Evento	Salão UFRGS 2018: SIC - XXX SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2018
Local	Campus do Vale - UFRGS
Título	Demonstração de teoremas de geometria euclidiana: um estudo sobre bases de Gröbner
Autor	WESLEY GONCALVES LAUTENSCHLAEGER
Orientador	THAISA RAUPP TAMUSIUNAS

Título: Demonstração de teoremas de geometria euclidiana: um estudo sobre bases de Gröbner

Autor: Wesley Gonçalves Lautenschlaeger
Orientadora: Thaísa Raupp Tamusiunas
Instituição: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Com base no método de Descartes, queremos encontrar uma forma de provar teoremas da geometria euclidiana computacionalmente. Para isso, precisamos construir um plano cartesiano em torno do teorema que queremos provar e construir polinômios em n indeterminadas associados às (finitas) hipóteses e à conclusão do teorema. Os polinômios associados às hipóteses são construídos de tal forma que se anulam sempre que as hipóteses forem verdadeiras. O método consiste em mostrar que quando as hipóteses são verdadeiras, ou seja, se anulam, a conclusão também é verdadeira, isto é, se anula. Em outras palavras, para provar a veracidade do teorema precisamos mostrar que o polinômio que representa a conclusão é uma combinação dos polinômios que representam as hipóteses.

Trazendo esse método para um ambiente algébrico, podemos traduzi-lo da seguinte forma: se o polinômio associado à conclusão pertence ao ideal radical do ideal gerado pelos polinômios referentes às hipóteses em um anel de polinômios de n indeterminadas com coeficientes em um corpo, então o teorema é verdadeiro. Isto é, se o resto da divisão do polinômio c, associado à conclusão, pelos polinômios h, associados às m hipóteses, for 0, então o teorema é verdadeiro.

Entretanto, o algoritmo de divisão para polinômios em n indeterminadas não se comporta da maneira desejada: podemos realizar a mesma divisão apenas mudando a ordem dos dividendos e obteremos quocientes e restos diferentes. Portanto, os métodos propostos ainda não eram suficientes para atingir o objetivo desejado.

Podemos, todavia, considerar as bases de Gröbner associadas a um conjunto de geradores de um ideal de polinômios em n indeterminadas. Estas bases possuem a seguinte propriedade: seja I o ideal de $K[x_1, x_2, \dots, x_n]$ gerado por $h_1, h_2, \dots, h_m$, onde K é um corpo, e seja G uma base de Gröbner do ideal I. Um polinômio c pertence ao ideal I se, e somente se, o resto da divisão de c por G é 0. Esta é exatamente a propriedade que procurávamos para concluir a definição do método proposto.

Nesta apresentação mostraremos a definição e as propriedades das bases de Gröbner, um método computacional para calculá-las com eficiência (o algoritmo de Buchberger) e como utilizá-las para automatizar a demonstrações de teoremas da geometria euclidiana.