MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

# ESTUDO DA APLICABILIDADE DE MÚLTIPLOS ABSORVEDORES DE MASSA SINTONIZADOS PARA REDUÇÃO DE VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS SOB EVENTOS SÍSMICOS

por

Alexandre Chassot Simon

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, novembro de 2016.

**Universidade Federal do Rio Grande do Sul**
**Escola de Engenharia**
**Departamento de Engenharia Mecânica**

# ESTUDO DA APLICABILIDADE DE MÚLTIPLOS ABSORVEDORES DE MASSA SINTONIZADOS PARA REDUÇÃO DE VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS SOB EVENTOS SÍSMICOS

por

Alexandre Chassot Simon

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
**ENGENHEIRO MECÂNICO**
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Alcy Rodolfo dos Santos Carrara
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Letícia Fleck Fadel Miguel

Comissão de Avaliação:

Prof. Juan Pablo Raggio Quintas

Prof. Ignácio Iturrioz

Prof. Walter Jesus Paucar Casas

Porto Alegre, 14 de novembro de 2016.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais José Carlos Simon e Marina Chassot Simon pela compreensão e apoio ao longo desta jornada. Ambos foram e sempre serão exemplo de vida que tenho a seguir.

A toda minha família pela compreensão nas (diversas) ocasiões que tive que me ausentar ao longo dos últimos seis anos.

A minha namorada, Sofia Raupp Hoffmann, pelo amor, carinho, paciência e dedicação que sempre teve comigo, por sempre estar ao meu lado me apoiando e me dando força para seguir em frente e me motivando quando as coisas não saiam como previsto. Agradeço principalmente pela compreensão no decorrer da realização desse TCC, sem dúvida fostes muito importante durante esta caminhada e vou ser eternamente grato por te ter tido ao meu lado nesta fase da vida.

A meus colegas que tanto me apoiaram desde o início do curso (ou até mesmo antes!), em especial: Eduardo Alves Amado, Elizeu Vicente Possamai, Gabriel Marques Trujillo, Arthur Blazoudakis Büneker.

A todos professores da UFRGS pelos conhecimentos passados ao longo dessa caminhada, em especial a Prof. Letícia Fleck Fadel Miguel, segura orientadora, que além de excelente professora conseguiu sempre ser compreensiva e ter a devida paciência para com o trabalho aqui concluído. Reitero aqui meu agradecimento ao restante do corpo docente do curso de Engenharia Mecânica e especialmente aos membros do Grupo de Mecânica Aplicada, pela dedicação e formação passada ao longo dos últimos anos.

Meu agradecimento a todos.

SIMON, A. C.; **Estudo da Aplicabilidade de Múltiplos Absorvedores de Massa Sintonizados para Redução de Vibração em Estruturas Sob Eventos Sísmicos**. 2016. 15 Páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.


**RESUMO**

Este trabalho apresenta um estudo sobre a aplicabilidade de múltiplos absorvedores de massa sintonizados a uma estrutura clássica da literatura. O estudo foca na aplicação de diferentes carregamentos de sismos, tanto reais quanto artificiais, e na análise da resposta do sistema modelado como um *shear building* de 10 graus de liberdade. As análises são feitas em um código MATLAB escrito para tal fim e validado através de uma excitação harmônica. O código faz uso do método de Newmark. Os resultados das análises são apresentados e comparados entre si, mostrando que o principal fator para o dimensionamento de sistemas são os próprios sismos registrados historicamente no local. A influência do tipo de carregamento é extremamente importante para a definição do Absorvedor de Massa Sintonizado.



**PALAVRAS-CHAVE:** Absorvedor de Massa Sintonizado, AMS, Vibrações.


SIMON, A. C.; **Study on the Applicability of Multiple Tuned Mass Dampers for the Reduction of Vibration in Structures under Seismic Events**. 2016. 15 Pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.


**ABSTRACT**

This paper brings the study on the applicability of multiple tuned mass dampers on a classic structure taken from the literature. The study focus on applying different seismic loads, real and fictitious and the analysis of the response on the system, modelled as a ten-degree-of-freedom shear building. The analyses were made using a code written in MATLAB specific for this goal and validated using a harmonic load. The code makes use of the Newmark Method. The results are presented and compared with each other, showing that the most relevant factor for system dimensioning are the own local historically registered seisms. The influence of the load applied to the structure is extremely high for the definition of the Tuned Mass Damper.



**KEYWORDS**: Tuned Mass Damper, TMD, Vibrations.

ÍNDICE

Pág.

**1 INTRODUÇÃO** ..... **1**

**2 OBJETIVOS** ..... **1**

**3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA** ..... **1**

**4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA** ..... **2**

4.1 VIBRAÇÃO DE SISTEMA MASSA-MOLA-ABSORVEDOR COM AMS ..... 2
4.2 MÉTODO DE NEWMARK ..... 3

**5 METODOLOGIA** ..... **4**

5.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO ..... 4
5.2 ESTRUTURA ..... 4
5.3 EXCITAÇÕES APLICADAS ..... 5
*5.3.1 Excitação Harmônica* ..... *5*
*5.3.2 Excitação Aleatória* ..... *6*
*5.3.3 Sismo de El Centro* ..... *6*
*5.3.4 Terremoto de Kobe* ..... *7*
*5.3.5 Terremoto de Tōhoku* ..... *8*
5.4 ROTINA DESENVOLVIDA ..... 8

**6 RESULTADOS E DISCUSSÃO** ..... **11**

6.1 RELAÇÃO DE MASSAS ..... 11
6.2 DISPOSIÇÃO DOS MAMS ..... 11
6.3 RESULTADOS DAS AVALIAÇÕES ..... 11
*6.3.1 El Centro* ..... *12*
*6.3.2 Espectro de Kanai-Tajimi* ..... *13*
*6.3.3 Kobe* ..... *13*
*6.3.4 Tōhoku* ..... *14*

**7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS** ..... **14**

**8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS** ..... **14**

**9 APÊNDICE** ..... **16**

9.1 APÊNDICE 1 – DENSIDADE ESPECTRAL DOS DEMAIS CARREGAMENTOS ..... 16
9.2 APÊNDICE 2 – CÁLCULO DO ERRO ASSOCIADO AO MÉTODO DE NEWMARK ..... 16
9.3 APÊNDICE 3 – AVALIAÇÃO ENTRE ANDARES DO EDIFÍCIO ..... 18
9.4 APÊNDICE 4 – ESTUDO DE DIFERENTES SISMOS DE KANAI-TAJIMI ..... 19
9.5 APÊNDICE 5 – REVISÃO DA RELAÇÃO DE MASSA ÓTIMA ..... 20

# 1 INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, a preocupação com o comportamento dinâmico das estruturas vem sendo cada vez mais relevante. O constante crescimento das regiões metropolitanas e o aumento populacional quase descontrolado nas últimas décadas vem forçando uma constante verticalização das estruturas. Essa verticalização, no entanto, acarreta em inúmeros novos fatores de projeto. O substancial aumento das cargas aplicadas na estrutura pelos ventos e a atividade sísmica geram efeitos que podem ser cada vez menos negligenciados, inclusive para o Brasil onde a ocorrência de atividade sísmica é consideravelmente baixa.

Uma prova de que o tópico está cada vez mais relevante no Brasil, é o fato de que em 2006 entrou em vigor no país a NBR 15421/2006 que adiciona uma rotina de cálculo para o projeto de estruturas visando à resistência contra abalos sísmicos. Contudo, pode-se citar como exemplo de negligência o terremoto que atingiu o vilarejo de Caraíbas em Minas Gerais que no dia 9 de setembro de 2007 levou 6 construções ao colapso e causou graves danos a outras 69 construções com um abalo que registrou 4,9 pontos na escala Richter.

Este número apresentado para o Brasil é ainda muito pequeno se comparado a outras regiões do planeta, onde a infraestrutura e fatores econômicos impedem a extensa aplicação de mecanismos de controle para esses incidentes. Na China, mais especificamente na província de Shaanxi, em 23 de janeiro de 1556 ficou registrado o terremoto mais mortífero da história. É estimado que 830 mil pessoas tenham perdido a vida nesse dia com um terremoto que atingiu a magnitude 8 da escala Richter e alterou o relevo da região como era conhecido.

O simples fato de que uma tragédia desse tamanho já tenha sido registrada, é motivação suficiente para que o tópico seja mais discutido, novas técnicas de prevenção sejam encontradas e uma forma economicamente viável seja proporcionada, especialmente, para os países mais pobres assentados no círculo de fogo do pacífico (região que além de conter a maioria absoluta dos vulcões do planeta, é também a que mais sofre com eventos sísmicos). O problema econômico quanto à análise desses eventos, é que eles são estudados de uma forma “estática equivalente” e isso acarreta num superdimensionamento da estrutura já que leva em consideração uma abordagem muito conservadora.

Essa análise conservadora com o nível de globalização atual dificulta a competitividade do Brasil no mundo a fora. É importante levar em conta que apesar de eventos sísmicos não serem tão relevantes no país, o mesmo exporta produtos, serviços e tecnologia a países onde não se pode relevar esse fator.

Com isso, o intuito desse trabalho é fazer a análise dinâmica de uma estrutura utilizando múltiplos absorvedores de massa sintonizados (MAMS), conceito introduzido ainda no início do século XX, de forma a reduzir o impacto quanto à influência dos mesmos na estrutura do edifício e, possivelmente, reduzir também custos de fabricação dos mesmos.

# 2 OBJETIVOS

Este trabalho propõe uma rotina de cálculo computacional desenvolvida em software comercial MATLAB para avaliar as respostas de um edifício retirado da literatura e submetido a diversos carregamentos de sismos reais e artificiais, avaliando sua resposta em termos de deslocamento quanto ao uso de MAMS e as variações da relação de massas. Com esta rotina se avaliará a influência da aplicação de AMS a estrutura e posteriormente se poderá avaliar diversas configurações de MAMS na estrutura para se encontrar uma correlação entre as reduções de esforços na estrutura e a disposição dos mesmos nela.

# 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Paredes (2008) comenta em seu trabalho que a aplicação de AMS (Absorvedor de Massa Sintonizado) em estruturas, normalmente, se dá junto ao uso de um amortecedor viscoso. Também afirma que o dimensionamento dos AMS deve ser feito através de um único absorvedor por modo de vibração. Proposição oposta à direção do presente trabalho.

O desempenho dos AMS é influenciado pela excitação imposta ao sistema, segundo Mohebbi et al. (2012), e por essa razão várias excitações devem ser avaliadas. A ideia de MAMS distribuídos verticalmente também foi analisada pelo autor para se trabalhar em outros modos de vibração além do primeiro. A disposição vertical deve ser adotada conforme a forma do modo de vibração. Em seu trabalho, Mohebbi et al. (2012) propõe o uso de uma estrutura clássica de 10 andares já vastamente explorada por outros autores, como exemplo Miguel et al. (2016). Mais além, também, adota um ruído branco gaussiano, o filtro de Kanai-Tajimi (Kanai, 1961, e Tajimi ,1960) como a melhor forma de se avaliar estruturas submetidas a efeitos sísmicos. Mohebbi et al. (2012) também confere estudos prévios e atesta que o aumento da relação de massa melhora os resultados do desempenho de MAMS. Porém, como seu estudo contempla apenas o uso de MAMS no último andar da estrutura não se chegou a resultados muito melhores com a aplicação de um número maior de AMS. O autor conclui que MAMS são um método efetivo de se reduzir deslocamentos em estruturas de altura elevada.

Xu (1992) menciona em seu trabalho que vários AMS com as frequências em torno da desejada são mais eficientes que um único AMS calibrado para a frequência natural da estrutura, considerando a mesma massa total para os AMS. O autor também comenta que pesquisas prévias às suas reportam MAMS sintonizados para a frequência natural do primeiro modo de vibração exclusivamente. Moorthy e Kakodkar et al. (1993) recomendam que comparações deste tipo de problema não sejam feitas de forma estritamente numérica, mas também gráfica, pois valores de pico podem induzir conclusões controversas.

## 4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 4.1 Vibração de Sistema Massa-Mola-Absorvedor com AMS

Primeiramente considera-se um sistema de um único grau de liberdade ao qual se adiciona um absorvedor de vibrações com amortecimento, conforme Figura 4.1 (direita).

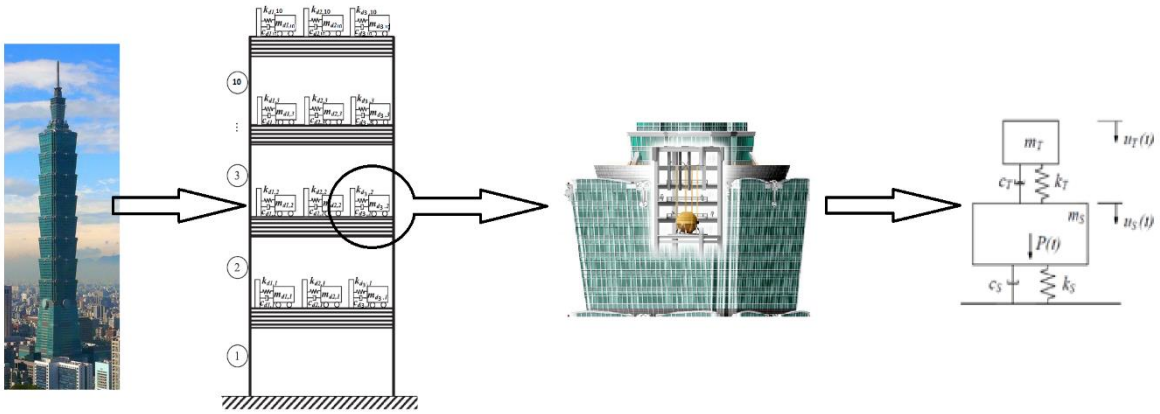



Figura 4.1 – A direita, esquemática de um sistema massa-mola-amortecedor de 1 GDL com absorvedor de massa sintonizado para um edifício. A imagem apresenta como o absorvedor é aplicado à estrutura e como é feita a simplificação numérica do mesmo.

Para o sistema vibratório livre da Figura 4.1 (direita) tem-se o sistema de equilíbrio dinâmico 4.1.1.

$$\begin{cases} m_S\ddot{u}_S + c_S\dot{u}_S + c_T(\dot{u}_S - \dot{u}_T) + k_S u_S + k_T(u_S - u_T) = 0 \\ m_T\ddot{u}_T + c_T(\dot{u}_T - \dot{u}_S) + k_T(u_T - u_S) = 0 \end{cases} \tag{4.1.1}$$

Onde os índices “S” se referem ao sistema e “T” referente ao absorvedor. No diagrama tem-se “u” como o deslocamento das massas e os pontos acima correspondendo na dada quantidade às derivadas de “u” em relação ao tempo. Os parâmetros “m”, “k” e “c” correspondem

as constantes de massa, rigidez e de amortecimento, respectivamente. Pode-se resumir o mesmo de forma matricial pela equação 4.1.2:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = 0 \tag{4.1.2}$$

Onde M, C e K representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema respectivamente e U representa o vetor deslocamento do mesmo.

Sendo,

$$M = \begin{bmatrix} m_S & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix} \tag{4.1.3}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_S + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix} \tag{4.1.4}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_S + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix} \tag{4.1.5}$$

$$U = \begin{bmatrix} u_S \\ u_T \end{bmatrix} \tag{4.1.6}$$

Para o caso do sistema estar excitado por uma força P(t), transforma-se a equação 4.1.2 em:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) \tag{4.1.7}$$

E considerando o absorvedor isoladamente, como um sistema de 1 GDL, pode-se determinar a constante de amortecimento como:

$$c = 2m\omega\xi \tag{4.1.8}$$

Onde $\omega$ representa a frequência natural em radianos do sistema e $\xi$ é a razão de amortecimento do mesmo. E a rigidez é definida por:

$$k = \omega^2 m \tag{4.1.9}$$

## 4.2 Método de Newmark

O método de Newmark (1959) foi desenvolvido como um método de integração direta das equações de movimento de um sistema dinâmico de forma implícita. Moorthy e Kakodkar et al. (1993) propuseram um método para resolver vibrações caóticas em osciladores de impacto utilizando esse método, onde afirmam que dentre os diversos métodos de resolução implícitos, o método de Newmark usando os operadores $\delta = 0{,}5\ e\ \alpha = 0{,}25$ constantes é um método incondicionalmente estável, além de aplicável para a resolução de problemas reais em sistemas de múltiplos graus de liberdade. Os últimos também afirmam que com estes valores para os operadores (esquema de aceleração constante, ou método trapezoidal como são conhecidos) não são induzidos erros de amplitudes para problemas lineares. Mais informações sobre o erro associado podem ser encontradas no segundo apêndice deste trabalho.

Como todos os métodos de integração direta, a formulação 4.1.7 é calculada para o instante $t + \Delta t$. Para aplicar o método necessita-se de alguns dados de entrada, são eles: o vetor u̇ e u no instante *t=0* e as seguintes constantes de Newmark:

$$\begin{cases} a_0 = \dfrac{1}{\alpha.\Delta t^2};\ a_1 = \dfrac{1}{\alpha.\Delta t};\ a_2 = \left(\dfrac{1}{2.\alpha} - 1\right); \\ a_5 = \dfrac{\delta}{\alpha.\Delta t};\ a_6 = \left(\dfrac{\delta}{\alpha} - 1\right);\ a_7 = \dfrac{\Delta t}{2}\left(\dfrac{\delta}{\alpha} - 2\right). \end{cases} \tag{4.2.1}$$

Onde $\Delta t$ é o passo de tempo determinado. Com estes valores e sabendo a força de excitação aplicada ao sistema pode-se calcular a aceleração no instante inicial (eq. 4.2.2):

$$\ddot{u}_{(t_0)} = [M]^{-1}\left[\vec{F}_{(t_0)} - C\dot{u}_{(t_0)} - Ku_{(t_0)}\right] \tag{4.2.2}$$

Para calcular os próximos instantes de tempo faz-se:

$$u_{(t_{i+1})} = (a_0 M + a_5 C + K)^{-1} \left\{ \vec{F}_{(t_{i+1})} + M \left[ a_0 u_{(t_i)} + a_1 \dot{u}_{(t_i)} + a_2 \ddot{u}_{(t_{(i)})} \right] + C \left[ a_5 u_{(t_i)} + a_6 \dot{u}_{(t_i)} + a_7 \ddot{u}_{(t_i)} \right] \right\} \quad (4.2.3)$$

$$\dot{u}_{(t_{i+1})} = a_5 \left[ u_{(t_{i+1})} - u_{(t_i)} \right] - a_6 \dot{u}_{(t_i)} - a_7 \ddot{u}_{(t_i)} \quad (4.2.4)$$

$$\ddot{u}_{(t_{i+1})} = a_0 \left[ u_{(t_{i+1})} - u_{(t_i)} \right] - a_1 \dot{u}_{(t_i)} - a_2 \ddot{u}_{(t_i)} \quad (4.2.5)$$

Onde o termo $t_{i+1}$ corresponde ao instante $t_0 + (i+1)\Delta t$, e $u$ o vetor deslocamento, $\dot{u}$ o vetor velocidade e $\ddot{u}$ o vetor aceleração correspondente ao sistema. Os vetores possuem tamanho igual ao número de graus de liberdade (GDL) do sistema.

# 5 METODOLOGIA

## 5.1 Organização do Trabalho

O trabalho foi desenvolvido conforme o fluxograma da Figura 5.1.

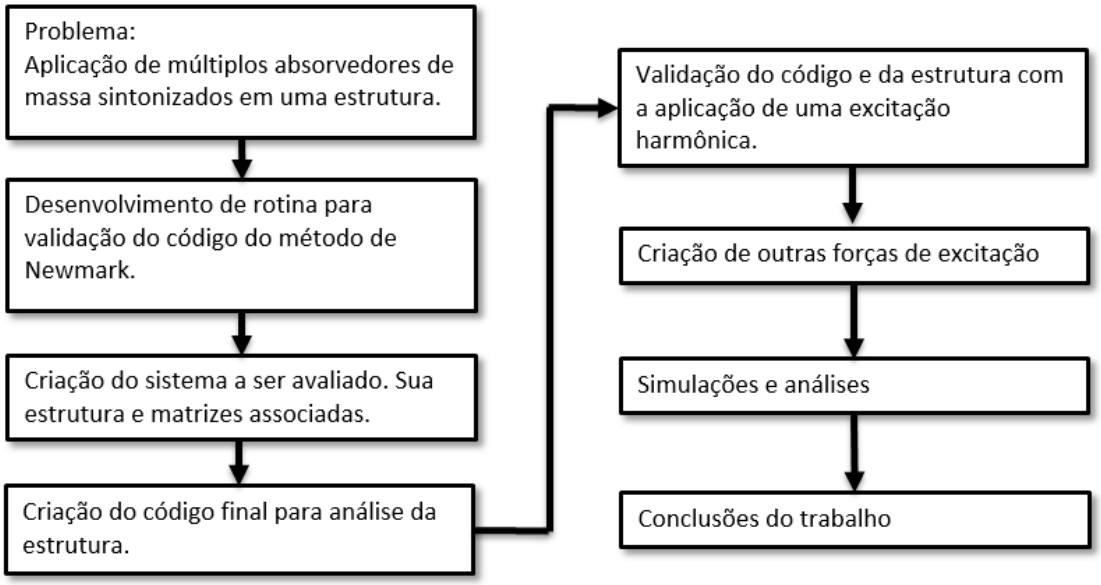



Figura 5.1 - Fluxograma do desenvolvimento do trabalho.

## 5.2 Estrutura

Para o estudo foi escolhida uma estrutura já conhecida da literatura, vide Mohebbi et al. (2012), Miguel et al. (2016), entre outros. Este é um edifício de 10 andares modelado como *shear building* de 10 GDL com as características apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Dados da Estrutura Utilizada

| Dados da Estrutura | |
|---|---|
| Massa Total (ton) | 3600 |
| Massa por andar (ton) | 360 |
| Rigidez por andar (MN/m) | 650 |
| Amortecimento por andar (MNs/m) | 6,2 |
| Número de andares | 10 |

Para o sistema base da estrutura têm-se as matrizes 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_{NGDL} \end{bmatrix} \tag{5.2.1}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_{NGDL} \end{bmatrix} \tag{5.2.2}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_{NGDL} \end{bmatrix} \tag{5.2.3}$$

Para esta estrutura têm-se as frequências naturais abaixo (em Hz). Os resultados estão de acordo com os encontrados por Miguel et al. (2016) em seu trabalho utilizando a mesma estrutura.

$$f = [1{,}0108 \quad 3{,}0097 \quad 4{,}9414 \quad 6{,}7628 \quad 8{,}4331 \quad 9{,}9149 \quad 11{,}1753 \quad 12{,}1861 \quad 12{,}9247 \quad 13{,}3745]\ Hz$$

## 5.3 Excitações Aplicadas

### 5.3.1 Excitação Harmônica

Uma força de excitação harmônica foi aplicada à estrutura para validar o código escrito em MATLAB. Essa força foi escolhida de forma que se conhecesse a resposta analítica e assim garantir que a implementação do método de Newmark e os erros associados estejam dentro de limites aceitáveis. Foi definida uma força do tipo cosseno com uma frequência de excitação de 4 radianos/s e uma amplitude de 0,5g (4,9 m/s$^2$). A Figura 5.2 mostra a resposta em termos de deslocamento obtida com o programa desenvolvido e a resposta analítica da estrutura pelo método exato.

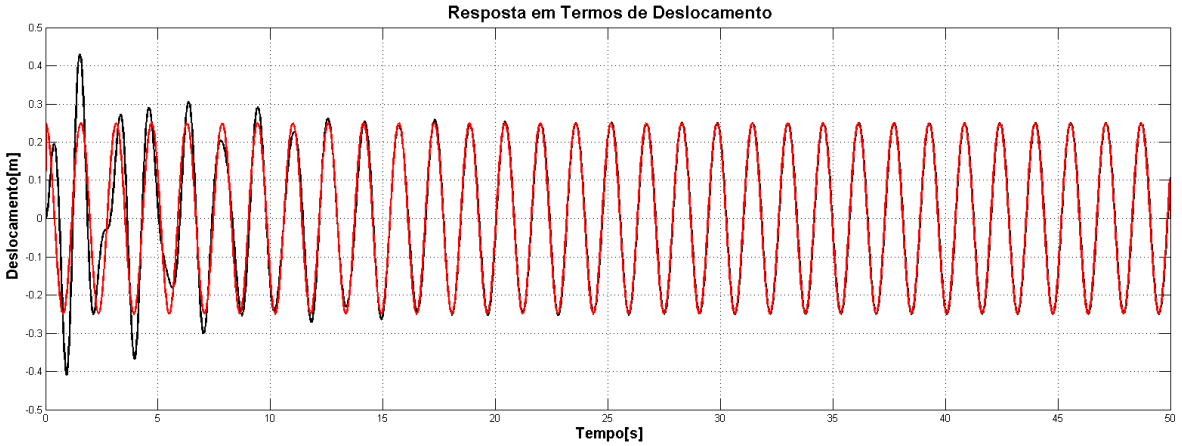



Figura 5.2 - Resposta em termos de deslocamento, através da solução analítica versus a rotina proposta para uma excitação harmônica.

Nota-se uma divergência inicial na resposta do programa (Figura 5.2) pela imposição de condições de contorno nulas iniciais tanto para o deslocamento quanto velocidade inicial. Após

um pequeno número de ciclos, a resposta estabiliza para a real resposta do problema. Com essa análise, conclui-se que o programa está coerente com o desejado e apto para avaliações.

### 5.3.2 Excitação Aleatória

Segundo Mohebbi et al. (2012), as estruturas podem responder de forma muito diferente para cada excitação. Desta maneira, se aproveitou o estudo de Kanai (1961) e Tajimi (1960) que propuseram uma metodologia para simular excitações sísmicas, criando assim um acelerograma condizente ao de um sismo. Como esta metodologia contém um fator randômico, pode-se fazer uso dela para simular diversos sismos diferentes.

Talbott e Hwang (1993) apresentam os parâmetros convencionais para o Espectro de Kanai-Tajimi na Tabela 5.2, mas para fins de comparação se utilizaram os mesmos parâmetros que Mohebbi et al. (2012) e Miguel et al. (2016), já vastamente explorados na literatura. Estes parâmetros são $\xi_G = 0{,}3\ e\ \omega_G = 37{,}3\ rad/s$ que correspondem ao fator de amortecimento do solo e a frequência do mesmo. Escolheu-se uma aceleração de pico de 0,475 g. Com estes parâmetros pode-se obter o acelerograma da Figura 5.4.

Tabela 5.2 - Parâmetros do solo para simulação de sismos, Talbott e Hwang (1993)

**Parâmetros do Solo**

| Tipo de Solo | $\omega_g$ (rad/s) | $\zeta_g$ | Duração Total (s) |
|---|---|---|---|
| Rocha | $8\pi$ | 0·60 | 15 |
| Solo Rígido | $5\pi$ | 0·60 | 20 |
| Solo **Mole** | $2{\cdot}4\pi$ | 0·85 | 25 |

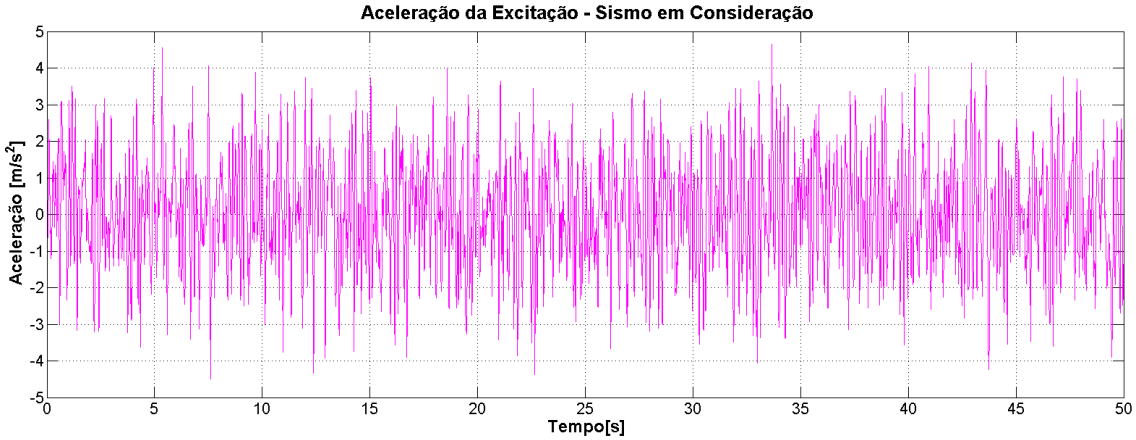



Figura 5.3 - Exemplo de acelerograma gerado pela rotina aleatória através do espectro de Kanai-Tajimi.

### 5.3.3 Sismo de El Centro

O sismo real escolhido foi o de El Centro, ocorrido em 18 de maio de 1940 na cidade de mesmo nome e registrado na cidade adjacente de Imperial nos Estados Unidos. A direção principal de atuação das forças foi na sua componente Norte-Sul, onde atingiu uma aceleração de pico de 0,3g (aproximadamente 2,9 m/s$^2$) e uma magnitude de 7.1 na escala Richter. O sismo foi escolhido por ser o exemplo clássico quanto a análises dinâmicas de sismos. Na Figura 5.5 se apresenta o acelerograma da componente Norte-Sul do sismo.

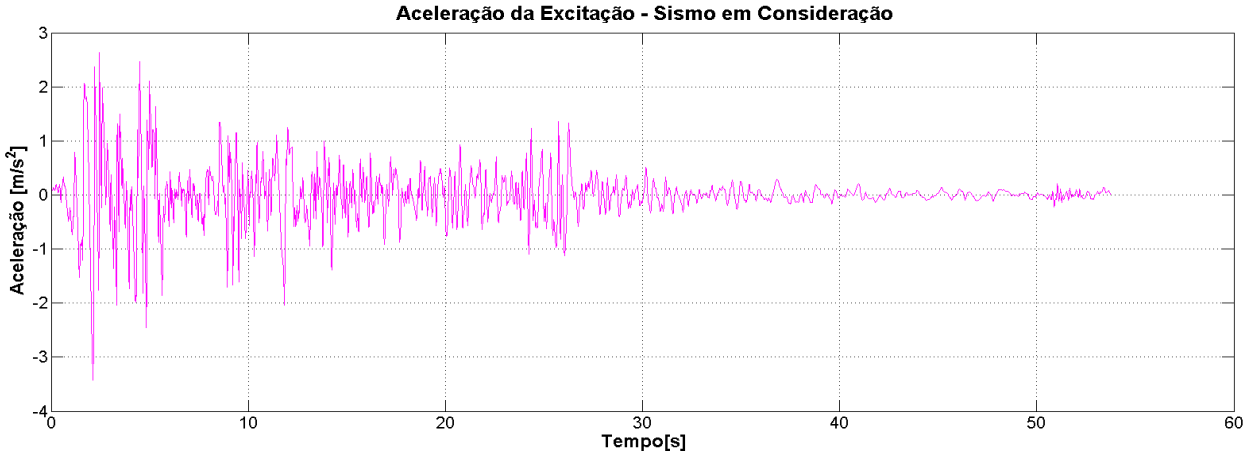



Figura 5.4 - Acelerograma do sismo de El Centro.

### 5.3.4 Terremoto de Kobe

Outro sismo real foi analisado para se relacionar o comportamento da estrutura. O sismo de Kobe foi recriado para análise conforme dados da estação JMA no Japão. Este sismo ocorreu no dia 16 de janeiro de 1995 na cidade de Kobe no Japão e estes dados foram registrados a 1 km de distância da falha conforme informações do *Strong-Motion Virtual Data Center (2016)*. Este também é um sismo bastante conhecido na literatura. Na Figura 5.6 se mostra o acelerograma da componente Norte-Sul do mesmo. A aceleração de pico chegou a 0,6g. Já na Figura 5.7, apresenta-se o espectro de frequência do mesmo.

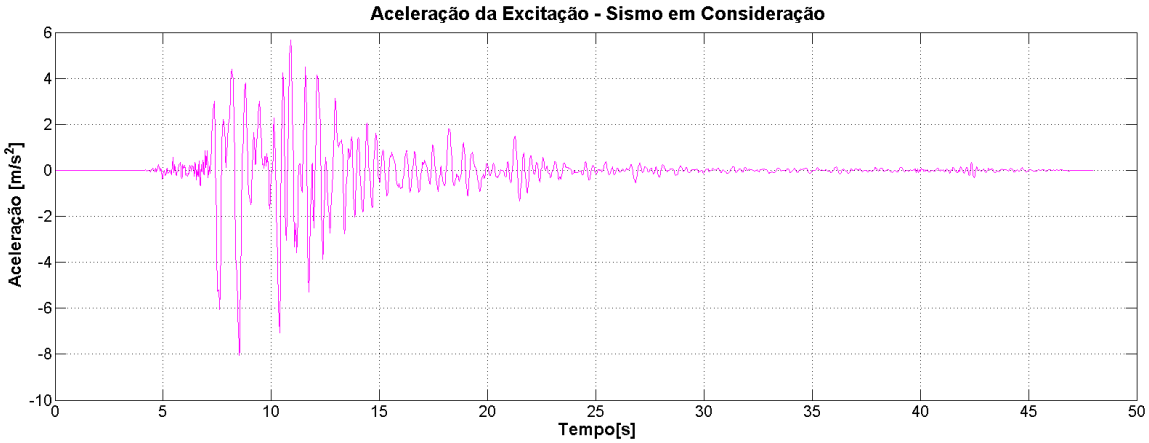



Figura 5.5 - Acelerograma do terremoto de Kobe.

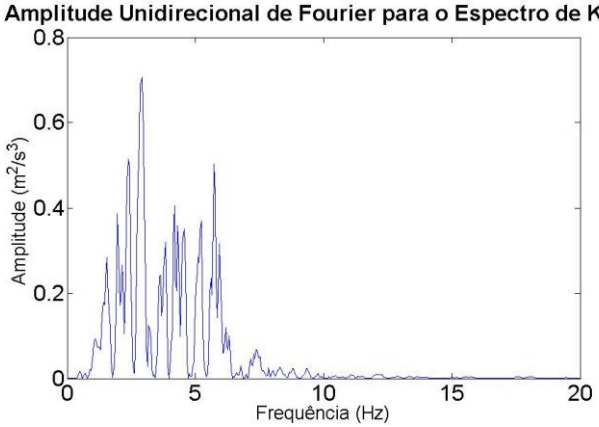



Figura 5.6 - Espectro de Fourier do terremoto de Kobe.

### 5.3.5 Terremoto de Tōhoku

O terremoto de Tōhoku atingiu a costa do Japão no dia 11 de março de 2011. Ele é conhecido como o grande terremoto do leste do Japão e é o terremoto mais forte que já atingiu o país desde que se têm registros. O terremoto atingiu uma magnitude de 9 na escala Richter e matou cerca de 16 mil pessoas em questão de minutos. Os dados utilizados do sismo foram adquiridos pela estação de KNET MYG011 em Oshika no Japão a uma distância de 81 km do hipocentro do mesmo (Componente Norte-Sul do terremoto). Este terremoto também foi o responsável pelo acidente da planta nuclear de Daiichi, em Fukushima, que mudou todos os padrões quanto ao uso de energia nuclear no planeta. O somatório de suas componentes chegou a incríveis 2,99g de aceleração de pico do solo. A Figura 5.8 mostra uma foto do local logo após o terremoto (à esquerda) e o acelerograma do sismo de Tōhoku (à direita).

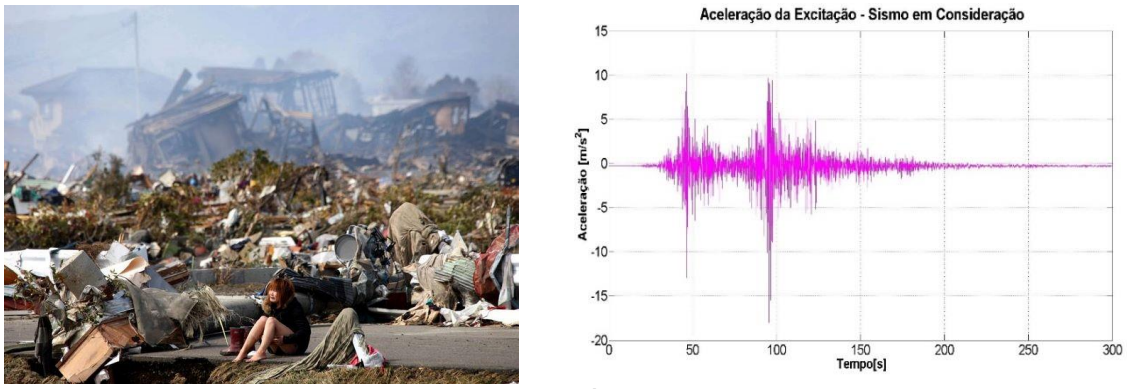
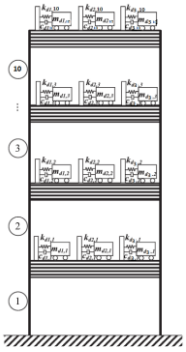



Figura 5.7 - A esquerda, foto retirada horas após o terremoto de Tōhoku atingir a costa do Japão, Fukushima, 11/03/2011. A direita, acelerograma do terremoto que causou a destruição.

## 5.4 Rotina Desenvolvida

A rotina foi criada de forma que o conteúdo contemplasse todas as variáveis num único script. Esse script contém as definições de todos os parâmetros no topo assim podendo avaliar todas as possíveis combinações de carregamentos, relação de massa e disposições de AMS na estrutura. Como variáveis fixas para este trabalho, porém com possibilidade de alteração, se encontram também a massa por andar do edifício, a rigidez e o amortecimento por andar do mesmo, e os parâmetros de Newmark (1959). A rotina contempla possíveis combinações de até 3 AMS por andar em uma matriz “D” que corresponde graficamente a um esquema do edifício em questão como demonstrado na Figura 5.9 dentro do próprio código.



```
D=[0 0 0;...
   0 0 0;...
   0 0 0;...
   0 0 0;...
   0 0 0;...
   0 0 0;...
   0 0 0;...
   0 0 0;...
   0 0 0;...
   0 0 0];
```

Figura 5.8 - À esquerda, esquema da estrutura modelada. À direita, a matriz de inserção de AMS no programa conforme escrita no código. Nessa matriz “D” a inserção de um valor 1 na primeira linha da matriz corresponde a inserção de 1 AMS no último andar da estrutura.

Logo após a determinação dos parâmetros comentados anteriormente, se define através de uma variável o carregamento a ser utilizado. Na escolha do carregamento existe a possibilidade de se modificar algumas variáveis quando aplicável. A rotina de cálculo finalmente

é iniciada com a determinação dos coeficientes do método de Newmark (1959), criação das matrizes de massa, rigidez e amortecimento da estrutura apenas e a determinação das frequências naturais e os modos de vibração da estrutura.

Quanto à análise das frequências do edifício, segundo o *USGS Earthquake Hazards Program*, verificou-se que os terremotos não costumam atingir frequências maiores do que 20 Hz (Figura 5.10) e que à medida que a frequência das ondas aumenta, tem-se uma correlação inversa quanto à intensidade dos mesmos. Os mesmos afirmam que para edifícios a proporção da influência do primeiro modo de vibração frente aos demais é enorme e para fins de simplificação os cálculos da rotina foram simplificados para se trabalhar apenas no primeiro modo de vibração da estrutura e se avaliar a influência neste. Como comprovação do anterior, uma pesquisa foi feita quanto à sismógrafos comerciais e se verificou que são registradas frequências de no máximo 10 Hz usualmente e que a distribuição de frequências relevantes para o estudo costumam estar em até 2 Hz. Conforme o estudo realizado por Mohebbi et al. (2012), que avaliou MAMS no último andar da estrutura, verificou que é necessária a implementação de aproximadamente 10 AMS no primeiro modo de vibração até que seja relevante a adição de um AMS a mais sintonizado para a segunda frequência de vibração da estrutura.

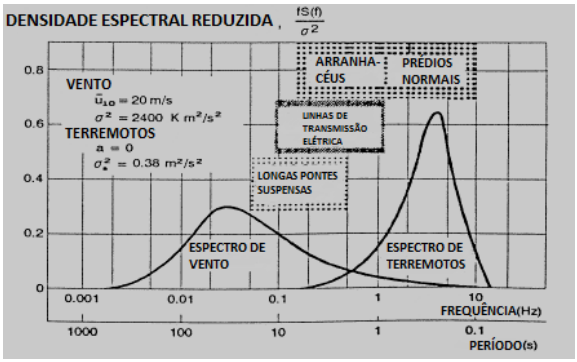



Figura 5.9 - Densidade espectral para diferentes carregamentos (Sismo e Vento), conforme NatHaz Modeling Laboratory.

No próximo passo passa-se a calcular as matrizes de massa, rigidez e amortecimento aumentadas para o número de graus de liberdade conforme o número de AMS adicionados à estrutura, adaptado da estruturação feita por Mohebbi et al. (2012). A matriz de massa continua sendo uma matriz diagonal aumentada conforme matriz 5.4.1.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & m_N & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & m_{d1} & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & m_{d_{N_{AMS}}} \end{bmatrix} \tag{5.4.1}$$

Onde $m_{d_N}$ corresponde à massa do AMS. A Matriz de rigidez assume forma 5.4.2,

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + \sum_{i=1}^{N_{1-AMS}} k_{d_{1-AMS}} & \cdots & 0 & -k_{d1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & k_{n-1} + k_n + \sum_{i=1}^{N_{n-AMS}} k_{d_{n-AMS}} & 0 & \cdots & -k_{dn} \\ -k_{d1} & \cdots & 0 & k_{d1} & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & -k_{dn} & 0 & 0 & k_{dn} \end{bmatrix} \tag{5.4.2}$$

Para calcular o valor de $k_{d_n}$, conforme Arfiadi e Hadi (2011), primeiro calcula-se uma constante $\alpha_{OPT}$ definida pela expressão 5.4.3.

$$\alpha_{OPT} = \frac{1}{1+\mu_d} \tag{5.4.3}$$

Onde $\mu_d$ é a relação de massas do absorvedor para o total da estrutura. Relembrando também que o somatório das massas dos AMS é fixa para o problema. Para $\mu_d$ tem-se a expressão 5.4.4.

$$\mu_d = \frac{m_d}{N_d M_1} \tag{5.4.4}$$

Onde $M_1$ é a massa modal para o primeiro modo de vibração da estrutura. E $N_d$ é o número de AMS aplicados na estrutura. $M_1$ é dado pela equação 5.4.5.

$$M_1 = \phi_1^T M \phi_1 \tag{5.4.5}$$

Onde $\phi_1$ é o autovetor de forma modal normalizado para que no grau de liberdade onde o AMS for implementado, seu valor seja a unidade. Com estes valores calcula-se a frequência natural para sintonizar o AMS com a equação 5.4.6.

$$\omega_d = \alpha_{OPT}\omega_1 \tag{5.4.6}$$

Onde $\omega_1$ é a frequência natural de vibração do primeiro modo da estrutura. E finalmente encontra-se $k_{d_n}$ com a expressão 5.4.7.

$$k_{d_n} = m_d \omega_d^2 \tag{5.4.7}$$

E finalmente têm-se a matriz de amortecimento conforme 5.4.8.

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + \sum_{i=1}^{N_{1-AMS}} c_{d_{1-AMS}} & \cdots & 0 & -c_{d1} & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & c_{n-1} + c_n + \sum_{i=1}^{N_{n-AMS}} c_{d_{n-AMS}} & 0 & \cdots & -c_{dn} \\ -c_{d1} & \cdots & 0 & c_{d1} & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & -c_{dn} & 0 & 0 & c_{dn} \end{bmatrix} \tag{5.4.8}$$

Onde para calcular o termo $c_{d_n}$ precisa-se de outro parâmetro. Saidi e Mohammed (2007) demonstram que para absorvedores viscosos o coeficiente de amortecimento ótimo é dado pela expressão 5.4.9.

$$\xi_{OPT} = \sqrt{\left(\frac{3\mu_d}{8(1+\mu_d)^3}\right)} \tag{5.4.9}$$

Onde o termo $\mu_d$ é a relação de massas dos absorvedores antes calculada. E finalmente tem-se conforme Arfiadi e Hadi (2011) a expressão 5.4.10 para o coeficiente de amortecimento.

$$c_{d_n} = 2\xi_{OPT} m_d \omega_d \tag{5.4.10}$$

Uma vez criadas as matrizes aumentadas, o programa passa a carregar ou criar os carregamentos conforme indicados e resolve o problema pelo método de Newmark (1959). A rotina fornece gráficos do carregamento aplicado, da resposta da estrutura em termos de deslocamento, velocidade e aceleração, bem como os picos para os últimos três.

# 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

## 6.1 Relação de Massas

Em primeiro lugar se definiu a relação de massas ideal para os MAMS que seriam testados. Um estudo foi realizado testando a aplicabilidade de um único AMS na estrutura. Com isso se avaliou a resposta da estrutura em termos do deslocamento máximo do último andar. Essa abordagem foi escolhida pela avaliação do vetor modo de vibração para o primeiro modo da estrutura.

Como os AMS foram sintonizados para o primeiro modo, se avaliou a influência no ponto mais afetado, o último andar. Considerando então a variação da relação de massas, foram plotados os valores dos resultados para os três carregamentos reais em estudo (Figura 6.2).

Considerando-se que o incremento da massa acarreta num investimento econômico maior e o excesso de peso pode acrescentar problemas estruturais, se definiu o valor de 0,04 como o valor ótimo para a relação de massas em um primeiro momento. Na Figura 6.2 se observa uma redução do impacto da alteração da razão de massa a partir desse valor no resultado da estrutura. Ressalta-se que esse valor é dado pelo somatório da massa de todos os AMS.

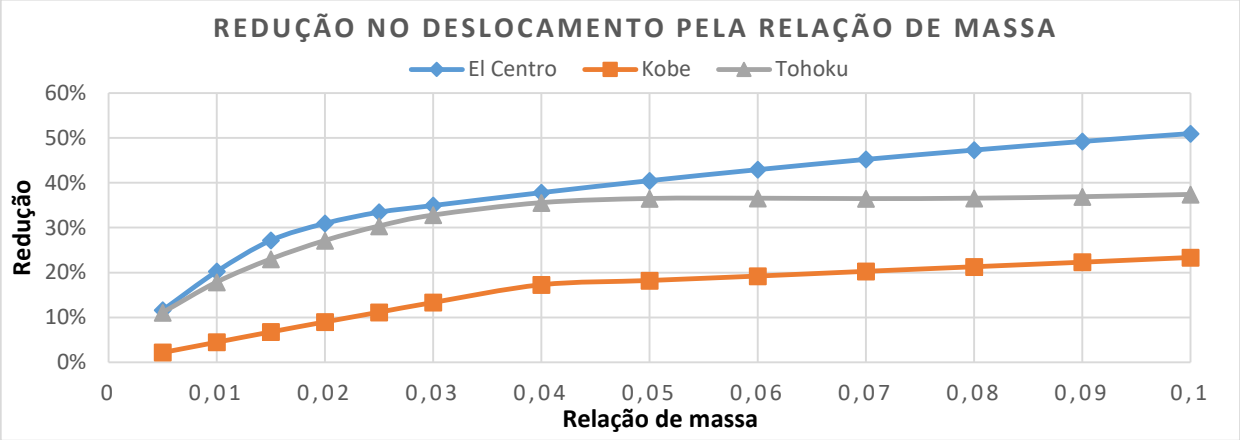



Figura 6.1 – Redução no deslocamento conforme a relação de massa estabelecida.

## 6.2 Disposição dos MAMS

Com as variáveis agora definidas, procurou-se encontrar a melhor configuração de disposição de MAMS na estrutura a fim de minimizar o deslocamento máximo da mesma. Como comparação, Miguel et al. (2016) fizeram um estudo otimizando a disposição de MAMS. Em seu estudo encontraram que a melhor disposição vertical para a distribuição deles era considerando um AMS no quinto, sétimo, oitavo e décimo andares para a mesma estrutura e considerando uma pequena variação para a sintonização das frequências. Os pontos apresentados abaixo são os relevantes encontrados na literatura entre outros de interesse do próprio autor. Ressalta-se que para o método numérico utilizado e a consideração de *shear building* a posição do AMS no andar não é levada em consideração.

## 6.3 Resultados das Avaliações

A tabela 6.1 contempla as disposições de AMS de maior interesse em termos de deslocamento (“D” em m), velocidade (“V” em m/s) e aceleração (“A” em m/s$^2$). Em verde, grifados os melhores resultados para a estrutura em cada uma das excitações. A primeira linha de resultados considera a situação sem absorvedores aplicados à estrutura. Os estudos realizados neste trabalho foram dispostos na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Tabela de resultados por sismo.

| Absorvedores por Andar | | | | | | | | | | El Centro | | | Kanai-Tajimi | | | Kobe | | | Tōhoku | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | D | V | A | D | V | A | D | V | A | D | V | A |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1878 | 1,4457 | 9,7299 | 0,1357 | 0,8928 | 7,8671 | 0,5170 | 3,2175 | 27,2080 | 0,6737 | 4,4431 | 30,8374 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1168 | 0,7896 | 6,1009 | 0,0949 | 0,6035 | 6,4147 | 0,4391 | 2,8748 | 23,6367 | 0,3092 | 2,3395 | 19,3653 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1151 | 0,7918 | 5,9175 | 0,1018 | 0,6414 | 7,2729 | 0,4327 | 2,8465 | 23,3434 | 0,3265 | 2,1400 | 19,4871 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1199 | 0,7993 | 5,9423 | 0,1081 | 0,6818 | 7,3377 | 0,4471 | 2,9111 | 24,0154 | 0,3630 | 2,2797 | 21,4378 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1281 | 0,7966 | 5,9356 | 0,0990 | 0,6603 | 6,6679 | 0,4332 | 2,8500 | 23,4119 | 0,3830 | 2,2429 | 19,7534 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1198 | 0,8192 | 6,3819 | 0,0811 | 0,5703 | 6,3183 | 0,4482 | 2,9124 | 24,0809 | 0,3225 | 2,4622 | 20,2597 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1178 | 0,7921 | 6,1908 | 0,0925 | 0,5941 | 6,4289 | 0,4421 | 2,8865 | 23,8102 | 0,3100 | 2,3786 | 19,6967 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1166 | 0,7947 | 5,9253 | 0,0985 | 0,6991 | 6,9541 | 0,4329 | 2,8471 | 23,3773 | 0,3523 | 2,1889 | 19,6459 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1266 | 0,9492 | 7,0851 | 0,1029 | 0,6520 | 5,6743 | 0,4676 | 3,0000 | 24,8774 | 0,3816 | 2,7920 | 22,3128 |
| 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1184 | 0,7969 | 5,9933 | 0,0890 | 0,5506 | 6,3944 | 0,4428 | 2,8898 | 23,8523 | 0,3237 | 2,2441 | 20,4419 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1226 | 0,8741 | 6,6799 | 0,0876 | 0,5573 | 6,4749 | 0,4569 | 2,9512 | 24,4407 | 0,3459 | 2,5969 | 20,9406 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1193 | 0,7929 | 5,9265 | 0,9421 | 0,5924 | 6,4266 | 0,4293 | 2,8322 | 23,2119 | 0,3534 | 2,1667 | 19,611 |

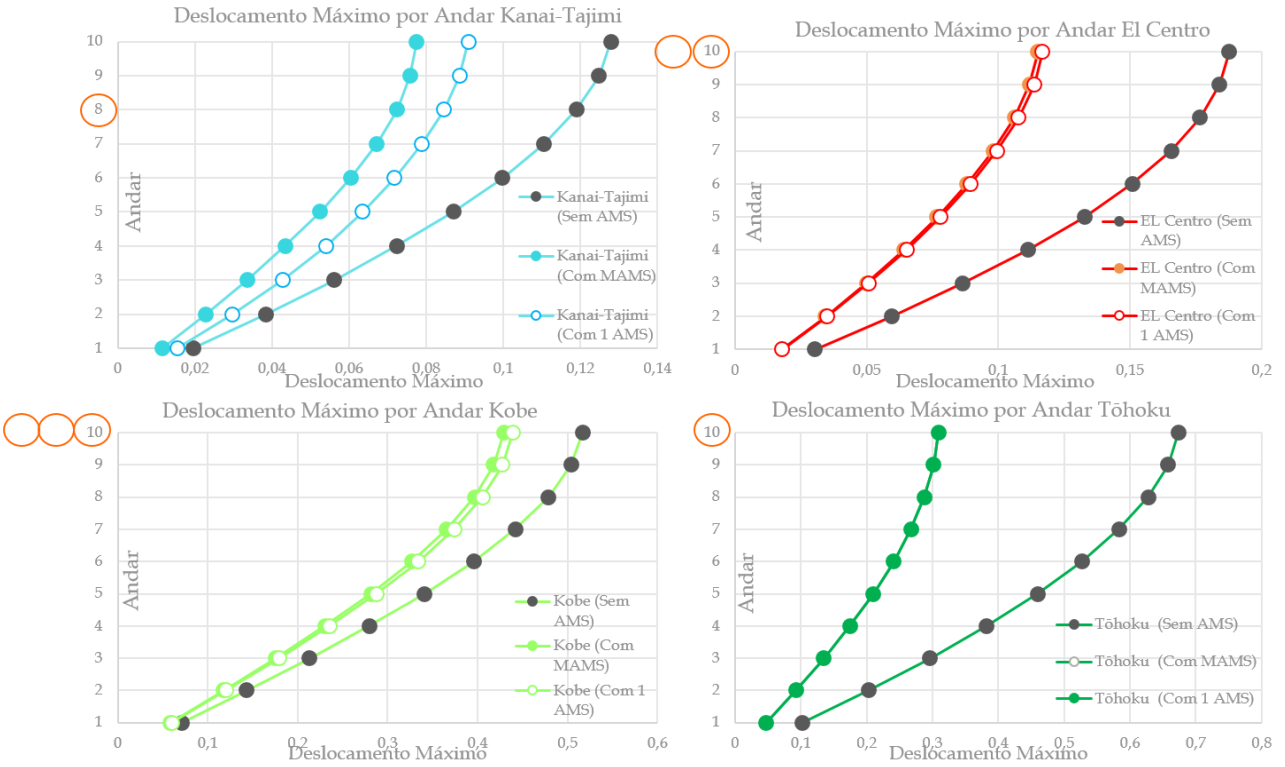



Figura 6.2 – Gráficos do deslocamento por andar para os diferentes carregamentos. Considera-se as situações sem amortecimento, com 1 amortecedor no topo e a melhor combinação de amortecedores para cada sismo. Em círculos laranjas a quantidade e andar da melhor combinação de AMS.

### 6.3.1 El Centro

Para o caso de El Centro nota-se claramente que a aplicação de AMS no último andar da estrutura é a forma mais eficiente de se atacar o problema, como esperado a priori. Nota-se uma redução no deslocamento máximo da estrutura com o uso de 2 AMS no último andar de 1,45% se comparado a um único absorvedor na estrutura. Essa redução é ainda de 38,7% se comparado à estrutura sem AMS. Graficamente (Figura 6.3) nota-se uma significativa redução em todos os picos do sinal e consequentemente o dano acumulado na estrutura é significativamente menor.

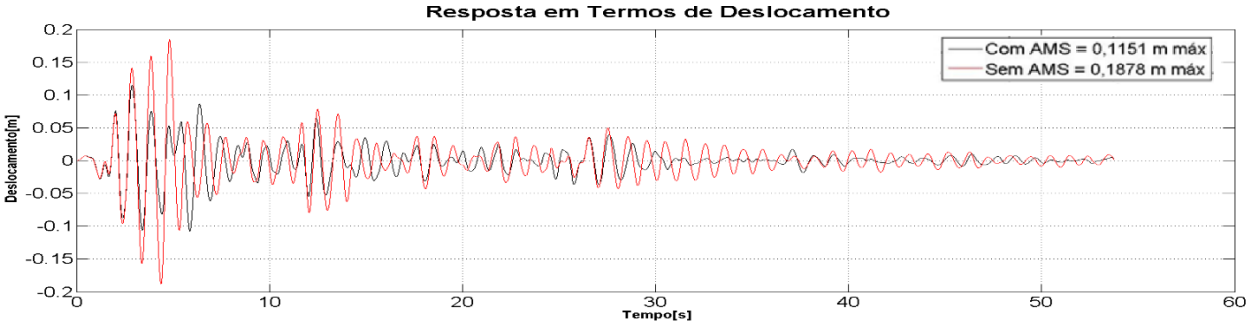



Figura 6.2 - Resposta sem e com o melhor AMS para El Centro.

### 6.3.2 Espectro de Kanai-Tajimi

Para o espectro de Kanai-Tajimi (1961, 1690) devido a sua natureza aleatória, teve-se o código rodado 10 vezes e uma média aritmética feita sobre os resultados obtidos. Comprovou-se uma redução média de 14,5% com o uso de um AMS no oitavo andar da estrutura em comparação com um único AMS no último andar da estrutura. A redução total se comparada à configuração sem AMS foi de 40,2%. Na Figura 6.4 pode-se ver o impacto dessa redução.

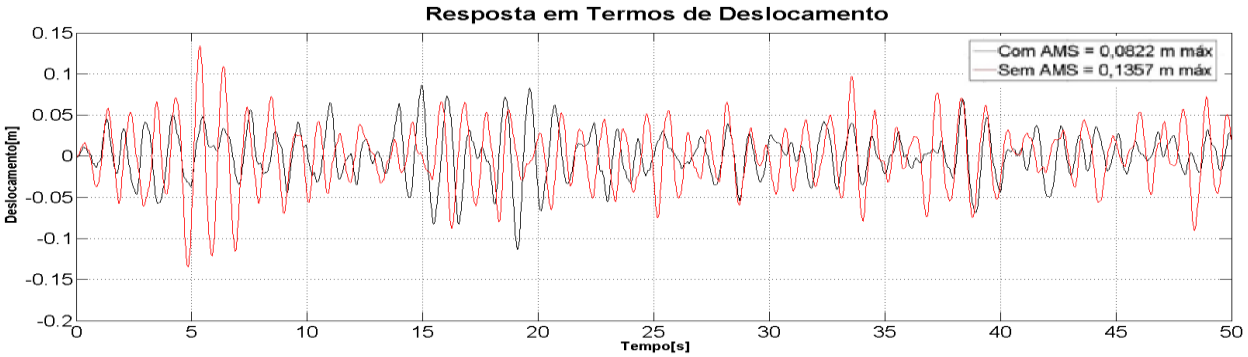



Figura 6.3 - Exemplo de resposta sem e com o melhor AMS para Kanai-Tajimi.

### 6.3.3 Kobe

O sismo de Kobe se demonstrou muito interessante e exatamente comprova o ponto ressaltado por Moorthy e Kakodkar (1993), onde valores absolutos para análises dinâmicas podem ser traiçoeiros. A redução da melhor solução encontrada foi de apenas 17% com 3 AMS no último andar e isto representa uma redução de apenas 2,2% se comparada com a aplicação de um único AMS. Isso se deve maioritariamente ao fato que o sismo de Kobe tem sua frequência também muito concentrada em torno de 3 Hz, frequência natural do segundo modo de vibração da estrutura (como pode ser visto na Figura 5.7). Com isso, o AMS age efetivamente no primeiro modo de vibração da estrutura, mas falha em amortecer os demais modos. Nesse caso seria recomendado o acréscimo de AMS sintonizados para as demais frequências naturais da estrutura, em especial o segundo modo de vibração. Graficamente é possível ver que uma considerável redução ocorre no deslocamento da estrutura, mas seu pico se mantém ainda muito elevado, conforme mostra a Figura 6.5.

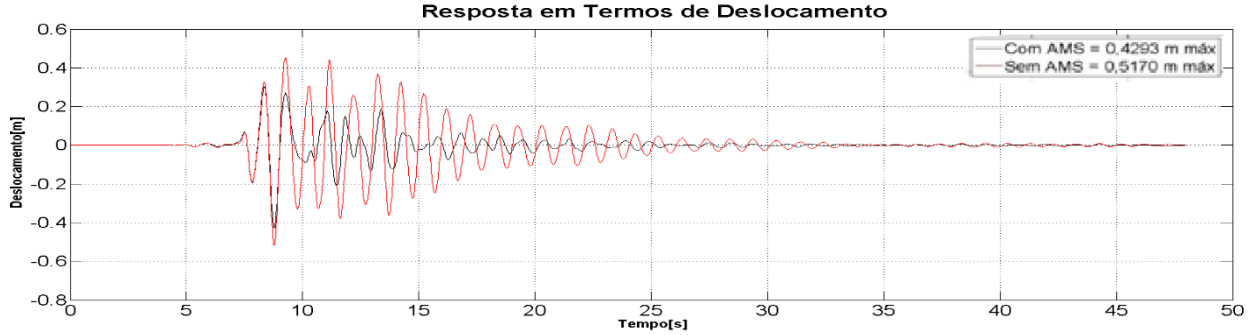



Figura 6.4 - Resposta sem e com o melhor AMS para Kobe.

### 6.3.4 Tōhoku

Para o caso de Tōhoku pode-se ver uma redução de 54% no deslocamento com a melhor condição de um único AMS no último andar da estrutura. A Figura 6.6 mostra os deslocamentos no topo antes e após a instalação dos AMS.

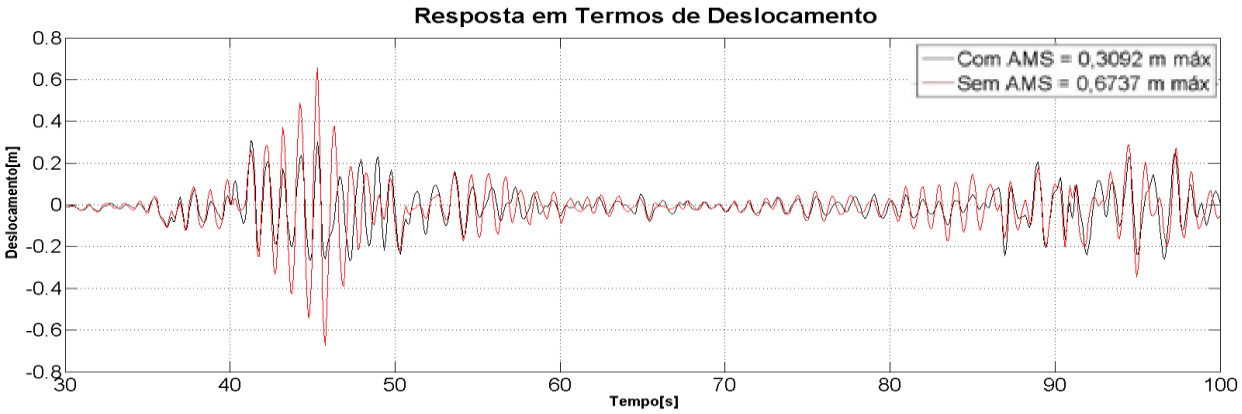



Figura 6.6 - Exemplo de resposta sem e com o melhor AMS para Tōhoku (Eixo do tempo reduzido para que se consiga distinguir os dados).

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Os objetivos do trabalho foram atingidos. Foram construídos e validados modelos em código MATLAB para a avaliação da aplicabilidade de MAMS em uma estrutura vastamente explorada. Os resultados estão alinhados com os encontrados por outros autores e demonstram que o uso de MAMS é uma opção para se atacar os problemas causados por carregamentos dinâmicos em estruturas. Uma redução do deslocamento máximo da estrutura foi alcançada. Vale a pena ressaltar que como previsto, o principal fator a ser considerado para o dimensionamento de AMS é o carregamento próprio que será utilizado. A diferença obtida entre os diferentes carregamentos foi muito grande e se recomenda que estudos de sismos do local onde os AMS serão aplicados sejam avaliados para a calibração dos mesmos. Para determinar a viabilidade de implementação uma análise econômica deve ser feita.

Como sugestão de trabalhos futuros pode-se adicionar o estudo de otimização dos parâmetros empregados para os AMS, como a relação de massas ótimas para cada AMS, que neste trabalho foram consideradas todas iguais entre os AMS. Uma rotina de otimização do posicionamento dos AMS na estrutura também é viável de ser adicionada ao trabalho, assim como uma otimização do número de AMS a serem adicionados à estrutura. A otimização também pode ser feita para as diferentes frequências naturais da estrutura criando assim uma variação maior das possibilidades de combinação de MAMS e um resultado ótimo preciso.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arfiadi, Y., Hadi, M. N. S.; “**Optimum Placement and Properties of Tuned Mass Dampers Using Hybrid Genetic Algorithms**”, Inter. Journal of Optimization in Civil Engineering, 2011.

Géradin, M., Rixen, D.; “**Mechanical Vibrations : Theory and Applications to Structural Dynamics**” Second Edition, ISBN-13:9780471975465, 1997.

Hibbit, H. D., Karlsson, B. I.; “**Analysis of Pipe whip**”, EPRI report No. NP-1208, 1979.

Kanai, K.; “**An Empirical Formula for the Spectrum of Strong Earthquake Motions**”, Bulletin Earthquake Research Institute, University of Tokyo 39, 1961.

Miguel, L. F. F, Lopez, R.H., Miguel, L. F. F, Torii, A. J.; "**A Novel Approach to the Optimum Design of MTMDs under Seismic Excitations**", Structural Control and Health Monitoring, 2016.

Mohebbi, M., Shakeri, K., Ghanbarpour, Y.; "**Designing optimal multiple tuned mass dampers using genetic algorithms (GAs) for mitigating the seismic response of structures**", Journal of Vibration and Control, 2012.

Moorthy, R. I. K., Kakodkar, A.; "**An assessment of the Newmark Method for Solving Chaotic Vibrations of Impacting Oscilators**", Computers and Structures Vol. 49, No. 4, pp 597-603, 1993.

**NatHaz Modeling Laboratory**, Universidade de Notre Dame; "http://www3.nd.edu/~nathaz/research/zhou/tba_intro.html", acessado em 11/10/2016.

Newmark, N. M.; "**A Method of Computation for Structural Dynamics**", ASCE Journal of Engineering Mechanics Division, Vol. 85, No. EM3, 1959.

Paredes, M. M.; "**Utilização de Amortecedores de Massas Sintonizadas no Controlo de Vibrações em Estruturas**", Universidade do Porto, 2008.

Saidi, I., Mohammed, A. D.; "**Optimum Design for Passive Tuned Mass Dampers Using Viscoelastic Materials**", Australian Earthquake Engineering Society, 2007

**Strong-Motion Virtual Data Center (VDC)**, "http://www.strongmotioncenter.org/vdc/scripts/event.plx?evt=1098", acessado em 08/10/2016.

Tajimi, H.; "**A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure During an Earthquake**", Procedings of second World Conference in Earthquake Engineering, Tokyo, Japan, 1960.

Talbott, M. E., Hwang H. H. M.; "**Probabilistic seismic analysis of a steel frame structure**", Probabilistic Engineering Mechanics 8, 1993.

**USGS Earthquake Hazards Prog.**, "earthquake.usgs.gov", acessado em 24/09/2016.

Xu, K., Igusa, T.; "**Dynamic Characteristics of Multiple Substructures with Closely Spaced Frequencies**", Earthquake Engineering & Structural Dynamics 21, 1992.

# 9 APÊNDICE

## 9.1 APÊNDICE 1 – Densidade Espectral dos Demais Carregamentos

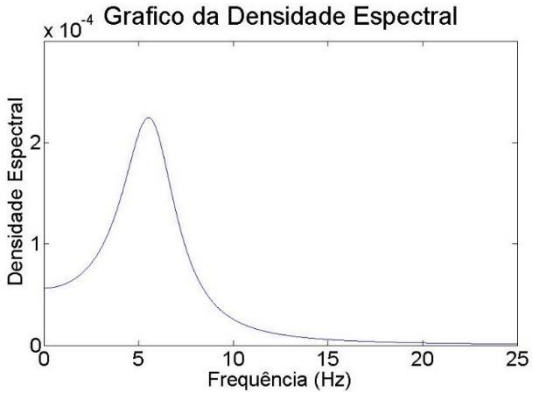



Figura 9.1 - Gráfico da densidade espectral de Kanai-Tajimi conforme Mohebbi et al. (2012)

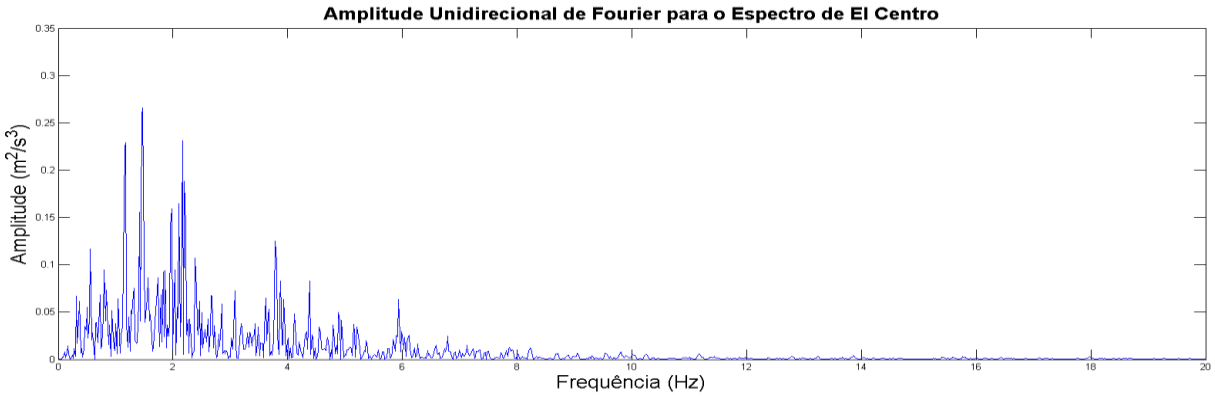



Figura 9.2 – Gráfico da densidade espectral do sismo de El Centro.

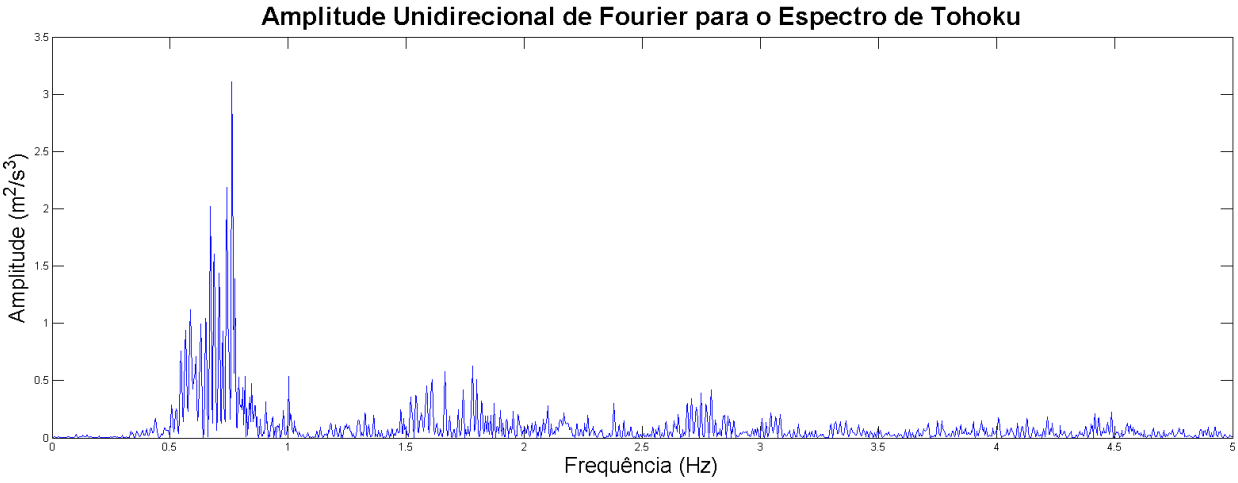



Figura 9.3 – Gráfico da densidade espectral do sismo de Tōhoku

## 9.2 APÊNDICE 2 – Cálculo do Erro Associado ao Método de Newmark

Quanto ao erro do método de Newmark, Hibbit e Karlsson (1979) descobriram que se o resíduo num ponto intermediário do passo de tempo usado ($\Delta t/2$) for da ordem de 0,01P, a solução no tempo tem grande precisão (assumindo uma variação linear da aceleração). Moorthy e Kakodkar (1993) afirmam que com um valor de 0,1P o método já responde qualitativamente os mesmos resultados.

Para um entendimento mais profundo, considera-se um oscilador linear não amortecido vibrando livremente. Para tal:

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0 \tag{9.2.1}$$

$$y_{(0)} = y_0, \qquad \dot{y}_{(0)} = 0 \tag{9.2.2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{9.2.3}$$

Este problema tem uma solução exata conhecida, dado por:

$$y_{(t)} = y_0 \cos \omega t \tag{9.2.4}$$

De forma complexa:

$$y_{n+1} = e^{-i\omega h} y_n \tag{9.2.5}$$

Com isso tem-se o fator de amplificação exato e a fase exata, respectivamente:

$$\rho_{ex} = 1;\ \phi_{ex} = \omega h \tag{9.2.6}$$

E a solução numérica deve satisfazer:

$$u_{n+1} = \begin{bmatrix} \dot{y}_{n+1} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = A(h) u_n \tag{9.2.7}$$

Considerando agora $\lambda_{1,2}(\beta, \gamma)$ como os autovalores de $A(h, \beta, \gamma)$ temos que $\lambda_{1,2}$ são conjugados complexos quando:

$$\left(\delta + \frac{1}{2}\right)^2 - 4\alpha \leq \frac{4}{\omega_i^2 h^2} \tag{9.2.8}$$

E dados por:

$$\lambda_{1,2}(\alpha, \delta) = \rho(\alpha, \delta) e^{\pm i \phi(\alpha, \delta)} \tag{9.2.9}$$

Onde,

$$\rho = \sqrt{1 - \left(\delta - \frac{1}{2}\right)\eta^2}, \qquad \phi = arctan\left(\frac{\eta\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left(\delta + \frac{1}{2}\right)^2 \eta^2}}{1 - \frac{1}{2}\left(\delta + \frac{1}{2}\right)\eta^2}\right), \quad e \quad \eta^2 = \frac{\omega^2 h^2}{1 + \alpha \omega^2 h^2} \tag{9.2.10}$$

Assim encontram-se os erros de amplitude e de periodicidade relativa, respectivamente:

$$\rho - \rho_{ex} = \rho - 1 = -\frac{1}{2}\left(\delta - \frac{1}{2}\right)\omega^2 h^2 + O(h^4) \tag{9.2.11}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta \frac{1}{\phi}}{\frac{1}{\phi}} = \frac{\frac{1}{\phi} - \frac{1}{\phi_{ex}}}{\frac{1}{\phi_{ex}}} = \frac{\omega h}{\phi} - 1 = \frac{1}{2}\left(\alpha - \frac{1}{12}\right)\omega^2 h^2 + O(h^3) \tag{9.2.12}$$

Com a variação dos parâmetros para Newmark pode-se formular a Tabela 9.1:

Tabela 9.1 - Esquemas de Newmark, Limites de Estabilidade e Erros Associados

| Algoritmo | $\delta$ | $\alpha$ | Limite de estabilidade $\omega h$ | Erro de amplitude $\rho - 1$ | Erro periódico $\frac{\Delta T}{T}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Explícito Puro | 0 | 0 | 0 | $\frac{\omega^2 h^2}{4}$ | 0 |
| Diferenças Centrais | $\frac{1}{2}$ | 0 | 2 | 0 | $-\frac{\omega^2 h^2}{24}$ |
| Fox & Goodwin | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{12}$ | 2,45 | 0 | $O(h^3)$ |
| Aceleração Linear | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{6}$ | 3,46 | 0 | $\frac{\omega^2 h^2}{24}$ |
| Aceleração Média Constante | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | ∞ | 0 | $\frac{\omega^2 h^2}{12}$ |

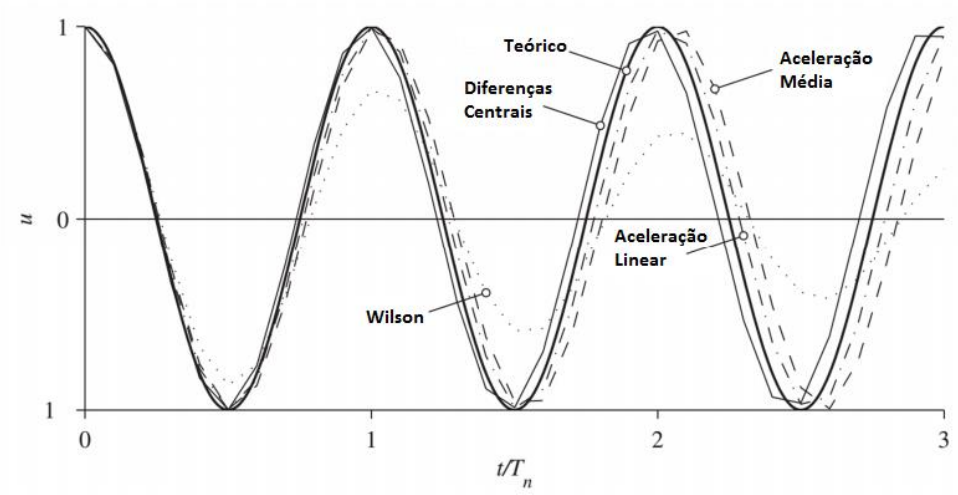



Figura 9.4 – Gráfico dos esquemas de Newmark.
Entendimento gráfico do erro associado.

De onde se pode afirmar que com o uso dos parâmetros de Fox & Goodwin tem-se a condição assintótica com o menor erro de fase, mas essa condição é apenas condicionalmente estável. Verifica-se também que o esquema explicitamente puro não é confiável em nenhuma situação. Além disso, o método utilizado no trabalho, da aceleração média constante, é o que possui assintóticamente a maior precisão mantendo a característica de incondicionalmente estável.

Toda esta seção foi adaptada do livro de Géradin e Dixen (1997).

## 9.3 APÊNDICE 3 – Avaliação entre Andares do Edifício

O gráfico abaixo representa o pior caso da estrutura para cada sismo aplicado. A Figura 9.3 mostra nas mesmas cores os resultados sem AMS e com a melhor combinação de MAMS. As linhas com os pontos na cor preta representam a condição com amortecedor, enquanto os pontos da cor da linha representam a condição sem de absorvedor. Pode-se comparar a intensidade entre os diferentes carregamentos.

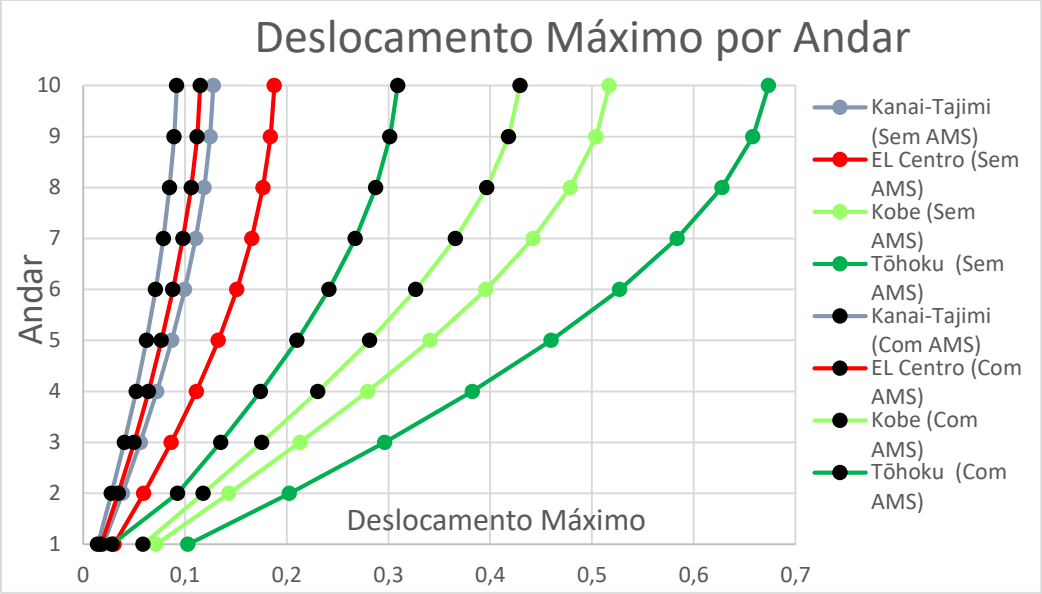



Figura 9.5 – Gráfico dos deslocamentos máximos da estrutura com e sem AMS.

## 9.4 APÊNDICE 4 – Estudo de Diferentes Sismos de Kanai-Tajimi

Para fins de entendimento do problema se realizou uma variação dos parâmetros de Kanai-Tajimi (1961, 1960 respectivamente). Fixou-se como parâmetros os valores de $3\pi$ radianos/s para a frequência do solo e 0,85 para o fator de amortecimento do solo. Estes valores são compatíveis com um solo mole conforme Talbott e Hwang (1993). Os resultados estão apresentados na Tabela 9.2 (média de 10 rodadas).

Tabela 9.2 - Resultados de deslocamento máximo do edifício considerando o espectro de Kanai-Tajimi para solo mole.

| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | D | V | A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,3316 | 2,1026 | 15,7539 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2138 | 1,3310 | 10,1123 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2015 | 1,2482 | 9,8890 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2278 | 1,4108 | 11,0239 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2207 | 1,3588 | 10,8247 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2172 | 1,3821 | 10,6385 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,1942 | 1,1955 | 9,2263 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2319 | 1,3406 | 10,3543 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2225 | 1,3418 | 10,4174 |
| 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2159 | 1,3510 | 11,4779 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,2241 | 1,3867 | 10,3906 |

Com as novas configurações do sismo se chegou a resultados de deslocamento 41% menores na melhor configuração se comparados com o caso não amortecido. E 9% menores que o caso de um único AMS no último andar da estrutura. Os resultados foram parecidos com os obtidos pelo espectro definido por Mohebbi et al. (2012) e leva a acreditar que diferentes sismos criados pelo espectro de Kanai-Tajimi teriam resultados parecidos sempre que os parâmetros definidos fossem compatíveis com a realidade.

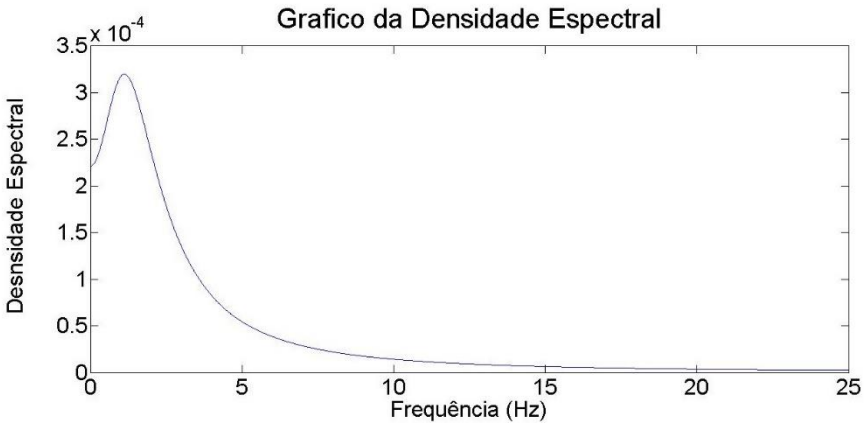



Figura 9.6 – Densidade Espectral de Kanai-Tajimi para solo mole.

## 9.5 APÊNDICE 5 – Revisão da Relação de Massa Ótima

Como no trabalho a relação de massa foi estabelecida considerando apenas 1 AMS no último andar do edifício, agora se repetiu a análise utilizando o melhor caso obtido no trabalho para a redução do deslocamento total. Os resultados da análise estão apresentados na Figura 9.5.

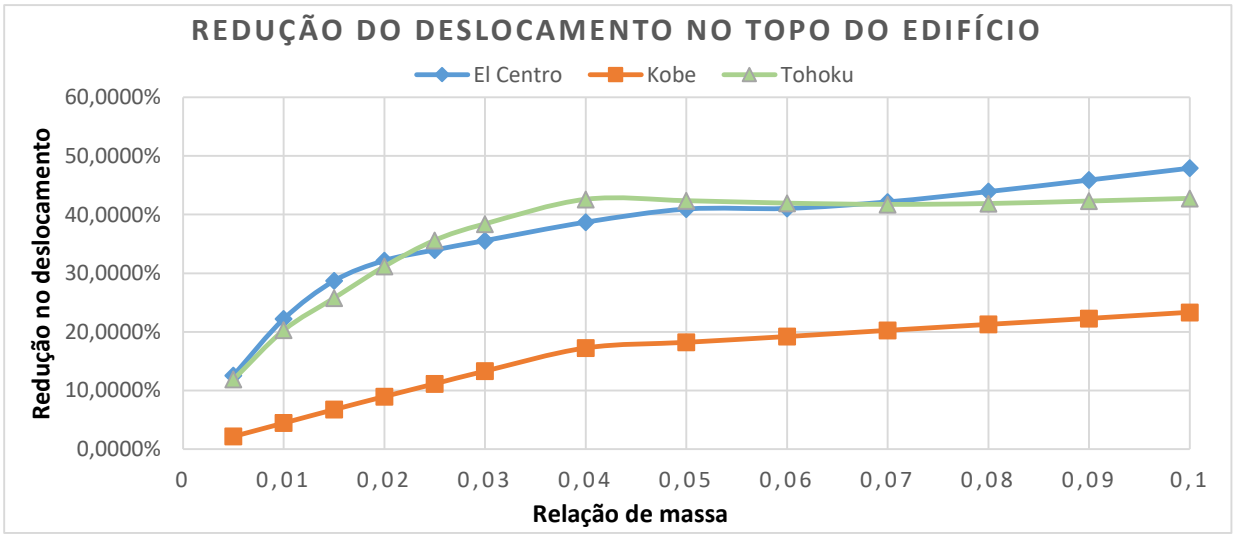



Figura 9.7 – Gráfico da variação de relação de massa para o caso com o melhor AMS.

Assim como previamente escolhido, o resultado de 4% para a relação de massa se demonstra viável e apresenta o melhor “Custo-benefício“ para a análise. Os valores estão aceitáveis dentro dos parâmetros assumidos para o problema.