UNVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Franciele Marciane Meinerz

O ESTUDO DA ÁREA VIA COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS PLANAS: UMA POSSIBILIDADE PARA INSERÇÃO DA ARGUMENTAÇÃO NA ESCOLA BÁSICA

Porto Alegre
2015

Franciele Marciane Meinerz

O ESTUDO DA ÁREA VIA COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS PLANAS: UMA POSSIBILIDADE PARA INSERÇÃO DA ARGUMENTAÇÃO NA ESCOLA BÁSICA

Trabalho de conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profª Drª Luisa Rodriguez Doering

Porto Alegre
2015

Franciele Marciane Meinerz

O ESTUDO DA ÁREA VIA COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS PLANAS: UMA POSSIBILIDADE PARA INSERÇÃO DA ARGUMENTAÇÃO NA ESCOLA BÁSICA

Trabalho de conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Luisa Rodriguez Doering

Banca Examinadora:

Prof.ª Dr.ª Luisa Rodriguez Doering – Orientadora
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

Prof.ª Dr.ª Márcia Rodrigues Notare Meneghetti
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

Prof. Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Francisco e Regina e à minha irmã Tatiane, que com muita dedicação me propiciaram condições para que esta etapa fosse concluída. Obrigada por me ensinarem a dar valor às coisas simples e a batalhar pelos meus sonhos.

Ao Alexandre, pela companhia, paciência e compreensão. Obrigada por sempre me apoiar a seguir em frente e a ser meu chão nos momentos difíceis, de cansaço, em que eu quase não aguentava mais.

À Jaqueline, por todos os momentos divididos durante os quatro anos de graduação, os quais são responsáveis por consolidar uma amizade incrível.

Agradeço à professora Luisa Rodriguez Doering, por me acolher com toda disposição no decorrer deste trabalho. Obrigada pelo incentivo e pela paciência. Agradeço também as contribuições ao longo dos anos (que não foram poucas) e pelo exemplo de professora que és.

À professora Márcia Notare e ao professor Marcus Basso por aceitarem meu convite para contribuir na elaboração deste trabalho.

Ao professor Eduardo Henrique de Mattos Brietzke, que juntamente com a professora Luisa, me orientou durante quase três anos no estudo sobre Toeria dos Números e Álgebra, muito importante para minha formação.

Às professoras Jéssica e Cíntia por terem aberto as portas para a realização da prática, que foi fundamental para a realização deste trabalho.

Às pessoas que contribuíram e me apoiaram de alguma maneira na minha jornada acadêmica. Muito obrigada.

RESUMO

O presente trabalho relata uma experiência realizada no Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, no qual propomos uma sequência de atividades com foco na investigação matemática. O objetivo desta sequência é introduzir a argumentação nas aulas de Matemática. As atividades buscam instigar alunos do 8º ano do Ensino Fundamental a criar conjecturas e argumentações utilizando a composição e a decomposição de figuras geométricas planas para obtenção de uma fórmula para o cálculo de suas áreas. Para entender um pouco mais sobre a argumentação matemática e sua importância, nos baseamos no estudo sobre argumentação matemática, realizado por Boavida (2005), em sua tese de doutorado. Realizamos uma análise da nossa intervenção pedagógica, na qual percebemos que é possível desenvolver a habilidade argumentativa dos alunos e que a composição e a decomposição de figuras foi um fator relevante para o desenvolvimento das argumentações. Também notamos que, no decorrer das atividades, estabeleceu-se uma preocupação dos alunos com relação à escrita e à justificativa de suas afirmações.

Palavras chave: Argumentação matemática. Composição e decomposição de figuras. Investigação matemática.

ABSTRACT

This work details an experience performed at Colégio de Aplicação, a school based on the Federal University of Rio Grande do Sul, in which we propose a set of activities that focus on Math investigation. These activities have the objective to introduce Math investigation in middle-school classes. Our study looks for instigating 8-year students to create conjectures and argumentations using the composition and the decomposition of geometric shapes to obtain the formula for calculating their areas. In order to understand more about Math argumentation and its importance, we based our work on the doctoral thesis of Boavida (2005). We also analyzed the results of these activities, and we conclude that they may help in the development of the argumentative skills of students. The composition and the decomposition of geometric shapes were a relevant factor for the argumentation development. We also note that during the activities, the students were concern about the justifications of their statements.

Keywords: Math argumentation. Composition and decomposition of geometric shapes. Math investigation.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

Sumário

1 INTRODUÇÃO

Durante o Ensino Médio, o fato de utilizar fórmulas sem entendê-las nas disciplinas de Matemática, Física e Química, incomodava-me. Muitas vezes, por não compreender o significado das fórmulas utilizadas, muitos problemas interessantes deixavam de ser resolvidos. Porém, nas aulas de Matemática, a professora buscava instigar-nos, proporcionando algumas aulas práticas utilizando materiais concretos, afim de que criássemos conjecturas e também argumentos sobre fórmulas que poderíamos utilizar posteriormente. Uma prática muito interessante realizada foi a medição do perímetro de vários objetos circulares distintos para chegar à conclusão de que π vale aproximadamente 3,14. Outro experimento notável foi a construção dos Sólidos Platônicos, através do qual foi possível "descobrir" a fórmula de Euler: $V - F + A = 2$ (onde F = número de faces, V= número de vértices e A= número de arestas do sólido). Essa ideia de poder eu mesma fazer essas descobertas, encantava-me. O mesmo ocorria quando nas aulas de Geometria nós éramos convidados a argumentar sobre o porquê de dois triângulos serem semelhantes, por exemplo. Acredito que essas atividades que me faziam pensar e explicar o porquê das coisas que fizeram com que a minha paixão pela Matemática aumentasse ainda mais.

Quando ingressei na universidade, era possível notar uma grande dificuldade de todos os colegas nas disciplinas de Geometria I e Fundamentos de Matemática I, às quais o objetivo principal era introduzir o pensamento matemático mais formal através de técnicas de demonstração de teoremas. Essa dificuldade, pode ter sido gerada, pela falta de práticas argumentativas na escola.

De fato, no ensino básico em geral, são escassos os momentos em que os alunos têm a oportunidade de refletir ou argumentar sobre os conteúdos estudados; o que pode acarretar, no caso da Matemática, vários problemas na aprendizagem. A Matemática desenvolvida na escola básica muitas vezes é técnica, com aplicações diretas de fórmulas e algoritmos, sem haver ao menos uma tentativa de convencer os alunos da validade desses métodos. Dessa forma, o conhecimento torna-se estritamente mecânico, apoiando-se basicamente em memorizações e reproduções, não havendo a oportunidade de se ter um pensamento crítico e reflexivo sobre alguns pontos importantes.

É possível justificar, mesmo que parcialmente, vários resultados matemáticos a nível básico, utilizando apenas conteúdos já conhecidos pelos alunos. A justificativa pode ser dada de maneira informal, utilizando palavras ou figuras. Essa prática, aplicada com frequência, pode estimular os alunos a criarem suas próprias conjecturas e seus próprios argumentos.

Acreditamos que é fundamental haver uma quebra no paradigma da aula expositiva, onde não há espaço para questionamentos ou argumentações. Para isso, é importante buscar formas de questionar os alunos afim de guiá-los à uma reflexão e na construção do conhecimento. Pensamos que a prática argumentativa na aula de Matemática pode ser um caminho para iniciar essas reflexões.

Uma boa maneira para desenvolver as habilidades de conjecturar, testar e argumentar, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2005), é através da investigação matemática em sala de aula, visto que nesse estilo de atividade, os alunos são os principais agentes na construção do conhecimento. Ainda, durante esse processo, é interessante que os alunos apresentem essas resoluções para os colegas, pois esta prática, além de contribuir para o aperfeiçoamento da argumentação, contribui para o desenvolvimento da confiança, da comunicação e da validação de certas formas de raciocínio. Assim, os alunos sentem-se atraídos pela Matemática e motivados para construir seu conhecimento alicerçado em uma base consistente. Essa forma de construção do conhecimento é muito importante, visto que

> o ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa (BRASIL, 1998, p. 56).

A argumentação em sala de aula também é importante para o desenvolvimento do raciocínio matemático, visto que, para elaborar argumentos, os alunos devem criar uma lógica dedutiva que ordene as suas premissas a fim de defender a sua concepção sobre determinada ideia. Além disso, ela pode auxiliar na interação e discussão em sala de aula, que são pontos importantes para que se promova uma reflexão dos discentes e a aprendizagem.

Segundo Boavida (2005), a argumentação consiste da técnica de criar argumentos, justificativas para convencer a si mesmo e às outras pessoas de que uma certa conjectura seja válida. Ela não se preocupa com a verdade abstrata, mas com a adesão, ou seja, se preocupa com o ouvinte, que ele incorpore e seja convencido com os argumentos. Na argumentação não é exigida linguagem formal, ao contrário da demonstração. Também, na argumentação, procura-se uma relação com os sujeitos, o oposto da demonstração que tem uma linguagem simbólica artificial e que opera sem ambiguidades. Tanto na argumentação, como na demonstração é importante a ordem em que os argumentos são apresentados, dessa forma, durante a prática argumentativa, obtemos também o desenvolvimento do raciocínio matemático dedutivo.

Pensando em todos esses pontos, principalmente sobre a escassez da argumentação em sala de aula, é que desenvolvemos uma prática que possibilite a inserção da argumentação nas aulas de Matemática. Buscamos isso através de uma investigação matemática com alunos do 8º ano do Colégio de Aplicação da UFRGS. Nela, pretendemos inserir a argumentação na aula de Matemática e verificar se os alunos elaboram conjecturas e argumentos sobre o cálculo da área de figuras planas, utilizando a composição ou decomposição de figuras geométricas.

O presente trabalho é estruturado em 6 capítulos. O primeiro capítulo é designado à apresentação do tema escolhido, assim como às razões da sua escolha. Também apontamos os objetivos do nosso trabalho.

No segundo capítulo apresentamos uma síntese de trabalhos relacionados ao nosso tema principal: argumentação. Procuramos fazer uma análise relacionada aos resultados obtidos, às teorias utilizadas e aos objetivos. Também descrevemos como esses trabalhos contribuíram para o desenvolvimento dessa pesquisa.

No terceiro capítulo dissertamos sobre a definição de argumentação que será utilizada em nosso trabalho, bem como a importância do seu estudo em sala de aula. Também escrevemos sobre a importância do ensino de Geometria e o uso dela como ferramenta para inserção da argumentação em sala de aula.

O quarto capítulo é composto pela metodologia do trabalho, o qual apresenta os sujeitos da pesquisa, um breve relato do que consiste a pesquisa qualitativa, baseado em Bogdan e Biklen (1994) e os objetos utilizados para a coleta dos dados. Também apresentamos a sequência de atividades identificando o objetivo de cada uma das atividades propostas.

A apresentação e a análise dos dados estão inseridas no quinto capítulo, no qual exibimos os documentos dos alunos e observamos como foi a evolução dos mesmos durante as atividades. No sexto capítulo apresentamos uma avaliação geral da prática, bem como as considerações finais desta pesquisa.

2 TRABALHOS CORRELATOS

Buscando o desenvolvimento do pensamento matemático e o uso de demonstrações em sala de aula, Carvalho e Ripoll (2013) relataram em um artigo, uma experiência realizada com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. A prática tinha como principal objetivo estabelecer as propriedades comutativa e associativa da adição de número naturais. Essa, visava a familiarização com o pensamento matemático e o desenvolvimento da abstração e generalização, sem que houvesse um afastamento da linguagem inerente ao nível de escolaridade em questão.

Para os autores, para que uma demonstração seja consistente em matemática, não é necessário o emprego de símbolos matemáticos, apenas é preciso que a argumentação comprove a validade, ou a não-validade de uma afirmação matemática, de forma irrefutável. A questão do uso dos símbolos pode causar confusão para os professores (também para os alunos) e, consequentemente, fazer com que os mesmos extingam o uso de demonstrações em sala de aula.

Para assinalar que o uso de símbolos não é necessário, e que existe a possibilidade de atingir o pensamento genérico com os alunos, os autores relatam uma experiência que foi realizada em sala de aula para demonstrar as propriedades comutativa e associativa da adição. Para construir a demonstração, foram utilizados potes opacos e pedaços de giz. Inicialmente o professor Carvalho colocou três pedaços de giz no pote situado à direita e quatro pedaços de giz no pote à esquerda, perguntando aos alunos quantos giz haviam, ao todo, nos dois potes. Os alunos responderam que haviam sete pedaços ao todo. Após, o professor trocou a posição dos potes: colocando o da direita, para a esquerda e vice-versa, e perguntou novamente aos alunos quantos pedaços possuíam os dois potes juntos. Inicialmente os alunos deram risada, mas responderam a pergunta do professor, dizendo que tinha a mesma quantidade que anteriormente: sete. O docente realiza o mesmo procedimento com várias quantidades de giz conhecidas em cada pote, sempre repetindo as perguntas, até que os alunos começam a responder que há a mesma quantidade que anteriormente, já justificando que apenas foram trocadas as posições dos potes ou que não havia sido adicionada ou retirada quantidade alguma de pedaços de giz.

Com a finalidade de abstrair e obter a generalização do pensamento, foi repetido um procedimento com muitos pedaços de giz em cada pote, sem que os alunos tivessem a oportunidade de verificar qual a quantidade exata de cada recipiente. Após a troca de lugares dos potes, os alunos responderam inicialmente que haveria uma certa quantidade de giz, que eles não sabiam qual era. O professor então questiona se seria ou não a mesma quantidade que anteriormente, e os discentes respondem que sim, pois apenas havia invertido a posição ou porque não haviam sido retirados ou colocados pedaços de giz dos potes. Dessa forma, os autores compreendem que a demonstração está concluída, visto que os alunos deixaram explícito que haviam abstraído as quantidades e generalizado o problema para qualquer quantidade de giz. Foi realizado o registro no quadro com os alunos afirmando e ajudando na escrita: $x + y = y + x$, para quaisquer x, y naturais. Para demonstrar a associatividade foram utilizados três potes, em que inicialmente se somavam os dois da direita e depois adicionava-se o da esquerda. Posteriormente, somavam-se primeiro os dois potes mais à direita e após o da esquerda.

Carvalho trabalhou durante um ano inteiro com esses alunos, sempre buscando atividades com o mesmo objetivo: desenvolver o pensamento matemático e a generalização. Foi possível perceber, ao final do ano, que os alunos buscavam justificar matematicamente os resultados trabalhados em sala de aula, sem que o professor solicitasse, o que mostra que é possível sim, se desenvolver o hábito da argumentação em sala de aula.

Segundo Ribeiro (2012), também é possível desenvolver o hábito da justificação matemática em sala de aula. Foi compreendido tal fato com base em uma pesquisa qualitativa, realizada com alunos do 10º ano da escola de Guimarães, em Portugal, que versava sobre o desenvolvimento da argumentação matemática no ensino de funções afim e quadrática, analisando os contributos da calculadora gráfica.

Antes de mais nada, foi feita uma análise dos livros didáticos utilizados pela escola em questão, mais especificamente dos capítulos sobre funções afim e quadrática e as tarefas que estavam sendo propostas. Foi possível notar que o manual não valoriza as tarefas de investigação, nem exploração. Ainda, os exercícios de aplicação direta são os mais utilizados e em sua maioria possuem nível apenas de conjectura e algumas vezes justificação, sem propor nenhuma aproximação com a generalização de resultados e a demonstração matemática.

Além da verificação do material didático, para realizar a análise pretendida, Ribeiro (2012) organizou uma intervenção pedagógica em que foram realizados questionários com professores e alunos, entrevistas com alguns discentes, gravações em vídeo das aulas e análise documental. A intervenção se deu em sete encontros de 90 minutos cada, sempre com os alunos divididos em grupos. Foram analisadas oito questões no texto da dissertação, que foram escolhidas por serem as que mais motivaram discussões em sala de aula e por possuírem um maior teor de argumentação por parte dos alunos.

No decorrer dos encontros, foi possível notar a dificuldade que os alunos possuíam em argumentar matematicamente, ou justificar suas respostas. Também pôde-se perceber a falta de autonomia dos alunos, visto que para qualquer dúvida que surgia, ao invés de os alunos discutirem nos grupos, eles solicitavam o mais rápido possível auxílio da professora.

Também foi possível perceber, no decorrer das atividades, que a calculadora gráfica pode contribuir para a visualização dos alunos, facilitando a argumentação e gerando confiança nos mesmos, uma vez que os alunos têm como pressuposto a ideia de que a calculadora sempre está correta. No final das atividades, os alunos já procuravam justificar seus pensamentos sem serem solicitados. Tal fato se deve à professora proporcionar momentos para discussão e apresentação dos resultados aos colegas; dessa forma, os alunos foram percebendo que precisavam argumentar, para não terem suas ideias refutadas pelos demais colegas. Ainda, no questionário final que os alunos responderam, foi possível observar que os mesmos começaram a gostar da ideia de mostrar suas resoluções aos colegas, pois assim poderiam ver mais formas de resolver um certo problema, o que auxilia na argumentação.

Dessa forma, considerando os trabalhos aqui apresentados, podemos notar que é possível desenvolver a argumentação matemática, a abstração e a generalização na sala de aula. Também pode-se perceber que atividades práticas ou objetos computacionais podem ser úteis na visualização e ajudam na generalização e formação de argumentos por parte dos alunos. Outro ponto notável, é que para se ter o desenvolvimento do pensamento e da argumentação matemática, é necessário um certo tempo de trabalho com os alunos.

3 ARGUMENTAÇÃO E GEOMETRIA EM SALA DE AULA

Neste capítulo caracterizamos o que entendemos por argumentação, baseando-se no estudo de Boavida (2005). Também discorremos sobre a importância do estudo da argumentação em sala de aula, assim como a importância de estudar a Geometria e utilizá-la como ferramenta para a inserção da argumentação no cotidiano escolar.

3.1 A argumentação matemática

Em nosso trabalho, utilizaremos o conceito de argumentação matemática utilizado por Boavida (2005), que foi construído a partir da articulação entre considerações relativas à argumentação na aula de Matemática e as ideias de Perelman referentes à argumentação.

Segundo Perelman & Olbrechts-Tyteca, a finalidade da teoria da argumentação "é o estudo das técnicas discursivas que permitem provocar ou aumentar a adesão dos espíritos às teses que se lhes apresentam ao assentimento" (1999, p. 4). Para que os espíritos possam aderir à tese defendida, quem argumenta deve se valer de um discurso mediado pela linguagem natural e pelo raciocínio, ou seja, um discurso reduzido a apenas um cálculo (linguagem não natural) não é considerado uma argumentação. Dessa forma, um ponto levantado por Perelman, que fez com que Ana Boavida o escolhesse para permear sua Tese, é que ele não aceita que a lógica seja reduzida à lógica formal, que é formada por uma linguagem artificial, formal e objetiva. Uma das justificativas de Perelman é:

> A busca da univocidade indiscutível chegou a levar os lógicos formalistas a construírem sistemas nos quais não há preocupação com o sentido das expressões: ficam contentes se os signos introduzidos e as transformações que lhes dizem respeito ficam fora de discussão. (Perelman & Olbrecht –Tyteca, 1999. P. 16)

Perelman também defende que a argumentação e a demonstração são bastante diferentes. Na demonstração, a linguagem é artificial, não considerando o auditório em questão, enquanto na argumentação a linguagem é natural e ela não pode ser construída independente do auditório. Na argumentação, não se define se está correta, ou incorreta, mas sim se é mais plausível ou menos plausível. Boavida

(2005) toma um rumo diferente de Perelman, quando pensa no significado de demonstração. Ela acredita que a demonstração é sim mais formal, porém na aula de Matemática, pode-se utilizar também a linguagem natural para demonstrar teoremas aos alunos.

A expressão “argumentação matemática” é utilizada para designar a argumentação na aula de Matemática, ou seja, são diálogos que se configuram em formas de raciocínios de caráter explicativo e justificativo utilizados para convencer um auditório a aceitar ou rejeitar certas posições, ideias ou enunciados fazendo o uso da razão (Boavida, 2005). Evidenciamos que a argumentação tem natureza discursiva e utiliza como forma de comunicação a linguagem natural entre quem argumenta e o ouvinte. Mesmo assim, não se elimina a referência a figuras, dados numéricos, ou algébricos, cuja natureza é não discursiva. Outro ponto importante, segundo Perelman (1993, apud Boavida, 2005) é que a argumentação sempre deve considerar o público em que o orador quer influenciar com sua argumentação, sendo que no caso da aula de Matemática, o público pode ser apenas um aluno que pensa e argumenta sozinho sobre alguma ideia, pares, grupos, ou a turma em geral.

É importante destacar que para Boavida (2005), a demonstração na aula de matemática do ensino básico é vista como um caso particular da argumentação, em que se utiliza a dedução e uma linguagem mais formal, porém não se exclui a possibilidade de utilizar também a linguagem natural. Ao contrário, na Matemática formal, cria-se uma linguagem para demonstrar tudo de forma irrefutável, porém, recentemente tem se questionado esta concepção e a Matemática vem sendo entendida como também um fenômeno social, uma atividade humana. Dessa forma, alguns outros aspectos vêm ganhando força:

> a formulação de conjecturas, a apresentação de explicações ou justificações matemáticas que não satisfazem os cânones do rigor impostos à prova e práticas argumentativas envolvidas, em particular, no estabelecimento de conjecturas razoáveis e nos processos de comunicação entre os matemáticos (Boavida, 2005, p.22).

Assim, podemos destacar três aspectos fundamentais da argumentação: é um fenômeno social, no que diz respeito ao envolvimento de várias pessoas através de um diálogo; é um percurso através do qual se busca convencer alguém; e é um processo que tem ligações com a lógica e o raciocínio, visto que procura buscar justificativas a favor da tese defendida. Dessa forma, é muito importante que a argumentação seja desenvolvida na sala de aula. A seguir veremos alguns pontos que fortalecem essa importância.

3.2 Importância da argumentação em sala de aula

Em conversas com colegas da faculdade, podemos perceber que em suas experiências escolares, a argumentação não fazia parte da rotina de sala de aula e muitas vezes não existia, fato que gerou muitas dificuldades nas disciplinas iniciais do curso, cujo foco é a argumentação e a introdução à demonstração matemática.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN (BRASIL, 1997) consta como um dos objetivos gerais para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, que os alunos sejam apresentados a situações que favoreçam o processo de

> descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas (BRASIL, 1997, p. 37).

Ainda é mencionado que a Matemática tem o papel de despertar a curiosidade e instigar a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico. A importância dada ao desenvolvimento do raciocínio, está diretamente ligada com a justificação e a argumentação e tais conceitos relacionam-se com a ideia de aprender Matemática com compreensão e não apenas através da memorização e aplicação de fórmulas ou métodos.

A argumentação na aula de matemática é uma forma de desenvolver a comunicação escrita e oral, valorizando a linguagem natural e as interações sociais dentro da sala de aula. Dessa forma, é importante que a competência argumentativa seja ampliada, pois pode ser entendida como a

> capacidade de dialogar, de pensar, de optar e de se comprometer": como capacidade de dialogar, remete para uma atitude de abertura nas relações com

> o outro que se torna efectiva pelo desejo de comunicar e pela disposição para ouvir; como capacidade de pensar, remete para uma atitude crítica e de atenção; como capacidade de optar e se comprometer, remete para indivíduos que procuram assumir as suas posições de forma esclarecida e, neste processo, assumem uma atitude interveniente e empenhada. (GRÁCIO, 1992, apud Boavida, 2005, p. 6)

Assim, a argumentação na sala de aula pode contribuir para a formação de seres críticos, que possam exercer com plenitude o seu direito de cidadania na sociedade, favorecendo a interação social. Além disso, a argumentação promove o desenvolvimento do raciocínio lógico e aprendizagem de Matemática com compreensão, não dando ênfase apenas ao formalismo e ao rigor, os quais acreditamos ser uma das causas para o não entendimento da Matemática.

Infelizmente, apesar da necessidade de se trabalhar a argumentação na aula de Matemática estar presente em várias orientações para o desenvolvimento do currículo de Matemática, estudos apontam que o envolvimento de alunos em atividades relacionadas ao desenvolvimento da argumentação não são habituais nas salas de aula.

3.3 A Geometria como instrumento na inserção da argumentação em sala de aula

Na verdade, além dos alunos não serem envolvidos em atividade relacionadas à argumentação, muitas vezes eles também não têm a oportunidade de se deslumbrarem pelo ensino de Geometria. O mesmo não tem ganhado muitos destaques nas aulas de Matemática, e quando é abordado tem seu ensino restrito a medidas. O problema é que o ensino de Geometria desempenha um papel fundamental no currículo escolar, visto que possibilita

> ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações. (BRASIL, 1998, p. 122)

Além da Geometria não ser muito estudada na escola, os problemas que envolvem figuras ou o espaço físico

> tendem a ser abordados pelas vias numérica ou algébrica, com o abandono dos procedimentos mais próprios do pensamento geométrico. O ensino da geometria, quando ocorre, fica reduzido ao cálculo de ângulos, comprimentos, áreas e volumes através da aplicação de fórmulas que não são descobertas nem verificadas e à representação algébrica dos lugares geométricos no plano cartesiano (BÙRIGO,2005).

Porém, tal abordagem vai contra o que está previsto nos PCN, como podemos observar, está indicado que a Geometria “é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações”. (Brasil, 1998). Também, Búrigo (2005), afirma que a argumentação e o pensamento dedutivo devem ser motivações para a valorização e a inserção da Geometria no ambiente escolar.

Dessa forma, nossa proposta é trabalhar a argumentação juntamente com a Geometria em sala de aula. Além de desenvolver a Geometria com compreensão, estaremos avançando em relação à argumentação dos alunos.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Neste capítulo apontaremos algumas características da pesquisa qualitativa, apresentaremos os sujeitos da pesquisa e exibiremos a sequência pedagógica proposta. Serão mencionados também os objetos utilizados para a coleta de dados. A pesquisa foi composta por atividades cujo foco é a investigação matemática, nas quais os alunos foram convidados a compor e decompor figuras geométricas planas através de recortes e colagens. O objetivo das atividades é oportunizar aos alunos um momento diferenciado, em que eles possam manusear as figuras e deduzir como calcular suas áreas, justificando o raciocínio utilizado.

4.1 Sujeitos da pesquisa

Inicialmente decidimos realizar uma investigação matemática, entre os meses de junho e julho de 2015, com os alunos da turma 81 (8º ano) do Colégio de Aplicação da UFRGS. A prática seria realizada em 4 encontros de 2 períodos cada, totalizando 8h. Após o segundo encontro (01/07), o Colégio entrou em greve e as aulas se mantiveram paralisadas até a terceira semana do mês de agosto.

Durante a paralisação, analisamos as atividades já executadas pela turma 81 e pensamos que algumas atividades poderiam ser reescritas ou reordenadas para uma melhor compreensão dos alunos. Dessa forma, decidimos finalizar a realização das práticas com essa turma, mas sem analisar os dados desses alunos no presente trabalho, e dar início à prática reformulada com a turma 82, também de 8º ano, cujos dados desses alunos serão o alvo da nossa análise. A turma 82 possuía 29 alunos e as atividades foram realizadas em 4 encontros, totalizando 7 horas e 30 minutos.

4.2 Metodologia: pesquisa qualitativa

Buscando uma alternativa para a inserção da argumentação em sala de aula e acreditando que a visualização e o uso de material concreto são importantes para dar início a esse processo, propomos investigar como a composição e decomposição de figuras geométricas pode auxiliar os alunos a criarem argumentos matemáticos para justificar e/ou deduzir fórmulas para o cálculo de área de figuras planas.

Para realizar nossa investigação, faremos uma pesquisa qualitativa que, segundo Bogdan e Biklen (1994), tem um aspecto muito importante para a área da educação: a ênfase e o interesse direcionados ao processo. Bogdan e Biklen (1994) apontam cinco características básicas da investigação qualitativa, e afirmam que nem todas as pesquisas precisam conter exatamente essas cinco características, assim como podem variar em uma questão de grau: algumas possuem mais fortemente esses atributos enquanto outras mais superficialmente. Apresentaremos de forma breve cada uma dessas características.

1. “Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (Bogdan e Biklen, 1994, p.47). Ou seja, o investigador vai até o local em que os sujeitos da pesquisa estão inseridos naturalmente, sem haver a retirada para a realização da pesquisa em laboratório, por exemplo. O investigador tem um papel fundamental na coleta dos dados, visto que o mesmo é responsável pelo caderno de campo e por questionar os alunos afim de se ter um maior conhecimento do raciocínio dos sujeitos.
2. “A investigação qualitativa é descritiva” (Bogdan e Biklen, 1994, p.48). São usadas como principais fontes de dados as palavras ou imagens e não apenas números. São utilizados o diário de campo, vídeos, documentos pessoais, fotografias, entre outros.
3. “Os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (Bogdan e Biklen, 1994, p.48). A forma em que os alunos desenvolvem o raciocínio é muito importante e não apenas o resultado final.
4. “Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva” (Bogdan e Biklen, 1994, p.50). Procura-se não criar hipóteses anteriores à investigação, mas sim com base nos dados e experiências já obtidos durante a investigação.
5. “O significado é de importância vital na abordagem qualitativa” (Bogdan e Biklen, 1994, p.50). Os investigadores procuram sempre questionar os sujeitos da pesquisa afim de entender as experiências do ponto de vista do informador.

A pesquisa qualitativa se ajusta bem ao nosso trabalho, visto que queremos analisar o processo/ caminho que os alunos percorrem até chegar à formalização do cálculo de áreas de figuras planas, observando quais tipos de argumentos matemáticos os alunos apresentam/desenvolvem e se estes são, de certa forma, consistentes. Na nossa pesquisa, o investigador também teve um papel fundamental, pois coletou notas de campo, essenciais para verificar como ocorreu o processo a ser analisado e recolheu os documentos escritos pelos alunos; os dois possuem caráter descritivo e foram primordiais para alcançar o resultado da investigação. Também utilizamos vídeos, para se obter uma declaração exata dos alunos, no que diz respeito aos seus argumentos, que nem sempre eram explicitados na folha de desenvolvimento.

Dessa forma, com a coleta de notas de campo, documentos escritos pelos alunos e vídeos, utilizamos, segundo Araújo e Borba (2004) uma multiplicidade de procedimentos, que nos proporciona diferentes visões de objetos semelhantes. Assim, teremos a oportunidade de fazer uma triangulação de dados, que nos auxilia também no aumento da credibilidade da pesquisa.

4.3 Coleta de dados

A coleta de dados se desenvolveu durante o mês agosto de 2015, no Colégio de Aplicação da UFRGS. Os objetos utilizados para registro foram um questionário inicial para sondagem, notas de campo elaboradas pela professora/ investigadora à medida que surgiam questionamentos e respostas interessantes, produção dos alunos e vídeos filmados pela professora.

Questionário inicial: formado tanto por questões abertas, como fechadas, é importante para verificar se os alunos já possuem conhecimentos do conceito de área e do cálculo das áreas das figuras utilizadas nas práticas.

Notas de campo: consiste de anotações da pesquisadora durante o período que esteve em sala de aula. Essas notas eram elaboradas sempre que necessário, e constam de fatos sobre o desenvolvimento das atividades que ela considerava importante para a pesquisa. Elas serão utilizadas no decorrer do trabalho e na análise dos dados.

Produção dos alunos: constituída de folhas com questões norteadoras, em que os discentes preencheram no decorrer das atividades e cartazes produzidos para finalizar a investigação. São muito importantes para verificar como o aluno está realizando o registro escrito da sua argumentação matemática.

Vídeos: os vídeos são de fundamental importância, pois é possível transcrever a fala dos alunos, facilitando a obtenção da essência do raciocínio lógico dos mesmos, visto que muitas vezes eles não conseguem expor todos os seus argumentos no papel.

4.4 Sequência de atividades

Para colher o material para análise, escolhemos fazer uma investigação matemática em sala de aula pois, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2005), as investigações levam os alunos a criar, testar e justificar, ou demonstrar conjecturas, que é exatamente no que estamos interessados. Também, seguimos os passos de desenvolvimento dos autores:

> Uma atividade de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases (numa aula ou conjunto de aulas): (i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado. (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2005)

Os discentes foram divididos em grupos com cerca de três participantes. Inicialmente, os alunos responderam a um questionário individual e esclarecemos quais os objetivos das atividades, deixando-os cientes de que todas as respostas devem ser justificadas. As atividades foram criadas com o objetivo de proporcionar uma experiência diferente aos alunos, na qual os mesmos pudessem “descobrir” as fórmulas para calcular as áreas das figuras, sem que o professor simplesmente as determine. Para auxiliar os alunos nas deduções e argumentações das fórmulas, afim de que eles entendam o significado das mesmas, os instigamos a compor e decompor figuras planas.

As atividades realizadas foram: um questionário inicial individual e seis atividades em grupo: A, B, C, D, E e F. Apresentamos neste capítulo uma síntese das atividades desenvolvidas, bem como os objetivos de cada uma delas.

4.4.1 Questionário inicial

<u>Questionário inicial:</u>

Nome:____ Idade:_____

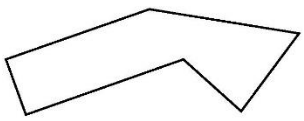
1) Complete abaixo os campos que você já conhece!

	Desenho	Como calcular a área?	Como calcular o perímetro?
Quadrado			
Retângulo			
Triângulo			
Paralelogramo			
Trapézio			
Losango			

1) Você já estudou área?

2) Você já estudou perímetro?

3) Na figura abaixo, pinte de uma cor o que representa a área e de outra cor o que representa o perímetro. Indique o que cada uma das cores representa.



4) Marque as unidades de área que você já conhece. Você conhece outras além dessas? Quais?
    a) cm²
    b) km²
    c) m²

Figura 1: Questionário inicial

O questionário é composto por uma tabela, na qual consta o nome de seis figuras geométricas: quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango. Ao lado dos nomes existem campos vazios, que foram preenchidos com as informações que os alunos já conheciam sobre a figura: desenho, cálculo da área e cálculo do perímetro. Caso os alunos não tivessem conhecimento sobre algum desses itens, foi orientado que eles deixassem o campo “em branco”.

Além dos itens da tabela, questionamos se os discentes já estudaram área e perímetro e quais unidades de área os mesmos conheciam. Ainda, foi dada uma figura, na qual devia ser indicada de uma cor a parte que representa o perímetro, e de outra cor a que representa a área da figura.

Os principais objetivos do questionário inicial eram analisar se os alunos conheciam as figuras geométricas a serem trabalhadas no decorrer das atividades, assim como verificar se os mesmos sabiam calcular a área e o perímetro dessas figuras. Além disso, desejávamos observar se os discentes sabiam diferenciar área e perímetro e também averiguar quais unidades de área eram conhecidas.

4.4.2 Atividade A: Área de um retângulo

Atividade A:

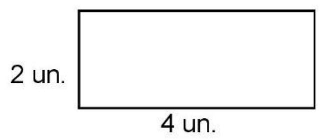
Nomes:____

1) Vamos construir retângulos!
   a) Construa 2 retângulos distintos, utilizando 12 quadradinhos em cada um.

   b) Considerando que cada quadradinho mede uma unidade de área, os dois retângulos construídos possuem a mesma área? Por quê?

   c) Você consegue observar alguma relação entre os lados dos retângulos e as medidas de suas áreas? Qual?

2) a) Observe o retângulo abaixo:



É possível decompor esse retângulo em quadradinhos que medem uma unidade de área? Mostre como você pode fazer isso! O que você pode dizer sobre a área desse retângulo?

3) Se tivermos um retângulo com base medindo **b** unidades e altura medindo **a** unidades, como poderíamos calcular a sua área? Explique como você pensou isso!

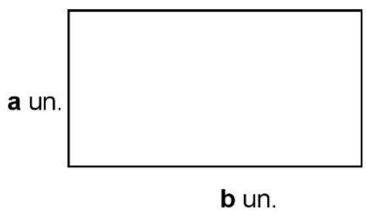


Figura 2: Atividade A

O objetivo desta atividade é calcular a área de um retângulo através da decomposição do mesmo em quadradinhos, medindo uma unidade de área cada, e com isso criar argumentos para justificar a fórmula da área do retângulo.

Para desenvolver a primeira parte da atividade foram distribuídos vinte e quatro quadradinhos brancos para cada grupo, com os quais os grupos deviam compor dois retângulos distintos, contendo doze quadradinhos cada um. O objetivo era verificar se os discentes observavam que os dois retângulos formados possuíam a mesma área, notando que o número de quadradinhos era o mesmo em cada uma das figuras e considerando que cada quadradinho possuía uma unidade quadrada de área. Também, procuramos verificar se os alunos observavam alguma relação entre os lados dos dois retângulos formados e suas áreas.

Ao contrário da primeira parte da atividade, em que os alunos precisavam compor um retângulo utilizando quadradinhos, na segunda parte, convidamos os alunos a decompor um retângulo, com dimensões conhecidas, em quadradinhos de uma unidade quadrada de área e pensarem sobre a área desse retângulo.

Na terceira parte, foi solicitado o cálculo da área do retângulo com base medindo b unidades e altura medindo a unidades. O objetivo era obter uma generalização para o cálculo da área do retângulo.

Essa atividade é a base para as atividades seguintes, visto que para calcular as áreas das demais formas geométricas, podemos recorrer à fórmula do cálculo da área do retângulo.

4.4.3 Atividade B: Área de um triângulo

<u>Atividade B:</u>
Nomes: ____

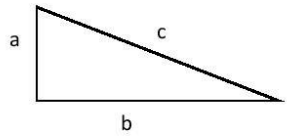
1) Observe os triângulos retângulos iguais que você recebeu:

a) Com esses dois triângulos, você pode construir uma outra figura geométrica conhecida? Qual? Faça um esboço da construção!

b) Essa figura geométrica foi um retângulo? Se não, construa um agora!

c) Qual a relação entre a área de um dos triângulos e a área do retângulo? Explique.

d) Se o triângulo possuir lados a, b e c, como vemos na figura abaixo, como podemos calcular sua área? Explique.

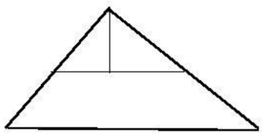


2) DESAFIO: Observe os triângulos iguais que você recebeu (agora eles não são triângulos retângulos!) :

Como podemos calcular a área de um dos triângulos? Explique como você pensou nisso.

<u>Dica: agora você pode realizar recortes em um dos triângulos!</u>

3) Observe o triângulo que você recebeu:



Pense em uma forma de calcular a área desse triângulo. Explique como você fez isso.

Figura 3: Atividade B

O objetivo desta atividade era a dedução de uma fórmula para o cálculo da área de triângulos. Desenvolvemos esse objetivo em três questões. Na primeira questão, a ideia era a composição de um retângulo através de dois triângulos retângulos, afim de relacionar a área de um dos triângulos com a área do retângulo.

Na segunda questão, generalizamos para o caso de um triângulo não retângulo. Nesse item, foi necessária a decomposição de um dos triângulos (conforme sugestão dada), para compor um retângulo com as partes obtidas e novamente relacionar as áreas do triângulo e do retângulo.

Na última questão, propomos uma maneira alternativa para a obtenção da fórmula da área do triângulo. É importante esclarecer que nos três casos solicitamos a argumentação dos alunos.

Assim, nessas três etapas, desejávamos que os alunos conjecturassem a fórmula e elaborassem argumentos para o cálculo da área de um triângulo qualquer, utilizando a composição e decomposição de figuras como ferramenta.

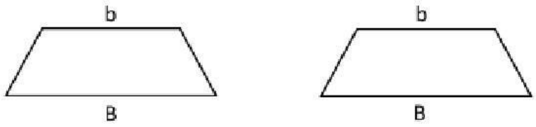
4.4.4 Atividade C: Área de um paralelogramo e de um trapézio

Atividade C:

Nomes:____

1) Observe o paralelogramo que você recebeu.
Como podemos calcular sua área? Explique como você pensou nisso.

2) Observe os dois trapézios iguais que você recebeu:



a) Você consegue formar uma outra figura conhecida usando os dois trapézios?

b) Como podemos calcular a área de um dos trapézios? Explique.

Figura 4: Atividade C

O objetivo desta atividade era a obtenção das fórmulas do paralelogramo e do trapézio através da composição e decomposição de figuras. Para desenvolver a primeira parte da atividade, os grupos receberam um paralelogramo e na segunda parte, cada grupo recebeu dois trapézios escalenos.

Na folha de perguntas desenhamos dois trapézios indicando a representação das bases maior e menor para auxiliar os alunos no desenvolvimento da atividade. Nas duas questões os alunos foram solicitados quanto à apresentação da argumentação escrita na folha de respostas.

4.4.5 Atividade D: Área de um losango

Atividade D:

Observe o losango que você recebeu.

Como podemos calcular sua área? Explique.

Figura 5: Atividade D

Cada grupo recebeu um losango e a folha para desenvolver a atividade. O objetivo era que os alunos decompusessem o losango em figuras que sabiam calcular a área e, a partir disso, deduzissem uma fórmula para o cálculo da área de um losango.

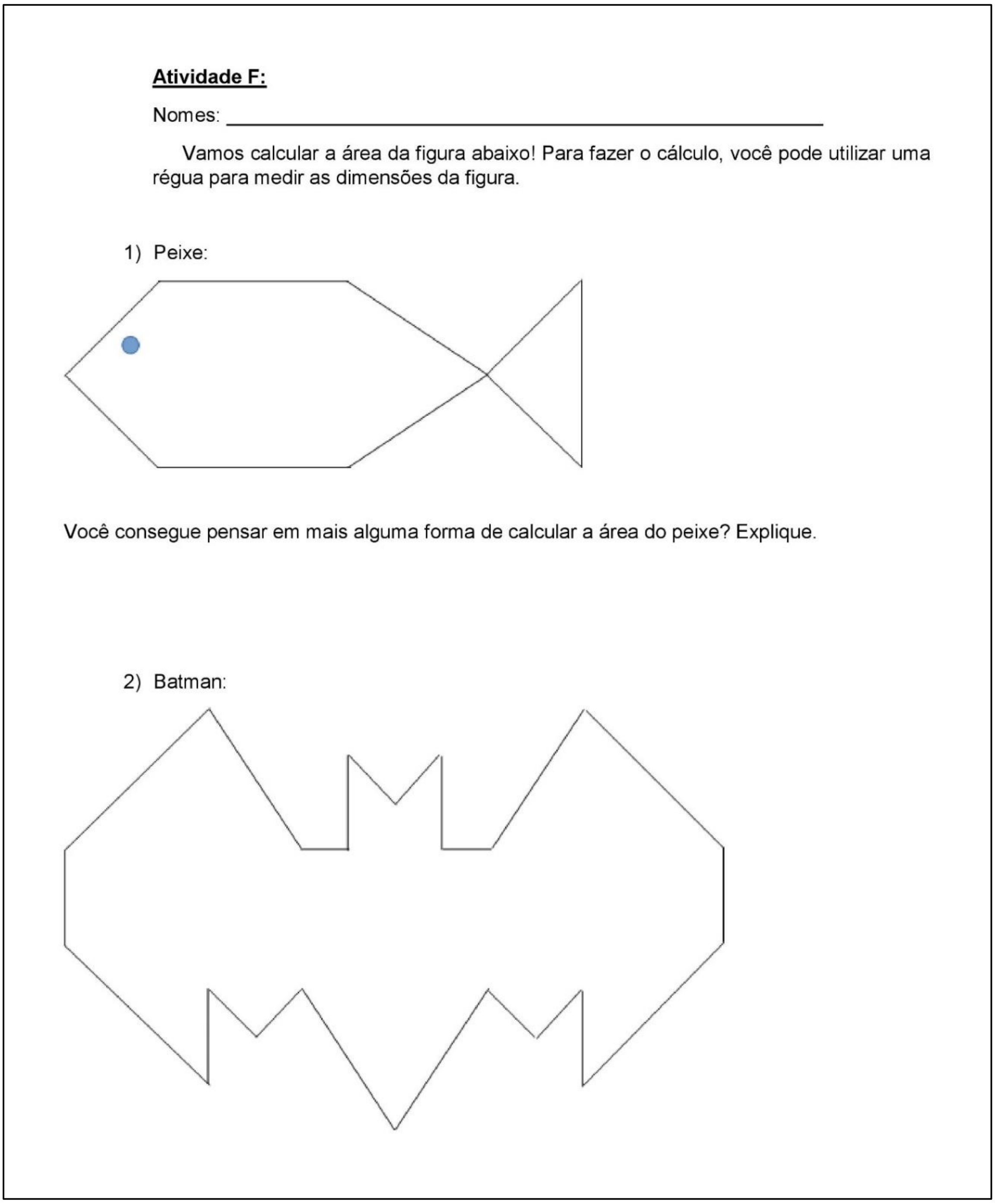
4.4.6 Atividade E: Confecção do cartaz

Essa atividade foi elaborada no período das práticas, não fazendo parte do planejamento inicial. Nosso objetivo inicial era sortear um ou dois grupos ao final de cada atividade para que apresentassem, no quadro, a argumentação desenvolvida durante a tarefa. Porém, devido à falta de tempo, não foi possível contemplar as apresentações no decorrer dos encontros. Dessa forma, como concordamos com Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) que a apresentação é fundamental para o fechamento da investigação matemática em sala de aula, decidimos propor uma atividade em que cada grupo deveria apresentar uma argumentação detalhada aos colegas, com o apoio de um cartaz confeccionado em aula.

Inicialmente, realizamos um sorteio de tal forma que cada grupo ficasse responsável por uma forma geométrica trabalhada. Após isso, cada grupo construiu em uma folha de ofício uma argumentação detalhada sobre a dedução da área da figura sorteada.

Finalizadas as argumentações, os grupos confeccionaram os cartazes e então apresentaram aos colegas. Levamos para a sala de aula cartolinas, canetões, tesouras, réguas e folhas coloridas. Os alunos também foram convidados a levar materiais para a confecção.

4.4.7 Atividade F: Praticando



Atividade F:

Nomes: ____

Vamos calcular a área da figura abaixo! Para fazer o cálculo, você pode utilizar uma régua para medir as dimensões da figura.

1) Peixe:

Você consegue pensar em mais alguma forma de calcular a área do peixe? Explique.

2) Batman:

Figura 6: Atividade F

Esta atividade foi elaborada pensando na decomposição de imagens em figuras trabalhadas durante as práticas, afim de que os alunos utilizem as fórmulas deduzidas para o cálculo de área. Cada grupo recebeu uma folha contendo duas figuras: peixe e morcego do Batman. Solicitamos que os alunos calculassem as áreas das figuras. As dimensões puderam ser obtidas através do auxílio de uma régua graduada.

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Analisamos as atividades na ordem em que foram aplicadas. Exibimos uma visão geral dos resultados ilustrando com exemplos registrados durante a prática pedagógica. Apresentamos novamente as folhas das atividades afim de facilitar a compreensão, quanto ao que foi solicitado em cada uma das questões.

Encontro	Duração	Atividades
1º encontro: 21.08.15	1h40min	Questionário inicial e Atividade A
2º encontro: 24.08.15	1h40min	Atividade B
3º encontro: 28.08.15	1h40min	Atividades C e D
4º encontro: 29.08.15	2h30min	Atividades E e F

Tabela 1: Distribuição das atividades executadas

O primeiro encontro para a aplicação da sequência de atividades com a turma 82 ocorreu no dia 21 de agosto de 2015 (primeiro dia de aula no Colégio após a paralisação). Ao entrarmos na sala de aula verificamos que já conhecíamos metade da turma, pois havíamos trabalhado com alguns alunos na disciplina de Laboratório de Ensino- Aprendizagem em Matemática II, em 2013. Iniciamos apresentando aos alunos o objetivo da prática. Trabalhamos com a resolução do questionário inicial, que foi respondido individualmente por cada um dos alunos, e com a atividade A, realizada em grupos.

5.1 Questionário inicial

Questionário inicial:

Nome:____ Idade:_____

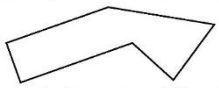
1) Complete abaixo os campos que você já conhece!

	Desenho	Como calcular a área?	Como calcular o perímetro?
Quadrado			
Retângulo			
Triângulo			
Paralelogramo			
Trapézio			
Losango			

1) Você já estudou área?

2) Você já estudou perímetro?

3) Na figura abaixo, pinte de uma cor o que representa a área e de outra cor o que representa o perímetro. Indique o que cada uma das cores representa.



4) Marque as unidades de área que você já conhece. Você conhece outras além dessas? Quais?
   a) cm²
   b) km²
   c) m²

Figura 7: Questionário inicial

O questionário foi elaborado com a intenção de verificar se os alunos conheciam as figuras geométricas que seriam estudadas ao longo do trabalho e se conheciam um método para o cálculo da área dessas figuras. Além disso gostaríamos de observar se os discentes têm noção do conceito de área e perímetro e quais as unidades de área que eles conhecem. Nesta análise, abordamos todos os itens do questionário separadamente, para verificar quais conceitos são conhecidos pelos alunos. Iniciamos com a análise dos itens presentes na tabela e após observamos os pontos presentes abaixo da tabela do questionário.

Quadrado: Todos os alunos desenharam corretamente o quadrado. Alguns poucos alunos decidiram nomear com variáveis os lados da figura, afim de utilizá-las no momento de responder à pergunta sobre o cálculo da área.

A grande maioria dos alunos soube responder corretamente como calcular a área do quadrado, o que mudou foi o modo como representaram isso. Prevaleceu entre os alunos a escrita da forma "base vezes altura".

Alguns alunos responderam utilizando as variáveis que haviam inserido no desenho, como podemos observar na Figura 8.

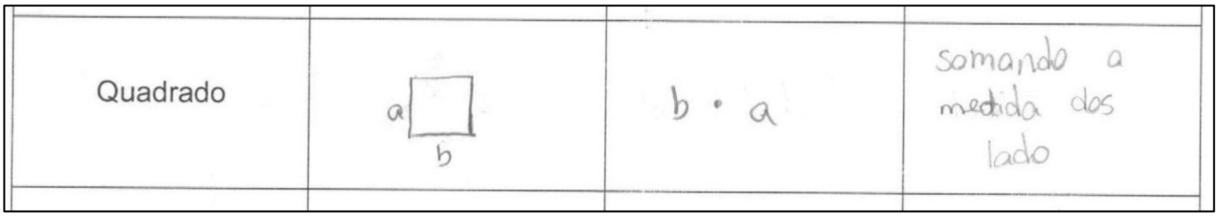


Figura 8: Resolução 1- Questionário inicial (Quadrado)

Nenhum aluno preocupou-se em indicar que a base e a altura são iguais. Apesar de dois alunos terem utilizado uma única variável para representar os dois lados, notamos que no item seguinte, quando era necessário o uso de duas variáveis distintas, eles utilizaram a mesma variável "x" para representar a base e a altura, como observamos na Figura 9.

Os poucos alunos que não responderam corretamente a este item, confundiram a área do quadrado com a área do triângulo, ou com o cálculo do seu perímetro. O perímetro foi definido corretamente por quase todos os alunos que responderam ao questionário. Dois alunos deixaram esse campo em branco.

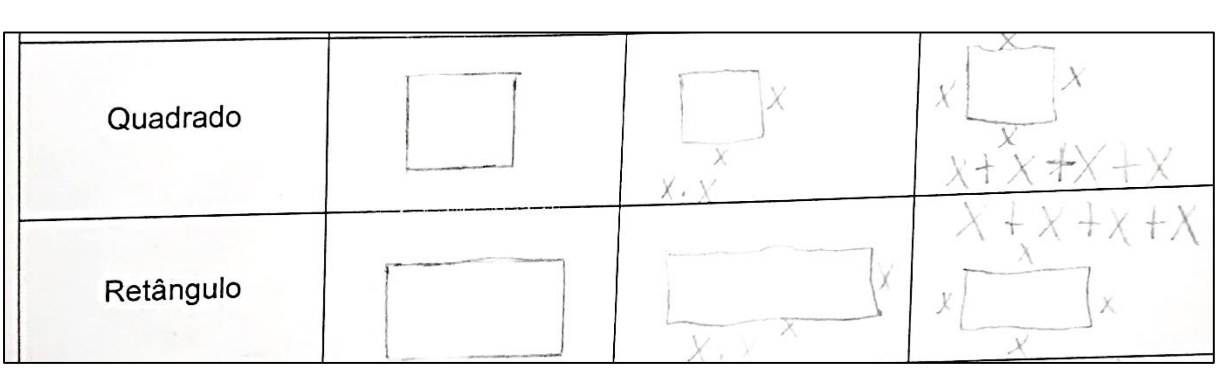


Figura 9: Resolução 2- Questionário inicial (Quadrado x Retângulo)

Dessa forma, podemos perceber que a maioria dos alunos domina muito bem a representação do quadrado e a fórmula para calcular sua área e perímetro, apesar de alguns alunos não entenderem muito bem o papel das variáveis na caracterização dos lados da figura.

Retângulo: Todos os alunos obtiveram sucesso no desenho do retângulo e grande parte dos alunos indicou corretamente como pode ser calculada sua área e seu perímetro.

Assim como no quadrado, os discentes escreveram de diferentes formas a maneira como podemos calcular a área do retângulo. A maior parte escreveu por extenso: “base vezes altura”, enquanto os demais fizeram a representação utilizando as variáveis que inseriram no desenho da figura: “$b \times a$", “$b \times h$”, ou “$x(b) \cdot x(a)$". É importante destacar que vários alunos indicaram como podemos calcular utilizando variáveis, apesar delas não constarem no desenho.

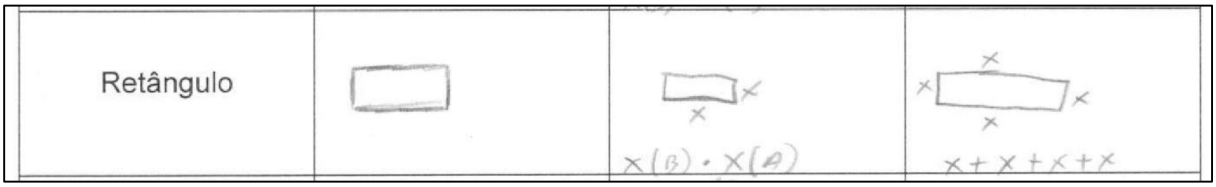


Figura 10: Resolução 1 Questionário inicial (Retângulo)

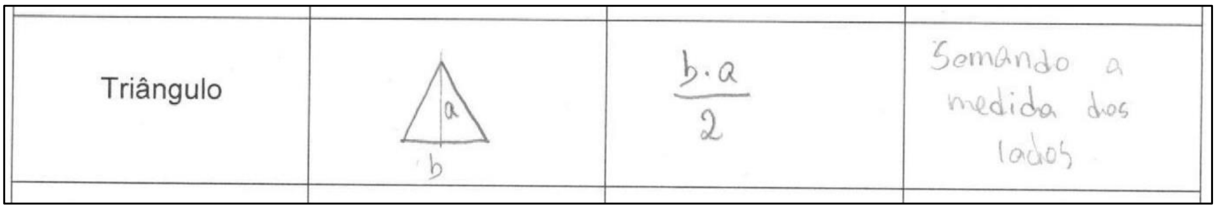
No caso $x(b) \cdot x(a)$, contemplado na Figura 10, o aluno explicou, conforme consta nas notas de campo, que a área poderia ser calculada multiplicando a medida da base pela medida da altura e, por esse motivo, ele teria utilizado a notação $x(b) \cdot x(a)$, o que pode indicar a percepção da variação dos lados entre diferentes retângulos. Observamos que este aluno, no perímetro, não evidencia da mesma forma a variável x com relação às medidas da base e altura.

Dois alunos não preencheram o campo destinado para tal informação e outros alunos preencheram com a fórmula para da área do triângulo: $\frac{b \times a}{2}$. Um aluno escreveu que poderíamos calcular utilizando “$2 \times b \times h$”.

Para indicar como podemos calcular o perímetro, vários alunos escreveram que seria a soma dos lados, outros escreveram que o perímetro seria dado por “$2b + 2a$” e dois alunos afirmaram que seria dado por “$x + x + x + x$”. Neste caso, podemos perceber um pouco de confusão novamente em relação ao significado das variáveis utilizadas para representar os lados de um retângulo.

De maneira geral, foi possível notar que todos os alunos conhecem o desenho de um retângulo e que a grande maioria deles sabe a fórmula para calcular sua área e seu perímetro.

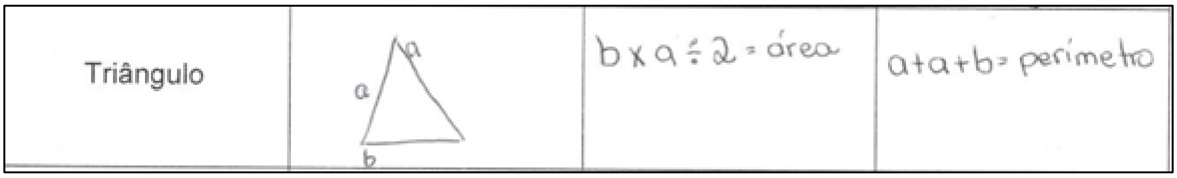
<u>Triângulo:</u> novamente todos os alunos obtiveram figuras corretas, sendo que todos desenharam um triângulo equilátero ou um triângulo isósceles. Em relação à área, temos uma quantidade menor de alunos que respondeu corretamente, se comparando com os cálculos das áreas das figuras anteriores. Dentre os alunos que responderam corretamente, a maioria escreveu que poderíamos obter a área calculando base vezes altura dividido por dois, sendo que parte deles escreveu por extenso e outros utilizaram variáveis: "$\frac{b \cdot h}{2}$". Alguns poucos desses alunos indicaram através de desenhos que poderíamos calcular a área do triângulo decompondo-o e formando um retângulo. Um terço dos alunos afirmou que a área do triângulo poderia ser obtida calculando base vezes altura, esquecendo de dividir por dois.



Triângulo	a b	$\frac{b \cdot a}{2}$	Somando a medida dos lados

Figura 11: Resolução 1 Questionário inicial (Triângulo)

Na Figura 11 podemos notar que a aluna sabe a fórmula da área do triângulo e também explicita de forma correta a sua altura. Já na Figura 12, a aluna sabe a fórmula, porém afirma que sua altura é um dos lados.



Triângulo	a a b	b x a ÷ 2 = área	a+a+b= perímetro

Figura 12: Resolução 2 Questionário inicial (Triângulo)

Na Figura 13 observamos que o aluno entende que podemos transformar um triângulo isósceles em um retângulo e dessa forma, obter a área do retângulo que será igual a área do triângulo. Ele não deixa especificada a fórmula para o cálculo da área do triângulo sem que seja necessário fazer a decomposição da figura.

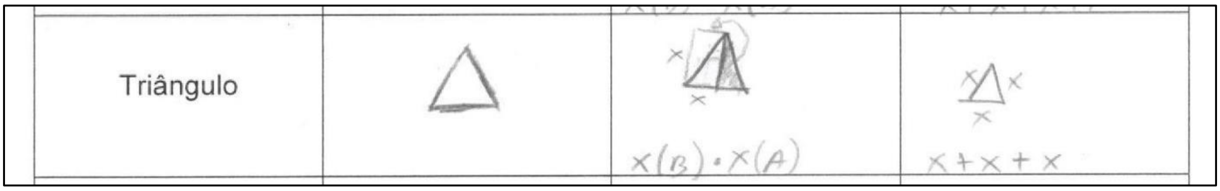


Figura 13: Resolução 3 Questionário inicial (Triângulo)

O perímetro foi definido corretamente por apenas onze alunos, sendo que parte deles utilizou apenas uma variável para caracterizar todos os lados, como na Figura 13. Dessa forma, o perímetro determinado seria relacionado apenas a triângulos equiláteros. A maioria dos alunos respondeu que o perímetro podia ser obtido através do cálculo: $altura + altura + base$ ou $2 \cdot altura + base$. Assim, pudemos notar através dos desenhos, que vários discentes entendem a altura do triângulo como sendo um dos lados (um daqueles que não é representado como base no desenho dos mesmos).

Portanto, podemos observar que a área do triângulo é conhecida por aproximadamente metade dos alunos, sendo que a maioria destes não explicita a altura, ou a entende como sendo um dos lados do triângulo.

<u>Paralelogramo:</u> Apenas onze, dos vinte e nove alunos, sabiam como desenhar o paralelogramo. Apenas seis alunos afirmaram que podemos calcular a área multiplicando a base pela altura, mas dentre esses, três colocaram essa fórmula para todas as figuras da lista, então não sabemos se eles sabem realmente como podemos calcular a área do paralelogramo ou se foi apenas um palpite. Todos os demais alunos, mantiveram o campo sem preenchimento. Em relação ao perímetro, apenas seis alunos evidenciaram que podemos calculá-lo somando os lados.

<u>Trapézio:</u> Vinte alunos desenharam corretamente o trapézio. Um aluno desenhou um quadrilátero sem ter as duas bases paralelas e os demais alunos deixaram o campo em branco. Nenhum discente soube informar a fórmula para o cálculo da área do trapézio. Os poucos que responderam à questão afirmaram que poderíamos recortar uma parte do trapézio afim de formar um retângulo, unindo as duas partes obtidas, para então calcular base vezes altura. Esse pensamento está correto, porém apenas para um trapézio isósceles. Nove alunos informaram que poderíamos calcular o perímetro somando todos os lados, os demais deixaram o campo em branco.

Losango: Dos vinte e nove alunos participantes da pesquisa, vinte e dois representaram corretamente o desenho do losango. Os demais deixaram o campo da tabela sem preenchimento.

Três alunos responderam que poderiam decompor o losango até formar um retângulo e então calcular base vezes altura, sendo que nenhum deles mencionou a fórmula para o cálculo da área sem utilizar a decomposição. Sete alunos simplesmente afirmaram que poderíamos calcular a área do losango multiplicando base pela altura. Ainda, três desses últimos são aqueles que afirmaram que todos as áreas podem ser medidas calculando base vezes altura.

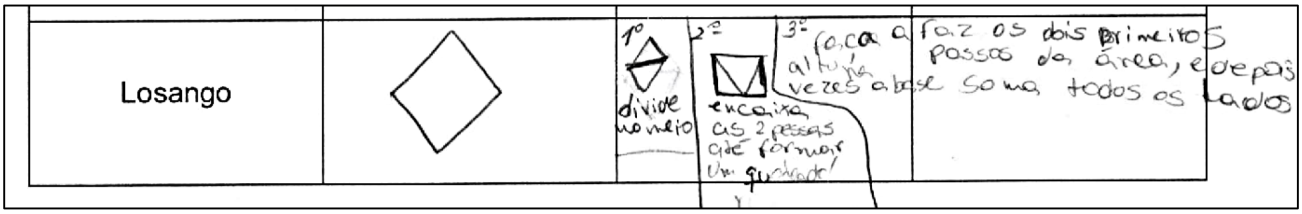


Figura 14: Resolução Questionário inicial (Losango)

Na resolução acima (Figura 14), percebemos que o aluno sabe fazer a decomposição para encontrar a área, porém, ele pensa em formar um quadrado, que não necessariamente será formado, pode ser formado um retângulo. No perímetro, ele acredita que o retângulo formado e o losango original são os mesmos, o que não é verdade. Dos demais alunos, cinco colocaram uma maneira de encontrar o perímetro e os demais deixaram o campo em branco.

Dessa forma, foi possível notar, que nenhum aluno sabe a fórmula explícita para o cálculo da área do losango e somente alguns sabem fazer a decomposição para chegar em um resultado conhecido. O perímetro também não é muito familiar dos alunos.

Área e perímetro: Nas duas primeiras questões abaixo da tabela, todos os alunos afirmaram que já haviam estudado área e perímetro, sendo que um deles declarou ter estudado apenas “um pouco” de área. Na questão que diz respeito à representação da área e do perímetro de uma figura, a maioria dos alunos representou com êxito cada um dos conceitos na folha, exemplificamos com a Figura 15. Alguns poucos alunos não responderam à questão e alguns não colocaram legenda para indicar quais cores representam a área e o perímetro.

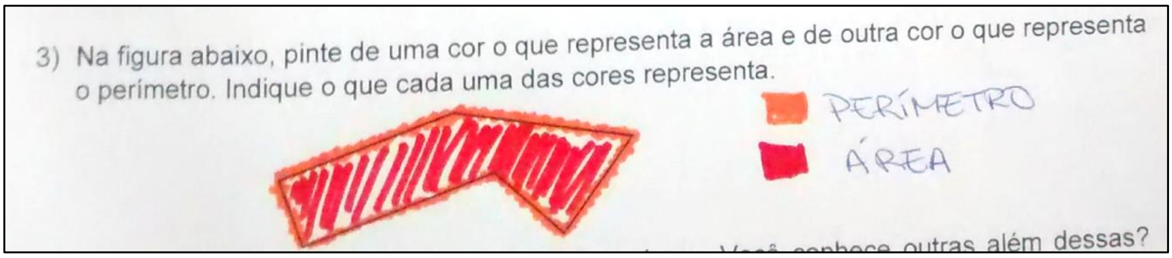


Figura 15: Resolução Questionário inicial (Questão 3)

Apesar dos alunos mostrarem com clareza o que é o perímetro da figura nessa questão: “o contorno da figura”, na montagem da tabela percebemos que nas figuras que acreditamos que não tenham sido muito trabalhadas na vida escolar (trapézio, paralelogramo e losango), os alunos não sabiam responder como calcular o seu perímetro, que é calculado apenas fazendo a soma dos lados dos polígonos.

Sobre as unidades de área, dezessete alunos afirmaram conhecer as três unidades de área presentes. Os demais alunos conheciam apenas cm^2 e m^2, ou apenas cm^2. Dos alunos que conheciam três unidades de medida, ainda houve alguns que conheciam mm^2, dm^2 e hm^2.

Através do questionário inicial notamos que todos os alunos já haviam estudado área e perímetro e a grande maioria lembra desses conceitos. Além disso, verificamos que as figuras também são conhecidas por grande parte dos alunos. Analisando as questões em relação à área, que serão mais importantes para o nosso estudo, observamos que grande parte dos alunos têm conhecimento sobre as fórmulas para o cálculo das áreas do quadrado e do retângulo e mais da metade da turma também conhece um modo de calcular a área do triângulo. Já sobre as áreas do paralelogramo, trapézio e losango, a maioria dos alunos não conseguiu declarar com êxito como podem ser calculadas essas áreas. Em relação ao perímetro, notamos que os alunos o representaram muito bem na questão destinada à sua representação, porém na coluna da tabela destinada ao cálculo do perímetro, a maioria dos alunos deixou em branco os campos do paralelogramo, do trapézio e do losango, que pode ser calculado também através da soma dos lados. Desse modo, podemos perceber que o conceito de perímetro também não é muito compreendido pelos alunos ou que por eles não saberem calcular a área, ficaram confusos quanto ao cálculo do perímetro.

Respondidos os questionários, os alunos foram convidados a se dividirem em dez grupos, que neste trabalho serão indicados através dos números de 1 a 10, e então iniciamos as demais atividades. Primeiramente, enfatizamos aos alunos que o registro de todas as ideias, justificativas ou argumentos nas folhas entregues, são de fundamental importância para o nosso trabalho, visto que desejamos analisar se e como a composição e decomposição de figuras geométricas planas auxiliam os alunos na dedução de fórmulas e na argumentação em sala de aula.

5.2 Atividade A

O objetivo desta atividade é entender como podemos calcular a área de um retângulo e encontrar uma fórmula geral que represente a área dessa figura, através da composição e decomposição de retângulos em quadradinhos. Desejamos observar se as composições e decomposições auxiliam os alunos no desenvolvimento da atividade.

Atividade A:

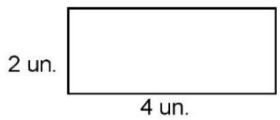
Nomes:____

1) Vamos construir retângulos!
   a) Construa 2 retângulos distintos, utilizando 12 quadradinhos em cada um.

   b) Considerando que cada quadradinho mede uma unidade de área, os dois retângulos construídos possuem a mesma área? Por quê?

   c) Você consegue observar alguma relação entre os lados dos retângulos e as medidas de suas áreas? Qual?

2) a) Observe o retângulo abaixo:



É possível decompor esse retângulo em quadradinhos que medem uma unidade de área? Mostre como você pode fazer isso! O que você pode dizer sobre a área desse retângulo?

3) Se tivermos um retângulo com base medindo **b** unidades e altura medindo **a** unidades, como poderíamos calcular a sua área? Explique como você pensou isso!

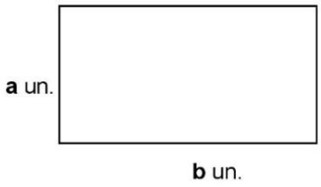


Figura 16: Atividade A

Para desenvolver a primeira questão, os alunos receberam a folha de questões, juntamente com vinte e quatro quadradinhos brancos, com os quais deveriam construir dois retângulos distintos, utilizando doze quadradinhos em cada um.

Os grupos construíram diversos retângulos com dimensões distintas: 6x2 e 4x3 (Figura 18) foram as dimensões que mais apareceram nas construções, além dessas, dois grupos construíram retângulos com dimensões 12x1 (Figura 17).

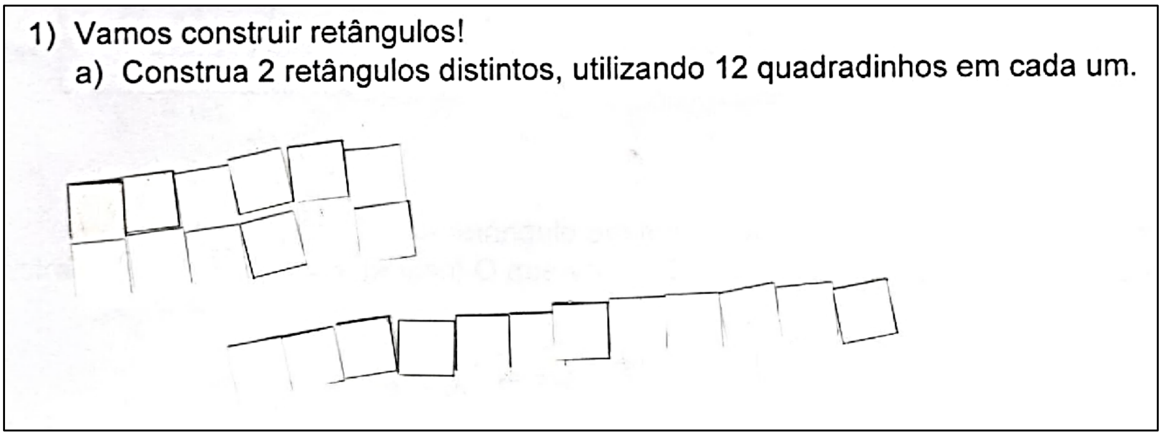


Figura 17: Retângulos 6x2 e 12x1

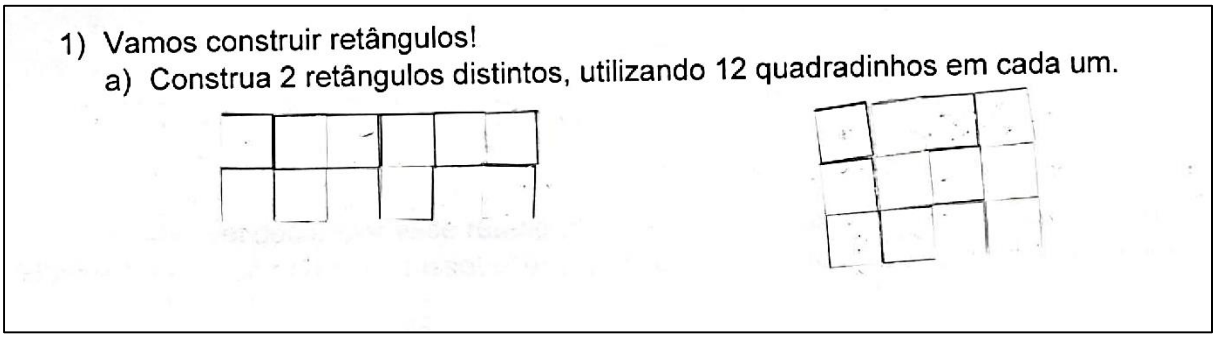


Figura 18: Retângulos 6x2 e 4x3

Três grupos apresentaram dois retângulos iguais, mas posicionados de forma diferente, com dimensões 6x2 e 2x6 (Figura 19). Quando questionamos se os retângulos construídos eram ou não distintos, os três grupos afirmaram que não, justificando que eles estavam apenas "virados" um em relação ao outro. Isso mostra um pouco de falta de atenção dos alunos na leitura das questões.

No segundo item da primeira questão, todos os grupos responderam que os dois retângulos têm a mesma área e, como justificativa, afirmaram que os dois retângulos possuem a mesma quantidade de quadrados (Figura 19).

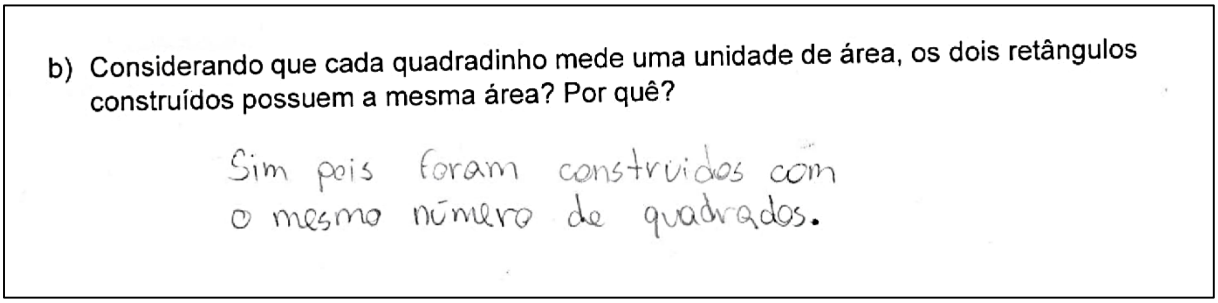


Figura 19: Resolução item b- Questão 1 - Atividade A

No questionário inicial grande maioria dos alunos havia respondido que podíamos calcular a área de um retângulo multiplicando sua base pela altura, porém, no último item da primeira questão, apenas metade dos grupos evidenciou que a relação encontrada entre os lados e a área do retângulo, seria o produto da base pela altura. Os outros grupos não relacionaram os lados com a área, por exemplo: o grupo 10, afirmou que “todos os retângulos têm pelo menos dois lados iguais”, ou seja, encontraram uma relação entre os lados do retângulo, mas não mencionaram relação alguma com a área da forma. Provavelmente não entenderam a pergunta, visto que o mesmo grupo realizou com êxito as demais questões da atividade.

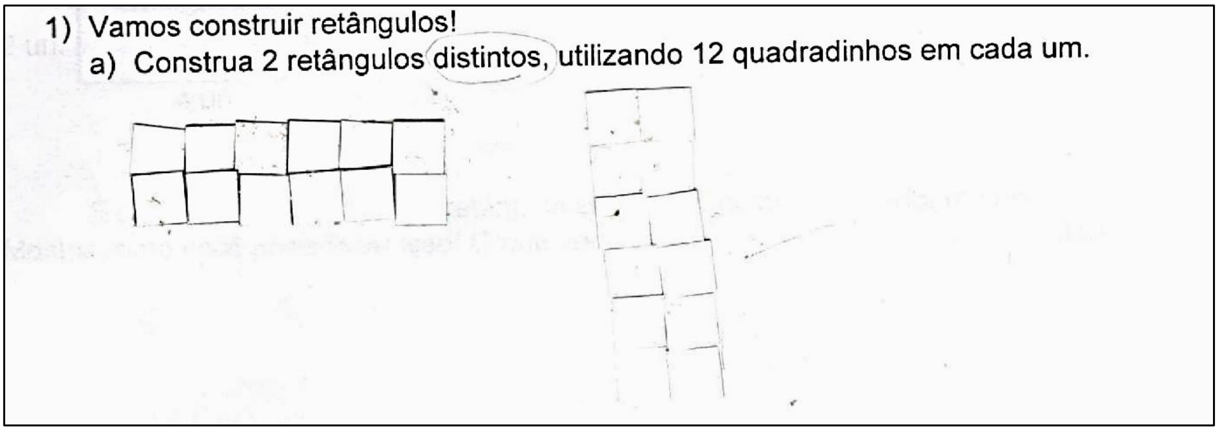


Figura 20: Retângulos iguais

Na segunda questão, todos os grupos obtiveram a decomposição do retângulo em oito quadradinhos sem apresentar dificuldades. Podemos observar na Figura 21, como a decomposição foi feita.

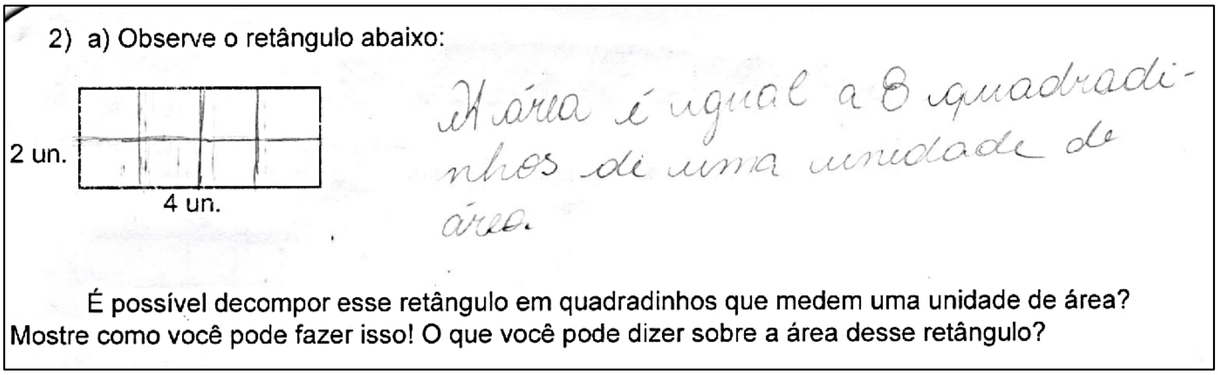


Figura 21: Resolução 2.a) Atividade A

A última questão, tinha como objetivo deduzir uma fórmula para o cálculo da área de um retângulo com base medindo *b* unidades e altura *a* unidades. Pelo questionário inicial, foi possível notar que quase todos os alunos já sabiam essa fórmula. Nossa intenção era fazer com que os alunos entendessem por que podemos calcular a área dessa forma.

Nem todos os alunos expressaram com clareza seus argumentos por escrito, porém, pelos vídeos, foi possível notar que alguns grupos perceberam que seria possível traçar *b* colunas com largura de 1un. e *a* linhas também com largura de 1 un. Dessa forma, seriam obtidos quadradinhos que podem ser contados multiplicando *b* por *a*, visto que temos *b* colunas com *a* quadradinhos em cada uma.

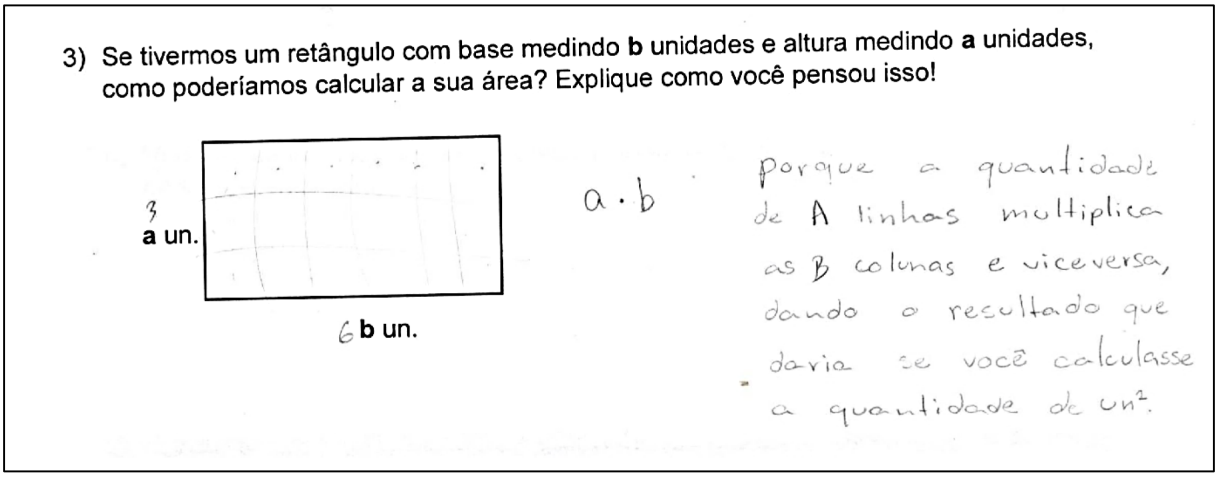
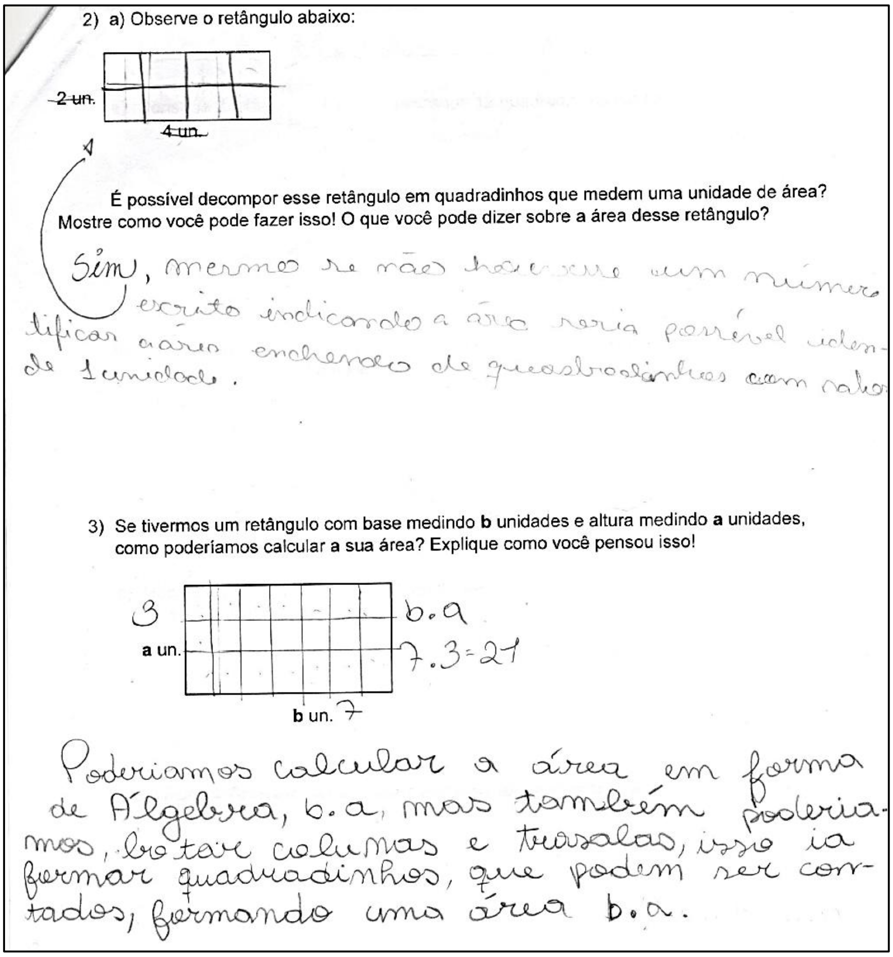


Figura 22: Resolução 1 Questão 3- Atividade A

O grupo 1, cuja argumentação podemos ver na Figura 22, esclareceu em uma gravação, que cada uma das *a* linhas teria *b* quadradinhos de uma unidade, dessa forma, para saber quantos quadradinhos possui o retângulo, seria necessário multiplicar *a* (o número de linhas) por *b* (o número de colunas).

zO grupo 10, como vemos na Figura 23, já na questão 2, afirmou que seria possível preencher um retângulo com quadradinhos, não importando suas medidas. Na questão 3, o grupo especifica como poderiam ser formados esses quadradinhos: "*botar colunas e traçá-las, isso ia formar quadradinhos, que podem ser contados, formando uma área* $b \cdot a$".


2) a) Observe o retângulo abaixo:

~~2 un.~~

~~4 un.~~

É possível decompor esse retângulo em quadradinhos que medem uma unidade de área? Mostre como você pode fazer isso! O que você pode dizer sobre a área desse retângulo?

Sim, mesmo se não houvesse um número escrito indicando a área seria possível identificar a área enchendo de quadradinhos com valor de 1 unidade.

3) Se tivermos um retângulo com base medindo **b** unidades e altura medindo **a** unidades, como poderíamos calcular a sua área? Explique como você pensou isso!

3

a un.

b.a

7.3=21

b un. 7

Poderiamos calcular a área em forma de Álgebra, b.a, mas também poderiamos, botar colunas e traçalas, isso ia formar quadradinhos, que podem ser contados, formando uma área b.a.

Figura 23: Resolução 2 Questão 3- Atividade A

Quando as práticas foram planejadas, pensávamos em sortear um ou dois grupos ao final de cada atividade para apresentar seus resultados aos colegas. Como os alunos levaram mais tempo que o previsto para desenvolverem a primeira atividade, optamos por elaborar um resumo no quadro nutrido pelas informações dadas pelos alunos.

Primeiramente, solicitamos a listagem dos retângulos obtidos, quando o retângulo 12x1 foi citado, os grupos que não haviam pensado nele ficaram surpresos. Quando questionados sobre como poderíamos decompor o retângulo de dimensões 4x2, vários alunos falaram e mostraram através de gestos, que bastava dividir o retângulo ao meio horizontalmente, para obter duas linhas e após traçar quatro colunas.

Na última questão, quando questionamos como poderíamos calcular a área de um retângulo de base *b* unidades e altura *a* unidades, uma aluna prontamente respondeu: "dividindo o retângulo em linhas e colunas". Perguntamos em quantas colunas deveríamos dividir o retângulo, o grupo 1 respondeu "b linhas" e os demais colegas concordaram. Após perguntamos o número de linhas que o retângulo deveria ser dividido e vários alunos responderam "a".

Dessa forma, através da atividade e da retomada final, foi possível notar que grande maioria dos alunos entendeu por que podemos utilizar a fórmula $Base \times Altura$ e também conseguiu argumentar sobre a dedução da mesma. A decomposição do retângulo em quadradinhos interferiu diretamente na justificativa dos alunos. A argumentação, para muitos grupos, ainda foi superficial. Acreditamos que isso se deva ao fato de os alunos não serem, em geral exigidos a expressarem suas justificativas por escrito.

5.3 Atividade B

Atividade B:

Nomes: ____

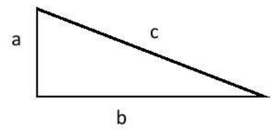
1) Observe os triângulos retângulos iguais que você recebeu:

a) Com esses dois triângulos, você pode construir uma outra figura geométrica conhecida? Qual? Faça um esboço da construção!

b) Essa figura geométrica foi um retângulo? Se não, construa um agora!

c) Qual a relação entre a área de um dos triângulos e a área do retângulo? Explique.

d) Se o triângulo possuir lados a, b e c, como vemos na figura abaixo, como podemos calcular sua área? Explique.

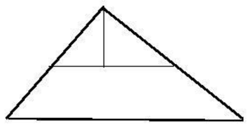


2) DESAFIO: Observe os triângulos iguais que você recebeu (agora eles não são triângulos retângulos!) :

Como podemos calcular a área de um dos triângulos? Explique como você pensou nisso.

Dica: agora você pode realizar recortes em um dos triângulos!

3) Observe o triângulo que você recebeu:



Pense em uma forma de calcular a área desse triângulo. Explique como você fez isso.

Figura 24: Atividade B

Esta atividade foi elaborada com a intenção de instigar os alunos a criar conjecturas sobre o cálculo da área de um triângulo e argumentos que justifiquem tais conjecturas. Desejamos analisar se a composição e a decomposição de figuras pode ser utilizada como um facilitador para o auxílio na dedução da fórmula do triângulo e na introdução da argumentação em sala de aula.

No primeiro momento perguntamos aos alunos se eles lembravam o que havíamos estudado na aula anterior, vários responderam que havíamos trabalhado com o cálculo da área de um retângulo. Esclarecemos que nesse encontro estudaríamos área de triângulos, tendo em mente que a única área que sabemos calcular, de fato, até o momento, é a área de um retângulo. A aula foi composta por dois períodos: um antes e outro após o intervalo. No primeiro período, os alunos foram convidados a desenvolver a questão número um da atividade e as questões dois e três foram resolvidas após o intervalo.

Para argumentar sobre a área do triângulo retângulo, cada um dos grupos recebeu a folha da Atividade B e dois triângulos retângulos iguais, confeccionados em papel colorido.

Os alunos resolveram os três primeiros itens da primeira questão sem apresentar dificuldades. No terceiro item, todos os grupos observaram que a área de um dos triângulos era a metade da área do retângulo formado, ou que a área do retângulo era o dobro da área de um dos triângulos que o formavam. Apesar de todos os grupos terem percebido essa relação, nem todos os grupos justificaram por escrito como concluíram isso. Através dos vídeos, observamos que quando questionamos os alunos sobre o porquê da conjectura, os mesmos argumentavam que os dois triângulos eram iguais e, portanto, teriam dois triângulos iguais formando um retângulo, logo, a metade da área de um retângulo seria a área de um dos triângulos retângulos (Figura 25), ou que o retângulo teria o dobro da área de um dos triângulos.

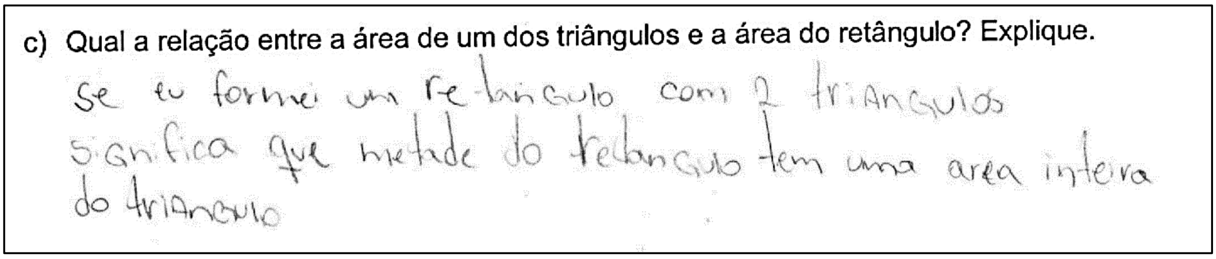

c) Qual a relação entre a área de um dos triângulos e a área do retângulo? Explique.
se eu formei um retangulo com 2 triangulos significa que metade do retangulo tem uma area inteira do triangulo

Figura 25: Resolução Item c- Questão 1- Atividade B

No último item, foi necessária uma intervenção em vários grupos, sugerindo o uso do item anterior afim de obter uma generalização. Dessa forma, os alunos, duplicaram o triângulo que estava na folha, de modo a obter um retângulo. Após isso, obtinham a área desse retângulo utilizando os lados genéricos e então justificavam que deveriam dividir essa área por dois, pois o retângulo era formado por dois triângulos iguais, como contemplado na Figura 26. Os alunos, em geral, argumentaram bem sobre o porquê da fórmula da área do triângulo encontrada ser $\frac{b \times a}{2}$.

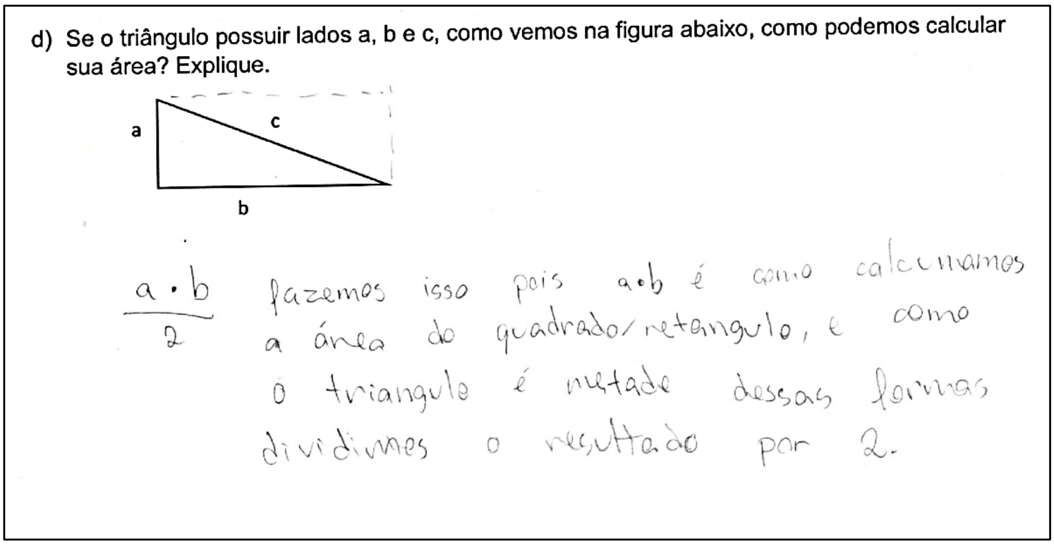


Figura 27: Resolução 2 item d) Questão 1- Atividade B

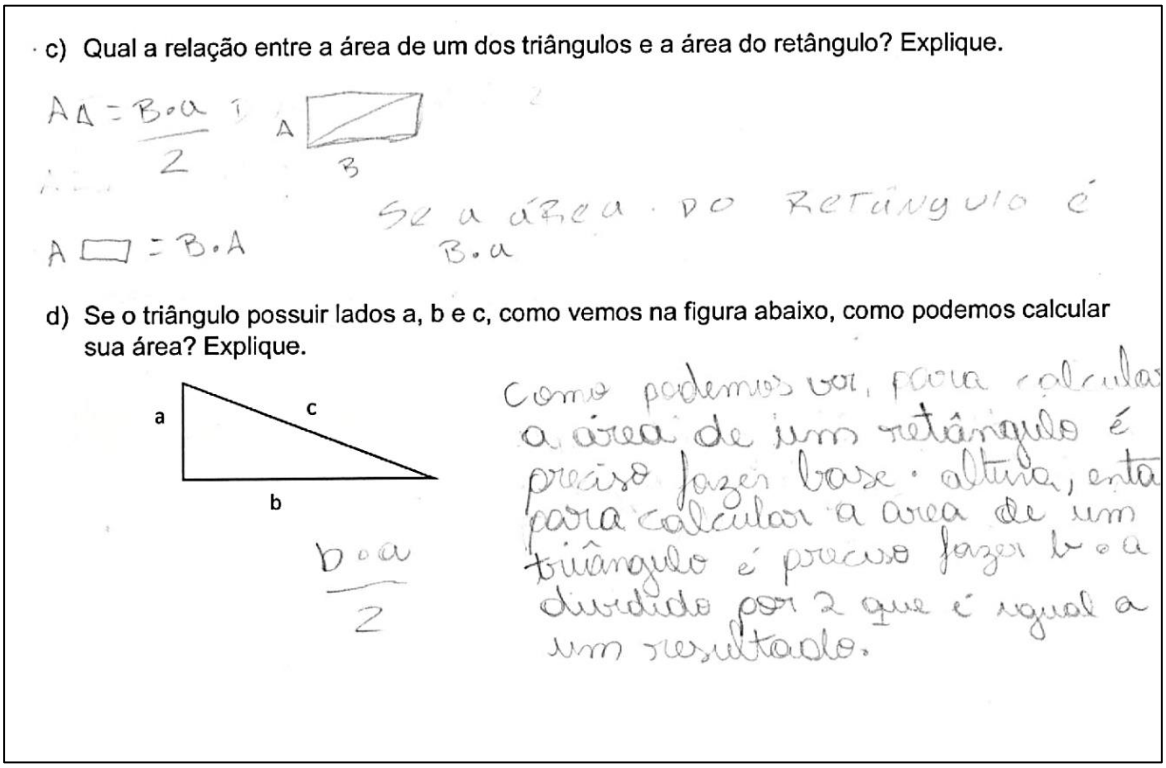


Figura 26: Resolução itens c e d Questão 1 - Atividade B

Na figura 27, observamos que os alunos, no último item, não justificam a divisão por 2 na fórmula da área, acreditamos que seja porque eles já haviam justificado no item anterior da questão, como também podemos ver na Figura 27.

Na segunda questão da atividade, os alunos foram desafiados a encontrar uma forma para calcular a área de um triângulo não retângulo. Para resolver a questão, os alunos receberam dois triângulos iguais e uma sugestão: “agora você pode fazer um corte em um dos triângulos! ”. Inicialmente, os alunos ficaram um pouco confusos, não sabendo muito bem o que fazer, mas deixamos que eles investigassem como poderiam calcular a área de um dos triângulos. Após discutirem um pouco, cortaram um dos triângulos; uniram as duas partes obtidas com o triângulo não recortado e formaram um retângulo. Escreveram a fórmula para a área do retângulo e então consideravam que eram as partes de dois triângulos iguais que compunham o retângulo, portanto teriam que dividir por dois a área obtida para encontrar a área de apenas um dos triângulos. A argumentação dos alunos nessa questão não ficou muito boa, eles mais explicaram o que haviam feito, mas não apresentaram justificativas. Na verdade, os alunos apresentaram os argumentos oralmente, porém ainda não os exibiram por escrito.

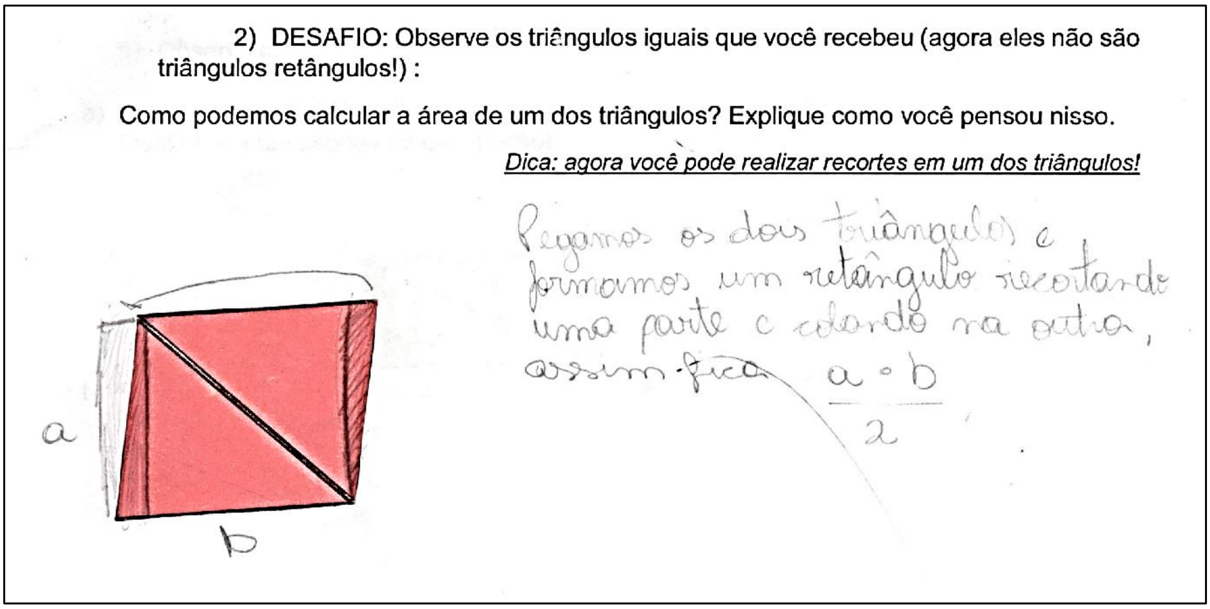
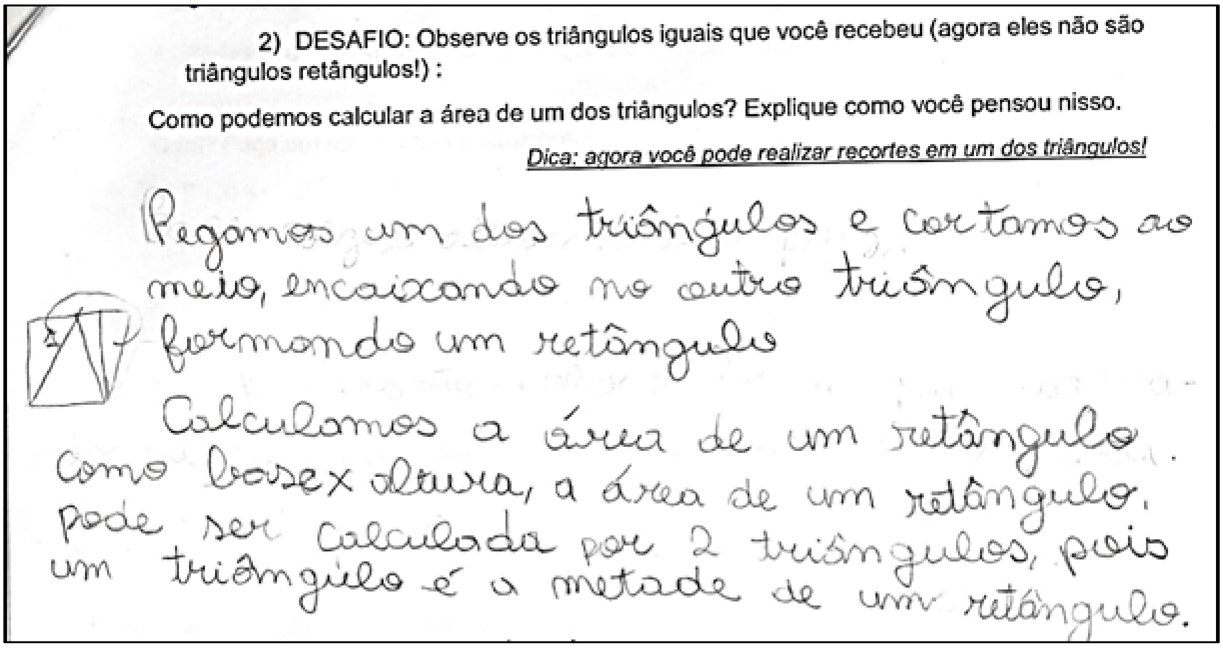


Figura 28: Resolução 1 Questão 2- Atividade B

Observamos, na Figura 28 que o grupo explica a decomposição e composição que faz para obter a fórmula, porém não deixa explícito que $a \cdot b$ é a área do retângulo e que fazem a divisão por dois justamente porque usaram dois triângulos iguais para formar esse retângulo. Acreditamos que eles não explicam todos os passos pois já haviam explicado sobre a divisão por dois na questão anterior da atividade.



2) **DESAFIO:** Observe os triângulos iguais que você recebeu (agora eles não são triângulos retângulos!) :

Como podemos calcular a área de um dos triângulos? Explique como você pensou nisso.

Dica: agora você pode realizar recortes em um dos triângulos!

Pegamos um dos triângulos e cortamos ao meio, encaixando no outro triângulo, formando um retângulo
Calculamos a área de um retângulo como base x altura, a área de um retângulo pode ser calculada por 2 triângulos, pois um triângulo é a metade de um retângulo.

Figura 29: Resolução 2 Questão 2- Atividade B

O grupo 10, cuja resolução está presente na Figura 29, apresenta uma justificativa para a divisão por dois da fórmula do triângulo, porém não deixa de forma explícita essa fórmula. Ainda, observamos que a expressão “cortamos ao meio” significa cortar na altura, porém essa linguagem ainda não foi apropriada pelos alunos, por isso não a utilizam.

Na terceira questão, os alunos receberam um triângulo com algumas marcações, sendo que o segmento horizontal passa pelo ponto médio da altura. A maioria dos alunos logo perguntou se poderia recortar o triângulo recebido, afirmamos que sim. Dessa forma, os alunos decompuseram-no, recortando nos segmentos indicados, e formaram um retângulo com as peças obtidas.

Inicialmente, os discentes estavam pensando na área desse retângulo, como sendo base vezes altura (altura “nova”), o processo está correto, porém, como os alunos estavam em busca de uma fórmula para o cálculo da área do triângulo, começamos a questioná-los sobre qual seria a altura desse retângulo, se comparássemos com a altura do triângulo original, afim de encontrar uma fórmula para a área do triângulo sem ser necessário fazer a decomposição. Perceberam que o retângulo formado possuía a mesma base do triângulo que foi decomposto e a metade de sua altura, dessa forma, se a base do triângulo original mede *b* e a altura mede *a*, então, eles afirmaram que o retângulo formado teria base *b* e altura *a/2*. Dessa forma, como o triângulo e o retângulo possuem a mesma área, afirmaram que a área do triângulo será obtida multiplicando a base *b*, pela altura *a/2*, ou seja, base vezes altura dividido por dois. Argumentações apresentadas pelos alunos estão evidenciadas nas figuras 30 e 31.

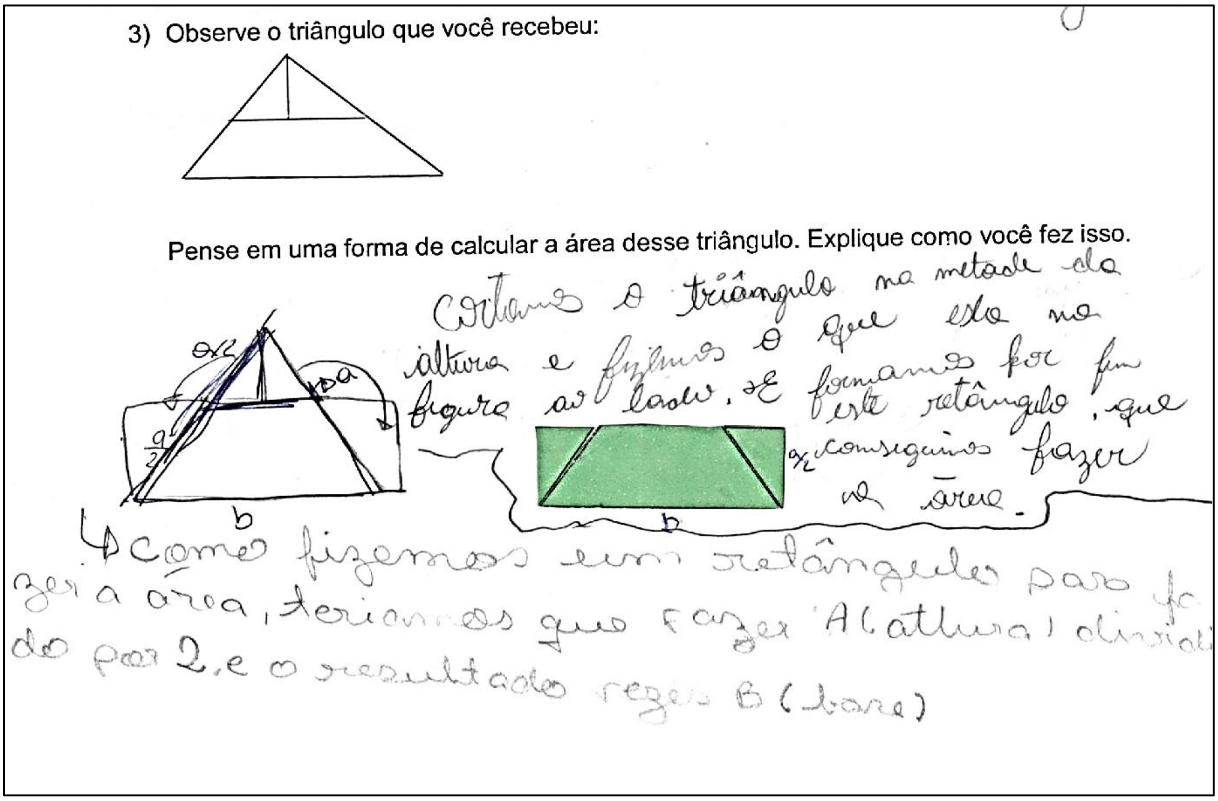
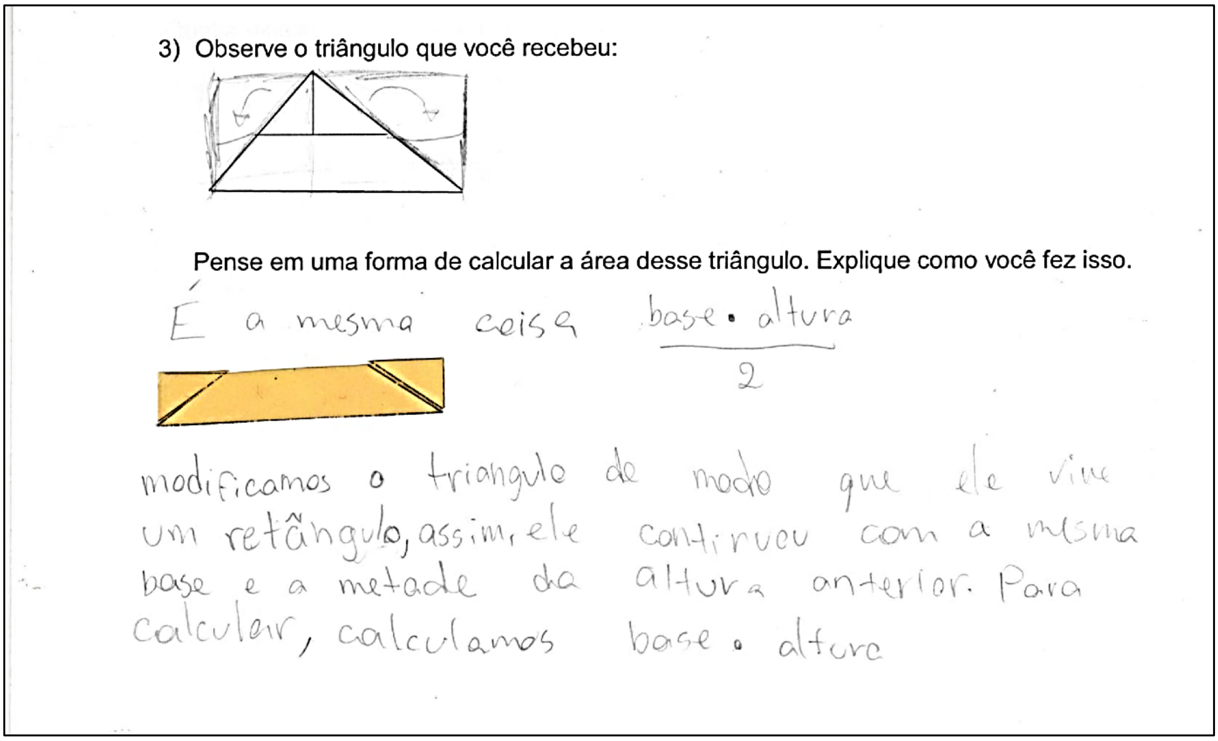


Figura 30: Resolução 1 Questão 3- Atividade B

É importante ressaltar que quando intervimos para questionar a relação entre as alturas do triângulo e do retângulo formado, tivemos que lembrar aos alunos como medimos a altura de um triângulo, pois alguns acreditavam que a altura era um dos lados do triângulo.

No final da atividade, resumimos no quadro quais foram os resultados obtidos e os alunos concluíram que sempre podemos calcular a área de um triângulo multiplicando base vezes altura e dividindo por dois. Percebendo que nem todos os grupos esmiuçaram suas escritas argumentativas, por isso mostramos no quadro uma argumentação detalhada para a área do triângulo. Assim, os alunos obtiveram um exemplo de argumentação detalhada para as próximas atividades.


3) Observe o triângulo que você recebeu:

Pense em uma forma de calcular a área desse triângulo. Explique como você fez isso.

É a mesma coisa $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

modificamos o triangulo de modo que ele vire um retângulo, assim, ele continuou com a mesma base e a metade da altura anterior. Para calcular, calculamos base • altura

Figura 31: Resolução 2 Questão 3- Atividade B

Foi possível notar que as atividades fizeram os alunos pensar bastante e que a composição e a decomposição de figuras auxiliaram os mesmos a criarem uma forma para o cálculo da área do triângulo. Recorreram ao retângulo, cuja área já sabiam calcular pela atividade anterior. A composição e a decomposição foram muito importantes, visto que serviram como base para os argumentos dos alunos.

5.4 Atividade C

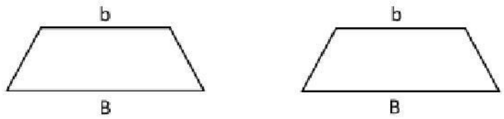
Esta atividade foi realizada no terceiro encontro e, através dela, desejamos instigar os alunos a conjecturar as fórmulas para o cálculo das áreas do paralelogramo e do trapézio, assim como observar se os mesmos elaboram argumentos para justificar tais conjecturas utilizando a composição e decomposição das figuras.

Atividade C:

Nomes:____

1) Observe o paralelogramo que você recebeu.
Como podemos calcular sua área? Explique como você pensou nisso.

2) Observe os dois trapézios iguais que você recebeu:



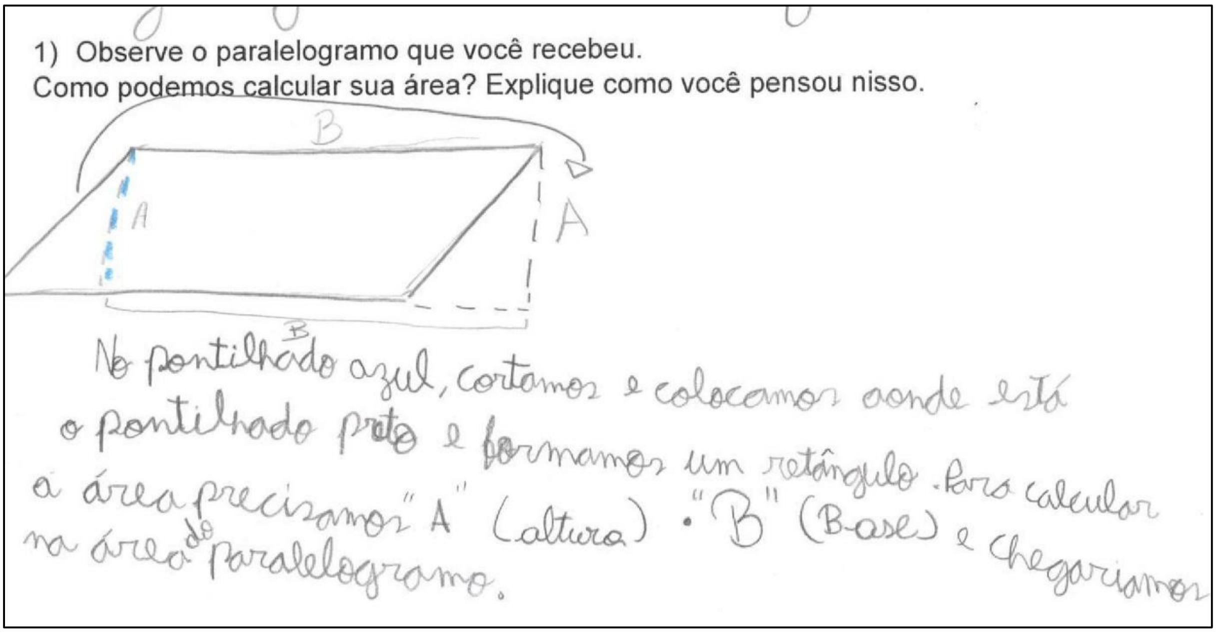
a) Você consegue formar uma outra figura conhecida usando os dois trapézios?

b) Como podemos calcular a área de um dos trapézios? Explique.

Figura 32: Atividade C

Para desenvolver essa atividade, os alunos receberam a folha com as questões e três figuras: um paralelogramo e dois trapézios iguais.

Primeiramente, os alunos eram convidados a descobrir uma fórmula para calcular a área de um paralelogramo que, pelo questionário inicial, era desconhecida pela maioria dos alunos. Para pensar sobre isso, os discentes receberam um paralelogramo, que poderiam utilizar para fazer a decomposição e a composição. Todos os grupos, sem necessidade de intervenção, decompuseram o paralelogramo para compor um retângulo, visto que já sabiam como calcular sua área, pela atividade A. Dessa forma, todos os grupos obtiveram a área do paralelogramo como o produto entre a base e altura. Podemos observar na Figura 33 a argumentação de um dos grupos.


1) Observe o paralelogramo que você recebeu.
Como podemos calcular sua área? Explique como você pensou nisso.

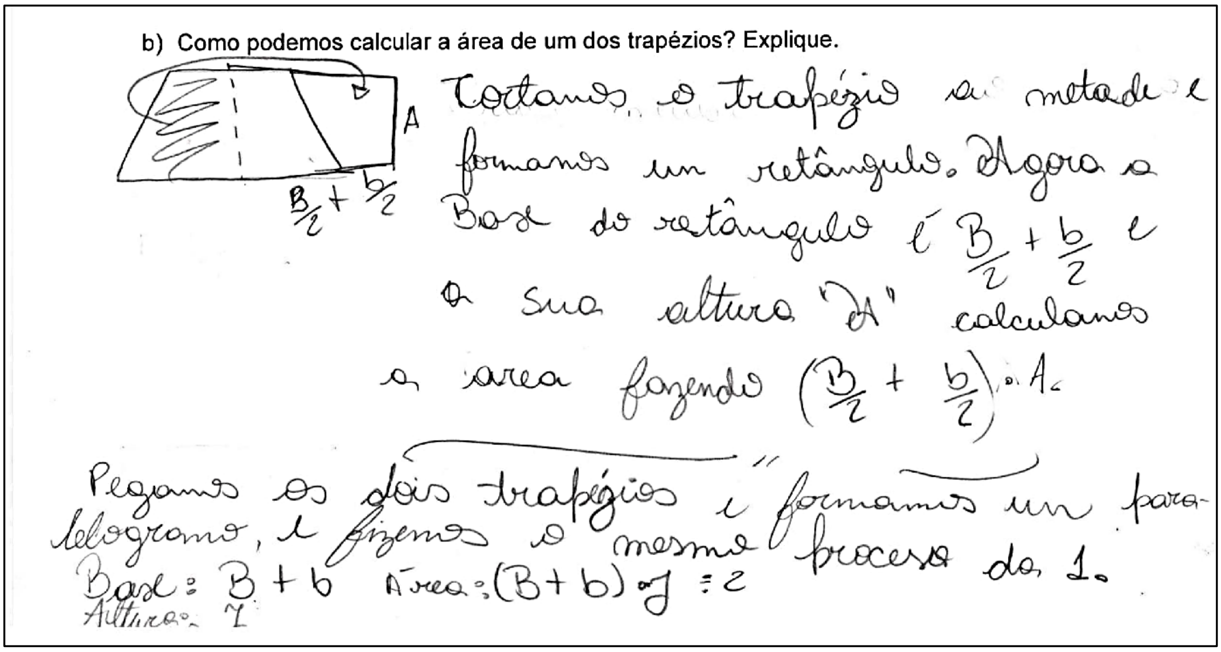
No pontilhado azul, cortamos e colocamos aonde está o pontilhado preto e formamos um retângulo. Para calcular a área precisamos "A" (altura) · "B" (Base) e chegaríamos na área do paralelogramo.

Figura 33: Resolução Questão 1-Atividade C

Assim, notamos, que através das composições e decomposições, os alunos conseguiram facilmente conjecturar sobre a fórmula do cálculo da área do paralelogramo e também apresentar argumentos que justifiquem essa conjectura.

Para conjecturar sobre a área do trapézio, os alunos receberam dois trapézios iguais, não isósceles. No item a), nós esperávamos que eles construíssem um paralelogramo, pois momentos antes haviam calculado sua área. Alguns grupos acabaram construindo um hexágono. Nos grupos que inicialmente construíram um hexágono, questionamos se não era possível construir uma outra forma com a área conhecida. Os alunos então observavam que era possível construir um paralelogramo.

No segundo item, os alunos eram convidados a encontrar um método para calcular a área de um dos trapézios não isósceles que foi recebido, justificando todos os seus passos. Um dos grupos afirmou que poderiam recortar o trapézio na metade da base maior e transportar uma das partes para a outra ponta, formando um retângulo. Perguntamos se seria possível fazer isso se os lados "inclinados" fossem distintos, como tínhamos na figura recebida. Os alunos recortaram, de fato, e perceberam que não, pois os lados não poderiam ser encaixados. Solicitamos que eles mantivessem o registro na folha, pois foi uma boa ideia (e serve para trapézios isósceles) e eles argumentaram bem, como podemos observar na Figura 34. Notamos que os alunos fizeram também a argumentação para os trapézios não isósceles que receberam.


b) Como podemos calcular a área de um dos trapézios? Explique.

Cortamos o trapézio ao meio e formamos um retângulo. Agora a Base do retângulo é $\frac{B}{2} + \frac{b}{2}$ e a sua altura "A" calculamos a area fazendo $\left(\frac{B}{2} + \frac{b}{2}\right) \cdot A$.

Pegamos os dois trapézios e formamos um paralelogramo, e fizemos o mesmo processo da 1.

Base: $B + b$ Área: $(B+b) \cdot J : 2$

Altura: J

Figura 34: Resolução 1 Questão 2- Atividade C

Inicialmente, os grupos ficaram um pouco em dúvida com a escolha da notação que poderiam usar para representar a área de um dos trapézios, então fomos perguntando qual seria a medida da base do paralelogramo formado, se a base maior medisse B e a base menor medisse b, como mostrado na figura da folha de questões. Os alunos ficavam pensando e então respondiam que seria B+b. Também perguntamos se a altura do paralelogramo era a mesma dos trapézios ou se era alterada, os discentes respondiam que continuava a mesma. Dessa forma, questionamos como seria a área do paralelogramo formado com os dois trapézios e então consequentemente, como seria a área de apenas um dos trapézios.

Os discentes conseguiram construir a fórmula da área para um trapézio e justificá-la. Algumas argumentações podem ser observadas nas Figuras 35 e 36. Observamos que nesta atividade os alunos já avançaram em suas argumentações. Acreditamos que a intervenção da aula anterior, com um exemplo de uma argumentação mais detalhada tenha inspirado os alunos.

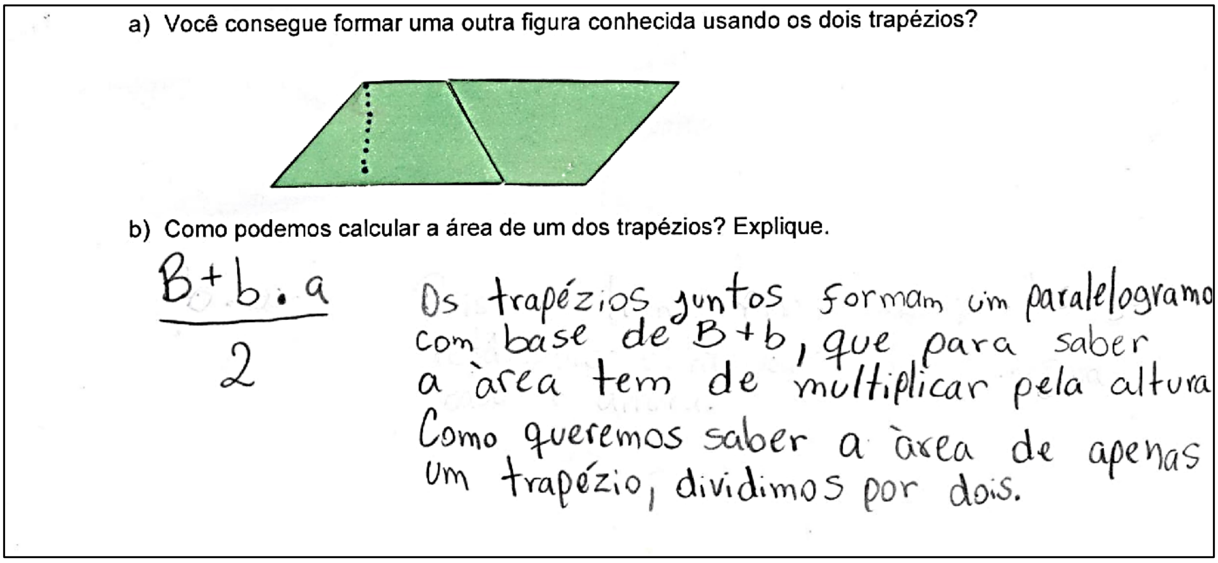


Figura 35: Resolução 2 Questão 2- Atividade C

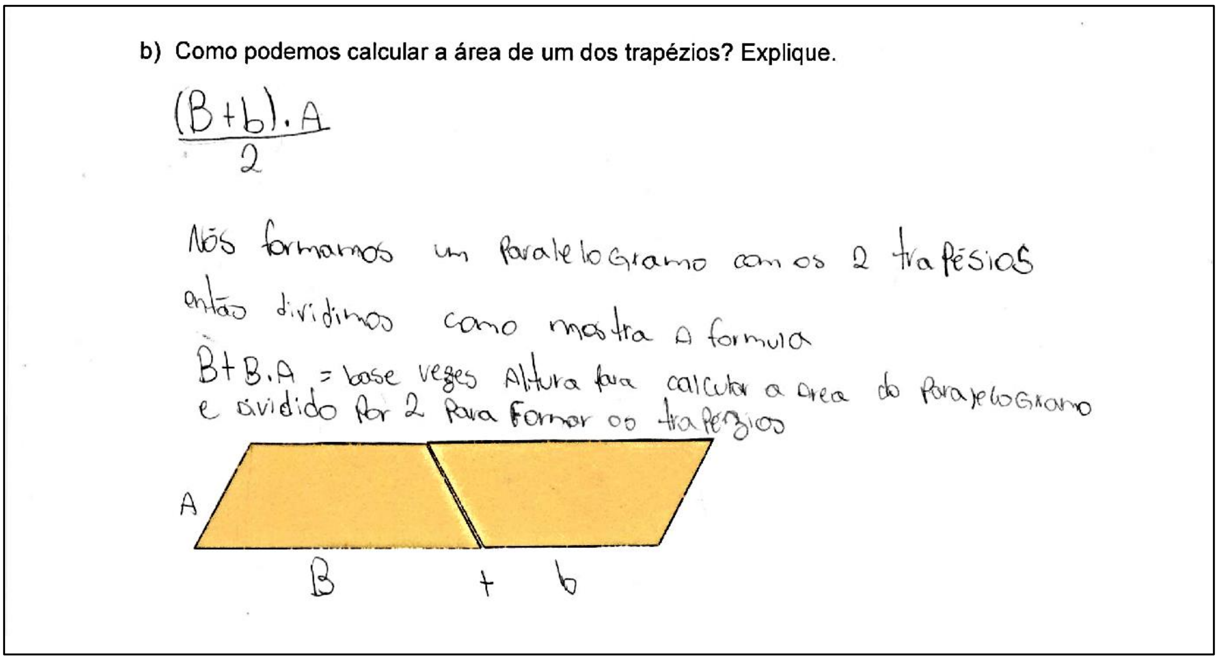


Figura 36: Resolução 3 Questão 2- Atividade C

3.5 Atividade D

Nesta atividade, o objetivo é observar se os alunos, através da decomposição do losango, encontram uma fórmula para o cálculo da sua área.

Para desenvolver a atividade os alunos receberam a folha de perguntas e um losango. Quase todos os grupos formaram um retângulo decompondo o losango. Um dos grupos, dividiu o losango em apenas dois triângulos. Argumentaram explicando que bastaria calcular base vezes altura de um dos triângulos, sem dividir por dois, visto que tinha dois triângulos, como podemos observar na Figura 37, solicitamos que o grupo escrevesse um pouco mais e então os alunos apresentaram mais detalhadamente de forma escrita o seu argumento.

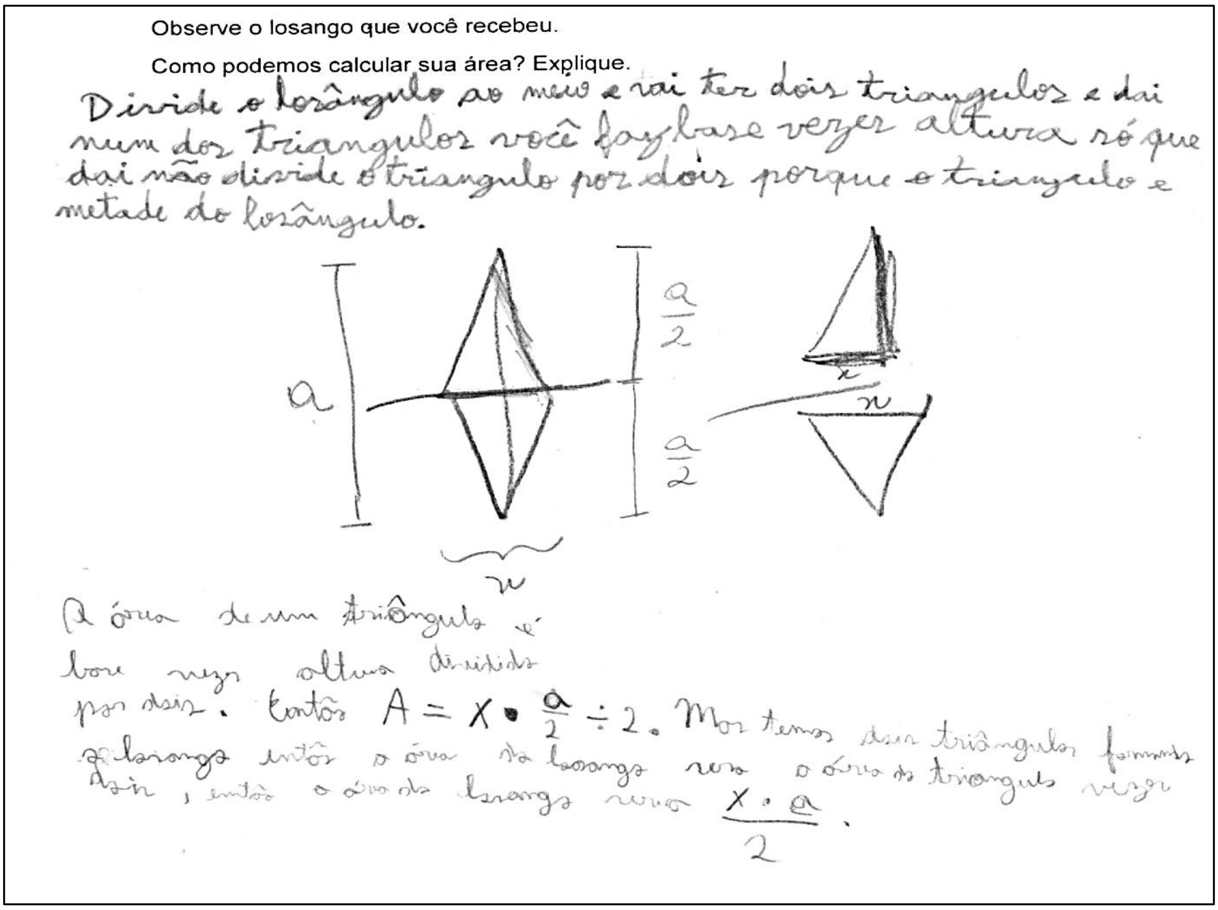


Figura 37: Resolução 1- Atividade D

Pôde-se perceber nesta atividade uma melhor desenvoltura dos grupos, com argumentações mais desenvolvidas na forma escrita, e não apenas oral: Figuras 38 e 39.

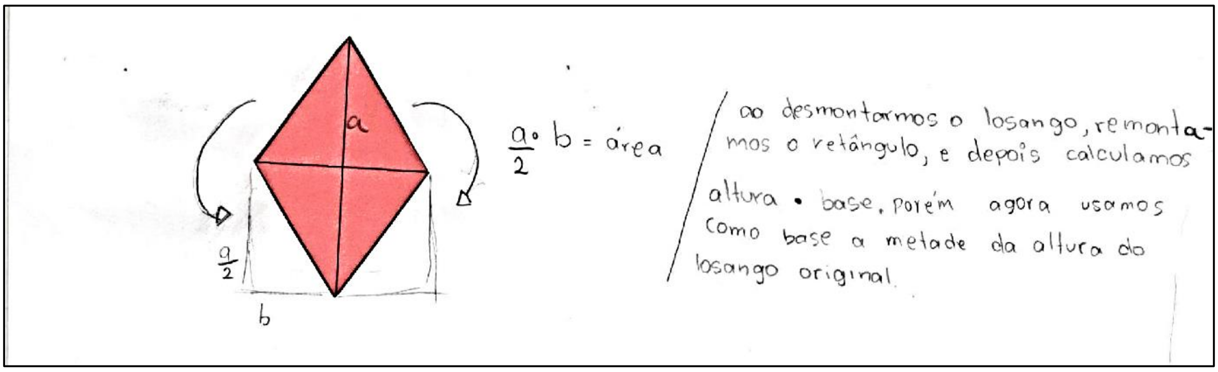


Figura 38: Resolução 2- Atividade D

Notamos que os alunos decompuseram o losango, conjecturaram uma fórmula, inicialmente desconhecida, e argumentaram afim de mostrar que a conjectura era realmente verdadeira. Observamos que nesse terceiro encontro houve uma grande evolução dos alunos de forma geral. Acreditamos que seja porque eles estão se adaptando a ideia de argumentar sobre o que afirmam.

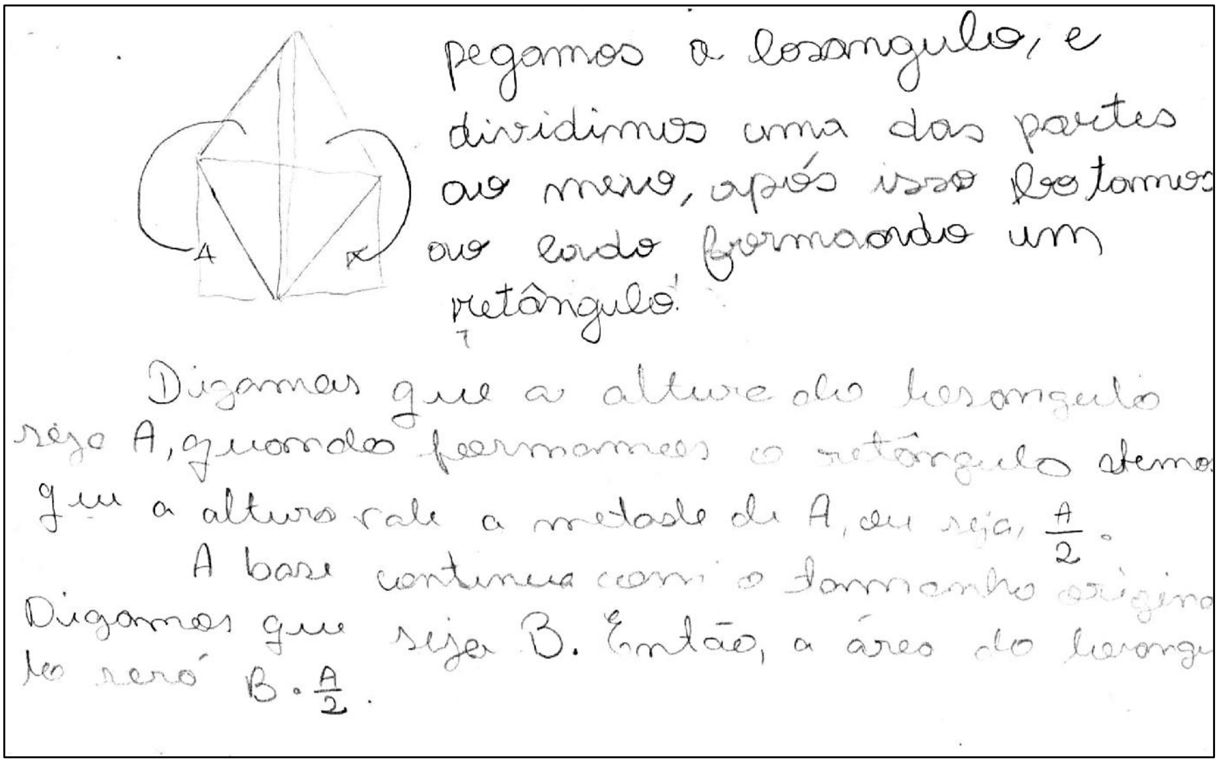


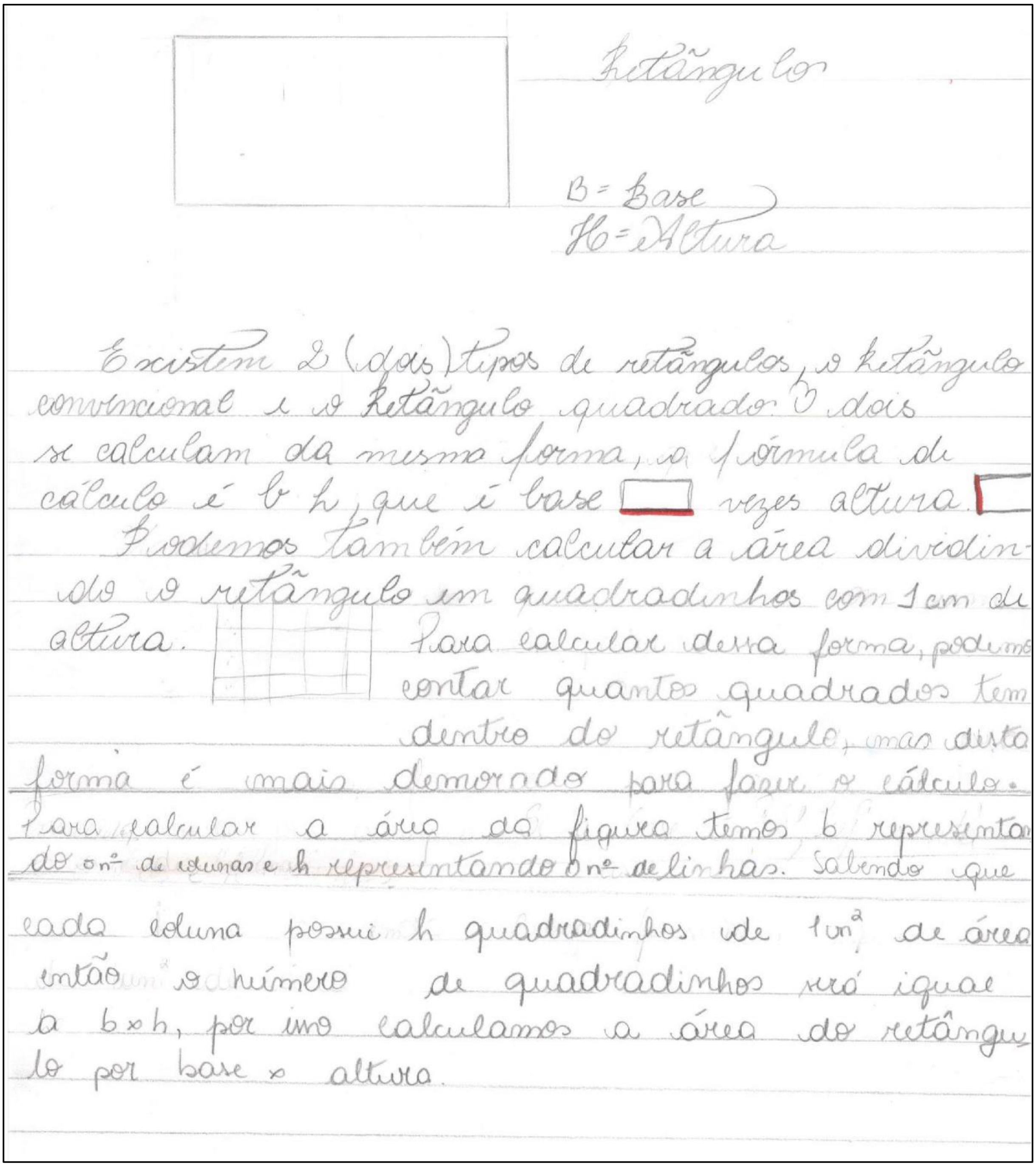
Figura 39: Resolução 3- Atividade D

5.6. Atividade E

Esta atividade foi elaborada com a intenção de dar um fechamento para as investigações. Ela ocorreu no último encontro e consistiu da produção e apresentação de argumentações um pouco mais elaboradas sobre o cálculo das áreas que vimos durante os encontros anteriores. Cada grupo produziu um cartaz para apresentar aos colegas. Notamos que essa atividade foi muito bem recebida pelos alunos e desenvolvida com muita dedicação.

Inicialmente, realizamos o sorteio de uma forma geométrica para cada grupo e reforçamos que as argumentações deveriam ser completas, com todo o raciocínio escrito. Entregamos folhas de ofício em branco para os alunos organizarem a argumentação. Alguns alunos solicitaram suas atividades anteriores para que pudessem relembrar o que haviam feito. Em alguns momentos foram necessárias intervenções na forma de questionamentos, instigando os alunos pensar nas respostas para melhorar suas primeiras argumentações. Quando os alunos respondiam, solicitávamos que escrevessem todo o raciocínio na folha e notamos uma grande evolução na escrita. Apresentamos as argumentações dos alunos da atividade final:

Retângulo: A argumentação sobre a área do retângulo ficou sob responsabilidade do grupo 7 (Figura 40), que desenvolveu com êxito seu trabalho. Os alunos se preocuparam em afirmar que o quadrado é um caso particular do retângulo e portanto, a área pode ser calculada da mesma forma, multiplicando a base pela altura. Também, observaram que o uso da fórmula serve para fazer os cálculos mais rapidamente, visto que pode se demorar para contar os quadradinhos obtidos a partir da decomposição. Os alunos apresentaram aos colegas de forma clara e sucinta utilizando o cartaz confeccionado durante o encontro.



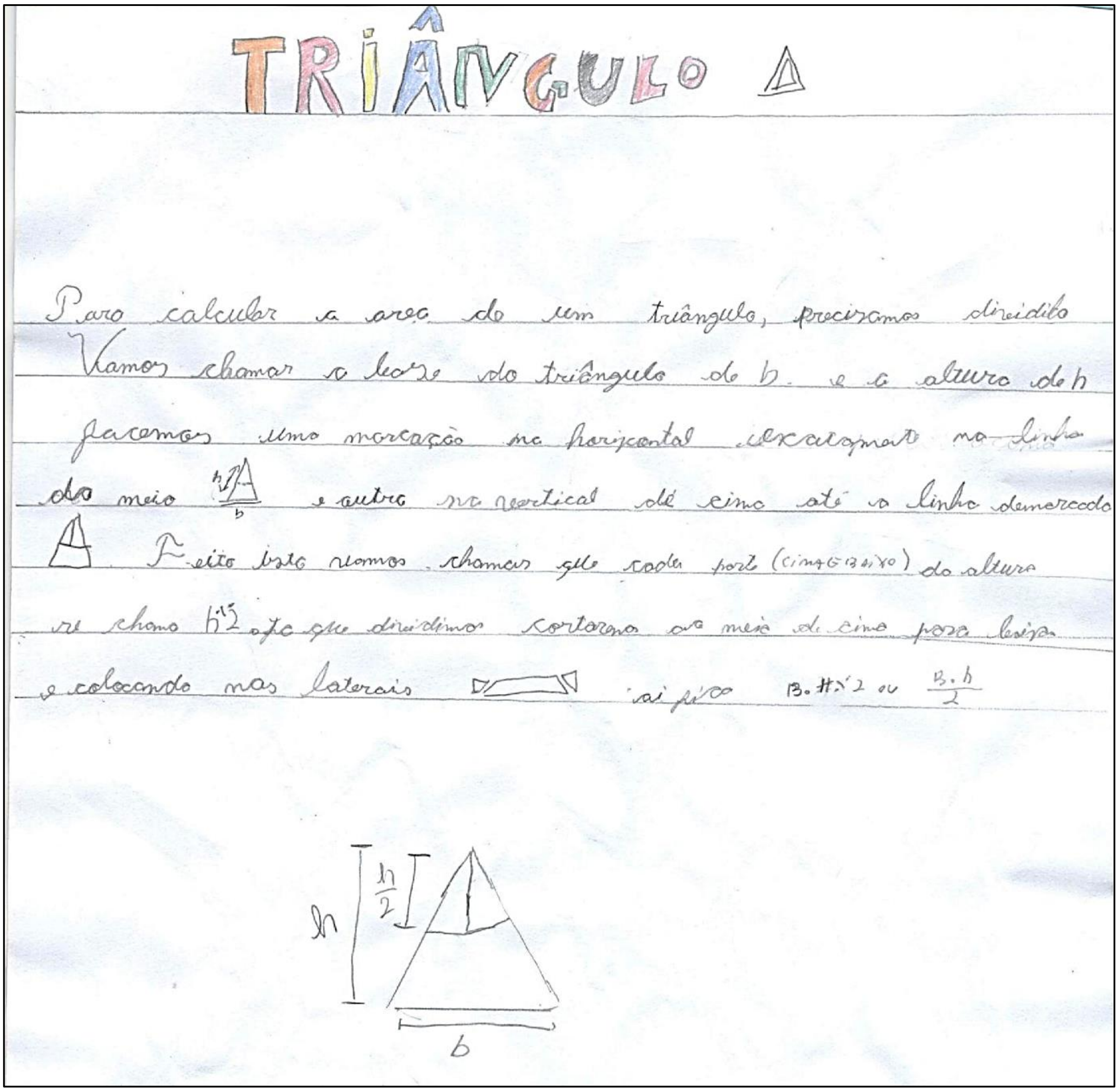
Retângulo

B = Base
H = Altura

Existem 2 (dois) tipos de retângulos, o retângulo convencional e o retângulo quadrado. Os dois se calculam da mesma forma, a fórmula de cálculo é b h, que é base vezes altura.
Podemos também calcular a área dividindo o retângulo em quadradinhos com 1 cm de altura. Para calcular dessa forma, podemos contar quantos quadrados tem dentro do retângulo, mas desta forma é mais demorado para fazer o cálculo.
Para calcular a área da figura temos b representando o nº de colunas e h representando o nº de linhas. Sabendo que cada coluna possui h quadradinhos de $1 cm^2$ de área então o número de quadradinhos será igual a b × h, por isso calculamos a área do retângulo por base × altura.

Figura 40: Argumentação final Retângulo

Triângulo: Os grupos 3 e 4 foram responsáveis pela produção das apresentações sobre a área do triângulo. Em ambos os grupos houve uma evolução muito grande se comparando com a primeira argumentação feita na aula. Na figura 41, observamos a argumentação do grupo 3, que em sua primeira versão, durante as aulas anteriores, apenas colocou a fórmula e expressou os argumentos somente através da fala. Nessa imagem, notamos que os alunos buscam escrever seus argumentos ainda de forma simples, porém, se compararmos com a primeira atividade, notamos uma melhora no desempenho.


TRIÂNGULO

Para calcular a area de um triângulo, precisamos dividilo
Vamos chamar a base do triângulo de b. e a altura de h
facemos uma marcação na horizontal exatamente na linha
do meio e outra na vertical de cima até a linha demarcada
Feito isto vamos chamar que cada part (cima e baixo) da altura
se chama h/2 apos que dividimos cortamos o meio de cima para baixo
e colocando nas laterais aí fica B.H÷2 ou $\frac{B.h}{2}$

Figura 41: Argumentação Triângulo

O segundo grupo, assim como o primeiro, também optou por utilizar a terceira forma de decomposição trabalhada em aula. Ambos evidenciaram que a base do retângulo formado seria a mesma que a base do triângulo original e a altura seria a metade da altura original. O grupo 4 também obteve um crescimento claro em relação à sua primeira justificativa desenvolvida. Apresentamos abaixo (Figura 42 e

Figura 43) as duas resoluções do grupo 4, onde podemos observar uma clara evolução.

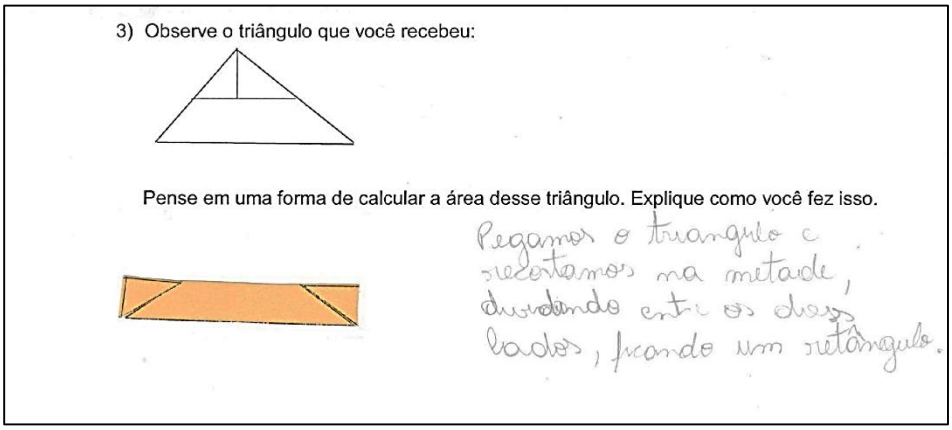


Figura 42: Primeira argumentação grupo 4 Triângulo

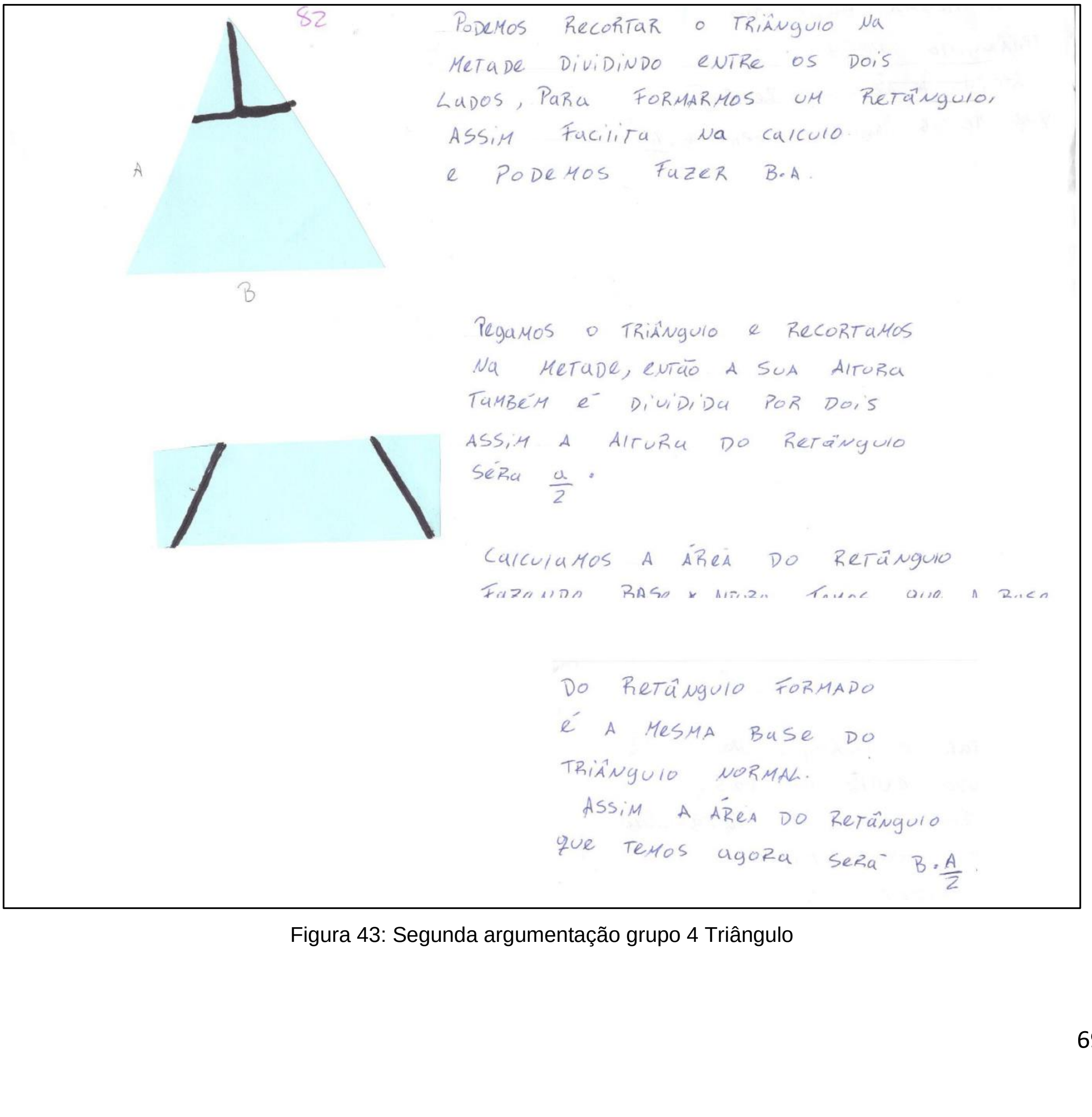


Figura 43: Segunda argumentação grupo 4 Triângulo

Na segunda abordagem, o grupo evidencia como foi realizada a decomposição do triângulo para compor o retângulo e deduz, da fórmula da área do retângulo, a fórmula para a área do triângulo. Também apresenta os argumentos de forma clara, indicando que a altura do retângulo é metade da altura do triângulo original, devido aos cortes feitos. Enquanto isso, na primeira abordagem, podemos observar que os alunos apenas descreveram de forma não muito clara como poderiam fazer a decomposição.

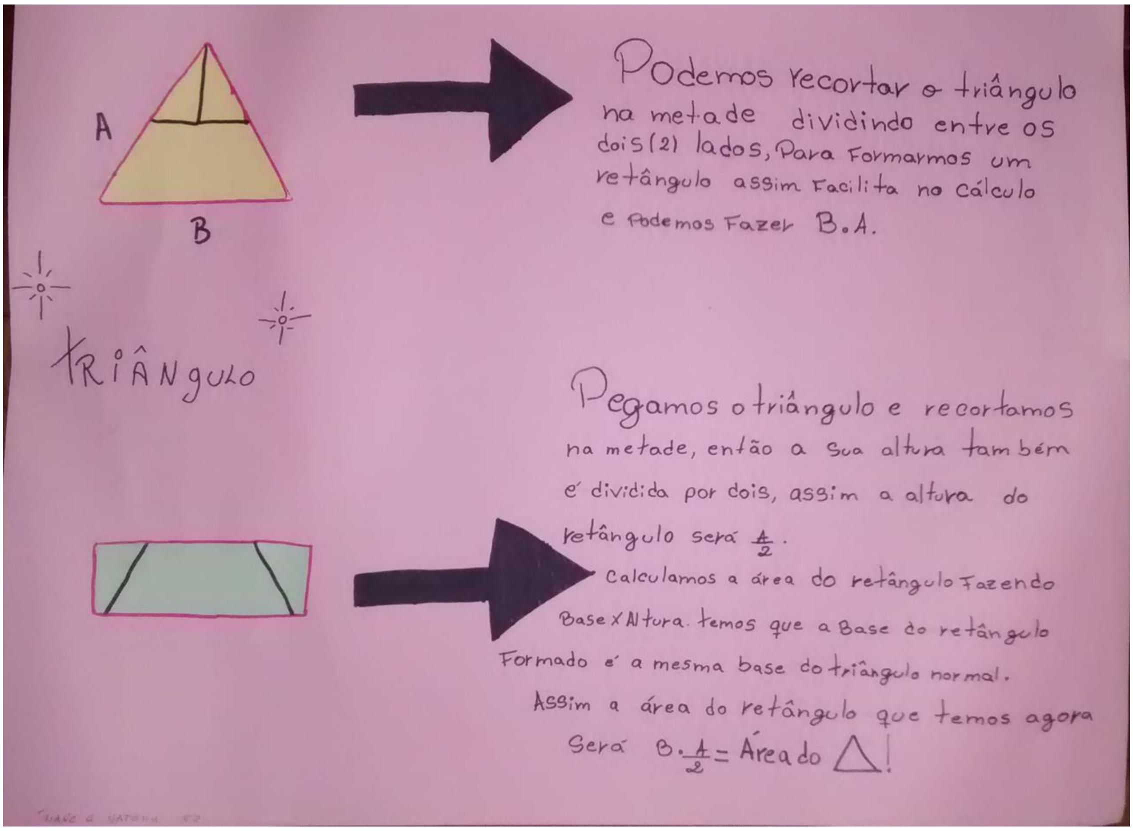


Figura 44: Cartaz produzido pelo grupo 4 para apresentação.

Paralelogramo**:** Dois grupos ficaram responsáveis por apresentar sobre esta figura geométrica. Além dos argumentos que já apareciam durante a prática sobre a área do paralelogramo, um dos grupos preocupou-se em afirmar que, para formar um retângulo, o recorte deve ser perpendicular à base, como notamos na Figura 45.

Já o segundo grupo, não afirmou nada sobre como o corte deve ser feito, mas indicou que as áreas do paralelogramo e do retângulo formado são iguais, ponto que os alunos sabem, mas acabam esquecendo de expressar, assim como a maneira de fazer o corte.

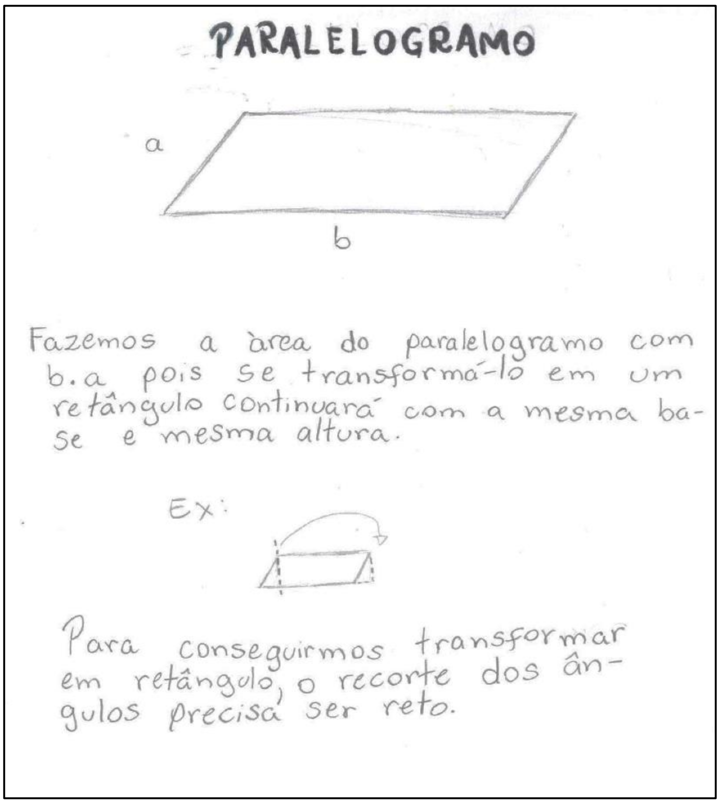


Figura 45: Argumentação grupo 1 Paralelogramo

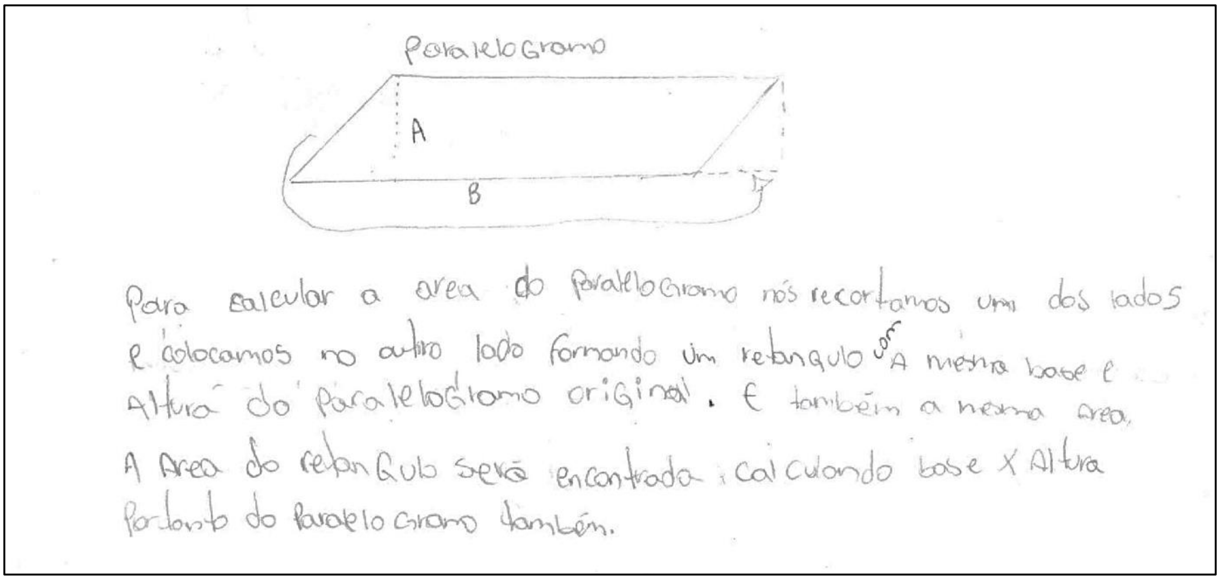
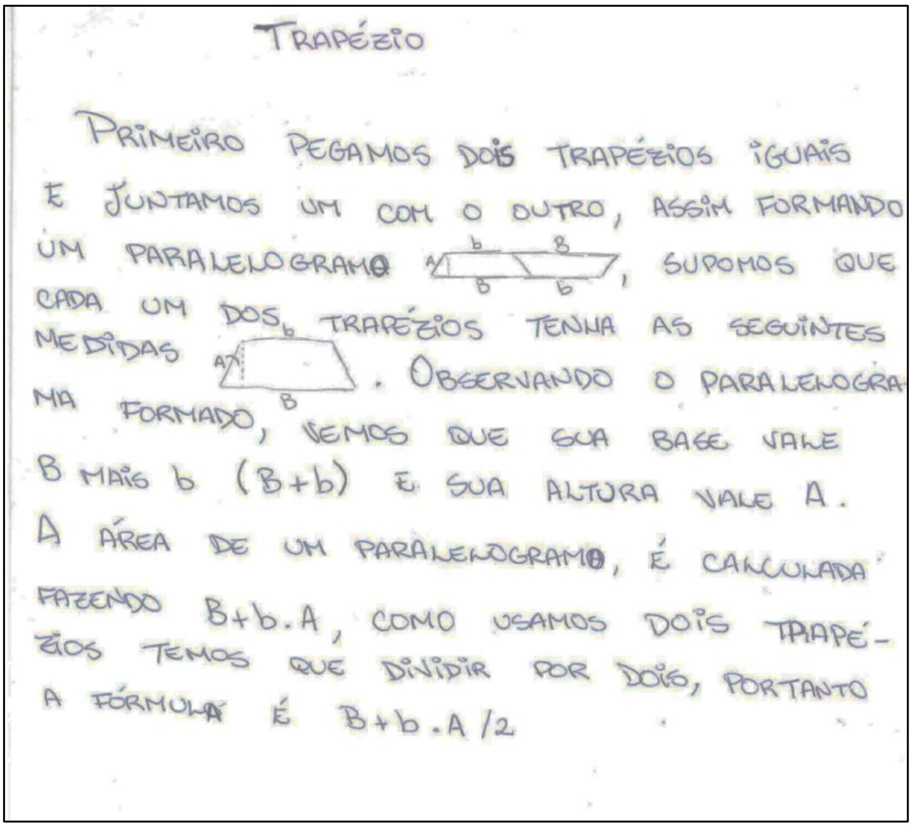


Figura 46: Argumentação grupo 8 Paralelogramo

Trapézio: Notamos que o grupo 6 (figura 47) apresentou sua argumentação de forma clara, especificando todas as dimensões utilizadas para o cálculo da área e justificando bem todos os passos para a dedução da fórmula.



TRAPÉZIO

PRIMEIRO PEGAMOS DOIS TRAPÉZIOS IGUAIS E JUNTAMOS UM COM O OUTRO, ASSIM FORMANDO UM PARALELOGRAMO, SUPOMOS QUE CADA UM DOS TRAPÉZIOS TENHA AS SEGUINTES MEDIDAS. OBSERVANDO O PARALELOGRAMA FORMADO, VEMOS QUE SUA BASE VALE B MAIS b (B+b) E SUA ALTURA VALE A. A ÁREA DE UM PARALELOGRAMO, É CALCULADA FAZENDO B+b.A, COMO USAMOS DOIS TRAPÉZIOS TEMOS QUE DIVIDIR POR DOIS, PORTANTO A FÓRMULA É B+b.A/2

Figura 48: Argumentação grupo 6 Trapézio

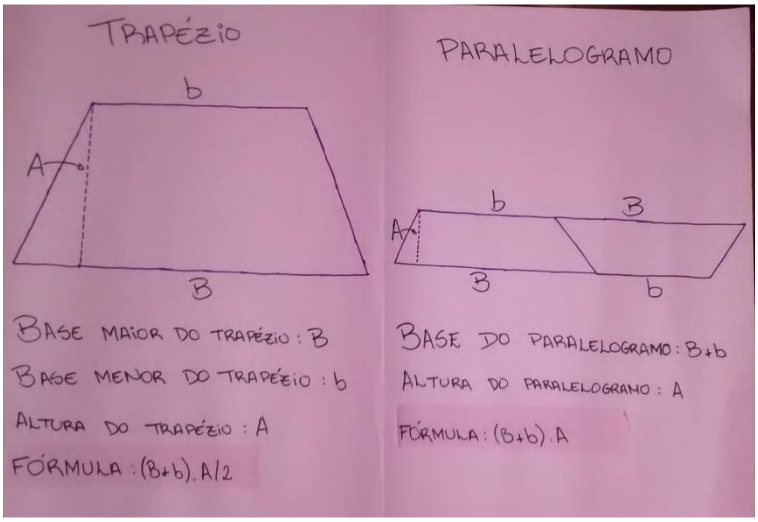


Figura 47: Cartaz produzido pelo grupo 6 para apresentação.

O segundo grupo responsável por fazer a argumentação da área do trapézio, grupo 9, fez sua argumentação de forma bem sintética e clara. Observamos na apresentação que o grupo realmente se convence que sua argumentação é válida, assim como os colegas também acompanharam bem o que foi feito (Figura 49).

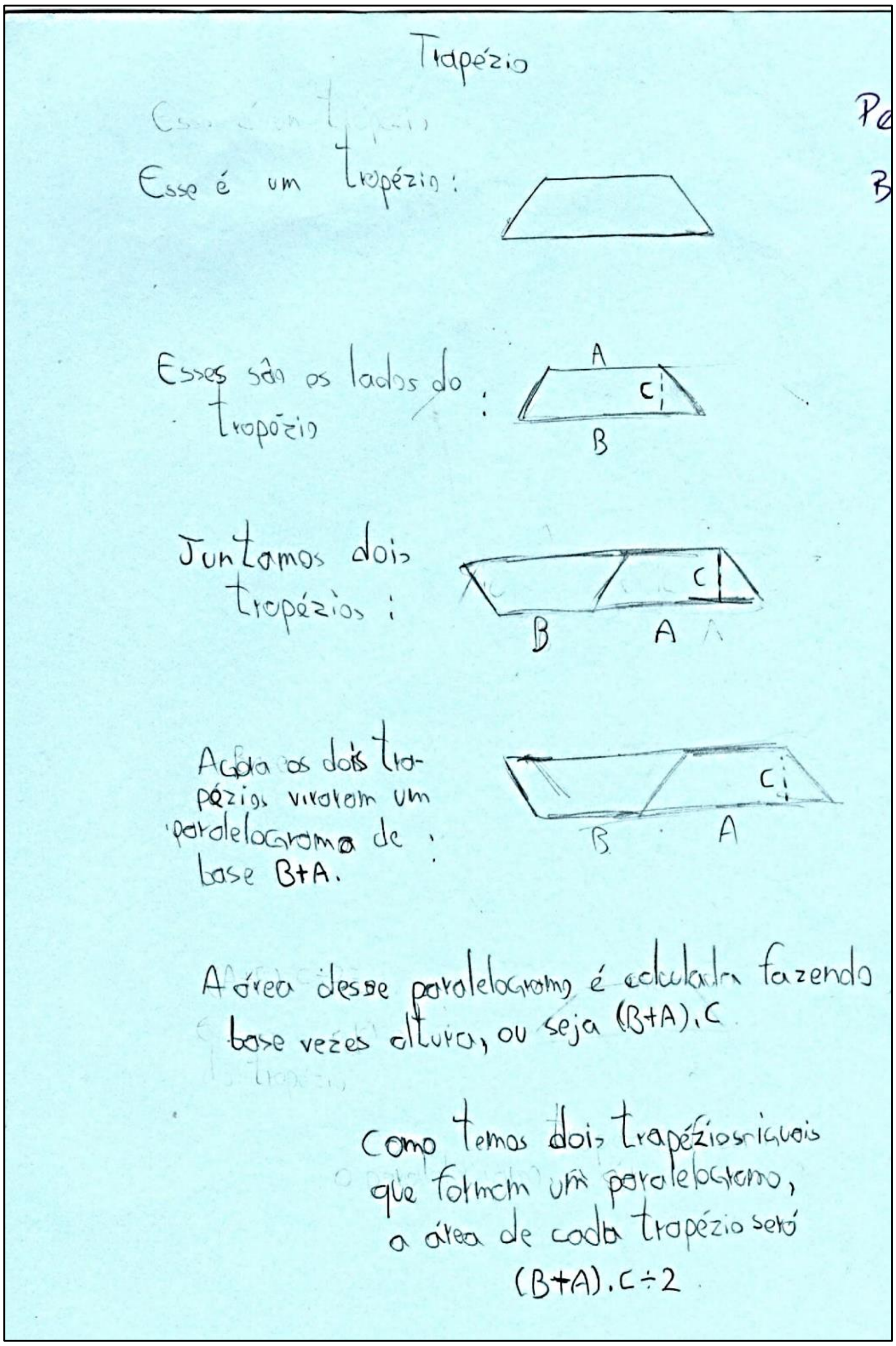


Figura 49: Argumentação grupo 9 Trapézio

Losango: Também notamos, assim como em todos os outros grupos, uma evolução. Percebemos que o grupo 10 dedicou-se a mostrar o raciocínio utilizado com clareza, preocupando-se em mostrar o passo-a-passo da dedução da fórmula e explicando como poderiam calcular a área do losango a partir da área do retângulo.

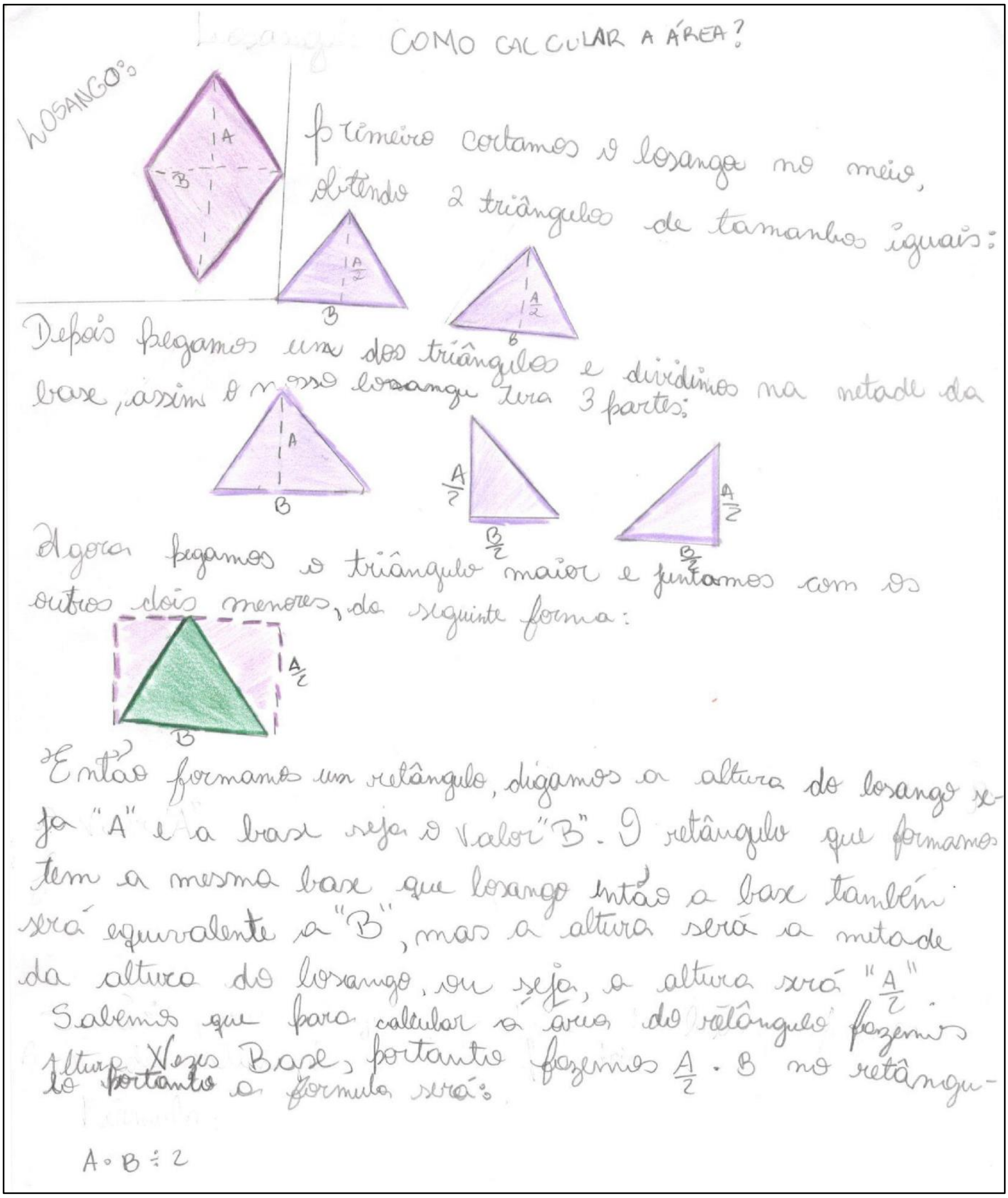


Figura 50: Argumentação grupo 10 Losango

Na atividade E, foi possível notar que os alunos cresceram desde o primeiro encontro. De apenas apresentações de fórmulas e alguns argumentos dados de forma oral, os alunos evoluíram para a dedução das fórmulas, explicando, de forma escrita os passos realizados e argumentando várias de suas afirmações.

5.7 Atividade F

Elaboramos esta atividade para que os alunos decompusessem as imagens e utilizassem as fórmulas deduzidas durante as práticas. Os grupos que puderam iniciar a atividade receberam uma folha contendo duas figuras: um peixe e um morcego do Batman, e era solicitado que os alunos calculassem as áreas das figuras. As dimensões podiam ser obtidas através do auxílio de uma régua graduada. Infelizmente, nem todos os grupos tiveram a oportunidade de finalizar esta atividade, pois o tempo cedido pela professora titular para a prática não pode ser estendido.

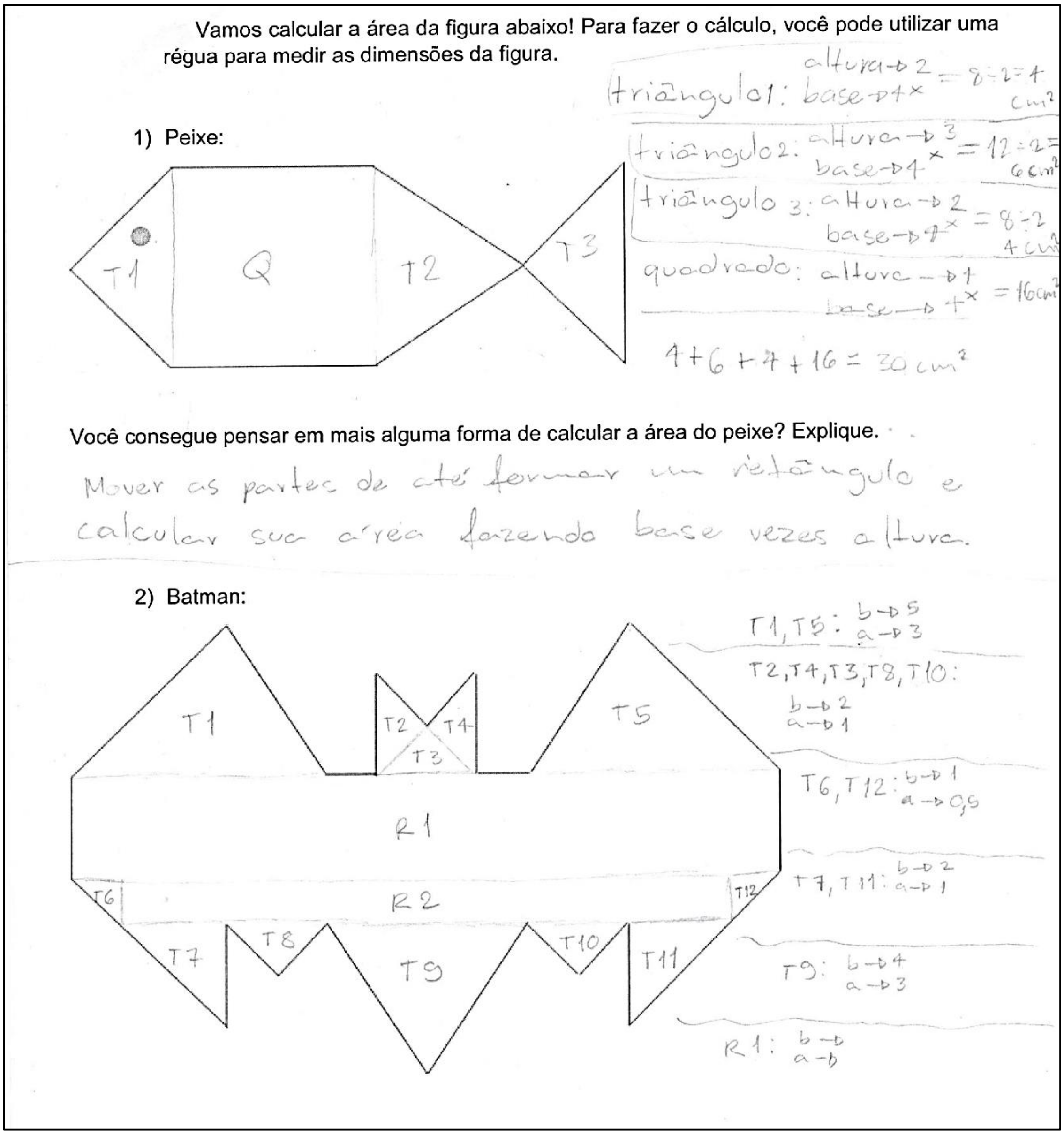


Figura 51: Resolução Atividade F

Os dois grupos que pensaram na atividade na íntegra, a realizaram com êxito, dividindo as imagens em várias figuras que já sabiam como calcular a área.

Através da aplicação da sequência de atividades, foi possível notar que os alunos possuíam muitas dificuldades em apresentar seus argumentos, principalmente na forma escrita. Porém, com o decorrer dos encontros e as discussões realizadas, os alunos evoluíram, apresentando belas argumentações ao final das atividades. Acreditamos que a decomposição e a composição de figuras teve um papel fundamental, pois os alunos conseguiam criar argumentos através dos recortes feitos, visto que os auxiliavam na visualização, no estabelecimento de relações entre as medidas das figuras e na constatação da invariância da área.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir de estudos referentes à argumentação matemática e ao estudo de Geometria em sala de aula, verificamos que ambas têm uma importância fundamental na formação dos alunos, contudo não são muito trabalhadas no ensino básico. Dessa forma, propomos uma sequência de atividades que utilizasse a Geometria como ponto chave para inserção da argumentação em sala de aula, visto que

> as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações. (BRASIL, 1998)

Para implementar a inserção da argumentação matemática em sala de aula, realizamos uma investigação matemática com alunos do 8º ano do Colégio de Aplicação da UFRGS. Através da qual buscamos observar, via uma pesquisa qualitativa, se os alunos conjecturam e geram argumentos sobre a fórmula do cálculo da área de figuras planas, utilizando a composição e decomposição de figuras geométricas planas.

Notamos que nas primeiras atividades os alunos apresentaram justificativas pouco elaboradas e na maioria das vezes, apenas na forma oral. Forneciam as respostas sem evidenciar nenhuma justificativa, ou se evidenciavam, as justificativas eram muito superficiais. Acreditamos que isso tenha acontecido pelo fato de os discentes não estarem acostumados a justificarem suas afirmações, em geral, na sala de aula.

No decorrer das atividades, percebemos a evolução dos alunos, principalmente no terceiro e no quarto encontro. As argumentações começaram a aparecer de forma mais completa, com justificativas pertinentes e passos bem explicitados. Na argumentação utilizada na apresentação final, observamos que todos os alunos se empenharam muito, produzindo lindos cartazes e boas apresentações aos colegas.

Acreditamos que um fator que contribuiu para uma melhor desenvoltura dos alunos na atividade do cartaz, foi o fato de os grupos terem que apresentar as argumentações aos colegas. Isso fez com que eles organizassem suas argumentações para tentar convencer os demais colegas.

Notamos que a composição e a decomposição de figuras foram elementos determinantes para o sucesso dos alunos na prática argumentativa, pois auxiliam na visualização das transformações das figuras geométricas em outras com áreas já conhecidas. Também permitem que os alunos estabeleçam relações entre as figuras geométricas e suas medidas, assim como os auxiliam na constatação da invariância da área determinada pela composição e decomposição. Percebemos que todos os argumentos para as deduções das fórmulas estavam baseados na composição e decomposição de figuras geométricas planas.

Outro ponto interessante da nossa prática, é que, por ela não exigir nenhum tipo de ferramenta tecnológica digital, ela pode ser realizada em qualquer escola, sendo apenas necessário o uso de papel, régua e tesoura.

Através do nosso trabalho, pudemos notar em quatro encontros uma evolução na escrita argumentativa dos alunos e um aumento na preocupação de melhor justificar seus pensamentos, exercendo uma reflexão e um pensamento crítico matemático no desenvolvimento das atividades. Desta forma, acreditamos que é possível ampliar a habilidade de argumentação dos alunos. Basta proporcionar atividades diferenciadas, instigantes e que os levem a conjecturar sobre diferentes conteúdos matemáticos.

7 REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C**. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*, 2004. p.27-47.

BOAVIDA, A.M. (2005). **A argumentação em matemática. Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração**. (Tese de Doutoramento, Universidade do Minho)

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação - Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994. p. 47-74.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** (3o e 4o ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (Ensino Fundamental). Brasília: MEC, 1997.

BURIGO, E. Z. **Para que ensinar e aprender Geometria no Ensino Fundamental? Um exercício de reflexão sobre o currículo**. In Teorias e fazeres da escola em mudança. Editora UFRGS, Porto Alegre, 2005.

CARVALHO, S. A.; RIPOLL, C. C. **O pensamento matemático na escola básica.** Zetetiké – FE/Unicamp – v. 21, n. 40 – jul/dez 2013.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. **Tratado da argumentação: a nova retórica.** Trad. Maria Ermantina Glavão G. Pereira. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005. P. 15-66.

PONTE, J. P., BROCARDO, J., OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas em Sala de Aula**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte (MG). 2005.

RIBEIRO, C. S. G. **O desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática de alunos do 10º ano na aprendizagem das funções afim e quadrática com recurso à calculadora gráfica.** Universidade do Minho, 2012.

8 ANEXOS

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno(a) _____________________________________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **"O estudo de área através da composição/ decomposição de figuras planas: uma possibilidade para a introdução da argumentação matemática em sala de aula"**, desenvolvida pela pesquisadora Franciele Marciane Meinerz. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada pela Profª Dra. Luisa Rodríguez Doering, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (51)3308-6218 ou e-mail ldoering@mat.ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) do objetivo estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, é investigar como a composição/ decomposição de figuras geométricas pode levar os alunos a gerarem argumentos matemáticos e uma possível generalização para o cálculo da área de figuras planas.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade, ou por nomes fictícios.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em aulas/encontros, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar a pesquisadora responsável pelo telefone (51)9879-7985 e e-mail francielemeinerz@hotmail.com.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa: