Ministério da Educação Universidade Federal do Rio Grande do Sul Escola de Engenharia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e dos Materiais

Análise do Erro de Modelos Gráficos Gerados em Computador e sua Influência no Cálculo de Reservas Minerais

por

João Felipe Coimbra Leite Costa Engenheiro de Minas

Trabalho realizado no Laboratório de Pesquisa Mineral do Departamento de Engenharia de Minas - UFRGS.

Porto Alegre, Março de 1992.

Análise do Erro de Modelos Gráficos Gerados em Computador e sua Inflência no Cálculo de Reservas Minerais

Dissertação

Apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e dos Materiais - PPGEMM, como parte dos requisitos para obtenção do Título de

MESTRE EM ENGENHARIA

Área de Concentração: Metalurgia Extrativa

por

João Felipe Coimbra Leite Costa - Engenheiro de Minas

1992

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração: Metalurgia Extrativa, e aprovada em sua forma final, pelo orientador e pela banca examinadora do curso de Pós-Graduação.

Orientador:	Dr. Carlos Hoffmann Sampaio Departamento de Engenharia Metalúrgica
Co-orientador:	Dr.Marco Túlio Vilhena Departamento de Engenharia Nuclear

Banca Examinadora:

Dr. Carlos Hoffmann Sampaio Departamento de Engenharia Metalúrgica

Dr.Marco Túlio Vilhena Departamento de Engenharia Nuclear

Dr. José Luiz Ribeiro Departamento de Engenharia Civil

Dr. André Jablonski Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e dos Materiais

Coordenador do PPGEMM:

Dr. Ildon Borchardt

Doutor em Ciências

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Carlos H. Sampaio, exemplo de trabalho e coleguismo no desenvolvimento de suas atividades nesta Universidade.

Ao Prof. Dr. Marco Túlio Vilhena, pelo estímulo ao trabalho e análise crítica, objetiva e esclarecedora dos trabalhos por nós desenvolvidos.

Ao Prof. Dr. José Luiz Ribeiro pelo exemplo de dedicação a atividade acadêmica e clareza nas elucidações de problemas sempre prontamente analisados.

Ao Prof. Dr. André Jablonski pelos comentários e sugestões feitos ao longo deste estudo.

Aos alunos de graduação desta Universidade, verdadeiros alicerces no estabelecimento deste Laboratório de Pesquisa Mineral: André Zingano, Fábio Lena do Nascimento, Ricardo Silva, Fernando S. Oliveira, Ângelo M. Hirakata, Jonas Kenzenski, Luis Eduardo de Souza, José Adolfo de Carvalho Jr., Larissa Fagundes e Eduardo Papaléo. O trabalho destes é digno de meu agradecimento e elogio.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO
1.1. Considerações Gerais
1.2. Técnica de Superfícies Numéricas07
1.2.1. Mapas Geológicos e sua Aplicabilidade em Geociências
1.2.2. Método de Triangularização
1.2.3. Geração de Mapas de Contorno a partir de Malhas
1.2.4. Análise dos Mapas Gerados
2. DESCRIÇÃO DOS EQUIPAMENTOS E RECURSOS UTILIZADOS
3. METODOLOGIA EXPERIMENTAL E DADOS UTILIZADOS
3.1. Organização das Informações
3.2. Definição do Problema e Objetivos da Pesquisa
3.3. Seqüência do Trabalho
4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS
4.1. Mapas de Isovalores das Cotas da Superfície Topográfica (Curvas de Nível)39
4.2. Mapas de Isovalores das Cotas da Capa da Camada Superior de Carvão (Isólitas)40
•
4.2.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isólitas
 4.2.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isólitas
 4.2.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isólitas
 4.2.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isólitas

4.5. Mapas de Isovalores das Espessuras do Interburden (Mapa de Isópacas do Estér Intermediário)				
4.5.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isópacas do Interburden				
5. ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS VARIÁVEIS ESTUDADAS				
6. ANÁLISE DOS RESULTADOS DA REGRESSÃO LINEAR A PARTIR DOS VALORES DOS PONTOS DE AMOSTRAGEM E OS OBTIDOS POR SIMULAÇÃO E SUA INFLÊNCIA NO CÁLCULO DE RESERVAS MINERAIS				
7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES				
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS				
9. APÊNDICES				

ii

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS:

Figura 1 - Mapa das curvas de isovalores de cinza (CBS) com plano de lavra sobreposto em mina de carvão em Illinois (USA)03
Figura 2 - Etapas na geração de mapas de isovalores pelo Método de Triangularização13
Figura 3 - Desenho de curvas de isovalores, por interpolação linear, a partir dos lados dos triângulos, segundo IBM 1965
Figura 4 - Polígono de Thiessen ao redor de um dado ponto
Figura 5 - Seqüência para os pontos vizinhos de Thiessen 16
Figura 6 - Etapas de cálculo de cada nó de uma malha a partir dos dados de amostragem19
Figura 7 - Influência do expoente da distância sobre a função de ponderação
Figura 8 - Método de busca de pontos de amostragem, no entorno do nó, normal 22
Figura 9 - Método de busca de pontos de amostragem, no entorno do nó, quadrante22
Figura 10 - Método de busca de pontos de amostragem, no entorno do nó, octante23
Figura 11 - Mapa de isópacas do <i>interburdem</i> obtido com os parâmetros do teste Can01, Tabela 7
Figura 12 - Mapa de isópacas do <i>interburdem</i> obtido com os parâmetros do teste Can 017, Tabela 7
Figura 13 - Mapa da área de trabalho com os pontos de amostragem alocados e os pontos escolhidos para cálculo do SQR
Figura 14 - Gráfico correlacionando a reta identidade e a reta obtida por regressão linear entre os pares formados pelos pontos de amostragem e os obtidos por interpolação
Figura 15 - Mapa planialtimétrico da área de estudo
Figura 16 - Mapa topográfico com localização dos pontos de amostragem, salientando os utilizados para cálculo do SQR

Figura 17 - Resultados das simulações empregando o método de busca normal43
Figura 18 - Resultados das simulações empregando o método de busca quadrante 43
Figura 19 - Resultados das simulações empregando o método de busca por octantes 44
Figura 20 - Resultados do SQR conforme variação da potência da distância
Figura 21 - Mapa de isólitas empregando os parâmetros do teste 1, Tabela 4 46
Figura 22 - Mapa de isólitas empregando os parâmetros do teste 11, Tabela 4
Figura 23 - Mapa de isólitas empregando os parâmetros do teste 27, Tabela 4
Figura 24 - Regressão linear dos pares de pontos de amostragem obtidos com simulação conforme os parâmetros do teste 1, Tabela 4
Figura 25 - Regressão linear dos pares de pontos de amostragem obtidos com simulação conforme os parâmetros do teste 11, Tabela 4
Figura 26 - Regressão linear dos pares de pontos de amostragem obtidos com simulação conforme os parâmetros do teste 27, Tabela 4
Figura 27 - Mapa da área de estudo com os pontos de amostragem, destacando os pontos empregados para cálculo do SQR
Figura 28 - Resultado do SQR das simulações empregando o método de busca normal52
Figura 29 - Resultado do SQR das simulações empregando o método de busca por quadrante
Figura 30 - Resultado do SQR das simulações empregando o método de busca por octante
Figura 31 - Influência da potência da distância sobre o valor do SQR
Figura 32 - Mapa obtido empregando os parâmetros do teste 19, Tabela 5 55
Figura 33 - Mapa obtido empregando os parâmetros do teste 10, Tabela 5 56
Figura 34 - Mapa obtido empregando os parâmetros do teste 27, Tabela 5 56
Figura 35 - Reta de regressão linear obtida a partir dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 19, Tabela 5

Figura 36 - Reta de regressão linear obtida a partir dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 10, Tabela 5
Figura 37 - Reta de regressão linear obtida a partir dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 27, Tabela 5
Figura 38 - Mapa planimétrico com localização das sondagens e destaque dos pontos utilizados para cálculo do SQR
Figura 39 - Valores de SQR obtidos nos testes empregando o método de busca normal
Figura 40 - Valores de SQR obtidos nos testes empregando o método de busca por quadrante
Figura 41 - Valores de SQR obtidos nos testes empregando o método de busca por octante
Figura 42 - Influência da potência da distância da função de interpolação sobre o valor do SQR
Figura 43 - Mapa de isópacas da camada inferior obtido conforme os parâmetros de controle indicados no teste 3-D, Tabela 6
Figura 44 - Mapa de isópacas da camada inferior obtido conforme os parâmetros de controle indicados no teste 3-10, Tabela 6
Figura 45 - Mapa de isópacas da camada inferior obtido conforme os parâmetros de con- trole indicados no teste 3-A, Tabela 6
Figura 46 - Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 3-A, Tabela 6
Figura 47 - Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 3-10, Tabela 6
Figura 48 - Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 3-D, Tabela 6
49 - Mapa planimétrico da área em estudo com os pontos de amostragem e os pontos utilizados para cálculo do SQR
50 - Resultados das simulações empregando o método de busca normal
51 - Resultados das simulações empregando o método de busca por quadrante

 \mathbf{v}

52 - Resultados das simulações empregando o método de busca por octante
53 - Análise da influência da potência da distância na função de interpolação sobre o SQR nos métodos de busca normal, quadrante e octante
54 - Mapa de iso-espessuras do argilito intermediário produzido com os parâmetros do teste 017, Tabela 7
55 - Mapa de iso-espessuras do argilito intermediário produzido com os parâmetros do teste 08, Tabela 7
56 - Mapa de iso-espessuras do argilito intermediário produzido com os parâmetros do teste 01, Tabela 7
57 - Reta de regressão linear obtida a partir do teste 017, Tabela 7
58 - Reta de regressão linear obtida a partir do teste 08, Tabela 7
59 - Reta de regressão linear obtida a partir do teste 01, Tabela 7
60 - Curvas de iso-espessuras para valores menores ou iguais a 3, obtidos pela subtração da malha da topografia original e do mapa de isóbata da camada
61 - Mapa representando a área real utilizada no cálculo das reservas
62 - Mapa de isólitas produzido pela subtração do mapa de curvas de nível e o mapa de isóbatas a partir do teste 01
63 - Mapa de isólitas produzido pela subtração do mapa de curvas de nível e o mapa de isóbatas a partir do teste 011
64 - Mapa de isólitas produzido pela subtração do mapa de curvas de nível e o mapa de isóbatas a partir do teste 027

TABELAS:

Tabela 1 - Comparação entre qualidade do carvão run of mine (ROM) em diversas formas de lavra.
Tabela 2 - Banco de informações utilizado para desenvolvimento do processo experimental.
Tabela 3 - Planilha modelo utilizada para cálculo do SQR

Tabela 4 - Resultados de SQR conforme variação dos parâmetros de controle para simulações de mapas de isovalores das cotas da capa da camada superior de carvão41
Tabela 5 - Resultados de SQR conforme variação dos parâmetros de controle para simulações de mapas de isovalores das espessuras da camada superior de carvão51
Tabela 6 - Resultados de SQR conforme variação dos parâmetros de controle para simulações de mapas de isovalores das espessuras da camada inferior de carvão
Tabela 7 - Resultados de SQR conforme variação dos parâmetros de controle para simulações de mapas de isovalores das espessuras do interburden.
Tabela 8 - Quadro resumo com análise geral dos resultados obtidos. 90

1. INTRODUÇÃO

O advento da micro-informática tem trazido profundas modificações dentro da atividade de engenharia. São grandes os efeitos que sua utilização trouxe em quase todos os aspectos que envolvem o desenvolvimento e a exploração mineral. As constantes melhorias implantadas nos computadores com sensíveis reduções nos custos de investimento, propiciaram uma explosão no seu número e nas diversas variedades de sua aplicação. O surgimento dos microcomputadores de baixo custo de aquisição, abriu a oportunidade de utilizar-se este equipamento onde até então computadores de grande porte não justificavam seu emprego.

Houve uma evolução geométrica no desenvolvimento de *softwares* aplicativos nas últimas três décadas, sendo que o estado de desenvolvimento atingido nos anos 80, permitiu que sofisticados programas de engenharia sejam processado em microcomputadores tipo IBM-PC e modernamente em *workstations*.

Internacionalmente foram desenvolvidos excelentes aplicativos para área de pesquisa mineral, avaliação geológica e planejamento de mina. O emprego deste tipo de ferramenta pela indústria de mineração nacional é crescente, sendo destacado obviamente nas empresas de maior porte.

São diversos os empreendimentos mineiros, a nível mundial, onde os resultados previstos pela pesquisa geológica não se verificaram durante a etapa de operação mineira. As causas para esse tipo de problema são inúmeras, podendo ser destacada como principal a grande variabilidade que as informações de natureza geológica possuem. Assim, é fundamental que em qualquer trabalho de avaliação geológica seja feito um tratamento matemático e uma análise adequada dos resultados obtidos utilizando destes programas que automatizam cálculos de reservas minerais ou que geram mapas de isovalores. O número de erros cometidos em cubagem e avaliação geológica deve ser minimizado.

A tendência das técnicas a nível mundial tem sido automatizar os cálculos de cubagem de jazidas, possibilitando durante o estudo a interação computador e usuário

(sistemas CAD integrados), gerando resultados linais com maior agilidade e confiabilidade.

A Geologia tem sido responsável por grandes avancos nas técnicas computacionais especialmente nas áreas de representações gráficas inclusive na área que abrange criação de mapas de isovalores de forma automática.

1.1. Considerações Gerais

As ciências da terra, em especial a Geologia, diferem de outras áreas do conhecimento com maior ênfase na elaboração e criação de modelos de distribuição espacial dos corpos geológicos.

Os pesquisadores nesta área devem entender e modelar fenômenos que se distribuem internamente pela crosta terrestre(1). Nenhum outro grupo de cientistas, exceto os astrônomos estão tão afastados de seu material de estudo e possuem tantas dificuldades de simular suas teorias sobre o comportamento espacial destes quanto os que militam nas geociências.

Devido a forte dependência que esta ciência tem na qualidade das observações, a estatística assume papel destacado na análise dos dados utilizados em todos os tipos de procedimentos.

Para exemplificar a variação que os dados geológicos possuem e sua influência no projeto mineiro, apresenta-se o seguinte trabalho realizado em duas minas na Pensylvania (USA) e em outras minas na British Columbia (Canada) (2). Estes estudos demonstram grandes variações nas características da alimentação do minério ROM em função do método de mineração empregado, conforme tabela 1. O primeiro estudo feito nas minas canadenses analiza dois casos de lavra subterrânea, uma com *continuos miners* e outra com desmonte hidráulico. A mina canadense opera a céu aberto. Em todas as três minas a camada extraída é a mesma, no entanto, conforme dados consultados(2), apresenta até 20% de variação na granulometria - 100 malhas do material *run of mine* (ROM).

	ALIMENTAÇÃO		PRODUTO	
TIPO DE MINA	PESO	CBS	RECUP	CBS
SUPERFÍCIE	100,0	18,0	75,0	8,7
CONTINUOUS MINERS	100,0	19,6	74,0	8,6
DESMONTE HIDRÁULICO	100,0	20,0	73,0	8,5

Tabela 1: Comparação entre qualidade do carvão ROM em diversas formas de lavra. CBS = Cinza Base Seca.

Nos estudos realizados pode-se observar variações na qualidade do minério plotando curvas dos parâmetros de qualidade (CBS, S, PCS, etc.) na forma de mapas de isovalores. A previsão de variações no carvão ROM com seus conseqüentes impactos no processo produtivo e na qualidade e quantidade de carvão beneficiado irá ajudar significativamente na realização de um melhor projeto mineiro.

O exemplo apresentado na figura 1 analisa um destes casos. Trata-se de um projeto em Illinois, representando em mapa as curvas de isovalores de cinza do produto dentro da área de lavra, superimposta a um plano alternativo de extração. Desta forma, verifica-se que a mina pode produzir vários tipos de carvão ROM dependendo do local que estará sendo lavrado em um determinado tempo.



Figura 1:Mina de carvão em Illinois (USA). Curvas de isovalores de cinza base seca (CBS) e plano de lavra sobreposto.

Uma das considerações mais importantes a respeito deste estudo é que uma camada de carvão, considerada extremamente homogênea, apresentava na realidade grandes variações, levando em consideração restrições no controle de qualidade. A integração entre a engenharia de produção e a de processos constitui-se exigência básica para que resultados positivos sejam alcançados na otimização de novas unidades de mineração. As tendências conduzem a pesquisas que integram as áreas de geoprocessamento, de criação de modelos geológicos em computador e de simulação de processo.

Uma nova visão sobre reservas de minério passa a existir, correlacionando graficamente a quantidade com a qualidade na avaliação global da jazida. Desta forma, sugere-se um planejamento de lavra contemplando as duas condições quantidade e qualidade, de modo a lavrar-se ao longo de um teor e de uma relação estéril/minério média. Esta metodologia evitará surpresas em relação a oscilações no fluxo de caixa do empreendimento causada por diminuição momentânea da recuperção de produto ou queda do teor de alimentação do minério de alimentação da usina de processamento.

Os relatórios geólogicos e de planejamento mineiro tendem a aumentar o uso de recursos gráficos na forma de mapas, substituindo a tabelas e textos.

Deverão ser conduzidas pesquisas detalhadas na aferição dos modelos obtidos a partir de cada simulação, onde cada resultado gerado precisa ser comparado ao modelo real até que seja alcançado o domínio total da técnica.

A coleta de dados geológicos inicia durante a fase de exploração, etapa inicial no projeto de desenvolvimento de um recurso mineral, continuando durante a operação da mina que virá subseqüentemente (3). A organização das informações de forma sistemática, seu arquivamento e análise e a apresentação destes dados compõem um sistema de processamento de dados geológicos.

Grande parte das publicações relata aplicações na área em questão, empregando computadores de grande porte (*mainframe*). O surgimento dos microcomputadores e seus *softwares* aplicativos, tornou possível à indústria difundir o uso de recursos gráficos computacionais. A revisão que aqui se apresenta envolve dois aspectos no processamento eletrônico de dados geológicos: desenvolvimento de banco de dados de informações de geologia e métodos analíticos para o processamento de dados.

A maioria das informações geológicas (análises geoquímicas, seções estratigráficas, análises em furos de sonda, etc.) são coletadas objetivando a avaliação e a caracterização de recursos geológicos. A fim de facilitar a automatização no processamento destas informações, são criados bancos de dados geológicos compostos de arquivos e registros onde estão cadastradas as informações da pesquisa.

As informações são hierarquizadas na forma que segue:

BANCO DE DADOS: coleção de arquivos;

ARQUIVO: coleção de registros;

REGISTRO: grupo de informações relacionadas;

ELEMENTO DE ANÁLISE: item individual ou informação

Normalmente, o meio físico para o arquivamento é o disco rígido magnético (*winchester*). A quantidade de informações geológicas disponíveis *on line* no computador é determinada pelo tamanho do *winchester* em uso.

Todas as informações de natureza geológica são locadas espacialmente através de suas coordenadas geográficas (longitude, latitude e cota). Os arquivos de dados são normalmente organizados através da localização geográfica dos pontos. Analogamente as coordenadas geográficas são usadas para análise estatística dos dados ou para apresentação dos dados na forma de mapas.

Para a formação de um arquivo contendo informações obtidas em uma campanha de sondagem são necessárias várias etapas. Primeiramente as informações são obtidas através de amostras coletadas nos furos feitos no terreno com sonda.

Estas amostras são descritas pelo geólogo/engenheiro que acompanha a execução desta etapa. São nomeadas formações estratigráficas, os tipos de rochas, seu posicionamento no furo (profundidade) e a presença de minerais de valor econômico. No caso de se utilizar furos inclinados, é feito um mapeamento com equipamento adequado dentro do furo para que seja obtido um preciso posicionamento da cada amostra extraída. Os testemunhos de sondagem são partidos, e uma metade remetida para que sejam feitas as análises laboratoriais necessárias. Os dados obtidos de laboratório e a descrição do técnico responsável pela sondagem serão digitados em microcomputador formando o arquivo dos furos de sondagem.

Existe uma estrutura geral para arquivo de dados geológicos contendo informações comuns a todas as amostras (cabeçalho identificador).

Se em algum furo for realizado algum teste especial, estes resultados devem ser incorporados ao arquivo. Análises compostas calculadas a partir dos dados originais, poderiam também ser incluídas em outro tipo de registro do arquivo. Os dados são armazenados no arquivo e podem ser classificados e ordenados em forma de tabelas e impressos de acordo com a necessidade do usuário. Por exemplo, o cabeçalho e um simples registro de um determinado furo podem ser combinados para realizar um tipo específico de relatório.

A necessidade básica de *software* para o desenvolvimento de arquivos geológicos em microcomputador constitui-se de um sistema gerenciador de banco de dados (SGBDs). Muitos sistemas utilitários do tipo SGBDs são utilizados por microcomputadores; entretanto, eles atendem a um propósito geral ao invés de cadastros específicos para aplicações geológicas.

As funções principais, as quais devem ser realizadas por um software de SGBD são:

- 1) Criação e manutenção da estrutura do banco de dados;
- 2) Entrada de dados com telas formatadas;
- 3) Edição e manutenção dos dados;
- 4) Criação e manutenção dos índices;
- 5) Preparação de tabelas e relatórios;
- 6) Extração de dados e a interface com programas de aplicação.

Uma vez que um banco de dados geológicos está sendo estabelecido, numerosos métodos são praticáveis para processar os dados e produzir resultados analíticos. Alguns destes métodos são simples e fáceis de serem programados pelo usuário de microcomputadores usando linguagens adequadas de programação.

Métodos mais complexos são utilizados em *softwares* aplicativos e realizam as seguintes funções:

- 1) Análises estatísticas (estatística convencional, bem como a geoestatística);
- 2) Cálculo por interpolação de curvas de contorno e superfícies;
- 3) Cálculos de reservas de minérios;

4) Planejamento de mina.

A propósito destas aplicações somente duas das funções: análise estatística convencional e técnicas de superfícies numéricas serão objeto de estudo no desenrolar deste trabalho.

1.2. Técnicas de Superfícies Numéricas

Numerical Surface Techniques (NST), um termo comum usado para descrever um grande número de métodos usados habitualmente para análise dos conjuntos de dados de três dimensões (x, y, z). Como conjunto de dados, os valores x e y usualmente representam coordenadas geográficas. O valor z ou valores z's podem representar muitos tipos distintos de informações geológicas, como a profundidade de uma formação, densidade (ou espessura) de uma camada ou depósito, ou qualquer análise referente ao minério. Por causa da natureza tridimensional destes dados, um grupo de valores de z pode ser representado como uma superfície. Mapas de contorno são usados para descrever graficamente a superfície.

Os dados geológicos são pontos usualmente distribuídos de forma randômica pela área a ser analisada. Um programa de computador, primeiramente interpola valores entre estes pontos, criando uma malha retangular abrangendo toda a área a ser analisada (*square grid*). A grade uniforme é usada então para construir vários tipos de representações gráficas, incluindo mapas de contorno. Estes mapas podem ser reproduzidos em uma impressora, um plotter ou em monitor policromático. Mapas apresentando os valores numéricos que compõem os nós da malha também podem ser produzidos pela impressora.

A capacidade destes métodos é particularmente interessante quando operações matemáticas são usadas para manipular malhas geradas por conjunto de dados geológicos. Por exemplo, a estrutura geológica de um depósito de carvão pode ser representada por três malhas: a elevação da superfície topográfica do terreno, a elevação do topo da camada de carvão, e a elevação da base da camada de carvão. Pela subtração de valores da malha do topo da camada de carvão por valores correspondentes da malha da superfície topográfica, uma nova malha da espessura de rocha de cobertura é produzido. Da mesma forma, a divisão dos valores da malha da espessura da cobertura estéril pelos valores da malha de espessura do carvão, irá gerar uma nova malha representando a relação estéril/carvão. Esta razão representa um número guia importante em áreas que podem ser economicamente mineradas por métodos de lavra a céu aberto. Um mapa graficando as relações estéril/minério é bastante laborioso de ser construído manualmente, sendo de grande valia a sua obtenção automática via computador.

O cálculo das reservas minerais em um depósito é também simplificado através do uso de operações matemáticas automatizadas. Neste tipo de cálculo, uma função de integração numérica é usada. No exemplo anterior, o cálculo dos valores da malha de espessura do carvão foi descrito como sendo cada valor desta malha representando a espessura do carvão por uma unidade da área da grade. O volume total de carvão pode ser estimado simplesmente pela multiplicação da média de todos os valores de espessura ao longo da malha pelo somatório das áreas das unidades que o compõem. O volume de carvão pode ser convertido de uma medida cúbica para tonelagem usando para tal a densidade do minério.

1.2.1. Mapas Geológicos e sua Aplicabilidade em Geociências

Apesar de que os modelos geológicos idealizados pelos pesquisadores tenham sempre aspectos tridimensionais, as representações geradas são essencialmente bidimensionais. Geólogos e Engenheiros são suficientemente treinados para o uso e manuseio de mapas. Mapas são tão importantes para quem trabalha com ciências da terra como escalas e notas são para os músicos. Isto deve-se a maneira compacta e eficiente que as imagens possuem, quando se desejam relações e detalhes a respeito do comportamente de subsolo em geral (1).

Com todo este uso, poucos foram os pesquisadores que se preocuparam nos mecanismos e na filosofia de como são criados estes mapas geológicos. O crescimento do uso de computadores fez com que a geração de mapas de contorno de forma automática passasse a ser importante em termos de avanço tecnológico em termos de exploração geológica até bem pouco tempo. Muito pouco se publicou sobre os algorítmos para a geração automática de mapas de contorno. São poucos os estudos que analizam sua confiabilidade ou eficiência. Mapas de tendência são comuns de serem utilizados como ferramenta de análise por parte de geo-pesquisadores. Estes usuários pouco sabem das limitações que possuem estes programas computacionais onde estes mapas são criados. Isto tem gerado conseqüências distintas. Maus resultados tornaram alguns usuários críticos desses métodos e outros, que por motivos diversos conseguiram atingir bons resultados, passaram a defender os mesmos.

Os mapas que aqui se define são, de forma geral, os mapas topográficos e geológicos convencionais bem como outras formas de representações gráficas utilizadas em geociências para simbolizar feições geológicas. Simplificadamente todas as espécies de representações bidimensionais utilizadas em geologia aí se incluem.

A grande maioria dos mapas é construída a partir de funções contínuas, obtidas com base em observações em pontos chave ou de controle. O exemplo mais simples constitui-se nos mapas de curva de nível, embora expressadas em linhas de contorno de forma contínua estas são geradas a partir de triangularização e pontos de controle topográficos. Outro exemplo esclarecedor é a construção de mapas de contorno estrutural. Não se sabe realmente se a superfície que define a litologia em estudo apresenta continuidade ou não, uma vez que as informações a respeito desta são obtidas de pontos espaçados entre si provenientes das sondagens. Contudo um mapa de contorno é gerado representando curvas de isovalores das cotas da camada do litoestrutura em análise. Devemos reconhecer que esta representação gráfica possui restrições em sua confiabilidade, uma vez que foram produzidas formas e linhas contínuas em locais onde não se dispõe de informações detalhadas. Especificamente nos espaços entre estas sondagens.

Deve haver uma preocupação por parte de quem trabalha e estuda com estas formas de mapas principalmente na forma de distribuição dos pontos de controle e os efeitos que a distribuição destes imprime sobre o produto final. Em pesquisa mineral, deve-se estudar as características de distribuição estatística da população em análise (por exemplo: cotas do terreno ou cotas da capa de uma litoestrutura) e sua influência sobre o espaçamento amostral correto. O objetivo maior é se obter uma máxima representatividade da variável que se deseja graficar na forma de um mapa.

Pesquisadores e demais técnicos da área de geociências exercem seus talentos artísticos e seu conhecimento geológico quando elaboram um mapa de contorno (1). A interpretação geológica das estruturas que se deseja representar na forma de mapas enriquece os dados brutos que se obtém dos diversos processos de amostragem. Contrastando com este ponto de vista, aparecem os algorítmos computadorizados que realizam interpolações desprovidos de qualquer interpretação e baseados exclusivamente em procedimentos matemáticos. O balanceamento no uso destas duas metodologias irá nos conduzir ao melhor resultado.

A importância do uso de mapas em geociências é atualmente grande e segue crescente. A possibilidade do uso de computadores na ajuda a obtenção destes mapas proporcionou um grande avanço nas facilidades de acesso a estes produtos. Existe uma lacuna necessária a ser pesquisada no que tange a análise da confiabilidade dos algorítmos e métodos de criação destes mapas. Pretende-se ao longo deste trabalho, analisar os parâmetros que constam nos diversos algorítmos e que influenciam na forma das curvas de isovalores obtidas. Deseja-se pesquisar uma metodologia para obtenção do grau de confiabilidade que um mapa possui, através de um mecanismo de análise do erro, comparando os valores dos pontos dados com os obtidos pelos algorítmos matemáticos nas mesmas coordenadas geográficas dos locais amostrados.

Um mapa de contorno define-se como um diagrama tridimensional comprimido em um meio físico em duas dimensões (1). Adota-se por convenção o eixo X e Y como os eixos que representam as coordenadas geográficas dos pontos amostrais. A variável Z é destinada à dimensão que se quer representar, podendo ser cota topográfica, espessura de uma camada rochosa ou outra entidade qualquer na forma de isolinhas ou curvas de mesmo valor da referida variável. As curvas de contorno no senso estrito de sua definição são curvas de mesma elevação de um terreno ou de uma litologia qualquer mesmo que esteja no subsolo. É comum e errado referir-se a curvas de contorno em mapas onde se tem isolinhas de outras propriedades da rocha em estudo como sua espessura, porosidade, teor de algum componente ou qualquer outra característica. Em um mapa as linhas de isovalores são obtidas conectando-se pontos de igual valor, sendo que nos espaços entre duas isolinhas consecutivas só haverão pontos cujos valores sejam intermediários aos valores das isolinhas superior e inferior respectivamente. Por mais que se planeje um espaçamento regular das amostras, os pontos de controle ou pontos amostrais estão dispostos em uma malha XY com irregularidades. Nem sempre, no campo, consegue-se amostrar em todos os pontos , normalmente devido às dificuldades de acesso ou outra causa qualquer.

Os mapas de isovalores podem ser obtidos manualmente como têm sido desenhados desde os primórdios dos estudos das ciências da terra até os dias de hoje. A geração de mapas com o computador envolve uma etapa intermediária para criação de um modelo

matemático, representando uma superfície que mostre o comportamento espacial da variável em estudo. Após esta etapa é que são construídas as curvas de isovalores propriamente ditas. Nos sistemas computadorizados são traçadas as curvas de contorno com o uso de um procedimento matemático preciso, levando em conta a posição espacial dos pontos de controle. Um técnico experiente irá traçar um mapa com base em seu conhecimento geológico sobre o local e outras tantas informações que irão interferir no processo de geração das curvas de isovalores. As duas situções extremas podem ser atingidas. Primeiro o técnico parte de conceitos errôneos que levam a um produto final longe da verdade de campo. Por outro lado, o técnico parte de premissas corretas que levam a um produto final de alta qualidade. Foram realizados testes com uma bateria de dados de sondagem representando o comportamento da litoestrutura. Estes dados foram entregues a vários profissionais que, independentemente, traçaram distintos mapas de contorno desta litoestrutura (1). A análise dos resultados mostrou que alguns geram mapas de melhor e outros de pior qualidade, sendo que o produto médio destes mapas assemelha-se ao mapa de contorno obtido por algorítmo computadorizado. Costuma-se dizer que o computador comporta-se como uma média que se atingiria se o trabalho fosse feito por diversos técnicos.

Pode-se perguntar quais seriam então as grandes vantagens da obtenção de um produto via computador. É claro, que a partir de um modelo matemático gerado em computador, pode-se realizar diversos tipos de cálculos utilizando este modelo previamente obtido. Operações matemáticas para cálculo do volume abaixo desta superfície ou entre duas superfícies, subtração de valores entre superfícies gerando um mapa de isópacas são alguns dos procedimentos facilmente realizados sobre o modelo digital anteriormente gerados com auxílio do computador.

Os sistemas computadorizados possuem várias restrições que devem ser rigorosamente respeitadas para que se obtenha um mapa com uma razoável confiabilidade. Na maioria destes, só é permitido trabalhar-se com um valor único da propriedade estudada por coordenada geográfica, em segundo a mesma propriedade deve ser contínua em todo o espaço abrangido pelo mapa e por último espera-se que esta mesma variável seja auto-correlacionável, influenciando nos valores esperados em seu entorno mesmo em distâncias superiores ao espaçamento típico entre os pontos de amostragem (1). A primeira afirmação sobre o valor único da propriedade em um único ponto pode parecer ilógica, mas é comum em geologia termos uma camada dobrada de modo que a cota da capa da mesma pode possuir dois valores distintos. Neste caso o mapa de contorno da camada dobrada ficará prejudicado ao ser gerado automaticamente.

Nos procedimentos computadorizados são realizados cálculos que envolvem a interpolação entre os pontos de controle e extrapolação nos pontos fora do polígono delimitado por estes. Estes cálculos geram uma superfície suave e contínua entre os pontos. No caso de haver descontinuidades produzidas por falhas, estas fatalmente não serão reconhecidas pelo programa que gera as curvas de isovalores. Neste caso, deve-se informar o sistema sobre a presença destas descontinuidades, locando-as de modo a subdividir o mapa em setores que possuam continuidade. Assim, o programa irá gerar mapas corretos nos lados opostos da zona perturbada pelo falhamento como se fossem dois mapas distintos. Não existem sistemas computadorizados que reconheçam automaticamente falhas, dobras ou outra perturbação que quebre a continuidade da superfície.

O princípio matemático, que orienta todos os programas computadorizados que geram mapas de isovalores, baseia-se no fato de que o valor de uma variável, em um dado ponto, é fortemente influenciado pelos pontos de controle mais próximos e menos afetado pelos pontos mais afastados.

O traçado das curvas de isovalores obedece fundamentalmente dois algorítmos básicos. O primeiro denomina-se triangularização, desenvolvido pela IBM em 1965 (4) com evolução nos últimos anos a partir da aplicação do método de triangularização de Delaunay e nos princípios da divisão do espaço proposto por Thiessen. O segundo denominado de malha ou curvas de contorno, obtido a partir da geração de malha possui uma maior aplicação, estando implementado na grande maioria dos *softwares* comerciais. Este método possui muitas alternativas para o cálculo dos valores dos nós desta rede. Cada uma destas alternativas irá produzir um mapa com características ligeiramente distintas uma das outras. Serão revisados a seguir os métodos de criação de mapas por triangularização e por construção de malha.

1.2.2. Método de Triangularização

Este método gera as curvas de isovalores lançando mão diretamente dos pontos de controle conectando-os diretamente entre si por linhas retas. Será produzida uma rede de triângulos cujos vértices são os próprios pontos de amostragem, conforme figura 2.



Figura 2: (a) Pontos de amostragem irregularmente espaçados. (b) Triângulos formados pela união dos pontos de amostragem.

Da interpolação linear entre os lados destes triângulos serão obtidos pontos de igual valor para a variável em estudo. Unindo-se estes pontos serão produzidas as curvas de isovalores conforme figura 3. Este método é simplesmente uma implementação computacional de uma metodologia bastante conhecida por engenheiros e geólogos para criação em topografia de mapas altimétricos.



Figura 3: Desenho das curvas de isovalores através dos lados dos triângulos para um dado valor calculado através de interpolação linear (segundo IBM 1965).

Deve ser observado que existem distintas maneiras de unir-se os vértices dos triângulos formados pelos pontos de controle. Em cada uma destas maneiras serão produzidos distintos arranjos destes triângulos, representando modificações no mapa de isolinhas da propriedade que se está estudando. Este problema foi contornado com o método de triangularização de Delaunay , implementado em computador no final dos anos 70 (5). Com este procedimento, o método para obtenção dos triângulos é único e tem as seguintes características básicas: procura formar triângulos equiláteros ou o mais próximo possível disto e procura fazer que os lados dos triângulos sejam os menores possíveis. Com isto, as distâncias onde as interpolações são realizadas para a traçagem das curvas, são feitas na menor rede triangularizada possível de ser obtida para um dado conjunto de pontos de amostragem.

Para se obter este desenho de rede triangularizada divide-se o espaço entre os pontos de amostragem em polígonos, de modo que cada ponto de amostragem ficará mais perto de qualquer outro ponto constante neste polígono quando comparada sua distância aos demais pontos de controle. Isto é chamado de polígono de Thiessen, sendo que ao redor deste serão gerados outros polígonos com as mesmas características conforme figura 4.



Figura 4: Polígono de Thiessen ao redor do ponto A. Note que todos os locais abrangidos por este polígono são mais próximos de A do que qualquer outro ponto.

Os pontos de controle inseridos em cada polígono de Thiessen denominam-se pontos Thiessen vizinhos. Ao conectarmos estes pontos por segmentos de retas, estaremos definindo triângulos de Delaunay, representando uma forma única de arranjo dos pontos respeitando as condições impostas na criação de um polígono de Thiessen.

O processo de triangularização consiste em determinar os pontos Thiessen vizinhos de dado ponto A e dar seguimento à pesquisa para um próximo ponto. A figura 5 esclarece os procedimentos de busca dos pontos vizinhos. Primeiramente une-se os pontos vizinhos A e B, assumindo que B é o ponto vizinho de A. Traça-se um círculo com diâmetro AB. Caso não haja nenhum outro ponto incluído neste círculo ,B é vizinho de A; caso contrário, este substuirá o ponto B inicialmente escolhido (5a). A busca continua no sentido horário ao redor de A de modo a traçar um novo círculo onde os pontos A e B fiquem locados no seu perímetro. É feita uma varredura no interior deste novo círculo buscando algum ponto que possa estar aí localizado. Em caso de haver um ponto, este será o novo vizinho. No caso de haver mais de um, deve ser verificado qual o mais próximo. Verifica-se o ângulo formado entre AB e o ponto candidato, o maior ângulo entre os candidatos determinará o próximo ponto vizinho (5b). Não havendo ponto dentro do círculo que comtém A e B no perímetro, déve ser reiniciado o processo de triangularização, buscando novos pontos iniciais. Seguindo este procedimento, determina-se o ponto C como o próximo vizinho. Repete-se o procedimento traçando um novo círculo onde A e C fiquem no seu perímetro, descobrindo-se o novo vizinho D (5c). Continua-se o procedimento até que se chegue a B novamente. Finalmente ao conectarmos estes pontos vizinhos estaremos definindo uma

rede triangular ao redor de A. Define-se um dos pontos vizinhos como sendo o novo ponto A, e expande-se a rede triangularizada (5d).



Figura 5: Seqüencia para a pesquisa dos pontos vizinhos de Thiessen do ponto A.

Uma vez que a rede triangularizada tenha sido gerada, procede-se a interpolação dos valores que irão definir as curvas de isovalores passando pelos lados dos triângulos obtidos. Existem diversos procedimentos matemáticos para a obtenção destas curvas, variando entre si na complexidade e na qualidade final das curvas traçadas. A maneira básica do traçado envolve a escolha dos três pontos mais próximos da face do triângulo. Ajusta-se uma superfície definida por um polinômio do segundo grau, passando por estes três pontos e mais os três vértices do triângulo. Esta superfície de ajuste tem forma dômica e é definida por seis coeficientes, passando exatamente por estes seis pontos. A partir desta equação, pode-se localizar diversos pontos formando uma série, cujos valores sejam previamente escolhidos. Desta forma, ao conectarmos estes pontos obteremos contornos curvos ao invés de segmentos de reta que uma interpolação linear iria gerar. Como foi dito, éxistem outros procedimentos para obtenção destas curvas de contorno, não sendo aqui desenvolvidos pois não se constituem objetos primordiais deste estudo.

1.2. 3. Geração de Mapas de Contorno a partir de Malhas

O termo malha refere-se aos processos utilizados para determinação de valores em uma superfície distribuídos em um arranjo regular, e cobrindo toda a área do mapa a ser gerado (1).

Os conceitos matemáticos e as técnicas que serão apresentadas são necessárias para elaboração da seqüência empregada na emissão de mapas de isolinhas, sendo estes (6):

* definição de malha regular;

- * definição da área de interesse;
- * definição do método de interpolação;
- * geração das curvas de contorno automaticamente.

A interpolação é a fase de maior importância na obtenção dos mapas de isovalores gerados automaticamente em computador. Esta, faz-se necessária para que seja feita a regularização de uma malha de amostragem ou para se aumentar a densidade de pontos que serão utilizados para o traçado das curvas, visando a obtenção de contornos mais suaves nas linhas geradas. O fluxograma 1 apresentado a seguir resume os passos para obtenção de mapas de isovalores.



Fluxograma 1: Das etapas de geração de um mapa de isovalores. Sendo X e Y as variáveis independentes representando respectivamente as coordenadas leste-oeste e norte-sul em um mapa qualquer. A variável Z, dependente é usada para representar o dado que queremos interpolar (por exemplo, espessura da camada de minério, poder calorífico da camada de carvão, teor de enxofre do minério, etc.).

Este modelo matemático, a partir dos dados de amostragem, é gerado unicamente com o objetivos práticos para implementar as rotinas computacionais de desenho das curvas de isovalores. O traçado de curvas é mais simplificado se tivermos um arranjo regular dos pontos comparativamente a um arranjo não uniforme. As maneiras de obtenção do caminho a ser percorrido por uma isolinha, ao entrar em um quadrado composto por quatro nós da malha e sair deste mesmo, são determinadas por vários tipos de algorítmos. A curva de isovalor é obtida pela união das linhas obtidas no interior de cada um dos quadrados que compõe a malha.

Normalmente os nós da malha que definirão a superfície são dispostos em um espaçamento regular tanto na direção X como na Y. A área definida por quatro nós de uma malha é definida como célula, sendo a escolha de seu tamanho muito importante na forma das isolinhas obtidas, caso tenha-se células com áreas grandes tem-se um mapa de baixa resolução, com curvas não muito bem definidas mas obtidas em pouco tempo de processamento. Em caso contrário, com células pequenas tem-se alta resolução e um mapa de melhor qualidade, porém com maior consumo de recursos.

As etapas de geração de uma malha envolvem três estágios seqüenciais. Primeiramente os pontos de amostragem são ordenados conforme suas coordenadas geográficas. A partir do arquivo de dados devidamente organizado, parte-se para a procura dos pontos de amostragem localizados no entorno de cada nó da malha, e que deverão ser utilizados para o cálculo do valor obtido pela função de interpolação. A terceira etapa envolve o cálculo dos valores em cada nó da malha utilizando uma dada função matemática e envolvendo os pontos de amostragem do entorno. A ordenação prévia dos pontos é fundamental para aceleração dos procedimentos de cálculo; no entanto não afetam a precisão dos resultados. Em contra partida, o método de busca dos pontos do entorno e a função de ponderação são fatores determinantes da forma do produto que será gerado. A figura 6 que segue apresenta uma seqüência a partir dos dados de campo, representando as cotas de um dado terreno, dos passos necessários até que os valores dos nós da malha sejam calculados.



Figura 6: Etapas de cálculo de cada nó de uma malha a partir dos dados de amostragem. (a) Mapa locando os pontos amostrais. (b) Malha projetada com os respectivos nós para interpolação. (c) Busca dos quatro pontos mais próximos do nó utilizado para exemplificação. (d) Resultado final com o valor de cada nó interpolado.

Deve-se primeiramente definir a geometria de uma malha regular que será superposta aos pontos de dados amostrados. Para tal é definida a origem do sistema X e Y e a abertura ou espaçamento entre os nós da malha. Normalmente, esta escolha do espaçamento é feita de forma empírica pelo pesquisador.

Apesar de não ser recomendado na bibliografia um espaçamento a ser utilizado, algumas recomendações deve-se ter em mente. O aumento do número de pontos que compõe a malha, pela redução do espaçamento dos nós, aumenta significativamente o tempo de processamento para interpolação, especialmente se não dispusermos de recursos computacionais mais sofisticados. Recomenda-se uma divisão do espaçamento amostral entre 5 a 10 vezes, ou seja entre duas amostras coletadas existirão de 5 a 10 nós da malha que será gerada. Para ter-se uma idéia do volume de cálculos a ser realizado, cita-se como exemplo a jazida de Candiota, Malha III, com dimensões de 6000m no eixo X(E-W) e 5500m no eixo Y(N-S), adotado um espaçamento dos nós de 50X50m teríamos 13431 nós compondo esta malha. Qualquer modificação neste espaçamento passa a influenciar significativamente o número de interações que o computador deverá realizar para definir a rede interpolada.

É objeto desta pesquisa verificar, no decorrer da etapa experimental, a influência deste espaçamento dos nós da malha na forma das curvas de isovalores obtidas.

A definição da área de interesse é fundamental para utilização correta e confiável das interpolações. Estas só serão válidas se forem realizadas dentro do domínio dos dados amostrados. O pesquisador deverá de antemão delimitar a área de trabalho através das coordenadas dos vértices de um polígono que contorne o setor de interesse.

A interpolação é feita para se determinar o valor da variável dependente sobre os nós da malha regular que foi estabelecida. Existem diversas funções utilizadas para interpolação podendo ser subdivididas em duas grandes classes (5):

- funções globais;

- funções locais.

As funções globais utilizam de uma única vez todos os dados do mapa, permitindo-se interpolar o valor da função em qualquer ponto dentro do domínio dos pontos obtidos dos dados originais. Esta função é dependente de todos os pontos dados, com isso a adição ou retirada de um dado irá afetar todo o domínio de definição da função.

As funções locais, por sua vez, são definidas em pequenas porções do mapa, e assim sucessivamente até que haja o recobrimento de toda a área. Desta feita, a alteração de um ponto irá afetar somente os pontos próximos incluídos a uma certa distância.

As funções locais apresentam uma maior aplicação na modelagem de jazimentos de carvão, sendo a ponderação pelo inverso da distância o procedimento mais adotado.

A fórmula geral para interpolação pelo inverso da potência da distância é (7):

$$F_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{(F_i \cdot W_i)}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$$

onde F é o valor interpoiado;

Fi é o valor observado no ponto i;

$$W_i = \frac{1}{(DIP)} \text{ é o ponderador;}$$

$$D = [(X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2]^{\frac{1}{2}} \text{ é a distância;}$$

P é a potência da distância.

n é o número de pontos dentro da vizinhança

ao ponto a ser interpolado.

O ponderador (W_i) sendo igual ao inverso de uma potência da distância, faz com que o peso seja grande para pontos próximos do ponto a ser interpolado. A potência da distância também pode ser variada de modo a dar maior ou menor peso para os pontos próximos. Desta forma, quanto maior for a potência mais forte será o ponderador, como pode ser visto na figura 7 abaixo (7):



Figura 7: Influência do expoente da distância sobre a função de ponderação.

Com os dados da figura 6 apresenta-se um exemplo aplicando a fórmula acima mostrado no Apêndice 1 (1).

No momento de interpolação, é feita a pesquisa dos pontos de amostragem vizinhos até um raio de influência determinável empiricamente pelo pesquisador na maioria dos casos. Também é definido o número de pontos mais próximos a serem considerados durante a pesquisa para que se realize a interpolação. Tipicamente são utilizados entre 4 a 16 pontos. O método de varredura utilizado na busca dos pontos pode ser escolhido entre o normal, por quadrante ou por octantes (6).

No primeiro caso, são empregados na interpolação os n pontos mais próximos que estejam dentro do raio de influência. Esta metodologia não é muito adequada quando há um acúmulo de pontos em uma só posição espacial, sendo somente estes os considerados e descartados outros que se encontram mais distantes. Porém havendo pontos posicionados

ESCOLA DE ENGENHARIA BIBLIOTECA diametralmente e em oposição ao nó da malha que está sendo calculado o valor, estes são de importância e é justificável a sua inclusão na interpolação.

Desta forma, para obtenção de curvas mais representativas empregam-se os métodos de subdivisão em quadrantes ou octantes. Divide-se a área em torno do ponto a ser interpolado em quatro ou oito setores e pesquisa-se em cada setor os n pontos mais próximos que estejam no raio de influência. As figuras 8, 9 e 10 abaixo ilustram os métodos descritos (8).



Figura 8: Método de busca de pontos de amostragem, no entorno do nó, normal.



Figura 9: Método de busca de pontos de amostragem, no entorno do nó, guadrante.



Figura 10: Método de busca de pontos de amostragem, no entorno do nó, octante.

1.2.4. Análise dos Mapas Gerados

Análises estatísticas são freqüentemente realizadas em muitos tipos de dados geológicos. O microcomputador é uma excelente ferramenta para este tipo de aplicação. O dado para ser analisado pode ser extraído de um banco de dados geológicos ou digitado diretamente. Estatísticas básicas para obtenção de valores máximos e mínimos, mediana, termo médio, variância, desvio padrão, etc. são facilmente produzidos em programas aplicativos. Uma vez realizadas as operações de estatística com estes dados, o microcomputador pode ser usado para exibição dos resultados na forma de gráficos, histogramas, diagramas de dispersão ou análise numérica que proporcionam estudos de correlação entre variáveis em estudo (9).

Na revisão bibliográfica, o autor procura dar atenção às diversas técnicas de geração de mapas de isovalores. O objeto da pesquisa é apresentar um estudo sobre o erro cometido em cada tipo de modelo gerado com os distintos métodos de interpolação e sua influêcia no cálculo de reservas geológicas de jazida carbonífera.

Deve ser salientado o grande número de variáveis que influenciam no resultado final da interpolação. Destacam-se o método de interpolação, o raio de busca, a maneira como a busca é feita, variações no expoente de interpolador. Todos estes elementos alteram a configuração final do modelo geológico que se procura e deve-se analisar a sensibilidade da configuração destes mapas quando da variação de qualquer um desses fatores. Acredita-se que a confiabilidade de um mapa de isovalor está intimamente ligada com as medidas de dispersão em torno da média da variável Z que está sendo interpolada. Deste modo, variáveis com baixa variância irão gerar mapas com representatividade de seu comportamento espacial com maior fidedignidade do que uma outra cuja variância seja elevada. Isto será pesquisado no desenvolver do trabalho experimental.

No desenvolvimento de nosso trabalho de dissertação é fundamental o entendimento dos mecanismos que afetam os modelos geológicos gerados por interpolação. O que se propõem é se pesquisar a metodologia mais adequada a diversos casos de geração de mapas representando o comportamento de diversas variáveis geológicas e geoquímicas. Assim serão obtidas avalições de jazimentos minerais com um grau mais elevado de precisão. Na dissertação de Yamamoto(6), os primeiros passos para este trabalho foram iniciados migrando para o desenvolvimento de método alternativo de elaboração automática de mapas em sua tese de doutorado (7). Aqui pretende-se dar continuidade na linha de estudo apresentada em (6) aplicando a uma metodologia semelhante em jazimentos distintos, comparando resultados dos diversos métodos e sua influência no erro dos modelos gerados.

2. DESCRIÇÃO DOS EQUIPAMENTOS E RECURSOS UTILIZADOS

O trabalho experimental foi desenvolvido com recursos de *hardware* e *software* do Laboratório de Pesquisa Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, englobando fundamentalmente os seguintes equipamentos:

- 01 microcomputador tipo IBM PC, com processador Intel 80386 e coprocessador aritmético 80387 de 33 Mhz, *winchester* de 80 Mb e monitor policromático com placa VGA de alta resolução;

- 01 Mesa digitalizadora marca Digicon e tamanho A1;

- 01 Impressora gráfica marca Epson, modelo FX-1050;

- 01 Traçador gráfico (plotter) marca Digicon, tamanho A3/A4.

Foram utilizados também os seguintes programas computacionais em ambiente de MS-DOS:

- MicroLynx desenvolvido pela empresa Geosystems de Vancouver, BC. Canadá utilizado para criação de banco de informações de geologia da jazida em estudo e análises estatísticas preliminares (10);

- Surfer desenvolvido pela Golden Softwares em Denver, CO. USA utilizado para simulações e cálculo dos nós das malhas e construção de gráficos (11);

- Projex desenvolvido pelo Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil da UFRGS utilizado para análise dos parâmetros estatísticos e análise de variância;

- Programas utilitários diversos como planilhas eletrônicas, editores de texto, editores gráficos, AutoCad e alguns programas desenvolvidos no Laboratório de Pesquisa Mineral para transformação de coordenadas de mapas na mesa digitalizadora em arquivos seqüenciais ASCII.

Empregou-se no desenvolvimento deste estudo as informações cedidas pela Companhia Riograndense de Mineração - CRM, referentes a malha III da jazida carbonífera de Candiota. Estas informações constam de:
Planta planialtimétrica da área, com localização dos furos de sondagem realizados
e com os limites da concessão obtido junto ao Departamento Nacional de Produção
Mineral (DNPM);

- Desenhos de todos os perfis geológicos, representando as litologias extraídas dos testemunhos de sondagem.

Totalizam 157 furos em uma área de 2000 ha. Estes dados passaram a formar um banco de informações, gravados em arquivos eletrônicos, cadastrando os furos conforme sua posição geográfica com as respectivas espessuras de cada litologia.

3. METODOLOGIA EXPERIMENTAL E DADOS UTILIZADOS

3.1. Organização das Informações

A jazida de Candiota, localizada no município de Bagé carateriza-se por apresentar duas camadas de carvão exploráveis economicamente a céu aberto. As mesmas são recobertas por sedimentos compostos de argilitos e arenitos, este segundo de resistência relativamente elevada, necessitando de desmonte com emprego de explosivos para sua remoção. Intercalando as duas camadas de carvão, aparece um leito de argilito, removido separadamente na operação de lavra.

Os dados provenientes dos perfis de sondagem foram separados da seguinte forma:

- Coordenadas geográficas Norte/Sul e Leste/Oeste;
- Cotas do terreno;
- Cotas da capa do banco superior;
- Espessura do banco superior ou camada 1;
- Espessura do interburden ou argilito;
- Espessura do banco inferior ou camada 2.

Estas informações compõem o acervo de dados geológicos necessários para que se crie os seguintes mapas de isovalores:

- Mapa de curvas de nível do terreno (altimétrico);

- Mapa de isólitas ou mapa de isovalores das cotas da capa da camada superior;

- Mapas de isovalores das espessuras da camada superior, *interburden* e camada inferior, também denominado mapas de isópacas.

A tabela 2 apresenta todos os dados empregados para a modelamento das curvas de isovalores. Na primeira coluna estão os códigos de identificação de cada sondagem e na segunda coluna suas coordenadas geográficas a partir de um sistema cartesiano projetado para o mapa, onde o eixo X refere-se a direção N-S e o eixo Y a direção L-O. A partir daí, tem-se a cota do topo da camada superior de carvão (capa) e as espessuras das duas camadas de carvão e do argilito (*interburden*).

	Coord	enadas]	Espessuras (m)		
Sondagem	Norte	Leste	Cota capa carvão superior	Carvão superior	Interburden	Carvão Inferior	
SIII-10	250	1750	236,049	2,51	0,85	1,40	
SIII-4	250	2250	250,816	2,61	0,95	1,33	
SIII-11	500	1500	237,672	2,58	0,90	1,45	
SIII-8	500	1750	243,574	2,98	0,80	1,15	
SIII-7	500	2000	244,57	2,53	1,00	1,35	
SIII-3	500	2250	252,128	2,58	0,93	1,30	
S 943	500	2500	253,633	3,00	0,80	1,49	
SIII-12	750	1750	247,652	2,29	0,90	1,48	
SIII-6	750	2000	250,375	2,54	0,92	1,4	
SIII-2	750	2250	255,661	2,59	0,85	1,36	
S 942	750	2750	259,073	2,61	0,90	1,55	
S 941	750	3250	268,902	2,74	0,80	1,34	
S 940	750	4000	273,099	2,92	0,90	0,86	
SIII-5	1000	2000	254,455	2,70	0,68	1,60	
SIII-1	1000	2250	254,716	2,93	0,82	1,82	
S 946	1000	2500	256,924	2,27	0,80	1,82	
S 945	1000	3000	264,302	2,24	0,95	1,45	
S 944	1000	3500	270,192	2,91	0,95	1,02	
SIII-18	1250	500	238,165	2,82	0,8	1,64	
SIII-17	1250	750	245,147	3,08	0,86	1 ,81	
SIII-15	1250	1250	259,129	2,1	0,83	1,85	

Sondagem	Norte	Leste	Cota capa carvão superior	Carvão superior	Interburden	Carvão Inferior
SIII-14	1250	1500	259,331	2,72	0,95	1,53
SIII-13	1250	1750	254,476	2,66	0,88	1,43
SIII-9	1250	2000	255,772	2,73	0,81	1,74
S 927	1250	2250	258,547	2,89	0,75	1,58
S 948	1250	3250	265,402	2,97	1,00	1,60
S 947	1250	3750	269,628	1,97	0,95	1,30
SIII-26	1500	500	231,295	2,84	0,95	1,30
SIII-25	1500	750	238,571	2,76	0,95	1,60
SIII-24	1500	1000	248,35	3,00	0,93	1,70
SIII-23	1500	1250	261,895	2,74	0,95	1,70
SIII-19	1500	1500	266,867	2,74	1,00	1,60
SIII-20	1500	1750	258,676	2,69	0,50	1,37
SIII-21	1500	2000	256,355	2,72	0,75	1,55
SIII-22	1500	2250	259,014	2,60	0,98	1,53
S 950	1500	2500	263,819	2,50	0,90	1,45
S 949	1500	3000	261,366	3,02	1,06	1,43
S 910	1500	3500	266,389	2,42	0,76	1,77
S 909	1500	4000	264,755	2,94	0,75	1,80
SIII-28	1750	1000	246,875	2,73	0,91	1,70
SIII-29	1750	1500	264,636	2,75	0,98	1,54
SIII-30	1750	1750	267,094	2,77	0,94	1,71
SIII-31	1750	2000	267,606	2,68	0,95	1,60
S 939	1750	2250	263,936	2,53	0,90	1,78
S 951	1750	3250	264,762	3,07	0,90	1,64
S 901	1750	4250	269,614	2,58	0,97	1,43
S 903	1750	4750	279,950	2,67	0,89	1,72
S 906	1750	5500	281,724	2,91	1,45	1,35
SIII-38	2000	750	236,433	2,50	0,90	1,67
SIII-37	2000	1000	244,928	2,67	0,95	1,70
SIII-35	2000	1500	260,033	2,76	0,79	1,56
SIII-34	2000	1750	260,394	2,96	1,13	1,80
SIII-32	2000	2000	258,577	2,84	0,90	1,73
S 926	2000	2500	261,219	2,83	0,83	1,70

Sondagem	Norte	Leste	Cota capa carvão superior	Carvão superior	Interburden	Carvão Inferior
S 902	2000	3750	261,756	2,56	0,79	1,95
S 908	2000	4000	267,785	2,74	0,90	1,46
S 907	2000	4750	280,416	2,31	1,27	1,72
S 976	2250	500	235,483	2,70	0,95	1,65
SIII-51	2250	750	231,909	2,96	0,92	1,60
SIII-49	2250	1250	245,952	2,73	0,90	1,68
SIII-48	2250	1500	248,657	2,85	0,95	1,60
S 954	2250	2250	253,425	2,72	0,88	1,72
S 953	2250	3000	260,735	3,19	0,95	1,19
S 913	2250	3500	256,443	3,19	1,07	1,69
S 911	2250	3750	264,028	2,82	1,00	1,63
S 905	2250	4250	265,723	2,94	0,78	1,84
S 904	2250	4500	266,752	2,71	0,78	1,48
S 928	2250	5250	276,030	2,13	0,70	2,58
S 999	2500	3250	256,510	2,97	0,90	1,47
S 912	2500	3750	260,005	3,36	0,60	1,82
S 959	2500	5000	281,854	2,89	0,90	1,96
SIII-44	2750	750	223,642	2,63	0,83	1,65
SIII-43	2750	1000	266,055	2,56	0,85	1,80
SIII-42	2750	1250	231,590	2,83	0,82	1,70
SIII-41	2750	1500	234,571	2,76	0,80	1,68
SIII-39	2750	2000	238,374	2,88	0,90	1,94
S 920	2750	3000	253,258	3,14	0,80	1,95
S 919	2750	3500	260,129	3,05	0,90	1,75
S 914	2750	4250	260,652	2,83	1,07	1,60
S 955	2750	4750	266,222	2,42	1,01	1,55
S 956	2750	5250	276,811	2,76	0,97	1,64
S 957	2750	5500	273,433	3,08	1,21	0,85
S 925	3000	2250	239,982	3,29	0,94	1,62
S 924	3000	2750	246,357	3,00	0,80	2,18
S 923	3000	3250	248,864	2,48	0,87	1,67
S 922	3000	3750	256,278	2,43	0,90	1,44
S 921	3000	4000	256,990	2,81	0,85	1,78

Sondagem	Norte	Leste	Cota capa carvão superior	Carvão superior	Interburden	Carvão Inferior
S 960	3000	4500	259,079	2,54	1,13	1,97
S 958	3000	5000	264,532	2,33	1,00	2,19
SIII-53	3250	0	191,942	2,72	0,70	1,82
SIII-52	3250	250	203,271	2,75	0,75	1,68
SIII-45	3250	500	205,273	2,62	0,60	1,73
SIII-33	3250	750	208,413	2,66	0,75	1,83
SIII-27	3250	1000	214,110	2,58	0,86	1,62
S 931	3250	2500	238,017	1,91	0,86	1,93
S 930	3250	3000	241,289	3,12	1,12	2,12
S 929	3250	3500	250,893	2,95	0,54	2,07
S 964	3250	5250	265,518	1,87	1,05	1,80
S 935	3500	2750	235,452	3,02	0,90	2,05
S 934	3500	3250	246,636	2,86	1,02	1,96
S 933	3500	3750	249,573	2,83	0,80	1,91
S 932	3500	4000	250,234	1,69	1,63	1,99
S 961	3500	4750	255,592	2,72	0,90	2,14
S 962	3500	5000	275,065	2,57	0,80	1,75
S 938	3750	2250	228,784	2,62	1,20	1,70
S 900	3750	2500	232,194	2,33	0,75	2,00
S 937	3750	3000	239,555	2,53	0,95	2,00
S 936	3750	3500	244,295	1,33	1,00	2,19
S 963	3750	3750	256,142	3,14	0,85	1,95
S 978	4000	3250	239,474	2,41	0,90	2,05
S 977	4000	3750	245,195	2,80	0,93	1,83
S 965	4000	4500	249,045	2,81	0,90	2,03
S 966	4000	4750	249,041	2,78	0,67	1,72
S 967	4000	5000	251,087	2,76	0,80	1,86
S 980	4250	2750	230,377	2,71	0,55	1,98
S 979	4250	3500	237,727	2,61	0,75	1,98
S 915	4250	4250	245,870	2,57	0,85	1,75
S 983	4500	2500	224,177	2,63	0,95	1,93
S 982	4500	3000	228,052	2,73	0,70	2,03
S 981	4500	3250	231,874	2,97	0,65	1,74

Sondagem	Norte	Leste	Cota capa carvão superior	Carvão superior	Interburden	Carvão Inferior
S 969	4500	4750	243,480	2,50	1,14	2,03
S 970	4500	5000	267,723	2,40	0,75	1,93
S 985	4750	2500	220,759	2,85	0,77	2,04
S 984	4750	3500	231,545	2,37	0,94	1,70
S 916	4750	4250	239,501	2,90	0,67	1,90
S 97 1	4750	4500	240,233	2,55	0,70	2,07
S 987	5000	3250	225,603	3,26	1,00	1,44
S 986	5000	4000	235,364	2,46	0,05	2,14
S 990	5250	2750	218,837	2,76	0,95	0,77
S 989	5250	3000	224,837	3,15	0,80	2,02
S 988	5250	3750	229,858	2,66	0,90	2,14
S 995	5500	2500	209,912	2,77	1,60	1,28
S 996	5750	2250	206,369	2,13	0,75	2,25
S 993	5750	2750	215,725	2,75	0,93	2,28
S 992	5750	3000	220,262	2,75	0,73	2,13
S 997	6000	2000	204,991	2,93	0,95	1,57
S 994	6000	3500	211,107	2,76	0,80	2,41
S 991	6000	3750	222,424	2,92	0,90	1,81

Tabela 2: Banco de informações para desenvolvimento do processo experimental.

A topografia original do terreno foi digitalizada a partir da mesa digitalizadora em arquivo ASCII e transferida diretamente para o *software* Surfer. Uma vez que dispunha de antemão da planta planialtimétrica da área, não foi necessário o modelamento da superfície do terreno.

3.2. Definição do Problema e Objetivos da Pesquisa

De acordo com o que já foi comentado, existem distintos métodos para geração de mapas de isovalores, sendo os mais destacados os que empregam malhas e os que se utilizam de triangularização. No método que emprega a construção de malhas, pode-se variar diversos fatores que controlam a forma das curvas produzidas com estes métodos, tais como (11):

- Método de busca dos pontos amostrais (normal, quadrante ou octante);

- Número de pontos utilizados no cálculo do valor de cada nó da malha;

- Raio de busca no entorno do nó que será utilizado na procura dos pontos para interpolação;

- Expoente de ponderação da distância empregado na função de interpolação;

- Função empregada para suavização e arredondamento da forma das curvas de isovalores, evitando que as mesmas tenham aspectos de segmentos de reta simplesmente conectados entre si.

Os produtos gerados são extremamente sensíveis a qualquer um dos parâmetros acima citados, produzindo figuras diferentes caso algum valor relativo a estas condições seja modificado.

Nas figuras 11 e 12, esclarece-se o acima descrito, através de dois mapas produzidos com o *software* Surfer utilizando os dados da espessura do *interburden* intercalado as duas camadas de carvão. Nota-se, comparando as figuras, diferenças acentuadas na forma das curvas produzidas em cada mapa. Estas diferenças são ocasionadas pelo emprego de diferentes parâmetros para interpolação dos nós da malha e por conseqüência produziram mapas diferentes. Na figura 11 empregou-se:

- Método de busca dos pontos normal;

- Raio de varredura de 700 m;

 Número de pontos utilizados igual aos 10 mais próximos do nó dentro do raio de 700 m;

- Função de ponderação: inverso da distância ponderada com o expoente 2.



Figura 11: Mapa de isópacas do *interburden* obtido com os seguintes parâmetros: raio 700 m, inverso da distância, n = 10, método normal.

Na figura 12 as condições mudaram para:

- Método de busca dos pontos por octante;

- Raio de varredura de 500 m;

- Número de pontos utilizados igual a 1 em cada octante, sendo este o mais próximo do nó dentro do raio de 500 m ;

- Função de ponderação: inverso da distância ponderada com o expoente 4.



Figura 12: Mapa de isópacas do interburden obtido com os seguintes parâmetros: raio: = 500 m, inverso da distância elevada a potência 4, n = 1 ponto, método por octante.

As diferenças nas duas figuras acima apresentadas confirmam a importância de que se busque os parâmetros corretos para geração automática de mapas. Estes produtos ou mapas são utilizados para diversos fins, sendo um dos mais importantes o cálculo de reservas geológicas ou cubagem de jazidas minerais. É fácil supor que empregando diferentes mapas chega-se, por cálculo, a diferentes reservas minerais. A forma de distribuição espacial das camadas de rochas e as respectivas tonelagens irão afetar o projeto de engenharia e a economicidade do empreendimento.

Devido ao anteriormente exposto, propõe-se estudar:

- A influência dos parâmetros controladores (método de busca, raio, expoente da distância, etc.) sobre os resultados e forma dos mapas de isovalores;

- Mecanismos para avaliação do erro cometido quando da geração de mapas, de modo a estimar-se a confiabilidade que a figura gerada possui; Comportamento estatístico das variáveis geológicas empregadas neste trabalho, verificando se a amostragem está corretamente realizada quanto ao número de amostras e espaçamento entre as mesmas;

- Pesquisar a possível influência das medidas de dispersão destas mesmas variáveis (variância ou desvio padrão) sobre o erro cometido no desenho automático de cada mapa.

3.3. Seqüência do Trabalho

Na cubagem e avaliação de reservas de carvão o procedimento usual envolve(12):

 Traçado dos mapas de isovalores das cotas do terreno e da capa da camada superior de minério (isólitas);

- Subtração destas duas superfícies, obtendo uma terceira que representa a espessura de *overburden* que recobre o carvão;

 Cálculo do volume de *overburden* através da medida da área de abrangência cada curva de isoespessura multiplicada pelo valor que a curva representa;

 Traçagem dos mapas de isoespessura das camadas superior e inferior de carvão e da camada de argilito;

- Cálculo dos volumes de carvão e de estéril intermediário seguindo o mesmo procedimento usado para o *overburden*;

- Multiplicar os volumes calculados pelas densidades médias das litologias em caso de se desejar obter as reservas geológicas expressas em toneladas.

Na obtenção de cada mapa utilizado na cubagem, procedeu-se a diversas simulações nos parâmetros de controle já descritos. Desta forma chega-se a um mapa considerado adequado, minimizando o fator de medida de erro cometido. Nesta etapa, procura-se estimar a confiabilidade que a figura obtida possui.

Na busca do modelo mais representativo do comportamento de uma variável, desenvolveu-se um método para medida do erro do modelo obtido. Na verdade, trata-se de uma aplicação dos conhecimentos de Análise de Variância (ANOVA) no problema proposto. O parâmetro de medida denominado Soma dos Quadrados dos Resíduos (SQR), é obtido pela subtração do valor da amostra pelo valor gerado pelo modelo na mesma posição geográfica no mapa; porém calculado pela interpolação. Esta diferença é elevada ao quadrado. Tendo cerca de 150 pontos de amostragem ao longo da área, optou-se pela escolha, aleatória, na área, de 30 pontos para realizar-se esta confrontação. Sabe-se que os resíduos podem ser positivos ou negativos e, se tiverem uma distribuição normal, terão uma média zero e um desvio padrão sigma (12).

Em função dos valores dos resíduos poderem ser positivos ou negativos, a soma algébrica destes normalmente resulta em zero ou algo próximo. Por esta razão trabalha-se com os quadrados dos resíduos de modo a obter um valor sempre positivo.

O motivo de não se utilizar todas as amostras para o cálculo do resíduo é devido, puramente, a redução de tempo, já que se minimizando a SQR de uma população representativa extraída de uma amostra maior, minimiza-se, ao mesmo tempo, o erro da mesma forma que trabalhando com todos os dados.

A seqüência de trabalho envolve a realização dos seguintes passos:

- Simulação com parâmetros de controle estabelecidos;

- Suavização da malha, utilizando um comando que recalcula os valores dos nós de modo a gerar isolinhas mais arredondadas;

- Leitura do valor obtido em cada nó da malha para uma dada coordenada geográfica conhecida e que haja um ponto de amostragem na mesma posição deste nó.

Deve ser esclarecido, que o comando que realiza a suavização das formas das isolinhas altera os valores dos nós da malha obtidos pela função de interpolação(11). Desta forma, todos os mapas gerados foram suavizados seguindo um mesmo critério, ou seja, recebendo um tratamento matemático para suavização uniforme. Assim os resíduos de um ou outro mapa serão resultado unicamente dos parâmetros de controle utilizados para aplicação da função de ponderação, representando fidedignamente a influência de cada um destes sobre o produto final pesquisado.

A figura 13 exemplifica o mecanismo experimental, mostrando um mapa da área de trabalho com os pontos de amostragem locados e os pontos aleatoriamente escolhidos para cálculo do resíduo. Na tabela 3, apresenta-se o mecanismo de cálculo dos resíduos empregando planilha eletrônica com os pontos de amostragem na coluna 1 e os pontos obtidos por interpolação na coluna 2. A partir destas duas colunas, são calculados os resíduos algébricos (coluna 3) que são elevados ao quadrado na coluna 4. A soma total da coluna 4 representa o SQR obtido na simulação. Note que este valor não expressa uma

medida absoluta do erro do mapa, mas simplesmente um parâmetro que mede os desvios dos dados interpolados em relação aos dados reais ou de amostragem.



Figura 13: Planta planialtimétrica com localização das sondagens e pontos de controle utilizados para o cálculo do resíduo.

Dados Originais	Valores Calculados	Resíduo	Resíduo Absoluto	SQR
0.93	0.930457	0.000457	0.000457	0.0000021
	• • •	• • •	•••	• • •
0.75	0.749066	- 0.000934	0.000934	0.0000087
Somatórios		0.007629	0.018137	0.00002728

Tabela 3: Planilha modelo utilizada para cálculo do SQR.

O tratamento final dos resultados prevê a construção de curvas de regressão linear, correlacionando os valores da amostragem com os gerados por interpolação na mesma posição geográfica do anterior. No cálculo de cada ponto desta curva, obedece-se o seguinte procedimento:

 Omitir um ponto de amostragem e rodar uma simulação no programa, utilizando os demais dados e verificando qual o valor obtido por interpolação nas coordenadas geográficas do ponto omitido; - Repor o ponto omitido na simulação 1 aos dados iniciais e suprimir um segundo ponto, repetindo, após, o procedimento anterior. Será obtido um novo valor através da simulação neste ponto, cujas coordenadas geográficas so iguais as do ponto 2 omitido;

- Repetir o procedimento para todos os pontos de amostragem, obtendo diversos pontos, representando em X os valores de amostragem e em Y os valores resultantes da simulação. Chega-se ao fim quando todos os pares de pontos XY que irão formar a curva de correlação estiverem sido calculados (1).

No procedimento acima descrito, repete-se os mesmos parâmetros de controle (raio de busca, número de pontos, método de busca) em todas simulações. A figura 14 mostra o produto gráfico gerado com este procedimento. Da regressão linear destes pares de pontos mede-se o desvio angular que a reta de ajuste destes possue em relação a reta identidade y = x. A medida deste desvio representa uma informação a respeito do erro do modelo gerado. É possível prever o valor individual de Y para um dado X, analisando o intervalo de confiança de uma previsão para um dado nível de confidência(13). Com este parâmetro torna-se possível uma estimativa do erro do mapa obtido e uma análise de sua influência sobre o cálculo de reservas minerais realizado com o emprego de tal mapa.



Figura 14: Gráfico mostrando a reta identidade (y=x) e a reta obtida por regressão linear entre os pares formados pelos pontos de amostragem e os obtidos por interpolação. O ângulo α representa o ângulo formado entre as duas retas.

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são apresentados todos os resultados dos testes realizados através de simulação, seguindo a metodologia e os procedimentos descritos no capítulo anterior. Os testes foram realizados com os mapas normalmente utilizados para cubagem de jazidas carboníferas, empregando os métodos de isolinhas já referidos.

4.1. Mapa de Isovalores das Cotas da Superfície Topográfica (Curvas de Nível).

Para obtenção deste mapa procedeu-se a digitalização das curvas de nível diretamente do mapa planialtimétrico obtido junto a empresa. Os pontos digitalizados foram utilizados no programa Surfer, de modo a definir um mapa semelhante ao obtido de antemão. Desta forma, não procedeu-se a diferentes simulações para análise do erro, pois se dispunha da figura n.º 15 necessária para os cálculos devidos.

A figura 15 apresenta o mapa planialtimétrico da área determinada pela Malha III, obtido por digitalização de pontos e posterior interpolação.



Figura 15: Mapa plani-altimétrico da área referente à Malha III de Candiota.

4.2. Mapas de Isovalores das Cotas da Capa da Camada Superior de Carvão (Isóbatas).

Para geração das curvas de isóbatas procedeu-se a 27 simulações distintas, variando os parâmetros de controle conforme a tabela 4. Seguiu-se um procedimento fixando inicialmente o método de busca, o raio de varredura, o expoente da função de ponderação e o espaçamento dos nós da malha, variando o número de pontos utilizados para cálculo da função de interpolação. Apresenta-se na última coluna o valor da SQR obtida pela confrontação dos valores de 30 pontos de amostragem com os respectivos valores obtidos por interpolação nos mesmos pontos. Repetiu-se o procedimento variando o raio de varredura em 700 m, 1000 m e 1500 m, calculando em cada caso o valor do SQR. Procedeu-se as mesmas 9 simulações para os casos de método de busca por quadrante e por octante, obtendo distintos valores de SQR em cada caso. Para análise da influência do expoente da função de ponderação realizou-se 4 testes, mantendo constante os parâmetros método de busca, raio de varredura, número de pontos considerados para interpolação de cada nó e espaçamento da malha, variando o expoente de uma unidade desde 1 até 4.

Simulações	Método	Raio	N.º de Pontos	Somatório dos Resíduos	Expoente	$D_x.D_y$
Can4-1	Normal	700	5	3.19	2	50 x 50
Can 4-2	Normal	700	10	3.81	2	50 x 50
Can4-3	Normal	700	15	4.68	2	50 x 50
Can 4-4	Normal	1000	5	3.19	2	50 x 50
Can 4-5	Normal	1000	10	3.81	2	50 x 50
Can 4-6	Normal	1000	15	4.68	2	50 x 50
Can 4-7	Normal	1500	5	3.19	2	50 x 50
Can 4-8	Normal	1500	10	3.81	2	50 x 50
Can 4-9	Normal	1500	15	4.68	2	50 x 50
Can 4-10	Quadrante	700	2	3.35	2	50 x 50
Can 4-11	Quadrante	700	5	5.11	2	50 x 50
Can 4-12	Quadrante	700	8	5.35	2	50 x 50
Can 4-13	Quadrante	1000	2	3.35	2	50 x 50
Can 4-14	Quadrante	1000	5	5.18	2	50 x 50
Can 4-15	Quadrante	1000	8	6.17	2	50 x 50
Can 4-16	Quadrante	1500	2	3.35	2	50 x 50
Can 4-17	Quadrante	1500	5	5.18	2	50 x 50
Can 4-18	Quadrante	1500	8	6.19	2	50 x 50
Can 4-19	Octante	700	2	4.63	2	50 x 50
Can 4-20	Octante	700	4	5.35	2	50 x 50
Can 4-21	Octante	700	6	5.35	2	50 x 50
Can 4-22	Octante	1000	2	4.63	2	50 x 50
Can 4-23	Octante	1000	4	5.94	2	50 x 50
Can 4-24	Octante	1000	6	6.55	2	50 x 50
Can 4-25	Octante	1500	2	4.63	2	50 x 50
Can 4-26	Octante	1500	4	5.93	2	50 x 50

ESCOLA DE ENGENHARIA BIBLIOTECA

Can 4-27	Octante	1500	6	6.71	2	50 x 50
Can 4-28	Normal	700	5	23.15	1	50 x 50
Can 4-29	Normal	700	5	0.53	3	50 x 50
Can 4-30	Normal	700	5	0.11	4	50 x 50

Tabela 4: Resultados de SQR conforme variação dos parâmetros de controle, referentes à cota da capa da camada superior de carvão.

A figura 16 abaixo apresenta os pontos de amostragem e os pontos escolhidos para confrontação contra os valores obtidos pela interpolação.





Para as simulações realizadas, graficou-se os resultados obtidos de SQR, empregando o método de varredura normal, quadrante e octante; conforme figuras 17, 18 e 19 abaixo. Uma vez que as curvas de tendência representando o valor de SQR em cada simulação, tornaram-se assintóticas em relação ao eixo X, considera-se ter atingido um valor de SQR mínimo relacionado a um mapa representativo do comportamento da variável em estudo.



referente a Tabela 4.



quadrantes, referente a Tabela 4.



octantes, referente a Tabela 4.

Mantendo-se os demais parâmetros de controle fixados, variou-se o expoente desde 1 até 4 de uma unidade de acordo com o gráfico apresentado na figura 20.



4.2.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isóbatas.

Com os dados da tabela 4 e da figura 20, pode ser destacado as modificações acentuadas provocadas no valor do SQR devido a variação da potência da distância empregada na função de ponderação. Este resultado é esperado, pois a medida que forem utilizados expoentes elevados para ponderação da distância, os pontos mais afastados do nó que está sendo interpolado influenciarão pouco sobre o resultado deste. Desta forma, o valor calculado para o nó da malha fica muito próximo do valor do ponto de amostragem que ali está localizado, fazendo, por conseqüência, que o SQR medido seja baixo. Isto não significa que o mapa gerado possui elevada precisão devido ao seu baixo SQR.

O método de varredura normal com número de pontos de amostragem considerados para interpolação igual à 5 é o que apresenta menor valor para o SQR. O método normal já vem demonstrando sua maior eficácia para interpolação de variáveis representativas das cotas de camadas de rocha ou de superfícies do terreno, conforme trabalho para criação de modelos digitais de terrenos (14). Verifica-se também que a medida que um maior número de pontos é utilizado na interpolação, há um aumento no valor de SQR. Provavelmente, neste caso, estão sendo utilizados pontos que se localizam fora do raio de influência adequado que uma amostra interage sobre o valor de outra. Isto pode ser melhor compreendido construindo-se e interpretando-se variogramas experimentais com os pontos de amostragem e, a partir destes, analizando-se o raio de influência de uma amostra (15). Definições destes conceitos de variograma experimental e geoestatística estão detalhadamente apresentados em (15) e (16).

Estão apresentadas a seguir três mapas distintos resultantes das simulações de parâmetros. As figuras 21, 22 e 23 representam respectivamente os resultados dos testes 1, 11 e 27 apresentados na tabela 4. Notam-se diferenças nas formas das curvas de isovalores obtidas sob cada condição.



Figura 21: Mapa de isóbatas da Malha III de Candiota, empregando os parâmetros do teste 1, Tabela 4.



Figura 22: Mapa de isóbatas da Malha III de Candiota, empregando os parâmetros do teste 11, Tabela 4.



Figura 23: Mapa de isóbatas da Malha III de Candiota, empregando os parâmetros do teste 27, Tabela 4.

Com os resultados dos testes 1, 11 e 27, executou-se o procedimento descrito em 3.3. para obtenção de uma reta de regressão linear. Esta reta é gerada a partir dos pares de pontos formados pelos valores dos pontos de amostragem e pelos valores obtidos pelo resultado da simulação nos locais em que os pontos de amostragem foram omitidos propositalmente um a um. Por motivos técnicos a reta de ajuste é do tipo y = bx, onde b é o coeficiente angular da reta.

O gráfico apresentado na figura 24 demonstra o resultado do procedimento acima apresentado com os parâmetros do teste 1.



Figura 24: Regressão linear dos pares de pontos de amostragem e obtidos com simulação conforme os parâmetros do teste 1.

A equação de ajuste obtida é y = 1,000769x com um coeficiente de correlação igual à 0.99958. Esta equação apresenta um desvio angular entre sua inclinação e da reta identidade y = x de 0,022 graus.

Para o caso do teste 11 e 27 repetiu-se o procedimento anterior, obtendo os gráficos das figuras 25 e 26.

Nestes casos as equações de ajuste são respectivamente y = 1,000032x e y = 0,999758x com coeficientes de correlação 0,999765 e 0,999682 e desvios angulares em relação a reta identidade de 0,0009 e 0,0069 graus.

Serão testados no decorrer deste trabalho a interação entre os valores deste desvio angular e o erro de estimativa de um valor associado à regressão linear, com o respectivo SQR obtido na mesma simulação.



simulação conforme os parâmetros do teste 11.



simulação conforme os parâmetros do teste 27.

4.3. Mapas de Isovalores das Espessuras da Camada Superior de Carvão (Mapa de Isópacas).

Com as informações referentes as espessuras da camada superior de carvão apresentadas na tabela 2, construiu-se o mapa planimétrico da figura 27, locando os pontos de amostragem e os pontos utilizados para cálculo do SQR.



Figura 27: Mapa da área da Malha III de Candiota com os pontos de amostragem, destacando os pontos empregados para o cálculo do SQR.

A exemplo da variável cota da capa da camada superior, foram realizados 27 testes, variando os parâmetros de controle e calculando o valor do SQR em cada uma destas simulações. Estes dados estão organizados na tabela 5 abaixo. Varia-se o número de pontos utilizados para cálculo da função de interpolação nos nós da malha em 5, 8 e 12 respectivamente, mantendo constante os demais parâmetros. A seguir, houve variação do raio de varredura em 500, 700 e 900 m. Este processo foi repetido para os métodos de busca por quadrante e por octante; no entanto, utilizando distintos números de pontos nestes casos.

Simulações	Método	Raio	N.º de Pontos	Somatório dos Resíduos	Expoente	$D_x.D_y$
Can2-1	Normal	500	5	0.03	2	50 x50
Can2-2	Normal	500	8	0.03	2	50 x50
Can2-3	Normal	500	12	0.03	2	50 x50
Can2-4	Normal	700	5	0.03	2	50 x50
Can2-5	Normal	700	8	0.04	2	50 x50
Can2-6	Normal	700	12	0.04	2	50 x50
Can2-7	Normal	900	5	0.03	2	50 x50
Can2-8	Normal	900	8	0.04	2	50 x50
Can2-9	Normal	900	12	0.05	2	50 x50
Can2-10	Quadrante	500	2	0.03	2	50 x50
Can2-11	Quadrante	500	3	0.03	2	50 x50
Can2-12	Quadrante	500	4	0.03	2	50 x50
Can2-13	Quadrante	700	2	0.03	2	50 x50
Can2-14	Quadrante	700	3	0.04	2	50 x50
Can2-15	Quadrante	700	4	0.04	2	50 x50
Can2-16	Quadrante	900	2	0.03	2	50 x50
Can2-17	Quadrante	900	3	0.04	2	50 x50
Can2-18	Quadrante	900	4	0.05	2	50 x50
Can2-19	Octante	500	1	0.02	2	50 x50
Can2-20	Octante	500	2	0.03	2	50 x50
Can2-21	Octante	500	3	0.03	2	50 x50
Can2-22	Octante	700	1	0.03	2	50 x50
Can2-23	Octante	700	2	0.04	2	50 x50
Can2-24	Octante	700	3	0.04	2	50 x50

Can2-25	Octante	900	1	0.03	2	50 x50
Can2-26	Octante	900	2	0.05	2	50 x50
Can2-27	Octante	900	3	0.05	2	50 x50
Can2-A	Octante	500	1	0.03	1	50 x50
Can2-B	Octante	500	1	0.02	2	50 x50
Can2-C	Octante	500	1	0.05	3	50 x50
Can2-D	Octante	500	1	0.00	4	50 x50

Tabela 5: Resultados das simulações referente às espessuras da camada superior de carvão da Malha III de Candiota conforme SQR obtido a medida que os parâmetros de controle variam.

Os valores de SQR para os métodos de busca normal, por quadrante e por octante estão apresentados nos gráficos 28, 29 e 30, onde constata-se que as curvas tornam-se assintóticas em ralação ao eixo X, indicando que as condições empregadas para os mapas estão minimizando os resíduos.



Figura 28: Resultado dos SQR das simulações empregando o método de busca normal.



Figura 29: Resultado dos SQR das simulações empregando o método de busca por quadrantes.



Figura 30: Resultado dos SQR das simulações empregando o método de busca por octantes.

Para análise da influência do expoente da função de ponderação construiu-se o gráfico apresentado na figura 31, relacionando os testes 2-A, 2-B, 2-C e 2-D com os respectivos valores de SQR obtidos.



Figura 31: Influência da potência da distância sobre o valor do SQR.

4.3.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isópacas da Camada Superior de Carvão.

Também neste caso, constata-se a grande influência que a potência da distância da função de ponderação exerce sobre o valor do SQR; conforme demonstra o gráfico da figura 31. Verifica-se que para a potência 4 o valor de SQR é nulo, significando que o valor obtido nas posições dos pontos de amostragem por interpolação coincide com o valor dos mesmos. Constata-se que é possível minimizar matematicamente o SQR usando potências elevadas para a distância e um número pequeno de pontos para interpolação de cada nó. Este procedimento não conduz necessariamente a um mapa correto. Pode-se estar aproximando os valores amostrados dos interpolados, produzindo um SQR reduzido, devido a um artifício matemático que praticamente anula a influência de pontos distantes com uma potência de ponderação elevada. A metodologia utilizada para calcular o SQR, sem omitir os pontos de controle, é limitante da aplicabilidade do método. Não se trata do parâmetro do SQR ser inadequado e sim a maneira como ele foi obtido. Caso o SQR tivesse sido calculado empregando o método de validação cruzada, onde são omitidos os pontos de controle, provavelmente o valor do SQR minimizado garantiria um mapa de boa qualidade. Justifica-se mais uma vez a necessidade da análise prévia da área de interferência entre amostras, para que o algorítmo utilizado, leve em conta para cálculo, pontos dentro de uma área de influência correta.

Os testes 19, 10 e 27 apresentaram respectivamente valores crescentes de SQR. Desta forma, o primeiro passa a ser considerado a melhor figura obtida nos testes da variável espessura da camada superior de carvão. Na continuidade, estes testes devem passar pela análise de desvio angular entre a reta de regressão linear obtida a partir da repetição das simulações, omitindo um a um os pontos de amostragem e a reta identidade.

Os mapas obtidos em cada um destes testes estão apresentados a seguir nas figuras 32, 33 e 34. Nota-se mais uma vez a comprovação da hipótese básica deste estudo, ou seja, a sensibilidade que a conformação das linhas que definem os mapas de isocontorno possuem, em função da variação nos parâmetros que controlam a interpolação feita automaticamente pelos *softwares* aplicativos.



Figura 32: Mapa de isópacas da camada superior de carvão da Malha III de Candiota, obtido empregando os parâmetros do teste CAN 019,conforme Tabela 5.



Figura 33: Mapa de isópacas da camada superior de carvão da Malha III de Candiota,obtido empregando os parâmetros do teste 10, conforme Tabela 5.



Figura 34: Mapa de isópacas da camada superior de carvão da Malha III de Candiota, obtido empregando os parâmetros do teste 27, conforme Tabela 5.

Conforme procedimento de regressão linear já executado com os dados referentes aos mapas de isóbatas ,obtém-se os seguintes resultados:

- os parâmetros do teste 19 geram a reta y = 0.986596x com coeficiente de correlação 0.983767 e desvio angular em relação a reta identidade y = x, de acordo com o gráfico da figura 35, de 0.387° .



Figura 35: Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 19.

Com os resultados do teste 10 a reta obtida y = 0.986617x com coeficiente de correlação 0.984686 e desvio angular de 0.386 graus, apresentada na figura 36. Para o teste 27 obtém-se a reta y = 0.986995x, coeficiente de correlação 0.987353 e desvio angular 0.375 graus; conforme figura 37.



amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 10.



amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 27.

4.4. Mapas de Isovalores das Espessuras da Camada Inferior de Carvão (Mapa de Isópacas).

Apresenta-se na figura 38 um mapa planimétrico locando os pontos de amostragem e os pontos utilizados para cálculo do SQR dentro da área de estudo.



Figura 38: Mapa planimétrico da Malha III de Candiota com localização das sondagens e destaque dos pontos utilizados para cálculo do SQR.

Realizaram-se 27 testes variando os parâmetros de controle para calcular o valor do SQR em cada uma destas simulações (Tabela 6). Varia-se o número de pontos utilizados para o cálculo da função de interpolação nos nós da malha em 5, 8 e 12, respectivamente, mantendo constante os demais parâmetros. Após, varia-se o raio de varredura em 500, 700 e 900 m. Repete-se o processo para os métodos de busca por quadrante e por octante utilizando-se dos distintos números de pontos nestes casos.

Simulações	Método	Raio	N.º de Pontos	Somatório do Resíduo	Expoente	$D_x \cdot D_y$
Can3-1	Normal	500	5	0.08	2	50 x 50
Can3-2	Normal	500	8	0.09	2	50 x 50
Can3-3	Normal	500	12	0.09	2	50 x 50
Can3-4	Normal	700	5	0.09	2	50 x 50
Can3-5	Normal	700	8	0.08	2	50 x 50
Can3-6	Normal	700	12	0.10	2	50 x 50
Can3-7	Normal	900	5	0.11	2	50 x 50
Can3-8	Normal	900	8	0.08	2	50 x 50
Can3-9	Normal	900	12	0.11	2	50 x 50
Can3-10	Quadrante	500	2	0.12	2	50 x 50
Can3-11	Quadrante	500	3	0.08	2	50 x 50
Can3-12	Quadrante	500	4	0.09	2	50 x 50
Can3-13	Quadrante	700	2	0.09	2	50 x 50
Can3-14	Quadrante	700	3	0.10	2	50 x 50
Can3-15	Quadrante	700	4	0.11	2	50 x 50
Can3-16	Quadrante	900	2	0.11	2	50 x 50
Can3-17	Quadrante	900	3	0.10	2	50 x 50
Can3-18	Quadrante	900	4	0.11	2	50 x 50
Can3-19	Octante	500	1	0.12	2	50 x 50
Can3-20	Octante	500	2	0.07	2	50 x 50
Can3-21	Octante	500	3	0.09	2	50 x 50
Can3-22	Octante	700	1	0.09	2	50 x 50
Can3-23	Octante	700	2	0.08	2	50 x 50
Can3-24	Octante	700	3	0.11	2	50 x 50
Can3-25	Octante	900	1	0.11	2	50 x 50
Can3-26	Octante	900	2	0.09	2	50 x 50
Can3-27	Octante	900	3	0.12	2	50 x 50
Can3-A	Octante	500	2	0.29	1	50 x 50
Can3-B	Octante	500	2	0.09	2	50 x 50
Can3-C	Octante	500	2	0.03	3	50 x 50
Can3-D	Octante	500	2	0.01	4	50 x 50

Tabela 6: Resultados dos testes através do SQR, variando os parâmetros de simulação em cada teste, gerando mapas de isovalores das espessuras da camada inferior de carvão da Malha III de Candiota.

Estão graficados nas figuras 39, 40 e 41os valores de SQR para os métodos de busca normal, por quadrante e por octante .



Figura 39: Valores de SQR obtidos nos testes empregando o método de busca normal.



Figura 40: Valores de SQR obtidos nos testes empregando o método de busca por quadrante.

ESCOLA DE ENGENHARIA BIBLIOTECA


Figura 41: Valores de SQR obtidos nos testes empregando o método de busca por octante.

O gráfico apresentado na figura 42, relaciona os testes CAN 3-A, CAN3-B, CAN3-C e CAN3-D com os respectivos valores de SQR obtidos.



Figura 42: Influência da potência da distância da função de interpolação sobre o valor de SQR.

4.4.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isópacas da Camada Inferior de Carvão.

Conforme demonstra o gráfico da figura 42, o valor de SQR diminui a medida que a potência da distância aumenta. O mesmo ocorre na geração dos mapas da camada superior.

Os testes CAN 3-D, CAN 3-10 e CAN 3-A apresentaram, respectivamente, valores crescentes de SQR. Desta forma, o primeiro é considerado a princípio como o mapa que melhor representa o comportamento da espessura da camada inferior de carvão. A seguir, analisa-se o desvio angular com a reta de regressão linear obtida a partir da repetição das simulações, omitindo um a um os pontos de amostragem e a reta de identidade.

Os mapas produzidos com estes testes estão apresentados a seguir nas figuras 43, 44 e 45.



Figura 43: Mapa de isópacas da camada inferior de carvão da Malha III de Candiota obtido conforme os parâmetros de controle indicados no teste CAN3-D, Tabela 6.



Figura 44: Mapa de isópacas da camada inferior de carvão da Malha III de Candiota obtido conforme os parâmetros de controle indicados no teste CAN 3-10, Tabela 6.



Figura 45: Mapa de isópacas da camada inferior de carvão da Malha III de Candiota obtido conforme os parâmetros de controle indicados no teste CAN 3-A, Tabela 6.

O ajuste numérico utilizando regressão linear resulta em:

- com os parâmetros do teste CAN 3-A ajusta-se a reta y = 0.979342x com coeficiente de correlação 0.977796 e desvio angular de 0.589 graus em relação a reta identidade y = x, apresentado no gráfico da figura 46.



Figura 46: Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste 3-A.

Os resultados do teste CAN 3-10 geram a reta y = 0.977326x com coeficiente de correlação 0.97551 e desvio angular 0.657 graus, apresentada na figura 47. No teste CAN 3-D obtém-se a reta y = 0.977211x, coeficiente de correlação 0.974924 e desvio angular 0.666 graus; conforme figura 48.



Figura 47: Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste CAN 3-10.



Figura 48: Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste CAN 3-D.

4.5. Mapas de Isovalores das Espessuras do Interburden (Mapa de Isópacas do Estéril Intermediário).

O mapa planimétrico da figura 49 mostra a localização dos pontos de amostragem e os pontos utilizados para cálculo do SQR.





Realizou-se 27 testes variando os parâmetros de controle e calculando o valor do SQR em cada uma destas simulações. Estes resultados estão apresentados na Tabela 7. Varia-se o número de pontos utilizados para cálculo da função de interpolação nos nós da malha, mantendo constante os demais parâmetros. Variou-se a seguir a potência da distância na função de interpolação. Este processo foi repetido para os métodos de busca por quadrante e por octante.

Simulações	Método	Raio	N.º de Pontos	Somatório do Resíduo	Expoente	$D_x.D_y$
CAN 01	Normal	700	10	0.009541	2	50 x 50
CAN 02	Normal	700	8	0.009198	2	50 x 50
CAN 03	Normal	700	5	0.006965	2	50 x 50
CAN 04	Normal	700	4	0.005567	2	50 x 50
CAN 041	Normal	700	4	0.001420	2.5	50 x 50
CAN 042	Normal	700	4	0.000370	3	50 x 50
CAN 043	Normal	700	4	0.000100	3.5	50 x 50
CAN 044	Normal	700	4	0.000028	4	50 x 50
CAN 045	Normal	500	4	0.000027	4	50 x 50
CAN 05	Quadrante	700	4	0.009475	2	50 x 50
CAN 06	Quadrante	700	3	0.009119	2	50 x 50
CAN 07	Quadrante	700	2	0.007444	2	50 x 50
CAN 08	Quadrante	700	1	0.003576	2	50 x 50
CAN 081	Quadrante	700	1	0.000922	2.5	50 x 50
CAN 082	Quadrante	700	1	0.000251	3	50 x 50
CAN 083	Quadrante	700	1	0.000070	3.5	50 x 50
CAN 084	Quadrante	700	1	0.000021	4	50 x 50
CAN 085	Quadrante	500	1	0.000020	4	50 x 50
CAN 09	Octante	700	2	0.009405	2	50 x 50
CAN 001	Octante	700	1	0.006000	2	50 x 50
CAN 011	Octante	700	1	0.001570	2.5	50 x 50
CAN 012	Octante	700	1	0.000396	3	50 x 50
CAN 013	Octante	700	1	0.000104	3.5	50 x 50
CAN 014	Octante	700	1	0.000029	4	50 x 50
CAN 015	Octante	500	1	0.000342	3	50 x 50
CAN 016	Octante	500	1	0.000095	3.5	50 x 50
CAN 017	Octante	500	1	0.000027	4	50 x 50

Tabela 7: Resultados das simulações referente às espessuras do *interburden* da Malha III de Candiota conforme SQR obtido a medida que os parâmetros de controle variam.

Os valores de SQR para os métodos de busca normal, por quadrante e por octante estão apresentados nos gráficos que compõe as figuras 50,51 e 52.







quadrante.



Figura 52: Resultados das simulações empregando o método de busca por octante.

A influência do expoente da função de ponderação é mostrada no gráfico da figura 53, relacionando os testes CAN 01, CAN 041, CAN 042, CAN 043, CAN 044, CAN 06, CAN 081, CAN 082, CAN 083, CAN 084, CAN 09, CAN 011, CAN 012, CAN 013, CAN 014. Neste gráfico estão individualizados os pontos obtidos por método de busca.



Figura 53: Análise da influência da potência da distância na função de interpolação sobre o SQR nos métodos de busca normal, quadrante e octante.

4.5.1. Análise dos Resultados das Simulações com os Mapas de Isópacas do Interburden.

Constata-se a grande influência que a potência da distância da função de ponderação exerce sobre o valor do SQR; independentemente do método de busca utilizado.

Os testes CAN017, CAN08 e CAN01 apresentaram respectivamente valores crescentes de SQR. Estes testes serão analisados através da medida do desvio angular entre a reta de regressão linear obtida a partir da repetição das simulações omitindo um a um os pontos de amostragem e a reta identidade.

Os mapas produzidos com os parâmetros destes testes estão apresentados nas figuras 54, 55 e 56.



Figura 54: Mapa de isoespessura do argilito intermediário da Malha III de Candiota produzido com os parâmetros do teste CAN 017 da Tabela 7. 71



Figura 55: Mapa de isoespessura do argilito intermediário da Malha III de Candiota produzido com os parâmetros do teste CAN 08.



Figura 56: Mapa de isoespessura do argilito intermediário da Malha III de Candiota produzido com os parâmetros do teste CAN 01.

A regressão linear executada com os dados referentes aos mapas 017, 08 e 01 produzem os seguintes resultados:

- Com os parâmetros do teste CAN 017 obtém-se a reta y = 0.970693x com coeficiente de correlação 0.959469 e desvio angular de 0.8520° em relação a reta identidade y = x, de acordo com o gráfico apresentado na figura 57.



Figura 57: Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste CAN 017.

Os resultados do teste CAN08 ajustam-se conforme a reta y = 0.968559x com coeficiente de correlação 0.96195 e desvio angular de 0.9150° , apresentada na figura 58. No teste CAN01 obtém-se a reta y = 0.973889x, coeficiente de correlação 0.961454 e desvio angular 0.7579° , conforme figura 59.



Figura 58: Reta de regressão linear obtida a partir dos valores dos pontos de amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste CAN 08.



amostragem e os obtidos por simulação, segundo os parâmetros do teste CAN 01.

74

5. ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS VARIÁVEIS ESTUDADAS

Para uma correta avaliação de um depósito mineral, além da média e do desvio padrão, é importante conhecer a função de distribuição de probabilidade que melhor ajusta a variável em estudo. O conhecimento da função de probabilidade permite ao engenheiro determinar intervalos de confiança de médias ou estimar a probabilidade da ocorrência de certos valores. Muitos trabalho têm apresentado conclusões errôneas fundamentadas em um comportamento normal das variáveis. Na análise que segue, demonstra-se que uma variável associada ao comportamento geológico de uma estrutura qualquer, dificilmente obedece tal função de distribuição. Em outros trabalhos, alguns autores executam operações algébricas do tipo logarítmo dos valores originais. Esta transformação é adequada para normalizar diversos tipos de dados associados à geologia; contudo, não pode ser utilizada em todos os casos onde se deseja normalizar dados que estatisticamente não tenham um comportamento gaussiano. Em suma, o fato da distribuição não ser normal não implica que a mesma seja lognormal. É necessário uma pesquisa mais abrangente utilizando modelos de distribuição mais complexos para obter-se uma função de distribuição adequada aos dados que estão em análise.

São comuns os erros de avalição geológica, associados à escolha equivocada da função de distribuição. No Apêndice 2, estão encartados os relatórios estatísticos onde é feita uma análise estatística básica envolvendo as variáveis deste estudo.

Resultados da Análise Estatística da Variável Isólita da Camada Superior de Carvão

Os testes de normalidade de Kolmogorov-Smirnov e a plotagem em papel de probabilidade, atestam a não normalidade da população. O histograma demonstra assimetria da curva à esquerda.

A amostra consta de 158 dados com média de 246,06 m, variância de 356,04 m², desvio padrão 18,87 m e coeficiente de variação de 7,668%.

Em função destes parâmetros pode-se calcular o número de amostras adequado* conforme (12):

$$N = \frac{z^2 \alpha_2 CV^2}{Er^2}$$

sendo: Er o erro máximo relativo (em %) aceito na avaliação da média, CV o coeficiente de variação em % e z é obtido na tabela de distribuição normal. Admitindo um erro Er de 5%, o z obtido na tabela para $\alpha = 5\%$ (igual 1,96) chega-se N igual a 9 amostras.

Deve ser ressalvado que o uso da fórmula acima implica que a função de distribuição da variável em estudo seja normal. Em caso de não se executar uma transformação algébrica, de forma a normalizá-la, o valor de N calculado não estará correto, mas será apenas uma aproximação. O valor de N aproximado, obtido nos cálculos deste estudo atendem aos objetivos aqui estabelecidos.

Resultados da Análise Estatística da Variável Espessura da Camada Superior de Carvão

Repetiram-se os testes de normalidade e atesta-se mais uma vez a não normalidade da função de distribuição de probabilidades. Também, foram testadas diversas transformações sobre os dados originais, tentando desta forma normalizá-los. A transformação mais adequada dentre as pesquisadas é $x^{2,8}$ (função potência). Demonstra-se que normalizar uma população de dados geológicos não se resume a transformar os dados originais em seus logarítmos naturais. Deve-se pesquisar entre várias fórmulas para transformações dos dados de forma a normalizá-los ou funções de distribuição que melhor ajustem-se a estes dados.

Neste caso ,têm-se 140 amostras com média igual 2,69 m, variância 0,0879 m², desvio padrão 0,299 m e coeficiente de variação 11,10%.

Com estes parâmetros, para um erro de 5%, chega-se ao número de amostras adequado e igual à 19.

*1: Este seria o número de amostras necessário para estimar a verdadeira média da população através de um intervalo de confiança (1- α). Um intervalo de confiança de 95 % (α = 5%) é geralmente suficiente para os propósitos da Engenharia.

Resultados da Análise Estatística da Variável Espessura da Camada Intermediária de Argilito

Os valores estatíticos obtidos neste caso são: média igual à 0,89 m, variância igual à 0,026 m², desvio padrão de 0,1618 m e coeficiente de variação 18,14%.

Destes valores, chega-se a um número de amostras, para um erro de 5%, igual à 50.

Resultados da Análise Estatística da Variável Espessura da Camada Inferior de Carvão

Para a camada inferior obteve-se os valores estatísticos de 1,70 m para média, $0,0976m^2$ de variâcia, 0,31m de desvio padrão e 18,38% para o coeficiente de varição.

Adotando-se um erro de 5% ,determina-se um número de amostras igual à 52.

Neste caso, também foi feita uma pesquisa detalhada para busca da função de transformação que normalizasse os dados originais. Chega-se a uma função potência semelhante a obtida para a camada superior, porém com expoente $x^{1,4}$.

Neste breve estudo estatístico destaca-se algumas observações importantes. Durante a pesquisa geológica foram realizadas 158 sondagens, sendo que, somente com 52 tería-se precisão suficiente para os propósitos deste estudo. Desta forma, foram feitas mais de 100 sondagens que poderiam ter sido omitidas em vista da precisão desejada no cálculo das reservas minerais. É extremamente importante que em um trabalho de pesquisa mineral seja feita esta análise estatística preliminar para que se defina corretamente os trabalhos de sondagem e prospecção. Considerando-se o custo médio de US\$ 50,00 por metro linear de testemunho amostrado e um comprimento médio por furo de 22 m, tem-se neste caso 2200 m lineares desnecessários. Cerca de US\$ 110 000,00 poderiam ter sido poupados se o tamanho das amostras fosse estatisticamente determinado, baseado em um intervalo com confiança de 95%.

As variáveis estudadas não apresentam função de distribuição de probabilidades normal, sendo necessário que se pesquise a função adequada a cada tipo de dado em análise. O não cumprimento deste procedimento acarretará em erros significativos na medida dos parâmetros estatísticos, que neste caso seriam obtidos a partir de uma função que não se ajusta aos dados coletados em campo, propagando-se em diversos cálculos subseqüentes (por exemplo: nos cálculos de intervalos de confiança de médias ou estimativas de probabilidade de ocorrência de certos valores).

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS DA REGRESSÃO LINEAR A PARTIR DOS VALORES DOS PONTOS DE AMOSTRAGEM E OS OBTIDOS POR SIMULAÇÃO E SUA INFLUÊNCIA NO CÁLCULO DE RESERVAS MINERAIS.

Com cada uma das variáveis estudadas foram escolhidos três mapas, obtidos a partir da utilização de diferentes parâmetros de controle. Estes mapas foram analisados e representados graficamente no capítulo 4. Na análise que segue estudam-se correlações entre SQR, de uma dada simulação, e o desvio angular da regressão linear, obtida com os parâmetros de tal simulação. O resultado do desvio angular também é analisado como parâmetro para medida da confiabilidade de um dado mapa.

O ajuste numérico mais adequado terá um maior coeficiente de correlação (próximo da unidade), um coeficiente angular próximo de um (inclinação da reta igual à 45°) e um coeficiente de variação da previsão de valor médio de y minimizado. Desta forma, o mapa gerado obedecerá com grande fidelidade o comportamento espacial da variável que está sendo representada.

Influência do desvio angular do ajuste numérico no cálculo do volume de estéril de cobertura

A partir dos dados da topografia original do terreno e do mapa de isóbatas da camada superior de carvão é possível o cálculo do volume do *overburden* pela subtração dos valores destas duas malhas. Este terceiro mapa representa o valor das curvas de isoespessuras do capeamento de estéril. Com cada um dos mapas de isóbatas produzidos para os testes de regressão linear faz-se o cálculo do volume de cobertura.

Os resultados mostram inicialmente um produto extremamente interessante (figura 60). A subtração das duas malhas citadas, topografia original e isóbatas, mostra em alguns setores valores numéricos negativos. Isto parece a primeira vista errado, pois não há como se ter um valor numérico para espessura de uma camada rochosa menor que zero. Para que isto tenha ocorrido, deve-se ao fato que em certos pontos da área de interesse, a cota do terreno original seja numericamente inferior a uma hipotética cota da camada de carvão em subsolo (já que de fato naquele local não há mais minério). O modelo obtido a partir

dos turos de sondagem, representando a camada de carvão, não prevê, a menos que tenha sido previamente informado, as linhas de erosão epigenéticas. Nestes pontos aparece carvão sendo incluído na camada superior, mas de fato este já foi erodido. Estas linhas de erosão distribuem-se pelos talvegues e pontos de cota baixa do terreno, que tenham atingido a cota da capa da camada de minério, provocando conseqüentemente sua erosão.

Com este procedimento computadorizado, obtém-se as linhas de erosão automaticamente. Desta forma, fica extremamente facilitado o desenho das área erodidas e por conseqüência sua exclusão para o cálculo das reservas de minério.



Figura 60: Curvas de iso-espessuras para valores menores ou iguais a 3, obtidos pela subtração da malha da topografia original e do mapa de isóbatas da camada.

A figura 61, obtida a partir da 60 estabelece a área útil empregada para cálculo das reservas geológicas. Neste caso estão descontados os limites da concessão e as áreas de erosão das camadas de carvão.

79

ESCOLA DE ENGENHARIA BIBLIOTECA



Figura 61: Mapa representando a área real utilizada no cálculo das reservas.

Na figura 62, é apresentado o mapa de espessura de *overburden* gerado a partir dos parâmetros empregados no teste 01. A regressão linear neste caso apresentou um coeficiente angular de 1,000769 correspondendo a 45,022[°] de inclinação. O erro padrão da estimativa é 5,09 m, na previsão da cota da capa da camada de carvão.

O volume de overburden neste caso totaliza 163.000.000 m³.



Figura 62: Mapa de isólitas produzido pela subtração do mapa de curvas de nível e o mapa de isóbatas a partir do teste CAN 01.

Com os parâmetros do teste 11, obteve-se a figura 63, representando as iso-espessuras do *overburden*. Neste caso, o coeficiente angular é 1,000032 correspondendo a 45,001[°] de inclinação. O erro padrão da estimativa é 3,80 m.

O volume de material estéril de capeamento neste caso atinge 162.914.000 m³.



Figura 63: Mapa de isólitas produzido pela subtração do mapa de curvas de nível e o mapa de isóbatas gerado a partir do teste CAN 011.

No teste 27, a regressão linear gera uma reta com coeficiente angular de 0,999758, correspondendo a $44,993^{\circ}$ de inclinação em relação ao eixo x. A figura 64 apresenta o mapa gerado. Neste caso, o volume obtido totaliza 161.842.000 m³. As cotas da camada, estimadas com o uso deste mapa possuem um erro padrão de estimativa de $\frac{4}{4},43m$.



Figura 64: Mapa de isólitas produzido pela subtração do mapa de curvas de nível e o mapa de isóbatas gerado a partir do teste CAN 027. Em todos estes mapas gerados para cálculo do volume de *overburden*, considerou-se como 3 m o capeamento mínimo necessário para que o minério seja incluído nas reservas geológicas. Em espessuras inferiores a esta, provavelmente a camada estará intemperizada pela proximidade da superfície, com conseqüente perda de poder calorífero do carvão e oxidação elevada do mesmo.

As linhas de contorno de espessura abaixo de 3 m estão excluídas das reservas geológicas.

O mapa e o volume, obtido a partir do teste 11, são mais corretos que os demais obtidos, em função do menor desvio angular do primeiro. Ao usarmos o resultado do teste 27, estaríamos subestimando o volume de *overburden* em 1.158.000 m³. Este valor representa um erro percentual de 0,7%.

Influência do desvio angular do ajuste numérico no cálculo das reservas de carvão da camada superior

A análise dos resultados dos testes estatísticos referentes à espessura da camada superior de carvão demonstrou que esta tem um coeficiente de variação superior às isóbatas. Desta forma, é esperado um erro associado aos mapas obtidos, superior à variável anterior.

Com os resultados do teste 10 e realizada a regressão linear com os pares de pontos de dados e obtidos por simulação, obteve-se a reta com coeficiente angular 0,986617, correspondendo a uma inclinação de 44,614°. Ao se estimar a espessura da camada superior 68,64% dos valores estimados ficarão dentro de um intervalo do valor obtido pela equação de ajuste ⁺/-0,34 m.

Sobre a malha original, obtida no teste 10, foi feito o descarte das áreas que encontram-se sob o polígono da erosão obtido no ítem anterior. Chega-se a uma reserva geológica de 34.517.900 m³, considerando a espessura mínima minerada de 0,30 m.

O teste 19 apresentou na regressão linear um coeficiente angular 0,986596, que corresponde à 44,613°. O valor de uma espessura estimada a partir deste mapa, em 68,64% dos casos, será o valor obtido pela equação de ajuste $\frac{1}{2}$ 0,35 m.

Neste modelo, as reservas geológicas com espessura maior ou igual à 0,30 m totalizam 34.520.700 m³.

Por último, os resultados sobre o teste 27 apresentaram coeficiente angular 0,986995, significando $44,625^{\circ}$ de inclinação. A estimativa de espessura, a partir desta equação de ajuste, terá com 68,64 % de confiança o valor obtido pela equação +/_ 0,30 m.

As reservas de carvão para uma espessura mínima de 0,30 m totalizam 34.923.700 m³. Considera-se o teste 27 como o mais representativo dos três acima analisados. Isto deve-se aos valores do coeficiente angular, neste caso, ser o mais próximo de um, comparado com os demais analisados e possuir o menor desvio padrão da estimativa. Ao usar-se o mapa do teste 10, estaría-se suprimindo 405.800 m³ de minério em relação ao valor obtido a partir do mapa gerado com o teste 27. Este valor representa um erro percentual de 1,18%.

Se somarmos o erro cometido no cálculo do volume do *overburden* com o obtido no cálculo da reserva de carvão superior chegar-se-ia a um desvio de 1,8% no valor obtido para relação estéril/minério.

Neste caso, o menor SQR corresponde ao teste 19, no entanto, como foi visto, o melhor ajuste numérico de regressão linear corresponde ao mapa gerado a partir do teste 27. O parâmetro SQR, devido a como o mesmo foi obtido, não demonstra ser um bom coeficiente para analisar a precisão de um mapa. Está visto que o SQR, do modo como foi gerado, não se correlaciona diretamente com o melhor mapa indicado pela avaliação dos resultados obtidos pela regressão linear.

Influência do desvio angular do ajuste numérico no cálculo do volume de estéril intermediário (interburden)

Na análise dos testes estatísticos, referentes a espessura de *interburden*, verifica-se que esta variável tem um coeficiente de variação ligeiramente superior aos da espessura da camada superior. Assim, é esperado um erro associado aos mapas obtidos um pouco maior que o da variável anterior.

Com os resultados do teste CAN 01 e realizada a regressão linear com os pares de pontos de dados e obtidos por simulação obteve-se a reta com coeficiente angular 0,973889, correspondendo a 44,242°. A estimativa da espessura do *interburden*, a partir da equação de ajuste com 68,64% de confiança, terá o valor de $\frac{1}{-0,18}$ m.

A exemplo das malhas anteriores, foi feito sobre a malha original obtida no teste 01, o descarte das áreas que encontram-se sob o polígono da erosão. Chega-se a uma reserva geológica de 13.338.700 m³.

O teste CAN 017 apresentou na regressão linear um coeficiente angular de 0,970693, que corresponde à 44,148°. As medidas de espessura calculadas pela equação de ajuste do teste CAN017, para uma confiança de 68,64%, será o valor obtido pela equação +/- 0,18m.

Neste caso, as reservas geológicas calculadas totalizam $13.264.400m^3$.

Por último, os resultados sobre o teste CAN08 apresentaram coeficiente angular 0,968559, significando 44,085^o de inclinação. As estimativas de espessuras de *interburden*, a partir da equação de ajuste, terão uma variação de \pm -0,17 m com 68,64 % de confiabilidade.

As reservas de argilito, intermediário às camadas de carvão, atingem 13.399.000 m³.

Considera-se o teste 17 como o melhor entre os três acima analisados. Isto deve-se ao menor desvio padrão da estimativa obtido neste teste.

O erro percentual cometido relativo ao teste 027 em relação ao teste 01 corresponde a 0,56 % ou 74.300 m³.

Os valores de SQR não apresentaram correlação adequada com os valores de desvio angular. Desta forma, o melhor mapa pré-julgado pelo valor mínimo de SQR, não se demonstrou como a melhor opção através da regressão linear.

Influência do desvio angular do ajuste numérico no cálculo das reservas de carvão da camada inferior

O valor obtido para o coeficiente de variação desta variável é semelhante ao da variável *interburden*. Os testes CAN3-D, CAN3-10 e CAN3-A apresentam SQR crescente e com os quais realizaram-se os testes de regressão linear.

O teste CAN3-D apresenta os seguintes resultados: coeficiente angular 0,977211, correspondendo a 44,340°. A estimativa da espessura do carvão inferior, a partir da equação de ajuste, com 68,64 % de confiança, terá o valor estimado +/- 0,27 m.

A quantidade de carvão calculada, a partir deste mapa, totaliza 21.490.800 m^3 .

No teste CAN3-A obtém-se os seguintes parâmetros no ajuste por regressão linear: coeficiente angular 0,979342, correspondendo a 44,402°. A estimativa da espessura do carvão inferior, a partir da equação de ajuste, com 68,64 % de confiança, terá o valor estimado +/_0,26 m.

As reservas geológicas de carvão calculadas, a partir deste mapa, totalizam 21.270.000 m^3 .

Neste caso, constata-se mais uma vez a inexistência de correlação entre SQR e o desvio angular. O menor SQR, relativo ao teste CAN3-D, apresenta um desvio maior que o obtido para o teste CAN3-A. A potência 4 usada na ponderação da distância no caso CAN3-D é suficientepara minimizar o SQR; porém, o mapa não representa adequadamente o comportamento espacial da variável analisada.

Com a simulação 3-10 obtém-se os seguintes parâmetros no ajuste por regressão linear: coeficiente angular 0,977326, correspondendo a 44,343°. A estimativa da espessura do carvão inferior, a partir da equação de ajuste, com 68,64% de confiança, terá o valor estimado ⁺/₋ 0,27 m.

A quantidade de carvão acima de 0,30 m, na camada inferior, totaliza 21.288.400 m^3 calculada a partir da figura obtida com o teste 3-10. O desvio percentual entre o melhor teste (3-A) e o pior (3-10) atinge 1,04%.

7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A avaliação geológica de reservas minerais empregando programas computadorizados é extremamente precisa e rápida. Para evitar erros significativos, o usuário deve conhecer profundamente os parâmetros que influenciam os algorítmos de obtenção de mapas de isovalores. A busca de modelos representativos com precisão conhecida é fundamental na emissão de mapas com auxílio de computador. A facilidade operacional que se tem para geração de mapas, com este tipo de programa, tem levado certos usuários a cometer erros, que comprometem significativamente a rentabilidade de inúmeros projetos mineiros. O emprego puro e simples destes softwares, sem avaliação criteriosa dos resultados deve ser evitado.

Neste trabalho buscou-se alertar para os problemas da automatização de cálculos de reservas minerais sem a devida análise crítica dos resultados. Este ponto foi adequadamente atingido, uma vez que se consegue demonstrar com os resultados gerados, que diferentes mapas conduzem à diferentes valores para reservas geológicas. Na segunda etapa, procurou-se desenvolver um método para medida de confiabiabilidade dos modelos produzidos.

A diferença entre o coeficiente angular da reta obtida por regressão linear, a partir dos pares de pontos formados pelos dados de amostragem e os pontos obtidos pelas simulações, na mesma posição geográfica das amostras, e o coeficiente da reta ideal (y = x)demonstrou não ser satisfatório como parâmetro de medida da qualidade de um dado mapa. O erro padrão da estimativa associado a esta previsão de um valor de y para um dado x, a partir da reta de regressão é um parâmetro adequado para qualificar o mapa obtido. Especificamente nesta questão, que se refere a medidas de precisão de uma figura, deverão ser implementadas em trabalhos futuros mecanismos mais práticos e ágeis para busca do melhor mapa. A regressão linear apresenta-se como uma alternativa válida para previsão de valores, interpolados em qualquer posição geográfica de um mapa gerado a partir de rotinas computadorizadas. Este procedimento permite estimarmos valores de uma variável de interesse, ao longo da área de trabalho, sabendo o erro padrão cometido ao realizar-se tal estimativa.

A obtenção dos pares de pontos utilizados para construção da reta de regressão linear é extremamente laboriosa, mesmo com auxílio de computador. Para tanto, faz-se necessário a omissão um a um de todos os pontos de amostragem e realizando as sucessivas simulações, verificando após cada uma destas, o valor obtido sobre a coordenada geográfica do ponto de amostragem omitido. Considerando que existem em torno de 150 dados de amostragem, deve-se processar 150 vezes o programa afim de analisar-se o erro de um dado mapa de isocontorno.

Na situação atual, recomendamos a escolha do mapa que apresente o menor desvio padrão da estimativa. Com elementos de regressão linear e análise numérica é possível se estimar o erro da previsão da função Y para um dado X. Como conseqüência, o erro associado ao modelo gerado. O uso do desvio padrão da estimativa, como elemento de previsão para o intervalo de erro de estimativa de valores, demonstra ser um parâmetro bastante adequado, atendendo aos objetivos traçados para este trabalho.

O uso do SQR como parâmetro de medida da qualidade de um mapa, obtido através da metodologia experimental deste trabalho comprometeu as conclusões a respeito de sua eficiência. Constata-se que através de manipulação algébrica, utilizada sobre os algorítmos implementados nos *softwares* de traçagem de curvas de isovalores, chega-se a valores mínimos de SQR, sem contudo ter gerado um mapa confiável.

Como procedimento inicial para geração de um certo mapa, é recomendável a utilização de um número de pontos compreendido entre 5 e 10 para o cálculo da função de interpolação ($F = (\sum F_i \cdot 1/d_i^n)/(1/d_i^n)$)e um expoente entre 2 e 3 para ponderação da distância. Recomenda-se não se proceder a suavização das curvas de isovalores sobre os dados obtidos na malha original. Este procedimento irá recalcular os valores de cada nó da malha, fazendo com que os pontos localizados em mesmas coordenadas de pontos de amostragem tenham seus valores modificados e com diferenças significativas em relação a estes dados originais. É preferível uma forma de suavização, que atue sobre os segmentos de reta que compõem a curva de isovalor em representação; sem contudo, alterar o valor dos nós da malha. Assim, os valores dos nós da malha original serão preservados ao mesmo tempo que as curvas terão aspecto desejado.

A escolha do espaçamento dos nós da malha em X e Y irá interferir na forma das isolinhas gerando um desenho com curvas mais suaves.

A obtenção das linhas de erosão, a partir da subtração das malhas da cota topográfica e isóbatas da camada, mostrou-se bastante eficaz e prática, auxiliando em uma tarefa extremamente laboriosa de ser executada (vide figura 60).

Da análise estatística das variáveis estudadas constata-se ser necessário a busca de funções adequadas de distribuição de probabilidades adequadas ao comportamento das variáveis ligadas à geologia. Isto está intimamente ligado à precisão no cálculo e nas estimativas feitas em cima de reservas minerais.

Finalmente cumpre ressaltar que existe uma correlação entre a variância, a diferença entre os coeficientes angulares e o erro padrão da estimativa do mapa gerado. Deste modo, o erro do modelo gerado será proporcional à dispersão que os dados originais possuem. Sugere-se estudar a precisão tendo como índice de qualidade o DPE da regressão linear, em relação à reta ideal e não à reta obtida. Assim, o DPE medido representará o desvio do produto gerado em relação a um mapa.

A análise geral dos resultados está resumida na Tabela 8, abaixo. Desta tabela, encontrou-se os volumes obtidos relacionados aos mapas que apresentaram o menor erro padrão da estimativa; conforme o critério mencionado. Assim, dentro da área delimitada pelo polígono de concessão e descartada as áreas de erosão chega-se às seguintes reservas:

- Volume de overburden : 162.914.000 m^3 ;

- Volume de carvão superior: 34.923.000 m³;
- Volume de carvão inferior: 21.288.400 m³;
- Volume de *interburden*: 13.399.000 m³.

Variável	Código da Simulação	$\begin{bmatrix} S^{2} \\ (m^{2}) \end{bmatrix}$	CV (%)	$\Delta \alpha$ (°)	Reservas (m ³)	DPE (m)
	01			0,022	163.000.000 *	5,09
Isóbata	11	356,04	7,67	0,0009	162.914.000 *	3,80
	27			0,0069	161.842.000 *	4,43
Espessura C.S.	10			0,386	34.517.900	0,34
	19	0,0879	11,10	0,387	34.520.700	0,35
	27			0,375	34.923.700	0,30
Espessura C.I.	3-A			0,589	21.270.000	0,26
	3-10	0,0976	18,38	0,657	21.288.400	0,27
	3-D]		0,660	21.490.800	0,27
Espessura Interburden	01			0,7579	13.338.700	0,18
	017	0,026	18,14	0,8520	13.264.400	0,18
	08			0,9150	13.399.000	0,17

Tabela 8: Quadro resumo com análise geral dos resultados obtidos. (*) Refere-se ao volume de overburden.

Sugere-se em pesquisas futuras, um estudo da influência de cada um dos fatores presentes nos algorítmos computadorizados analizando sua interferência na geração de modelos. Deve-se procurar individualizar os efeitos de cada um destes. É possível também hierarquizá-los quanto a sua importância sobre a precisão de um mapa, utilizando a técnica de análise de variância, ANOVA.

Deve-se pesquisar a influência sobre a representatividade dos resultados deste modelo de regressão e na estimativa de erro padrão desta, no caso de empregar-se uma menor quantidade de pontos de amostragem (e não a totalidade dos 150 disponíveis). Como conseqüência seriam realizadas menos repetições no processamento do programa, ou seja, economia computacional. Deve ser analisada a possível diferença de precisão que o mapa possa apresentar na sua porção central e nas suas bordas, verificando através da técnica de validação cruzada a possível diferença de precisão que possa existir nestes dois setores. Nos setores centrais existe maior densidade de pontos para realizar as simulações, melhorando possivelmente a precisão dos resultados. O uso de métodos geoestatísticos (variogramas) devem ser incentivados tanto para pesquisa da distância de influência entre amostras, como para verificação de existência de anisotropias no comportamento de uma certa variável em uma dada direção. Sugere-se em trabalhos futuros de pesquisa, a comparação de métodos de cálculo de malhas por inverso da distância e por métodos geoestatísticos (krigagem), verificando a influência que os modelos de ajuste variográficos exercem sobre os estimadores utilizados para interpolação das malhas e cálculo de reservas geológicas.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(1) Davis, J.C. *<u>Statistics and Data Analysis in Geology</u>*, USA, John Wiley & Sons, Inc., 1986. 646p.

(2) Albrecht, M.C. *Process Simulation*, Coal - Maclean Hunter Publication, Volume 96, num. 7, pag. 56-60. 1990.

(3) Handelsman, S. <u>Overview of Use of Computer in the Mineral Sector.</u> In: Interregional Seminar On the Applications Of Eletronic Data Processing Methods In Mineral Exploration and Development. New York, 1987. Proceedings.

(4) IBM, 1965. <u>Numerical Surfaces Techniques and Contour Map Plotting: International</u> <u>Business Machines</u>, Data Processing Applications, White Plains, N.Y., 35p

(5) Gold, C.M., T.D. Charters, and J. Ramsden <u>Automated Contour Mapping Using</u> <u>Triangular Element Data Structures and an Interpolation Over Each Irregular Triangular</u> <u>Domain.</u> Computer Graphics, 11, n^o 2, p. 170-175. 1977.

(6) Yamamoto, J. K. <u>Representações Gráficas Espaciais em Geociências Auxiliadas por</u> <u>Computador.</u> So Paulo, Dissertação de Mestrado. Instituto de Pesquisas Tecnológicas, 1987. 93 p.

(7) Yamamoto, J. K. <u>Comparação de Métodos Computacionais para Avaliação de</u> <u>Reservas : Um Estudo de Caso na Jazida de Cobre de Chapada, GO.</u> So Paulo, Tese de Doutoramento - Instituto de Geociências, 1991. 175 p.

(8) Jones, T. A. et alii. <u>Contouring Geologic Surfaces With Computer</u>, New York, Van Nostrand Reinhold Company Inc. 1986. 314p.

(9) Koch, G. S. et alii. *Statistical Analysis of Geological Data*. New York, Jonh Wiley & Sons Inc. 1970. 2 vol.

(10) Lynx Geosystems Inc. *The microLynx System User Documentation Release 3.7.* Lynx Geosystems Inc., Vancouver, British Columbia, Canada. **1991**.

(11) Golden Software Inc. <u>Surfer User Manual Release 4.12</u> Golden Software Inc., Golden, Colorado, USA. 1987.

(12) Maranhão, R. J. L. *Introdução à Pesquisa Mineral*. Fortaleza. Imprensa Universitária, 1989. 786 p

(13) Ribeiro, J.L.; Nanni, L. <u>Caderno de Engenharia num.17</u>, Porto Alegre, Programa de Pós -Graduação de Engenharia Civil, 1991. 181p.

(14) Costa, J.F.; Silva, R.D.; Oliveira, F.S. <u>Modelos Digitais de Terrenos Aplicados em</u> <u>Projetos de Engenharia Ambiental.</u> I Seminário Gaúcho de Geoprocessamento realizado na Metroplan, Porto Alegre, 1991.

(15) Clark, I. <u>Practical Geostatistics.</u> London, Apllied Science Publishers Ltd.,1979.129p.

(16) Rendu, J.M. <u>An Introduction to Geostatistical Methods of Mineral Evaluation.</u> Johannesburg, South African Institute of Mining and Metallurgy, 1981. 84 p.

APÊNDICE 1

Vamos calcular o valor do nó marcado na figura 6, utilizando para tal n=4 pontos da vizinhança. Sabendo as coordenadas dos pontos A, B, C e D, calcula-se as distâncias entre estes e o nó a ser interpolado.(1)

Para A: $D = ((2,0-1,5)^2 + (3,0-3,6)^2)^{1/2} = 0,78$ Para B: $D = ((2,0-3,0)^2 + (3,0-3,0)^2)^{1/2} = 1,00$ Para C: $D = ((2,0-2,0)^2 + (3,0-2,4)^2)^{1/2} = 0,60$ Para D: $D = ((2,0-1,0)^2 + (3,0-2,9)^2)^{1/2} = 1,00$

Utilizando para cálculo uma função de ponderação pelo inverso da distância, e sabendo que A=6,0, B=6,0, C=7,0 e D=7,0:

O numerador da fórmula seria: $\frac{6,0}{0,78} + \frac{6,0}{1,00} + \frac{7,0}{0,60} + \frac{7,0}{1,00} = 32,36$ O denominador é calculado a seguir: $\frac{1}{0,78} + \frac{1}{1,00} + \frac{1}{0,60} + \frac{1}{1,00} = 4,95$ Desta forma o valor interpolado no nó é dado por: $\frac{32,36}{4,95} = 6,64$

Seguindo este procedimento passa-se para outro nó da malha, fazendo desta forma a varredura de toda a área do mapa calculando individualmente cada nó.

APÊNDICE 2

Neste apêndice estão encartados os resultados das análises estatísticas feitas com as variáveis do estudo.

O primeiro relatório foi obtido a partir dos dados das isólitas da camada superior. No segundo, apresenta-se os resultados com as espessuras da camada superior e no terceiro os obtidos após a transformação destes utilizando a função potência. O quarto relatório é produto da análise dos dados de espessura do interburden. O quinto e sexto relatório, referem-se as espessuras da camada inferior de carvão, sendo respectivamente utilizados os dados originais e os transformados com a função potência.

Resultados dos Testes Estatísticos

.

Variável Isóbata

TAMANHO DA AMOSTRA	:	158
VALOR MINIMO	:	0.19190D+03
MEDIANA	:	0.24905D+03
MÉDIA	:	0.24606D+03
VALOR MAXIMO	:	0.28185D+03
VARIANÇA	:	0.35604D+03
DESVIO PADRAO	:	0.18869D+02
COEFICIENTE DE VARIAÇAO	:	0.76684D+01
COEFICIENTE DE ASSIMETRIA	:	47600D+00
CURTOSE G2	:	0.26000E+01
CURTOSE A	:	0.83011E+00

tecle algo p/ continuar

TABELA DE FREQUENCIAS

	INTERV	VALO	i	FREQU	FREQ.			
							ESPER.	QUI
			D 0 1 m 0				NO	
	LIM	I TE	PONTO	NO	ACUM.	ACUM.	INTER.	QUADRADA
NO	INF.	SUP.	MEDIO	INT	•	REL.		
					F	F/N	Ε	
1	200.000	210.000	205.000	8	8	0.0506	4.4222	2.8947
2	210.001	220.000	215.000	8	16	0.1013	8.7869	0.0705
3	220.001	230.000	225.000	17	33	0.2089	17.9656	0.0519
4	230.001	240.000	235.000	26	59	0.3734	27.9156	0.1315
5	240.001	250.000	245.000	23	82	0.5190	32.9676	3.0137
6	250.001	260.000	255.000	35	117	0.7405	29.5919	0.9883
7	260.001	270.000	265.000	32	149	0.9430	20.1882	6.9109
8	270.001	280.000	275.000	6	155	0.9810	10.4672	1.9065
9	280.001	290.000	285.000	3	158	1.0000	5.6948	1.2752

PONTO					FREG	QUENCI	ΙA			
MEDIO	0	5	10	15	20	25	30	35	40	
].]]].]]].]]]
205.000	.**	* * * * *	k							
215.000	.**	* * * * *	* *							
225.000	.**	* * * * *	* * * * * *	*****	k					
235.000	.**	* * * * *	* * * * * *	*****	****	* * * * *				
245.000	.**	* * * * *	* * * * * *	*****	*****	* *				
255.000	.**	* * * * *	* * * * * *	*****	****	*****	* * * * * *	**		
265.000	. * *	* * * * *	* * * * * *	*****	*****	*****	* * * * * *	*		
275.000	.**	* * * *								
285.000	. * *	*								

PONTO			F	REQUE	ENCIA	ACUMU	JLADA	RELAT	'IVA		
	0	10	20	30	40	50	6 0	70	80	90	100
	• • • •]]	.]	.]	.]	.]		.]]]
200.000	*										
210.000	• ,	*									
220.000		*									
230.000			*								
240.000					*						
250.000						*					
260.000	•							*			
270.000										*	
280.000											*
290.000											*

.

PROVA DA QUI-QUADRADA

VALOR DA QUI-QUADRADA: QQ=0.1724D+02

Se QQ > QQ(ALPHA, 6) (VER TABELA) a distribuicao nao e normal.

PROVA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Distancia maxima entre a frequencia acumulada observada e a teorica e: 0.894D-01

Comparar o valor de DM com o valor dado pela tabela.



AS FREQUENCIAS ACUMULADAS DEVERAO ESTAR PERTO DESSA RETA SE A DISTRIBUIÇAO É NORMAL

Variável Espessura da Camada Superior

TAMANHO DA AMOSTRA	:	140
VALOR MINIMO	:	0.13300D+01
MEDIANA	:	0.27400D+01
MÉDIA	:	0.26994D+01
VALOR MAXIMO	:	0.33600D+01
VARIANÇA	:	0.89796D-01
DESVIO PADRAO	:	0.29966D+00
COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	:	0.11101D+02
COEFICIENTE DE ASSIMETRIA	:	11283D+01
CURTOSE G2	:	0.61207E+01
CURTOSE A	:	0.73145E+00

tecle algo p/ continuar

TABELA DE FREQUENCIAS *===============================

	INTERV	ALO	-	FREQU	FREQ. ESPER.	QUI		
	LIMI	TE	PONTO	NO	ACUM.	ACUM.	INTER.	QUADRADA
NO	INF.	MEDIO	INT	•	REL.			
					F	F/N	E	
1	1.300	1.520	1.410	1	1	0.0071	0.0058	0.0000
2	1.521	1.740	1.630	1	2	0.0143	0.0899	0.0000
3	1.741	1.960	1.850	1	3	0.0214	0.8572	0.0000
4	1.961	2.180	2.070	5	8	0.0571	4.8619	0.0039
5	2.181	2.400	2.290	8	16	0.1143	16.4312	4.3262
6	2.401	2.620	2.510	31	47	0.3357	33.1342	0.1375
7	2.621	2.840	2.730	50	97	0.6929	39.9021	2.5554
8	2.841	3.060	2.950	32	129	0.9214	28.7032	0.3787
9	3.061	3.280	3.170	9	138	0.9857	12.3282	0.8985
10	3.281	3.500	3.390	2	140	1.0000	3.6864	0.7715

tecle algo p/ continuar

PONTO	FREQUENCI	A RELATIVA	: N(I)/MAX(N	(1)) .
MEDIO 0 1	0 20	30 40 5	0 60 70	80 90 100
• • • • •]]	.]]]]].]]]
1.410 .*				
1.630 .*				
1.850 .*				
2.070 .****	*			
2.290 .****	* * * *			
2.510 .****	* * * * * * * * *	*******	* * * * * * *	
2.730 .****	* * * * * * * * *	*******	* * * * * * * * * * * * *	* * * * * * * * * * * * * *
2.950 .****	* * * * * * * * *	******	* * * * * * * *	
3.170 .****	* * * * *			
3.390 .**				

PONTO			1	FREQUE	NCIA	ACUMU	JLADA	RELAI	ΓIVA		
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
]]]	.]]	.]]	.]]]
1.300	*										
1.520	*										
2.180	•	*									
2.400	•	*									
2.620				*							
2.840	•							*			
3.060										*	
3.280	•										*
3.500	•										*

tecle algo p/ continuar

.

ESCOLA DE ENGENHARIA BIBLIOTECA _____

PROVA DA QUI-QUADRADA

VALOR DA QUI-QUADRADA: QQ=0.9072D+01

Se QQ > QQ(ALPHA, 7) (VER TABELA) a distribuicao nao e normal.

PROVA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Distancia maxima entre a frequencia acumulada observada e a teorica e: 0.999D-01

Comparar o valor de DM com o valor dado pela tabela.



1 - OBSERVAÇÕES MENORES QUE -4.25 SIGMA
 0 - OBSERVAÇÕES MAIORES QUE 4.00 SIGMA
 AS FREQUENCIAS ACUMULADAS DEVERAO
 ESTAR PERTO DESSA RETA SE A DISTRIBUIÇÃO É NORMAL

Variável Espessura da Camada Superior

Transformada

TAMANHO DA AMOSTRA	:	140
VALOR MINIMO	:	0.22222D+01
MEDIANA	:	0.16815D+02
MÉDIA	:	0.16606D+02
VALOR MAXIMO	:	0.29768D+02
VARIANÇA	:	0.21420D+02
DESVIO PADRAO	:	0.46281D+01
COEFICIENTE DE VARIAÇAO	:	0.27870D+02
COEFICIENTE DE ASSIMETRIA	:	10447D+00
CURTOSE G2	:	0.36006E+01
CURTOSE A	:	0.75828E+00

tecle algo p/ continuar

.

TABELA DE FREQUENCIAS

	INTERV	'ALO]	FREQU	FREQ.				
			-	~	ESPER. NO	QUI			
	LIMI	ТЕ	PONTO	NO	ACUM.	ACUM.	INTER.	QUADRADA	
NO	INF.	SUP.	MEDIO	INT	•	REL.			
					F	F/N	Ε		
1	2.100	6.100	4.100	3	3	0.0214	1.6243	1.1652	
2	6.101	10.100	8.100	7	10	0.0714	9.5609	0.6860	
3	10.101	14.100	12.100	28	38	0.2714	29.9860	0.1315	
4	14.101	18.100	16.100	53	91	0.6500	46.5482	0.8943	
5	18.101	22.100	20.100	36	127	0.9071	35.8161	0.0009	
6	22.101	26.100	24.100	10	137	0.9786	13.6481	0.9751	
7	26.101	30.100	28.100	3	140	1.0000	2.8164	0.0120	

tecle algo p/ continuar

ι

.

PONTO		FREG	QUENC	IA RE	ELATIV	/A : N	(I)/MAX	N(I))	
MEDIO	0	10	20	30	40	50	60 70	80	90 100
]]]]]]]]]]
4.100	.**:	*							
8.100	.**:	* * * * *							
12.100	.***	* * * * * *	* * * * *	* * * * *	****	****			
16.100	.**:	* * * * * * *	* * * * *	* * * * *	*****	*****	******	******	* * * * * * * *
20.100	.***	* * * * * *	****	* * * * *	* * * * *	*****	******		
24.100	.**	* * * * * *	* *						
28,100	***	*							

	t	e	с	1	e	a	1	g	0	р	/		с	0	n	t	i	n	u	a	r	
PONTO						FR	EQI	UEI	NCIA	ACU	UML	JLAD	A	RI	ELA	٩T	[V /	A				
	0		10)	20		30		40	50	0	60			70		80	0	9	90	1	00
• • • • •	• • •	• • •	•] •	• •	••]•	•••]•	••	• • • •	••]	•••	•] •	• •	• -	•••	•••	. 1	• • •	•••	•••	••	1
2.100	*																					
10.100		2	ĸ																			
14.100						*																
18.100													×	<								
22.100																			*	K		
26.100																					*	
30.100																						*

-

AJUSTAGEM DAS FREQUENCIAS COM AS DISTRIBUICAO NORMAL

PROVA DA QUI-QUADRADA

VALOR DA QUI-QUADRADA: QQ=0.3865D+01 se QQ > QQ(ALPHA, 4) (VER TABELA) a distribuicao nao e normal.

PROVA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Distancia maxima entre a frequencia acumulada observada e a teorica e: 0.600D-01

Comparar o valor de DM com o valor dado pela tabela.



AS FREQUENCIAS ACUMULADAS DEVERAO ESTAR PERTO DESSA RETA SE A DISTRIBUIÇÃO É NORMAL

Variável Espessura do Interburden

TAMANHO DA AMOSTRA	:	140
VALOR MINIMO	:	0.50000D+00
MEDIANA	:	0.90000D+00
MÉDIA	:	0.89221D+00
VALOR MAXIMO	:	0.16300D+01
VARIANÇA	:	0.26180D-01
DESVIO PADRAO	:	0.16180D+00
COEFICIENTE DE VARIAÇAO	:	0.18135D+02
COEFICIENTE DE ASSIMETRIA	:	0.13853D+01
CURTOSE G2	:	0.83125E+01
CURTOSE A	:	0.67738E+00

NO

tecle algo p/ continuar

TABELA DE FREQUENCIAS

ALO	I	REQU	ENCIA O	FREQ.		
	-			ESPER.	QUI	
ТЕ	PONTO	NO	ACUM.	ACUM.	NO INTER.	QUADRADA
SUP.	MEDIO	INT	•	REL.		
			F	F/N	Е	
0.700	0.600	13	13	0.0929	16.4395	0.7196
0.900	0.800	72	85	0.6071	56.2470	4.4119
1.100	1.000	45	130	0.9286	53.3783	1.3151
1.300	1.200	7	137	0.9786	13.1143	2.8507
1.500	1.400	1	138	0.9857	0.8088	0.0000
1.700	1.600	2	140	1.0000	0.0121	0.0000
	ALO TE SUP. 0.700 0.900 1.100 1.300 1.500 1.700	ALO H 	ALO FREQU FREQU TE PONTO NO SUP. MEDIO INT 0.700 0.600 13 0.900 0.800 72 1.100 1.000 45 1.300 1.200 7 1.500 1.400 1 1.700 1.600 2	ALO FREQUENCIA O TE PONTO NO ACUM. SUP. MEDIO INT. F 0.700 0.600 13 13 0.900 0.800 72 85 1.100 1.000 45 130 1.300 1.200 7 137 1.500 1.400 1 138 1.700 1.600 2 140	ALO FREQUENCIA OBS. TE PONTO NO ACUM. ACUM. SUP. MEDIO INT. REL. 0.700 0.600 13 13 0.0929 0.900 0.800 72 85 0.6071 1.100 1.000 45 130 0.9286 1.300 1.200 7 137 0.9786 1.500 1.400 1 138 0.9857 1.700 1.600 2 140 1.0000	ALO FREQUENCIA OBS. FREQ. ESPER. TE PONTO NO ACUM. ACUM. SUP. MEDIO INT. REL. NO 0.700 0.600 13 13 0.0929 16.4395 0.900 0.800 72 85 0.6071 56.2470 1.100 1.000 45 130 0.9286 53.3783 1.300 1.200 7 137 0.9786 13.1143 1.500 1.400 1 138 0.9857 0.8088 1.700 1.600 2 140 1.0000 0.0121

PONTO	FREQUENCIA RELATIVA : N(1)/MAX(N(1))
MEDIO	0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
]]]]]]]]
0.600	·*****
0.800	*******
1.000	·*************************************
1.200	. * * * *
1.400	.*
1.600	.*

PONTO]	FREQUI	ENCIA	ACUMU	JLADA	RELA	ΓIVA		
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	• • •]]]]]]]]	.]]
0.500	*										
0.700		*									
0.900							*				
1.100	•									*	
1.300	•										*
1.500	•										*
1.700	•										*

PROVA DA QUI-QUADRADA

VALOR DA QUI-QUADRADA: QQ=0.9297D+01

Se QQ > QQ(ALPHA, 3) (VER TABELA) a distribuicao nao e normal.

PROVA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Distancia maxima entre a frequencia acumulada observada e a teorica e: 0.153D+00

Comparar o valor de DM com o valor dado pela tabela.



OBSERVAÇÕES MENORES QUE -4.25 SIGMA
 OBSERVAÇÕES MAIORES QUE 4.00 SIGMA
 AS FREQUENCIAS ACUMULADAS DEVERAO
 ESTAR PERTO DESSA RETA SE A DISTRIBUIÇÃO É NORMAL

Variável Espessura da Camada Inferior

TAMANHO DA AMOSTRA	:	142
VALOR MINIMO	:	0.77000D+00
MEDIANA	:	0.17000D+01
MÉDIA	:	0.17003D+01
VALOR MAXIMO	:	0.25800D+01
VARIANÇA	:	0.97674D-01
DESVIO PADRAO	:	0.31253D+00
COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	:	0.18381D+02
COEFICIENTE DE ASSIMETRIA	:	35011D+00
CURTOSE G2	:	0.37436E+01
CURTOSE A	:	0.75525E+00

TABELA DE FREQUENCIAS

	INTERV	ALO]	FREQU	FREQ.			
		-		ESPER. NO	QUI			
	LIMI	ТЕ	PONTO	NO	ACUM.	ACUM.	INTER.	QUADRADA
K)	INF.	SUP.	MEDIO	INT		REL.		
					F	F/N	Ε	
1	0.710	1.060	0.885	6	6	0.0423	2.8748	3.3976
2	1.061	1.410	1.235	14	20	0.1408	22.1870	3.0210
3	1.411	1.760	1.585	66	86	0.6056	56.6974	1.5263
4	1.761	2.110	1.935	43	129	0.9085	46.7604	0.3024
5	2.111	2.460	2.285	12	141	0.9930	12.4109	0.0136
6	2.461	2.810	2.635	1	142	1.0000	1.0694	0.0045

PONTO		FRE	EQUEN	CIA R	ELATIV	/A :	N(1)/M	1AX (N (I))		
MEDIO	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
]].] .].].]]]].]
0.885	.**	***									
1.235	. * *	****	****								
1.585	.**	****	*****	****	* * * * * *	****	*****	****	****	****	* * * *
1.935	.**	****	*****	****	* * * * * *	****	* * * * * *	*			
2.285	.**	****	* *								
2.635	.*										

•

tecle algo p/ continuar

n /

~ ~

inuar

<u>n 1</u>

~ ^

PONTO]	FREQU	ENCIA	ACUM	ULADA	RELA	ΓΙVΑ		
	0	10	20	30	40	50	6 0	70	80	90	100
		.]]]]]]]]]]
0.710	*										
1.060	*										
1.410	•	*									
1.760	•						*				
2.110	•									*	
2.460	•										*
2.810											*

.

PROVA DA QUI-QUADRADA

VALOR DA QUI-QUADRADA: QQ=0.8265D+01

Se QQ > QQ(ALPHA, 3) (VER TABELA) a distribuicao nao e normal.

PROVA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Distancia maxima entre a frequencia acumulada observada e a teorica e: 0.713D-01

Comparar o valor de DM com o valor dado pela tabela.



AS FREQUENCIAS ACUMULADAS DEVERAO ESTAR PERTO DESSA RETA SE A DISTRIBUIÇÃO É NORMAL

Variável Espessura da Camada Inferior

Transformada

TAMANHO DA AMOSTRA	:	142
VALOR MINIMO	:	0.69357D+00
MEDIANA	:	0.21020D+01
MÉDIA	:	0.21227D+01
VALOR MAXIMO	:	0.37694D+01
VARIANÇA	:	0.28310D+00
DESVIO PADRAO	:	0.53208D+00
COEFICIENTE DE VARIAÇAO	:	0.25066D+02
COEFICIENTE DE ASSIMETRIA	:	46611D-01
CURTOSE G2	:	0.35105E+01
CURTOSE A	:	0.76346E+00

tecle algo p/ continuar

TABELA DE FREQUENCIAS

	INTERV	ALO]	FREQU	ENCIA O	FREQ.			
						ESPER. NO	QUI		
	LIMI	TE	PONTO	NO	ACUM.	ACUM.	INTER.	QUADRADA	
NO	INF.	SUP.	MEDIO	INT	•	REL.			
					F	F/N	E		
1	0.710	1.210	0.960	6	6	0.0423	6.1257	0.0026	
2	1.211	1.710	1.460	24	30	0.2113	24.9690	0.0376	
3	1.711	2.210	1.960	56	86	0.6056	49.1580	0.9523	
4	2.211	2.710	2.460	38	124	0.8732	42.5995	0.4966	
5	2.711	3.210	2.960	16	140	0.9859	16.2366	0.0034	
6	3.211	3.710	3.460	1	141	0.9930	2.7087	1.0779	
7	3.711	4.210	3.960	1	142	1.0000	0.2025	0.0000	

PONTO		FRE	EQUENC	CIA RE	ELATIV	'A :	N(1)/1	MAX (N (I))		
MEDIO	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
]]]]].].]]]]
0.960	.**	* *									
1.460	.**	****	*****	*****	****						
1.960	.**	* * * * *	****	*****	*****	****	****	* * * * * *	****	****	* * *
2.460	.**	* * * * *	****	*****	*****	****	*****	* * *			
2.960	.**	****	*****	* * *							
3.460	.*										
3.960	. *										

PONTO			F	REQUE	ENCIA	ACUM	JLADA	RELAT	T I VA		
	0	10	20	30	40	50	60	7 O	80	90	100
	• • •]		.]]	.]]	.]	.]	.]]
0.710	*										
1.210	. *										
1.710			*								
2.210							*				
2.710	•									*	
3.210	•										*
3.710	•										*
4.210	•										*

.

PROVA DA QUI-QUADRADA

VALOR DA QUI-QUADRADA: QQ=0.2570D+01

Se QQ > QQ(ALPHA, 4) (VER TABELA) a distribuicao nao e normal.

PROVA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

Distancia maxima entre a frequencia acumulada observada e a teorica e: 0.565D-01

Comparar o valor de DM com o valor dado pela tabela.



AS FREQUENCIAS ACUMULADAS DEVERAO ESTAR PERTO DESSA RETA SE A DISTRIBUIÇAO É NORMAL