

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

RAFAEL MICHELON

**EVIDÊNCIA DA RECENTE PRESENÇA DE EFICIÊNCIA
FRACA NA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO**

Porto Alegre

2015

RAFAEL MICHELON

**EVIDÊNCIA DA RECENTE PRESENÇA DE EFICIÊNCIA
FRACA NA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO**

Trabalho de conclusão submetido ao curso de Graduação em Economia, da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como quesito parcial para obtenção do título de bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Nelson dos Seixas Santos.

Porto Alegre
2015

RAFAEL MICHELON

**EVIDÊNCIA DA RECENTE PRESENÇA DE EFICIÊNCIA
FRACA NA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO**

Trabalho de conclusão submetido ao curso de Graduação em Economia, da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como quesito parcial para obtenção do título de bacharel em Ciências Econômicas.

Aprovado em: Porto Alegre, ____ de _____ de 2015.

Banca examinadora:

Prof: Dr. Nelson dos Seixas Santos - Orientador
UFRGS

Prof: Dr. Ronald Otto Hillbrecht
UFRGS

Prof: Dr. Hudson da Silva Torrent
UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a todos meus colegas pelas proveitosas discussões e momentos que tivemos durante a graduação que, de certa forma, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço também aos meus pais e amigos pelo constante suporte durante esses anos.

Aos mestres que tive nesta faculdade e, principalmente, ao professor Dr. Nelson dos Seixas Santos, pela dedicação, suporte e apoio à elaboração deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho busca testar a presença de eficiência fraca no mercado de capitais Brasileiro sob a abordagem da teoria clássica de finanças, em especial Fama (1970). Para tal, analisaram-se as ações componentes do Ibovespa. Como forma de testar a presença de eficiência informacional no mercado de capitais brasileiro, utilizou-se a metodologia Box e Jenkins (1970) para modelagem dos retornos logarítmicos das ações. Assim, os resultados obtidos foram analisados também com a utilização de outros testes estatísticos, para que pudéssemos evidenciar a presença de eficiência na forma fraca. Deste modo, conclui-se que, a partir da metodologia usada, verifica-se substancial evidência em favor da hipótese de mercados eficientes.

Palavras-chave: Eficiência de mercado. Eficiência-fracas. Ibovespa. Passeio aleatório. Códigos JEL: G14; G17.

ABSTRACT

This paper tests the presence of weak efficiency in the Brazilian capital market under the approach of the classical theory of finance, particularly Fama (1970). To do so, we have analyzed the component stocks of Ibovespa. In order to test the presence of informational efficiency in the Brazilian capital market, we used the Box and Jenkins (1970) methodology to model the logarithmic returns of the stocks. Then, the results obtained were also analyzed with the use of other statistical tests, so that we could show the presence of weak efficiency. So, under the methodology used, it is concluded that there is substantial evidence to sustain the efficient markets hypothesis.

Keywords: Market Efficiency. Weak Efficiency. Ibovespa. Random-walk. JEL Codes: G14; G17.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Possíveis combinações entre retorno e variância.....	12
Gráfico 2 - Portfólios factíveis e a função de utilidade do investidor	13
Quadro 3 - Padrões FAC e FACP	31
Gráfico 3 - Retornos Ibovespa.....	35
Gráfico 4 - FAC e FACP para os retornos do Ibovespa	36
Gráfico 5 - Retornos BBDC3	38
Gráfico 6 – FAC e FACP para os retornos de BBDC3	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Regressão Fama-French 3 fatores.....	21
Tabela 2 - Estatísticas descritivas dos retornos do Ibovespa.....	36
Tabela 3 - Critérios de informação para os modelos testados	39

SUMÁRIO

1. Introdução	9
2. A teoria clássica de finanças	11
2.1 MODELOS DE PASSEIO ALEATÓRIO	22
2.1.1 O modelo de martingale.....	23
2.1.2 O modelo de Passeio aleatório1: Incrementos IID.....	23
2.1.3 O modelo de Passeio aleatório2: Incrementos INID	25
2.1.4 O modelo de Passeio aleatório3: Incrementos não-correlacionados.....	25
3. Dados e metodologia	27
4. Resultados e discussão.....	35
4.1 A SÉRIE DO IBOVESPA	35
4.2 A SÉRIE DE BBDC3	37
5. Conclusão	40
REFERÊNCIA	41
Apêndice A - Estimação dos retornos.....	44

1. INTRODUÇÃO

Mercados financeiros podem ser definidos como um mecanismo de transmissão de riqueza entre poupadores líquidos e devedores líquidos, de forma que poupadores líquidos abdicam do consumo presente face a uma taxa de juros paga por devedores líquidos. Desta forma, os preços apresentados por estes mercados são essenciais, à medida que definem a escassez relativa destes recursos e, portanto, o retorno. Deste modo, é imprescindível que o preço reflita exatamente os custos de oportunidade, para que assim os recursos sejam alocados de forma a maximizar o produto total. Assim, defini-se eficiência informacional como sendo o fato de as informações estarem refletidas nos preços, conforme definido por Fama(1970):

- Eficiência fraca: preços de mercado refletem todas as informações passadas, como preços ou volume de negócios;
- Eficiência semi-forte: preços de mercado refletem todas as informações disponíveis publicamente;
- Eficiência forte: preços de mercado refletem todas as informações disponíveis, tanto públicas como privadas.

Por outro lado, distingui-se eficiência informacional de eficiência operacional nos mercados, já que a primeira reflete as parametrizações definidas acima enquanto a segunda engloba o conceito de baixos custos de transação. Apesar de ser patente a necessidade da eficiência no mercado de capitais, haja vista a competitividade de mercados financeiros, tal assunto era pouco debatido até meados dos anos 50. Foi com desenvolvimento da Moderna Teoria do Portfólio e modelos de precificação de ativos que o assunto surgiu no meio acadêmico. Dimson e Mussavian (2000) ressaltam, entretanto, que ressalva tem de ser feita à Louis Bachelier (1900), o qual podemos definir como o primeiro acadêmico a levantar a hipótese de mercados eficientes. Bachelier (1900) apud Dimson e Mussavian (2000) definiu que: “passado, presente e até eventos futuros descontados estão refletidos nos preços de mercado, mas, seguidamente, não demonstram relação com as mudanças de preço”. Os autores também destacam outra importante passagem do trabalho de Bachelier, que antecipa descobertas feitas anos mais tarde por físicos como Einstein: “se o mercado, na verdade, não prever flutuações futuras, ele as

avalia como sendo mais ou menos prováveis, e esta probabilidade pode ser aferida matematicamente”.

No que se refere ao mercado acionário e de capitais brasileiro, este passou por diversas transformações a partir do ano de 1994 e a introdução do plano Real. A partir da relativa estabilidade financeira atingida a partir de então, foi possível obtermos um horizonte de planejamento maior, tanto para poupadores como captadores de recursos, o que elevou os níveis de investimento da economia e possibilitou sua desindexação. A partir de então, e com as evoluções tecnológicas que ocorreram, como a implementação do Mega Bolsa em 1997 e a introdução do Home Broker em 1999, foi que a bolsa de valores se tornou mais acessível a pequenos investidores diretamente. A partir destes eventos e da consequente expansão do número de investidores pessoa física, é que tal investimento começou a ser entendido como uma aplicação de longo prazo, disponível a diversos indivíduos.

Assim, o presente trabalho tem como objetivo a verificação da análise de eficiência informacional na forma fraca do índice Ibovespa e de suas principais ações, em virtude deste ser o índice mais utilizado tanto na mídia para exemplificar o mercado de capitais à vista, bem como forma de mensurar o desempenho relativo de gestores. Conforme abordagem proposta por Fama (1970) e diversos outros autores, que podemos considerar os propositores da moderna teoria de portfólios e eficiência de mercado, defini-se eficiência fraca como sendo a impossibilidade da projeção de preços futuros a partir das observações passadas. Desta forma, esperamos clarificar alguns aspectos sobre a forma como os mercados operam e como os investidores tomam decisões à luz das teorias já propostas.

Este tema justifica-se à medida que o mercado acionário brasileiro, atualmente, apresenta razoável liquidez e constitui-se como um modo de poupança, seja diretamente ou através de fundos, de milhares de indivíduos. Assim, é razoável testarmos sua eficiência conforme as características propostas por Fama (1970).

2. A TEORIA CLÁSSICA DE FINANÇAS

Podemos definir o artigo de Henry Markowitz, Portfolio Selection, como sendo o nascimento da teoria moderna sobre portfólios (MPT). Markowitz (1952) argumenta que o processo de seleção de um portfólio pode ser dividido em dois estágios, sendo o primeiro relativo à estimação, observação e caracterização dos parâmetros dos ativos e o segundo relativo à própria escolha do portfólio. Para isto, o autor supõe que investidores concentram-se em duas características essenciais em relação aos ativos, sendo elas: variância e retorno. Enquanto a primeira é uma característica indesejada dos ativos, a segunda caracteriza-se como uma característica desejável. Assim, Markowitz (1952) argumenta que, caso o investidor possuísse uma função de utilidade somente com o parâmetro relativo ao retorno, isto, analogamente, implicaria a rejeição de um portfólio diversificado. Analiticamente, suponha que haja n ativos, sendo $r_{i,t}$ o retorno do ativo i em t , $d_{i,t}$ a taxa pela qual o retorno em i é descontada a valor presente e X_i a participação relativa investida no ativo i . Excluindo-se vendas a descoberto, portanto $X_i > 0$, temos que o retorno a valor presente do ativo i é:

$$R^i = \sum_{t=1}^{\infty} d_{it} r_{it} \quad (1)$$

Sendo o retorno no portfólio p descrito por:

$$R^p = \sum_{i=1}^N X_i r_{it} \quad (2)$$

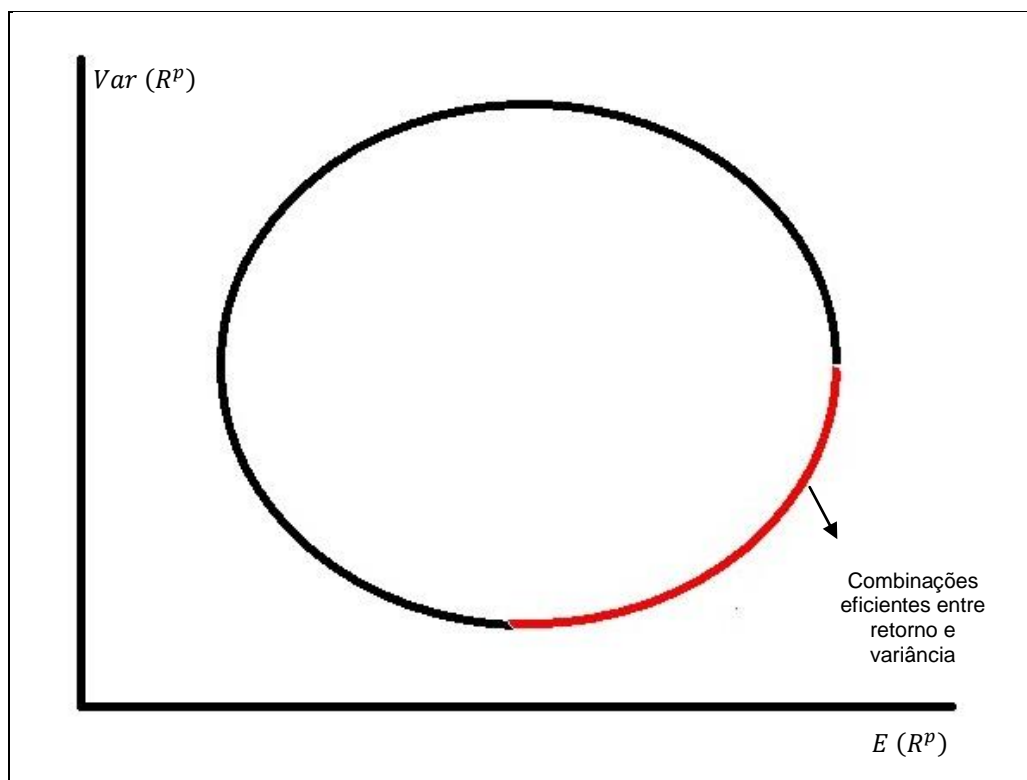
Assim, torna explícito que de modo algum um portfólio diversificado é preferível a um portfólio não diversificado, já que o investidor, de acordo com essa função de utilidade, colocaria todos os recursos no ativo de maior retorno. Deste modo, Markowitz (1952) propõe que seja agora considerada a função de retorno-variância como a função de utilidade relevante para o investidor. Supondo retornos de ativos aleatórios e sendo R^i o retorno do ativo i , podemos descrever μ_i como a esperança de R^i e $\sigma_{i,j}$ como a covariância entre R^i e R^j . Portanto, o retorno do

portfólio fica descrito como em (2). A variância do portfólio, por outro lado, pode ser descrita por:

$$Var (R^p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{i,j} X_i X_j \quad (3)$$

Assim, para parâmetros $\sigma_{i,j}$ e u_i definidos, podemos concluir que o investidor possui infinitas combinações de portfólios dentre os parâmetros estabelecidos. Entretanto, considerando a função de utilidade retorno-variância, também fica implícito que o investidor irá escolher aqueles portfólios que maximizam o retorno dada a variância ou vice-versa. Conforme proposto por Markowitz (1952), a escolha do investidor pode ser descrita pela figura abaixo.

Gráfico 1 - Possíveis combinações entre retorno e variância



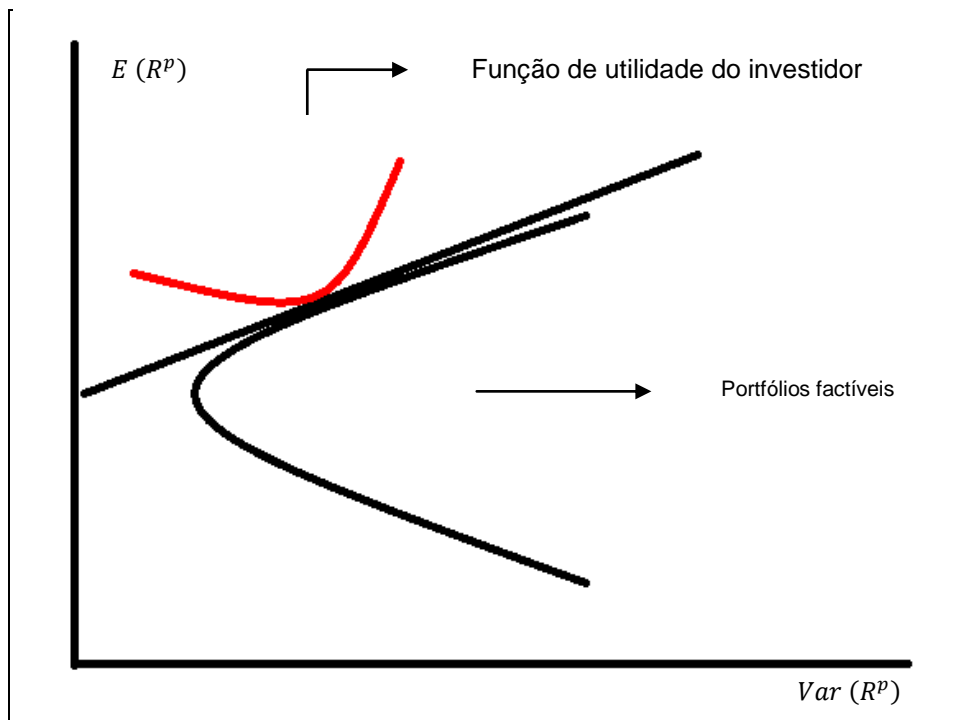
Fonte: Elaboração própria a partir de Markowitz (1952).

Assim, podemos ver que a parte vermelha do círculo descreve as combinações entre ativos de forma a gerar um portfólio eficiente. Markowitz (1952) agrega que, para tal, pelo menos duas condições devem ser satisfeitas: a função de utilidade do investidor deve ser descrita por retorno-variância e o investidor deve ser

capaz de chegar às estimativas de retorno e variância. As técnicas de maximização sob restrição, conforme o problema proposto, não são objeto deste trabalho.

O modelo de Capital Asset Pricing Model (CAPM), por outro lado, foi desenvolvido nos anos 60 por William Sharpe, John Lintner e Jan Mossin. Este modelo deriva da Moderna Teoria do Portfolio (MPT), descrita por Markowitz (1952). Entretanto, enquanto a MPT baseia-se na demanda por ativos, o CAPM é uma teoria que descreve o equilíbrio em mercados financeiros. Assim, segundo Fama e French (2004), o CAPM marca o nascimento da teoria de precificação de ativos. Enquanto no modelo Markowitz (1952) o investidor seleciona um portfólio em $t-1$ que produz um retorno estocástico em t , o CAPM descreve uma relação de equilíbrio entre risco e retorno nos mercados financeiros. Para a descrição do modelo, duas hipóteses são adicionadas à MPT, segundo Fama e French (2004), sendo elas: acordo entre os investidores sobre a distribuição de probabilidade dos ativos de $t-1$ para t e a possibilidade de empréstimo e aplicações à taxa de retorno livre de risco. Sob as hipóteses feitas, podemos representar o mapa de possibilidades descrito pelos portfólios factíveis demonstrado no gráfico abaixo:

Gráfico 2 - Portfólios factíveis e a função de utilidade do investidor



Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Sob a lógica demonstrado na figura, o *trade-off* risco-retorno é explícito, sendo o ponto ótimo aquele em que a reta tangencia o mapa de portfólios factíveis ao portfólio de mercado. Se fizéssemos a hipótese de diferentes taxas de aplicação e empréstimo, o que ocorreria seria que teríamos duas retas e dois pontos de intersecção com o mapa de portfólios.

Deste modo, a conclusão principal do modelo CAPM é que o portfólio de mercado é o portfolio eficiente, já que o portfólio de mercado, sob equilíbrio, é descrito por:

$$W_i = \frac{\text{capitalização de mercado do ativo } i}{\text{Capitalização de mercado}} \quad (4)$$

Onde W_i é o peso do ativo i . Assim, o investidor racional teorizado por Markowitz (1952), com uma função de utilidade retorno-variância, deverá ter sua curva de utilidade tangente à reta descrita a partir de R_f , como descrito no gráfico acima. Ainda temos que, como a função de utilidade do investidor é definida por retorno-variância, a utilidade marginal de um ativo para o portfólio é dada por:

$$\frac{\text{Contribuição do ativo } i \text{ para o prêmio de risco}}{\text{Contribuição do ativo } i \text{ para variância}} = \frac{W_i E[R^{ei}]}{W_i \text{cov}(R^j, R^M)} = \frac{E[R^{ei}]}{\text{cov}(R^j, R^M)} \quad (5)$$

Assim, sob a hipótese de equilíbrio geral, temos que os investidores irão equalizar as utilidades marginais dos ativos, de forma que:

$$E[R^i] - R^f = \frac{E[R^m] - R^f}{\sigma_m^2} \quad (6)$$

Rearranjando obtemos:

$$\beta_{im} = \frac{\text{cov}(R^{ei}, R^{em})}{\sigma_m^2} \quad (7)$$

Onde β_{im} pode ser interpretado como a sensibilidade do ativo i à variação de do excesso de retorno do mercado, denotado por em . Assim, de acordo com Fama e French (2004), o risco do portfólio de mercado é uma média ponderada das covariâncias dos ativos que compõe este portfólio, de modo que β_{im} é a covariância de i em relação ao portfólio de mercado medido relativamente à covariância dos ativos, que é a própria variância do portfólio. Em termos econômicos, β_{im} é, portanto, proporcional ao risco que cada unidade monetária investida em i traz ao portfólio de mercado. Colocado estes fatores, podemos derivar o Sharpe-Lintner CAPM. (SHARPE, 1964; LINTNER, 1965):

$$E[R^i] = R^f + \beta_{im}[E[R^m] - R^f], i = 1, \dots, N \quad (8)$$

Onde podemos ver que o retorno do ativo i é influenciado pelo retorno do ativo livre de risco, pelo seu risco em relação ao mercado e pelo retorno do portfólio de mercado. A variância deste retorno é definida por:

$$Var(R^{ei}) = \beta_{im}^2 Var(R^{ei}) + Var(\varepsilon^i), \text{ onde } cov(R^{ei}, \varepsilon^i) = 0 \quad (9)$$

Onde o primeiro termo é definido como risco sistemático e o segundo termo como risco não-sistemático, aquele que pode ser diversificável.

É sob este contexto de equilíbrio geral que Eugene Fama publica seu paper em 1970 sobre mercados eficientes. Segundo Fama (1970), preços de mercado eficientes refletem perfeitamente todas informações disponíveis. Entretanto, para tornar esta hipótese testável, deve-se definir o processo gerador dos preços em maiores detalhes, bem como o significado do termo perfeitamente. Deste modo, Fama (1970) expõe que, para argumentarmos em termos de preços de equilíbrio (ou preços esperados), devemos basearmos-nos em modelos de equilíbrio geral, neste caso, no modelo Sharpe-Lintner. Desta forma, preços futuros de ativos, segundo o autor, podem ser descritos como:

$$E(p_{j,t+1}|\phi_t) = [1 + E(r_{j,t+1}|\phi_t)]p_{j,t} \quad (10)$$

Onde E é o operador de esperança, $p_{j,t}$ é o preço do ativo j no tempo t , $p_{j,t+1}$ é seu preço no tempo $t+1$, $r_{j,t+1}$ é o retorno percentual do ativo e ϕ_t representa o conjunto de informações que assume-se estarem perfeitamente refletidas em t . Assim, o retorno representado por $r_{j,t+1}$ é determinado pela teoria utilizada, no caso o Sharpe-Lintner CAPM, e não é endógeno ao modelo. Entretanto, a esperança condicional do retorno implica que o conjunto de informações ϕ_t é utilizado na determinação do retorno de equilíbrio em t . Fama (1970) argumenta que, pelo retorno ser definido em termos de retorno esperado de equilíbrio baseado no conjunto informacional ϕ_t , torna-se implícito a inexistência de estratégias de negociação lucrativas baseadas somente em ϕ_t . Deste modo, seja:

$$x_{j,t+1} = p_{j,t+1} - E(p_{j,t+1}|\phi_t) \quad (11)$$

e

$$E(x_{j,t+1}|\phi_t) = 0 \quad (12)$$

Onde, por consequência, a sequência $[x_{j,t}]$ é um processo de “jogo justo” com respeito ao conjunto informacional ϕ_t , conforme Fama (1970). Entretanto, segundo o modelo proposto, o retorno das ações e consequentemente o preço não se moveriam, já que o retorno esperado é zero. Deste modo, este modelo proposto é inconsistente tanto com a evidência empírica como teórica, já que pode ser demonstrada a tendência de evolução dos preços das ações no longo-prazo em virtude da preferência intertemporal dos indivíduos. Consequentemente, modelos propostos para retornos de ativos têm de capturar esta preferência intertemporal descrita por Fischer (1930). Este efeito descreve basicamente que indivíduos são impacientes em relação a suas vontades, e por isto extraem maior utilidade de benefícios presentes em relação a futuros. A partir desta diferença de utilidade extraída pelos indivíduos é que derivam os juros, ou seja, estes podem ser utilizados como um critério de mensuração da impaciência dos indivíduos.

A partir deste arcabouço teórico, podemos reintroduzir a discussão proposta por Fama (1970) a respeito do modelo gerador de retornos nos mercados. Assumindo válida a proposição de Fischer (1930), temos que:

$$E(p_{j,t+1}|\phi_t) \geq p_{j,t} \quad (13)$$

ou

$$E(r_{j,t+1}|\phi_t) \geq 0 \quad (14)$$

Este processo acima pode ser definido como um processo estocástico submartingale, onde nada mais pode ser dito a respeito de $p_{j,t+1}$ com base em ϕ_t a não ser que a esperança condicional de $p_{j,t+1}$ é maior que $p_{j,t}$. Consoante com Fama (1970), a definição deste processo como processo gerador de retornos tem uma implicação econômica importante. O autor coloca que, dado o processo acima, um mecanismo de negociação que defina parâmetros de compra e venda de um ativo não deve bater a simples estratégia de *buy-and-hold*, dado que a suposição de um processo submartingale é a de que a esperança condicional dos preços seja superior ao preço passado e o retorno, portanto, maior que zero.

Com relação ao processo gerador de retornos nos diversos mercados, Fama (1970) argumenta que, dado que o preço atual reflete todo subconjunto informacional, retornos futuros devem ser independentes. Se assumirmos ainda que estes retornos são identicamente distribuídos, constituímos a hipótese de passeio aleatório. Formalmente, podemos descrever o modelo como:

$$f(r_{j,t+1}|\phi_t) = f(r_{j,t+1}) \quad (15)$$

O que, segundo o autor, implica que a probabilidade condicional e marginal das distribuições de uma variável independente são idênticas. Portanto, podemos argumentar que o modelo de passeio aleatório é um modelo muito mais restritivo do que o descrito em (14), já que além de definir as sucessivas mudanças de preços e retornos como variáveis aleatórias e independentes, este ainda supõe a independência de toda distribuição em relação a ϕ_t . Fama (1970) ainda demonstra que o modelo de passeio aleatório trata-se apenas de uma extensão do modelo de jogo justo de mercados eficientes. Deste modo, o modelo citado acima apenas postula que as condições de mercado podem ser colocadas em termos de retornos esperados, entretanto não postula nada em relação ao processo gerador dos retornos. Assim, é neste contexto que o autor expressa que surge o modelo de passeio aleatório, de tal maneira que as preferências dos investidores e a evolução dos preços combinem-se para produzir equilíbrio.

Fama (1970) argumenta ainda que a literatura de passeios aleatórios esteve em parte preocupada em testar a lucratividade de sistemas de negociação baseados em retornos históricos. Entretanto, grande parte esteve focada em testes de covariância dos retornos, já que em um modelo de jogo justo a covariância serial deve ser zero, de modo que esses testes são relevantes. Entretanto, o autor propõe que, apesar de observações nestes modelos serem linearmente independentes, isto não implica que covariâncias de retornos de um período ao outro serão. Assim, o teste de um modelo de jogo justo para forma fraca de eficiência pode ser descrito por:

$$z_{j,t} = r_{j,t} - E(r_{j,t} | r_{j,t-1}, r_{j,t-2}, \dots) \quad (16)$$

Mas a covariância entre $r_{j,t}$ e $r_{j,t+1}$ é:

$$E([r_{j,t+1} - E(r_{j,t+1})][r_{j,t} - E(r_{j,t})]) \quad (17)$$

Assim, não pode-se inferir que $E(r_{j,t+1} | r_{j,t}) = E(r_{j,t+1})$. Deste modo, Fama (1970) propõe: “No modelo de jogo justo de mercados eficientes, o desvio em relação ao retorno em $t+1$ de sua expectativa condicional é uma variável justa, entretanto sua expectativa condicional pode ela própria depender do retorno observado em t .”¹

Em termos empíricos, Fama (1970) constrói uma tabela com os dados das ações do Dow Jones entre o final de 1957 e setembro de 1962, mostrando a correlação serial dos retornos logarítmicos do preço para as defasagens um, quatro, nove e dezesseis. A partir disto, o autor conclui que, apesar de haver onze observações dentro as cento e vinte que estão além de dois desvios-padrão, algumas observações estatisticamente significantes não são suficientes para rejeição do modelo. Fama (1970) argumenta que, para os resultados apresentados no artigo, uma correlação de 0.6 situaria-se acima de dois desvios-padrão e, mesmo assim, explicaria apenas 36% da variação dos preços. Deste modo, o autor conclui

¹ In the "fair game" efficient markets model, the deviation of the return for $t + 1$ from its conditional expectation is a "fair game" variable, but the conditional expectation itself can depend on the return observed for t .

que, apesar de ser difícil julgar a partir de qual grau de autocorrelação serial podemos rejeitar o modelo de mercados eficientes, é improvável que os níveis de autocorrelação apresentados sejam suficientes para a criação de regras de negociação lucrativas.

Agregando à discussão de desvios em relação ao modelo de passeio aleatório, Fama (1970) expõe que o modelo de passeio aleatório deve ser visto como um caso especial de modelos de retorno esperado. Deste modo, o modelo básico em equilíbrio de mercado pode ser definido como um modelo de jogo justo, sendo o modelo de passeio aleatório um caso especial de equilíbrio de mercado, onde violações são esperadas. Assim, uma violação deste caso pode ser constatada em Osborne (1959), onde o autor relata a ausência de independência pura. A constatação particular é a de que grandes movimentos de preços são seguidos por movimentos também mais significativos do que a média, descaracterizando, assim, a independência das observações como postula o modelo de passeio aleatório. Entretanto, o autor cita que os sinais das mudanças de preços, por sua vez, são aleatórios, de modo que a evidência é suficiente apenas para a rejeição de um modelo de passeio aleatório puro, e não da hipótese de mercados eficientes.

Sob este contexto de mercados eficientes, Fama e French (1996) discorrem sobre anomalias encontradas nos mercados acionários que devem ser, ou fruto da imprecisão do Sharpe-Lintner CAPM, ou da demonstração de ineficiência dos mercados. Debondt e Thaler (1985) apud Fama e French (1996), por exemplo, acham evidências de que empresas com retornos abaixo do retorno de mercado durante vários anos tendem a demonstrar um retorno médio superior ao mercado nos anos seguintes (reversão de longo prazo). Jegadeesh e Titman (1993) apud Fama e French (1996), por outro lado, demonstram que empresas com retornos superiores ao mercado tendem a continuar a apresentar este retorno médio superior (momentum). Deste modo, Fama e French (1996) propõem que, por estas anomalias não serem capturadas pelo Sharpe-Lintner CAPM, o modelo seja ampliado para um modelo de três fatores, sendo estes: (i) retorno em excesso em relação ao portfólio de mercado ($R^m - R^f$); (ii) a diferença entre o retorno de um portfólio de ações de baixa capitalização e portfólios de ações de grande capitalização (SMB); e (iii) a diferença entre o retorno de ações com alto valor patrimonial em relação à sua capitalização e um portfólio de ações com baixo valor patrimonial em relação à sua

capitalização (HML). Deste modo, os autores propõem que o modelo seja representado como:

$$E[R^i] - R^f = \beta_{im}[E[R^m] - R^f] + s_i E(SMB) + h_i E(HML) \quad (18)$$

Onde $E[R^i] - R^f$, $E(SMB)$, $E(HML)$ são os prêmios esperados e os interceptos são descritos respectivamente por: β_{im} , s_i e h_i . Fama e French (1996) mostram que ações com alto patrimônio líquido em relação à sua capitalização e o intercepto HML são boas variáveis *proxy* para firmas com dificuldades financeiras, enquanto empresas com ganhos persistentes mostram baixo patrimônio líquido em relação à sua capitalização e interceptos negativos para HML. Segundo os autores, o modelo captura grande parte da variabilidade em corte transversal de modo que consegue explicar grande parte das anomalias, como reversões de longo prazo por exemplo. Esta reversão se deve ao fato de que, de acordo com Fama e French (1996), ações com performance inferior ao mercado se comportarem como empresas em dificuldades, de modo que possuem os interceptos SMB e HML positivos. Por outro lado, o modelo mostra-se incapaz de prever a continuidade da tendência dos retornos apresentados pela estratégia de momentum. A interpretação dos autores para o sucesso dos resultados empíricos do modelo, mostrado a seguir, é o fato de o modelo agregar dois novos fatores representativos de risco, ou que simulam combinações de fatores de risco de especial atenção aos investidores.

Tabela 1 - Regressão Fama-French 3 fatores

Book-to-Market Equity (BE/ME) Quintiles										
Size	Low	2	3	4	High	Low	2	3	4	High
Panel B: Regressions: $R_i - R_f = a_i + b_i(R_M - R_f) + s_iSMB + h_iHML + e_i$										
a					t(a)					
Small	-0.45	-0.16	-0.05	0.04	0.02	-4.19	-2.04	-0.82	0.69	0.29
2	-0.07	-0.04	0.09	0.07	0.03	-0.80	-0.59	1.33	1.13	0.51
3	-0.08	0.04	-0.00	0.06	0.07	-1.07	0.47	-0.06	0.88	0.89
4	0.14	-0.19	-0.06	0.02	0.06	1.74	-2.43	-0.73	0.27	0.59
Big	0.20	-0.04	-0.10	-0.08	-0.14	3.14	-0.52	-1.23	-1.07	-1.17
b					t(b)					
Small	1.03	1.01	0.94	0.89	0.94	39.10	50.89	59.93	58.47	57.71
2	1.10	1.04	0.99	0.97	1.08	52.94	61.14	58.17	62.97	65.58
3	1.10	1.02	0.98	0.97	1.07	57.08	55.49	53.11	55.96	52.37
4	1.07	1.07	1.05	1.03	1.18	54.77	54.48	51.79	45.76	46.27
Big	0.96	1.02	0.98	0.99	1.07	60.25	57.77	47.03	53.25	37.18
s					t(s)					
Small	1.47	1.27	1.18	1.17	1.23	39.01	44.48	52.26	53.82	52.65
2	1.01	0.97	0.88	0.73	0.90	34.10	39.94	36.19	32.92	38.17
3	0.75	0.63	0.59	0.47	0.64	27.09	24.13	22.37	18.97	22.01
4	0.36	0.30	0.29	0.22	0.41	12.87	10.64	10.17	6.82	11.26
Big	-0.16	-0.13	-0.25	-0.16	-0.03	-6.97	-5.12	-8.45	-6.21	-0.77
h					t(h)					
Small	-0.27	0.10	0.25	0.37	0.63	-6.28	3.03	9.74	15.16	23.62
2	-0.49	0.00	0.26	0.46	0.69	-14.66	0.34	9.21	18.14	25.59
3	-0.39	0.03	0.32	0.49	0.68	-12.56	0.89	10.73	17.45	20.43
4	-0.44	0.03	0.31	0.54	0.72	-13.98	0.97	9.45	14.70	17.34
Big	-0.47	0.00	0.20	0.56	0.82	-18.23	0.18	6.04	18.71	17.57
R ²					s(e)					
Small	0.93	0.95	0.96	0.96	0.96	1.97	1.49	1.18	1.13	1.22
2	0.95	0.96	0.95	0.95	0.96	1.55	1.27	1.28	1.16	1.23
3	0.95	0.94	0.93	0.93	0.92	1.44	1.37	1.38	1.30	1.52
4	0.94	0.92	0.91	0.88	0.89	1.46	1.47	1.51	1.69	1.91
Big	0.94	0.92	0.87	0.89	0.81	1.19	1.32	1.55	1.39	2.15

Fonte: Fama e French (1996).

Fama e French (1996) ressaltam a importância dos resultados obtidos acima a partir dos vinte e cinco portfólios formados baseados em tamanhos relativos das empresas e valor patrimonial. As ações escolhidas para formarem os portfólios foram retiradas dos índices NYSE, AMEX e NASD e ponderadas por capitalização. Assim, os autores ainda destacam os resultados do modelo, já que este explica praticamente toda variabilidade dos retornos das ações, caracterizado pelos interceptos estatisticamente iguais a zero e pelo fato de demonstrar um retorno excessivo para ações de valor e de baixa capitalização. Diversas são as explicações sugeridas para a observação dos dois novos fatores relevantes para a precificação de ativos. Fama e French (1996) argumentam que esta pode se dar basicamente por três fatores: precificação irracional, resultados espúrios gerados por fatores como *data snooping* Black (1993) e MacKinlay (1995) apud Fama e French (1996) ou más *proxies* para o portfólio de mercado. Fama e French (1996) demonstram, entretanto, que a condição necessária para o modelo múltiplo descrito é o fato de existir fontes

de variância não explicadas somente pelo fator de mercado. Assim, os autores propõem que os fatores SMB e HML caracterizem-se como *proxies* para empresas em dificuldades, sendo, portanto, fontes de risco e retorno. Esta proposição decorre do fato de que trabalhadores destas mesmas firmas interessar-se-iam em segurarem-se em relação ao seu capital humano. A situação proposta é que um choque negativo para uma empresa em condições saudáveis não se traduz em diminuição do capital humano do trabalhador, pelo fato de o emprego não retrair-se. Entretanto, este choque para uma empresa em dificuldade traduz-se, provavelmente, em demissões na empresa, o que gera um choque negativo no valor do capital humano. Por estes choques possuírem correlação em empresas na mesma posição, estes trabalhadores teriam incentivos a não incluírem estes ativos em seus portfólios, o que geraria um prêmio. Os autores concluem, portanto, que a maioria das anomalias analisadas, como: reversões de longo-prazo, retornos em excesso para portfólios de valor, retornos em excesso para portfólios baseados em tamanho, entre outras, são bem explicados pelos modelos de três fatores proposto em virtude dos fatores propostos (HML e SMB) covariarem e constituírem-se como boas *proxies* para os elementos apresentados.

2.1 MODELOS DE PASSEIO ALEATÓRIO

Uma das questões mais antigas e difíceis relativas à econometria financeira é verificar-se se retornos nos mercados podem ou não ser previstos. Esta questão perpassa os mais diferentes campos de atuação, como matemáticos, economistas e físicos, sendo de grande atenção há longo tempo. O foco deste capítulo é identificar os possíveis processos geradores de retornos nos mercados e fazermos uma exposição formal deles. O caso descrito no capítulo acima será incluído dentre um dos possíveis casos a serem apresentados.

Uma maneira útil de organizar as várias versões de modelos de passeio aleatório e martingale, segundo Campbell, Lo e Mackinlay (1996), é distinguirmos os diversos tipos de dependência que podem existir entre r_t e r_{t+k} em diferentes datas, t e $t+k$. Para isto, podemos definir duas variáveis aleatórias arbitrárias $f(r_t)$ e $g(r_{t+k})$, e considerar a seguinte situação:

$$Cov[f(r_t), g(r_{t+k})] = 0 \quad (19)$$

Para todo t e $k \neq 0$. Para condições específicas de $f(\cdot)$ e $g(\cdot)$, praticamente todas as versões de passeio aleatório e martingale podem ser capturadas pelo que pode ser descrito como condição de ortogonalidade.

2.1.1 O modelo de martingale

Provavelmente o modelo mais antigo formalizado para descrever retornos financeiros seja o modelo de martingale. Este modelo, cujas origens remetem a jogos de azar e ao nascimento da probabilidade, foi descrito por Girolamo Cardano em seu livro *Liber de Ludo Aleae* (O livro de jogos de azar). No livro, o autor propõe que um jogo justo seria aquele em que nenhum jogador possui vantagem sobre o outro. Deste modo, um modelo martingale possui em sua essência o fato de ser um modelo estocástico que satisfaz a seguinte condição:

$$E[P_{t+1}|\phi_t] = P_t \quad (20)$$

Como já descrito no capítulo anterior, se tomarmos P_t como o preço de um ativo na data t , o modelo de martingale assegura que o preço esperado de amanhã é igual ao preço atual. Analogamente, o modelo implica que retornos serão linearmente independentes para todos os períodos e a impossibilidade de previsões lineares para os preços. Entretanto, conforme Fama (1970) já havia postulado, este modelo é inconsistente com a MPT e a preferência intertemporal dos indivíduos. Deste modo, apesar de útil para algumas definições, o modelo não pode ser usado para retornos de ativos financeiros.

2.1.2 O modelo de Passeio aleatório1: Incrementos IID

Segundo Campbell, Lo e Mackinlay (1996), provavelmente a versão mais simples da versão de passeio aleatório seja a versão de incrementos independentes e identicamente distribuídos, onde a dinâmica de preços P_t pode ser definida pela seguinte equação:

$$P_t = \mu + P_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \text{onde } \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (21)$$

Onde μ é a mudança de preço esperada, ou deriva, e IID denota ε_t como sendo o erro independente e identicamente distribuído com media 0 e variância σ^2 . A independência do termo do erro implica não só que o modelo de passeio aleatório 1 seja um modelo de jogo justo, mas também que ele o é em um sentido muito mais forte que o modelo de martingale. Isto, segundo os autores, decorre do fato de os incrementos serem não correlacionados, mas que qualquer função não-linear também será não correlacionada. Se adicionarmos o fato de que a distribuição de probabilidade dos erros siga uma distribuição normal com os mesmos parâmetros, esta função será equivalente a um movimento Browniano aritmético. Há, entretanto, um problema no que se refere a esta função. Isto decorre do fato de que, se considerarmos que os erros seguem uma distribuição normal, existirá uma probabilidade positiva de os preços serem negativos, o que não é plausível. Assim, para contornarmos este problema, modelamos a função em termos de retornos logarítmicos, os quais não possuem esta restrição.

Apesar das claras deficiências do modelo em relação a retornos de longo prazo, inúmeros testes empíricos já foram feitos na literatura para este modelo. Um dos primeiros testes propostos para o modelo foi feito por Cowles and Jones (1937) apud Campbell, Lo e Mackinlay (1996) e consiste na comparação de sequências e reversões dos retornos logarítmicos das ações. Sequências são definidas como retornos de mesmo sinal e reversões como retornos de sinais opostos. Se considerarmos que os preços seguem um modelo de passeio aleatório 1 sem deriva, e que a distribuição dos erros além de IID seja simétrica, temos que a probabilidade de sequências e reversões deve ser a mesma. Deste modo, se definirmos N_s como o número de sequências e N_r como o número de reversões, temos que:

$$N_s = \sum_{t=1}^n Y_t Y_t = I_t I \quad (22)$$

$$N_r = n - N_s$$

Assim, temos que, pelas hipóteses feitas, a definição da razão entre sequências e reversões deve convergir para 1. Formalmente:

$$CJ = \frac{N_s}{N_r} = \frac{N_{s/n}}{N_{r/n}} = \frac{\pi_s}{\pi_r} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 \quad (23)$$

O fato de o resultado encontrado por Cowles and Jones (1937) apud Campbell, Lo e Mackinlay (1996) exceder a razão de 1 os levou a concluir que o resultado representava: “evidência conclusiva de estrutura nos preços de ações”. Entretanto, conforme já comentando, a hipótese de ausência de deriva é essencial para determinação das probabilidades de sequências e reversões, já que leva a um viés em direção a este fator. Desta forma, apesar de a razão encontrada pelos autores ser distinta de 1, isto não pode ser interpretado como evidência de os preços não seguirem um modelo de jogo justo.

2.1.3 O modelo de Passeio aleatório2: Incrementos INID

Apesar da simplicidade e facilidade de se trabalhar com modelos do tipo passeio aleatório 1, a assunção da hipótese de incrementos identicamente distribuídos, principalmente para longos períodos, não é realista em virtude das diversas mudanças estruturais ocorridas nos mercados. Deste modo, Campbell, Lo e Mackinlay (1996) propõem que o modelo de passeio aleatório 2 mantenha a hipótese de incrementos independentes, porém agora não identicamente distribuídos. Assim, este modelo permite heterocedasticidade não-condicional e mantém a principal característica do modelo anterior, a de que preços futuros não podem ser previstos a partir de preços passados.

2.1.4 O modelo de Passeio aleatório3: Incrementos não-correlacionados

Uma versão ainda mais geral do modelo de passeio aleatório pode ser obtida, segundo os autores, relaxando-se a hipótese de independência do modelo anterior para incluírem-se processos dependentes, porém não-correlacionados. Esta é a forma mais fraca do modelo de passeio aleatório, que contém os outros dois modelos já apresentados como casos especiais. Este modelo pode ser exemplificado através de um processo para o qual $Cov[\varepsilon_t, \varepsilon_{-k}] = 0$ para todo $k \neq 0$, mas para o qual $Cov[\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-k}^2] \neq 0$ para algum $k \neq 0$. Apesar de vermos que este

processo possui incrementos não-correlacionados, ele claramente possui algum tipo de dependência não linear.

3. DADOS E METODOLOGIA

As amostras foram obtidas no dia 06/04/2015, sendo cada uma delas formada por observações diárias de preços de sessenta e quatro ações, atualmente pertencentes à composição atual do Ibovespa, bem como de observações deste próprio índice já ajustados para dividendos, desdobramentos e agrupamentos. Estes dados foram extraídos no formato de arquivo Microsoft Excel 2007 do sítio da Internet Comdinheiro.com em virtude do acesso livre para usuários acadêmicos. Note-se que, embora sejam amplamente conhecidas as dificuldades metodológicas da construção do índice Ibovespa², a escolha de suas ações para compor a amostra deste estudo se deve à sua ampla aceitação como medida de desempenho geral do mercado acionário brasileiro.

A escolha das ações que seriam analisadas foi feita como segue. Coletaram-se dados de todas as ações do índice Ibovespa em 02/04/2015 e, a partir desta data, procedeu-se retrospectivamente até a data em que não houvesse cotação para alguma das ações em questão, fazendo com que a ação utilizada como critério para o tamanho da amostra fosse a da empresa Klabin S/A (KLBN11), com cotações disponíveis a partir de 23/01/2014. Durante este processo excluímos a ação Rumo Logística Multimodal S.A (RUMO3) em virtude desta possuir apenas duas observações, inviabilizando a análise econométrica.

Pode-se argumentar, adicionalmente, que ações com menos de um ano de observações diárias não se constituem como uma boa amostra para análise tendo em vista que a hipótese de eficiência de mercado decorre da pressuposição de prevalência de equilíbrio, o que seria pouco razoável supor em empresas com pouco tempo de mercado e que não tenham obrigação legal de publicar dados contábeis.

Os dados foram, então, exportados para o pacote econométrico GRETL 1.10.1 onde foi realizado todo o procedimento econométrico. A escolha do GRETL se deve à possibilidade de aferição da correção das rotinas nele implementadas resultante do fato de a licença GPL sob a qual está licenciado ser disponibilizada gratuitamente e publicamente, bem como seu código fonte, o que facilita, inclusive, a replicação dos resultados por terceiros. Além disso, sua simplicidade de utilização em relação a alternativas de licença GPL ou apenas

² Ver, por exemplo, Körbes (2000).

gratuitas mais poderosas, tais como, as linguagens R ou Ox e a eficiência numérica comprovada em, por exemplo, Yalta e Yalta (2007) fortaleceram a decisão a favor do GRETL.

A estratégia empírica para efetuar o teste de eficiência empreendido neste trabalho consiste em ajustar modelos ARIMA para o retorno logarítmico das ações mencionadas segundo a metodologia Box e Jenkins (1970) e, em seguida, avaliar a capacidade preditiva dos modelos fora da amostra. O modelo da categoria ARIMA a ser utilizado será aquele que se ajustar de forma mais parcimoniosa os retornos das ações e do índice Ibovespa tal como será descrito mais precisamente a seguir.

Concomitantemente, atentou-se para o fato de que a hipótese de eficiência dos mercados se funda em modelos de equilíbrio que tratam diretamente sobre o retorno e do fato de que, por isso, espera-se que os preços dos ativos sigam um passeio aleatório com tendência determinística, em virtude do custo de oportunidade intertemporal e do risco adicional. Formalmente:

$$P_t = \mu + P_{t-1} + \varepsilon_t \quad (24)$$

Alternativamente, pode-se escrever o processo recursivamente como segue :

$$P_t = P_0 + \mu t + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (25)$$

Assim, atendendo ao apelo teórico e econométrico, os dados foram transformados em retornos capitalizados continuamente por meio da equação utilizada a seguir:

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (26)$$

Seguiu-se, então, o procedimento completo de Box e Jenkins na série de retornos, isto é, inspecionou-se o gráfico para avaliar a necessidade de procedimento para tornar a série estacionária. Embora não previsto na metodologia

Box e Jenkins, como forma de corroborar a percepção visual, procedeu-se o emprego do teste de raiz unitária aumentado de Dickey e Fuller (1979) - popularmente conhecido como teste ADF - com defasagem máxima de 16 observações, conforme abordagem de Schwert (1989). Ainda nesse sentido, foram observadas as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial bem como o teste de Ljung e Box (1978) para avaliar a possibilidade de empregar-se dados do passado para efetuar previsões ao mesmo tempo em que, seguindo a interpretação de Campbell, Lo e Mackinlay (1996, p. 32-52), empregou-se este teste para aferir se o retorno poderia ser entendido como um ruído branco, dado que este processo estocástico apresenta autocorrelações estatisticamente nulas entre quaisquer períodos.

Como forma de avaliar a parcimônia dos modelos empregados utilizou-se o critério BIC (Bayesian Information Criterion), à medida que este é um critério consistente assintoticamente e tende a escolher modelos mais parcimoniosos Bueno (2011).

Abaixo se descrevem os procedimentos econométricos realizados:

Metodologia Box-Jenkins

Segundo Melo (2001), a metodologia Box e Jenkins (1970) pode ser definida como um processo para acharmos o melhor modelo estocástico linear da classe ARIMA que possa ter gerado o processo $\{X_t\}$, de modo que esse modelo possa ser utilizado para projeções futuras. A metodologia pode ser definida em três etapas, sendo elas:

- I. Identificação do modelo
- II. Estimação do modelo
- III. Verificação do modelo

Tendo o modelo sido aprovado na última etapa, ele pode ser utilizado. Caso contrário, devemos voltar a primeira etapa.

Segundo Baltar (2009), a metodologia Box e Jenkins (1970) é uma metodologia de construção de modelos a partir de observações passadas, de forma que processos de ordem p são utilizados quando há autocorrelação entre p observações. Deste modo, processos AR(p) podem ser definidos como:

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \alpha_3 y_{t-3} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + u_t, \quad \text{onde } u_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (27)$$

O modelo de media móvel de ordem q, MA(q), é utilizado quando notamos autocorrelação entre os resíduos, de modo que exista interdependência entre o erro presente e os erros passados. (DELURGIO 1998, apud MELO, 2001). Assim, o processo MA(q) pode ser definido como:

$$y_t = \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \beta_3 \varepsilon_{t-3} + \dots + \beta_p \varepsilon_{t-j} + u_t, \quad \text{onde } u_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (28)$$

O processo ARMA(p,q), por sua vez, é utilizado quando observamos tanto a autocorrelação das observações como a correlação serial dos resíduos Baltar (2009). Desta forma, este processo pode ser descrito da seguinte forma:

$$y_t = \phi + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \beta_p \varepsilon_{t-j} + u_t \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + u_t \quad (29)$$

onde $u_t \sim IID(0, \sigma^2)$

Identificação do modelo

Esta etapa pode ser considerada a mais difícil e complexa, em virtude de não haver consenso sobre a melhor estratégia a se adotar e pelo componente discricionário que esta envolve. A principal estratégia para identificação do modelo consiste na análise de duas funções: a função de autocorrelação (FAC) e a função de autocorrelação parcial (FACP). Segundo Bueno (2011), as funções de autocorrelação para modelos MA(q) podem ser definidas como:

$$\rho_j = \frac{\beta_j + \beta_j \beta_1 + \beta_{j+2} \beta_2 + \dots + \beta_q \beta_{q-j}}{\sum_{j=0}^q \beta_j^2}, \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (30)$$

Para processos AR(p), por outro lado, podemos definir a FAC da seguinte maneira:

$$\rho_j = \alpha_1 \rho_{j-1} + \alpha_2 \rho_{j-2} + \dots + \alpha_p \rho_{j-p}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (31)$$

Assim, a FAC apresenta um comportamento truncado, já que torna-se zero a partir da defasagem q para modelos $MA(q)$, enquanto para modelos $AR(p)$ podemos notar um decaimento exponencial a partir da defasagem p . Para modelos da forma $ARMA(p,q)$, diversas configurações podem formar-se.

A função de autocorrelação parcial, por sua vez, demonstra a correlação entre duas observações, controladas às correlações das demais observações. Assim, Bueno (2011) propõe que, primeiro devemos regredir y_t contra y_{t-1} e obtermos α_1 . Em seguida devemos regredir y_{t-1} contra y_{t-2} para obtermos α_2 , do qual somente este último coeficiente nos interessa. Desta forma, para modelos $AR(1)$, o segundo coeficiente deve ser estatisticamente igual a zero na FACP, já que a única defasagem significativa é a primeira.

Em um processo $MA(q)$, por outro lado, a FACP apresenta decaimento exponencial, em virtude da condição de invertibilidade que torna esse processo passível de transformação em um $AR(\infty)$.

De forma prática, Bueno (2011) define que estes processos autoregressivos de média móvel podem ser identificados, ainda que com dificuldades, a partir dos seguintes padrões:

Quadro 3 - Padrões FAC e FACP

Modelo	FAC	FACP
$AR(p)$	Decai	Truncada na defasagem p
$MA(q)$	Truncada na defasagem q	Decai
$ARMA(p,q)$	Decai se $j > q$	Decai se $j > p$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Baltar (2009) define ainda que em modelos do tipo $ARIMA$ necessitamos definir anteriormente o parâmetro d de diferenciação. Desta forma, após tornarmos o modelo estacionário, podemos estimar um modelo $ARIMA(p,d,q)$.

Estimação

Assumindo que um modelo $ARIMA(p,d,q)$ seja escolhido na etapa anterior, devemos estimá-lo utilizando o método de máxima verossimilhança, a qual será usada neste trabalho, de forma a obter os parâmetros $\alpha = (\alpha_1 + \dots + \alpha_p)$ e $\beta = (\beta_1 + \dots + \beta_p)$ e a variância ε_t . O tradicional método de MQO (mínimos quadrados

ordinários) também pode ser utilizado para estimação dos parâmetros, entretanto alguns autores sugerem que o método de máxima verossimilhança é mais eficaz.

Verificação

Esta etapa é utilizada para verificarmos a eficácia do modelo e se ele possui algumas características desejáveis, de forma a eliminar a autocorrelação em ε_t . Também conduz-se testes para verificar-se qual o modelo mais parcimonioso, de forma a capturar toda a dinâmica dos dados sem superparametrizarmos o modelo. Deste modo, os testes a serem conduzidos sobre os modelos serão: teste de Ljung-Box e teste BIC.

Previsão

A partir da escolha do modelo, utilizaremos este para fazermos previsões estáticas das 50 últimas observações dos retornos daquelas ações as quais sejam passíveis de estimação via a metodologia Box-Jenkins (1970). Como forma de verificarmos a acurácia do modelo nas previsões, as estatísticas das previsões serão comparadas com as previsões de um modelo de passeio aleatório conforme os critérios abaixo:

Os devios absolutos médios (MAD), representado por:

$$MAD = \frac{\sum |e_t|}{n} \quad (32)$$

Onde e_t denota os erros e n denota o tamanho da amostra.

O erro quadrático médio (MSE), que por sua vez é a media dos valores quadráticos de cada resíduo, sendo definido por:

$$MSE = \frac{\sum e_t^2}{n} \quad (33)$$

Teste de Ljung-Box

O teste de Ljung-Box é um teste que mede a correlação serial de uma variável aleatória no momento t e $t + k$, evidenciando, ou não, a presença de autocorrelação entre diferentes observações. Campbell, Lo e Mackinlay (1996)

também destacam o fato de este teste pode ser utilizado para a verificação de um modelo de ruído branco, dado que sob este modelo implica que as autocorrelações são estatisticamente iguais a zero entre qualquer período. Deste modo, o teste de Ljung-Box, pode ser descrito como:

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^h \frac{\rho_k^2}{n - k} \quad (34)$$

Onde n é o tamanho da amostra, ρ_k^2 é a autocorrelação amostral para a defasagem k , e h é o número de defasagens sendo testado. Deste modo, pelo fato de a estatística somar as autocorrelações quadráticas, o teste é robusto em relação à detecção de autocorrelações diferentes de zero em quaisquer direções. O número h de defasagens a ser utilizado será igual a \sqrt{n} (CRIBARI-NETO,2000 apud MELO, 2001).

BIC

O critério BIC é uma ferramenta que nos auxilia a encontrarmos o modelo mais parcimonioso, já que a adição de mais regressores, apesar de ajustar o modelo melhor aos dados, leva à diminuição dos graus de liberdade. Deste modo, o critério BIC encontra o melhor modelo considerando ambas as questões, a verossimilhança do modelo e a sobreparametrização. Assim, sua estatística fica definida como:

$$BIC = -2l(\theta) + k \log n \quad (35)$$

Onde, $l(\theta)$ representa a função logarítmica de verossimilhança, k denota o número de parâmetros e n o tamanho da amostra. A escolha do critério BIC se deu em função de que este tende a ser o critério mais parcimonioso e consistente assintoticamente para amostras grandes Bueno (2011).

Teste ADF

Bueno (2011) define que processos de séries temporais não estacionários não podem ser estimados trivialmente em virtude do fato de que é impossível estimarmos todos os momentos da série. Deste modo, para podermos fazer

previsões e utilizarmos as séries sem produzirmos correlações espúrias, devemos diferenciá-las. A estatística do teste pode ser definida por:

$$\Delta P_t = \mu + \alpha P_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i \Delta P_{t-1} + \varepsilon_t \quad (36)$$

Onde:

$$\alpha = -\left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i\right); \quad \lambda_i = -\sum_{j=1}^{p-1} \phi_{j+1} \quad (37)$$

Assim, segundo Bueno (2011), o teste pode ser realizado usando-se os mesmos valores críticos encontrados por Dickey-Fuller.

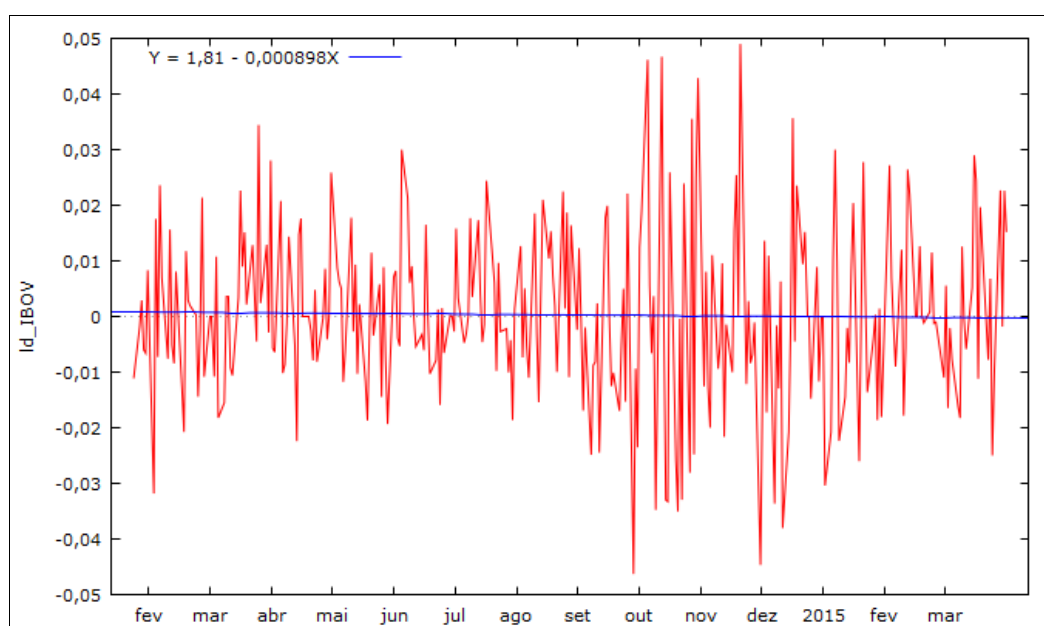
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Aqui apresentamos os resultados da aplicação da metodologia Box e Jenkins às séries das ações componentes do Ibovespa. Ao analisar as séries e respectivas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial bem como o resultado do teste de Ljung-Box, notamos que, entre as sessenta e cinco séries analisadas, apenas doze séries não se revelam ruído branco, quais sejam: BBDC3, BRFS3, BRKM5, BRPR3, ENBR3, JBSS3, KLBN11, LREN3, MULT3, PCAR4, TBLE3, e UGPA3. Os resultados detalhados do procedimento para cada uma destas ações estão disponíveis no apêndice. A título de exemplificação, mostramos os resultados básicos referentes ao índice Ibovespa e para os retornos de BBDC3.³

4.1 A SÉRIE DO IBOVESPA

O gráfico 3 apresenta os retornos logarítmicos do índice Ibovespa. Sua análise visual sugere que os retornos do Ibovespa sejam um processo estacionário em torno da média zero, refutando a hipótese anteriormente comentada de que os retornos diários deveriam apresentar média estatisticamente positiva como forma de compensação pelo risco e trade-off intertemporal.

Gráfico 3 - Retornos Ibovespa



³ Os resultados detalhados de todas as sessenta e quatro ações e do Ibovespa estão disponíveis mediante consulta ao autor.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

As estatísticas descritivas dos retornos do Ibovespa mostradas na tabela 2 corroboram o que foi sugerido pela inspeção visual do gráfico 3, isto é, os retornos apresentam média estatisticamente nula.

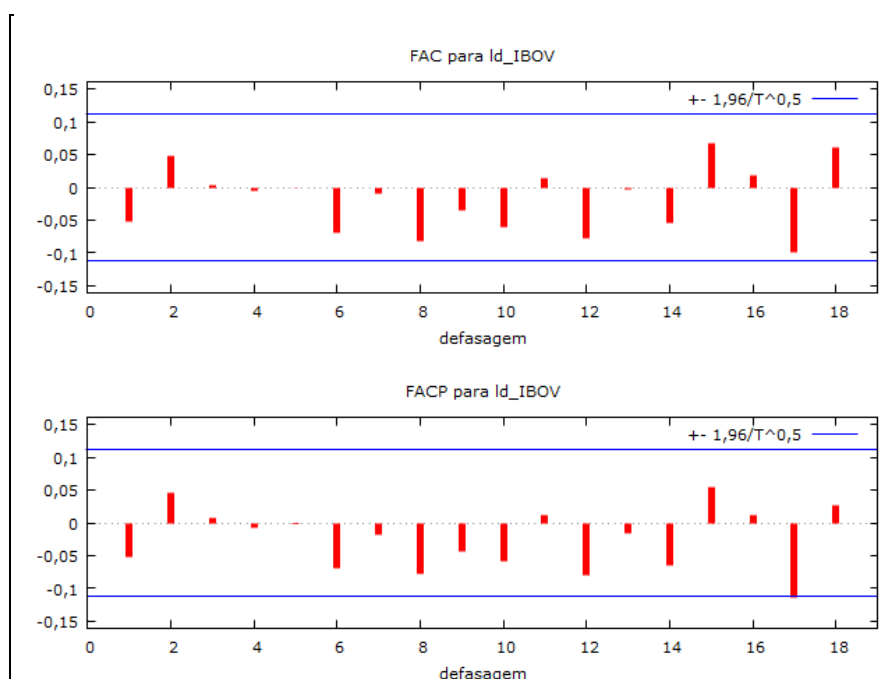
Tabela 2 - Estatísticas descritivas dos retornos do Ibovespa

Média	0,00030565
Mediana	-4,23E-05
Desvio padrão	0,01549
Enviesamento	0,12096
Percentil de 5%	-0,024904
Percentil de 95%	0,025896
Teste t	0,347979

Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Mais do que estacionário, os retornos de Ibovespa revelam-se um ruído branco como pode ser visto pelo correlograma exposto no gráfico 4:

Gráfico 4 - FAC e FACP para os retornos do Ibovespa



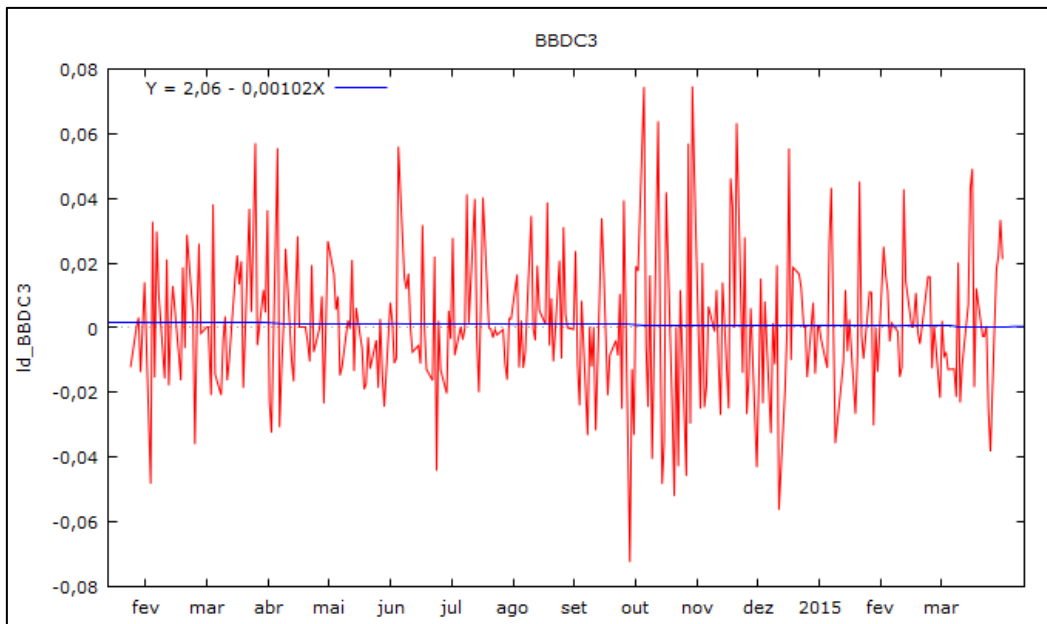
Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Como constado acima, apenas a décima sétima defasagem da FACP apresenta resultado estatisticamente diferente de zero. Entretanto, em vista do

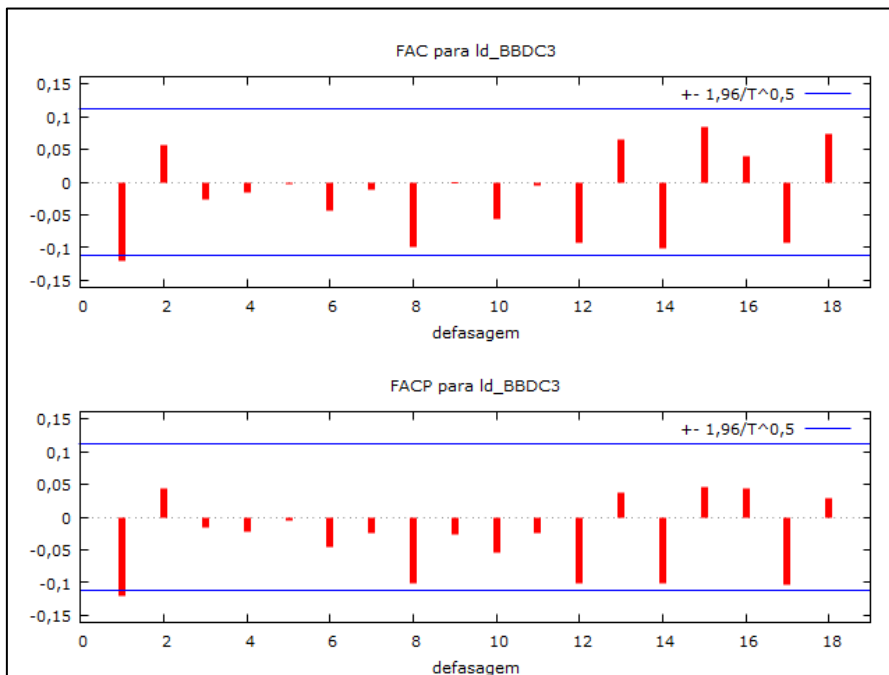
elevado grau de defasagem onde aparece a possível autocorrelação parcial, esta evidência só seria compatível com um modelo AR(17) para os retornos, o que é totalmente incompatível com o critério de parcimônia proposta pela metodologia Box e Jenkins. Sendo assim, conclui-se que os retornos do Ibovespa comportam-se como um ruído branco.

4.2. A SÉRIE DE BBDC3

Analisando-se os resultados para os retornos da ação BBDC3 percebemos que esta possui tanto características distintas como similares ao comportamento dos retornos do Ibovespa. Verificando a série de retornos, pode-se notar a similaridade aos retornos do Ibovespa, já que se pode inferir que a média é estatisticamente igual a zero e a série estacionária. Entretanto, enquanto os retornos do Ibovespa possuem as primeiras defasagens das funções FAC e FACP estatisticamente iguais a zero, os retornos de BBDC3 apresentam a primeira defasagem significativa em ambas as funções de autocorrelação, posto a observação do gráfico e do valor de 4,5222 para a estatística Q (teste de Ljung-Box). Estes resultados indicam a possibilidade de identificação de um modelo do tipo ARIMA (1,0,1) para a série de retornos. Abaixo se demonstra os gráficos relativos aos retornos de BBDC3:

Gráfico 5 - Retornos BBDC3

Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Gráfico 6 – FAC e FACP para os retornos de BBDC3

Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Deste modo, procedeu-se a estimação recursiva dos retornos das ações. Como forma de escolhermos o modelo mais parcimonioso possível, utilizou-se a estatística BIC para análise dos resultados das estimações. Assim, cinco modelos foram estimados, sendo o escolhido aquele com o menor critério de informação:

Tabela 3 - Critérios de informação para os modelos testados

Modelo	BIC
ARIMA (2,0,0)	-1458,523
ARIMA (0,0,2)	-1458,406
ARIMA (1,0,0)	-1463,634
ARIMA (0,0,1)	-1463,245
ARIMA (1,0,1)	-1458,496

Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Apesar de a análise visual indicar a especificação de modelo um modelo ARIMA (1,0,1), podemos ver pela tabela acima que o modelo mais parcimonioso é um modelo com apenas uma defasagem autorregressiva. Desta forma, este foi o modelo escolhido, já que a metodologia Box e Jenkins é uma metodologia utilizada para previsão e, assim, nossa intenção não é obter o melhor ajuste aos dados, mas sim obter a melhor previsão possível.

Entretanto, ao ajustarmos o modelo aos dados, a raiz real obtida está fora do círculo unitário, o que indica a impossibilidade de estimação recursiva do modelo. Este resultado é válido para todas as outras doze ações citadas que possuem defasagens significativas nas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial.

Deste modo, o que se observa no mercado é a impossibilidade de previsão de retornos a partir da metodologia definida, posto que ou as séries de retornos apresentam ausência de autocorrelações significativas ou apresentam raízes do polinômio fora do círculo unitário. Assim, é conveniente a utilização dos modelos teóricos de equilíbrio geral citados no início deste trabalho como forma de obtermos a esperança dos retornos em períodos futuros a partir de fatores de risco. Apesar da controvérsia em relação a quais são os fatores de risco passíveis de utilização e críticas em relação há possibilidade de existência de mineração de dados, estes apresentam resultados muito superiores a tentativas de previsão de retornos a partir de dados passados, conforme mostrado neste trabalho e em Fama e French (1996).

5. CONCLUSÃO

A partir do desenvolvimento teórico de Fama (1970), Markowitz (1952), Sharpe (1964), entre outros, apresentou-se evidências da impossibilidade de prevermos retornos futuros baseando-nos em retornos passados a partir da metodologia de Box e Jenkins para as séries de retornos das ações componentes do Ibovespa. Estes resultados corroboram a teoria de eficiência de mercados apresentada por Fama (1970). Ou seja, para todas as ações bem como para o índice Ibovespa, encontrou-se evidência a favor da hipótese de eficiência fraca sugerindo que os preços e retornos desempenham importante papel de sinalização aos agentes econômicos.

Linhas correlatas de pesquisa podem utilizar-se de testes mais robustos para teste dos outros tipos de eficiência propostos por Fama (1970). Assim, pode-se utilizar testes de eventos, para verificação da eficiência semi-forte, bem como de outras metodologias para previsão de retornos nos mercados financeiros, como métodos de suavização ou modelos autorregressivos com heterocedasticidade condicional.

REFERÊNCIA

BAIOCCHI, Giovanni; DISTASO, Walter. **GRETL: Econometric Software for GNU Generation**. Journal of Applied Econometrics. J. Appl. Econ. 18: pp.105 -110(2003). Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/jae.704/abstract>>. Acesso em: 18 abr. 2015.

BALTAR, Bruno de Paula. **Análise Temporal dos Preços da Commodity Cobre Usando o Modelo Box & Jenkins**. Fevereiro de 2009. Disponível em: <http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/13919/13919_1.PDF>. Acesso em: 06 abr. 2015.

BOX, George E.P; JENKINS, Gwilym M. **Time Series Analysis, Forecasting and Control**. 1. ed.San Francisco: HoldenDay, 1970.

BUENO, Rodrigo de Losso da Silveira. **Econometria de Séries Temporais**. 2. ed.São Paulo: Cengage Learning, 2011.

CAMPBELL, John; LO, Andrew W.; MACKINLAY, A. Craig. **The Econometrics of Financial Markets**.2.ed. Princeton, New Jersey: Princeton University Press. 1997.

COMDINHEIRO. **Histórico Detalhado de Preços de Ações e Commodities**. Disponível em: <<https://www.comdinheiro.com.br/HistoricoCotacaoAcao001-CSNA3-08022015-08062015-1-1>>. Acesso em: 02 abr. 2015.

DIMSON, Elroy; MUSSAVIAN, Massoud. **Market Efficiency**. Spellbound publications, 2000, VOL.3, PP. 959-970. Disponível em: <<http://www.e-m-h.org/DiMu00.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2015.

FAMA, Eugene F. **Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work**. The Journal of Finance, Vol. 25, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association New York, N.Y. December, 28-30, 1969, (May, 1970), pp. 383-417. Disponível em: <<http://efinance.org.cn/cn/fm/Efficient%20Capital%20Markets%20A%20Review%20of%20Theory%20and%20Empirical%20Work.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2015.

_____.; FRENCH, Kenneth R. **The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence**. Journal of Economic Perspectives—Volume 18, Number 3—Summer 2004, p.25-46. Disponível em: <http://www1.american.edu/academic.depts/ksb/finance_realestate/mrobe/Library/capm_Fama_French_JEP04.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2015.

_____.; _____. **Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies**. Journal of finance, vol 51, mar. 1996, pp.55-84. Disponível em: <http://faculty.chicagobooth.edu/john.cochrane/teaching/35904_Asset_Pricing/Fama_French_multifactor_explanations.pdf>. Acesso em: 06 abr. 2015.

FISCHER, Irving. **The Theory of Interest, as Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest it.** New York: Macmillan, 1930.

GRETLL USER'S GUIDE. Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library. Dipartimento di Economia Università Politecnica delle Marche, March, 2015.

KÖRBES, Paulo José. **Indicadores do mercado acionário brasileiro:** análise comparativa entre ponderação pelo valor de mercado e ponderação pelo índice de liquidez. Agosto/2000. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/111366/172629.pdf?sequencia=1>>. Acesso em: 09 abr. 2015.

LINTNER, John. **The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock portfolios and Capital Budgets.** The review of economics and statistics, vol 47, nº 1, feb. 1965, pp.13-37 Disponível em: <<http://finance.martinswell.com/capm/Lintner1965a.pdf>>. Acesso em: 06 abr. 2015.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. **On a measure of lack of fit in time series models.** Biometrika, vol 65, nº 2, 1978, pp. 297-303. Disponível em: <<http://www-stat.wharton.upenn.edu/~steele/Courses/956/ResourceDetails/TestingNormality/LjungBox.pdf>>. Acesso em: 06 abr. 2015.

MANDELROT, Benoit. **Forecast of Future Prices, Unbiased Markets, and "Martingale" Models.** Disponível em: <<http://www.e-m-h.org/Mand66.pdf>>. Acesso em: 02 abr. 2015.

MARKOWITZ, Harry. **Portfolio Selection.** The Journal of Finance, vol. 7, nº. 1.(Mar., 1952),p.77-91. Disponível em: <https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2015.

MELO, Bruno. **Modelo de previsão para arrecadação tributária.** 2001. Disponível em: <http://www3.tesouro.fazenda.gov.br/Premio_TN/VIPremio/sistemas/1siafpVIPTN/MELO_Bruno.pdf>. Acesso em: 25 abr. 2015.

OSNBORNE.M. F. M. **Brownian motion in the stock market.**1959. Disponível em: <<http://m.e-m-h.org/Osbo59.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2015.

PEIXOTO, Pedro da Silva. **O Uso de modelos econométricos em empresas.** São Paulo, 2005. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~pedrosp/Peixoto-ModelosEconometricos-2005.pdf>>. Acesso em: 06 abr. 2015.

ROSENBLAD, Andreas. **The gretl Team, Winston-Salem, NC. Open source.,** Volume 25, Software Review 1, March 2008. Disponível em: <<http://www.jstatsoft.org/v25/s01/paper>>. Acesso em: 06 abr. 2015.

SCHWERT, G. William. **Tests for Unit Roots**: A Monte Carlo Investigation. Journal of Business & Economic Statistics, vol 7, nº 2, april 1989. Disponível em: <<http://schwerts.com/jbes89.pdf>>. Acesso em: 23maio 2015.

SHARPE, William F. **Capital Asset Prices**: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. The Journal of finance, vol. XIX, september 1964, N°3. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x/pdf>>. Acesso em: 10 maio 2015.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. **Introdução à Econometria**: Uma Abordagem Moderna. 4. ed. São Paulo: THOMSON, 2006.

YALTA, A. Talha; YALTA, Yasemin A. **GRETL 1.6.0 and its numerical accuracy**. Journal of Applied econometrics, 2007. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/jae.946/abstract>>. Acesso em: 06 abr. 2015.

APÊNDICE A - ESTIMAÇÃO DOS RETORNOS

BBDC3:

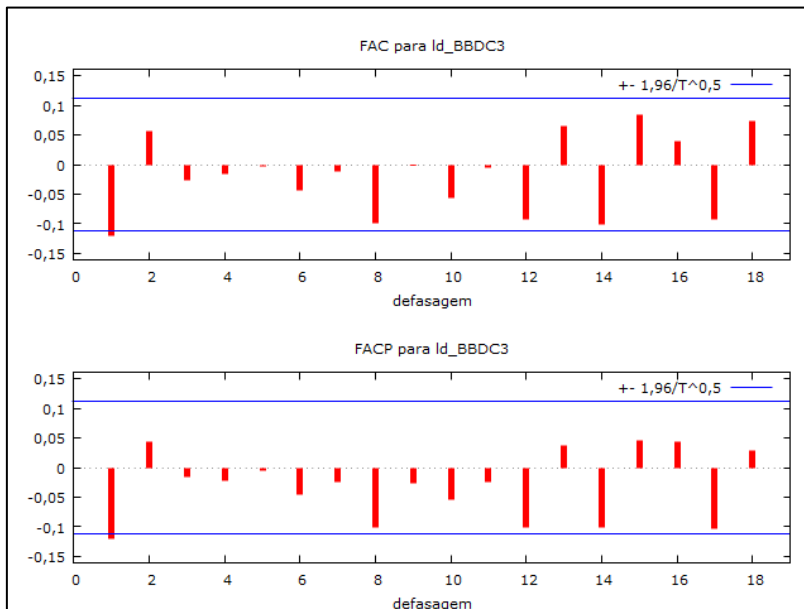
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	-0,392554	0,285037	-1,3772	0,1684
theta_1	0,239977	0,299015	0,8026	0,4222

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	-2,5474	0,0000	2,5474	0,5000
MA	Raiz 1	-4,1671	0,0000	4,1671	0,5000

FAC e FACP:



BRFS3:

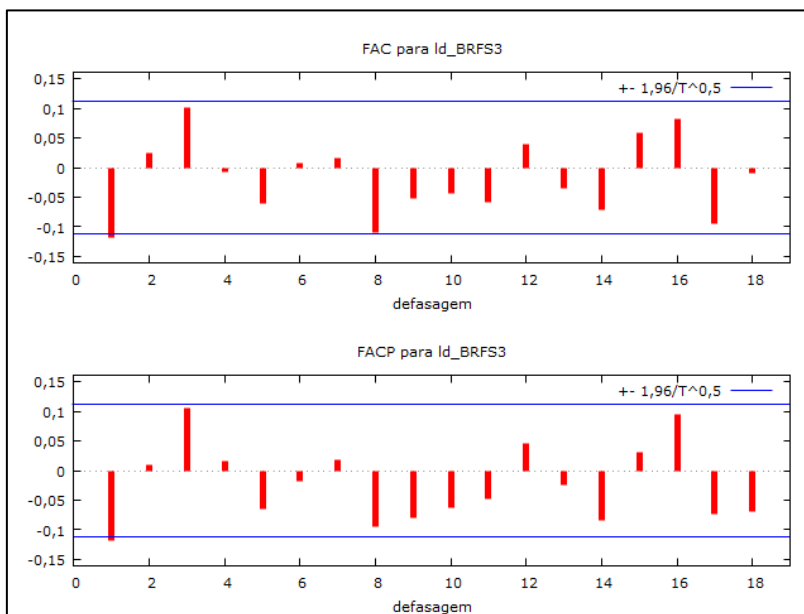
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	-0,157794	0,38696	-0,4078	0,6834
theta_1	0,0551816	0,388492	0,1420	0,8870

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	-6,3374	0,0000	6,3374	0,5000
MA	Raiz 1	-18,1220	0,0000	18,1220	0,5000

FAC e FACP:



BRKM5:

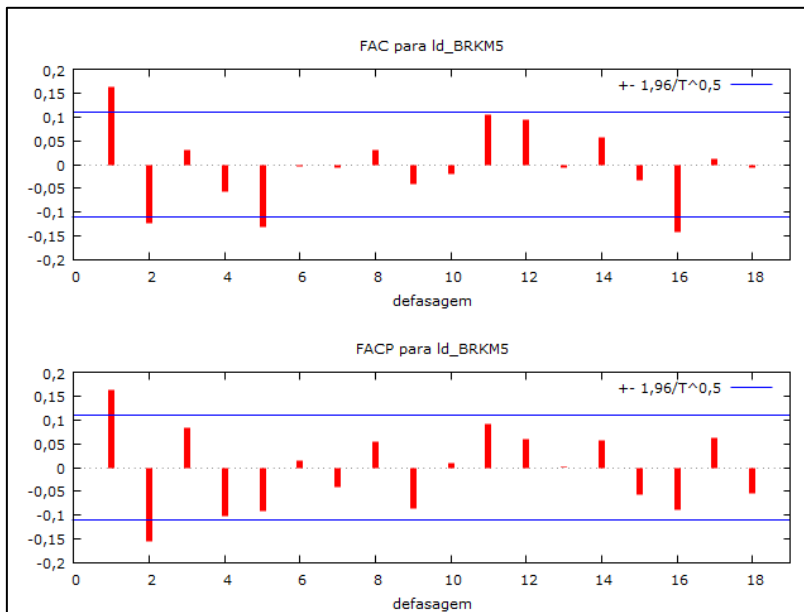
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
theta_1	0,213343	0,061414	3,4739	0,0005
theta_2	-0,059038	0,0565549	-1,0439	0,2965

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
MA	Raiz 1	-2,6879	0,0000	2,6879	0,5000
MA	Raiz 2	6,3016	0,0000	6,3016	0,0000

FAC e FACP:



BRPR3:

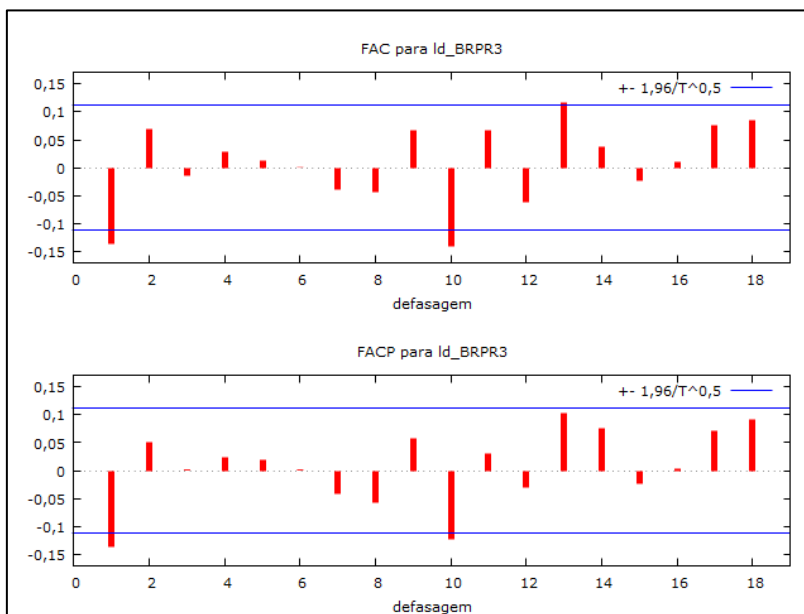
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	-0,273472	0,26571	-1,0292	0,3034
theta_1	0,04217	0,276627	0,1524	0,8788

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	-3,6567	0,0000	3,6567	0,5000
MA	Raiz 1	-23,7135	0,0000	23,7135	0,5000

FAC e FACP:



ENBR3:

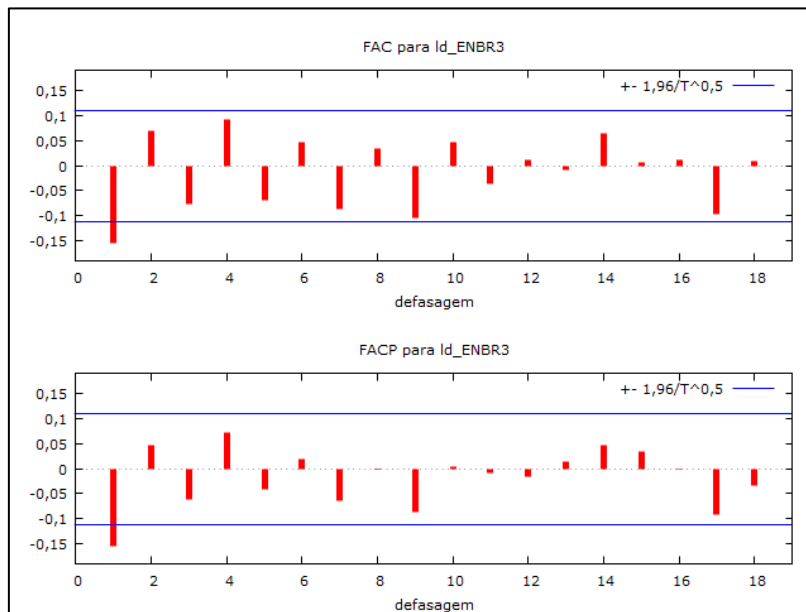
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	0,0566524	0,513627	0,1103	0,9122
theta_1	-0,181657	0,506342	-0,3588	0,7198

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	17,6515	0,0000	17,6515	0,0000
MA	Raiz 1	5,5049	0,0000	5,5049	0,0000

FAC e FACP:



JBSS3:

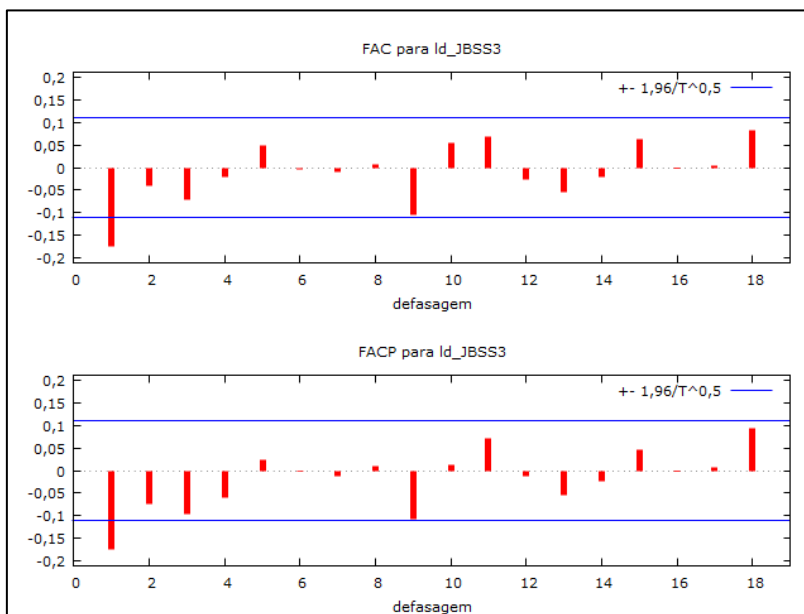
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	0,399401	0,204168	1,9562	0,0504
theta_1	-0,617807	0,175843	-3,5134	0,0004

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	2,5037	0,0000	2,5037	0,0000
MA	Raiz 1	1,6186	0,0000	1,6186	0,0000

FAC e FACP:



KLBN11:

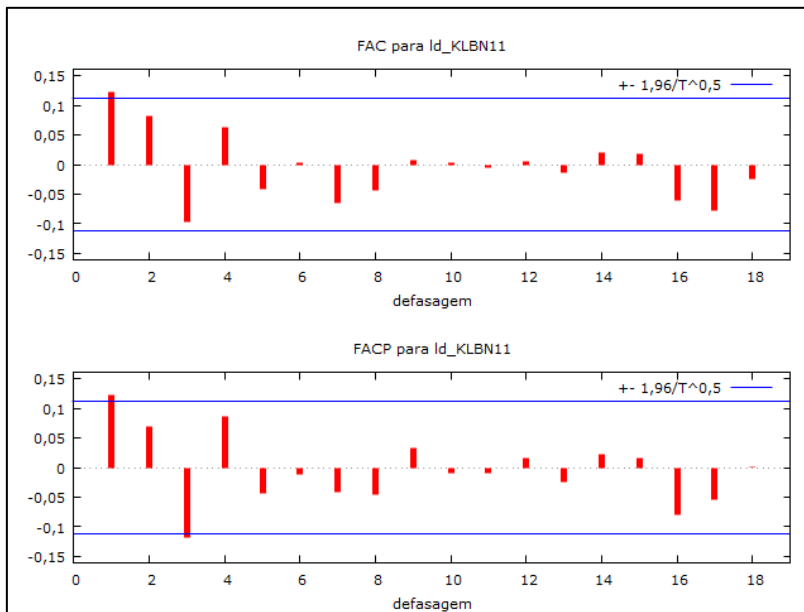
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	0,142484	0,552528	0,2579	0,7965
theta_1	0,0117063	0,558468	0,0210	0,9833

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	7,0183	0,0000	7,0183	0,0000
MA	Raiz 1	-85,4238	0,0000	85,4238	0,5000

FAC e FACP:



LREN3:

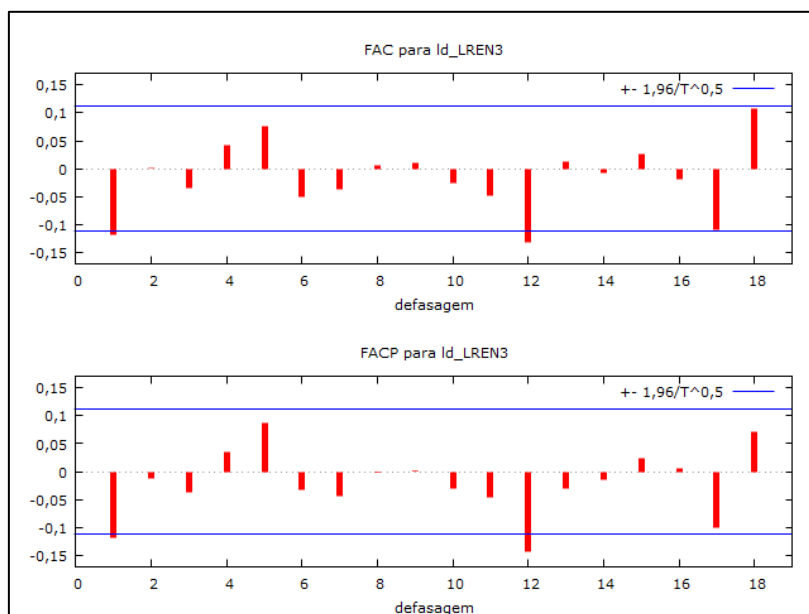
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	-0,276711	0,46288	-0,5978	0,5500
theta_1	0,131075	0,479494	0,2734	0,7846

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	-3,6139	0,0000	3,6139	0,5000
MA	Raiz 1	-7,6292	0,0000	7,6292	0,5000

FAC e FACP:



MULT3:

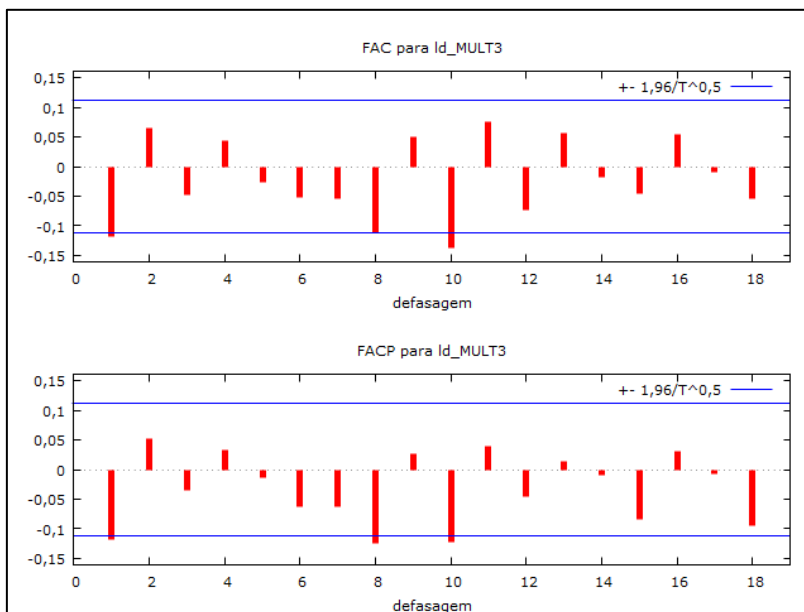
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	-0,568299	0,293713	-1,9349	0,0530
theta_1	0,474824	0,31223	1,5208	0,1283

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	-1,7596	0,0000	1,7596	0,5000
MA	Raiz 1	-2,1060	0,0000	2,1060	0,5000

FAC e FACP:



PCAR4:

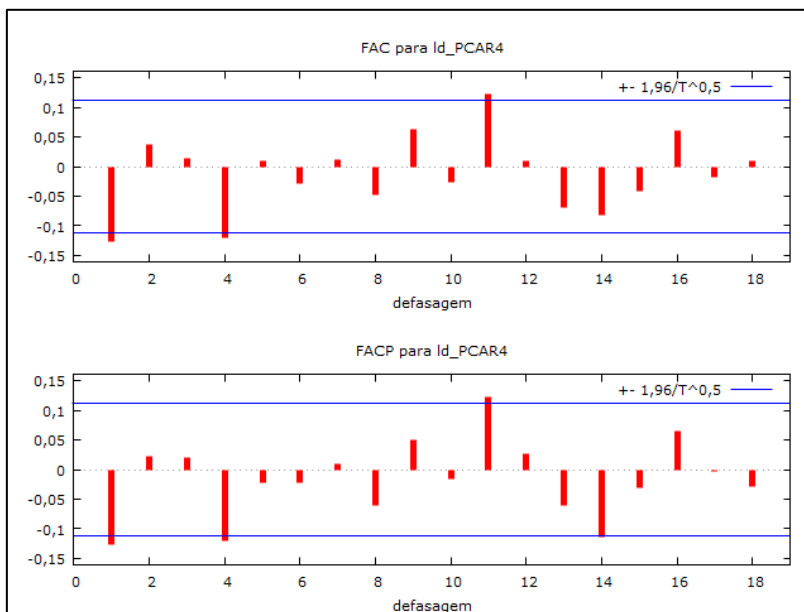
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	-0,322712	0,319659	-1,0095	0,3127
theta_1	0,19509	0,328929	0,5931	0,5531

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	-3,0987	0,0000	3,0987	0,5000
MA	Raiz 1	-5,1258	0,0000	5,1258	0,5000

FAC e FACP:



TBLE3:

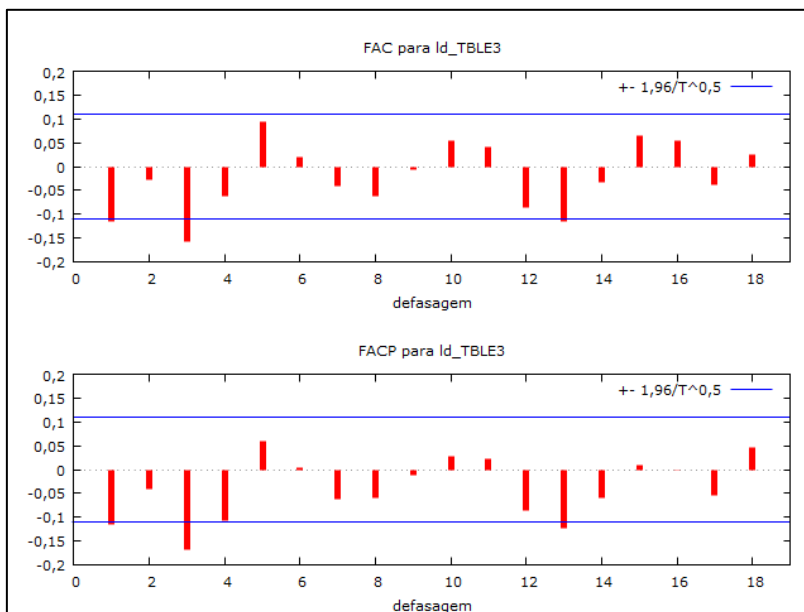
Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	0,819124	0,0581755	14,0802	<0,0001
theta_1	-0,965396	0,0309646	-31,1774	<0,0001

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	1,2208	0,0000	1,2208	0,0000
MA	Raiz 1	1,0358	0,0000	1,0358	0,0000

FAC e FACP:



UGPA3:

Modelo:

	Coeficiente	Erro Padrão	z	p-valor
phi_1	-0,0130238	0,226068	-0,0576	0,9541
theta_1	-0,204455	0,221442	-0,9233	0,3559

Raízes:

		Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR	Raiz 1	-76,7826	0,0000	76,7826	0,5000
MA	Raiz 1	4,8911	0,0000	4,8911	0,0000

FAC e FACP:

