

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

LUAN COSTA DA COSTA

**Plasma de Quarks e Glúons: Aspectos
Teóricos e Aplicações em Astrofísica**

Prof. Dr. Fernando Haas
Orientador

Porto Alegre, Dezembro de 2018

Plasma de Quarks e Glúons: Aspectos Teóricos e Aplicações em Astrofísica

Luan Costa da Costa

Projeto Final de Curso submetido ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Física.

Apresentado por:

Luan Costa da Costa

Aprovado por:

Prof. Dr. Fernando Haas

Prof. Dr. Luis Gustavo Pereira

Prof. Dr. Magno Valerio Trindade Machado

PORTO ALEGRE, RS - BRASIL

Dezembro de 2018

Agradecimentos

Gostaria de aproveitar o espaço para agradecer a todos aqueles que de alguma forma colaboraram para a minha formação. Sei que é apenas um passo de muitos, mas não posso deixar de agradecer aqueles que sempre estiveram do meu lado.

Começo agradecendo aos meus pais, Lúcia e Rogério, que sempre deram apoio absoluto para mim, principalmente em relação aos estudos. Ensinaram-me a importância da educação e como ela pode mudar vidas e transformar o mundo. Agradeço também aos demais familiares que torceram por mim para que tudo desse certo. Agradeço a Nathália, que esteve comigo desde o início do curso, sempre me compreendendo e me dando apoio, apoio esse muitas vezes imprescindível para poder seguir em frente.

Gostaria de agradecer aos meus amigos. Principalmente ao Alexandre, colega e parceiro de todas as horas, de Santa Maria a Porto Alegre, da engenharia para a física. Também faço um agradecimento amplo a todos os meus outros amigos que de alguma forma estiveram presentes na minha vida durante esse tempo.

Por fim, gostaria de agradecer aos mestres, os professores que me estimularam, me desafiaram, me incentivaram a seguir o rumo da física. Começo pela Prof. Izabel, que me despertou o amor à física fazendo aulas extras e incentivando a participação nas olimpíadas científicas. Na graduação, vale mencionar dois professores que tiveram importância. Prof. Clara, minha primeira professora de física na graduação, fez eu ver que estava no caminho certo; e Prof. Emerson Luna, primeiro professor de uma disciplina de física mais avançada, e que sempre tratou a física com muito carinho. E claro, não poderia deixar de agradecer ao Prof. Fernando Haas, meu orientador,

que vem há anos me ensinando muita física, e que com tranquilidade eu posso dizer que ele não só é um grande professor e um grande pesquisador, mas também uma ótima pessoa.

Valeu!

RESUMO

Plasma de Quarks e Glúons: Aspectos Teóricos e Aplicações em Astrofísica

Luan Costa da Costa

Dezembro/2018

Orientador: Dr. Fernando Haas

Este trabalho apresenta a física que descreve o Plasma de Quarks e Glúons (QGP), introduzindo seus fundamentos teóricos mais básicos. Sabe-se que a teoria fundamental que rege as interações entre os quarks e glúons é a cromodinâmica quântica. Foi possível introduzir alguns aspectos dessa teoria, desenvolvendo algumas de suas principais características. Então, foram utilizados modelos simples para obter valores de temperaturas críticas de transição de fase hádron-quark. Além disso, foram introduzidas as principais aplicações astrofísicas do QGP. Mostrou-se a sua importância nas estrelas mais densas existentes, além de terem sido estimadas quantidades relevantes como a duração da transição de fase hádron-quark durante os primórdios do universo.

ABSTRACT

Plasma de Quarks e Glúons: Aspectos Teóricos e Aplicações em Astrofísica

Luan Costa da Costa

Dezembro/2018

Advisor: Dr. Fernando Haas

This work presents the physics that describes the quark-gluon plasma (QGP), introducing its most basic theoretical foundations. It is well known that the fundamental theory which rules the interactions between quarks and gluons is quantum chromodynamics. It was possible to introduce some aspects of this theory, developing some of its main features. Then, simple models were applied to obtain values of critical temperatures at hadron-quark phase transition. Furthermore, the main astrophysical applications of QGP were introduced. Its importance in the densest existing stars was demonstrated, and also relevant quantities have been estimated, as for example the duration of the hadron-quark phase transition during the early universe.

Sumário

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	iv
1 Introdução	1
2 Fundamentos Teóricos do Plasma de Quarks e Glúons	3
2.1 Cromodinâmica Quântica	3
2.1.1 Cromodinâmica Clássica	3
2.1.2 Teoria Quântica de Campos	5
2.1.3 Aspectos Importantes da QCD	6
2.2 A Transição de Fase de Hádrons para Quarks	8
2.2.1 Corda Hadrônica	8
2.2.2 Modelo de Sacola	10
3 O Plasma de Quarks e Glúons na Astrofísica	14
3.1 QGP no Universo Primordial	14
3.1.1 Equações Cosmológicas	14

3.1.2	A Transição de Fase no Universo Primordial	16
3.1.2.1	Anteriormente à Transição	17
3.1.2.2	Durante a Transição	18
3.1.2.3	Posteriormente à Transição	18
3.2	Estrelas Compactas	19
3.2.1	Estrutura de uma Estrela Compacta	19
3.2.2	Transição de Fase no Interior Estelar	21
4	Conclusão	23
A	Relatividade Geral	24
	Referências	24

Capítulo 1

Introdução

Um plasma clássico é um estado físico no qual, dada a alta temperatura presente no meio, o gás se ioniza e assim coexistem cargas positivas e cargas negativas. Além disso, são esperados efeitos coletivos, como por exemplo a blindagem de Debye. Foi primeiramente observado pelo cientista William Crookes no final do século XIX, e obteve o seu nome graças ao físico Irving Langmuir, em 1928. Como se sabe, nessa época eram consideradas partículas elementares da matéria o próton e o elétron. Assim, era natural se pensar que, aumentando-se a temperatura de um gás, elétrons se separariam dos núcleos (formados por prótons), formando assim o plasma eletromagnético.

Com a proposta do Modelo de Quarks na década de 60 pelos físicos Murray Gell-Mann e George Zweig (independentemente), surgia então a possibilidade de haver um estado físico da matéria diferente dos até então conhecidos. Isso ocorreu porque agora os elétrons e prótons não eram mais as partículas de fato elementares. Descobriu-se que o próton, na verdade, é composto de 3 partículas chamadas quarks. Além disso, da mesma forma que o fóton é o mediador da interação eletromagnética, foi concebido que a partícula chamada glúon seria a mediadora da interação forte.

Assim, em Janeiro de 1975, John Collins e Malcolm Perry¹ propuseram a ideia de um estado da matéria no qual não mais prótons e elétrons interagiriam entre si,

¹Ref. [1]

mas sim, em condições extremas, quarks e glúons. Eles introduzem essa ideia no que eles chamam de "sopa de quarks", o que aconteceria em altas densidades (e/ou em altas temperaturas). Evidências do que depois veio a ser chamado Plasma de Quarks e Glúons (em inglês *quark-gluon plasma*, ou QGP) foram sendo obtidas ao longo dos anos, até que em 2005 esse novo estado físico foi observado no RHIC, em Nova Iorque².

Este trabalho pretende fazer uma breve análise teórica do QGP e também uma investigação sobre suas aplicações na área da astrofísica. Como foi mencionado, ao lidarmos com quarks e glúons estamos trabalhando com a força nuclear forte. Portanto, para podermos alcançar nossos objetivos, será preciso introduzir a teoria que fundamenta a força nuclear forte. Essa teoria se chama Cromodinâmica Quântica (em inglês *quantum chromodynamics*, ou QCD). Após um breve estudo da QCD e suas características, serão obtidos resultados físicos pertinentes relativos ao QGP, assim como investigadas suas aplicações nos campos de interesse.

²Ref. [2]

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos do Plasma de Quarks e Glúons

2.1 Cromodinâmica Quântica

2.1.1 Cromodinâmica Clássica

Classicamente, podemos obter da Lagrangeana as equações de movimento que caracterizam o problema físico. No entanto, é notório que a interação forte só pode ser bem descrita se considerados os efeitos quânticos, e em contraste com a interação eletromagnética esses efeitos são mais relevantes a baixas energias. Não obstante, iremos iniciar a introdução da QCD através do tratamento clássico, visto que podemos obter algum *insight* da teoria desta forma.

Assim como na eletrodinâmica existem partículas de carga positiva e negativa que respondem de maneira diferente à interação eletromagnética, na interação nuclear forte a "carga" é chamada de cor. Porém, nesse caso há três tipos de cores; dizemos que um quark pode ser representado pela cor vermelha, azul ou verde. Portanto, cada quark, além de se caracterizar pelo seu sabor (*up*, *down*, *strange*, *charmed*, *bottom*, *top*), tem também a cor como sua propriedade. A existência das 3 cores de quarks é comprovada experimentalmente através da análise de seções de choque em reações de alta energia.

Assim sendo, podemos apresentar a QCD como uma teoria de calibre não abeliana que descreve a interação de cor de simetria $SU(3)$. Ter uma simetria $SU(3)$ significa que há, de acordo com a teoria, uma perfeita simetria entre as três cores de quarks e o grupo associado a essa simetria obedece à álgebra $SU(3)$, cuja representação fundamental aqui é denotada por t^a . A QCD é dita uma teoria de calibre pois é invariante sob transformações de calibre e o termo "não abeliana" indica que os coeficientes de estrutura do grupo associado à teoria (f_{abc}) são diferentes de zero. Para ficar mais claro, vamos introduzir a Lagrangeana (na verdade trabalhamos com a Densidade Lagrangeana, mas é usual ocultar o primeiro termo) da QCD, para um quark de massa m :

$$\mathcal{L} = \bar{q}^\alpha (i\mathcal{D}_{\alpha\beta} - m\delta_{\alpha\beta})q^\beta - \frac{1}{4}F_{\alpha\beta}^a F_a^{\alpha\beta} . \quad (2.1)$$

Aqui, $F_{\alpha\beta}^a \equiv \partial_\alpha A_\beta^a - \partial_\beta A_\alpha^a - gf_{abc}A_\alpha^b A_\beta^c$ é o análogo do tensor eletromagnético para a QCD, q^β representa o campo dos quarks, sendo \bar{q}^α seu adjunto, A_α^a representa o campo dos glúons, $\mathcal{D} \equiv \gamma^\mu D_\mu$ sendo $D_\mu \equiv \partial_\mu + igt^a A_\mu^a$, e g é a constante de acoplamento da QCD. Além disso, aqui e no restante do texto, fazemos uso das unidades naturais de medida.

Seguindo a abordagem clássica de obtenção das equações do movimento, utiliza-se as Equações de Lagrange. No entanto, as equações aqui são utilizadas levando em consideração o formalismo de teoria de campos, ou seja:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\frac{\partial \phi}{\partial x^\mu})} \right) = 0 . \quad (2.2)$$

Aqui, x^μ é o quadrivetor representando o espaço-tempo (t, \vec{x}) , e ϕ representa o campo genérico. Por exemplo, uma primeira equação de movimento obtida dessa maneira na cromodinâmica clássica seria a Equação de Dirac. Fazendo $\phi \rightarrow \bar{q}$, e notando que a Lagrangeana não possui dependência na derivada de \bar{q} :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{q}} &= i\mathcal{D}q - mq = 0 , \\ (i\mathcal{D} - m)q &= 0 . \end{aligned} \quad (2.3)$$

Analogamente, se considerássemos $\phi \rightarrow A_\alpha^a$, obteríamos a Equação de Yang-Mills para quarks e glúons:

$$[D_\nu, F^{\nu\mu}] = g j^\mu . \quad (2.4)$$

Aqui, $F^{\nu\mu} \equiv t^a F_a^{\nu\mu}$ e $j^\mu \equiv t^a \bar{q} \gamma^\mu t^a q$, com γ^μ representando as matrizes de Dirac.

Classicamente, agora o problema estaria resolvido. Tendo as equações de movimento, o próximo passo seria resolvê-las e teríamos a solução para o nosso sistema. Porém, como anteriormente mencionado, é preciso quantizar a teoria, caso contrário a confirmação com os resultados experimentais não será alcançada.

2.1.2 Teoria Quântica de Campos

A ideia de utilizar a Teoria Quântica de Campos (*Quantum Field Theory*, QFT) como uma teoria física para explicar a realidade se baseia em introduzir a Teoria da Relatividade Especial em conjunto com a Mecânica Quântica. O método escolhido para fazer isso se fundamenta em tratar a posição não mais como um operador, mas sim como rótulo de um operador (o campo quântico), de maneira que a posição, nessa teoria, possua o mesmo status do tempo. Isso é desejado pois, como sabemos, na Relatividade tempo e espaço são conceitos que se entrelaçam.

Apesar das diferenças com a física clássica, na QFT a Lagrangeana continua sendo essencial para a obtenção das quantidades físicas desejadas. Porém, de uma maneira distinta. Aqui, sabendo a Lagrangeana do sistema, podemos obter uma quantidade que representa a amplitude de transição do vácuo no tempo $t \rightarrow -\infty$ até o tempo $t \rightarrow \infty$. Essa quantidade é simbolizada por $Z[J]$, onde J representa uma fonte externa, e é calculada com uma integral de caminho.

$$Z[J] = \langle 0_+ | 0_- \rangle_J = \int [d\phi] e^{i \int d^4x (\mathcal{L} + J\Phi)} . \quad (2.5)$$

Aqui, $[d\phi]$ representa o diferencial de todos os campos envolvidos no sistema, e a fonte externa é definida como $J\Phi = \bar{\eta}q + \bar{q}\eta + j_a^\mu A_\mu^a$, onde η e $\bar{\eta}$ são dois campos externos independentes. Agora, imaginamos que a Lagrangeana utilizada para calcular $Z[J]$ pode ser a Lagrangeana clássica apresentada anteriormente. O

problema que surge é que desta forma aparecem divergências no cálculo da integral funcional. Precisa-se então consertar o calibre da teoria. É possível mostrar¹ que esse conserto do calibre introduz na teoria dois novos campos, porém são campos não físicos, chamados de fantasmas de Faddeev-Popov, representados por $c^a(x)$ e $\bar{c}^a(x)$.

Após o conserto do calibre, a teoria passa agora a ser não mais invariante às transformações de calibre clássicas, mas sim as chamadas transformações BRST, e as formas finais da Lagrangeana e da integral funcional são dadas por:

$$Z[J] = \int [dA d\bar{q} dq][d\bar{c} dc] e^{i \int d^4x (\mathcal{L} + J\Phi)} , \quad (2.6)$$

$$\mathcal{L} = \bar{q}^\alpha (i \not{D}_{\alpha\beta} - m \delta_{\alpha\beta}) q^\beta - \frac{1}{4} F_{\alpha\beta}^a F_a^{\alpha\beta} - \bar{c}_a \partial^\mu \mathcal{D}_\mu^{ab} c_b - \frac{1}{2\xi} (\partial^\mu A_\mu^a)^2 . \quad (2.7)$$

Aqui, $\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + igT^a A_\mu^a$ e T^a são as representações adjuntas da álgebra $SU(3)^2$, e ξ é chamado de parâmetro de calibre, e depende do calibre escolhido para resolver o problema. Tendo a forma final para $Z[J]$, é possível, através da implementação da teoria de perturbação padrão, decompor a Lagrangeana e então utilizar as regras de Feynman (para teorias de calibre não abelianas³) para obter as quantidades físicas desejadas.

2.1.3 Aspectos Importantes da QCD

A QCD é uma teoria renormalizável. Isso significa que, apesar de haver divergências em alguns cálculos, essas divergências podem ser absorvidas por parâmetros renormalizados. Resumindo, pode-se dizer que a função $Z[J]$ definida na Eq. (2.6) pode se tornar finita, desde que os parâmetros sejam redefinidos em função da escala de energia κ na qual as divergências são renormalizáveis:

$$Z[J; g, m, \xi] = Z[J(\kappa); g(\kappa), m(\kappa), \xi(\kappa); \kappa] . \quad (2.8)$$

Para saber como se comportam as funções em função de κ , é necessário resolver

¹Ref. [3], Parte III

²Ref. [4], Apêndice B.3

³Ref. [3], Seção 72

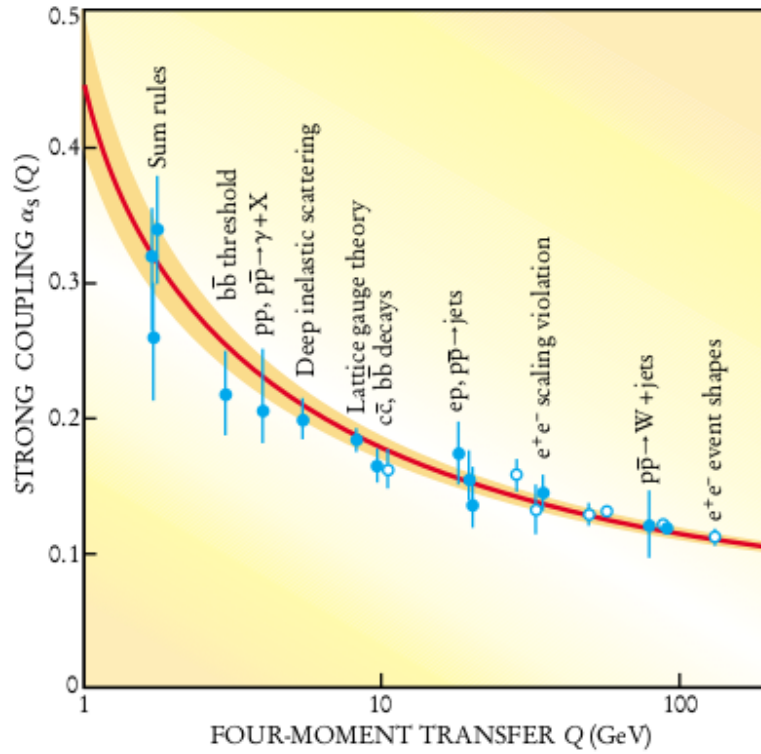


Figura 2.1: Constante de acoplamento da QCD em função da escala de energia; κ está associado a transferência de quadrimomento Q . Wilczek, Frank: *QCD Made Simple*.

a chamada equação de fluxo:

$$\kappa \frac{\partial g}{\partial \kappa} = \beta . \quad (2.9)$$

O lado direito da Eq. (2.9) é chamado de função beta e pode ser calculado através da teoria de perturbação⁴. Encontra-se que a função beta é negativa, o que implica que $g(\kappa)$ (também simbolizado por α_s) decresce com o aumento de κ . Isso é chamado de Liberdade Assintótica. A Figura 2.1 mostra a curva teórica encontrada para a constante de acoplamento da QCD⁵. Em azul, estão mostrados experimentos que corroboram bastante o resultado teórico.

Assim, mostra-se que a constante de acoplamento g se torna pequena em grandes energias, caso no qual a teoria de perturbação é mais confiável, e cresce em baixas energias, onde não é possível trabalhar pela teoria de perturbação. Esse segundo

⁴Ref. [3]

⁵Ref. [5]

caso é a origem do que chamamos de Confinamento de Cor.

Portanto, quarks e glúons interagem de forma não perturbativa em baixas energias. Há diversas possíveis abordagens para uma QCD não perturbativa⁶, como o Modelo do Potencial, muito utilizado para trabalhar com quarks mais pesados, ou o modelo de QCD na Rede, onde o espaço-tempo é discretizado e pode-se obter resultados relevantes através da integração direta de $Z[J]$. Por exemplo, a temperatura crítica da transição de fase hádron-quark, através dessa abordagem, foi estimada como⁷:

$$T_c \sim 175 \text{ MeV} . \quad (2.10)$$

Na próxima seção, iremos estimar essa temperatura através de outras abordagens. A principal delas é através do muito utilizado Modelo de Sacola.

2.2 A Transição de Fase de Hádrons para Quarks

Como já vimos, a baixas densidades e temperaturas há o confinamento de quarks e glúons, dado o comportamento não perturbativo da QCD nesta escala. Porém, se elas aumentam, g se torna pequena. Assim, a força elétrica de cor, que era de longo alcance, se torna de curto alcance, e assim é esperado que o sistema se comporte como um gás fracamente interagente de quarks e glúons, o QGP⁸.

Assim, espera-se que haja uma transição de fase para algum valor de ρ e T . Essa transição de hádrons para quarks é bastante relevante quando estamos trabalhando com cosmologia (universo primordial) e astrofísica estelar em condições extremas. Neste capítulo, iremos analisar a transição via aumento da temperatura apenas.

2.2.1 Corda Hadrônica

Começemos com um modelo mais simples para tentar obter um valor para a temperatura crítica T_c . Seja $F = E - TS$ a Energia Livre de Helmholtz, onde E

⁶Ref. [4]

⁷Ref. [4]

⁸Ref. [1]

representa a energia interna e S a entropia. Quando a temperatura T é baixa, o sistema é dominado pela energia interna, quando T é alta, o sistema é dominado pelo fator de entropia, ou seja, por estados desordenados. Deve haver uma transição de um sistema ordenado para um desordenado a uma certa temperatura.

Suponhamos um méson (quark-antiquark) sendo representado por uma corda aberta que os liga e que o espaço esteja discretizado com espaçamento denotado por a . Seja a função de partição⁹, representando esse sistema:

$$Z = \sum_l \sum_{config} \exp\left(-\frac{laK}{T}\right). \quad (2.11)$$

Aqui, la é o comprimento da corda e K a tensão da corda, representando aqui a intensidade da força de confinamento dos quarks. A soma nas configurações deve ser feita de tal forma que considere todas as possíveis formas da corda com comprimento la . Essas configurações podem ser calculadas como caminhantes aleatórios sem retorno (em que não se passa duas vezes pelo mesmo lugar). Assim, em 3 dimensões, há 5^l destes para uma corda de comprimento la ¹⁰. Portanto:

$$\begin{aligned} Z &= \sum_l 5^l \exp\left(-\frac{laK}{T}\right), \\ Z &= \sum_l \exp(\ln 5^l) \exp\left(-\frac{laK}{T}\right), \\ Z &= \sum_l \exp\left(-\frac{laK - lT \ln 5}{T}\right), \\ Z &= \sum_l \exp\left(-\frac{F}{T}\right). \end{aligned}$$

Acima, identificamos $F = laK - lT \ln 5$. Seguindo o raciocínio do primeiro parágrafo, portanto, temos:

$$F = 0 \xrightarrow{T \rightarrow T_c} T_c = \frac{aK}{\ln 5}.$$

Tomando $K = 0.9 \text{ GeV fm}^{-1}$ (valor empírico¹¹), e $a = 0.5 \text{ fm}$, e tendo em vista que desconsideramos o rompimento da corda devido a oscilações térmicas dos pares

⁹Ref. [6]

¹⁰Ref. [6]

¹¹Ref. [4]

de quarks (o que reduziria T_c), obtemos por esse método:

$$T_c = 279.6 \text{ MeV} . \quad (2.12)$$

2.2.2 Modelo de Sacola

Inicialmente, lembremos um aspecto da termodinâmica que será relevante nos nossos cálculos. Dados dois sistemas A e B, que tenham contato químico e térmico um com o outro, se quisermos obter condições para suas quantidades físicas, precisamos maximizar a entropia total. Com isso, e dado também que o volume, a energia, e o número de partículas totais são fixos, obtemos as seguintes relações para pressão P , temperatura T e potencial químico μ :

$$P_A = P_B , T_A = T_B , \mu_A = \mu_B . \quad (2.13)$$

O Modelo de Sacola é um outro modelo que pode nos ajudar a obter uma temperatura de transição da matéria hadrônica para o QGP. Ele se baseia em considerar hádrons como sacolas embutidas em um vácuo não perturbativo da QCD. Assim, condições de contorno são introduzidas de maneira a incorporar o confinamento dos quarks. Dentro da sacola, os quarks e os glúons são tratados perturbativamente.

Consideremos então que, em um limite de baixas temperaturas, estejamos lidando com um gás de píons livres, enquanto que no limite de altas temperaturas, tenhamos o QGP. Precisamos das equações de estado em ambos os regimes. Seja Ω o Grande Potencial (Ω_B para bósons). No primeiro caso, considerando que píons são bósons, e para bósons com d graus de liberdade internos temos que $\frac{\Omega_B}{V} = -d\frac{\pi^4}{90}T^4$, obtemos para os hádrons (H), já que a pressão é dada por $P = -\frac{\Omega}{V}$:

$$P_H = d_H \frac{\pi^2}{90} T^4 . \quad (2.14)$$

Da mesma forma, obtemos sua densidade de energia:

$$\epsilon_H = 3d_H \frac{\pi^2}{90} T^4 . \quad (2.15)$$

Aqui, $d_H = N_f^2 - 1$, onde N_f é o número de sabores de bósons considerado¹².

¹²Ref. [4], Capítulo 3

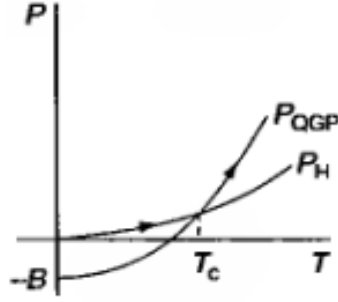


Figura 2.2: Pressões do gás de píons e do QGP variando com a temperatura e se encontrando na temperatura crítica. Yagi, Hatsuda, Miake: *QGP From Big Bang to Little Bang*.

Já no segundo caso, devemos introduzir a constante da sacola B , pois ela parametriza a diferença entre o verdadeiro vácuo da QCD e o vácuo perturbativo¹³. Assim, obtemos:

$$P_{QGP} = d_{QGP} \frac{\pi^2}{90} T^4 - B, \quad (2.16)$$

$$\epsilon_{QGP} = 3d_{QGP} \frac{\pi^2}{90} T^4 + B. \quad (2.17)$$

Como quarks são férmions e glúons são bósons, há diferença na estatística, então é preciso utilizar um d_{QGP} efetivo:

$$d_{QGP} = d_g + \frac{7}{8} d_q. \quad (2.18)$$

Além disso, temos que $d_g = 16$. Isso ocorre porque há 2 spins possíveis, e 8 combinações de cores de glúons. Para os quarks, esse valor também depende do número de sabores considerado. $d_q = 12N_f$, pois consideramos 2 spins, 3 cores e que há quark e antiquark.

Feito isso, para encontrarmos a temperatura crítica desejada, utilizaremos a Eq. (2.13), juntamente das Eqs. (2.14) e (2.16):

$$P_H(T_c) = P_{QGP}(T_c). \quad (2.19)$$

Graficamente, podemos observar o que acontece na Figura 2.2.

¹³Ref. [4]

Calculando:

$$d_\pi \frac{\pi^2}{90} T_c^4 = d_{QGP} \frac{\pi^2}{90} T_c^4 - B ,$$

$$\frac{\pi^2}{90} (d_{QGP} - d_\pi) T_c^4 = B ,$$

$$T_c = \left(\frac{90}{\pi^2} \frac{B}{d_{QGP} - d_\pi} \right)^{\frac{1}{4}} .$$

Utilizando $N_f = 2$, obtemos $d_{QGP} - d_\pi = 34$. Considerando $B^{\frac{1}{4}} = 220 \text{ MeV}^{14}$, obtemos por fim:

$$T_c = 158.3 \text{ MeV} . \quad (2.20)$$

Comparando a Eq. (2.20) com a (2.10), é notória a similaridade dos resultados.

Além da temperatura crítica, um outro resultado interessante que podemos obter nos mostra a ordem de grandeza do calor latente L liberado durante a transição:

$$L = \epsilon_{QGP}(T_c) - \epsilon_H(T_c) .$$

Utilizando as Eqs. (2.15) e (2.17):

$$\begin{aligned} L &= B + 3 \frac{\pi^2}{90} T_c^4 (d_{QGP} - d_\pi) , \\ L &= B + 3 \frac{\pi^2}{90} \left(\frac{90}{\pi^2} \frac{B}{d_{QGP} - d_\pi} \right) (d_{QGP} - d_\pi) , \\ L &= 4B . \end{aligned} \quad (2.21)$$

Com isso, podemos ter uma ideia da densidade de energia crítica ϵ_{crit} requerida para que possa ocorrer o QGP. Estimando:

$$\epsilon_{crit} \sim 4B \sim 1.2 \text{ GeV fm}^{-3} .$$

Esse valor é uma ordem de magnitude maior do que a densidade de energia da matéria nuclear normal, que gira em torno de 114 MeV fm^{-3} .

¹⁴Ref. [4]

O Modelo de Sacola mostrou-se bastante eficaz, ainda mais se comparado ao modelo simples da seção anterior. Ainda assim, tem alguns problemas. O principal deles é que o modelo simplesmente ignora qualquer tipo de interação entre as partículas. Para considerar o fenômeno da transição de maneira mais rigorosa, seria necessário estudá-lo através dos já mencionados modelos de QCD na rede. Ainda assim, os resultados obtidos através do Modelo de Sacola apresentam diversas características essenciais que são obtidas pela simulação na rede.

Obter a equação de estado na QCD em altas temperaturas é essencial. No caso das aplicações, as equações da hidrodinâmica relativística determinam o comportamento do plasma nas colisões de íons relativísticos pesados nos experimentos no laboratório, enquanto que a Equação de Einstein determina a evolução do QGP no universo primordial, como veremos com mais atenção no próximo capítulo.

Capítulo 3

O Plasma de Quarks e Glúons na Astrofísica

3.1 QGP no Universo Primordial

3.1.1 Equações Cosmológicas

É conhecido que nosso universo apresenta-se em estado de expansão, após o seu início, no Big Bang. Há fortes evidências para isso, como a Lei de Hubble, que exprime que as galáxias estão afastando-se umas das outras a uma velocidade proporcional a distância que possuem entre si. Outra evidência importante é a existência da chamada Radiação Cósmica de Fundo, uma radiação de corpo negro precisa observada hoje e tida como remanescente da era inicial do universo.

Comecemos nosso estudo apresentando as equações cosmológicas necessárias para o estudo do QGP no universo primordial. Consideremos um universo de espaço homogêneo e isotrópico quando contemplado em larga escala, assumindo a métrica FLRW (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker), com intervalo ds dado por:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]. \quad (3.1)$$

Aqui, (t, r, θ, ϕ) representam as coordenadas espaço-temporais e $a(t)$ é chamado

fator de escala, e é ele que parametriza a expansão do universo. Além disso, K é um parâmetro que se relaciona com a curvatura do espaço.

Como estamos lidando com espaço homogêneo e isotrópico, utilizaremos o tensor de energia-momentum de um fluido ideal, definido da forma $T^\mu_\nu = \text{diag}(\epsilon(t), -P(t), -P(t), -P(t))$, onde ϵ representa a densidade de energia, P a pressão, e as dependências são apenas temporais. Assim, com a métrica dada na Eq. (3.1) e utilizando as Equações de Einstein (Apêndice A), obtemos as famosas Equações de Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\epsilon - \frac{K}{a^2}, \quad (3.2)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\epsilon + 3P). \quad (3.3)$$

Aqui, G é a constante da gravitação universal. Pois bem, sabendo que o tensor de energia-momentum satisfaz a lei de conservação $\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0$, podemos obter uma equação que será de importância para nosso estudo.

$$\begin{aligned} \nabla_\mu T^\mu_0 &= 0, \\ \nabla_0 T^0_0 + \nabla_i T^i_0 &= 0. \end{aligned}$$

Aqui, $i = 1, 2, 3$, utilizamos a Notação de Einstein e ∇ representa a derivada covariante, que quando atua em um tensor como o de energia-momentum satisfaz a relação:

$$\nabla_c T^a_b = \partial_c T^a_b + \Gamma_{cd}^a T^d_b - \Gamma_{cb}^d T^a_d.$$

Temos que Γ_{bc}^a designa os Símbolos de Christoffel (Apêndice A). Logo,

$$\partial_0 T^0_0 + \partial_i T^i_0 + \Gamma_{id}^i T^d_0 - \Gamma_{i0}^d T^i_d = 0.$$

Porém, $\partial_i T^i_0 = 0$ pois o tensor é diagonal. Ademais, $T^0_0 = \epsilon$ e $T^i_i = -P$. Sendo assim:

$$\partial_0 \epsilon + \Gamma_{i0}^i (\epsilon + P) = 0.$$

Utilizando que $\Gamma_{i0}^i = 3\frac{\dot{a}}{a}$ e $\partial_0 = \partial_t$, temos:

$$\frac{d\epsilon}{dt} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\epsilon + P) = 0 ,$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} + \frac{\frac{da^3}{dt}}{a^3}(\epsilon + P) = 0 .$$

Multiplicando por a^3 :

$$\left(a^3 \frac{d\epsilon}{dt} + \epsilon \frac{da^3}{dt} \right) + P \frac{da^3}{dt} = 0 .$$

Observando a regra do produto:

$$\frac{d(\epsilon a^3)}{dt} + P \frac{da^3}{dt} = 0 .$$

Ou, escrito de outra forma:

$$\frac{d\epsilon}{da} = -\frac{3}{a}(\epsilon + P) . \quad (3.4)$$

3.1.2 A Transição de Fase no Universo Primordial

A teoria do Big Bang determina que o universo iniciou com temperatura e densidade muito altas e, com o passar do tempo, foi esfriando e se expandindo. É possível dividir a história do universo em diversas fases. Aqui, estamos interessados nos primeiros microssegundos, nos quais a temperatura se encontrava superior a $T_c \approx 170\text{MeV}$ e o universo se encontrava em um Plasma de Quarks e Glúons. Mais precisamente, iremos analisar o processo de transição desta fase de QGP para a próxima fase, na qual a hadronização é dominante.

Esta fase do universo que estamos analisando é conhecida por ser uma fase RD (fase de radiação dominante, *Radiation-Dominant*), e com isso podemos negligenciar o termo proporcional a K^1 . Da Eq. (3.4), temos:

$$\frac{d\epsilon}{da} = -\frac{3}{a}(\epsilon + P) \rightarrow -\frac{d\epsilon}{3(\epsilon + P)} = \frac{da}{a} ,$$

o que nos leva, juntamente com a Eq. (3.2) a:

$$\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{\dot{\epsilon}}{3(\epsilon + P)} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \epsilon . \quad (3.5)$$

¹Ref. [4], Capítulo 8

Para que seja possível um estudo analítico do problema, iremos utilizar as equações de estado do Modelo de Sacola, Eqs. (2.16) e (2.17) para o QGP e Eqs. (2.14) e (2.15) para a fase hadrônica. Ao passo que a temperatura do universo diminui, ele chega num ponto em que ocorre a existência mútua dos dois estados (assumimos isso), durante o tempo em que ocorre a transição de fase, com temperatura fixa T_c . A densidade de energia ϵ durante essa fase é dada por:

$$\epsilon(t) = \epsilon_H(T_c)f(t) + \epsilon_{QGP}(T_c)(1 - f(t)) , \quad (3.6)$$

onde $f(t)$ é uma função que toma o valor 0 no início da transição (quando há apenas GQP), e valor 1 no final (quando há apenas hádrons). Agora, analisemos separadamente os três diferentes intervalos de tempo relativos ao nosso problema.

3.1.2.1 Anteriormente à Transição

Utilizando a segunda igualdade da Eq. (3.5), juntamente da equação de estado para o QGP, considerando que $\epsilon + P = \frac{4}{3}(\epsilon - B)$ e que

$$\frac{d\epsilon}{\epsilon - B} = 4 \frac{dT}{T} ,$$

definindo $r \equiv \frac{d_{QGP}}{d_H}$ e (para $T_c = 170\text{MeV}$)

$$\lambda \equiv \left(\frac{8\pi GB}{3} \right)^{-\frac{1}{2}} ,$$

obtemos a seguinte equação diferencial:

$$\frac{dt}{\lambda\sqrt{B}} = \frac{dT}{T\sqrt{d_{QGP}\frac{\pi^2}{30}T^4 + B}}$$

Lembrando que $B = (d_{QGP} - d_H)\frac{\pi^2}{90}T_c^2$, e resolvendo a equação, obtemos como solução:

$$T(t) = T_c \left(\sqrt{\frac{r-1}{3r}} \frac{1}{\sinh(2t/\lambda)} \right)^{\frac{1}{2}} . \quad (3.7)$$

Além disso, ainda podemos calcular o tempo t_i no qual a transição começa. Apenas fixamos $T = T_c$ e isolamos o tempo:

$$t_i = \frac{\lambda}{2} \ln \left(\sqrt{\frac{r-1}{3r}} + \sqrt{1 + \frac{r-1}{3r}} \right) . \quad (3.8)$$

Substituindo os valores de $r = 3$ e $\lambda = 78 \mu s$ obtemos:

$$t_i = 17.8 \mu s . \quad (3.9)$$

3.1.2.2 Durante a Transição

Aqui, utilizaremos a Eq. (3.5) juntamente com a Eq. (3.6). Substituindo as constantes introduzidas anteriormente, e reparando o fato de que agora estamos lidando com a função $f(t)$, já que as $\epsilon(T)$ são tomadas em $T = T_c$, obtemos:

$$\frac{\dot{f}}{\left(\frac{r}{r-1} - f\right)} = \frac{3}{\lambda} \sqrt{4(1-f) + \frac{3}{r-1}} ,$$

equação diferencial que possui como solução

$$f(t) = 1 - \frac{1}{4(r-1)} \left[\tan^2 \left(\frac{3}{2\sqrt{r-1}} \frac{t-t_i}{\lambda} - \tan^{-1} \sqrt{4r-1} \right) - 3 \right] . \quad (3.10)$$

Como já adiantado, a transição termina quando $f(t) = 1$. Com essa informação, podemos isolar $t - t_i$ na Eq. (3.10) e assim obter o intervalo de tempo que durou a transição ($t - t_i$). Substituindo já os valores das constantes, obtemos²:

$$t_f - t_i = 17 \mu s .$$

3.1.2.3 Posteriormente à Transição

Nesse momento, a temperatura voltar a cair. Agora, as equações utilizadas serão as hadrônicas. Assim:

$$-\frac{d\epsilon}{4\epsilon^{\frac{3}{2}}} = \frac{dt}{\lambda\sqrt{B}} .$$

Facilmente desta vez, após utilizar a Eq. (2.15), obtemos:

$$T(t) = T_c \left(\frac{1}{1 + \sqrt{\frac{12}{r-1}} \frac{t-t_f}{\lambda}} \right)^{\frac{1}{2}} .$$

Por fim, é interessante observar a Figura 3.1, onde as três etapas são ilustradas graficamente. Caso seja desejado obter um resultado melhor, pode-se utilizar outras equações de estado mais realistas, como as já mencionadas equações de estado da QCD na rede.

²Ref. [4], Capítulo 8

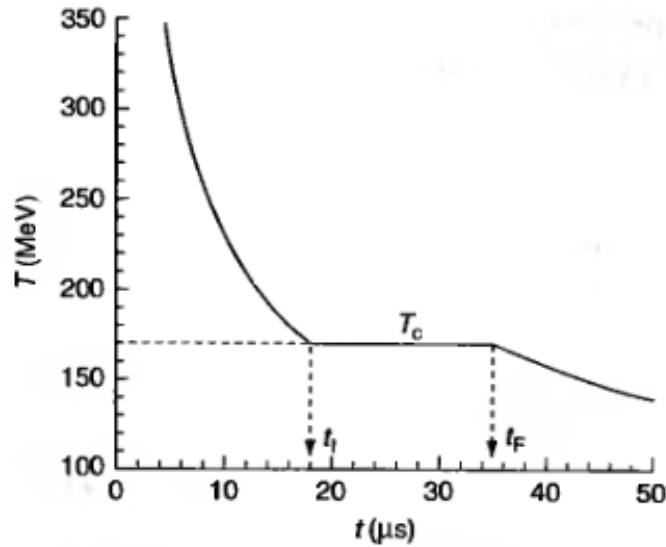


Figura 3.1: Como a temperatura varia com o tempo antes, durante, e após uma transição de fase do QGP para a fase hadrônica. Yagi, Hatsuda, Miake: *QGP From Big Bang to Little Bang*.

3.2 Estrelas Compactas

Esta seção tem como objetivo dar apenas uma breve introdução no amplo campo de estudos das estrelas compactas, com enfoque principal nas estrelas de nêutrons.

3.2.1 Estrutura de uma Estrela Compacta

No ano de 1932, James Chadwick, físico inglês, estabeleceu a essência do núcleo atômico com a descoberta do nêutron. Dois anos depois, em 1934, os astrônomos Walter Baade e Fritz Zwicky foram mais longe, e propuseram a existência de estrelas de nêutrons³. Segundo eles, se os nêutrons são produzidos na superfície de uma estrela normal, eles irão cair em direção ao centro, se assumirmos que a pressão nos nêutrons é praticamente zero, e isso explicaria a rapidez com que a estrela se transforma em uma estrela de nêutrons.

Apesar de ser prevista teoricamente em 1932, esses objetos só seriam observados em 1967, pelo astrônomo norte irlandês Jocelyn Bell Burnell. Jocelyn observou, na

³Ref. [7]

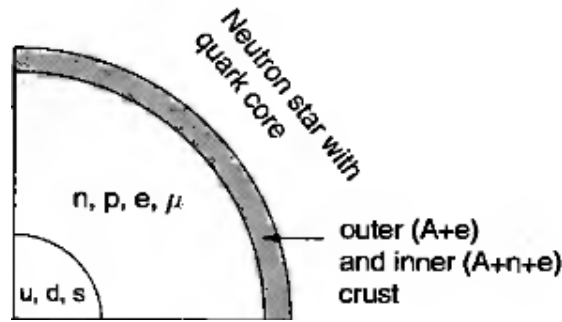


Figura 3.2: Uma possível estrutura para um dos tipos de estrela compacta. Yagi, Hatsuda, Miake: *QGP From Big Bang to Little Bang*.

banda de rádio, um objeto conhecido como pulsar, um tipo de estrela de nêutrons periodicamente pulsante, pulsos estes devido ao fato de ela estar rotacionando.

Logo após a descoberta da Liberdade Assintótica da QCD, Collins e Perry⁴ supuseram a existência de uma transição hádron-quark no interior de uma estrela como essa. Também há hipóteses de estrelas feitas apenas de quarks, mas até hoje nenhuma evidência dessas estrelas foi detectada. Uma das possíveis estruturas para uma estrela compacta é mostrada na Figura 3.2, ou seja, uma estrela de nêutrons com núcleo de quarks. A parte mais externa da crosta se supõe haver núcleos (A) e elétrons (e), enquanto que a crosta externa também possuiria nêutrons (n). No interior, haveria nêutrons, prótons (p), elétrons e múons (μ). No núcleo, onde a densidade é muito alta, quarks (dos sabores u , d e s).

A estrutura de uma estrela de nêutrons não pode ser bem explicada apenas utilizando a física clássica. É preciso empregar a Teoria da Relatividade Geral. Ocorre, por exemplo, a existência de uma massa limite para essas estrelas, através de cálculos utilizando a física relativística, existência essa que é corroborada pelos dados observacionais.

Assim como com outros sistemas que lidamos, em uma estrela é essencial termos a equação de estado que orienta o sistema para que possamos aprender melhor sobre sua estrutura. Além disso, para descrever uma estrela, digamos, esfericamente

⁴Ref. [1]

simétrica e estática, podemos utilizar a métrica de Schwarzschild:

$$ds^2 = e^{a(r)} dt^2 - e^{b(r)} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) . \quad (3.11)$$

Aqui, $a(r)$ e $b(r)$ são funções a serem determinadas. Ademais, precisamos de um tensor energia-momentum. O mais adequado neste caso é o de um fluido perfeito

$$T^{\mu\nu} = (P + \epsilon)u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu} , \quad (3.12)$$

onde u^μ representa a quadrivelocidade do fluido, P é a pressão e ϵ a densidade de energia. A Eq. (3.12), junto da Eq. (3.11) e das Equações de Einstein⁵ produz as chamadas Equações de Oppenheimer-Volkoff⁶ (OV):

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r) , \quad (3.13)$$

$$-\frac{dP(r)}{dr} = \frac{G\epsilon M}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} \left(1 + \frac{P}{\epsilon}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P}{M}\right) . \quad (3.14)$$

Aqui, $M(r)$ é a massa contida dentro de um raio r . Juntamente da equação de estado característica, e das condições iniciais $M(r=0) = 0$ e $\epsilon(r=0) = \epsilon_c$, onde ϵ_c é a densidade central, as Equações OV podem ser solucionadas e resolver o problema da estrutura estelar.

3.2.2 Transição de Fase no Interior Estelar

Já que a densidade no interior de uma estrela compacta pode ser até uma ordem de grandeza maior que o valor da densidade da matéria nuclear, há uma boa possibilidade de existir ali tanto uma fase mista hádron-quark quanto a transição para o QGP.

Como encontrar a equação de estado ideal não é uma tarefa fácil, o que se faz é tentar encontrar modelos híbridos que ajudem a resolver o problema. Esses modelos levam em consideração tanto a equação de estado da matéria hadrônica a baixa densidade quanto a equação de estado obtida através do Modelo de Sacola para o QGP.

⁵Apêndice A

⁶Ref. [8]

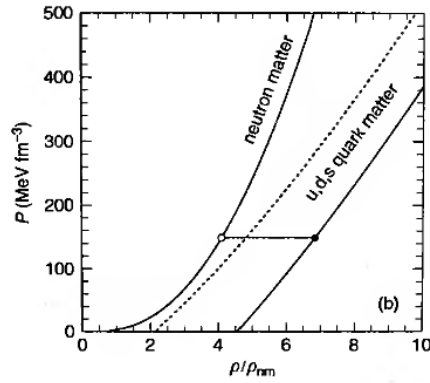


Figura 3.3: Pressão no interior estelar variando conforme varia a densidade bariônica. Yagi, Hatsuda, Miake: *QGP From Big Bang to Little Bang*.

Apesar de aqui não estarmos mais lidando com transição de fase à temperatura finita, o raciocínio permanece parecido. Agora com $T = 0$, a Eq. (2.13) é válida, sendo satisfeita para as fases de quarks e de hádrons:

$$P_H = P_Q, \quad \mu_H = \mu_Q. \quad (3.15)$$

Como já mencionado, aqui é complicado ter uma ideia de qual equação de estado usar. Por isso, vamos apenas ilustrar, na Figura 3.3, a solução de um problema através de uma parametrização fenomenológica⁷. Ali, vemos a pressão variando como função da densidade bariônica. É interessante notar como a pressão se mantém constante durante a fase mista.

⁷Ref. [4]

Capítulo 4

Conclusão

Condições ambientes extremas como altíssimas temperaturas e/ou densidades dão a possibilidade da existência de estados físicos como o Plasma de Quarks e Glúons. Proposto na década de 70, o QGP possui diversas peculiaridades e muitas de suas propriedades são difíceis de explicar.

Estudar o QGP tem sua importância no fato de que, por ser um campo novo e bastante aberto, traz desafios, enquanto lida com a física fundamental de mais alto nível. No presente trabalho, procurou-se apenas introduzir os fundamentos teóricos dessa tão ampla área da física e analisar um pouco de suas aplicações, que são de total relevância.

Foi possível apresentar algumas das ideias básicas da teoria fundamental por trás do QGP (a cromodinâmica quântica) e fazer estimativas, usando modelos simples, de temperaturas críticas de transição de fase hádron-quark. Além disso, foram apresentadas as ideias básicas das aplicações mais diretas do QGP: na astrofísica estelar, através das estrelas compactas e na cosmologia, onde o QGP exerceu papel fundamental nos primeiros microssegundos do universo.

Com isso, conseguiu-se ter uma análise concisa e concreta tanto dos fundamentos teóricos quanto das aplicações do tema, como era desejado inicialmente. Sem dúvidas, o campo de estudos do Plasma de Quarks e Glúons está repleto de física para ser explorada e compreendida.

Apêndice A

Relatividade Geral

As Equações de Einstein, que regem a Teoria da Relatividade Geral, são dadas por:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} .$$

Aqui, $g_{\mu\nu}$ é a métrica, $T_{\mu\nu}$ é o tensor de energia-momentum e geralmente é dado, $G_{\mu\nu}$ representa o tensor de Einstein, $R \equiv R^\mu{}_\mu$ é o escalar de Ricci, $R_{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci e é definido como:

$$R_{\mu\nu} \equiv R^\alpha{}_{\mu\nu\alpha} ,$$

onde $R^\alpha{}_{\beta\mu\nu}$ é chamado tensor de curvatura de Riemann e é explicitamente dado por:

$$R^\alpha{}_{\beta\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^\alpha_{\nu\beta} - \partial_\nu \Gamma^\alpha_{\mu\beta} + \Gamma^\alpha_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\beta} - \Gamma^\alpha_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\beta} ,$$

sendo $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$ o símbolo de Christoffel dado por:

$$\Gamma^\lambda_{\mu\beta} = \frac{1}{2}g^{\lambda\rho}(\partial_\mu g_{\nu\rho} + \partial_\nu g_{\rho\mu} - \partial_\rho g_{\mu\nu}) .$$

Uma abordagem mais completa da Relatividade Geral pode ser encontrada na Ref. [9].

Referências

- [1] Collins, J. C.; Perry, M. J. Superdense Matter: Neutrons or Asymptotically Free Quarks? *Physical Review Letters*, Vol. 34, No. 21, 1975.
- [2] Pasechnik, R.; Šumbera, M. Phenomenological Review on Quark–Gluon Plasma: Concepts vs. Observations. *Universe* 2017, 3, 7.
- [3] Srednicki, M. A. *Quantum Field Theory*; Cambridge University Press: Cambridge, 2018.
- [4] Yagi, K.; Hatsuda, T.; Miake, Y. *Quark-Gluon Plasma: From Big Bang to Little Bang*; Cambridge University Press: Cambridge, 2016.
- [5] Wilczek, F. QCD Made Simple; *Physics Today* 53, 8, 22, 2000.
- [6] Patel, A. A Flux Tube Model of the Finite Temperature Deconfining Transition in QCD *Nucl. Phys. B* 243, 411, 1984.
- [7] Baade, W.; Zwicky, F. Remarks on Super-Novae and Cosmic Rays. *Physical Review*. 46 (1): 76–77. 1934.
- [8] Glendenning, N. K. *Compact Stars*; Springer-Verlag: New York, 2012.
- [9] Narlikar, J. V. *An Introduction to Relativity*; Cambridge University Press: Cambridge, 2010.