

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DETERMINAÇÃO NUMÉRICA EXPERIMENTAL DE PROPRIEDADES  
HIDRODINÂMICAS EM CILINDRO VERTICAL PARCIALMENTE SUBMERSO

por

Wilques Wanderson Ferreira Pinheiro

Tese para obtenção do Título de  
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, agosto de 2015.

DETERMINAÇÃO NUMÉRICA EXPERIMENTAL DE PROPRIEDADES  
HIDRODINÂMICAS EM CILINDRO VERTICAL PARCIALMENTE SUBMERSO

por

Wilques Wanderson Ferreira Pinheiro

Mestre em Engenharia

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de:

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Aprovada por:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Adriane Prisco Petry  
PROMEC/UFRGS/

Prof. Dr. Waldir Terra Pinto  
EE/FURG

Prof. Dr. Alexandre Vieceli  
CCET/UCS

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 31 de agosto de 2015.

## **Dedicatória**

*Aos meus pais, pelo exemplo e motivação.*

*À minha amada família, meus filhos, Bárbara, Tiago, Carolina e minha linda e querida esposa Andrea de Vasconcellos Pinheiro.*

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho não poderia ser finalizado sem a ajuda de diversas pessoas e instituições às quais presto minha homenagem:

A minha família, principalmente a minha esposa Andréa, pelo suporte e compreensão durante a minha ausência. A meus filhos vistos os momentos em que não estive junto a eles, mas sabia do apoio incondicional dos três. Eu amo vocês!

Ao meu orientador, Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas, pela motivação, apoio, dedicação e tranquilidade que me soube transmitir nos momentos mais difíceis, durante a realização deste trabalho. Muito obrigado!

À nossa equipe de pesquisa atuante no Grupo de Mecânica Aplicada GMAp, do Departamento de Engenharia Mecânica da UFRGS, em particular a Emanuel Moutinho Cesconeto, André Vinícius Brizio da Silva, Guilherme Missio Parizotto e Amanda Pereira Peres.

À UFRGS e ao PROMEC, pela oportunidade.

Ao Laboratório de Interação Fluido Estrutura LIFE, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande, sob coordenação do Prof. Dr. Waldir Terra Pinto, pela disponibilidade da equipe de pesquisa e suporte para realização do trabalho experimental, em particular a Débora Martins Machado, Jairo Fernando de Lima Coelho, Jesus de Alencar Moraes de Alvarenga, Carlos Alberto Medeiros Casanova e Bruno Quaresma Leonardo.

Aos professores integrantes da Comissão de Avaliação pelas sugestões para melhoria deste trabalho.

A SOLITONS Engenharia Ltda., pela parceria e apoio financeiro para execução deste trabalho.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração desta tese.

## RESUMO

Este trabalho visa a determinação numérico-experimental de propriedades hidrodinâmicos em um cilindro de seção circular parcialmente submerso. A solução numérica do problema foi desenvolvida através do método dos painéis, o qual foi programado no pacote MATLAB®, sendo que o modelo do cilindro é excitado segundo os parâmetros de onda registrados a partir do ensaio de arrasto do cilindro, possibilitando a determinação da massa adicional e amortecimento hidrodinâmico. O desenvolvimento experimental foi efetivado através de ensaios em tanque de testes, com o uso de um carro de arrasto, tendo sido utilizado um sistema PIV (*Particle Image Velocimetry*) para mapear a não ocorrência da formação de vórtices na superfície submersa do cilindro. O cilindro foi fixado na base do carro, através de uma haste, na posição vertical, permanecendo parcialmente submerso nos ensaios de movimento oscilatório, com frequência e deslocamento longitudinal definidos. Nos ensaios, o conjunto de sensores no sistema detectou as variáveis de aceleração e carregamento na haste de sustentação do cilindro, deslocamento do carro e altura de onda, este último, realizado por dois *wave probes* simetricamente distanciados da posição inicial do cilindro. Os ensaios possibilitaram a obtenção da massa adicional e dos parâmetros necessários à solução numérica. O desenvolvimento da solução numérica hidrodinâmica via simulação em programa comercial foi realizado no pacote ANSYS® AQWA™, onde o cilindro foi modelado parcialmente submerso, sendo excitado pela frequência e velocidade de onda, os quais foram obtidos nos ensaios experimentais. Os resultados numéricos da programação e da simulação mostraram boa correspondência com os resultados experimentais.

Palavras-chave: Método dos painéis, estrutura *offshore*, teoria da difração, oscilação forçada, PIV.

## ABSTRACT

This study involves the experimental and numerical determination of the hydrodynamic properties of a partially submerged cylinder with circular cross section. The numerical solution to the problem was developed using the panel method, which was programmed in the MATLAB<sup>®</sup> package, and the cylinder model was excited according to the wave parameters recorded during the cylinder drag test, enabling the determination of added mass and hydrodynamic damping. The experimental part of this study involved using a drag car in a test tank, with a PIV (*Particle Image Velocimetry*) system to map the non-occurrence of vortex formation on the submerged surface of the cylinder. The cylinder was attached vertically to the bottom of the car base by a rod, remaining partially submerged in the oscillatory motion tests, with defined frequency and longitudinal displacement. In the tests, the system's sensor array detected the variables of acceleration and loading on the cylinder support rod, the car's displacement and wave height, the latter measured by two wave probes placed at symmetrical distances from the cylinder's initial position. The experimental tests made it possible to determine the added mass and the parameters required for the numerical solution. The development of the numerical solution of the hydrodynamic problem via simulation with commercial software was performed using the ANSYS<sup>®</sup> AQWA<sup>™</sup> package, in which the modeled cylinder was partially submerged and was excited by the wave frequency and velocity that were determined in the experimental tests. The numerical results of the programming and simulation showed a good correspondence with the experimental results.

Keywords: Panel method, offshore structure, diffraction theory, forced oscillation, PIV.

# ÍNDICE

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação.....	1
1.2	Definição do problema.....	3
1.3	Objetivos .....	4
1.4	Organização do trabalho .....	5
<b>2.</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>7</b>
<b>3.</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>13</b>
3.1	Comportamento dinâmico de uma estrutura em meio fluido.....	13
3.1.1	Movimentos de translação de corpo parcialmente submerso.....	16
3.2	Movimento de corpo rígido.....	17
3.2.1	Equações de movimento de um corpo parcialmente submerso .....	19
3.2.2	Carregamento em corpo parcialmente submerso .....	22
3.2.3	Determinação das características de vórtices.....	24
<b>4.</b>	<b>CONDICIONAMENTO PARAMÉTRICO DE ONDAS.....</b>	<b>27</b>
4.1	Escoamento através de um volume .....	27
4.1.1	Escoamento irrotacional.....	29
4.2	Ondas .....	30
4.2.1	Abordagem espectral das ondas .....	32
<b>5.</b>	<b>ANÁLISE DO CARREGAMENTO DAS ONDAS E DOS MOVIMENTOS DO CORPO .....</b>	<b>37</b>
5.1	Modelagem dos sistemas físico e hidrodinâmico .....	37
5.1.1	Equações do domínio fluido .....	40
5.2	Equações da interface.....	43
5.2.1	Integração da função de Green.....	45
5.3	Erros .....	46
5.4	Equações de movimento do corpo .....	46
<b>6.</b>	<b>MODELO DESENVOLVIDO NO PROGRAMA MATLAB® .....</b>	<b>49</b>
6.1	Método dos painéis .....	49
6.2	Execução do programa.....	49
6.2.1	Parâmetros de entrada e saída .....	50
6.2.2	Dimensões do modelo de corpo flutuante.....	51
6.3	Condições do fluido .....	52
6.4	Resultados iniciais.....	53
6.4.1	Matriz de massa adicional ( $A_{jk}$ ) e de amortecimento ( $B_{jk}$ ) .....	53
6.5	Matriz de massa adicional e de amortecimento para dados experimentais.....	54
<b>7.</b>	<b>MODELO DESENVOLVIDO NO PROGRAMA ANSYS® AQWA™.....</b>	<b>58</b>
7.1	Modelo do cilindro desenvolvido no programa ANSYS® .....	59
7.1.1	Modelo de elementos finitos do programa ANSYS® AQWA™ .....	61

7.1.2	Parâmetros de onda incidente sobre o modelo do cilindro no solver AQWA™	64
7.2	Massa adicional segundo o <i>solver</i> AQWA™	66
<b>8.</b>	<b>DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL</b>	<b>69</b>
8.1	Fixação do cilindro no tanque de arraste	69
8.2	Conjunto carro de arrasto e cilindro	72
8.2.1	Movimento de oscilação do cilindro	72
8.2.2	Realização do ensaio de oscilação	75
8.2.3	Perfil de deslocamento do fluido	76
8.2.4	Visualização do escoamento via técnica PIV	77
8.3	Resultados analítico e experimental para massa adicional	81
8.3.1	Massa adicional analítica segundo Blevins, 2001	81
8.3.2	Massa adicional experimental	82
<b>9.</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>84</b>
<b>10.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>86</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Sistema flutuante composto por uma FPSO P-63.....	1
Figura 1.2 Estratificação dos componentes de uma FPSO.....	1
Figura 1.3 Esquema de uma estrutura flutuante e ações do meio ambiente.....	2
Figura 2.1 Estruturas offshore: (a) Plataforma fixa, (b) Spars flutuante, (c) Estrutura de sustentação de helipad.....	7
Figura 2.2 Esquema de distribuição de um painel do tipo quadrilateral.....	9
Figura 2.3 Plano quadrilateral situado no plano xy.....	9
Figura 3.1 Diagrama de corpo livre de uma estrutura flutuante ancorada.....	14
Figura 3.2 (a) Flutuador com ancoragem única, (b) Plataforma gravitacional.....	14
Figura 3.3 Sistema flutuante com massa constante e com amarras de fixação.....	17
Figura 3.4 Corpo flutuante, com seis graus de liberdade.....	19
Figura 3.5 Seis modos de movimento.....	20
Figura 3.6 Cilindro rígido sobre um fluido com aceleração constante.....	22
Figura 3.7 Cilindro rígido acelerado imerso em fluido ideal.....	23
Figura 3.8 Arrasto viscoso sobre cilindro rígido e estacionário.....	24
Figura 3.9 Escoamento com velocidade constante passando por uma seção circular.....	24
Figura 3.10 Plataforma Perdido – Golfo do México.....	25
Figura 3.11 Cilindro com filete helicoidal para prevenir o vórtice periódico.....	25
Figura 4.1 Escoamento bidimensional incompressível.....	27
Figura 4.2 Vazão através de uma superfície sólida.....	28
Figura 4.3 Tubo de vortex, onde $u(x,t)$ representa o campo de velocidades.....	29
Figura 4.4 Ondas de difração. Canal das Ilhas na Califórnia.....	31
Figura 4.5 Espectro direcional de onda no domínio de $k$ .....	34
Figura 5.1 Potencial causado por uma fonte de oscilação.....	39
Figura 6.1 Cilíndrico vertical, distância da base do cilindro até o leito igual a 90 m.....	52
Figura 6.2 Matriz de massa adicional ( $A_{jk}$ ) e matriz de amortecimento ( $B_{jk}$ ).....	54
Figura 6.3 Parâmetros de entrada do programa desenvolvido.....	55
Figura 6.4 Massa adicional para frequência real de 0,405 Hz.....	55
Figura 6.5 Massa adicional para frequência real de 0,505 Hz.....	56
Figura 6.6 Massa adicional para frequência real de 0,515 Hz.....	56
Figura 6.7 Massa adicional para frequência real de 0,560 Hz.....	56

Figura 6.8 Massa adicional para frequência real de 0,629 Hz. ....	57
Figura 7.1 Modelo do cilindro no programa ANSYS® AQWA™ .....	58
Figura 7.2 Esquema do projeto no programa comercial ANSYS® AQWA™ .....	58
Figura 7.3 Cilindro de seção circular com tamanho máximo de elemento adotado. ....	59
Figura 7.4 (a) Definição da massa (6,89 kg) e (b) massa total do cilindro (11,29 kg).....	60
Figura 7.5 Elementos presentes na biblioteca do solver AQWA™. ....	62
Figura 7.6 Características dos elementos. ....	62
Figura 7.7 Elemento de massa PMAS com o centro de massa junto a um nó especificado. ....	63
Figura 7.8 Elemento quadrilátero QPPL tipo placa de pressão.....	63
Figura 7.9 Topologia dos elementos utilizados.....	64
Figura 7.10 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,393–0,405 Hz.....	65
Figura 7.11 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,495–0,500 Hz.....	65
Figura 7.12 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,505–0,508 Hz.....	66
Figura 7.13 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,515–0,523 Hz.....	66
Figura 7.14 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,629–0,637 Hz.....	66
Figura 7.15 Frequência real de onda incidente, 0,505 e 0,508 Hz. ....	67
Figura 7.16 Menor valor de massa adicional 10,721 e maior valor 10,726. ....	67
Figura 7.17 Altura da lamina de água H e altura submersa do cilindro L. ....	68
Figura 8.1 Comprimento submerso (L) e raio (a) do cilindro de ensaio. ....	69
Figura 8.2 a) Sistema cilindro, haste e carro de arraste e b) <i>Wave probe</i> no lado do batedor. ....	70
Figura 8.3 Sistema de fixação do cilindro no carro de arraste. ....	70
Figura 8.4 Tanque de arrasto e carro de arrasto. ....	71
Figura 8.5 Módulo intermediário para montagem do experimento e posição do sensor laser.....	71
Figura 8.6 Deslocamento do carro de arrasto; a) limites, b) trajetória. ....	72
Figura 8.7 Anteparo no carro de arraste (2) e sensor laser (3).....	73
Figura 8.8 <i>Wave probes</i> .....	73
Figura 8.9 <i>Wave probe</i> no lado da praia; (1) lado praia, (2) sensor, (3) fixação.....	74
Figura 8.10 Acelerômetros; (A) junto ao carro de arraste, (B) interno ao cilindro.....	74
Figura 8.11 Montagem de acelerômetros: a) junto ao carro de arraste, b) interno ao cilindro. ....	74
Figura 8.12 Interface do programa desenvolvido no pacote LabView. ....	75
Figura 8.13 Movimentação do cilindro: a) em repouso, b) para direita c) término. ....	76
Figura 8.14 Movimento oscilatório do cilindro: a) em repouso, b) e c) em oscilação.....	76
Figura 8.15 Transformada Inversa de Fourier da elevação de ondas irradiadas. ....	77
Figura 8.16 Sistema PIV - Laboratório de Interação Fluido Estrutura. ....	78

Figura 8.17 Período de onda igual 1s: a) Cilindro atacada pelo feixe laser, b) Campo vetorial de velocidade.	79
Figura 8.18 Período de onda igual 1s, linhas estacionárias.....	79
Figura 8.19 Período de onda igual 1,2 s: a) Cilindro atacada pelo feixe laser, b) Campo vetorial de velocidade.	79
Figura 8.20 Período de onda igual 1,2 s, linhas estacionárias.....	80
Figura 8.21 Figura 8.22 Período de onda igual 2 s: a) Cilindro atacada pelo feixe laser, b) Campo vetorial de velocidade.....	80
Figura 8.23 Período de onda igual 2 s, linhas estacionárias.....	80
Figura 8.24 Coeficiente $\alpha$ de massa adicional, segundo Wendel. ....	81
Figura 8.25 Esquema geral do experimento.....	82

## LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 Arquivos principal e de criação de elementos.....	50
Tabela 6.2 Arquivos de funções que compõem o programa principal.....	50
Tabela 6.3. Frequência da onda e resultados de massa adicional. ....	57
Tabela 7.1. Frequência de referência e amplitude de onda. ....	64
Tabela 7.2. Comprimento e velocidade de onda. ....	65
Tabela 7.3. Frequência de onda e para massa adicional.....	68
Tabela 8.1. Programação do ensaio de arrasto. ....	75
Tabela 8.2. Frequência real de deslocamento do carro de arrasto.....	83
Tabela 9.1. Resultados de massa adicional .....	84

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

BEM	Boundary Element Method
DNV	Det Norske Veritas
DTU	Dry Tree Unit
FEM	Finite Element Method
FPSO	Floating Production, Storage and Offloading unit
FTL	Fluid Transfer Lines

## LISTA DE SÍMBOLOS

### *Símbolos latinos*

$a_i$	Constante determinada por condição inicial
$c$	Coefficiente de amortecimento do isolador, N/(m/s)
$c_{ij}$	Elemento da matriz constante de amortecimento com $\{i=1,\dots, 6; j=1,\dots, 6\}$ , N/(m/s)
$\mathbf{c}$	Matriz dos coeficientes de amortecimento, N/(m/s)
cm	Unidade de distância, $10^2$ , m
$c_c$	Amortecimento crítico, N/(m/s)
$c_{xi}$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor $i$ no eixo $x$ , N/(m/s)
$c_{yi}$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor $i$ no eixo $y$ , N/(m/s)
$c_{zi}$	Coefficiente de amortecimento do amortecedor $i$ no eixo $z$ , N/(m/s)
dm	Massa virtual de um elemento, kg
$\mathbf{f}_i$	Forças restritoras de movimento
$f(\dot{\theta})$	Momento de reação de amortecimento
$f(\dot{v})$	Força de amortecimento dependente da velocidade
$f_{xi}, f_{yi}, f_{zi}$	Componentes cartesianas da força de restrição
gdl	Graus de liberdade
$h_b$	Distância entre o ponto O e o centro de flutuação B, m
$h_G$	Distância entre o ponto O e o centro de massa G, m
$h_o$	Altura acima do ponto O onde se localiza $F(t)$ , m
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$	Vetores unitários correspondentes aos eixos coordenados $x, y$ e $z$
$k$	Constante de rigidez, N/m
kg	Unidade de massa
$k_{ij}$	Elemento da matriz simétrica de rigidez com $\{i=1,\dots,6 ; j=1,\dots,6\}$ , N/m
$\mathbf{k}$	Matriz dos coeficientes de rigidez, N/m
$l_1$	Linha de ancoragem, m
$m_i$	Distribuição de massas sobre o corpo flutuante
$m_0$	Massa da estrutura (ou total do corpo), kg
m	Unidade de medida a distância, metro
mm	Unidade de distância, $10^{-3}$ m
m/s	Unidade de velocidade, metros por segundo
$m/s^2$	Unidade de aceleração, metros por segundo elevado a segunda potência

$n$	Graus de liberdade
$p_1(t)$	Forças ambientais dependentes do tempo
$p(t)$	Vetor de coordenadas principais
$q(v)$	Forças de ancoragem / restrição
$q(\theta)$	Momento de restrição de rotação
$q_k$	Coordenadas generalizadas ( $k=1,2,\dots,n$ )
$r$	Distância entre o ponto P e um ponto sobre a superfície do corpo flutuante
$\mathbf{r}_i$	Deslocamento da massa $m_i$
rad/s	Unidade de frequência
RMS	Valor médio da raiz quadrada
rpm	Rotações por minuto
$s_n$	Comprimento da aresta do elemento quadrilateral ou triangular, m
$t$	Dimensão máxima do quadrilátero, m
$t_r$	Espessura da seção retangular, m
$\mathbf{u}$	Vetor forma do modo
$v(t)$	Deslocamento ao longo do eixo x
$\ddot{v}$	Aceleração absoluta medida em G
xy	Plano paralelo à superfície da água do oceano
z	Coordenada perpendicular à superfície da água do oceano
$x_i$	Componentes cartesianas do vetor deslocamento ref. ao corpo i, m
$y_i$	Componentes cartesianas do vetor deslocamento ref. ao corpo i, m
$z_i$	Componentes cartesianas do vetor deslocamento ref. ao corpo i, m
$\mathbf{x}$	Vetor de deslocamento, m
$\dot{x}$	Velocidade do corpo no eixo x, m/s
$\dot{y}$	Velocidade do corpo no eixo y, m/s
$\dot{z}$	Velocidade do corpo no eixo z, m/s
$\ddot{x}$	Aceleração do corpo no eixo x, $m/s^2$
$\ddot{y}$	Aceleração do corpo no eixo y, $m/s^2$
$\ddot{z}$	Aceleração do corpo no eixo z, $m/s^2$
$\ddot{\mathbf{x}}$	Vetor de acelerações, $m/s^2$
A	Área do quadrilátero
CM	Centro de massa, m
E	Módulo de elasticidade do material, Pa

$F(t)$	Resultante do carregamento horizontal sobre o corpo flutuante, N
$F_R$	Número de Froude
$G$	Centro e massa
$I$	Momento de inércia, $m^4$
$I_u$	Momento de inércia unitário, $m^4$
$J_O$	Momento de inércia da massa virtual do corpo
$KC$	Número de Keulegan-Carpenter
$I_{xx}$	Momento principal de inércia entorno do eixo x, $m^4$
$I_{yy}$	Momento principal de inércia entorno do eixo y, $m^4$
$I_{zz}$	Momento principal de inércia entorno do eixo z, $m^4$
$[L]$	Matriz de transformação
LNG	Liquefied Natural Gas
$L_{ti}$	Comprimento da parte inferior do membro transversal, m
$L_{ts}$	Comprimento da parte superior do membro transversal, m
MPa	Unidade de pressão, MPa
$M_O$	Momento relativo em torno do ponto O
N	Unidade Newton de peso, N
P	Ponto fora da superfície do corpo flutuante
$R_e$	Número de Reynolds
$R_h$	Resistência à torção da seção retangular horizontal, $m^4$
$R_v$	Resistência à torção da seção retangular vertical, $m^4$
$R_T$	Resistência total ao giro dos dois membros longitudinais, $m^4$
TLP	Tension Leg Platform
$V_x$	Componente de velocidade no ponto P, paralela a x, m/s
$V_y$	Componente de velocidade no ponto P, paralela a y, m/s
$V_z$	Componente de velocidade no ponto P, paralela a z, m/s
W	Peso próprio, N
$W_i^G$	Peso da estrutura "topside" nos pontos de fixação $\{i=1,\dots,4\}$ , N

### ***Símbolos gregos***

$\beta$	Constante de amortecimento do dispositivo isolador, kg rad/s
$\Delta$	Deflexão permissível, m
$\Delta_{ti}$	Deflexão da parte inferior do membro transversal, m

$\Delta_{ts}$	Deflexão da parte superior do membro transversal, m
$\Delta_u$	Deflexão unitária, será dada por $(\Delta/L)$
$\delta^e$	Deflexão estática dos isoladores em paralelo
$\zeta$	Razão de amortecimento, %
$\eta_k$	Coordenada do corner do elemento qualquer em y, m
$\eta_n$	Coordenada de um vértice sobre o eixo y, m
$\theta_{xX}$	Ângulo formado entre $x_i$ e X
$\theta$	Deslocamento angular do corpo em torno de um eixo dado, rad
$\dot{\theta}$	Velocidade angular do corpo, em torno do eixo z, rad/s
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular do corpo, rad/s <sup>2</sup>
$\lambda$	Autovalor, do problema de autovalor generalizado
$\lambda_i$	Autovalor complexo, do problema de autovalor generalizado
$\mu$	Relação entre a massa do absorvedor e a massa do elemento primário, %
$\xi_k$	Coordenada do <i>corner</i> do elemento qualquer em x, m
$\xi_n$	Coordenada de um vértice sobre o eixo x, m
$\phi_i$	Constante determinada pelas condições iniciais
$\Phi$	Potencial no ponto P
$\psi_x$	Deslocamento angular do corpo em torno do eixo x, rad
$\psi_y$	Deslocamento angular do corpo em torno do eixo y, rad
$\dot{\psi}_x$	Velocidade angular do corpo, em torno do eixo x, rad/s
$\dot{\psi}_y$	Velocidade angular do corpo, em torno do eixo y, rad/s
$\ddot{\psi}_x$	Aceleração angular do corpo, em torno do eixo x, rad/s <sup>2</sup>
$\ddot{\psi}_y$	Aceleração angular do corpo, em torno do eixo y, rad/s <sup>2</sup>
$\ddot{\psi}_z$	Aceleração angular em torno do eixo z, rad/s <sup>2</sup>
$\omega_n$	Frequência natural, Hz

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 Motivação

Um sistema flutuante oceânico envolve múltiplas estruturas, projetadas e instaladas para trabalhar em conjunto. Uma arquitetura típica desse sistema flutuante, como se observa na Figura 1.1, é composta por uma unidade de produção e estocagem de óleo – FPSO (*Floating Production, Storage and Offloading unit*), uma unidade do tipo árvore seca – DTU (*Dry Tree Unit*), linhas para manutenção da posição da unidade de produção e linhas de transferência de fluido *flexible risers*, Figura 1.2.

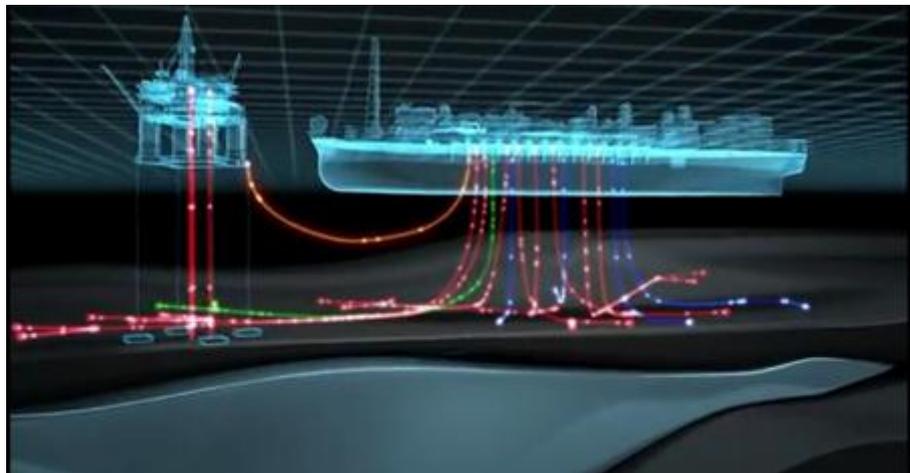


Figura 1.1 Sistema flutuante composto por uma FPSO P-63.

Fonte: <http://www.wartsila.com/>

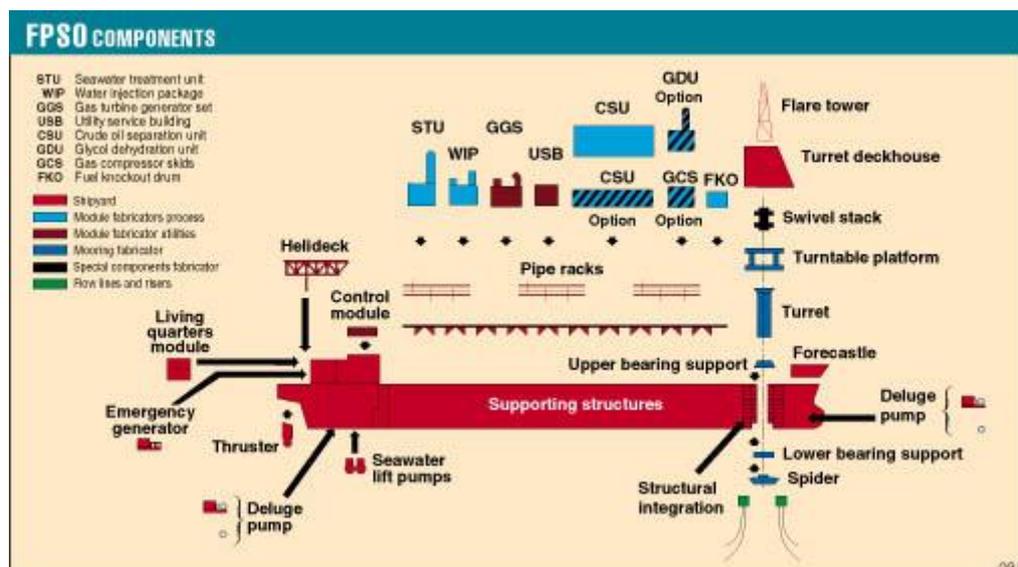


Figura 1.2 Estratificação dos componentes de uma FPSO.

Fonte: <http://www.ogj.com/articles>

A Sociedade de Classificação Det Norske Veritas (DNV, 2004) da Noruega tem publicado a recomendação – DNV-RP-F205 sob o título Análise Global do Desempenho de Estruturas Flutuantes em Águas Profundas. Nesta recomendação, uma unidade flutuante de processamento e produção de óleo situado em águas profundas caracteriza-se como um sistema dinâmico integrado por um navio plataforma do tipo FPSO sujeito a ações ambientais (vento, ondas do mar e correntes marinhas), constituindo um ambiente agressivo para as estruturas de prospecção e produção de petróleo, Figura 1.3.

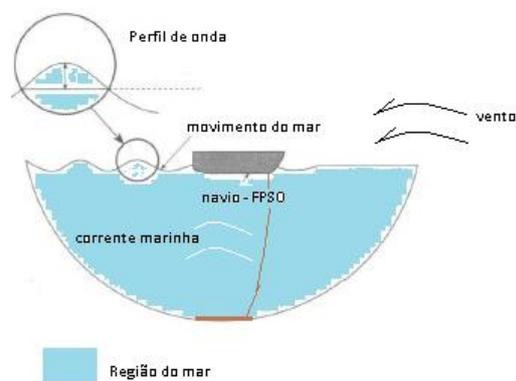


Figura 1.3 Esquema de uma estrutura flutuante e ações do meio ambiente.

Fonte: Autor

A DNV descreve que o movimento de um sistema flutuante é excitado e amortecido pelas forças da água do mar agindo sobre o sistema. Com o aumento da profundidade, a interação entre o sistema e o volume de água torna-se mais complexa e agressiva do ponto de vista do deslocamento e forças envolvidas. Uma análise do sistema, acoplado ao volume de água é necessária para avaliar a resposta individual de estruturas oceânicas, onde se considera a disposição das estruturas no oceano, as excitações, o amortecimento estrutural e as forças de inércia envolvidas.

No caso particular de uma FPSO, a sua função é determinada pelo tipo e quantidade de fluido que deve ser processado, assim como pelas necessidades de estocagem do fluido. O dimensionamento do casco, por exemplo, deve prover suficiente lastro para assegurar o desempenho e estabilidade ao navio. O casco, por não ser largo, não propicia espaço adequado à instalação de equipamentos e outras facilidades, tornando-se necessária a otimização dimensional do projeto.

A questão da análise dinâmica de uma unidade flutuante do tipo FPSO, considerando o escoamento do fluido, encontra restrições nas hipóteses da incompressibilidade e na irrotacionalidade do escoamento.

As restrições matemáticas apresentadas no programa OTTO, desenvolvido em 1986, consideram três hipóteses principais, a saber, o movimento de cada elemento mássico é considerado pequeno, supõe-se que os efeitos viscosos são desprezíveis e o escoamento será considerado irrotacional. Estes aspectos são padrões no estudo do movimento de navios e possibilitam reduzir o problema para uma abordagem linear. Os resultados podem ser obtidos no domínio da frequência, contudo o uso da transformada inversa de Fourier pode trazer a resposta para o domínio no tempo.

O programa OTTO é o precursor do MOSES, que é uma ferramenta computacional especialmente desenvolvida para a engenharia *offshore*. Este programa oferece flexibilidade para criar modelos de estruturas, habilidades específicas de simulação e análise de tensões em estruturas sujeitas a forças hidrodinâmicas.

Em 1999, o Dr. Chang-Ho Lee e o Prof. J. Nicholas Neeman fundaram a WAMIT Inc., sob a concordância do MIT. A contribuição do WAMIT (*Wave Analysis MIT*) está relacionada com a análise da interação da superfície das ondas com os vários tipos de estruturas flutuantes e submersas (Manual do WAMIT Versão 7). As estruturas podem estar localizadas na superfície, submersas ou montadas no convés das estruturas oceânicas.

Geralmente os programas do tipo MOSES, WAMIT e SESAM, entre outros, são aceitos como padrão pela indústria para análises hidrodinâmicas e avaliação de carregamentos durante o deslocamento de estruturas *offshore*, [Torres *et al.*, 2005].

## 1.2 Definição do problema

A interação fluido-sólido, apresenta em seu contexto a ação do movimento do fluido sobre o sólido, estando este ancorado ou não ancorado. Olson e Bathe, 1985, enumeram algumas estruturas permanentemente sujeitas à ação do fluido sobre o sólido e do sólido sobre o fluido, como plataformas de petróleo, barcos de uma maneira geral e mais recentemente os túneis submersos flutuantes (*Submerged Floating Tunnel*).

A divisão dimensional do corpo flutuante pode ser realizada através do método dos painéis, dividindo a superfície do corpo em vários elementos, o que requer um procedimento matemático apropriado, visto a influência da dimensão do corpo sobre o procedimento a ser

adotado para a determinação das propriedades hidrodinâmicos. Por exemplo, quando a dimensão do corpo é relativamente pequena, se comparado ao comprimento das ondas incidentes, a força das ondas pode ser determinada a partir da teoria desenvolvida por Froude-Krylov, conforme Faltinsen, 1999. Por outro lado, quando a dimensão do corpo é próxima ao comprimento das ondas incidentes, a resposta do corpo a ação das ondas causa uma alteração na dinâmica das ondas, e torna-se inviável o uso de Froude-Krylov. Neste caso, a ciência naval utiliza a teoria da difração e radiação das ondas, com o objetivo de obter as propriedades hidrodinâmicas, conforme Goda, 2010.

Os procedimentos para análise de corpos sujeitos a ação do domínio fluido, em particular estruturas instaladas no oceano, compreende: análise linear e não linear da difração e radiação de ondas; métodos analíticos aplicados geralmente a geometrias conhecidas como, por exemplo, cilindros de seção circular; métodos experimentais; métodos numéricos baseados na teoria dos elementos finitos FEM, formulação dos elementos de contorno BEM, combinação FEM e BEM, dentre outros.

### 1.3 Objetivos

O objetivo geral do trabalho é a determinação propriedades hidrodinâmicas de um cilindro rígido vertical parcialmente submerso, através de ferramentas numérico-experimentais, que abrangem os objetivos específicos seguintes:

- Implementar um programa computacional que utilize o método dos painéis, no pacote comercial MATLAB®, onde o cilindro estará sujeito e respondera a um trem de ondas incidentes, com velocidade e frequência conhecidos.

- Desenvolver uma arquitetura de sensores fixados no cilindro ou no próprio tanque, para mensurar carga, aceleração do cilindro, deslocamento do carro e amplitude de onda, fornecendo os parâmetros pertinentes ao cálculo de massa adicional experimental.

- Desenvolver uma metodologia de ensaio capaz de executar as manobras de oscilação longitudinal forçada do cilindro, dentro das dimensões do tanque de arrasto, usando um sistema PIV (*Particle Image Velocimetry*) para mapear a não ocorrência da formação de vórtices na superfície submersa do cilindro.

- Implementar um modelo do cilindro, com dimensões semelhantes ao modelo experimental para simulação no programa de elementos de contorno ANSYS® AQWA™.

- Comparar os resultados obtidos na programação no pacote MATLAB® e da simulação no programa ANSYS® AQWA™ com os resultados experimentais.

#### 1.4 Organização do trabalho

O trabalho encontra-se estruturado em dez capítulos, onde o texto está distribuído da seguinte forma.

O capítulo 1 apresenta a introdução, expondo sobre a motivação sobre o tema, a definição do problema, os objetivos e a organização do trabalho.

No capítulo 2, é apresentada uma revisão da bibliográfica sobre os principais tópicos considerados no desenvolvimento do trabalho.

O capítulo 3 apresenta os principais fundamentos, para avaliar o comportamento dinâmico, detalhando a equação de movimento. Apresenta as características de vórtices.

O capítulo 4 desenvolve o condicionamento paramétrico das ondas, o escoamento irrotacional e faz uma abordagem espectral de ondas.

O capítulo 5 faz uma análise do carregamento das ondas e dos movimentos do corpo, realiza a integração da função de Green.

O capítulo 6 apresenta o desenvolvimento de uma ferramenta numérica desenvolvida na plataforma MATLAB® e apresentando no final as matrizes de massa adicional e de amortecimento.

O capítulo 7 apresenta o desenvolvimento de um modelo de cilindro no programa ANSYS® AQWA™, e determina a matriz de massa adicional, através do *solver* AQWA™.

O capítulo 8 expõe uma geometria experimental e apresenta o conjunto carro de arrasto e cilindro, disponibilizado a matriz de massa adicional experimental.

O capítulo 9 apresenta as conclusões do trabalho desenvolvido.

O capítulo 10 referência bibliográfica.



## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo se apresenta uma revisão da literatura com o objetivo de apreciar o estado da arte relacionada ao tema da pesquisa, de forma a auxiliar na justificativa do tema e definição do problema, na determinação dos objetivos e na construção de hipóteses de solução.

A evolução do nível de conhecimento da resposta estrutural é um elemento importante no projeto de navios e estruturas *offshore*. Fundamentalmente a determinação das propriedades hidrodinâmicas associada à estrutura e os parâmetros do meio em que a estrutura está inserida, tornam-se mais refinado no projeto. Concomitantemente, a evolução do *software* de engenharia e a disposição de novas tecnologias de *hardware* contribuem diretamente para a abordagem do carregamento ambiental e as consequências destes sobre a estrutura (ex. estrutura para *helipad* - Figura 2.1 c).

Adotado como base geométrica para o estudo da evolução do carregamento do fluido sobre um corpo, a forma de cilindro é utilizada e estudada por diversos segmentos da engenharia naval. Por exemplo, o cilindro vertical de seção circular é uma das geometrias mais utilizadas na construção de estruturas oceânicas (ex. plataformas fixas, *spars* - Figura 2.1 a,b).

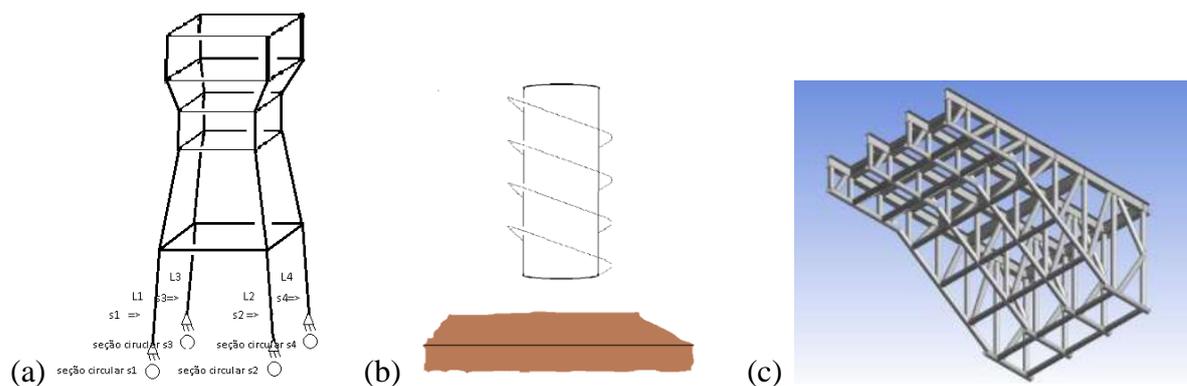


Figura 2.1 Estruturas offshore: (a) Plataforma fixa, (b) Spars flutuante, (c) Estrutura de sustentação de helipad.

Fonte: Autor

Yao, 1963, resolve explicitamente diversos casos do problema da estabilidade dinâmica em cilindros, combinando cargas estáticas e periódicas tanto radiais como axiais, estabelecendo as regiões de instabilidade e estabilidade em termos da geometria do cilindro, intensidade e frequência de carregamento.

A estabilidade dinâmica de um cilindro posicionado verticalmente, com uma das extremidades engastada e a outra livre, sujeito a um movimento de base senoidal é abordado por Vijayaraghavan e Evan-Iwanowski, 1967. Koval, 1974, estuda os efeitos da ressonância longitudinal sobre a estabilidade dinâmica, para o caso de um cilindro simplesmente suportado sob excitação axial. O objetivo destas pesquisas foi apresentar uma solução teórica para a estabilidade dinâmica de um cilindro construído em chapa, com perfil circular e levando em consideração os efeitos da flexão do corpo. Como resultado encontrado, tem-se a ocorrência de vibração devido à flexão, sendo que esta é significativa para o caso de comprimentos considerados moderados, ou seja, quando o comprimento do cilindro for menor que o comprimento da onda responsável pelo carregamento. No trabalho de Nagai e Yamaki, 1978, os efeitos da ressonância longitudinal foram desprezíveis para o caso de cilindros formados a partir de cascas finas.

Durante a análise das propriedades hidrodinâmicas de estruturas flutuantes, a solução que melhor representa a integração fluido-sólido vem da combinação de soluções mais simples. Quando a superposição de padrões básicos de escoamento não é suficientemente adequada para obter uma solução, outros métodos podem ser usados, tais como séries de Fourier, autofunções, singularidades distribuídas, método dos elementos de contorno, método dos elementos finitos e simulações numéricas diretas, Sarpkaya, 2010. Na questão dos métodos analíticos, estes apresentam suficiente precisão nos resultados para os casos de problemas específicos, como cilindros na posição vertical. Os métodos numéricos estão disponíveis para aplicações gerais, contudo apresentam um procedimento computacional mais complexo, Ghadimi *et al.*, 2012.

Uma grande variedade de problemas práticos envolvendo hidrodinâmica e aerodinâmica são resolvidos usando o Método de Integração das Condições de Contorno. A determinação do potencial de velocidades é realizada a partir da distribuição de fontes e dipolos normais em cada painel, Newman, 1986. Por exemplo, na Figura 2.2 assume-se que o painel está no plano  $z=0$ .

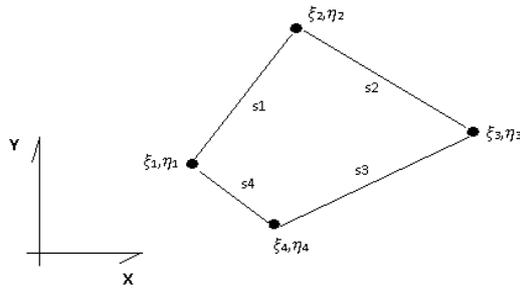


Figura 2.2 Esquema de distribuição de um painel do tipo quadrilateral.

Fonte: Adaptado de Hess e Smith, 1962

Hess e Smith, 1962, introduziram esta técnica, usando a distribuição constante de forças sobre painéis de forma quadrilateral e derivaram uma expressão a partir das matrizes dos elementos utilizando a evolução analítica da integral de superfície sobre cada painel. A integração da formulação de um ponto pertencente a um elemento quadrilateral e que represente a fonte do distúrbio, é usada para aproximar os casos de corpos tridimensionais. Neste caso, o quadrilátero permanece no plano  $xy$ , conforme a Figura 2.2, e a coordenada  $z$  do elemento quadrilateral é um vetor normal ao elemento. As coordenadas dos vértices são dadas por  $\xi_k, \eta_k, 0$ , onde  $k=1,2,3,4$ , e a dimensão máxima do quadrilátero é determinada por  $t$ , sendo que a origem do sistema de coordenadas é tomada como o centroide da área do quadrilátero, Figura 2.3. O objetivo é calcular a velocidade e o potencial induzidos pelo quadrilátero de área  $A$ , sobre o ponto  $P$  de coordenadas  $x,y,z$ , presente no sistema de coordenadas do elemento.

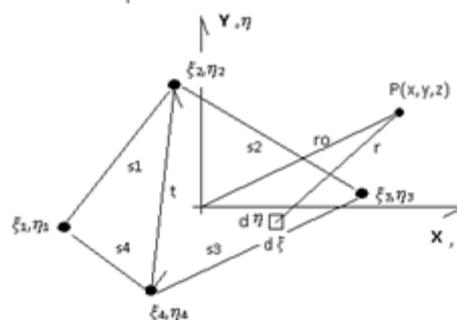


Figura 2.3 Plano quadrilateral situado no plano  $xy$ .

Fonte: Hess e Smith, 1962

A distância  $r$  entre o ponto  $P$  e um ponto sobre o quadrilátero com coordenadas  $\xi, \eta, 0$  e no interior da área  $A$ , de dimensão  $d\xi$  e  $d\eta$ , é dada por:

$$r = \sqrt{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2]} \quad (2.1)$$

Para um valor unitário da densidade da fonte, o potencial dado pela equação (2.2) no ponto P (x,y,z), devido ao quadrilátero é:

$$\Phi = \iint_A \frac{dA}{r} \quad (2.2)$$

onde A é a área do quadrilátero e as componentes de velocidade no ponto P são dadas por:

$$\begin{aligned} V_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \iint_A \frac{(x - \xi) d\xi d\eta}{r^3} \\ V_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \iint_A \frac{(y - \eta) d\xi d\eta}{r^3} \\ V_z &= -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \iint_A \frac{z d\xi d\eta}{r^3} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Em Hess e Smith, 1966, seguindo uma aproximação mais simples para a questão das integrais de superfície, equação (2.2), reduziram estas integrais para integrais de linha, em torno do perímetro do painel.

O desenvolvimento das teorias hidrodinâmicas em três dimensões estão associados à análise da resposta hidroelástica dos corpos flutuantes, existindo casos do uso do método linear dos elementos de contorno, o que viabiliza a estimativa do carregamento hidrodinâmico em três dimensões. No caso da solução em três dimensões, atenção considerável deve ser dada aos métodos de elementos de contorno BEM e ao método dos painéis. Este último, por exemplo, calcula a solução da equação de Laplace no domínio fluido, via distribuição de fontes e dipolos, Newman, 1986. Sendo, este método restrito no caso do corpo flutuante possuir velocidade à frente, onde as limitações numéricas e teóricas são evidenciadas, Faltinsen *et al.*, 1991. Hirdaris *et al.*, 2003, estudam a distribuição tridimensional de singularidades, baseando-se na teoria potencial desenvolvida no trabalho de Du *et al.*, 1998.

Métodos numéricos como o BEM e o FEM podem ser empregados na aproximação da solução de problemas de difração e radiação linear e não linear de ondas, podendo encontrá-los na literatura nas formas acoplados e desacoplados. Zienkiewicz *et al.*, 1977, por exemplo, empregam o FEM, baseado nas aproximações de Lagrange e de Euler, para a determinação das forças de excitação das ondas. Eatock Taylor e Zietsman, 1981, usam o FEM acoplado ao

BEM para a determinação das propriedades hidrodinâmicas para cilindros retangulares, circulares e infinitos. Abordando a questão de corpos flexíveis, Liu e Sakai, 2002, desenvolveram um método numérico no domínio do tempo para determinar a resposta de estruturas flexíveis, sujeitas à ação das ondas. O método desenvolvido apresentou o uso do BEM para a modelagem do movimento do fluido e o FEM para a determinação da deformação estrutural.

No cálculo do carregamento das ondas incidentes sobre estruturas navais, métodos baseados na *strip theory* usualmente são desenvolvidos e utilizam o escoamento bidimensional em torno da estrutura, [Pedersen, 2000]. O *Strip Theory* é uma aproximação da formulação 3-D de Neumann-Kelvin para estruturas navais finas. O efeito da água rasa nas cargas verticais induzidas pelas ondas na estrutura é avaliada por Perunovic e Jensen, 2003, através da *strip theory* em água profunda, modificada no domínio da frequência.

Paik *et al.*, 2004, utiliza a teoria potencial associada ao BEM na análise dinâmica de um tubo submerso, onde investigam as características da resposta do tubo, sujeito ao carregamento de ondas. A estrutura é modelada com elementos de viga em três dimensões, assume-se que o fluido é não viscoso, incompressível e irrotacional. Para obter os resultados no domínio do tempo, utilizam-se as propriedades hidrodinâmicas e a força de excitação das ondas. Os resultados mostram a influência da frequência de incidência das ondas e o resultado provocado pela distância do leito até a superfície do tubo, sobre as propriedades hidrodinâmicas.

Hauteclouque *et al.*, 2009, formulou uma teoria para usar a radiação e a difração de ondas, a fim de calcular a cinemática das ondas, movimentos e carregamento de um corpo flutuante em áreas de variação de carregamento provocado pelo movimento oscilatório do fluido. O método desenvolvido poderia ser usado no contexto dos terminais de LNG (*Liquefied Natural Gas*), onde a profundidade da lamina de água é considerada rasa e a variação do carregamento provocado pelo movimento do fluido é significativa. Uma formulação modificada do BEM é introduzida para modelar o carregamento provocado pelo fluido, os resultados numéricos obtidos são satisfatórios quando comparados à teoria de Green-Naghdi para a modelagem de lamina de água em três dimensões.

A hidrodinâmica de multicorpo, por exemplo, tornou-se um tópico relevante nas pesquisas devido ao crescimento e diversificação das atividades *offshore*. Muito do desenvolvimento desta área da ciência naval é devido às operações do tipo *side by side*, descarregamento de LNG a partir da unidade de produção flutuante para uma unidade tanque.

Neste caso, o cálculo da interação hidrodinâmica é importante, pois viabiliza a operacionalidade dos sistemas acoplados, desenvolve o cálculo da carga sobre a estrutura e sobre as linhas de ancoragem (ex. linhas conectando as unidades flutuantes e linhas sobre as articulações). A prática usual é ter o potencial de escoamento no domínio da frequência e calcular a interação corpo flutuante e ondas, através do BEM.

Siddorn e Eatock Taylor, 2008, apresentam um método algébrico exato, para resolver a radiação e difração de ondas lineares através de um arranjo de cilindros truncados, no domínio da frequência. Através da combinação da radiação e difração, as condições de contorno sobre a superfície de cada cilindro são satisfeitas através da soma de series Fourier-Bessel. Os resultados da oscilação independente de cada cilindro, com elevações de superfície livre, são expressos pelas forças de excitação, a massa adicional e amortecimento para cada cilindro.

Em anos recentes, um novo método computacional foi desenvolvido para a modelagem e análise de estabilidade para plataformas tipo TLP (*Tension Leg Platforms*), a qual é ancorada verticalmente para a exploração de petróleo. O estudo contempla a interação entre a estrutura deformável da plataforma e o movimento das ondas de superfície, através da lógica *fuzzy*. A vibração resultante da interação onda-estrutura é controlada e estabilizada via mecanismos de automação e controle.

Este trabalho apresenta um programa de computador, baseado no método dos painéis, desenvolvido para analisar o carregamento provocado pelas ondas do fluido sobre o corpo, a fim de obter as propriedades hidrodinâmicas, considerando um fluido não compressível, não viscoso e irrotacional. A formulação desenvolvida é tipicamente sólido-fluido, o que difere do problema resolvido por Mengy e Argeso, 2006, os quais propõem uma solução sólido-sólido e solo-estrutura, para o caso de excitação sísmica.

As propriedades hidrodinâmicas são comparadas com resultados gerados pelo pacote ANSYS® AQWA™ e com resultados obtidos durante procedimento experimental.

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A finalidade deste capítulo é apresentar os conceitos básicos para avaliar o comportamento dinâmico de estruturas, assim como a descrição dos processos associados à teoria de ondas.

#### 3.1 Comportamento dinâmico de uma estrutura em meio fluido

Conforme Wilson, 2003, antes de desenvolver o comportamento dinâmico de uma estrutura *offshore*, fixada no leito do mar, um modelo de representação analítica para o conjunto fluido e estrutura, juntamente com a ação do carregamento e restrições é proposto. O modelo da estrutura é apresentado na Figura 3.1 na forma do diagrama de corpo livre, a partir do qual se origina a formação do sistema de equações de movimento.

O modelo assume que o corpo da estrutura, ou simplesmente corpo, é rígido, está fixado ao leito do mar e possui uma massa  $m$ , chamada de massa virtual (massa da estrutura, juntamente com alguma porção do fluido que é arrastada durante o movimento da estrutura), a qual é considerada durante os deslocamentos translacionais do centro de massa  $G$  da estrutura. Com esta configuração, a obtenção das propriedades hidrodinâmicas, provocadas pela interação do fluido com o corpo, torna possível determinar as equações de movimento, associadas ao corpo, conforme apresentado na equação (3.1). Considerando que se deseja conhecer o deslocamento longitudinal do corpo ao longo do eixo  $x$ , deslocamento dado por  $v(t)$  e que pode ser determinado através da integração da segunda lei de Newton, expressa por:

$$\sum F_v = m\ddot{v} + f(\dot{v}) + q(v) \quad (3.1)$$

onde  $\ddot{v}$  é a aceleração absoluta de  $G$  ao longo do eixo  $x$ .

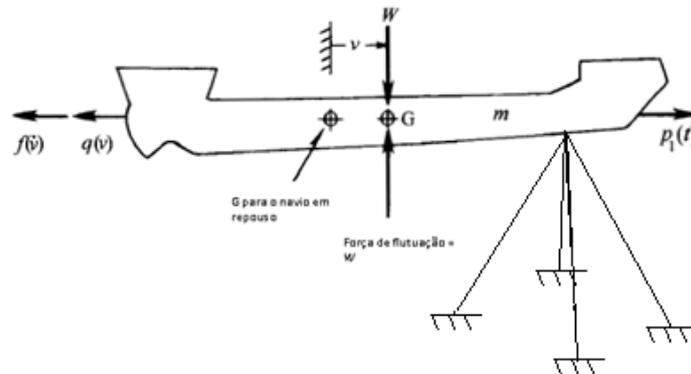


Figura 3.1 Diagrama de corpo livre de uma estrutura flutuante ancorada.

Fonte: Adaptado de Wilson, 2003

O diagrama de corpo livre no plano vertical é mostrado na Figura 3.1, e apresenta quatro tipos de carregamento: o peso próprio  $W$  (o peso próprio está equilibrado pela força de flutuação igual em magnitude); as forças ambientais, dependentes do tempo e dadas por  $p_1(t)$ ; as forças de restrição de ancoragem  $q(v)$ ; e a força de amortecimento dependente da velocidade  $f(\dot{v})$ . A equação resultante, por exemplo para o movimento de *surge*, quando se aplica a equação (3.1) na direção de  $v$ , é dada por:

$$m\ddot{v} + f(\dot{v}) + q(v) = p_1(t) \quad (3.2)$$

Outros movimentos em estruturas deste tipo, considerando que as estruturas possuem três graus de liberdade, são os de rotação em torno do eixo, Figura 3.2(a), e de oscilação no plano vertical, Figura 3.2(b).

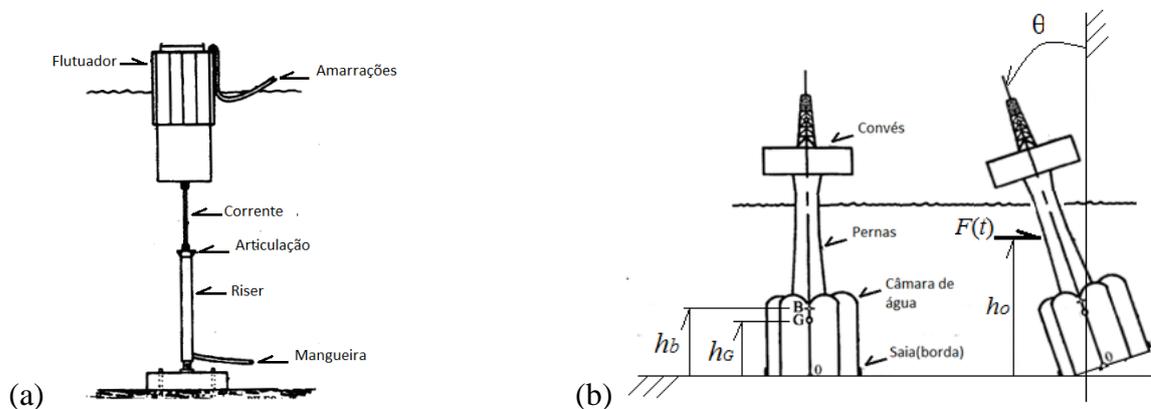


Figura 3.2 (a) Flutuador com ancoragem única, (b) Plataforma gravitacional.

Fonte: Adaptado de Wilson, 2003

O movimento de rotação de uma estrutura flutuante, modelada como corpo rígido com massa virtual  $m$ , é descrito pela coordenada  $\theta = \theta(t)$ . Supondo que tais estruturas giram em torno do ponto O no plano e tomando  $\sum M_O$  como a soma de todos os momentos das forças externas agindo sobre  $m$ , a equação de movimento possui como forma geral:

$$\sum M_O = J_O \ddot{\theta} \quad (3.3)$$

Na equação (3.3),  $\ddot{\theta}$  é a aceleração angular do corpo rígido e  $J_O$  é o momento de inércia da massa virtual do corpo. De forma geral, nas aplicações resulta conveniente expressar  $J_O$  em termos de  $J_G$ , que é o valor de  $J_O$  quando o ponto O coincide com o centro de massa G do corpo, através do teorema dos eixos paralelos:

$$J_O = J_G + mh_G^2 \quad (3.4)$$

onde,

$h_G$  é a distância entre o ponto O e o centro de massa G.

No movimento oscilatório de uma plataforma tipo gravitacional, a forma final para a equação (3.3), Figura 3.2 (b), é dada pela equação (3.5). A variável  $F(t)$  representa a resultante das cargas horizontais (correntes, vento e ondas), localizada a uma altura  $h_0$  acima do ponto O,  $f(\dot{\theta})$  e  $q(\theta)$  são respectivamente os momentos de reação de amortecimento e restrição de rotação.

$$J_O \ddot{\theta} + f(\dot{\theta}) + q(\theta) - (m_0 g h_G - m_b g h_b) \sin \theta = -F(t) h_0 - M_{pc} \quad (3.5)$$

onde,

$J_O$  : momento de inércia baseado na massa virtual da porção submersa da estrutura.

$m_0$  : massa da estrutura.

$m_b$  : massa flutuante, com centro de flutuação B, localizado a uma altura  $h_b$ .

$M_{pc}$ : momento relativo em torno do ponto O devido à diferença de pressão na câmara de água.

### 3.1.1 Movimentos de translação de corpo parcialmente submerso

Os movimentos do corpo podem ser divididos, segundo o sistema de coordenadas cartesianas, em três translações ortogonais do centro de massa,  $G$ , e três rotações em torno de  $G$ . Neste trabalho, optou-se por restringir o movimento do corpo apenas na direção do eixo  $x$ , contudo, se apresenta as equações de movimento de translação em três dimensões, com a finalidade de posicionar o trabalho.

A distribuição de massas  $m_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) é considerada constante na Figura 3.3, e a estrutura principal está conectada ao leito oceânico por linhas de ancoragem que podem ser representadas via sistemas massa-mola, não necessariamente lineares, excitada por forças dadas pelo vetor  $\mathbf{F}_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ),

$$\mathbf{F}_i = F_{xi}\mathbf{i} + F_{yi}\mathbf{j} + F_{zi}\mathbf{k} \quad (3.6)$$

onde,

$i$ : 1, 2, ...,  $N$  ( $N$  é o número total de massas que compõem o sistema).

$F_{xi}$ ,  $F_{yi}$ ,  $F_{zi}$  : são as componentes cartesianas do vetor  $\mathbf{F}_i$  nas direções  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente.

$\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  : vetores unitários correspondentes aos eixos coordenados  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (Figura 3.3).

O conjunto de forças de restrição de movimento, dadas por  $\mathbf{f}_i$  e agindo sobre a massa  $m_i$ , são escritas da seguinte forma:

$$\mathbf{f}_i = f_{xi}\mathbf{i} + f_{yi}\mathbf{j} + f_{zi}\mathbf{k} \quad (3.7)$$

onde  $f_{xi}$ ,  $f_{yi}$ ,  $f_{zi}$  são as componentes cartesianas de restrição.

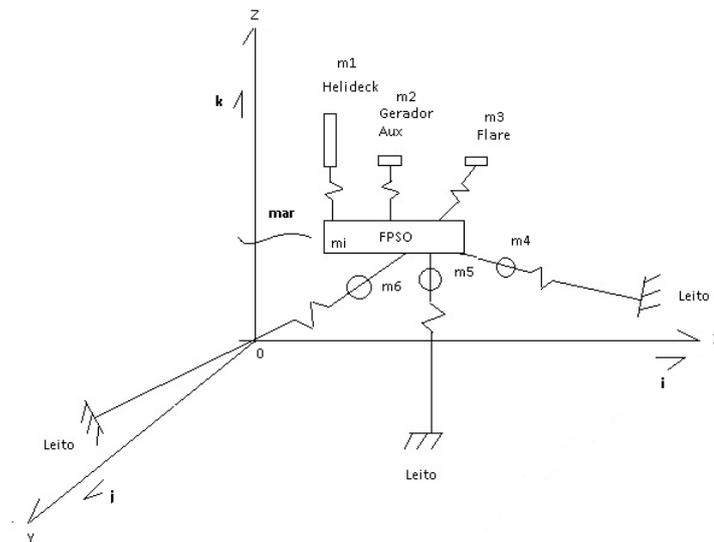


Figura 3.3 Sistema flutuante com massa constante e com amarras de fixação.

Fonte: Autor

Com o movimento de translação do corpo, admitido em três dimensões, o deslocamento da massa  $m_i$  pode ser escrito como segue:

$$\mathbf{r}_i = x_i \mathbf{i} + y_i \mathbf{j} + z_i \mathbf{k} \quad (3.8)$$

onde  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  são as componentes cartesianas do vetor deslocamento, referente ao corpo.

Através da segunda lei de Newton para cada massa que compõe o sistema proposto, escrevem-se as equações de movimento em termos de coordenadas cartesianas, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_{x_i} + f_{x_i} &= m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} \\ F_{y_i} + f_{y_i} &= m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} \\ F_{z_i} + f_{z_i} &= m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

### 3.2 Movimento de corpo rígido

De forma geral uma maneira de representar o movimento de corpo rígido (casco de um sólido) é através das equações de Newton-Euler, expressas em relação ao centro de gravidade, equação (3.10). Ao final, será possível determinar a massa adicional, no caso do movimento de translação de um corpo, ao longo do eixo x. Como hipótese para este trabalho, os termos não lineares na avaliação da inércia rotacional são desprezados.



$z$ , tal que o eixo  $x$  é positivo ao longo do eixo longitudinal da estrutura flutuante, o eixo  $z$  positivo vertical para cima.

O movimento de um navio, ou de um corpo rígido como o estudado neste trabalho, pode ser dividido em três translações e três rotações, em relação ao centro de gravidade,  $G$ , em acordo com o sistema de coordenadas da Figura 3.4.

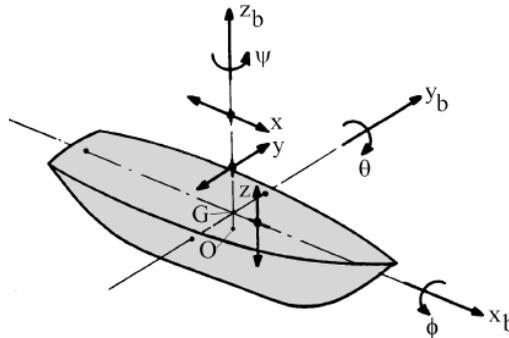


Figura 3.4 Corpo flutuante, com seis graus de liberdade.

Fonte: Adaptado de Wilson, 2003

### 3.2.1 Equações de movimento de um corpo parcialmente submerso

De forma contrária às estruturas fixadas no leito, tais como *breakwaters* e *seawalls*, estruturas flutuantes sobre a água possuem seis graus de liberdade de movimento. Para uma plataforma flutuante que está sob a ação de água, é necessário empregar linhas de ancoragem extremamente fortes, para limitar os movimentos. Se for permitido um sistema de amarração solto, suficiente para prevenir o movimento de *drifting* da plataforma, a amplitude de movimento tornar-se-á grande e as forças de ancoragem permanecerão pequenas. Isto ocorre, pois o movimento de uma plataforma depende do sistema de ancoragem, contudo o projeto do sistema de ancoragem é baseado na análise repetitiva do movimento da plataforma, através da variação das características do sistema de ancoragem até que exista controle sobre o movimento da plataforma.

Os seis modos de movimento conforme Figura 3.5 não ocorrem independentemente e são excitados de uma forma acoplada. Por exemplo, o movimento de rolagem ocorre simultaneamente com o movimento de *sway* (deslocamento da plataforma ao longo do eixo  $y$ ). E mais adiante esta combinação é acoplada ao movimento de *yawing* (guinada da proa).

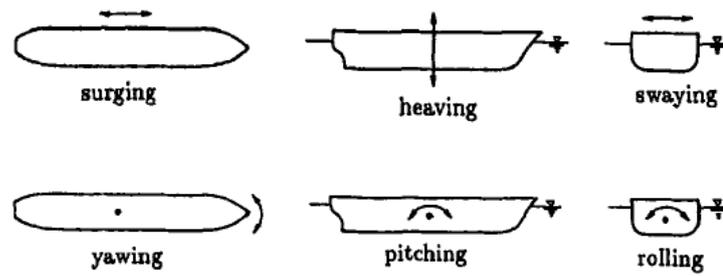


Figura 3.5 Seis modos de movimento.

Fonte: Adaptado de Goda, 2010

O movimento de um corpo rígido, quando sob o ataque das ondas, do vento e outras fontes pode ser expresso pela equação de movimento, equação (3.13), para os seis modos acoplados de movimento, Goda (2010):

$$\sum_{j=1}^6 \{ (M_{kj} + m_{kj}) \ddot{x}_j + N_{kj} \dot{x}_j + C_{kj} \dot{x}_j |\dot{x}_j| + B_{kj} x_j + R_{kj}(x_j) \} = X_k(t) \quad (3.13)$$

onde,

$k$  : 1~6 , corresponde aos seis modos de movimento respectivamente.

$j$  : refere-se ao modo de movimento acoplado com o modo  $k$ .

$x_j$  : é o deslocamento ou rotação do movimento acoplado no modo  $j$ .

$M_{kj}$  : termos da matriz de inércia, a qual representa a massa ou momento de inércia do corpo na direção de  $k$  quando o corpo realiza movimento no modo  $j$ .

$m_{kj}$  : massa adicional, a qual representa o coeficiente do componente da resistência do fluido, proporcional à aceleração na direção de  $k$ , quando o corpo gera ondas devido ao movimento no modo  $j$ .

$N_{kj}$  : coeficiente de amortecimento da onda, que é o coeficiente da componente da resistência do fluido, proporcional à velocidade.

$C_{kj}$  : coeficiente da força de amortecimento não linear, tal como a força de arrasto.

$B_{kj}$  : coeficiente da força restauradora devido à flutuabilidade do corpo que é proporcional ao deslocamento (rotação) do corpo.

$R_{kj}(x_j)$  : força de reação do sistema de ancoragem função de  $x_j$ , pode ser não linear com o deslocamento  $x_j$ .

$X_k(t)$  : forças externas, por exemplo, ondas, vento e carregamento das correntes marinhas agindo na direção  $k$ .

A solução do sistema de equações diferenciais de segunda ordem, equação (3.13), pode ser efetuada no domínio do tempo, recorrendo a funções de resposta a impulso, ou no domínio da frequência, através da aplicação da transformada de Fourier a ambos os membros da equação. Aplicando tanto a transformada de Laplace quanto a transformada de Fourier a ambos os membros do sistema de equações dado na equação (3.13), obtém-se uma nova expressão matricial, que relaciona no domínio da frequência a resposta com a excitação.

O movimento de um corpo é determinado, através do resultado do equacionamento das forças externas  $X_k(t)$  com a inércia e a resistência do fluido, as quais estão definidas no lado esquerdo da equação de movimento, equação (3.13). Quando o movimento do corpo é completamente restrito, ou seja,  $(x_j=0)$ , então a força externa representará somente a força de reação da ancoragem  $R_k$ .

A única componente das forças externas  $X_k(t)$ , inerente ao corpo é a força de impulso da onda ou forças de arraste do corpo. Esta força provoca o movimento do corpo na direção de propagação das ondas. Para um corpo de forma delgada (fina), objeto da ação de ondas atuando no sentido normal na lateral do corpo, a força de impulso  $F_D$ , Goda (2010), é:

$$F_D = \frac{1}{16} \rho g H_I^2 B (1 + K_R^2 - K_T^2) \left( 1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh 4\pi h/L} \right) \quad (3.14)$$

onde,

$\rho$  : é a densidade da água.

$g$  : é a aceleração da gravidade.

$H_I$  : é a altura da onda incidente.

$B$  : largura projetada do corpo.

$K_R$  e  $K_T$  : representam, respectivamente, os coeficientes de reflexão e transmissão do corpo.

$h$  : profundidade da água.

$L$  : largura da onda.

Quando o trem de ondas é aleatório, o valor médio da força resultante das ondas é desenvolvido através do valor médio quadrado da altura, ou valor RMS da altura da onda,  $H_{RMS}$ . Adicionalmente, existe uma variação na altura da onda e uma variação na força da onda exercida sobre o corpo, resultando em oscilações com longos períodos para corpos rígidos e ancorados.

### 3.2.2 Carregamento em corpo parcialmente submerso

As teorias relativas ao carregamento provocado pelo movimento do fluido sobre uma estrutura, normalmente apresentam-se para um corpo cilíndrico sólido e submetido à velocidade do fluido perpendicular ao seu eixo longitudinal.

A relação entre o movimento do fluido e a resposta do corpo é descrita por parâmetros físicos, é através da interação destes parâmetros que se torna possível a implementação da modelagem do carregamento. Um primeiro exemplo desta interação é entre o coeficiente de inércia,  $C_M$ , e a força por unidade de comprimento,  $\bar{q}_I$ , que é o coeficiente de restrição ao movimento do corpo cilíndrico, Figura 3.6. O coeficiente  $C_M$  relaciona  $\bar{q}_I$  com o parâmetro de aceleração constante do fluido,  $\dot{u}$ , conforme Wilson, 2003:

$$\bar{q}_I = C_M \rho \pi \frac{D^2}{4} \dot{u} \quad (3.15)$$

onde,

$\rho$  : densidade do fluido.

D: diâmetro do cilindro.

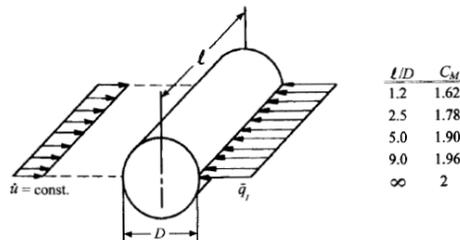


Figura 3.6 Cilindro rígido sobre um fluido com aceleração constante.

Fonte: Adaptado de Wilson, 2003

Uma segunda interação considera o comprimento ( $l$ ) e o diâmetro ( $D$ ) do cilindro, Figura 3.6, onde se tem a relação  $l/D$  vs  $C_M$ , reportado por Wendel (1956). Esta relação está baseada em valores teóricos de outro parâmetro não dimensional, o coeficiente de massa adicional  $C_A$ , equação (3.16). A Figura 3.6 mostra que aumentando o comprimento do cilindro, o valor de  $C_M$  aproxima-se do limite igual a 2, e o valor de  $C_A$  tende à unidade:

$$C_A = C_M - 1 \quad (3.16)$$

Na terceira interação entre parâmetros, um cilindro rígido, imerso em um fluido, possui uma massa por unidade de comprimento igual a  $\bar{m}_0$ , possui um deslocamento absoluto de translação  $v = v(t)$ , e o fluido está em repouso, Figura 3.7. Com base na segunda lei de Newton de movimento e na teoria hidrodinâmica, a força por unidade de comprimento  $\bar{q}_I$ , requerida, segundo Wilson, 2003, para atingir uma aceleração de  $\ddot{v}$  para o cilindro é:

$$\bar{q}_I = \left( \bar{m}_0 + C_A \rho \pi \frac{D^2}{4} \right) \ddot{v} = \bar{m} \ddot{v} \quad (3.17)$$

A equação (3.17) apresenta a massa virtual do cilindro por unidade de comprimento,  $\bar{m}$ , igual à soma de  $\bar{m}_0$  no vácuo com a massa adicional ou massa aparente por unidade de comprimento, dada por  $C_A \rho \pi \frac{D^2}{4}$ . Esta massa adicional é resultado do arrasto das partículas do fluido pelo movimento do corpo cilíndrico.

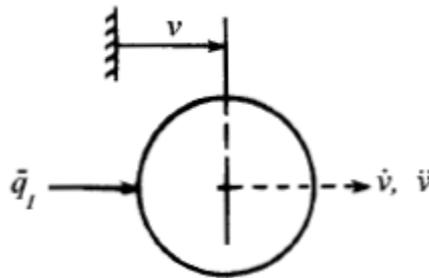


Figura 3.7 Cilindro rígido acelerado imerso em fluido ideal.

Fonte: Adaptado de Wilson, 2003

A quarta interação considerada é o coeficiente viscoso ou coeficiente de arrasto  $C_D$ , responsável pela interação da força por unidade de comprimento  $\bar{q}_D$  e a velocidade do escoamento do fluido  $u$ , perpendicular ao eixo longitudinal. Nestes termos, as medições realizadas mostram que vale a relação apresentada na equação (3.18), onde é necessário o uso do valor absoluto em sinal sobre o valor da velocidade  $u$ . Esta condição garante que a velocidade seja sempre oposta à direção de  $\bar{q}_D$ , como se vê na Figura 3.8. Para este caso de escoamento, a relação experimental de  $C_D$  a dois parâmetros adimensionais, a rugosidade do cilindro e o número de Reynolds, pode ser considerada através da equação (3.19), onde  $\mu$  é a viscosidade absoluta do fluido,  $D$  é a característica dimensional do corpo e  $\rho$  a densidade do fluido.

$$\bar{q}_D = C_D \rho \frac{D}{2} |u|u \quad (3.18)$$

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} \quad (3.19)$$

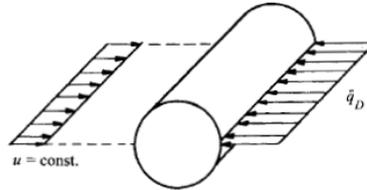


Figura 3.8 Arrasto viscoso sobre cilindro rígido e estacionário.

Fonte: Adaptado de Wilson, 2003

No caso de cilindros de superfície lisa, alvos de um escoamento uniforme, o valor do coeficiente de arrasto  $C_D$  é próximo da unidade, nos casos em que o valor do número de Reynolds está dentro da faixa de 1000 até 200000. Para ter uma ideia de grandeza, os vórtices periódicos, Figura 3.9, ocorrem para uma faixa do número de Reynolds entre 60 a 10000.

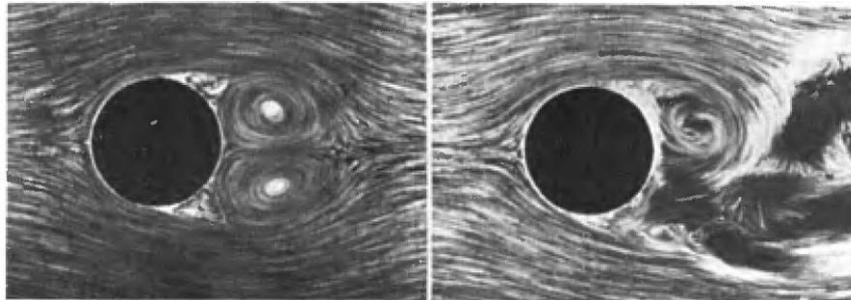


Figura 3.9 Escoamento com velocidade constante passando por uma seção circular.

Fonte: Wilson, 2003

### 3.2.3 Determinação das características de vórtices

Os vórtices observados atrás da seção do cilindro Figura 3.9, têm comportamento alternativo, sendo acompanhado por uma flutuação periódica da pressão do topo para a parte inferior da seção do cilindro, para uma frequência de flutuação característica dada por  $f_s$ , expressa em Hz. Os vórtices das linhas de escoamento são dados pelo número de Strouhal,  $S$ , definido como:

$$S = f_s D / u \quad (3.20)$$

Normalmente se observa que o valor do número de Strouhal  $S$  correlaciona-se bem com o número de Reynolds. Em alguns exemplos se observa que o vórtice formado na parte de trás do cilindro ou de uma estrutura flutuante, levam a mesma ao colapso total, em alguns casos para valor de corrente na ordem de 2 kt. Um dos métodos existentes para evitar o efeito (colapso) dos vórtices é a adição de um filete helicoidal em torno do corpo cilíndrico, conforme se verifica na Figura 3.10 e Figura 3.11.



Figura 3.10 Plataforma Perdido – Golfo do México.

Fonte: <http://www.shell.com/about-us/major-projects/perdido/perdido-an-overview.html>



Figura 3.11 Cilindro com filete helicoidal para prevenir o vórtice periódico.

Fonte: Wilson, 2003

Outro parâmetro relevante é o número de Keulegan-Carpenter ( $K_C$ ), ocorre quando um escoamento periódico é imposto sobre a estrutura estacionada. As condições do escoamento para a determinação do número de Keulegan-Carpenter é a amplitude do deslocamento horizontal da partícula do fluido, considerando a característica dimensional do corpo. O valor de  $K_C$  correlaciona-se com os dados de força atuantes no corpo, através da relação:

$$K_C = u_0 T/D \quad (3.21)$$

onde  $u_0$  é a amplitude da velocidade da onda e  $T$  é o período da oscilação.

Uma das formas mais antigas de ensaios com modelos, envolvendo considerações de semelhança de escoamento, consiste na experiência em tanques de prova, onde modelos de cascos propostos movem-se ao longo de um canal de água e fazem-se medidas para estimativa da força de resistência, mesmo que nestes ensaios, a semelhança dinâmica não pode ser

alcançada na sua totalidade. A contribuição do número de Froude, associado ao coeficiente de pressão ou mesmo ao número de Reynolds revela uma boa aproximação no caso do cálculo da resistência do casco, sendo necessário que tanto Reynolds quando o número de Froude, sejam duplicados entre os escoamentos observados. A dificuldade em obter a semelhança dinâmica é contornada pelo uso de um modelo pequeno e pela medição do arrasto total quando rebocado.

O número de Froude é uma relação da força de inércia e peso, a partir desses ensaios é possível prever via lei de Froude, a formação de ondas e o arrasto que ocorreria no protótipo. Nos escoamentos com superfície livre a natureza do escoamento dependerá do número de Froude ser maior ou menor que a unidade. Assim como o número Mach, o número de Froude ( $F_R$ ) tem o objetivo de classificar o regime de escoamento. Se o  $F_R = 1$  quer representar um regime de escoamento com energia mínima, ou ainda em regime crítico,  $F_R > 1$  diz que o regime do escoamento é supercrítico e  $F_R < 1$  o regime de escoamento é subcrítico. Por definição, o número de Froude é:

$$F_R = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (3.22)$$

onde  $V$  é a velocidade característica do escoamento,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $L$  é o comprimento característico da estrutura. ( $V = q/A$ ; onde  $q$  é a vazão do fluido ( $m^3/s$ ) e  $A$  ( $m^2$ ) é a área da seção transversal, ou área de passagem do fluido).

## 4. CONDICIONAMENTO PARAMÉTRICO DE ONDAS

As ondas representam o fenômeno mais importante a ser considerado entre as condições ambientais atuantes sobre estruturas localizadas no oceano, tornando o projeto de estruturas completamente diferente se comparado a estruturas localizadas no continente, Goda, 2010. Neste capítulo, são apresentados alguns conceitos empregados sobre ondas regulares e escoamento.

### 4.1 Escoamento através de um volume

A função de corrente de fluido está sujeita inicialmente às restrições da incompressibilidade e bidimensionalidade do escoamento. Admite-se o escoamento contínuo bidimensional sujeito a condições adicionais de incompressibilidade no instante de tempo  $t$ .

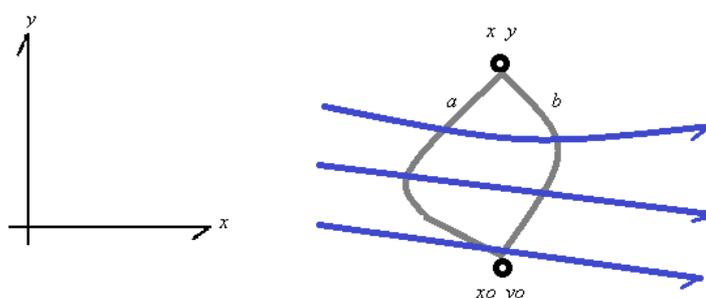


Figura 4.1 Escoamento bidimensional incompressível.

Fonte: Adaptado de Shames, 1973

A área limitada pelos dois caminhos, (a, b) na Figura 4.1, é interpretada como a seção transversal de um volume que se estende para fora da página, considerando-se como uma fatia unitária do volume de controle e não existindo mudança na quantidade de fluido no interior do volume de controle. O escoamento de entrada, através da superfície seccional em uma extremidade deve igualar-se ao escoamento de saída no outro extremo.

Adicionalmente, nas condições acima o sistema deve permanecer com a mesma quantidade de matéria, ou seja, com a mesma massa  $M$ , assegurando a conservação da massa em qualquer instante. No caso do escoamento permanente no volume de controle, as propriedades do fluido, dentre elas a densidade, permanecem invariantes no tempo. Considerando que os caminhos foram escolhidos de forma aleatória e tomando como hipóteses que existem infinitos caminhos entre os pontos  $x_0, y_0$  e  $x, y$ ; os escoamentos entre

os infinitos caminhos são iguais, contudo são escoamentos dependentes da posição final do ponto  $x, y$  e do tempo  $t$ . Considerando a Figura 4.1, o escoamento  $Q$  resulta:

$$Q_{x_0, y_0} = \psi_{x_0, y_0}(x, y, t) \quad (4.1)$$

onde o índice  $x_0, y_0$  identifica o ponto de referência.

Se existir uma mudança do ponto de referência  $x_0, y_0$  para outro ponto de referência  $x_1, y_1$ , o escoamento associado com qualquer caminho entre o ponto de referência e o ponto variável  $x, y$  é expresso pela função:

$$\psi_{x_1, y_1}(x, y, t) = \psi_{x_1, y_1}(x_0, y_0, t) + \psi_{x_0, y_0}(x, y, t) \quad (4.2)$$

onde os pontos extremos  $x_1, y_1$  e  $x_0, y_0$  são fixos e a função de corrente  $\psi_{x_1, y_1}(x_0, y_0, t)$  muda apenas em função do tempo, quando se altera o ponto de referência.

A convenção de sinais para a vazão através de um caminho, neste trabalho, considera um escoamento positivo como o que passa da direita para a esquerda, Figura 4.2.

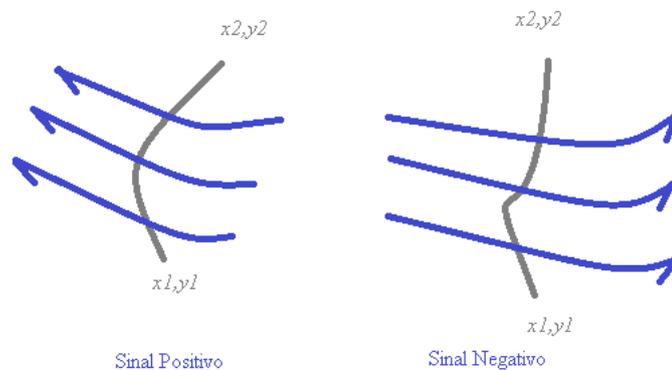


Figura 4.2 Vazão através de uma superfície sólida.

Fonte: Adaptado de Shames, 1973

Considerando o movimento de um fluido de baixa viscosidade, o escoamento nos primeiros instantes é essencialmente irrotacional, existindo um gradiente de velocidade normal da superfície para o fluido. Este gradiente, considerando um fluido real, provoca forças de cisalhamento que reduzem a velocidade do escoamento, dando origem a uma camada de baixa espessura, junto a superfície limitada pelos caminhos  $a, b$ . Da mesma forma que o escoamento fora da camada limite, também transfere quantidade de movimento para dentro da camada, junto à superfície.

No caso de fluido incompressível, nos quais a camada limite se mantém delgada, os resultados obtidos, se considerado o fluido perfeito, podem ser aplicáveis aos escoamentos de fluido real com boa aproximação. Neste trabalho, utiliza-se a definição usual de fluido perfeito, ou seja: 1) no caso da equação da continuidade, o valor do divergente é igual a zero, 2) vale a segunda lei de Newton em todos os pontos e em todos os instantes, considerando que para um fluido não viscoso em movimento, a tensão de cisalhamento é nula em todos os pontos.

#### 4.1.1 Escoamento irrotacional

As partículas de um fluido incompressível sem atrito, inicialmente em repouso, não podem ser compelidas a girar. Isto pode ser entendido, através do Teorema de Kelvin, ou seja: “considerando o tubo de vortex e um fluido não viscoso, a circulação ( $\Gamma$ ) equação (4.3), em torno do tubo de vortex não é alterada durante a evolução temporal do movimento”, Figura 4.3.

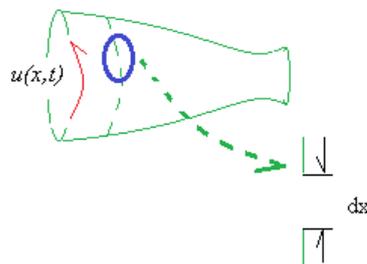


Figura 4.3 Tubo de vortex, onde  $u(x,t)$  representa o campo de velocidades.

Fonte: Fonte: Adaptado de Shames, 1973

$$\frac{D}{Dt} \Gamma = \frac{D}{Dt} \oint \vec{u} \cdot d\vec{x} \quad (4.3)$$

Através da integração sobre a curva fechada, equação (4.4), subtrai-se o valor final da curva fechada pelo valor inicial, contudo ambos os pontos terminam (início e fim do caminho) no mesmo ponto espacial, deste modo a integral da diferencial é igual a zero, confirmando a irrotacionalidade ao longo da superfície do tubo de vortex.

$$\frac{D}{Dt} \Gamma = \oint \left[ \left( -g\delta_{i3} - \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) dx_i + u_i du_i \right] \quad (4.4)$$

O significado da irrotacionalidade passa pela adoção da velocidade angular média, que representa a totalidade dos segmentos de linha que compõem cada elemento do fluido e implica na existência de uma função potencial de velocidade. A irrotacionalidade é uma grandeza vetorial, equação (4.5), cuja representação é dirigida ao longo da linha e em sentido concordante com a regra da mão direita. Dessa forma, considerando os três eixos ortogonais iguais a zero, para todos os elementos do fluido, o escoamento é dito irrotacional.

O vetor da velocidade angular de um elemento do fluido em função do campo de velocidade, adotando a notação vetorial, é dado por:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \mathbf{i} + \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \mathbf{j} + \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \mathbf{k} \right] \quad (4.5)$$

onde a definição do operador rotacional  $\mathbf{rot} \mathbf{V}$ , é dada por:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} [\mathbf{rot} \mathbf{V}] \quad (4.6)$$

A quantidade  $2\boldsymbol{\omega}$  é usualmente chamada de vetor vorticidade, sendo o critério para irrotacionalidade:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) &= 0 \\ \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) &= 0 \\ \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

## 4.2 Ondas

As ondas de superfície oceânica causam carregamento periódico sobre as estruturas mecânicas localizadas no oceano, estando estas estruturas fixas ou flutuando.

Durante a observação do movimento do mar, tem-se a impressão de que existe um movimento interminável, representado pela “crista das ondas” irregulares que se formam

infinitamente, ao longo do horizonte. Retratando deste modo a influência do estado do vento no movimento do mar, o que vêm a formar as ondas irregulares. No caso do vento apresentar perfil leve então às irregularidades são pequenas; se o vento é de perfil forte as irregularidades serão gigantescas. Por outro lado, as ondas que escapam da ação do vento, nominadas de *swell*, propagam-se ao longo da interface entre a água e o ar. Comparando os dois tipos de ondas, aquelas que são provocadas pelo vento e aquelas que não sofrem a ação do vento, a primeira possui um período menor e é menor em comprimento, mais íngreme e mais irregular, se comparadas às ondas que escapam da ação do vento.

As ondas irregulares podem ser vistas como a superposição de ondas simples, regulares e harmônicas, cada uma com sua amplitude, comprimento e direção de propagação definidos. Este conceito é útil em muitas aplicações, permitindo prever o comportamento de ondas complexas e irregulares.

As ondas de perfil aleatório podem ser expressas por meio de vários modelos matemáticos, incluindo o caso das representações complexas vetoriais. Neste trabalho, a frequência de onda é apresentada em Hertz ( $f=1/T$ ), que se relaciona com a frequência angular  $\omega$  (rad/s), através da equação (4.8).

$$\omega=2\pi f \quad (4.8)$$

Uma aproximação de sistema composto por estrutura sólida fixa e fluido em movimento é apresentado na Figura 4.4.

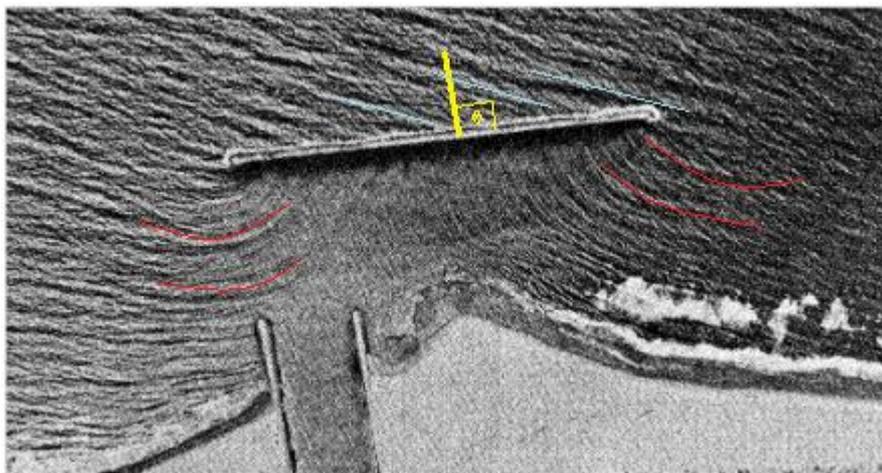


Figura 4.4 Ondas de difração. Canal das Ilhas na Califórnia.

Fonte: Coastal Engineering Research Center-CERC (1977).

Observe que no caso de  $\mu > 90^\circ$  (ângulo de incidência da onda), a estrutura atua sobre o movimento da onda incidente, alterando o movimento do fluido de incidente para difração de onda. Neste caso, a velocidade da onda  $c$ , definida na direção do ângulo  $\mu$  (direção da onda), é representada por;

$$c = \omega/k = \lambda/T \quad (4.9)$$

Considerando a relação  $k \cdot c = \omega$ ; a partir da equação (4.9), a elevação harmônica da superfície da onda ( $\zeta$ ) é definida no sistema de coordenadas fixadas a terra  $S(X, Y, Z)$ ,

$$\zeta = \zeta_a \cos(\omega t - kX) \quad (4.10)$$

onde,

$\zeta_a$ : amplitude de onda (m).

$k = 2\pi/\lambda$ : número de onda (rad/m).

$\lambda$ : comprimento de onda (m).

$\omega$ : frequência circular da onda (rad/s).

$t$ : tempo (s).

#### 4.2.1 Abordagem espectral das ondas

A equação (4.11), apresentada por Longuet-Higgins *et al.*, 1963, expressa uma aproximação do perfil de elevação da superfície livre do fluido, que relaciona a frequência de onda  $f_n$  e a direção de propagação de onda, para um número infinito de componentes de onda.

$$\eta = \eta(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(k_n x \cos \theta_n + k_n y \sin \theta_n - 2\pi f_n t + \varepsilon_n) \quad (4.11)$$

Durante a utilização da equação (4.11), devem ser mantidas as seguintes condições:

1. A frequência  $f_n$ , deve ser densamente distribuída entre zero e infinito, de tal modo que qualquer intervalo infinitesimal  $df$  contenha um número infinito de frequências.
2. A direção  $\theta_n$ , deve ser densamente distribuída entre  $-\pi$  e  $\pi$  com um número infinito de  $\theta_n$  contido dentro de um intervalo infinitesimal dado por  $d\theta$ .

3. O ângulo de fase dado por  $\varepsilon_n$  deve ser randomicamente e uniformemente distribuído entre zero e  $2\pi$ .
4. Apesar de que a amplitude de cada onda  $a_n$  é infinitesimal, o somatório de seus quadrados deve ter um valor único e finito. Por notação, este valor é dado pela função  $S(f,\theta)$ , e expresso por Goda, 2010:

$$\sum_f \sum_{\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S(f,\theta) df d\theta \quad (4.12)$$

A função  $S(f,\theta)$  é denominada como Função de Densidade Espectral de Frequência e de Direção da Onda, ou Espectro Direcional de Onda-EsDO. Esta função representa o modo, ou a maneira na qual a energia de onda é distribuída considerando a frequência  $f$  e o ângulo  $\theta$  de propagação.

A função que representa o Espectro Direcional de Onda pode ser expressa também por  $k$  (número da onda) e pelo ângulo de propagação da onda  $\theta$ . Considerando para este fim, a densidade de energia contida no intervalo de  $k$  até  $k+dk$  e de  $\theta$  até  $\theta+d\theta$ , se determina a seguinte expressão para o EsDO, no domínio do número de onda:

$$\sum_k \sum_{\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S_k(k, \theta) dk d\theta \quad (4.13)$$

A Figura 4.5 mostra esquematicamente o EsDO em função de  $k$ , ou seja,  $S_k(k, \theta)$ , considerando o domínio  $k-\theta$ . As coordenadas  $(u,v)$  são a representação cartesiana das coordenadas polares  $(k,\theta)$ . A Figura 4.5 somente exhibe a função de densidade para um único número de onda  $k$ ; a representação geral do EsDO em função de  $k-\theta$  é um envelope de superfície na faixa entre  $0 < k < \infty$ . Frequentemente o EsDO é expresso na forma de um mapa de linhas curvas, onde o valor de cada linha representa o valor absoluto de  $S_k(k, \theta)$ .

O EsDO em função de frequência de onda  $S(f, \theta)$  e o EsDO em função de número de onda  $S_k(k, \theta)$ , são relacionados através da seguinte função de dispersão, desenvolvida a partir das condições de contorno da superfície da água:

$$w^2 = 4\pi^2 f^2 = gk \tanh kh \quad (4.14)$$

onde

$\omega = 2\pi f$  : a frequência angular.

$h$  : a profundidade do local.

A relação entre o número de onda  $k$  e a frequência  $f$ , é definida via Método de Newton. Os valores de comprimento de onda  $L$ , para um dado valor de profundidade da água  $h$  no ponto observado e o período  $T$ , podem ser obtidos numericamente através de iteração computacional. E a função de dispersão pode ser escrita, de forma a dar a relação padrão entre  $L$  e  $T$ :

$$L = (g/2\pi)T^2 \tanh(2\pi h/L) \quad (4.15)$$

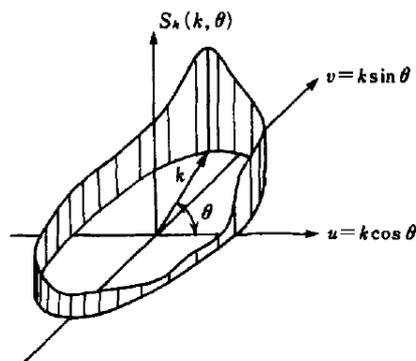


Figura 4.5 Espectro direcional de onda no domínio de  $k$ .

Fonte: Goda, 2010

As equações (4.14) e (4.15) devem ser resolvidas para obter o valor de  $L$ , através do procedimento iterativo, como segue:

Solução iterativa para a equação (4.14):

$$\begin{aligned} x &= k h \\ x/h &= k \\ \omega^2 &= g k \tanh kh \\ \omega^2 &= g x/h \tanh x \\ D &= x \tanh x \\ \omega^2 &= g/h x \tanh x \\ \omega^2 h/g &= D \end{aligned} \quad (4.16)$$

O perfil de elevação da superfície livre de uma onda individual é expresso pela equação (4.11), a qual está em função de  $k=2\pi/L$ , onde  $k$  é o número de onda e  $L$  o comprimento de onda.

$$\begin{aligned}x/h &= k \\x/h &= 2\pi/L \\x &= 2\pi h/L\end{aligned}\tag{4.17}$$

Considerando a equação (4.12), o desvio na distribuição estatística da elevação da superfície a partir da distribuição normal, indica a presença de não linearidades nas componentes de onda. A teoria das ondas aleatórias é baseada na superposição linear de um número infinito de amplitudes infinitesimais. O ângulo de fase, na equação (4.12) é assumido ser uniformemente e aleatoriamente distribuído. A presença de ondas não lineares significa que os ângulos de fase não são independentes, mas é assegurada uma relação entre um e outro, e a componente de ondas são mutuamente dependentes do ângulo de fase e desta forma não satisfazem a relação de dispersão necessária para a validação dos resultados da equação (4.12). O que limita o uso desta equação para algumas não linearidades existentes no comportamento das ondas.

A equação (4.11) possibilita uma descrição de ondas randômicas do mar, os perfis estão mudando de lugar para lugar e de tempo em tempo. Durante a observação do perfil de ondas irregulares sobre um ponto fixo no mar, o perfil de onda será expresso por:

$$n = n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi f_n t + \varepsilon_n)\tag{4.18}$$

A amplitude  $a_n$  e o ângulo de fase  $\varepsilon_n$ , vistos na equação (4.18), conduzem a um significado para o perfil de onda, diferente do significado dado pela equação (4.11), onde a amplitude e o ângulo de fase são parâmetros de propagação de ondas independentes. No caso da equação (4.18), a amplitude e o ângulo de fase são resultados de manipulação matemática de todas as propagações de ondas em diferentes direções. Contudo, possui a mesma frequência, tal que elas são adicionadas juntas e o resultado é reescrito como a soma de

funções sinodais. A análise de uma função irregular com variação no tempo é realizável através de séries de Fourier, sem a necessidade de um significado físico.

A equação (4.18) é implica que o somatório do quadrado da amplitude de onda sobre o intervalo de  $f$  até  $f+df$  é finita e única. O valor da soma é dado por  $S(f)$  onde:

$$\sum_f^{f+df} \frac{1}{2} a_n^2 = S(f)df \quad (4.19)$$

A equação (4.19) é denominada Densidade Espectral da Variância de Onda DESVO ou simplesmente Espectro de Frequência EF. Considerando ainda a equação (4.8), o Espectro de Frequência EF, na base  $w$  (frequência angular) é dado por:

$$S(w)=S(f)/2\pi \quad (4.20)$$

Na Figura 4.3, tem-se um exemplo de transformação espectral, na qual se observa que a razão entre as frequências é  $1/(2\pi)$ . A área de ambos os espectros (na amplitude significativa) permanece igual e os momentos espectrais viabilizam igual média de períodos.

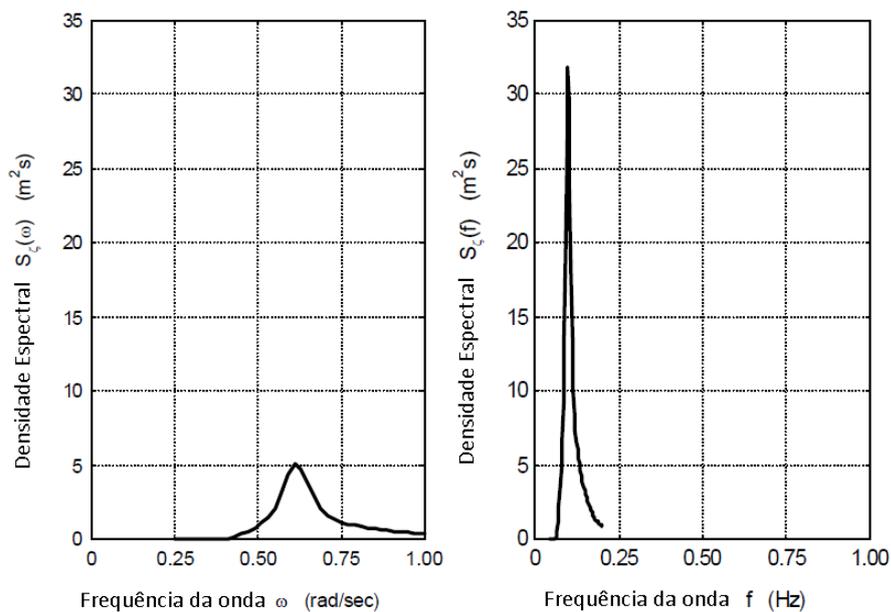


Figura 4.6 Espectro de onda em diferentes bases.

Fonte: Journée e Massie, 2001

## 5. ANÁLISE DO CARREGAMENTO DAS ONDAS E DOS MOVIMENTOS DO CORPO

O comportamento hidrodinâmico de um corpo é o resultado da interação da superfície molhada do corpo parcialmente submerso e o fluido. Assim, o fluido está exercendo forças dinâmicas sobre a superfície do corpo, devido ao constante movimento de oscilação do fluido. Outros fatores que influenciam no comportamento hidrodinâmico é a distribuição de massa do corpo e a sua geometria. A análise deste comportamento é realizada neste trabalho através do método de painéis, que divide a superfície submersa do corpo em vários elementos (painéis) e considera, por aproximação, que o potencial de velocidades sobre cada painel é constante em sua superfície. Neste capítulo se explora a implementação e as especificidades deste método.

### 5.1 Modelagem dos sistemas físico e hidrodinâmico

Para a análise matemática do problema deste trabalho, se adota diversas hipóteses simplificadoras, sobre o corpo e o fluido. Tais hipóteses são necessárias para a utilização do método descrito e são definidas por Newman e Sclavounos, 1988.

As análises feitas neste trabalho são no domínio da frequência, portanto os resultados calculados para os potenciais, velocidades e forças são complexos. Também se adota a teoria de ondas lineares, portanto a correspondência tempo  $\leftrightarrow$  frequência se dá através do termo  $e^{i\omega t}$ .

A equação (3.10) pode ser utilizada para obtenção dos movimentos do corpo, após a determinação das forças exercidas pelo meio fluido. O corpo é modelado como um corpo rígido, pois não existe interesse em seus esforços, e gira ao redor de seu ponto de rotação (que pode ou não coincidir com seu centro de gravidade).

O sistema hidrodinâmico é considerado invíscido e incompressível, para simplificação dos cálculos. Possui profundidade infinita, pois a profundidade do oceano é muito maior em relação aos comprimentos de onda analisados e à altura submersa do corpo. As ondas são compostas por várias ondas lineares, senoidais e com uma única frequência cada, se obtendo a resposta do corpo submetido a ondas randômicas a partir da superposição de várias respostas lineares. A velocidade entre o corpo flutuante e o mar é considerada zero, o interesse é na análise de estruturas não submetidas a correntes significativas.

A modelagem do fluido é feita com um potencial de velocidades complexas  $\Phi$ , a ser multiplicado por um exponencial  $e^{i\omega t}$ .

O movimento do fluido é irrotacional. O potencial de velocidades  $\Phi$ , neste caso, pode ser usado para descrever o vetor velocidade do fluido no ponto  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  e tempo  $t$ ,  $\mathbf{U}(x, y, z, t)$ , conforme a equação (5.1).

$$\mathbf{U} = \nabla\Phi = \mathbf{i} \frac{\partial\Phi}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial\Phi}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial\Phi}{\partial z} \quad (5.1)$$

onde  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  são os vetores unitários ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. O potencial de velocidades não possui um significado físico, mas é introduzido na análise matemática do movimento irrotacional de fluidos. A totalidade do problema matemático para encontrar o potencial de velocidades de um fluido irrotacional, incompressível e em movimento consiste em satisfazer a equação de Laplace, segundo Chakrabarti, 1987.

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (5.2)$$

com condições de contorno sobre o fluido, dentre as quais se consideram as condições de contorno cinemáticas e as condições de superfície livre dinâmica.

Assume-se que o potencial de velocidades pode ser representado como um produto de funções, as quais dependem de uma única variável. Isto significa que se utiliza o “Método da Separação de Variáveis” para resolver a equação de Laplace, segundo Falstinsen, 2000.

Com base nestas hipóteses, temos as seguintes condições de contorno para o potencial de velocidades que descreve o domínio fluido, Falstinsen, 2000:

- $g \partial\Phi/\partial z = \omega^2\Phi$  para  $z = 0$  (superfície livre)
- $\partial\Phi/\partial\mathbf{n} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{n}$  na superfície submersa do corpo flutuante, onde  $\mathbf{V}$  é a velocidade do corpo ( $V_i = i\omega\zeta_i$ ) e  $\mathbf{n}$  o vetor normal à sua superfície, positivo para dentro.
- $\partial\Phi/\partial z = 0$  em  $z = \infty$

Adicionalmente, a condição  $\nabla^2\Phi = 0$  de fluido incompressível deve ser respeitada em todo o domínio fluido. No caso de um potencial causado por uma fonte pontual de oscilações, a uma distância  $R$  da fonte mais próxima, Figura 5.1, também deve ser respeitada a condição de radiação de Sommerfeld, expressa por  $\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} (\partial\Phi/\partial R + ik\Phi) = 0$ .

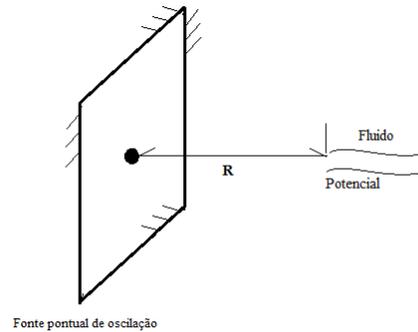


Figura 5.1 Potencial causado por uma fonte de oscilação.

Fonte: Autor

Para a realização dos cálculos, este potencial  $\Phi$  (no domínio da frequência) é dividido em 8 partes, da forma  $\Phi = i\omega \sum_{j=1}^6 \zeta_j \Phi_j + \Phi_7 + \Phi_0$ , sendo que  $\zeta_j$  é a amplitude do movimento do corpo flutuante sobre um dado eixo, de modo que:

- $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4, \Phi_5$  e  $\Phi_6$  são chamados de potenciais de radiação, e cada um é responsável por uma parte da segunda condição de contorno, tal que,

$$\partial\Phi_i/\partial\mathbf{n} = n_i \quad (5.3)$$

sendo

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \mathbf{n} \text{ e } \begin{bmatrix} n_4 \\ n_5 \\ n_6 \end{bmatrix} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_c) \times \mathbf{n}$$

onde  $\mathbf{r}_c$  é o centro de rotação do corpo e  $\mathbf{r}$  é o ponto de análise, observando-se que  $\mathbf{n}$  será usado para denotar o vetor composto por  $n_i$  de 1 a 6.

- $\Phi_7$  é chamado de potencial de difração, e  $\Phi_0$  é chamado de potencial de incidência, tal que,

$$\partial\Phi_7/\partial\mathbf{n} + \partial\Phi_0/\partial\mathbf{n} = 0 \quad (5.4)$$

Esta divisão simplifica a solução do problema, pois permite isolar os potenciais da velocidade do sólido. A 2ª condição é então respeitada da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial \Phi_7}{\partial \mathbf{n}} + \frac{\partial \Phi_0}{\partial \mathbf{n}} + i\omega \left( \sum_{j=1}^6 \zeta_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial \mathbf{n}} \right) = 0 + i\omega \left( \sum_{j=1}^6 \zeta_j \mathbf{n}_j \right) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \quad (5.5)$$

Também há uma parte estática no potencial, mas para a análise realizada neste trabalho ela pode ser desprezada.

Os potenciais de 1 a 7 ( $i\omega \sum_{j=1}^6 \zeta_j \Phi_j, \Phi_7$ ) são formados a partir da contribuição de várias fontes pontuais de oscilação, a serem distribuídas sobre a superfície do corpo. Para calcular o potencial de um ponto  $\mathbf{X} = (x, y, z)$  do espaço devido a uma fonte em um ponto  $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)$ , usa-se a função de Green para superfície livre e profundidade infinita, bem documentada na literatura. Já o potencial 0 é calculado a partir de uma função mais simples, que atua sobre todo o domínio sem diminuir em módulo, e representa as ondas que incidem sobre a corpo. Por causa disto, ele não respeita a condição de radiação de Sommerfeld.

Nesta modelagem, o objetivo é encontrar os potenciais de 1 a 7 a partir das equações de contorno. Isto leva a equações integrais sobre a superfície do corpo, equações essas que ainda não possuem solução analítica, fora em alguns casos especiais, como o de um cilindro boiando. Por isso, divide-se a superfície do corpo em vários elementos de área e utiliza-se uma aproximação para o comportamento dos potenciais sobre eles. Neste trabalho, foram adotados elementos de área triangulares, com potencial constante sobre cada um. Com isso, obtém-se um conjunto de  $N$  equações lineares para cada potencial, que pode então ser resolvido.

Após a obtenção dos potenciais sobre a superfície do corpo, eles são usados para calcular seus movimentos. Os potenciais de 1 a 6 são usados para calcular os coeficientes de amortecimento e a massa adicional do corpo, que são propriedades dele que variam com a frequência das ondas. Já o potencial 7 é usado para calcular a força externa aplicada sobre o corpo pelas ondas.

### 5.1.1 Equações do domínio fluido

A função de Green utilizada, dada por Wehausen e Laitone, 1960, tem a forma:

$$G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}) = [R^2 + (z - \zeta)^2]^{-1/2} + \int_0^\infty \frac{k + K}{k - K} e^{k(z+\zeta)} J_0(kR) dk \quad (5.6)$$

onde  $\mathbf{X} = (x, y, z)$ ,  $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)$ ,  $R$  é a distância entre os dois pontos,  $K$  é igual a  $\omega^2/g$ , que corresponde ao número de onda no caso de profundidade infinita, e  $J_0$  é a função de Bessel de primeira espécie, ordem 0, com  $kR$  como argumento. Esta forma não é adequada para ser calculada numericamente. Logo, ao invés disso serão usadas diversas formas dadas por Newman, 1985, para várias regiões de aplicação. A função de Green retorna o mesmo valor se  $\mathbf{X}$  e  $\boldsymbol{\xi}$  forem trocados, pois é simétrica.

O potencial de velocidades em um dado ponto  $\mathbf{X}$  do espaço causado por uma fonte pontual em um ponto  $\boldsymbol{\xi}$  é então dado por:

$$\Phi_{\mathbf{X}} = \sigma \cdot G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}) \quad (5.7)$$

onde  $\sigma$  é um coeficiente que expressa a “força” da fonte.

No caso da existência de uma superfície de fontes ao invés de apenas um ponto, o potencial é:

$$\Phi_{\mathbf{X}} = \iint_S \sigma(\boldsymbol{\xi}) \cdot G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (5.8)$$

Durante o processo de derivação deste potencial, com  $\mathbf{X}$  pertencendo à superfície  $S$  do corpo flutuante, tem-se:

$$\frac{\partial \Phi_{\mathbf{X}}}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} = \iint_S \sigma(\boldsymbol{\xi}) \cdot \frac{\partial G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} d\boldsymbol{\xi} + 2\pi\sigma(\mathbf{X}) = \mathbf{V}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{X}) \quad (5.9)$$

onde  $2\pi\sigma(\mathbf{X})$  é a contribuição do termo  $\iint_S \sigma(\boldsymbol{\xi}) \cdot \frac{\partial G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} d\boldsymbol{\xi}$  no ponto em que  $\mathbf{X} = \boldsymbol{\xi}$ .  $\sigma$  é então utilizado no cálculo de  $\Phi$ .

Esta equação é a base do método das fontes. Neste trabalho, no entanto, foi utilizado o método WAMIT, onde se calcula  $\Phi$  diretamente. Para tanto, usa-se a identidade de Green. Assim é obtida a seguinte equação, dada por Teng e Eatock Taylor, 1995:

$$\iint_S \Phi(\boldsymbol{\xi}) \cdot \frac{\partial G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} d\boldsymbol{\xi} + 2\pi\Phi(\mathbf{X}) = \iint_S \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} \cdot G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (5.10)$$

$$\iint_S \Phi(\boldsymbol{\xi}) \cdot \frac{\partial G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} d\boldsymbol{\xi} + 2\pi\Phi(\mathbf{X}) = \iint_S \mathbf{V}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{X}) \cdot G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (5.11)$$

Substituindo  $\Phi$  por seus componentes  $\Phi_i$ , para  $i=1,\dots,6$  tem-se (lembrando que  $\partial\Phi_i/\partial\mathbf{n} = n_i$ )

$$\iint_S \Phi_i(\boldsymbol{\xi}) \cdot \frac{\partial G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} d\boldsymbol{\xi} + 2\pi\Phi_i(\mathbf{X}) = \iint_S G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}) \cdot n_i(\mathbf{X}) d\boldsymbol{\xi} \quad (5.12)$$

Esta equação é válida sobre toda a superfície do corpo, e é usada para calcular os potenciais de radiação. Não há solução analítica para ela, salvo em alguns casos específicos, portanto deve-se usar uma solução numérica. Como já mencionado, se separa a superfície em vários elementos, no caso triangulares, e se faz uma aproximação de  $\Phi_i$  sobre a superfície deles, no caso considerado constante. As condições de contorno são então respeitadas apenas no centroide de cada elemento. Isto faz com que o problema se reduza a um conjunto de equações lineares:

$$2\pi\Phi_{i,m} + \sum_{j=1}^N \Phi_{i,j} \iint_S \frac{\partial G(\mathbf{X}_j, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}_j} d\boldsymbol{\xi} = \sum_{j=1}^N n_{i,j} \iint_S G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (5.13)$$

Essa expressão pode também ser dada na forma matricial,

$$[2\pi\mathbb{I} + \mathbb{D}] \boldsymbol{\Phi}_i = [\mathbb{S}] \mathbf{n}_i \quad (5.14)$$

onde,

$\mathbb{I}$  é a matriz identidade,

$\mathbb{D} = D_{i,j} = \iint_{S_j} \frac{\partial G(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}_j} d\boldsymbol{\xi}$  é chamada de matriz de influência de dipolo,

$\mathbb{S} = S_{i,j} = \iint_{S_j} G(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}$  é chamada de matriz de influência de fontes,

$\boldsymbol{\Phi}_i$  é o vetor de potenciais da direção  $i$  composto pelo potencial sobre cada elemento, e  $\mathbf{n}_i$  é o

vetor de normais na direção  $i$ ; (sendo  $\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \mathbf{n}$  e  $\begin{bmatrix} n_4 \\ n_5 \\ n_6 \end{bmatrix} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_c) \times \mathbf{n}$ ), composto pelas

normais de cada elemento.

É possível observar que as matrizes  $\mathbb{D}$  e  $\mathbb{S}$  são iguais para todas as 6 direções, só precisando então serem calculados uma vez.

Para o potencial de difração tem-se, através da equação (5.15);

$$\partial\Phi_7/\partial\mathbf{n} = -\partial\Phi_0/\partial\mathbf{n} \quad (5.15)$$

Durante a aplicação da identidade de Green, obtém-se,

$$\iint_S \Phi_7(\boldsymbol{\xi}) \cdot \frac{\partial G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} d\boldsymbol{\xi} + 2\pi\Phi_7(\mathbf{X}) = - \iint_S \frac{\partial\Phi_0}{\partial\mathbf{n}} G(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (5.16)$$

onde  $\Phi_0$  é conhecido, e dado por,

$$\Phi_0 = \frac{gA}{\omega} e^{iK(x \cos\chi + y \sin\chi) + Kz} \quad (5.17)$$

onde  $A$  é a altura das ondas,  $\omega$  sua frequência, e  $K$  o número de onda ( $2\pi/\lambda$  ou, para profundidade infinita,  $\omega^2/g$ );  $\chi$  é o ângulo entre o eixo  $X$  (frente do corpo) e o eixo de incidência das ondas (0 para ondas que incidirem diretamente sobre a frente do corpo). Depois, quando for feita a análise estatística das ondas, estes resultados serão dados por um espectro, como o de Ochi-Hubble, 1977.

Fazendo a mesma aproximação numérica utilizada para os potenciais de refração, tem-se, já na forma matricial,

$$[2\pi\mathbb{I} + \mathbb{D}]\boldsymbol{\Phi}_7 = -[\mathbb{S}]\boldsymbol{\Phi}'_0 \quad (5.18)$$

onde  $\boldsymbol{\Phi}'_0$  é o vetor composto pelas derivadas do potencial de incidência, na direção normal, no centroide de cada elemento.

As matrizes  $\mathbb{S}$  e  $\mathbb{D}$  são compostas por integrais da função de Green e sua derivada. Esta integração não é trivial, sendo estudada em um item posterior.

## 5.2 Equações da interface

Na interface do corpo com o mar, ou seja, sobre a superfície molhada, o carregamento sobre ele é dado pela pressão hidrodinâmica. Ela pode ser calculada pela equação de Bernoulli linearizada:

$$\frac{\partial \Phi_T}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi_T)^2 + \frac{P_T}{\rho} + gz = 0 \quad (5.19)$$

onde  $\Phi_T = e^{i\omega t} \Phi = e^{i\omega t} (\Phi_0 + i\omega \sum_{j=1}^6 \zeta_j \Phi_j + \Phi_7)$ .

A parte estática pode ser desprezada aqui (ela entrará depois como força de restauração), bem como os termos de segunda ordem  $(\nabla \Phi_T)^2$ . Assim, tem-se:

$$P_T = \rho(i\omega \Phi_T) \quad (5.20)$$

$$P = \rho(i\omega \Phi)$$

A força é dada pela integral da pressão sobre a área da superfície, vezes a normal, mas como  $\Phi$  é considerado constante sobre cada elemento segunda a nossa aproximação, a amplitude da força sobre um elemento  $i$  é dada por:

$$\mathbf{F}_i = A_i \rho(i\omega \Phi_i) \mathbf{n}_i \quad (5.21)$$

A amplitude  $\mathbf{F}$  da força total é o somatório da contribuição de todos os elementos.

Para os potenciais de radiação, com  $\Phi = i\omega \sum_{j=1}^6 \zeta_j \Phi_j$ , tem-se,

$$\mathbf{F}' = \sum_{j=1}^6 \mathbf{F}'_j = \sum_{j=1}^6 \rho(-\omega^2 \zeta_j) \left( \sum_i A_i \Phi_{i,j} \mathbf{n}_i \right) \quad (5.22)$$

já considerando os momentos, expresso pela mudança de  $\mathbf{n}_i$  por  $\mathbf{n}_{i,k}$ .

Assim, o vetor  $\mathbf{F}'_j$  é o vetor de amplitude da força devido ao  $j$ -ésimo potencial de radiação, com 6 componentes, um para cada  $k$  grau de liberdade ( $x, y, z, rx, ry$  e  $rz$ ). Assim,  $\mathbf{F}'$  pode ser expresso por uma matriz 6 por 6,

$$F'_{j,k} = \rho(-\omega^2 \zeta_j) \left( \sum_i A_i \Phi_{i,j} \mathbf{n}_{i,k} \right) \quad (5.23)$$

onde cada componente expressa a contribuição do  $j$ -ésimo potencial de radiação na direção  $k$ .

$\Phi_{i,j}$  é um valor complexo e pode, portanto, ser dividido em duas partes,

$$\Phi_{i,j} = \Phi_{i,j}^R + i\Phi_{i,j}^I \quad (5.24)$$

o que também divide  $F'_{j,k}$  em duas partes,

$$F'_{j,k} = \omega^2 \zeta_j F_{j,k}^R - i\omega \zeta_j F_{j,k}^I, \quad (5.25)$$

$$F_{j,k}^R = -\rho \left( \sum_i A_i \Phi_{i,j}^R \mathbf{n}_{i,k} \right), \quad F_{j,k}^I = \omega \rho \left( \sum_i A_i \Phi_{i,j}^I \mathbf{n}_{i,k} \right)$$

Para os potenciais de difração e incidência, tem-se,

$$\mathbf{F}'' = \rho i \omega \left( \sum_i A_i (\Phi_{i,0} + \Phi_{i,7}) \mathbf{n}_i \right) \quad (5.26)$$

### 5.2.1 Integração da função de Green

A função de Green pode ser dividida em 3 partes:

- A parte de Rankine, composta por  $1/R + 1/R'$ , onde  $R$  é a distância entre o ponto analisado e a fonte, e  $R'$  é a distância entre o ponto analisado e a fonte espelhada para cima da linha d'água, tal que:  $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$  e  $R' = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta)^2}$ .
- A parte responsável por satisfazer a condição de superfície livre.
- A singularidade logarítmica, que é significativa se os pontos de fonte e análise estiverem próximos um do outro e da superfície.

Para calcular as integrais, deve ser dada atenção para cada uma das partes.

As integrais da parte de Rankine e de sua derivada foram mostradas por Newman, 1986, para todos os pontos de interesse.

As integrais da singularidade logarítmica e de sua derivada foram mostradas por Newman e Sclavounos, 1988, em seu apêndice.

Não há integral analítica para a parte restante. Desta forma, se usa uma quadratura, como a de Gauss-Legendre, para aproximá-la numericamente. É ideal então usar os algoritmos otimizados de cálculo dados por Newman, 1985. Em vários casos, o uso de apenas

um ponto para a quadratura é suficiente, pois é condizente com os erros já tomados pela aproximação com elementos.

No entanto, quando o ponto analisado pertence à área integrada, como ocorre nos componentes diagonais das matrizes  $\mathbb{S}$  e  $\mathbb{D}$ , as integrais da função de Green e de sua derivada tendem ao infinito, a taxas de  $1/R$  e  $1/R^2$  respectivamente. A integral da função de Green pode então ser calculada pelo método de Li *et al.*, 1985, que introduz uma série de transformações que reduzem a ordem da singularidade por um grau, permitindo a integração sobre um quadrado unitário. Para a integral da derivada da função de Green, não existe um método que evite a singularidade. Deve-se então dividir o elemento analisado em vários elementos menores e calcular a integral sobre cada um, menos aquele que possui o ponto analisado, cujo valor será dado pela interpolação dos resultados calculados para os elementos adjacentes.

### 5.3 Erros

O método usado para a análise possui alguns casos em que os resultados obtidos não condizem com a realidade. Fora os erros numéricos ou os erros causados pela discretização em elementos, o mais importante dele é referente às “frequências irregulares”, um conjunto de frequências onde a solução das equações integrais não é única. Uma discussão sobre a manifestação, importância e remoção deste problema é dado por Korsmeyer *et al.*, 1988. No entanto, para a maior parte das estruturas *offshore* as frequências irregulares não são de importância prática, principalmente quando se usa o método WAMIT ao invés do método dos painéis.

### 5.4 Equações de movimento do corpo

O corpo flutuante, sendo considerado um corpo rígido com resposta linear, obedece a equação de movimento de sistemas massa-mola-amortecedor. Há, no entanto, uma diferença no termo da massa: uma embarcação flutuando desloca não apenas a sua massa, mas também um volume de água que fica ao seu redor. Esta massa de água deslocada é chamada de massa adicional. A equação é então,

$$(\mathbb{M} + \mathbb{A})\ddot{\zeta}_T + \mathbb{B}\dot{\zeta}_T + \mathbb{C}\zeta_T = \mathbf{F}_T \quad (5.27)$$

onde:

$\mathbb{M}$  é a matriz de massa

$\mathbb{A}$  é a matriz de massa adicional

$\mathbb{B}$  é a matriz de amortecimento

$\mathbb{C}$  é a matriz de restauração

$\mathbf{F}_T$  é o vetor de forças devido ao potencial incidente

$\zeta_T$  é o vetor de deslocamento do corpo

Como  $\zeta_T = e^{i\omega t}\zeta$  e  $\mathbf{F}_T = e^{i\omega t}\mathbf{F}$ , a equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$-\omega^2(\mathbb{M} + \mathbb{A})\zeta + i\omega\mathbb{B}\zeta + \mathbb{C}\zeta = \mathbf{F} \quad (5.28)$$

Substituindo  $\mathbf{F}$  por  $\mathbf{F}' + \mathbf{F}'' = \omega^2\zeta\mathbb{F}^R - i\omega\zeta\mathbb{F}^I + \mathbf{F}''$  é possível ver que a massa adicional e o amortecimento são, de fato, as matrizes  $\mathbb{F}^R$  e  $\mathbb{F}^I$ . Assim, tem-se que,

$\mathbb{A}$  é composta por coeficientes  $a_{j,k} = -\rho(\sum_i A_i \text{REAL}(\Phi_{i,j})n_{i,k})$ ,

$\mathbb{B}$  é composta por coeficientes  $b_{j,k} = \omega\rho(\sum_i A_i \text{IMAG}(\Phi_{i,j})n_{i,k})$ .

Junto com o vetor  $\mathbf{F}''$ , é possível então calcular as amplitudes dos deslocamentos do corpo nos 6 GDLs estudados.

Para um corpo flutuante com simetria sobre o plano X-Z e centro de massa em X igual ao centro de rotação em X, as matrizes de massa e restauração são compostas, segundo Faltinsen, 1990, por,

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & MZ_g & 0 \\ 0 & M & 0 & -MZ_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -MZ_g & 0 & I_4 & 0 & -I_{46} \\ MZ_g & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{46} & 0 & I_6 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

onde  $M$  é a massa do corpo flutuante,  $I_4$ ,  $I_5$  e  $I_6$  são os momentos de inércia ao redor dos eixos X, Y e Z respectivamente,  $Z_g$  é o centro de gravidade em Z e igual a  $Z_c - Z_R$ ,  $Z_c$  sendo o centro de massa e  $Z_R$  o centro de rotação, e  $I_{46}$  é o produto de inércia com respeito a X, Z.

$$\mathbb{C} = \rho g \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{wp} & 0 & -\iint_{A_{wp}} x \, dS \\ 0 & 0 & 0 & V\overline{GM}_T & 0 \\ 0 & 0 & -\iint_{A_{wp}} x \, dS & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V\overline{GM}_L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

onde  $A_{wp}$  é a área da superfície de água deslocada pelo corpo (*waterplane*) e  $V$  é o volume de água deslocado.  $\overline{GM}_T$  é a altura metacêntrica transversal e  $\overline{GM}_L$  é a altura metacêntrica longitudinal, tal que,

$$\overline{GM}_T = Z_B - Z_g + \frac{\int_{A_{wp}} y^2 \, dS}{V} \quad \text{e} \quad \overline{GM}_L = Z_B - Z_g + \frac{\int_{A_{wp}} x^2 \, dS}{V} \quad (5.31)$$

onde  $Z_B$  é o centro de flutuação.

## 6. MODELO DESENVOLVIDO NO PROGRAMA MATLAB®

A finalidade deste capítulo é apresentar o procedimento de parametrização do programa desenvolvido na plataforma MATLAB® e ao final, como resultado obter as matrizes de massa adicional e matriz de amortecimento. Os resultados neste capítulo deverão ser comparados com resultados obtidos através da simulação desenvolvida no programa ANSYS® AQWA™.

### 6.1 Método dos painéis

O método dos painéis é baseado na aplicação da identidade de Green, para obter a equação integral para o potencial de velocidade, sobre o corpo. É uma das técnicas utilizadas para análise da resposta linear estável de estruturas que possuem grandes volumes e estão situadas em ondas regulares. Um exemplo é apresentado por Faltinsen, 1990, onde se verifica a divisão da estrutura de uma plataforma TLP em 12608 painéis. De forma geral, um número total de 1000 painéis seria suficiente. O método pode apenas prever resultados de amortecimento devido à radiação de ondas de superfície.

Existem diferentes caminhos para a abordagem do método dos painéis. O primeiro caminho é distribuir as fontes e as porções submersas, sobre a superfície do corpo molhado. Outro caminho é a distribuição da “mixagem” ou mistura das fontes, porções submersas e dipolos normais, sobre a superfície molhada do corpo.

### 6.2 Execução do programa

A execução do programa principal "test5b-sym-cylinder.m" está dividida na Tabela 6.1 e Tabela 6.2, considerando a sequência de execução dos arquivos e as funções principais, para disponibilizar ao final, a matriz de massa adicional  $A_{jk}$  e a matriz de amortecimento  $B_{jk}$ . O programa usa dois tipos de forma de elementos finitos para a discretização do corpo flutuante, elementos triangulares e elementos quadrangulares, implementados através dos programas `source_solver_inf_sym2.m` e `source_solver_inf_sym3.m`, respectivamente, como se indica na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 Arquivos principal e de criação de elementos.

Nome do arquivo	Descrição do arquivo
test5b_sym_cylinder.m	Principal
source_solver_inf_sym2.m	Criação de elementos triangulares
source_solver_inf_sym3.m	Criação de elementos quadrangulares

A Tabela 6.2 apresenta os arquivos que contém as funções principais, executadas para complementar o programa principal.

Tabela 6.2 Arquivos de funções que compõem o programa principal.

Nome do arquivo	Descrição
id_Green_function.m	Decide a simplificação numérica da função de Green a ser usada, em acordo com a distância entre os pontos considerados e a superfície livre. Chama a função responsável pela realização do cálculo correspondente.
rankine.m	Calcula a integral da parte de Rankine da função de Green.
quinticGauss_PV.m	Realiza a função de integração por quadratura de Gauss e valores principais de Cauchy.

### 6.2.1 Parâmetros de entrada e saída

Para dar início à execução do programa, é necessário inserir os parâmetros de entrada, através da tela de edição do MATLAB®, descritos da seguinte forma:

Matriz vértices: contém os pontos dos vértices da malha discretizada do corpo flutuante

Matriz geometry: contém os elementos da malha, cada linha corresponde a um elemento e em cada número nesta linha há o número de um vértice que compõe este elemento

K: é o ângulo das ondas incidentes sobre o corpo flutuante (rad)

$\omega$ : frequência das ondas incidentes (rad/s)

lambda: comprimento de onda adotado (m)

rho: densidade do fluido

wave amplitude: amplitude adotada para as ondas incidentes (m)

Pr: ponto onde está situado o centro de rotação adotado

$g$ : aceleração da gravidade

Para os testes realizados com um cilindro (corpo), uma sub-rotina foi criada para gerar uma malha. Esta sub-rotina recebe os dados de entrada, tendo como saída as matrizes vértices e geometry que são passadas ao programa principal.

Os dados de entrada para a geração de uma malha para um cilindro (corpo) são,

altura: é a altura do cilindro

raio: é o raio do cilindro

horele: número de elementos na horizontal, presentes na superfície do cilindro

verele: número de elementos na vertical, presentes na superfície do cilindro

tamele: número de elementos concêntricos, presentes na tampa do cilindro

Os parâmetros de saída disponibilizados após a execução do programa são,

$S$  : matriz de influência de fontes

$D$  : matriz de influência de dipolo

$\Phi$  : vetor de potência

$F_i$  : vetor de amplitude de forças e momentos devido aos potenciais de incidência e difração

$A_{jk}$ : matriz de massa adicional

$B_{jk}$ : matriz de amortecimento

## 6.2.2 Dimensões do modelo de corpo flutuante

A finalidade desta seção é apresentar o modelo, construído na plataforma MATLAB<sup>®</sup>, de um corpo flutuante, tomando como forma base uma geometria cilíndrica de seção circular. Após simulações do modelo, as respostas de massa adicional e coeficiente de restauração são obtidos. Neste trabalho um cilindro de seção circular ( $s/a=4$ ), na posição vertical, submerso em água, com profundidade total de  $h(m)$  é utilizado, Figura 6.1. O modelo possui uma altura igual a 10 m e um diâmetro de 8 m. Foram utilizados 56 elementos (triangulares), com a relação diâmetro do elemento pela área do elemento igual a  $0,58 \text{ m}^{-1}$ .

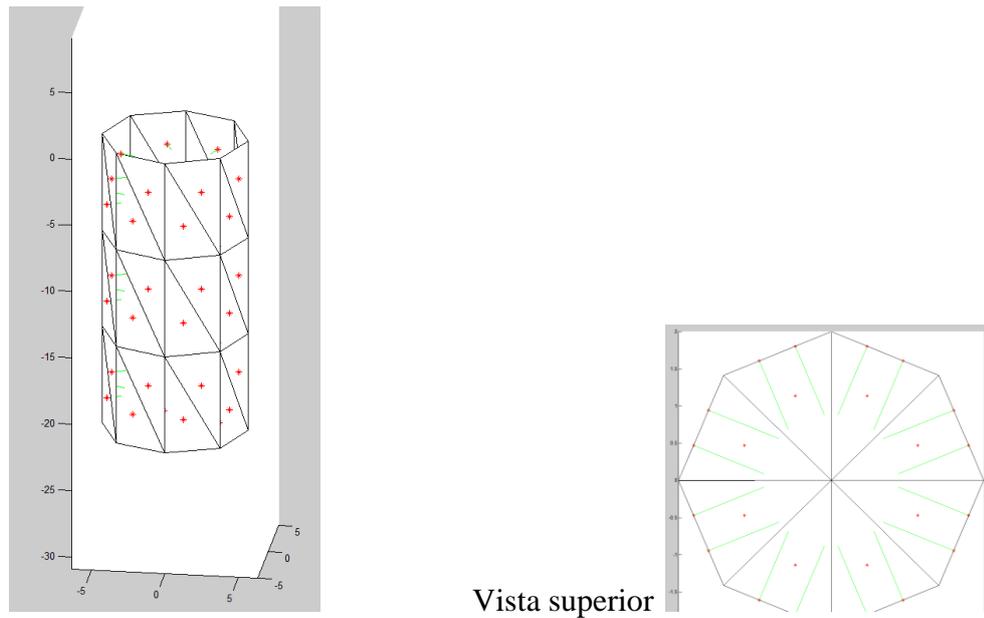


Figura 6.1 Cilíndrico vertical, distância da base do cilindro até o leito igual a 90 m.

Fonte: Autor

### 6.3 Condições do fluido

O modelo numérico é aplicado para simular uma condição do domínio fluido com um cilindro submerso na posição vertical, a uma distância infinita do leito. Posteriormente, os valores de massa adicional e de amortecimento encontrados são comparados ao modelo desenvolvido no ANSYS® AQWA™. O período de onda é  $0,0775 \text{ s}^{-1}$ , a frequência de onda é  $0,4868 \text{ rad/s}$ , altura de onda e o número de onda, são respectivamente; 5 m e 0,02416. O domínio de simulação é apresentado na Figura 7.3.

Nesta seção não se pretende detalhar as condições do fluido, visto este ter sido abordado nos capítulos 3 e 4. No domínio fluido, a relação entre a amplitude de oscilação do fluido e do corpo flutuante é relativamente pequena, considerando as dimensões da seção transversal do corpo, neste caso o efeito da separação do fluido é desprezado. O método dos painéis pode prognosticar a matriz de massa adicional e a matriz de amortecimento devido a radiação das ondas de superfície.

A teoria do potencial na Mecânica dos fluidos, juntamente com o BEM e utilizando a distribuição de fontes, pode ser aplicada para calcular numericamente as forças hidrodinâmicas. Atualmente, os programas de computador responsáveis pela análise hidrodinâmica usam a modelagem em três dimensões ou o método das fitas, *strip method*, em duas dimensões.

## 6.4 Resultados iniciais

Nesta seção são apresentados os resultados iniciais obtidos através da execução do programa proposto. Diferenças encontradas em relação a programas comerciais são associadas a discrepâncias numéricas, apresentadas em função dos métodos de integração adotados. A discretização do espectro, por exemplo, é definida pelo programador e isto pode influenciar diretamente na precisão dos resultados. A formulação adotada apresenta um sistema de integração fluido e sólido, sob determinadas condições de onda, definidas pela altura de onda, frequência de onda, número de onda e direção, para um fluido uniforme, e com um corpo parcialmente submerso.

### 6.4.1 Matriz de massa adicional ( $A_{jk}$ ) e de amortecimento ( $B_{jk}$ )

Nesta seção mostram-se os parâmetros de entrada para o caso de um cilindro na posição vertical, conforme se verifica na Figura 6.1. Os resultados para massa adicional e coeficiente de amortecimento, obtidos através da execução do programa, podem ser verificados na Figura 6.2.

- Parâmetros de entrada
- % Dados de entrada:
- altura=10; %m (porte submersa do corpo)
- raio=4; %m
- kappa=0; %rad (angulo das ondas incidentes)
- w=0,4868; %rad/s (frequência)
- lambda=260,03; %m (comprimento de onda)
- horele=10; % Numero de elementos na horizontal no superfície do cilindro
- verele=5; % Numero de elementos na vertical no superfície do cilindro
- tamele=2; % Numero de elementos concêntricos na tampa do cilindro.
- wave\_amplitude=5; %m
- Pr=[0 0 -3]; %centro de rotação.
- %
- wave\_number=0,02416;
- 
- alpha=wave\_number;

Matriz de massa adicional (Ajk) e matriz de amortecimento (Bjk).

>> Ajk

Ajk =

1,0e+006 \*

0,4178	-0,0001	-0,0005	-0,0012	-0,6583	0,0013
-0,0001	0,4134	0,0189	0,6158	0,0004	0,0023
-0,0000	0,0216	0,1418	-0,0015	0,0011	0,0007
0,0000	0,6649	0,0194	2,9075	-0,0006	-0,0103
-0,6318	0,0019	0,0034	0,0032	2,9024	-0,0017
0,0001	0,0022	0,0001	-0,0097	-0,0003	0,0035

>> Bjk

Bjk =

1,0e+005 \*

0,0058	-0,0000	0,0000	-0,0002	-0,0095	0,0001
0,0011	1,1169	0,0670	1,6829	-0,0110	0,0050
-0,0005	-0,3722	0,0451	-0,5734	0,0066	-0,0014
0,0014	1,3962	0,0870	2,1085	-0,0133	0,0062
-0,0085	-0,0047	-0,0003	-0,0064	0,0144	-0,0002
-0,0000	0,0029	0,0002	0,0046	0,0000	0,0000

Figura 6.2 Matriz de massa adicional (Ajk) e matriz de amortecimento (Bjk)

Fonte: Autor

Os resultados apresentados na Figura 6.2 podem ser alterados através da manipulação dos parâmetros de entrada para onda e para as dimensões do cilindro, bem como através dos intervalos de integração do programa proposto e através dos dados obtidos via experimentação. É com base nestas hipóteses que nesta fase do trabalho, não é relevante a completa convergência dos resultados com o programa ANSYS® AQWA™.

## 6.5 Matriz de massa adicional e de amortecimento para dados experimentais

A Figura 6.3 apresenta a tela inicial do programa desenvolvido, apresentando a entrada de parâmetros de onda e dimensões do cilindro experimentais, bem como os intervalos de integração. O centro de flutuação da geometria do cilindro é admitido como BX=0 m, BY=0 m e BZ=-0.119 m.

```

1
2
3
4 % No final, a matriz de massa adicional está na variável Ajk e a matriz de
5 % amortecimento está na variável Bjk. Digitar Ajk e Bjk na linha de comando
6 % para ver a resposta. Está pronto quando ele abrir uma janela com a malha.
7
8 % Dados de entrada:
9 altura=0.330; %m (profundidade)
10 raio=0.105; %m
11 kappa=1.57; %rad (ângulo das ondas incidentes)
12 w=4.0019; %rad/s (frequencia)
13 lambda=0.13; %m (comprimento de onda)
14 horele=4; % Numero de elementos na horizontal na superficie do cilindro
15 verele=3; % Numero de elementos na vertical na superficie do cilindro
16 tamele=1; % Numero de elementos concentricos na tampa do cilindro
17 wave_amplitude=0.0038; %m
18 Pr=[0 0 -0.119]; %centro de rotação
19 %
20
21 g=9.81; %m/s^2
22 teta=linspace(0,pi,horele+1);% horele=Numero de elementos na horizontal na superficie do cilindro
23 Verticest=[cos(teta)**raio sin(teta)**raio];% ' transposta

```

Figura 6.3 Parâmetros de entrada do programa desenvolvido.

Fonte: Autor

Os resultados de massa adicional com utilização do programa MATLAB®, para as cinco frequências da Tabela 6.3, são apresentadas da Figura 6.4 à Figura 6.8.

```

>> Ajk
Ajk =
    9.6334    -0.0000   -0.0309    0.0000   -0.3386   -0.0000
    0.0000    9.6615   -0.0000    0.3453   -0.0000    0.0049
   -0.0109    0.0000    2.3487    0.0000    0.0011   -0.0000
   -0.0000    0.3353   -0.0000    0.0623    0.0000   -0.0013
   -0.3355    0.0000    0.0033   -0.0000    0.0622    0.0000
   -0.0000    0.0047   -0.0000   -0.0012    0.0000    0.0007
fx >>

```

Figura 6.4 Massa adicional para frequência real de 0,405 Hz.

Fonte: Autor

```

>> Ajk

Ajk =

    9.8343   -0.0000   -0.0312   -0.0000   -0.3393    0.0000
   -0.0000    9.8726   -0.0000    0.3478   -0.0000    0.0053
   -0.0104    0.0000    2.2979    0.0000    0.0011   -0.0000
         0     0.3357   -0.0000    0.0624    0.0000   -0.0013
   -0.3359    0.0000    0.0034    0.0000    0.0623    0.0000
   -0.0000    0.0051    0.0000   -0.0012    0.0000    0.0007

>>

```

Figura 6.5 Massa adicional para frequência real de 0,505 Hz.

Fonte: Autor

```

>> Ajk

Ajk =

    9.8531   -0.0000   -0.0312   -0.0000   -0.3394     0
   -0.0000    9.8922    0.0000    0.3480   -0.0000    0.0053
   -0.0104   -0.0000    2.2942    0.0000    0.0011    0.0000
    0.0000    0.3357    0.0000    0.0624    0.0000   -0.0013
   -0.3359    0.0000    0.0034   -0.0000    0.0623   -0.0000
    0.0000    0.0051   -0.0000   -0.0012   -0.0000    0.0007

fz >>

```

Figura 6.6 Massa adicional para frequência real de 0,515 Hz.

Fonte: Autor

```

>> Ajk

Ajk =

    9.8939    0.0000   -0.0313    0.0000   -0.3395    0.0000
    0.0000    9.9345    0.0000    0.3482    0.0000    0.0054
   -0.0103    0.0000    2.2868   -0.0000    0.0011   -0.0000
    0.0000    0.3358    0.0000    0.0625   -0.0000   -0.0013
   -0.3360   -0.0000    0.0034    0.0000    0.0624     0
    0.0000    0.0052    0.0000   -0.0012    0.0000    0.0007

fz >>

```

Figura 6.7 Massa adicional para frequência real de 0,560 Hz.

Fonte: Autor

```

>> Ajk
Ajk =
    10.2309    0.0000   -0.0318    0.0000   -0.3392   -0.0000
     0.0000    10.2777   -0.0000    0.3465   -0.0000    0.0062
    -0.0104    0.0000    2.2483    0.0000    0.0011   -0.0000
    -0.0000    0.3350   -0.0000    0.0625    0.0000   -0.0013
    -0.3352    0.0000    0.0033   -0.0000    0.0624   -0.0000
     0.0000    0.0059    0.0000   -0.0012    0.0000    0.0008
fz >> |

```

Figura 6.8 Massa adicional para frequência real de 0,629 Hz.

Fonte: Autor

Tabela 6.3. Frequência da onda e resultados de massa adicional.

Frequência real, Hz	Frequência de referência	Massa adicional, kg
0,405	3	9,63
0,505	5	9,83
0,515	7	9,85
0,560	9	9,89
0,629	11	10,23

## 7. MODELO DESENVOLVIDO NO PROGRAMA ANSYS® AQWA™

A finalidade deste capítulo é implementar um cilindro, parcialmente submerso em água e sujeito a ondas incidentes, utilizando o programa ANSYS® AQWA™, Figura 7.1, com velocidade, ângulo de incidência e frequência conhecidos, resultando na determinação da matriz de massa adicional.

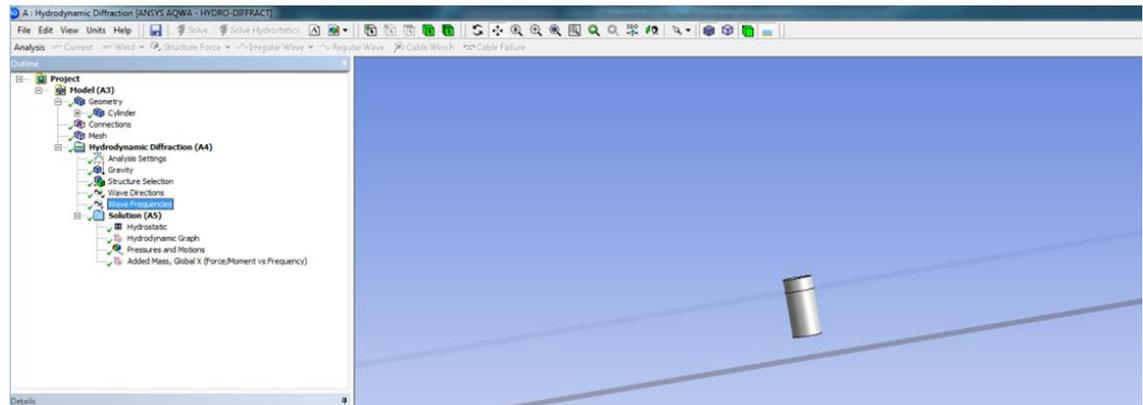


Figura 7.1 Modelo do cilindro no programa ANSYS® AQWA™

Fonte: Autor

Para modelar o cilindro de seção circular, utiliza-se o programa comercial ANSYS Workbench, através dos sistemas de modelagem e análise *Design Modeler* e *Static Structural* respectivamente. Enquanto que para a simulação hidrodinâmica foi utilizado o sistema de análise *Hydrodynamic Diffraction*, através do solver AQWA™, conforme Figura 7.2.

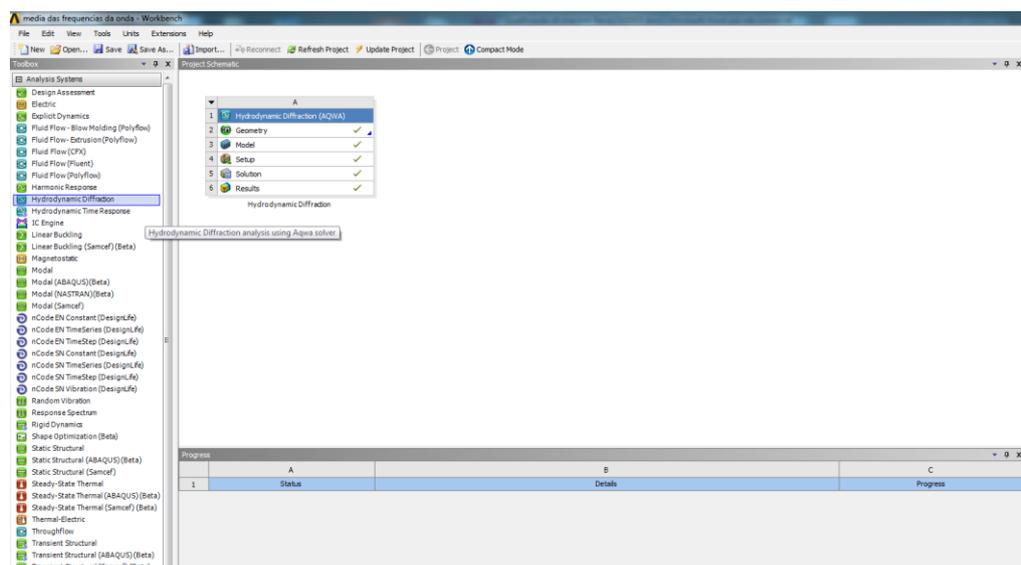


Figura 7.2 Esquema do projeto no programa comercial ANSYS® AQWA™

Fonte: Autor

## 7.1 Modelo do cilindro desenvolvido no programa ANSYS®

Os parâmetros de construção do cilindro e da onda incidente, calculados experimentalmente, foram utilizados no programa ANSYS® Workbench e *solver* AQWA™, durante a configuração do modelo.

A modelagem no ANSYS® Workbench adota o sistema de coordenadas (x, y, z) posicionado no centro do cilindro, junto à superfície livre, Figura 7.3, definindo os planos x-y e x-z. Em relação ao plano de referência x-z, o movimento pode ser decomposto em translação ao longo do eixo x, considerando o centro de massa.

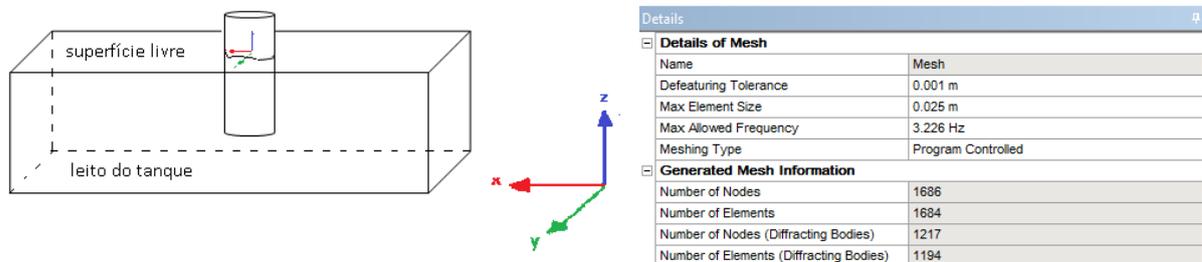


Figura 7.3 Cilindro de seção circular com tamanho máximo de elemento adotado.

Fonte: Autor

O modelo apresentado considera duas partes, quais são: 1) o modelo do tanque e do fluido e 2) o modelo de corpo rígido de seção circular, ambos definidos através de propriedades e parâmetros dimensionais:

- Tanque e fluido
  - Comprimento do tanque: 16 m
  - Largura do tanque: 0,710 m
  - Altura útil do tanque: 0,79 m
  - Altura total da lamina de água: 0,490 m
  - Densidade da água: 1025 kg/m<sup>3</sup>
  - Aceleração da gravidade: 9,81 m/s<sup>2</sup>
- Corpo rígido (cilindro)
  - Densidade (homogeneizada): 1.275 e-05 kg/mm<sup>3</sup>
  - Módulo de Young: 2e+5 MPa
  - Módulo de Poisson: 0,3

Limite máximo de resistência à ruptura: 250 MPa

Resistência à tração: 250 MPa

Altura total do cilindro: 0,422 m

Diâmetro: 0,210 m

Centro de gravidade: (0 0 -0,119)

Os recursos para a modelagem do cilindro são:

- *Thin Surface (espessura=0)*: O recurso de superfície fina permite implementar a modelagem de sólidos finos e cascas simplificadas.
- *Freeze*: O recurso de congelamento *freeze* é um método alternativo para a modelagem e montagens utilizando várias partes. Também permite o corte *slice* de um volume, em diversos sub-volumes.
- *Slice*: O recurso disponibiliza ao ANSYS DesignModeler uma ferramenta para malhas tipo hexagonal, o que viabiliza diferentes seções transversais em linha, através do corpo modelado.

A medição experimental, em balança, da massa total do cilindro é 11,28 kg, porém para a modelagem no *toolbox Static Structural* do ANSYS® e posteriormente durante a simulação no sistema hidrodinâmico AQWA™, Figura 7.4(a), utilizou-se a massa pontual, existente no interior do cilindro no valor de 6,89 kg e o restante foi distribuída no corpo do cilindro onde, através da alteração da densidade, resultando num valor total para a massa de 11,29 kg, sendo este o valor de massa distribuída total, conforme Figura 7.4 (b).

Details of "Point Mass"		Details of Point Mass	
<b>Scope</b>		Name	Point Mass
Scoping Method	Geometry Selection	Visibility	Not Visible
Geometry	4 Faces	Activity	Not Suppressed
Applied By	Remote Attachment	<input type="checkbox"/> X	0 m
Coordinate System	Global Coordinate System	<input type="checkbox"/> Y	0 m
<input type="checkbox"/> X Coordinate	2.3001e-015 mm	<input type="checkbox"/> Z	-0.119 m
<input type="checkbox"/> Y Coordinate	-3.5386e-016 mm	Mass definition	Manual
<input type="checkbox"/> Z Coordinate	-119. mm	<input type="checkbox"/> Mass	11.292 kg ←
Location	Click to Change	Define inertia values by	Direct input of Inertia
<b>Definition</b>		<input type="checkbox"/> Kxx	0.09981385437922 m
<input type="checkbox"/> Mass	6.89 kg ←	<input type="checkbox"/> Kyy	0.09981385437922 m
Mass Moment of Inertia X	0. kg-mm <sup>2</sup>	<input type="checkbox"/> Kzz	6.18810120541962E-02 m
Mass Moment of Inertia Y	0. kg-mm <sup>2</sup>	<input type="checkbox"/> Ixx	0.1125 kg.m <sup>2</sup>
Mass Moment of Inertia Z	0. kg-mm <sup>2</sup>	<input type="checkbox"/> Iyy	0 kg.m <sup>2</sup>
Suppressed	No	<input type="checkbox"/> Izz	0 kg.m <sup>2</sup>
Behavior	Deformable	<input type="checkbox"/> Ixy	0.1125 kg.m <sup>2</sup>
Pinball Region	All	<input type="checkbox"/> Iyz	0 kg.m <sup>2</sup>
		<input type="checkbox"/> Ixz	0.04324 kg.m <sup>2</sup>

(a)

(b)

Figura 7.4 (a) Definição da massa (6,89 kg) e (b) massa total do cilindro (11,29 kg)

Fonte: Autor

O desenvolvimento da simulação no programa ANSYS®, bem como os resultados experimentais, passa pelo entendimento de que o cilindro comporta-se como um corpo rígido, não se deforma durante o experimento e evolução da simulação numérica. No programa ANSYS® AQWA™, assume-se que o carregamento é na forma de onda incidente com velocidade e frequência definidas. A análise preliminar indica que a resposta varia lentamente ao longo do período de simulação.

A matriz de inércia da geometria foi calculada através do *toolbox Static Structural* do ANSYS®, utilizando as propriedades descritas anteriormente, com os seguintes resultados:

- Matriz de inércia

$$\text{Matriz Inércia através ANSYS} \begin{bmatrix} 0,1125 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1125 & 0 \\ 0 & 0 & 0,04324 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

Os dados acima foram confirmados através de cálculo manual. Utilizando a massa pontual de 6,89 kg, foram calculados os seguintes momentos de inércia:

$$\text{Matriz Inércia cálculo manual} \begin{bmatrix} 0,1212 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1212 & 0 \\ 0 & 0 & 0,03798 \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

Os resultados calculados no *toolbox Static Structural* ANSYS® foram utilizados para determinar a matriz de massa adicional no *solver* AQWA™.

### 7.1.1 Modelo de elementos finitos do programa ANSYS® AQWA™

Na modelagem é utilizado o elemento finito tetraédrico quadrilateral QPPL *Quadrilateral Pressure Plate Element* com interpolação linear. Adicionalmente, o elemento PMAS *Point Mass Element* foi utilizado para a modelagem do ponto de massa concentrada no interior do cilindro. Ambos os elementos são disponibilizados na biblioteca do *solver* AQWA™, conforme Figura 7.5.

TPPL	-	triangular pressure plate element
QPPL	-	quadrilateral pressure plate element
TUBE	-	tube element
STUB	-	slender tube element
PMAS	-	point mass element
PBOY	-	point buoyancy element
FPNT	-	fluid field point
DISC	-	circular disc element

Figura 7.5 Elementos presentes na biblioteca do solver AQWA™.

Fonte: Manual ANSYS® AQWA™

Informações relacionadas às características dos elementos, como número de nos, propriedades do material e propriedades geométricas são apresentadas na Figura 7.6.

	Description	No of Nodes	Material Property	Geometric Property
QPPL	Quadrilateral Panel	4	none	none
TPPL	Triangular Panel	3	none	none
TUBE	Tube	2	density	geometry
PMAS	Point Mass	1	mass	inertia
PBOY	Point Buoyancy	1	displaced mass	none
FPNT	Field Point	1	none	none
STUB	Slender Tube	3	mass, inertia	geometry
DISC	Circular Disc	2	none	geometry

Figura 7.6 Características dos elementos.

Fonte: Manual ANSYS® AQWA™

A implementação da superfície do corpo de seção cilíndrica, juntamente com a distribuição das massas é realizada através do *Element Type* no *Hydrodynamic Diffraction solver* AQWA™. Cada elemento PMAS e QPPL possui propriedades específicas de geometria e material. No caso do ponto de massa concentrada do cilindro, este trabalho utiliza o elemento PMAS, onde o número de nos é igual a um, o grupo do material contém a massa como uma atribuição ao elemento, e o grupo da geometria estabelece as propriedades de inércia do elemento, contudo o elemento não representa o carregamento do fluido, Figura 7.7.

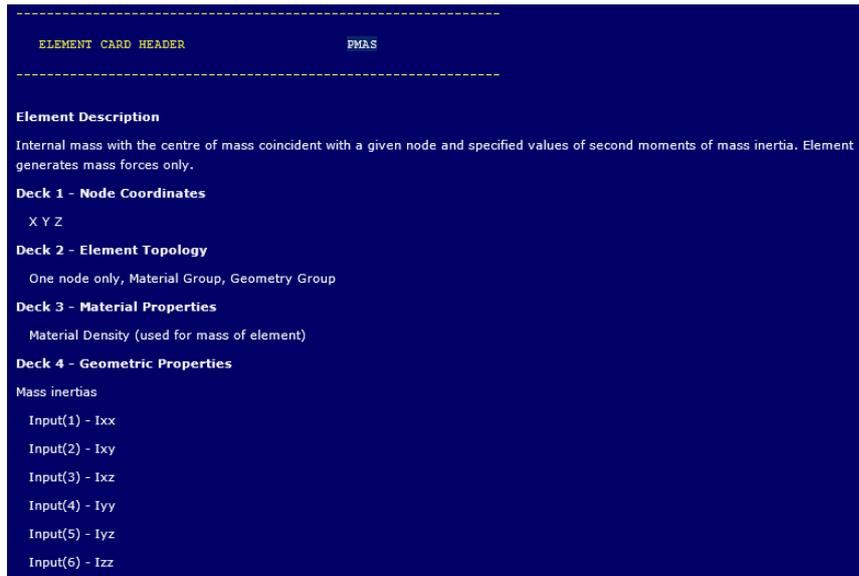


Figura 7.7 Elemento de massa PMAS com o centro de massa junto a um nó especificado.

Fonte: solver ANSYS® AQWA™

O elemento QPPL, Figura 7.8, definido como *diffraction plate*, é do tipo *pressure plate*, possui o número de nós igual a quatro, não apresenta grupo de material e não contém massa atribuída. Este elemento é utilizado para modelar a superfície, através de elementos de placa de pressão para a determinação do carregamento. A distribuição de elementos de difração obedece a regras relacionadas à onda que incide sobre o corpo.

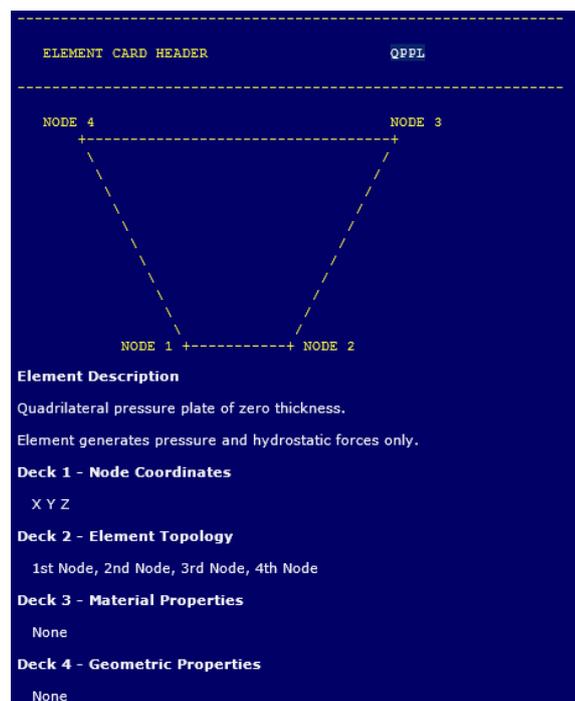


Figura 7.8 Elemento quadrilátero QPPL tipo placa de pressão.

Fonte: Manual ANSYS® AQWA™

Foram utilizados 1685 elementos distribuídos na seguinte forma, um elemento tipo PMAS e total de 1684 elementos tipo QPPL. A distribuição dos elementos é apresentada no arquivo com extensão .LIS, gerado após a simulação.

```

***** ELEMENT TOPOLOGY FOR STRUCTURE 1 *****
-----
E L E M E N T      N O D E      N O D E      N O D E      N O D E      M A T E R I A L      G E O M E T R Y
N U M B E R      T Y P E      N U M B E R      N U M B E R      N U M B E R      N U M B E R      N U M B E R
-----
1666      QPPL      281      304      1509      1510      0      0
1667      QPPL      258      281      1510      1511      0      0
1668      QPPL      235      258      1511      1512      0      0
1669      QPPL      212      235      1512      1513      0      0
1670      QPPL      189      212      1513      1514      0      0
1671      QPPL      166      189      1514      1515      0      0
1672      QPPL      143      166      1515      1516      0      0
1673      QPPL      99      143      1516      1517      0      0
1674      QPPL      97      99      1517      1518      0      0
1675      QPPL      1271     97      1518      1519      0      0
1676      QPPL      1247     1271     1519      1520      0      0
1677      QPPL      1223     1247     1520      1521      0      0
1678      QPPL      1199     1223     1521      1522      0      0
1679      QPPL      1175     1199     1522      1523      0      0
1680      QPPL      1151     1175     1523      1524      0      0
1681      QPPL      1127     1151     1524      1525      0      0
1682      QPPL      1103     1127     1525      1486      0      0
1683      QPPL      1079     1103     1486      1485      0      0
1684      QPPL      1055     1079     1485      1487      0      0
1685      PMAS      99000     0      0      0      99000     99000

```

Figura 7.9 Topologia dos elementos utilizados.

Fonte: Arquivo .LIS do ANSYS® AQWA™

### 7.1.2 Parâmetros de onda incidente sobre o modelo do cilindro no solver AQWA™

O procedimento experimental do movimento oscilatório do cilindro (de altura total de 0,42 m) gera um trem de ondas, também chamado de onda incidente, com amplitude determinada através dos *wave probes*, Figura 8.15. Para fins de simulação no solver AQWA™, admite-se que este trem de onda avança numa lâmina de água com profundidade  $H=0,33+0,16=0,49$  m (soma da altura molhada do cilindro mais altura da base do cilindro ao leito), até encontrar a superfície do cilindro, Figura 7.17. O cálculo da amplitude de onda, para diversos valores da denominada frequência de referência (da experimentação), é fundamentado nos valores obtidos experimentalmente, através do ensaio de arraste em oscilação forçada, e são apresentados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1. Frequência de referência e amplitude de onda.

Frequência de referencia	3	5	7	9	11
Amplitude de onda, cm	0,0769	0,1249	0,2842	0,3864	0,5731

A força desenvolvida durante a irradiação é definida de duas formas; a primeira é proporcional à aceleração do corpo, gerando uma matriz de massa adicional, a segunda é

proporcional à velocidade do corpo. Considerando os comprimentos de onda experimentais, as velocidades de onda são apresentadas na Tabela 7.2, para as diversas frequências de referência.

Tabela 7.2. Comprimento e velocidade de onda.

Frequência de referência	3	5	7	9	11
Comprimento de onda, m	0,13	0,13	0,15	0,16	0,13
Velocidade de onda, mm/s	57	68	80	81	82

A frequência de onda incidente é determinada através de algoritmo no pacote MATLAB®, sendo apresentada da Figura 7.10 até a Figura 7.14.

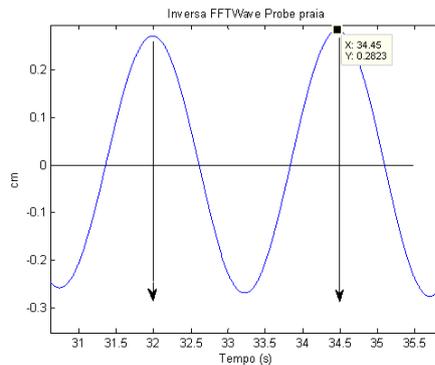


Figura 7.10 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,393–0,405 Hz

Fonte: Autor

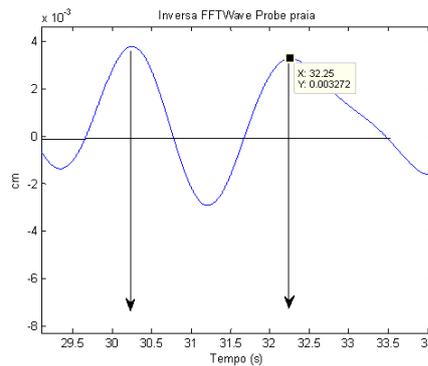


Figura 7.11 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,495–0,500 Hz

Fonte: Autor

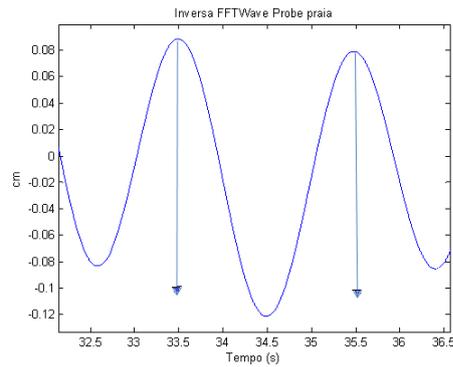


Figura 7.12 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,505–0,508 Hz

Fonte: Autor

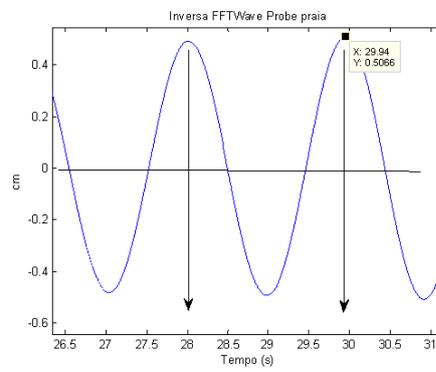


Figura 7.13 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,515–0,523 Hz

Fonte: Autor

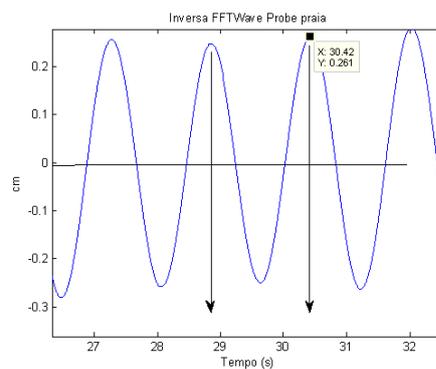


Figura 7.14 Intervalo de frequência de onda incidente, frequência 0,629–0,637 Hz

Fonte: Autor

## 7.2 Massa adicional segundo o solver AQWA™

O cálculo da massa adicional do cilindro é realizado através do solver AQWA™, com a implementação dos intervalos de frequência de onda, da Figura 7.10 à Figura 7.14, no menu *Hydrodynamic Diffraction* sub-menu *Details*, conforme apresentado na Figura 7.15.

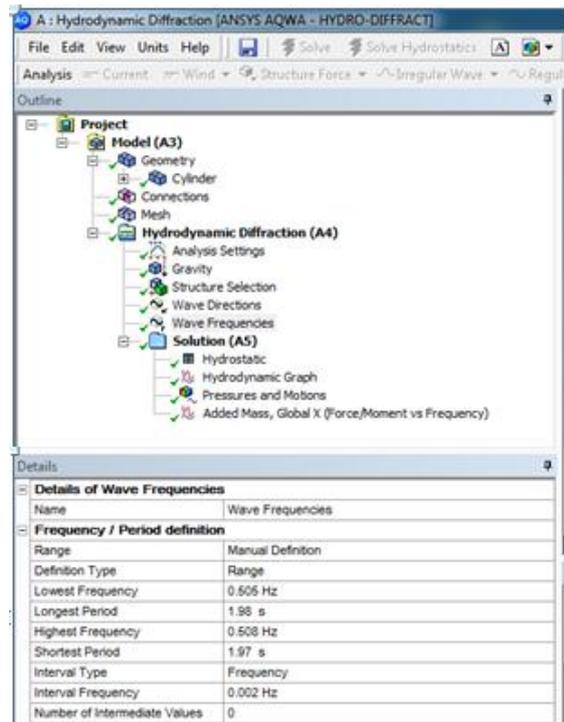


Figura 7.15 Frequência real de onda incidente, 0,505 e 0,508 Hz.

Fonte: Autor

O cálculo da massa adicional segundo o *solver* AQWA<sup>TM</sup> é apresentado através do *menu Outline* e sub-*menu Detalhes*, Figura 7.16.

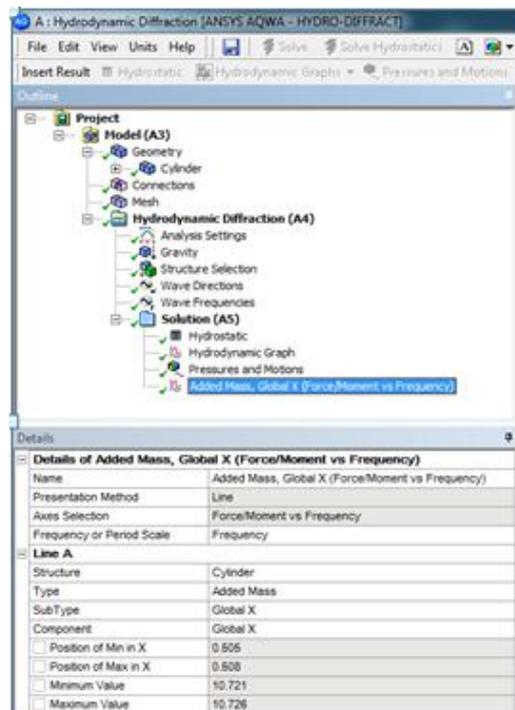


Figura 7.16 Menor valor de massa adicional 10,721 e maior valor 10,726.

Fonte: Autor

A Figura 7.17 apresenta a altura total da lamina de água  $H=0,49$  m e a altura submersa do cilindro  $L=0,33$  m, e a distância entre a base do cilindro até o leito do tanque, igual a  $d=0,16$  m.

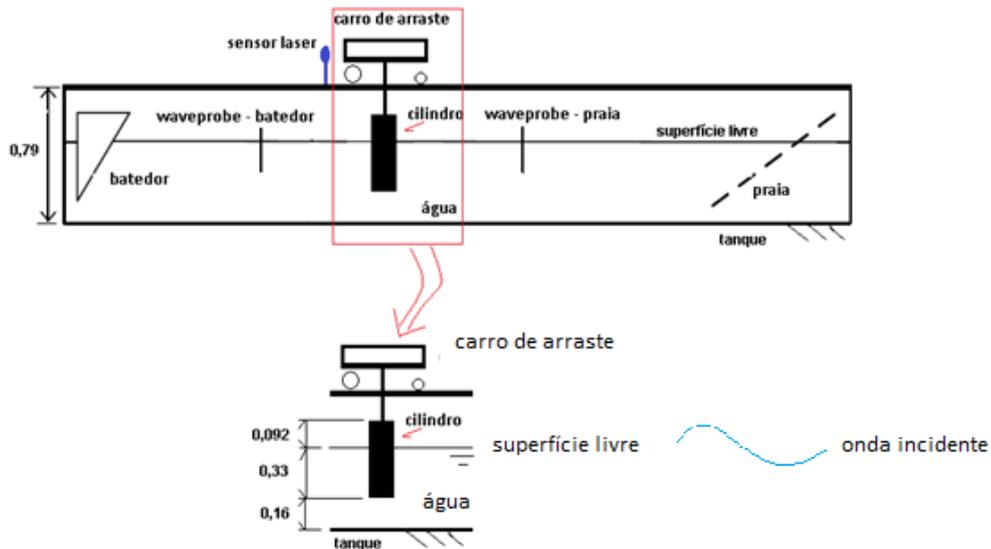


Figura 7.17 Altura da lamina de água  $H$  e altura submersa do cilindro  $L$ .

Fonte: Autor

O centro de flutuação da geometria do cilindro é  $BX=-1,198e-10$  m,  $BY=1,098e-10$  m e  $BZ=-0,165$  m, e os resultados de massa adicional são apresentados na Tabela 7.3, calculados com o uso do *solver* AQWA<sup>TM</sup>:

Tabela 7.3. Frequência de onda e para massa adicional.

Frequência da onda, Hz	Massa adicional no ANSYS <sup>®</sup> AQWA <sup>TM</sup> , kg
0,4048	10,51
0,5050	10,69
0,5154	10,72
0,4950	10,75
0,63698	11,02

As matrizes de massa adicional geradas pelo programa ANSYS<sup>®</sup> AQWA<sup>TM</sup> ficam no arquivo .LIS, se disponibilizando uma matriz de massa adicional para cada frequência de ensaio.

## 8. DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL

Objetivo do capítulo é apresentar os resultados para massa adicional experimental a partir dos ensaios realizados no Laboratório de Interação Fluido-Estrutura – LIFE, da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Rio Grande. O ensaio trata do movimento oscilatório de um cilíndrico, Figura 8.1, fixado a um carro de arraste, Figura 8.2, em movimento de oscilação forçada.

### 8.1 Fixação do cilindro no tanque de arraste

No desenvolvimento experimental, o cilindro é construído em PVC, com raio de  $a = 0,105$  m e altura total de  $h=0,422$  m, Figura 8.1, para um comprimento submerso de  $L = 0,330$  m.

A massa adicional teórica do cilindro é calculada com a equação (8.1), resultando em  $m_a = 998 \pi(0,105)^2 0,330 = 11,40$  kg.,

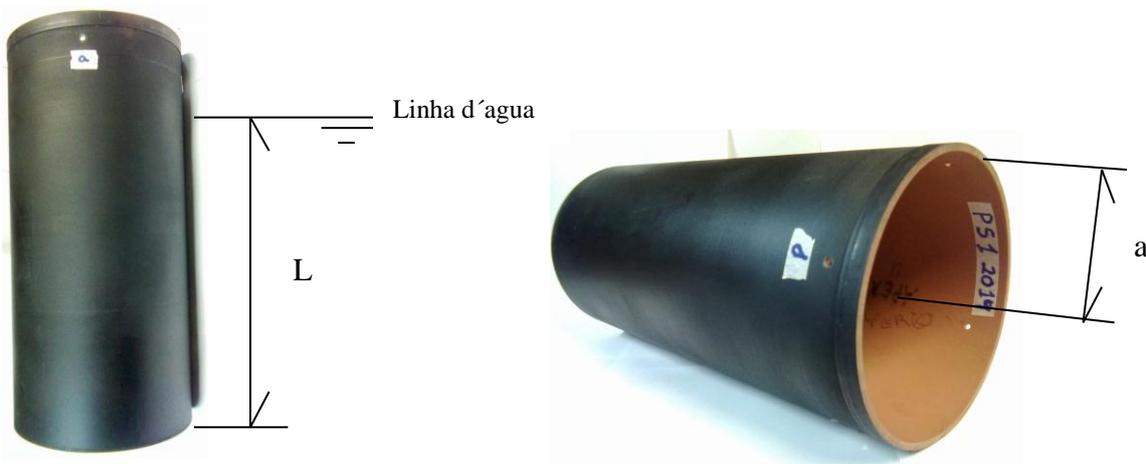


Figura 8.1 Comprimento submerso (L) e raio (a) do cilindro de ensaio.

Fonte: Autor

Na face superior do cilindro é anexado um conjunto de vigas (estrutura de fixação), em aço estrutural ASTM A1020, que fixam o cilindro à base do carro de arraste, através de uma haste, que serve de apoio a instalação dos sensores de aceleração, e célula de carga (com sensibilidade de 15 kg), Figura 8.3. Na parte inferior é vedada com tampa transparente em acrílico. No interior do cilindro, foi adicionada uma massa de lastro, cujo valor é de 6,85 kg. Assim, a massa total medida para o sistema (cilindro) é de 11,28 kg.

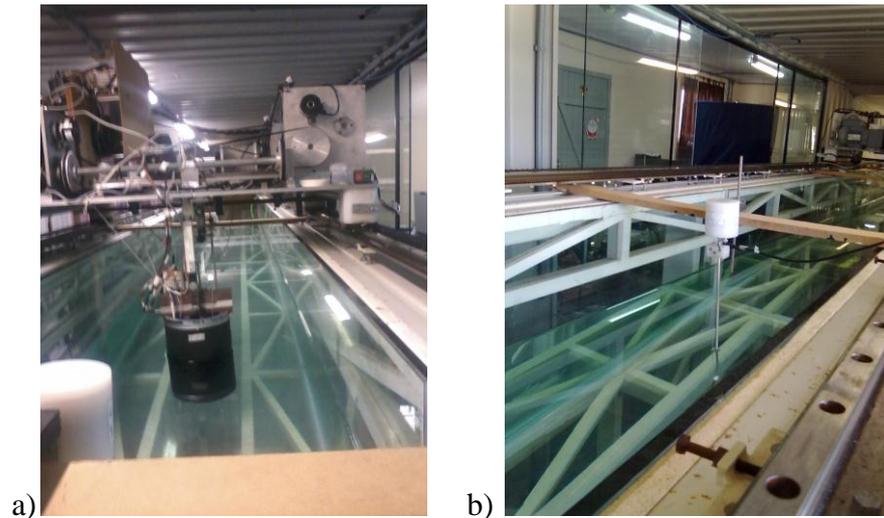


Figura 8.2 a) Sistema cilindro, haste e carro de arraste e b) *Wave probe* no lado do batedor.

Fonte: Autor



Figura 8.3 Sistema de fixação do cilindro no carro de arraste.

Fonte: Autor

O tanque de arrasto é formado por chapas de vidro com dimensões de 0,74 x 0,73 m de seção transversal e comprimento útil de ensaio de 9,60 m. As chapas de vidro que compõem as paredes do canal possuem espessura de 19 mm, sendo que o fechamento do canal nas extremidades é feito por duas chapas de vidro com dimensões de 0,74 x 0,73 metros, [Coelho *et al.*, 2008].

A estrutura que sustenta o tanque e o carro de arrasto, Figura 8.4, é confeccionada em aço carbono ASTM A36, e possui comprimento total de 16 metros. O comprimento total da estrutura é dividido em cinco módulos de 3,2 m cada. A base da estrutura possui um sistema de nivelamento que permite o alinhamento horizontal total da estrutura.

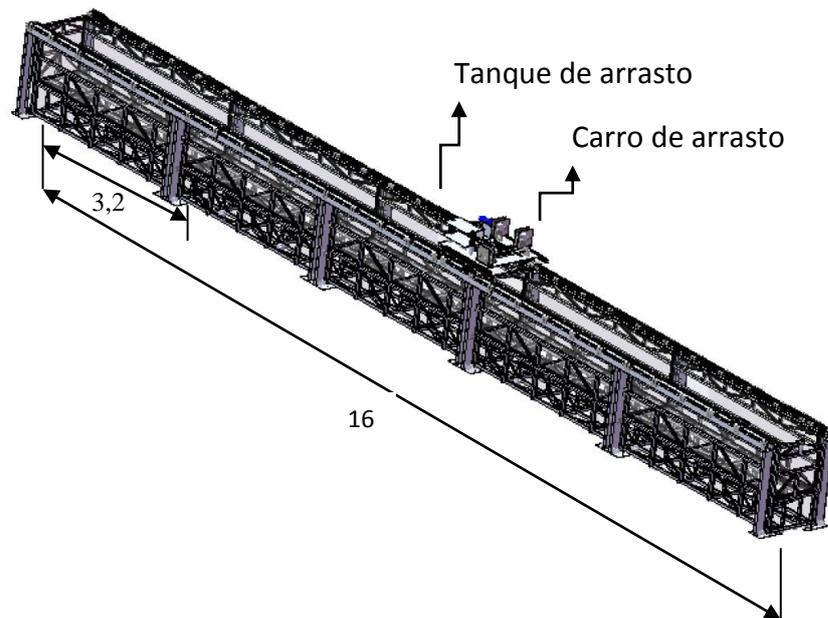


Figura 8.4 Tanque de arrasto e carro de arrasto.

Fonte: Coelho *et al.*, 2008

Os ensaios de oscilação forçada foram realizados no módulo intermediário do tanque, Figura 8.5, visto que esta posição é a mais favorável se considerar a sala de comando dos ensaios, posição do equipamento e visualização de resultados. Neste módulo foram instalados o sensor laser, em destaque na Figura 8.5 e Figura 8.6, e os sensores para determinar a altura de onda, Figura 8.2 (b).

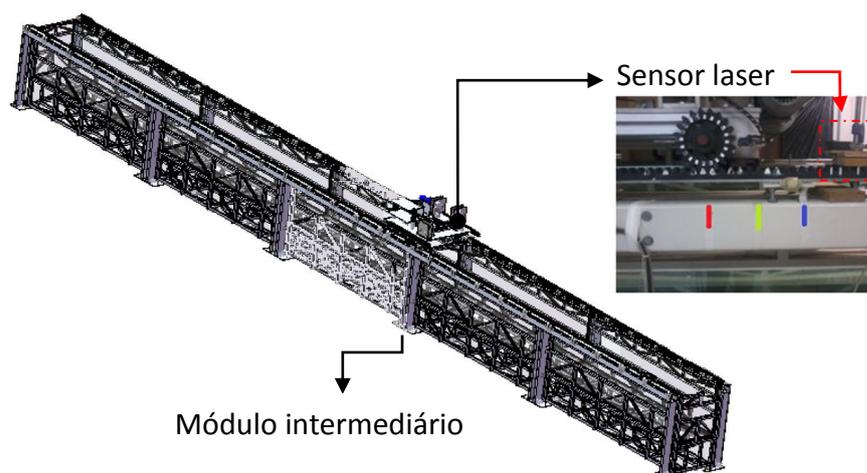


Figura 8.5 Módulo intermediário para montagem do experimento e posição do sensor laser.

Fonte: Coelho *et al.*, 2008

## 8.2 Conjunto carro de arrasto e cilindro

O cilindro é arrastado pelo carro, em movimento de oscilação forçada, programado através do pacote MATLAB® e controlado via sensor *laser* e pacote LabView. O movimento é limitado pela marcação existente na viga de sustentação do carro no tanque de arraste, Figura 8.5.

### 8.2.1 Movimento de oscilação do cilindro

A variação de amplitude do movimento do cilindro define-se entre -7 e 7 cm ou -9 cm e 9 cm, conforme apresentado na Figura 8.6 a). A marca em verde significa que o carro está na posição zero e aguarda o comando para iniciar o arraste. A marca em vermelho significa que o carro atingiu o deslocamento máximo para a esquerda de -9 cm, a partir da marca verde, com o movimento em direção à praia. A marca em azul significa que o carro atingiu o deslocamento máximo de 9 cm, a partir da marca verde, com o movimento em direção ao bater. O eixo longitudinal do cilindro é normal à superfície livre do fluido, não existindo movimento de rotação ou de *heave* do cilindro.

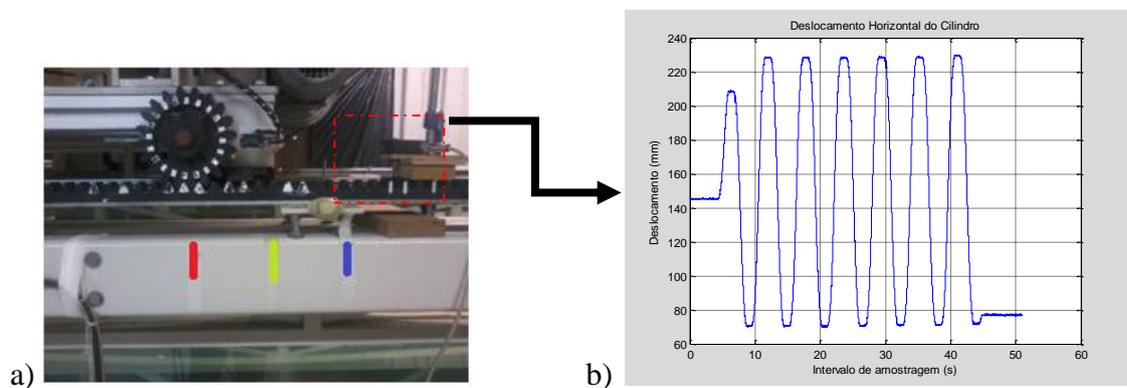


Figura 8.6 Deslocamento do carro de arrasto; a) limites, b) trajetória.

Fonte: Autor

O movimento do carro é captado por um sensor *laser*, tendo sido necessário instalar no carro de arrasto um anteparo para melhoria da sensibilidade do *laser*, Figura 8.7.

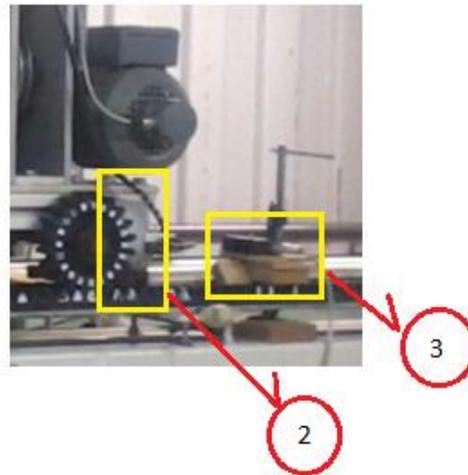


Figura 8.7 Anteparo no carro de arraste (2) e sensor laser (3)

Fonte: Autor

Dois sensores do tipo *wave probes* (Figura 8.8) são utilizados para determinar o nível da superfície livre da água. Os *wave probes* estão instalados a uma distância de 1,1 m de distância do centro do cilindro, em ambos os lados do cilindro. A posição dos *wave probes* no laboratório, quando instalados no tanque de arrasto, faz referência ao lado da praia (Figura 8.9) e ao lado do baterador, a partir do observador posicionado na porta da sala de comando.



Figura 8.8 *Wave probes*

Fonte: Autor

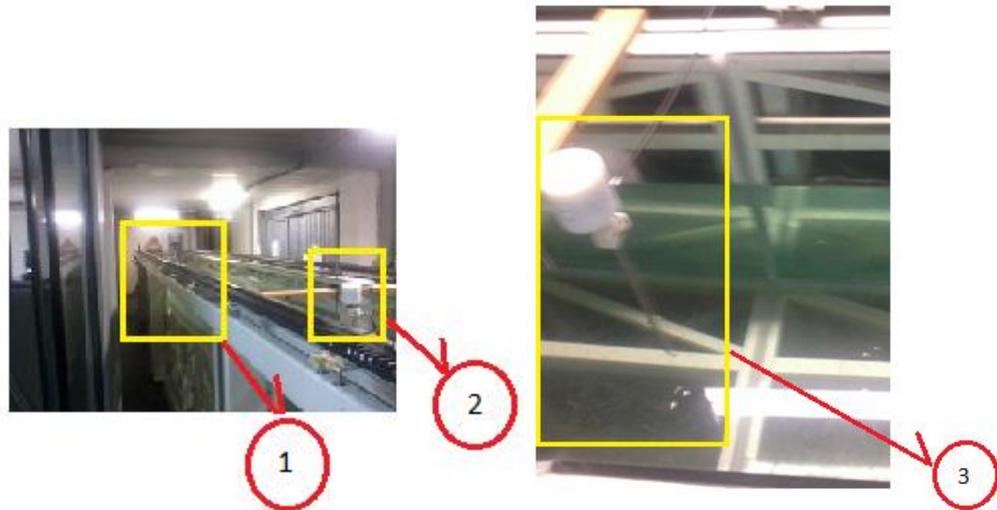


Figura 8.9 *Wave probe* no lado da praia; (1) lado praia, (2) sensor, (3) fixação.

Fonte: Autor

O registro da aceleração é realizado através de dois acelerômetros, um deles junto ao carro de arraste e outro interno ao cilindro, instalados conforme Figura 8.10 e Figura 8.11.



Figura 8.10 Acelerômetros; (A) junto ao carro de arraste, (B) interno ao cilindro.

Fonte: Autor

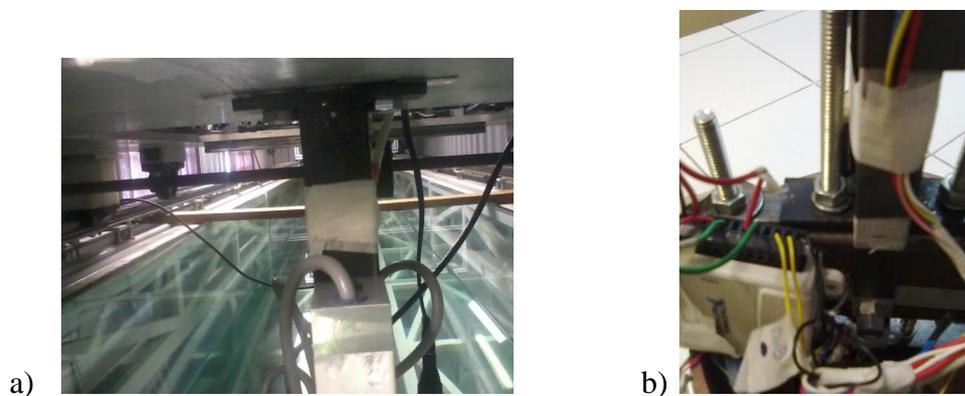


Figura 8.11 Montagem de acelerômetros: a) junto ao carro de arraste, b) interno ao cilindro.

Fonte: Autor

## 8.2.2 Realização do ensaio de oscilação

O intervalo de tempo para a realização dos ensaios foi de 50 s, conforme se verifica na Tabela 8.1. Neste intervalo, os 5 s iniciais serviram para o *setup* do grupo de sensores, do carro de arraste e do programa de aquisição responsável por ligar os sensores e dar início ao ensaio. O intervalo entre 45 e 50 s foi utilizado para desligar os sensores e finalizar o programa de aquisição. Assim, o intervalo efetivo de medição ficou entre 5 e 45 s. Desta forma, o tempo total de aquisição foi de 40 s.

Tabela 8.1. Programação do ensaio de arrasto.

Intervalo	Tempo, s	Função realizada
1	0 a 5	<i>setup</i> dos equipamentos
2	5 a 45	coleta efetiva de dados
3	45 a 50	finalização do ensaio

Os registros coletados pelo sistema de sensores instalados na haste, no trilho de deslizamento do carro e pelos *wave probes* foram tratados em programa desenvolvido no pacote LabView, com a tela de *interface* mostrada na Figura 8.12.

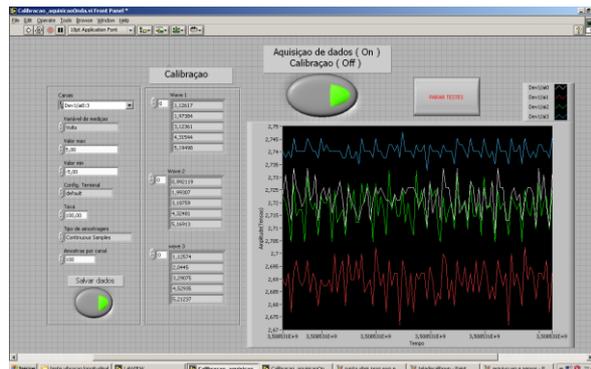


Figura 8.12 Interface do programa desenvolvido no pacote LabView.

Fonte: Autor

Os registros de célula de carga, acelerômetros, sensor de deslocamento e *wave probes* foram disponibilizados na forma de arquivos com extensão *.txt*, posteriormente tratados em planilha Microsoft Excel e no pacote MATLAB®, para uso final na programação do pacote MATLAB® e simulação no programa ANSYS® AQWA™.

### 8.2.3 Perfil de deslocamento do fluido

O arrasto do cilindro provoca o deslocamento da água e a formação de ondas irradiadas a partir do cilindro, conforme Figura 8.13 e Figura 8.14, com amplitude de onda registrada pelos sensores *wave probe*, Figura 8.15.

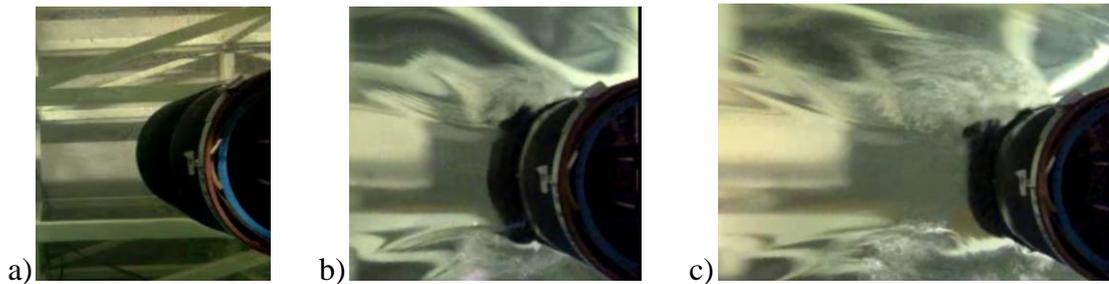


Figura 8.13 Movimentação do cilindro: a) em repouso, b) para direita c) término.

Fonte: Autor

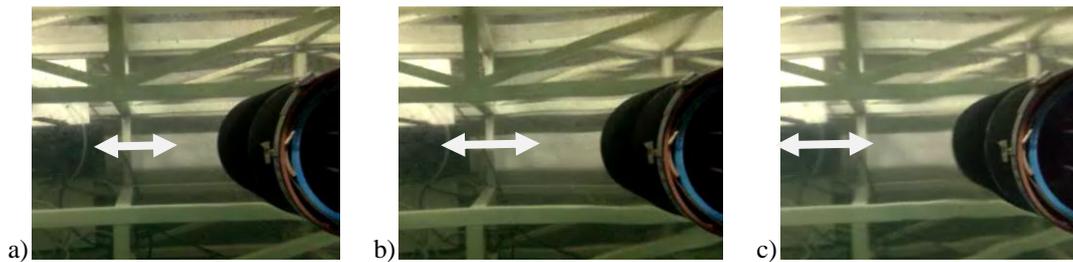


Figura 8.14 Movimento oscilatório do cilindro: a) em repouso, b) e c) em oscilação.

Fonte: Autor

Para o cálculo da massa adicional nos programas ANSYS® AQWA™ e MATLAB® faz-se necessário determinar a amplitude da onda via *wave probes*, Figura 8.15, tendo sido utilizada filtragem na Transformada de Fourier para a determinação do sinal de amplitude de onda no domínio da frequência, e após a Transformada Inversa de Fourier para ter os registros no domínio do tempo.

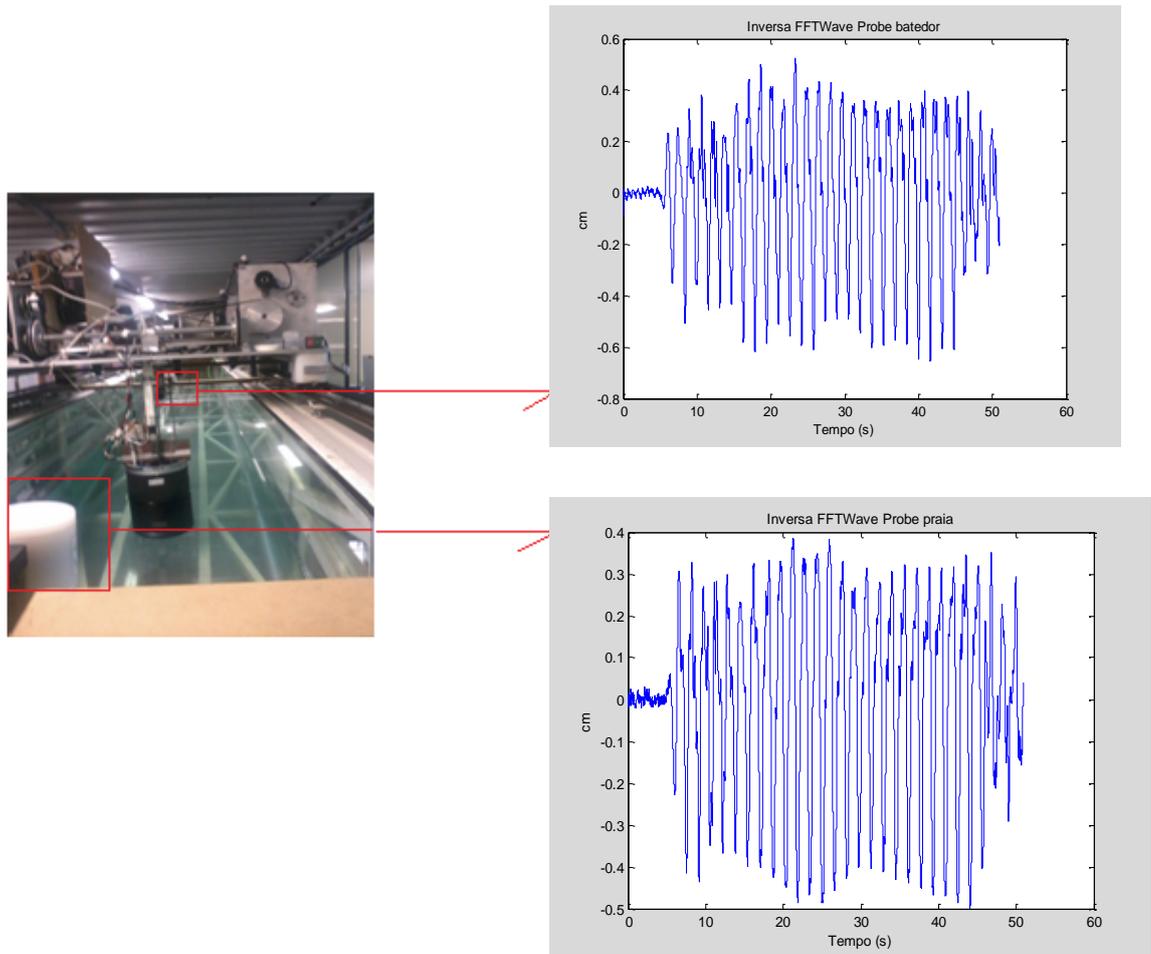


Figura 8.15 Transformada Inversa de Fourier da elevação de ondas irradiadas.

Fonte: Autor

#### 8.2.4 Visualização do escoamento via técnica PIV

A corrente existente no tanque de ensaio incide sobre o cilindro sólido, criando um escoamento em torno da superfície submersa do cilindro. As paredes do cilindro formam regiões de variação de pressão, onde a camada limite ficará colada junto à superfície de espessura fina. No caso da teoria invíscida dará bons resultados para o escoamento externo se  $Re > 10^4$  (neste trabalho  $Re > 16 \cdot 10^3$ ,  $KC = 0,097$ ,  $F_R = 0,057$ ). A teoria invíscida deve aparecer no caso onde,  $L/(2a) < 10$  (neste trabalho igual a 1,65).

A aquisição e o processamento de imagens via PIV (*Particle Image Velocimetry*) é um conjunto formado por câmeras, canhão *laser*, computador e o objeto de estudo, Figura 8.16. Esta configuração viabiliza uma visão de quadros em sequência de imagens capturadas, a partir do tanque de ensaio. As câmeras de captura e gravação possuem intervalos de obtenção de imagens, variável entre 1/30 s até 1/10000 s.

Uma seção é iluminada com um plano *laser*, Sistema Padrão na Figura 8.16, e as imagens são capturadas nas regiões de interesse. Para medições do comportamento do fluido na superfície do corpo, se faz necessário a definição de um domínio (plano) onde as partículas são visualizadas.

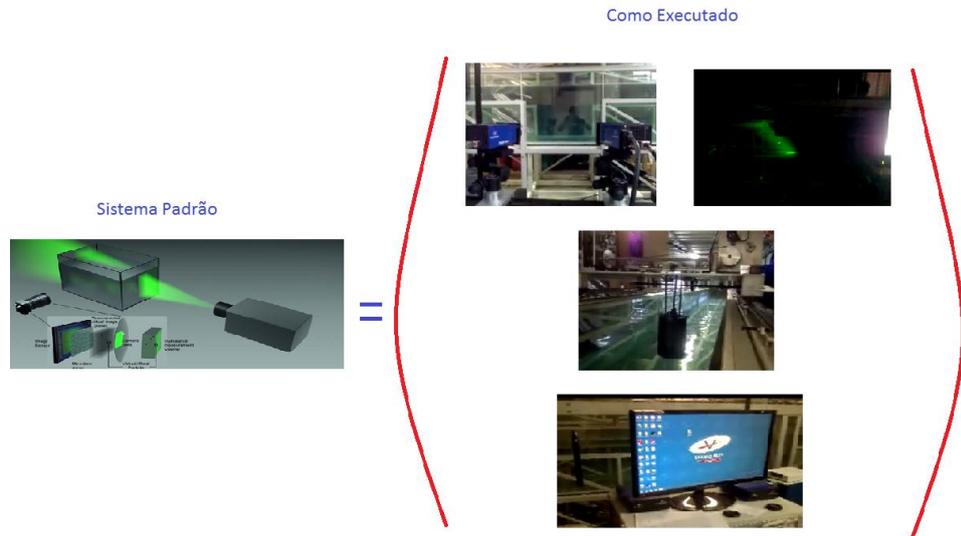


Figura 8.16 Sistema PIV - Laboratório de Interação Fluido Estrutura.

Fonte: Autor

Através do processamento dos campos de escoamento, é possível determinar multipontos de velocidade simultaneamente, num mesmo espaço bidimensional, viabilizando uma visão direta da distribuição das linhas de corrente, Figura 8.18, Figura 8.20 e Figura 8.23.

Os parâmetros adotados para mapeamento de vórtices no entorno do cilindro com a técnica PIV, para períodos específicos de onda, são apresentados como segue:

- 1- Período de onda igual a 1s //  $V$  (0,005m/s a 0,09m/s) //  $Re$  ( $10^3$  a  $1,8 \times 10^4$ ) //  $L/(2a) = 2,0$  //, ver Figura 8.17 e Figura 8.18.
- 2- Período de onda igual a 1,2s //  $V$ (0,005m/s a 0,09m/s) //  $Re(10^3$  a  $1,8 \times 10^4)$  //  $L/(2a) = 2,0$  //, ver Figura 8.19 e Figura 8.20.
- 3- Período de onda igual a 2s //  $V(0,005m/s$  a  $0,09m/s)$  //  $Re(10^3$  a  $1,8 \times 10^4)$  //  $L/(2a) = 2,0$  //, ver Figura 8.21 e Figura 8.23.

Da Figura 8.17 até a Figura 8.23 se observa o comportamento das partículas do fluido próximas da superfície do cilindro, o que permite avaliar se existe ou não descolamento do fluido, e com isso definir qual o comportamento do escoamento.

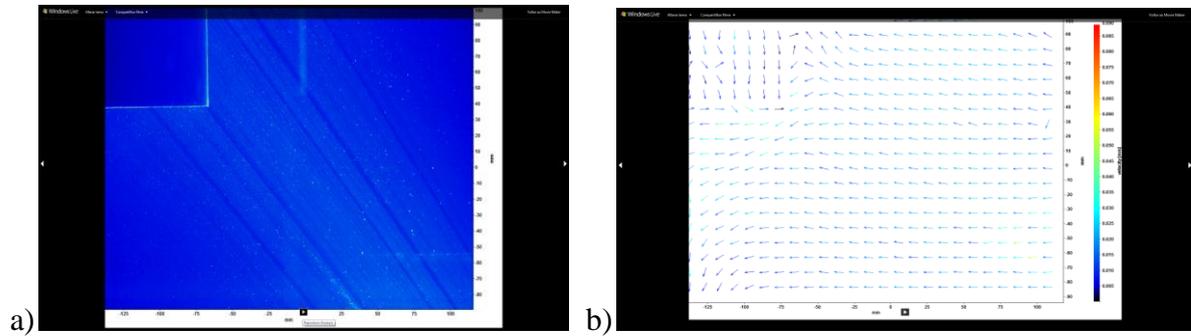


Figura 8.17 Período de onda igual 1s: a) Cilindro atacada pelo feixe laser, b) Campo vetorial de velocidade.

Fonte: Autor

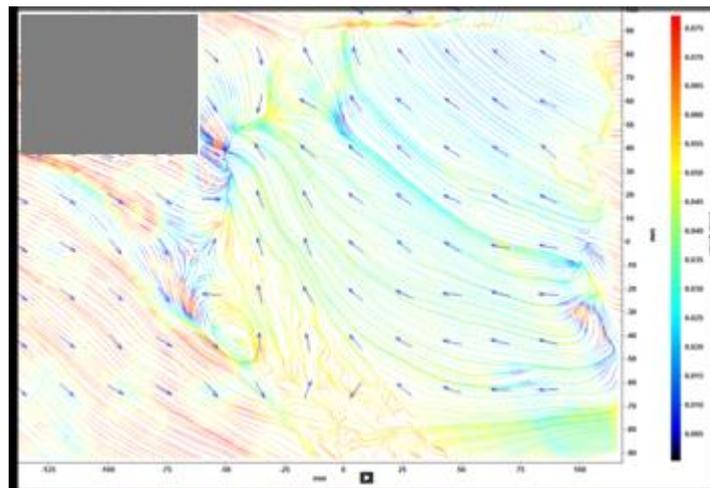


Figura 8.18 Período de onda igual 1s, linhas estacionárias.

Fonte: Autor

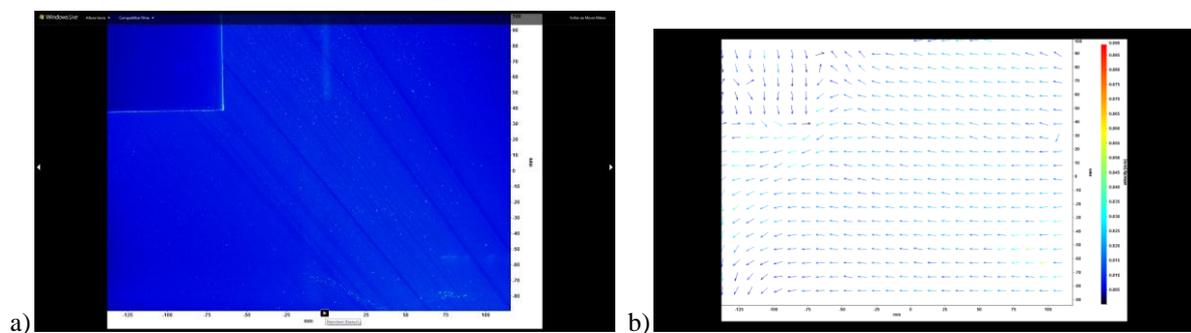


Figura 8.19 Período de onda igual 1,2 s: a) Cilindro atacada pelo feixe laser, b) Campo vetorial de velocidade.

Fonte: Autor

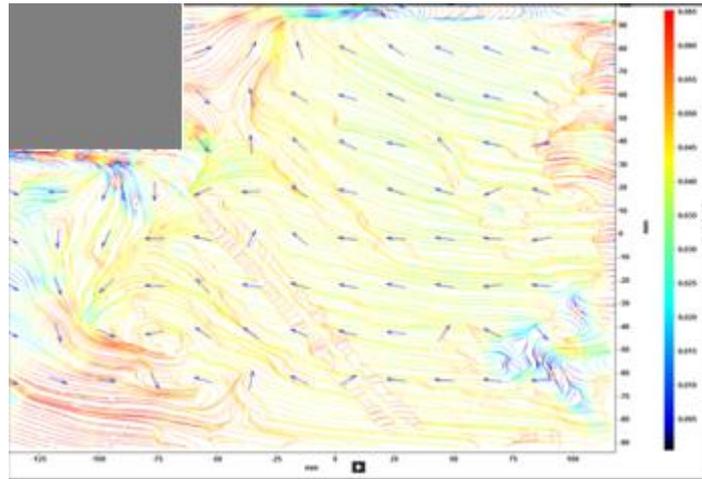


Figura 8.20 Período de onda igual 1,2 s, linhas estacionárias.

Fonte: Autor

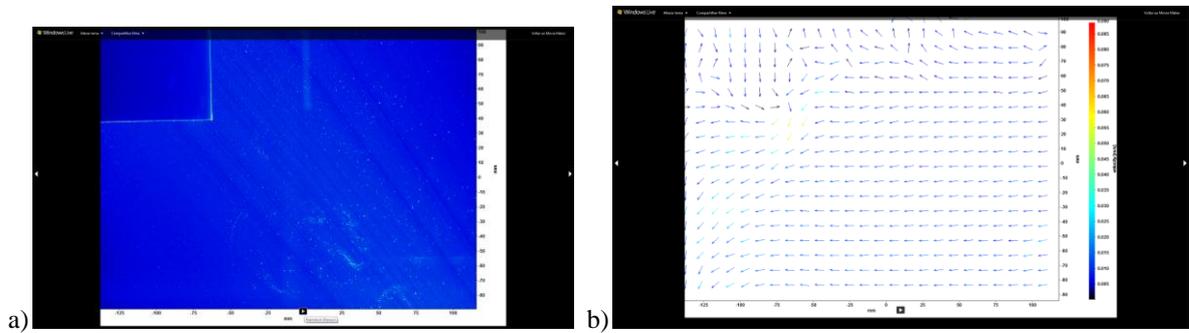


Figura 8.21 Figura 8.22 Período de onda igual 2 s: a) Cilindro atacada pelo feixe laser, b) Campo vetorial de velocidade.

Fonte: Autor

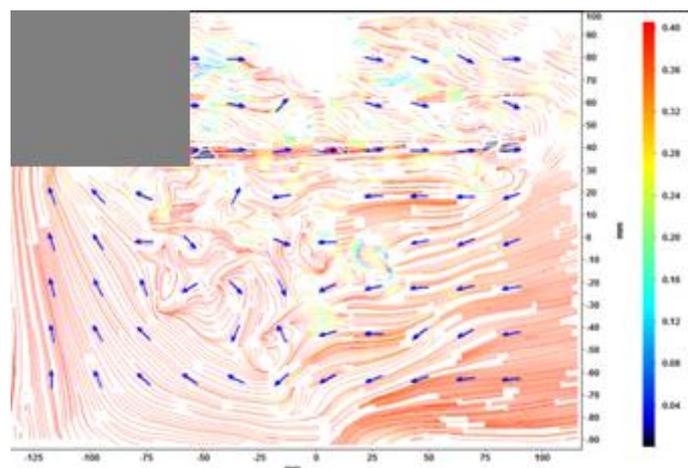


Figura 8.23 Período de onda igual 2 s, linhas estacionárias.

Fonte: Autor

A abordagem do escoamento, considerando as características do fluido, a superfície do cilindro e o movimento, viabiliza o uso da técnica PIV no mapeamento de vórtices no fluido, bem como na superfície do cilindro.

### 8.3 Resultados analítico e experimental para massa adicional

#### 8.3.1 Massa adicional analítica segundo Blevins, 2001

O coeficiente de massa adicional, para diversos corpos tridimensionais e placas em movimento foram relacionados por diversos autores, dentre eles Wendel em 1950 para cilindros de seção circular, conforme mencionado por Blevins, 2001. Para um cilindro vertical se movendo lateralmente, o coeficiente  $\alpha$  de massa adicional é calculado utilizando a tabela da Figura 8.24.

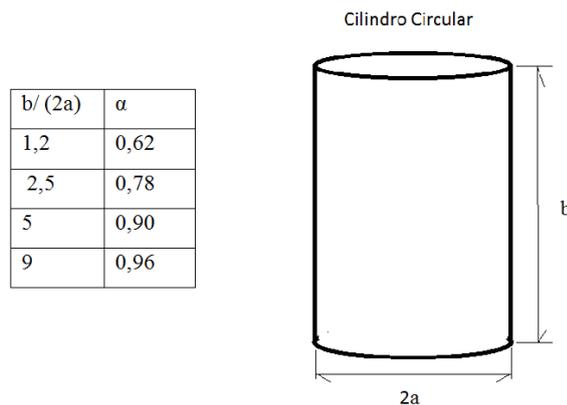


Figura 8.24 Coeficiente  $\alpha$  de massa adicional, segundo Wendel.

Fonte: Autor

Considerando as dimensões do cilindro de ensaio, onde o raio é igual a 0,105 m e o comprimento total submerso é igual a 0,33 m, o cálculo do coeficiente  $\alpha$  de massa adicional considera a relação  $b/(2a) = 0,33/(0,210) = 1,57$ ; logo por interpolação o coeficiente  $\alpha$  é igual a 0,75.

A determinação analítica da massa adicional  $m_a$  considera a massa deslocada de fluido, através da equação (8.1), White, 2002.

$$m_a = \alpha \rho \pi a^2 L \quad (8.1)$$

onde,

$m_a$  é a massa adicional para o volume deslocado.

$\alpha$  é o coeficiente de massa adicional (0,75).

$\rho$  é a densidade da água ( $998 \text{ kg/m}^3$ ).

$a$  é o raio do cilindro (0,105 m).

$L$  é o comprimento submerso do cilindro (0,33 m).

Considerando os valores previamente definidos, o valor da massa adicional calculada pela equação (8.1) resulta  $m_a = 0,75 * 998 \pi(0,105)^2 0,330 = 8,55 \text{ kg}$ .

### 8.3.2 Massa adicional experimental

A montagem esquemática e o posicionamento dos sensores para o calculo de massa adicional é apresentado na Figura 8.25.

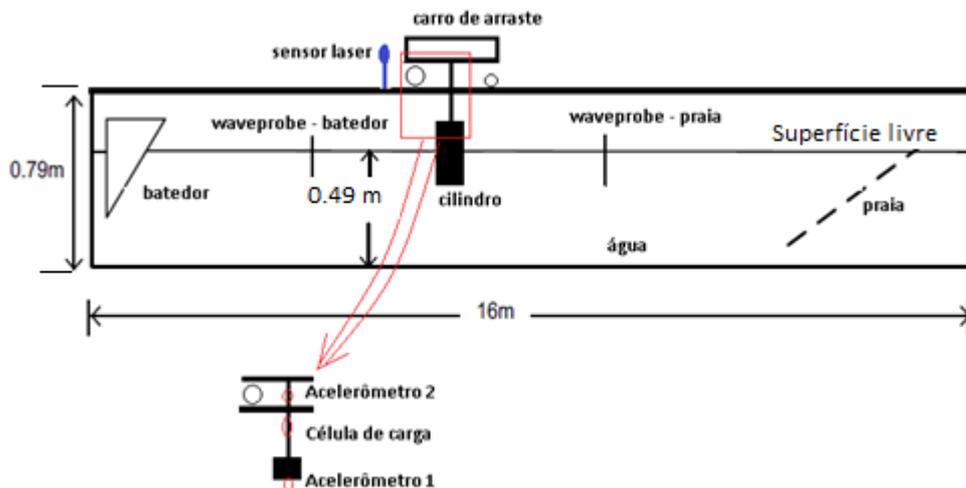


Figura 8.25 Esquema geral do experimento.

Fonte: Adaptado de Machado *et al.*, 2012

Para o cálculo da massa adicional experimental, a amplitude do deslocamento do carro de arrasto e a frequência de referência foram consideradas para classificar as frequências reais dos ensaios, Tabela 8.2. Posterior à realização dos experimentos foi desenvolvido um programa no pacote LabView que disponibiliza os valores detectados pelos sensores em um arquivo com extensão .txt. Para cada amplitude de oscilação (deslocamento do carro), foram impostas 6 frequências de referência.

Tabela 8.2. Frequência real de deslocamento do carro de arrasto.

Deslocamento carro, cm	Frequência		Período	
	De referência	Real, Hz	De referencia	Real, s
7 9	1	0,059	1,000	17,001
7 9	3	0,177	0,333	5,666
7 9	5	0,294	0,200	3,400
7 9	7	0,392	0,143	2,550
7 9	9	0,510	0,111	1,962
7 9	11	0,628	0,091	1,594

Os resultados compilados no arquivo de extensão .txt, são utilizados pela rotina de pós processamento desenvolvida no MATLAB®, que serve para calcular o valor RMS para cada um dos sensores. Pelas restrições associadas aos ensaios de oscilação e decorrente das limitações dos equipamentos, a determinação da massa adicional experimental,  $m_{ad\_exp}$ , apenas aproximasse pela (8.2).

$$m_{ad\_exp} = \frac{RMS_{cel\_carga}}{RMS_{acel\_cil}} - m_{cil} \quad (8.2)$$

onde,

- $m_{ad\_exp}$             massa adicional experimental
- $RMS_{Cel\_Carga}$     RMS do carregamento na célula de carga.
- $RMS_{Acel\_Cil}$       RMS da aceleração no cilindro.
- $m_{Cil}$                 massa do cilindro (inclui massa pontual), igual a 11, 40 kg.

Considerando a amplitude de deslocamento do carro igual a 9 cm, os resultados de massa adicional experimental para as diversas frequências de oscilação resultaram em valores inferiores a 5 kg.

## 9. CONCLUSÕES

Foi implementado um programa computacional utilizando o método dos painéis, no pacote comercial MATLAB®, onde o corpo quando submetido a um trem de ondas com ângulos de incidência predefinidos, velocidade e frequência conhecidas, possibilita determinar os valores de massa adicional e matriz de amortecimento.

Foi construído um cilindro em PVC com estrutura para fixação na base do carro de arraste, além de um conjunto de sensores para mensurar carga, aceleração do cilindro, deslocamento do carro e amplitude de onda, fornecendo os parâmetros necessários ao cálculo de massa adicional experimental e computacional. A não ocorrência de vórtices foi observada através do mapeamento das linhas de corrente do fluido e na superfície do cilindro, através da técnica PIV.

Para fins de validação dos resultados obtidos com o programa desenvolvido no pacote MATLAB®, um modelo para simulação do cilindro foi implementado no programa ANSYS®AQWA™.

A comparação dos resultados computacionais de massa adicional é apresentada na Tabela 9.1, se observando uma boa correspondência entre eles, e próximo do valor analítico de 8,55 kg. Quanto aos resultados experimentais, pelas restrições associadas aos ensaios de oscilação utilizados, e decorrente das limitações do tanque de prova e dos equipamentos para realizar ensaios de arraste, a determinação da massa adicional experimental ficou menor que os valores computacionais.

Tabela 9.1. Resultados de massa adicional

Frequência da onda, Hz		0,405	0,505	0,515	0,495	0,636
Massa adicional, kg	Programa AQWA™	10,51	10,69	10,72	10,75	11,02
	Pacote MATLAB®	9,63	9,83	9,85	9,89	10,23

No que diz respeito às próximas etapas do trabalho, são elencadas algumas sugestões:

- Utilizar outras modalidades de ensaios experimentais para determinar as propriedades hidrodinâmicas.
- Testar numérica/experimentalmente outros corpos com seção transversal diferente da circular.

- Identificar possíveis alternativas de simplificação na modelagem hidrodinâmica ou análise de sensibilidade/convergência, tomando vantagem de o programa desenvolvido estar em código aberto.
- Utilizar outros programas comerciais que permita uma gama maior de alternativas de interação de parâmetros, para validação de resultados experimentais.

## 10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blevins, R.D. Formulas for natural frequency and mode shape. **Krieger Publishers Company**, p. 506, 2001.

Chakrabarti, S.K. **Hydrodynamics of Offshore Structures: Mathematical Theory and its Applications in Structures**, 1987.

Coelho, J.F.de L. **Desenvolvimento de Uma Instalação Experimental para Estudo de Fenômenos de Interação Fluido Estrutura**, Rio Grande, 2008, Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica), Programa de Pós Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal de Rio Grande.

Coelho, J.F.de L.; Pinto, W.T.; Gomes, S.C.P.; da Rosa, V.S.; Gervini, V.I.; Rosa, A.L.R.; Cassel, D.P.; Hartmann, E. Construção de um canal de testes para estudo de interação fluido estrutura, Em: **III Seminário e Workshop em Engenharia Oceânica**, 2008, 15 p.

DNV, Det Norske Veritas. **DNV-RP-F205 Global Performance Analysis of Deepwater Floating Structures, Recommended Practice**, 2004, 28 p.

Du, S.X.; Wu, Y.; Price, W.G. Forward speed effect on the structural responses of a ship travelling in waves, In: **Proceedings of the Second International Conference on Hydroelasticity in Marine Technology**, v. 1, p. 401-410, 1998.

Eatock Taylor, R.; Zietsman, J.; A comparison of localized finite element formulations for two-dimensional wave diffraction and radiation problems, **Intl. J. Num. Meth. Eng.**, v.17, p.1355-1384, 1981.

Faltinsen, O.M.; Hydroelastic slamming, **Journal of Marine Science and Technology**, v. 5, p. 49-65, 2000.

Faltinsen, O.M.; Ringing loads on a slender vertical cylinder of general cross-section. **Journal of Engineering Mathematics**, v.35, p.199-217, 1999.

Faltinsen, O.M. **Sea Loads on Ships and Offshore Structures**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1990, 328 p.

Faltinsen, O.M.; Zhao, R.; Umeda, N. Numerical predictions of ship motions at high forward speed, **Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering**, v. 334, p. 241-252, 1991.

Ghadimi, P.; Jabbari, M.H.; Reisinezhad, A. Calculation of solitary wave shoaling on plane beaches by extended Boussinesq Equations. **Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics**, v. 6, n. 1, p. 25-38, 2012.

Goda, Y., **Random Seas and Design of Maritime Structures**, Advanced series on ocean engineering, 2010, 732 p.

Hauteclouque, G.; Rezende, F.; Giorgiutti, Y. Wave kinematics and seakeeping calculation with varying bathymetry, In: ASME 2009 28th **International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering**, v. 1, p. 515-523, 2009.

Hess, J.L.; Smith, A.M.O.; Calculation of non-lifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies. **Douglas Aircraft Division Report**, Long Beach, p. 1-177, 1962.

Hess, J.; Smith, A.; Calculation of potential flow about arbitrary bodies. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 8, p. 1-138, 1966.

Hirdaris, S.E.; Price, W.G.; Temarel, P. Two and three dimensional hydroelastic modelling of a bulker in regular waves, **Marine Structures**, v. 16, n. 8, p. 627-658, 2003.

Iijima, K.; Yao, T.; Moan, T. Structural response of a ship in severe seas considering global hydroelastic vibration, **Marine Structures**, v. 21, n. 4, p. 420-445, 2008.

Journée, J.M.J.; Massie, W.W. **Offshore Hydromechanics**, Delft University of Technology, 2001, 570 p.

Korsmeyer, F.T.; Lee, C.-H.; Newman, J.N.; Sclavounos, P.D. The analysis of wave interactions with tension leg platforms. In: **OMAE Conference**, 1988, Houston, TX, USA.

Koval, L.R.; Effect of longitudinal resonance on the parametric stability of an axially excited cylindrical shell, **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 95, p. 91-97, 1974.

Li, H.-B.; Han, G.-M.; Mang, H.A. A new method for evaluating singular integral in stress analysis of solids by the direct boundary element method, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 21, n. 11, p. 2071-2098, 1985.

Liu, X.; Sakai, S. Time domain analysis on the dynamic response of a flexible floating structure to waves, **Journal of Engineering Mechanics**, v. 128, n. 1, p. 48-56, 2002.

Longuet-Higgins, M.S.; Cartwright, D.E; Smith, N.D. Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy. In: **Ocean Wave Spectra**, May 1-4, 1961, Easton, MD, USA. Proceedings of a Conference. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 1963.

Machado, D.M.; Pinto, W.T; Vinzon, S.B.; Parente, C.E. Uma investigação experimental sobre a dinâmica de ondas geradas por um batedor do tipo cunha. Em: **Conferência Internacional em Tecnologias Naval e Offshore: Ciência e Inovação NAVTEC 2012**, Março 22-24, 2012, Rio Grande, RS, Brasil. Anais do NAVTEC 2012.

Mengy, Y.; Argeso, H. A. Unified approach for the formulation of interaction problems by the boundary element method, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 66, n. 5, p. 816-842, 2006.

Nagai, K.; Yamaki, N. Dynamic stability of circular cylindrical shells under periodic compressive forces, **Journal of Sound and Vibration**, v. 58, n. 3, p. 425-441, 1978.

Newman, J.N.; Sclavounos, P.D. The computation of wave loads on large offshore structures. In: **Conference on the Behaviour of Offshore Structures**, 1988, Trondheim, Norway. Proceedings of the “Boss” Conference, p. 1-18.

Newman, J.N. Algorithms for the free-surface Green function, **Journal of Engineering Mathematics**, v. 19, p. 57-67, 1985.

Newman, J.N. Distributions of sources and normal dipoles over a quadrilateral panel. **Journal of Engineering Mathematics**, v. 20, p. 113-126, 1986.

Ochi, M.K.; Hubble, E.N. Six-parameter wave spectra. In: **15<sup>th</sup> International Conference on Coastal Engineering**, 1976, Honolulu, Hawaii, USA. Proceedings of the 15<sup>th</sup> International Conference on Coastal Engineering. ASCE, 1977, chapter 18, p. 301-328

OGJ. **Oil and Gas Journal - Gras Dowl joins world's FPSO fleet**. Disponível em: <http://www.ogj.com/articles/print/volume-95/issue-18/in-this-issue/general-interest/gras-dowl-joins-world39s-fps0-fleet.html>> Acesso em: 01 mai. 2014.

Olson, L.G.; Bathe, K.J. Analysis of fluid-structure interactions. A direct symmetric coupled formulation based on the fluid velocity potential, **Computational Structures**, v.21, p.21-32, 1985.

Paik, I.Y.; Oh, C.K.; Kwon, J.S.; Chang, S.P. Analysis of wave force induced dynamic response of submerged floating tunnel, **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 8, n. 5, p. 543-549, 2004.

Pedersen, T. **Wave Load Prediction: a Design Tool.**, Denmark, 2000, Department of Naval Architecture and Offshore Engineering.

Perunovic, J.V.; Jensen, J.J. Wave loads on ships sailing in restricted water depth, **Marine Structures**, v. 16, p.469-485, 2003.

Sarpkaya, T. **Wave Forces on Offshore Structures**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, The Edinburgh Building, CB2 8RU, 2010.

Shames, I.H. **Mecânica dos Fluidos. Volume 2 Análise de Escoamento**. São Paulo, Brasil: 1973, p. 193-533. Editora Edgard Blücher Ltda.

Shell. **Perdido Oil Platform - Overview**. Disponível em: <http://www.shell.com/about-us/major-projects/perdido/perdido-an-overview.html>> Acesso em: 10 abr. 2013.

\ Siddorn, P.; Eatock Taylor, R. Diffraction and independent radiation by an array of floating cylinders, **Ocean Engineering**, v. 35, n. 13, p. 1289-1303, 2008.

Teng, B.; Eatock Taylor, R. **New higher-order boundary element methods for wave diffraction/radiation**, Applied Ocean Research, v. 17, n. 2, p. 71-77, 1995.

Torres, F.G.S.; Cueva, D.; Ferreira, M.D. A.S.; Machado, G. Projeto conceptual - FPSOBR. Em: **Anais do XIX Congresso Pan Americano de Engenharia Naval, Transporte Marítimo e Engenharia Portuária**, p. 1-8, 2005.

Vijayaraghavan, A.; Evan-Iwanowski, R.M. Parametric instability of circular cylinder shells, **Journal of Applied Mechanics**, v.34, n.4, p. 985-990, 1967.

Wang, J. **Stochastic Fatigue Analysis of FPSO Topside Structures with Linear and Nonlinear Supports**. Houston, 2007, Thesis (Ph.D. in Mechanical Engineering), Rice University, 118 p.

**Wärtsilä Powering P-63 FPSO**. Disponível em: <https://www.youtube.com/embed/EWYgcfqPUew>"frameborder="0"allowfullscreen></iframe >> Acesso em: 10 abr. 2013.

Wehausen, J.V.; Laitone, E.V. Surface waves, In: Flügge, S. and Truesdell, C. (Eds.), **“Strömungsmechanik III”, Handbuch der Physik**, v. 9. Berlin: Springer-Verlag, 1960, p. 446-778.

White, F.M., **Mecânica dos Fluidos**. Rio de Janeiro, Brasil: 2002, 570 p. Mc Graw Hill.

Wilson, J.F. **Dynamic of Offshore Structures**. New Jersey, USA: John Wiley & Sons Inc., 2003, 344 p.

Yao, J.C.; Dynamic stability of cylindrical shells under static and periodic axial and radial loads, **AIAA Journal**, v. 1, n. 6, p. 1391 – 1396, 1963.

Zienkiewicz, O.C.; Kelly, D.W.; Bettess, P. The coupling of the finite element method and boundary solution procedures, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 11, n. 2, p. 355-376, 1977.