



O USO DO GEOGEBRA E O TEOREMA DE PITÁGORAS: UMA RESSIGNIFICAÇÃO POSSÍVEL

Silvana Durigon – silvanadurigon@hotmail.com – Pólo: Faxinal do Soturno

Orientador: Flávia Malta Branco – fmbranco@mat.ufrgs.br – UFRGS

Resumo:

O objetivo deste artigo é apresentar alternativas para a abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula, resgatando a história de vida de um dos matemáticos mais famosos da época, bem como relacionar e analisar a influência das contribuições de Pitágoras ao ensino de Matemática. Pretende-se também explorar a importância do uso de recursos computacionais no ensino de matemática, em especial do *software* GeoGebra, o qual é uma ferramenta que pode ser utilizada para diversificar as aulas, aumentar a motivação dos alunos e facilitar a compreensão de conteúdos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Teorema de Pitágoras; GeoGebra.

Introdução

Com o mundo em constante transformação, a evolução tecnológica, científica, social, a quantidade de informações e inovações que se apresentam faz com que nos deparemos com novos desafios a cada instante, os quais exigem preparo e muita sabedoria para que possamos lidar com eles.

Na área da Educação, a escola é responsável pela construção do conhecimento, porém, nesta sociedade onde tudo muda muito rápido, novos desafios e exigências são apresentados à escola a todo o momento, a qual recebe, segundo consta na própria Lei de Diretrizes e Bases Nacionais/1996 (LDB) Constituição Federal/98, o estatuto legal de formar cidadãos com capacidade de não só enfrentar esses desafios, mas também de

superá-los. Assim, exige-se que a escola tenha uma nova concepção e uma forma diferenciada de trabalhar, buscando renovar sua postura e construir um conhecimento sólido que estimule o aluno a ser sujeito de sua aprendizagem, de forma criativa e crítica, promovendo seu desenvolvimento pessoal e profissional (LDB/96).

Neste sentido, a escola apresenta-se como um espaço em contínua construção. Ela é uma instituição humana onde muitas pessoas lutam e buscam uma educação de qualidade. Mas para que isso aconteça é preciso engajá-la em movimentos de mudança que busquem sua atualização constante, onde o aluno se sinta motivado a frequentá-la pela incorporação de novas tecnologias e metodologias de ensino.

Com essa possibilidade de mudança da educação devido à inserção tecnológica, novos caminhos estão surgindo, em especial para o ensino da Matemática, onde uma grande variedade de programas computacionais está dando um significado especial na construção do conhecimento. Porém, conforme muitos autores afirmam, a simples inserção de recursos tecnológicos não significa aprendizagem, é preciso qualidade na sua utilização e essa qualidade vai depender de como as propostas são interpretadas, organizadas e apresentadas pelos professores.

Por isso é importante que o professor aprenda a utilizar as ferramentas tecnológicas, que procure melhorar sua formação buscando estar constantemente em contato com estes novos recursos, pois se os mesmos não se sentirem preparados corre-se o risco da simples troca do lápis e papel pelo computador.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o objetivo geral da Matemática é identificar os conhecimentos matemáticos como meio de compreender e transformar o mundo e perceber o caráter de jogo intelectual, característicos da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento das capacidades para resolver problemas (BRASIL, 1999).

Desta forma, não bastam apenas aulas de Matemática expositivas, onde os alunos fazem aquelas intermináveis listas de exercícios até decorar. É preciso investir em aulas interativas, com trocas de ideias, trabalhos em grupos, oficinas, experimentações, o que permite que a Matemática se torne mais atrativa e mais próxima da vida dos alunos. Nesse

contexto a sala de aula se torna um espaço de se ensinar a fazer pensando, interagindo e valorizando as potencialidades e os conhecimentos dos alunos.

Sendo assim, para o desenvolvimento deste artigo, escolheu-se o Teorema de Pitágoras por sua importância histórica para o desenvolvimento da Matemática e por ser tão útil no ensino básico, não raro aparecendo em muitas aplicações. E que, pela sua bela construção, permite inúmeras possibilidades de demonstração, o que com o uso do GeoGebra, toma uma nova dinâmica.

Pretende-se refletir sobre as possibilidades de abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula, mostrando que o uso da história do desenvolvimento de alguns conceitos matemáticos pode se tornar uma atividade investigativa bastante prazerosa quando se usa ferramentas tecnológicas.

Em um primeiro momento, é apresentada uma contextualização histórica sobre o Teorema de Pitágoras. Na segunda parte é feita a análise e comparação de como alguns livros didáticos apresentam este assunto, livros que são distribuídos às Escolas Públicas através do Programa Nacional do Livro Didático do Ministério da Educação (PNL). Na terceira parte, reflete-se sobre o uso do GeoGebra nas aulas de Matemática e na quarta parte é apresentada uma sugestão de atividade envolvendo o uso do *software* GeoGebra e o Teorema de Pitágoras, o qual permite compreender a relação de Pitágoras em um triângulo retângulo e demonstrá-la usando a equivalência de áreas.

1. Contexto Histórico

Pitágoras (ver figuras 1 e 2) foi um grande matemático, filósofo e físico. Viveu em torno de 530 a.C. e morreu no início do século V a.C. Embora observe-se muitos escritos sobre sua história de vida, obra e pensamento não há, em nenhuma obra, um relato satisfatório de sua vida. Mas acredita-se que tenha nascido na ilha de Samos. (PEREIRA, 2002).

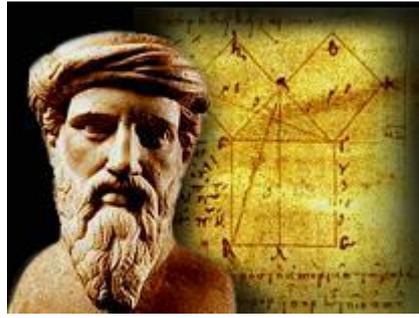


Figura 1: Pitágoras.

As pesquisas sobre a bibliografia de Pitágoras apontam que ele, com idade próxima a 18 ou 19 anos, partiu de Samos para conhecer o mundo, pois, em sua época, isto era costume para adquirir conhecimento através do contato com outros povos.

Pitágoras adquiriu suas habilidades matemáticas em suas viagens pelo mundo antigo. Algumas histórias tentam nos fazer crer que Pitágoras teria ido até a Índia e a Inglaterra, mas o mais certo é que ele aprendeu muitas técnicas matemáticas com os egípcios e os babilônios. Esses povos antigos tinham ido além da simples contagem e eram capazes de cálculos complexos que lhes permitiam criar sistemas de contabilidade sofisticados e construir prédios elaborados. De fato, os dois povos viam a matemática como uma ferramenta para resolver problemas práticos. A motivação que conduziu à descoberta de algumas das leis básicas da geometria era a necessidade de refazer a demarcação dos campos, perdida durante as enchentes anuais do Nilo. A palavra geometria significa “a medida da terra”. (SINGH, 2008, p.29)

Pitágoras viajou por todo o Egito e visitou a Babilônia em busca de conhecimento. Por volta de 530 a.C., estabeleceu-se em Crotona, colônia grega no sul da Itália, e ganhou discípulos que vieram a ser conhecidos como os “pitagoreanos”.

É então que nasce a famosa “Escola Pitagórica” também conhecida como “irmandade pitagórica”, já que essa escola possuía também um caráter religioso e era cercada de mistérios e lendas.

A escola Pitagórica era politicamente conservadora e tinha um código de conduta rígido. O vegetarianismo era imposto a seus membros, aparentemente porque o pitagorismo aceitava a doutrina da metempsicose ou transmissão das almas, com a preocupação consequente de que se podia matar um animal que seria a nova moradia da alma de um amigo morto. (BOYER, 1996, p. 33).

Dentre os inúmeros registros que se tem sobre Pitágoras, alguns merecem um destaque especial: ele acreditava que o mundo é matemático por natureza. Por isso, aplicou a matemática à música e descobriu que os sons dos instrumentos de corda correspondem,

em múltiplos simples, ao comprimento de suas cordas. Também verificou que, se uma corda é esticada de forma que a parte vibrante seja reduzida à metade de seu comprimento original, o som emitido fica uma oitava mais agudo. Estas descobertas sobre a matemática da música, ou “harmonia”, continuam sendo importantes nos dias de hoje.



Figura 2: Pitágoras.

A partir de seus estudos também na astronomia, Pitágoras defendia que os planetas giravam em torno do sol e mais, em certa ordem matemática, isto é, em intervalos que correspondiam os comprimentos harmônicos das cordas. Outra descoberta foi que a estrela da manhã e a estrela da noite são o mesmo objeto. Essa estrela ficou conhecida como “Afrodite” para os gregos e “Vênus” para os romanos.

Mas Pitágoras é mais conhecido por sua contribuição à geometria. Ele desenvolveu o teorema de Pitágoras: o quadrado do comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados dos comprimentos de seus outros dois lados (catetos). Os egípcios haviam empregado este fato anteriormente, mas Pitágoras entendeu a diferença entre o método empírico e a prova rigorosamente matemática.

Outra descoberta, para a matemática, foi dos números racionais. Pitágoras chegou a essa descoberta observando que a diagonal de um quadrado não podia ser expressa como a razão de dois números. Não é possível encontrar dois números inteiros cujo quadrado de um seja exatamente duas vezes o quadrado do outro.

A Escola Pitagórica seguia muitas regras, tanto religiosas, como políticas e do modo de vida, que logo passaram a ser vistos pelos governantes aristocráticos como sendo revolucionários. Mas mesmo assim, conseguiram permanecer por 30 anos em Crotona. Depois desse período, Pitágoras e seus discípulos foram expulsos, isso ocorreu por volta de 500 a.C. Consta que nessa época já tinham cerca de trezentos discípulos que diziam ser seus seguidores.

Com a expulsão de Crotona, Pitágoras e seus discípulos seguiram para Metaponto, que era outra cidade grega. Foi nessa cidade que Pitágoras faleceu, em torno dos 60 anos de idade e, segundo consta em escritos sobre sua história, teria sido morto queimado em um incêndio na casa comunitária onde morava, o mesmo teria sido provocado por manifestantes antipitagóricos. (STRATHERN, 1998).

Ainda hoje, encontram-se na internet ou até mesmo em citações, muitos dos pensamentos ou ditos de Pitágoras que eram bem conhecidos pelas pessoas que conviviam com ele ou que por algum motivo tiveram contato. Os ditos mais conhecidos da época eram os seguintes:

1. Educai as crianças e não será possível punir os homens.
2. Não é livre quem não obteve domínio sobre si.
3. A melhor maneira que o homem dispõe para se aperfeiçoar é aproximar-se de Deus.
4. A vida é como uma sala de espetáculos: entra-se, vê-se e sai-se.
5. A evolução é a Lei da Vida, o número é a Lei do Universo, a unidade é a Lei de Deus.
6. Tudo é número.
7. Pensem o que quiserem de ti; faz aquilo que te parece justo.
8. Ajude teus semelhantes a levantar a carga, mas não a carregues.
9. Com ordem e com tempo encontra-se o segredo de fazer tudo e tudo fazer bem.
10. O que fala semeia; o que escuta recolhe.

Através destes pensamentos pode-se ter uma ideia geral de como era o dia-a-dia de Pitágoras, quais eram as crenças ou mitos que acima de tudo ele fazia questão de priorizar. Pode-se dizer que Pitágoras representava muito para o povo daquela época, ele era filósofo, astrônomo, matemático, santo, profeta, milagreiro e mágico. Seus seguidores cultivaram suas crenças por quase todo o mundo grego. Em nenhuma outra época a

matemática teve um papel tão importante na vida e na religião como tinha entre os pitagóricos. (BOYER, 1996).

2. Análise de alguns livros Didáticos de Matemática

Segue a análise de quatro livros do ensino fundamental, sobre a abordagem do tema “Teorema de Pitágoras”. Os livros analisados fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático do Ministério da Educação (PNL), que distribui livros às escolas públicas.

1- Livro: A conquista da Matemática - Giovanni (2009, p.248, 9º ano): os autores iniciam apresentando a definição de triângulo retângulo, fazem uma pequena abordagem histórica da utilização do mesmo pelos egípcios. Em seguida fazem duas demonstrações do teorema, de forma clara, usando equivalência de áreas: uma representada em papel quadriculado e a outra baseada no cálculo de áreas de figuras geométricas planas, como mostra a figura 3 abaixo.

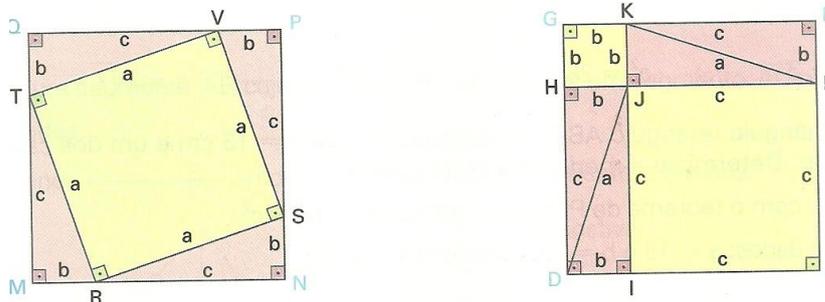


Figura 3: Demonstrando o teorema de Pitágoras pelas áreas das figuras geométricas

As demonstrações são boas, de maneira tradicional, onde o aluno consegue entendê-las facilmente pela sua simplicidade, mostrando passo a passo como chegar ao Teorema de Pitágoras. Este livro é um dos mais utilizados pelos professores desta escola, por ser um livro que apresenta muitos exercícios contextualizados e diversificados, isto é, não há aquela interminável lista de exercícios repetidos.

2- Livro: Praticando Matemática - Alvaro Andrini e Maria José Vasconcellos (2002, p. 163, 8ª série): ilustra a definição de triângulo retângulo fazendo uso de uma corda com 13

nós. Apresenta um breve relato da história de Pitágoras e, a seguir, a relação de Pitágoras de forma geométrica, utilizando a área dos quadrados formados sobre os lados do triângulo retângulo. Demonstra a relação utilizando quatro triângulos retângulos congruentes, com os quais constrói um quadrado de lado $(b+c)$, conforme figura 4. E então, conclui que a área desse quadrado é igual à soma das áreas dos quatro triângulos com a área do quadrado de lado a . Isto é:

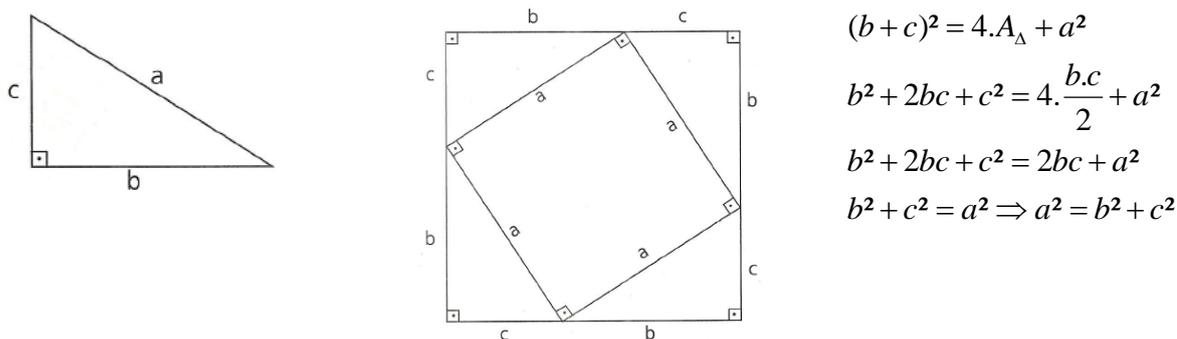


Figura 4: Demonstração do Teorema de Pitágoras

O que mais chama a atenção é que os autores constroem a demonstração do teorema a partir da utilização do conceito de áreas de uma forma bem simples, sempre fazendo questionamentos e usando os conhecimentos dos alunos, ou seja, deixam o aluno construir o conhecimento.

3- Livro: projeto Araribá, da editora Moderna (2010, pág. 129, 9º ano): é feito um breve relato da história de Pitágoras e apresenta uma demonstração do Teorema de Pitágoras que usa a comparação de áreas de figuras geométricas.

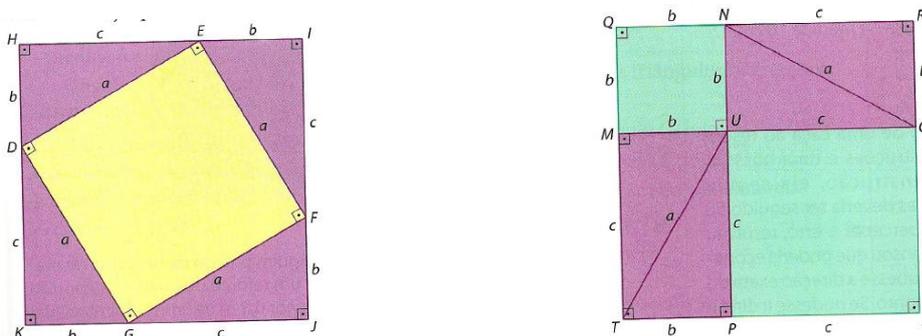


Figura 5: Demonstração do Teorema de Pitágoras

- Área do quadrado HIJK = $a^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$ (I)
- Área do quadrado QRST = $b^2 + c^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$ (II)

Como as áreas dos quadrados HIJK e QRST são iguais, iguala-se (I) e (II):

$$a^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} = b^2 + c^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$$

Simplificando de ambos os lados da igualdade, tem-se:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Esta é outra demonstração presente nos livros didáticos, utilizando o conceito de áreas, um pouco diferente do livro analisado anteriormente, porém a mesma demonstração do primeiro livro analisado.

4- Livro: Projeto Radix, Ribeiro (2009, p.109, 9º ano): inicia fazendo uma reflexão sobre ângulos observando, para tal, a inclinação dos telhados. Utiliza as relações de semelhança para demonstrar as relações métricas no triângulo retângulo e após demonstra o Teorema de Pitágoras utilizando as relações métricas já demonstradas. Este é um livro que não apresenta nada da história de Pitágoras, nem dá margem para o aluno pensar que por traz disso houve um grande contexto histórico.

Pela análise dos livros, percebe-se que estes apresentam pelo menos uma demonstração do Teorema de Pitágoras, geralmente baseado no cálculo de áreas das figuras geométricas. Pelo que percebe-se dos professores, estes utilizam tais demonstrações apoiados nos livros didáticos e então, passam à sua aplicação, calculando as medidas dos lados de alguns triângulos retângulos, utilizando a fórmula.

3. Uso do GeoGebra nas aulas de Matemática

GeoGebra é um *software* livre de geometria dinâmica criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula. Por ser um *software* livre, os colaboradores podem fazer alterações em seu código fonte da maneira que necessitarem, melhorando, aprimorando, atualizando ferramentas nele disponíveis ou acrescentando novas ferramentas, com o compromisso de disponibilizar tais melhoramentos de maneira livre também.

Sendo um programa de geometria dinâmica, ele permite realizar construções utilizando pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas bem como funções. Também permite alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada, explorando a parte geométrica do *software*.

Ainda podem ser incluídas equações e coordenadas diretamente. Assim, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, vetores e pontos, derivar e integrar funções e ainda oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função.

Deste modo, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria, às mais avançadas da álgebra e do cálculo. Assim tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

Nesta perspectiva, foram propostas atividades utilizando o *software* GeoGebra. Os recursos de animação, construção e movimentação presentes neste *software* permitem ao aluno fazer hipóteses e refletir sobre as propriedades e conceitos utilizados e ali representados.

O uso do GeoGebra é bastante difundido entre pesquisadores, por exemplo, Gravina (1996) aponta que a geometria dinâmica favorece a compreensão dos conceitos e de relações geométricas, pois o aluno poderá realizar construções, visualizá-las de diversas formas, o que facilita a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos.

Ainda segundo Marrades e Gutiérrez:

Os programas de Geometria Dinâmica auxiliam o professor a criar ambientes de aprendizado nos quais o aluno pode experimentar e observar a permanência ou não de propriedades matemáticas, propondo e verificando conjecturas de forma muito mais simples se comparada a qualquer outra forma tradicional utilizando régua e compasso (2000, p. 95).

Cabe salientar que o *software* por si só não garante a aprendizagem. Para que haja avanço no conhecimento matemático, é importante que o professor planeje as atividades a serem desenvolvidas. Não basta colocar a disposição do aluno um programa de geometria dinâmica, o aluno certamente vai aprender alguma coisa, através da manipulação, mas a apropriação dos conceitos matemáticos significativos nem sempre acontecem de forma espontânea, e assim um trabalho de orientação por parte do professor, se faz necessário.

4. Uso do GeoGebra e o Teorema de Pitágoras: uma construção possível

A utilização das novas tecnologias educacionais e recursos adequados (o uso do *software* GeoGebra) podem auxiliar os alunos a desvendar novos conceitos no campo da geometria plana, proporcionando-lhes um perfeito entendimento do conteúdo estudado, tornando-os mais autônomos e participativos.

Afirma Isotani em sua dissertação:

Nesse processo de ensino aprendizagem, o professor irá ajudar e incentivar o aluno a descobrir por si só o mundo matemático, seus conceitos e suas propriedades. As dicas e conselhos do professor devem ser tomados como valiosos preceitos que servirão como vias durante o processo de descoberta. Dessa forma, é possível estimular a curiosidade sobre a matemática, e não apenas incentivar a busca por uma resposta. (ISOTANI. 2005, p.30)

Assim, com a utilização do GeoGebra, no ensino do Teorema de Pitágoras, tanto os alunos quanto os professores tem chance de trabalhar em uma situação onde é possível visualizar a relação existente entre a área dos quadrados dos lados de um triângulo retângulo. Este fato permite ao aluno uma maior agilidade para interpretar, reconhecer e resolver situações-problema do seu cotidiano fazendo uso dos conceitos construídos e permitindo que o professor exerça uma função de orientador do processo.

Sendo assim, as atividades planejadas contaram com o auxílio de recursos tecnológicos, e também, visando maior interação e colaboração entre os alunos, as aulas foram desenvolvidas através de atividades em duplas, privilegiando sempre o discente como centro do processo de ensino e aprendizagem. O objetivo mais amplo da experiência consiste em verificar e demonstrar o Teorema de Pitágoras, resolver situações-problema, desenvolvendo formas de raciocínio com intuição, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como os instrumentos tecnológicos disponíveis.

As atividades foram realizadas na semana de 08 a 12 de junho de 2015 na Escola Municipal de Ensino Fundamental José Rubin Filho, no Município de Pinhal Grande, RS. Esta escola localiza-se no Bairro São José, possui no ano de 2015 um total de 330 alunos matriculados e conta com o trabalho de 27 professores incluindo a equipe diretiva.

A turma escolhida para a prática de ensino foi o 9º ano do Ensino Fundamental, a qual possui um total de 16 alunos. Teve a duração de 05 (cinco) horas aulas, as quais foram realizadas no laboratório de informática. Ressalta-se que esse laboratório conta com 20 computadores com acesso a internet para uso dos alunos.

As aulas foram divididas em dois momentos: no primeiro momento, três períodos trabalhados e no segundo momento dois períodos.

4.1 Descrição e análise da prática

A partir da análise dos livros didáticos, percebeu-se que a maioria dos livros traz muito pouco do contexto histórico de Pitágoras. É um contexto que possibilitaria um melhor envolvimento dos alunos, aguçando a curiosidade e o espírito investigativo, porém isto não é tratado nos livros. Também com relação à demonstração do teorema, é feita uma demonstração no papel, sem nem ao menos comentar dos recursos tecnológicos, os quais possibilitam uma grande interação com o aluno.

Sendo assim, a partir desta falta que se sentiu nestes livros didáticos, foi planejada uma sequência de atividades na tentativa de melhor compreensão do Teorema de Pitágoras pelos alunos.

No primeiro momento, foi realizada uma revisão dos conceitos envolvidos no estudo de ângulos (ângulo reto, agudo, obtuso e raso), bem como do uso de esquadros, pedindo aos alunos que indicassem as medidas dos ângulos desses instrumentos (30° , 45° , 60° e 90°).

Na sequência foi proposto que os alunos realizassem uma pesquisa na internet sobre Pitágoras: sua vida, seus estudos, suas descobertas e sua contribuição para o conhecimento matemático, conforme figura 6 abaixo.



Figura 6: Alunos realizando a pesquisa sobre a História de Pitágoras.

Foi solicitado aos alunos que elaborassem um texto sobre a pesquisa realizada em sala de aula, apresentando-o na aula seguinte.

Para finalizar este primeiro momento, foi apresentado o *Software* GeoGebra aos alunos e estes tiveram um tempo para realizarem livremente algumas construções, ganhando familiaridade com o programa, conforme figuras 7 e 8.

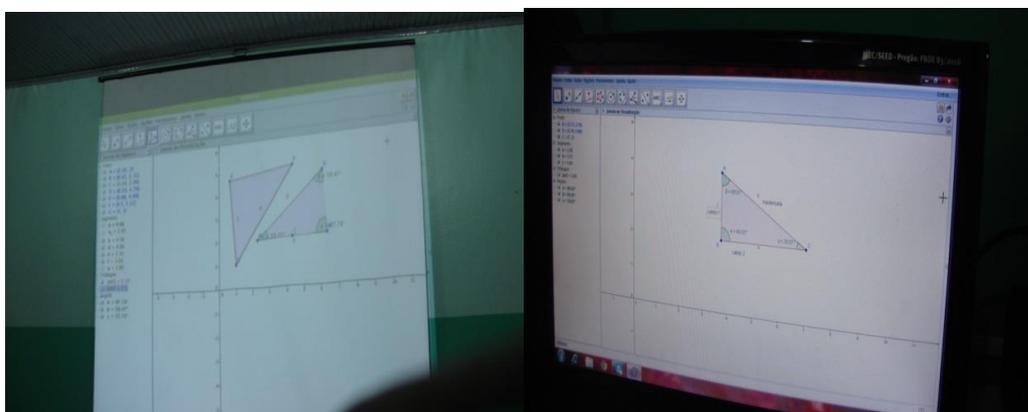


Figura 7: figuras construídas pelos alunos no GeoGebra.

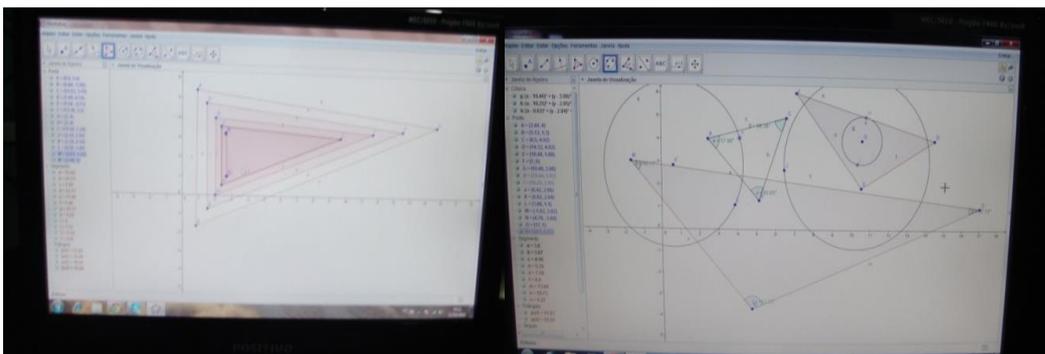


Figura 8: construções no GeoGebra.

O segundo momento (2 horas-aula) foi iniciado com a leitura dos textos produzidos pelos alunos (Figura 9). Os quais demonstraram entusiasmo pelo trabalho realizado, pois tiveram a chance de realizar uma pesquisa sobre um dos grandes matemáticos, observando que seu conhecimento não se baseava apenas na matemática, mas também na astronomia, na filosofia, na música, na religião entre outras. Também puderam observar conforme foi destacado pelos alunos que sua influência nos estudos futuros da matemática foi enorme, pois foi um dos grandes construtores da base dos conhecimentos matemáticos que temos atualmente.



Figura 9: Leitura dos textos produzidos após a pesquisa sobre a História de Pitágoras.

Após, voltando ao GeoGebra, foi explicado como construir um triângulo retângulo pois, na aula anterior os alunos realizaram algumas tentativas. Então, rapidamente os alunos compreenderam que era preciso construir uma reta perpendicular a outra reta dada, para que o triângulo fosse realmente retângulo. Estas construções podem ser vistas na figura 10.

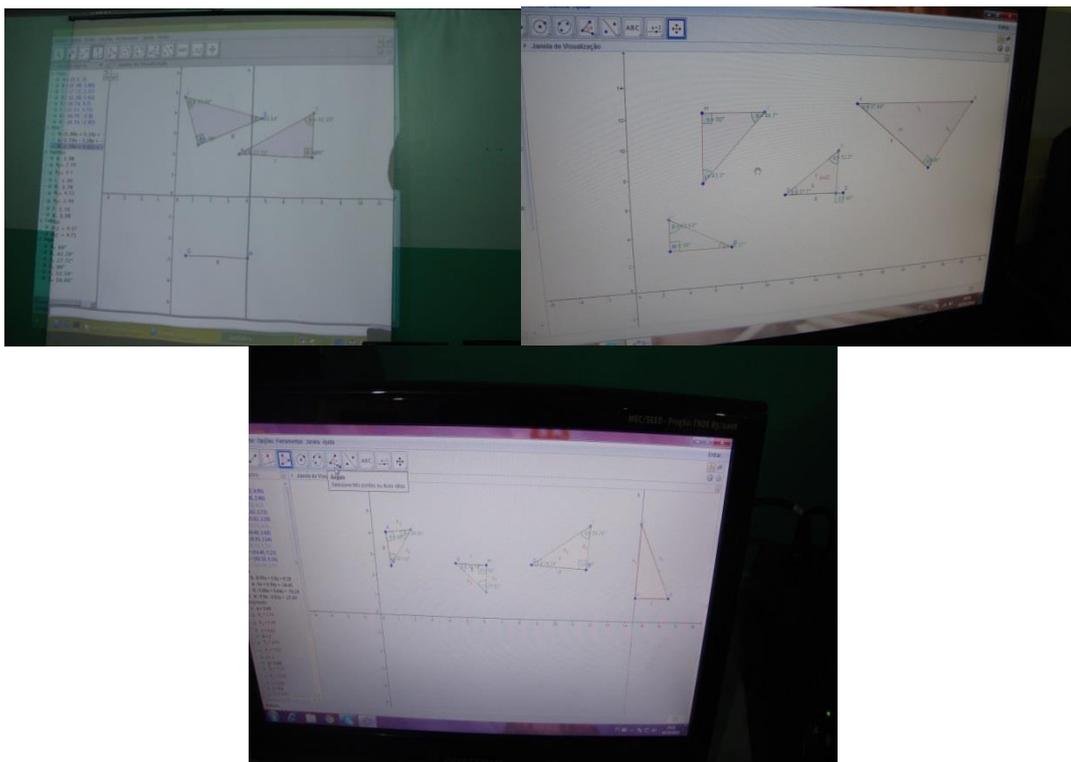


Figura 10: construções realizadas pelos alunos.

Em seguida foram propostas duas construções: primeiramente um triângulo retângulo e depois um triângulo qualquer . Em seguida, foi solicitado que os alunos construíssem quadrados tendo por base os lados do triângulo. Desta forma o aluno tem condições de perceber que em qualquer triângulo retângulo a área do quadrado maior é igual a soma das duas áreas dos quadrados menores, conforme figuras 11 e 12. A atividade seguiu os passos descritos abaixo.

ATIVIDADE 01

- a) Construa um segmento AB;
- b) Determine uma reta perpendicular b a este segmento passando por B;
- c) Marque sobre a perpendicular um ponto C;
- d) Construa o segmento CB e o segmento CA.
- e) Oculte a reta perpendicular b. Desta forma você construiu um triângulo retângulo em B.
- f) Utilizando a ferramenta polígono regular, construa três quadrados tendo como base os lados do triângulo.

- g) Determine a área de cada um dos quadrados;
- h) Analise as áreas encontradas. Qual a relação entre elas?
- i) Movimente os pontos A ou B aumentando a figura. A mesma relação encontrada no item anterior continua?

ATIVIDADE 02

- a) Construa um triângulo qualquer;
- b) Utilizando a ferramenta polígono regular, construa três quadrados tendo como base os lados do triângulo;
- c) Determine a área de cada um dos quadrados;
- d) Analise as áreas encontradas. Elas possuem alguma relação?
- e) Movimente e aumente a figura deslocando os pontos A ou B.
- f) Observe as áreas encontradas, elas possuem a relação encontrada na atividade 01 letra h? Por que será?
Qual a conclusão que estas construções nos permitem chegar?



Figura 11: demonstração feita pela professora no *datashow*.

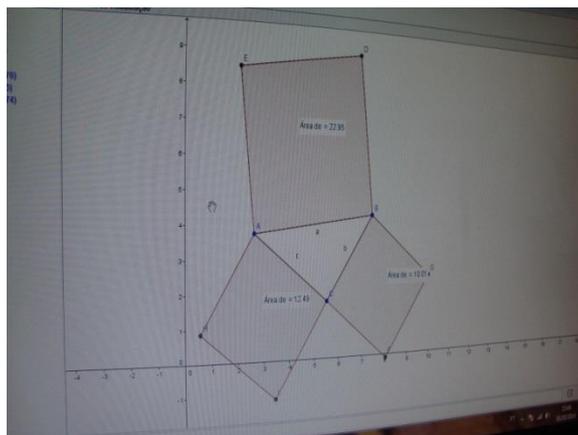


Figura 12: construção realizada por aluno.

Foi feita a análise das áreas encontradas e logo os alunos identificaram a relação entre elas.

Pelos pontos A ou B aumentou-se a figura e os alunos foram questionados sobre o novo formato do triângulo e a relação com suas áreas.

A partir destes questionamentos foi solicitado que os alunos respondessem a seguinte questão: Qual a conclusão que estas construções nos permitem chegar?

Destacam-se algumas respostas (figura 13):

“que em apenas triângulos retângulos podemos evidenciar e afirmar a sentença matemática de Pitágoras: o quadrado da Hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”, conforme a figura:

Que em apenas um triângulo retângulo podemos evidenciar e afirmar a sentença de Pitágoras: o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos. 

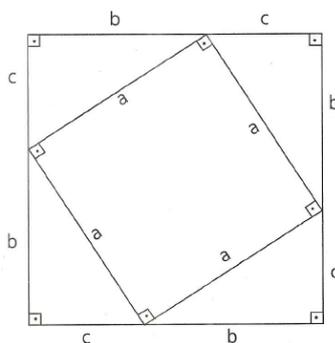
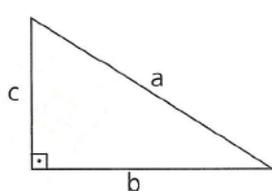
Figura 13: resposta de aluno.

“que o teorema de Pitágoras se usa em triângulos retângulos. E que a hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos catetos”.

“o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos (Teorema de Pitágoras)”.

Então, a partir das conclusões que as construções permitiram visualizar, foi demonstrado o Teorema de Pitágoras aos alunos, utilizando a demonstração que é apresentada no livro de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, conforme a figura 14.

Com quatro triângulos retângulos congruentes, construiu-se um quadrado de lado $(b+c)$. E então, concluímos que a área desse quadrado é igual à soma das áreas dos quatro triângulos com a área do quadrado de lado a . Isto é:



$$(b + c)^2 = 4.A_{\Delta} + a^2$$

$$b^2 + 2bc + c^2 = 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} + a^2$$

$$b^2 + 2bc + c^2 = 2bc + a^2$$

$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

Figura 14: Demonstração do Teorema de Pitágoras.

Em uma conversa feita informalmente com alunos do ensino médio, percebeu-se que o Teorema de Pitágoras se resume a uma fórmula, mas que os alunos nunca haviam feito um estudo sobre sua vida, seus estudos, suas descobertas e sua contribuição para o conhecimento matemático.

Nos anos anteriores os professores relataram que os alunos confundiam bastante os catetos com a hipotenusa. Após a aplicação desta prática percebeu-se uma grande familiaridade dos alunos com os elementos do triângulo retângulo. Não foi constatada, por nenhum aluno, a troca de tais elementos nos exercícios seguintes, onde foram propostas várias aplicações do teorema de Pitágoras. Os alunos também demonstraram entendimento e agilidade nos cálculos.

Partindo do triângulo retângulo foi também mostrado aos alunos que a partir do teorema de Pitágoras, pode-se verificar que se trocarmos os quadrados por outras figuras, tais como círculos, triângulos equiláteros, pentágonos, hexágonos entre outros, também obtém-se que a área da figura construída sobre a hipotenusa é igual a soma das áreas das figuras construídas sobre os catetos, conforme ilustrações:

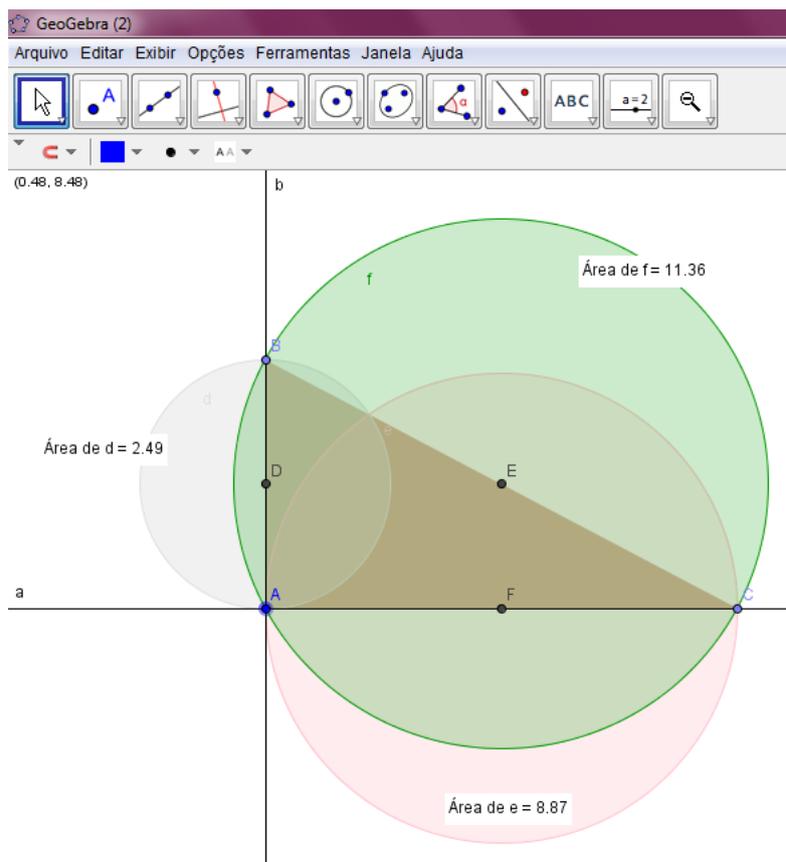


Figura 15: Teorema de Pitágoras usando círculos construídos sobre os lados do triângulo retângulo.

Na construção anterior, figura 15, é possível verificar que, a área do círculo de diâmetro BC – hipotenusa do triângulo retângulo ABC é igual a soma das áreas dos círculos de diâmetro AB e AC, os quais são os catetos do triângulo retângulo dado, ou seja:

$$\pi \cdot \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \pi \cdot \left(\frac{AC}{2}\right)^2$$

$$\pi \cdot \frac{(BC)^2}{4} = \pi \cdot \frac{(AB)^2}{4} + \pi \cdot \frac{(AC)^2}{4}$$

Cancelando os termos semelhantes em ambos os membros da equação, obtemos:

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$$

Já na construção seguinte, figura 16, sobre cada lado do triângulo retângulo base foi construído um triângulo equilátero, conforme ilustração abaixo:

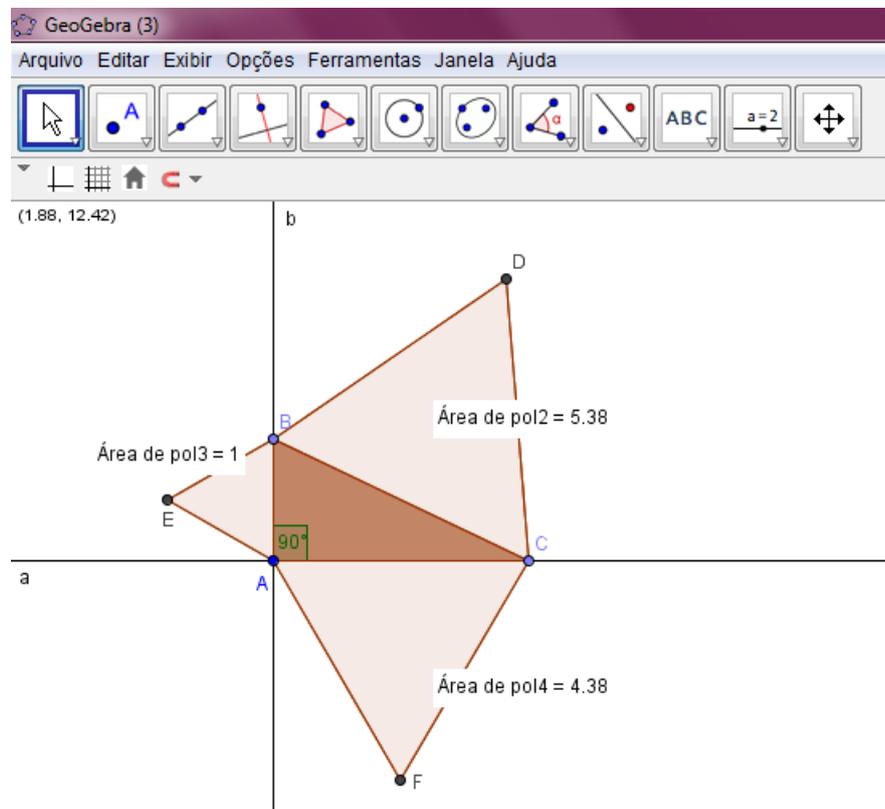


Figura 16: O Teorema de Pitágoras usando triângulos equiláteros.

Assim, a área do triângulo equilátero construído sobre a hipotenusa, é igual à soma das áreas dos triângulos equiláteros construídos sobre os catetos, isto é:

$$\frac{(BC)^2}{4} \sqrt{3} = \frac{(AB)^2}{4} \sqrt{3} + \frac{(AC)^2}{4} \sqrt{3},$$

cancelando os termos semelhantes de ambos os lados da igualdade obtemos:

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$$

Pode-se também demonstrar o Teorema de Pitágoras usando sobre os lados do triângulo retângulo outras figuras, como o pentágono, o hexágono, etc.:

Construindo sobre cada lado do triângulo retângulo hexágonos, verifica-se tal relação, conforme figura 17:

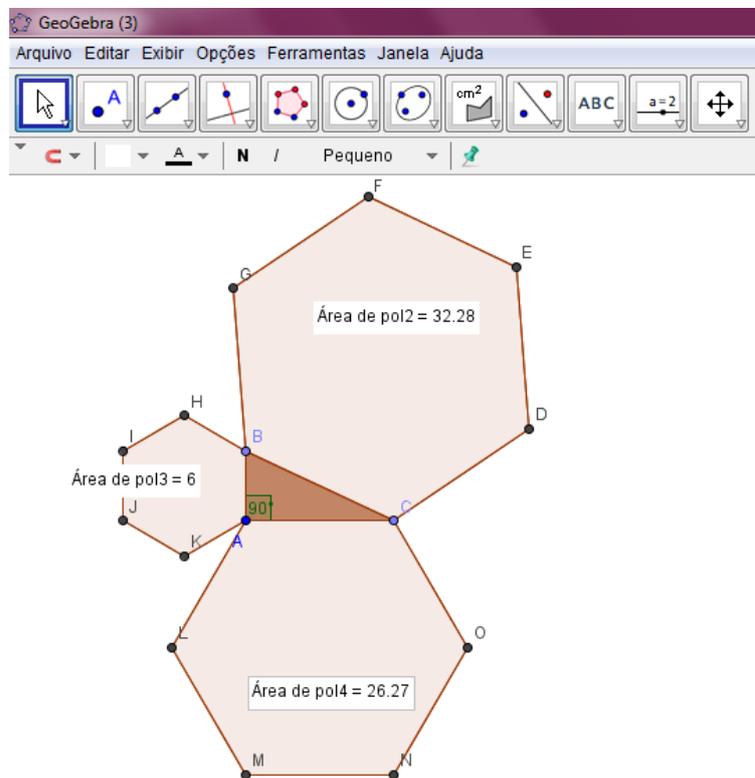


Figura 17: Teorema de Pitágoras usando hexágonos.

Da mesma forma, pode-se verificar que:

$$6 \cdot \frac{(BC)^2}{4} \sqrt{3} = 6 \cdot \frac{(AB)^2}{4} \sqrt{3} + 6 \cdot \frac{(AC)^2}{4} \sqrt{3},$$

cancelando os termos semelhantes, obtemos:

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2.$$

A figura 18 abaixo ilustra o caso para pentágonos construídos sobre os lados do triângulo retângulo.

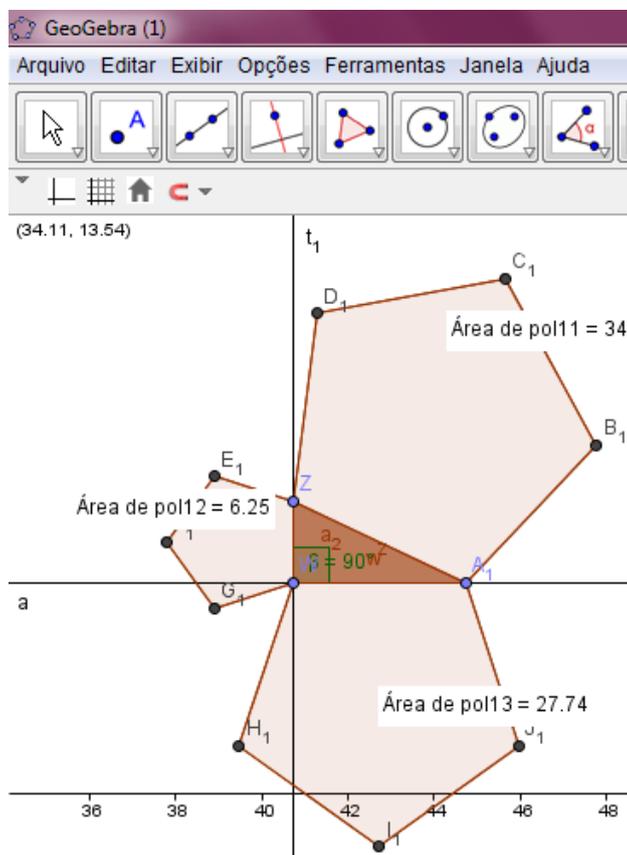


Figura 18: Teorema de Pitágoras usando pentágonos.

Considerações Finais

Este trabalho tem por objetivo dar início a novas discussões e reflexões sobre a prática pedagógica e de que forma pode-se inserir a utilização das tecnologias na prática docente.

Desta forma, procurou-se discutir alternativas para a abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula. Da análise de alguns livros didáticos, percebeu-se que os mesmos utilizam pelo menos uma demonstração para o teorema, seja por semelhança ou por equivalência de áreas, porém, utilizando apenas o livro, sem nenhuma sugestão de *software* ou algum outro recurso.

Após a aplicação desta atividade, pode-se observar o envolvimento dos alunos com a pesquisa realizada, a motivação e a compreensão que estes passaram a demonstrar. Também com a utilização do *software* GeoGebra, os alunos demonstraram interesse, envolvimento e agilidade na construção das atividades. Sendo possível concluir que a utilização deste *software* apresenta várias vantagens. Dentre estas vantagens, a agilidade, praticidade, estímulo, interação e o processo de resolução das atividades, foram destacados pelos alunos em suas opiniões registradas após a resolução da atividade. Ainda segundo a opinião dos alunos, a utilização do programa proporciona maior praticidade na resolução das atividades, além de facilitar na compreensão do conceito que está sendo trabalhado, podendo, deste modo, ser um instrumento auxiliador do professor no desenvolvimento de seu trabalho.

Sendo assim, com este trabalho, espera-se contribuir para o Ensino da Matemática, a fim de torná-lo mais interessante e atrativo. Como diz Imenes (1987), “para gostar de alguma coisa, é preciso conhecê-la. É preciso experimentá-la e ter a chance de sentir algum prazer neste contato”. Talvez, por essa razão, o Teorema de Pitágoras, mesmo depois de mais de 2000 anos, ainda causa fascínio e é fonte de estudo de vários matemáticos.

Referências Bibliográficas

ANDRINI, A. & VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática**. São Paulo: FTD, 2007. Obra em quatro volumes para alunos de 5ª a 8ª séries.

BARROSO, J. M. **Projeto Araribá: Matemática**. São Paulo: Moderna, 2007.

BOYER, C. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF, 1988.

BRASIL. **Lei n. 9394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil. Brasília, DF, 1996.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática – 1º e 2º ciclos de Ensino Fundamental**. Brasília, Ministério da Educação, 1999.

GIOVANNI, J. R. **A conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 2009. Obra em quatro volumes para alunos de 6º a 9º ano.

GRAVINA, M. **A Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado de geometria**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO. Belo Horizonte. Anais, 1996.

IMENES, L. M. **Vivendo a Matemática: descobrindo o teorema de Pitágoras**. São Paulo: Scipione, 1987.

ISOTANI, S. **Desenvolvimento de ferramentas no IGEON: utilizando a Geometria Dinâmica no ensino presencial e a distância**. Dissertação de mestrado. 2005, São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.

MARRADES, R.; GUTIÉRREZ, A. Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. **Educational Studies in Mathematics**, Berlin, v. 44, n. 1, p. 87-125, 2000. Apud: **O papel do professor e do aluno frente ao uso de um software de geometria interativa, disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2013000100009**, acesso em 10 de junho de 2015.

PEREIRA, L.H. F. **Teorema de Pitágoras**: Lembranças e desencontros da matemática. Passo Fundo: UPF, 2002.

PROF2000. **Quem foi Pitágoras. Disponível** em: <http://www.prof2000.pt/users/paulap/pitagoras.html>. Acesso em 01 de junho de 2015.

RIBEIRO, J. **Projeto RADIX: Matemática**. São Paulo: Scipione, 2009. Obra em quatro volumes para alunos de 6º a 9º ano.

SINGH, S. **O último Teorema de Fermat**: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 13. Ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

STRATHERN, P. **Pitágoras e seu Teorema em 90 minutos**. 1.Ed. Rio de Janeiro: J.Z.E, 1998.