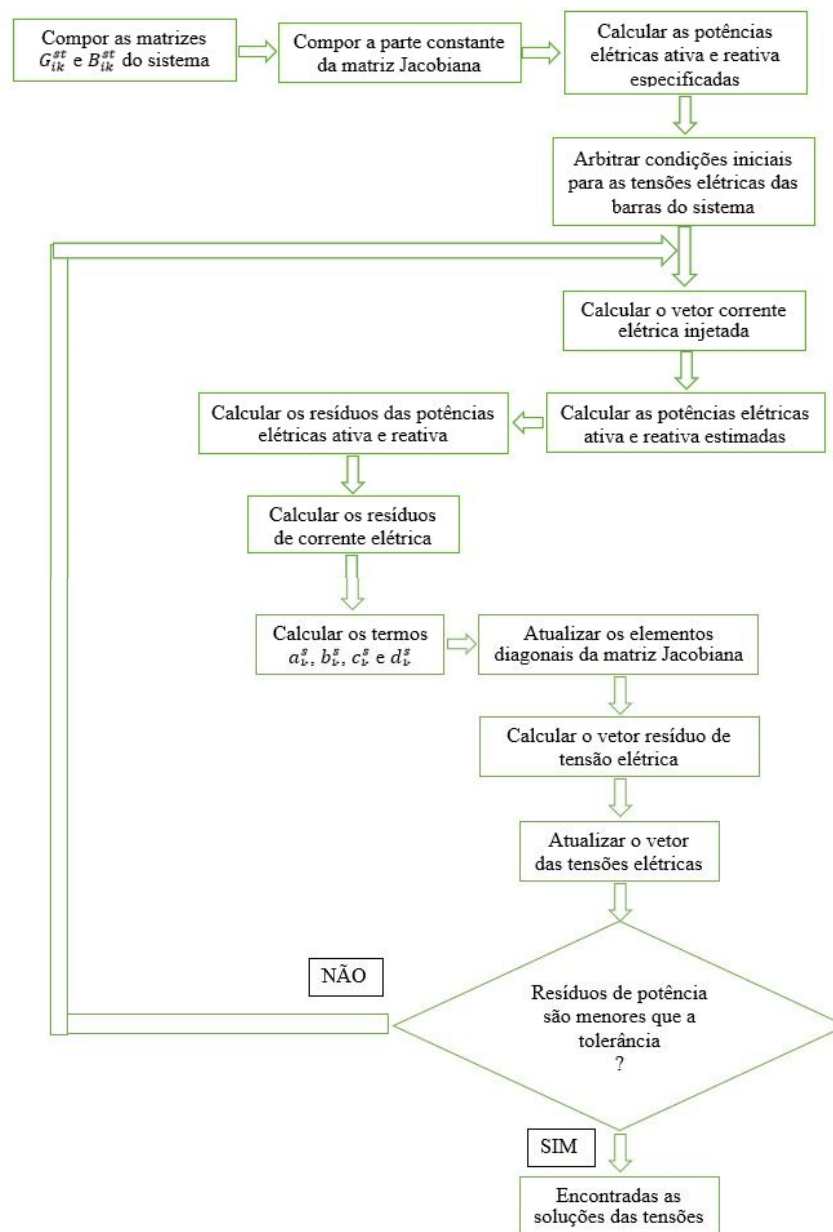
Caso estejam presentes no SEP problema barras PV, junto com o passo 8, calculam-se os resíduos de tensão elétrica destas barras com as Equações (102) e (101), e junto com o passo 9, calculam-se os elementos \mathbf{Z} e \mathbf{X} , formando a matriz Jacobiana estendida da Equação (103), pela qual se obterá, além dos resíduos de tensão elétrica das barras PQ, os resíduos de potência elétrica reativa das barras PV, que atualizaram os valores previamente estipulados desta

quantidade, com é feito com os resíduos de tensão elétrica, até se atingir o erro na tolerância especificada.

É interessante se ter um contador do número de iterações necessárias para a convergência, ao qual também se pode especificar um número limite de iterações, sendo que se o processo não convergir até este limite, toma-se este como um processo divergente, quando calculado pelo MICT.

Na Figura (9) é mostrado o fluxograma do algoritmo para barras PQ.

Figura 9: Fluxograma do algoritmo para barras PQ.



Fonte: Autor.

4 TESTES E RESULTADOS DO MICT

Para o teste do MICT, aplicou-se ele a sistemas de distribuição padrões da IEEE, um de 37 barras e outro de 123 barras, denominados *37-bus Feeder* e *123-bus Feeder*, desenvolvidos para testes de métodos de resolução de problemas diversos em SEPs radiais, disponível em [19], utilizando-se como ferramenta computacional para os cálculos numéricos iterativos o software MATLAB, com um código desenvolvido pelo autor do trabalho. Os dados representativos dos sistemas *37-bus Feeder* e *123-bus Feeder* estão, respectivamente, nos Anexos A e B.

Para a entrada de dados no software é realizado uma leitura dos dados do sistema disponíveis em arquivos .xls, o formato de arquivos do Excel, pelo próprio programa implementado em MATLAB, através da função presente neste que possibilita esta facilidade.

O programa implementado, porém, não foi feito visando abranger todas as complexidades dos sistemas padrões. Se optou por uma simplificação destes, de modo que o teste do método fosse o único objetivo, sem as considerações e equacionamentos adicionais que necessariamente apareceriam caso todas as características dos sistemas fossem consideradas. Estas simplificações são explícitas na seção do texto de cada um dos dois sistemas.

No código criado também não se calcula as impedâncias e admitâncias *shunt* dos diversos tipos de configurações das linhas dos sistemas. Ao invés disso, utilizam-se os resultados previamente calculados para cada tipo de configuração, que estão presentes nos arquivos explicativos dos sistemas, atribuindo-se, após, os resultados respectivos de cada configuração a cada linha que a possui, multiplicando-o pelo comprimento desta.

No cálculo iterativo das soluções de um sistema, estima-se valores iniciais para as tensões elétricas de cada barra: para a barra de referência é estimado tensões elétricas totalmente equilibradas para todas as três fases e, primeiramente, para as outras barras também o são. Após, testa-se a influência destas condições iniciais no número de iterações e na solução final, dando-se valores nulos as tensões elétricas das barras nas fases que nas configurações das linhas de cada sistema (dadas no Anexo A e no Anexo B) mostram-se ausentes e, também, estimando-se um pequeno desequilíbrio entre as fases presentes, excetuando a barra de referência, sendo os valores das tensões elétricas relativamente próximos dos estipulados para ela.

Calculam-se $(\Delta P_i^s)^{[h]}$ e $(\Delta Q_i^s)^{[h]}$ somente para as barras com alguma demanda de potência elétrica dada por uma carga, ou seja, para cada barra onde há uma potência elétrica especificada. Para as barras que não possuem cargas especificadas não é calculado os respectivos resíduos de potência ativa e reativa. Os erros são calculados pelos valores máximos

de $(\Delta P_i^s)^{[h]}$ e $(\Delta Q_i^s)^{[h]}$, assim, segue-se que para as barras que não possuem cargas especificadas não é calculado estes erros.

O código em MATLAB, desenvolvido para este sistema, está apresentado no Anexo C.

Para a resolução dos sistemas matriciais dados pela Equação (60) para ambos os sistemas, foi necessário se escolher uma das funções presentes no MATLAB para fatoração e inversão de matrizes esparsas para a solução de sistemas lineares. Uma parte significativa do sucesso da aplicação do método através do código criado, tanto em relação a convergência e exatidão das soluções quanto em relação a velocidade de seus alcances, é devido a escolha correta desta função. O MATLAB apresenta o seguinte conjunto de funções para este fim, cada uma com suas devidas vantagens e limitações de acordo com o problema em que são aplicadas:

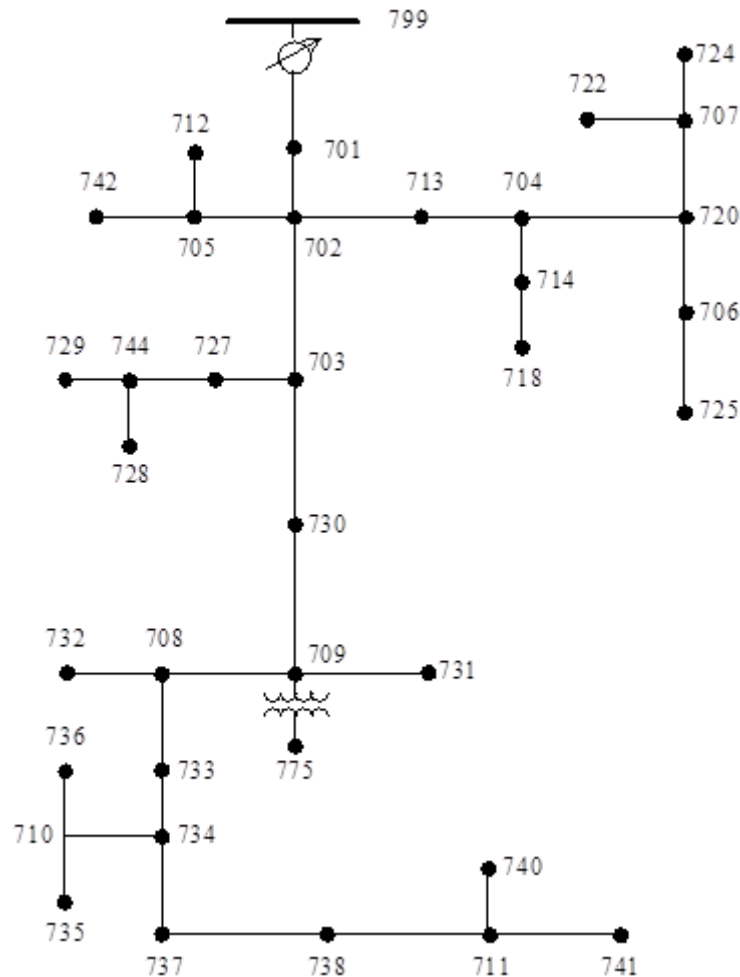
- bicg – opera o método dos gradientes biconjugados;
- bicgstab – opera o método dos gradientes estáveis biconjugados;
- bicgstabl – uma variante específica de bicgstab;
- cgs – opera o método dos gradientes conjugados quadrados;
- gmres – opera o método dos resíduos mínimos generalizados;
- lsqr – opera o método LSQR;
- minres – opera o método dos resíduos mínimos;
- pcg – opera o método dos gradientes conjugados pré-condicionados;
- qmr – opera o método dos resíduos quase mínimos;
- symmlq – opera o método LQ simétrico;
- tfqmr – opera o método dos resíduos quase mínimos de transposição mínima.

Para a efetiva escolha, foi testado cada uma destas funções na implementação do código para as resoluções dos sistemas. Os resultados demonstraram que, com exceção das funções gmres, lsqr, minres e qmr, todas as demais apresentam problemas, com a estabilização dos erros em valores muito maiores que a tolerância exigida. Para se decidir entre as funções gmres, lsqr, minres e qmr, comparou-se as suas eficiências para um dado número de iterações, considerando-se o quão rápido decaía os respectivos erros, para cada um dos dois sistemas.

4.1 SISTEMA DE 37 BARRAS

A representação do sistema padrão de 37 barras, como consta nos arquivos da IEEE da fonte [19] segue na Figura (10).

Figura 10: Sistema de distribuição padrão para testes da IEEE com 37 barras



Fonte: [19]

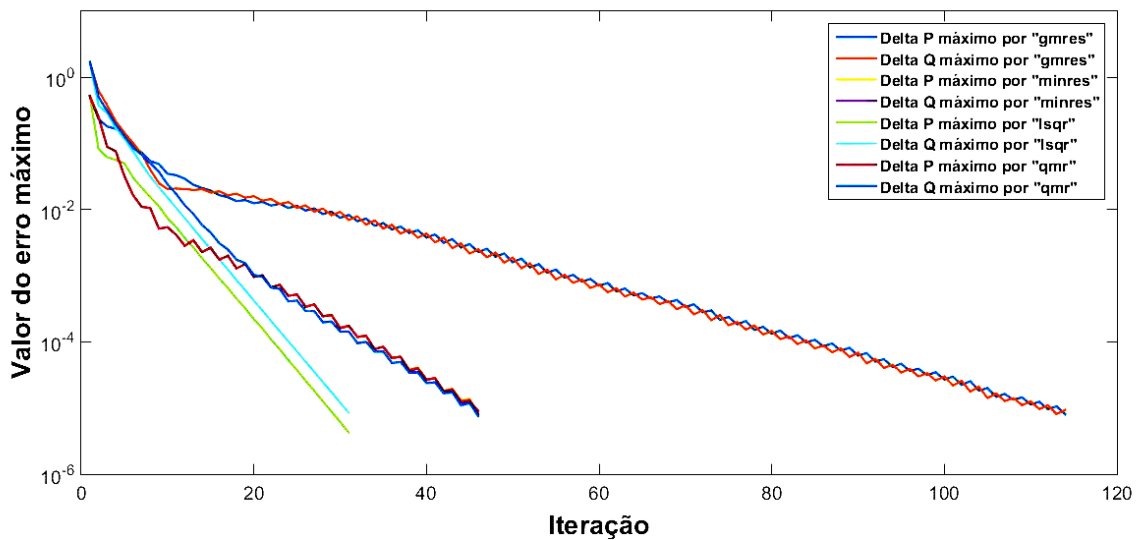
Este sistema é trifásico e compreende cargas desbalanceadas com todas as combinações possíveis de tipos de cargas (potência constante, corrente constante e impedância constante), sendo todas as cargas alocadas nas barras do sistema (sem nenhuma carga distribuída nas linhas). Sua subestação está na barra 799 e opera na tensão elétrica de 4,8 kV, com um transformador de 2500 kVA na subestação de entrada. Possui um outro transformador interno entre as barras 709 e 775 e um regulador de tensão elétrica, pertencentes aos segmentos de linha entre as barras 799 e 701. Suas linhas são todas subterrâneas e de configurações e tamanhos diversos, proporcionando diferentes configurações de impedância para cada uma delas. Os dados completos deste sistema são apresentados no Anexo A.

As simplificações adotadas para este sistema são, exatamente, as seguintes:

- não foi considerado nos cálculos a regulagem de tensão elétrica dada pelos regulador;
- não foi considerado o transformador interno a rede, entre as barras 709 e 755;
- todas as cargas foram modeladas pela representação de potência constante em ligação estrela;
- considerou-se todas as barras como barras PQ, a exceção da barra da subestação, considerada a barra de referência.

Compara-se o decaimento dos erros para as funções gmres, lsqr, minres e qmr através de um gráfico, dado pela Figura (11), onde a escala dos erros é apresentada como logarítmica.

Figura 11: Erros máximos versus iteração para cada uma das funções gmres, minres, lsqr e qmr, sistema de 37 barras

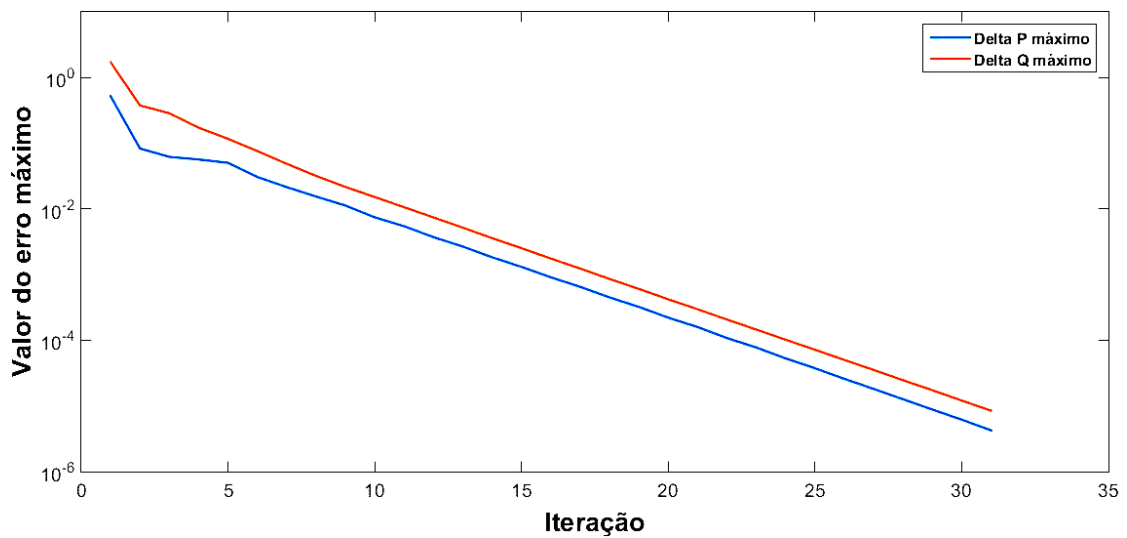


Fonte: Autor.

É possível analisar na Figura (11) que os erros máximos decaem muito mais rapidamente com a quantidade de iterações quando se utiliza a função lsqr (curvas verde e azul claro) para a resolução do sistema linear dado pela Equação (60), obtendo-se as soluções com uma tolerância menor que 10^{-5} para os erros máximos das potências elétricas das barras com cargas em cerca de 30 iterações. Com o mesmo critério de tolerância, obtêm-se as soluções com a função qmr (curvas vermelho e azul forte) e minres (curvas roxa e amarela) em mais de 40 iterações, sendo o decaimento para as duas praticamente idêntico (curvas sobrepostas). Já com a função gmres (curvas laranja e azul anil) se obteve as soluções dentro do intervalo de

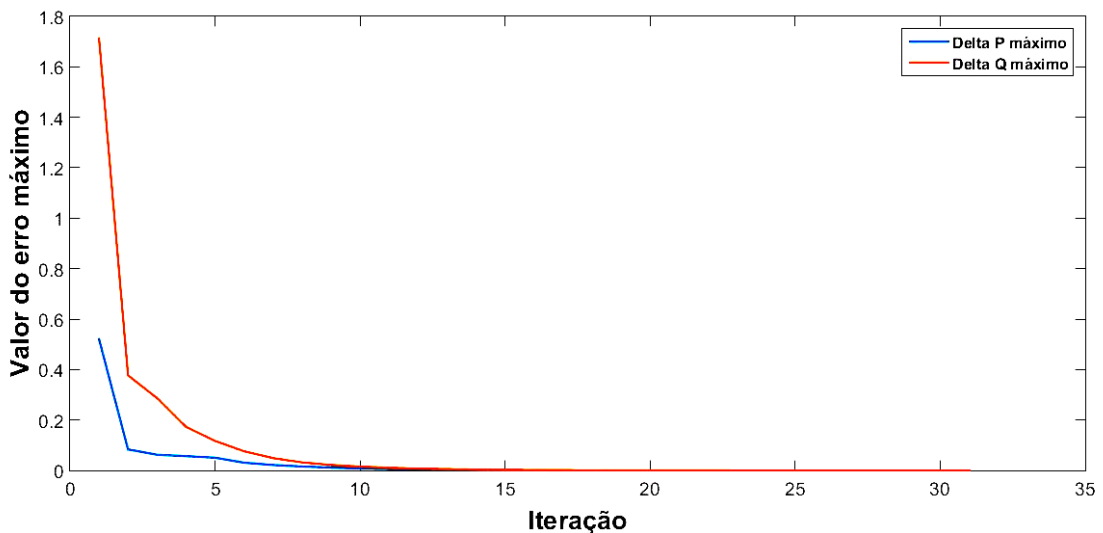
tolerância somente em cerca de 115 iterações. Devido a esta característica importante, optou-se por usar a função lsqr para se solucionar o sistema de 37 barras da IEEE e aparentemente ela se mostrará a função apropriada para a resolução da Equação (60) de qualquer outro sistema ao qual seja aplicado o MICT, utilizando-se o software MATLAB. Pode-se observar melhor o decaimento dos erros para a função lsqr na Figura (12) com a escala dos erros apresentada como logarítmica e na Figura (13) mostra-se o decaimento em escala normal.

Figura 12: Erros máximos versus iteração para a função lsqr, escala logarítmica, sistema de 37 barras



Fonte: Autor.

Figura 13: Erros máximos versus iteração para a função lsqr, escala normal, sistema de 37 barras

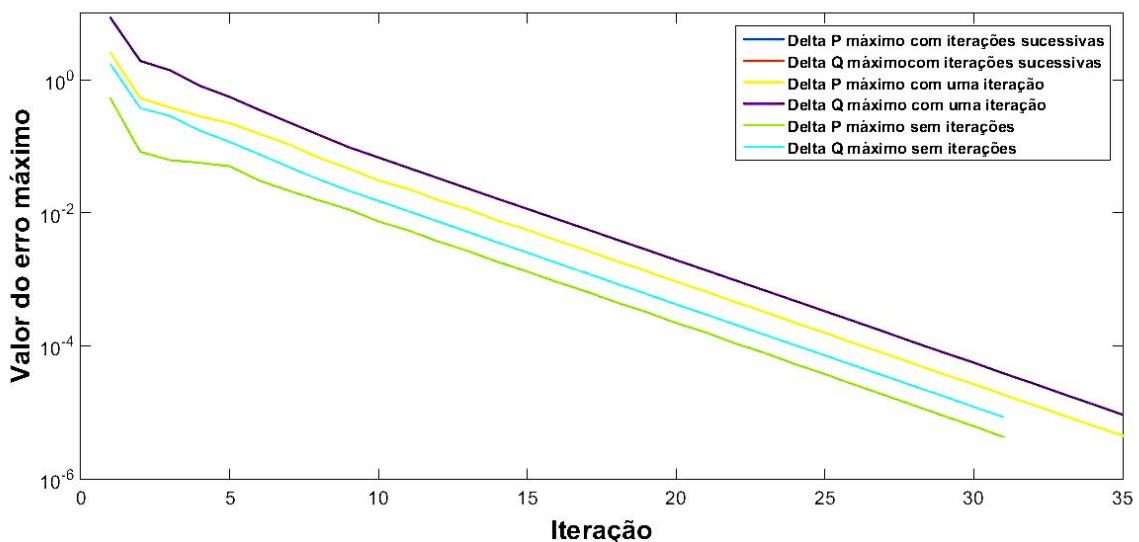


Fonte: Autor.

Na Figura (13) percebe-se o decaimento quadrático do erro, característico do método de Newton-Raphson quando as condições iniciais são próximas das soluções [7], como já dito anteriormente.

Uma outra comparação plausível é se observar a influência das atualizações da matriz Jacobiana. Conforme [16], para um modelo de carga do tipo potência constante, pode-se calcular e atualizar a matriz Jacobiana apenas uma vez, na primeira iteração, mantendo-se ela constante durante todas as outras iterações. Baseia-se isto no fato de que muito do tempo computacional se deve as atualizações da matriz Jacobiana. Também é interessante não se realizar nenhuma atualização da matriz Jacobiana, fazendo seus elementos diagonais independentes de $a_k^{s[h]}$, $b_k^{s[h]}$, $c_k^{s[h]}$ e $d_k^{s[h]}$; embora isto não esteja de acordo com o método, é uma avaliação curiosa da influência destes componentes na convergência, velocidade e exatidão das soluções. Fazendo-se uma comparação destas três maneiras, utilizando-se a função lsqr, obtêm-se o gráfico dado pela Figura (14), onde se observa a quantidade de iterações necessárias para cada variação do método.

Figura 14: Erros máximos versus iteração de diferentes maneiras de representação da Jacobiana, sistema de 37 barras



Fonte: Autor.

Observa-se na Figura (14) que se fazendo apenas uma atualização da matriz Jacobiana na primeira iteração (curvas amarela e roxa) o número de iterações necessárias para a solução é maior que quando se a atualiza em todas as iterações (curvas azul e laranja, sobrepostas). Também se observa que ao se montar a matriz Jacobiana sem os elementos $a_k^{s[h]}$, $b_k^{s[h]}$, $c_k^{s[h]}$ e

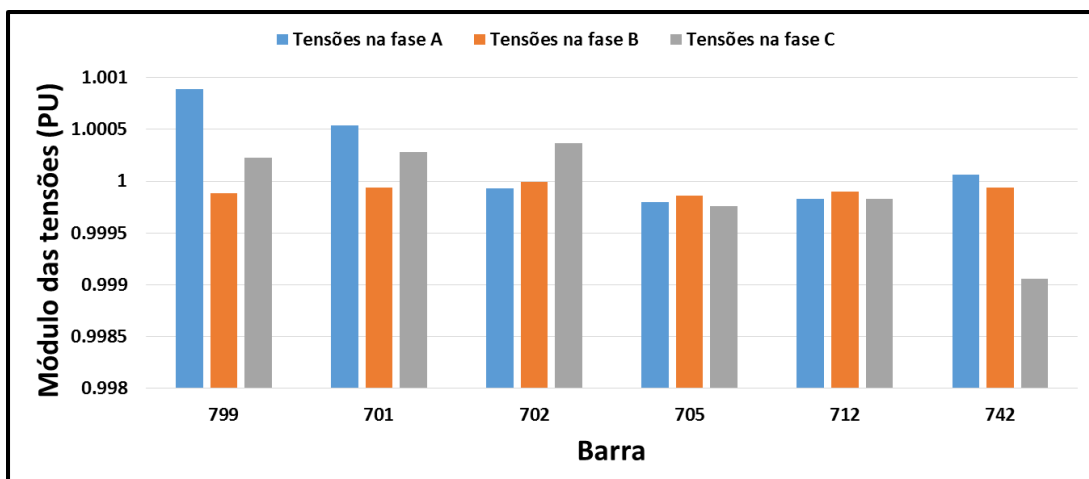
$d_k^{S[h]}$ (curvas azul e verde claro) a convergência se dá no mesmo número de iterações que na situação de iterações sucessivas.

Feita estas observações, para a solução do sistema de 37 barras da IEEE, optou-se pelo desenvolvimento do MICT com as sucessivas iterações da Jacobiana, utilizando-se a função lsqr. Obteve-se as soluções das tensões das barras e os fluxos de potência para erros máximos menores que 10^{-5} para as potências das barras em 24 iterações, para as condições iniciais dadas por tensões elétricas equilibradas. Utilizando-se tensões elétricas com desequilíbrios entre as fases como condições iniciais, obteve-se soluções com diferenças menores que 0,3% das anteriores, comparando-se os módulos das tensões elétricas, em 31 iterações. Com estas últimas condições iniciais, os resultados obtidos para as tensões elétricas em cada fase de cada barra são dados no Anexo C, na Tabela (11), com os módulos em PU e os ângulos em degradianos. Usam-se como base para a tensão elétrica o valor de 4,8 kV e como base da potência o valor de 2500 kVA, sendo os valores base da corrente e da impedância obtidos a partir deles, valendo, respectivamente, 0,5208 kA e 9,2160 Ω .

Observa-se na Tabela (11) os desequilíbrios das soluções encontradas. Estes são justificados dado a estrutura desequilibrada das cargas do sistema estudado. As tensões elétricas das fases apresentam seu valor referenciado ao neutro, ou seja, são as tensões elétricas de fase, quando convertida para a unidade da base (kV no caso).

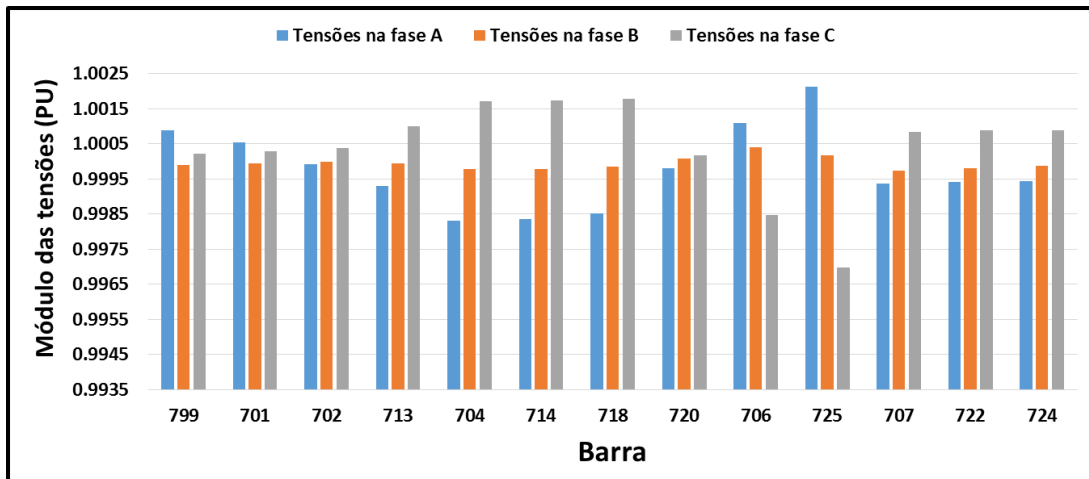
Nas Figuras (15), (16), (17) e (18) mostram-se os módulos das tensões elétricas das barras do sistema, em gráficos de barras, sendo as barras relativamente ordenadas desde a subestação até a última barra de cada quatro segmentos que partem da subestação: 799 a 742, 799 a 724, 799 a 729 e 799 a 741.

Figura 15: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do ramo 799-742



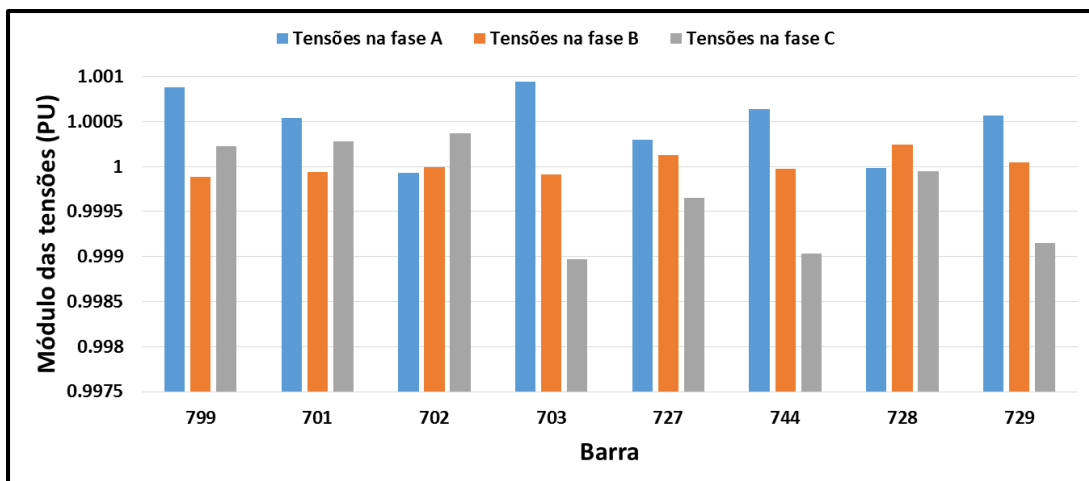
Fonte: Autor.

Figura 16: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do ramo 799-724



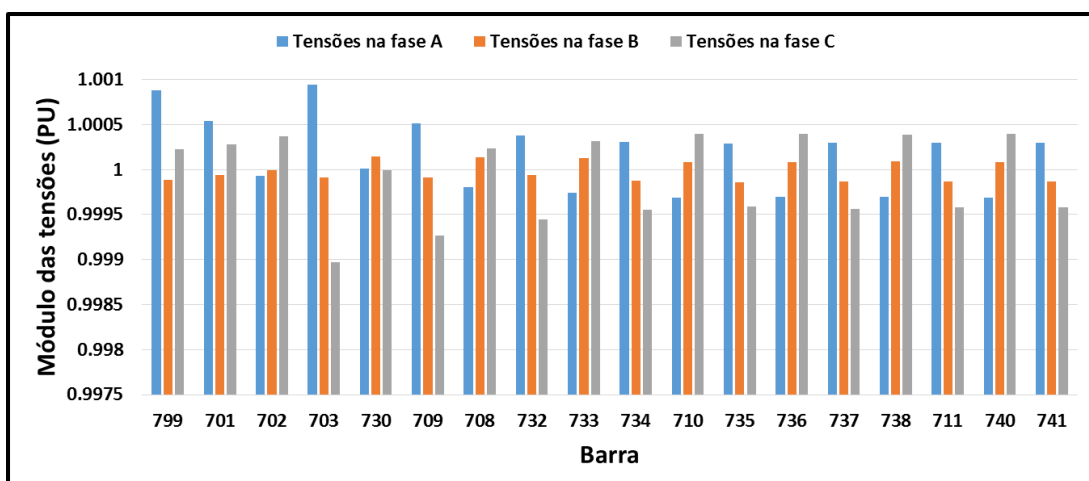
Fonte: Autor.

Figura 17: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do ramo 799-729



Fonte: Autor.

Figura 18: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do ramo 799-741



Fonte: Autor.

Observa-se nas Figuras (15) a (18) o decaimento dos módulos das tensões elétricas, considerando a média das três fases, conforme se as barras se tornam mais afastadas da subestação.

Os fluxos de potência, em PU, entre as barras conectadas no sentido das barras de início para as barras de término são dados na Tabela (12), no sentido contrário na Tabela (13) e as perdas, em PU, são dadas na Tabela (14), onde as barras de início ou de término são mencionadas somente para o fim de localização, ambas tabelas do Anexo C.

O fluxo de potência nas linhas, tanto da componente ativa como da reativa, também revelam a característica desequilibrada do sistema, como se observa nas Tabelas (12) e (13), dado que não é uniforme para as fases de uma mesma linha. As perdas encontradas, como observado Tabela (14) são pequenas em comparação aos fluxos.

Em resumo, o MICT mostra-se convergente para o sistema estudado, pois obteve-se as soluções desejadas para as potências demandadas com os erros abaixo da tolerância.

Comparando-se os resultados dos módulos das tensões elétricas das barras da Tabela (11) com os resultados dados pelos arquivos da IEEE do sistema *37-bus Feeder* estudado, observa-se um erro relativo máximo de 3,02%. Isto demonstra que, embora estes resultados não sejam exatamente idênticos aos dados pela IEEE, existe muita coerência entre eles. A análise destas soluções encontradas frente ao sistema também demonstrará que elas são razoáveis, dado os seus valores, considerando-se que no estudo foi feita as simplificações na topologia da rede, antes mencionadas. Porém, na comparação dos resultados dos fluxos e perdas de potência nas linhas e da potência fornecida pelo alimentador com os dados pela IEEE, são observados erros relativos maiores que 60%, o que demonstra que estes resultados estão coerentes em parte.

Observações como estas identificam que a aplicação do MICT a este sistema de 37 barras foi em parte satisfatória em seu objetivo de teste, o que indica a necessidade de correções no código criado, visando-se a eliminação das divergências encontradas. Porém não foi encontrado os erros que conduziram a elas. Todavia, dado que as potências demandadas pelas cargas conectadas às barras foram encontradas, além das correções, os resultados também indicam a posterior possibilidade de ampliação das complexidades presentes no código e a aplicabilidade da sua estrutura a outros sistemas de distribuição.

4.2 SISTEMA DE 123 BARRAS

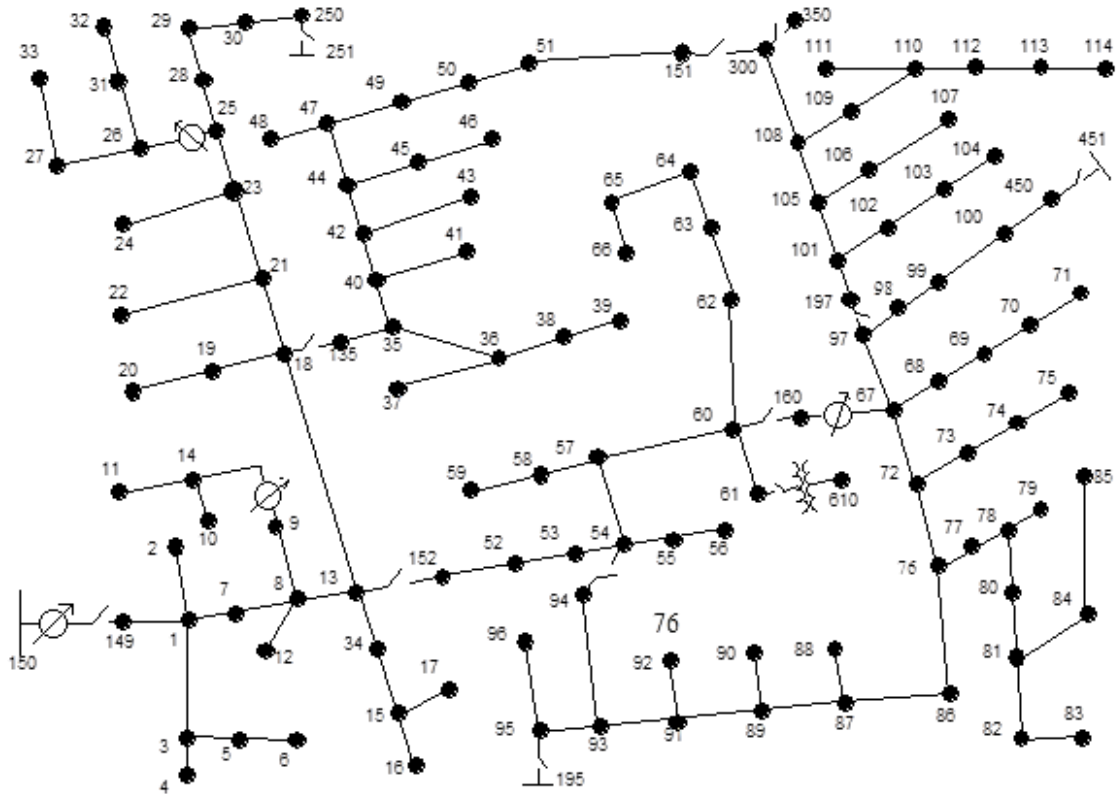
A representação do sistema padrão de 123 barras, como consta nos arquivos da IEEE da fonte [19] segue na Figura (19).

Como o sistema de 37 barras, este sistema é trifásico e compreende cargas desbalanceadas com todas as combinações possíveis de tipos de cargas (potência constante, corrente constante e impedância constante), sendo todas as cargas alocadas nas barras do sistema (sem nenhuma carga distribuída nas linhas). Sua subestação está na barra 150 e opera na tensão elétrica de 4,16 kV, com um transformador de 5000 kVA. Possui um outro transformador interno entre as barras 61 e 610, além de quatro bancos de capacitores paralelos as barras 83, 88, 90 e 92 e quatro reguladores de tensão elétrica, pertencentes aos segmentos de linha entre as barras 150 e 149, 9 e 14, 25 e 26 e 160 e 67. Suas linhas também são de configurações e tamanhos diversos, havendo linhas aéreas e subterrâneas, proporcionando diferentes configurações de impedância para cada uma delas. Chaves seccionadoras também estão presentes entre as barras 150 e 149, 95 e 195, 13 e 152, 54 e 94, 18 e 135, 250 e 251, 151 e 300, 60 e 160, 61 e 610, 97 e 197, 300 e 350 e 450 e 451, que providenciam a possibilidade de diferentes caminhos para o fluxo de potência na rede do sistema. Os dados completos deste sistema são apresentados no Anexo B.

As simplificações adotadas para este sistema são, exatamente, as seguintes:

- não foi considerado nos cálculos a regulação de tensão elétrica dada pelos reguladores;
- não foi considerado os bancos de capacitores;
- as chaves seccionadoras entre as barras 13 e 152, 18 e 135, 60 e 160, 61 e 610, 97 e 197, 150 e 149 e 151 e 300 foram consideradas fechadas, sendo modeladas por uma ligação de impedância nula, e as demais foram consideradas abertas;
- não foi considerado o transformador interno a rede, entre as barras 61 e 610;
- todas as cargas foram modeladas pela representação de potência constante em ligação estrela;
- considerou-se todas as barras como barras PQ, a exceção da barra da subestação, considerada a barra de referência.

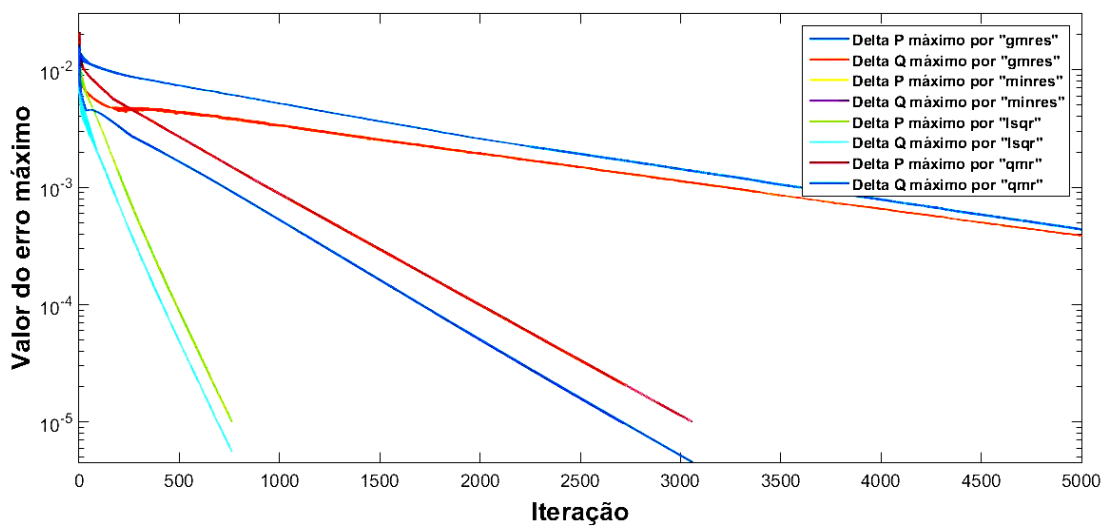
Figura 19: Sistema de distribuição padrão para testes da IEEE com 123 barras



Fonte: [19].

Compara-se o decaimento dos erros para as funções gmres, lsqr, minres e qmr através de um gráfico, dado pela Figura (20), onde a escala dos erros é apresentada como logarítmica.

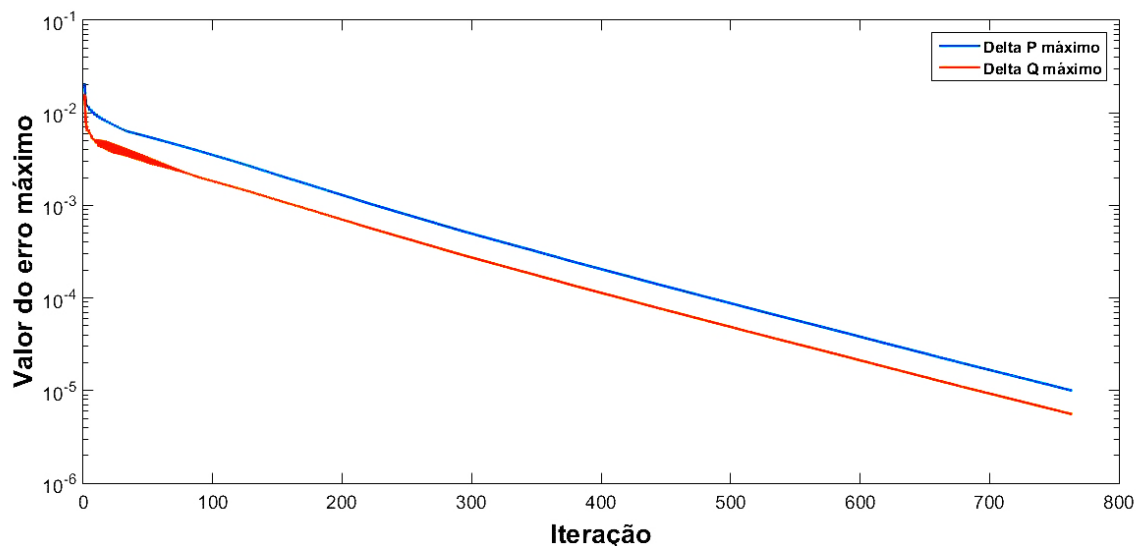
Figura 20: Erros máximos versus iteração para cada uma das funções gmres, minres, lsqr e qmr, sistema de 123 barras



Fonte: Autor.

É possível analisar na Figura (20) que, da mesma forma do que acontece para o sistema de 37 barras, os erros máximos decaem muito mais rapidamente com a quantidade de iterações quando se utiliza a função lsqr (curvas verde e azul claro) para a resolução do sistema linear dado pela Equação (60), obtendo-se as soluções com uma tolerância menor que 10^{-5} para os erros máximos das potências elétricas das barras com cargas em cerca de 750 iterações. Com o mesmo critério de tolerância, obtêm-se as soluções com a função qmr (curvas vermelho e azul forte) em mais de 3000 iterações. Já com as funções minres e gmres (demais curvas) ainda em 5000 iterações não se obteve as soluções dentro do intervalo de tolerância. Devido a esta característica importante, como feito para o sistema de 37 barras, optou-se por usar a função lsqr para a solucionar o sistema de 123 barras da IEEE. Confirma-se a inferência anterior de que, aparentemente, lsqr se mostrará a função apropriada para a resolução da Equação (60) de qualquer outro sistema ao qual seja aplicado o MICT, utilizando-se o software MATLAB. Pode-se observar melhor o decaimento dos erros para a função lsqr na Figura (21) com a escala dos erros apresentada como logarítmica e na Figura (22) mostra-se o decaimento em escala normal.

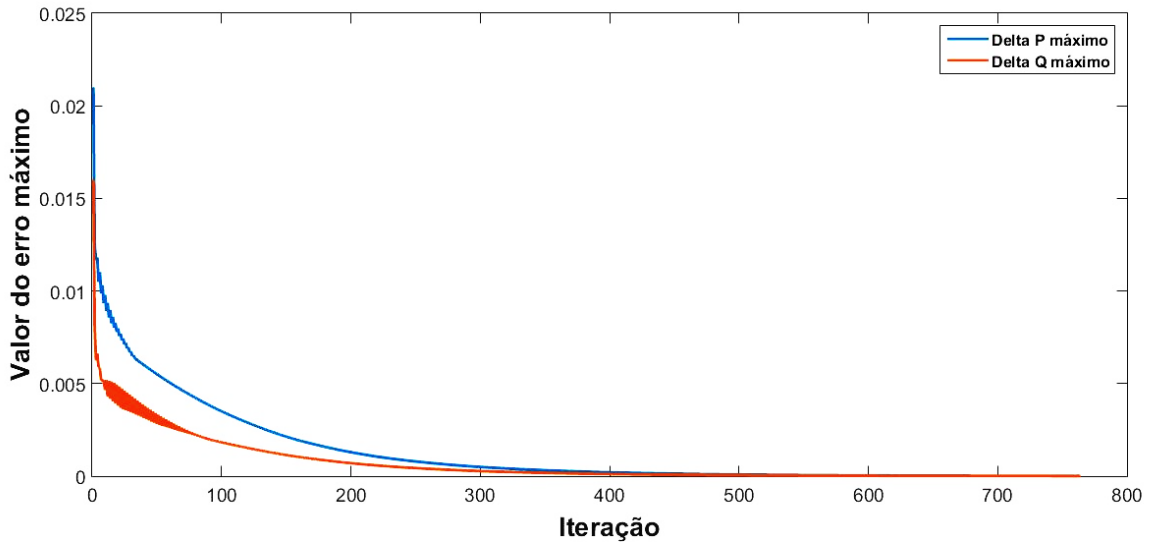
Figura 21: Erros máximos versus iteração para a função lsqr, escala logarítmica, sistema de 123 barras



Fonte: Autor.

Na Figura (22) fica ainda mais claro o decaimento quadrático do erro, característico do método de Newton-Raphson quando as condições iniciais são próximas das soluções [7], conforme já visto no sistema de 37 barras.

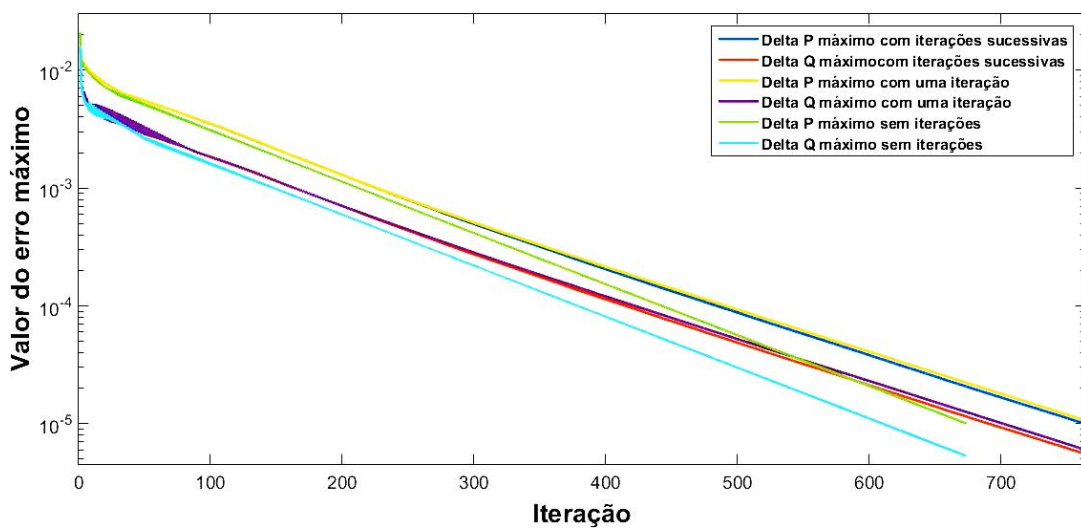
Figura 22: Erros máximos versus iteração para a função lsqr, escala normal, sistema de 123 barras



Fonte: Autor.

Fazendo-se a mesma comparação da influência das atualizações da matriz Jacobiana na convergência, velocidade e exatidão das soluções, como feito para o sistema de 37 barras, utilizando-se a função lsqr, obtêm-se o gráfico dado pela Figura (23), onde se observa a quantidade de iterações necessárias para cada variação do método.

Figura 23: Erros máximos versus iteração de diferentes maneiras de representação da Jacobiana, sistema de 123 barras



Fonte: Autor.

Observa-se na Figura (23) que se fazendo apenas uma atualização da matriz Jacobiana na primeira iteração (curvas amarela e roxa) o número de iterações necessárias para a solução

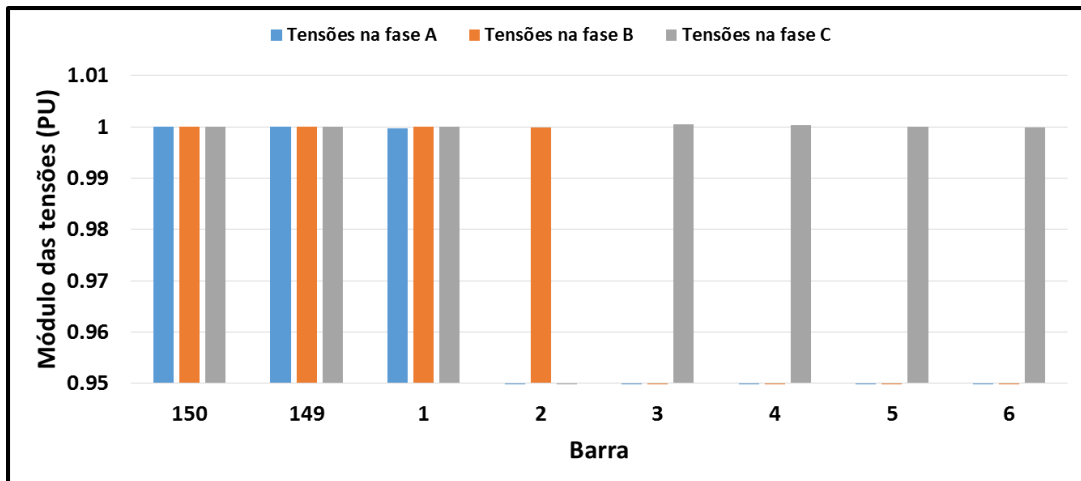
é também maior que quando se a atualiza em todas as iterações (curvas azul e laranja). Curiosamente, também se observa que ao se montar a matriz Jacobiana sem os elementos $a_k^{s[h]}$, $b_k^{s[h]}$, $c_k^{s[h]}$ e $d_k^{s[h]}$ a convergência se dá em quase 100 iterações a menos, diferente do que aconteceu para o sistema de 37 barras. Apesar desta forma não condizer com o desenvolvimento matemático do MICT, ela pode sugerir uma forma mais rápida de aproximação das soluções.

Feita estas observações, para a solução do sistema de 123 barras da IEEE, também se optou pelo desenvolvimento do MICT com as sucessivas iterações da Jacobiana, utilizando-se a função lsqr. Obteve-se as soluções das tensões das barras e os fluxos de potência para erros máximos menores que 10^{-5} para as potências das barras em 764 iterações, com as condições iniciais dadas por tensões elétricas equilibradas. Utilizando-se tensões elétricas com desequilíbrios entre as fases como condições iniciais, obteve-se soluções com diferenças menores que 1% das anteriores, comparando-se os módulos das tensões elétricas, em 923 iterações. Com estas últimas condições iniciais, os resultados obtidos para as tensões elétricas em cada fase de cada barra são dados no Anexo D, na Tabela (15), com o módulo em PU e os ângulos em degrados. Usam-se como base para a tensão elétrica o valor de 4,16 kV e como base da potência o valor de 5000 kVA, sendo os valores base da corrente e da impedância obtidos a partir deles, valendo, respectivamente, 1,2018 kA e 3,4611 Ω .

Observa-se na Tabela (15) os desequilíbrios das soluções encontradas. Estes são justificados dado a estrutura desequilibrada das cargas, como no sistema de 37 barras. As fases onde os módulos das tensões e seus respectivos ângulos são nulos são as fases não presentes na linha. As tensões elétricas das fases apresentam seu valor referenciado ao neutro, ou seja, são as tensões elétricas de fase, quando convertida para a unidade da base (kV no caso).

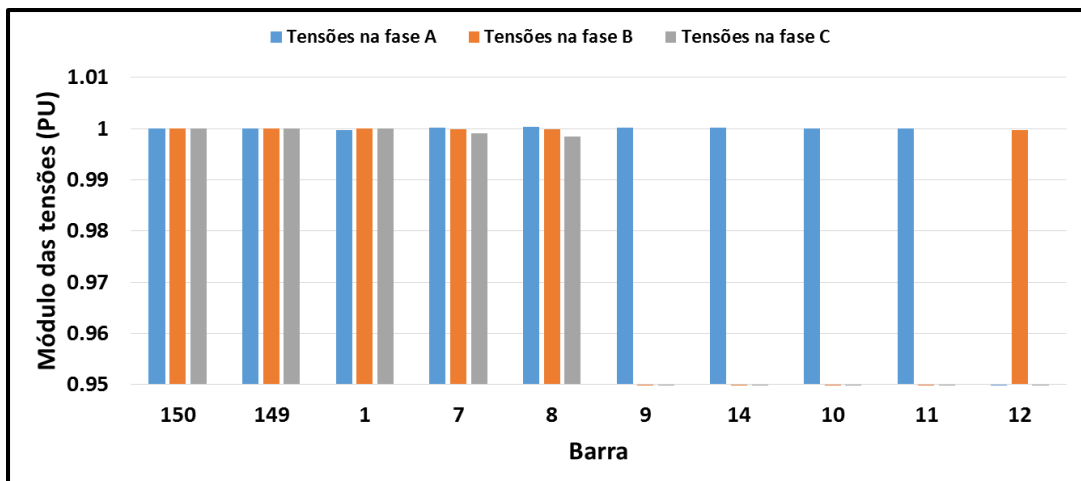
Nas Figuras (24), (25), (26), (27), (28), (29), (30), (31) e (32) mostram-se os módulos das tensões elétricas das barras do sistema, em PU, em gráficos de barras, sendo as barras relativamente ordenadas desde a subestação até a última barra de dez segmentos da rede do sistema: 150 a 6, 150 a 12, 150 a 17, 150 a 32, 150 a 59, 150 a 610, 150 a 96, 150 a 300 e 150 a 151. Usa-se uma escala entre 0,95 e 1,01 para os módulos para se melhorar a visualização das diferenças.

Figura 24: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-6



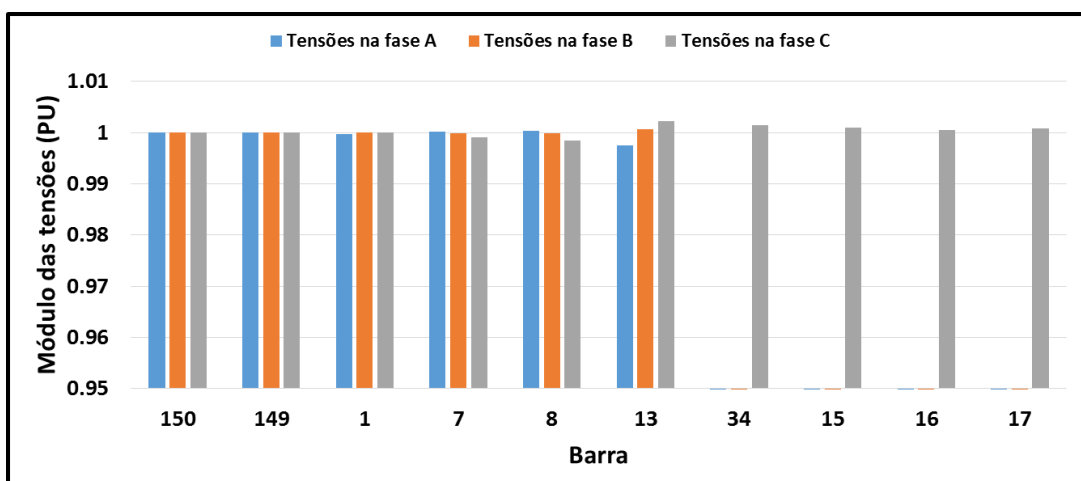
Fonte: Autor.

Figura 25: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-12



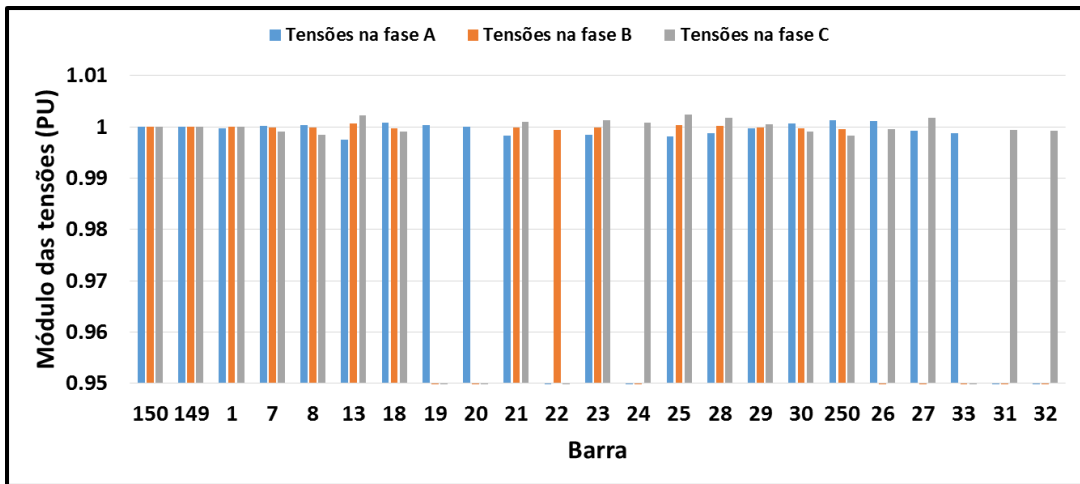
Fonte: Autor.

Figura 26: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-17



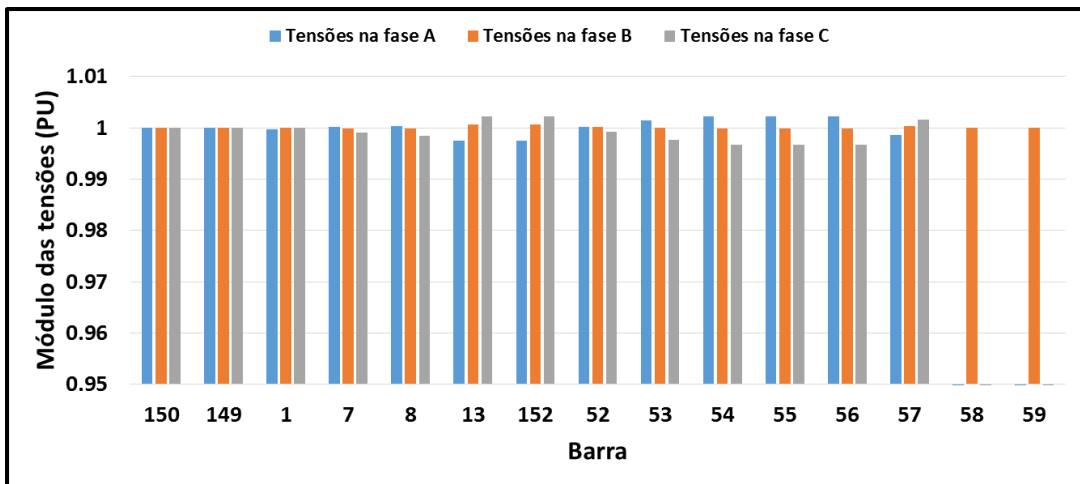
Fonte: Autor.

Figura 27: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-32



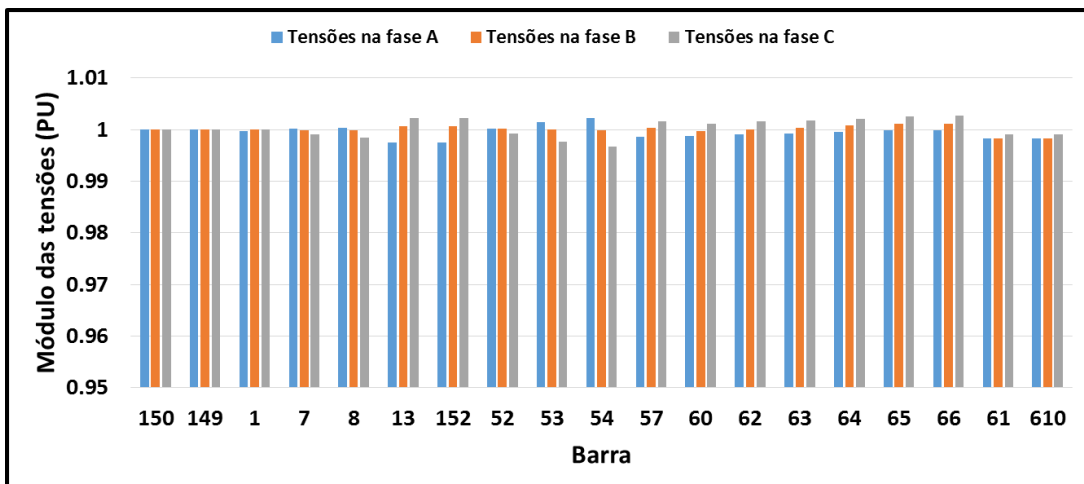
Fonte: Autor.

Figura 28: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-59



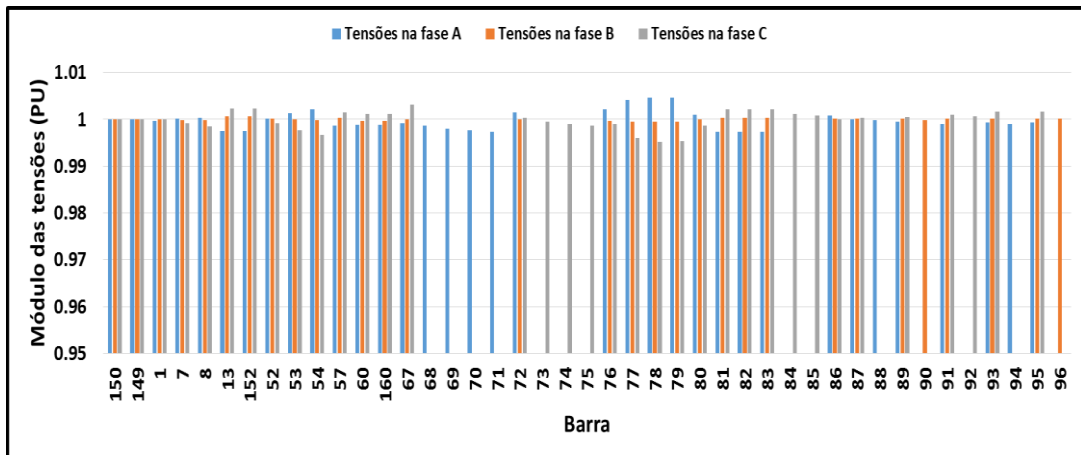
Fonte: Autor.

Figura 29: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-610



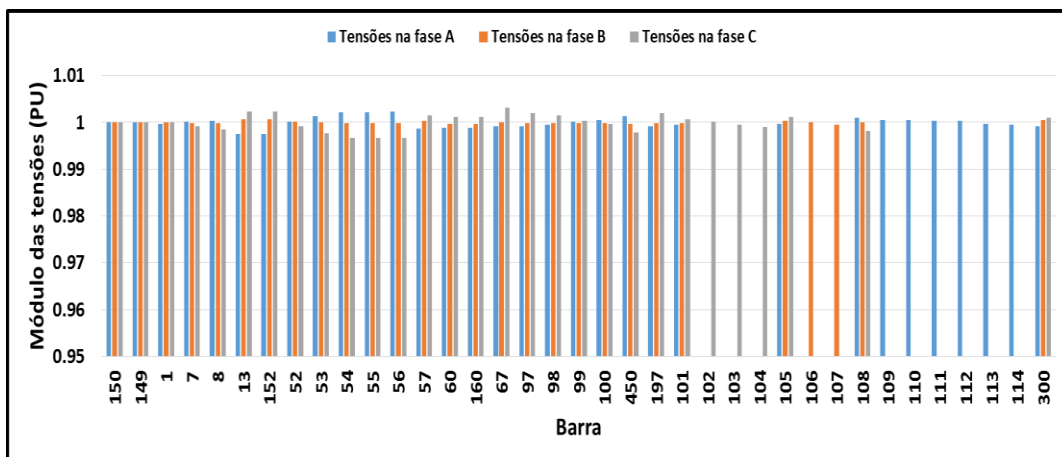
Fonte: Autor.

Figura 30: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-96



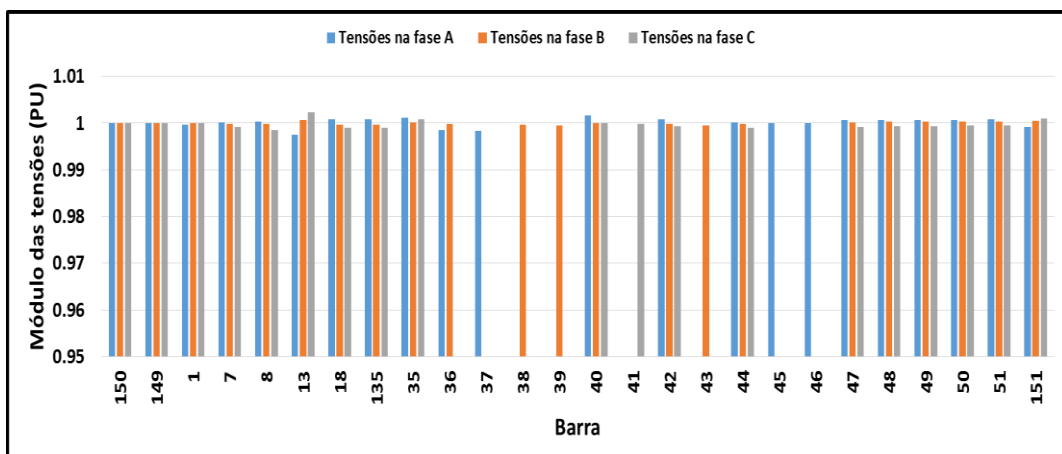
Fonte: Autor.

Figura 31: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-300



Fonte: Autor.

Figura 32: Módulos das tensões na Fase A, B e C das barras do segmento 150-151



Fonte: Autor.

Observa-se nas Figuras (24) a (32) o decaimento dos módulos das tensões elétricas, considerando a média das três fases, conforme se as barras se tornam mais afastadas da subestação, da mesma forma que se obteve para o sistema de 37 barras.

Os fluxos de potência, em PU, entre as barras conectadas no sentido das barras de início para as barras de término são dados na Tabela (16), no sentido contrário na Tabela (17) e as perdas, em PU, são dadas na Tabela (18), onde as barras de início ou de término são mencionadas somente para o fim de localização, ambas tabelas do Anexo D.

Como no sistema de 37 barras, o fluxo de potência obtido para as linhas revela a característica desequilibrada do sistema, como se observa nas Tabelas (16) e (17), dado que não é uniforme para as fases de uma mesma linha. As perdas encontradas, como observado na Tabela (18) são pequenas em comparação aos fluxos.

O MICT mostra-se convergente para o sistema estudado, pois obteve-se as soluções desejadas para as potências demandadas pelas cargas com os erros abaixo da tolerância.

Comparando-se os resultados dos módulos das tensões elétricas das barras da Tabela (15) com os resultados dados pelos arquivos da IEEE do sistema *123-bus Feeder* estudado, como feito para o sistema de 37 barras, observa-se um erro relativo máximo de 4,43%. Assim, percebe-se a existência de certa coerência entre eles, embora os resultados também não sejam exatamente idênticos. A análise destas soluções encontradas frente ao sistema também demonstrará que elas são razoáveis dado os valores encontrados, considerando-se que no estudo foi feita as simplificações na topologia da rede, antes mencionadas. Porém, da mesma forma do que foi obtido para o sistema de 37 barras, na comparação dos resultados dos fluxos e perdas de potência nas linhas e da potência fornecida pelo alimentador com os dados pela IEEE, são observados erros relativos maiores que 60%, o que também demonstra que estes resultados estão coerentes em parte.

Posteriormente foi aplicado o método *Backward-Forward-Sweep* a este sistema, com um código preexistente, considerando-se as mesmas simplificações aplicadas para a resolução pelo MICT. Comparando-se os mesmos resultados obtido pelo MICT com os dados por este método, obteve-se divergências de cerca de 10% para os módulos das tensões elétricas das barras, onde estas não apresentaram valores tão próximos de 1 PU, e maiores que 60% para o fluxo de potência de algumas linhas e para a potência fornecida pelo alimentador.

Estas observações identificam que a aplicação do MICT a este sistema de 123 barras também foi em parte satisfatória em seu objetivo de teste, mais uma vez indicando a necessidade de correções no código criado, visando-se a eliminação das divergências encontradas. Os erros que conduziram a elas também não foram encontrados. Como foi observado para o sistema de

37 barras, dado que as potências demandadas pelas cargas conectadas às barras foram encontradas, além das correções, os resultados também indicam a posterior possibilidade de ampliação das complexidades presentes no código e a aplicabilidade da sua estrutura a outros sistemas de distribuição.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi mostrado o desenvolvimento matemático do Método de Injeção de Correntes Trifásicas, uma variante do Método de Newton-Raphson, e proposto um algoritmo, que foi implementado no software MATLAB, para a resolução do problema do fluxo de potência em sistemas de distribuição de energia desequilibrados.

Observou-se na formulação da matriz Jacobiana pelo MICT que seus elementos são formados pelos elementos da matriz admitância de barras, onde somente os elementos diagonais são atualizados iterativamente, sendo dependentes dos modelos de carga adotados no problema em que é aplicado, possuindo ela seis vezes o tamanho do sistema problema e sendo, na maior parte dos sistemas de distribuição, esparsa e de grandes dimensões, dado as características radiais ou de malha fraca destes sistemas.

Aplicou-se o código criado em MATLAB para o MICT a dois sistemas de distribuição padrão da IEEE, um de 37 barras e outro de 123 barras, aos quais foram consideradas algumas simplificações, como a consideração de todas as barras como barras de carga, para um teste específico do método por este algoritmo.

Dado a esparcidade da matriz Jacobiana, foi necessário se buscar o melhor método de fatoração e inversão de matrizes esparsas, para a resolução do sistema matricial que retorna os resíduos das tensões elétricas das barras, buscados em cada iteração. Para tal, investigou-se a velocidade de resolução do sistema com as funções disponíveis no MATLAB que resolvem sistemas lineares com matrizes deste tipo, analisando-se com qual delas se chegava a convergência das soluções buscadas em menos iterações. Desta análise, resultou que a função preferível era a *lsqr*, que apresentou uma velocidade de convergência consideravelmente maior que as outras funções.

Escolhida a função *lsqr*, observou-se também a influência das atualizações dos elementos diagonais da matriz Jacobiana na velocidade de convergência da solução, comparando-se o método com atualizações destes elementos em cada iteração e quando se mantém eles constantes durante todas iterações além da primeira. Obteve-se que as atualizações sucessivas, apesar de utilizarem mais os recursos computacionais, retornam as soluções buscadas em um menor número de iterações, quando comparada a versão do método onde só há a atualização na primeira iteração.

Assim, utilizando-se a versão com atualizações sucessivas e a função *lsqr*, se buscou as soluções para as tensões elétricas das barras e o fluxo de potência dos sistemas estudados, para dois tipos de condições iniciais, dadas pelas tensões elétricas das barras: considerando-as

inicialmente equilibradas e após desequilibradas. Obteve-se as soluções para as duas situações, porém com menos iterações para a situação com condições iniciais equilibradas em relação a situação com estas desequilibradas.

As análises dos resultados obtidos demonstram que por essa implementação do MICT se obtêm a resolução de sistemas de distribuição desequilibrados, pois retornou as soluções buscadas com a exatidão de erro requerida para as potências das cargas, apresentando convergência e estabilidade plena nos dois sistemas, no sentido do atendimento das potências demandadas. Entretanto, uma comparação destas com as soluções presentes nos arquivos da IEEE dos dois sistemas estudados revelam uma coerência parcial entre elas. Os valores obtidos para os módulos das tensões elétricas das barras do sistema de 37 barras possuem um erro relativo máximo de 3,02%, enquanto que para o sistema de 123 barras este é de 4,43%. Estes resultados não demonstram discrepância com a estrutura tipológica do sistema e, portanto, com o que poderia ser previamente esperado de se obter, porém apresentam esta ordem de divergência. Contudo, divergências maiores são observadas na comparação dos resultados dos fluxos e perdas de potência nas linhas e da potência fornecida pelo alimentador com os dados pela IEEE, onde se obteve erros relativos maiores que 60% para os dois sistemas, o que demonstra claramente que estes resultados estão coerentes em parte. Divergências também puderam ser observadas quando uma outra comparação foi posteriormente feita, com os resultados obtidos pelo método *Backward-Forward Sweep*. Este método foi aplicado ao sistema de 123 barras com um código preexistente, onde se considerou em sua análise as mesmas simplificações consideradas para o MICT. Esta análise é mais correta do que a simples comparação com os resultados dos arquivos da IEEE, pois estes são para os sistemas com todas as complexidades presentes, sem as simplificações. Nesta comparação se obteve divergências de cerca de 10% para os módulos das tensões elétricas das barras, onde estas não apresentaram valores tão próximos de 1 PU, e maiores que 60% para o fluxo de potência de algumas linhas e para a potência fornecida pelo alimentador.

Identifica-se por estas observações que a aplicação do MICT aos dois sistemas foi em parte satisfatória em seu objetivo de teste. As divergências encontradas para o fluxo de potência indicam a necessidade de correções no código criado. Com estas correções se poderia atingir a eliminação dos erros que as geraram. Porém não foi encontrado estes erros e, portanto, eles não foram solucionados. Todavia, dado que as potências demandadas pelas cargas conectadas às barras foram encontradas, os resultados indicam a posterior possibilidade de ampliação das complexidades presentes no código e a aplicabilidade da sua estrutura a outros sistemas de distribuição, feitas as devidas correções.

Observou-se pelos resultados o decaimento esperado dos módulos das tensões desde o alimentador de cada sistema até suas barras terminais, causado pelas impedâncias presentes nas linhas de suas redes. Também se observou e o fluxo de carga desequilibrado, devido as cargas desequilibradas alimentadas e, no caso do sistema de 123 barras, de suas linhas com ausência de uma ou duas fases.

Numa comparação entre os resultados encontrados para o sistema de 37 barras e os encontrados para o sistema de 123 barras, poder-se-ia dizer que os primeiros foram melhores que os do segundo, conforme as comparações anteriores. Isto pode estar relacionado a estrutura da rede, que no primeiro é muito menor e com todas as fases presentes em todas as ligações, diferente do que ocorre no segundo caso, um sistema três vezes maior onde se encontra muitas fases ausentes nas ligações, fatores que influenciam diretamente a matriz Jacobiana e, talvez, a capacidade de resolução com o código proposto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Monticelli, A., J., Fluxo de Carga Aspectos Gerais, In:_____, **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**, São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1983, cap 1, p, 1-10,
- [2] Elgerd, O., I., The Electric Energy System: Operational Considerations, In:_____, **Electric Energy Systems Theory: An Introduction**, 1nd ed., New York: McGraw-Hill Publishing Company, 1973, cap 3, p, 44-69,
- [3] Scielo, Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-17592005000300003>, Acesso em: 26 de maio de 2015,
- [4] Kersting, W., H., Introduction to Distribution Systems, In:_____, **Distribution System Modeling and Analysis**, New Mexico: CRC Press., 2002, cap 1, p, 1-9,
- [5] Balamurungan, K.; Srivinasan, D., **Review of Power Flow Studies on Distribution Network with Distributed Generation**, IEEE Transactions on Power Systems, Singapore, p, 411-417, Dec, 2011,
- [6] Paulo A., N., Garcia, José L., R., Pereira e Sandoval Carneiro Jr, **Fluxo de Potência Trifásico por Injeção de Corrente: Parte 1 – Formulação Básica**, Revista Controle & Automação, Vol,12 no,03/Set., Out., Nov, e Dezembro 2001,
- [7] Saadat, H., Power Flow Analysis, In:_____, **Power System Analysis**, 1nd ed, Boston: McGraw-Hill Primis Custom Publishing, 1999, cap 6, p, 195-256,
- [8] Monticelli, A., J., Fluxo de Carga Não-Linear: Algoritmos Básicos, In:_____, **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**, São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1983, cap 5, p, 78,
- [9] Martinez, J., A.; Mahseredjian, J., **Load Flow Calculations in Distribution Systems with Distributed Resources: A Review**, IEEE Power and Energy Society General Meeting, 2011, San Diego, p, 1-8, Jul, 2011,
- [10] Kersting, W., H., Distribution Feeder Analysis, In:_____, **Distribution System Modeling and Analysis**, New Mexico: CRC Press., 2002, cap 1, p, 269-290,

- [11] Shirmohammadi, D.; Hong, H.,W.; Semlyen, A.; Luo, G.,X., **A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks**, IEEE Transactions on Power Systems, vol, 3, no, 2, pp, 753-762, May 1988,
- [12] Dorneles, G., F., **Caderno Didático de Redes de Energia**, v, 2, 2014, 55 páginas, Apostila da disciplina de Redes de Energia do curso de Engenharia de Energia da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul (UERGS),
- [13] Open Electrical, Disponível em: <http://www.openelectrical.org/wiki/index.php?title=Multi-conductor_Line_Models>, Acesso em: 7 de mar, de 2015,
- [14] Gross, A., G., The Power Flow Problem, In:_____, **Power System Analysis**, 2nd ed, New York: John Wiley & Sons, 1986, cap 7, p, 255-280,
- [15] Hadi, S., Power Flow Analysis, In:_____, **Power System Analysis**, 1nd ed, Boston: McGraw-Hill Primis Custom Publishing, 2002, cap 6, p, 200-240,
- [16] Pereira, H., Q., **Fluxo de Potência Trifásico: Um Estudo Comparativo e Uma Nova Metodologia de Solução**, 2006, 162 f, Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2006.
- [17] Neto, M., A., P., **Implementação de Fluxo de Carga Utilizando o Método de Injeção de Correntes Trifásico**, 2007, 75 f, Projeto submetido ao corpo docente do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de engenheiro electricista – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- [18] Loddi, T., **Cálculo de Fluxo de Potência Unificado em Sistemas de Transmissão e Redes de Distribuição Através do Método de Newton Desacoplado Rápido com Rotação de Eixos**, 2010, 117 f, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.
- [19] IEEE PES, Disponível em: <<http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders/index.html>>, Acesso em: 31 de maio de 2015.

ANEXO A – DADOS DO SISTEMA IEEE 37 BARRAS

Nas Tabelas (1), (2), (3), (4) e (5) se apresentam os dados e configurações de impedância da rede do sistema de 37 barras da IEEE utilizado para o primeiro teste do código do MICT deste trabalho, bem como os valores das cargas conectadas às barras. O comprimento das linhas da rede do sistema é originalmente dado na unidade inglesa de pés; no trabalho, optou-se por utilizar as medidas em quilômetro e, portanto, apresenta-se estas deste modo. Segue-se também que as configurações de impedância e admitância *shut* das linhas, originalmente com os valores dados por milha, aqui apresentam-se eles por quilômetro. Para as cargas conectadas às barras, que originalmente estão distribuídas nos três grupos de modelos de carga, como já dito, optou-se por representar todas pelo modelo de potência constante. As ligações com o regulador de tensão elétrica entre as barras 799 e 701 e do transformador entre as barras 709 e 775 foram desconsideradas.

Tabela 1: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 37 barras

Barra De Início	Barra De Término	Configuração de impedância da linha	Comprimento (km)
701	702	0,29260	722
702	705	0,12192	724
702	713	0,10972	723
702	703	0,40233	722
703	727	0,07315	724
703	730	0,18288	723
704	714	0,02438	724
704	720	0,24384	723
705	742	0,09753	724
705	712	0,07315	724
706	725	0,08534	724
707	724	0,23164	724
707	722	0,03657	724
708	733	0,09753	723
709	731	0,18288	723
709	708	0,09753	723
710	735	0,06096	724
710	736	0,39014	724
711	741	0,12192	723
711	740	0,06096	724

Tabela 1: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 37 barras, conclusão

Barra De Início	Barra De Término	Configuração de impedância da linha	Comprimento (km)
713	704	0,15849	723
714	718	0,15849	724
720	707	0,28041	724
720	706	0,18288	723
727	744	0,08534	723
730	709	0,06096	723
733	734	0,17068	723
734	737	0,19507	723
734	710	0,15849	724
737	738	0,12192	723
738	711	0,12192	723
744	728	0,06096	724
744	729	0,08534	724
799	701	0,56388	721

Fonte: Adaptado de [19], sistema 37-bus Feeder.

Tabela 2: Valores das resistências série das linhas da rede, em Ω por km, do sistema de 37 barras

Configuração da linha	R_{aa}	R_{ab}	R_{ac}	R_{bb}	R_{bc}	R_{cc}
721	0,181813	0,122597	0,041818	0,164415	0,041818	0,181813
722	0,295213	0,184734	0,101221	0,278871	0,166403	0,295213
723	0,803806	0,417126	0,302670	0,809150	0,393079	0,803806
724	1,301897	0,482060	0,323362	1,309105	0,459690	1,301897

Fonte: Adaptado de [19], sistema 37-bus Feeder.

Tabela 3: Valores das reatâncias série das linhas da rede, em Ω por km, do sistema de 37 barras

Configuração da linha	X_{aa}	X_{ab}	X_{ac}	X_{bb}	X_{bc}	X_{cc}
721	0,12259	0,04181	-0,02287	0,11806	0,04181	0,12259
722	0,18473	0,10122	-0,02026	0,16640	0,10122	0,18473
723	0,41712	0,30267	0,13117	0,39307	0,30267	0,41712
724	0,48206	0,32336	0,17013	0,45969	0,32336	0,48206

Fonte: Adaptado de [19], sistema 37-bus Feeder.

Tabela 4: Valores das admitâncias *shunt* das linhas da rede, em μS por km, do sistema de 37 barras

Configuração da linha	$y_{shunt_{aa}}$	$y_{shunt_{ab}}$	$y_{shunt_{ac}}$	$y_{shunt_{bb}}$	$y_{shunt_{bc}}$	$y_{shunt_{cc}}$
721	99,29008	0	0	99,29008	0	99,29008
722	79,43025	0	0	79,43025	0	79,43025
723	46,50373	0	0	46,50373	0	46,50373
724	37,43656	0	0	37,43656	0	37,43656

Fonte: Adaptado de [19], sistema 37-bus Feeder.

Tabela 5: Valores das cargas das barras do sistema de 37 barras

Barra	Modelo de carga	Fase <i>a</i> (kW)	Fase <i>a</i> (kVAr)	Fase <i>b</i> (kW)	Fase <i>b</i> (kVAr)	Fase <i>c</i> (kW)	Fase <i>c</i> (kVAr)
701	Y-PQ	140	70	140	70	350	175
712	Y-PQ	0	0	0	0	85	40
713	Y-PQ	0	0	0	0	85	40
714	Y-PQ	17	8	21	10	0	0
718	Y-PQ	85	40	0	0	0	0
720	Y-PQ	0	0	0	0	85	40
722	Y-PQ	0	0	140	70	21	10
724	Y-PQ	0	0	42	21	0	0
725	Y-PQ	0	0	42	21	0	0
727	Y-PQ	0	0	0	0	42	21
728	Y-PQ	42	21	42	21	42	21
729	Y-PQ	42	21	0	0	0	0
730	Y-PQ	0	0	0	0	85	40
731	Y-PQ	0	0	85	40	0	0
732	Y-PQ	0	0	0	0	42	21
733	Y-PQ	85	40	0	0	0	0
734	Y-PQ	0	0	0	0	42	21
735	Y-PQ	0	0	0	0	85	40
736	Y-PQ	0	0	42	21	0	0
737	Y-PQ	140	70	0	0	0	0
738	Y-PQ	126	62	0	0	0	0
740	Y-PQ	0	0	0	0	85	40
741	Y-PQ	0	0	0	0	42	21
742	Y-PQ	8	4	85	40	0	0
744	Y-PQ	42	21	0	0	0	0

Fonte: Adaptado de [19], sistema 37-bus Feeder.

ANEXO B – DADOS DO SISTEMA IEEE 123 BARRAS

Nas Tabelas (6), (7), (8), (9) e (10) se apresentam os dados e configurações de impedância da rede do sistema de 123 barras da IEEE utilizado para o segundo teste do código do MICT deste trabalho, bem como os valores das cargas conectadas às barras. O comprimento das linhas da rede do sistema é originalmente dado na unidade inglesa de pés; no trabalho, optou-se por utilizar as medidas em quilômetro e, portanto, apresenta-se estas deste modo. Segue-se também que as configurações de impedância e admitância *shut* das linhas, originalmente com os valores dados por milha, aqui apresentam-se eles por quilômetro. Para as cargas conectadas às barras, que originalmente estão distribuídas nos três grupos de modelos de carga, como já dito, optou-se por representar todas pelo modelo de potência constante.

Tabela 6: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 123 barras

Barra De Início	Barra De Término	Configuração de impedância da linha	Comprimento (km)
1	2	10	0,05334
1	3	11	0,07620
1	7	1	0,09144
3	4	11	0,06096
3	5	11	0,09906
5	6	11	0,07620
7	8	1	0,06096
8	12	10	0,06858
8	9	9	0,06858
8	13	1	0,09144
9	14	9	0,12954
13	34	11	0,04572
13	18	2	0,25146
14	11	9	0,07620
14	10	9	0,07620
15	16	11	0,11430
15	17	11	0,10668
18	19	9	0,07620
18	21	2	0,09144
19	20	9	0,09906
21	22	10	0,16002
21	23	2	0,07620

Tabela 6: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 123 barras, continuação

Barra De Início	Barra De Término	Configuração de impedância da linha	Comprimento (km)
23	24	11	0,16764
23	25	2	0,08382
25	26	7	0,10668
25	28	2	0,06096
26	27	7	0,08382
26	31	11	0,06858
27	33	9	0,15240
28	29	2	0,09144
29	30	2	0,10668
30	250	2	0,06096
31	32	11	0,09144
34	15	11	0,03048
35	36	8	0,19812
35	40	1	0,07620
36	37	9	0,09144
36	38	10	0,07620
38	39	10	0,09906
40	41	11	0,09906
40	42	1	0,07620
42	43	10	0,15240
42	44	1	0,06096
44	45	9	0,06096
44	47	1	0,07620
45	46	9	0,09144
47	48	4	0,04572
47	49	4	0,07620
49	50	4	0,07620
50	51	4	0,07620
52	53	1	0,06096
53	54	1	0,03810
54	55	1	0,08382
54	57	3	0,10668
55	56	1	0,08382
57	58	10	0,07620
57	60	3	0,22860
58	59	10	0,07620

Tabela 6: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 123 barras, continuação

Barra De Início	Barra De Término	Configuração de impedância da linha	Comprimento (km)
60	61	5	0,16764
60	62	12	0,07620
62	63	12	0,05334
63	64	12	0,10668
64	65	12	0,12954
65	66	12	0,09906
67	68	9	0,06096
67	72	3	0,08382
67	97	3	0,07620
68	69	9	0,08382
69	70	9	0,09906
70	71	9	0,08382
72	73	11	0,08382
72	76	3	0,06096
73	74	11	0,10668
74	75	11	0,12192
76	77	6	0,12192
76	86	3	0,21336
77	78	6	0,03048
78	79	6	0,06858
78	80	6	0,14478
80	81	6	0,14478
81	82	6	0,07620
81	84	11	0,20574
82	83	6	0,07620
84	85	11	0,14478
86	87	6	0,13716
87	88	9	0,05334
87	89	6	0,08382
89	90	10	0,06858
89	91	6	0,06858
91	92	11	0,09144
91	93	6	0,06858
93	94	9	0,08382
93	95	6	0,09144
95	96	10	0,06096

Tabela 6: Dados dos segmentos de linha da rede do sistema de 123 barras, conclusão

Barra De Início	Barra De Término	Configuração de impedância da linha	Comprimento (km)
97	98	3	0,08382
98	99	3	0,16764
99	100	3	0,09144
100	450	3	0,24384
101	102	11	0,06858
101	105	3	0,08382
102	103	11	0,09906
103	104	11	0,21336
105	106	10	0,06858
105	108	3	0,09906
106	107	10	0,17526
108	109	9	0,13716
108	300	3	0,30480
109	110	9	0,09144
110	111	9	0,17526
110	112	9	0,03810
112	113	9	0,16002
113	114	9	0,09906
135	35	4	0,11430
149	1	1	0,12192
152	52	1	0,12192
160	67	6	0,10668
197	101	3	0,07620

Fonte: Adaptado de [19], primeira versão do sistema 123-bus Feeder.

Tabela 7: Valores das resistências série das linhas da rede do sistema de 123 barras, em Ω por km

Configuração da linha	R_{aa}	R_{ab}	R_{ac}	R_{bb}	R_{bc}	R_{cc}
1	0,2843	0,6698	0,0969	0,2899	0,6513	0,2868
2	0,2899	0,6513	0,0982	0,2868	0,6618	0,2843
3	0,2868	0,6618	0,0954	0,2843	0,6698	0,2899
4	0,2868	0,6618	0,0954	0,2899	0,6513	0,2843
5	0,2899	0,6513	0,0969	0,2843	0,6698	0,2868
6	0,2843	0,6698	0,0954	0,2868	0,6618	0,2899
7	0,2843	0,6698	0,0000	0,0000	0,0000	0,2868
8	0,2843	0,6698	0,0954	0,2868	0,6618	0,0000

Tabela 7: Valores das resistências série das linhas da rede do sistema de 123 barras, em Ω por km, conclusão

Configuração da linha	R_{aa}	R_{ab}	R_{ac}	R_{bb}	R_{bc}	R_{cc}
9	0,8259	0,8373	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0000	0,0000	0,0000	0,8259	0,8373	0,0000
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8259
12	0,9450	0,4673	0,3230	0,9525	0,4450	0,9450

Fonte: Adaptado de [19], primeira versão do sistema 123-bus Feeder.

Tabela 8: Valores das reatâncias série das linhas da rede do sistema de 123 barras, em Ω por km

Configuração da linha	X_{aa}	X_{ab}	X_{ac}	X_{bb}	X_{bc}	X_{cc}
1	0,6698	0,0969	0,3117	0,6513	0,0982	0,6618
2	0,6513	0,0982	0,2632	0,6618	0,0954	0,6698
3	0,6618	0,0954	0,2392	0,6698	0,0969	0,6513
4	0,6618	0,0954	0,2392	0,6513	0,0969	0,6698
5	0,6513	0,0969	0,3117	0,6698	0,0954	0,6618
6	0,6698	0,0954	0,2392	0,6618	0,0982	0,6513
7	0,6698	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6618
8	0,6698	0,0954	0,2392	0,6618	0,0000	0,0000
9	0,8373	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0000	0,0000	0,0000	0,8373	0,0000	0,0000
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8373
12	0,4673	0,3230	0,1724	0,4450	0,3230	0,4673

Fonte: Adaptado de [19], primeira versão do sistema 123-bus Feeder.

Tabela 9: Valores das admitâncias *shunt* das linhas da rede do sistema de 123 barras, em μS por km

Configuração da linha	$y_{shunt_{aa}}$	$y_{shunt_{ab}}$	$y_{shunt_{ac}}$	$y_{shunt_{bb}}$	$y_{shunt_{bc}}$	$y_{shunt_{cc}}$
1	3,5272	-1,1383	-0,4338	3,7164	-0,7236	3,3536
2	3,7164	-0,7236	-1,1383	3,3536	-0,4338	3,5272
3	3,3536	-0,4338	-0,7236	3,5272	-1,1383	3,7164
4	3,3536	-0,7236	-0,4338	3,7164	-1,1383	3,5272
5	3,7164	-1,1383	-0,7236	3,5272	-0,4338	3,3536
6	3,5272	-0,4338	-1,1383	3,3536	-0,7236	3,7164
7	3,1786	0,0000	-0,6555	0,0000	0,0000	3,2127
8	3,1786	-0,6555	0,0000	3,2127	0,0000	0,0000
9	2,8082	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0000	0,0000	0,0000	2,8082	0,0000	0,0000

Tabela 9: Valores das admitâncias *shunt* das linhas da rede do sistema de 123 barras, em μS por km, conclusão

Configuração da linha	$y_{shunt_{aa}}$	$y_{shunt_{ab}}$	$y_{shunt_{ac}}$	$y_{shunt_{bb}}$	$y_{shunt_{bc}}$	$y_{shunt_{cc}}$
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2,8082
12	41,7712	0,0000	0,0000	41,7712	0,0000	41,7712

Fonte: Adaptado de [19], primeira versão do sistema 123-bus Feeder.

Tabela 10: Valores das cargas das barras do sistema do sistema de 123 barras

Barra	Modelo de carga	Fase <i>a</i>	Fase <i>a</i>	Fase <i>b</i>	Fase <i>b</i>	Fase <i>c</i>	Fase <i>c</i>
		(kW)	(kVAr)	(kW)	(kVAr)	(kW)	(kVAr)
1	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
2	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
4	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
5	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
6	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
7	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
9	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
10	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
11	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
12	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
16	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
17	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
19	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
20	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
22	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
24	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
28	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
29	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
30	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
31	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
32	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
33	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
34	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
35	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
37	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
38	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
39	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
41	Y-PQ	0	0	0	0	20	10

Tabela 10: Valores das cargas das barras do sistema de 123 barras, continuação

Barra	Modelo de carga	Fase a (kW)	Fase a (kVAr)	Fase b (kW)	Fase b (kVAr)	Fase c (kW)	Fase c (kVAr)
42	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
43	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
45	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
46	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
47	Y-PQ	35	25	35	25	35	25
48	Y-PQ	70	50	70	50	70	50
49	Y-PQ	35	25	70	50	35	25
50	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
51	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
52	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
53	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
55	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
56	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
58	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
59	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
60	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
62	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
63	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
64	Y-PQ	0	0	75	35	0	0
65	Y-PQ	35	25	35	25	70	50
66	Y-PQ	0	0	0	0	75	35
68	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
69	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
70	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
71	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
73	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
74	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
75	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
76	Y-PQ	105	80	70	50	70	50
77	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
79	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
80	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
82	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
83	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
84	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
85	Y-PQ	0	0	0	0	40	20

Tabela 10: Valores das cargas das barras do sistema de 123 barras, conclusão

Barra	Modelo de carga	Fase <i>a</i> (kW)	Fase <i>a</i> (kVAr)	Fase <i>b</i> (kW)	Fase <i>b</i> (kVAr)	Fase <i>c</i> (kW)	Fase <i>c</i> (kVAr)
86	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
87	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
88	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
90	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
92	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
94	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
95	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
96	Y-PQ	0	0	20	10	0	0
98	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
99	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
100	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
102	Y-PQ	0	0	0	0	20	10
103	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
104	Y-PQ	0	0	0	0	40	20
106	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
107	Y-PQ	0	0	40	20	0	0
109	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
111	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
112	Y-PQ	20	10	0	0	0	0
113	Y-PQ	40	20	0	0	0	0
114	Y-PQ	20	10	0	0	0	0

Fonte: Adaptado de [19], primeira versão do sistema 123-bus Feeder.

ANEXO C – RESULTADOS ENCONTRADOS PARA O SISTEMA DE 37 BARRAS

Nas Tabelas (11), (12), (13) e (14) se apresentam os resultados encontrados para as tensões das barras, fluxo e perdas de potência nas linhas para o sistema de 37 barras, pela aplicação do código em MATLAB do MICT.

Tabela 11: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 37 barras

Barra	V_a	V_b	V_c	δ_a (°)	δ_b (°)	δ_c (°)
799	1,000885	0,999887	1,000224	-0,032	120,044	-119,966
701	1,000539	0,999941	1,000283	-0,025	120,008	-119,992
702	0,999928	0,999994	1,000368	-0,013	119,994	-120,003
703	1,000942	0,999916	0,998972	0,039	120,058	-119,963
727	1,000296	1,000131	0,999656	0,010	120,001	-119,983
744	1,000640	0,999977	0,999036	0,038	120,011	-119,984
728	0,999981	1,000247	0,999944	0,001	119,953	-120,001
729	1,000565	1,000043	0,999153	0,035	119,998	-119,99
730	1,000010	1,000142	0,999994	-0,003	119,982	-119,992
709	1,000509	0,999909	0,999266	0,028	120,021	-119,986
708	0,999809	1,000134	1,000231	-0,011	119,970	-120,005
732	1,000383	0,999937	0,999444	0,023	120,014	-119,994
733	0,999744	1,000131	1,000317	-0,014	119,970	-120,007
734	1,000311	0,999876	0,999550	0,018	120,023	-119,995
710	0,999691	1,000084	1,000399	-0,017	119,978	-120,007
735	1,000285	0,999862	0,999589	0,016	120,025	-119,995
736	0,999692	1,000084	1,000399	-0,017	119,978	-120,007
737	1,000301	0,999871	0,999564	0,017	120,024	-119,994
738	0,999698	1,000088	1,000390	-0,017	119,977	-120,007
711	1,000294	0,999866	0,999577	0,017	120,025	-119,995
740	0,999692	1,000084	1,000399	-0,018	119,978	-120,007
741	1,000294	0,999866	0,999577	0,017	120,025	-119,995
731	0,999838	1,000181	1,000183	-0,008	119,962	-120,005
775	1,000509	0,999909	0,999266	0,028	120,021	-119,986
705	0,999800	0,999863	0,999759	0,017	119,994	-120,018
712	0,999831	0,999901	0,999833	0,020	119,991	-120,018
742	1,000059	0,999941	0,999058	0,040	120,010	-120,012
713	0,999302	0,999930	1,000989	-0,035	119,986	-120,016
704	0,998318	0,999768	1,001719	-0,071	119,982	-120,034
714	0,998350	0,999786	1,001731	-0,0713	119,983	-120,035

Tabela 21: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 37 barras, conclusão

Barra	V_a	V_b	V_c	δ_a (°)	δ_b (°)	δ_c (°)
718	0,998510	0,999846	1,001787	-0,071	119,991	-120,041
720	0,999803	1,000073	1,000178	-0,002	119,982	-120,008
706	1,001084	1,000395	0,998473	0,063	119,964	-119,981
725	1,002126	1,000174	0,996975	0,126	120,015	-119,961
707	0,999368	0,999725	1,000842	-0,036	120,028	-120,015
722	0,999403	0,999803	1,000875	-0,038	120,028	-120,012
724	0,999427	0,999865	1,000887	-0,041	120,029	-120,010

Tabela 12: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 37 barras

De Início	De Término	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
701	702	0,063997	-0,138560	-0,066660	0,079462	0,190966	-0,199380
702	705	-0,080770	-0,133110	0,129558	0,132539	-0,200120	-0,029700
702	713	0,204025	-0,100320	-0,172560	-0,083600	0,327256	-0,158220
702	703	-0,125220	-0,242030	0,174071	0,199568	-0,542020	-0,025840
703	727	0,016846	-0,194050	-0,020030	0,015257	0,414979	-0,020960
703	730	0,053484	-0,086240	-0,042460	-0,004630	0,267508	-0,037660
704	714	0,040799	0,008403	-0,000005	0,019195	0,003988	-0,000004
704	720	-0,255700	0,074221	0,262965	0,136853	-0,399100	0,177482
705	742	-0,125980	0,009224	0,140080	0,131742	-0,288200	0,007816
705	712	0,000000	0,000000	0,033998	0,000000	0,000000	0,015999
706	725	-0,303340	0,160624	0,299830	0,179706	-0,816140	0,173045
707	724	0,000000	0,000000	0,031607	0,000000	0,000000	0,047335
707	722	0,000002	0,055997	0,008398	-0,000001	0,027993	0,003998
708	733	0,037261	-0,011270	-0,029940	-0,013960	0,050353	-0,024260
708	732	-0,064690	0,081751	0,080260	0,054243	-0,359020	0,031409
709	731	0,048387	-0,046900	-0,036120	-0,015670	0,224881	-0,025860
709	708	0,142610	-0,086200	-0,121200	-0,060810	0,464940	-0,079780
710	735	-0,100060	0,147867	0,112795	0,072372	-0,584730	0,050186
710	736	-0,000350	0,000270	0,000064	-0,000130	-0,000110	0,000362
711	741	0,000086	-0,000130	0,000056	0,000116	0,000003	-0,000130
711	740	0,108918	-0,148440	-0,121950	-0,078020	0,595283	-0,055250
713	704	0,203864	-0,100270	-0,206700	-0,083630	0,327251	-0,174280
714	718	0,033997	0,000002	-0,000002	0,015997	-0,000006	-0,000002
720	707	0,144627	-0,012270	-0,142010	-0,072360	0,147227	-0,087330
720	706	-0,400870	0,086514	0,370489	0,209109	-0,546450	0,248662

Tabela 12: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 37 barras, conclusão

De Início	De Término	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
727	744	-0,171160	-0,028880	0,188196	0,130772	-0,368860	0,099662
730	709	-0,123690	0,026884	0,149761	0,104681	-0,556020	0,070941
733	734	-0,027280	0,028684	0,030351	0,018920	-0,200980	0,014323
734	737	0,003957	0,000579	-0,004750	-0,003080	0,004980	-0,002520
734	710	0,050802	-0,057330	-0,055910	-0,035270	0,239072	-0,027050
737	738	0,079881	-0,043040	-0,081380	-0,047930	0,317777	-0,045140
738	711	-0,074280	0,043163	0,075179	0,043872	-0,311000	0,042491
744	728	0,085739	-0,184240	-0,089810	-0,053770	0,638059	-0,031290
744	729	-0,011050	-0,037280	0,026902	0,023654	0,042619	0,015139
799	701	0,120051	-0,082690	0,073394	0,107485	0,218902	-0,129340

Tabela 13: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 37 barras

De Término	De Início	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
702	701	-0,063940	0,138520	0,066704	-0,079430	-0,191010	0,199386
705	702	0,080831	0,133089	-0,129470	-0,132480	0,200095	0,029717
713	702	-0,203870	0,100265	0,172706	0,083629	-0,327250	0,158276
703	702	0,125531	0,241410	-0,173850	-0,199660	0,542251	0,025681
727	703	-0,016840	0,193678	0,020050	-0,015240	-0,415260	0,020972
730	703	-0,053430	0,085900	0,042523	0,004669	-0,267680	0,037680
714	704	-0,040800	-0,008400	0,000005	-0,019200	-0,003990	0,000004
720	704	0,256241	-0,074250	-0,262480	-0,136750	0,399225	-0,177330
742	705	0,126064	-0,009310	-0,139980	-0,131730	0,288217	-0,007820
712	705	0,000000	0,000000	-0,034000	0,000000	0,000000	-0,016000
725	706	0,303855	-0,161310	-0,299320	-0,179560	0,815813	-0,172890
724	707	-0,000002	-0,016800	0,000001	0,000001	-0,008400	0,000001
722	707	-0,000002	-0,056000	-0,008400	0,000001	-0,028000	-0,004000
733	708	-0,037260	0,011273	0,029939	0,013957	-0,050350	0,024261
732	708	0,064757	-0,082010	-0,080190	-0,054240	0,358884	-0,031400
731	709	-0,048340	0,046682	0,036165	0,015687	-0,224990	0,025867
708	709	-0,142470	0,085797	0,121344	0,060865	-0,465120	0,079822
735	710	0,100164	-0,148320	-0,112690	-0,072360	0,584477	-0,050170
736	710	0,000353	-0,000270	-0,000064	0,000134	0,000113	-0,000360
741	711	-0,000086	0,000134	-0,000056	-0,000120	-0,000003	0,000133
740	711	-0,108810	0,147985	0,122062	0,078034	-0,595530	0,055267

Tabela 13: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 37 barras, conclusão

De Término	De Início	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
704	713	-0,203610	0,100226	0,206909	0,083675	-0,327210	0,174340
718	714	-0,034000	-0,000002	0,000002	-0,016000	0,000006	0,000002
707	720	-0,144520	0,012379	0,142115	0,072417	-0,147170	0,087372
706	720	0,401621	-0,086370	-0,369740	-0,208920	0,546652	-0,248410
744	727	0,171279	0,028807	-0,188080	-0,130730	0,368812	-0,099600
709	730	0,123810	-0,027260	-0,149640	-0,104660	0,555870	-0,070910
734	733	0,027307	-0,028860	-0,030320	-0,018920	0,200905	-0,014320
737	734	-0,003960	-0,000580	0,004752	0,003083	-0,004980	0,002517
710	734	-0,050750	0,057152	0,055961	0,035276	-0,239170	0,027064
738	737	-0,079800	0,042793	0,081462	0,047945	-0,317880	0,045158
711	738	0,074346	-0,043410	-0,075110	-0,043850	0,310900	-0,042470
728	744	-0,085650	0,183647	0,089899	0,053795	-0,638420	0,031295
729	744	0,011045	0,037268	-0,026910	-0,023650	-0,042630	-0,015140
701	799	-0,120000	0,082558	-0,073340	-0,107460	-0,218970	0,129382

Tabela 14: Perdas de potência do sistema de 37 barras

De Início	De Término	Perdas P_a	Perdas P_b	Perdas P_c	Perdas Q_a	Perdas Q_b	Perdas Q_c
701	702	5,560E-05	-3,900E-05	4,340E-05	3,520E-05	-4,400E-05	4,330E-06
702	705	5,980E-05	-1,700E-05	8,670E-05	5,990E-05	-2,700E-05	1,570E-05
702	713	1,590E-04	-5,100E-05	1,440E-04	2,480E-05	7,210E-06	5,820E-05
702	703	3,080E-04	-6,200E-04	2,250E-04	-8,900E-05	2,280E-04	-1,600E-04
703	727	3,170E-06	-3,700E-04	2,100E-05	1,840E-05	-2,800E-04	7,410E-06
703	730	5,330E-05	-3,400E-04	6,280E-05	3,530E-05	-1,700E-04	1,660E-05
704	714	-1,400E-06	-5,300E-08	1,180E-10	-4,600E-07	-2,900E-07	-1,900E-11
704	720	5,460E-04	-2,700E-05	4,850E-04	1,060E-04	1,210E-04	1,530E-04
705	742	8,540E-05	-8,500E-05	9,890E-05	1,630E-05	1,980E-05	-8,900E-06
705	712	2,240E-11	3,410E-11	-2,500E-06	-4,100E-12	3,180E-12	-1,200E-06
706	725	5,130E-04	-6,800E-04	5,080E-04	1,470E-04	-3,200E-04	1,590E-04
707	724	-7,400E-11	-2,200E-06	-6,300E-11	2,440E-10	-1,600E-06	2,000E-10
707	722	-3,800E-11	-4,200E-06	-8,000E-08	8,480E-11	-2,500E-06	-5,500E-07
708	733	3,200E-06	2,880E-07	3,340E-06	1,210E-06	2,500E-07	1,150E-06
708	732	6,900E-05	-2,600E-04	6,930E-05	6,890E-06	-1,300E-04	9,120E-06
709	731	4,240E-05	-2,200E-04	4,170E-05	2,020E-05	-1,100E-04	1,180E-05
709	708	1,410E-04	-4,000E-04	1,430E-04	5,400E-05	-1,800E-04	3,760E-05

Tabela 14: Perdas de potência do sistema de 37 barras

De Início	De Término	Perdas P_a	Perdas P_b	Perdas P_c	Perdas Q_a	Perdas Q_b	Perdas Q_c
710	735	1,020E-04	-4,500E-04	1,020E-04	1,630E-05	-2,500E-04	1,590E-05
710	736	6,940E-10	4,920E-10	7,550E-10	3,690E-11	8,670E-10	1,880E-11
711	741	3,330E-11	3,040E-11	3,420E-11	1,040E-11	2,150E-11	8,780E-12
711	740	1,130E-04	-4,500E-04	1,130E-04	1,860E-05	-2,500E-04	1,860E-05
713	704	2,540E-04	-3,900E-05	2,040E-04	4,660E-05	4,580E-05	6,410E-05
714	718	-5,400E-06	-9,200E-10	3,600E-10	-2,600E-06	1,330E-10	-1,500E-10
720	707	1,060E-04	1,120E-04	1,060E-04	5,570E-05	6,100E-05	3,890E-05
720	706	7,500E-04	1,460E-04	7,480E-04	1,870E-04	2,030E-04	2,510E-04
727	744	1,230E-04	-7,100E-05	1,140E-04	3,860E-05	-5,200E-05	6,640E-05
730	709	1,200E-04	-3,800E-04	1,160E-04	1,650E-05	-1,500E-04	3,560E-05
733	734	2,610E-05	-1,800E-04	2,630E-05	4,610E-06	-7,800E-05	4,630E-06
734	737	7,850E-08	7,360E-08	5,610E-08	2,070E-08	1,450E-08	5,100E-08
734	710	5,350E-05	-1,800E-04	5,350E-05	9,880E-06	-9,500E-05	1,070E-05
737	738	7,720E-05	-2,500E-04	7,720E-05	1,950E-05	-1,000E-04	1,940E-05
738	711	7,040E-05	-2,500E-04	7,030E-05	1,810E-05	-1,000E-04	1,810E-05
744	728	9,130E-05	-6,000E-04	9,070E-05	2,000E-05	-3,600E-04	2,330E-06
744	729	-2,100E-06	-7,500E-06	-4,700E-06	1,170E-06	-1,200E-05	9,250E-07
799	701	5,440E-05	-1,300E-04	5,510E-05	2,270E-05	-6,400E-05	4,140E-05

ANEXO D – RESULTADOS ENCONTRADOS PARA O SISTEMA DE 123 BARRAS

Nas Tabelas (15), (16), (17) e (18) se apresentam os resultados encontrados para as tensões das barras, fluxo e perdas de potência nas linhas para o sistema de 123 barras, pela aplicação do código em MATLAB do MICT.

Tabela 15: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 123 barras

Barra	V_a	V_b	V_c	δ_a (°)	δ_b (°)	δ_c (°)
1	0,999742	0,999976	1,000059	-0,019	120,007	-119,995
2	0,000000	0,999899	0,000000	0,000	120,005	0,000
3	0,000000	0,000000	1,000465	0,000	0,000	-120,002
4	0,000000	0,000000	1,000289	0,000	0,000	-120,006
5	0,000000	0,000000	1,000037	0,000	0,000	-120,011
6	0,000000	0,000000	0,999818	0,000	0,000	-120,015
7	1,000095	0,999904	0,999126	-0,004	120,029	-119,982
8	1,000314	0,999865	0,998492	0,005	120,043	-119,974
9	1,000141	0,000000	0,000000	0,005	0,000	0,000
10	1,000078	0,000000	0,000000	0,009	0,000	0,000
11	0,999968	0,000000	0,000000	0,006	0,000	0,000
12	0,000000	0,999766	0,000000	0,000	120,041	0,000
13	0,997517	1,000595	1,002241	-0,148	119,837	-120,035
14	1,000187	0,000000	0,000000	0,011	0,000	0,000
15	0,000000	0,000000	1,000885	0,000	0,000	-120,018
16	0,000000	0,000000	1,000556	0,000	0,000	-120,024
17	0,000000	0,000000	1,000731	0,000	0,000	-120,021
18	1,000747	0,999658	0,998987	0,036	120,099	-119,980
19	1,000309	0,000000	0,000000	0,028	0,000	0,000
20	1,000024	0,000000	0,000000	0,022	0,000	0,000
21	0,998295	0,999869	1,000964	-0,104	120,032	-120,009
22	0,000000	0,999409	0,000000	0,000	120,023	0,000
23	0,998378	0,999862	1,001273	-0,099	120,018	-120,016
24	0,000000	0,000000	1,000791	0,000	0,000	-120,025
25	0,998083	1,000254	1,002414	-0,112	119,948	-120,034
26	1,001052	0,000000	0,999569	0,063	0,000	-119,991
27	0,999173	0,000000	1,001801	-0,057	0,000	-120,027
28	0,998728	1,000104	1,001685	-0,074	119,979	-120,023
29	0,999645	0,999892	1,000529	-0,019	120,025	-120,006
30	1,000655	0,999659	0,999107	0,039	120,074	-119,986

Tabela 15: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 123 barras, continuação

Barra	V_a	V_b	V_c	δ_a (°)	δ_b (°)	δ_c (°)
31	0,000000	0,000000	0,999371	0,000	0,000	-119,994
32	0,000000	0,000000	0,999240	0,000	0,000	-119,997
33	0,998734	0,000000	0,000000	-0,066	0,000	0,000
34	0,000000	0,000000	1,001375	0,000	0,000	-120,026
35	1,001129	1,000153	1,000774	0,057	120,015	-120,007
36	0,998560	0,999906	0,000000	-0,070	120,062	0,000
37	0,998296	0,000000	0,000000	-0,075	0,000	0,000
38	0,000000	0,999686	0,000000	0,000	120,057	0,000
39	0,000000	0,999544	0,000000	0,000	120,054	0,000
40	1,001580	1,000011	0,999936	0,082	120,027	-120,002
41	0,000000	0,000000	0,999793	0,000	0,000	-120,005
42	1,000854	0,999907	0,999409	0,044	119,986	-120,003
43	0,000000	0,999468	0,000000	0,000	119,977	0,000
44	1,000217	0,999797	0,998984	0,013	119,949	-120,006
45	1,000042	0,000000	0,000000	0,009	0,000	0,000
46	0,999911	0,000000	0,000000	0,007	0,000	0,000
47	1,000643	1,000163	0,999243	0,026	119,971	-119,993
48	1,000710	1,000271	0,999330	0,029	119,975	-119,987
49	1,000731	1,000345	0,999366	0,031	119,977	-119,982
50	1,000737	1,000394	0,999428	0,034	119,977	-119,979
51	1,000752	1,000391	0,999446	0,035	119,978	-119,979
52	1,000114	1,000174	0,999165	0,005	119,951	-119,991
53	1,001385	0,999981	0,997605	0,079	120,006	-119,969
54	1,002161	0,999871	0,996615	0,124	120,038	-119,954
55	1,002211	0,999884	0,996625	0,125	120,042	-119,953
56	1,002239	0,999908	0,996620	0,125	120,044	-119,952
57	0,998635	1,000277	1,001543	-0,043	119,890	-120,019
58	0,000000	1,000058	0,000000	0,000	119,886	0,000
59	0,000000	0,999948	0,000000	0,000	119,884	0,000
60	0,998759	0,999719	1,001162	-0,062	120,014	-120,020
61	0,998215	0,998275	0,998990	-0,053	120,166	-119,997
62	0,999059	1,000076	1,001517	-0,061	120,009	-120,019
63	0,999253	1,000308	1,001727	-0,061	120,006	-120,018
64	0,999562	1,000741	1,002123	-0,062	119,998	-120,014
65	0,999849	1,001052	1,002541	-0,056	119,987	-120,016
66	0,999904	1,001119	1,002676	-0,052	119,981	-120,016
67	0,999190	0,999959	1,003075	-0,049	119,963	-120,047

Tabela 15: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 123 barras, continuação

Barra	V_a	V_b	V_c	δ_a (°)	δ_b (°)	δ_c (°)
68	0,998663	0,000000	0,000000	-0,060	0,000	0,000
69	0,998060	0,000000	0,000000	-0,071	0,000	0,000
70	0,997632	0,000000	0,000000	-0,080	0,000	0,000
71	0,997391	0,000000	0,000000	-0,085	0,000	0,000
72	1,001428	0,999929	1,000296	0,084	120,027	-119,990
73	0,000000	0,000000	0,999571	0,000	0,000	-120,004
74	0,000000	0,000000	0,998957	0,000	0,000	-120,016
75	0,000000	0,000000	0,998605	0,000	0,000	-120,023
76	1,002204	0,999726	0,998952	0,124	120,045	-119,973
77	1,004115	0,999529	0,995970	0,220	120,044	-119,933
78	1,004581	0,999468	0,995228	0,245	120,044	-119,924
79	1,004616	0,999463	0,995274	0,247	120,045	-119,924
80	1,000989	0,999910	0,998665	0,049	120,000	-119,972
81	0,997355	1,000293	1,002122	-0,147	119,953	-120,023
82	0,997383	1,000307	1,002195	-0,143	119,954	-120,022
83	0,997373	1,000326	1,002217	-0,142	119,954	-120,020
84	0,000000	0,000000	1,001235	0,000	0,000	-120,040
85	0,000000	0,000000	1,000818	0,000	0,000	-120,048
86	1,000884	1,000081	0,999980	0,050	120,006	-119,987
87	1,000015	1,000102	1,000367	-0,002	119,993	-120,002
88	0,999862	0,000000	0,000000	-0,005	0,000	0,000
89	0,999412	1,000085	1,000559	-0,036	119,982	-120,013
90	0,000000	0,999888	0,000000	0,000	119,978	0,000
91	0,999048	1,000117	1,000908	-0,064	119,970	-120,020
92	0,000000	0,000000	1,000645	0,000	0,000	-120,026
93	0,999310	1,000149	1,001618	-0,041	119,963	-120,019
94	0,999068	0,000000	0,000000	-0,045	0,000	0,000
95	0,999344	1,000186	1,001606	-0,041	119,965	-120,016
96	0,000000	1,000098	0,000000	0,000	119,963	0,000
97	0,999083	0,999796	1,002039	-0,062	120,007	-120,032
98	0,999447	0,999812	1,001481	-0,040	120,018	-120,021
99	1,000108	0,999855	1,000283	0,000	120,036	-119,998
100	1,000434	0,999832	0,999654	0,023	120,043	-119,989
101	0,999485	0,999868	1,000593	-0,040	120,050	-119,994
102	0,000000	0,000000	1,000099	0,000	0,000	-120,003
103	0,000000	0,000000	0,999529	0,000	0,000	-120,014
104	0,000000	0,000000	0,998915	0,000	0,000	-120,026

Tabela 15: Módulo e ângulo das tensões elétricas em cada barra do sistema de 123 barras, conclusão

Barra	V_a	V_b	V_c	δ_a (°)	δ_b (°)	δ_c (°)
105	0,999636	1,000395	1,001097	-0,025	119,977	-119,995
106	0,000000	1,000000	0,000000	0,000	119,970	0,000
107	0,000000	0,999496	0,000000	0,000	119,960	0,000
108	1,000933	0,999921	0,998111	0,046	120,044	-119,967
109	1,000527	0,000000	0,000000	0,023	0,000	0,000
110	1,000520	0,000000	0,000000	0,012	0,000	0,000
111	1,000268	0,000000	0,000000	0,007	0,000	0,000
112	1,000301	0,000000	0,000000	0,008	0,000	0,000
113	0,999610	0,000000	0,000000	-0,005	0,000	0,000
114	0,999468	0,000000	0,000000	-0,008	0,000	0,000
135	1,000747	0,999658	0,998987	0,036	120,099	-119,980
149	1,000000	0,999978	0,999978	0,000	120,001	-120,001
150	1,000000	0,999978	0,999978	0,000	120,001	-120,001
151	0,999149	1,000434	1,001060	-0,048	119,904	-120,019
152	0,997517	1,000595	1,002241	-0,148	119,837	-120,035
160	0,998759	0,999719	1,001162	-0,062	120,014	-120,020
197	0,999083	0,999796	1,002039	-0,062	120,007	-120,032
250	1,001248	0,999504	0,998265	0,070	120,103	-119,977
300	0,999149	1,000434	1,001060	-0,048	119,904	-120,019
450	1,001338	0,999607	0,997836	0,077	120,063	-119,975
610	0,998215	0,998275	0,998990	-0,053	120,166	-119,997

Tabela 16: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 123 barras

De Início	De Término	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
1	2	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000
1	3	0,000000	0,000000	-0,007260	0,000000	0,000000	-0,014840
1	7	-0,111300	0,131218	0,006232	-0,037490	-0,086650	0,059274
3	4	0,000000	0,000000	0,008001	0,000000	0,000000	0,004001
3	5	0,000000	0,000000	0,012006	0,000000	0,000000	0,006006
5	6	0,000000	0,000000	0,008001	0,000000	0,000000	0,004001
7	8	-0,115330	0,131243	0,006213	-0,039530	-0,086600	0,059220
8	12	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000
8	9	0,005531	0,000000	0,000000	0,004976	0,000000	0,000000
8	13	0,343327	-0,659400	-0,062530	0,094314	0,413303	-0,273610
9	14	-0,002470	0,000000	0,000000	0,000975	0,000000	0,000000

Tabela 16: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 123 barras, continuação

De Início	De Término	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
13	34	0,000000	0,000000	0,031607	0,000000	0,000000	0,047335
13	18	-0,005250	0,257638	-0,000470	0,005070	-0,183280	0,007024
14	11	0,008001	0,000000	0,000000	0,004001	0,000000	0,000000
14	10	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000	0,000000
15	16	0,000000	0,000000	0,008002	0,000000	0,000000	0,004002
15	17	0,000000	0,000000	0,004001	0,000000	0,000000	0,002001
18	19	0,016008	0,000000	0,000000	0,008008	0,000000	0,000000
18	21	0,242364	-0,569230	-0,023860	0,097506	0,415267	-0,331340
19	20	0,008002	0,000000	0,000000	0,004002	0,000000	0,000000
21	22	0,000000	0,008003	0,000000	0,000000	0,004003	0,000000
21	23	0,003734	-0,019790	-0,007630	-0,003040	0,014628	0,035853
23	24	0,000000	0,000000	0,008003	0,000000	0,000000	0,004003
23	25	-0,025230	-0,145510	0,028760	0,009587	0,090466	0,091219
25	26	-0,518020	0,000000	0,091696	-0,212460	0,000000	0,665292
25	28	-0,080800	0,248137	0,003442	-0,036730	-0,185580	0,094662
26	27	0,491285	0,000000	-0,095420	0,205831	0,000000	-0,577250
26	31	0,000000	0,000000	0,008002	0,000000	0,000000	0,004002
27	33	0,008003	0,000000	0,000000	0,004003	0,000000	0,000000
28	29	-0,088830	0,248202	0,003422	-0,040810	-0,185410	0,094593
29	30	-0,096870	0,248295	0,003390	-0,044930	-0,185180	0,094485
30	250	-0,096920	0,248398	-0,004650	-0,045070	-0,184920	0,090352
31	32	0,000000	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000
34	15	0,000000	0,000000	0,023572	0,000000	0,000000	0,043299
35	36	0,126892	-0,209840	0,000000	0,057242	0,136802	0,000000
35	40	-0,144850	0,163204	0,008506	-0,047290	-0,125610	0,122662
36	37	0,008002	0,000000	0,000000	0,004002	0,000000	0,000000
36	38	0,000000	0,008002	0,000000	0,000000	0,004002	0,000000
38	39	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000
40	41	0,000000	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000
40	42	-0,100520	-0,022330	-0,034200	-0,063260	-0,012550	-0,030960
42	43	0,000000	0,008003	0,000000	0,000000	0,004003	0,000000
42	44	-0,104490	-0,030340	-0,034180	-0,065140	-0,016540	-0,030940
44	45	0,008002	0,000000	0,000000	0,004002	0,000000	0,000000
44	47	0,031991	0,034994	0,035996	0,021980	0,024972	0,023979
45	46	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000	0,000000
47	48	0,014000	0,013999	0,014000	0,009999	0,009998	0,009998

Tabela 16: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 123 barras, continuação

De Início	De Término	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
47	49	0,011000	0,013998	0,015000	0,006998	0,009997	0,008995
49	50	0,004000	0,000000	0,008000	0,002000	0,000000	0,003999
50	51	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000	0,000000
52	53	-0,315050	0,463726	0,064510	-0,099060	-0,318910	0,324578
53	54	-0,323320	0,463940	0,064281	-0,103590	-0,318400	0,324096
54	55	0,004000	0,004000	0,000000	0,002000	0,001999	0,000000
54	57	0,436173	-0,808560	-0,060980	0,156765	0,520369	-0,492980
55	56	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000
57	58	0,000000	0,008001	0,000000	0,000000	0,004002	0,000000
57	60	0,104804	-0,020900	-0,017670	0,044950	0,035230	-0,102480
58	59	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000
60	61	0,034289	0,049253	-0,035850	0,006394	-0,067180	-0,187810
60	62	0,014981	0,021964	0,036955	0,008989	0,011998	0,020971
62	63	0,014986	0,021974	0,028968	0,008992	0,011999	0,016979
63	64	0,006990	0,021980	0,028974	0,004994	0,012001	0,016983
64	65	0,006994	0,006993	0,028984	0,004996	0,005002	0,016993
65	66	-0,000002	-0,000002	0,014997	-0,000001	0,000001	0,006999
67	68	0,024000	0,000000	0,000000	0,012011	0,000000	0,000000
67	72	-0,408150	0,682531	0,095786	-0,169810	-0,465130	0,505511
67	97	-0,018190	0,059719	-0,003850	-0,007170	-0,016740	-0,079100
68	69	0,019992	0,000000	0,000000	0,010002	0,000000	0,000000
69	70	0,011987	0,000000	0,000000	0,005995	0,000000	0,000000
70	71	0,007992	0,000000	0,000000	0,003996	0,000000	0,000000
72	73	0,000000	0,000000	0,024025	0,000000	0,000000	0,012029
72	76	-0,249500	0,371013	0,008792	-0,130350	-0,240100	0,256037
73	74	0,000000	0,000000	0,016010	0,000000	0,000000	0,008013
74	75	0,000000	0,000000	0,008002	0,000000	0,000000	0,004004
76	77	-0,317760	0,483759	-0,001080	-0,177080	-0,335190	0,338836
76	86	0,047160	-0,126750	-0,004220	0,030457	0,085256	-0,093140
77	78	-0,318070	0,475660	-0,001310	-0,177960	-0,339130	0,337824
78	79	0,008000	0,000000	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000
78	80	0,301529	-0,598020	-0,001420	0,169007	0,424411	-0,407560
80	81	0,301025	-0,605960	-0,001770	0,167375	0,421057	-0,408960
81	82	0,008000	0,000000	0,004000	0,003999	0,000000	0,002000
81	84	0,000000	0,000000	0,012012	0,000000	0,000000	0,006011
82	83	0,000000	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000

Tabela 16: Fluxo de potência no sentido das barras de início para as barras de término do sistema de 123 barras, conclusão

De Início	De Término	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
84	85	0,000000	0,000000	0,008003	0,000000	0,000000	0,004003
86	87	0,047138	-0,130730	-0,004240	0,030356	0,083373	-0,093240
87	88	0,008001	0,000000	0,000000	0,004001	0,000000	0,000000
87	89	0,039123	-0,138720	-0,004270	0,026286	0,079404	-0,093270
89	90	0,000000	0,008001	0,000000	0,000000	0,004001	0,000000
89	91	0,054991	-0,129980	-0,020750	0,020874	0,112787	-0,083080
91	92	0,000000	0,000000	0,008002	0,000000	0,000000	0,004002
91	93	0,050930	-0,007760	-0,000690	0,004198	0,022638	0,051632
93	94	0,008002	0,000000	0,000000	0,004002	0,000000	0,000000
93	95	0,000000	0,008000	0,000000	0,000000	0,004000	0,000000
95	96	0,000000	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000
97	98	-0,081840	0,121797	0,019857	-0,030310	-0,084440	0,087932
98	99	-0,089860	0,121815	0,019829	-0,034350	-0,084420	0,087886
99	100	-0,089890	0,113847	0,019770	-0,034440	-0,088380	0,087789
100	450	-0,089910	0,113856	0,011743	-0,034490	-0,088370	0,083737
101	102	0,000000	0,000000	0,020020	0,000000	0,000000	0,010020
101	105	-0,156860	0,039880	0,034458	-0,046910	-0,048620	0,186251
102	103	0,000000	0,000000	0,016011	0,000000	0,000000	0,008012
103	104	0,000000	0,000000	0,008004	0,000000	0,000000	0,004004
105	106	0,000000	0,016008	0,000000	0,000000	0,008009	0,000000
105	108	-0,271250	0,409448	0,031102	-0,105920	-0,296790	0,231337
106	107	0,000000	0,008003	0,000000	0,000000	0,004003	0,000000
108	109	0,012248	0,000000	0,000000	0,000143	0,000000	0,000000
108	300	0,047178	-0,148630	-0,012240	0,021884	0,091416	-0,058830
109	110	0,004243	0,000000	0,000000	-0,003860	0,000000	0,000000
110	111	0,004001	0,000000	0,000000	0,002001	0,000000	0,000000
110	112	0,016010	0,000000	0,000000	0,008010	0,000000	0,000000
112	113	0,012007	0,000000	0,000000	0,006007	0,000000	0,000000
113	114	0,004000	0,000000	0,000000	0,002000	0,000000	0,000000
135	35	-0,009940	-0,046630	0,008432	0,013953	0,011119	0,122447
149	1	0,032674	-0,028510	-0,014070	-0,000320	0,037417	-0,055710
152	52	-0,306500	0,463287	0,064959	-0,094000	-0,319960	0,325527
160	67	0,051561	-0,092180	-0,018770	0,027538	0,090344	0,064395
197	101	-0,148570	0,240295	0,038710	-0,066870	-0,128170	0,092122

Tabela 17: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 123 barras

De Término	De Início	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
2	1	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000
3	1	0,000000	0,000000	0,007267	0,000000	0,000000	0,014842
7	1	0,111326	-0,131240	-0,006210	0,037532	0,086596	-0,059220
4	3	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
5	3	0,000000	0,000000	-0,012000	0,000000	0,000000	-0,006000
6	5	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
8	7	0,115345	-0,131260	-0,006200	0,039559	0,086560	-0,059180
12	8	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000
9	8	-0,005530	0,000000	0,000000	-0,004980	0,000000	0,000000
13	8	-0,342620	0,658384	0,063062	-0,093140	-0,415980	0,274573
14	9	0,002471	0,000000	0,000000	-0,000980	0,000000	0,000000
34	13	0,000000	0,000000	-0,031570	0,000000	0,000000	-0,047300
18	13	0,005288	-0,258230	0,000480	-0,005070	0,181932	-0,007000
11	14	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000
10	14	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000	0,000000
16	15	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
17	15	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000
19	18	-0,016000	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000
21	18	-0,242010	0,568868	0,024084	-0,096680	-0,416020	0,331979
20	19	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000
22	21	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000
23	21	-0,003730	0,019790	0,007625	0,003042	-0,014630	-0,035870
24	23	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
25	23	0,025219	0,145454	-0,028820	-0,009590	-0,090680	-0,091310
26	25	0,518909	0,000000	-0,090940	0,214685	0,000000	-0,663470
28	25	0,080829	-0,248200	-0,003420	0,036807	0,185414	-0,094590
27	26	-0,490790	0,000000	0,096002	-0,204410	0,000000	0,578480
31	26	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
33	27	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000
29	28	0,088872	-0,248300	-0,003390	0,040928	0,185179	-0,094490
30	29	0,096923	-0,248400	-0,003350	0,045073	0,184921	-0,094350
250	30	0,096956	-0,248450	0,004658	0,045152	0,184767	-0,090280
32	31	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000
15	34	0,000000	0,000000	-0,023550	0,000000	0,000000	-0,043280
36	35	-0,126690	0,209904	0,000000	-0,056810	-0,136600	0,000000
40	35	0,144891	-0,163210	-0,008490	0,047370	0,125558	-0,122560

Tabela 17: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 123 barras, continuação

De Término	De Início	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
37	36	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000
38	36	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000
39	38	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000
41	40	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000
42	40	0,100493	0,022341	0,034183	0,063144	0,012536	0,030942
43	42	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000
44	42	0,104462	0,030351	0,034170	0,065046	0,016518	0,030927
45	44	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000
47	44	-0,032000	-0,035000	-0,036000	-0,022000	-0,024990	-0,023990
46	45	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000	0,000000
48	47	-0,014000	-0,014000	-0,014000	-0,010000	-0,010000	-0,010000
49	47	-0,011000	-0,014000	-0,015000	-0,007000	-0,010000	-0,009000
50	49	-0,004000	0,000000	-0,008000	-0,002000	0,000000	-0,004000
51	50	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000	0,000000
53	52	0,315322	-0,463940	-0,064280	0,099593	0,318404	-0,324100
54	53	0,323491	-0,464070	-0,064140	0,103926	0,318103	-0,323790
55	54	-0,004000	-0,004000	0,000000	-0,002000	-0,002000	0,000000
57	54	-0,435090	0,807544	0,061843	-0,154950	-0,522670	0,495347
56	55	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000
58	57	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000
60	57	-0,104830	0,020967	0,017668	-0,044920	-0,035160	0,102444
59	58	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000
61	60	-0,034270	-0,049360	0,035700	-0,006400	0,066950	0,187417
62	60	-0,014990	-0,021970	-0,036970	-0,008990	-0,012000	-0,020980
63	62	-0,014990	-0,021980	-0,028970	-0,008990	-0,012000	-0,016980
64	63	-0,006990	-0,021990	-0,028980	-0,005000	-0,012000	-0,016990
65	64	-0,007000	-0,007000	-0,029000	-0,005000	-0,005000	-0,017000
66	65	0,000002	0,000002	-0,015000	0,000001	-0,000001	-0,007000
68	67	-0,023990	0,000000	0,000000	-0,012000	0,000000	0,000000
72	67	0,408667	-0,683030	-0,095020	0,171146	0,464353	-0,504210
97	67	0,018188	-0,059720	0,003829	0,007164	0,016693	0,079015
69	68	-0,019980	0,000000	0,000000	-0,009990	0,000000	0,000000
70	69	-0,011980	0,000000	0,000000	-0,005990	0,000000	0,000000
71	70	-0,007990	0,000000	0,000000	-0,003990	0,000000	0,000000
73	72	0,000000	0,000000	-0,02401	0,000000	0,000000	-0,01201
76	72	0,249602	-0,371010	-0,008700	0,130627	0,239929	-0,255700

Tabela 17: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 123 barras, continuação

De Término	De Início	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
74	73	0,000000	0,000000	-0,016000	0,000000	0,000000	-0,008010
75	74	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
77	76	0,318069	-0,483660	0,001309	0,177956	0,335126	-0,337820
86	76	-0,047140	0,126732	0,004244	-0,030360	-0,085370	0,093236
78	77	0,318141	-0,475630	0,001361	0,178174	0,339112	-0,337570
79	78	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000
80	78	-0,301020	0,597958	0,001769	-0,167380	-0,425060	0,408964
81	80	-0,300500	0,605846	0,002143	-0,165740	-0,421710	0,410377
82	81	-0,008000	0,000000	-0,004000	-0,004000	0,000000	-0,002000
84	81	0,000000	0,000000	-0,012000	0,000000	0,000000	-0,006000
83	82	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000
85	84	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
87	86	-0,047120	0,130716	0,004271	-0,030290	-0,083400	0,093271
88	87	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000
89	87	-0,039110	0,138699	0,004290	-0,026250	-0,079430	0,093288
90	89	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000
91	89	-0,054980	0,129959	0,020771	-0,020840	-0,112820	0,083102
92	91	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
93	91	-0,050940	0,007755	0,000695	-0,004220	-0,022640	-0,051670
94	93	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000
95	93	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000
96	95	0,000000	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000
98	97	0,081859	-0,121820	-0,019830	0,030354	0,084420	-0,087890
99	98	0,089894	-0,121850	-0,019770	0,034441	0,084384	-0,087790
100	99	0,089910	-0,113860	-0,019740	0,034487	0,088368	-0,087740
450	100	0,089958	-0,113860	-0,011700	0,034604	0,088309	-0,083590
102	101	0,000000	0,000000	-0,020010	0,000000	0,000000	-0,010010
105	101	0,156872	-0,039840	-0,034480	0,046961	0,048695	-0,186340
103	102	0,000000	0,000000	-0,016000	0,000000	0,000000	-0,008000
104	103	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000
106	105	0,000000	-0,016000	0,000000	0,000000	-0,008000	0,000000
108	105	0,271471	-0,409600	-0,030900	0,106391	0,296167	-0,230660
107	106	0,000000	-0,008000	0,000000	0,000000	-0,004000	0,000000
109	108	-0,012240	0,000000	0,000000	-0,000140	0,000000	0,000000
300	108	-0,04713	0,148482	0,012331	-0,02177	-0,09183	0,05899
110	109	-0,004240	0,000000	0,000000	0,003863	0,000000	0,000000

Tabela 17: Fluxo de potência no sentido das barras de término para as barras de início do sistema de 123 barras, conclusão

De Término	De Início	P_a	P_b	P_c	Q_a	Q_b	Q_c
111	110	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000	0,000000
112	110	-0,016010	0,000000	0,000000	-0,008010	0,000000	0,000000
113	112	-0,012000	0,000000	0,000000	-0,006000	0,000000	0,000000
114	113	-0,004000	0,000000	0,000000	-0,002000	0,000000	0,000000
35	135	0,009954	0,046640	-0,008510	-0,013950	-0,011190	-0,122660
1	149	-0,032670	0,028513	0,014062	0,000333	-0,037410	0,055716
52	152	0,307050	-0,463730	-0,064510	0,095059	0,318908	-0,324580
67	160	-0,051580	0,092126	0,018775	-0,027560	-0,090450	-0,064530
101	197	0,148599	-0,240410	-0,038590	0,066960	0,127997	-0,092010

Tabela 18: Perdas de potência do sistema de 123 barras

De Início	De Término	Perdas P_a	Perdas P_b	Perdas P_c	Perdas Q_a	Perdas Q_b	Perdas Q_c
1	2	0,000E+00	2,550E-07	0,000E+00	0,000E+00	2,580E-07	0,000E+00
1	3	0,000E+00	0,000E+00	4,960E-06	0,000E+00	0,000E+00	5,030E-06
1	7	2,950E-05	-2,500E-05	1,860E-05	4,200E-05	-5,800E-05	5,400E-05
3	4	0,000E+00	0,000E+00	1,160E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,180E-06
3	5	0,000E+00	0,000E+00	4,260E-06	0,000E+00	0,000E+00	4,310E-06
5	6	0,000E+00	0,000E+00	1,460E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,480E-06
7	8	1,920E-05	-1,600E-05	1,270E-05	2,650E-05	-3,600E-05	3,660E-05
8	12	0,000E+00	3,270E-07	0,000E+00	0,000E+00	3,320E-07	0,000E+00
8	9	9,050E-07	0,000E+00	0,000E+00	9,180E-07	0,000E+00	0,000E+00
8	13	7,100E-04	-1,010E-03	5,300E-04	1,178E-03	-2,670E-03	9,600E-04
9	14	2,180E-07	0,000E+00	0,000E+00	2,210E-07	0,000E+00	0,000E+00
13	34	0,000E+00	0,000E+00	3,520E-05	0,000E+00	0,000E+00	3,570E-05
13	18	3,330E-05	-5,900E-04	5,240E-06	5,540E-07	-1,350E-03	2,330E-05
14	11	1,450E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,470E-06	0,000E+00	0,000E+00
14	10	3,640E-07	0,000E+00	0,000E+00	3,690E-07	0,000E+00	0,000E+00
15	16	0,000E+00	0,000E+00	2,180E-06	0,000E+00	0,000E+00	2,210E-06
15	17	0,000E+00	0,000E+00	5,080E-07	0,000E+00	0,000E+00	5,150E-07
18	19	5,820E-06	0,000E+00	0,000E+00	5,900E-06	0,000E+00	0,000E+00
18	21	3,570E-04	-3,700E-04	2,190E-04	8,300E-04	-7,500E-04	6,440E-04
19	20	1,890E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,920E-06	0,000E+00	0,000E+00
21	22	0,000E+00	3,060E-06	0,000E+00	0,000E+00	3,100E-06	0,000E+00
21	23	-5,600E-07	-3,500E-06	-1,500E-06	-6,100E-08	-4,400E-06	-1,200E-05
23	24	0,000E+00	0,000E+00	3,200E-06	0,000E+00	0,000E+00	3,240E-06

Tabela 18: Perdas de potência do sistema de 123 barras, continuação

De Início	De Término	Perdas P_a	Perdas P_b	Perdas P_c	Perdas Q_a	Perdas Q_b	Perdas Q_c
23	25	-9,700E-06	-5,500E-05	-6,100E-05	-3,100E-06	-2,200E-04	-9,500E-05
25	26	8,850E-04	0,000E+00	7,590E-04	2,224E-03	0,000E+00	1,820E-03
25	28	2,740E-05	-6,600E-05	2,020E-05	7,840E-05	-1,700E-04	6,820E-05
26	27	4,910E-04	0,000E+00	5,850E-04	1,419E-03	0,000E+00	1,227E-03
26	31	0,000E+00	0,000E+00	1,310E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,330E-06
27	33	2,920E-06	0,000E+00	0,000E+00	2,960E-06	0,000E+00	0,000E+00
28	29	4,300E-05	-9,300E-05	3,120E-05	1,210E-04	-2,300E-04	1,080E-04
29	30	5,190E-05	-1,000E-04	3,760E-05	1,440E-04	-2,600E-04	1,330E-04
30	250	3,300E-05	-5,500E-05	1,090E-05	7,940E-05	-1,500E-04	7,700E-05
31	32	0,000E+00	0,000E+00	4,370E-07	0,000E+00	0,000E+00	4,430E-07
34	15	0,000E+00	0,000E+00	1,760E-05	0,000E+00	0,000E+00	1,790E-05
35	36	2,000E-04	5,950E-05	0,000E+00	4,270E-04	2,050E-04	0,000E+00
35	40	4,520E-05	-3,000E-06	1,800E-05	8,290E-05	-5,200E-05	1,020E-04
36	37	1,750E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,780E-06	0,000E+00	0,000E+00
36	38	0,000E+00	1,460E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,480E-06	0,000E+00
38	39	0,000E+00	4,730E-07	0,000E+00	0,000E+00	4,800E-07	0,000E+00
40	41	0,000E+00	0,000E+00	4,730E-07	0,000E+00	0,000E+00	4,790E-07
40	42	-3,100E-05	6,700E-06	-1,700E-05	-1,100E-04	-1,700E-05	-1,700E-05
42	43	0,000E+00	2,910E-06	0,000E+00	0,000E+00	2,950E-06	0,000E+00
42	44	-3,100E-05	7,260E-06	-1,300E-05	-9,800E-05	-2,100E-05	-1,500E-05
44	45	1,160E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,180E-06	0,000E+00	0,000E+00
44	47	-8,300E-06	-3,100E-06	-3,800E-06	-1,700E-05	-2,300E-05	-1,500E-05
45	46	4,360E-07	0,000E+00	0,000E+00	4,420E-07	0,000E+00	0,000E+00
47	48	-4,300E-07	-9,000E-07	-2,400E-07	-1,400E-06	-1,900E-06	-2,200E-06
47	49	-4,200E-07	-1,600E-06	-2,100E-07	-1,500E-06	-3,200E-06	-3,800E-06
49	50	7,540E-08	2,420E-12	-2,900E-07	-2,100E-07	8,090E-13	-6,600E-07
50	51	-3,500E-08	1,700E-13	7,350E-14	-8,400E-08	3,210E-13	9,810E-13
52	53	2,720E-04	-2,100E-04	2,290E-04	5,330E-04	-5,000E-04	4,820E-04
53	54	1,690E-04	-1,300E-04	1,460E-04	3,340E-04	-3,000E-04	3,050E-04
54	55	-1,600E-07	6,300E-08	1,250E-12	-1,800E-07	-2,600E-07	-6,600E-13
54	57	1,082E-03	-1,020E-03	8,650E-04	1,816E-03	-2,300E-03	2,367E-03
55	56	6,940E-13	-3,400E-08	6,180E-13	-5,200E-12	-1,700E-07	-6,400E-13
57	58	0,000E+00	1,450E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,470E-06	0,000E+00
57	60	-2,800E-05	6,420E-05	-5,200E-06	2,930E-05	6,480E-05	-3,900E-05
58	59	0,000E+00	3,640E-07	0,000E+00	0,000E+00	3,690E-07	0,000E+00
60	61	1,970E-05	-1,100E-04	-1,500E-04	-2,100E-06	-2,300E-04	-3,900E-04
60	62	-4,300E-06	-9,000E-06	-1,300E-05	-3,000E-06	-2,200E-06	-8,100E-06

Tabela 18: Perdas de potência do sistema de 123 barras, continuação

De Início	De Término	Perdas P_a	Perdas P_b	Perdas P_c	Perdas Q_a	Perdas Q_b	Perdas Q_c
62	63	-3,000E-06	-5,600E-06	-5,800E-06	-1,600E-06	-1,900E-06	-4,000E-06
63	64	-2,200E-06	-1,100E-05	-1,000E-05	-1,400E-06	-2,100E-06	-9,100E-06
64	65	-1,500E-06	-3,200E-06	-1,300E-05	-2,200E-06	-1,300E-07	-6,000E-06
65	66	4,920E-11	4,340E-11	-2,000E-06	2,230E-10	-2,600E-10	-9,100E-07
67	68	1,050E-05	0,000E+00	0,000E+00	1,060E-05	0,000E+00	0,000E+00
67	72	5,160E-04	-5,000E-04	7,700E-04	1,334E-03	-7,800E-04	1,305E-03
67	97	-3,400E-07	-3,100E-06	-2,400E-05	-4,900E-06	-4,900E-05	-8,100E-05
68	69	1,000E-05	0,000E+00	0,000E+00	1,020E-05	0,000E+00	0,000E+00
69	70	4,260E-06	0,000E+00	0,000E+00	4,320E-06	0,000E+00	0,000E+00
70	71	1,600E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,630E-06	0,000E+00	0,000E+00
72	73	0,000E+00	0,000E+00	1,440E-05	0,000E+00	0,000E+00	1,460E-05
72	76	1,030E-04	-1,300E-06	8,770E-05	2,750E-04	-1,700E-04	3,410E-04
73	74	0,000E+00	0,000E+00	8,170E-06	0,000E+00	0,000E+00	8,280E-06
74	75	0,000E+00	0,000E+00	2,330E-06	0,000E+00	0,000E+00	2,370E-06
76	77	3,070E-04	9,980E-05	2,300E-04	8,720E-04	-5,900E-05	1,012E-03
76	86	2,260E-05	-1,300E-05	2,730E-05	1,010E-04	-1,200E-04	9,480E-05
77	78	7,250E-05	3,410E-05	5,250E-05	2,170E-04	-1,400E-05	2,520E-04
78	79	-1,100E-07	6,340E-13	-2,900E-12	-4,500E-07	6,340E-13	6,460E-12
78	80	5,050E-04	-6,100E-05	3,450E-04	1,632E-03	-6,500E-04	1,406E-03
80	81	5,240E-04	-1,100E-04	3,740E-04	1,634E-03	-6,600E-04	1,414E-03
81	82	4,650E-08	7,710E-13	-2,500E-07	-6,600E-07	9,630E-13	-2,300E-07
81	84	0,000E+00	0,000E+00	8,820E-06	0,000E+00	0,000E+00	8,940E-06
82	83	8,010E-13	6,400E-13	-3,000E-08	-2,000E-13	-1,900E-13	-1,600E-07
84	85	0,000E+00	0,000E+00	2,760E-06	0,000E+00	0,000E+00	2,800E-06
86	87	1,350E-05	-1,600E-05	2,640E-05	6,890E-05	-3,100E-05	3,500E-05
87	88	1,020E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,030E-06	0,000E+00	0,000E+00
87	89	8,130E-06	-1,800E-05	1,900E-05	3,890E-05	-2,600E-05	1,700E-05
89	90	0,000E+00	1,310E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,330E-06	0,000E+00
89	91	9,620E-06	-1,900E-05	1,770E-05	3,510E-05	-3,000E-05	2,640E-05
91	92	0,000E+00	0,000E+00	1,740E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,770E-06
91	93	-1,200E-05	-2,600E-06	1,830E-06	-2,200E-05	-1,700E-06	-3,700E-05
93	94	1,600E-06	0,000E+00	0,000E+00	1,630E-06	0,000E+00	0,000E+00
93	95	-5,100E-12	-1,700E-07	-4,800E-12	-4,000E-12	-4,100E-07	-5,200E-12
95	96	0,000E+00	2,910E-07	0,000E+00	0,000E+00	2,950E-07	0,000E+00
97	98	1,820E-05	-1,800E-05	2,780E-05	4,250E-05	-2,200E-05	4,520E-05
98	99	3,500E-05	-3,200E-05	5,900E-05	8,640E-05	-3,600E-05	9,710E-05
99	100	1,560E-05	-8,200E-06	2,660E-05	4,710E-05	-1,600E-05	5,200E-05

Tabela 18: Perdas de potência do sistema de 123 barras, conclusão

De Início	De Término	Perdas P_a	Perdas P_b	Perdas P_c	Perdas Q_a	Perdas Q_b	Perdas Q_c
100	450	4,860E-05	-5,100E-06	4,230E-05	1,160E-04	-6,000E-05	1,490E-04
101	102	0,000E+00	0,000E+00	8,190E-06	0,000E+00	0,000E+00	8,310E-06
101	105	1,120E-05	4,080E-05	-2,000E-05	4,850E-05	7,630E-05	-9,300E-05
102	103	0,000E+00	0,000E+00	7,580E-06	0,000E+00	0,000E+00	7,680E-06
103	104	0,000E+00	0,000E+00	4,080E-06	0,000E+00	0,000E+00	4,140E-06
105	106	0,000E+00	5,240E-06	0,000E+00	0,000E+00	5,310E-06	0,000E+00
105	108	2,220E-04	-1,500E-04	2,030E-04	4,700E-04	-6,200E-04	6,750E-04
106	107	0,000E+00	3,350E-06	0,000E+00	0,000E+00	3,400E-06	0,000E+00
108	109	4,900E-06	0,000E+00	0,000E+00	4,970E-06	0,000E+00	0,000E+00
108	300	4,860E-05	-1,500E-04	8,930E-05	1,160E-04	-4,100E-04	1,630E-04
109	110	7,180E-07	0,000E+00	0,000E+00	7,270E-07	0,000E+00	0,000E+00
110	111	8,360E-07	0,000E+00	0,000E+00	8,480E-07	0,000E+00	0,000E+00
110	112	2,910E-06	0,000E+00	0,000E+00	2,950E-06	0,000E+00	0,000E+00
112	113	6,880E-06	0,000E+00	0,000E+00	6,970E-06	0,000E+00	0,000E+00
113	114	4,730E-07	0,000E+00	0,000E+00	4,800E-07	0,000E+00	0,000E+00
135	35	8,850E-06	6,800E-06	-7,400E-05	-1,700E-06	-7,400E-05	-2,100E-04
149	1	8,520E-06	3,710E-06	-4,900E-06	1,050E-05	2,970E-06	6,030E-06
152	52	5,460E-04	-4,400E-04	4,490E-04	1,063E-03	-1,050E-03	9,490E-04
160	67	-1,600E-05	-5,900E-05	5,650E-06	-2,300E-05	-1,000E-04	-1,300E-04
197	101	3,360E-05	-1,100E-04	1,180E-04	8,520E-05	-1,700E-04	1,070E-04