UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

O USO DA BICICLETA EM UM AMBIENTE DE APRENDIZAGEM DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Eduardo Techera Mello Filho

Porto Alegre
2016

Eduardo Techera Mello Filho

O USO DA BICICLETA EM UM AMBIENTE DE APRENDIZAGEM DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientador Metodológico
Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana

Porto Alegre
2016

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática

O USO DA BICICLETA EM UM AMBIENTE DE APRENDIZAGEM DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Eduardo Techera Mello Filho

Banca examinadora

_____
Profa. Dra. Fernanda Wanderer
Faculdade de Educação – UFRGS

_____
Profa. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

_____
Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana – orientador
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

AGRADECIMENTOS

À força maior inominável que guia a vida de todos e nos disponibiliza superação e força para vencer obstáculos e para concretizar conquistas como essa.

Às minhas filhas Cecília e Eduarda. Fontes inesgotáveis de inspiração.

À minha esposa Camila que, de forma indiscutível, faz parte da minha história.

À minha mãe Carmem Lúcia que foi um grande exemplo para eu não desistir da graduação e ao meu saudoso pai, Techera (Pancho), pelo incentivo e reconhecimento do meu esforço.

Ao meu saudoso tio "Nandinho", pelas conversas extremamente agradáveis e intermináveis sobre a vida e claro, sobre o colorado, e a minha grande querida "Abuela" Dona Maruja: "Te quiero mucho".

Às minhas irmãs Melissa e Ana e especialmente ao meu irmão Marcelo (Rei dos Linces), pois, além de sempre ter me incentivado a completar a graduação, é um "irmão no sentido mais pleno da palavra". Baita Professor!

Ao meu amigo Adriano pelos seus conselhos e sua parceria em momentos marcantes. Grande parceiro.

Às professoras Fernanda Wanderer e Marilaine Sant'Ana por aceitarem fazer parte da banca e também por participarem e influenciarem ativamente na minha formação como professor.

Especialmente ao grande professor Alvino Alves Sant'Ana que foi um grande mestre nesta empreitada.

Aos meus amigos em geral que, direta ou indiretamente, contribuíram para essa jornada.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar como a estratégia de ensino Modelagem Matemática pode ser uma opção importante no aprendizado de matemática para alunos do Ensino Médio. Além disso, dentro da perspectiva sociocrítica desta proposta pedagógica de ensino, oferecer condições para que o aluno perceba o papel importante que a matemática tem no dia a dia das pessoas. Para isso realizamos um estudo teórico, tendo como referências os trabalhos de Jonei C. Barbosa, Ole Skovsmose, Paulo Freire e os PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais no Ensino Médio. Aplicamos uma atividade em um ambiente de Modelagem Matemática com um grupo de alunos do segundo ano do Ensino Médio em uma Escola da rede pública estadual de ensino de Porto Alegre/RS. Usamos como tema base para a realização das atividades "o uso da bicicleta", por acreditarmos ser um tema contemporâneo que envolveria os adolescentes. A metodologia de pesquisa empregada foi o estudo de caso. Observando o comportamento dos alunos nas atividades propostas, bem como as respostas dos questionários de avaliação dos encontros, constatamos que os educandos perceberam e aceitaram esta alternativa para trabalhar conteúdos matemáticos. Eles também identificaram fatores importantes que o uso da bicicleta pode influenciar tanto na economia familiar, como na mobilidade urbana e na saúde pessoal.

Palavras chaves: Modelagem Matemática; Perspectiva sociocrítica; Uso da Bicicleta.

ABSTRACT

This work analises how the strategy of Mathematical Modelling teaching may be an important option in mathematic learning for High School students. Furthermore, we want to offer conditions for the student to realize the important role which math has on people's everyday life, inside of the sociocritical perspective of this pedagogical proposal. To accomplish that, we did a theoretical study using as references the work of Jonei C. Barbosa, Ole Skovsmose, Paulo Freire and the "PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais no Ensino Médio" (High School National Curricular Parameters). We applied an activity in a Mathematical Modelling environment with a group of students from the second year of High School in a public state school from Porto Alegre/RS. As base theme for the activities, we applied "the use of the bicycles", because we believe it is a contemporary theme in which the teenagers would be interested. We used study of case as the research methodology. Observing the student's behavior on the activities and the meeting evaluation questionnaires, we found that the learners understood and accepted this alternative to develop mathematical content. They also identified important factors that the use of bicycles can influence in the household economy, in urban mobility and in personal health.

Key-words: Mathematical Modeling; Sociocritical perspective; The use of bicycle

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 Grupos de trabalho..... 31
Quadro 2 Escolha das questões 33

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ambientes de aprendizagem 13
Figura 2 - Perspectivas e os conhecimentos enfatizados 16
Figura 3 - O aluno e o professor nos casos de Modelagem 17
Figura 4 - Fotografia dos alunos assistindo ao vídeo 28
Figura 5 - Alguns dados coletados pelo grupo 2 34
Figura 6 - Fotografia do quadro branco - conversão polegadas para centímetros 36
Figura 7 - Resposta da questão 3 do Aluno A10 37
Figura 8 - Alguns dados do grupo 04 38
Figura 9 - Alunos realizando a medição da bicicleta 43
Figura 10 - Alguns dados do material elaborado pelo aluno A11 44
Figura 11 - Alguns dados do trabalho dos alunos A5 e A6 45
Figura 12 - Dados da questão 2 – Alunos A3 e A4 46

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **10**

2 REFERENCIAL TEÓRICO **12**

2.1 AMBIENTES DE APRENDIZAGEM E MODELAGEM MATEMÁTICA 12

2.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 18

3 METODOLOGIA **20**

3.1 ESTUDO DE CASO 20

3.2 CARACTERIZAÇÃO DO AMBIENTE 22

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA PROPOSTA **25**

4.1 PRIMEIRO ENCONTRO 26

4.1.1 O convite 27

4.1.2 Das perguntas norteadoras ao processo exploratório para suas resoluções 32

4.1.3 Análise do primeiro encontro 38

4.2 SEGUNDO ENCONTRO 41

4.2.1 Das perguntas norteadoras ao processo exploratório para suas resoluções 42

4.2.2 Análise do segundo encontro 47

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS **50**

REFERÊNCIAS **52**

APÊNDICE A - Questionário professora regente **53**

APÊNDICE B - Questionário de ambientação **55**

APÊNDICE C - Avaliação do encontro **56**

APÊNDICE D - Avaliação do segundo encontro **57**

ANEXO A - Termo de Consentimento Informado (Escola) **58**

ANEXO B - Modelo - Termo de Consentimento informado (Aluno) **59**

1 INTRODUÇÃO

Desde o início de minha graduação no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, escutamos os professores afirmando que seria muito importante pensarmos em algum assunto para o Trabalho de Conclusão de Curso. Contudo, em minha trajetória acadêmica apenas nos últimos semestres da graduação, nas disciplinas de Laboratório em Educação Matemática III e, posteriormente, em Pesquisa em Educação Matemática, comecei a me preocupar com a questão.

Dentre as inúmeras temáticas de estudo no âmbito da Educação Matemática que foram esclarecidas ao longo das disciplinas, sem dúvida, reflexões que giravam em torno dos métodos de ensino e aprendizagem, chamavam-me a atenção, principalmente nos estágios acadêmicos nos quais tive a oportunidade de analisar as estratégias de ensino de alguns professores e o comportamento dos alunos diante das estratégias propostas. Além disso, outra curiosidade que me despertava o interesse era o fato do dito "método tradicional" de ensino, intitulado por Skovsmose (2000) como paradigma do exercício ser colocado em "xeque" por diversos educadores no ensino e aprendizagem de Matemática, Muitas vezes colocado como a única opção de estratégia de ensino, um ambiente criado sob o paradigma do exercício contribui para que o aluno não reconheça a matemática trabalhada na escola como parte de sua realidade.

Assim, este trabalho tem como objetivo analisar como a estratégia de ensino Modelagem Matemática pode ser uma opção importante no aprendizado de matemática para alunos do Ensino Médio. Além disso, apresentar a sua importância no âmbito escolar e as vantagens que ela pode ocasionar no ensino-aprendizagem da disciplina e detectar e descrever os benefícios e as dificuldades neste processo em um ambiente de Modelagem Matemática através de uma prática didática proposta em sala de aula com alunos do segundo ano do Ensino Médio em uma escola da rede pública estadual de Porto Alegre/RS.

Outro fato a ser observado é que uma atividade de Modelagem Matemática, dentro de uma perspectiva sociocrítica, pode despertar no aluno uma visão social e econômica por intermédio da Matemática, Com o uso de temas que façam parte da realidade dos estudantes,

Skovsmose (2000, p.19) comenta: “Referências à vida real parecem ser necessárias para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a matemática pode estar operando enquanto parte de nossa sociedade. Um sujeito crítico, é também um sujeito reflexivo”.

Desta forma, o tema escolhido para desenvolver as atividades com alunos do segundo ano do Ensino Médio foi o uso da bicicleta, por algumas razões, como o fato da bicicleta ter deixado de ser exclusividade de pessoas que buscam apenas o lazer de final de semana. Na atualidade ela incorporou-se no dia a dia de muitas pessoas seja para a locomoção diária, manutenção da saúde e/ou por motivos ideológicos. O uso da bicicleta faz parte do dia-a-dia dos adolescentes, uma vez que está intimamente ligada a temas como Meio-Ambiente, mobilidade urbana, econômicos ou saúde pública. Desta forma acreditamos que é um tema de amplo interesse dos jovens e que possibilitará análises críticas e reflexivas sobre o assunto.

No capítulo dois, apresentamos o referencial teórico que dá suporte necessário para as análises realizadas nessa pesquisa. As referências utilizadas na pesquisa são alguns dos trabalhos de Jonei C. Barbosa, Ole Skovsmose, Paulo Freire, além dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. No terceiro capítulo, discorreremos sobre o Estudo de caso, metodologia de pesquisa utilizada no presente trabalho, caracterizando essa abordagem de investigação.

No capítulo 4 descrevemos e analisamos as atividades práticas de Modelagem Matemáticas realizadas com alunos do segundo ano do Ensino Médio do Colégio Protásio Alves. Essa análise está amparada no referencial teórico abordado no capítulo 2, bem como nas percepções pessoais do pesquisador ao longo dos dois encontros de trabalho.

No capitulo final, apresentamos as considerações finais referentes aos resultados encontrados na análise dos dados obtidos com a prática de ensino.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, na primeira seção, apresentamos alguns conceitos referentes à estratégia de ensino Modelagem Matemática sob a perspectiva sociocrítica, amparados por trabalhos de Jonei C. Barbosa. Concepções acerca de métodos de ensino, ambientes de aprendizagem e cenários de investigação são abordadas sob o ponto de vista de Ole Skovsmose. Para futuras reflexões em torno de práticas pedagógicas e autonomia dos educandos, que têm correlação com Modelagem Matemática, consideramos algumas das ideias propostas pelo educador Paulo Freire. Além disso, fazemos referência aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio que, dentre outras funções, norteiam os educadores na execução das atividades em sala de aula.

Também fizemos uma breve revisão bibliográfica identificando alguns Trabalhos Acadêmicos que tenham como tema base a Modelagem Matemática e que se aproximam desta presente pesquisa, seja no referencial teórico adotado, na perspectiva sociocrítica de Barbosa (2003) ou nos sujeitos participantes (alunos do Ensino Médio). Na segunda seção apresentamos três destes trabalhos.

2.1 AMBIENTES DE APRENDIZAGEM E MODELAGEM MATEMÁTICA

No ensino de matemática dos Ensinos Fundamental e Médio, percebemos a hegemonia do dito "método tradicional" de ensino, que não propicia um ambiente de aprendizagem baseado na indagação e na investigação e não estabelece relação com outras áreas ou o dia a dia dos educandos (Skovsmose, 2000). Assim, a falta de compreensão dos educandos em realizar uma conexão entre os conteúdos ensinados em sala de aula com a realidade de seu cotidiano é um entrave que dificulta o aprendizado dos jovens. Nesse sentido, Skovsmose (2000) afirma que:

> [...] a educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício. Geralmente, o livro didáctico representa as condições tradicionais da prática de sala de aula. Os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula.

> Isso significa que a justificação da relevância dos exercícios não é parte da aula de matemática em si mesma. Além disso, a premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma resposta correcta. (SKOVSMOSE, 2000, p.1)

Ou seja, o aluno dentro de um contexto do paradigma do exercício recebe a informação já "formatada" sem a possibilidade de se inserir em um cenário de investigação no qual o educando tem um papel mais ativo dentro da sala de aula em busca do conhecimento e de respostas sobre as investigações que porventura venham a surgir. A partir destes dois paradigmas de ensino, Skovsmose (2000) determina as diferentes referências que os professores podem ter como base no ensino para fazer com que os alunos "enxerguem" e produzam significados para conteúdos matemáticos.

De acordo com o autor, as referências podem ser definidas como: referência à matemática pura, ou seja, não existe a necessidade de contextualizá-la ao dia a dia e sim trabalhar de maneira abstrata apenas com cálculos; referência a semirrealidade, que usa situações reais como amparo para a transmissão do conteúdo matemático, mas que não representam o "mundo real"; e a referência à realidade no qual tem uma grande possibilidade de apresentar um significado real para os educandos sobre o motivo pelo qual eles estão estudando determinados conteúdos matemáticos, fazendo uma conexão com a realidade que os alunos vivenciam.

Skovsmose (2000), harmonizando os três tipos de referências com a distinção entre os dois métodos antagônicos de práticas de sala de aula, paradigma do exercício e cenários de investigação, estabelece seis ambientes de aprendizagem conforme a figura abaixo:

Figura 1 - Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referência à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: (Skovsmose, 2000, p.8)

Muitas vezes nos deparamos com educadores afirmando que o método tradicional de ensino baseado no livro didático e listas de exercícios para reforçar o conteúdo ensinado é ultrapassado e deveriam ser inseridas novas estratégias de ensino nas salas de aula para que, além de um método mais interessante de ensinar matemática, teríamos também uma maneira de despertar o interesse dos alunos com a disciplina de matemática.

Assim, apresenta-se como uma possibilidade de ensino a Modelagem Matemática. Segundo Barbosa (2001, p 6), “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Fica evidente que na presente pesquisa estaremos interessados nos ambientes de aprendizagem do tipo (5) e (6), determinados por Skovsmose, que tratam apenas com situações reais.

Desta forma, Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino que possibilita ao aluno encontrar um maior significado da matemática ensinada nas escolas e, além disso, coloca o aluno como coparticipante em relação ao andamento das atividades em sala de aula. Freire (1996, p.16) afirma que "não há ensino sem pesquisa nem pesquisa sem ensino", ou seja, a possibilidade do aluno se tornar um pesquisador ativo na busca de conhecimento e respostas é inerente ao andamento de uma atividade em um ambiente de Modelagem Matemática.

O uso da Modelagem Matemática no ensino de Matemática permite que sejam trazidos para a sala de aula temas de interesse dos estudantes, com problemas vinculados à sua realidade. Assim, favorecemos o desenvolvimento no educando da capacidade de perceber a importância da Matemática no contexto social e político da sociedade. Os educandos quando inseridos em um ambiente de aprendizagem que propicia e estimula um cenário de investigação, no qual a informação e o conhecimento adquiridos a partir de temas “reais” façam sentido para os mesmos, possibilita para os educandos um papel ativo na construção de seus próprios conhecimentos. Diante disso, segundo Skovsmose (2000, p.1): “[...] caminhar entre os diferentes ambientes de aprendizagem pode ser uma forma de engajar os alunos em acção e reflexão e, dessa maneira, dar à educação matemática uma dimensão crítica.”. Com isso, a aula de Matemática torna-se um ambiente que propicia essa construção e ajuda a desenvolver um pensamento crítico e reflexivo através da matemática.

Dentro de um cenário alternativo para os alunos no aprendizado de matemática, Barbosa (2004, p.2) elenca cinco argumentos para a inclusão da estratégia de ensino no currículo escolar: "... motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática.".

Em relação à interpretação dos educandos sobre a disciplina de matemática, quanto a sua importância e seu caráter interdisciplinar, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000):

> No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno (BRASIL, 2000, p.40).

Outro ponto de vista discutido em torno das atividades em um ambiente de modelagem diz respeito a que Barbosa (2003, p.2) denomina de perspectiva. Dentro do contexto da estratégia de ensino, segundo o autor, perspectiva tem a seguinte conotação: "... designar uma forma de ver e pensar que ilumina e orienta as atividades de Modelagem. Trata-se das ideias "fundantes" – ou seja, que dão sustentação".

Citando a classificação adotada por Kaiser-Messmer, em Barbosa (2003) o autor diferencia as duas perspectivas na Modelagem da Educação Matemática:

> [...] perspectiva pragmática – abarca o propósito de usar a Modelagem para estimular habilidades para a resolução de problemas, tendo em vista situações do dia-a-dia e na futura profissão dos alunos [...] Já na perspectiva científica-humanista, as atividades de Modelagem têm por fim aprender matemática, de modo que as primeiras oferecem contexto para desenvolver os tópicos previstos no programa. (BARBOSA, 2003, p.3)

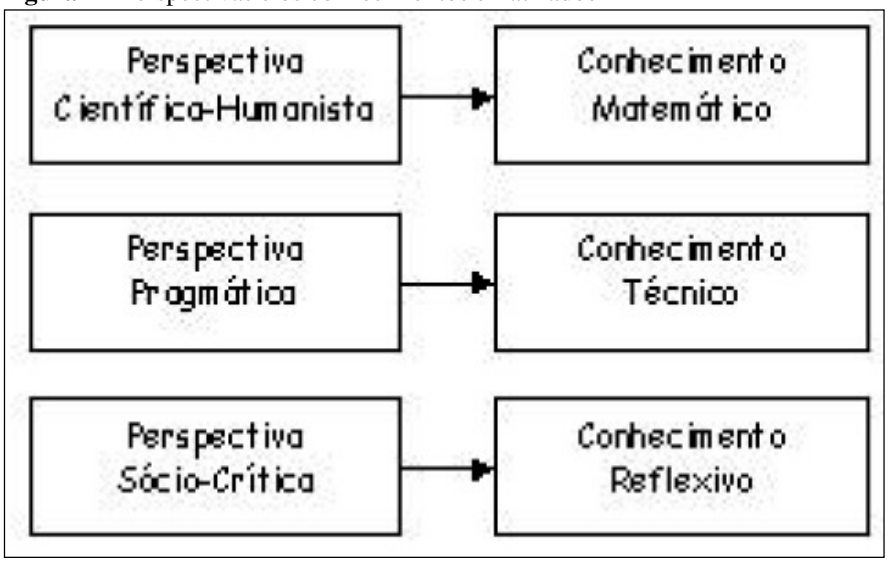
Percebendo que muitos trabalhos que envolviam Modelagem Matemática não se enquadravam em nenhuma das perspectivas supracitadas, em Barbosa (2003) o autor sugere uma terceira corrente ao qual chamou de sociocrítica. Nesta perspectiva, o caráter reflexivo que a matemática pode despertar nos alunos é imenso e, no intuito de formarmos alunos que

consigam analisar o papel social ou econômico que a matemática tem no dia-a-dia das pessoas é um dos temas centrais dessa terceira vertente classificada pelo autor. E no sentido de permitir que os educadores possam formar educandos com uma visão mais crítica e reflexiva sob a ótica matemática, Barbosa (2004), destaca:

> Creio que as atividades de Modelagem podem contribuir para desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações da matemática. Discussões na sala de aula podem agendar questões como as seguintes: O que representam? Quais os pressupostos assumidos? Quem as realizou? A quem servem? Etc. Trata-se de uma dimensão devotada a discutir a natureza das aplicações, os critérios utilizados e o significado social, chamado por Skovsmose (1990) de conhecimento reflexivo. (BARBOSA, 2004, p.2)

Nesse sentido, a ideia de associar Modelagem Matemática exclusivamente à modalidade de projetos é complemente descartada por Barbosa. E com o intuito de revisar a classificação proposta por Kaiser-Messmer, Barbosa (2004) estabelece uma relação entre a perspectiva teórica da Modelagem e o respectivo tipo de conhecimento enfatizado, caracterizada na figura abaixo.

Figura 2 - Perspectivas e os conhecimentos enfatizados



Fonte: (BARBOSA, 2003, p.4)

Atividades que envolvam Modelagem Matemática podem ter características bem específicas entre si em relação às responsabilidades imputadas para os professores e alunos

durante o seu desenvolvimento. Em Barbosa (2004), o autor classifica em três casos as formas como se dão este desenvolvimento:

> 1) Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução [...].
> 2) Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. [...]
> 3) Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. (BARBOSA, 2004, p.8-9)

A figura abaixo identifica a participação do professor e do aluno em cada caso:

Figura 3 - O aluno e o professor nos casos de Modelagem

	Caso 1	*Caso 2*	*Caso 3*
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: (BARBOSA, 2001, p. 9)

O autor deixa claro que esta classificação não é taxativa; são apenas regiões de possibilidades na maneira como professor e alunos podem se envolver em um ambiente de aprendizagem gerado por uma atividade de Modelagem Matemática. O professor em todos os casos terá uma participação importantíssima no desenvolvimento dos processos, seja como mediador ou como executor.

2.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Após uma breve revisão bibliográfica destacamos três Trabalhos Acadêmicos que tenham como tema base a Modelagem Matemática e que, de algum modo, se aproximam desta presente pesquisa, seja no referencial teórico adotado, na perspectiva sociocrítica de Barbosa (2003) ou nos sujeitos participantes.

O Trabalho de Conclusão de Curso de Anjos (2012) apresentou uma alternativa para o aprendizado de Matemática Financeira a alunos do segundo ano do Ensino Médio, tentando desvincular o seu ensino apenas com o uso de fórmulas. O autor utilizou como referência os trabalhos de Barbosa para a condução das atividades e, embora as propostas desenvolvidas tenham se baseado no Caso 1 (Barbosa, 2001), sob o ponto de vista sociocrítico, existe uma proximidade com nossa pesquisa, uma vez que o autor buscou com que os alunos interpretassem e analisassem de maneira crítica a situação-problema proposta para as atividades ("**Vereadores de Cravinhos aprovam aumento de 42% nos salários. Câmara também aprovou um reajuste de 10% no salário do Prefeito e 10% no salário do Executivo"**) não se preocupando com modelos matemáticos a serem definidos. Segundo o autor, os objetivos foram alcançados, pois as tarefas contribuíram para a formação dos alunos, tornando-os capazes de relacionar questões ligadas a matemática financeira como o dia-a-dia dos mesmos.

No Trabalho de Conclusão de Curso de Lima (2014), intitulado **"O conceito de sustentabilidade em Ambiente de Modelagem Matemática"**, o autor teve como objetivo, levar os estudantes a refletirem e perceberem a importância do consumo consciente de água, além de possibilitar o desenvolvimento de conceitos matemáticos como conversão de unidades de volume, razão e proporção e estudo com gráficos e tabelas. Através do convite "Sustentabilidade" e o ambiente de Modelagem inserido no caso 2 (Barbosa, 2001) os objetivos, segundo o autor, foram alcançados e, além disso, percebeu-se a ideia de interdisciplinaridade das atividades propostas como outro ponto positivo em relação às atividades desenvolvidas através do tema proposto.

Por fim, na Dissertação de Mestrado de Mello (2016), a autora desenvolve uma pesquisa tendo como amparo uma experimentação no Curso de Costureiras que faz parte do

programa Mulheres Mil do PRONATEC[1]. Intitulado "**Modelagem Matemática na perspectiva Sócio-crítica: Uma experiência em um curso de costureiras",** o objetivo do trabalho foi investigar a possibilidade de despertar o caráter reflexivo e crítico nas educandas através da matemática e o papel que ela tem no dia a dia na sociedade. A metodologia de pesquisa adotada foi a Análise de Conteúdo de Bardin, a perspectiva adotada foi a sociocrítica de Barbosa (2003) e os ambientes de aprendizagem analisados sob a ótica de Skovsmose (2000). Uma das atividades propostas que chamaram a atenção, enquadrou-se no caso 2 (Barbosa, 2001) que fez referência à relação entre tipos de tecidos e seus preços, considerando o metro quadrado como parâmetro. Segundo a autora os objetivos foram alcançados: "Os registros e relatos das alunas corroboraram para a questão da pesquisa afirmando que podemos despertar o senso crítico a partir de tarefas de Modelagem, pois podemos perceber nesses relatos a crítica das alunas e suas reflexões diante das tarefas desenvolvidas." (MELLO, 2016, p.89)

[1] O Programa Nacional de Acesso ao Ensino Técnico e Emprego (Pronatec) foi criado pelo Governo Federal, em 2011, por meio da Lei 12.513/2011, com o objetivo de expandir, interiorizar e democratizar a oferta de cursos de educação profissional e tecnológica no país.

3 METODOLOGIA

Este capítulo é dedicado à caracterização da metodologia empregada neste trabalho. Escolhemos o Estudo de Caso e, consequentemente, também descrevemos o ambiente e os sujeitos que participaram ou contribuíram na execução das atividades necessárias para a realização da pesquisa.

3.1 ESTUDO DE CASO

Nessa pesquisa a metodologia utilizada foi o Estudo de Caso. Nossa escolha foi baseada no fato de que, foram desenvolvidas atividades com um determinado grupo de alunos, em um local específico e, a partir delas, cunhadas reflexões acerca dos resultados. Ou seja, tem um caráter qualitativo, no qual a análise é especifica para o grupo de alunos convidados para participarem da pesquisa.

Segundo PONTE (2006):

> Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir. (PONTE, 2006, p.2).

Sendo a análise de um caso particular, não temos pretensão de generalizar os resultados obtidos ao final da investigação. Porém será possível fazer uma comparação com outros trabalhos produzidos e identificar pontos convergentes e divergentes para a mesma prática, mas em locais e com sujeitos distintos. Nesse sentido, Lüdke e André (1986) afirmam:

> O interesse, portanto, incide naquilo que ele tem de único, de particular, mesmo que posteriormente venham a ficar evidentes certas semelhanças com outros casos ou situações. Quando queremos estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo, devemos escolher o estudo de caso. (LÜDKE E ANDRÉ, 1986, p.17).

A maneira como serão coletados, analisados e interpretados os materiais produzidos com a prática de ensino também contribuiu para a escolha desta metodologia de pesquisa. Segundo Lüdke e André (1986):

> A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento [...]. A pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra através do trabalho intensivo de campo. (LÜDKE E ANDRÉ, 1986, p.11).

Desta forma, as investigações e conclusões sobre as questões de aprendizado de matemática em um ambiente de Modelagem serão descritos e interpretadas através de uma análise qualitativa dos dados coletados na prática de ensino que será realizada com um grupo de alunos do Ensino Médio. A estrutura quanto à sequência de passos para o desenvolvimento do estudo de caso será uma facilitador para a presente pesquisa. De acordo com Lüdke e André (1986) a metodologia de pesquisa se desenvolve em três fases:

> 1) A fase exploratória– O estudo de caso começa com um plano muito incipiente, que vai se delineando mais claramente à medida que o estudo se desenvolve. Podem existir inicialmente pontos críticos (Stake, 1978) que vão sendo explicitados, reformulados ou abandonados na medida em que se mostrem mais ou menos relevantes na situação estudada. Essas questões ou pontos críticos iniciais podem ter origem no exame da literatura pertinente, podem ser fruto de observações e depoimentos feitos por especialista sobre o problema, podem surgir de um contato inicial com a documentação [...].
> 2) A delimitação do estudo – Uma vez identificados os elementos-chave e os contornos aproximados do problema, o pesquisador pode proceder à coleta sistemática de informações, utilizando instrumentos mais ou menos estruturados, técnicas mais ou menos variadas, sua escolha sendo determinada pelas características próprias do objeto estudado. [...]
> 3) A análise sistemática e a elaboração do relatório – Já na fase exploratória do estudo surge a necessidade de juntar a informação, analisá-la e torná-la disponível aos informantes para que manifestem suas reações sobre a relevância e a acuidade do que é relatado [...]. (NISBET E WATT, apud LUDKE E ANDRÉ, 1986, p.21-23).

Desta forma, a metodologia de pesquisa estudo de caso permitirá uma boa estrutura para a análise da pesquisa de caráter qualitativo com alunos do segundo ano do Ensino Médio da Escola Protásio Alves. Assim, possibilitará responder os questionamentos propostos em relação ao ensino-aprendizagem de matemática, via metodologia de ensino Modelagem Matemática, sob uma perspectiva sociocrítica.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DO AMBIENTE

A prática de ensino da presente pesquisa foi aplicada no Colégio Protásio Alves localizada na cidade de Porto Alegre/RS. É uma das escolas da rede pública de ensino mais tradicionais de Porto Alegre, fundada em 03 de agosto de 1931. Oferece para a população duas modalidades de Ensino: Ensino Médio Politécnico e o Ensino Médio integrado aos cursos técnicos de Administração, Contabilidade ou Informática. No Projeto Político Pedagógico, a instituição determina como uma das filosofias da escola: "buscar o crescente desenvolvimento do educando como sujeito crítico, transformador da realidade e comprometido com as causas sociais e políticas". É uma escola no qual são incentivadas estratégias de ensino diferenciadas que em conjunto com o paradigma do exercício conceituado por Skovsmose (seção 2.2) possibilitam um melhor aprendizado aos educandos. A escola é equipada com cinco laboratórios de informática, com 15 computadores em média e com acesso à internet para o desenvolvimento de atividades. Todas as salas de aula são equipadas com televisores para a exibição de vídeos e são disponibilizados também cinco projetores para os professores usarem em suas atividades. Ou seja, é nítida que a escola oferece aos educadores uma boa infraestrutura para o desenvolvimento de atividades diferenciadas tanto no âmbito da âmbito da Educação Matemática, mas também para outras disciplinas. Nesse sentido, quando foi solicitada à direção da instituição a permissão para o desenvolvimento da prática da presente pesquisa através do Termo de Consentimento Informado (ANEXO A), a escola não fez qualquer objeção em relação à possibilidade do desenvolvimento das atividades juntos aos seus alunos.

Em relação ao grupo de alunos convidado a participar do projeto, todos eram do segundo ano do Ensino Médio de três turmas do turno matutino. Em média, cada turma é

frequentada por 20 alunos com idades que variam entre 15 e 17 anos. Uma particularidade de uma das turmas, é que o pesquisador é o professor-estagiário de matemática no trimestre corrente. Atividade de docência referente à disciplina de Estágio em Educação Matemática III da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Desta forma, apenas um pequeno grupo dentre os educandos que participariam da pesquisa era conhecida pelo pesquisador. Foi entregue para cada aluno o Termo de Consentimento Informado (ANEXO B) para que fosse assinado por seus respectivos responsáveis para autorizarem a participação dos estudantes na pesquisa.

Outro fato a ser considerado, é que a professora de matemática titular das três turmas que participaram da pesquisa é a mesma, ou seja, a estratégia de ensino utilizada era comum às três turmas. Observando as aulas como estagiário da disciplina "Estágio em Educação Matemática III" da UFRGS, em uma da turma, percebemos que o ambiente estabelecido se enquadra no paradigma do exercício determinado por Skovsmose (Seção 2.1). Portanto, no presente ano letivo, os alunos das três turmas que participaram da presente pesquisa não tiveram a possibilidade de um contato com um ambiente de aprendizagem o qual os permitissem inserir-se em um cenário de investigação no aprendizado de conteúdos matemáticos.

Solicitamos que a professora respondesse algumas perguntas (APÊNDICE A) referentes ao histórico de regência na educação matemática. A educadora tem 47 anos, possui graduação em Licenciatura em Matemática pela UFRGS, com ano de conclusão de 2004, lecionando na rede pública estadual há cerca de doze anos.

Ela afirma não sentir-se motivada para realizar atividades diferenciadas no âmbito da Educação Matemática. Embora a Escola ofereça uma boa infraestrutura como laboratórios de informática, equipamentos multimídias, acesso à internet, etc. Ela acredita que a carga horária semanal (40 horas), poucos períodos semanais para cumprir o conteúdo programático da disciplina (nas turmas de Ensino Médio são 4 períodos semanais), baixo salário e o número excessivo de turmas são fatores que influenciam na desmotivação ou encorajamento na hora de "experimentar" novas estratégias de ensino. Em relação à necessidade de cumprimento do programa pré-fixado no ensino, Barbosa (1999) comenta:

> É importante notar como os professores valorizam o cumprimento dos programas, os quais tem relação direta com os livros didáticos adotados por eles. Penso que este

> respeito aos programas deve-se, em boa parte, à pressão dos demais atores do ambiente escolar, entre eles supervisores, diretores e os pais. Daí, inclusive, levanta-se a questão do vestibular que assume um lugar preponderante no ensino médio, especialmente nas instituições privadas. (BARBOSA, 1999, p.78-79)

Além disso, a professora relata que o seu contato com Modelagem Matemática ao longo da graduação foi muito pequeno, que também nunca havia realizado cursos de aperfeiçoamento no âmbito da Modelagem Matemática e que, de certa forma, não se sentia preparada para realizar atividades com Modelagem. Quanto a essa falta de qualificação ou conhecimento em relação à Modelagem Matemática, Barbosa (1999, p.80) pondera: "a frágil presença da Modelagem nos cenários institucionais (orientações curriculares, formação de professores, por exemplo); constituem os fatores para que os professores desconheçam Modelagem.".

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA PROPOSTA

As datas dos encontros para o desenvolvimento das atividades foram determinadas pela direção da escola conforme adequação ao calendário letivo da instituição. Uma particularidade em relação ao ano letivo, é que a escola ficou um mês sem aulas para a recuperação do telhado que foi destruído em função de um temporal na cidade. Além disso, uma greve dos professores da rede pública de ensino, com duração de cinquenta e três dias, por reivindicação salarial, também atrasou o início do ano letivo da instituição. Desta forma, a semana letiva foi estendida também para os sábados como forma de recuperar os dias perdidos com os acontecimentos.

Inicialmente, fui informado pela direção da escola que poderia aplicar a prática de ensino apenas aos sábados. Havia um rodízio em relação às áreas de conhecimento (Ciências Humanas, Ciências da Natureza, Linguagens e Matemática e suas tecnologias), a cada sábado, ou seja, a grade de horário era preenchida com apenas uma área de conhecimento em todos os períodos por encontro. Em princípio, este fato seria benéfico para a pesquisa, pois seriam seis períodos a cada sábado, porém os dois encontros propostos para pesquisa teriam um intervalo de mais ou menos um mês. Informei para a direção da escola que o grande período entre um encontro e outro não seria benéfico para a pesquisa e desta forma solicitei à disponibilidade que o primeiro encontro ocorresse em um sábado e que o segundo encontro fosse na segunda-feira posterior ao primeiro encontro.

Assim as atividades foram realizadas nas seguintes datas:

- Primeiro encontro: 24 de setembro de 2016 (sábado) com seis períodos de 45 minutos.

- Segundo encontro: 26 de setembro de 2016 (segunda-feira) com dois períodos de 50 minutos.

Foi autorizado pela escola nas datas estabelecidas para a realização das atividades o uso de um laboratório de informática, definido no dia dos encontros, conforme disponibilidade, com computadores com acesso à internet e um projetor de imagens. A coleta de dados foi realizada através de questionários de ambientação e avaliação das atividades pelos alunos, vídeos, áudios gravados, fotos e diário de bordo do pesquisador.

Os encontros foram descritos de maneira autônoma com caracterização das atividades e da participação ativa dos alunos amparados pelo referencial teórico estabelecido para a pesquisa.

4.1 PRIMEIRO ENCONTRO

O primeiro encontro foi realizado em um sábado no dia 24 de setembro de 2016 e teve a duração de seis períodos. Antes do início da atividade não tínhamos certeza em relação ao número de alunos que compareceriam para a pesquisa. Embora a oficina tenha sido amplamente divulgada, na semana do encontro, para os educandos, fomos informados pela direção da escola que a evasão dos alunos neste dia era muito grande. Além disso, o fato do pesquisador não ter experiência com o ambiente de aprendizagem Modelagem Matemática, que seria explorado pelos alunos, causou muita insegurança, contundo confiante para o desafio. Nesse sentido Skovsmose (2001, p.6) observa:

> O movimento entre os diferentes ambientes possíveis de aprendizagem e a ênfase especial no cenário para investigação causarão um grau elevado de incerteza. A meu ver, a incerteza não deve ser eliminada. O desafio é enfrentá-la.

Compareceram 11 estudantes no primeiro encontro, sendo cinco meninas e seis meninos. Apenas dois alunos do grupo que compareceu neste encontro eram da turma no qual o pesquisador era professor-estagiário. Ou seja, a maioria do grupo era desconhecida do pesquisador tanto em relação a como se comportariam frente a uma atividade em ambiente de Modelagem Matemática, quanto ao grau de afinidade do grupo em relação à disciplina. Ao longo desse trabalho, sempre que for necessário citar algum dos 11 alunos, os mesmos serão identificados como A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11. A escola disponibilizou para este primeiro encontro o laboratório de informática melhor equipado, com trinta computadores, todos com acesso à internet, além de um projetor para a exibição dos vídeos.

4.1.1 O convite

Inicialmente foi exposto para o grupo o projeto da pesquisa, a conceituação de Modelagem Matemática segundo Jonei C. Barbosa (seção 2.2), bem como os motivos para a escolha do tema para as atividades que seriam propostas no primeiro encontro. Esclareci que o assunto em questão sobre o uso da bicicleta era um tema contemporâneo e que possibilitaria boas reflexões sobre as consequências da incorporação da bicicleta como meio de transporte, seja em questões ambientais, de saúde pública ou mobilidade urbana. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio orientam que sejam trabalhados em sala de aula temas que estejam incorporados ao dia a dia dos educandos:

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. (BRASIL, 2000, p-6)

Após os primeiros esclarecimentos sobre a oficina, solicitamos aos educandos que respondessem a um questionário de ambientação (APÊNDICE B) com a finalidade de caracterizar e descrever os alunos presentes, conhecer suas percepções em relação à disciplina de matemática e de seu ensino, bem como associam a disciplina ao seu dia-a-dia e a relação dos adolescentes quanto ao uso da bicicleta no dia-a-dia.

Após responderem o questionário de ambientação, os educandos foram convidados a assistir um vídeo[2]contendo uma reportagem sobre o uso de bicicletas como meio de transporte. Os alunos mostraram-se interessados pelo tema e percebemos que todos estavam atentos ao vídeo.

[2] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ayzWI-4vJmA

Figura 4 - Fotografia dos alunos assistindo ao vídeo

Fonte: acervo do autor

Após a apresentação da reportagem, conversamos com os alunos sobre aspectos importantes que foram percebidos no vídeo e de que maneira era possível fazer um paralelo entre as questões levantadas na exibição da reportagem com o cenário encontrado em Porto Alegre quanto ao uso da bicicleta, em relação aos benefícios, dificuldades e viabilidade do uso desse modal de transporte. O objetivo era que os alunos propusessem questões que pudessem gerar algum tipo de discussão em torno do assunto sem a intervenção inicial do pesquisador. Nesse sentido, Barbosa (2003, p.7) comenta sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem numa perspectiva sociocrítica por professores: "Como orquestrador das atividades, ele convida os alunos a produzirem conhecimento reflexivo, bem como acolhe iniciativas dos alunos convergentes com esse propósito.".

Os alunos mostraram-se reticentes em relação a expor aspectos percebidos no vídeo que pudessem ser comparados com Porto Alegre. Em relação ao envolvimento dos alunos em discussões reflexivas, Barbosa (2003, p.10) afirma dentro de uma perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática:

> Não podemos "forçar" os alunos a produzirem debates dessa natureza, mas apenas problematizar com eles. Por outro lado, é possível que o professor seja surpreendido por discussões reflexivas no desenvolvimento da atividade de Modelagem proposta pelos alunos. O que condicionará a ocorrência ou não de discussões reflexivas é a negociação entre alunos e professor na condução da atividade.

Desta forma, foi necessária a mediação do pesquisador para o debate e para incentivá-los para o início das considerações sobre o vídeo. A respeito dessa mediação do professor com as atividades, Barbosa (1999, p.7) comenta que: "o papel do professor no momento em que perde o caráter de detentor e transmissor de saber, será entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe".

A primeira questão levantada para o grupo foi sobre a viabilidade do uso da bicicleta como meio de transporte em Porto Alegre. Os alunos respondiam balançando a cabeça para concordar ou discordar, mas não se aprofundavam nos questionamentos. Em seguida o aluno A10 questionou um fato em relação à viabilidade da bicicleta para trajetos mais longos:

Aluno A10: Eu moro no Bairro Lomba do Pinheiro e é muito longe para ir de bicicleta para a escola, pois de ônibus demora em torno de uma hora para percorrer o trajeto e de bicicleta deveria ser maior.

Professor: Sei que a distância é de em torno 14 km, mas a questão da distância é relativa, pois depende muito também do condicionamento físico da pessoa, pois possivelmente o tempo de percurso diminuiria em relação a ônibus ou carro por causa dos engarrafamentos.

Aluno A10: Mas tem um trecho do percurso que não tem ciclovia e por isso fica também muito inseguro.

A partir disso, levantamos outra questão em relação ao respeito demonstrado entre ciclistas e motoristas e por unanimidade os alunos afirmaram não existir respeito principalmente de motoristas de ônibus que não mostram consideração alguma com os ciclistas. Além disso, não respeitam a distância mínima para ultrapassagem de ciclistas estabelecida pelo Código de Trânsito Brasileiro[3] que em seu artigo 221 estabelece que a distância mínima lateral para ultrapassar ciclistas seja de um metro e cinquenta centímetros. Assim questionamos os alunos em relação a como respeitar essa determinação estipulada pelo

[3]Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9503.htm

Código de Trânsito Brasileiro se as vias de trânsito rápido de Porto Alegre, como as avenidas Bento Gonçalves, Ipiranga e Protásio Alves, são muito estreitas e não absorvem nem o grande fluxo de carros nos horários de pico. Os alunos foram unânimes em concordar que a construção de mais ciclovias pela cidade contribuiria para melhorar este panorama.

O aluno A6 questionou o fato das ciclovias não possuírem continuidades para diversas rotas, ou seja, o ciclista é obrigado a pedalar junto aos carros, pois não existe um local adequado para o trânsito de bicicletas. Ele ainda observou que grande parte da malha cicloviária de Porto Alegre é mal projetada, não respeitando as dimensões mínimas recomendadas.

Outro ponto destacado na reportagem é quanto à impressão que o brasileiro tem em relação aos usuários de bicicletas como meio de transporte, que na sua maioria enxerga a bicicleta como veículo de pobre. Perguntamos para o grupo quais seriam os motivos que poderiam ser citados para esta visão preconceituosa sobre o usuário de bicicleta no Brasil, visto que estávamos indo na contramão do que grandes centros urbanos europeus, como Berlim ou Copenhague, que possuem um percentual significativo de usuários. Nesses locais, a população é incentivada a usar a bicicleta como meio de transporte e os governos locais fazem investimentos pesados na infraestrutura para este modal de transporte.

Embora o debate em torno desta questão tenha ocorrido de forma tímida, pois os alunos diziam que tinham vergonha de expor as suas opiniões, alguns comentários foram bem interessantes. O aluno A6 disse que poderia ser em função de que muitas pessoas que usam a bicicleta para ir trabalhar são da construção civil e moram em bairros mais periféricos. O aluno A9 comentou que o fato de que teoricamente quem usa a bicicleta não teria condições financeiras para comprar um carro e por isso era associado a pessoas de baixa renda.

Nesse primeiro momento do encontro foi possível perceber que os alunos haviam aceitado o convite e tiveram um envolvimento considerável nas reflexões em torno do tema. Barbosa (2003, p.10) afirma que: “Podemos dizer que um dos pontos principais da perspectiva sociocrítica é convidar os alunos a se envolverem em discussões reflexivas.”. Nesse sentido esse foi um ponto considerável para o posterior comprometimento dos alunos com as atividades que seriam propostas a seguir.

Após as considerações iniciais sobre o tema, perguntamos para os alunos em relação a como que eles gostariam de realizar as atividades que seriam propostas ao longo do encontro: em grupos ou individualmente. A maioria preferiu trabalhar conjuntamente e apenas dois alunos escolheram trabalhar individualmente.

Não fizemos objeção quanto à opção de trabalhar individualmente, embora as atividades que envolvam Modelagem Matemática tenham também por objetivo a interação dos alunos na realização das tarefas, nas trocas de conhecimentos e nas ideias que certamente teriam menos chance de surgir trabalhando de maneira individual. Porém, tentamos privilegiar a ideia de autonomia do aluno em relação a todas as suas escolhas durante todo o processo de resolução das atividades propostas via Modelagem Matemática. Freire (1996, p.36) destaca a preferência dos educandos na realização de atividades:

> Saber que devo respeito à autonomia, à dignidade e à identidade do educando e, a prática, procurar a coerência com este saber, me leva inapelavelmente à criação de algumas virtudes ou qualidades sem as quais aquele saber vira inautêntico, palavreado vazio e inoperante. De nada serve, a não ser para irritar o educando e desmoralizar o discurso hipócrita do educador, falar em democracia e liberdade mais impor ao educando a vontade de arrogante do mestre.

Desta forma, os alunos se organizaram segundo o quadro abaixo:

Quadro 1 Grupos de trabalho

GRUPOS	ALUNOS
01	A1, A2 e A3
02	A4 e A5
03	A6 e A7
04	A8 e A9
05	A10
06	A11

Fonte: acervo do autor

4.1.2 Das perguntas norteadoras ao processo exploratório para suas resoluções

Após esta organização inicial dos discentes, solicitamos aos educandos que discorressem matematicamente sobre os seguintes problemas ligados ao uso da bicicleta que foram propostos pelo pesquisador. Barbosa (2004) afirma que a problematização e a investigação, por meio da matemática, de situações com referência a realidade são inerentes ao ambiente de aprendizagem que a Modelagem Matemática proporciona. Nesse sentido, a partir das seguintes questões-problemas, iniciou-se o processo de investigação e resolução em um ambiente de Modelagem Matemática pelos estudantes, a partir do tema proposto, "o uso da bicicleta":

1. Quais os critérios em relação às dimensões mínimas que devem possuir as ciclovias para a sua construção? Verifique em alguma ciclovia de sua cidade se as dimensões foram obedecidas.

2. Em relação aos tipos de bicicletas, quais as principais diferenças entre elas? Indique matematicamente uma dessas diferenças.

3. Faça uma comparação em relação à economia de dinheiro anual entre uma pessoa que usa diariamente bicicleta para se locomover para o trabalho/escola com outra pessoa que usa algum outro tipo de transporte para esse deslocamento (carro, ônibus, metrô/trem, etc.).

4. Em relação à emissão de poluentes dos veículos automotores, compare graficamente a quantidade de gases lançados no ar pelos principais modais urbanos (bicicleta, carro, ônibus, metrô, etc.). Quais critérios devem ser levados em conta para determinar uma ordem na classificação dos veículos que mais poluem?

5. O que é IPI? Cite produtos que sofrem esta tributação. Compare o preço de uma bicicleta com e sem esta tributação.

Baseando-se na classificação adotada por Barbosa (seção 2.1) em relação aos casos de modelagem, a condução da atividade proposta enquadrou-se no tipo caso 2. Salientando, segundo Barbosa (2004, p.4):

> Os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas.

A escolha do(s) problema(s) que foi(ram) trabalhado(s) durante as atividades ficou a critério dos alunos. Informamos para os educandos que caso os mesmos preferissem trabalhar com algum outro questionamento que não fosse alcançado pelas questões propostas, eles teriam ampla liberdade para formular novos problemas.

Porém todos os grupos trabalharam apenas com as questões propostas pelo pesquisador. Sugerimos que os alunos que trabalhassem em grupo resolvessem pelo menos dois problemas e quem preferiu trabalhar individualmente resolvesse ao menos uma questão, mas que ambos ficassem a vontade em relação a trabalhar com mais questões. Nenhum grupo escolheu a questão 4 para trabalhar.

O quadro abaixo apresenta as escolhas feitas pelos grupos em relação às questões apresentadas pelo pesquisador.

Quadro 2 Escolha das questões

GRUPOS	QUESTÕES
01	3 e 5
02	2
03	3
04	2 e 5
05	3
06	1 e 3

Fonte: Acervo do autor

O processo exploratório dos grupos para a resolução dos problemas propostos no princípio do encontro transcorreu de maneira tranquila. Os alunos não tiveram dificuldades para encontrar os materiais necessários para a produção dos trabalhos, porém as dificuldades

começaram a surgir no momento em que tinham que sintetizar as inúmeras informações na internet sobre o tema e quando tinham que analisar de maneira matemática as questões propostas.

Neste sentido foi necessária novamente a intervenção do pesquisador, tanto para sugerir ideias para a produção de trabalhos que expusessem informações diretas, quanto nas questões norteadoras em que era necessária uma interpretação matemática que não estava tão explicita nas perguntas formuladas. Orientamos os alunos para que conversassem com os outros integrantes dos grupos ou mesmo para quem estava trabalhando individualmente e que tentassem perceber que tipo de informação seria mais importante na produção dos trabalhos e também analisar que todo o conteúdo matemático que porventura surgisse ao longo das resoluções dos problemas também estaria disponível na internet.

Os integrantes do grupo 2 constantemente solicitaram a orientação do pesquisador para auxiliá-los na organização do material pesquisado para responder a questão 2. Na figura 02, alguns dados utilizados pela dupla:

Figura 5 - Alguns dados coletados pelo grupo 2

Algumas particularidades sobre as bicicletas:

Quanto maior o diâmetro (aro) da roda:	Quanto menor o diâmetro (aro) da roda:
-mais fácil para passar por obstáculos;	-mais dificuldade para passar obstáculos;
-absorve melhor os impactos;	-absorve pior os impactos;
-estrutura mais frágil;	-estrutura mais forte;
-mas lentas nas mudanças de direção;	-mais rápida na mudança de direção;
-pesa mais;	-acelera com mais rapidez

Medidas nominais mais comuns de rodas de bicicletas

-20 polegadas (20") utilizadas nas BMX, infantis, dobráveis, etc;

-24 polegadas (24") utilizadas nas bicicletas para adolescentes;

-26 polegadas (26") utilizadas na maioria das Mountain bikes e são mais comuns no mercado de bicicletas brasileiras para adultos;

-29 polegadas (29") utilizadas atualmente em algumas Mountain bikes;

-700C utilizadas na maioria das bicicletas de speed nas híbridas e estradeiras.

Fonte: material elaborado pelo grupo 2

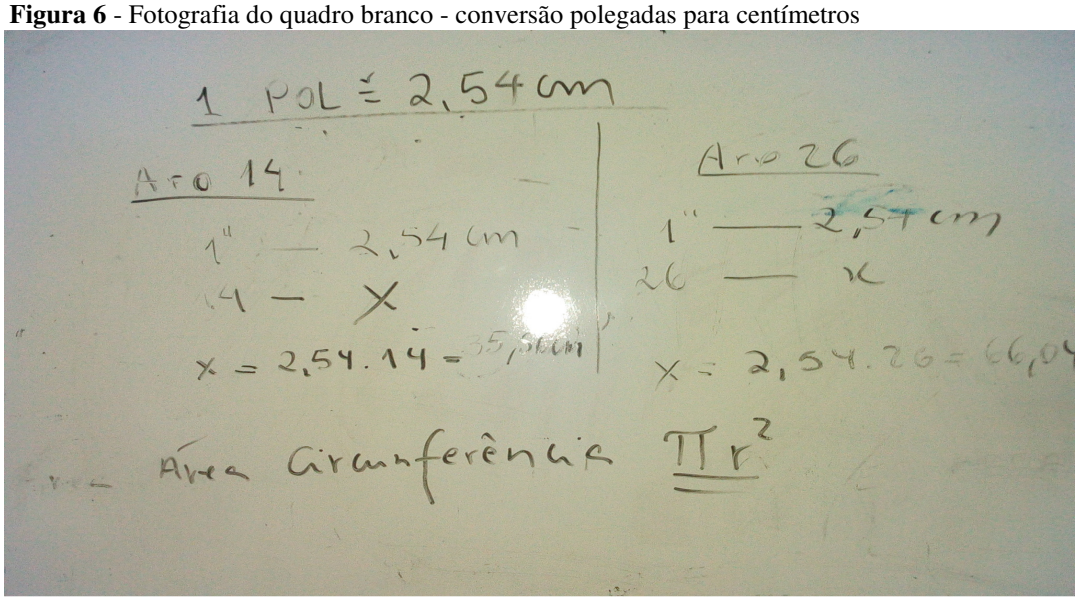
Desta forma, o grupo 2 não encontrou dificuldades para fazer uma síntese em relação à diferença entre os modelos de bicicletas existentes, porém não sabia como fazer uma comparação matemática entre elas. Sugerimos para o grupo fazer uma pesquisa em relação às peças de uma bicicleta e que possivelmente as diferenças entre as mesmas peças de modelos diferentes teriam questões matemáticas importantes para serem citadas na resolução do problema. Sugerimos que fizessem uma pesquisa em relação ao aro e em relação à inclinação dos guidões e os motivos para isso.

Esclarecemos para o grupo que sabendo a conceituação sobre o que seria o aro de uma bicicleta, além da comparação de medidas que foi incluída no trabalho final produzido pelo grupo, era possível também fazer uma comparação em relação a diversas questões matemáticas. Citamos como exemplo, à área da circunferência determinada pelas medidas que determinados aros possuem. Contudo, percebemos que a unidade de medida usada para especificar cada aro está em polegadas. O aluno A4 sem ser solicitado comentou que polegadas era uma medida usualmente utilizada nos Estados Unidos e que uma polegada correspondia a 2,54 cm. Perguntamos para os alunos como faríamos esta conversão sem o auxilio de conversores online disponíveis na Web. O mesmo aluno A4 respondeu que bastava fazer uma regra de três simples para resolver isso. Disse que sabia como fazer, pois nas aulas de Física constantemente era necessário realizar conversões de medidas. Em relação à ideia de interdisciplinaridade, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio reforçam que:

> O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (BRASIL, 2000, p.43)

Assim, foi possível relacionar o conteúdo matemático abordado na atividade com conteúdos da disciplina de Física. A partir disso, juntamente com os alunos foram feitas as conversões de polegadas para centímetros em relação aos aros de medida 14 e 26 polegadas.

Figura 6 - Fotografia do quadro branco - conversão polegadas para centímetros

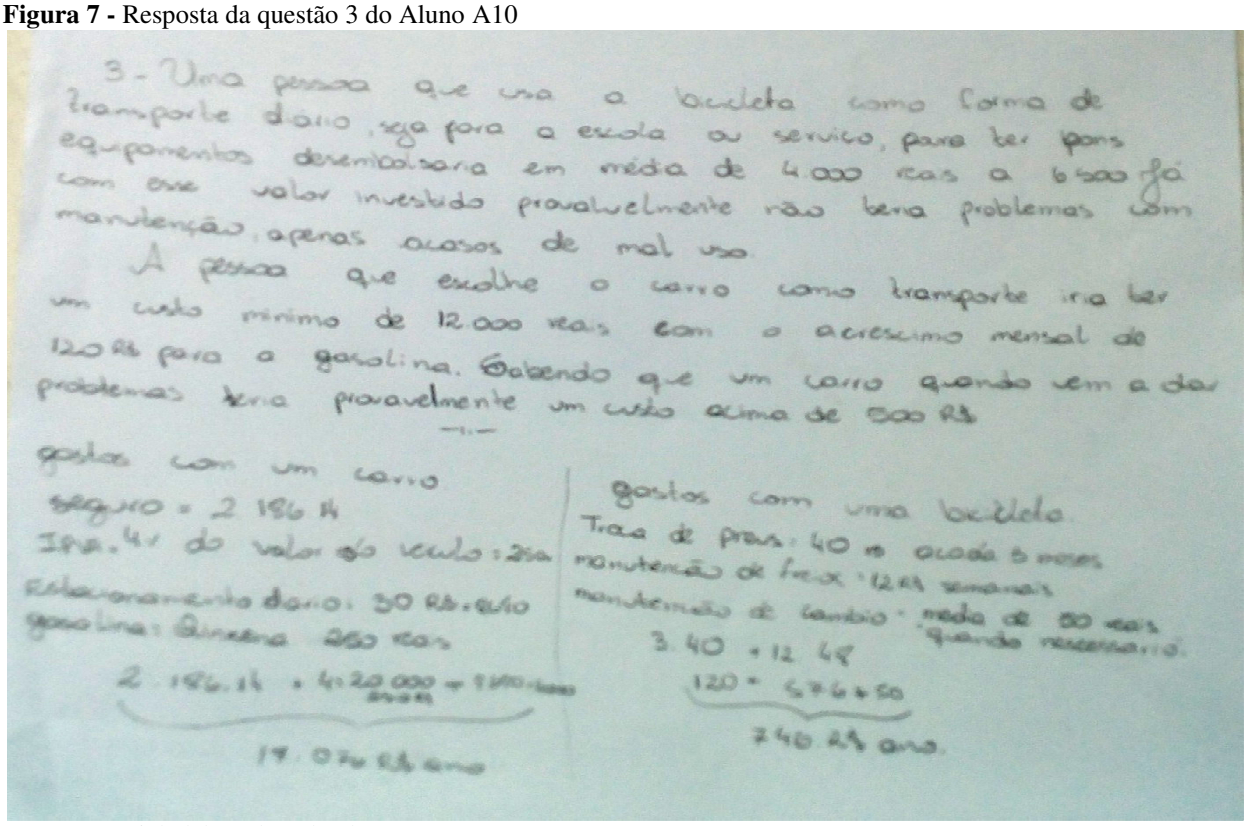


Fonte: acervo do autor

O aluno A10 escolheu trabalhar com a questão de número 3. Uma particularidade do aluno é que o mesmo também era aluno do pesquisador na disciplina "Estágio em Educação Matemática" do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Certa vez, escutei o aluno afirmando que as pessoas que compravam carro, dificilmente deixariam de usá-lo como meio de transporte. Desta forma, considerei que a questão de nº 3 esclareceria muitas questões para o aluno em relação a diversos fatores ligados ao uso do carro principalmente econômicos. Não me surpreendi quando o educando escolheu a questão para trabalhar.

Inicialmente o aluno solicitou o auxílio do pesquisador para responder algumas dúvidas sobre o tema. O aluno A10 pediu para que fossem conferidos os cálculos iniciais referentes à comparação entre carro, ônibus e bicicleta. Percebi que o aluno havia considerado apenas o valor de combustível gasto e valores que seriam desembolsados com a tarifa de ônibus bem como eventuais manutenções da bicicleta como método comparativo. O incentivei a pensar de uma maneira mais ampla sobre a comparação. Não existiriam outras variáveis que deveriam ser incluídas para que fossem mais verdadeiras as conclusões de qual meio de transporte seria menos oneroso para o usuário?

Figura 7 - Resposta da questão 3 do Aluno A10



Fonte: material elaborado pelo aluno A10

Uma curiosidade identificada, foi o fato do aluno ter colocado no rol de despesas o custo para a aquisição dos veículos uma vez que a pergunta se restringia apenas aos custos com o transporte. Questionamos sobre o motivo que o levou a considerar também o preço de aquisição dos veículos e o educando respondeu: "*Ninguém ganha de graça nada e esse é um custo a ser considerado"*. O pesquisador considerou importante o envolvimento do aluno com a resolução do problema, uma vez que possibilitou fazer reflexões e interpretações que não foram esperadas no trabalho final.

Uma das questões que foi escolhida pelo grupo 4 também foi a de nº 3. Um aspecto importante na resolução do problema proposto foi o fato do grupo considerar vários critérios para determinar os valores a serem utilizados tais como: nº de pessoas por família, distância percorrida, saúde física, consumo de combustível com e sem engarrafamentos, etc.

Embora os integrantes não necessitassem da ajuda do pesquisador para a realização da atividade, o interessante é que foi gerada uma troca de opiniões entre os integrantes do grupo,

de maneira que havia a nítida impressão que a resposta era formulada e debatida conjuntamente.

Figura 8 - Alguns dados do grupo 04

Carro:

Se o custo for maior (por exemplo, um casal e um filho pegarem lotações, com gasto de R$ 29 por dia), compartilhar um carro é melhor para o bolso.

Considerando um trajeto diário de 20 km(ida e volta) mensalmente seria preciso percorrer 440 km e anualmente de 5280 km. Considerando um carro popular Fiat palio ano 2016 que consome 12 km por litro e considerando o preço do litro da gasolina por R$ 3,81 o litro o gasto com combustível anual seria de R$ 1676,00. Considerando IPVA que representa 4 % do valor do carro segundo tabela Fipe que é de R$ 28.662,00 logo o valor será de R$1146,48 anual. A manutenção mínima que envolve troca de óleo e filtros ficaria em torno de R$ 400,00. Caso a pessoa tenha que pagar garagem para deixar o carro, gastando em média R$ 30,00 diários anualmente o gasto total seria de R$ 7920, 00. Considerando todos esses gastos, o custo anual para se usar o carro como transporte diário seria de 1676,00 + 1146,48 + 400,00 + 7920,00= R$ 11.142,48

Táxi:

Quem mora a até 4 quilômetros do trabalho, tem opção de ir e voltar de táxi diariamente, com gasto total de R$ 27,90 na bandeira 1. Segundo o site tarifadetaxi.com que simula o valor de corridas de taxi em todo o Brasil uma corrida para um percurso de 10 km sairá em torno de 26,92 logo no total o usuário gastaria 53,84 logo anualmente considerando 22 dias úteis no mês o gasto total seria de 14.213,76.

Ônibus:

O ônibus é vantajoso quando o passageiro mora a mais de 11 quilômetros do trabalho, pois o gasto com gasolina (que aumenta nos engarrafamentos) ultrapassa do valor das passagens.Considerando o valor da passagem de 3,75, logo 7,50 diários então o gasto anual considerando 22 dias úteis mensais seria de 1980,00

Bicicleta:

Percorrer distâncias curtas de casa até o trabalho usando a bicicleta além de ser um bom negócio para a organização financeira, fará um bem danado para a saúde física. O gasto para o uso da bicicleta seria basicamente com manutenção como troca de câmaras, pneus, freios que não chegaria a 500,00 reais.

Desta forma a bicicleta como meio de transporte é muito mais vantajoso e bem menos oneroso. Pensando na comparação entre ônibus, carro e taxi, o ônibus é pesaria menos no bolso do usuário, seguindo do carro e logo após o taxi.

Fonte: material elaborado pelo grupo 4

4.1.3 Análise do primeiro encontro

Ao final das atividades propostas, foi aplicado um questionário (APÊNDICE C) junto aos educandos cujas respostas serão, juntamente com as percepções do pesquisador e as coletas de dados, balizadoras na análise final do encontro.

Os alunos mostraram-se entusiasmados com as atividades durante todo o encontro. Foi possível perceber que em muitos momentos eles fizeram reflexões em torno do tema sendo perceptível a independência no desenvolvimento das atividades, transformando o pesquisador em um mediador para o transcorrer dos trabalhos. Embora não tenha havido uma apresentação dos trabalhos produzidos para todo o grupo presente, foi possível perceber que, ao longo da

produção dos materiais finais, tanto quem trabalhava em grupo como quem trabalhava de maneira individual, tentava, de certa maneira, discutir sobre a resolução das questões propostas com integrantes do próprio grupo e com o pesquisador. Além disso, como algumas questões estavam sendo trabalhadas ao mesmo tempo por grupos diferentes em certos momentos, acabava ocorrendo troca de informação entre os grupos e também com quem trabalhava individualmente principalmente nos momentos em que se trabalhava matemática.

Analisando sob a ótica do grupo de alunos que participou deste primeiro encontro, com o uso das respostas do questionário (APÊNDICE C) entregue aos alunos no final do encontro também foi possível fazer uma análise positiva. As respostas em relação à pergunta de nº 1, no qual perguntava sobre a opinião dos alunos em relação às atividades envolvendo Modelagem Matemática, a maioria do grupo as considerou muito interessantes. Destacamos duas respostas:

- *"Achei bem interessante, enxerguei outras partes da matemática";* e

- *"Boa. Trouxe novos pensamentos e informações importantes".*

Em relação à pergunta de número dois, que versava sobre a possibilidade dos alunos terem aprendido ou revisado conteúdos matemáticos com a atividade envolvendo o uso da bicicleta, alguns alunos responderam:

-*"Sim. Principalmente regra de três"; e*

"Sim, vários conteúdos foram revistos e bem explicados pelo professor".

Na pergunta de número 3, o pesquisador considera muito importante as respostas dos alunos para a análise final, pois dentro de uma perspectiva sociocrítica a possibilidade de ter gerado reflexões e percepções quanto à importância da matemática no dia-a-dia é fundamental. Os alunos citaram como respostas: Conhecimentos econômicos, sociais, que as pessoas deveriam exercer mais o uso da bicicleta, etc. Novamente destacamos duas respostas:

- *"Andar de bicicleta é muito mais barato do que de carro e gastamos mais de R$ 1000,00 em passagens de ônibus por ano";* e

- *“Conseguimos aprender como são as medidas em outros países, quanto andar de bicicleta é barato e as dificuldades de quem a usa como meio de transporte”.*

Novamente, dentro de uma perspectiva sociocrítica, é fundamental observar os alunos citarem os pontos positivos e negativos do encontro envolvendo Modelagem Matemática, até para servir de correção para a elaboração das futuras atividades do inexperiente pesquisador para atividades que envolverão Modelagem Matemática. Solicitamos para o grupo que respondessem a questão 4, que solicitava para os alunos os pontos positivos e negativos das atividades, conforme suas percepções, de forma mais sincera possível, pois era importante para o pesquisador analisar também o que era necessário aprimorar em futuras atividades adotando a estratégia de ensino.

Apenas quatro alunos citaram pontos negativos para a atividade:

- *“Foram poucas atividades”;*

- *“Achei difícil”,*

- *“O encontro ter sido ao sábado”;* e

“Foi difícil passar de polegadas para centímetros.”.

Em relação aos pontos positivos, alguns alunos reforçaram que o tema era muito interessante, valorizaram a possibilidade de terem aprendido questões econômicas com o uso da bicicleta, bem como a revisão de conteúdos matemáticos que, embora tivessem sido aprendidos no Ensino Fundamental, eram muitos usados ainda no Ensino Médio. Destacamos outras respostas:

- “*Revisamos conteúdos matemáticos e aprendemos um pouco mais sobre bicicletas e as coisas boas que elas nos proporcionam. É uma atividade que requer bastante atenção”;*

- *“Foi bom conhecer coisas novas, os gastos que temos e como podemos economizar.”.*

- *“As atividades foram diferenciadas”;* e.

- *"Aprendemos mais sobre matemática e descobrimos que precisamos de matemática para tudo, até mesmo para medir o aro da bicicleta".*

4.2 SEGUNDO ENCONTRO

O segundo encontro foi realizado no dia 26 de setembro e teve dois períodos de duração. Dez alunos do primeiro encontro participaram das atividades. As atividades foram realizadas no laboratório de informática que possuía nove computadores com acesso à internet e não havia projetor disponível para este encontro.

Neste encontro ainda foi explorado o tema sobre o uso da bicicleta. Solicitamos aos alunos que assistissem em seus computadores a um vídeo[4] sobre a relação entre os espaços que uma bicicleta e que um automóvel ocupam nas vias urbanas. Em seguida, os educandos foram convidados a resolverem está situação matematicamente, se possível determinando um modelo para esta relação. Também solicitamos que fosse realizada essa comparação através de uma bicicleta disponibilizada pelo professor no dia do encontro e algum carro a escolha dos alunos através de pesquisa na web. Foram disponibilizadas trenas para a realização de medições da bicicleta pelos alunos.

Além disso, no intuito de reforçar a ideia de cálculo de área, em complemento ao tema principal, sobre o uso de bicicleta, foi discutido com os alunos a respeito de como eram realizadas as estimativas de público em eventos como shows, manifestações, comitivas, etc. Através das seguintes perguntas norteadoras formuladas pelo pesquisador iniciaram-se os trabalhos:

1. Como estabelecer uma relação matemática entre o espaço ocupado por um carro e o número de bicicletas que ocupariam o mesmo espaço, respeitando distâncias mínimas de segurança entre elas? Determine a área que ocupa um carro e um ciclista.
2. Como é possível estabelecer uma estimativa de pessoas em um evento? Considerando uma casa de show qualquer de Porto Alegre, supondo que não se soubesse a capacidade do

[4] Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=LYJhN2eN1lw

mesmo para algum evento como show ou festa, como poderíamos estabelecer a capacidade máxima de pessoas para o evento.

4.2.1 Das perguntas norteadoras ao processo exploratório para suas resoluções

Os alunos se organizaram em quatro grupos com duas pessoas e apenas dois alunos resolveram trabalhar de forma individual. Para realizar a comparação, orientamos os alunos inicialmente a pesquisarem nos sites das principais montadoras sobre as medidas do carro escolhido.

Os grupos não tiveram dificuldades para encontrar as dimensões dos carros escolhidos. Alguns alunos se anteciparam e pesquisaram também a resposta para a relação do número de bicicletas que ocupam a área de um carro. Dois grupos afirmaram terem encontrado a informação de que poderíamos colocar dez bicicletas no mesmo espaço ocupado por um carro. Comentamos com os alunos que se usássemos como comparação o local ocupado por um carro estacionado, com certeza poderíamos dispor muito mais bicicletas do que pensando em um carro em movimento. E como a pergunta solicitava uma relação quanto ao carro em movimento à resposta seria diferente de 10 bicicletas, pois deveríamos considerar também uma distância mínima de segurança entre as bicicletas.

Neste momento, questionamos para os alunos sobre as variáveis que deveriam ser consideradas para respondermos a questão. Um aluno afirmou que bastava fazer as medições de comprimento da bicicleta que já seria possível estabelecer uma relação entre as áreas ocupadas por um carro e uma bicicleta. Contudo comentei que em relação às dimensões da bicicleta, deveríamos também pensar que o condutor da bicicleta também influenciará na medida final verificada. A partir daí, solicitamos para os educandos que realizassem as medições na bicicleta disponibilizada pelo pesquisador e fizessem suas conclusões.

Figura 9 - Alunos realizando a medição da bicicleta

Fonte: acervo do autor

A principal dúvida na verificação das medidas da bicicleta era qual critério utilizar para estabelecer a largura da bicicleta com o condutor. Os alunos afirmaram que deveria ser usado como referência a distancia entre os pés do condutor quando os mesmos estivessem encostados no chão. Desta forma, foram feitas as medições para as posteriores conclusões.

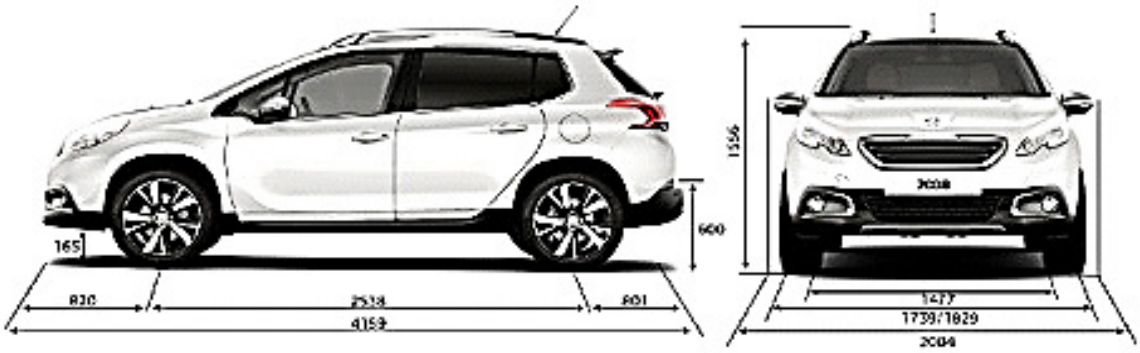
Abaixo o material elaborado pelo Aluno A11:

Figura 10 - **Alguns dados do material elaborado pelo aluno A11**

1)Como estabelecer uma relação matemática entre o espaço ocupado por um carro e o número de bicicletas que ocupariam o mesmo espaço, respeitando distâncias mínimas de segurança entre elas? Determine a área que ocupa um carro e um ciclista.

a)Primeiramente devemos considerar as dimensões do carro e a área que o mesmo ocupa. Consideremos apenas a área de base para isso. Determinamos a área da base de um carro associando-a a um retângulo, logo a área será igual ao produto do comprimento pela largura do carro.

b) A partir daí deveremos considerar a área que uma bicicleta ocupa considerando uma pessoa montada nela. Sabendo o comprimento da bicicleta por medição (170 cm) devemos estabelecer a largura que é ocupada para poder estabelecer a área que um ciclista ocuparia(62 cm). Abaixo as dimensões do Peauget 2008



Considerando a área ocupada pelo carro comparando como um retângulo as dimensões serão de 4,159 metros por 2,004 metros. A área total é de aproximadamente 8,335 m². Conforme medições em sala de aula a bicicleta possui 1,7 metro por 0,67 metros e a área total ocupada será de 1,130 m². Usando como distancia de segurança entre as bicicletas pelo menos 0,5 metros de distancia lateral e pelo menos 0,8 metros de distancia entre as rodas traseira e dianteira é possível estabelecer que 5 bicicletas ocupam o espaço de um carro. Não consegui estabelecer uma maneira de calcular para qualquer medida de carro.

Fonte: material elaborado pelo aluno A11

Em relação ao questionamento sobre como fazer uma estimativa de público em qualquer evento também não gerou muitas dificuldades para os alunos. O grupo 02 relatou em seu trabalho final que: *"A fotografia é um dos principais recursos para estabelecer o número de pessoas que participaram de um evento. Combinada com software de cartografia e informações de campo, a foto permite fazer estimativas precisas"*.

Questionei quanto à maneira que essas fotos poderiam ser feitas. O aluno A8 comentou que poderia ser feita em cima de prédios altos, helicóptero ou até imagens via satélite. Solicitei para os educandos que fosse incluído também no material a ser entregue, de que maneira era feita o cálculo para uma estimativa de público em passeatas, comícios, shows, etc. Abaixo, alguns dados do material elaborado pelo grupo 2:

Figura 11 - Alguns dados do trabalho dos alunos A5 e A6

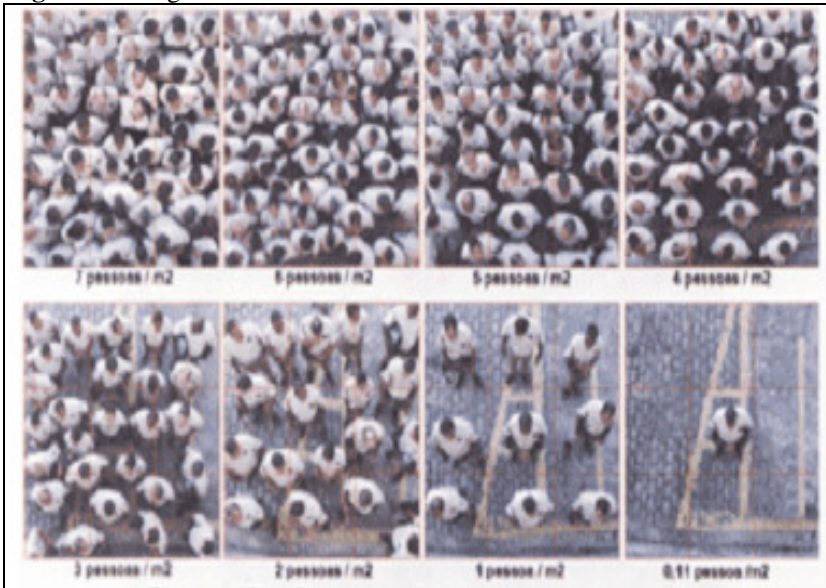


Figura 27 – Comparação visual de densidades.

Através de fotos poderemos determinar quantas pessoas por metro quadrado são possíveis de identificar. Conhecendo a área total do espaço onde esteja acontecendo algum evento e possível projetar uma estimativa bem próxima da realidade em relação ao número de pessoas.

Fonte: material elaborado pelos alunos A5 e A6

Os alunos questionaram em relação a como escolher o local para que realizassem a estimativa de público. Afirmamos que eles poderiam pesquisar nos sites de casas noturnas ou

shows, ou até mesmo em locais nos quais eles frequentavam para se divertir. Através da área útil informada pelo site, poderíamos determinar a capacidade de público total e comparar com a lotação informada pelo estabelecimento. Antes disso, no entanto solicitamos para os alunos que demarcassem no chão da sala de aula a área de um metro quadrado e que determinássemos um número máximo de pessoas adequado por metro quadrado para espaços fechados, considerando fatores como segurança e conforto.

Consideramos, tendo como base o teste em sala de aula juntamente com a imagem anexada junto ao trabalho dos alunos A5 e A6 (Figura 11), que o número de pessoas por metro quadrado para um evento em locais fechado teria que ser de quatro a seis no máximo. Levamos em consideração a questão da segurança e possibilidade de locomoção dentro do espaço.

Em relação ao segundo questionamento da questão 2, a dupla de alunos A3 e A4 não encontrou a área total do espaço escolhido (Ginásio Gigantinho). Assim, fizeram o processo inverso e resolveram pesquisar a capacidade de público[5] do ginásio para estimar a área útil total do espaço considerando como critério em relação ao número de pessoas por metro quadro (entre quatro e seis) que foi estabelecido em sala de aula.

Figura 12 - Dados da questão 2 – Alunos A3 e A4

Determinamos em sala de aula através de testes em uma área de um metro quadrado demarcada pelo professor com fita métrica que após testes o número ideal de conforto e segurança é de 4 a 6 pessoas por metro quadrado em espaço fechado. Fizemos uma busca na internet sobre as dimensões do ginásio Gigantinho, mas não achamos esta informação. Conseguimos a informação que a capacidade total de público no ginásio é de 14000 pessoas. Considerando de quatro e seis pessoas por m², foi feito o processo inverso para achar as dimensões do espaço. A capacidade de pessoas no local do Gigantinho é de 14.000, assim a área do local é de 3500 m².considerando 4 pessoas/m² e 2333,34 m² se considerarmos no máximo 6 pessoas/m²

Fonte: material elaborado pelos alunos A3 e A4

[5] Segundo o site http://www.internacional.com.br/conteudo?modulo=1&setor=279&secao=276 a capacidade do ginásio para eventos esportivos é de 5080 pessoas e de 14.000 pessoas para shows.

Ao final deste encontro, foi aplicado um questionário (APÊNDICE D) junto aos educandos, cujas respostas serão, juntamente com as percepções do pesquisador e as coletas de dados, balizadoras na análise desse encontro.

4.2.2 Análise do segundo encontro

As atividades desenvolvidas no encontro surtiram um efeito muito positivo em relação ao interesse dos alunos ao longo do mesmo. O envolvimento e a demonstração de comprometimento na aferição de medidas e também em relação à troca de ideias entre os educandos e entre eles e o pesquisador para determinar os critérios para as medições foi um ponto positivo.

Outro fator importante deve-se ao fato de que os alunos se identificaram bastante com o tema sobre o número de pessoas em eventos, demonstrando muito interesse com o desenvolvimento da atividade, pois a maioria dos grupos escolheu como local para ser calculado o público total, lugares nos quais os alunos frequentavam para se divertir. Desta forma, trabalhar matemática com situações ou lugares reais que faziam parte do dia a dia dos educandos foi um ponto positivo que serviu de estímulo para os alunos.

Os educandos encontraram muitas dificuldades para determinar a área de um retângulo, pois diziam que não se lembravam do conteúdo, bem como para estabelecer um modelo matemático geral para a relação entre o local ocupado por um carro e uma bicicleta, embora os alunos tenham criados modelos específicos para determinados carros como exemplo, para Peauget 2008, determinado pelo aluno A11. Contudo, as perguntas norteadoras, além do conteúdo matemático que foi explorado e revisado, geraram muitas reflexões e conhecimentos novos para os alunos.

Analisando sob a óptica do grupo de alunos que participou deste segundo encontro, com o auxílio das respostas do questionário (APÊNDICE D) entregue para os alunos no final do encontro, também foi possível fazer uma análise positiva. Em relação à pergunta de nº 1, que perguntava sobre o que os alunos haviam aprendido no encontro, os educandos

responderam que identificaram novos conceitos importantes, referentes a medidas, áreas, e relações entre bicicleta e carros. Destacamos algumas respostas:

- "*Aprendi como descobrir a área de um objeto retangular e o número de pessoas em um evento";*
- *"Medidas e como bikes são melhores que carro".*
- *"Aprendi uma forma de usar a modelagem matemática em medidas";* e
- *"Que existem outras formas mais divertidas de aprender matemática".*

Em relação à questão de nº 2 sobre a opinião dos alunos sobre as atividades, os educandos elogiaram bastante como vemos em algumas respostas a seguir:

- "*Interessantes e mais "novas", não são as mesmas de sempre trabalhadas em sala de aula";*
- *"Diferentes e interessantes"; e*
- *"Muito legal e poderia acontecer mais vezes".*

Em relação à questão de nº 03, sobre as dificuldades percebidas pelos alunos para o desenvolvimento das atividades e o que poderia ter sido diferente no encontro, os educandos afirmaram não ter encontrado nenhuma dificuldade. Alguns alunos citaram o tempo para realização das atividades como um ponto a ser melhorado.

Finalizando, na questão de nº 04 que solicitava a opinião dos alunos em relação possibilidade da Modelagem Matemática ser uma maneira auxiliar ao ensino de Educação Matemática nas escolas, a totalidade do grupo respondeu que ela pode ser uma alternativa viável ao ensino de matemática nas escolas. As respostas desta questão são de extrema importância, pois permitem ao pesquisador analisar a maneira como os educandos interpretaram o que é uma atividade de Modelagem Matemática. Portanto, destacamos mais respostas dos alunos em relação às questões anteriores:

- "*São coisas diferentes que a maioria dos alunos não está acostumada a ver e estudar nas aulas";*
- *"Acho mais fácil e interessante este tipo de aprendizagem";*

- *“Ajuda o aluno a aprender matemática usando assuntos que interessa ele”;*
- *“É um jeito diferente de ensinar que nos faz pensar e é legal”;*
- *“Os professores devem fazer mais atividades como esta, pois chamam a atenção do aluno”;* e
- *“Assim os alunos iriam melhorar mais na matemática, sabendo que a matemática está em seu dia-a-dia”.*

Diante das respostas do questionário proposto para os alunos, percebemos que o objetivo inicial traçado para a presente pesquisa foi alcançado. Os alunos perceberam a importância da matemática explorando o uso da bicicleta, bem como aceitaram convite para desenvolver seus estudos em um ambiente de Modelagem Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As atividades propostas nos dois encontros, em um ambiente de Modelagem Matemática, possibilitaram aos alunos, não apenas estudar ou revisar conteúdos matemáticos, mas também ter uma percepção do quanto a matemática está direta ou indiretamente presente no dia a dia das pessoas. Em relação ao tema proposto, o uso da bicicleta, foi possível para os alunos identificarem, por meio da matemática, assuntos ligados à economia financeira, noções sobre tributos e questões de geometria, bem como, assuntos relacionados como o Meio Ambiente, hábitos saudáveis, etc.

O objetivo inicial deste trabalho sempre foi de encontro à noção de perspectiva sociocrítica proposta por Barbosa (2003). Desta forma, o fato dos alunos não terem construído um modelo geral para os questionamentos propostos, não foi o mais relevante, visto que a inserção dos alunos em debates e reflexões não apenas matemáticos, mas também sociais e econômicos foram considerados como um objetivo principal alcançado pelo pesquisador.

A Modelagem Matemática sob a perspectiva sociocrítica, ao menos na presente pesquisa, mostrou uma possibilidade muito grande de aceitação pelos alunos. Analisando os questionários de avaliação, percebemos que os estudantes aprovaram as atividades via Modelagem Matemática.

Embora os alunos não tenham feito críticas negativas quanto ao desenvolvimento e a condução das atividades pelo pesquisador, fica evidente que é possível aperfeiçoar o andamento das mesmas e, em alguns momentos, o direcionamento destas, para conteúdos específicos. Além disso, percebe-se a possibilidade de que os alunos através do tema proposto possam “enxergar” outros conteúdos matemáticos que não estavam no planejamento do professor. Este é um fato a ser considerado em uma próxima edição das atividades aqui desenvolvidas. É fundamental que o professor, quando trabalhar com a estratégia de ensino em questão, saiba que podem surgir situações que não estavam previstas em relação aos conteúdos matemáticos e também em relação ao andamento traçado pelo professor. Além disso, outro ponto a ser aprimorado está relacionado com a otimização do tempo a ser disponibilizado para a execução das atividades.

Embora eficaz para muitos alunos, o aprendizado apenas com o “método tradicional”, tornam as aulas de matemática cansativas e muitas vezes não permitem aos educandos fazerem uma conexão com o seu cotidiano. Em especial, os estudantes não têm grandes responsabilidades na elaboração das atividades a serem trabalhadas, ficando como expectadores. Assim, é fundamental que as estratégias de ensino sejam exploradas pelos professores, em especial, aquelas que dividam as responsabilidades na elaboração de tarefas. Na maioria das vezes uma estratégia de ensino complementa outra em um processo de ensino-aprendizado eficaz. Desta forma, consideramos que a Modelagem Matemática é uma grande opção de estratégia de ensino para alunos do Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

ANJOS, Lucas Marcelino **O uso da Modelagem Matemática no Ensino da Matemática Financeira com alunos do Ensino Médio.** Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

_____. BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática?**.Zetetike (UNICAMP), Campinas, v. 7, n.11, p. 67-85, 1999.

_____. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

_____. **Modelagem Matemática e a Perspectiva sócio-crítica**. In: SEMINÁRIO INERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos, SP. Anais...Santos, SP: SBM, 2003. p. 1-13. GT Modelagem matemática. CDROM.

_____. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BRASIL, MEC – SECRETARIA DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/busca-geral/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211. Acesso em: 20 de junho de 2016.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia. Saberes necessários à Prática Educativa.**-São Paulo: Paz e Terra. 1996.

LIMA, Márcio Albano. **O conceito de sustentabilidade em Ambiente de Modelagem Matemática.** Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MELLO, Jéssica Andrade. **A Modelagem Matemática na perspectiva Sócio-Crítica: Uma experiência em um curso de costureiras.** Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

PONTE, João Pedro da. **Estudos de caso em Educação Matemática**. BOLEMA (Boletim de Educação Matemática – MathematicsEducationBulletin). Rio Claro (SP). v. 19 n. 25, 105-132, 2006.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66 – 91, 2000.

APÊNDICE A - Questionário professora regente

1. Sexo

a) Feminino b) Masculino

2. Idade

a) Entre 21 e 30 anos c) Entre 41 e 50 anos

b) Entre 31 e 40 anos d) Acima de 50 anos

3. Grau de escolaridade

a) Graduação d) Doutorado

b) Especialização e) Outro_____

c) Mestrado

4. Formação inicial (graduação)

_____

(Curso, ano e instituição).

5. Qual seu tempo de serviço como professor (a) de Matemática?

a) Menos de 5 anos c) De 16 a 25 anos

b) De 6 a 15 anos d) Acima de 25 anos

6. Qual a sua carga horária semanal lecionando na rede pública estadual de ensino?

a) 20 horas c) 40 horas

b) 30 horas d) 60 horas

7. A infraestrutura da(s) escola(s) em que você leciona permite o desenvolvimento de atividades diferenciadas no âmbito da Educação Matemática?

a) Sim b) Não

8. Você se sente motivado para realizar estas atividades?

a) Sim b) Não

9. O que você entende por Modelagem Matemática?

_____

_____

10. Ao longo de sua graduação, você teve contato com alguma leitura ou discussão sobre Modelagem Matemática?

a) Sim b) Não

11. Você faz cursos de aperfeiçoamento em sua área de atuação?

a) Sim b) Não

12. Você já fez algum curso de formação sobre Modelagem Matemática?

a) Sim (ano/local)_____ b) Não

13. Você trabalha ou já trabalhou com Modelagem Matemática em sala de aula?

a) Sim b) Não

13.1. Se a resposta da questão 10 foi sim, de que maneira você trabalha ou trabalhou?

_____

_____

13.2. Se a resposta da questão 10 foi não, por que você não trabalha?

_____

_____

14. Ao trabalhar com Modelagem Matemática, em sala de aula, você encontra alguma dificuldade ou obstáculo?

a) Sim (Quais?)_____

_____

b) Não

c) Não trabalho

15. Considerações adicionais sobre a metodologia de ensino caso julgue necessário considere.

_____

_____

_____

_____

APÊNDICE B - Questionário de ambientação

1. Você gosta de matemática? Por quê?

2. Com você avalia a matemática ensinada nas escolas?

a) É essencial para o currículo escolar.

b) Não é interessante, pois os conteúdos de matemática são desvinculados da realidade.

c) Muito difícil de aprender.

d) Não deveria ser ensinada nas escolas.

3. Você concorda com a forma que os professores ministram as aulas de matemática?

a) Sim b) Não

4. O método tradicional de ensino focado no conteúdo exposto pelo professor no quadro negro e listas de exercícios para reforçar o conteúdo em sua opinião é o melhor método de aprendizado de matemática?

a) Sim b) Não

5. Você conhece a metodologia de ensino de matemática denominada Modelagem Matemática?

a) Sim b) Não

6. Você ou alguém de sua residência possui bicicleta?

a) Sim b) Não

7. Você utiliza bicicleta no seu dia-a-dia?

a) Sim b) Não

8. Para quais finalidades você mais usa a bicicleta no seu dia-a-dia?

a) Lazer-recreação

b) Esporte

c) Meio de transporte (deslocamento para a escola, trabalho, etc.)

d) Outra

9. Você já foi alguma vez de bicicleta para a escola?

a) Sim b) Não

10. Quais as principais dificuldades que você percebe para usar a bicicleta como meio de transporte em Porto Alegre?

APÊNDICE C – Avaliação do encontro

1. O que você achou da atividade envolvendo Modelagem Matemática?

_____

_____

_____

2. Você acredita que foi possível aprender e/ou revisar conteúdos matemáticos com a atividade envolvendo o tema: o uso da bicicleta?

_____

_____

3. Além de conteúdos matemáticos, que outro tipo de conhecimento foi possível adquirir com as atividades propostas?

_____
_____

4. Cite pontos positivos e negativos da atividade (melhorias, dificuldades, etc.).

_____
_____
_____
_____

APÊNDICE D - Avaliação do segundo encontro

1. O que você aprendeu neste encontro?

_____
_____

2. O que você achou das atividades realizadas neste encontro

_____
_____

3. Quais as principais dificuldades para a realização dos trabalhos propostos e o que poderia mudar no desenvolvimento delas?

_____
_____
_____

4. Você acredita que a Modelagem Matemática pode ser uma maneira auxiliar ao ensino de Educação Matemática nas escolas?(justifique se possível)

a) Sim_____
_____
_____

b) Não_____
_____
_____

ANEXO A Termo de Consentimento Informado (Escola)

UFRGS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Matemática e Estatística

Instituto de MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA UFRGS

Termo de Consentimento Informado

O Colégio Protásio Alves, escola da rede pública estadual, neste ato, representada pela direção por intermédio do presente instrumento, autoriza Eduardo Techera Mello Filho, brasileiro, casado, estudante de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a utilizar a proposta de aula: "Considerações sobre o uso da bicicleta via Modelagem Matemática sob uma perspectiva sócio-crítica" em uma turma do segundo ano do Ensino Médio, e analisá-la em seu Trabalho de Conclusão de Curso, que é uma exigência parcial para a obtenção do Título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

O trabalho será orientado pelo Prof. Alvino Alves Sant'Ana, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, orientador do TCC, e pela Profa. Cleonice do Carmo Regio, professora de Matemática do Colégio Protásio Alves.

O autorizado por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes que participarem da aplicação da proposta de aula.

Porto Alegre, 12 de Setembro de 2016.

Ana Maria de Souza
SIAPE 1416122/01
Diretora
Colégio Protásio Alves

Diretor(a) da Escola

Eduardo Techera Mello Filho

De acordo:

Prof. Alvino Alves Sant'Ana

Profa. Cleonice do Carmo Regio

COLÉGIO ESTADUAL PROTÁSIO ALVES
PORTO ALEGRE - RS

ANEXO B - Modelo **-** Termo de Consentimento informado (Aluno)

Eu,_____, RG _____ responsável pelo (a) aluno (a)_____, de turma ___ do Colégio Estadual Protásio Alves, localizado em Porto Alegre/RS, declaro por meio deste termo, que concordei em que o (a) aluno (a) participe da pesquisa intitulada "Considerações sobre o uso da bicicleta via Modelagem Matemática sob uma perspectiva sociocrítica", que é parte do Trabalho de Conclusão de Curso do graduando Eduardo Techera Mello Filho, exigência parcial para a obtenção do Título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Fui informado (a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo Professor Alvino Alves Sant'Ana, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário através do telefone ********** ou email *******.

Tenho ciência de que a participação do (a) aluno (a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui também esclarecido (a) de que os usos das informações oferecidas pelo (a) aluno (a) serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, etc.), sem a identificação do aluno.

A colaboração do (a) aluno (a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito, etc., bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele (ela) será observado (a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do (a) aluno (a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários, etc., sem identificação do mesmo (a). A colaboração do (a) aluno (a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado (a), poderei contatar o pesquisador no telefone********* ou email**********.

Fui ainda informado (a) de que o (a) aluno (a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimento.

Porto Alegre, 13 de setembro de 2016

Assinatura do responsável pelo aluno (a) Assinatura do pesquisador: