

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MECANISMO PARA CONVERSÃO DE MOVIMENTO ROTATIVO CONTÍNUO EM  
MOVIMENTO ROTATIVO ALTERNADO

por

Marcelo da Silva Costa

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, julho de 2017.

**MECANISMO PARA CONVERSÃO DE MOVIMENTO ROTATIVO CONTÍNUO EM  
MOVIMENTO ROTATIVO ALTERNADO**

por

Marcelo da Silva Costa

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Thamy Cristina Hayashi  
Coordenadora do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Projeto e Fabricação**

Orientador: Prof. Dr. Rafael Antônio Comparsi Laranja

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Alcy dos Santos Rodolfo Carrara

Prof. Dr. Eduardo André Perondi

Prof. Dr. Patric Daniel Neis

Porto Alegre, 20 de julho de 2017.

Dedico este trabalho aos meus pais, Rubens e Elda, que tanto me incentivaram.

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Rafael Laranja, pelo auxílio e orientação.

Aos professores da Engenharia Mecânica pelo conhecimento transmitido.

Aos demais professores e funcionários da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, que contribuíram durante esta importante etapa da minha vida.

E, em especial, à minha esposa Jaqueline e à minha filha Vanessa, pelo apoio, carinho e paciência.

COSTA, M. S. **Mecanismo para Conversão de Movimento Rotativo Contínuo em Movimento Rotativo Alternado**. 2017. 29 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um mecanismo puramente mecânico para a conversão de movimento rotativo contínuo em movimento rotativo alternado. Para tanto, uma metodologia de projeto é adotada, iniciando-se por uma pesquisa preliminar na literatura e em bancos de patentes. Em seguida, novos conceitos são gerados e uma matriz de decisão é adotada como método para a seleção. O conceito selecionado consiste em uma adaptação de uma roda estrelada com ranhuras circulares para ser acionada por duas rodas motoras com rotações opostas. Após a seleção, é feito um detalhamento do conceito, onde se descreve a geometria do movimento e a análise cinemática, apresentando o equacionamento necessário para a construção do mecanismo. Para ilustrar o processo de concepção, um exemplo de projeto é apresentado e um modelo virtual é construído com a utilização do *software SolidWorks*. Finalmente, o modelo virtual é submetido a análises de movimento e simulações cinemáticas no *software ADAMS*. O conceito apresentou as características desejadas na obtenção do movimento rotativo alternado. Obteve-se uma aproximação entre os resultados das simulações e os resultados teóricos, validando a formulação desenvolvida neste trabalho para o projeto e a previsão de funcionamento.

**PALAVRAS-CHAVE:** *movimento rotativo alternado, roda estrelada, ranhuras circulares, mecanismo*

COSTA, M. S. **Mechanism for Converting Continuous Rotary Motion into Alternating Rotary Motion**. 2017. 29 pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

## **ABSTRACT**

The present work aims at the development of a purely mechanical mechanism for the conversion of continuous rotary motion into alternating rotary motion. To this end, a design methodology is adopted, starting with preliminary research in the literature and in patent databases. Then, new concepts are generated and a decision matrix is adopted as a method for selection. The concept selected consists of an adaptation of a star wheel with circular slots to be driven by two counter-rotating drive wheels. After the selection, a concept definition is made, describing the motion geometry and the kinematic analysis and presenting the equations necessary to construct the mechanism. To illustrate the design process, an example design is presented and a virtual model is built using the *SolidWorks* software. Finally, the virtual model is subjected to motion analysis and kinematic simulations in *ADAMS* software. The concept presented the desired characteristics in obtaining the alternating rotary motion. An approximation was achieved between the results of the simulations and the theoretical results, validating the formulation developed in this work for the project and the prediction of operation.

**KEYWORDS:** *alternating rotary movement, star wheel, circular slots, mechanism*

## ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO .....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	1
2.1. Dois pinhões acionados por segmento de coroa.....	1
2.2. Mecanismo de quatro barras e segmento de engrenagem .....	2
2.3. Mecanismo para movimento alternativo .....	2
2.4. Mecanismo para transformar movimento rotativo unidirecional em oscilante .....	2
2.5. Mecanismo para converter movimento rotativo unidirecional em bidirecional .....	3
2.6. Rodas estreladas com ranhuras circulares .....	3
2.7. Mecanismo de movimento alternativo com duas rodas de entrada .....	4
3. GERAÇÃO DE CONCEITOS .....	4
4. SELEÇÃO DO CONCEITO .....	4
5. DETALHAMENTO DO CONCEITO .....	5
6. ANÁLISE CINEMÁTICA.....	8
6.1. Análise de Posição .....	8
6.2. Análise de Velocidade .....	9
6.3. Análise de Aceleração .....	10
7. ESTUDO DE CASO .....	10
8. SIMULAÇÕES.....	13
9. CONCLUSÕES .....	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	15
APÊNDICES.....	16

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Dois pinhões acionados por segmento de coroa.....	2
Figura 2.2 – Mecanismo de quatro barras e segmento de engrenagem.....	2
Figura 2.3 – Mecanismo para movimento alternativo.....	2
Figura 2.4 – Patente US 3516267 A.....	3
Figura 2.5 – Patente US 4781072 A.....	3
Figura 2.6 – Rodas estreladas com ranhuras circulares.....	3
Figura 2.7 – Mecanismo de movimento alternativo com duas rodas de entrada.....	4
Figura 5.1 – Roda estrelada com duplo acionamento.....	5
Figura 5.2 – Detalhe das rodas A e C no início do movimento de aceleração.....	6
Figura 6.1 – Representação vetorial do mecanismo de quatro barras.....	8
Figura 7.1 – Curvas de velocidade angular para diferentes combinações de $p_1$ e $\beta_1$ .....	11
Figura 7.2 – (a) Curvas de velocidade angular obtidas por meio de cálculo.....	11
Figura 7.2 – (b) Curvas de aceleração angular obtidas por meio de cálculo.....	11
Figura 7.3 – Obtenção das ranhuras.....	12
Figura 7.4 – Modelo virtual.....	12
Figura 8.1 – Análise de movimento.....	13
Figura 8.2 – (a) Deslocamento angular na simulação.....	13
Figura 8.2 – (b) Deslocamento angular teórico.....	13
Figura 8.3 – (a) Velocidade angular na simulação.....	14
Figura 8.3 – (b) Velocidade angular teórica.....	14
Figura 8.4 – (a) Aceleração angular na simulação.....	14
Figura 8.4 – (b) Aceleração angular teórica.....	14



## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	distância entre o centro do pino e o centro da roda motora [mm]
$b$	raio de curvatura da ranhura circular [mm]
$c$	distância entre o centro de curvatura da ranhura e o centro da roda movida [mm]
$d$	distância entre o centro da roda movida e o centro da roda movida [mm]
$Dp_1$	diâmetro primitivo da engrenagem motora [mm]
$Dp_2$	diâmetro primitivo da engrenagem movida [mm]
$m$	módulo das engrenagens [mm]
$i$	relação de transmissão [adimensional]
$Z_1$	número de dentes da engrenagem motora [adimensional]
$Z_2$	número de dentes da engrenagem movida [adimensional]
$\alpha_2$	aceleração angular da barra a [ $^{\circ}/s^2$ ]
$\alpha_3$	aceleração angular da barra b [ $^{\circ}/s^2$ ]
$\alpha_4$	aceleração angular da barra c [ $^{\circ}/s^2$ ]
$\beta_1$	ângulo entre a linha que liga o pino ao centro da roda movida no início da fase de aceleração [ $^{\circ}$ ]
$\beta_2$	ângulo entre as posições de entrada das ranhuras de aceleração e desaceleração [ $^{\circ}$ ]
$\beta_{2A}$	ângulo entre as posições de entrada das ranhuras de aceleração e desaceleração, referente à Roda A [ $^{\circ}$ ]
$\beta_{2B}$	ângulo entre as posições de entrada das ranhuras de aceleração e desaceleração, referente à Roda B [ $^{\circ}$ ]
$\beta_3$	ângulo referente a região de velocidade constante na roda movida [ $^{\circ}$ ]
$\beta_{3A}$	ângulo referente a região de velocidade constante na roda movida quando atuada pela Roda A [ $^{\circ}$ ]
$\beta_{3B}$	ângulo referente a região de velocidade constante na roda movida quando atuada pela Roda B [ $^{\circ}$ ]
$\theta_2$	ângulo entre a barra a e o eixo x [ $^{\circ}$ ]
$\theta_3$	ângulo entre a barra b e o eixo x [ $^{\circ}$ ]
$\theta_4$	ângulo entre a barra c e o eixo x [ $^{\circ}$ ]
$\rho_1$	ângulo entre a linha que liga o pino ao centro da roda motora no início da fase de aceleração [ $^{\circ}$ ]
$\rho_2$	ângulo entre os pinos de aceleração e desaceleração [ $^{\circ}$ ]
$\rho_{2A}$	ângulo entre os pinos de aceleração e desaceleração referente à Roda A [ $^{\circ}$ ]
$\rho_{2B}$	ângulo entre os pinos de aceleração e desaceleração referente à Roda B [ $^{\circ}$ ]
$\rho_3$	ângulo referente à região de velocidade constante na roda motora [ $^{\circ}$ ]
$\rho_{3A}$	ângulo referente à região de velocidade constante na Roda A [ $^{\circ}$ ]
$\rho_{3B}$	ângulo referente à região de velocidade constante na Roda B [ $^{\circ}$ ]
$\omega_2$	velocidade angular da barra a [ $^{\circ}/s$ ]
$\omega_3$	velocidade angular da barra b [ $^{\circ}/s$ ]
$\omega_4$	velocidade angular da barra c [ $^{\circ}/s$ ]

## 1. INTRODUÇÃO

Em várias aplicações no âmbito da mecânica, é comum a necessidade de se obter um movimento rotativo alternado de uma parte acionada de uma máquina a partir de um movimento contínuo de rotação no elemento motor do mecanismo. Exemplos típicos são aplicações em sistemas de perfuração, sistemas de redução de atrito utilizados na construção civil, sistemas de irrigação, máquinas de impressão e aplicações na indústria têxtil.

Vários mecanismos com esta finalidade são descritos na literatura. Conforme Willis, 1870, pode ser encontrado, nos trabalhos mais antigos em mecânica, uma variedade de arranjos para o movimento reverso, nos quais os dentes de uma roda motora são feitos para sair de um conjunto de dentes da roda movida e engatar-se abruptamente com outro conjunto de dentes, de modo a produzir movimento alternado na saída. Um aspecto negativo deste tipo de mecanismo é o choque causado durante a inversão brusca de velocidade.

Outra forma de produzir o movimento reverso é utilizando um mecanismo de quatro barras combinado com um conjunto de engrenagens [Sclater e Chironis, 2007]. Porém, esta solução pode não ser uma boa escolha, dependendo da aplicação, em função das dimensões e do difícil balanceamento.

Outro aspecto importante diz respeito à complexidade do mecanismo. Basicamente, qualquer movimento ou resultado poderia ser obtido mecanicamente, se não houvesse restrições quanto ao número de peças usadas e quanto ao custo de fabricação. No entanto, tais exigências normalmente não podem ser negligenciadas. Projetos simplificados geralmente são, além de menos dispendiosos, mais duráveis [Jones, 1930]. Tais fatos levam à procura de mecanismos mais simples e eficientes.

Portanto, o presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento do modelo cinemático de um mecanismo puramente mecânico que sirva como alternativa para a conversão de um movimento rotativo contínuo em um movimento rotativo alternado, bem como verificar a sua viabilidade técnica através da realização de simulações cinemáticas e comparações com os resultados teóricos. O mecanismo deve converter o movimento de maneira eficiente e com baixa geração de vibrações e impactos. É desejável ainda, que possua robustez, dimensões reduzidas e fácil balanceamento.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A fim de buscar conceitos já existentes relacionados ao problema em questão, efetuou-se uma pesquisa bibliográfica e em bancos de patentes. A seguir, será feita uma breve descrição de alguns dos conceitos encontrados.

### 2.1. Dois pinhões acionados por segmento de coroa

Um exemplo de mecanismo capaz de gerar movimento rotativo alternado, a partir de um movimento contínuo no eixo de entrada, consiste de uma coroa ligada ao eixo de entrada, com dentes apenas na metade de sua circunferência, que transmite movimento alternadamente a dois pinhões ligados ao eixo de saída. Willis, 1870, descreve este artifício como falho em função do choque causado na inversão brusca de velocidade e o risco dos primeiros dentes não engrenarem corretamente. O mecanismo é mostrado na Figura 2.1.

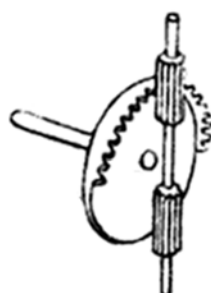


Figura 2.1 - Dois pinhões acionados por segmento de coroa [adaptado de Willis, 1870].

## 2.2. Mecanismo de quatro barras e segmento de engrenagem

Outro mecanismo é mostrado por Sclater e Chironis, 2007, onde um conjunto de engrenagens é utilizado para multiplicar a oscilação obtida por um mecanismo de quatro barras. O mecanismo é mostrado na Figura 2.2.

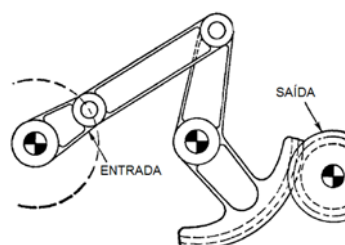


Figura 2.2 - Mecanismo de quatro barras e segmento de engrenagem [adaptado de Sclater e Chironis, 2007].

## 2.3. Mecanismo para movimento alternativo

Entre os vários dispositivos descritos por Hiscox, 1907, encontra-se o mecanismo mostrado na Figura 2.3. Um eixo condutor transmite movimento de forma alternada a duas engrenagens cônicas contrapostas, através de um sistema de embreagem dupla atuado externamente. Uma terceira engrenagem cônica, ligada ao eixo de saída, recebe movimento das primeiras engrenagens.

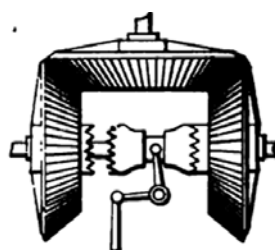


Figura 2.3 – Mecanismo para movimento alternativo [Hiscox, 1907].

## 2.4. Mecanismo para transformar movimento rotativo unidirecional em oscilante

Um mecanismo para transformar um movimento giratório contínuo unidirecional em um movimento oscilante é descrito por Uhler, 1970. Uma engrenagem planetária ao girar no interior da engrenagem anular, provoca o movimento oscilante de um pino fixo à sua periferia. Este movimento oscilatório é transmitido a uma manivela fixa a outra engrenagem planetária. Esta última é forçada a efetuar um movimento oscilatório em ciclos de meia volta que são transmitidos ao eixo de saída. O mecanismo é mostrado na Figura 2.4.

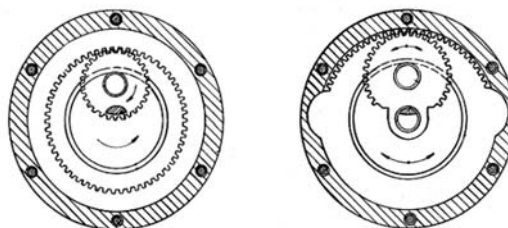


Figura 2.4 - Patente US 3516267 A [adaptado de Uhler, 1970].

## 2.5. Mecanismo para converter movimento rotativo unidirecional em bidirecional

Tschudin, 1988, descreve em sua patente um mecanismo para converter movimento rotativo unidirecional em movimento rotativo bidirecional. O mecanismo compreende uma engrenagem cônica ligada ao eixo de entrada, com dentes em apenas uma parte de sua circunferência e duas engrenagens cônicas contrapostas fixas ao eixo de saída. O mecanismo é mostrado na Figura 2.5.

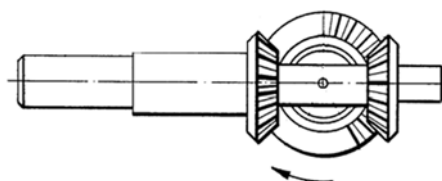


Figura 2.5 - Patente US 4781072 A [adaptado de Tschudin, 1988].

## 2.6. Rodas estreladas com ranhuras circulares

As rodas estreladas com ranhuras circulares, inventadas por Zugel, 1969, são mecanismos para indexação e não geram, isoladamente, movimento alternado em sua saída, servindo neste trabalho como referência para a transformação de movimentos mecânicos. O mecanismo consiste em uma roda motora com pinos para aceleração e desaceleração, e de uma roda movida construída com ranhuras circulares para acionamento pelos pinos. As rodas podem ou não conter segmentos de engrenagem para regiões de velocidade constante. O mecanismo conta ainda com sistema de travamento, para as fases de pausa no movimento. As rodas em forma de estrela com as suas ranhuras de arco circular são fáceis de fabricar e, como as ranhuras são arcos circulares verdadeiros, podem ser visualizadas, para análise matemática, como mecanismos de quatro barras durante todo o período de engate do pino com a ranhura [Sclater e Chironis, 2007]. A Figura 2.6 mostra exemplos das rodas estreladas com ranhuras circulares.

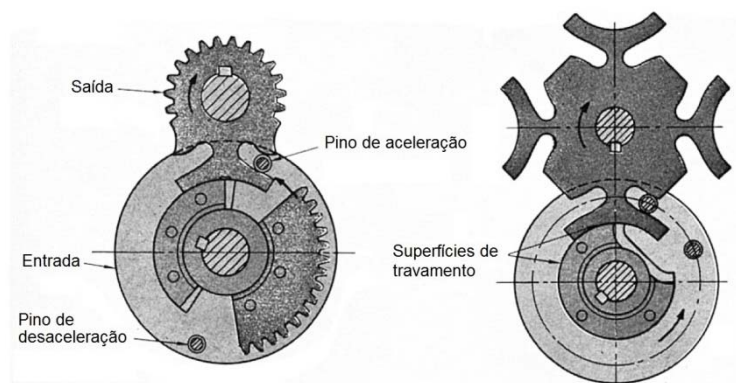


Figura 2.6 - Rodas estreladas com ranhuras circulares [adaptado de Sclater e Chironis, 2007].

## 2.7. Mecanismo de movimento alternativo com duas rodas de entrada

O trabalho de Quaglia et alli, 2007, descreve um dispositivo composto por duas rodas estreladas acopladas. O mecanismo é impulsionado por duas rodas motoras posicionadas em um mesmo eixo e com rotações opostas. Este mecanismo utiliza ranhuras epícicloidais para as reversões de velocidade. O mecanismo é mostrado na Figura 2.7.

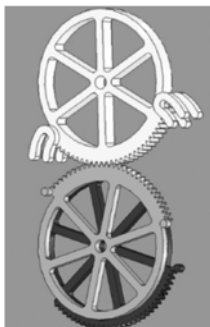


Figura 2.7 - Mecanismo de movimento alternativo com duas rodas de entrada [adaptado de Quaglia et alli, 2007].

## 3. GERAÇÃO DE CONCEITOS

Com base nos exemplos obtidos na busca preliminar, foram gerados novos conceitos visando atender os objetivos deste trabalho. A seguir são listados os cinco conceitos obtidos, seguidos de uma breve descrição:

- **Conceito 1:** Consiste em adaptar o mecanismo descrito na Seção 2.4 para ser usado com cremalheira e pinhão. O movimento alternativo linear de um pino fixado à periferia da engrenagem é transferido à cremalheira que, por sua vez, transfere um movimento rotativo alternado para o pinhão ligado ao eixo de saída.
- **Conceito 2:** Consiste em adaptar as rodas estreladas de ranhuras circulares, descritas na Seção 2.6, para serem acionadas por duas rodas motoras com rotações opostas e posicionadas em eixos distintos e paralelos ao eixo de saída. Esse conceito difere do descrito na Seção 2.7 por utilizar ranhuras circulares e não as epícicloidais e por utilizar apenas uma roda estrelada acionada por rodas motoras posicionadas em eixos distintos.
- **Conceito 3:** Consiste em utilizar um trem epícicloidal cônico de topo para a transmissão principal de movimento enquanto o eixo do suporte planetário é utilizado para o controle da velocidade na saída. O mecanismo utiliza a engrenagem solar como entrada e a engrenagem anular como saída. O controle de rotação do eixo do suporte planetário se dá através de algum dispositivo de indexação.
- **Conceito 4:** Consiste em adaptar o mecanismo apresentado na Seção 2.3, utilizando um came cilíndrico para o acionamento da embreagem dupla. O came cilíndrico, por sua vez, recebe movimento do eixo de entrada.
- **Conceito 5:** Consiste em utilizar o mecanismo apresentado na seção 2.2, adaptando-o aos objetivos deste trabalho.

## 4. SELEÇÃO DO CONCEITO

Adotou-se a Matriz de Decisão como ferramenta para a seleção do conceito. Para a construção desta matriz, foram estabelecidos os critérios de avaliação com base nos objetivos

propostos. Após, foram estabelecidos pesos de 1 a 5 conforme o grau de importância, e notas de 1 a 5 conforme o atendimento do critério.

Após avaliar os conceitos em cada critério, foi montada a Matriz de Decisão apresentada na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Matriz de Decisão.

Critérios de Avaliação	Conceito 1			Conceito 2		Conceito 3		Conceito 4		Conceito 5	
	Peso	Nota	P x N	Nota	P x N	Nota	P x N	Nota	P x N	Nota	P x N
Dimensões	5	4	20	4	20	3	15	3	15	2	10
Peso	4	4	16	5	20	2	8	2	8	4	16
Robustez	4	5	20	3	12	4	16	3	12	3	12
Impacto / vibrações	5	4	20	4	20	4	20	5	25	4	20
Fabricação	3	5	15	3	9	2	6	3	9	4	12
Montagem	1	5	5	5	5	2	2	3	3	5	5
Manutenção	3	4	12	2	6	2	6	2	6	4	12
Eficiência energética	5	4	20	3	15	3	15	2	10	4	20
Obtenção de ciclos assimétricos	4	1	4	5	20	4	16	3	12	1	4
Faixas com velocidade constante	4	1	4	5	20	5	20	4	16	2	8
Total			136		147		124		116		119

O Conceito 2 obteve maior pontuação e, portanto, foi selecionado.

## 5. DETALHAMENTO DO CONCEITO

O mecanismo proposto é constituído de duas rodas motoras, denominadas *A* e *B*, e uma roda movida, denominada *C*. As rodas motoras recebem rotação constante e oposta, com velocidades iguais em módulo, através de algum dispositivo sincronizador ligado ao eixo de entrada. A roda movida recebe movimento das rodas motoras alternadamente e transmite rotação alternada ao eixo de saída. A Figura 5.1 representa um esboço do mecanismo destacando as partes principais.

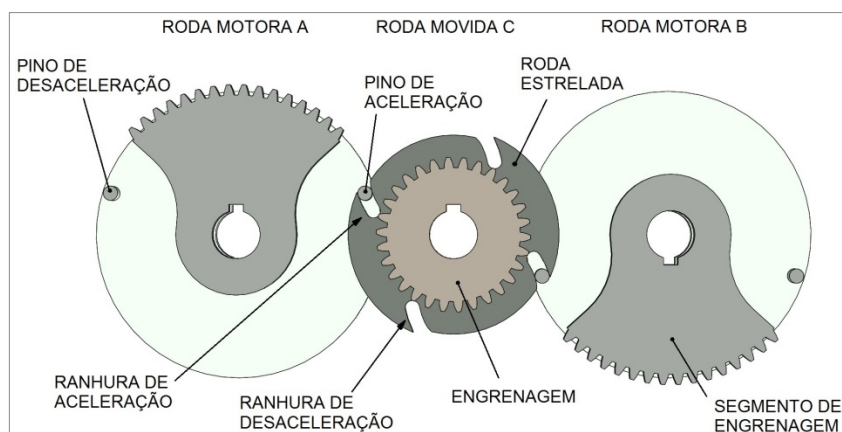


Figura 5.1 – Mecanismo proposto: roda estrelada com duplo acionamento.

Cada roda motora possui pinos de aceleração e desaceleração além de uma região para transmissão de velocidade constante através de um segmento de engrenagem cilíndrica. As rodas motoras, propostas neste trabalho, diferem das rodas motoras dos mecanismos de roda estrelada tradicionais, por não possuírem tambor de travamento, já que não existem intervalos de parada no eixo de saída.

A roda movida C é constituída por uma peça denominada roda estrelada, construída com ranhuras circulares para as fases de aceleração e desaceleração. Essa peça é fixada a uma engrenagem cilíndrica que, juntamente com os segmentos de engrenagem das rodas motoras, é responsável pelas fases de velocidade angular constante. Pelo mesmo motivo das rodas motoras, a roda movida não possui sapata de travamento.

O mecanismo deve ser dimensionado e sincronizado de forma que, no momento em que o pino de desaceleração de uma das rodas motoras abandona uma ranhura de desaceleração, o pino de aceleração da outra roda motora encontra uma ranhura de aceleração, invertendo o sentido de giro da roda movida de maneira suave.

A seguir, é feita uma análise das dimensões e dos ângulos necessários ao projeto deste mecanismo. Para facilitar esta análise, a Figura 5.2 representa as rodas A e C no momento em que inicia o movimento de aceleração, quando o pino de aceleração da roda A encontra a respectiva ranhura circular da roda C.

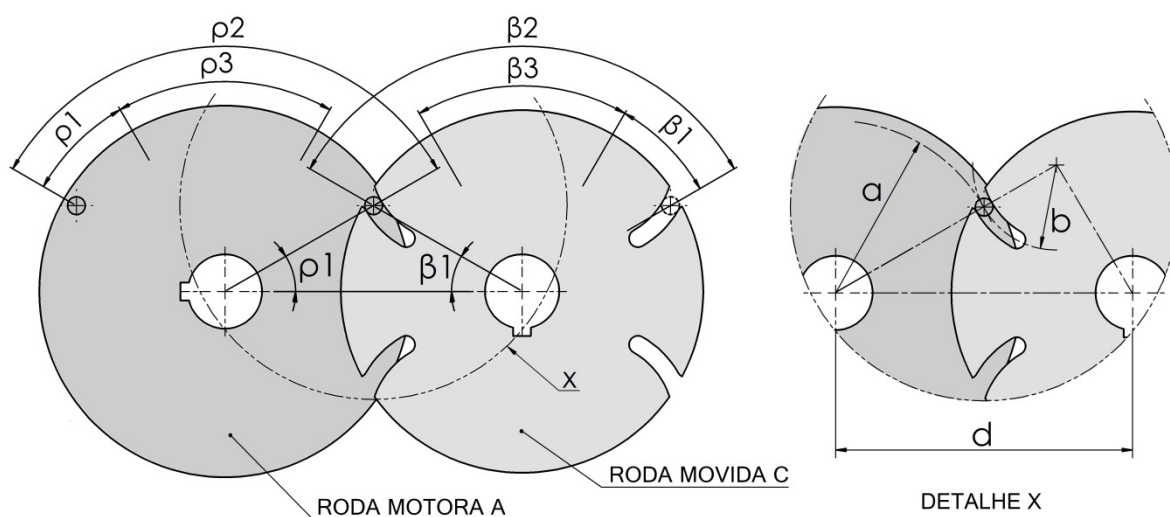


Figura 5.2 - Detalhe das rodas A e C no início do movimento de aceleração.

Neste momento, a linha que liga o pino de aceleração ao centro da roda motora forma um ângulo  $\rho_1$  com a linha entre os centros das rodas A e C. E, a linha que liga o pino ao centro da roda movida forma um ângulo  $\beta_1$  com a linha entre os centros das rodas A e C. A distância entre os centros das rodas motora e movida, denominada  $d$ , é obtida através do dimensionamento das engrenagens. Com o uso de relações trigonométricas, é possível estabelecer a distância do pino ao centro da roda motora, conforme mostrado na Equação 5.1:

$$a = \frac{d \sin(\beta_1)}{\sin(\rho_1 + \beta_1)} \quad (5.1)$$

onde  $a$  é a distância do pino ao centro da roda motora (Detalhe X da Figura 5.2). O movimento total de aceleração na roda motora ocorre em um deslocamento angular igual a duas vezes o ângulo  $\rho_1$ . Por simetria, o deslocamento angular durante o movimento de desaceleração é também igual a duas vezes o ângulo  $\rho_1$ . De maneira similar, os movimentos de aceleração e desaceleração, executados pela roda movida possuem deslocamento angular igual a duas

vezes  $\beta_1$ . As equações a seguir, podem ser usadas para as rodas A ou B, conforme o subíndice.

O deslocamento angular total, executado pela roda motora durante a fase em que transmite rotação à roda movida, compreende as etapas de aceleração, de transmissão constante e de desaceleração. Esse deslocamento angular é obtido através da Equação 5.2:

$$\rho_{T_{A,B}} = 4\rho_1 + \rho_{3_{A,B}} \quad (5.2)$$

onde  $\rho_T$  representa o deslocamento angular total da roda motora e  $\rho_3$  representa o deslocamento angular da roda motora durante a fase de transmissão constante, compreendido entre o fim do movimento de aceleração e início do movimento de desaceleração. Após, pode-se calcular o ângulo entre pinos utilizando a Equação 5.3:

$$\rho_{2_{A,B}} = 2\rho_1 + \rho_{3_{A,B}} \quad (5.3)$$

onde  $\rho_2$  é o ângulo entre os pinos de aceleração e desaceleração em relação ao centro da roda motora.

O deslocamento angular total, executado pela roda movida durante a fase em que recebe rotação da roda motora, compreende as etapas de aceleração, de transmissão constante e de desaceleração. Esse deslocamento angular é obtido através da Equação 5.4:

$$\beta_{T_{A,B}} = 4\beta_1 + \beta_{3_{A,B}} \quad (5.4)$$

sendo que  $\beta_T$  representa o deslocamento angular total da roda movida e  $\beta_3$  representa o deslocamento angular da roda movida durante a região de transmissão constante. Esse último deve respeitar a relação de transmissão entre o segmento de engrenagem da roda motora e a engrenagem da roda movida conforme mostra a Equação 5.5:

$$\beta_{3_{A,B}} = \rho_{3_{A,B}} i \quad (5.5)$$

onde  $i$  é a relação de transmissão entre as engrenagens. As ranhuras de aceleração e desaceleração são construídas de forma simétrica e o ângulo formado entre as posições virtuais das entradas destas ranhuras, denominou-se  $\beta_2$ , que é obtido através da Equação 5.6.

$$\beta_{2_{A,B}} = 2\beta_1 + \beta_{3_{A,B}} \quad (5.6)$$

A ranhura circular possui um raio  $b$  e o centro de curvatura encontra-se sobre o prolongamento da linha que liga o centro da roda motora ao centro do pino. Este raio de curvatura da ranhura circular possui um papel importante no modo de atuação das forças de aceleração [Sclater e Chironis, 2007]. A única restrição ao raio  $b$  para que o mecanismo funcione é que respeite um tamanho mínimo conforme mostra a Equação 5.7 [Zugel, 1969]:

$$b > \frac{a(d - d \cos \rho)}{d - 2a + d \cos \rho} \quad (5.7)$$

Para garantir o sincronismo, é necessário que os ângulos totais de transmissão de movimento das rodas motoras sejam escolhidos seguindo a relação mostrada na Equação 5.8.

$$\rho_{T_A} + \rho_{T_B} = 360^\circ \quad (5.8)$$

Adotando que a roda A gera um deslocamento angular positivo na roda movida enquanto a roda B gera um deslocamento angular negativo na roda movida, o deslocamento total após um ciclo completo pode ser descrito pela Equação 5.9:



$$\beta_C = \beta_{T_A} - \beta_{T_B} \quad (5.9)$$

onde,  $\beta_C$  é o deslocamento angular total da roda movida após um ciclo. Este ângulo é utilizado para posicionar o par de ranhuras de um ciclo em relação a outro na roda estrelada.

## 6. ANÁLISE CINEMÁTICA

As fases de aceleração e desaceleração podem ser analisadas como um mecanismo de quatro barras, conforme mencionado na Seção 2.6. A Figura 6.1 mostra um detalhe do mecanismo no início da fase de aceleração e a representação vetorial de um mecanismo de quatro barras. A seguir, essa analogia é utilizada para as análises de posição angular, velocidade angular e aceleração angular durante a fase de aceleração. Convém mencionar que o comportamento da fase de desaceleração é simétrico ao da fase de aceleração, não necessitando ser estudado separadamente. A fase de velocidade constante não é abordada neste capítulo por se tratar de uma transmissão por engrenagens típica.

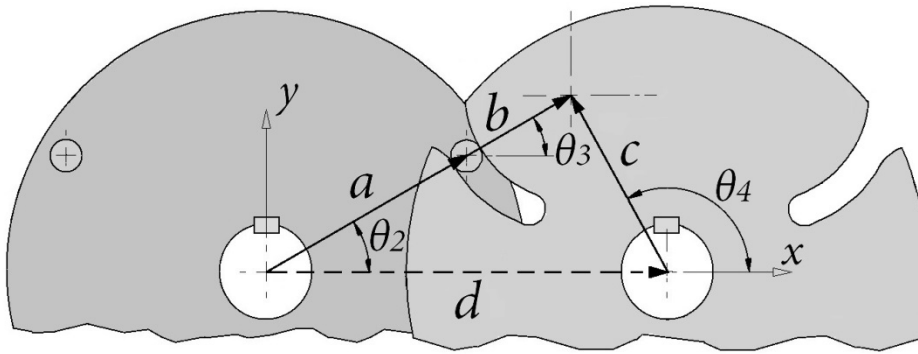


Figura 6.1 – Representação vetorial do mecanismo de 4 barras.

### 6.1. Análise de Posição

As posições de um mecanismo de quatro barras qualquer podem ser definidas com apenas um parâmetro [Norton, 1999]. Neste estudo, o parâmetro de entrada utilizado é o ângulo da barra motora, representado por  $\theta_2$  na Figura 6.1. A equação do laço vetorial representado na Figura 6.1 pode ser formulada como:

$$\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} - \vec{d} = 0 \quad (6.1)$$

onde,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  e  $\vec{d}$  são os vetores que representam as barras, conforme mostrado na Figura 6.1. Adotando os eixos  $x$  e  $y$  em uma posição conveniente e, considerando-se que os comprimentos das barras são constantes e conhecidos, pode-se decompor a Equação 6.1 como segue:

$$a \cos\theta_2 + b \cos\theta_3 - c \cos\theta_4 - d \cos\theta_1 = 0 \quad (6.2)$$

$$a \sin\theta_2 + b \sin\theta_3 - c \sin\theta_4 = 0 \quad (6.3)$$

onde,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e  $\theta_4$  são os ângulos que as barras  $d$ ,  $a$ ,  $b$  e  $c$  formam com o eixo  $x$ , respectivamente. As equações escalares 6.2 e 6.3 podem agora ser simultaneamente resolvidas para  $\theta_3$  e  $\theta_4$ . Apresenta-se a seguir, as equações já resolvidas sem demonstrar as deduções.

$$\theta_4 = 2 \operatorname{atan} \left( \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) \quad (6.4)$$

$$\theta_3 = 2 \operatorname{atan} \left( \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right) \quad (6.5)$$

onde,

$$\begin{aligned} A &= \cos\theta_2 - \frac{d}{a} - \frac{d}{c} \cos\theta_2 + \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac}, \\ B &= -2\sin\theta_2, \\ C &= \frac{d}{a} - \left( \frac{d}{c} + 1 \right) \cos\theta_2 + \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac}, \\ D &= \cos\theta_2 - \frac{d}{a} + \frac{d}{b} \cos\theta_2 + \frac{-a^2 - b^2 + c^2 - d^2}{2ac}, \\ E &= -2\cos\theta_2, \\ F &= \frac{d}{a} + \left( \frac{d}{b} - 1 \right) \cos\theta_2 + \frac{-a^2 - b^2 + c^2 - d^2}{2ac}. \end{aligned}$$

Vale ressaltar que  $\theta_4$  representa a posição angular de saída do mecanismo e que a obtenção desse e de  $\theta_3$  se faz necessária para os cálculos das velocidades angulares na próxima seção.

## 6.2. Análise de Velocidade

A análise de velocidade pode ser feita derivando-se as equações de posição 6.2 e 6.3 em relação ao tempo. As equações resultantes são mostradas a seguir:

$$-a \omega_2 \sin\theta_2 - b \omega_3 \sin\theta_3 + c \omega_4 \sin\theta_4 = 0 \quad (6.6)$$

$$a \omega_2 \cos\theta_2 + b \omega_3 \cos\theta_3 - c \omega_4 \cos\theta_4 = 0 \quad (6.7)$$

onde,  $\omega_2$  é a velocidade angular de entrada,  $\omega_3$  é a velocidade angular da barra  $b$  e  $\omega_4$  é a velocidade angular da barra  $c$ . As Equações 6.6 e 6.7 são então resolvidas por substituição direta que resultam em:

$$\omega_3 = \frac{a \omega_2 \sin(\theta_4 - \theta_2)}{b \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad (6.8)$$

$$\omega_4 = \frac{a \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{c \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (6.9)$$

Assumindo que a velocidade angular de entrada  $\omega_2$  é constante e conhecida e obtendo os ângulos  $\theta_3$  e  $\theta_4$  com as Equações 6.4 e 6.5, têm-se as velocidades angulares  $\omega_3$  e  $\omega_4$  com as Equações 6.8 e 6.9. É importante ressaltar que  $\omega_4$  coincide com a velocidade angular de saída do mecanismo e que a obtenção deste e de  $\omega_3$  se faz necessária para os cálculos da aceleração angular na próxima seção.

### 6.3. Análise de Aceleração

A análise de aceleração pode ser feita derivando-se, obviamente, as equações de velocidade 6.6 e 6.7 em relação ao tempo. As equações resultantes são mostradas a seguir:

$$-a \alpha_2 \sin \theta_2 - a \omega_2^2 \sin \theta_2 - b \alpha_3 \sin \theta_3 - b \omega_3^2 \sin \theta_3 - c \alpha_4 \sin \theta_4 - c \omega_4^2 \sin \theta_4 = 0 \quad (6.10)$$

$$a \alpha_2 \sin \theta_2 - a \omega_2^2 \sin \theta_2 + b \alpha_3 \sin \theta_3 - b \omega_3^2 \sin \theta_3 - c \alpha_4 \sin \theta_4 + c \omega_4^2 \sin \theta_4 = 0 \quad (6.11)$$

onde,  $\alpha_2$  é a aceleração angular da barra  $a$ ,  $\alpha_3$  é a aceleração angular da barra  $b$  e  $\alpha_4$  é a aceleração angular da barra  $c$ . A aceleração angular da barra  $c$  é a aceleração de saída do mecanismo e de interesse neste estudo. A resolução simultânea das Equações 6.10 e 6.11, considerando que  $\alpha_2$  é igual a zero, fornece a expressão para  $\alpha_4$  apresentada na Equação 6.12.

$$\alpha_4 = \frac{CE - BF}{AE - BD} \quad (6.12)$$

onde,

$$A = c \sin \theta_4,$$

$$B = b \sin \theta_3,$$

$$C = a \omega_2^2 \cos \theta_2 + b \omega_3^2 \cos \theta_3 - c \omega_4^2 \cos \theta_4,$$

$$D = c \cos \theta_4,$$

$$E = b \cos \theta_3,$$

$$F = -a \omega_2^2 \sin \theta_2 - b \omega_3^2 \sin \theta_3 + c \omega_4^2 \sin \theta_4.$$

## 7. ESTUDO DE CASO

Para ilustrar o processo de concepção do mecanismo proposto, é apresentada nesta seção a criação de um modelo virtual. Para tanto, algumas características foram definidas previamente de forma arbitrária e são descritas a seguir.

A fim de obter um movimento assimétrico na saída, ou seja, intervalos diferentes de rotação no sentido horário e anti-horário, escolheu-se  $\rho_{TA} = 120^\circ$ . As engrenagens utilizadas neste exemplo são cilíndricas de dentes retos com perfil evolvente e ângulo de pressão igual a  $20^\circ$ . Arbitrou-se o módulo:  $m = 2$ , a relação de transmissão:  $i = 2$  e o número de dentes das engrenagens:  $Z_1 = 60$  e  $Z_2 = 30$ . Da formulação básica para engrenagens (ver Apêndice C) obtiveram-se os diâmetro primitivos:  $Dp_1 = 120 \text{ mm}$  e  $Dp_2 = 60 \text{ mm}$  e, consequentemente, a distância entre centros é  $d = 90 \text{ mm}$ . Através da Equação 5.8 obteve-se  $\rho_{TB} = 240^\circ$ .

Após, procurou-se uma combinação de ângulos  $\rho_1$  e  $\beta_1$  que aproximasse a relação de transmissão  $i$  ao término da fase de aceleração. Para tanto, uma planilha eletrônica foi utilizada para a resolução simultânea das equações do Capítulo 6 e a geração de curvas de velocidade angular  $\omega_4$ . Para a resolução destas equações,  $d$  foi obtido através da distância entre centros das engrenagens,  $a$  foi obtido para cada combinação de  $\rho_1$  e  $\beta_1$ , através da Equação 5.1 e atribuiu-se  $b = 40 \text{ mm}$  como uma aproximação inicial, já que esta variável tem influência reduzida no valor final de velocidade angular. A fim de facilitar a visualização dos resultados, foi utilizada uma velocidade angular de entrada  $\omega_2 = 1^\circ/\text{s}$ . Algumas das curvas obtidas neste estudo são mostradas na Figura 7.1.

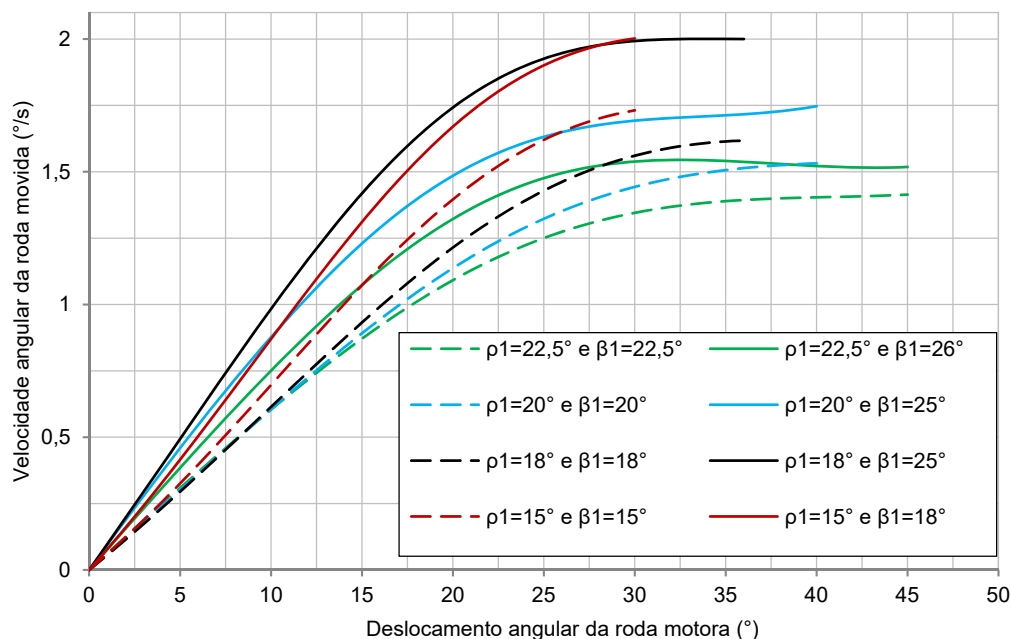


Figura 7.1 - Curvas de velocidade angular, obtidas por meio de cálculo, para diferentes combinações de  $\rho_1$  e  $\beta_1$ .

Escolheu-se a combinação  $\rho_1 = 18^\circ$  e  $\beta_1 = 25^\circ$  e da Equação 5.1 obteve-se  $a = 55,77 \text{ mm}$ .

Após, novas simulações foram feitas para a escolha do raio de curvatura  $b$ . Foram geradas curvas de velocidade angular e de aceleração angular através das Equações 6.9 e 6.12. Utilizaram-se diferentes valores de  $b$  entre  $10 \text{ mm}$  e  $60 \text{ mm}$ . Para facilitar a visualização, a Figura 7.2 mostra apenas algumas destas curvas.

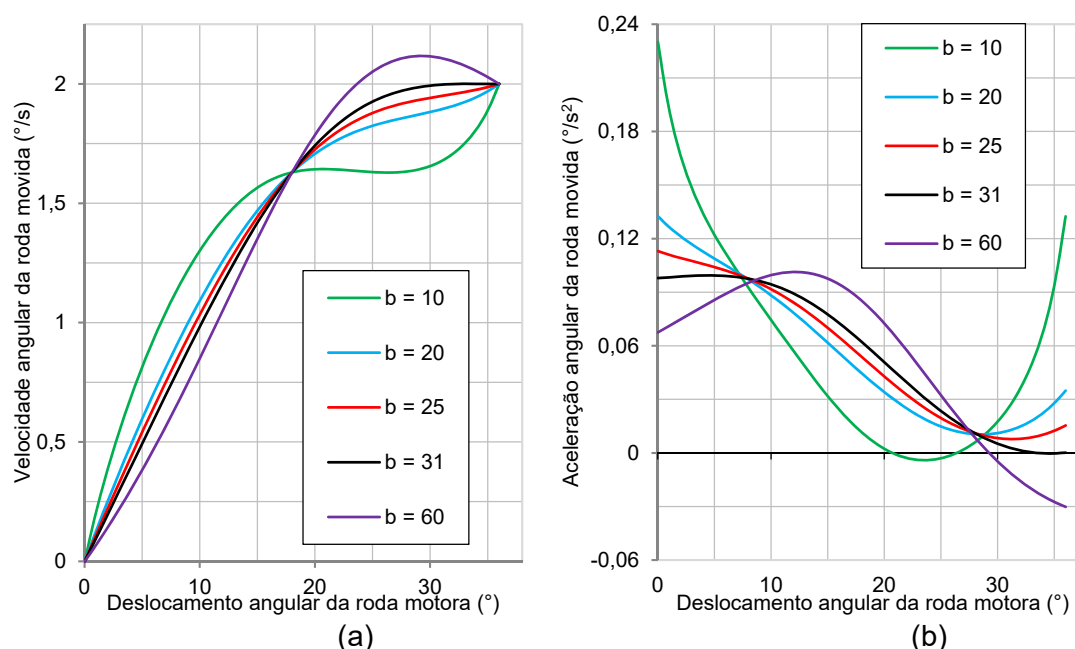


Figura 7.2 - (a) Curvas de velocidade angular obtidas por meio de cálculo; (b) Curvas de aceleração angular obtidas por meio de cálculo.

A curva gerada com  $b = 31 \text{ mm}$  apresentou um valor de aceleração bastante próximo a zero no final do movimento, o que significa uma velocidade angular praticamente constante e transição suave para a próxima fase do movimento, justificando a escolha deste valor.

Aplicando a Equação 5.2 obtiveram-se  $\rho_{3A} = 48^\circ$  e  $\rho_{3B} = 168^\circ$ . Com esses valores, aplicou-se a Equação 5.3 para obter  $\rho_{2A} = 84^\circ$  e  $\rho_{2B} = 204^\circ$ . Através da Equação 5.5 obtiveram-se  $\beta_{3A} = 96^\circ$  e  $\beta_{3B} = 336^\circ$ . E com a Equação 5.4 obtiveram-se  $\beta_{TA} = 196^\circ$  e  $\beta_{TB} = 436^\circ$ . Utilizando a Equação 5.6, obtiveram-se  $\beta_{2A} = 146^\circ$  e  $\beta_{2B} = 386^\circ$ . E, por fim, com a Equação 5.9 obteve-se  $\beta_C = -240^\circ$ , ou seja,  $\beta_C = 120^\circ$ .

A Figura 7.3 representa a sequência de obtenção das ranhuras a serem acionadas pela roda A.

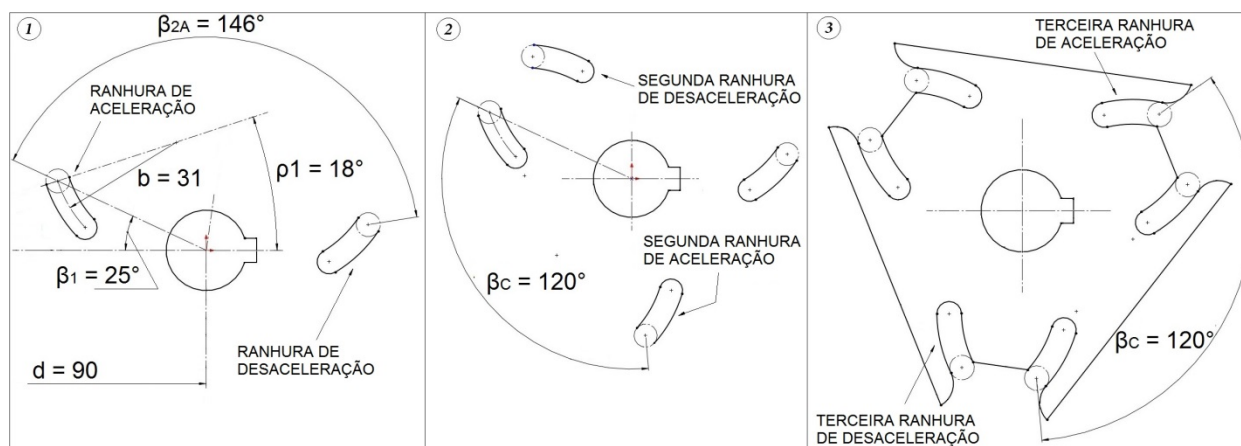


Figura 7.3 - Obtenção das ranhuras.

O primeiro par de ranhuras é projetado de maneira simétrica e utilizando o ângulo  $\beta_{2A}$  para o espaçamento entre as ranhuras. Repete-se o padrão do primeiro par de ranhuras para a obtenção do segundo e terceiro pares, utilizando-se o ângulo  $\beta_C$  como referência para o espaçamento. É possível perceber que  $\beta_{2B}$  coincide com a soma entre  $\beta_{2A}$  e  $\beta_C$ . Em outras palavras, existe uma coincidência entre as posições das ranhuras para a roda A e a roda B. Isso possibilitou a utilização de apenas uma roda estrelada para o acionamento das duas rodas motoras, bastando para tanto, posicionar corretamente os seus eixos em relação ao eixo da roda movida (ver Apêndice B).

Com as dimensões obtidas, construiu-se o modelo virtual utilizando o *software SolidWorks*. O perfil dos dentes das engrenagens foi obtido com a utilização da curva evolvente (ver Apêndice C). A Figura 7.4 mostra o modelo virtual. Mais detalhes do mecanismo são mostrados nos Apêndices A e B.

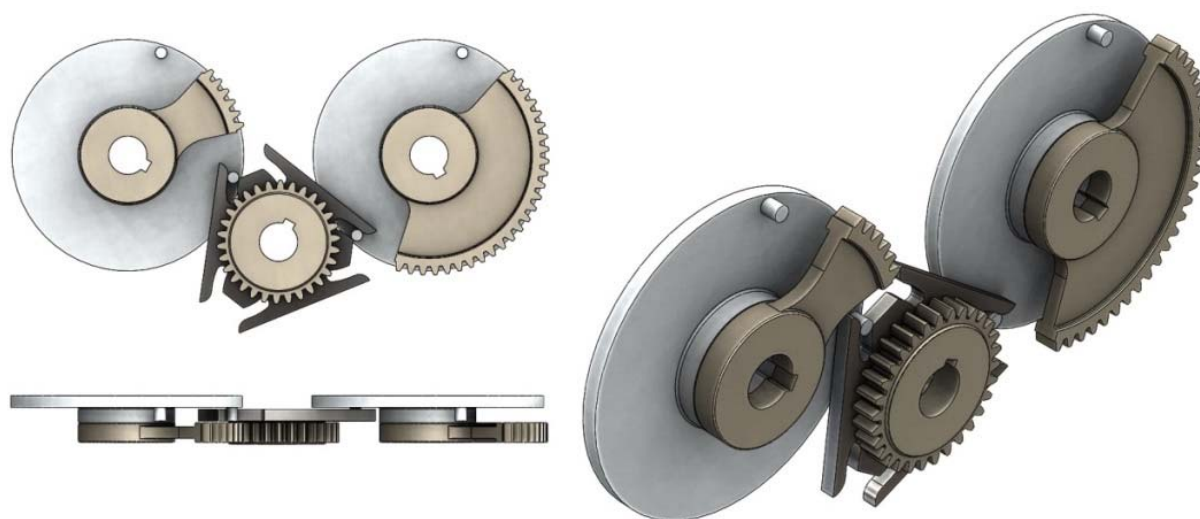


Figura 7.4 - Modelo virtual.

## 8. SIMULAÇÕES

A fim de validar o conceito desenvolvido neste trabalho, o modelo virtual obtido no Capítulo 7 foi submetido a testes funcionais e análises cinemáticas. Os testes funcionais consistiram em análises de movimento realizadas no *SolidWorks* para a verificação de possíveis colisões entre as peças (ver Apêndice D). Estas simulações permitiram o ajuste da posição da engrenagem na roda movida para o correto engrenamento do mecanismo após cada fase de aceleração. A Figura 8.1 mostra a simulação para análise de movimento, no início da fase de velocidade constante.

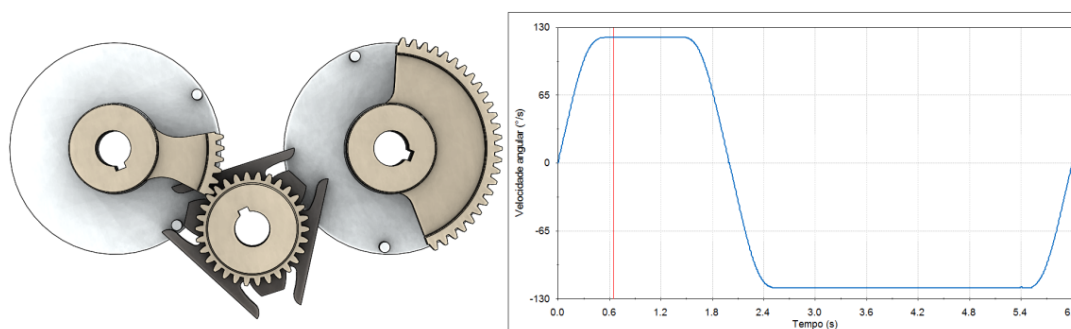


Figura 8.1 – Análise de movimento.

As análises cinemáticas foram realizadas no *software ADAMS* para análise de corpo rígido (ver Apêndice E). Utilizou-se uma velocidade angular de entrada de 10 rpm e um tempo de simulação de 6s. Os resultados teóricos para comparação foram obtidos através das equações do Capítulo 6. O gráfico de deslocamento angular na saída, obtido na simulação, é mostrado na Figura 8.2a. A Figura 8.2b mostra o resultado teórico para o deslocamento angular na saída.

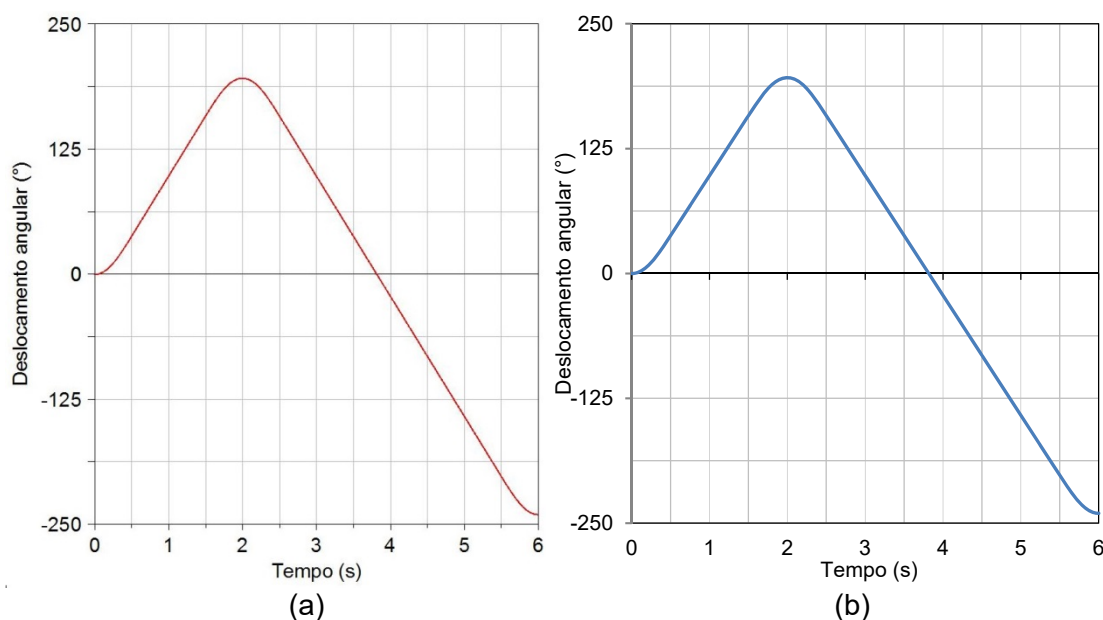


Figura 8.2 - (a) Deslocamento angular na simulação; (b) Deslocamento angular teórico.

O gráfico da velocidade angular na saída, obtido na simulação, é mostrado na Figura 8.3a. A Figura 8.3b mostra o resultado teórico para a velocidade angular também na saída.

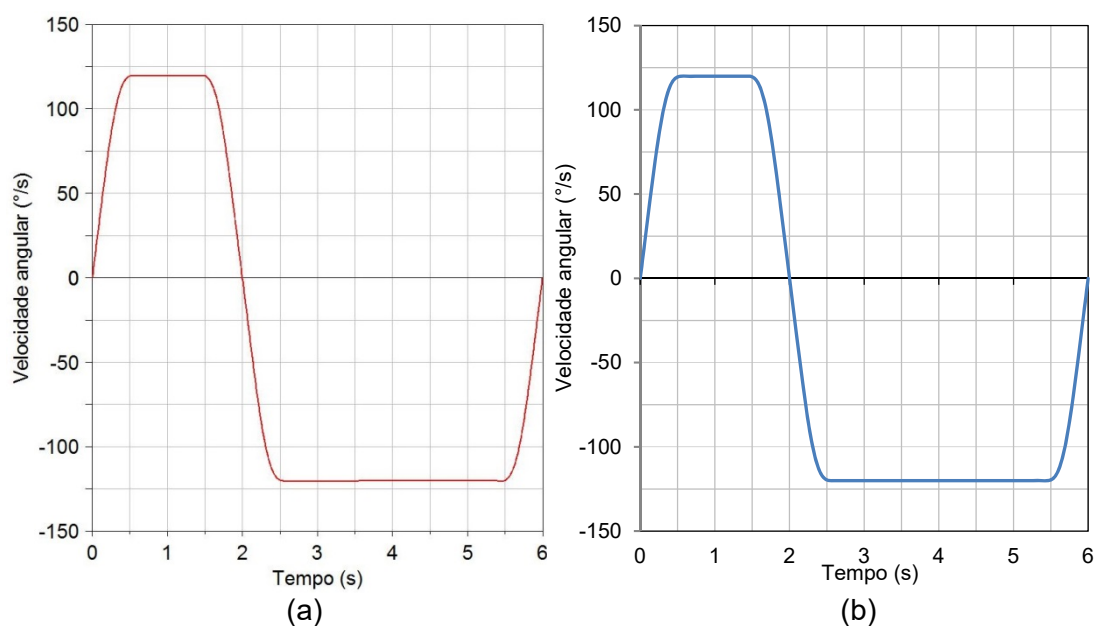


Figura 8.3 - (a) Velocidade angular na simulação; (b) Velocidade angular teórica.

O gráfico da aceleração angular na saída, obtido na simulação, é mostrado na Figura 8.4a. A Figura 8.4b mostra o resultado teórico para a aceleração angular na saída.

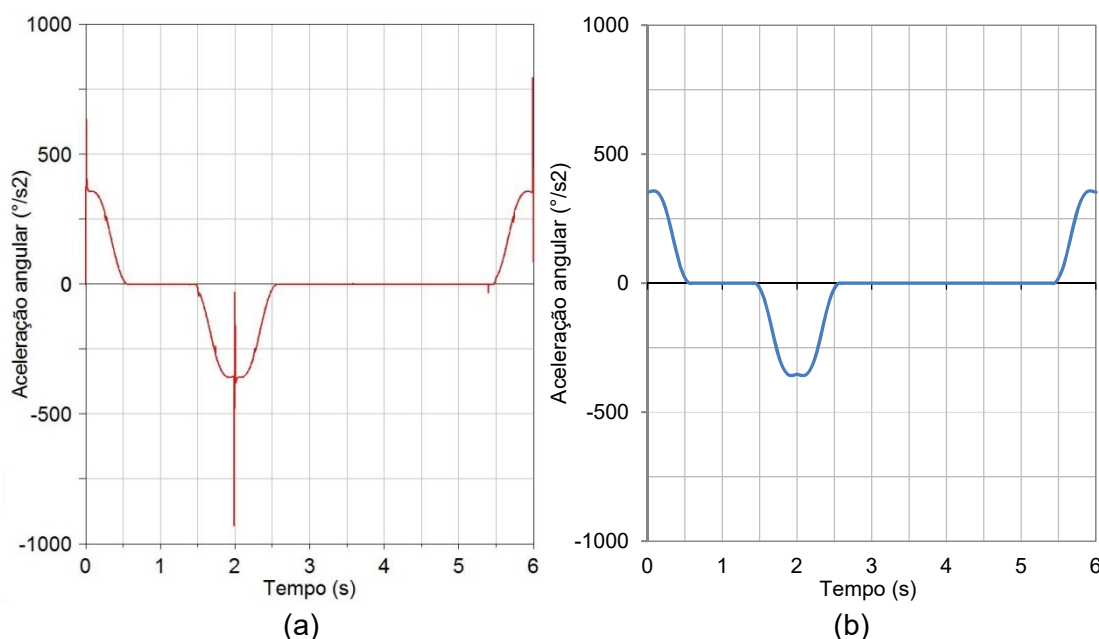


Figura 8.4 - (a) Aceleração angular na simulação; (b) Aceleração angular teórica.

A simulação apresenta resultados muito próximos aos teóricos para o deslocamento angular e a velocidade angular. Os resultados da aceleração angular da simulação apresentam uma aproximação com os resultados teóricos, apesar de o gráfico apresentar picos no início das fases de aceleração. Uma investigação mais aprofundada sobre os picos observados no gráfico de aceleração angular se faz necessária, mas supõe-se que possam ser devido a erros no processamento numérico.

## 9. CONCLUSÕES

Foi possível, com este trabalho, desenvolver um mecanismo capaz de transformar um movimento rotativo contínuo em um movimento rotativo alternado. O conceito proposto utiliza uma roda estrelada com ranhuras circulares, atuada por duas rodas motoras com rotações opostas.

O processo de obtenção das dimensões das peças e a previsão do seu funcionamento se mostraram bastante simples, graças à utilização das ranhuras circulares e da sua analogia com um mecanismo de quatro barras. O conceito possibilita a obtenção de movimento rotativo alternativo na saída com fases de velocidade constante e transições sem ocorrência de impactos. Além disto, o mecanismo apresenta certa versatilidade, com a possibilidade de obtenção de movimento assimétrico na saída, com a alteração dos ângulos de entrada das rodas motoras no momento do projeto.

Construiu-se ainda, como exemplo de projeto, um modelo virtual a fim de testar a funcionalidade do mecanismo proposto e comparar os resultados das simulações cinemáticas com os resultados teóricos. Obteve-se uma aproximação entre estes resultados, validando assim, a formulação desenvolvida neste trabalho para o projeto e a previsão das características de funcionamento deste mecanismo.

Finalmente, pode-se indicar para trabalhos futuros, a construção de um protótipo para ensaios em bancada, bem como a realização de um dimensionamento do mecanismo para uma aplicação específica, incluindo os cálculos estruturais. Além desses, sugere-se a investigação dos picos observados no gráfico da aceleração angular.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Hiscox, G. D., **“Mechanical Movements, Powers and Devices”**, The Norman W. Henley publishing Co., 11<sup>th</sup> edition, 1907.

Norton, R. L., **“Design of Machinery”**, McGraw-Hill, 2<sup>nd</sup> edition, 1999.

Jones, F. D., **“Ingenious Mechanisms for Designers and Inventors”**, Industrial Press Inc., vol. 1, 1930.

Quaglia, G.; Maffiodo, D.; Pescarmona, F. **“A Novel Continuous Alternate Motion Mechanism With Two Input Wheels”**, Journal of Mechanical Design, vol. 129, pp 858-864, 2007.

Sclater, N.; Chironis, N. P., **“Mechanisms and Mechanical Devices Sourcebook”**, McGraw-Hill, 4<sup>rd</sup> edition, 2007.

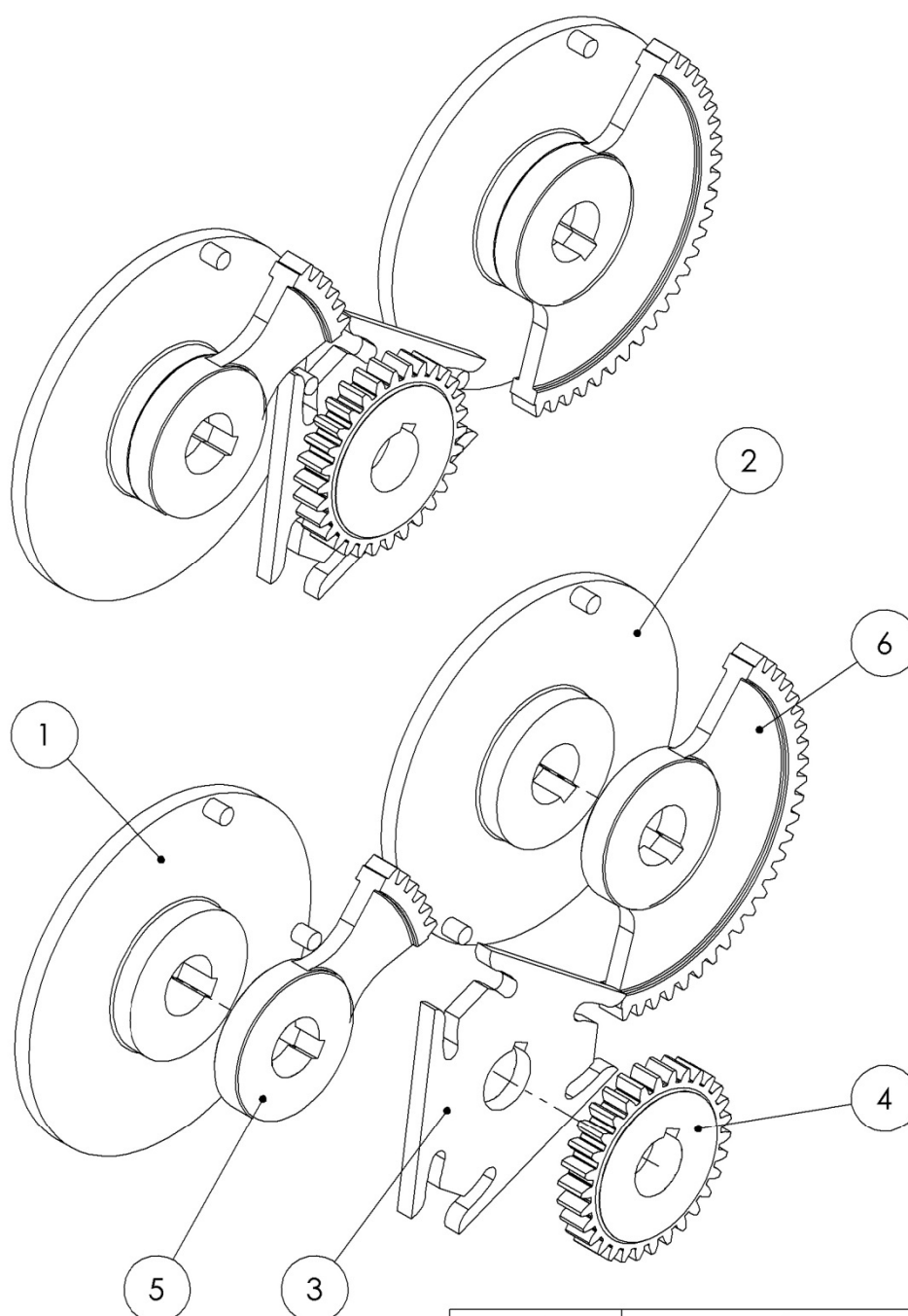
Tschudin, O., inventor, **“Mechanism for Converting Unidirectional Rotative Movement into Alternating Bidirectional Rotative Movement”**, United States patent US 4781072 A, 1988, Nov 1.

Uhlir, P., inventor, **“Mechanism for Transforming a Unidirectional Rotary Motion into an Oscilating Motion”**, United States patent US 3516267 A, 1970, Jun 23.

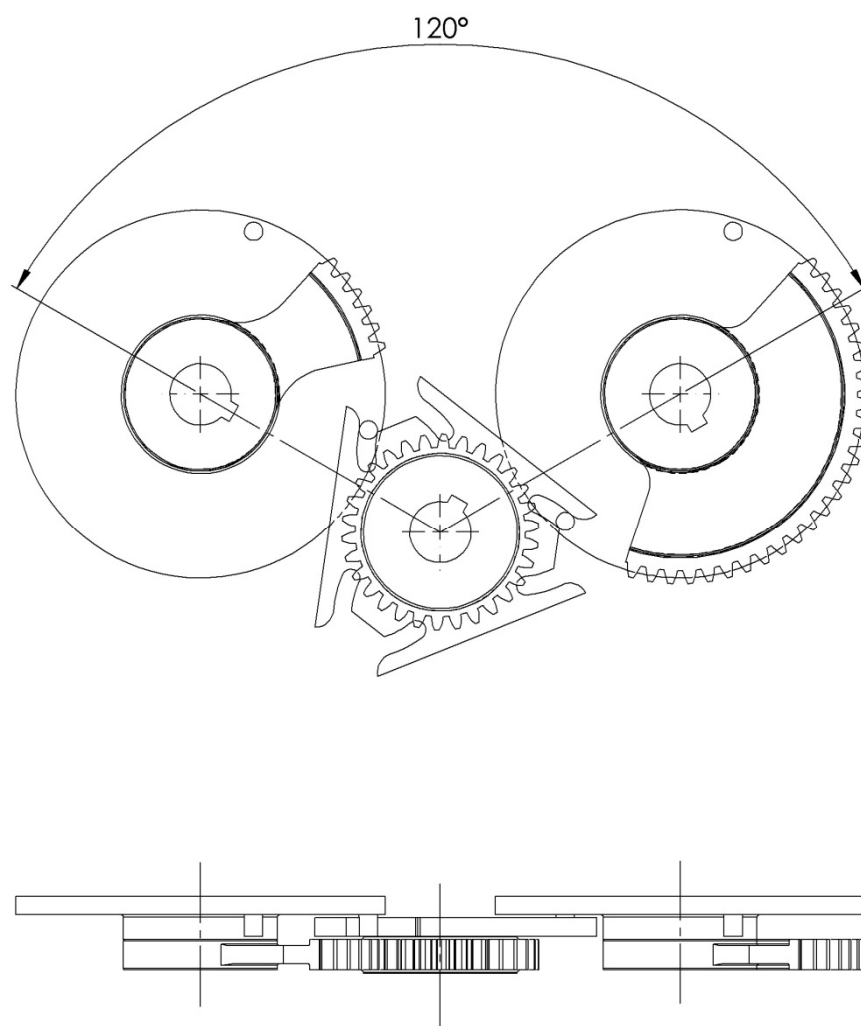
Willis, R. M. A., F. R. S., **“Principles of Mechanism”**, Longmans, Green and Co., 2<sup>nd</sup> edition, 1870.

Zugel, M. J., inventor, **“Intermittent Motion Device”**, United States patent US 3443455 A, 1969, May 13.



**APÊNDICE A – Modelo virtual.**


Nº	PEÇA	QTD.
1	Disco A	1
2	Disco B	1
3	Roda estrelada	1
4	Engrenagem C	1
5	Segmento de engrenagem A	1
6	Segmento de engrenagem B	1

**APÊNDICE B – Posicionamento dos eixos do modelo virtual.**

**APÊNDICE C** – Dimensionamento das engrenagens para o estudo de caso.

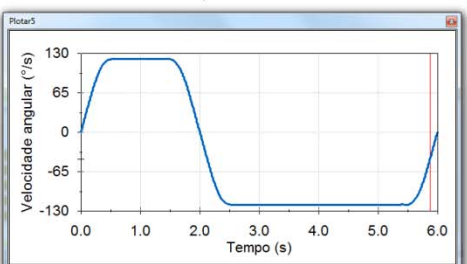
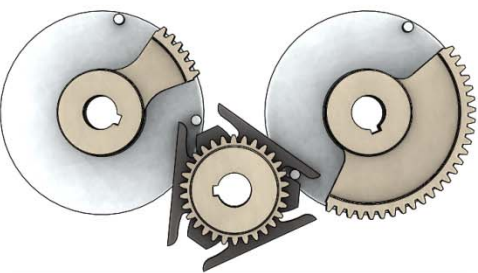
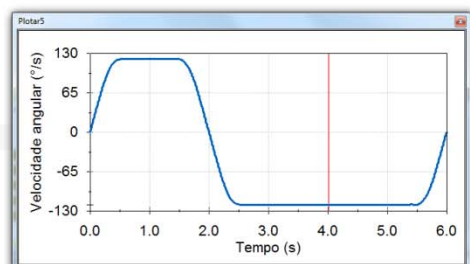
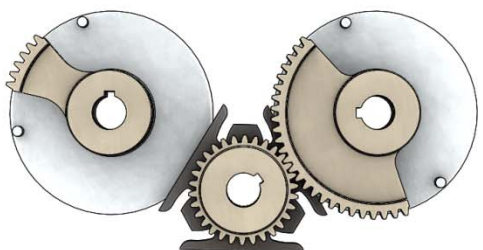
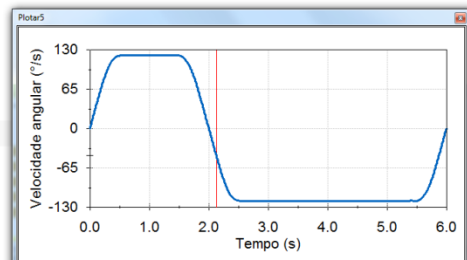
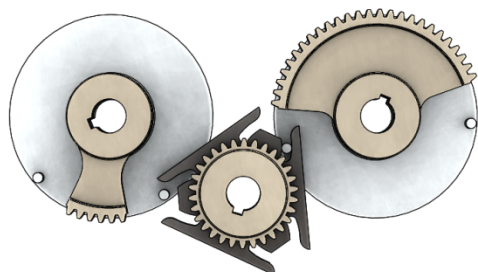
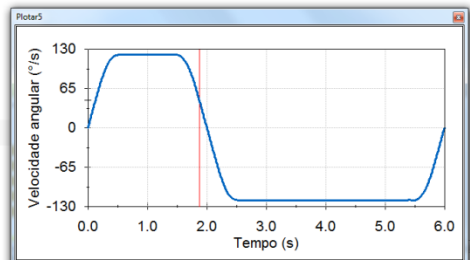
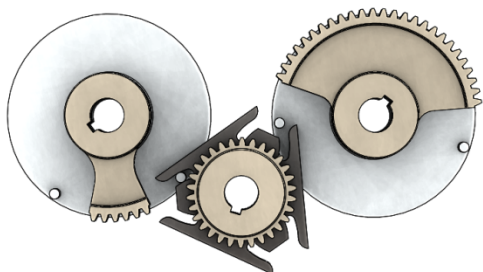
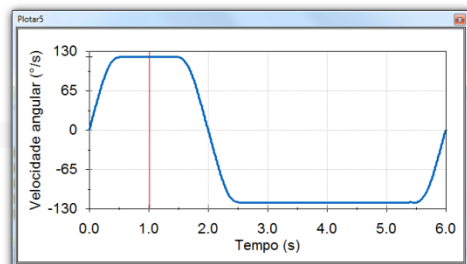
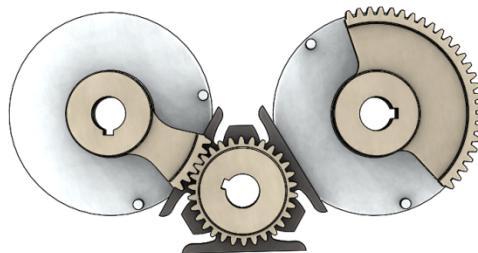
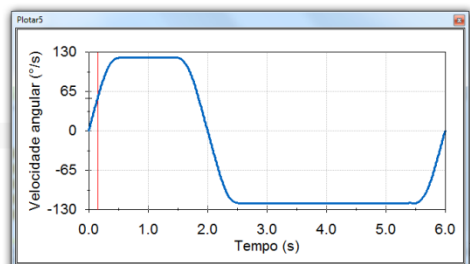
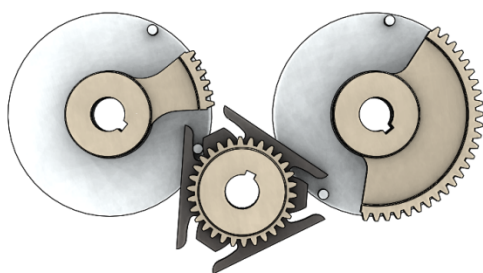
Cálculos das dimensões das engrenagens:

DESCRIÇÃO	CÁLCULO	ENGRENAGEM MOTORA	ENGRENAGEM MOVIDA
Módulo [mm]	m	2	
Ângulo de pressão [°]	$\theta$	20	
Relação de transmissão	i	2	
Número de dentes	Z	60	30
Diâmetro primitivo [mm]	$D_p = mz$	120	60
Diâmetro externo [mm]	$D_e = m(z+2)$	124	64
Diâmetro de base [mm]	$D_b = D_p \cos\theta$	112,76	56,38
Diâmetro interno [mm]	$D_i = m(z-2,334)$	115,33	55,33
Ângulo do dente [°]	$\gamma = 90/Z$	1,5	3
Distância entre centros [mm]	$d = (D_{p1} + D_{p2})/2$	90	

Equação paramétrica da curva evolvente utilizada no perfil dos dentes das engrenagens:

$$X_t = \frac{D_b}{2} (\cos(t) + t \sin(t))$$

$$Y_t = \frac{D_b}{2} (\sin(t) - t \cos(t))$$

**APÊNDICE D – Simulação no SolidWorks (análise de movimento).**

**APÊNDICE E** – Resultados da simulação no ADAMS.