

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE ESPUMAS METÁLICAS  
DE CÉLULA ABERTA

por

Felipe Zimpel Wayhs

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Junho de 2015

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE ESPUMAS METÁLICAS  
DE CÉLULA ABERTA

por

Felipe Zimpel Wayhs

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Thamy Cristina Hayashi  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Ignácio Iturrioz

Comissão de Avaliação:

Prof. Herbert Martins Gomes

Prof. Jakson Manfredini Vassoler

Prof. Walter Jesus Paucar Casas

Porto Alegre, 29 de junho de 2015.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Leila e Augusto, pelos ensinamentos, pelo apoio incondicional e pela enorme dedicação para que eu tivesse a oportunidade de estudar e de ter uma boa formação profissional e pessoal.

À Tamires, que sempre esteve ao meu lado, pela paciência e incentivo.

Ao professor Ignácio Iturrioz, pela orientação, empenho dedicado e confiança.

E a todos meus familiares, amigos, colegas, professores e funcionários que de alguma forma estiveram comigo e fizeram parte da minha formação nesses anos de graduação.

WAYHS, F. Z., **Análise do Comportamento Estrutural de Espumas Metálicas de Célula Aberta**. 2015. 26 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

## **RESUMO**

Espumas metálicas possuem propriedades mecânicas muito convenientes em aplicações de engenharia. Oferecem potencial de utilização principalmente em situações onde deseja-se uma alta resistência mecânica em conjunto com uma baixa densidade, ou uma alta absorção de energia até o colapso. Por ser um sólido celular com estrutura aleatória, a modelagem e simulação de seu comportamento mecânico é um desafio. O presente trabalho tem como objetivo realizar um estudo sobre o comportamento estrutural de espumas metálicas de célula aberta, desenvolvendo um modelo numérico micro estrutural para sua análise. Fez-se uso do modelo geométrico da célula Kelvin para as simulações numéricas lineares e não-lineares desenvolvidas dentro do software comercial de elementos finitos Ansys®. Os resultados obtidos permitem validar o modelo proposto e compreender melhor o comportamento desse tipo de estrutura, demonstrando a influência de importantes efeitos que surgem devido aos atuais métodos de fabricação como a anisotropia, variações na espessura das ligações celulares e defeitos na malha de células.

**PALAVRAS-CHAVE:** ESPUMAS METÁLICAS, SÓLIDOS-CELULARES, CÉLULA KELVIN, ANISOTROPIA.

WAYHS, F. Z., **Analysis of the Structural Behavior of Open Cell Metallic Foams**. 2015. 26 pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

## **ABSTRACT**

Metallic foams have very convenient mechanical properties in engineering applications. They offer potential use especially in situations where is desired high mechanical strength in combination with a low density or a high-energy absorption until failure. Being a cellular solid with random structure, the modeling and simulation of its mechanical behavior is a challenge. This paper aims to conduct a study on the structural behavior of open cell metallic foams, developing a microstructural numerical model for analysis. It was used the geometric model of the Kelvin cell for the linear and non-linear numeric simulations developed within the commercial finite element software Ansys®. The results obtained allows to validate the proposed model and to better understand the behavior of this kind of structure, showing the influence of important effects arising due to manufacturing methods, such as anisotropy, variations in the thickness of the cellular connections and imperfections in the mesh cell foam.

**KEYWORDS:** METALLIC FOAMS, CELLULAR SOLIDS, KELVIN CELL, ANISOTROPY.

## LISTA DE FIGURAS

|            | Pág.  |
|------------|---|
| Figura 1.1 | Perfil metálico composto por duas chapas de aço e enchimento de espuma de alumínio (Banhart, 2001) ..... 1  |
| Figura 2.1 | Espuma de alumínio de célula aberta (Markaki, 2002) ..... 2   |
| Figura 2.2 | Processo de fabricação de espumas metálicas de célula aberta por modelagem ..... 2  |
| Figura 2.3 | Processo de fabricação de espumas de níquel de célula aberta com deposição CVD em espumas poliméricas ..... 3   |
| Figura 2.4 | Aplicação de deslocamentos para o primeiro caso de estado de deformação ..... 6   |
| Figura 3.1 | a) Modelo de célula Kelvin, 1887 e b) modelo de célula de Weaire e Phelan, 1994 ..... 7   |
| Figura 4.1 | Simplificação para modelagem dos ligamentos das células considerando a concentração de material nas suas extremidades ..... 8   |
| Figura 4.2 | Vista isométrica do modelo de célula: a) com arestas de seção constante e b) com arestas de seção variada ..... 8   |
| Figura 4.3 | Vista frontal do modelo: a) isotrópico ( $\lambda=1$ ) e b) anisotrópico ( $\lambda>1$ ) ..... 8  |
| Figura 4.4 | a) Elemento BEAM189 (Ansys, 2013) e b) curvas de convergência dos elementos ..... 9   |
| Figura 4.5 | a) Convergência da solução em relação ao número de células e b) vista frontal da espuma 6x6x6 (216 células) modelada em Ansys ..... 9                                       |
| Figura 5.1 | Análises não linear do modelo com densidade relativa de 9,14% ..... 10  |
| Figura 5.2 | Análises de tração e cisalhamento como parte do método de determinação da matriz constitutiva ..... 11  |
| Figura 5.3 | Primeiro modo de flambagem: a) da espuma modelada ( $\sigma_{el*} = 62,7$ MPa) e b) de um sólido com iguais propriedades constitutivas ( $\sigma_{el} = 59,5$ MPa) ..... 12 |
| Figura 5.4 | Influência das classes de simetria no modelo estudado ..... 12  |
| Figura 5.5 | Influência da densidade relativa e nível de anisotropia no módulo de elasticidade ..... 13  |
| Figura 5.6 | Influência da concentração de material nas extremidades dos ligamentos em relação ao módulo de elasticidade ..... 13  |
| Figura 5.7 | Influência de imperfeições geométricas no módulo de elasticidade e na carga crítica de flambagem ..... 14   |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                 |   |   |
|-----------------|---|---|
| $d$             | = | Diâmetro de seção dos ligamentos                          |
| $E^*$           | = | Módulo de elasticidade da espuma                          |
| $[E^*]$         | = | Matriz constitutiva da espuma                             |
| $E_s$           | = | Módulo de elasticidade do sólido que compõe a espuma      |
| $G$             | = | Módulo de cisalhamento                                    |
| $H$             | = | Comprimento da espuma em sua direção de maior resistência |
| $K$             | = | Módulo volumétrico  |
| $[K]$           | = | Matriz de rigidez global                                  |
| $[K_{nl}]$      | = | Matriz de rigidez global não linear                       |
| $l$             | = | Comprimento das arestas                                   |
| $\{P\}$         | = | Vetor de carregamento                                     |
| $\{u\}$         | = | Vetor de deslocamento                                     |
| $\beta$         | = | Parâmetro de carga  |
| $\varepsilon$   | = | Deformação  |
| $\lambda$       | = | Coefficiente anisotrópico                                 |
| $\nu$           | = | Coefficiente de Poisson da espuma                         |
| $\rho^*$        | = | Densidade da espuma                                       |
| $\rho_s$        | = | Densidade do sólido que compõe a espuma                   |
| $\rho^*/\rho_s$ | = | Densidade relativa da espuma                              |
| $\sigma$        | = | Tensão  |
| $\sigma_{el}^*$ | = | Tensão crítica de flambagem da espuma                     |
| $\sigma_{pl}^*$ | = | Tensão de colapso plástico da espuma                      |

## ÍNDICE

|  | Pág. |
|--|------|
| 1. INTRODUÇÃO .....                                    | 1    |
| 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....                         | 2    |
| 2.1 Espumas Metálicas de Célula Aberta .....           | 2    |
| 2.2 Processos de Fabricação .....                      | 2    |
| 2.3 Propriedades Mecânicas .....                       | 3    |
| 2.4 Anisotropia .....                                  | 4    |
| 2.5 Métodos de Análise .....                           | 4    |
| 2.5.1 Método dos Elementos Finitos.....                | 4    |
| 2.5.2 Análise Linear .....                             | 4    |
| 2.5.3 Análise Não Linear .....                         | 4    |
| 2.5.4 Incorporação de Imperfeições .....               | 5    |
| 2.5.5 Obtenção das Propriedades Constitutivas .....    | 5    |
| 2.5.6 Decomposição da Matriz Constitutiva .....        | 6    |
| 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....                         | 6    |
| 4. METODOLOGIA.....                                    | 7    |
| 4.1 Modelagem.....                                     | 7    |
| 4.1.1 Geometria de célula.....                         | 7    |
| 4.1.2 Material.....                                    | 9    |
| 4.2 Análise por Elementos Finitos .....                | 9    |
| 4.3 Decomposição da Matriz Constitutiva.....           | 10   |
| 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....                        | 10   |
| 5.1 Validação do Modelo .....                          | 10   |
| 5.2 Propriedades Constitutivas .....                   | 11   |
| 5.3 Decomposição da Matriz Constitutiva.....           | 12   |
| 5.4 Análise do Comportamento Mecânico .....            | 12   |
| 6. CONCLUSÕES .....                                    | 14   |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                       | 15   |
| APÊNDICE I – CÓDIGO-FONTE DO MODELO EM ANSYS.....      | 16   |
| APÊNDICE II – DECOMPOSIÇÃO DA MATRIZ CONSTITUTIVA..... | 18   |



## 1. INTRODUÇÃO

Espumas metálicas de célula aberta são sólidos celulares constituídos por uma rede interconectada de barras formando poliedros tridimensionais contendo material apenas nas arestas. Podem ser caracterizadas como uma nova classe de materiais com possibilidades promissoras de utilização em diferentes campos da engenharia. Por serem sólidos celulares, sua combinação de propriedades físicas e mecânicas a tornam um material particularmente versátil. Em geral, oferecem um ganho de performance significativo em estruturas leves e rígidas, além de possuírem elevada capacidade de absorção de energia, bom controle de vibrações, isolamento acústica e térmica, entre outros. Atualmente, as espumas metálicas possuem seu maior destaque na indústria aeroespacial e automotiva de alta performance, sendo utilizadas como enchimento de perfis metálicos para absorção de impacto, suportando temperaturas mais elevadas. Um exemplo pode ser visto na Figura 1.1 a seguir.

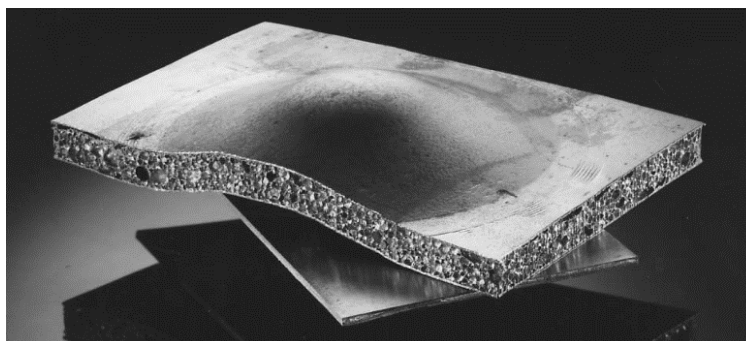


Figura 1.1 – Perfil metálico composto por duas chapas de aço e enchimento de espuma de alumínio (Banhart, 2001).

Apesar de todas suas vantagens, espumas metálicas ainda são pouco familiares para a maioria dos engenheiros. O motivo se encontra principalmente na dificuldade em determinar de forma precisa seu comportamento estrutural devido a sua composição morfológica aleatória, decorrente de processos de fabricação ainda não perfeitamente controlados. Essa dificuldade resultou em uma escassez de procedimentos bem definidos para verificação do comportamento de espumas metálicas, gerando um obstáculo na obtenção da máxima eficiência do material em suas diversas aplicações. A engenharia necessita não somente de dados experimentais, mas também de modelos analíticos ou numéricos para calcular e prever o comportamento do material de maneira rápida e confiável.

De forma a contribuir em razão das necessidades existentes em torno da análise do material, o presente trabalho apresenta uma metodologia de estudo e modelagem da sua estrutura para análise numérica linear e não-linear do comportamento de espumas metálicas de célula aberta. O modelo considera e demonstra a influência de importantes efeitos decorrentes dos atuais métodos de fabricação, entre eles, a anisotropia, a variação na espessura das seções das arestas e possíveis imperfeições decorrentes da fabricação.

Desta forma, é possível destacar os objetivos deste trabalho:

### OBJETIVO GERAL:

- Explorar as características estruturais de espumas metálicas de célula aberta em seu regime linear elástico.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Apresentar um método confiável de modelagem e análise do material.
- Investigar a influência de parâmetros como a densidade relativa, anisotropia e defeitos de fabricação em algumas propriedades mecânicas importantes da estrutura.
- Obter as propriedades constitutivas para uma espuma específica, empregando a metodologia de análise apresentada.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Espumas Metálicas de Célula Aberta

Em sua maioria, os sólidos celulares possuem uma microestrutura complexa, sendo ela constituída por uma rede interconectada de barras ou planos que formam faces e arestas, compondo as células. Suas estruturas podem ser classificadas em três categorias distintas: estruturas celulares bidimensionais, também chamadas de *honeycombs* (favos de mel), espumas tridimensionais de célula aberta e espumas tridimensionais de célula fechada.

Espumas metálicas de célula aberta são materiais de porosidade controlada (em geral, de 70% a 95% do seu volume) que combinam as propriedades de materiais celulares com a de materiais metálicos. Sua estrutura é composta por células tridimensionais contendo material apenas em suas arestas. Estas células estão geralmente dispostas de maneira aleatória, como mostra a Figura 2.1 abaixo.

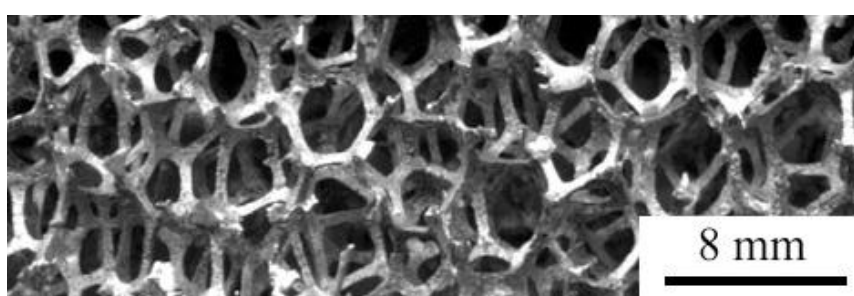


Figura 2.1 – Espuma de alumínio de célula aberta (Markaki, 2002).

### 2.2 Processos de Fabricação

Em geral, a fabricação de espumas metálicas de célula aberta é realizada através do método da moldagem. Espumas poliméricas de célula aberta são utilizadas como ponto de partida, já que sua fabricação é extremamente fácil. Uma mistura de areia e aglomerantes são inseridas e preenchem os espaços vazios da espuma polimérica. Após um período de cura, a espuma é removida através de tratamento térmico e metal fundido é depositado no molde, replicando a forma original da espuma polimérica. Por fim, a espuma metálica é obtida após a remoção do molde através de água pressurizada. Também é possível a utilização de metal em pó no lugar de metal fundido, acrescentando a etapa de sinterização. Este método possibilita a fabricação de espumas de célula aberta com densidade relativa baixas de até 5%. Entre as imprecisões do processo estão a dificuldade em alcançar o preenchimento completo do molde com metal, no controle da solidificação direcional, e na remoção do molde sem danificar a espuma. O processo descrito pode ser melhor visualizado na Figura 2.2.

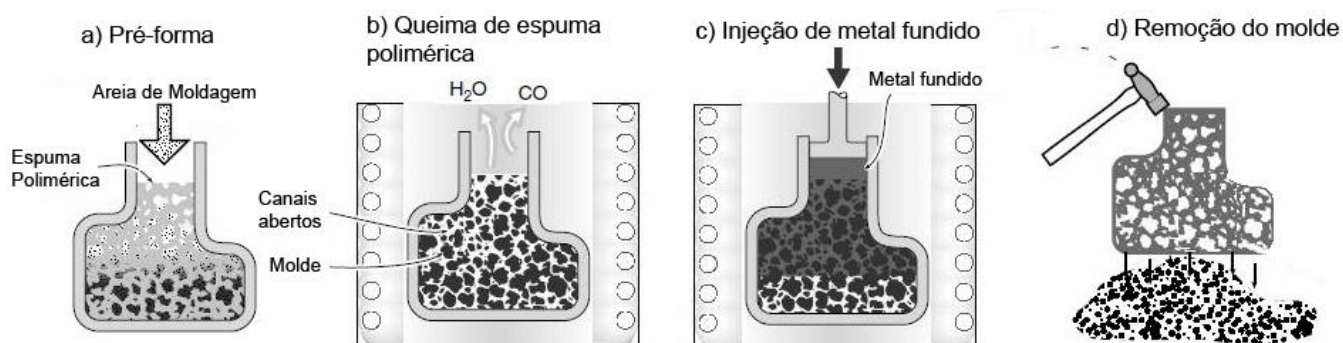


Figura 2.2 – Processo de fabricação de espumas metálicas de célula aberta por modelagem.

Outro processo de fabricação também utilizado na indústria é o método de deposição de metal em pré-formas poliméricas. Metais são depositados na espuma polimérica através de

decomposição química em fase vapor (CVD), por evaporação ou por eletrodeposição. A espuma polimérica é então aquecida até que seja completamente queimada, resultando em uma espuma metálica com ligamentos ocus. Uma etapa de sinterização subsequente é utilizada para densificar os ligamentos. Este método é restrito a elementos puros como níquel e titânio devido à dificuldade de ligas metálicas em realizarem os processos de CVD e eletrodeposição. Em contrapartida, permite a fabricação de espumas com a menor densidade relativa disponível na atualidade. O processo de produção de espuma de níquel de célula aberta através de deposição por CVD é mostrado na Figura 2.3.

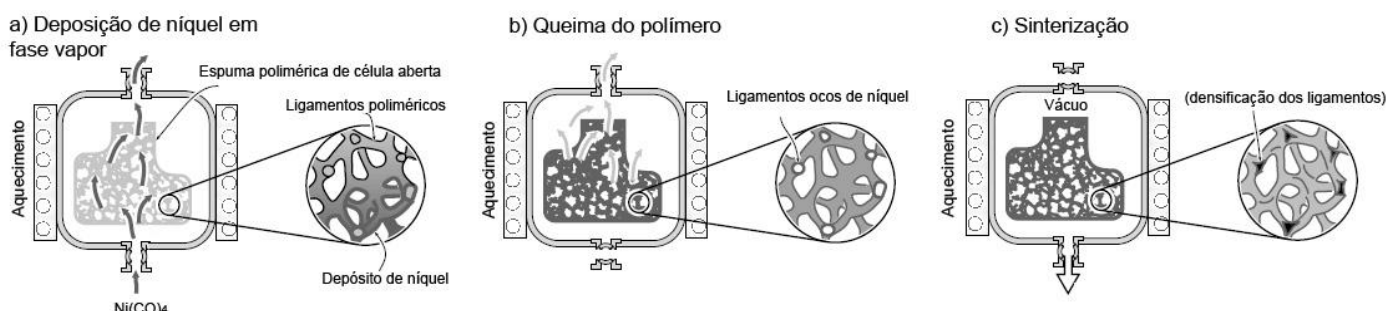


Figura 2.3 – Processo de fabricação de espumas de níquel de célula aberta com deposição CVD em espumas poliméricas.

### 2.3 Propriedades Mecânicas

Em razão da maioria das aplicações resultarem em cargas compressivas atuantes na espuma, as propriedades são dadas levando em conta o comportamento compressivo do material em sua direção de maior resistência.

Ensaio mecânicos realizados em sólidos celulares demonstram que a propriedade mais relevante para a caracterização do material é a sua densidade relativa, definida como a razão entre a densidade da espuma e a densidade do sólido que a compõe. Esta propriedade está relacionada ao formato e tamanho das células que compõe sua malha. Expressões empíricas foram desenvolvidas por Gibson e Ashby, 1997, com base em ensaios compressivos, caracterizando importantes propriedades mecânicas de espumas metálicas de célula aberta em função da sua densidade relativa. Valores aproximados para o módulo de elasticidade e a tensão de colapso plástico da espuma são dadas pelas equações 2.1 e 2.2, respectivamente.

$$\frac{E^*}{E_s} \approx \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2 \quad (2.1)$$

$$\frac{\sigma_{pl}^*}{E_s} \approx 0.23 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^{\frac{3}{2}} \left(1 + \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \quad (2.2)$$

onde  $E^*$  é o módulo de elasticidade da espuma,  $E_s$  é o módulo de elasticidade do sólido que a compõe,  $\sigma_{pl}^*$  é a tensão de colapso plástico da espuma e  $\rho^*/\rho_s$  é a densidade relativa da mesma.

O módulo de elasticidade é um parâmetro mecânico que proporciona uma medida de rigidez do material. Basicamente, é a razão entre a tensão aplicada e a deformação sofrida pelo corpo, quando em comportamento linear elástico.

Tensão de colapso plástico é a tensão limite quando o material começa a se deformar plasticamente, ou seja, não é mais possível retornar a sua posição inicial quando a carga é interrompida. Para espumas fabricadas em metais, a tensão de colapso plástico precede a tensão crítica de flambagem em quaisquer densidades relativas (Gibson e Ashby, 1997).

## 2.4 Anisotropia

Usualmente espumas metálicas podem ser consideradas materiais anisotrópicos, ou seja, suas propriedades mecânicas variam conforme a direção de análise. Em geral, possuem uma direção com maior rigidez em relação às outras duas, que possuem características semelhantes. Isso ocorre devido aos processos de fabricação das espumas poliméricas que são utilizadas como base na fabricação das espumas metálicas de célula aberta. O processo de crescimento de espumas poliméricas é análogo ao de pães, resultando em células alongadas na direção de crescimento.

O nível de anisotropia da célula é dado pelo seu coeficiente anisotrópico  $\lambda$ , definido pela equação 2.3.

$$\lambda = \frac{h_1}{h_2} \quad (2.3)$$

onde  $h_1$  é a maior dimensão da célula e  $h_2$  é a dimensão das outras duas menores. Estudos mostram que a anisotropia possui forte influência nas propriedades do material, característica que não deve ser ignorada na modelagem das células (Veale, 2010).

## 2.5 Métodos de Análise

### 2.5.1 Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos é uma ferramenta numérica poderosa para determinar a solução de sistemas de equações diferenciais parciais. Permite obter o comportamento de estruturas complexas, fornecendo importantes dados como valores de tensão e deformação. O método utiliza subdivisões de um problema maior, formando uma malha de partes simples (elementos finitos), de modo a facilitar a resolução.

### 2.5.2 Análise Linear

A formulação da análise linear estática de estruturas é formada assumindo as seguintes hipóteses: pequenos deslocamentos; material linear elástico; e sem alteração nas condições de contorno durante a aplicação das cargas (Bathe, 1996). Dessa forma, a equação 2.4 é válida para a estrutura discretizada:

$$\{P\} = [K]\{u\} \quad (2.4)$$

onde  $\{P\}$  é o vetor de carregamento aplicado,  $[K]$  é a matriz de rigidez global e  $\{u\}$  é o vetor de deslocamento dos nós.

### 2.5.3 Análise Não Linear

Para capturar o comportamento do material perto do colapso plástico, pode-se incluir no modelo as não linearidades cinemáticas e mecânicas. Nesse caso se deve resolver uma equação do tipo apresentado na equação 2.5.

$$\{P\} = [K_{nl}(P, u)]\{u\} \quad (2.5)$$

onde  $[K_{nl}(P, u)]$  é a matriz de rigidez global, função não linear do vetor de carregamento aplicado e do vetor de deslocamento dos nós. Esta equação não permite a solução direta como a equação 2.4, portanto utiliza-se métodos iterativos de solução. Dentre os procedimentos iterativos disponíveis, destaca-se o método do comprimento de arco para determinação da forma de equilíbrio (Krenk, 2009). Neste método iterativo incrementa-se simultaneamente tanto a carga como o deslocamento. Isto é realizado através da adição de uma nova equação ou

restrição e uma nova incógnita: o fator de carga. A descrição completa da formulação e aplicação do método é desenvolvida no trabalho de Crisfield, 1981.

#### 2.5.4 Incorporação de Imperfeições

Imperfeições podem ser adicionadas a geometria inicial para verificar o comportamento do material frente a possíveis defeitos de fabricação. Ainda não existe consenso na maneira de introduzir essas imperfeições. Um método é sugerido por Chodraui, 2006, onde as imperfeições incorporadas são uma combinação linear dos modos de flambagem do material, determinados por meio de uma prévia análise linear de estabilidade.

#### 2.5.5 Obtenção das Propriedades Constitutivas

O processo utilizado no presente trabalho para obtenção das propriedades constitutivas é a técnica, baseada em conceitos fundamentais da micro-macro mecânica, apresentada por Zohdi, 2002. Esse processo permite obter a matriz constitutiva do material em notação de Voigt (matriz simétrica de 36 componentes). Dessa forma, para um volume elementar representativo de um material micro heterogêneo, os componentes da matriz constitutiva podem ser obtidos através da equação 2.6.

$$\begin{Bmatrix} \langle \sigma_{xx} \rangle_{\Omega} \\ \langle \sigma_{yy} \rangle_{\Omega} \\ \langle \sigma_{zz} \rangle_{\Omega} \\ \langle \sigma_{xy} \rangle_{\Omega} \\ \langle \sigma_{yz} \rangle_{\Omega} \\ \langle \sigma_{xz} \rangle_{\Omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{xxxx}^* & E_{xxyy}^* & E_{xxzz}^* & E_{xxxy}^* & E_{xxyz}^* & E_{xxxz}^* \\ E_{yyxx}^* & E_{yyyy}^* & E_{yyzz}^* & E_{yyxy}^* & E_{yyyz}^* & E_{yyxz}^* \\ E_{zzxx}^* & E_{zzyy}^* & E_{zzzz}^* & E_{zzxy}^* & E_{zzyz}^* & E_{zzxz}^* \\ E_{xyxx}^* & E_{xyyy}^* & E_{xyzz}^* & E_{xyxy}^* & E_{xyyz}^* & E_{xyxz}^* \\ E_{yzxx}^* & E_{yzyy}^* & E_{yzzz}^* & E_{yzxy}^* & E_{yzyz}^* & E_{yzzz}^* \\ E_{xzxx}^* & E_{xzyy}^* & E_{xzzz}^* & E_{xzxxy}^* & E_{xzyyz}^* & E_{xzzxz}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \langle \varepsilon_{xx} \rangle_{\Omega} \\ \langle \varepsilon_{yy} \rangle_{\Omega} \\ \langle \varepsilon_{zz} \rangle_{\Omega} \\ 2\langle \varepsilon_{xy} \rangle_{\Omega} \\ 2\langle \varepsilon_{yz} \rangle_{\Omega} \\ 2\langle \varepsilon_{xz} \rangle_{\Omega} \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

onde  $[E^*]$  é a matriz constitutiva,  $\{\sigma\}$  é o vetor tensão e  $\{\varepsilon\}$  é o vetor deformação dentro de um volume microscópico  $\Omega$  do material.

O corpo de prova pode então ser analisado computacionalmente de modo a resolver o problema elástico, calculando os micros campos de tensão a partir de campos de deformação. Essa análise computacional deve ser realizada de maneira em que um volume elementar representativo é submetido às mesmas condições de contorno que produziriam um campo de tensões uniforme em um corpo homogêneo. As escolhas mais usuais para os seis casos independentes de deformação prescrita são dadas, em notação matricial, pela equação 2.7.

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & \beta & 0 \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta \\ 0 & \beta & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde  $\beta$  é o parâmetro de carga. Estes estados de deformação são aplicados em todos os pontos do contorno do modelo através de deslocamentos, dados pela função descrita na equação 2.8.

$$u = [\varepsilon] \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Para melhor entendimento, a Figura 2.4 a seguir exemplifica o primeiro caso de estado de deformação para um modelo regular de 5 nós por aresta.

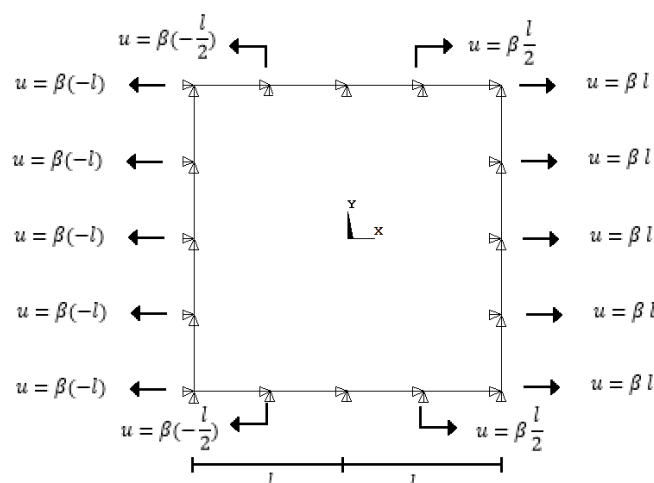


Figura 2.4 – Aplicação de deslocamentos para primeiro caso de estado de deformação.

Cada estado independente fornece seis equações, para um total de 36, que são utilizadas na determinação dos componentes da matriz de elasticidade.

### 2.5.6 Decomposição da Matriz Constitutiva

As características de materiais anisotrópicos, como é o caso das espumas metálicas, pode ser melhor entendida a partir da decomposição da sua matriz constitutiva em seus seis possíveis tipos de simetria. Este procedimento, desenvolvido por Browaeys e Chevrot (2004), apresenta um método analítico de decomposição simétrica de quaisquer matrizes constitutivas. Essas devem estar rotacionadas de forma que represente suas componentes nas direções principais. A decomposição permite a verificação do nível de isotropia e anisotropia, além de informar o nível de influência de cada classe no comportamento do material. Para elasticidade, são seis as classes de simetria: triclinica, monoclinica, ortorrômbica, tetragonal, hexagonal e isotrópica. A equação 2.9 mostra a forma final da decomposição.

$$[E] = [E]_{tric} + [E]_{mon} + [E]_{ort} + [E]_{tet} + [E]_{hex} + [E]_{iso} \quad (2.9)$$

## 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A ideia de utilização de espumas metálicas surgiu nos anos 50, sendo tão antiga como as espumas poliméricas. Entretanto, seu uso foi extremamente limitado devido às dificuldades encontradas na sua fabricação, além do alto custo, contrário das espumas poliméricas que se mostraram fáceis e baratas de produzir. A ideia foi então abandonada pela comunidade científica e retomada somente no princípio dos anos 90 (Duarte, 2005).

O livro desenvolvido por Ashby et al., 2000, apresenta um excelente guia introdutório sobre os diversos tipos de espumas metálicas incluindo informações sobre suas potenciais aplicações, processos de fabricação, instruções para ensaios experimentais, seleção de materiais, análises de custo, estudos de caso, entre outros.

Estudos para a definição da melhor forma geométrica possível para modelagem de espumas são realizados desde o século 19. Plateau, 1873, após décadas de estudo com bolhas de sabão e seus fenômenos relacionados a tensão superficial, verificou que as células de espumas buscam sempre tomar a forma geométrica que ocupa o maior volume com a menor área de superfície possível, o que ficou conhecido na matemática como o “Problema de Plateau”. Kelvin, 1887, propôs que a solução de modelo de célula seria um icosaedro truncado, poliedro de oito faces hexagonais regulares e seis faces quadradas. Por mais de cem anos o modelo de Kelvin foi entendido como a melhor solução, até que Weaire e Phelan, 1994, propuseram uma montagem tridimensional composta por dois tipos de células de mesmo

volume. Esse modelo apresenta uma área de superfície aproximadamente 0,3% menor que a célula Kelvin, sendo atualmente a solução mais eficiente do problema. A Figura 3.1 mostra os modelos descritos acima.

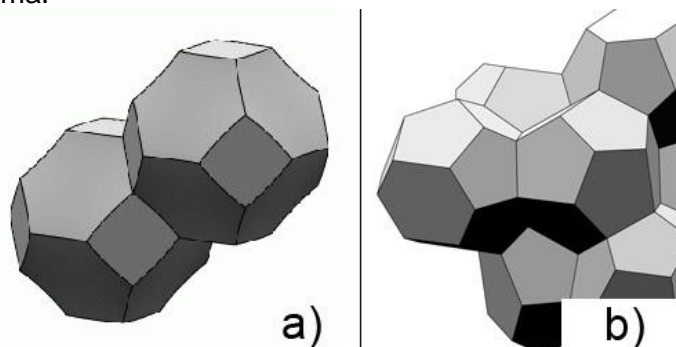


Figura 3.1 – a) Modelo de célula Kelvin, 1887 e b) modelo de célula de Weaire e Phelan, 1994.

Alterações na geometria causados em decorrência dos processos de fabricação é motivo de estudo no trabalho de Jang et al., 2007, em que é apresentada uma análise detalhada da microestrutura de espuma metálicas de célula aberta através de microtomografia computadorizada de raios-x. Resultados mostram que as células possuem geometrias variadas (poliedros de 9 a 17 faces), apresentando uma maior concentração de material nas extremidades dos ligamentos, próximo aos nós de intersecção. Coeficientes anisotrópicos também são medidos e variam de 1,18 a 1,27 para espumas fabricadas em alumínio.

Ensaio compressivos são realizados por Veale, 2010 e Gibson e Ashby, 1997 fornecendo convenientes resultados experimentais para espumas de alumínio de célula aberta para diferentes valores de densidade relativa.

## 4. METODOLOGIA

### 4.1 Modelagem

A modelagem da estrutura foi realizada com o software Ansys® 14.0, software comercial desenvolvido pela ANSYS INC para análise numérica de problemas de engenharia.

#### 4.1.1 Geometria de Célula

O método mais simples de análise por elementos finitos de espumas é a criação de uma célula padrão, que é então replicada nas três direções, construindo uma malha regular que compõe a espuma. A definição da morfologia da célula baseou-se no icosaedro truncado desenvolvido por Kelvin, com arestas de seção circular. Sua escolha se deu pela sua simplicidade geométrica e na sua facilidade de replicação devido às suas faces planas nos limites da célula, em relação ao modelo de células mais complexo de Weaire e Phelan. Com o objetivo de manter a coerência com os modelos reais e verificar sua influência no modelo inicial, incluiu-se os efeitos de anisotropia e de concentração de material nas extremidades dos ligamentos, conforme o estudo de Jang et al., 2007.

De maneira a aproximar-se dos modelos reais, foi fixado um tamanho de célula de 4,714 mm, resultando em arestas de 1.667 mm para o modelo isotrópico.

Valores para o diâmetro de seção dos ligamentos é encontrado conforme a densidade relativa desejada. A relação entre os dois parâmetros é definida através de relações geométricas. Para análises de ligamentos com seção constante, a relação utilizada é dada pela equação 4.1.

$$d = \sqrt{\frac{\rho^* \lambda N (2l\sqrt{2})^3}{\rho_s l \frac{\pi}{4} (32N + 4)}} \quad (4.1)$$

onde  $\rho^*/\rho_s$  é a densidade relativa,  $l$  é o comprimento de aresta,  $\lambda$  é o coeficiente anisotrópico,  $N$  é o número de células na malha e  $d$  é o diâmetro de seção dos ligamentos.

Nas modelagens em que se considerou a concentração de material nas extremidades dos ligamentos, o procedimento foi realizado conforme o esquema mostrado na Figura 4.1 abaixo.

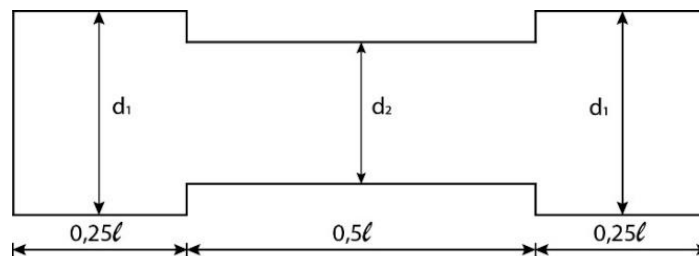


Figura 4.1 – Simplificação para modelagem dos ligamentos das células considerando a concentração de material nas suas extremidades.

onde o diâmetro menor  $d_2$  representa 49,23% do diâmetro maior  $d_1$ . Esta aproximação é realizada com base nas medições em espumas de alumínio por Jang et al., 2007. Dessa forma, os diâmetros maiores e menores são obtidos em função da densidade relativa pelas equações 4.2 e 4.3, respectivamente.

$$d_1 = \sqrt{\frac{\rho^* \lambda N (2l\sqrt{2})^3}{\rho_s (0,7461757) l \frac{\pi}{4} (32N + 4)}} \quad (4.2)$$

$$d_2 = 0.4923d_1 \quad (4.3)$$

A Figura 4.2 mostra a célula modelada em Ansys para os dois casos citados.

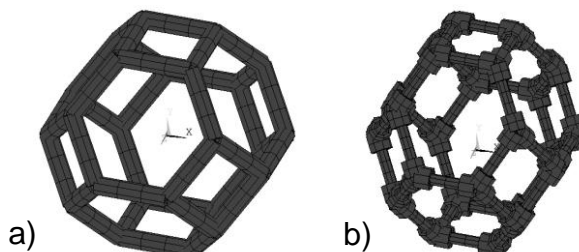


Figura 4.2 – Vista isométrica do modelo de célula: a) com arestas de seção constante e b) com arestas de seção variada.

A anisotropia foi incluída facilmente alongando-se as células em uma direção. Valores para o coeficiente anisotrópico encontrados em modelos reais variam de 1,18 a 1,27, conforme estudo de Jang et al., 2007. Dessa forma, fixou-se para o modelo um coeficiente médio de 1,225. A diferença do modelo isotrópico para o anisotrópico é melhor visualizada na Figura 4.3 a seguir.

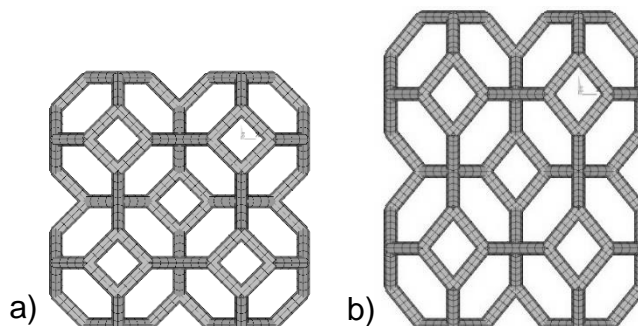


Figura 4.3 – Vista frontal do modelo: a) isotrópico ( $\lambda=1$ ) e b) anisotrópico ( $\lambda>1$ ).



#### 4.1.2 Material

O material utilizado foi o alumínio. Suas propriedades mecânicas consideradas na modelagem são listadas na Tabela 4.1 abaixo.

Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas do alumínio.

| Densidade              | Módulo de Young | Tensão de escoamento | Coefficiente de Poisson |
|------------------------|-----------------|----------------------|-------------------------|
| 2700 kg/m <sup>3</sup> | 69000 MPa       | 250 MPa              | 0,33                    |

#### 4.2 Análise por Elementos Finitos

A análise numérica por elementos finitos também foi realizada com o software comercial ANSYS® 14.0. O elemento utilizado para a formação da malha foi o elemento de viga BEAM189, com tamanho correspondente a 3 elementos por aresta. Este é um elemento apropriado para análise de vigas baseado na teoria de vigas de Timoshenko, 1951. Possui três nós com seis graus de liberdade cada nó, podendo ter deslocamentos nos eixos x, y e z além de rotações sobre os eixos x, y e z. O elemento se mostrou bastante eficiente, apresentando convergência mais rápida quando comparada com outras opções de elemento. A geometria do elemento e sua curva de convergência em análise linear de um estado de deformação do modelo isotrópico são mostradas na Figura 4.4 a seguir.

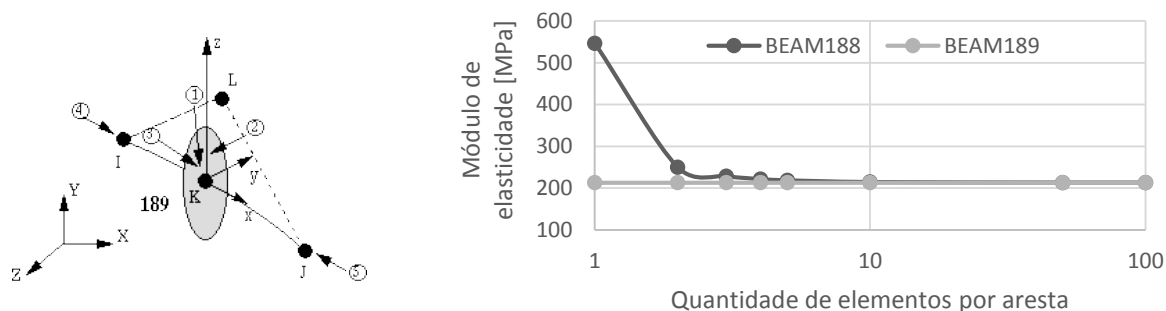


Figura 4.4 – a) Elemento BEAM189 (Ansys, 2013) e b) curvas de convergência dos elementos.

A quantidade de células utilizadas para a criação da espuma também é um fator importante a ser considerado na modelagem para análise. Poucas células podem resultar em valores distantes do comportamento real, enquanto uma grande quantidade de células dificulta o processo de modelagem, além de aumentar exponencialmente o tempo necessário pelos softwares na obtenção da solução. Verificou-se que um tamanho de malha de 216 células, dispostas por 6 em cada direção (x, y e z), apresenta valores aproximados da solução que converge com o aumento dessa quantidade. A Figura 4.5 abaixo mostra a convergência da solução com o aumento do número de células e uma vista frontal da espuma modelada.

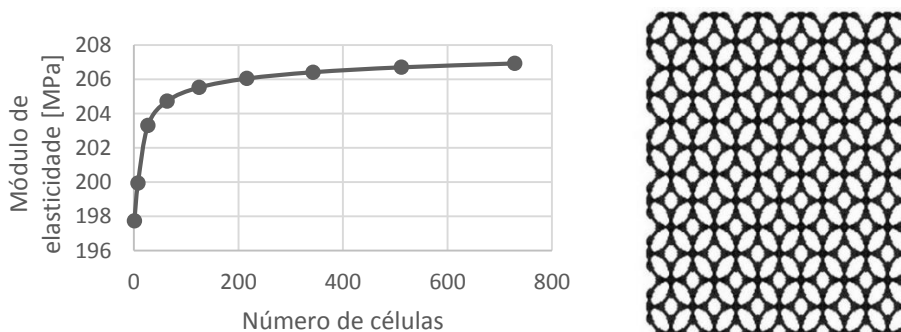


Figura 4.5 – a) Convergência da solução em relação ao número de células e b) vista frontal da espuma 6x6x6 (216 células) modelada em Ansys.

### 4.3 Decomposição da Matriz Constitutiva

A decomposição da matriz constitutiva foi realizada utilizando a ferramenta MSAT desenvolvida em Matlab® por Walker e Wookey, 2012. A análise é facilmente realizada, sendo necessária somente a introdução da matriz constitutiva, em notação de Voigt, rotacionada em suas direções principais.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Validação do Modelo

Com o objetivo de validar o modelo proposto, comparou-se os resultados do modelo com resultados experimentais disponíveis na literatura. Para análise, verificou-se o caso específico de espumas de alumínio de célula aberta com densidade relativa de 9,14%.

As propriedades comparadas foram o módulo de elasticidade na direção de maior resistência e a tensão de colapso plástico. O módulo de elasticidade para a direção de maior resistência foi obtido através do método descrito na seção 2.5.5, com a aplicação de um estado de deformação constante nessa direção. Já a tensão de colapso plástico é encontrada através do ponto onde ocorre a transição do comportamento linear para o não linear na curva tensão x deformação, obtida através de análise não linear do modelo. Esta análise não linear foi realizada a partir da aplicação de cargas compressivas na área superior do modelo com restrições de deslocamento na área inferior do mesmo. A configuração do modelo para análise não linear juntamente com sua curva tensão x deformação obtida, podem ser vistas na Figura 5.1.

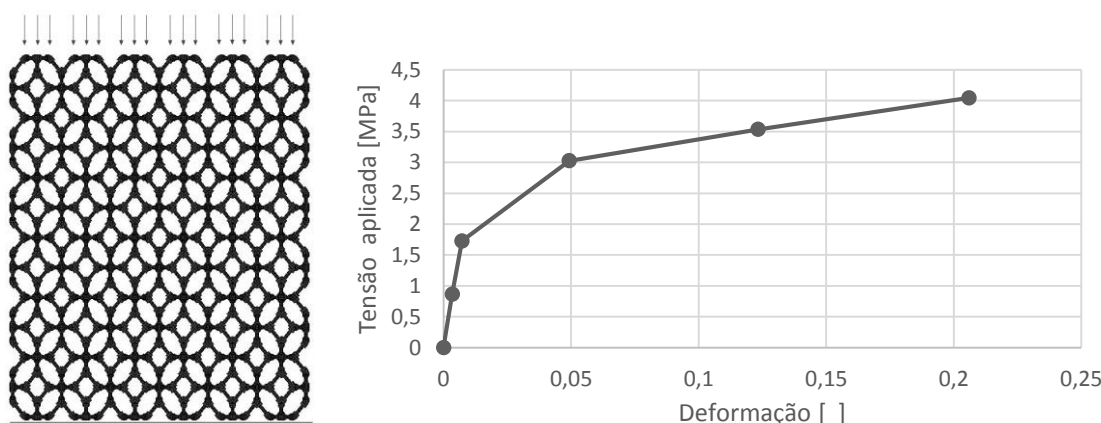


Figura 5.1 – Análise não linear no modelo com densidade relativa de 9,14%.

Foram utilizadas como referência de comparação as equações desenvolvidas através de ensaios experimentais por Gibson e Ashby, 1997, e os resultados de ensaios compressivos realizados em espumas com estas características por Veale, 2010. O código fonte, desenvolvido em Ansys para esta modelagem é mostrado no Apêndice I. A comparação dos resultados obtidos pela análise numérica do modelo, assim como os resultados experimentais obtidos na literatura, para a direção de maior resistência, é mostrado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Comparação dos resultados do modelo com resultados experimentais da literatura.

|   | Modelo analisado | Equações de Gibson e Ashby | Resultados experimentais de Veale |
|---|------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| Módulo de elasticidade na direção de maior resistência ( $E_{yyyy}^*$ ) | 588,9 MPa        | 576,4 MPa                  | 588,0 MPa                         |
| Tensão de colapso plástico  | 1,72 MPa         | 2,07 MPa                   | 1,76 MPa                          |

O modelo mostrou-se com um comportamento bastante aproximado dos modelos reais, apresentando uma diferença no módulo de elasticidade de apenas 2,1% para as equações de Gibson e Ashby e 0,2% de diferença para os resultados experimentais de Veale. A tensão de colapso plástico encontrada também ficou aproximada aos valores experimentais, com apenas 2,2% de diferença ao ensaio de Veale.

## 5.2 Propriedades Constitutivas

Continuando a análise do modelo anisotrópico anterior com densidade relativa de 9,14%, realizou-se uma análise mais profunda do material com o objetivo de apresentar a metodologia de obtenção da matriz constitutiva a partir da análise de seis casos de deformação descritos na seção 2.5.5. Como o modelo possui simetria entre os planos xy e zy, o método pode ser simplificado para a análise de apenas quatro casos de deformação. Como parâmetro de carga, utilizou-se o valor de 0,01. A Figura 5.2 mostra a estrutura deformada e indeformada para um caso de tração e um caso de cisalhamento.

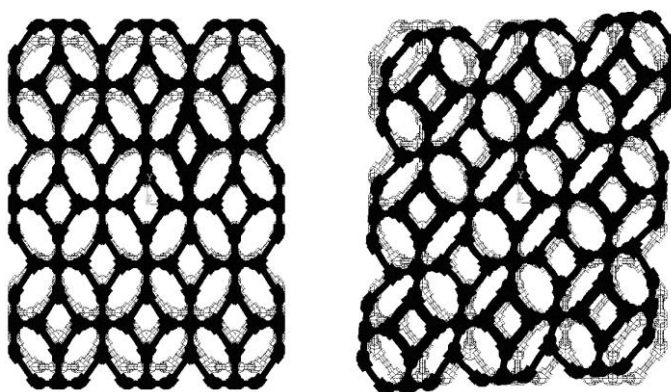


Figura 5.2 – Análises de tração e cisalhamento como parte do método de determinação da matriz constitutiva.

Abaixo é mostrado, em forma matricial, os campos de deformação aplicados no modelo e os campos de tensão obtidos após simulação computacional.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \sigma = \begin{bmatrix} 2,9834 & 0 & 0 \\ 0 & 2,6265 & 0 \\ 0 & 0 & 1,8935 \end{bmatrix} MPa \quad (5.1)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \sigma = \begin{bmatrix} 2,6265 & 0 & 0 \\ 0 & 5,8893 & 0 \\ 0 & 0 & 2,6265 \end{bmatrix} MPa \quad (5.2)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 \end{bmatrix} \rightarrow \sigma = \begin{bmatrix} 1,8935 & 0 & 0 \\ 0 & 2,6265 & 0 \\ 0 & 0 & 2,9834 \end{bmatrix} MPa \quad (5.3)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0,01 & 0 \\ 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,5957 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa \quad (5.4)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,01 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2,5957 \\ 0 & 2,5957 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa \quad (5.5)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,01 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,8706 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1,8706 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa \quad (5.6)$$

Finalmente, aplicando as relações acima na equação 2.6, obtém-se a matriz constitutiva para o modelo.

$$[E^*] = \begin{bmatrix} 298,34 & 262,65 & 189,35 & 0 & 0 & 0 \\ 262,65 & 588,93 & 262,65 & 0 & 0 & 0 \\ 189,35 & 262,65 & 298,34 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 259,57 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 259,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 187,06 \end{bmatrix} MPa \quad (5.7)$$

A obtenção de todos os componentes da matriz constitutiva, como acima, proporciona a possibilidade da mesma ser inserida em um modelo contínuo, facilitando futuras análises do seu comportamento em regime linear elástico. Simulações de flambagem entre o modelo de células e um sólido com as mesmas propriedades constitutivas foram realizadas como forma de validação. A análise de flambagem foi realizada no modelo em sua direção de maior resistência, aplicando condições de contorno de modo a restringir deslocamentos na área inferior e aplicar forças compressivas na área superior. Os resultados obtidos validam essa possibilidade, porém deve-se tomar cuidado, pois ocorre uma divergência de resultados a partir do terceiro modo de flambagem em razão da ocorrência de flambagem local no modelo de células, o que não ocorre no modelo contínuo. A Figura 5.3 abaixo mostra a comparação de resultados para o primeiro modo de flambagem de ambos os casos.

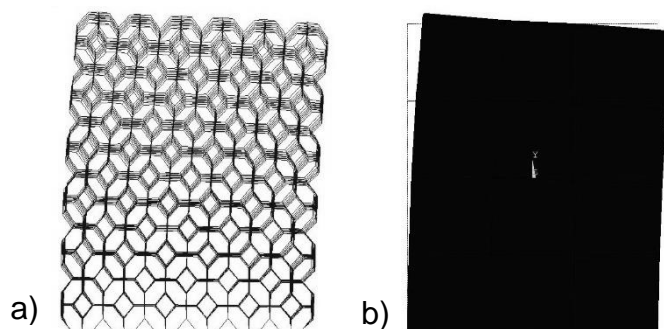


Figura 5.3 – Primeiro modo de flambagem: a) da espuma modelada ( $\sigma_{el}^* = 62,7$  MPa) e b) de um sólido com iguais propriedades constitutivas ( $\sigma_{el} = 59,5$  MPa).

### 5.3 Decomposição da Matriz Constitutiva

A decomposição da matriz constitutiva resulta em seis matrizes de simetria. A influência de cada classe pode ser comparada a partir do valor da norma de cada matriz. Essa comparação pode ser vista na Figura 5.4 abaixo. Os componentes das matrizes de cada caso podem ser vistos no Apêndice II.

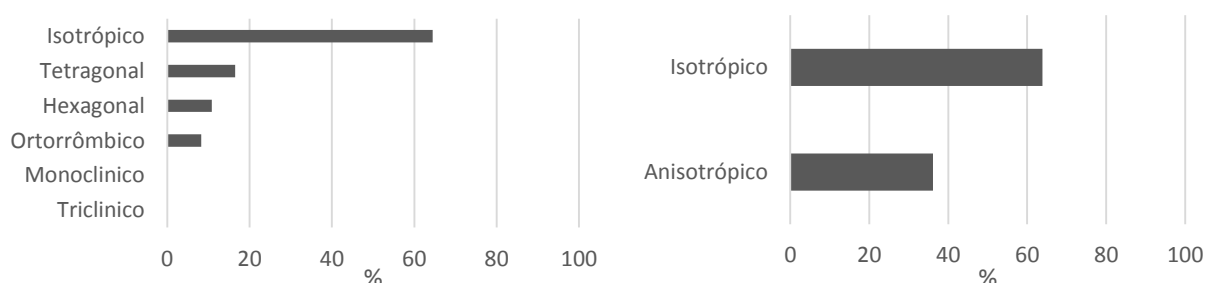


Figura 5.4 – Influência das classes de simetria no modelo estudado.

### 5.4 Análise do Comportamento Mecânico

Com o objetivo de compreender de maneira mais ampla o comportamento mecânico de espumas metálicas de célula aberta em geral e a influência de parâmetros relevantes nas suas

propriedades, análises numéricas foram realizadas no modelo proposto. A partir de análises lineares, comprova-se a grande influência da densidade relativa no módulo de elasticidade. Da mesma forma, a anisotropia é outro fator geométrico que não pode ser desconsiderado na etapa de modelagem. Os resultados são apresentados na Figura 5.5.

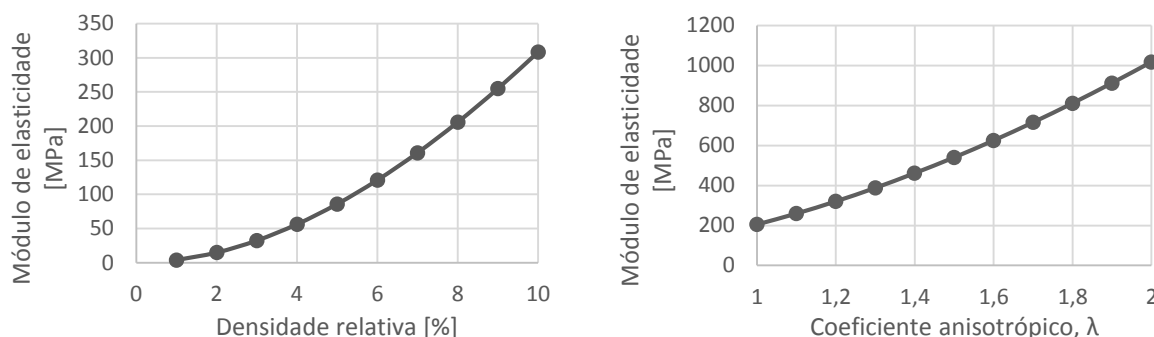


Figura 5.5 – Influência da densidade relativa e nível de anisotropia no módulo de elasticidade.

Os resultados apresentados mostram coerência, já que uma maior densidade relativa representa maior quantidade de material resistindo as cargas aplicadas, e o aumento do coeficiente anisotrópico tende a deixar os ligamentos em uma direção mais paralela em relação a carga, reduzindo a tensão de flexão aplicada e aumentando sua rigidez.

A concentração de material nas extremidades das arestas do modelo é outro fator que deve ser considerado. Este excesso de material age de forma a restringir rotações nos ligamentos, resultando em um aumento de rigidez do modelo, como mostra a Figura 5.6.

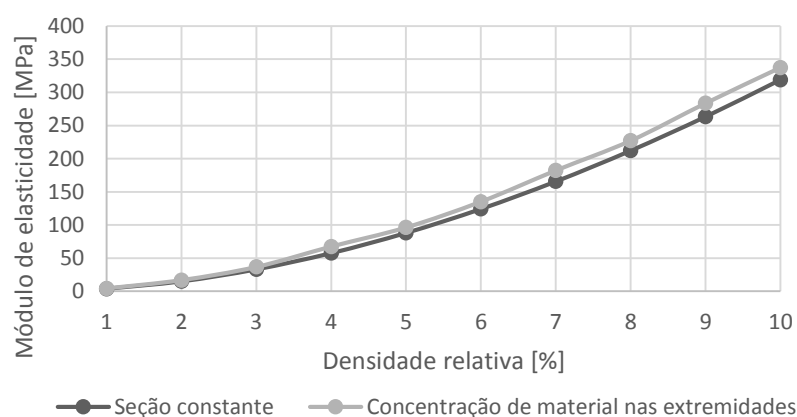


Figura 5.6 – Influência da concentração de material nas extremidades dos ligamentos em relação ao módulo de elasticidade.

A possível presença de defeitos na estrutura também foi avaliada a partir do método de incorporação de imperfeições descrito na seção 2.5.4. A imperfeição é criada através do vetor de deslocamentos que é aplicado nos nós da geometria, definido pela equação 5.1.

$$\Delta u = w_0 u \quad (5.1)$$

onde  $w_0$  é o fator de imperfeição e  $u$  é o vetor de deslocamento unitário dos nós, seus componentes variam de 0 a 1 conforme o comportamento dos nós em seu primeiro modo de flambagem. Foram analisadas a influência dessas imperfeições na carga crítica de flambagem do modelo, os resultados são apresentados na Figura 5.7. O nível da imperfeição é dado por  $w_0/H$ , onde  $H$  é o comprimento da espuma em sua direção de maior resistência.

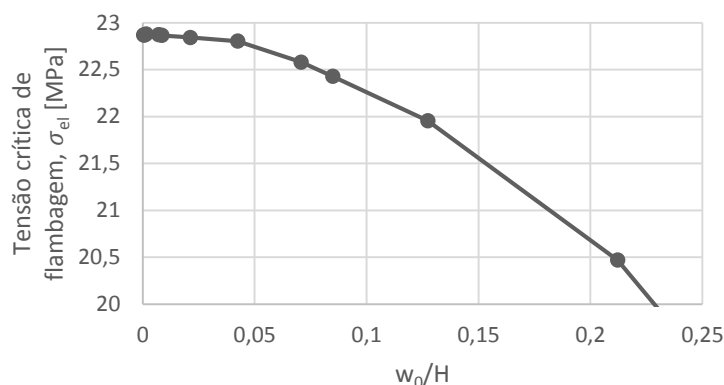


Figura 5.7 – Influência de imperfeições geométricas no módulo de elasticidade e na carga crítica de flambagem.

A partir da figura acima, é possível visualizar uma redução de performance do material com o aumento do nível de defeitos. Observa-se que a carga crítica de flambagem não sofre uma influência significativa sob pequenas imperfeições, porém começa a reduzir rapidamente seu quando esta imperfeição atinge valores de  $w_0/H$  maiores que 0,04. Essas reduções são explicadas pelo fato das paredes celulares aumentarem seu ângulo em relação às cargas atuantes, aumentando a tensão de flexão e facilitando a flambagem.

## 6. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou um método de modelagem de espumas metálicas de célula aberta, bem como um procedimento de obtenção das suas propriedades constitutivas. Também se verificou a influência de diversos fatores no comportamento do material. Das análises realizadas foi possível concluir:

- O método de modelagem realizado a partir da célula Kelvin, com refinamentos de geometria, forneceu resultados coerentes com os modelos reais, validando o método apresentado.
- O conhecimento de todos os componentes da matriz constitutiva permite que futuras análises sejam simplificadas a partir da modelagem de um corpo sólido em que sejam inseridas essas propriedades.
- A densidade relativa representa a característica, possível de controlar, mais importante na determinação das propriedades de espumas metálicas, sendo definida pela espessura dos ligamentos das células.
- Efeitos de anisotropia e concentração de material nas extremidades dos ligamentos possuem importante influência nas propriedades mecânicas da estrutura e não devem ser ignorados durante a modelagem.
- A presença de defeitos de fabricação reduz a performance da estrutura, devendo ser controlado durante a fabricação.

Espumas metálicas possuem grande destaque pela sua versatilidade e combinação de propriedades. Portanto, como proposta para futuros trabalhos, sugere-se o estudo de suas outras propriedades, como seu comportamento submetido ao impacto (absorção de energia), vibrações e fadiga, além de suas propriedades acústicas e térmicas. Também se sugere a realização de modelagem para análise numérica de espumas metálicas de célula fechada, com o objetivo de comparação de resultados com os obtidos neste trabalho, apontando vantagens e desvantagens na utilização de cada tipo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANSYS® Academic Research, Release 14.0, ANSYS Inc., 2013.
- Banhart, J., “**Manufacturing Routes for Metallic Foams**”, JOM 52, p. 22-27, 2000.
- Bathe, K. J., “**Finite Element Procedures**”, Prentice-Hall Inc., 1996
- Browaeys, J. T., Chevrot, S., “**Decomposition of the Elastic Tensor and Geophysical Applications**”, Geophysical Journal International 159, p. 667-678, 2004.
- Chodraui, G. M. B., “**Análise Teórica e Experimental de Perfis de Aço Formados a Frio Submetidos à Compressão**”. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2006.
- Crisfield, M. A., “**A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure that Handles Snap-Through**”, Computer and Structures 13(1), p. 55-62, 1981.
- Duarte, I. M. A., “**Espumas Metálicas: Processo de Fabrico, Caracterização e Simulação Numérica**”, Tese de Doutorado, Universidade do Porto, 2005.
- Gibson, L. J., Ashby, M. F., “**Cellular Solids: Structure and Properties**”, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1997.
- Jang, W. Y., Kraynik, A. M., Kyriakides, S., “**On the Microstructure of open-cell foam and its effect on elastic properties**”, International Journal of Solids and Structures 45, p. 1845-1875, 2007.
- Kelvin, Lord (Sir W. Thomson), “**On the Division of Space with Minimum Partitional Area**”, Philosophical Magazine, Vol. 24, No. 151, p. 503, 1887.
- Krenk, S., “**Non-linear Modeling Analysis of Solids and Structures**”, Cambridge University Press, 1st edition, 2009.
- Markaki, A. E., “**DoITPoMS Micrograph Library**”, Department of Materials Science and Metallurgy, University of Cambridge, 2002.
- MATLAB®, Version 7.10.0.499 (R2010a), The MathWorks Inc., 2010.
- Plateau, J. A. F., “**Statique Experimentale et Theorique des Liquides Soumis aux Seules Force Moleculaires**”, Gauthier-Villars, Paris, 1873.
- Timoshenko, S., Goodier, J. N., “**Theory of Elasticity**”, Mcgraw-Hill Book Co., 1951.
- Veale, P. J., “**Investigation of the Behavior of Open Cell Aluminium Foam**”, Master’s Thesis, University of Massachusetts Amherst, 2010.
- Walker, A. M., Wookey, J., “**MSAT – A New Toolkit for the Analysis of Elastic and Seismic Anisotropy**”, Computers & Geosciences 49, p. 81-90, 2012.
- Weaire, D., Phelan, R., “**A Counter-Example to Kelvin’s Conjecture on Minimal Surfaces**”, Philosophical Magazine Letters 69, p. 107-110, 1994.
- Zohdi, T. I., “**Computational Modeling and Design of New Random Microheterogeneous Materials**”, CISM Course Notes, Italia, 2002.

## APÊNDICE I – CÓDIGO-FONTE DO MODELO EM ANSYS

Este apêndice apresenta o código fonte em Ansys para a modelagem de espumas metálicas de célula aberta com densidade relativa de 9,14% fabricadas em alumínio. A modelagem segue as considerações conforme descrito neste trabalho.

O código-fonte foi desenvolvido de forma parametrizada, ou seja, permite ser utilizado para a modelagem de espumas de célula aberta de diferentes densidades e materiais, sendo somente necessário inserir as propriedades geométricas e do material.

```

/PREP7
k,11,2*a,0,a
k,12,a,0,2*a
!DADOS DE ENTRADA:
k,13,-a,0,2*a
k,14,-2*a,0,a
!Módulo de elasticidade do
metal [MPa]
EX=69000
k,15,-2*a,0,-a
k,16,-a,0,-2*a
k,17,0,a*anis,-2*a
k,18,2*a,a*anis,0
!Coeficiente de Poisson
PRXY=0.33
k,19,0,a*anis,2*a
k,20,-2*a,a*anis,0
k,21,0,2*a*anis,-a
!Comprimento isotrópico
dos ligamentos [mm]
L=1.667
k,22,a,2*a*anis,0
k,23,0,2*a*anis,a
k,24,-a,2*a*anis,0

!Coeficiente anisotrópico
anis=1.225
l,1,2
l,2,3
l,3,4
!Densidade relativa da
espuma [%]
ro=9.14
l,4,1
l,1,5
l,2,6
l,3,7
d1=sqrt((ro*anis*216*(2*l*s
qrt(2))**3)/(405296.785*l))
l,4,8
d2=d1*0.4923
l,5,9
a=l/(2*cos(0.785375))
l,6,10
l,6,11
l,7,12
mp,ex,1,ex
l,7,13
mp,prxy,1,prxy
l,8,14
et,1,189
l,8,15
sectype,1,beam,csolid
l,5,16
secdata,d1/2
l,9,10
sectype,2,beam,csolid
l,11,12
secdata,d2/2
l,13,14
l,15,16
k,1,0,-2*a*anis,-a
l,9,17
k,2,a,-2*a*anis,0
l,10,18
k,3,0,-2*a*anis,a
l,11,18
k,4,-a,-2*a*anis,0
l,12,19
k,5,0,-a*anis,-2*a
l,13,19
k,6,2*a,-a*anis,0
l,14,20
k,7,0,-a*anis,2*a
l,15,20
k,8,-2*a,-a*anis,0
l,16,17
k,9,a,0,-2*a
l,17,21
k,10,2*a,0,-a
l,18,22
l,19,23
l,20,24
l,21,22
l,22,23
l,23,24
l,24,21
kl,1,0.25,
kl,1,0.75,
kl,2,0.25,
kl,2,0.75,
kl,3,0.25,
kl,3,0.75,
kl,4,0.25,
kl,4,0.75,
kl,5,0.25,
kl,5,0.75,
kl,6,0.25,
kl,6,0.75,
kl,7,0.25,
kl,7,0.75,
kl,8,0.25,
kl,8,0.75,
kl,9,0.25,
kl,9,0.75,
kl,10,0.25,
kl,10,0.75,
kl,11,0.25,
kl,11,0.75,
kl,12,0.25,
kl,12,0.75,
kl,13,0.25,
kl,13,0.75,
kl,14,0.25,
kl,14,0.75,
kl,15,0.25,
kl,15,0.75,
kl,16,0.25,
kl,16,0.75,
kl,17,0.25,
kl,17,0.75,
kl,18,0.25,
kl,18,0.75,
kl,19,0.25,
kl,19,0.75,

```



|             |         |                                |
|-------------|---------|--------------------------------|
| kl,20,0.25, | l,6,43  | l,25,26                        |
| kl,20,0.75, | l,44,10 | l,27,28                        |
| kl,21,0.25, | l,6,45  | l,29,30                        |
| kl,21,0.75, | l,46,11 | l,31,32                        |
| kl,22,0.25, | l,7,47  | l,33,34                        |
| kl,22,0.75, | l,48,12 | l,35,36                        |
| kl,23,0.25, | l,7,49  | l,37,38                        |
| kl,23,0.75, | l,50,13 | l,39,40                        |
| kl,24,0.25, | l,8,51  | l,41,42                        |
| kl,24,0.75, | l,52,14 | l,43,44                        |
| kl,25,0.25, | l,8,53  | l,45,46                        |
| kl,25,0.75, | l,54,15 | l,47,48                        |
| kl,26,0.25, | l,5,55  | l,49,50                        |
| kl,26,0.75, | l,56,16 | l,51,52                        |
| kl,27,0.25, | l,9,57  | l,53,54                        |
| kl,27,0.75, | l,58,10 | l,55,56                        |
| kl,28,0.25, | l,11,59 | l,57,58                        |
| kl,28,0.75, | l,60,12 | l,59,60                        |
| kl,29,0.25, | l,13,61 | l,61,62                        |
| kl,29,0.75, | l,62,14 | l,63,64                        |
| kl,30,0.25, | l,15,63 | l,65,66                        |
| kl,30,0.75, | l,64,16 | l,67,68                        |
| kl,31,0.25, | l,9,65  | l,69,70                        |
| kl,31,0.75, | l,66,17 | l,71,72                        |
| kl,32,0.25, | l,10,67 | l,73,74                        |
| kl,32,0.75, | l,68,18 | l,75,76                        |
| kl,33,0.25, | l,11,69 | l,77,78                        |
| kl,33,0.75, | l,70,18 | l,79,80                        |
| kl,34,0.25, | l,12,71 | l,81,82                        |
| kl,34,0.75, | l,72,19 | l,83,84                        |
| kl,35,0.25, | l,13,73 | l,85,86                        |
| kl,35,0.75, | l,74,19 | l,87,88                        |
| kl,36,0.25, | l,14,75 | l,89,90                        |
| kl,36,0.75, | l,76,20 | l,91,92                        |
| ldele,all   | l,15,77 | l,93,94                        |
|             | l,78,20 | l,95,96                        |
| l,1,25      | l,16,79 |                                |
| l,26,2      | l,80,17 | l,sel,all                      |
| l,2,27      | l,17,81 | l,glue,all                     |
| l,28,3      | l,82,21 |                                |
| l,3,29      | l,18,83 | l,sel,u,line,,73,108           |
| l,30,4      | l,84,22 | secnum,1                       |
| l,4,31      | l,19,85 | esize,50/120                   |
| l,32,1      | l,86,23 | l,mesh,all                     |
| l,1,33      | l,20,87 | l,sel,all                      |
| l,34,5      | l,88,24 | l,sel,u,line,,1,72             |
| l,2,35      | l,21,89 | secnum,2                       |
| l,36,6      | l,90,22 | esize,50/120                   |
| l,3,37      | l,22,91 | l,mesh,all                     |
| l,38,7      | l,92,23 |                                |
| l,4,39      | l,23,93 | l,sel,all                      |
| l,40,8      | l,94,24 | l,gen,6,all,,,4*a,0,0,,,0      |
| l,5,41      | l,24,95 | l,gen,6,all,,,0,4*a*anis,0,,,0 |
| l,42,9      | l,96,21 | l,gen,6,all,,,0,0,4*a,,,0      |

## APÊNDICE II – DECOMPOSIÇÃO DA MATRIZ CONSTITUTIVA

Aqui são mostradas as matrizes de simetria decompostas da matriz constitutiva para uma densidade relativa de 9,14%. É possível visualizar a influência de cada um dos seis eixos de simetria.

$$[E^*_{triclinico}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa$$

$$[E^*_{monoclinico}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa$$

$$[E^*_{ortorrômbico}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,26 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 36,26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} MPa$$

$$[E^*_{tetragonal}] = \begin{bmatrix} -102,54 & 102,54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 102,54 & -102,54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 102,54 \end{bmatrix} MPa$$

$$[E^*_{hexagonal}] = \begin{bmatrix} -119,85 & -88,64 & 87,20 & 0 & 0 & 0 \\ -88,64 & -119,85 & 87,20 & 0 & 0 & 0 \\ 87,20 & 87,20 & 68,20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50,68 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50,68 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -15,60 \end{bmatrix} MPa$$

$$[E^*_{isotrópico}] = \begin{bmatrix} 520,73 & 175,45 & 175,45 & 0 & 0 & 0 \\ 175,45 & 520,73 & 175,45 & 0 & 0 & 0 \\ 175,45 & 175,45 & 520,73 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 172,64 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 172,64 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 172,64 \end{bmatrix} MPa$$