

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

UM ESTUDO DE DIFERENTES MODELOS CONSTITUTIVOS PARA
CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DE MATERIAIS TERMOPLÁSTICOS SUBMETIDOS À
DEFORMAÇÕES FINITAS

por

Francisco Luiz Bresolin

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, abril de 2016

UM ESTUDO DE DIFERENTES MODELOS CONSTITUTIVOS PARA
CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DE MATERIAIS TERMOPLÁSTICOS SUBMETIDOS À
DEFORMAÇÕES FINITAS

por

Francisco Luiz Bresolin
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler

Aprovada por:

Prof. Dr. Eduardo Alberto Fancello POSMEC/UFSC

Prof. Dr. Rodrigo Rossi PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Rogério José Marczak PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 25 de abril de 2016

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha esposa Crisliane que ao longo deste trabalho sempre esteve ao meu lado me fortalecendo e incentivando.

Agradeço ao professor Jakson Manfredini Vassoler pela amizade, orientação e apoio na realização deste trabalho.

Agradeço aos meus pais Angelo e Vera, ao meu irmão Angelo Augusto, a minha família e amigos pelo apoio que proporcionaram.

Agradeço aos bolsistas de iniciação científica Bruno Khlar e Natália Castoldi por terem me auxiliado de forma bastante relevante na realização deste trabalho. E agradeço aos colegas do GMAp que contribuíram de alguma forma no trabalho realizado.

Agradeço ao CAPES, CNPq e FAPERGS pelo financiamento deste trabalho.

RESUMO

A simulação numérica de componentes estruturais necessita de dados do material que são obtidos por ensaios mecânicos. Materiais não-lineares, como termoplásticos, podem apresentar em ensaios de tração estrição quando submetidos à deformações finitas. Este fenômeno normalmente ainda está associado a campos de deformações heterogêneas que possuem uma cinemática particular, se propagando ao longo do corpo. A formação e propagação da estrição podem mascarar o real comportamento mecânico do material quando obtido por um ensaio de tração, levando o processo de caracterização da curva tensão-deformação real do material a um procedimento não-trivial. Através de um ensaio de tração de um termoplástico, dados experimentais de força e do campo de deslocamentos da região de estrição, obtido através de métodos ópticos, são utilizados em um procedimento numérico-experimental de otimização para a determinação dos parâmetros (FEMU) de alguns modelos constitutivos capazes de representar a tendência do comportamento de termoplásticos. De modo a estudar a capacidade representativa da resposta mecânica do ensaio, um modelo constitutivo multilinear e um modelo constitutivo variacional, são estudados. Uma função objetivo conveniente que utiliza dados experimentais e numéricos é usada para considerar a cinemática da estrição, responsável pela mudança geométrica que diferencia as respostas nominais e reais da curva tensão-deformação. Por meio dos resultados obtidos neste trabalho verificou-se que a caracterização dos modelos constitutivos utilizando somente a resposta de força, não garante uma caracterização constitutiva adequada, sendo necessária a resposta de deslocamento para garantir a representação da cinemática da região de estrição.

Palavras-chave: Modelos Constitutivos, Deformações Finitas, Termoplásticos, Identificação de Parâmetros Constitutivos

ABSTRACT

Numerical simulation of structural components requires material data obtained from mechanical testing. Nonlinear materials, like thermoplastics, submitted to tensile testing presents necking undergoing finite strain. This phenomenon is still typically associated to heterogeneous strain fields which possess a particular kinematic, propagating through the body. Necking and cold-drawing may mask the actual mechanical behavior measured by a tensile testing machine, turning the real stress-strain curve characterization process into a non-trivial procedure. Through a thermoplastic tensile testing, force experimental data and displacement experimental data from the necking region, obtained by optical methods, are used in a numerical-experimental optimization procedure in order to determine the constitutive parameters (FEMU) from some constitutive models which are able to represent the thermoplastic behavior tendency. In order to study the representative capacity of the mechanical testing response, a multilinear constitutive model and a variational constitutive model, are studied. A suitable objective function which uses experimental and numerical data is used to consider the necking kinematics, responsible for geometric change that distinguishes the nominal and real responses of the stress-strain curve. Through the obtained results, it can be seen that the model parameters determination using, in addition to force, the displacement field in the objective function is necessary to represent the kinematic behavior in the necking region.

Keywords: Constitutive Models, Finite Strains, Thermoplastics, Constitutive Parameter Identification

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
2	POLÍMEROS	3
2.1	Processo de fabricação	8
2.2	Resposta mecânica	9
3	PROBLEMA INVERSO	17
3.1	Constitutive Equation Gap Method (CEGM)	17
3.2	Virtual Field Method (VFM)	18
3.3	Finite Element Method Updating (FEMU)	18
4	MODELOS CONSTITUTIVOS	20
4.1	Modelo elastoplástico multilinear isotrópico	22
4.2	Modelo baseado em princípios variacionais	26
4.3	Modelo elastoplástico variacional	27
5	METODOLOGIA DO TRABALHO	35
5.1	Ensaio experimental	36
5.2	Simulação numérica do modelo	42
5.3	Caracterização numérico-experimental	44
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	48
6.1	Estudo I - Estudo do modelo multilinear e o comportamento mecânico do termoplástico	48
6.2	Estudo II - Estudo comparativo dos modelos multilinear de cinco pontos e variacional elastoplástico	53
6.3	Estudo III - Estudo da sensibilidade do modelo constitutivo frente aos seus parâmetros	61
7	CONCLUSÕES	69
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71
	APÊNDICE A	76

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Exemplos de meros comuns, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007. ...	3
Figura 2.2	Representação esquemática de polímeros lineares com ligações secundárias e com ligações covalentes [Sperling, 2006]	4
Figura 2.3	Representação esquemática do ângulo intramolecular respeitado pelas ligações covalentes de moléculas de carbono em um polímero, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.	5
Figura 2.4	Nas figuras 2.4a [Callister e Rethwisch, 2007] e 2.4b [Sperling, 2006] estão duas representações de cristais de polietileno. Na figura 2.4c o diagrama esquemático de uma estrutura cristalina lamelar, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.	6
Figura 2.5	Na figura 2.5a é apresentada a imagem de uma estrutura esferulítica de polietileno e na figura 2.5b a representação esquemática de uma estrutura esferulítica, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.	7
Figura 2.6	Distinção da estrutura macromolecular por camadas devido ao resfriamento e ao fluxo de injeção em um espécime de polipropileno injetado [Bianchezzi, 2014]	9
Figura 2.7	Representação esquemática do formato assumido por um espécime polimérico termoplástico em ensaio de tração uniaxial em relação a curva tensão-deformação nominal (stress-strain) [Callister e Rethwisch, 2007]	10
Figura 2.8	Representação da curva tensão-deformação real esperada de um polímero termoplástico submetido à grandes deformações	10
Figura 2.9	Resposta da tensão de escoamento (círculos) e da tensão da região estriacionada (triângulos) em função da taxa de deformação para o politereftalato de etileno [Ward e Sweeney, 2012]	11
Figura 2.10	Curvas tensão-deslocamento da tensão nominal (Nominal stress) e da tensão verdadeira (True stress), os pontos X e Y indicam que para um mesmo valor de tensão existem dois possíveis deslocamentos (instabilidade) [Ward e Sweeney, 2012]	12
Figura 2.11	Resposta de um ensaio uniaxial de um termoplástico no qual ocorre estrição, onde σ_a é a tensão nominal e ϵ a deformação, ambas medidas na região de estrição [Ward e Sweeney, 2012].	12
Figura 2.12	Comportamento do módulo de relaxação de um poliestireno em função da temperatura, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.	14
Figura 2.13	Curvas tensão-deformação do PMMA em ensaios uniaxiais monotônicos sob deformações finitas, submetido à diferentes excitações, enfatizando a diferença na tensão de escoamento inicial [Boyce et al., 1988].	15

Figura 3.1	Esquemático de solução do problema inverso pelo FEMU	19
Figura 4.1	Representação de um exemplo de modelo reológico com plasticidade, onde σ é a tensão e ε é a deformação, adaptado de Simó e Hughes, 1998.	21
Figura 4.2	Evolução do domínio elástico para um caso uniaxial	23
Figura 4.3	Evolução do domínio elástico para um caso uniaxial	24
Figura 4.4	Curvas de tensão de escoamento pelo trabalho plástico dos modelos multilíneares utilizados neste trabalho	26
Figura 4.5	Comportamento da curva tensão de Cauchy versus deformação logarítmica utilizando $\mu = 30$ para o potencial φ^e e alterando o potencial φ^p . Onde são habilitadas a tensão de escoamento σ_0 em conjunto com parâmetros de φ^p	33
Figura 5.1	Ilustração com as dimensões principais do CP	36
Figura 5.3	Bancada experimental com CP instalado	37
Figura 5.2	Dados experimentais de força por deslocamento do clip-gauge	37
Figura 5.4	Imagem do ensaio capturada por uma das câmeras mostrando tamanho dos <i>speckles</i> no detalhe	38
Figura 5.5	Ilustração de uma imagem de referência e de uma imagem do decorrer do ensaio	39
Figura 5.6	Posição dos pontos utilizados na função objetivo de deslocamento, do detalhe 2 da figura 5.4b	40
Figura 5.7	Deslocamentos, relativos ao ponto M, dos pontos A, B e C, da figura 5.6, pelo deslocamento da máquina de ensaio	41
Figura 5.8	Malha utilizada no software de elementos finitos	43
Figura 5.9	Exemplos de respostas multiobjetivos para duas funções objetivos	45
Figura 5.10	Exemplo de uma fronteira de Pareto	45
Figura 6.1	Curva tensão versus deformação plástica e curva tensão versus deformação do modelo multilinear com dois pontos	49
Figura 6.2	Resposta, de força versus deslocamento, obtida pelo modelo multilinear com dois pontos em comparação com os dados do ensaio experimental	49
Figura 6.3	Curva tensão versus deformação plástica e curva tensão versus deformação do modelo multilinear com três pontos	50
Figura 6.4	Resposta, de força versus deslocamento, obtida pelo modelo multilinear com três pontos em comparação com os dados do ensaio experimental	50
Figura 6.5	Curva tensão versus deformação plástica e curva tensão versus deformação do modelo multilinear com quatro pontos	51
Figura 6.6	Curva tensão versus deformação plástica e curva tensão versus deformação do modelo multilinear com cinco pontos	51

Figura 6.7	Resposta, de força versus deslocamento, obtida pelo modelo multilinear com quatro pontos em comparação com os dados do ensaio experimental.	52
Figura 6.8	Resposta, de força versus deslocamento, obtida pelo modelo multilinear com cinco pontos em comparação com os dados do ensaio experimental.	52
Figura 6.9	Curva tensão deformação dos modelos multilinear de cinco pontos e modelo variacional elastoplástico	54
Figura 6.10	Resposta do modelo multilinear de cinco pontos para o melhor objetivo de força	55
Figura 6.11	Resposta do modelo multilinear de cinco pontos para melhor objetivo de deslocamento	56
Figura 6.12	Respostas para as funções objetivos dos casos avaliados para o modelo multilinear de cinco pontos	56
Figura 6.13	Campo de deslocamentos na direção y do modelo multilinear de cinco pontos para os melhores objetivos	57
Figura 6.14	Resposta do modelo variacional elastoplástico para melhor objetivo de força	57
Figura 6.15	Resposta do modelo variacional elastoplástico para melhor objetivo de deslocamento	58
Figura 6.16	Respostas para as funções objetivos dos casos avaliados para o modelo variacional elastoplástico	58
Figura 6.17	Campo de deslocamentos na direção y do modelo variacional elastoplástico para os melhores objetivos	59
Figura 6.18	Curvas tensão-deformação das melhores respostas para as funções objetivo de força e deslocamento de cada modelo estudado	59
Figura 6.19	Curvas tensão-deformação das melhores respostas para as funções objetivo dos modelos multilinear de cinco pontos e variacional elastoplástico para cada objetivo	60
Figura 6.20	Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro σ_0 ...	62
Figura 6.21	Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro Δ_1 ...	62
Figura 6.22	Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro ϕ_1 ...	62
Figura 6.23	Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro Δ_2 ...	63
Figura 6.24	Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro ϕ_2 ...	63
Figura 6.25	Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro ϵ^{ps} ...	63
Figura 6.26	Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro I	64
Figura 6.27	Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro σ_0	65

Figura 6.28	Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro H	65
Figura 6.29	Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro μ_s	65
Figura 6.30	Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro α_s	66
Figura 6.31	Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro μ_1	66
Figura 6.32	Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro α_1	66
Figura 6.33	Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro μ_2	67
Figura 6.34	Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro α_2	67
Figura A.1	Dimensões principais do CP para usinagem	76
Figura A.2	Coleta de dados do procedimento experimental	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1	Parâmetros constitutivos e valores da função objetivo de força obtidos para os modelos multilineares do estudo I	51
Tabela 6.2	Parâmetros constitutivos obtidos para os modelos multilineares do estudo I	53
Tabela 6.3	Valores das funções objetivo para os casos das funções objetivos isoladas, de força somente e deslocamento somente, do estudo II	54
Tabela 6.4	Parâmetros constitutivos obtidos para as funções objetivo isoladas do modelo multilinear de cinco pontos do estudo II	54
Tabela 6.5	Parâmetros constitutivos obtidos para as funções objetivo isoladas do modelo variacional elastoplástico do estudo II	55

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AG	Algoritmo Genético
CEG	Constitutive Equation Gap
CEGM	Constitutive Equation Gap Method
CP	Corpo de Prova
FEM	Finite Element Method
FEMU	Finite Element Method Updating
PMMA	Polimetilmetacrilato
PVC	Policloreto de vinila
ROI	Region Of Interest
VFM	Virtual Field Method
ZNSSD	Zero-mean Normalized Sum of Squared Differences

LISTA DE SÍMBOLOS

α_i	i -ésimo parâmetro constitutivo de potência do enrijecimento não-linear do potencial φ^p
α_s	parâmetro constitutivo de potência da saturação do potencial φ^p
β	multiplicador de Lagrange
γ_i	i -ésimo multiplicador de Lagrange
δ	delta de Kronecker
Δ_i	i -ésimo parâmetro constitutivo de incremento de tensão do modelo multilinear
ε	deformação uniaxial
ε_0	deformação uniaxial prescrita
ε_i^e	i -ésimo autovalor de $\boldsymbol{\varepsilon}^e$
$\boldsymbol{\varepsilon}$	tensor deformação logarítmica
$\boldsymbol{\varepsilon}^e$	tensor deformação logarítmica elástica
$\boldsymbol{\varepsilon}^p$	tensor deformação logarítmica plástica
$\boldsymbol{\varepsilon}^{pr}$	tensor deformação logarítmica preditor
ε^{ps}	parâmetro constitutivo de incremento de deformação do modelo multilinear
κ	trabalho plástico
λ	multiplicador plástico, multiplicador de Lagrange
μ	parâmetro constitutivo do coeficiente elástico do potencial φ^e
μ_i	i -ésimo parâmetro constitutivo do coeficiente do enrijecimento não-linear do potencial φ^p
μ_s	parâmetro constitutivo do coeficiente da saturação do potencial φ^p
ν	parâmetro constitutivo do coeficiente de Poisson do modelo multilinear
σ	tensão uniaxial
σ_0	parâmetro constitutivo da tensão de escoamento inicial do modelo multilinear, parâmetro constitutivo da tensão de escoamento inicial do potencial φ^p
σ_a	tensão nominal
σ_e	tensão equivalente de von Mises
σ_y	tensão de escoamento
$\boldsymbol{\sigma}$	tensor tensão de Cauchy
$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla J}$	taxa de Jaumann da tensão de Cauchy
$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla T}$	taxa de Truesdell da tensão de Cauchy
ϕ	potencial dissipativo
ϕ_i	i -ésimo parâmetro constitutivo do enrijecimento do modelo multilinear
φ	potencial de energia livre

φ^e	potencial elástico isotrópico
φ^p	potencial de enrijecimento plástico
χ	conjunto de variáveis de estado
ψ	potencial dissipativo
Ψ	potencial efetivo
c_i^e	i -ésimo autovalor de $\bar{\mathbf{C}}^e$
$\bar{\mathbf{C}}^e$	tensor de Cauchy-Green direita elástico isocórico
\mathbf{C}^{pr}	tensor de Cauchy-Green direita preditor
\mathbf{C}	tensor tangente
$\mathbf{C}^{\sigma J}$	tensor tangente da taxa de Jaumann da tensão de Cauchy
$\mathbf{C}^{\sigma T}$	tensor tangente da taxa de Truesdell da tensão de Cauchy
d_i	i -ésimo dado de deslocamento da função objetivo de mínimos quadráticos
\mathbf{d}	tensor taxa de deformação
\mathbf{d}^p	tensor taxa de deformação plástico
D	dissipação de energia
\mathbf{D}	matriz constitutiva
E	parâmetro constitutivo do módulo de elasticidade do modelo multilinear
E_r	módulo de relaxação
f	função objetivo do problema de mínimos quadráticos
F_i	i -ésimo dado de força da função objetivo de mínimos quadráticos
\mathbf{F}	gradiente de deformação
\mathbf{F}^p	gradiente de deformação plástica
\mathbf{F}^{pr}	gradiente de deformação preditor
$\bar{\mathbf{F}}$	gradiente de deformação isocórico
$\bar{\mathbf{F}}^e$	gradiente de deformação elástica isocórico
\mathbf{E}_i	i -ésima autoprojção de $\bar{\mathbf{C}}^e$
\mathbf{E}_i^{pr}	i -ésima autoprojção de \mathbf{C}^{pr}
H	parâmetro constitutivo de enrijecimento linear do modelo multilinear, parâmetro constitutivo do coeficiente de enrijecimento linear do potencial φ^p
I	parâmetro constitutivo de enrijecimento do modelo multilinear
J	determinante do gradiente de deformação
K^{vol}	parâmetro constitutivo do potencial volumétrico U
\mathcal{K}	conjunto das funções admissíveis
\mathbf{l}	gradiente de velocidade
\mathbf{l}^p	gradiente de velocidade plástico
\mathcal{L}	lagrangiano
\mathbf{m}	vetor de parâmetros constitutivos do modelo constitutivo

\mathbf{M}	tensor normalizado
P^d	peso do deslocamento transversal na função objetivo de mínimos quadráticos
P^F	peso da força na função objetivo de mínimos quadráticos
\mathbf{P}	primeiro tensor tensão de Piola-Kirchoff
\mathbf{P}_i	i -ésima autoprojção de \mathbf{M}
r_i	i -ésimo resíduo do método de Newton
\mathbf{r}_i^d	i -ésimo vetor de resíduos de deslocamentos da função objetivo
\mathbf{r}^F	vetor de resíduo da força da função objetivo
\mathcal{S}	espaço de variações admissíveis
t	tempo
T_g	temperatura de transição vítrea
q	variável interna
q_i^p	i -ésimo autovalor de \mathbf{M}
Q	função de escoamento, variável interna
U	potencial volumétrico
\mathbf{w}	tensor de rotação
\mathbf{w}^p	tensor de rotação plástico

1 INTRODUÇÃO

Materiais polímeros sintéticos, na atualidade, são utilizados em diversos produtos industriais como, componentes eletrônicos, vestuário, veículos entre outros bens manufaturados. Alguns dos principais atrativos desta classe de materiais são seu baixo custo e facilidade de produção em grande escala necessitando, com relação à outros materiais, baixas temperaturas e pressões em seu processamento.

Diversas propriedades dos materiais poliméricos podem ser alteradas em seu processamento, proporcionando seu uso para fins diversos. No entanto, em aplicações onde haja necessidade da avaliação da resistência mecânica, o uso de polímeros ainda é restrito. Dentre os motivos para a baixa aplicação destes materiais em componentes com responsabilidade estrutural estão as dificuldades técnicas para prever seu comportamento mecânico final, devidos as não-linearidades da resposta mecânica, e a dificuldades na caracterização do comportamento constitutivo. Além disto, estudos apontam que o processo de fabricação de componentes utilizado pode alterar a estrutura interna da peça, modificando significativamente a resposta mecânica do componentes final devido aos parâmetros de fabricação utilizados.

Para a utilização estrutural de materiais poliméricos em projeto mecânicos, o comportamento constitutivo destes materiais deve ser conhecido. Esse conhecimento é de grande valia para o engenheiro, pois permite projetar produtos e aplicações onde os polímeros sejam utilizados com funcionalidade estrutural. Conhecer o comportamento real de cada material e os modelos matemáticos que permitam sua análise mecânica durante seu ciclo de vida, e em caso de falha, é muito importante em um projeto mecânico. Dessa forma, para realizar simulações numéricas do comportamento mecânico de componentes construídos com estes materiais é necessária, além de um modelo constitutivo adequado, a caracterização do modelo constitutivo, identificando os parâmetros constitutivos do modelo.

Estas análises computacionais podem ser realizadas tanto em regime elástico como em regime plástico dependendo da necessidade da análise. Quando não há previsão de funcionalidade mecânica em regime plástico o cálculo do componente pode ser feito sem incorporar qualquer comportamento plástico. Porém, caso haja a necessidade de obter resposta mecânica do componente, como por exemplo, em sistema de absorção de energia, ou conformação de peças, a análise que incorpore a resposta de plasticidade é mandatória.

Para realizar a caracterização mecânica de um material devem ser utilizados modelos, e dados experimentais, que melhor se adequem ao fenômeno mecânico que se deseja modelar, tarefa que pode ser laboriosa em materiais poliméricos. Além disso, a caracterização de materiais pode necessitar de simplificações do comportamento físico real, devido ao desconhecimento de fenômenos que ocorrem internamente aos materiais, e também à dificuldade de modelar as

interações que um material apresenta ao ser sofrer esforço mecânico.

Materiais poliméricos, como os termoplásticos, têm sido utilizados de forma crescente como componente estrutural. Contudo estes materiais podem apresentar comportamentos viscosos e plásticos que podem ser de difícil caracterização constitutiva. Os materiais termoplásticos também podem apresentar comportamento altamente não linear, grande sensibilidade à taxa de deformação e quando submetidos à deformações finitas podem apresentar, além do acúmulo de deformações plásticas, fenômenos como a estrição.

A estrição é um fenômeno de difícil interpretação e representação matemática, pois pode envolver diferentes comportamentos físicos como deformações finitas, plastificação orientada, viscosidade e aumento de temperatura devido a dissipação localizada de energia. Assim, a resposta mecânica de força, obtida de um ensaio experimental de tração uniaxial, que é o ensaio mais utilizado para a caracterização mecânica de materiais, pode não ser capaz, isoladamente, de caracterizar completamente a resposta constitutiva do material. Apesar da complexidade envolvida na representação de seu real comportamento mecânico, alguns fenômenos prevalecem frente a outros e devem ser considerados para possibilitar a previsão numérica de alguns comportamentos importantes observados experimentalmente. Assim, neste primeiro estudo de caracterização, outros efeitos, como sensibilidade a pressão, temperatura e velocidade de carregamento não serão considerados no modelamento do material. No caso de ensaios de tração em termoplásticos, a obtenção da curva tensão-deformação real ainda apresenta um grande desafio quando é observado o fenômeno de estrição, mesmo em baixas velocidades de deformação. Esta estrição em termoplásticos, diferentemente do que se observa em metais, se propaga para todo o corpo e acaba governando de forma localizada a resposta global de força do ensaio.

Assim, o principal objetivo deste trabalho é estudar a capacidade representativa de diferentes modelos constitutivos para um termoplástico, aplicando uma metodologia para caracterização da curva tensão-deformação real, quando submetido a um ensaio de tração sob grandes deformações. Para esta caracterização são utilizados dados obtidos através de um ensaio experimental de tração, que apresenta formação e propagação da estrição, em conjunto com métodos ópticos que capturem o campo de deslocamento na região da estrição. Modelos constitutivos simples, de fácil acesso em softwares comerciais, e propostas mais recentes são avaliadas de modo a verificar a compatibilidade entre os dados experimentais e os resultados obtidos por modelos numéricos em elementos finitos. Uma metodologia para caracterização é implementada buscando reproduzir em um modelo numérico de elementos finitos, além da resposta de força, os aspectos cinemáticos observados no ensaio experimental. Para tal, é proposto um problema inverso capaz de levar em consideração diferentes tipos de grandezas físicas de resposta.

2 POLÍMEROS

Os polímeros formam uma classe de materiais bastante ampla podendo ser encontrados na natureza, como também obtidos artificialmente sendo produzidos em larga escala. A compreensão de sua organização interna é importante para a compreensão de suas características mecânicas e por este motivo é apresentada em síntese neste trabalho. Os polímeros podem ser desenvolvidos para ter características especiais bastante específicas, como alta resistência à abrasão e baixo coeficiente de atrito [Callister e Rethwisch, 2007], neste trabalho a principal característica estudada é a resposta mecânica.

As características e propriedades dos polímeros podem ser determinados pela sua composição química, peso molecular, estrutura (presença ou não de ligações cruzadas) e formato da cadeia polimérica [Callister e Rethwisch, 2007]. A composição química é dada por uma unidade básica chamada mero¹. Na figura 2.1 são apresentados alguns mero comuns. A combinação de uma série de meros em cadeia formam um polímero, do grego poli-, “muito”+ -mero, “parte”. As ligações entre os meros são ligações covalentes, estas são ligações primárias que exigem uma grande esforço para serem rompidas.

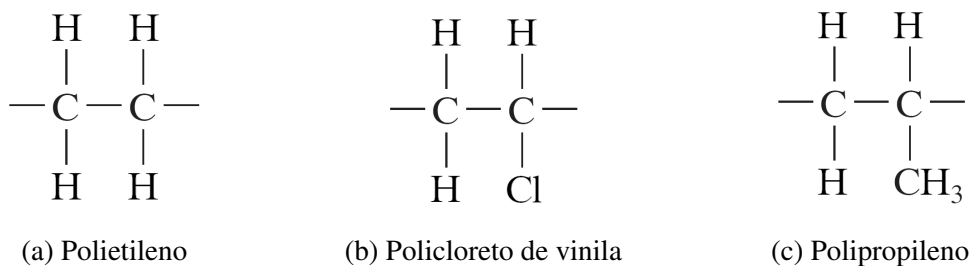


Figura 2.1: Exemplos de meros comuns, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.

Os polímeros dependendo do tamanho de suas cadeias, sob condições normais de temperatura e pressão, podem se encontrar em estado sólido, líquido ou gasoso. Polímeros constituídos de cadeias curtas tendem a ser mais voláteis podendo ser encontrados em estado gasoso, já os polímeros de cadeias longas tendem a ser encontrados em estado sólido.

O comprimento destas cadeias poliméricas é diretamente proporcional ao peso molecular dos polímeros, por via de regra quanto mais longo for o polímero maior é seu peso molecular. O peso molecular de um polímero varia dentro de um mesmo material, pois em sua produção podem se desenvolver cadeias poliméricas com mais ou menos ligações. Além do estado físico, outras propriedades são afetadas pelo peso molecular dos polímeros, dentre elas a temperatura de fusão, temperatura de transição vítrea e a tensão de escoamento.

¹O termo mero (ou unidade repetida) é a unidade que se repete na cadeia polimérica. Existe também o termo monômero, que significa a menor molécula da qual se produz um polímero

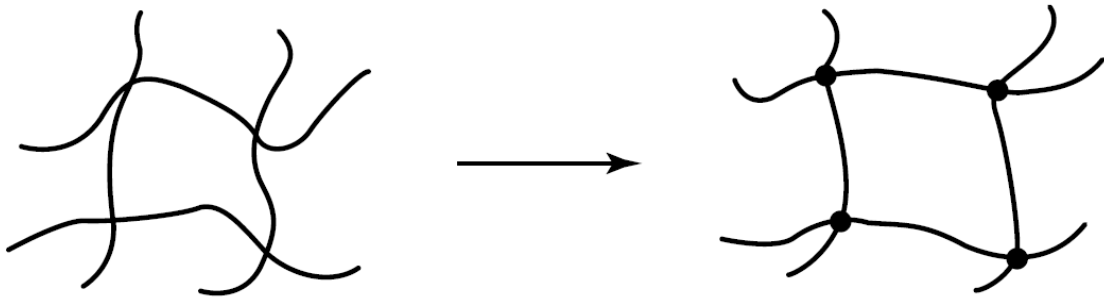


Figura 2.2: Representação esquemática de polímeros lineares com ligações secundárias e com ligações covalentes [Sperling, 2006]

Sob a perspectiva dos polímeros em estado sólido, as ligações poliméricas podem ser apresentadas na forma de polímeros lineares, ramificados ou com ligações cruzadas. Os tipos de ligações presentes no polímero representam a estrutura polimérica do material. Polímeros lineares apresentam seus meros ligados um a um sem ramificações, podendo apresentar grande entrelace entre suas cadeias poliméricas.

Entre as cadeias poliméricas dos polímeros lineares surgem ligações secundárias como pontes de hidrogênio e forças de van der Waals que dificultam o desenlace das cadeias. Estas ligações secundárias podem se desfazer e se reconstituir em outros pontos da cadeia [Sperling, 2006; Callister e Rethwisch, 2007]. Os polímeros ramificados se comportam de maneira semelhante aos polímeros lineares, contudo a cadeia polimérica principal apresenta ramificações.

Para o caso de polímeros com ligações cruzadas, entre as cadeias poliméricas surgem ligações covalentes. A presença de ligações covalentes aumenta consideravelmente a rigidez da estrutura impedindo o “desenlace” presente nos polímeros lineares. A presença de ligações covalentes entre as cadeias altera consideravelmente o comportamento mecânico e térmico destes materiais [Sperling, 2006].

Embora sejam feitas distinções entre polímeros lineares e com ligações cruzadas, polímeros podem ser alterados ao adicionar cargas em sua fabricação, de modo a propiciar a formação de ligações cruzadas entre suas cadeias. Na figura 2.2 são representados polímeros com ligações secundárias, na esquerda da figura, e com ligações covalentes entre as cadeias, na direita da figura.

As moléculas dos polímeros obedecem ângulos em suas ligações covalentes, estes ângulos em conjunto com a presença dos emaranhados entre as ligações indicam o formato molecular. O formato das ligações e sua flexibilidade são dependentes da estrutura química dos meros. Estes ângulos são inibidos, por exemplo, na presença de ligações covalentes duplas entre os átomos de carbono [Callister e Rethwisch, 2007]. Devido a estes ângulos nas ligações há pronunciadas rotações em suas cadeias, formando emaranhados.

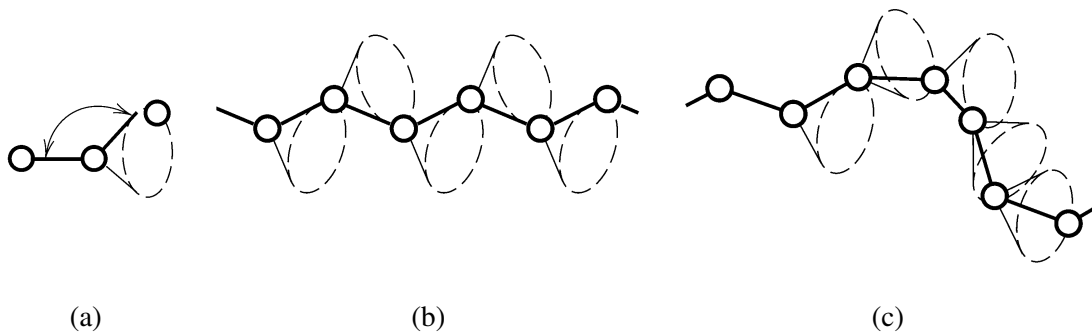


Figura 2.3: Representação esquemática do ângulo intramolecular respeitado pelas ligações covalentes de moléculas de carbono em um polímero, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.

Este emaranhado propicia o surgimento de ligações temporárias (ligações secundárias) entre as moléculas, estas ligações podem ocorrer até na mesma cadeia polimérica. Muitas propriedades dos polímeros são explicadas por estas ligações temporárias. Estas ligações têm a propriedade de se desfazerem em um ponto e se reconstituírem em outros pontos. Na figura 2.3 é representado o ângulo formado pelas ligações covalentes.

Os emaranhados das cadeias poliméricas apresentam uma organização molecular que pode os diferenciar entre estrutura amorfa e cristalina. A estrutura amorfa fica mais evidente quando o polímero se encontra em estado de líquido viscoso, podendo ser caracterizada pela falta de um ordenamento entre as cadeias poliméricas.

A estrutura cristalina de um polímero pode ser caracterizada pelo arranjo de macromoléculas de forma organizada e periódica. A densidade do polímero em regiões cristalinas é maior em comparação com regiões amorfas, já que a estrutura fica melhor organizada e compactada. Para favorecer o surgimento de regiões cristalinas, durante a produção dos polímeros, o processo de resfriamento do material deve ser lento o suficiente para que as moléculas possam se arranjar formando cristais .

Enquanto em estado sólido o polímero, em geral, apresenta uma combinação dos estados amorfo e cristalino, imperfeições no polímero podem atrapalhar a organização cristalina do polímero. Em geral, quanto maior a complexidade da cadeia polimérica maior a suscetibilidade de uma mistura de estados amorfo e cristalino, em detrimento da presença do estado cristalino.

Em polímeros lineares a formação de cristais é facilitada por existirem menos obstáculos nas cadeias poliméricas para a formação dos cristais. Em polímeros com grande quantidade de ligações cruzadas, a formação de cristais é restrita pois as cadeias poliméricas não tem liberdade suficiente para se rearranjar na forma de cristais devido às ramificações, assim materiais com grande presença de ligações cruzadas são em sua maioria considerados amorfos [Callister e Rethwisch, 2007].

As estruturas cristalinas de polímeros são formados por pequenas regiões cristalinas que podem ser denominadas cristalitos. Cada cristalito apresenta uma estrutura ordenada (cristal)

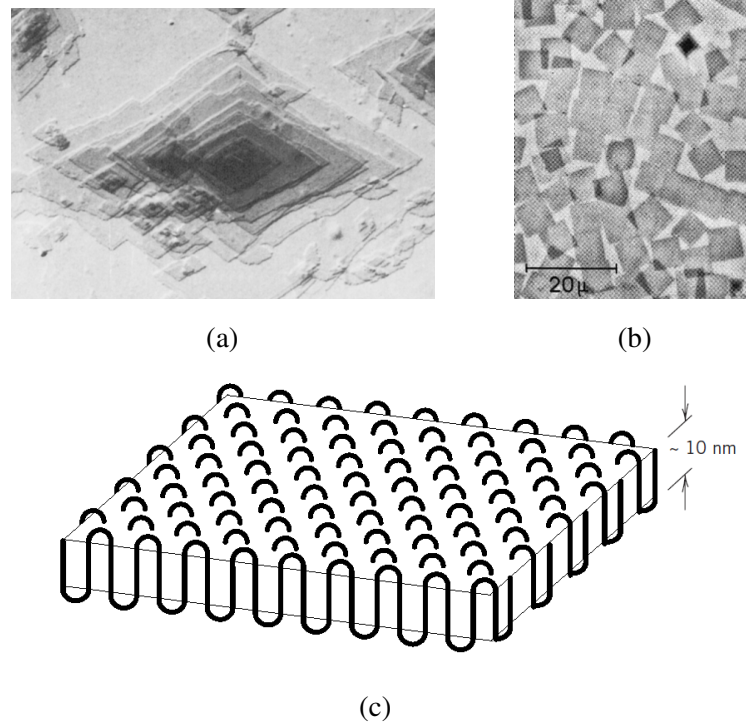


Figura 2.4: Nas figuras 2.4a [Callister e Rethwisch, 2007] e 2.4b [Sperling, 2006] estão duas representações de cristais de polietileno. Na figura 2.4c o diagrama esquemático de uma estrutura cristalina lamelar, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.

cercada por uma estrutura polimérica amorfa . Na composição de um cristalito outras duas estruturas complementares podem ser utilizadas na definição de cristalito, que são a estrutura lamelar e a estrutura esferulítica.

Em cristais poliméricos de estrutura lamelar, os cristalitos apresentam-se como estruturas planas ou em forma de pirâmides inseridas em uma matriz amorfa de polímero. Um exemplo usual deste tipo de estrutura é o polietileno apresentando na figura 2.4. Para cristais poliméricos de estrutura esferulítica a estrutura se apresenta a grosso modo como uma esfera. Esta estrutura surge de um ponto de nucleação no centro do cristal. Da estrutura esferulítica podem surgir ramos de cristalitos com estrutura lamelar.

Na figura 2.5a é apresentada uma estrutura esferulítica de um polímero e na figura 2.5b um esquemático que apresenta algumas partes desta estrutura. No esquemático da figura 2.5b são apresentadas as definições de algumas estruturas como: (1) a direção de crescimento de uma estrutura esferulítica; (2) a estrutura lamelar crescendo a partir do ponto de nucleação; (3) a parcela de material amorfo que permanece entre as estruturas lamelares; (4) uma cadeia polimérica que não participa da estrutura esferulítica correspondendo a uma região de polímero amorfo; (5) o ponto de nucleação da estrutura esferulítica [Callister e Rethwisch, 2007]. Estas estruturas cristalinas passam a se dissociar ao ocorrer plastificação do polímero, algumas propriedades mecânicas dos polímeros são explicadas por esta dissociação.

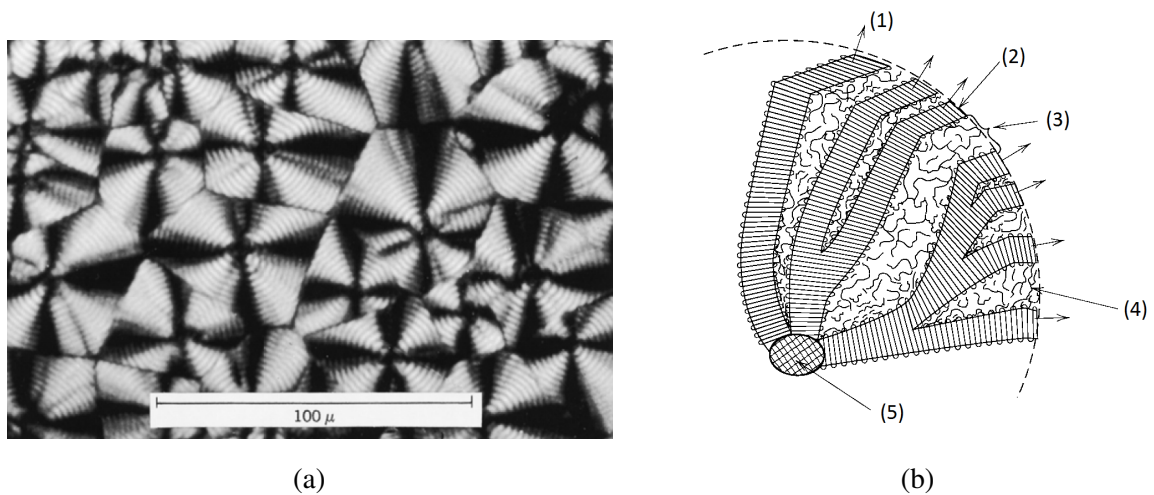


Figura 2.5: Na figura 2.5a é apresentada a imagem de uma estrutura esferulítica de polietileno e na figura 2.5b a representação esquemática de uma estrutura esferulítica, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.

Ainda que, os esquemáticos apresentados sejam de valia para compreensão das estruturas poliméricas, e que propriedades mecânicas dos polímeros semicristalinos possam ser explicadas por estas estruturas, estudos apontam que as interações das estruturas cristalinas podem ser mais complexas que as apresentados nesta seção [Sperling, 2006].

Polímeros termoplásticos, em virtude de suas propriedades mecânicas e reológicas diversas, além da possibilidade de reciclagem por remoldagem, apresentam qualidades atrativas para sua utilização em variados produtos. Os polímeros termoplásticos apresentam baixa quantidade de ligações covalentes, em relação ao polímeros termofixos, o que propicia a remoldagem destes materiais na forma de outros componentes.

Componentes fabricados com materiais termoplásticos podem ser produzidos em larga escala graças às relativas baixas temperaturas e pressões envolvidas em sua fabricação. Algumas propriedades mecânicas resultantes, dos componentes em termoplásticos, podem ser explicadas pelo processo de fabricação ao qual foram submetidos. Além disso, as propriedades mecânicas resultantes dos polímeros termoplásticos podem ser alteradas em sua fabricação, como por exemplo, ao propiciar a formação de ligações covalentes entre as cadeias poliméricas em sua manufatura.

A resposta mecânica dos polímeros termoplásticos é dependente da característica de sua organização interna, como também das condições ambientais e de carregamento, ao qual o material está sujeito. Além do comportamento mecânica destes materiais ser sensível, por exemplo, a umidade, temperatura e taxa de deformação.

Neste trabalho será dada ênfase ao estudo do comportamento dos polímeros termoplásticos como o PVC, que podem apresentar cristalitos dispersos em uma matriz amorfa [Summers,

1997]. Esta classe de materiais pode apresentar comportamentos viscosos e plásticos, além do fenômeno de estrição, que dificultam sua caracterização. Materiais termoplásticos apresentam comportamento não-linear e têm sido usados de forma crescente como componente estrutural. Assim são necessários modelos que sejam capazes de representar o comportamento deste material de forma satisfatória.

2.1 Processo de fabricação

Os polímeros termoplásticos são produzidos em um processo chamado polimerização. Neste processo são realizadas as ligações entre os meros que formam a cadeia polimérica. Na polimerização podem ser adicionadas cargas e aditivos que alteram as propriedades destes materiais. Dentre os processos de polimerização, os dois principais processos de fabricação são a condensação e adição.

No processo de adição, os reagentes presentes na fabricação do termoplástico são os monômeros na exata composição que vão possuir ao formar os meros da cadeia polimérica [Callister e Rethwisch, 2007]. Para o processo de condensação, os reagentes participantes são monômeros que não possuem a composição química do mero que forma a cadeia polimérica [Callister e Rethwisch, 2007]. Termoplásticos como polietileno, polipropileno e policloreto de vinila podem ser fabricados por adição e termoplásticos como poliéster e poliamida podem ser fabricados por condensação, por exemplo.

Os termoplásticos podem ser alterados por uma série de aditivos. As propriedades mecânicas, térmicas e físicas podem ser alteradas substancialmente por tais componentes. Os aditivos utilizados com finalidade de alteração das propriedades mecânicas, principalmente utilizados, são as cargas e os plastificantes. Cargas usualmente podem ser utilizadas para alterar propriedades mecânicas como resistência mecânica e tenacidade. Exemplos de carga usualmente utilizadas são areia, vidro, talco entre outros [Callister e Rethwisch, 2007]. Plastificantes podem ser utilizados para aumentar a flexibilidade e ductilidade dos termoplásticos.

Na fabricação de componentes em termoplásticos o calor e pressão são largamente utilizados, os processos de fabricação comuns são derivados da moldagem como injeção, compressão, extrusão etc. Nos processos de injeção de termoplástico o produto acabado tem variações em sua estrutura devido à quatro fatores que são a temperatura do material, taxa de resfriamento, pressão no molde e velocidade de escoamento [Bianchezzi, 2014]. Devido a estes fatores, uma peça formada por apenas um tipo de termoplástico pode apresentar variações em sua estrutura, como pode ser observado na figura 2.6.

Para o caso da figura 2.6, de um polipropileno injetado, podem ser feitas distinções em sua estrutura macromolecular. A camada mais externa denominada pele é composta por estrutura amorfa e se forma devido ao rápido resfriamento do material em contato com o molde. A estrutura logo abaixo da pele denominada transição passa a apresentar estrutura cristalina

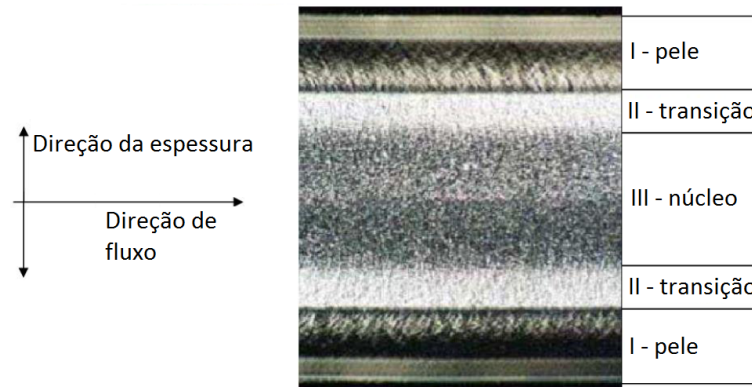


Figura 2.6: Distinção da estrutura macromolecular por camadas devido ao resfriamento e ao fluxo de injeção em um espécime de polipropileno injetado [Bianchezzi, 2014]

esferulítica, esta estrutura cristalina se orienta na direção do maior gradiente de temperatura que é em direção à interface da peça com o molde. Onde para cada uma das estruturas apresentadas na figura 2.6, diferentes comportamentos mecânicos podem ser apresentados.

De modo a alterar as propriedades mecânicas de um polímero termoplástico injetado, pode-se alterar os quatro fatores de fabricação citados do trabalho de Bianchezzi, 2014 . Para fazer isso pode-se utilizar múltiplos pontos de injeção de material, alteração da temperatura inicial do molde, vazão dos fluidos de refrigeração etc. Contudo, conforme apresentado na figura 2.6, as propriedades mecânicas dos componentes em si podem ser alteradas para diferentes geometrias, devido a estrutura molecular dos termoplásticos não ser homogênea.

2.2 Resposta mecânica

Os polímeros termoplásticos apresentam um interessante comportamento macroscópico quando submetidos à grandes deformações. Em ensaios de tração uniaxial de metais dúcteis, o material sofre estrição e conseqüente redução localizada da seção transversal do espécime até a ruptura. Para o caso de materiais termoplásticos, ao sofrer a estrição, ocorre um pronunciado enrijecimento localizado do material, este efeito pode fazer com que a região plastificada e estriccionada se propague ao longo do corpo.

A propagação da região estriccionada ao longo do corpo de prova pode ser observada em ensaios de tração de polímeros termoplásticos quando submetidos à deformações finitas. A propagação da estrição, que ocorre na direção do carregamento trativo ao longo do espécime, e a curva tensão-deformação nominal para este caso são apresentadas na figura 2.7. Contudo, a curva tensão-deformação nominal apresentada pode ser completamente diferente da curva tensão-deformação real, como por exemplo a figura 2.8, que é a de interesse para a simulação numérica. Isso é devido a cinemática localizada envolvida, onde ocorre uma diminuição na seção transversal localizada no espécime, perdendo assim a relação entre a resposta da curva tensão-deformação real e a resposta da curva força-deslocamento, que origina a curva tensão-deformação nominal.

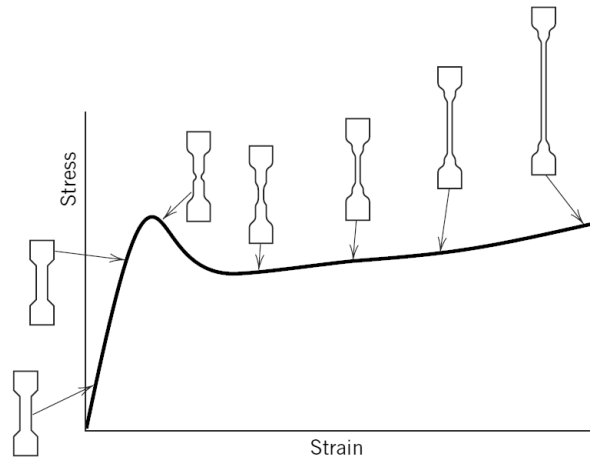


Figura 2.7: Representação esquemática do formato assumido por um espécime polimérico termoplástico em ensaio de tração uniaxial em relação a curva tensão-deformação nominal (stress-strain) [Callister e Rethwisch, 2007]

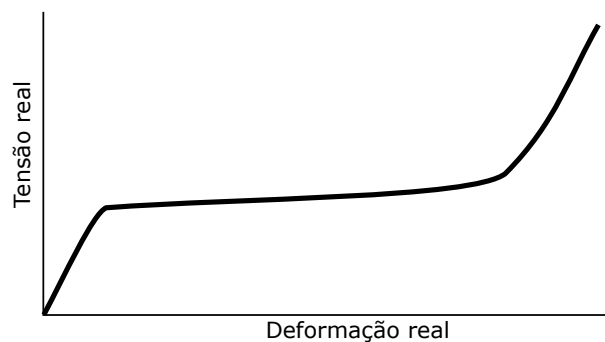


Figura 2.8: Representação da curva tensão-deformação real esperada de um polímero termoplástico submetido à grandes deformações

Na região de estrição ocorre a diminuição da seção resistente do espécime. Contudo, conforme observado experimentalmente ao invés do espécime romper nesta região, a estrição se propaga ao longo do corpo. Esta propagação pode ocorrer em materiais termoplásticos cristalinos e amorfos [G'sell et al., 2002], o comportamento observado pode ser explicado pela reorientação das cadeias poliméricas na direção do esforço trativo, que aumentariam a rigidez em grandes deformações. Assim, os pontos que se encontram mais deformados acabam com maior rigidez em relação aos seus vizinhos menos deformados, fazendo com que estes sejam submetidos então ao processo de deformação plástica de forma pronunciada. Esta interpretação está de acordo com a estabilização da área de seção transversal da região de estrição, e pode ser observada em vários termoplásticos.

Como a estrição se propaga ao longo do corpo, existem discussões quanto à influência do aumento da temperatura devido ao trabalho plástico, na propagação da estrição ao longo do corpo [Ward e Sweeney, 2012]. Observações mostram que, para o caso do politereftalato de

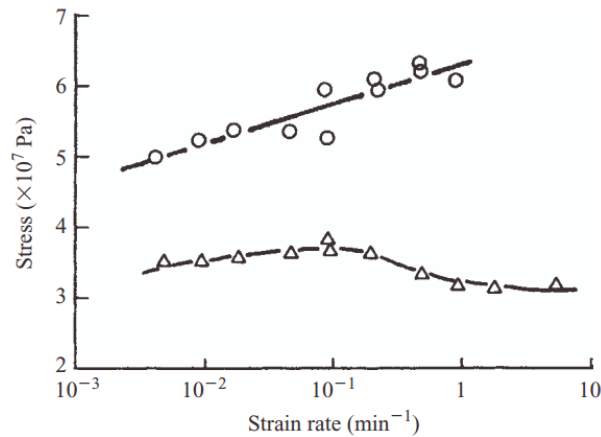


Figura 2.9: Resposta da tensão de escoamento (círculos) e da tensão da região estriada (triângulos) em função da taxa de deformação para o politereftalato de etileno [Ward e Sweeney, 2012]

etileno, conforme é aumentada a taxa de deformação ao qual o corpo está submetido, ocorre uma proporcional elevação da tensão de escoamento, conforme figura 2.9. Já a tensão da região estriada, que enquanto em baixas taxas de deformação se eleva, em altas taxas de deformação a tensão da região estriada passa a diminuir [Ward e Sweeney, 2012].

Esta observação pode ser explicada pela temperatura ao qual a interface entre a região estriada e a região não-estriada está submetida [Ward e Sweeney, 2012]. O corpo quando submetido à baixas taxas de deformação dissipa o calor gerado mantendo a temperatura desta região baixa. Enquanto, para altas taxas de deformação a dissipação não é capaz de manter as temperaturas baixas, assim a temperatura e a taxa de deformação passam a influenciar na redução da tensão da região estriada [Ward e Sweeney, 2012], conforme figura 2.9.

A estrição é um fenômeno de instabilidade, que pode fazer com que haja aumento da deformação sem aumento das cargas aplicadas, conforme figura 2.10. Contudo, a plastificação é uma propriedade intrínseca do material, enquanto a estrição é função do material, geometria e condições de contorno [Ward e Sweeney, 2012].

Na caracterização de um material, a estrição mascara a resposta de tensão [Frank e Brockman, 2001] necessitando assim uma maneira alternativa para se obter a resposta do material, além da simples curva força-deslocamento. A utilização da tensão verdadeira², ao invés da tensão nominal³ (tensão de engenharia), na avaliação da formação da estrição em ensaios uniaxiais permite avaliar isoladamente o comportamento de instabilidade do espécime [Ward e Sweeney, 2012].

²A tensão verdadeira em um ensaio uniaxial é a tensão calculada onde se considera que a seção transversal varia durante o ensaio.

³A tensão de nominal em um ensaio uniaxial é a tensão calculada onde se considera que a seção transversal não varia durante o ensaio.

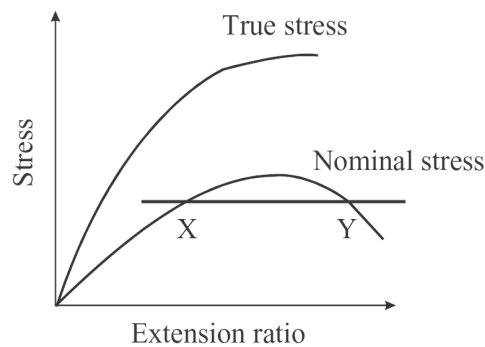


Figura 2.10: Curvas tensão-deslocamento da tensão nominal (Nominal stress) e da tensão verdadeira (True stress), os pontos X e Y indicam que para um mesmo valor de tensão existem dois possíveis deslocamentos (instabilidade) [Ward e Sweeney, 2012]

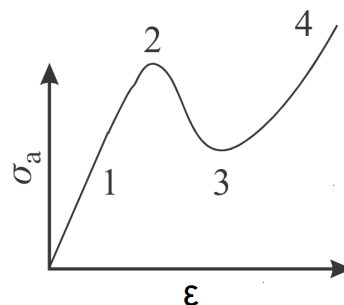


Figura 2.11: Resposta de um ensaio uniaxial de um termoplástico no qual ocorre estricção, onde σ_a é a tensão nominal e ϵ a deformação, ambas medidas na região de estricção [Ward e Sweeney, 2012].

Um estudo sobre o papel da estricção na resposta mecânica é apresentado no trabalho de G'sell e Jonas, 1979, onde é utilizado um aparato que mantém uma linha enrolada sobre o estricção presente no espécime e presa a um LVDT (transformador diferencial variável linear), permitindo assim a medição da variação do diâmetro do espécime na região de estricção através do comprimento relativo da linha. Uma outra abordagem para este problema é a utilização de métodos óticos por correlação de imagens para avaliação da estricção em testes uniaxiais [Ye et al., 2015].

Do ponto de vista fenomenológico Ward e Sweeney, 2012, apontam que em geral existem quatro regiões na curva tensão deformação de um polímero termoplástico para um ensaio uniaxial com estricção, a lista abaixo serve de referência para a figura 2.11, os itens estão dispostos na ordem em que ocorrem:

1. Comportamento *quasi*-linear (comportamento infinitesimal);
2. Máxima tensão e início da estricção (passagem de comportamento infinitesimal para deformações finitas);

3. Estricção se estende por todo o espécime (deformações finitas);
4. Com o estricção estendido por todo espécime, tensões voltam a aumentar (comportamento infinitesimal).

O comportamento dos termoplásticos é muito sensível à variações na temperatura. Os polímeros termoplásticos podem se comportar como materiais vítreos sob baixas temperaturas, como materiais borrachosos ou como líquidos viscosos para temperaturas mais elevadas. Essa alteração de comportamento pode ocorrer mesmo para pequenas variações de temperatura, conforme figura 2.12. Termoplásticos quando submetidos à temperaturas intermediárias podem apresentar um comportamento entre sólido e viscoso, esse comportamento é denominado viscoelástico [Callister e Rethwisch, 2007].

A resposta mecânica dos termoplásticos é intrinsecamente sensível a temperatura do material. Além das condições ambientais, o trabalho mecânico pode aumentar sua temperatura. No gráfico da figura 2.12 pode-se observar a variação do módulo de relaxação⁴ em relação à mudança de temperatura. Neste gráfico são apresentadas as temperatura entres as quais este termoplástico é denominado vítreo até fluido viscoso, também é apresentado o conceito de temperatura de transição vítrea (T_g), que é a temperatura de transição do comportamento vítreo para o viscoso.

Conforme apresentado, os termoplásticos podem apresentar sob certas temperaturas comportamento viscoso, que é dado pela influência da taxa de deformação na resposta mecânica. A taxa de deformação para termoplásticos representa parcela relevante da resposta mecânica do material, mesmo quando submetido à baixas taxas de deformação [Arruda et al., 1995]. A resposta do material quando submetido a um aumento na taxa de deformação pode ser relacionada a uma diminuição na temperatura. Essa relação explica porque a resposta de um mesmo material pode ser denominada vítrea ou borrachosa, dependendo somente da velocidade de deformação ao qual está submetido.

Os materiais termoplásticos quando submetidos a um aumento na taxa de deformação apresentam aumento em sua rigidez, esse efeito pode ser explicado pelo aumento na dificuldade de suas cadeias poliméricas de se desentrelaçarem, conforme aumenta sua taxa de deformação. Contudo, para o caso do polimetil-metacrilato sob compressão, pode ocorrer a perda de rigidez quando submetido à um aumento na taxa de deformação, isso pode ocorrer devido ao aquecimento do material [Arruda et al., 1995].

⁴O módulo de relaxação pode ser obtido através de um ensaio uniaxial pela equação:

$$E_r(t) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

onde $E_r(t)$ é o módulo de relaxação em função do tempo t , $\sigma(t)$ é a resposta de tensão uniaxial em função do tempo e ϵ_0 é uma deformação prescrita aplicada ao espécime.

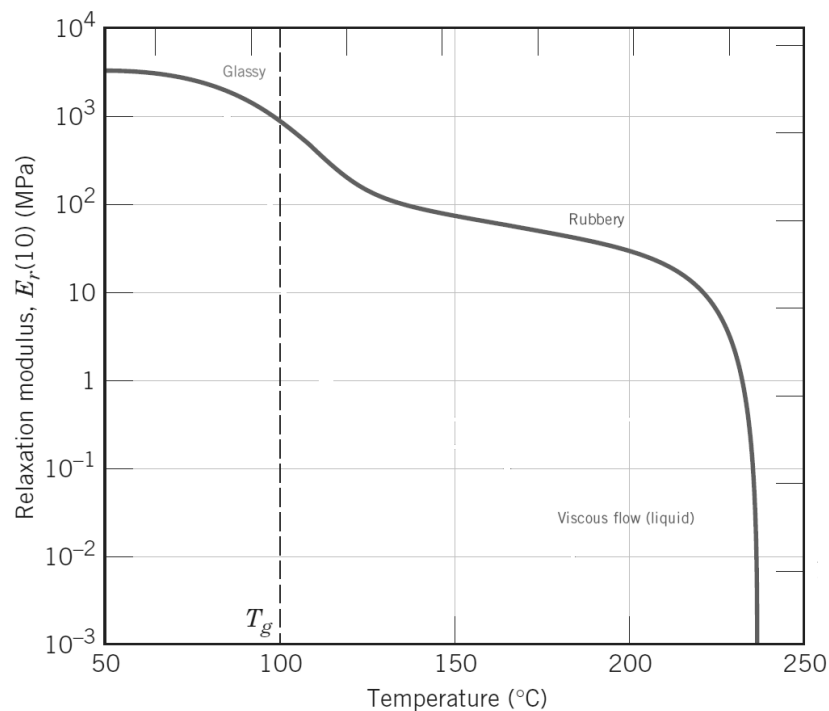
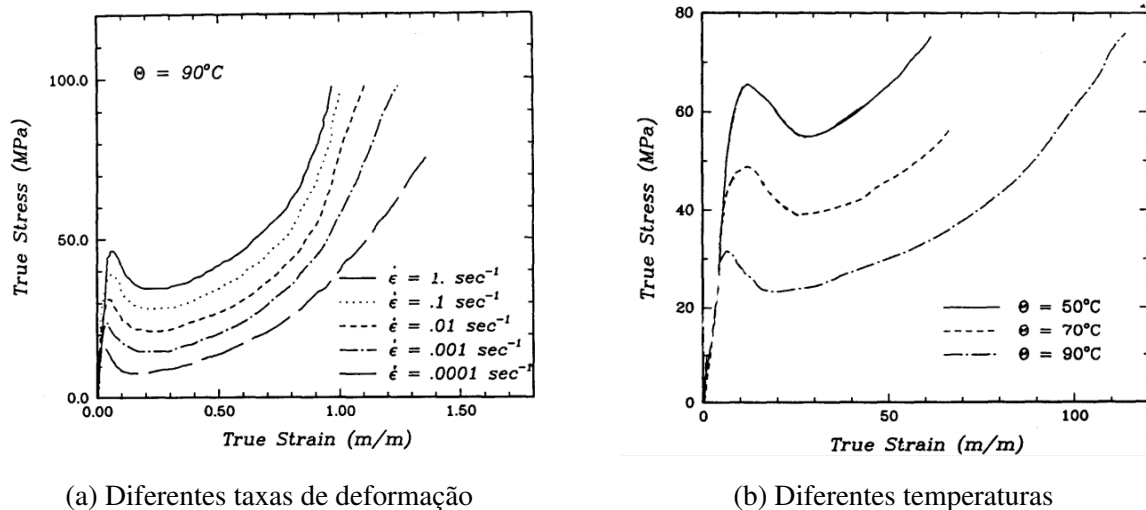


Figura 2.12: Comportamento do módulo de relaxação de um poliestireno em função da temperatura, adaptado de Callister e Rethwisch, 2007.

No trabalho de Boyce e Arruda, 1990 ensaios de tração e compressão são realizados em corpos de prova cilíndricos de polímeros amorfos, submetidos à deformações finitas, onde ocorre a estricção. Os autores, ao comparar a resposta dos polímeros ensaiados em tração e compressão, concluem que o comportamento constitutivo dos materiais ensaiados deve apresentar anisotropia. Além disso observam que, a resposta da tensão de escoamento e da deformação plástica após o escoamento sofrem influência da taxa de deformação. Onde, de modo a isolar esta influência na caracterização da plasticidade, foram utilizados ensaios de compressão submetidos à taxas de deformação constantes.

Os materiais termoplásticos também podem estar sujeitos ao fenômeno de dano. No trabalho de Balieu et al., 2015, por exemplo, uma caracterização de dano para materiais poliméricos semi-cristalinos é proposta, onde é utilizada correlação de imagens e ensaios experimentais a diferentes taxas de deformação através de uma barra de Hopkinson. Apontando existir uma independência, em relação ao acúmulo de dano, com a taxa de deformação ao qual o material está submetido.

Os materiais termoplásticos apresentam maior sensibilidade à cargas oscilantes do que materiais metálicos. Pois além da fadiga, materiais termoplásticos submetido a cargas oscilantes podem produzir calor, e dessa forma minar a rigidez do material [Ward e Sweeney, 2012]. O fenômeno de dano em termoplásticos também pode estar ligado a fenômenos ambientais, como a radiação ultravioleta, que ataca termoplásticos acumulando dano e quebrando as ligações



(a) Diferentes taxas de deformação

(b) Diferentes temperaturas

Figura 2.13: Curvas tensão-deformação do PMMA em ensaios uniaxiais monotônicos sob deformações finitas, submetido à diferentes excitações, enfatizando a diferença na tensão de escoamento inicial [Boyce et al., 1988].

covalentes (ligações primárias) das cadeias poliméricas dos materiais sensíveis a radiação ultravioleta.

Os critérios de escoamento para materiais termoplásticos também se diferem daqueles utilizados para materiais metálicos. Em metais, a tensão de escoamento é definida como a mínima tensão no qual ocorrem deformações permanentes ou plásticas. Para metais esta definição é satisfatória pois ocorre clara distinção, em geral, entre as deformações elásticas e plásticas. Para termoplásticos as curvas tensão-deformação e a distinção entre as deformações elásticas e plásticas não são claras, dificultando a determinação de uma tensão de escoamento para estes materiais [Ward e Sweeney, 2012].

Para o caso de metais o escoamento inicial pode sofrer dependência da taxa de deformação. Enquanto para termoplásticos o escoamento inicial pode apresentar dependência da taxa de deformação, temperatura e pressão hidrostática [Boyce et al., 1988]. A tensão de escoamento inicial aumenta conforme a taxa de deformação ao qual o material termoplástico está submetido é elevado, conforme figura 2.13a, onde na ocorrência de estricção a taxa de deformação aumenta localmente, tornando essa influência ainda mais complexa [Sweeney et al., 1999]. O aumento da temperatura em materiais termoplásticos têm o efeito contrário do aumento da taxa de deformação para a tensão de escoamento inicial, onde ao aumentar a temperatura a tensão de escoamento inicial diminui, conforme figura 2.13b.

Com relação à influência da pressão hidrostática no escoamento, a tensão de escoamento e a deformação em que o escoamento ocorre são elevados conforme é aumentada a pressão hidrostática ao qual o material está submetido. Uma possibilidade, para considerar o efeito da pressão hidrostática, é através da utilização do critério de escoamento de Coulomb [Ward e

Sweeney, 2012]. Outra alternativa é através da utilização do critério de escoamento de Drucker-Prager, que apresenta boa relação com dados experimentais, obtidos para ensaios de determinação do escoamento através da endentação de polímeros [Seltzer et al., 2011].

Conforme observado nas curvas tensão-deformação para o PMMA da figura 2.13, a resposta mecânica dos termoplásticos após o início do escoamento é altamente não-linear. Assim, modelos constitutivos com plasticidade para serem capazes de reproduzir a resposta mecânica dos termoplásticos, além de critérios de escoamento adequados, devem possuir potenciais capazes de representar os comportamentos de enrijecimento não-lineares dos termoplásticos.

Porém, deve-se ressaltar que não existe na literatura um único modelo constitutivo que seja capaz de considerar todos os efeitos aqui mencionados. Neste sentido, cabe ao projetista escolher os principais fenômenos que devem ser levados em consideração, de modo a ter uma representação realística do comportamento do material, mas também viável do ponto de vista numérico-experimental.

3 PROBLEMA INVERSO

O problema usual em mecânica dos sólidos consiste na determinação do campo de deslocamentos, deformações e tensões para um sólido com uma dada geometria, utilizando parâmetros constitutivos e condições de contorno bem postas. Este tipo de problema é usualmente chamado na literatura de problema *direto* [Aster et al., 2011].

A identificação de parâmetros, que permite a caracterização de um modelo, usualmente é chamada de problema *inverso* [Aster et al., 2011]. Neste sentido, para este trabalho, este pode ser interpretado como a determinação dos parâmetros constitutivos de um modelo, utilizando uma dada geometria e condições de contorno bem postas, buscando representar a resposta observada em ensaios experimentais.

Os experimentos devem ser aprimorados para carregar o máximo de informação sobre o fenômeno que se deseja observar [Tarantola, 2005]. Dessa forma, a observação e a realização do experimento devem buscar apresentar a maior sensibilidade possível aos fenômenos que se procura reproduzir no modelo numérico.

A formulação do problema inverso, para a caracterização de materiais, pode ser abordada de diferentes formas. Os métodos aqui de interesse baseiam-se em metodologias que se valem da medição de campos de deslocamento do corpo durante o ensaio [Avril et al., 2008]. Estas abordagens buscam a determinação do conjunto de parâmetros constitutivos do modelo utilizando medições experimentais. Dentre as possíveis abordagens pode-se citar os seguintes métodos:

1. Constitutive Equation Gap Method (CEGM);
2. Virtual Field Method (VFM);
3. Finite Element Method Updating (FEMU).

3.1 Constitutive Equation Gap Method (CEGM)

O CEGM obtêm os parâmetros constitutivos minimizando uma norma energética, chamada CEG, que mede a diferença entre dois campos de tensão. Dado um espaço de variações admissíveis \mathcal{S} e um conjunto das funções admissíveis \mathcal{K} . A norma energética deste método mede a diferença entre um campo de tensões que pertence ao espaço \mathcal{S} , e um campo tensões avaliado através do parâmetros constitutivos do modelo, cujas deformações são obtidas por um campo de deslocamentos que pertence ao espaço \mathcal{K} .

O campo de deslocamentos que pertence ao espaço \mathcal{K} é designado pelo campo de deslocamento obtido através do ensaio experimental. Esta metodologia pode ser utilizada em modelos com não-linearidades constitutivas, podendo ser aplicada na identificação de parâmetros para modelos elastoplásticos com deformações heterogêneas [Avril et al., 2008].

Esta metodologia pode ser utilizada com qualquer tipo de dado experimental complementar advindo de medições, não exigindo dados específicos sobre o contorno ou o domínio. Contudo, para sua utilização com geometrias complexas, em conjunto com o FEM, esta metodologia de caracterização necessita estar implementada dentro do código de elementos finitos, dificultando sua implementação.

3.2 Virtual Field Method (VFM)

O VFM utiliza o princípio dos trabalhos virtuais de modo a caracterizar os parâmetros constitutivos, onde este método exige o conhecimento do campo de deslocamentos (deformações) experimentais sobre todo o domínio. Neste método, campos de deslocamentos virtuais devem ser definidas sobre todo o domínio. Os parâmetros constitutivos do modelo utilizado são aqueles que satisfazem o princípio dos trabalhos virtuais.

Este método foi empregado na caracterização de modelos constitutivos não-lineares e modelos elásticos ortotrópicos com dano [Avril et al., 2008]. Esta metodologia possui aplicação restrita, pois exige dados experimentais do campo de deslocamentos e dos esforços sobre todo o domínio do modelo mecânico utilizado na caracterização. Assim como o CEGM, o VFM precisa estar implementado dentro do FEM, dificultando sua implementação.

3.3 Finite Element Method Updating (FEMU)

O FEMU consiste na identificação de parâmetros constitutivos minimizando normas que avaliam a diferença entre medições realizadas em um ensaio experimental com respostas avaliadas através do método dos elementos finitos. Os dados utilizados podem provir do campo de deslocamentos (FEMU-U) ou dos esforços (FEMU-F) [Avril et al., 2008].

Uma variante desta metodologia utiliza os dados do campo de deslocamentos e de esforços simultaneamente (FEMU-U-F). Nesta metodologia as normas entre os valores deslocamentos e esforços são combinadas com o auxílio de pesos em uma única função objetivo (análise multi-objetivo escalarizada). Esta variante é apropriada para problemas que envolvam deformações localizadas e dano localizado. A minimização desta função objetivo é usualmente realizada através dos métodos de Levenberg-Marquardt ou Gauss-Newton. Problemas envolvendo grande número de parâmetros constitutivos desconhecidos utilizam métodos de minimização globais (evolutivos) [Avril et al., 2008].

O fluxograma seguido pelo FEMU pode ser visualizado na figura 3.1, onde a chamada Norma é a avaliação de uma norma de erro entre os dados medidos e avaliados pelo FEM, e \mathbf{m} é o conjunto de parâmetros constitutivos do modelo.

Esta abordagem apresenta aplicações em problemas similares ao enfrentado neste trabalho sendo de fácil implementação, mesmo para geometrias complexas. No artigo Abdul-Hameed et al., 2014 uma metodologia FEMU utilizando dados experimentais, de força somente, de um

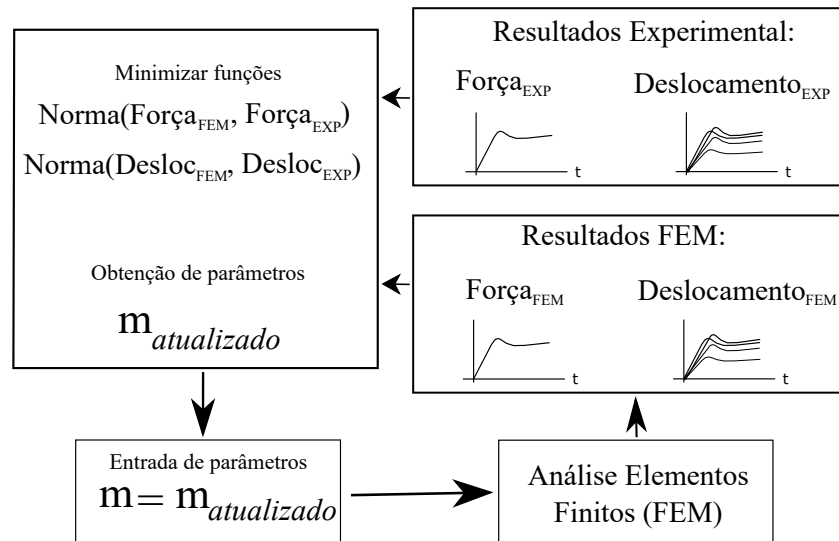


Figura 3.1: Esquemático de solução do problema inverso pelo FEMU

polímero semicristalino, submetido à diferentes taxas de deformação, é utilizado para determinar os parâmetros de um modelo constitutivo elasto-viscoplástico, onde o método dos algoritmos genéticos foi utilizado. No artigo Mathieu et al., 2014 uma metodologia FEMU utilizando dados de um ensaio de tração em conjunto, com técnicas de correlação de imagem (DIC), é utilizada para determinar as propriedades mecânicas de um material metálico.

Dentre as metodologias encontradas na literatura, a metodologia FEMU é a mais adequada as características do problema estudado, apesar de ter um alto custo computacional. Esta metodologia pode ser utilizada com qualquer tipo de dado experimental suplementar advindo de medições, não exigindo dados sobre todo o contorno ou o domínio do problema, não enfrentando limitações frente aos aspectos geométricos e de comportamento mecânico do material.

Neste trabalho, busca-se estudar uma metodologia para determinar a curva tensão-deformação real de termoplásticos. A forma usual de se fazer isto é escolher um modelo constitutivo capaz de representar as principais características do material e conseqüentemente sua resposta mecânica. Então, este problema traduz-se em determinar parâmetros de modelos constitutivos. Neste caso, além da típica resposta mecânica de força, também busca-se representar a resposta cinemática de deslocamento, na região de estrição, de forma a calibrar com a resposta observada em um ensaio experimental de tração para um material termoplástico.

4 MODELOS CONSTITUTIVOS

Os modelos mecânicos para materiais termoplásticos encontrados na literatura podem ser divididos em duas categorias, em modelos em escala molecular que tratam da interação das cadeias poliméricas e seus comportamentos, e em modelos macro mecânicos que tratam do comportamento mecânico global e que utilizam a hipótese do contínuo.

Conforme apresentado na seção 2, os materiais termoplásticos quando submetidos à deformações finitas, têm sua resposta mecânica influenciada por diversos fatores, como viscosidade, plasticidade, anisotropia, etc. Portanto, os modelos utilizados para termoplásticos devem apresentar equivalente complexidade, para o fenômeno que se deseja estudar, de modo a representar satisfatoriamente seu comportamento de maior importância.

No trabalho de Boyce et al., 1988 é apresentado um modelo constitutivo, desenvolvido para polímeros amorfos, que pode representar efeitos de taxa de deformação, pressão hidrostática, temperatura e enrijecimento não-linear. O modelo, conforme apresentado no trabalho, é capaz de reproduzir razoavelmente bem a curva tensão verdadeira por deformação de um ensaio experimental submetido à deformações finitas para diferentes taxas de deformação.

Embora o modelo apresentado em Boyce et al., 1988, e suas posteriores extensões [Anand e Gurtin, 2003; Wu e Van der Giessen, 1993; Arruda e Boyce, 1991], sejam capazes de reproduzir comportamentos elasto-viscoplásticos para grandes deformações em polímeros amorfos, estes modelos não são capazes de reproduzir o comportamento viscoelástico não-linear destes materiais para deformações abaixo daquelas para deformações finitas, assim como o efeito de Bauschinger [Anand e Ames, 2006].

No trabalho Anand e Ames, 2006 é apresentado um modelo generalizado de Kelvin-Voigt com propriedades elasto-viscoplásticas capaz de reproduzir, além do comportamento sob deformações finitas, o fenômeno de fluência e o efeito de Bauschinger. Os autores utilizaram ensaios de micro indentação em PMMA de modo a correlacionar o comportamento do modelo numérico com o ensaio experimental.

Uma outra abordagem ao fenômeno de plasticidade em polímeros é pelo critério de escoamento controlado pela equação de Eyring [Halsey et al., 1945; Ward e Sweeney, 2012]. Nesta abordagem, para qualquer tensão não-nula, ocorrem deformações plásticas. Neste modelo a tensão de escoamento pode ser dependente da taxa de deformação, temperatura e pressão hidrostática [Ward e Sweeney, 2012].

Além destes modelos específicos, para tratar esse problema podem ser aplicados os modelos clássicos de elastoplasticidade. Uma forma clássica de reproduzir este comportamento em modelos constitutivos, que pode ser representada por um modelo reológico, conforme figura 4.1, é através da adição de um componente plástico em série com o componente elástico.

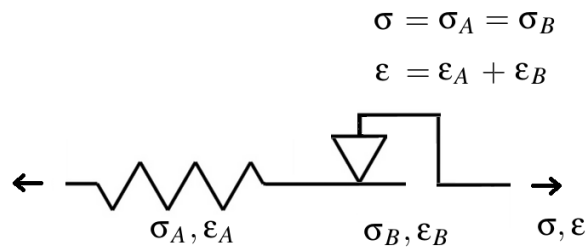


Figura 4.1: Representação de um exemplo de modelo reológico com plasticidade, onde σ é a tensão e ε é a deformação, adaptado de Simó e Hughes, 1998.

Modelos com plasticidade como o da figura 4.1 são apresentados em Simó e Hughes, 1998 e Souza Neto et al., 2008. Em Fanello et al., 2008 é proposto um modelo visco-elastoplástico com interessantes características para simulação numérica de materiais termoplásticos. Este modelo é baseado em uma família de modelos variacionais que permite escolher ou construir potenciais energéticos para representar diferentes respostas mecânicas não-lineares.

Neste trabalho é estudada uma metodologia para identificar a resposta mecânica de um termoplástico buscando reproduzir, além do comportamento mecânico de força, os aspectos cinemáticos de um ensaio experimental de termoplástico sob deformações finitas. Neste contexto é necessário escolher modelos constitutivos capazes de reproduzir as tendências esperadas da curva tensão-deformação real. Infelizmente também é necessário escolher as principais características do material a serem levadas em consideração na sua representação, uma vez que é muito difícil ou impossível incorporar todos os mecanismos internos que afetam sua resposta mecânica. Esta dificuldade está associada a complexidade dos modelos e dos dados experimentais necessários para caracterizá-lo.

Dentre os fenômenos observados experimentalmente, identificou-se a necessidade de representar adequadamente o enrijecimento durante a plastificação, que confere a formação e propagação da estrição, que por sua vez governa a resposta de força (principal resposta experimental obtida em um ensaio de tração). Vale ressaltar que esta hipótese, que leva a simplificação do modelamento constitutivo, deve estar de acordo com as condições de contorno impostas no ensaio que gerará os dados experimentais para este estudo. Assim, este deve ser realizado em baixa velocidade de deformação (quase-estático) para minimizar a sensibilidade a fenômenos viscosos e dissipação de energia na forma de calor, outros fenômenos que comumente são importantes na resposta de termoplásticos.

Assim, em uma ordem crescente de complexidade serão estudados modelos multilíneares, apresentado na subseção 4.1, onde estes modelos são insensíveis à diferentes taxas de deformação. Neste estudo pretende-se verificar a real necessidade de modelar o enrijecimento em grandes deformações e região de transição elastoplástica. Outro modelo estudado neste trabalho é um

modelo variacional elastoplástico [Fancello et al., 2008] apresentado na subseção 4.2, que possui em sua formulação a capacidade de incorporar efeitos viscosos, mas que neste trabalho não será utilizada. Contudo, ressalta-se que os modelos utilizados neste trabalho não foram desenvolvidos originalmente para termoplásticos. Existem modelos desenvolvidos para materiais termoplásticos, e estes apresentam maior capacidade de caracterização de termoplásticos do que os modelos constitutivos utilizados neste trabalho.

O modelo multilinear foi escolhido por sua simplicidade em representar curvas tensão-deformação não lineares, usando trechos lineares, com enrijecimento em grandes deformações (principal característica identificada em termoplásticos com propagação de estrição) e por ser facilmente encontrado em softwares comerciais. Já o modelo variacional foi escolhido também devido a sua capacidade em representar o enrijecimento, mas principalmente por sua formulação não linear contínua e flexibilidade de construir respostas modificando seus potenciais de energia de deformação. A sua desvantagem reside na complexidade de implementá-lo em softwares comerciais, que é realizado neste estudo.

4.1 Modelo elastoplástico multilinear isotrópico

Nesta subseção é apresentado o modelo multilinear com enrijecimento isotrópico, insensível a taxa de deformação. Este modelo encontra-se implementado no software ANSYS, sendo apresentado em [Ansys Inc., 2009b]. Uma das hipóteses utilizadas na sua formulação é a clássica decomposição aditiva da deformação total em elástica e plástica conforme equação,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (4.1)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é a deformação logarítmica, os índices e e p indicam respectivamente as parcelas elástica e plástica da deformação. A lei elástica deste modelo é definida pela expressão,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{D} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (4.2)$$

onde \mathbf{D} é a matriz constitutiva e $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor tensão.

Para este modelo é definida uma função de escoamento Q , que determina o domínio elástico \mathcal{E} do modelo. Qualquer tensão admissível deve pertencer ao domínio elástico, ou seu contorno, conforme figura 4.2, onde é apresentada a evolução do domínio elástico para o caso onde a tensão chega na fronteira do domínio elástico e o carregamento aumenta no sentido da plastificação em um caso uniaxial.

Para tensões dentro do domínio elástico ($Q < 0$), somente deformações elásticas ocorrem. Para tensões na fronteira do domínio elástico ($Q = 0$), podem ocorrer deformações plásticas e a alteração do domínio elástico, caso o carregamento seja aumentado no sentido da plastificação.

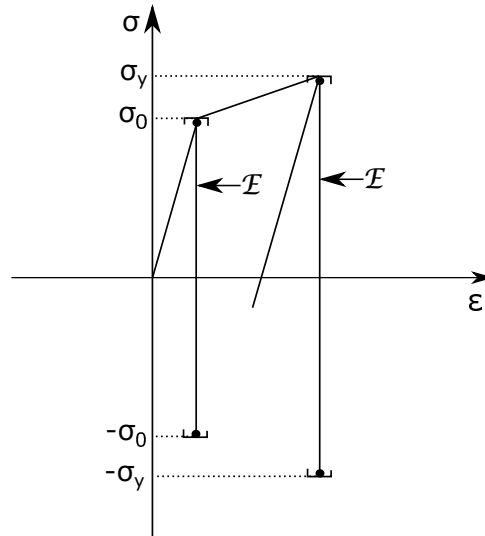


Figura 4.2: Evolução do domínio elástico para um caso uniaxial

Essa função de escoamento para o modelo multilinear isotrópico é definida pela equação,

$$Q = \sigma_e(\boldsymbol{\sigma}) - \sigma_y \leq 0 \quad (4.3)$$

$$\sigma_y = \sigma_y(\kappa) \quad (4.4)$$

onde σ_e é a tensão equivalente de von Mises, σ_y é a tensão de escoamento atual do problema e κ é o trabalho plástico, onde a taxa do trabalho plástico é expresso através da equação,

$$\dot{\kappa} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \quad (4.5)$$

A tensão de escoamento deste modelo é definida por uma função por partes, conforme gráfico 4.3a onde em seu ponto 3 ocorre uma alteração na evolução do limite de escoamento. Devido a esta característica o modelo é chamado *multilinear*. A denominação *isotrópico* é empregada para este modelo pois a superfície de escoamento, conforme evolui, permanece centralizada na mesma linha inicial.

Deve ser determinada uma lei de fluxo plástico que defina a evolução da deformação plástica $\boldsymbol{\epsilon}^p$. Esta lei é definida pela expressão,

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.6)$$

onde λ é um multiplicador plástico que determina a amplitude do incremento de deformação plástico e $\partial Q / \partial \boldsymbol{\sigma}$ define a direção do incremento de deformação plástico. Como a direção do incremento de deformação plástico é determinado utilizando a função de escoamento Q este modelo pode ser denominado associativo.

Utilizando das equações 4.3 e 4.6, para o caso onde ocorre plastificação, a função de escoamento se anula e a deformação plástica deve aumentar,

$$Q = 0 \quad \lambda > 0 \quad (4.7)$$

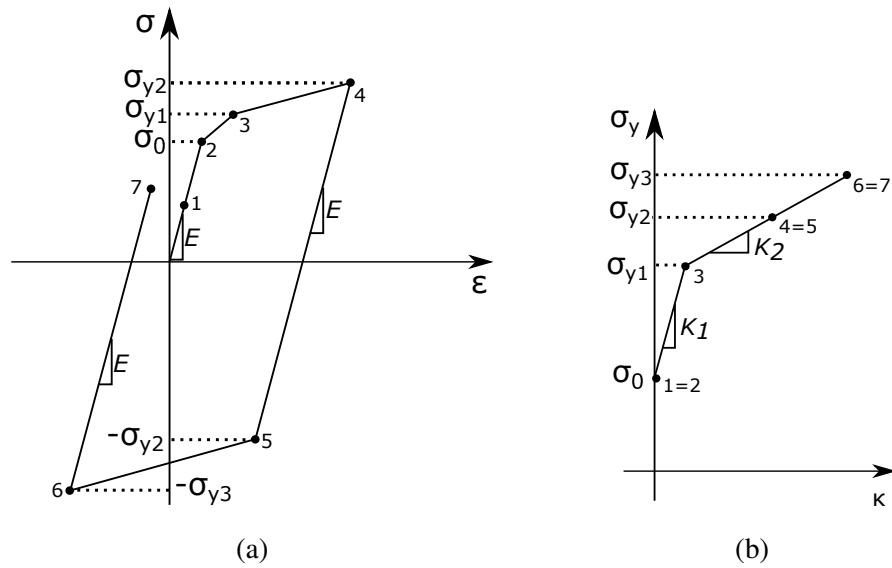


Figura 4.3: Evolução do domínio elástico para um caso uniaxial

para um caso elástico, a função de escoamento deve ser negativa e o incremento de deformação plástica deve ser nulo,

$$Q < 0 \quad \lambda = 0 \quad (4.8)$$

combinando as constatações apontadas nas equações 4.7 e 4.8 resulta a equação,

$$Q \lambda = 0 \quad (4.9)$$

Uma restrição adicional deve ser imposta ao modelo. Para um dado instante, em que ocorre plastificação, sabe-se que a função de escoamento deve ser nula. De modo a garantir que esta restrição seja atendida no instante seguinte, a taxa da função de escoamento também deve ser nula $\dot{Q} = 0$. Assim pode ser definida a expressão,

$$\dot{Q} \lambda = 0 \quad (4.10)$$

As definições apresentadas nas equações 4.7, 4.8 e 4.9 compõem as condições de carregamento e descarregamento deste modelo,

$$\lambda \geq 0 \quad Q \leq 0 \quad Q \lambda = 0 \quad (4.11)$$

As condições apresentadas na expressão 4.11 definem quando a plastificação deve ocorrer. No box 1 está montado um resumo da metodologia apresentada nesta subsecção.

Box1: Algoritmo do modelo elastoplástico multilinear isotrópico

1. Decomposição da deformação total em elástica e plástica

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$$

2. Lei elástica

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p)$$

3. Função de escoamento

$$Q = \sigma_e - \sigma_y \leq 0$$

4. Evolução da deformação plástica (lei do fluxo plástico)

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

5. Evolução do limite de escoamento (lei de enrijecimento)

$$\sigma_y = \sigma_y(\kappa)$$

Condições de carregamento e descarregamento

$$\lambda \geq 0 \quad Q \leq 0 \quad Q \lambda = 0$$

Condição de consistência

$$\dot{Q} \lambda = 0$$

Para as regiões elásticas dos modelos multilíneares apresentados nesta subsecção a lei de Hooke é utilizada, os parâmetros utilizados para estas regiões são o módulo de elasticidade E e o coeficiente de Poisson ν . Os modelos efetivamente utilizados neste trabalho, que utilizam o modelo multilinear, são os modelos multilíneares aqui chamados de modelos de dois, três, quatro e cinco pontos. Estes modelos e suas curvas são apresentados, respectivamente, nas figuras 4.4a, 4.4b, 4.4c e 4.4d. A escolha de vários modelos multilíneares para este estudo se deve ao fato que se quer determinar qual deles, com menor número de parâmetros a ser identificado, é capaz de representar a resposta de força e a cinemática de estrição observadas experimentalmente.

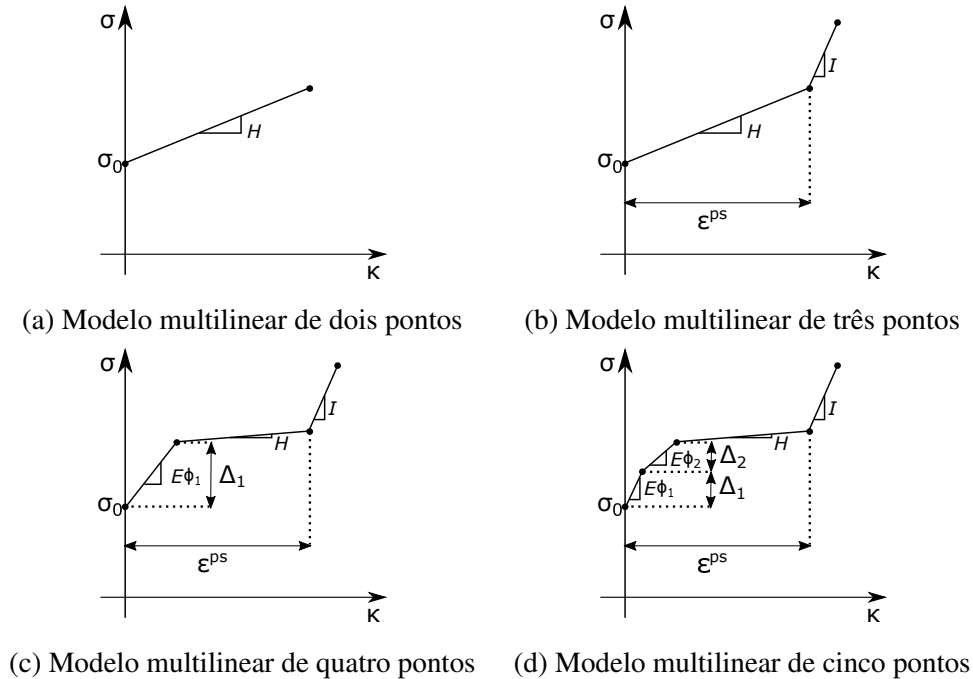


Figura 4.4: Curvas de tensão de escoamento pelo trabalho plástico dos modelos multilineares utilizados neste trabalho

Os parâmetros destes modelos são descritos como uma tensão de escoamento σ_0 , um coeficiente de enrijecimento H , um incremento de deformação na região plástica ε^{ps} , um segundo coeficiente de enrijecimento I , um incremento a tensão de escoamento inicial Δ_1 , um coeficiente de inclinação do enrijecimento ϕ_1 , um segundo incremento a tensão de escoamento inicial Δ_2 e um segundo coeficiente de inclinação do enrijecimento ϕ_2 .

4.2 Modelo baseado em princípios variacionais

Neste trabalho é estudado um modelo constitutivo baseado em princípios variacionais. A utilização destes princípios em modelos constitutivos proporciona flexibilidade na escolha de potenciais não-lineares, que favoreçam a obtenção de respostas mecânicas que se ajustem à complexidade que os materiais apresentam.

As soluções dos problemas relativos ao modelo são obtidas por meio de procedimentos numéricos incrementais. A utilização de potenciais pseudo-elásticos no modelo, confere ao problema incremental uma estrutura variacional [Ortiz e Stainier, 1999] onde cada incremento é resolvido por um procedimento de minimização.

Esta estrutura variacional poderia acomodar efeitos de temperatura [Stainier, 2011], viscosidade [Fancello et al., 2006], viscoplasticidade [Fancello et al., 2008], anisotropia [Vassoler et al., 2012] e dano [Vassoler et al., 2016]. Contudo neste trabalho somente efeitos elastoplásticos serão estudados.

O modelo variacional utilizado neste trabalho é baseado em um modelo variacional

com características viscoplásticas [Ortiz e Stainier, 1999]. O presente trabalho utiliza uma decomposição espectral das medidas de deformação [Fanello et al., 2006], essa decomposição facilita a utilização de potenciais elásticos e inelásticos (isotrópicos) arbitrários [Fanello et al., 2008]. Assim, definindo um conjunto de variáveis de estado χ do modelo, tal que,

$$\chi = \{\mathbf{F}, \mathbf{F}^i, Q\}$$

onde \mathbf{F} é uma variável de estado que representa a deformação total, \mathbf{F}^i é uma variável de estado interna que representa a deformação inelástica de interesse e Q é um tensor de ordem qualquer, que contém todas as variáveis internas remanescentes do modelo. Definindo que o potencial de energia livre [Ortiz e Stainier, 1999] possa ser escrito por,

$$\varphi = \varphi(\chi) = \varphi(\mathbf{F}, \mathbf{F}^i, Q) \quad (4.12)$$

A dissipação D , por sua vez, é composta pelo potenciais dissipativos externos ϕ e internos ψ , tal que,

$$D = D(\dot{\chi}; \chi) = \phi(\dot{\mathbf{F}}; \chi) + \psi(\dot{\mathbf{F}}^i, \dot{Q}; \chi) \quad (4.13)$$

Pode-se escrever um potencial efetivo Ψ , que possui um princípio de mínimo a ser resolvido em cada incremento de deformação, que ao satisfazer os requisitos de equilíbrio, atualiza os valores das variáveis internas,

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{F}_{n+1}; \chi_n) = & \Delta t \phi \left(\frac{\mathbf{F}_{n+1} - \mathbf{F}_n}{\Delta t}; \chi_n \right) + \\ & + \min_{\mathbf{F}_{n+1}^i, Q_{n+1}} \left\{ \varphi(\chi_{n+1}) - \varphi(\chi_n) + \Delta t \psi \left(\frac{\mathbf{F}_{n+1}^i - \mathbf{F}_n^i}{\Delta t}, \frac{Q_{n+1} - Q_n}{\Delta t}; \chi_n \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Por fim, a expressão incremental do primeiro tensor de Piola-Kirchoff é dada por [Fanello et al., 2008],

$$\mathbf{P}_{n+1} = \frac{\partial \Psi(\mathbf{F}_{n+1}, \chi_n)}{\partial \mathbf{F}_{n+1}} \quad (4.15)$$

Mais detalhes sobre as passagens que levam a esta estrutura matemática podem ser encontradas em [Ortiz e Stainier, 1999; Fanello et al., 2006, 2008].

4.3 Modelo elastoplástico variacional

Utilizando a estrutura variacional da seção 4.2 é possível obter um modelo variacional elasto-viscoplástico. O modelo elasto-viscoplástico desta seção é apresentado no trabalho [Fanello et al., 2008]. De forma a expressar este modelo são utilizadas algumas definições de grandezas de deformação, realizando uma decomposição do gradiente de deformação \mathbf{F} em parcelas isocóricas $\bar{\mathbf{F}}$ e volumétrica J e decompondo o gradiente de deformação isocórico em parcelas elástica $\bar{\mathbf{F}}^e$ e plástica \mathbf{F}^p :

$$J = \det \mathbf{F} \quad \bar{\mathbf{F}} = J^{-\frac{1}{3}} \mathbf{F} \quad (4.16)$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}^e \mathbf{F}^p \quad \det \mathbf{F}^p = 1 \quad (4.17)$$

Do gradiente de deformação elástico isocórico $\bar{\mathbf{F}}$ é determinado o tensor de Cauchy-Green direita elástico isocórico $\bar{\mathbf{C}}^e = \bar{\mathbf{F}}^e T \bar{\mathbf{F}}^e$. Decompondo este tensor espectralmente,

$$\bar{\mathbf{C}}^e = \sum_{i=1}^3 c_i^e \mathbf{E}_i \quad (4.18)$$

onde \mathbf{E}_i são as autoprojeções e c_i^e os autovalores de $\bar{\mathbf{C}}^e$. Este tensor pode ser representado pela deformação logarítmica elástica $\boldsymbol{\varepsilon}^e = \frac{1}{2} \log \bar{\mathbf{C}}^e$, que possui as mesmas autoprojeções de $\bar{\mathbf{C}}^e$. As deformações logarítmicas elásticas principais podem ser obtidas por $\boldsymbol{\varepsilon}_i^e = \frac{1}{2} \log c_i^e$. Para a deformação plástica, assumindo que o tensor de rotação plástica é nulo ($\mathbf{w}^p = 0$), o gradiente de velocidade plástica \mathbf{l}^p é dado por,

$$\mathbf{l}^p = \dot{\mathbf{F}}^p \mathbf{F}^{p-1} = \mathbf{d}^p \quad (4.19)$$

sendo $\mathbf{d}^p = \frac{1}{2}(\mathbf{l}^{p T} + \mathbf{l}^p)$ e $\mathbf{w}^p = \frac{1}{2}(\mathbf{l}^{p T} - \mathbf{l}^p)$. Faz-se uma decomposição espectral em \mathbf{d}^p [Fancello et al., 2008],

$$\mathbf{d}^p = \dot{q} \mathbf{M} = \dot{q} \sum_{i=1}^3 q_i^p \mathbf{P}_i \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{q} &\in K_Q = \{d \in \mathbb{R} \cap d \geq 0\} \\ q_i^p &\in K_{QP} = \left\{ p_i \in \mathbb{R} \cap \sum_{i=1}^3 p_i = 0 \cap \sum_{i=1}^3 p_i^2 = 3/2 \right\} \\ \mathbf{P}_i &\in K_M = \left\{ \mathbf{N}_i \in \text{Sym} \cap \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_i = 0 \cap \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j = 1 \ (i \neq j) \right\} \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde \mathbf{P}_i são as autoprojeções e q_i^p são os autovalores de \mathbf{M} . O escalar não-negativo \dot{q} contabiliza a *amplitude* de \mathbf{d}^p e o tensor normalizado \mathbf{M} as *direções* de \mathbf{d}^p [Fancello et al., 2008]. Quando esta separação é combinada com deformações logarítmicas, uma completa separação entre os aspectos cinemáticos (através de \mathbf{M}) e constitutivos (através de \dot{q}) é alcançado [Fancello et al., 2008].

Apresentadas as definições necessárias iniciais é finalmente apresentada a formulação do modelo utilizado. Considerando um potencial de energia livre definido pela expressão,

$$\varphi(\boldsymbol{\chi}) = U(J) + \varphi^e(\bar{\mathbf{C}}^e) + \varphi^p(\mathbf{F}^p, q) \quad (4.22)$$

onde U corresponde a um potencial volumétrico, φ^e corresponde a um potencial elástico isotrópico e φ^p corresponde a um potencial de enrijecimento plástico isotrópico. O potencial φ^e depende dos autovalores da deformação elástica, usando a definição da equação 4.18,

$$\varphi^e(\bar{\mathbf{C}}_{n+1}^e) = \varphi^e(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e) \quad (4.23)$$

No início de um dado incremento, conhecida a deformação plástica \mathbf{F}_n^p , a atualização do gradiente de deformação plástica \mathbf{F}_{n+1}^p é obtida por um mapeamento exponencial [Weber e Anand, 1990],

$$\mathbf{F}_{n+1}^p = \exp[\Delta t \mathbf{d}^p] \mathbf{F}_n^p = \exp \left[\Delta q \sum_{i=1}^3 q_i^p \mathbf{P}_i \right] \mathbf{F}_n^p \quad (4.24)$$

O potencial φ^p é função da variável interna q , onde q representa o acúmulo de deformação plástica em um dado ponto do corpo. Este potencial é dado pela expressão,

$$\varphi^p = \varphi^p(q) \quad (4.25)$$

$$q(t) = \int_0^t \dot{q} dt \quad q_{n+1} = q_n + \Delta q \quad (4.26)$$

O potencial ψ é um potencial dissipativo que depende da taxa de q . Este potencial, de modo a garantir que o incremento sobre q seja positivo, providencia uma penalização para taxas negativas de q , conforme expressão,

$$\psi(\mathbf{d}^p) = \psi(\dot{q}) = \psi \left(\frac{\Delta q}{\Delta t} \right) = \begin{cases} \psi(\dot{q}) = \bar{\psi}(\dot{q}) & \text{se } \dot{q} \geq 0 \\ \psi(\dot{q}) = +\infty & \text{se } \dot{q} < 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

A solução do problema incremental é obtido pela solução da expressão de minimização apresentada em 4.14, onde as variáveis internas ($\mathbf{F}_{n+1}^i, Q_{n+1}$) são substituídas pelas novas variáveis internas deste modelo ($\Delta q, \mathbf{P}_i, q_i^p$), conforme expressão [Fancello et al., 2008],

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{F}_{n+1}; \chi_n) = & \Delta U(J_{n+1}) + \\ & + \min_{\Delta q, \mathbf{P}_i, q_i^p} \left\{ \Delta \varphi^e(\bar{\mathbf{C}}_{n+1}^e) + \Delta \varphi^p(q_{n+1}) + \Delta t \bar{\psi}(\Delta q / \Delta t) \right\} \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\Delta U(J_{n+1}) = U(J_{n+1}) - U(J_n)$$

$$\Delta \varphi^e(\bar{\mathbf{C}}_{n+1}^e) = \varphi^e(\bar{\mathbf{C}}_{n+1}^e) - \varphi^e(\bar{\mathbf{C}}_n^e)$$

$$\Delta \varphi^p(q_{n+1}) = \varphi^p(q_{n+1}) - \varphi^p(q_n)$$

A minimização desta expressão, deve respeitar as seguintes restrições conforme apresentado em 4.21,

$$\Delta q \in K_Q = \{d \in \mathbb{R} \cap d \geq 0\} \quad (4.29)$$

$$q_i^p \in K_{QP} = \left\{ p_i \in \mathbb{R} \cap \sum_{i=1}^3 p_i = 0 \cap \sum_{i=1}^3 p_i^2 = 3/2 \right\} \quad (4.30)$$

$$\mathbf{P}_i \in K_M = \left\{ \mathbf{N}_i \in Sym \cap \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_i = 0 \cap \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j = 1 \ (i \neq j) \right\} \quad (4.31)$$

O lagrangiano formado pela expressão incremental 4.28 e pelas restrições 4.30 e 4.31 é dado pela expressão [Fancello et al., 2008],

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Delta q, q_i^p, \mathbf{P}_i, \gamma_i, \lambda, \beta) = & \Psi(\Delta q, q_i^p, \mathbf{P}_i) \\ & + \gamma_1 (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_1 - 1) + \gamma_2 (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_2) + \gamma_3 (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3) \\ & + \gamma_4 (\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_2 - 1) + \gamma_5 (\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_3) + \gamma_6 (\mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{P}_3 - 1) \\ & + \lambda(q_1^p + q_2^p + q_3^p) + \beta(q_1^p{}^2 + q_2^p{}^2 + q_3^p{}^2 - 3/2) \end{aligned} \quad (4.32)$$

onde γ_i , λ e β são multiplicadores de Lagrange. A solução do lagrangiano apresentado na equação 4.32 em relação à \mathbf{P}_i pode ser obtida analiticamente. Para este fim importantes relações são apresentadas,

$$\bar{\mathbf{F}}_{n+1}^e = \bar{\mathbf{F}}_{n+1} \mathbf{F}_{n+1}^{p-1} = \mathbf{F}^{pr} \exp[\Delta t \mathbf{d}^p]^{-1} \quad \mathbf{F}^{pr} = \bar{\mathbf{F}}_{n+1} \mathbf{F}_n^p \quad (4.33)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{n+1}^e = \bar{\mathbf{F}}_{n+1}^{eT} \bar{\mathbf{F}}_{n+1}^e = \mathbf{C}^{pr} \exp[\Delta t \mathbf{d}^p]^{-2} \quad \mathbf{C}^{pr} = \mathbf{F}_n^{p-1T} \bar{\mathbf{C}}_{n+1}^e \mathbf{F}_n^{p-1} \quad (4.34)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \frac{1}{2} \ln \bar{\mathbf{C}}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}^{pr} - \Delta t \mathbf{d}^p \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{pr} = \frac{1}{2} \ln \mathbf{C}^{pr} \quad (4.35)$$

onde o sobrescrito pr indica uma quantidade preditora.

A equação 4.34 somente é válida caso \mathbf{C}^{pr} e \mathbf{d}^p sejam colineares. Pode-se que provar que o lagrangiano da equação 4.32 tem sua solução em relação as autoprojeções \mathbf{P}_i alcançada quando $\bar{\mathbf{C}}_{n+1}^e$ e \mathbf{M} (equação 4.20) possuem as mesmas autoprojeções [Fancello et al., 2008]. Assim, as autoprojeções respeitam a condição que $\mathbf{P}_i = \mathbf{E}_i = \mathbf{E}_i^{pr}$, onde \mathbf{E}_i^{pr} são as autoprojeções de \mathbf{C}^{pr} .

Admitindo convexidade do lagrangiano da equação 4.32, sua solução em relação às variáveis q_i^p e Δq podem ser obtidas pelas condições de otimalidade de primeira ordem, as quais podem ser obtidas solucionando o sistema de equações [Fancello et al., 2008],

$$r_i = -\frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_i^e} \Delta q + \lambda + 2\beta q_i^p = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.36)$$

$$r_4 = -\sum_{i=1}^3 \frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_i^e} q_i^p + \frac{\partial \Delta \varphi^p}{\partial \Delta q} + \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{q}} \geq 0 \quad (4.37)$$

$$r_5 = \sum_{i=1}^3 q_i^p = 0 \quad (4.38)$$

$$r_6 = \sum_{i=1}^3 (q_i^p)^2 = \frac{3}{2} \quad (4.39)$$

$$\Delta q \geq 0 \quad (4.40)$$

$$r_4 \Delta q = 0 \quad (4.41)$$

O problema formado pelo sistema de equações 4.36 a 4.41 pode ser facilmente resolvido utilizando o método de Newton. Contudo, valores iniciais adequados para o método de Newton devem ser utilizados, para evitar que esta minimização incorra em mínimos locais [Fancello

et al., 2008]. De modo a determinar os valores iniciais do método de Newton é realizado um procedimento numérico, descrito abaixo, que além de apontar valores iniciais apropriados determina se há necessidade de solucionar o sistema de equações [Fancello et al., 2008].

A expressão r_4 (equação 4.37), do sistema de equações definido, é obtida através da derivada do lagrangiano da equação 4.32 por Δq . Para o caso de um incremento elástico, o mínimo obtido ao solucionar o sistema de equações apresenta $\Delta q = 0$, e a equação 4.37 deve ser respeitada ($r_4 \geq 0$) para qualquer valor possível de q_i^p . Assim, nesta estrutura matemática, o valor de r_4 cumpre o papel de critério de escoamento. Tal abordagem necessita de uma avaliação das variáveis internas na eminência de um incremento que possa caracterizar o início da plastificação ou o início do retorno elástico. Tal situação e sua solução são apresentadas em [Fancello et al., 2008].

Assim, para um caso elástico onde é imposta a condição que $\Delta q = 0$, o mínimo da expressão r_4 , usando como variáveis de projeto os autovalores q_i^p , deve ser não-negativo. Isso pode ser expresso na forma de uma nova expressão para minimização, conforme expressão,

$$\min_{q_i^p} \left\{ - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_i^e} q_i^p + \frac{\partial \Delta \varphi^p}{\partial \Delta q} + \frac{\partial \psi}{\partial \dot{q}} \right\} \quad (4.42)$$

que respeita a condição exposta na equação 4.30. Ao compor um lagrangiano formado pelas equações 4.42 e 4.30 é obtida a expressão,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(q_i^p, \bar{\lambda}, \bar{\beta}) = & \left(- \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_i^e} q_i^p + \frac{\partial \Delta \varphi^p}{\partial \Delta q} + \frac{\partial \psi}{\partial \dot{q}} \right) \\ & + \bar{\lambda}(q_1^p + q_2^p + q_3^p) + \bar{\beta}(q_1^p{}^2 + q_2^p{}^2 + q_3^p{}^2 - 3/2) \end{aligned} \quad (4.43)$$

onde $\bar{\lambda}$ e $\bar{\beta}$ são multiplicadores de Lagrange. Admitindo a convexidade deste lagrangiano e utilizando condições de otimalidade de primeira ordem, é obtido o sistema de equações,

$$- \frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_i^e} + \bar{\lambda} + 2\bar{\beta}q_i^p = 0 \quad (4.44)$$

$$\sum_{i=1}^3 q_i^p = 0 \quad (4.45)$$

$$\sum_{i=1}^3 (q_i^p)^2 = \frac{3}{2} \quad (4.46)$$

O sistema formado pelas equações 4.44 a 4.46 pode ser facilmente resolvido analiticamente. Sua solução não apenas indica se ocorrerá plastificação ou não, mas também quais são os valores iniciais, para as variáveis internas e os multiplicadores de Lagrange, a serem utilizados na minimização da equação 4.14. Onde somando as três expressões da equação 4.44 e cancelando o multiplicador de Lagrange $\bar{\beta}$ da expressão resultante por meio da equação 4.45, o multiplicador de Lagrange $\bar{\lambda}$ pode ser expresso por,

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_j^e} \quad (4.47)$$

Utilizando a expressão da equação 4.47 em conjunto com a equação 4.44, a expressão abaixo pode ser obtida,

$$\widehat{\frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_i^e}} = \frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_i^e} - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_j^e} \quad (4.48)$$

Aplicando na equação 4.44 as equações 4.48, 4.45 e 4.46. Pode ser obtida uma expressão para o multiplicador de Lagrange $\bar{\beta}$,

$$\bar{\beta} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left\| \widehat{\frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon^e}} \right\| \quad \text{onde} \quad \left\| \widehat{\frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon^e}} \right\|^2 = \sum_{j=1}^3 \left(\widehat{\frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_j^e}} \right)^2 \quad (4.49)$$

Finalmente, aplicando as equações 4.47 e 4.49, referentes aos multiplicadores de Lagrange, na equação 4.44 pode ser obtida a equação 4.50, que define expressões para os autovalores q_i^p ,

$$q_i^p = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} \widehat{\frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon_i^e}}}{\left\| \widehat{\frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon^e}} \right\|} \quad (4.50)$$

Dessa forma, um critério que define se ocorrem deformações plásticas em um dado incremento pode ser definido. Substituindo a expressão obtida para q_i^p , da equação 4.50, na expressão para r_4 , equação 4.37. Quando a expressão resultante apresenta $r_4 < 0$, ocorrem deformações plásticas, conforme expressão,

$$-\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \widehat{\frac{\partial \Delta \varphi^e}{\partial \varepsilon^e}} \right\| + \left. \frac{\partial \Delta \varphi^p}{\partial \Delta q} \right|_{\Delta q=0} + \left. \frac{\partial \psi}{\partial \dot{q}} \right|_{\Delta q=0} < 0 \quad (4.51)$$

Nos casos onde o critério definido pela equação 4.51 é atendido, ocorrem deformações plásticas no dado incremento e a condição que $\Delta q > 0$ é atendida. Assim, o sistema de equações formado originalmente pelas equações 4.36 a 4.41 pode ser reduzido para as equações 4.36 a 4.39. As equações 4.40 e 4.41 podem ser descartadas, pois é sabido que $\Delta q > 0$. Valores iniciais adequados para q_i^p , ao utilizar o método de Newton, podem ser obtidos pela equação 4.50.

Para a determinação da tensão, devido a decomposição do potencial de energia livre em componentes desviadores e volumétricos, o primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff é dado pela expressão,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{n+1} &= 2\mathbf{F}_{n+1} \frac{\partial \Psi(\mathbf{C}_{n+1}; \chi_n)}{\partial \mathbf{C}_{n+1}} \\ &= \mathbf{F}_{n+1} \left[J_{n+1}^{-2/3} \text{DEV} \left(2 \frac{\partial \varphi^e}{\partial \bar{\mathbf{C}}_{n+1}} \right) + \frac{\partial U}{\partial J_{n+1}} J_{n+1} \mathbf{C}_{n+1}^{-1} \right] \end{aligned} \quad (4.52)$$

onde $\text{DEV}(\bullet) = (\bullet) - \frac{1}{3}((\bullet) : \mathbf{C}_{n+1}) \mathbf{C}_{n+1}^{-1}$, o tensor $\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1}^T \mathbf{F}_{n+1}$ e o tensor $\bar{\mathbf{C}}_{n+1}$ é sua parcela isocórica.

De modo a utilizar a estrutura matemática apresentada, potenciais para o modelo variacional apresentado devem ser escolhidos. Assim, neste estudo, por simplificação, o comportamento

do termoplástico é considerado isocórico [Martinez et al., 2011; Abdul-Hameed et al., 2014] dessa forma o potencial U é utilizado para fins de restrição de volume, utilizando o parâmetro constitutivo volumétrico K^{vol} como uma penalidade. O potencial elástico isotrópico φ^e escolhido é o potencial de Hencky dado pela expressão,

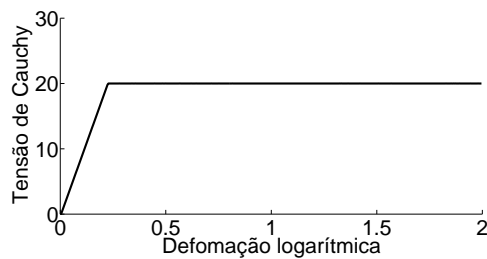
$$\varphi^e(\boldsymbol{\varepsilon}_i^e) = \mu(\boldsymbol{\varepsilon}_i^e)^2 \quad (4.53)$$

este potencial apresenta apenas um parâmetro μ , que corresponde a uma rigidez elástica do modelo, e por este motivo foi escolhido para representar o termoplástico. Este potencial representa o caso linear elástico para deformações logarítmicas.

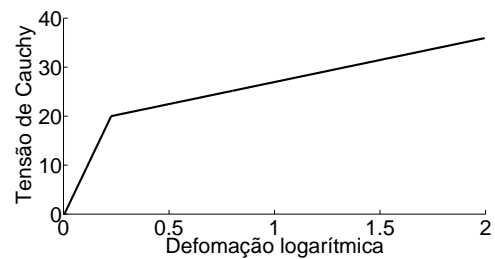
Neste estudo, o potencial plástico φ^p apresenta diversos termos sendo expresso por [Fancello et al., 2008],

$$\varphi^p(q) = \sigma_0 q + \frac{1}{2} H q^2 + \mu_s \left(q + \frac{\exp(-\alpha_s q)}{\alpha_s} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{\alpha_i + 1} q^{\alpha_i + 1} \quad (4.54)$$

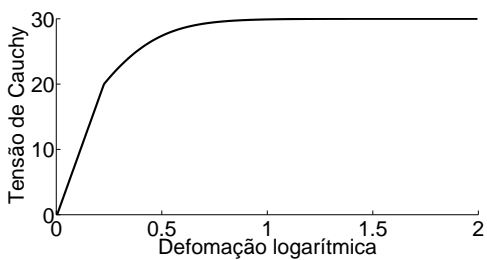
onde o parâmetro σ_0 corresponde a tensão de escoamento inicial do modelo, o parâmetro H corresponde a um enrijecimento linear, os parâmetros μ_s e α_s correspondem a um enrijecimento com saturação e os parâmetros μ_i e α_i correspondem a um enrijecimento não-linear. O efeito de cada termo deste potencial é apresentado na figura 4.5.



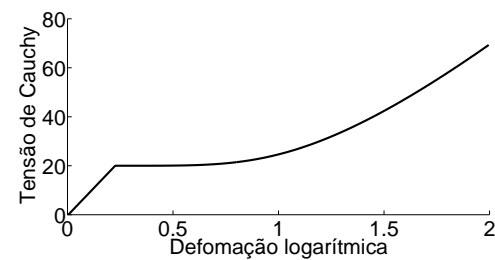
(a) Somente σ_0 habilitado, $\sigma_0 = 20$



(b) Parâmetro H habilitado, $\sigma_0 = 20$ e $H = 10$



(c) Parâmetros μ_s e α_s habilitados, $\sigma_0 = 20$, $\mu_s = 10$ e $\alpha_s = 7$



(d) Parâmetros μ_1 e α_1 habilitados, $\sigma_0 = 20$, $\mu_1 = 20$ e $\alpha_1 = 4,5$

Figura 4.5: Comportamento da curva tensão de Cauchy versus deformação logarítmica utilizando $\mu = 30$ para o potencial φ^e e alterando o potencial φ^p . Onde são habilitadas a tensão de escoamento σ_0 em conjunto com parâmetros de φ^p .

Vale ressaltar que, devido as escolhas feitas na modelagem do material, o potencial

dissipativo $\bar{\psi}$ é desconsiderado neste trabalho, pois somente os efeitos elastoplásticos são estudados.

5 METODOLOGIA DO TRABALHO

O objetivo principal deste trabalho é estudar uma metodologia para caracterizar um termoplástico de geometria qualquer, onde serão empregadas ferramentas numéricas e experimentais capazes de serem adaptadas a metodologia FEMU. Um aspecto importante é a busca de uma resposta constitutiva que possa não apenas representar a curva de força de um ensaio de tração, mas também a resposta cinemática da estrição, que governa a força resultante. Esta necessidade de incorporar o efeito da estrição torna-se claro quando interpreta-se a proveniência da resposta de força de um ensaio uniaxial, que nada mais é que a resultante sobre as extremidades da amostra. Na região de estrição as relações uniaxiais normalmente estabelecidas com a força deixam de ter validade quando trata-se de um problema com deformações heterogêneas e localizadas causadas por mudanças significativas na geometria.

As etapas empregadas neste trabalho buscam estudar as respostas obtidas para os parâmetros de modelos constitutivos. Com este fim, a metodologia do presente trabalho pode ser dividida em três partes, listadas abaixo:

1. Ensaio experimental;
2. Simulação numérica;
3. Solução do problema inverso.

O ensaio experimental realizado neste trabalho utilizou uma máquina de ensaio de tração para obtenção das curvas de força-deslocamento usuais. O campo de deslocamentos na região de estrição foi obtido através de técnicas ópticas na região de estrição do corpo de prova (CP).

A simulação numérica foi realizada no software ANSYS utilizando diferentes modelos, onde estuda-se a capacidade representativa de quatro modelos multilíneares e um modelo variacional. O modelo multilinear se encontra implementado no software comercial de elementos finitos e o variacional foi implementado. Estes possuem, em teoria, capacidade de representar o principal comportamento de termoplásticos de interesse, ou seja, o aumento da rigidez durante a plastificação, quando ocorrem grandes deformações.

A implementação do modelo variacional apresentado na subseção 4.3 foi realizada utilizando a sub-rotina USERMAT do software ANSYS, onde um executável é recompilado. Esta sub-rotina é indicada para implementar modelos que envolvam comportamentos mecânicos generalizados. Mais informações sobre os aspectos importantes desta implementação são dadas a seguir. Para a solução do problema inverso de obtenção de parâmetros dos modelos constitutivos, técnicas de otimização clássicas foram utilizadas, sendo empregados métodos de minimização globais em conjunto com métodos de minimização por gradiente.

5.1 Ensaio experimental

Para a etapa experimental foi realizado um ensaio experimental de tração, onde foi utilizado um CP de PVC, no formato de haltere, entalhado para propiciar a formação e propagação da estrição no espécime em uma posição previamente conhecida para a obtenção do campo de deslocamentos via métodos ópticos. A geometria do CP foi baseada na norma ASTM D638 [American Society for Testing and Materials, 2014] e possui seção transversal de 10 x 3,5 mm. Um entalhe foi realizado com uma fresadora e fresa de 8 mm de diâmetro com um avanço de 0,7 mm, conforme figura 5.1.

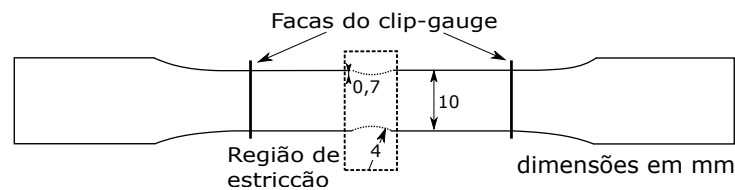


Figura 5.1: Ilustração com as dimensões principais do CP

O ensaio foi realizado em uma máquina de ensaio EMIC DL-2000, utilizando uma célula de carga EMIC CCE5KN com capacidade de carga de 5 kN e resolução de 1 N e um extensômetro EMIC modelo EE09, tipo clip-gauge, com resolução de 0,001 mm, com distância de referência de 50 mm. O ensaio foi realizado com uma velocidade de 5 mm/min que é a menor velocidade recomendada para o ensaio realizado segundo a norma ASTM D638, que determina a metodologia de ensaios de tração para estes materiais. Esta é a norma para caracterização mecânica de plásticos. Os dados experimentais de força por deslocamento do clip-gauge, do ensaio realizado, são apresentados na figura 5.2.

Como na usinagem do CP podem ocorrer desalinhamentos, tanto nos entalhes realizados, quanto na instalação do clip-gauge no CP, tornando o modelo numérico idealizado diferente do experimento real, a geometria inserida no modelo FEM foi gerada utilizando uma foto de alta resolução do CP instalado na máquina de ensaio. Para isso foram feitas medições de largura e espessura no CP através de um paquímetro, onde a geometria desenhada, a partir da foto capturada, foi ajustada para possuir a espessura e a largura medidas diretamente do CP. Minimizando assim possíveis discrepâncias entre o modelo numérico e o ensaio experimental, com relação aos aspectos geométricos.

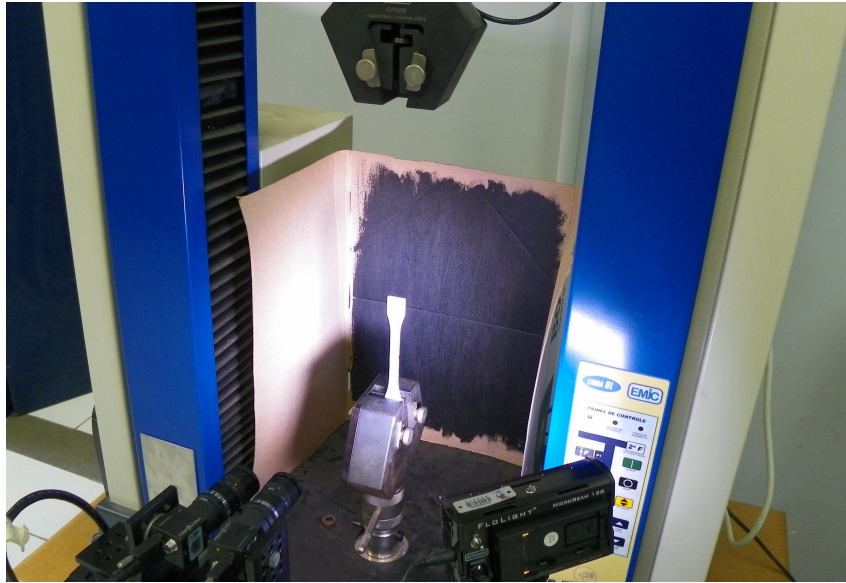


Figura 5.3: Bancada experimental com CP instalado

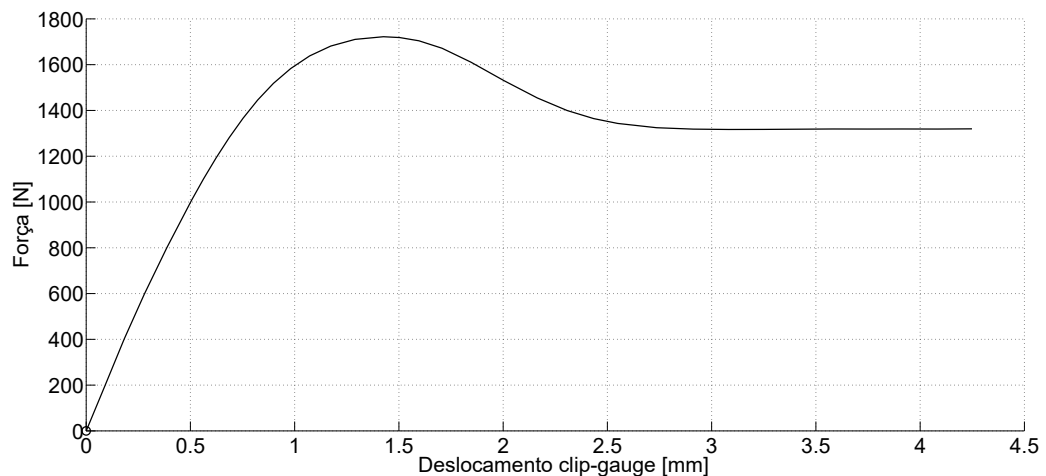
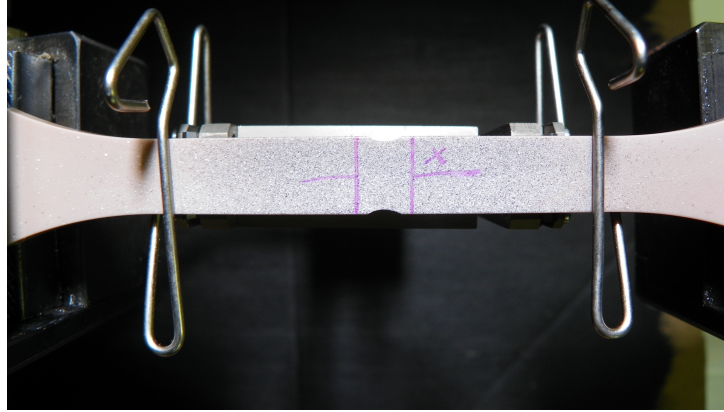


Figura 5.2: Dados experimentais de força por deslocamento do clip-gauge

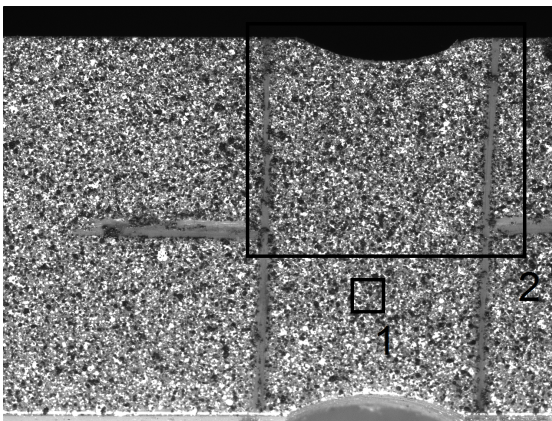
Durante o ensaio foram capturadas imagens para determinação do campo de deslocamentos na região de estrição. Para a captura das imagens foi utilizada uma bancada de ensaio, que pode ser visualizada na figura 5.3. Para a captura das imagens dos ensaios foram utilizadas duas câmeras Point Grey modelo Flea2 1.3 Megapixels monocromáticas com lentes Computar modelo M5028-MPV, de baixíssima distorção, com distância focal de 50 mm acopladas a espaçadores de 10 mm. A utilização de duas câmeras no ensaio permitiu obter campos de deslocamentos tridimensionais. A captura das duas câmeras foi realizada de forma sincronizada por hardware a uma taxa de aquisição de 1,875 FPS.

Para a determinação do campo de deslocamentos, o CP foi marcado com um padrão aleatório com *speckles* (salpicos) de tinta preta e branca. Na imagem 5.4a pode-se visualizar um

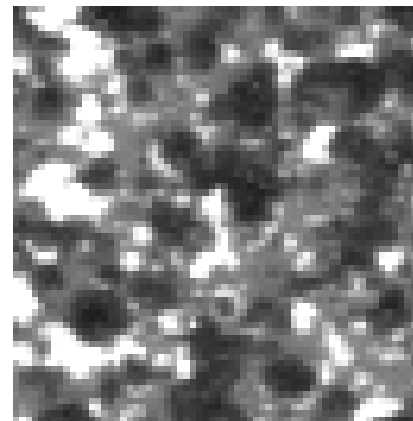
CP instalado na máquina de ensaio com a marcação e o extensômetro posicionado. Cuidados foram tomados na marcação para garantir que o tamanho dos *speckles* da pintura tenham tamanho de no mínimo 3 por 3 *pixels* [Sutton et al., 2009] para propiciar a boa correlação de imagens, detalhes da marcação podem ser vistas nas figuras 5.4b e 5.4c.



(a) CP marcado instalado na máquina de ensaio com extensômetro, tipo clip-gauge, posicionado



(b) Região do entalhe, capturado por uma das câmeras, do CP observado na figura 5.4a



(c) Tamanho dos *speckles* do detalhe 1 apresentado na figura 5.4b

Figura 5.4: Imagem do ensaio capturada por uma das câmeras mostrando tamanho dos *speckles* no detalhe

De modo a determinar o campo de deslocamentos na região de interesse do CP, através das imagens capturadas, a técnica de correlação de imagens digitais (DIC) é utilizada. Neste método pontos de uma imagem de referência, denominados *marker*, são escolhidos, e uma região no entorno de cada *marker*, chamada *subset*, é definida. O método de correlação de imagens mapeia a posição de cada *marker* nas imagens capturadas ao longo do ensaio. O método de correlação de imagens busca determinar o melhor coeficiente de correlação entre um *subset* da imagem de referência com um *subset* de uma dada imagem do ensaio.

O método de correlação de imagens utilizando neste trabalho é o método de Newton-Raphson com resolução sub-pixel do campo de deslocamentos [Pan et al., 2009; Bing et al., 2006; Vassoler e Fancello, 2011]. O coeficiente de correlação ZNSSD (Zero-mean Normalized Sum of

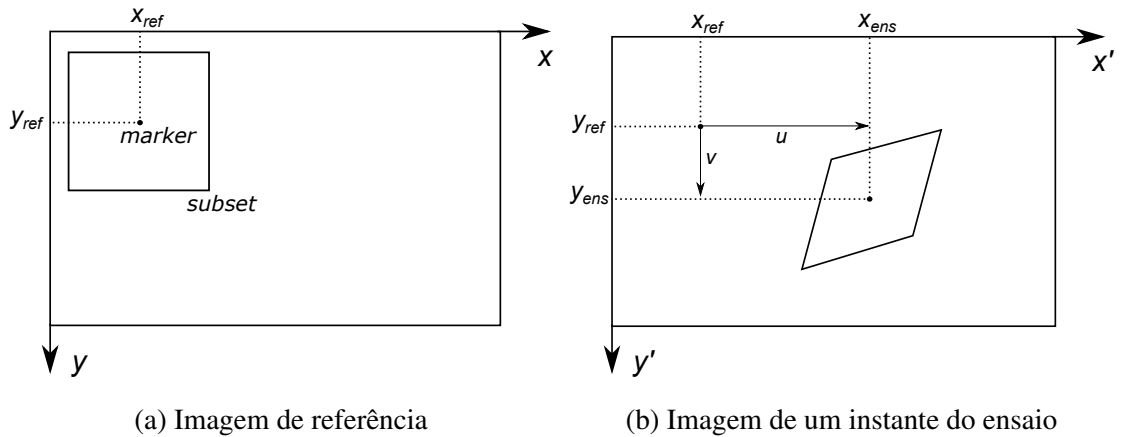


Figura 5.5: Ilustração de uma imagem de referência e de uma imagem do decorrer do ensaio

Squared Differences) é utilizado [Pan et al., 2009], este coeficiente de correlação é insensível a mudanças em patamar e na escala linear da iluminação durante o ensaio [Pan et al., 2009].

O método de Newton-Raphson, neste trabalho, utiliza a primeira e segunda derivadas do coeficiente de correlação ZNSSD, em relação aos deslocamentos e deformações/rotações do *subset* [Vassoler e Fanello, 2011]. Os parâmetros deste coeficiente são dois deslocamentos u e v , respectivamente nas direções x e y conforme figura 5.5, quatro deformações de primeira e seis de segunda ordem, totalizando doze parâmetros [Vassoler e Fanello, 2011]. O conjunto de deslocamentos e deformações, que otimiza o coeficiente de correlação, é aquele que faz a correspondência entre o *subset* da imagem da referência com o *subset* de uma imagem do decorrer do ensaio [Pan et al., 2009].

As derivadas do coeficiente de correlação são avaliadas através de uma função, que descreve os valores da escala de cinza de cada pixel da imagem. Desta forma, para se obter uma função suave, estes valores são interpolados utilizando splines de alta ordem [Pan et al., 2009]. Este procedimento é necessário pois os valores das escalas de cinza da imagem, antes da interpolação, são inteiros e constantes no domínio de cada pixel.

Para a utilização do método de Newton-Raphson, devem ser escolhidos valores iniciais adequados para os parâmetros do coeficiente de correlação, de modo que o método convirja [Pan et al., 2009]. Para este fim, cuidados foram tomados na determinação destes valores iniciais, como a utilização dos valores dos parâmetros do coeficiente de correlação de *markers* vizinhos para os valores iniciais do coeficiente de correlação do *marker* de interesse, através da técnica RG-DIC [Pan et al., 2012].

As duas câmeras têm suas posições relativas e orientações determinadas entre elas e com um alvo de calibração para minimizar possíveis distorções e obter o campo de deslocamentos em unidade métrica. O procedimento, denominado triangularização, mantém as duas câmeras com posições e rotações relativas fixas entre si, enquanto o alvo de calibração é movido, tomando o cuidado de não perder o foco das câmeras. Os frames capturados são então avaliados em um

procedimento de triangularização, que determina suas posições e orientações relativas. Apesar deste método permitir a obtenção dos deslocamentos sobre toda a superfície do CP, para esta metodologia apenas a informação de alguns pontos é necessária. Assim, escolheu-se três pontos em diferentes posições sobre a região de estrição, que fornecerá a tendência de formação e propagação da estrição.

Os pontos utilizados do qual se obteve o campo de deslocamentos na região da estrição são apresentados na figura 5.6. As posições destes pontos foram escolhidas para buscar representar a cinemática da estrição da forma mais abrangente possível de um dos quadrantes da região de estrição. Na figura 5.7 são apresentados os deslocamentos transversais dos pontos A, B e C em relação ao ponto M da figura 5.6, que se encontra no centro de simetria do CP. Os deslocamentos transversais dos gráficos da figura 5.7 são dados pelos deslocamentos na direção y e somente do CP, conforme figura 5.6. Estes deslocamentos são aqueles efetivamente utilizados para a determinação dos parâmetros constitutivos dos modelos estudados.

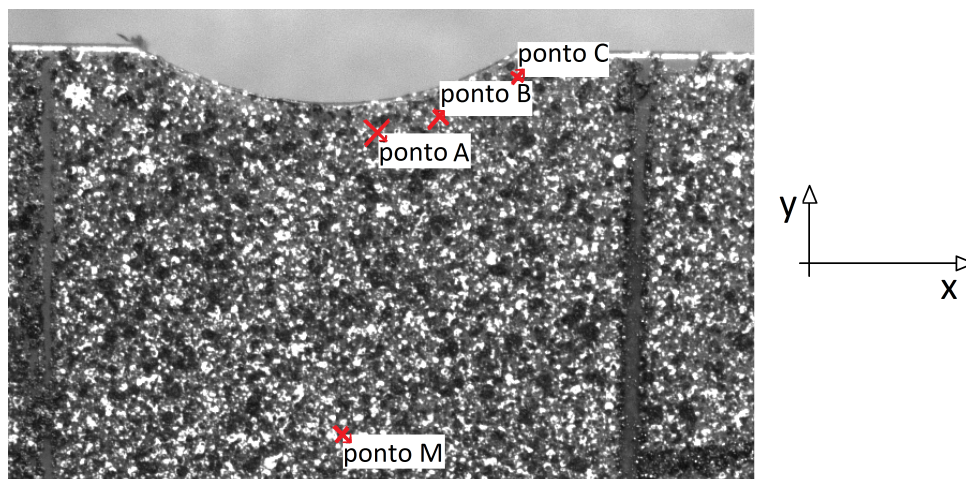


Figura 5.6: Posição dos pontos utilizados na função objetivo de deslocamento, do detalhe 2 da figura 5.4b

Apesar da técnica DIC não ser o ponto principal deste trabalho, são apresentados alguns comentários sobre seus resultados. Os erros da metodologia DIC podem ser divididos em duas parcelas, uma em função do algoritmo de correlação de imagens e outra relacionada ao espécime, carregamento aplicado e a captura das imagens [Pan et al., 2009]. O erro com relação ao algoritmo de correlação de imagens pode ser devido as escolhas dos seguintes itens: tamanho do *subset*, função de correlação, algoritmo sub-pixel, funções de interpolação e funções de forma [Pan et al., 2009]. No artigo Pan et al., 2016 é avaliado o erro de um algoritmo sub-pixel que utiliza um coeficiente de correlação SSD (Sum of Square Difference), onde são aplicados deslocamentos na imagem estudada de modo a avaliar o erro da metodologia utilizada. Para o caso estudado, e com as escolhas realizadas, a raiz quadrada do erro médio (root mean square error) do algoritmo sub-pixel utilizado foi menor que 0,01 pixels [Pan et al., 2016].

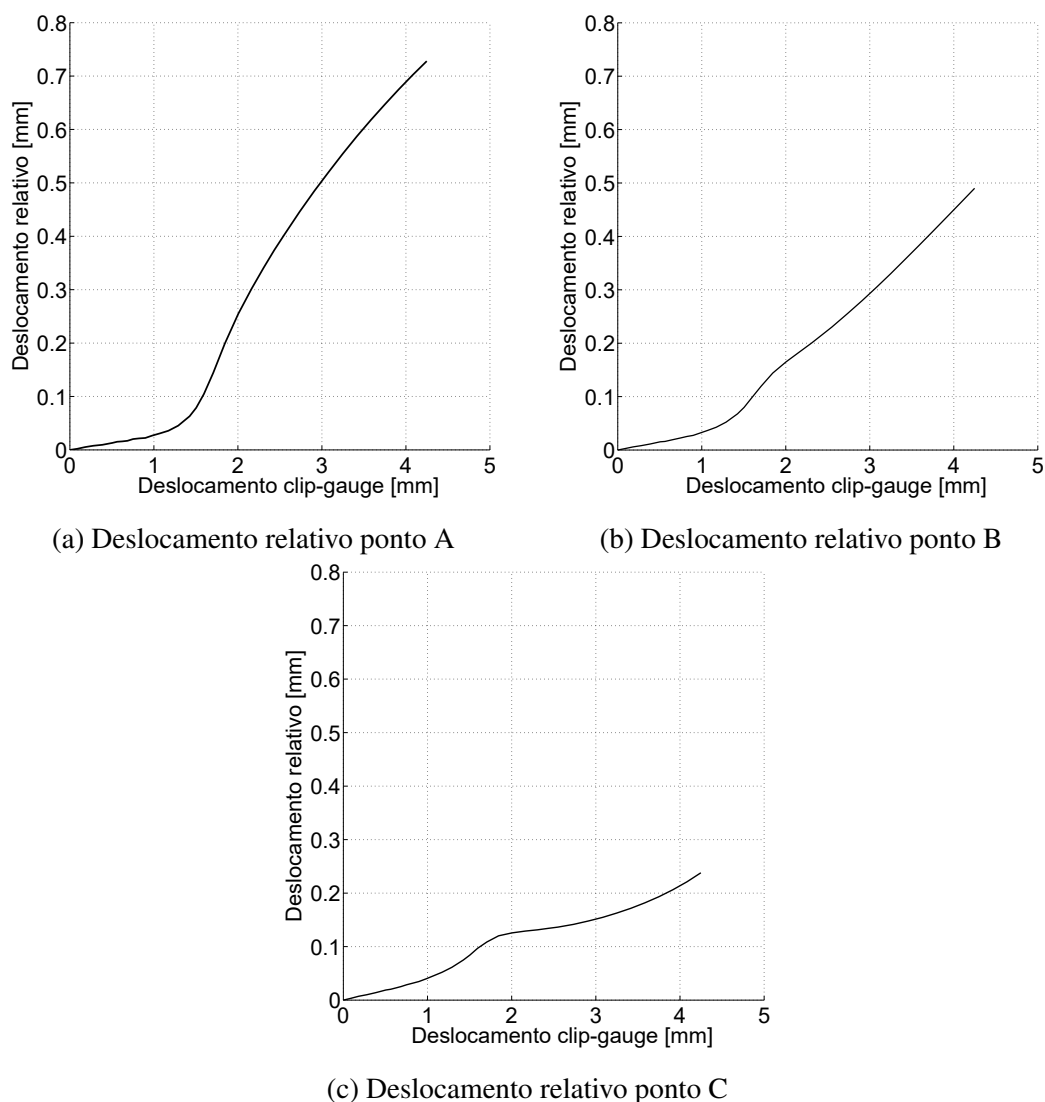


Figura 5.7: Deslocamentos, relativos ao ponto M, dos pontos A, B e C, da figura 5.6, pelo deslocamento da máquina de ensaio

No trabalho Vassoler e Fancello, 2010 é avaliado o erro de um dado conjunto de escolhas para algoritmo de correlação muito similar ao utilizado para o presente trabalho. Através de imagens deformadas virtualmente foi avaliado o erro do algoritmo de correlação de imagens. Mostrou-se que os resultados obtidos pelo DIC utilizando as imagens virtuais, mesmo quando submetidas a campos de deslocamentos de alta ordem, o erro absoluto para o caso avaliado se encontrou em 0,0054 pixels [Vassoler e Fancello, 2010].

Com relação aos erros devido ao aparato experimental, como os relacionados ao espécime, carregamento aplicado e aquisição de imagens [Pan et al., 2009] foi realizado neste trabalho uma avaliação do erro relacionado a estes fatores. Utilizando a bancada experimental montada para o ensaio realizado deste estudo. Um CP, com pintura similar àquela utilizada no ensaio, foi preso à máquina de ensaio e submetido a 10 deslocamentos de corpo rígido de 0,1 mm. As imagens capturadas foram submetidas ao algoritmo DIC utilizado no presente trabalho, onde

foram avaliados 2401 *markers*. O erro médio medido nestes *markers* foi de 1,93E-3 mm, onde deve-se notar que este erro não é acumulativo, uma vez que o algoritmo calcula o deslocamento de cada instante de tempo em relação a posição indeformada.

Com relação a preparação dos CPs e a realização do ensaio. A metodologia usada para o preparo do CP, instalação do CP na máquina de ensaio e configuração da bancada óptica estão descritos no apêndice A.

5.2 Simulação numérica do modelo

O modelo variacional apresentado na subseção 4.3 foi implementado no software de elementos finitos ANSYS através da sub-rotina USERMAT. Esta sub-rotina é avaliada em todos os pontos de integração dos elementos do modelo FEM durante o procedimento de solução [Ansys Inc., 2009a]. Esta sub-rotina tem como dados de entrada as tensões, deformações e outras variáveis de estado do final incremento anterior, bem como a deformação atual. Assim, é necessário informar ao software o tensor tensão e as variáveis de estado atuais. Além disto, também é necessário calcular a matriz tangente consistente com o algoritmos de solução do software, que neste trabalho representou a maior dificuldade de implementação. Sem uma matriz tangente adequada, o software não consegue convergir para a solução incremental.

No trabalho Waas et al., 2012 é apresentado que o software ANSYS utiliza uma matriz tangente baseada na formulação de taxa de Green-Naghdi da tensão de Cauchy, que é consistente com o sistema de solução do ANSYS. Uma aproximação conveniente da taxa de Green-Naghdi, que possui um cálculo mais laborioso, é a taxa de Jaumann [Ansys Inc., 2008]. Assim, por facilidade de implementação, neste trabalho foi implementada uma matriz tangente analítica baseada na formulação da taxa de Jaumann, que apresentou boa convergência para os casos analisados.

Para apresentar a matriz tangente analítica implementada no FEM, é utilizada uma matriz tangente obtida através do potencial definido na equação 4.28, conforme expressão,

$$C = 4 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{C} \partial \mathbf{C}} \quad (5.1)$$

A matriz tangente da equação 5.1 pode ser aplicada de modo a determinar a taxa de Truesdell da tensão de Cauchy, através das expressões [Belytschko et al., 2013],

$$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla T} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{l}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}\mathbf{l}^T - \text{tr}(\mathbf{d})\boldsymbol{\sigma} = C^{\sigma T} : \mathbf{d} \quad (5.2)$$

$$C^{\sigma T} = J^{-1} \mathbf{F} \mathbf{F} C \mathbf{F}^T \mathbf{F}^T \quad (5.3)$$

onde $\mathbf{l} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1}$, $\mathbf{d} = \frac{1}{2}(\mathbf{l} + \mathbf{l}^T)$, $\boldsymbol{\sigma}$ é a tensão de Cauchy e $\boldsymbol{\sigma}^{\nabla T}$ é a taxa de Truesdell da tensão de Cauchy. A matriz tangente definida na equação 5.3 pode ser modificada para determinar a taxa de Jaumann da tensão de Cauchy, através das expressões,

$$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla J} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{w}\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}\mathbf{w}^T = C^{\sigma J} : \mathbf{d} \quad (5.4)$$

$$C_{ijkl}^{\sigma J} = C_{ijkl}^{\sigma T} + \frac{1}{2}(\delta_{ik}\sigma_{jl} + \sigma_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\sigma_{jk} + \sigma_{il}\delta_{jk}) - \sigma_{ij}\delta_{kl} \quad (5.5)$$

onde $\mathbf{w} = \frac{1}{2}(\mathbf{1} - \mathbf{1}^T)$, δ é o delta de Kronecker, $\boldsymbol{\sigma}^{\nabla J}$ é a taxa de Jaumann da tensão de Cauchy e na equação 5.5 é utilizada notação indicial. Finalmente a matriz tangente $C^{\sigma J}$ foi aquela efetivamente implementada na rotina USERMAT deste trabalho.

Para o modelo multilinear não houve necessidade de nenhuma implementação adicional, pois o modelo já se encontra implementado no software ANSYS. Com relação ao procedimento de solução no FEM, ambos os modelos variacional e multilinear utilizaram as mesmas malhas, elementos (elemento sólido hexaédrico linear, SOLID185) e condições de contorno.

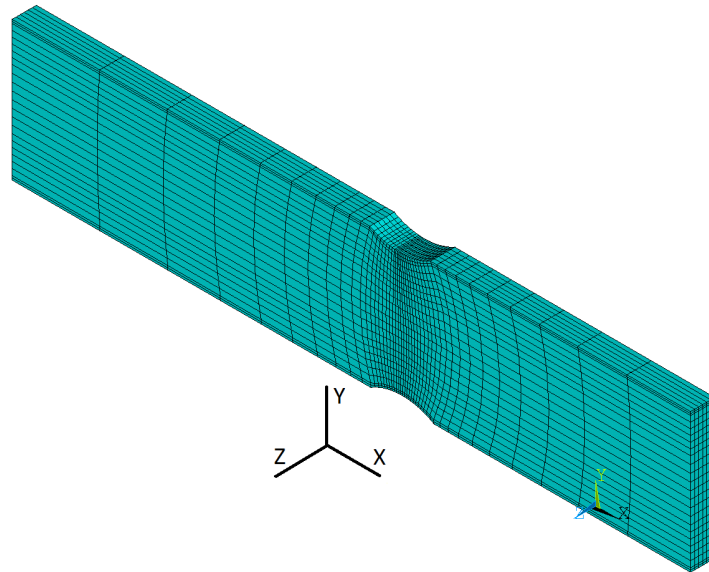


Figura 5.8: Malha utilizada no software de elementos finitos

A geometria foi construída de forma a reproduzir a observação experimental através uma foto de alta resolução do CP, onde foi reproduzido somente a região entre as facas do clip-gauge, conforme figura 5.1, de onde têm-se conhecido o deslocamento experimental. Assim, as condições de contorno de deslocamento impostas através do clip-gauge são aplicadas exatamente na posição que este se encontrava no ensaio mecânico. Esta escolha foi feita buscando minimizar erros que poderiam existir da hipótese de 1/8 de simetria. A malha utilizada nas análises é apresentada na figura 5.8, onde foi utilizada apenas a condição de simetria do CP no plano XY (1/2), conforme figura 5.8, deslocado para o plano médio do CP. Todos os casos avaliados foram simulados usando o mesmo deslocamento do clip-gauge como condição de contorno.

Por fim, o modelo FEM foi construído e parametrizado de modo que ao alterar os parâmetros constitutivos estudados fosse obtida a respectiva resposta de força e deslocamentos transversais dos pontos escolhidos. Os pontos escolhidos no modelo FEM são os mesmos três pontos dos resultados ópticos.

5.3 Caracterização numérico-experimental

Neste trabalho o FEMU utiliza funções objetivo avaliadas através de diferenças quadráticas ponderadas entre as respostas numéricas de deslocamento de pontos da região da estrição e força e seus respectivos dados experimentais, conforme expressão,

$$f^F(\mathbf{m}) = P^F \sum_{i=1}^{steps} \left(\frac{F_i^{exp} - F_i^{num}(\mathbf{m})}{F_{max}^{exp}} \right)^2 \quad (5.6)$$

$$f^d(\mathbf{m}) = P^d \sum_{j=1}^{mrk} \left(\sum_{i=1}^{steps} \left(\frac{d_{ji}^{exp} - d_{ji}^{num}(\mathbf{m})}{d_{j,max}^{exp}} \right)^2 \right) \quad (5.7)$$

$$f(\mathbf{m}) = f^F + f^d \quad (5.8)$$

onde os índices *exp* e *num* correspondem respectivamente aos dados experimentais e numéricos, os índices *F* e *d* correspondem aos dados de força e deslocamento transversal de pontos na região da estrição, F_{max}^{exp} e $d_{j,max}^{exp}$ são respectivamente os valores máximos absolutos de respectivamente F_i^{exp} e d_{ji}^{exp} , *mrk* é o número de pontos de interesse (*marker*) do campo de deslocamentos da região de estrição e *step* é o número de pontos avaliados e comparados do ensaio experimental com o modelo numérico. Os escalares *P* correspondem aos pesos das funções objetivo, os escalares $f^F(\mathbf{m})$ e $f^d(\mathbf{m})$ correspondem as parcelas da função objetivo, respectivamente de força e deslocamento, e o escalar $f(\mathbf{m})$ corresponde a função objetivo de um problema multiobjetivo escalarizado [Caramia e Dell'Olmo, 2008] dada pela soma termo a termo dos vetores descritos nas equações 5.6 e 5.7 propostas no trabalho Vassoler e Fancello, 2011. Para solução deste tipo de problema um método de minimização deve ser empregado. Assim, este problema pode ser estudado do ponto de vista de um típico problema multiobjetivo com dois objetivos, ou um problema com um objetivo escalarizado necessitando da avaliação de múltiplos pesos.

Conforme apresentado, devem ser minimizadas duas funções objetivo dadas pelas equações 5.6 e 5.7, assim neste trabalho deve ser realizada uma minimização multiobjetivo. Pela característica esperada do problema estudado neste trabalho, as funções objetivo do problema deveriam ser não conflitantes. Pois para o caso em que modelo constitutivo utilizado seja adequado, a solução ótima do objetivo de força deve ser a mesma solução ótima para o objetivo de deslocamento. Um exemplo de problema onde a resposta das funções objetivos são não conflitantes é apresentada na figura 5.9a [Deb, 2001], onde existe somente um ótimo para o problema. Para o caso onde as funções objetivo do problema sejam conflitantes a resposta do problema não é única, conforme figura 5.9b [Deb, 2001].

Para os casos de funções objetivo conflitantes a solução do problema pode ser dada por uma de curva de fronteira, chamada de ótimo de Pareto (ou fronteira de Pareto), onde o conjunto de parâmetros ótimo é tal que nenhum dos objetivos piora ao alterar este conjunto de parâmetros [Haftka e Gürdal, 1992]. Um exemplo de uma fronteira de Pareto é apresentada na figura 5.10.

Em problemas de identificação de parâmetros, pode não ser possível alcançar o mínimo de

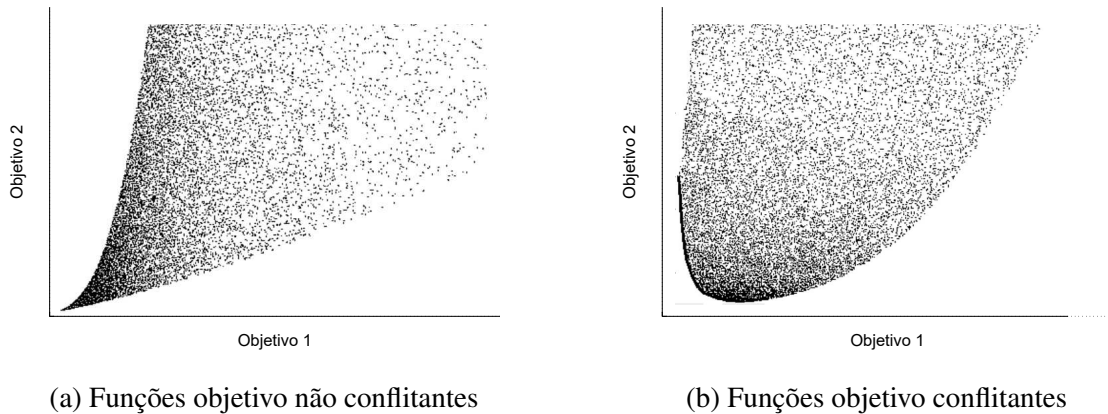


Figura 5.9: Exemplos de respostas multiobjetivos para duas funções objetivos

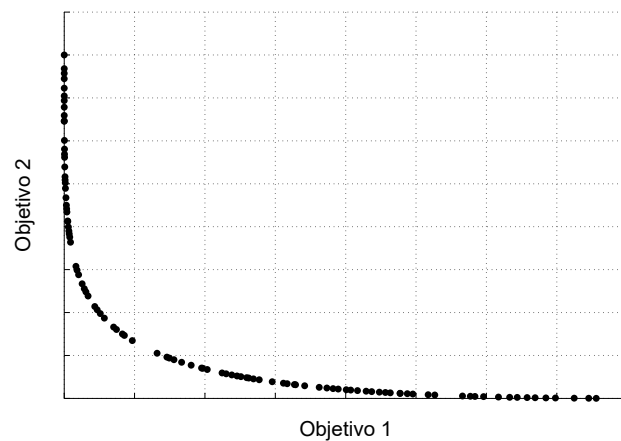


Figura 5.10: Exemplo de uma fronteira de Pareto

um objetivo conflitante. O problema torna-se maior em estratégias onde o parâmetro procurado não possui influência direta sobre a resposta, tratando-se de um problema altamente não-linear com vários mínimos locais. Assim, para contornar este problema, neste trabalho se utiliza uma técnica de escalarização da função objetivo.

Na equação 5.8 é apresentada uma função objetivo que combina as funções objetivo das equações 5.6 e 5.7 através de pesos escalares P . Embora esta abordagem ao problema de otimização multiobjetivo permita a solução do problema através de um único objetivo a solução obtida, para um único conjunto de pesos, representa apenas um ponto da fronteira de Pareto [Caramia e Dell'Olmo, 2008]. Além disso, o método da escalarização, além do grande tempo computacional necessário para sua solução, possui duas outras dificuldades.

Ao avaliar uma distribuição uniforme de pesos para as funções objetivo, não há garantia que os mínimos obtidos representem uma distribuição uniforme na fronteira de Pareto [Caramia e Dell'Olmo, 2008]. A outra dificuldade é que, para uma fronteira de Pareto não-convexa, podem não haver combinações de pesos escalares para as funções objetivo, que correspondam

a parcela não-convexa da fronteira de Pareto [Caramia e Dell’Olmo, 2008]. Deve-se ressaltar que a resposta da fronteira de Pareto depende do tipo de problema e pode assumir diferentes características. O exemplo da figura 5.10 trata de um problema típico onde os dois objetivos normalmente não tem nenhuma correlação direta e são conflitantes. Em uma situação ideal de busca de parâmetros de um modelo constitutivo realístico, ou seja, onde o modelo constitutivo seria capaz de representar fielmente todas as grandezas de interesse (neste caso a resposta de força e a cinemática de estrição), ambas as funções objetivo teriam o mesmo de valor de mínimo, para apenas um conjunto de parâmetros, e são não-conflitantes. Pretende-se avaliar esta característica com esta metodologia, para os modelos escolhidos.

Conforme o trabalho Avril et al., 2008, para problemas com grande número de parâmetros desconhecidos, métodos de otimização globais devem ser empregados. Para a solução destes problemas de otimização global podem ser empregados algoritmos genéticos (AG) [Deb, 2001]. Contudo, para o AG atingir um mínimo satisfatório, diversas populações devem ser avaliadas o que incorre em dispendioso tempo computacional. Assim técnicas mistas que combinem métodos de otimização global (AG) com métodos de minimização de ordem zero e métodos por gradiente [Haftka e Gürdal, 1992] são uma alternativa para reduzir o número de rodadas do FEM. O método de otimização de ordem zero utilizado neste trabalho é o Nelder-Mead Simplex [Lagarias et al., 1998] e o método de otimização por gradiente utilizado é o Levenberg-Marquardt [Moré, 1978], este método encontra aplicações na literatura para a solução de problemas inversos pelo método FEMU [Avril et al., 2008]. Os métodos de otimização AG, Nelder-Mead Simplex e Levenberg-Marquardt encontram-se implementados no software MATLAB e foram utilizados sem modificações.

Graças às características do modelo multilinear, cada região da curva tensão por deformação plástica deste modelo é governada por um conjunto de parâmetros constitutivos. Assim, buscou-se dividir a curva de força por deslocamento, que pode representar de certa forma a curva tensão-deformação nominal, em quatro regiões: elástica, início da formação e propagação da estrição. Onde os parâmetros do modelo multilinear de cinco pontos foram determinados aos pares para cada uma destas regiões através do método de otimização Nelder-Mead Simplex, esta abordagem foi utilizada para determinar um valor inicial para os mínimos das funções objetivo de força e deslocamento isoladas. O modelo variacional, embora de forma mais limitada, também apresenta a característica de que conjuntos de parâmetros específicos governam a resposta de determinadas regiões das curvas tensão-deformação, contudo esta característica não foi utilizada para determinar os parâmetros do modelo variacional elastoplástico.

Para a determinação dos parâmetros constitutivos que formam a fronteira de Pareto, foram minimizadas em um primeiro momento as duas funções objetivos separadamente. Assim, o primeiro método de otimização utilizado foi o AG, de modo a determinar conjuntos de parâmetros que pudessem ser bons candidatos à mínimos das funções objetivo. Utilizando os melhores

candidatos obtidos para mínimos pelo AG, o método Nelder-Mead Simplex foi utilizado para minimizar estes objetivos, onde após esta minimização os melhores candidatos são utilizados como população inicial para um novo um AG. Os melhores indivíduos obtidos deste último AG são submetido novamente a uma minimização através do Nelder-Mead Simplex. Finalmente, as soluções obtidas para cada um dos objetivos são submetidos ao método de Levenberg-Marquardt. Para a solução do problema multiobjetivo foram utilizados algoritmos genéticos onde os pesos das funções objetivo são alterados.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste trabalho foi estudada a determinação de conjuntos de parâmetros para um modelo multilinear e um modelo variacional elastoplástico, apresentados respectivamente nas subseções 4.1 e 4.3. De modo a determinar estes conjuntos de parâmetros foi utilizado o método FEMU, apresentado na subseção 3.3, em conjunto com dados experimentais, obtidos conforme subseção 5.1. Neste estudo em um primeiro momento será apresentada a capacidade representativa dos modelos, considerando apenas a resposta de força (usando $P^d = 0$ e $P^f = 1$), e depois será estudada a influência da inclusão da resposta de deslocamento transversal na região de estrição.

Nesta seção são apresentados estudos das respostas dos modelos apresentados, discutindo a compatibilidade com os dados experimentais adquiridos. Além disso, discussões acerca da capacidade destes modelos de representar os fenômenos capturados nos ensaios, e o comportamento mecânico do fenômeno de estrição em si, são apresentados.

6.1 Estudo I - Estudo do modelo multilinear e o comportamento mecânico do termoplástico

Neste estudo, o modelo multilinear foi testado com diferente número de pontos, em que se altera a inclinação da curva tensão pela deformação plástica, na região plástica. Nesta primeira tentativa considera-se apenas a resposta de força na função objetivo ($P^d = 0$). Os casos avaliados neste estudo estão listados abaixo:

1. Modelo multilinear com dois pontos;
2. Modelo multilinear com três pontos;
3. Modelo multilinear com quatro pontos;
4. Modelo multilinear com cinco pontos;

O modelo multilinear com dois pontos, para a região plástica, apresenta somente dois parâmetros que são a tensão de escoamento e um módulo de enrijecimento. Este modelo, diferentemente dos outros modelos deste estudo, não apresenta um abrupto enrijecimento na região plástica, em grandes deformações, conforme gráfico 6.1. Essa característica faz com que a resposta de força obtida pelo modelo numérico, como esperado, não obtenha boa correspondência com a resposta de força do ensaio experimental, conforme gráfico 6.2. Como pode-se observar, este modelo não é capaz de estabilizar a estrição a ponto de manter o mesmo nível de força após o início da estrição. Neste caso o componente possui uma estrição localizada, como aquela vista em materiais metálicos.

Para o modelo multilinear de três pontos ocorre um abrupto enrijecimento entre 0,6 e 0,8 de deformação, conforme gráfico 6.3. Essa característica faz com que a resposta de força do

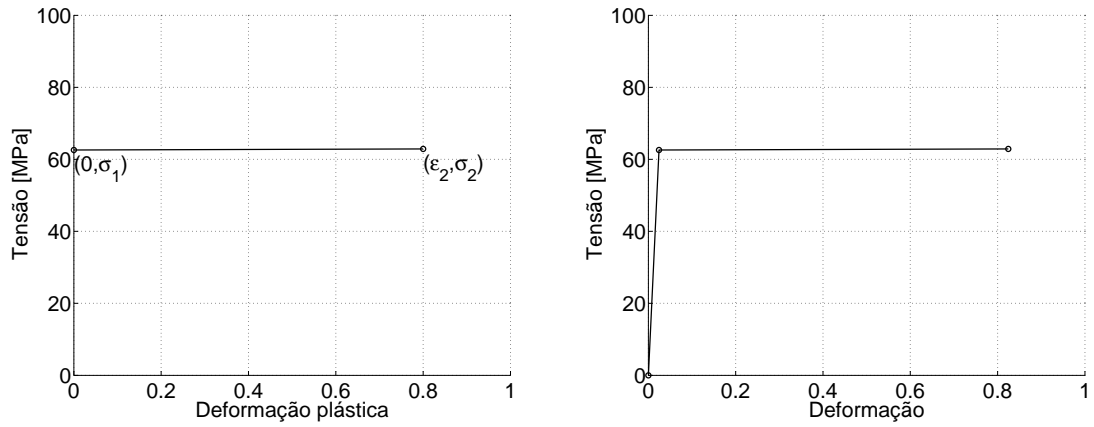


Figura 6.1: Curva tensão versus deformação plástica e curva tensão versus deformação do modelo multilinear com dois pontos

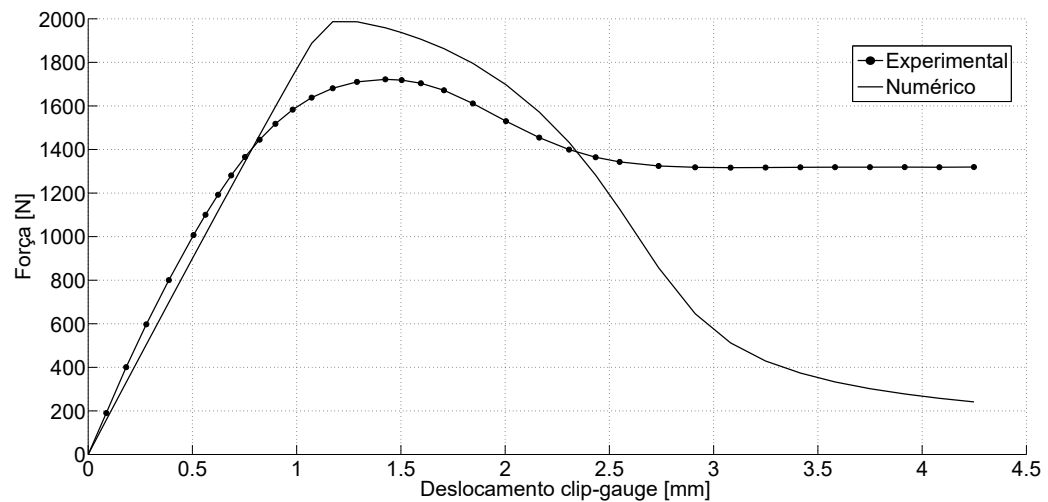


Figura 6.2: Resposta, de força versus deslocamento, obtida pelo modelo multilinear com dois pontos em comparação com os dados do ensaio experimental

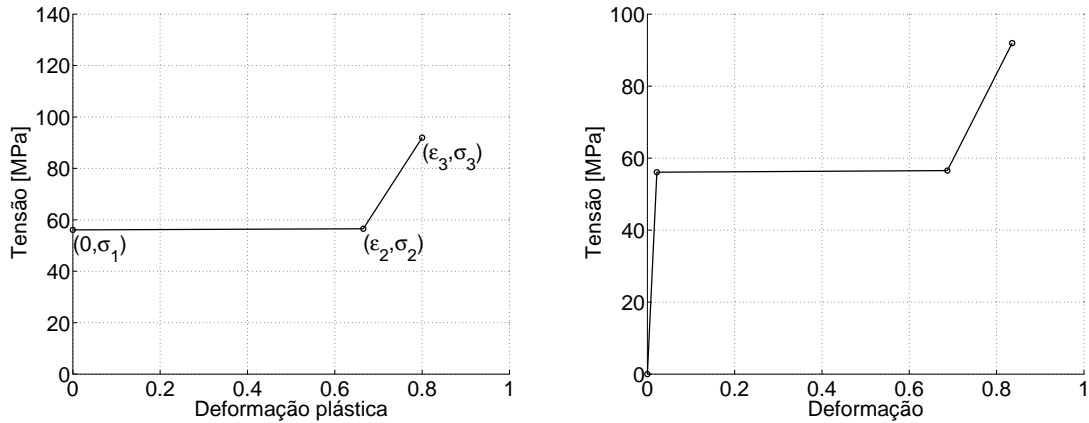


Figura 6.3: Curva tensão versus deformação plástica e curva tensão versus deformação do modelo multilinear com três pontos

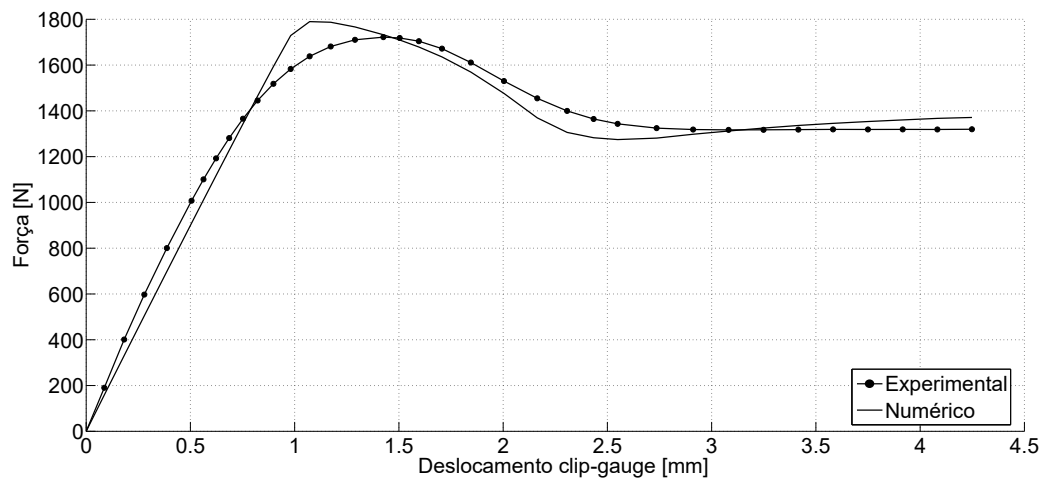


Figura 6.4: Resposta, de força versus deslocamento, obtida pelo modelo multilinear com três pontos em comparação com os dados do ensaio experimental

modelo possui maior correspondência com os dados do ensaio experimental, conforme gráfico 6.4. Percebe-se que este modelo apresenta dificuldades em representar a transição elastoplástica e o início da estabilização da propagação da estrição, marcada pela estabilização da resposta de força. A resposta também sugere que no processo de minimização, ao tentar melhorar a estabilização da propagação da estrição, esta tenderá a piorar a transição elastoplástica, tratando-se de um mínimo local. Porém, a estratégia de uso de técnicas de minimização mistas (globais combinadas com locais) permite argumentar que trata-se na realidade de um problema da capacidade representativa do modelo.

Ao utilizar maior número de curvas lineares na região plástica no modelo multilinear, é esperado que a resposta do modelo melhore. A transição entre a região elástica e a região plástica observada na curva 6.3 pode ser ainda melhorada. Assim, de modo a melhorar o resultado do modelo são adicionadas nesta região, nos modelos multilineares de quatro e cinco pontos, pontos

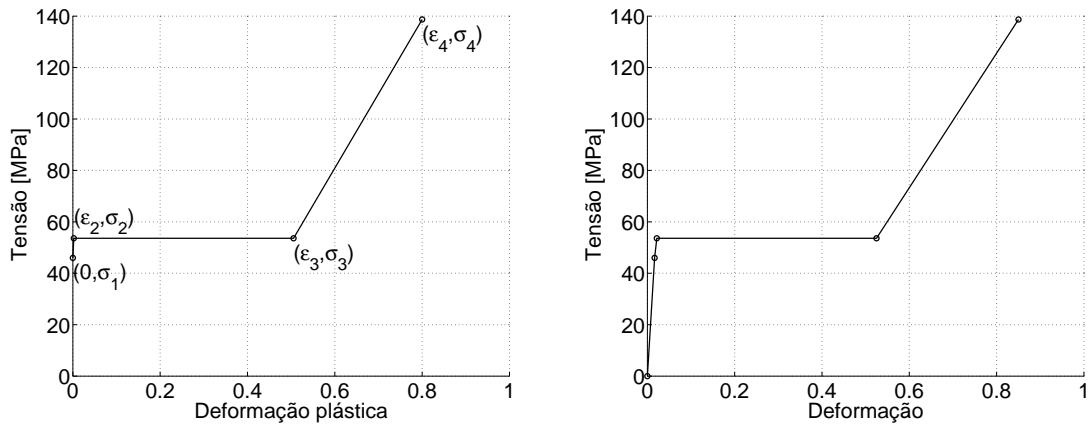


Figura 6.5: Curva tensão versus deformação plástica e curva tensão versus deformação do modelo multilinear com quatro pontos

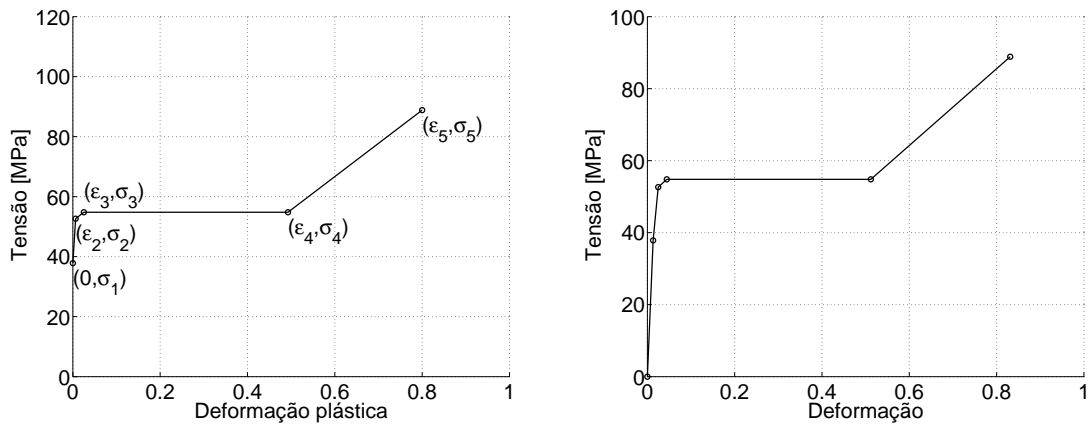


Figura 6.6: Curva tensão versus deformação plástica e curva tensão versus deformação do modelo multilinear com cinco pontos

adicionais suavizando a transição do início da plastificação, conforme gráficos 6.5 e 6.6.

A resposta de força destes dois modelos são apresentadas nas figuras 6.7 e 6.8. Verifica-se que a resposta do modelo melhora, em relação aos anteriores, na região de transição elastoplástica. De modo a avaliar quantitativamente a resposta obtida pelo modelos apresentados, estão dispostos na tabela 6.1 os valores das funções objetivo de cada um dos casos do modelo multilinear.

Tabela 6.1: Parâmetros constitutivos e valores da função objetivo de força obtidos para os modelos multilineares do estudo I

Modelo multilinear	Fç. obj. força
Modelo multilinear dois pontos	1111,76
Modelo multilinear três pontos	20,00
Modelo multilinear quatro pontos	6,39
Modelo multilinear cinco pontos	1,25

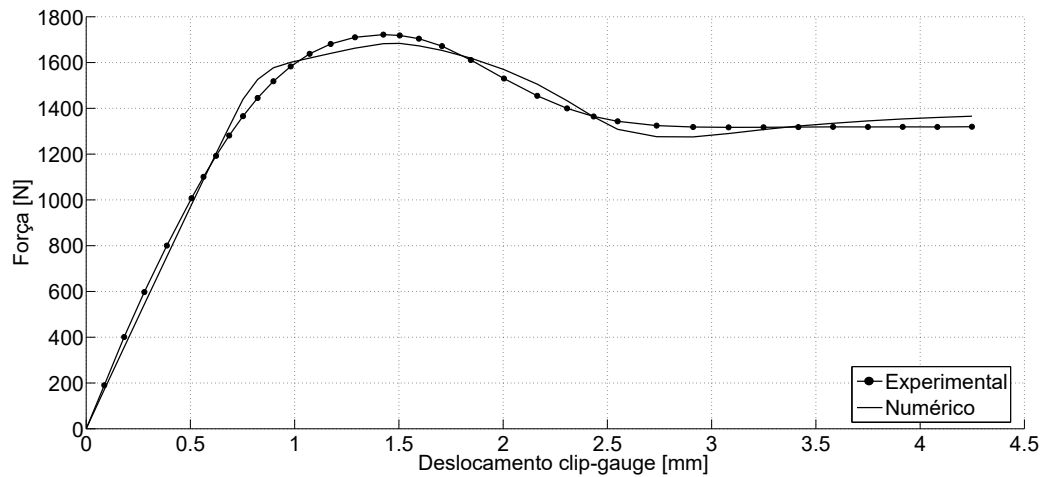


Figura 6.7: Resposta, de força versus deslocamento, obtida pelo modelo multilinear com quatro pontos em comparação com os dados do ensaio experimental.

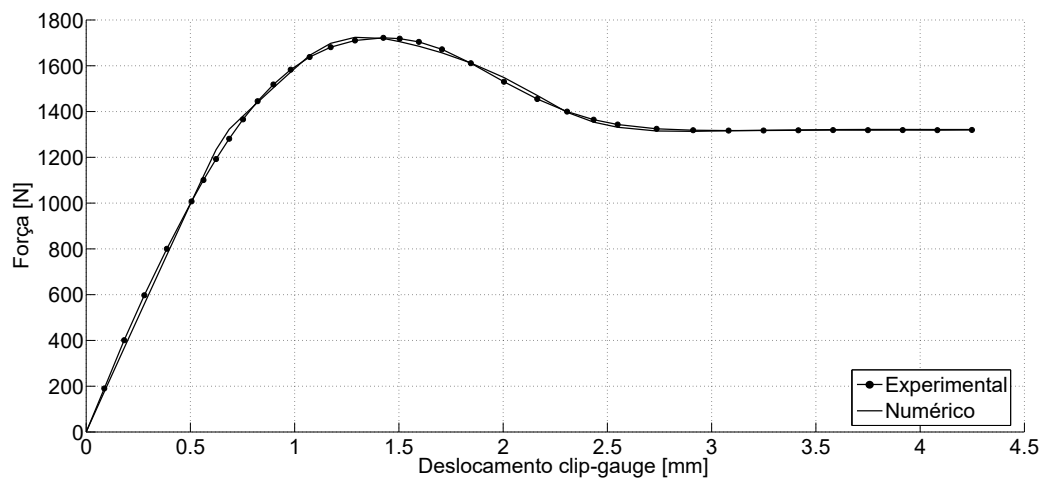


Figura 6.8: Resposta, de força versus deslocamento, obtida pelo modelo multilinear com cinco pontos em comparação com os dados do ensaio experimental.

Os parâmetros constitutivos, obtidos neste estudo para os modelos multilinares, são apresentados na tabela 6.2. A correspondência destes parâmetros com suas respectivas curvas tensão-deformação, para cada um dos modelos multilinares avaliados, são apresentados na figura 4.4.

Neste estudo, somente a resposta de força foi utilizada para comparação devido ao custo computacional envolvido nas análises. O estudo apresentou a melhora da resposta do modelo multilinear com o aumento do número de pontos da curva tensão-deformação (número de parâmetros do modelo) utilizados na região plástica do modelo. Nos casos dos modelos multilinares com quatro e cinco pontos, o principal ponto de melhora foi devido a suavização do início da região plástica. Porém, apenas o modelo com cinco pontos apresentou resultados

Tabela 6.2: Parâmetros constitutivos obtidos para os modelos multilíneares do estudo I

Parâmetros	Modelo 2 pontos	Modelo 3 pontos	Modelo 4 pontos	Modelo 5 pontos
E	2571,393	2571,393	2769,607	2848,5938
ν	0,43	0,43	0,43	0,43
σ_0	62,6022	56,0929	45,9706	37,83104
H	0,3678	0,65704	0,0	0,0
ϵ^{ps}	-	0,6652	0,50546	0,49264
I	-	262,734	288,894	110,77430
Δ_1	-	-	7,63316	14,8148
ϕ_1	-	-	1,2321	0,81927
Δ_2	-	-	-	2,16155
ϕ_2	-	-	-	0,04905

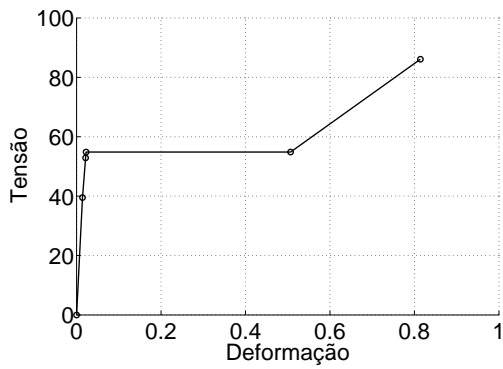
satisfatórios para representação da resposta de força. Assim, espera-se que ao utilizar modelos que apresentem esta região com maior suavização, a resposta obtida melhore ainda mais.

6.2 Estudo II - Estudo comparativo dos modelos multilinear de cinco pontos e variacional elastoplástico

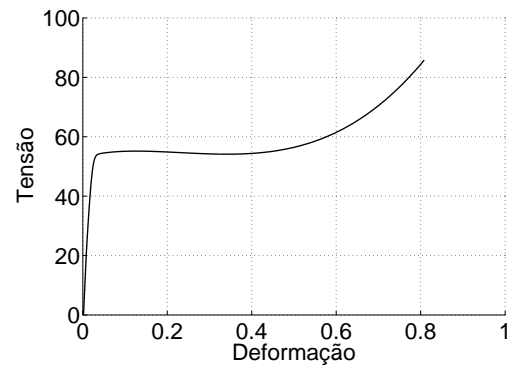
O modelo variacional elastoplástico deste estudo apresenta um comportamento da curva tensão-deformação suave ao longo da região plástica, ao contrário do modelo multilinear que apresenta descontinuidades nesta região. Essa característica pode ser visualizada nas curvas tensão-deformação dos modelos, multilinear de cinco pontos e variacional elastoplástico, apresentados na figura 6.9.

Neste estudo é analisada a resposta dos modelos, multilinear de cinco pontos e variacional elastoplástico, quando são minimizadas as funções objetivo de força somente ($P_i^d = 0$ e $P^f = 1$), de deslocamento somente ($P_i^d = 1$ e $P^f = 0$) e a solução obtida para o problema multiobjetivo, dada pela combinação destas funções utilizando pesos diferentes de zero para as duas funções objetivo. Os resultados para os objetivos isolados para os dois modelos constitutivos estudados são apresentados na tabela 6.3.

Os parâmetros constitutivos obtidos neste estudo para os modelos constitutivos multilinear de cinco pontos e variacional elastoplástico, para os objetivo de força e de deslocamentos isolados, são apresentados respectivamente nas tabelas 6.4 e 6.5.



(a) Modelo multilinear de cinco pontos



(b) Modelo variacional elastoplástico

Figura 6.9: Curva tensão deformação dos modelos multilinear de cinco pontos e modelo variacional elastoplástico

Tabela 6.3: Valores das funções objetivo para os casos das funções objetivos isoladas, de força somente e deslocamento somente, do estudo II

Modelo utilizado	Fç. obj. força	Fç. obj. desloc.
Modelo multilinear de cinco pontos, força somente	1,25	0,197
Modelo multilinear de cinco pontos, deslocamento somente	558,3	0,086
Modelo variacional elastoplástico, força somente	0,477	0,252
Modelo variacional elastoplástico, deslocamento somente	121,4	0,042

Tabela 6.4: Parâmetros constitutivos obtidos para as funções objetivo isoladas do modelo multilinear de cinco pontos do estudo II

Parâmetros	Melhor obj. força	Melhor obj. desl.
E	2848,593	2394,43
ν	0,43	0,38
σ_0	37,831	28,419
H	0,0	0,0
ε^{ps}	0,50546	0,70639
I	110,774	1338,91
Δ_1	14,815	10,925
ϕ_1	0,81927	33,64
Δ_2	2,16155	32,197
ϕ_2	0,04905	10,973

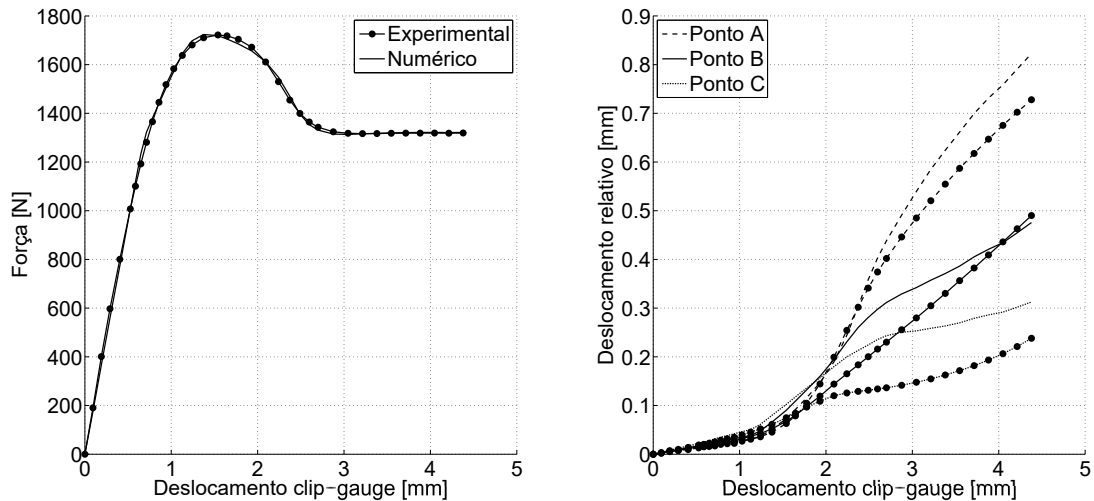


Figura 6.10: Resposta do modelo multilinear de cinco pontos para o melhor objetivo de força

Tabela 6.5: Parâmetros constitutivos obtidos para as funções objetivo isoladas do modelo variacional elastoplástico do estudo II

Parâmetros	Melhor obj. força	Melhor obj. desl.
μ	1035,481	715,84
K^{vol}	$\mu 10^3$	$\mu 10^3$
σ_0	22,9424	26,4931
H	74,0435	70,57
μ_s	31,188	30,04
α_s	299,823	347,735
μ_1	-133,667	-140,975
α_1	1,2782	1,03561
μ_2	127,349	189,07
α_2	2,48641	2,68974

Nas figuras 6.10, 6.11, 6.12 e 6.13 são apresentadas, respectivamente, as curvas de resposta para os objetivos de força, deslocamento, os valores das funções objetivo avaliadas do modelo multilinear e o campo de deslocamentos do CP no último instante de aplicação do carregamento para os melhores objetivo de força e deslocamento. Para o modelo variacional, as figuras 6.14, 6.15, 6.16 e 6.17 apresentam, respectivamente, as curvas de resposta para os objetivos de força, deslocamento, os valores das funções objetivo avaliadas e o campo de deslocamentos do CP no último instante de aplicação do carregamento para os melhores objetivo de força e deslocamento.

Na figura 6.18a são apresentadas as curvas tensão-deformação do modelo multilinear de cinco pontos para as melhores respostas para os objetivos de força e deslocamento e na figura

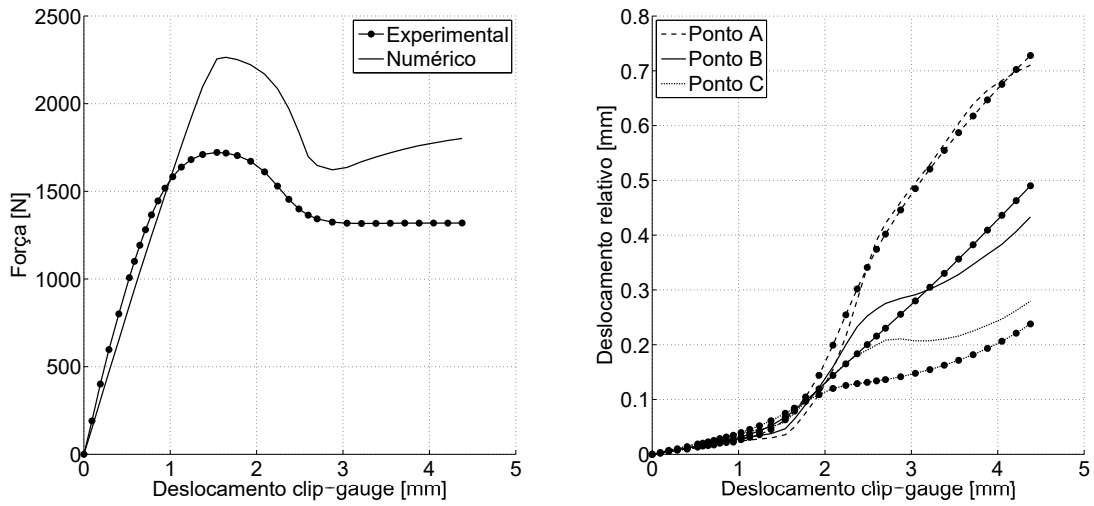


Figura 6.11: Resposta do modelo multilinear de cinco pontos para melhor objetivo de deslocamento

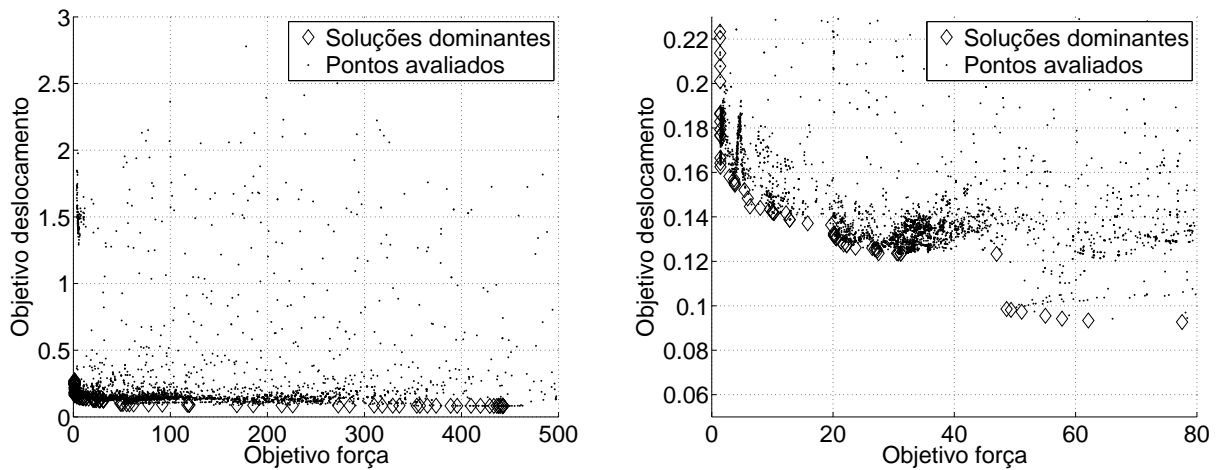
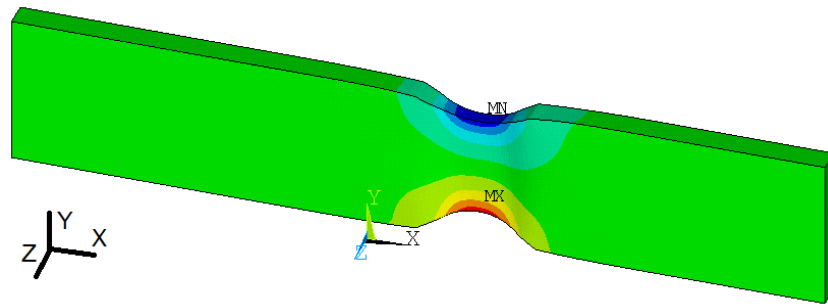
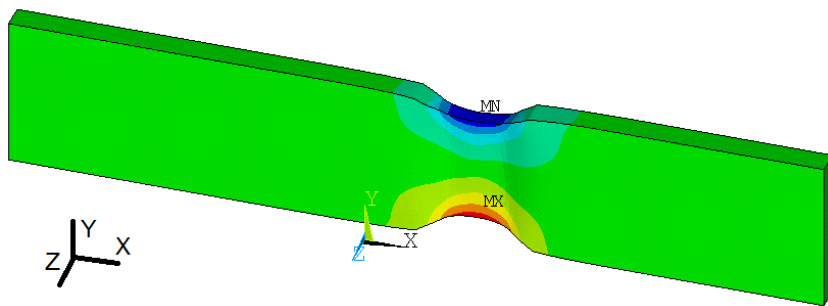


Figura 6.12: Respostas para as funções objetivos dos casos avaliados para o modelo multilinear de cinco pontos



(a) Objetivo de força



(b) Objetivo de deslocamento

Figura 6.13: Campo de deslocamentos na direção y do modelo multilinear de cinco pontos para os melhores objetivos

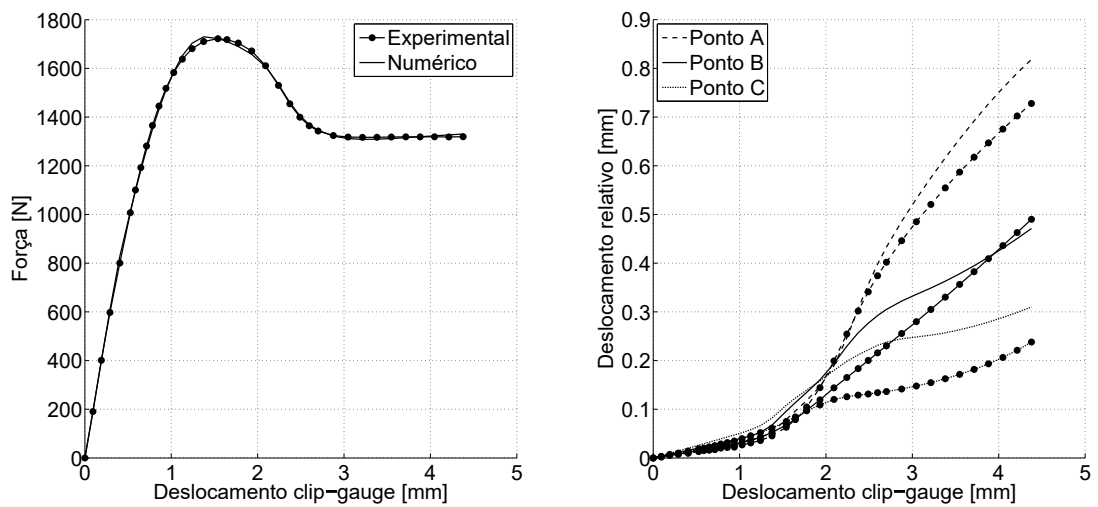


Figura 6.14: Resposta do modelo variacional elastoplástico para melhor objetivo de força

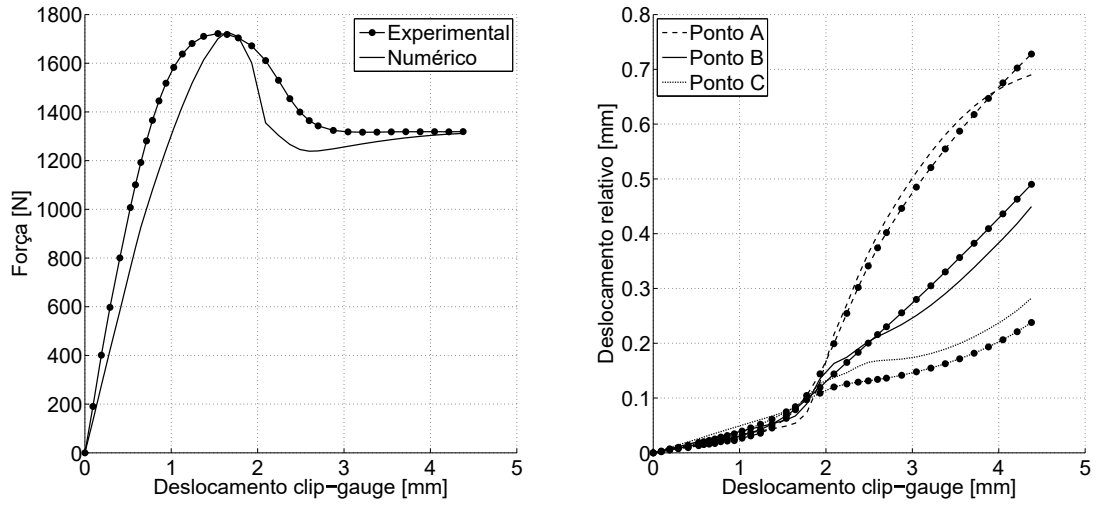


Figura 6.15: Resposta do modelo variacional elastoplástico para melhor objetivo de deslocamento

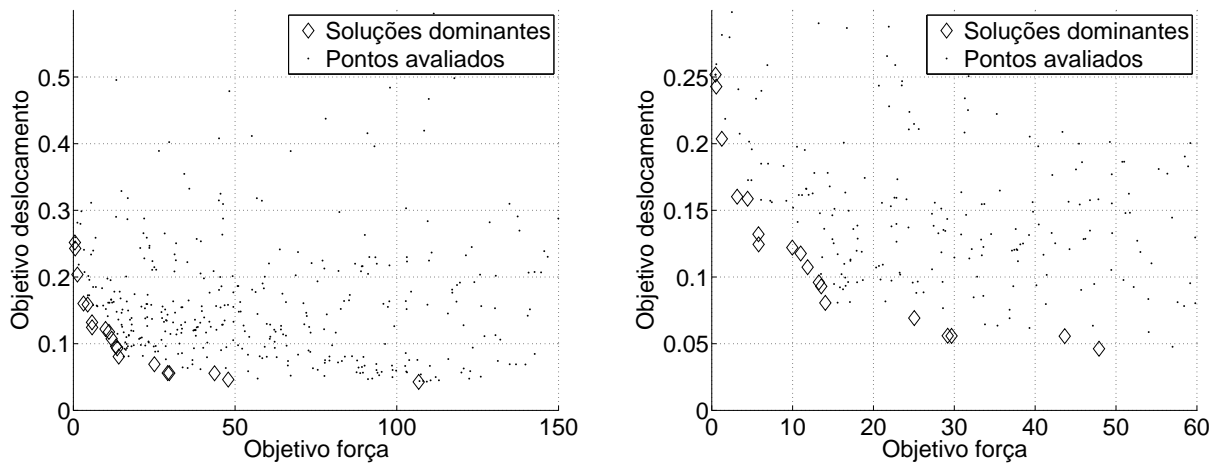
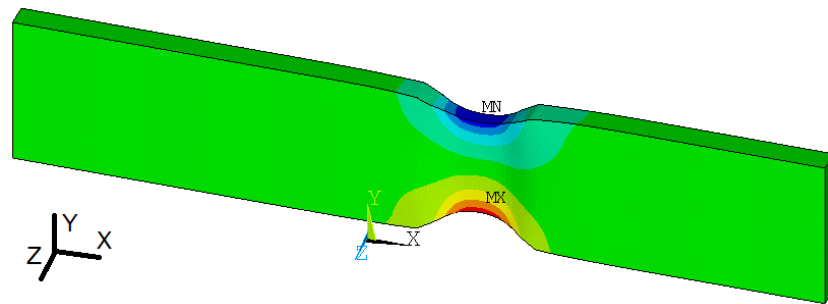
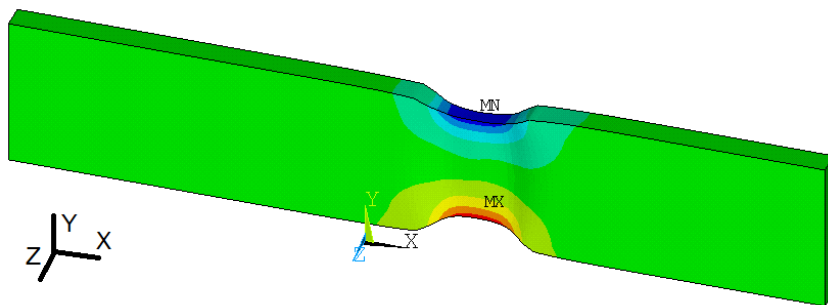


Figura 6.16: Respostas para as funções objetivos dos casos avaliados para o modelo variacional elastoplástico

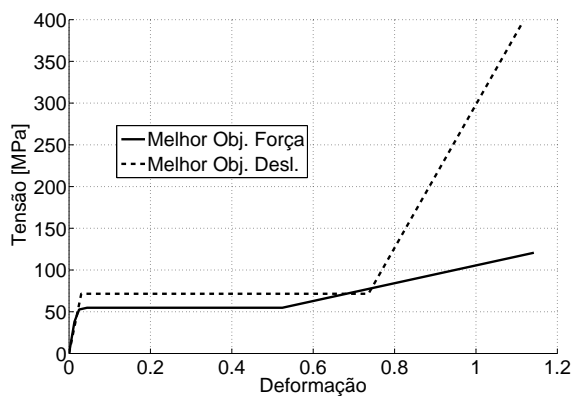


(a) Objetivo de força

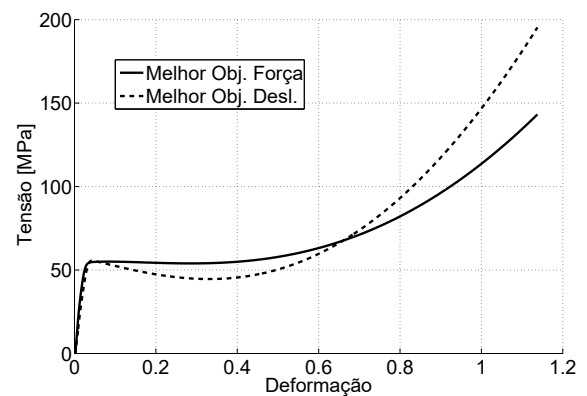


(b) Objetivo de deslocamento

Figura 6.17: Campo de deslocamentos na direção y do modelo variacional elastoplástico para os melhores objetivos



(a) Modelo multilinear de cinco pontos



(b) Modelo variacional elastoplástico

Figura 6.18: Curvas tensão-deformação das melhores respostas para as funções objetivo de força e deslocamento de cada modelo estudado

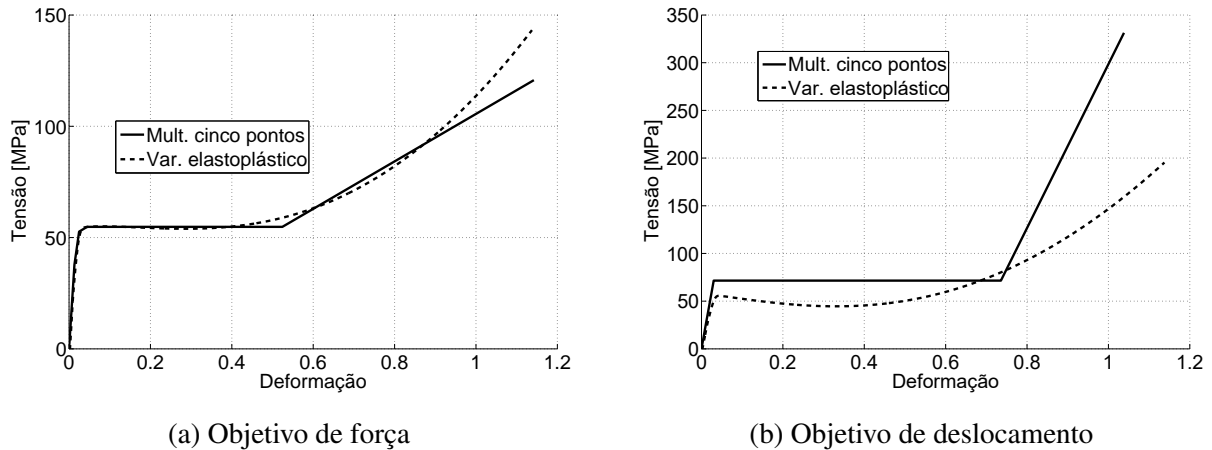


Figura 6.19: Curvas tensão-deformação das melhores respostas para as funções objetivo dos modelos multilinear de cinco pontos e variacional elastoplástico para cada objetivo

6.18b são apresentadas as curvas tensão-deformação do modelo variacional elastoplástico para as melhores respostas para os objetivos de força e deslocamento. Nas figuras 6.19a e 6.19b estas mesmas curvas tensão-deformação, dos melhores objetivos, são plotadas agrupadas para os objetivos de força e deslocamento para os diferentes modelos estudados.

As respostas das curvas tensão-deformação dos objetivos de força dos modelos variacional e multilinear elastoplástico de cinco pontos apresentam bastante semelhanças, conforme figura 6.19a, onde as curvas destes modelos ficam próximas. Para o objetivo de deslocamento as curvas tensão-deformação dos modelos se distanciam, esse comportamento pode ser devido ao modelo variacional poder apresentar em sua curva tensão-deformação uma inclinação negativa, enquanto o modelo multilinear possui uma restrição quanto a inclinação das curvas tensão-deformação que não pode ser negativa.

Pela tabela 6.3, que apresenta os valores da função objetivo, pode ser notado que o modelo variacional apresenta melhores respostas para função objetivo em comparação com o modelo multilinear. Essa melhora na resposta pode ser devido ao modelo variacional apresentar uma resposta sem descontinuidades na região plástica, como aquela apresentada pelo modelo multilinear.

Apesar do modelo multilinear de cinco pontos ser capaz de representar muito bem a curva de força, esta não apresentou nenhuma resposta de deslocamento condizente. Até mesmo no caso onde apenas usou-se as curvas de deslocamento, o modelo não foi capaz de reproduzir a tendência das respostas. Neste caso, o modelo variacional por sua vez melhor valor para a função objetivo de deslocamento, mas sacrificando a resposta de força. Nenhum dos modelos demonstrou, frente aos casos estudados, capacidade de representar simultaneamente, mesmo que qualitativamente, a resposta de força e a cinemática da estrição, ou seja, a formação e propagação desta, representados pelos deslocamentos transversais dos três pontos de análise.

Além disso, na plotagem dos valores das funções objetivo dos modelos multilinear de cinco pontos e variacional elastoplástico, respectivamente nas figuras 6.12 e 6.16, pode-se observar indícios de que as funções objetivo de força e deslocamento para estes dois modelos são conflitantes. Assim, essa característica reforça que estes modelos constitutivos não são adequados para representar, conjuntamente, as respostas de força e deslocamento na região da estricção, nos pontos selecionados, do problema estudado neste trabalho.

6.3 Estudo III - Estudo da sensibilidade do modelo constitutivo frente aos seus parâmetros

De modo a avaliar os parâmetros obtidos para a função objetivo de força do estudo II, neste estudo é realizada uma análise da sensibilidade da resposta constitutiva em relação aos parâmetros constitutivos dos modelos multilinear e variacional elastoplástico. Também é realizada uma avaliação da interação entre os parâmetros do modelo, através de estudos fatoriais. Este estudo permite verificar se uma pequena mudança em um parâmetro pode levar a uma descaracterização (mudança significativa) da resposta constitutiva e da resposta de força, que é usada na função objetivo, o que poderia implicar em problemas na solução do problema inverso.

Estudos fatoriais são uma forma de avaliar o efeito de parâmetros na resposta de um modelo. Em um estudo fatorial para um dado modelo, que possui um conjunto de n parâmetros e se deseja testar m níveis para cada parâmetro, devem ser testadas as m^n combinações destes parâmetros [Montgomery, 2008]. Diferentemente de uma análise, onde todos os parâmetros são mantidos constantes, a menos de um, e este é avaliado em diferentes patamares. Em um estudo fatorial, através das combinações de diversos parâmetros em diferentes patamares, é possível atestar a interação entre estes parâmetros [Montgomery, 2008].

O estudo fatorial, neste trabalho, é utilizado para determinar os limites inferior e superior das respostas obtidas do modelo numérico, onde estes limites são determinados pelos menores/maiores valores obtidos, para cada tempo, dentre todas as combinações testadas. Tanto a análise da variação da resposta com relação aos parâmetros, quanto a análise fatorial, utilizam uma variação de dez por cento nos parâmetros, avaliados conforme equação ($p = p \pm 0,1p$) onde p é um dado parâmetro.

O resultado das análises são apresentados em gráficos de força somente. Nos gráficos são apresentadas a curva de ótimo dada pelo resultado obtido no estudo II para a função objetivo de força somente, as curvas de variação positiva e negativa, que corresponde a variação simultânea em dez por cento dos parâmetros da curva de ótimo. A região cinza apresentada nos gráficos representa os limites inferior e superior para cada instante de tempo do estudo fatorial. Nos gráficos 6.20 a 6.26 são apresentadas as análises do modelo multilinear, onde são analisados separadamente os parâmetros σ_0 , Δ_1 , ϕ_1 , Δ_2 , ϕ_2 , ε^{ps} e I

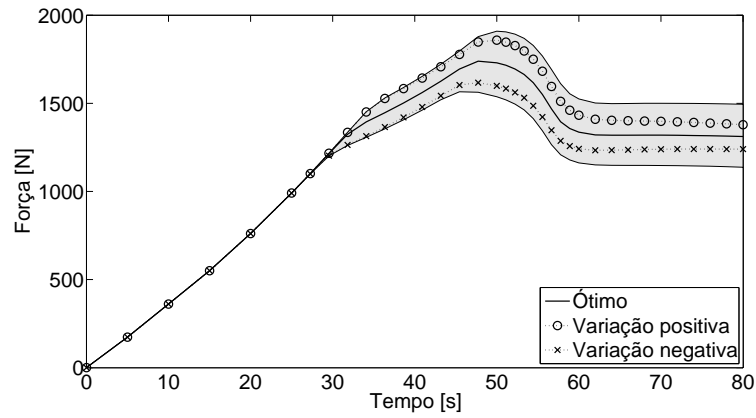


Figura 6.20: Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro σ_0

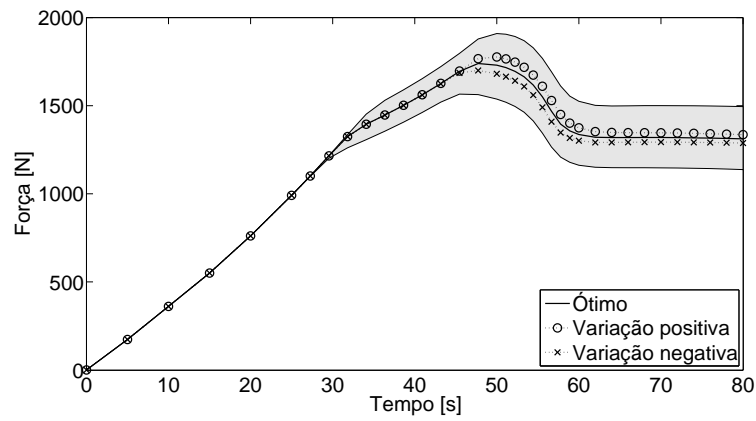


Figura 6.21: Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro Δ_1

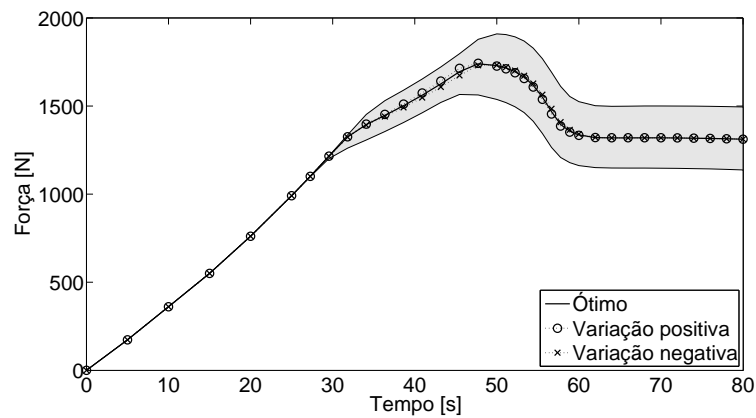


Figura 6.22: Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro ϕ_1

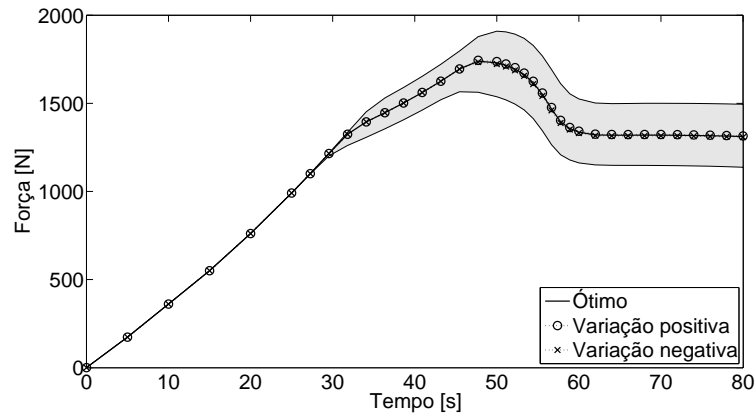


Figura 6.23: Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro Δ_2

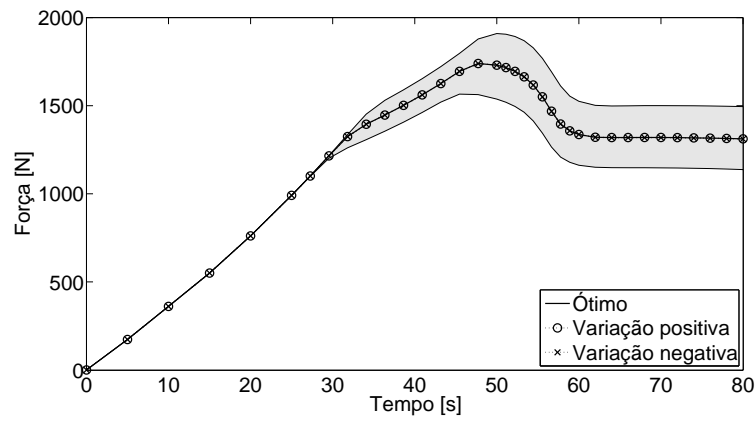


Figura 6.24: Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro ϕ_2

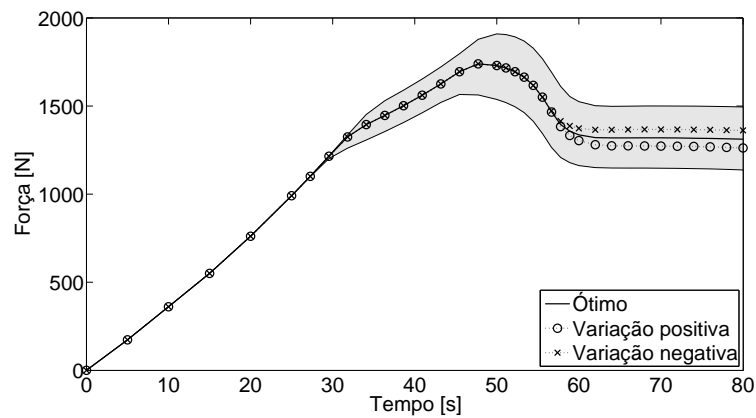


Figura 6.25: Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro ϵ^{PS}

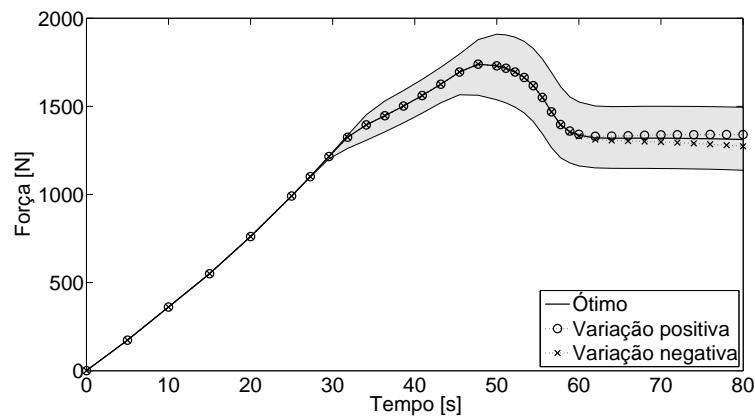


Figura 6.26: Resposta do modelo multilinear, para força, variando o parâmetro I

Através das respostas observadas, do modelo multilinear neste estudo, é percebido que os limites inferior e superior mantêm distâncias, em módulo, equivalentes com relação ao ótimo. A alteração da tensão de escoamento σ_0 apresenta no início da plastificação curvas próximas aos limites inferiores e superiores do estudo fatorial, conforme gráfico 6.20, evidenciando a contribuição deste parâmetro na resposta mecânica do modelo, sendo este o parâmetro de maior sensibilidade.

A resposta mecânica, em relação ao parâmetro Δ_1 , passa a apresentar uma mudança significativa na resposta do modelo somente após a transição elastoplástica, conforme gráfico 6.21. Contudo, o parâmetro ϕ_1 apresenta dependência inversa, alterando de forma mais significativa a resposta mecânica na região anterior ao pico de força, conforme gráfico 6.22.

Embora os parâmetros Δ_2 e ϕ_2 cumpram funções similares aos dos parâmetros Δ_1 e ϕ_1 , a variação destes parâmetros pouco altera a resposta do problema, conforme gráficos 6.24 e 6.25, isso pode ser devido aos seus pequenos valores em módulo. Entretanto, conforme apresentado no estudo I, estes parâmetros são importantes para suavizar a transição entre a região elástica e o início da região plástica, melhorando significativamente a resposta obtida pela função objetivo de força.

Os parâmetros ϵ^{ps} e I apresentam maior influência na região do patamar ao final do gráfico força-tempo, conforme gráficos 6.25 e 6.26. O parâmetro ϵ^{ps} altera a altura do patamar e o parâmetro I a inclinação do mesmo. Pela resposta destes parâmetro serem complementares e se restringirem ao fim da curva força-tempo, o procedimento de determinação destes parâmetros é facilitado.

Para o estudo do modelo variacional elastoplástico são apresentados, os gráfico 6.27 a 6.34. Neste gráficos são estudados separadamente os parâmetros σ_0 , H , μ_s , α_s , μ_1 , α_1 , μ_2 e α_2 .

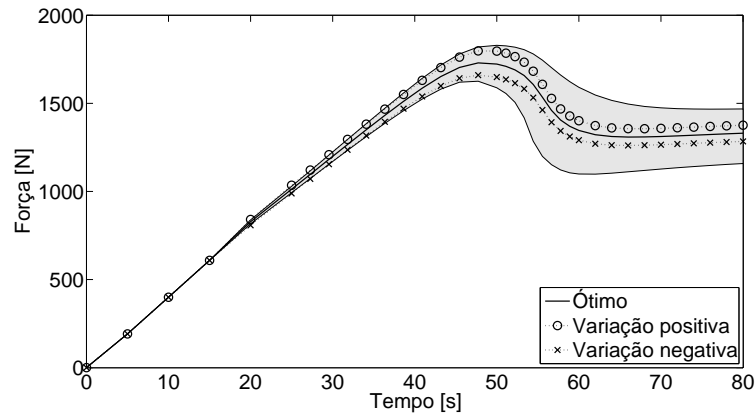


Figura 6.27: Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro σ_0

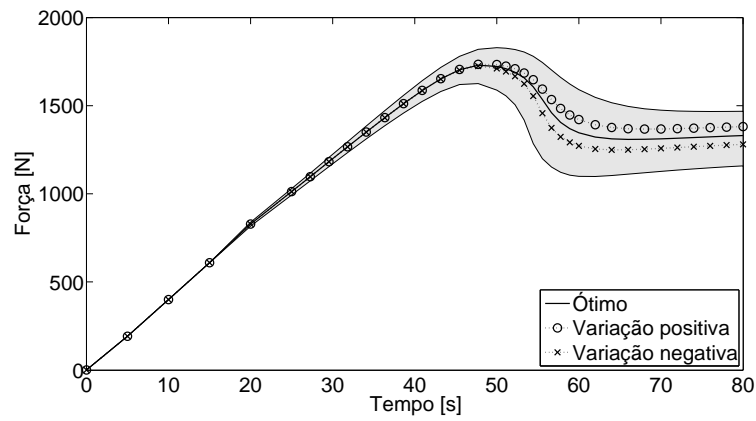


Figura 6.28: Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro H

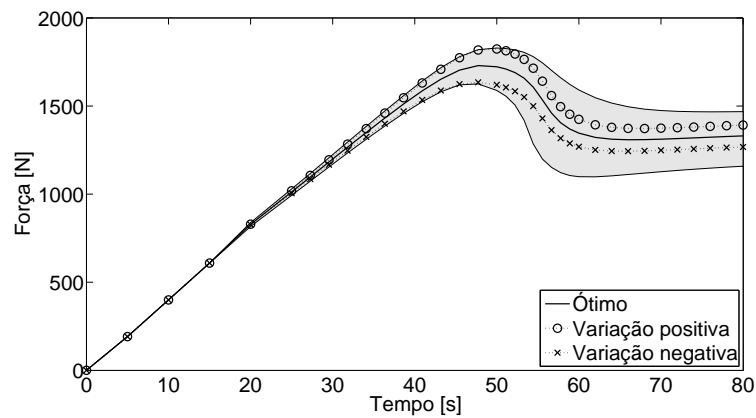


Figura 6.29: Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro μ_s

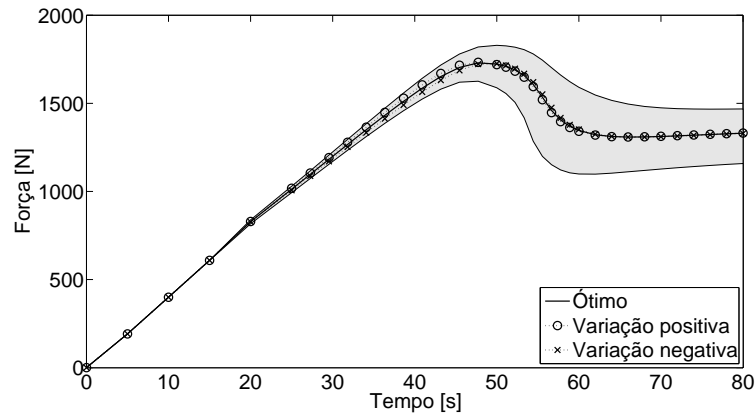


Figura 6.30: Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro α_s

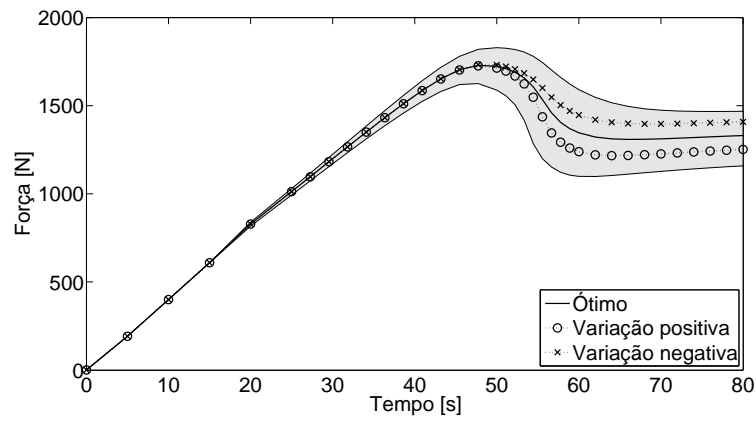


Figura 6.31: Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro μ_1

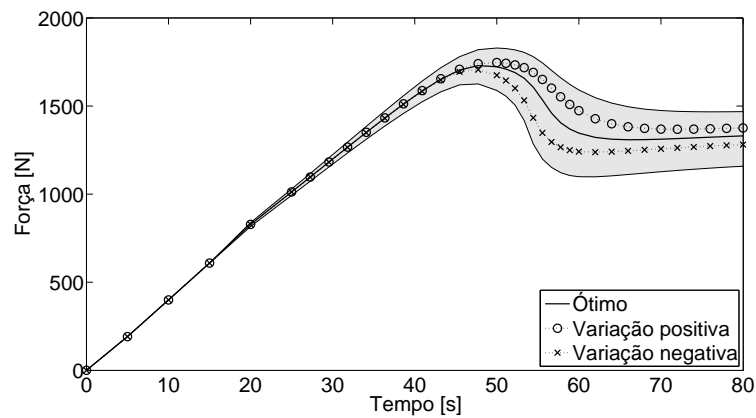


Figura 6.32: Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro α_1

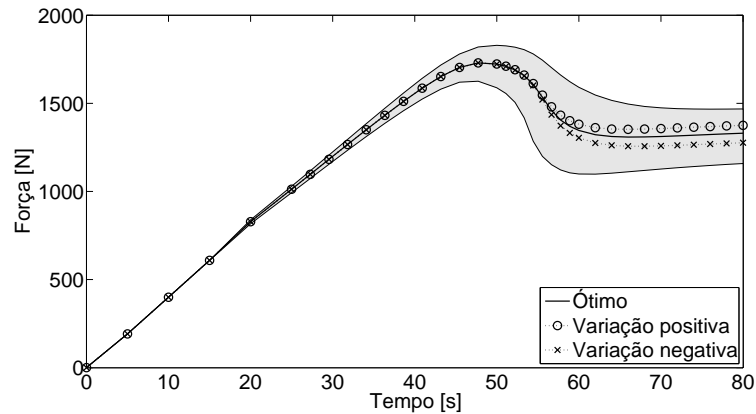


Figura 6.33: Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro μ_2

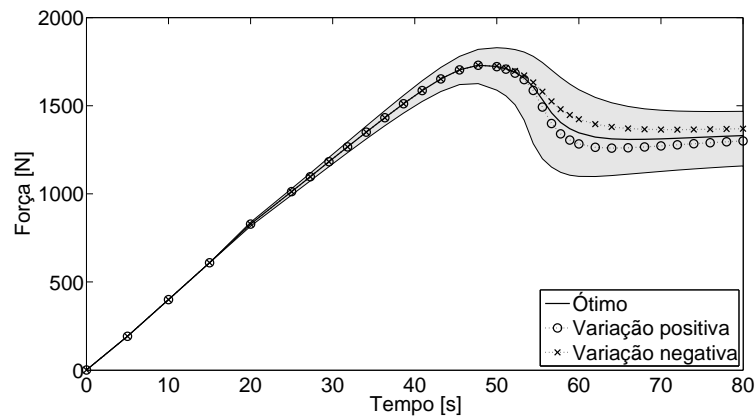


Figura 6.34: Resposta do modelo variacional elastoplástico, para força, variando o parâmetro α_2

Os limites inferior e superior do modelo variacional elastoplástico, conforme gráficos apresentados, apresentam distâncias relativamente equivalentes em relação ao ótimo. A resposta do parâmetro σ_0 do modelo variacional elastoplástico apresenta similaridades a resposta do parâmetro σ_0 do modelo multilinear. Onde as variações neste parâmetro produzem curvas próximas aos limites inferior e superior na região do início da plastificação, conforme figura 6.27.

O parâmetro H apresenta uma maior alteração na resposta após a transição elastoplástica, alterando a altura do patamar ao final da curva força-deslocamento, conforme gráfico 6.28. Os parâmetros μ_s e α_s apresentam relativa semelhança ao comportamento do conjunto de parâmetros Δ_1 e ϕ_1 do modelo multilinear, que pode ser visualizados nos gráficos 6.29 e 6.30. Ambos conjuntos de parâmetros alteram, principalmente, a transição da região elástica para o início da plastificação.

Os parâmetros μ_1 e α_1 alteram a curva força-tempo logo após o pico de força, conforme figuras 6.31 e 6.32, e os parâmetros μ_2 e α_2 alteram principalmente a região do patamar, conforme figuras 6.33 e 6.34. As respostas obtidas, pelas combinações destes quatro parâmetros, devem

ser equilibradas de modo a representar de forma adequada a resposta experimental. Como os efeitos dos conjuntos de parâmetros μ_1, α_1 e μ_2, α_2 são acoplados a obtenção do conjunto de parâmetros ótimo é dificultada.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi estudada a caracterização de modelos constitutivos com o objetivo destes modelos reproduzirem a resposta de materiais termoplásticos. Esta caracterização foi realizada através da resposta mecânica e cinemática, obtidas através de um ensaio experimental, com relação as respostas obtidas dos modelos estudados. Para isso, foram utilizadas técnicas numérico-experimentais, apresentadas na literatura, com o intuito de estudar e avaliar a caracterização destes modelos.

Os estudos apresentados avaliaram as capacidades e necessidades dos modelos para a caracterização dos termoplásticos. Em um primeiro momento foi mostrada a necessidade dos modelos constitutivos multilíneares apresentarem na sua curva tensão-deformação, um início de plastificação com comportamento suave e um enrijecimento abrupto em grandes deformações. No caso onde não se adotou um enrijecimento em grandes deformação (modelo multilinear de dois pontos), não foi possível obter a propagação da estrição. Assim, para a obtenção da propagação da estrição, quando considerada apenas a elastoplasticidade, é necessário usar modelos com algum tipo de enrijecimento em grandes deformações. Além disto, somente foi obtido de forma coerente a representação apenas da força com o modelo de cinco pontos, mostrando a necessidade de representar bem a região de transição elastoplástica.

Também demonstrou-se que o modelo multilinear de cinco pontos, embora apresente facilidades em sua caracterização, apresenta desempenho inferior ao modelo variacional elastoplástico, dadas as respostas obtidas para os melhores objetivo de força e deslocamento para cada um destes modelos, isso se deve possivelmente ao modelo multilinear possuir descontinuidades em sua região plástica. Além disso, o modelo variacional apresenta o mesmo número de parâmetros que o modelo multilinear. Ambos modelos apresentaram respostas muito boas para reproduzir as curvas de força obtidas de ensaios de tração. Contudo, o modelo variacional elastoplástico, e o modelo multilinear, não foram capazes de reproduzir a resposta cinemática do ensaio experimental de forma adequada. Assim, este estudo demonstrou que a consideração isolada da resposta de força na identificação de parâmetros não é suficiente para representar o seu real comportamento mecânico. Informações adicionais devem ser levadas em consideração no problema inverso.

Verificou-se que ao minimizar a função objetivo de deslocamento somente a resposta de força fica mal caracterizada. Assim, uma hipótese para esta dificuldade de caracterização é a de que o ajuste do aspecto cinemático necessita que os modelos apresentem outros comportamentos em sua formulação, como sensibilidade à compressão, viscoplasticidade e anisotropia. Outro fenômeno descartado neste estudo foi o aumento da temperatura do CP, que pode ocorrer principalmente durante a plastificação do material. Visto a sensibilidade do comportamento mecânico dos termoplásticos à temperatura, essa pode ser uma dificuldade ao determinar parâmetros para

o presente modelo.

Deve-se ressaltar que ocorrem alterações na estrutura molecular e nas propriedades mecânicas dos termoplásticos, devido a alterações na geometria dos componentes e em seus processos de fabricação. Assim, a importância do desenvolvimento de uma metodologia de caracterização constitutiva para geometrias complexas, como a apresentada neste trabalho, é justificada. Onde é possível caracterizar não só geometrias padrão como CPs, mas componentes poliméricos com geometrias quaisquer.

Para trabalhos futuros recomenda-se a implementação de outros modelos que considerem os efeitos aqui desconsiderados. Principalmente o fenômeno de viscosidade e sensibilidade a temperatura que podem representar parcela significativa da resposta deste problema. Neste caso serão necessários ensaios em diferentes velocidades. Contudo os fenômenos de anisotropia induzida pela plastificação também podem contribuir na resposta do problema. Com relação a função objetivo utilizada, a dependência de apenas o deslocamento transversal pode ser trocada pelo campo tridimensional ou por escalares representando a energia de deformação da região de estrição.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdul-Hameed, H., Messenger, T., Ayoub, G., Zaïri, F., Naït-Abdelaziz, M., Qu, Z., e Zaïri, F. A two-phase hyperelastic-viscoplastic constitutive model for semi-crystalline polymers: Application to polyethylene materials with a variable range of crystal fractions, **Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials**, vol. 37, p. 323–332, 2014.
- American Society for Testing and Materials. **Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics**, 2014.
- Anand, L. e Ames, N. On modeling the micro-indentation response of an amorphous polymer, **International Journal of Plasticity**, vol. 22(6), p. 1123–1170, 2006.
- Anand, L. e Gurtin, M. E. A theory of amorphous solids undergoing large deformations, with application to polymeric glasses, **International Journal of Solids and Structures**, vol. 40(6), p. 1465–1487, 2003.
- Ansys Inc. A large deformation Neo–Hookean user material in ANSYS, vol. 2(December), p. 1–15, 2008.
- Ansys Inc. **Programmer’s Manual for Mechanical APDL**. Ansys, 2009a.
- Ansys Inc. **Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications**. Ansys, 2009b.
- Arruda, E. M. e Boyce, M. C. **Evolution of plastic anisotropy in amorphous polymers during finite straining**. In *Anisotropy and Localization of Plastic Deformation*, pages 483–488. Springer, 1991.
- Arruda, E. M., Boyce, M. C., e Jayachandran, R. Effects of strain rate, temperature and thermomechanical coupling on the finite strain deformation of glassy polymers, **Mechanics of Materials**, vol. 19(2-3), p. 193–212, 1995.
- Aster, R. C., Borchers, B., e Thurber, C. H. **Parameter estimation and inverse problems**. Academic Press, 2011.
- Avril, S., Bonnet, M., Bretelle, A. S., Grédiac, M., Hild, F., Ienny, P., Latourte, F., Lemosse, D., Pagano, S., Pagnacco, E., e Pierron, F. Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements, **Experimental Mechanics**, vol. 48(4), p. 381–402, 2008.
- Balieu, R., Lauro, F., Bennani, B., Haugou, G., Chaari, F., Matsumoto, T., e Mottola, E. Damage at high strain rates in semi-crystalline polymers, **International Journal of Impact Engineering**, vol. 76, p. 1–8, 2015.

- Belytschko, T., Liu, W. K., e Moran, B. **Nonlinear finite elements for continua and structures**. John Wiley & Sons, 2013.
- Bianchezzi, V. **INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DE INJEÇÃO NA TENSÃO RESIDUAL E SUA CONSEQUÊNCIA NO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE COMPONENTES TERMOPLÁSTICOS**. Master's thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2014.
- Bing, P., Hui-min, X., Bo-qin, X., e Fu-long, D. Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation, **Measurement Science and Technology**, vol. 17(6), p. 1615–1621, 2006.
- Boyce, M. C. e Arruda, E. M. An experimental and analytical investigation of the large strain compressive and tensile response of glassy polymers, **Polymer Engineering & Science**, vol. 30(20), p. 1288–1298, 1990.
- Boyce, M. C., Parks, D. M., e Argon, A. S. Large inelastic deformation of glassy polymers. Part I: rate dependent constitutive model, **Mechanics of Materials**, vol. 7(1), p. 15–33, 1988.
- Callister, W. e Rethwisch, D. G. **Materials Science and Engineering: An Introduction**. John Wiley & Sons, 2007.
- Caramia, M. e Dell'Olmo, P. **Multi-objective management in freight logistics: Increasing capacity, service level and safety with optimization algorithms**. Springer Science & Business Media, 2008.
- Deb, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms**. volume 16. John Wiley & Sons, 2001.
- Fancello, E., Ponthot, J.-P., e Stainier, L. A variational formulation of constitutive models and updates in non-linear finite viscoelasticity, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 65(11), p. 1831–1864, 2006.
- Fancello, E., Vassoler, J. M., e Stainier, L. A variational constitutive update algorithm for a set of isotropic hyperelastic–viscoplastic material models, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 197(49-50), p. 4132–4148, 2008.
- Frank, G. J. e Brockman, R. A. A viscoelastic–viscoplastic constitutive model for glassy polymers, **International Journal of Solids and Structures**, vol. 38(30-31), p. 5149–5164, 2001.

- G'ssell, C., Hiver, J. M., e Dahoun, A. Experimental characterization of deformation damage in solid polymers under tension, and its interrelation with necking, **International Journal of solids and structures**, vol. 39(13), p. 3857–3872, 2002.
- G'ssell, C. e Jonas, J. J. Determination of the plastic behaviour of solid polymers at constant true strain rate, **Journal of Materials Science**, vol. 14(155), p. 583–591, 1979.
- Haftka, R. T. e Gürdal, Z. **Elements of Structural Optimization**. volume 11. Kluwer Academic Publishers, 1992.
- Halsey, G., White, H. J., e Eyring, H. Mechanical properties of textiles, I, **Textile Research Journal**, vol. 15(9), p. 295–311, 1945.
- Lagarias, J. C., Reeds, J. A., Wright, M. H., e Wright, P. E. Convergence properties of the Nelder–Mead simplex method in low dimensions, **SIAM Journal on optimization**, vol. 9(1), p. 112–147, 1998.
- Martinez, J., Boukamel, A., Méo, S., e Lejeunes, S. Statistical approach for a hyper-visco-plastic model for filled rubber: Experimental characterization and numerical modeling, **European Journal of Mechanics - A/Solids**, vol. 30(6), p. 1028–1039, 2011.
- Mathieu, F., Leclerc, H., Hild, F., e Roux, S. Estimation of Elastoplastic Parameters via Weighted FEMU and Integrated-DIC, **Experimental Mechanics**, vol. 55(1), p. 105–119, 2014.
- Montgomery, D. C. **Design and analysis of experiments**. John Wiley & Sons, 2008.
- Moré, J. J. **The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory**. In *Numerical analysis*, pages 105–116. Springer, 1978.
- Ortiz, M. e Stainier, L. The variational formulation of viscoplastic constitutive updates, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 171(3-4), p. 419–444, 1999.
- Pan, B., Dafang, W., e Yong, X. Incremental calculation for large deformation measurement using reliability-guided digital image correlation, **Optics and Lasers in Engineering**, vol. 50(4), p. 586–592, 2012.
- Pan, B., Qian, K., Xie, H., e Asundi, A. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review, **Measurement Science and Technology**, vol. 20(6), p. 062001–062001, 2009.
- Pan, B., Wang, B., e Lubineau, G. Comparison of subset-based local and FE-based global digital image correlation: Theoretical error analysis and validation, **Optics and Lasers in Engineering**, vol. 82, p. 148–158, 2016.

- Seltzer, R., Cisilino, A. P., Frontini, P. M., e Mai, Y.-W. Determination of the Drucker–Prager parameters of polymers exhibiting pressure-sensitive plastic behaviour by depth-sensing indentation, **International Journal of Mechanical Sciences**, vol. 53(6), p. 471–478, 2011.
- Simó, J. C. e Hughes, T. J. R. **Computational Inelasticity, volume 7 of Interdisciplinary applied mathematics**. Springer, 1998.
- Souza Neto, E. A., Peric, D., e Owen, D. R. J. **Computational methods for plasticity: theory and applications**. John Wiley Sons, 2008.
- Sperling, L. H. **Introduction to Physical Polymer Science**. volume 78. John Wiley & Sons, 2006.
- Stainier, L. Consistent incremental approximation of dissipation pseudo-potentials in the variational formulation of thermo-mechanical constitutive updates, **Mechanics Research Communications**, vol. 38(4), p. 315–319, 2011.
- Summers, J. W. A review of vinyl technology, **Journal of Vinyl and Additive Technology**, vol. 3(2), p. 130–139, 1997.
- Sutton, M. A., Orteu, J.-J., e Schreier, H. **Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements**. Springer US, Boston, MA, 2009.
- Sweeney, J., Shirataki, H., Unwin, A. P., e Ward, I. M. Application of a necking criterion to PET fibers in tension, **Journal of applied polymer science**, vol. 74(14), p. 3331–3341, 1999.
- Tarantola, A. **Inverse problem theory and methods for model parameter estimation**. SIAM, 2005.
- Vassoler, J. e Fancello, E. **Identification of elastoplastic parameters under finite strain using a digital image correlation method**. In *21st International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2011*, volume 21, Natal/RN - Brasil. ABCM, 2011.
- Vassoler, J., Stainier, L., e Fancello, E. A variational framework for fiber-reinforced viscoelastic soft tissues including damage, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2016.
- Vassoler, J. M. e Fancello, E. A. **Error analysis of the digital image correlation method**. In *Mecánica Computacional, Volume XXIX. Number 61. Computational Geometry (B)*, volume 29. Eduardo Dvorkin, Marcela Goldschmit, Mario Storti, 2010.
- Vassoler, J. M., Reips, L., e Fancello, E. A. A variational framework for fiber-reinforced viscoelastic soft tissues, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 89(13), p. 1691–1706, 2012.

- Waas, A., Ji, W., e Bazant, Z. P. On the importance of work-conjugacy and objective stress rates in finite deformation incremental finite element analysis, **Journal of Applied Mechanics**, vol. 80(July), p. 1–9, 2012.
- Ward, I. M. e Sweeney, J. **Mechanical properties of solid polymers**. John Wiley & Sons, 2012.
- Weber, G. e Anand, L. Finite deformation constitutive equations and a time integration procedure for isotropic, hyperelastic-viscoplastic solids, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 79(2), p. 173–202, 1990.
- Wu, P. e Van der Giessen, E. On improved network models for rubber elasticity and their applications to orientation hardening in glassy polymers, **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, vol. 41(3), p. 427–456, 1993.
- Ye, J., André, S., e Farge, L. Kinematic study of necking in a semi-crystalline polymer through 3D Digital Image Correlation, **International Journal of Solids and Structures**, vol. 59, p. 58–72, 2015.

APÊNDICE A

Neste apêndice é apresentado o procedimento experimental para obtenção das curvas da máquina de ensaio, imagens da região de estrição e dados para inserção no modelo FEM. Os procedimentos apresentados neste apêndice foram aplicados para realizar o ensaio experimental utilizado neste trabalho.

Este apêndice está dividido em quatro partes que são: procedimento para confecção de CP com entalhe, procedimento para marcação (pintura) do CP, procedimento para setup prévio do ensaio experimental e procedimento para colocação do CP na máquina de ensaio e realização do ensaio. Em todas as etapas do procedimento experimental as informações de interesse foram anotadas na tabela apresentada na figura A.2, que está preenchida com os dados do ensaio experimental utilizado para este trabalho.

Procedimento para confecção de CP com entalhe:

1. Um CP no formato de haltere em PVC, com seção transversal de 10 x 3,5 mm, deve ser usinado para promover a estrição, conforme dimensões fornecidas na figura A.1;

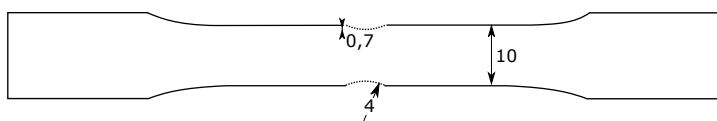


Figura A.1: Dimensões principais do CP para usinagem

2. Realizar a usinagem utilizando uma fresa com diâmetro de 8 mm, de modo a formar um entalhe;
3. No processo de usinagem o operador deve ter cuidados para evitar aquecimento e deformações plásticas no CP.

Procedimento para marcação (pintura) do CP:

1. Montar uma *bancada para captura de imagens*, esta bancada tem que possuir o mesmo enquadramento utilizado na *bancada óptica* para captura de imagens do ensaio experimental;
2. A tinta para a marcação do CP deve ser diluída com água para corrigir a viscosidade, utilizando uma proporção de água e tinta previamente determinada. A pressão do aerógrafo também deve ser definida previamente. As escolhas da proporção de água e tinta e da pressão do aerógrafo variam conforme o tipo de tinta e condições ambientais;

3. Pintar o CP utilizando um aerógrafo, com as especificações escolhidas, em três demãos. Utilizar tinta a base de água branca, preta e branca, nesta ordem;
4. O CP marcado deve ser avaliado em relação ao tamanho e distribuição dos “speckles”, utilizando a *bancada para captura de imagens* previamente montada. Os “speckles” devem apresentar de 5 a 8 pixels de diâmetro e a têm de marcação possuir uma distribuição homogênea de “speckles” em preto e branco. Caso a pintura não atenda a esses requisitos, a pintura têm que ser removida, a pressão do aerógrafo e/ou a razão de tinta corrigidas e deve-se retornar ao passo 3. Na figura 5.4c um exemplo de uma marcação adequada;
5. Marcar no CP a região de interesse (ROI), com uma caneta ou pincel. O ROI é a região onde a correlação de imagens é realizada para determinação do campo de deslocamentos. Na figura 5.4b o ROI é definido pela duas linhas verticais entre as endentações do CP;
6. Marcar no CP duas linhas transversais onde devem ser posicionadas e presas as garras da máquina de ensaio.

Procedimento para setup prévio do ensaio experimental:

1. Montar uma *bancada óptica* em uma máquina de ensaio EMIC DL-2000. Esta bancada óptica é composta por duas câmeras Point Grey modelo Flea2 1.3 Megapixels monocromáticas com lentes Computar modelo M5028-MPV e espaçadores de 10 mm, fonte artificial de iluminação contínua e um computador com uma placa de captura para a aquisição de imagens;
2. Para posicionar as câmeras e a fonte de iluminação artificial, um tripé deve ser utilizado. Têm de ser utilizados um computador preparado com os softwares e rotinas adequados para a aquisição das imagens das câmeras, e um anteparo de cor escura ao fundo do CP na máquina de ensaio;
3. O foco das duas câmeras têm de ser realizado de forma que a mesma região do ROI esteja focada em ambas as câmeras. A imagem capturada pelas câmeras deve apresentar a largura total do CP;
4. Ao encerrar o processo de foco a abertura da íris, o foco e as posições relativas de translação e rotação entre as câmeras devem ser travadas, e a distância entre as câmeras medida (a distância é utilizada para avaliar se a rotina de posicionamento obteve resultados satisfatórios);
5. Capturar 20 imagens de um alvo de calibração na posição ocupada pelo CP durante o ensaio. O alvo utilizado possui tamanho de padrão de 25 x 25 mm e espaçamento entre os

pontos de 0,5 mm (Edmund Industrial Optics PN 59-210). O alvo de calibração têm de ser rotacionado e deslocado em todos os eixos entre as capturas das imagens;

6. Determinar o tempo necessário para realização do procedimento de ensaio. Alterar framerate e tempo de da rotina aquisição de imagens, conforme necessário;
7. Testar rotinas de aquisição de imagens;
8. Verificar se o vídeo foi capturado com sucesso, executando o vídeo;
9. Verificar se o tempo especificado na rotina de aquisição de imagens corresponde ao do vídeo, e se as câmeras estão sincronizadas;
10. Preparar os acessórios da máquina de ensaio EMIC DL-2000. Instalar um extensômetro modelo EE09, célula de carga adequada aos carregamentos resultantes estimados para o ensaio e garras modelo GR006;
11. Instalar anteparo sob o apoio da garra inferior da máquina de ensaio, promovendo a retirada de folgas da garra;
12. Testar máquina de ensaio, rotinas de ensaio, leituras da célula de carga e leituras do extensômetro, além da preparação restante da máquina de ensaio;
13. Zerar resposta de força da célula de carga com a garra instalada.

Procedimento para colocação do CP na máquina de ensaio e realização do ensaio:

1. Fixar CP com marcação na máquina de ensaio;
2. Montar extensômetro no CP, com sua trava instalada;
3. Capturar foto em alta resolução da região entre as marcações das facas do extensômetro;
4. Remover trava do extensômetro;
5. Zerar leitura de deslocamento fornecida pelo extensômetro;
6. Tracionar CP até a leitura da célula de carga ficar em torno de 50 N;
7. Escolher a rotina para a máquina de ensaio com a taxa de deslocamento escolhida. Preparar rotina da máquina de ensaio para iniciar o ensaio;
8. Posicionar o tripé para ter foco no ROI do CP. Para o ajuste fino usar o micrômetro do tripé. Lembrando que a posição relativa entre as câmeras deve ser mantida;

9. Setar na rotina de aquisição de imagens o tempo de aquisição requerido para realização do ensaio experimental. Preparar rotina de aquisição para começar a adquirir imagens;
10. Verificar todo o procedimento de realização de ensaio;
11. Sincronizar início do ensaio. Rodar rotina da máquina de ensaio e rotina de aquisição de imagens;
12. Após concluída a rotina da máquina de ensaio e a rotina de aquisição de imagens. Instalar trava do extensômetro;
13. Remover extensômetro do CP;
14. Remover CP da máquina de ensaio;
15. Verificar se os dados obtidos da aquisição de imagens e da máquina de ensaio estão coerentes, guardar dados do ensaio experimental:
 - (a) dados obtidos pela máquina de ensaio (força versus deslocamento e forças versus tempo);
 - (b) dados obtidos pela bancada de aquisição de imagens (vídeo do ensaio das imagens das duas câmeras);
 - (c) fotografia em alta resolução da região entre as garras do extensômetro;
 - (d) fotografias do alvo de calibração.

Coleta de dados do procedimento experimental

Data do ensaio	30/09/2015	Operadores: Natalia Castoldi	
Número do ensaio	0	Jakson Vassoler	
Material do CP	PVC - CP 00	Francisco Bresolin	
Procedimento para confecção de corpo de prova (CP) com entalhe:			
W - Largura CP (mm)	10	Rf - Raio da ferr. (mm)	4
t - Espessura CP (mm)	3,5	A - Avanço (mm)	0,7
Procedimento para marcação (pintura) do corpo de prova (CP)			
Coefficiente da qualidade da marcação			
Valor coeficiente		Razão (agua x tinta)	10:03
Tipo de coeficiente de utilizado		Pressão aerógrafo (bar)	2
Procedimento para setup prévio do ensaio experimental			
Configuração câmeras			
	Câmera 1 (frontal)	Câmera 2 (diagonal)	
Tipo de câmera	Flea2 FireWire	Flea2 FireWire	
Resolução	1.3 Megapixel	1.3 Megapixel	
Lente	50 mm	50 mm	
Soma dos espaçadores	10	10	mm
Distância da câmera 2	60	X	mm
Distância até CP	270	275	mm
Rotina de ensaio - Máquina de ensaio			
Tipo de ensaio	Monotônico	ex.: monot, cíclico, etc.	
Descrição completa ensaio	Monotônico até a ruptura		
Rotina de captura vídeo			
Taxa de deslocamento	5	mm / min	
Tempo estimado ensaio	2	minutos	
Tempo total de captura		minutos	
Framerate rotina	1.875	frames / s	

Versão 1

Figura A.2: Coleta de dados do procedimento experimental