

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO  
SUJEITAS À CORROSÃO DE ARMADURA POR CLORETOS  
ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

**Sidney José Honório da Silva**

Dissertação de Mestrado

Porto Alegre  
Abril 2003

**SIDNEY JOSÉ HONÓRIO DA SILVA**

**ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO  
SUJEITAS À CORROSÃO DE ARMADURA POR CLORETOS  
ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia na modalidade Acadêmico

Porto Alegre

Abril 2003

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Armando Miguel Awruch  
Doutor pela COPPE/UFRJ  
orientador

Prof. Herbert Martins Gomes  
Doutor pelo PPGEC/UFRGS  
co-orientador

Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

#### **BANCA EXAMINADORA**

**Prof. André Tavares da Cunha Guimarães**  
Doutor pela Universidade de São Paulo

**Prof<sup>ª</sup>. Denise Carpena Coitinho Dal Molin**  
Doutora pela Universidade de São Paulo

**Prof. Sérgio Roberto Maestrini**  
Ph.D. pela North Carolina State University

Dedico este trabalho  
a Deus, aos meus pais Jafer e Graça,  
ao meu irmão Pablo e  
à minha amada Carol.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos Professores Armando Miguel Awruch e Herbert Martins Gomes, orientadores deste trabalho, pela confiança depositada, pelas valiosas sugestões e pela amizade dispensada durante o período de realização deste trabalho.

Aos colegas do CEMACON Alexandre Braun, Daniel Sias, Gustavo Bono e ao professor Masuero pela agradável convivência do dia a dia.

Aos professores e funcionários da Escola de Engenharia e do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, pela atenção recebida e auxílio prestado na condução deste trabalho.

Ao CNPQ pelo suporte financeiro concedido durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus pais, Jafer Pereira e Maria das Graças, e meu irmão, Pablo Ricardo, por absolutamente tudo, sem restrições. Tudo o que eu sou hoje devo à vocês.

A minha amada Ana Carolina, pela ajuda, companheirismo e, principalmente, por entrar na minha vida e modificar toda a minha existência.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>ix</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>x</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>xiv</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>xxi</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xxii</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	1
1.2 OBJETIVO E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO .....	3
1.3 DESCRIÇÃO GERAL DO TRABALHO .....	4
<b>2. ANÁLISE ESTRUTURAL PARA CARGAS DE CURTA DURAÇÃO .....</b>	<b>6</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	6
2.2 IMPLEMENTAÇÃO DO PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS .....	6
2.3 FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA O CONCRETO .....	8
2.4 FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA A ARMADURA .....	9
2.4.1 Procedimento para incorporação de armaduras .....	11
2.5 ANÁLISE DO INCREMENTO DE RIGIDEZ REFERENTE À ARMADURA NOS ELEMENTOS DE CONCRETO .....	17
2.6 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS .....	18
2.6.1 Modelo constitutivo para o concreto armado .....	19
2.6.1.1 Superfície de falha do concreto .....	19
2.6.1.2 Regra de endurecimento do concreto .....	23
2.6.1.3 Regra de escoamento do concreto .....	25

2.6.1.4 Modelo para o concreto fissurado .....	28
2.6.2 Modelo constitutivo para a armadura .....	39
2.7 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO-LINEARES .....	40
2.8 CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA DOS RESULTADOS .....	45
2.9 APLICAÇÕES DO MODELO .....	46
<b>3. ANÁLISE ESTRUTURAL PARA CARGAS DE LONGA DURAÇÃO .....</b>	<b>55</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	55
3.2 PROBLEMAS PENDENTES NO DESENVOLVIMENTO DE EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS .....	56
3.3 TEORIA DA SOLIDIFICAÇÃO – MODELO REOLÓGICO DO CONCRETO ....	58
3.3.1 Formulação matemática da teoria da solidificação .....	59
3.3.2 Resolução da equação constitutiva incremental .....	67
3.4 APLICAÇÕES DO MODELO.....	70
<b>4. ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....</b>	<b>73</b>
4.1 INTRODUÇÃO .....	73
4.2 EQUAÇÃO GOVERNANTE DO PROCESSO .....	74
4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO .....	76
4.4 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	78
4.5 APLICAÇÕES DO MODELO .....	81
<b>5. CONSIDERAÇÕES BÁSICAS A RESPEITO DA VIDA ÚTIL DA ESTRUTURA EM FUNÇÃO DO PROCESSO CORROSIVO .....</b>	<b>86</b>
5.1 INTRODUÇÃO .....	86
5.2 MODELO DE VIDA ÚTIL .....	86
5.3 CARACTERIZAÇÃO DA VIDA ÚTIL .....	87
5.4 NÍVEIS DE DETERIORAÇÃO PARA O TÉRMINO DA VIDA ÚTIL .....	88
5.5 NÍVEIS DE DESLOCAMENTOS LIMITES PARA O TERMINO DA VIDA ÚTIL .....	90

<b>6. ANÁLISE DOS MECANISMOS DE TRANSPORTE DE CLORETOS .....</b>	<b>91</b>
6.1 INTRODUÇÃO .....	91
6.2 PRINCÍPIOS DO PROCESSO DE TRANSPORTE DE CLORETOS .....	92
6.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	94
6.4 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS .....	95
6.4.1 Coeficiente de difusão de cloretos efetivo .....	96
6.4.2 Concentração superficial de cloretos .....	110
6.4.3 Concentração de cloretos limite .....	113
6.5 ANÁLISE PARAMÉTRICA .....	114
6.5.1 Sensibilidade para $m$ .....	114
6.5.2 Sensibilidade à temperatura .....	115
6.5.3 Sensibilidade ao coeficiente de difusão referencial .....	116
6.5.4 Sensibilidade à concentração superficial de cloretos .....	117
6.5.5 Sensibilidade à estabilização de cloretos com compostos do concreto .....	118
6.6 APLICAÇÕES DO MODELO .....	118
<b>7. CORROSÃO ELETROQUÍMICA .....</b>	<b>125</b>
7.1 INTRODUÇÃO .....	125
7.2 MECANISMOS DE CORROSÃO DAS ARMADURAS NO CONCRETO .....	126
7.3 FORMULAÇÃO PARA A DENSIDADE DE CORRENTE DE CORROSÃO .....	132
7.3.1 Interpretações do modelo .....	133
7.4 DETERMINAÇÃO DA PERDA DE MASSA .....	135
7.5 APLICAÇÕES DO MODELO .....	136
<b>8. CONCLUSÕES .....</b>	<b>140</b>
8.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	140
8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	141
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>143</b>



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resistência à compressão do concreto e propriedades das vigas.....	47
Tabela 2 – Tensão de escoamento do aço e propriedades da armadura .....	48
Tabela 3 – Comparações entre a carga de ruptura experimental e do modelo .....	52
Tabela 4 – Coeficiente $s$ e tipos de cimento (CEB-FIP model code, 1993) .....	63
Tabela 5 – Parâmetros da cadeia Kelvin para a função de fluência do CEB .....	65
Tabela 6 – Coeficientes $\beta_{sc}$ e tipos de cimento (CEB-FIP model code, 1993) .....	66
Tabela 7 – Coeficientes $\bar{\alpha}$ e tipos de cimento (CEB-FIP model code, 1993) .....	67
Tabela 8 – Valores referentes a temperatura média do ar (Menegat, 1998) e a radiação solar global diária (Loureiro,1984).....	83
Tabela 9 – Níveis de deterioração para a determinação do fim da vida útil (CEB, 1983)	89
Tabela 10 – Deslocamentos limites para a determinação do fim da vida útil (NBR-6118, 2001) .....	90
Tabela 11 – Parâmetros para determinação de $f_T$ .....	101
Tabela 12 – Concentração de cloretos por litro de solução de acordo com ambiente (Helene, apud Andrade, 2001) .....	111
Tabela 13 – Teores de cloretos orientativos ou de referência, no concreto da superfície, em função do meio ambiente (Helene, apud Andrade, 2001) .....	112
Tabela 14 – Limites para o teor total de cloretos no concreto (Funahashi, 1990) .....	113
Tabela 15 – Parâmetros para a análise do processo de difusão de cloretos .....	122
Tabela 16 – Nível de deterioração com o tempo .....	139

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Elementos isoparamétricos: a) quadrático de 20 nós; b) linear de 8 nós .....	8
Figura 2 – Modelos numéricos para a representação das armaduras: a) distribuído; b) discreto; c) incorporado.....	10
Figura 3 – Representação de um elemento isoparamétrico tridimensional com a armadura: a) domínio físico; b) domínio computacional .....	15
Figura 4 – Configurações de armaduras no sistema de coordenadas naturais do elemento .....	16
Figura 5 – Decomposição das tensões no espaço das tensões principais .....	20
Figura 6 – Estado de tensão projetado em um plano desviador .....	21
Figura 7 – Construção da superfície de plastificação e de carregamento subseqüentes: inicial (1), falha (4), carregamento (1,2,3,4) e amolecimento (5,6,7,8,9) .....	22
Figura 8 – Diagrama tensão-deformação para o concreto sob compressão uniaxial .....	24
Figura 9 – Diagrama tensão-deformação típico; $g_f$ é a energia específica .....	32
Figura 10 – Modelagem do elemento para uma banda singular de fissura .....	34
Figura 11 – Modelo para amolecimento à deformação (strain softening) .....	35
Figura 12 – Mecanismos de transferência de esforços: (a) efeito de pino da armadura (dowel effect); engrenamento dos agregados .....	36
Figura 13 – Esquema para fissuras ortogonais fixas em três direções .....	37
Figura 14 – Diagrama tensão-deformação uniaxial para as armaduras .....	39
Figura 15 – Características comuns de sistemas não lineares .....	43
Figura 16 – Geometria e carregamento das vigas ensaiadas por Decanini (apud Real, 2000) .....	47
Figura 17 – Malha para discretização da viga .....	48
Figura 18 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-75-1 .....	49
Figura 19 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-75-2 .....	49
Figura 20 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-75-3 .....	49
Figura 21 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-100-1 .....	50

Figura 22 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-100-2 .....	50
Figura 23 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-100-3 .....	50
Figura 24 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-200-1 .....	51
Figura 25 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-200-2 .....	51
Figura 26 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-200-3 .....	51
Figura 27 – Distribuição de deformações ( $\epsilon_{xx}$ ) do concreto ao longo da viga .....	53
Figura 28 – Distribuição das tensões ( $\sigma_{xx}$ ) no concreto ao longo da viga .....	53
Figura 29 – Distribuição das fissuras provenientes do carregamento .....	54
Figura 30 – Modelo para a solidificação progressiva das camadas .....	59
Figura 31 – Modelo reológico com cadeias Kelvin agrupadas .....	61
Figura 32 – Comparação de diferentes aproximações para a função de fluência do CEB a partir de cadeias Kelvin .....	65
Figura 33 – Comparações nos módulos elástico, viscoso e efetivo em relação ao tempo	70
Figura 34 – Características geométricas das vigas analisadas V7/V8 ensaiadas por Gobetti (1983) .....	71
Figura 35 – Desenvolvimento das flechas no tempo, segundo o ensaio experimental, o modelo computacional proposto e Gomes (1997) .....	72
Figura 36 – Volume de controle diferencial e fluxo de calor tridimensional .....	74
Figura 37 – Malha para discretização do sólido .....	81
Figura 38 – Resultado da análise térmica para o sólido .....	82
Figura 39 – Comparação entre os resultados do modelo e a solução analítica .....	82
Figura 40 – Dados mensais da temperatura e da radiação solar global em Porto Alegre	83
Figura 41 – Comparação entre a temperatura média da viga e a temperatura externa para a consideração de todas as faces com convecção .....	84
Figura 42 – Distribuição da temperatura para 105 dias de exposição considerando um fluxo proveniente da radiação solar na face superior e convecção nas demais .....	84
Figura 43 – Variação da temperatura em relação à face superior da viga .....	85

Figura 44 – Evolução da deterioração estrutural (Andrade, 2001) .....	87
Figura 45 – Ilustração das zonas de convecção e difusão e sua dependência com o perfil de umidade (Lindvall, 2001) .....	94
Figura 46 – Influência da relação água/cimento no coeficiente de difusão de cloretos referencial .....	97
Figura 47 – Comparação entre a isoterma linear, Langmuir, Freundlich e dados experimentais de Martin-Perez et al (2000), com os parâmetros utilizados em cada formulação .....	99
Figura 48 – Comparação do fator de correção frente à quantidade de cloretos livres .....	100
Figura 49 – Comportamento do fator de correção com a temperatura .....	102
Figura 50 – Comportamento do fator de correção com o tempo .....	103
Figura 51 – Comportamento do fator de correção com a umidade relativa do concreto .	104
Figura 52 – (a) ponto de integração fissurado; (b) esquema de passagem de fluxo .....	106
Figura 53 – Relação entre o fator de espaçamento da fissura e a difusividade equivalente .....	108
Figura 54 – Comportamento do fator de correção, para diferentes comprimentos característicos, em relação à abertura de fissuras .....	109
Figura 55 – Fórmula da concentração superficial de cloretos com o tempo .....	111
Figura 56 – Perfis de concentração de cloretos para diferentes valores de $m$ .....	115
Figura 57 – Perfis de concentração de cloretos para diferentes temperaturas .....	116
Figura 58 – Perfis de concentração de cloretos para diferentes coeficientes de difusão referencial .....	117
Figura 59 – Perfis de concentração de cloretos para diferentes concentrações superficiais .....	117
Figura 60 – Perfis de concentração de cloretos para diferentes isotermas .....	118
Figura 61 – Malha utilizada para a discretização espacial .....	119
Figura 62 – Vista do corpo de prova aos 370 dias de exposição .....	120
Figura 63 – Vista da face correspondente a metade do corpo de prova .....	120
Figura 64 – Comparação entre a concentração de cloretos em relação ao tempo para várias profundidades para o modelo computacional e a formulação de Fick	121

Figura 65 – Malha adotada para analisar a difusão de cloretos .....	122
Figura 66 – Concentração de cloretos para 4 dias, 7 anos, 25 anos e 50 anos .....	123
Figura 67 – Perfis de cloretos para diferentes profundidades e a concentração crítica de cloretos .....	123
Figura 68 – Processo de corrosão na superfície da armadura: a) localização das reações anódica e catódicas e laço de fluxo elétrico; b)fluxo de elétrons e íons $Fe^{++}$	127
Figura 69 – Curva de polarização anódica potenciodinâmica do aço em solução alcalina (aço passivado).....	129
Figura 70 – Curva de polarização catódica potenciodinâmica .....	130
Figura 71 – Representação esquemática da interação entre as curvas de polarização anódica e catódica .....	130
Figura 72 – Curva de polarização anódica na presença de cloretos .....	131
Figura 73 – Influência do aumento na concentração de cloretos na curva de polarização anódica .....	131
Figura 74 – Representação esquemática da interação entre as curvas de polarização catódica com curvas anódicas com diferentes concentrações de cloretos .....	132
Figura 75 – Efeito da concentração de cloretos na densidade de corrente de corrosão ...	134
Figura 76 – Efeito da temperatura na densidade de corrente de corrosão .....	134
Figura 77 – Efeito da resistência ôhmica do recobrimento na densidade de corrente de corrosão .....	135
Figura 78 – Efeito do tempo de corrosão na densidade de corrente de corrosão .....	135
Figura 79 – Esquema para análise da vida útil de estruturas de concreto armado sujeita à corrosão de armadura por ataque de cloretos.....	137
Figura 80 – Proporção de armadura corroída em relação ao tempo para as duas vigas ...	138
Figura 81 – Comportamento dinâmico da taxa de corrosão em relação ao tempo .....	138
Figura 82 – Flechas no vão central das vigas analisadas .....	139
Figura 83 – Aumento da flecha devido à corrosão das armaduras para as duas vigas .....	139

## LISTA DE SÍMBOLOS

### LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$A_c$  - área da seção transversal de concreto

$A_r$  - área da seção transversal da armadura

$\bar{B}$  - matriz gradiente

$B$  - matriz que relaciona deformações e deslocamentos nodais do elemento de concreto;

$B_r$  - vetor que relaciona deformações e deslocamentos nodais do elemento de aço

$C_0$  - concentração superficial de cloretos

$C_b, C_f$  - concentração de cloretos imobilizados e livres

$C_l$  - concentração de cloretos na armadura

$C_x, C_y, C_z$  - componentes do vetor jacobiano da armadura

$D$  - matriz constitutiva; matriz de difusividade

$D_c^*, D_c$  - coeficiente de cloretos efetivo e referencial

$D_0, D_1$  - coeficiente de difusão no material intacto e na fissura

$E$  - módulo de elasticidade longitudinal; energia de ativação do processo de difusão

$E_0$  - módulo assintótico

$E_{c1}$  - módulo de elasticidade secante do concreto

$E_{ci}$  - módulo de elasticidade longitudinal do concreto

$E_r$  - módulo de elasticidade longitudinal do aço

$E_{s,1}$  - módulo de elasticidade longitudinal do aço para o ramo elástico

$E_{s,2}$  - módulo de elasticidade longitudinal do aço para o ramo com encruamento linear

$E_\mu$  - módulo de elasticidade longitudinal da camada de concreto

$F$  - função de plastificação

$F_0$  - tensão corrente de plastificação

$G$  - módulo de elasticidade transversal

$G_c$  - módulo de elasticidade transversal do concreto fissurado

$G_f$  - energia de fratura

GSP - parâmetro de rigidez do MCDG (*General Stiffness Parameter*)

H - função de interpolação da armadura

I - densidade de corrente de corrosão

$I_1$  - 1° invariante do tensor de tensão

J - matriz jacobiana; função de fluência

$J_2$  - 2° invariante do tensor desviador de tensão

$J_3$  - 3° invariante do tensor desviador de tensão

K - matriz de rigidez; matriz de capacidade térmica

$K_c$  - matriz de rigidez do concreto

$K_{rc}$  - matriz de rigidez do elemento de concreto armado

$K_s$  - matriz de rigidez da armadura

N - funções de interpolação; número de termos da série de Dirichlet para fluência

P - vetor de cargas de superfície e de volume; coordenadas dos nós das barras de aço

Q - taxa de calor gerado por unidade de volume dentro do elemento

R - vetor de forças externas aplicadas; função de relaxação; constante universal dos gases

$R_c$  - resistência ôhmica do concreto

RH - umidade relativa do ar

S - superfície

T - matriz de rotação, temperatura

$T_\infty$  - temperatura ambiente

$T_x$  - taxa de corrosão

U - vetor de deslocamentos nodais; energia interna

V - volume do elemento; função de envelhecimento

$V_x', V_y', V_z'$  - vetores de rotação da matriz de cosenos diretores da armadura

$W_e^{int}$  - trabalho virtual interno do elemento

## LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

a - vetor de fluxo plástico; coeficiente

a/c - relação água/cimento

ag/c - relação agregado/cimento

b - vetor de forças de corpo

c - calor específico

$f_{cb}$  - fator de correção de correção devido à imobilização de cloretos

$f_{cm}$  - resistência média à compressão do concreto

$f_f$  - fator de correção devido à fissuras provenientes do carregamento

$f_T$  - fator de correção devido à temperatura

$f_t$  - fator de correção devido ao tempo

$f_{tm}$  - resistência média à tração do concreto

$f_U$  - fator de correção devido à umidade relativa

$f_{y1}$  - tensão de limite para o ramo elástico da armadura

$f_{y2}$  - tensão de limite para o ramo com encruamento linear da armadura

$f_{y3}$  - tensão máxima da armadura

$g_f$  - energia específica dissipada durante o processo de deformação

h - espessura fictícia da seção de concreto; umidade relativa do concreto

$h_c, h_r$  - coeficiente de transferência de calor por condução e radiação

$i_{corr}$  - densidade de corrente de corrosão

k - fator de forma; número de iterações; razão entre  $f_{tm}$  e  $f_{cm}$

$k_e$  - fator de forma para a superfície da caregamento

$k_x, k_y, k_z$  - condutividades nas direções x, y e z

$l_c$  - comprimento característico

m - coeficiente de redução dde difusão com a idade; número de nós da barra



$n_{pic}$  - número de pontos de integração de Gauss

$n_{pia}$  - número total de pontos de integração da armadura

$\bar{p}$  - vetor de cargas aplicadas sobre a superfície

$q_x, q_y, q_z$  - fluxos nas direções x, y e z

$r$  - matriz de cosenos diretores da armadura

$s$  - constante que depende do tipo de cimento; tensão desviadora

$t$  - tempo

$t'$  - idade do carregamento

$t_0$  - tempo inicial

$t_1$  - tempo um qualquer

$t_s$  - data de início de retração

$u$  - campo deslocamento do elemento; perímetro da seção em contato com o ambiente

$\dot{u}$  - campo de velocidades no elemento

$\ddot{u}$  - campo de acelerações no elemento

$x, y, z$  - sistema de coordenadas cartesianas

$w$  - fator de peso; abertura de fissura

## LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

$\Gamma_Q$  - superfície com fluxo térmico prescrito

$\Gamma_T$  - superfície com temperatura prescrita

$\Delta$  - incremento

$\Phi$  - função de fluência para cadeias Kelvin

$\Sigma$  - somatório

$\psi$  - função de relaxação para cadeias Maxwell

## LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

$\hat{\rho}$  - massa específica

$\hat{\rho}_a, \hat{\rho}_c$  - massa específica dos agregados e do cimento

$\dot{\gamma}$  - taxa de deformação viscoelástica do material sem envelhecimento  
 $\rho$  - componente desviadora do tensor de tensões  
 $\zeta$  - coordenada normalizada  
 $\beta_c$  - coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo  
 $\beta_E$  - coeficiente de envelhecimento para módulo de elasticidade  
 $\rho_f$  - superfície de falha  
 $\beta_{RHT}$  - coeficiente para retração  
 $\beta_{sc}$  - coeficiente representativo do tipo de cimento  
 $\rho_t, \rho_s, \rho_c$  - meridiano de tração, cisalhamento e compressão  
 $\delta u$  - vetor que contém as componentes do deslocamento virtual em um ponto qualquer do elemento “e”  
 $\alpha$  - coeficiente para isothermas  
 $\beta$  - coeficiente; ângulo; fator de retenção ao corte; tolerância; parâmetro de isothermas  
 $\chi$  - coeficiente de amortecimento; coordenada normalizada  
 $\dot{\epsilon}_c$  - taxa de deformação fictícia da fissura  
 $\dot{\epsilon}_e$  - taxa de deformação elástica  
 $\dot{\epsilon}_f$  - taxa de deformação devido à fissuração  
 $\dot{\epsilon}_s$  - taxa de deformação devido à retração no concreto  
 $\dot{\epsilon}_T$  - taxa de deformação devido à variação da temperatura  
 $\dot{\epsilon}_{ve}$  - taxa de deformação viscoelástica  
 $\epsilon_{vp}^{eq}$  - deformação viscoplástica efetiva ou equivalente  
 $\epsilon$  - deformação específica longitudinal; coeficiente de emissividade  
 $\epsilon_{cso}$  - coeficiente de retração nominal  
 $\epsilon_e$  - deformação elástica

$\varepsilon_s$  - deformação por retração do concreto

$\varepsilon_{tot}$  - deformação total

$\varepsilon_{ve}$  - deformação viscoelástica

$\varepsilon_{vp}$  - deformação viscoplástica

$\varepsilon_{vps}$  - deformação viscoplástica do aço

$\varepsilon_{y1}$  - deformação limite para o ramo linear da armadura

$\varepsilon_{y2}$  - deformação limite para o ramo com encruamento linear da armadura

$\varepsilon_{y3}$  - deformação referente a tensão máxima da armadura

$\varepsilon_{y4}$  - deformação de ruptura da armadura

$\varepsilon_0$  - deformação de fissuração

$\phi$  - diâmetro da barra da armadura; coeficiente de fluência

$\gamma$  - coeficiente de fluidez do concreto; deformação de uma cadeia Kelvin

$\gamma_s$  - coeficiente de fluidez do aço

$\eta$  - coeficiente de viscosidade;

$\eta_\mu$  - coeficiente de viscosidade da camada de concreto

$\varphi$  - taxa de armadura longitudinal

$\lambda$  - parâmetro da superfície de plastificação; fator da carga no MCDG

$\mu$  - camada

$\nu$  - coeficiente de Poisson

$\theta$  - ângulo de similaridade ou de Lode; coeficiente do esquema de integração no tempo

$\sigma_{ef}$  - tensão efetiva no concreto

$\sigma_m$  - tensão média no concreto

$\sigma_s$  - tensão normal na armadura

$\sigma$  - tensão normal no concreto; constante de Stefan-Boltzmann

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - tensões principais

$\tau$  - coeficiente de tortuosidade da fissura

$\tau_\mu$  - tempo de retardamento da camada de concreto

$\xi'$  - componente hidrostática do tensor de tensões

$\xi, \eta, \zeta$  - eixos das coordenadas naturais do elemento

$\xi_p, \eta_p, \zeta_p$  - coordenadas naturais dos nós da armadura em relação ao elemento analisado

$\psi$  - forças residuais

### SÍMBOLOS ESPECIAIS

{ } - vetor coluna

< > - vetor linha

$\nabla$  - gradiente

[ ] - matriz

[ ]<sup>T</sup> - matriz transposta

[ ]<sup>-1</sup> - matriz inversa

| | - determinante

|| | - norma

## RESUMO

SILVA, S.J.H. Análise de Estruturas de Concreto Armado Sujeitas à Corrosão de Armadura por Cloretos Através do Método dos Elementos Finitos, 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

A corrosão da armadura é um dos principais problemas para um grande número de estruturas de concreto armado por causa da redução substancial da área de aço, da perda de aderência, da formação de fissuras e lascamento do concreto. O modelo tridimensional proposto por este trabalho é baseado no processo de corrosão iniciado por ataque de cloretos e propagado a partir de micropilhas de corrosão, utilizando o método dos elementos finitos. A influência da temperatura, da umidade relativa do concreto, da ligação dos cloretos com compostos do concreto, da formação de fissuras provenientes do carregamento e da resistência ôhmica do concreto são levados em consideração. O modelo é dividido em 4 módulos que interagem entre si, sendo eles: análise estrutural, transferência de calor, difusão de cloretos e corrosão eletroquímica. O modelo computacional para a análise estrutural utiliza dois procedimentos. No primeiro busca-se a resposta da estrutura para um carregamento instantâneo, considerando-se o material com comportamento elasto-viscoplástico, associado com modelos de armadura incorporada e fissuras distribuídas. No segundo, determina-se a resposta da estrutura ao longo do tempo com a teoria da solidificação proposta por Bazant e Prasannan (1989), utilizando as cadeias Kelvin, apresentando ótimos resultados com uma grande economia computacional. O processo de transferência de calor é baseado na formulação tridimensional da equação de Helmholtz, com condições de contorno de fluxos provenientes da radiação solar, convecção e radiação, apresentando bons resultados em relação a formulações analíticas. Para análise de vigas com a variação da temperatura média diária, constatou-se que as mesmas se encontram em equilíbrio térmico com o ambiente. A análise de difusão de cloretos implementada apresentou um comportamento idêntico ao da segunda lei de Fick para casos unidimensionais. Para análises de vigas carregadas se constatou que as fissuras provenientes de cargas de serviço não influenciam o processo de difusão e que o coeficiente de difusão referencial é o principal parâmetro na análise. O modelo de corrosão eletroquímica é baseado na formulação proposta por Liu (1996), obtendo-se como resultado a taxa de corrosão em função do tempo.

Palavras-chave: análise de estruturas de concreto armado; corrosão de armaduras; difusão de cloretos; vida útil.

## ABSTRACT

SILVA, S.J.H. Análise de Estruturas de Concreto Armado Sujeitas à Corrosão de Armadura por Cloretos Através do Método dos Elementos Finitos, 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Corrosion is one of the main problems for a great number of reinforced concrete structures due to the substantial reduction of the steel area, the bond-slip effect, formation and growth of cracks and concrete spalling. A three-dimensional model is proposed in this work, which is based on the initiation of the corrosion process due to chloride attack and the corresponding propagation based on the operation of corrosion microcells, using the finite elements method. The influence of the temperature, the relative humidity of the concrete, chloride binding, formation of cracks due to load and of the concrete ohmic resistance are taken into account. The model is divided in four interacting modules. They are: the structural analysis, heat transfer, chloride diffusion and electrochemistry corrosion. The computational model for structural analysis uses two different procedures. In the first procedure, the structural response to an instantaneous loading is investigated, considering an elasto-viscoplastic behavior for the material, associate with an embedded reinforcement model and smeared cracks. In the second procedure, the determination of the structural behavior to long time loads is performed with the solidification theory proposed by Bazant and Prasannan (1989), using Kelvin chains, and excellent results with great computational economy were obtained. The heat transfer problem is based on the three-dimensional Helmholtz equation, where prescribed temperatures, heat flows, solar radiation, convection and radiation are used as boundary conditions, and good results with respect to analytical formulations were obtained. For analyses of beams with variation of the average daily temperature, it was verified thermal balance with the air temperature. The implemented chloride diffusion process presented an identical behavior to 2nd Fick's law for one-dimensional cases. For analyses of loaded beams it was verified that the cracks due to service loads don't influence the diffusion process and that the reference coefficient of diffusion is the main parameter in the analysis. The model of electrochemistry corrosion is based on the formulation proposed by Liu (1996), obtaining the corresponding time dependent corrosion rate.

Key-words: analysis of reinforced concrete structures; steel corrosion; chloride diffusion; structure lifetime.

# **1. INTRODUÇÃO**

## **1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

O concreto é um dos materiais de construção mais empregados. Com o acúmulo de acervo científico percebeu-se um equívoco feito em relação à durabilidade e a resistência desse material. Pensava-se que um concreto com uma razoável resistência seria um concreto durável. Hoje já se sabe que, para muitas condições de exposição, tanto a resistência quanto a durabilidade do concreto devem ser consideradas já na fase de projeto.

A concepção de uma estrutura durável implica na adoção de um conjunto de decisões e procedimentos que garantam à estrutura em si e aos materiais que a compõem um desempenho satisfatório ao longo da vida útil da construção.

Para garantir a estabilidade de uma estrutura se deve compreender o comportamento extremamente complexo do concreto armado. A fissuração do concreto, a plastificação do concreto e do aço, a diferença entre as resistências à tração e à compressão do concreto, os fenômenos relacionados com o tempo e a ação de agentes agressivos, entre outros fatores, são as causas da não-linearidade da relação tensão-deformação.

A principal causa de problemas em estruturas de concreto armado correntes são provenientes de corrosão da armadura, com conseqüências que vão desde estéticas (afioramento de produtos de corrosão) a até de estabilidade (diminuição da capacidade portante). Os altos custos globais que envolvem tanto a perda do material deteriorado quanto a correção do problema, o comprometimento da estabilidade estrutural inerente ao desenvolvimento do processo corrosivo e, por fim, a elevada incidência e reincidência do fenômeno são alguns dos aspectos que fazem da corrosão de armaduras certamente a principal manifestação patológica em estruturas de concreto deste início de século.

Diversos trabalhos de levantamento de danos em estruturas de concreto armado realizados no exterior e no Brasil mostraram que a corrosão de armaduras é o fenômeno responsável por uma grande parte dos danos nas estruturas, com índices de ocorrência variando entre 27% e 64% para o Brasil (Dal Molin, 1988; Aranha, 1994; Andrade, 2001).

Com o início da corrosão há diminuição da área da armadura e aumento do volume devido ao aparecimento do produto da corrosão, que pode chegar a até 600 por cento do volume original (Cascardo, 1997), causando tensões no concreto e gerando microfissuras internas que evoluirão até um eventual destacamento do cobrimento da armadura. É necessário ressaltar que não só é preciso considerar se um dado metal se corroe ou não, como também a velocidade que o faz, já que a corrosão pode evoluir tão lentamente que os efeitos na vida útil serão desprezíveis.

No Brasil, a situação é particularmente séria, tendo em vista suas principais cidades se situarem em regiões litorâneas, submetidas à ação extremamente agressiva das atmosferas marinhas ricas em cloretos. Um outro importante aspecto é a crescente incidência da corrosão de armaduras nos últimos 10 anos devido à adoção de estruturas cada vez mais esbeltas e, na maioria dos casos, menos duráveis. Associado a isto não se pode ignorar que a agressividade ambiental aumentou de forma relevante com o crescimento e a industrialização das cidades, favorecendo desta forma a redução da vida útil das estruturas de concreto armado.

A análise numérica de estruturas de concreto armado sem corrosão foi estudada em vários trabalhos dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS utilizando o método dos elementos finitos. Sensale (1991), Prates Júnior (1992), Real (2000) e Machado (2002) estudaram o comportamento, ao longo do tempo, de estruturas de concreto armado, submetidas ao estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos. Claire (1994) e Gomes (2001) expandiram a análise para casos tridimensionais. Casos particulares de peças de concreto estrutural, podendo-se destacar estruturas reforçadas foram estudadas por Dantas (2000) e Moreira (2002) e a aderência imperfeita entre os materiais foi estudada por Aurich (2001).

O estudo do processo de corrosão de armaduras em estruturas de concreto foi motivo da apresentação de vários trabalhos dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, sendo a grande maioria experimental e ligado à etapa de iniciação do processo de corrosão. Pereira (2001) e Hoffmann (2001) apresentaram estudos sobre a influência de diversos fatores na determinação do coeficiente de difusão de cloretos em concreto armado. Andrade (2001) estudou a etapa de iniciação do processo de corrosão aplicando uma formulação unidimensional e também apresentou um extenso estudo sobre os fatores que influenciam o processo de difusão de cloretos. Abreu (1998) investigou a significância do efeito das adições e de diferentes tipos de cimento na



resistividade elétrica do concreto, parâmetro de grande importância na análise de propagação do processo de corrosão.

Com estudos experimentais percebeu-se que o efeito da temperatura é muito importante no processo de difusão de íons (agentes agressivos) e nos efeitos diferidos do concreto. Portanto, neste trabalho, para melhorar a precisão do modelo adota-se uma análise tridimensional do processo de transferência de calor utilizando o método dos elementos finitos. A implementação da análise térmica bidimensional pelo método dos elementos finitos está apresentada em Awruch e Isquierdo (1990) e Araújo (1995).

## **1.2. OBJETIVO E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO**

A corrosão das armaduras das estruturas de concreto causa extremo desconforto em toda a comunidade técnico-científica mundial, pois é assustador o número de obras civis, públicas ou privadas, deterioradas devido à corrosão, tornando-se este, um problema que abrange questões econômicas, técnicas, sociais e jurídicas.

São gastos bilhões de dólares em recuperações e reparos em todo o mundo, somente devido à corrosão das armaduras das estruturas de concreto armado. Aproximadamente 253.000 tabuleiros de pontes da rede rodoviária dos Estados Unidos estão em vários estágios de deterioração e aproximadamente 35.000 são adicionados a esta lista todos os anos. O custo de reparação e reabilitação desses tabuleiros está estimado em US\$ 50 bilhões, sendo o custo de reparo ou reposição das estruturas de concreto em geral estimado em US\$ 200 bilhões (Mehta,1993).

Na Espanha, segundo Figueiredo apud Cabral (2000), os gastos podem atingir 1,5 bilhões de dólares somente com os trabalhos de reparo e substituição de estruturas afetadas pelos problemas estrutural e de durabilidade, entre eles a corrosão, devido à má utilização do cimento aluminoso na Catalúnia.

No Brasil, Carmona e Marega apud Aranha (1994) indicam a cifra de US\$ 28 milhões aplicados em obras de reparação e reforço estrutural no ano de 1987.

Neste trabalho, apresenta-se um modelo computacional, baseado no trabalho de Gomes (2001), para a simulação de estruturas de concreto armado submetidas a cargas de curta duração e nos trabalhos de Araújo (1995) e Gomes (1997) para cargas de longa duração. Para o processo de iniciação da corrosão adota-se um modelo com características de vários trabalhos presentes na literatura, entre eles: Hansen (1997) e Martin-Perez et al

(2001) uma vez que ainda não há nenhum trabalho com esse enfoque no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS. Para o processo de propagação da corrosão adota-se o modelo proposto por Liu (1998) por levar em consideração um grande número de parâmetros na determinação da taxa de corrosão.

O objetivo deste trabalho é a elaboração de um modelo de corrosão eletroquímica desencadeada por cloretos para estruturas de concreto armado submetidas a um carregamento de curta ou longa duração, a fim de determinar a vida útil da estrutura.

Nesse contexto, apresenta-se o trabalho de dissertação constituído em um desenvolvimento teórico em conjunto com a elaboração de programas e rotinas computacionais.

O modelo computacional foi implementado utilizando a linguagem Fortran (Chapman, 1998) por apresentar melhor desempenho em relação às demais linguagens de programação. O programa fornece arquivos de saída com as tensões, deformações, deslocamentos, temperaturas e concentrações de cloretos para visualização através do programa de pós-processamento GID 7.0- Graphical Interface Design- (Ribó et al., 2001).

### **1.3. DESCRIÇÃO GERAL DO TRABALHO**

O modelo de corrosão proposto será tridimensional, empregando elementos finitos para a discretização espacial e diferenças finitas para a discretização temporal. O concreto e o aço são considerados como tendo um comportamento elasto-viscoplástico, onde modelos constitutivos apropriados foram implementados para simular este comportamento.

O texto está organizado em capítulos que tratam dos assuntos relevantes ao trabalho.

O primeiro capítulo é constituído pela introdução, objetivos, motivação e uma descrição geral do trabalho.

No segundo capítulo faz-se o desenvolvimento do modelo para a análise elasto-viscoplástica de estruturas de concreto armado, levando em consideração cargas de curta duração, utilizando resultados experimentais para a validação do modelo proposto. Apresenta-se o esquema de solução através dos métodos do controle dos deslocamentos generalizados e Newton-Raphson modificado.

No terceiro capítulo descreve-se a modelagem da análise viscoelástica de cargas de longa duração para estruturas de concreto armado, tendo como base a teoria da solidificação (Bazant e Prasannan, 1989) e formulações propostas pelo CEB-FIP model code (1993), sendo o modelo reológico baseado em cadeias Kelvin agrupadas. Por fim é feita uma comparação dos resultados do modelo com valores de ensaios experimentais.

No quarto capítulo é feita a modelagem do problema de análise do processo de transferência de calor no concreto armado através de condução, convecção e radiação, possibilitando a inclusão de problemas não lineares e lineares, para análises estacionárias e transientes. No fim confrontam-se resultados do modelo proposto com resultados obtidos por formulação analítica e modela-se o comportamento de uma viga de concreto armado com condições de convecção e um fluxo proveniente da radiação solar.

No quinto capítulo são discutidos os fundamentos teóricos a respeito da modelagem da vida útil das estruturas de concreto armado, apresentado as definições de vida útil que serão adotadas no presente trabalho.

No sexto capítulo descreve-se a análise de difusão de cloretos no concreto armado segundo o processo de transferência de massa, bem como a implementação de fatores importantes no processo, como a temperatura, a idade do concreto, a umidade relativa do concreto, o efeito de fissuras provenientes do carregamento na difusão e a imobilização dos íons cloreto no concreto. Discutem-se valores referentes à concentração crítica de cloretos e à concentração superficial de cloretos.

No sétimo capítulo aborda-se o conceito do processo de corrosão eletroquímica da armadura, onde é feita uma breve revisão sobre o tema. Apresenta-se o modelo de taxa de corrosão dinâmica proposto Liu (1996) e demonstra-se seu comportamento em relação à temperatura, resistência ôhmica e concentração de cloretos. Neste capítulo são realizadas simulações de vigas de concreto com corrosão com o intuito de determinar a vida útil.

No oitavo capítulo, apresentam-se as conclusões finais sobre os resultados obtidos com a aplicação do modelo, além de sugestões para futuros trabalhos relacionados ao tema.

## 2. ANÁLISE ESTRUTURAL PARA CARGAS DE CURTA DURAÇÃO

### 2.1 INTRODUÇÃO

Para se obter uma modelagem adequada do comportamento não-linear do concreto armado através de elementos finitos, três aspectos devem ser analisados:

1. O comportamento do concreto
2. A resposta da armadura
3. Fenômeno de aderência entre o aço e o concreto

A resposta de cada material deve ser desenvolvida separadamente requerendo para o concreto e o aço elementos independentes. Os elementos isoparamétricos são utilizados para idealizar o concreto e elementos especiais embutidos nos elementos isoparamétricos são usados para simular a armadura. Combinando a resposta de ambos se encontra o comportamento do concreto armado.

A hipótese assumida de excluir o uso de uma lei de aderência adequada requer que a deformação no aço seja a mesma do elemento isoparamétrico ao seu redor. Então a aderência perfeita é assumida. De acordo com Darwin (1991) os detalhes da aderência do concreto com o aço são de menor relevância, desde que o deslizamento não seja um modo de falha dominante.

### 2.2 IMPLEMENTAÇÃO DO PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS

Em uma representação em elementos finitos, o princípio dos trabalhos virtuais para um problema dinâmico é dado por:

$$\int_{V_e} \delta u^t \hat{\rho} \ddot{u} dV + \int_{V_e} \delta u^t \chi \dot{u} dV + \delta W_e^{\text{int}} = \int_{V_e} \delta u^t b dV + \int_{S_e} \delta u^t \bar{p} dS \quad (2.1)$$

onde o super-índice t indica transposição;  $\delta u$  é o vetor que contém as componentes de deslocamento virtual em um ponto qualquer do elemento “e”;  $\hat{\rho}$  é a massa específica do elemento;  $\chi$  é o coeficiente de amortecimento;  $\dot{u}$  é o campo de velocidades no elemento;  $\ddot{u}$  é o campo de acelerações no elemento;  $b$  é o vetor de forças de corpo atuantes no

elemento;  $\bar{p}$  é o vetor de cargas aplicadas sobre  $S_e$ , que é a superfície que rodeia o elemento “e”, cujo volume é  $V_e$ ;  $\delta W_e^{\text{int}}$  é o trabalho virtual interno do elemento dado por:

$$\delta W_e^{\text{int}} = \int_{V_e} \delta \varepsilon^t \sigma dV \quad (2.2)$$

onde  $\sigma$  é um vetor com as componentes do tensor de tensões do elemento e  $\delta \varepsilon$  é um vetor com as componentes do tensor de deformações virtuais devido a  $\delta u$ . Como as análises empregadas neste trabalho são estáticas, os dois primeiros termos de (2.1) podem ser suprimidos. As componentes de deformações em termos do vetor de deslocamento nodais do elemento vem dadas por:

$$\varepsilon = \bar{B}U^{(e)} \quad (2.3)$$

e então, a expressão (2.2) pode ser escrita como:

$$\delta W_e^{\text{int}} = \delta U^{(e)t} \int_{V_e} \bar{B}^t \sigma dV \quad (2.4)$$

onde  $\bar{B}$  é a matriz gradientes que contém as derivadas das funções de forma  $N$  do elemento. Retornando a (2.1), e empregando as expressões:

$$\delta u^t = \delta U^{(e)t} N^t \quad (2.5)$$

$$\sigma = D\varepsilon \quad (2.6)$$

sendo  $D$  é a matriz constitutiva, tem-se a seguinte expressão matricial para toda a malha de elementos finitos:

$$KU = P \quad (2.7)$$

onde  $K$  é a matriz de rigidez e  $P$  é o vetor de forças externas, dados por:

$$K = \sum_e \int_{V_e} \bar{B}^t D \bar{B} dV \quad (2.8)$$

$$P = \sum_e \int_{V_e} N^t b dV + \sum_e \int_{S_e} N^t \bar{p} dS \quad (2.9)$$

onde o símbolo de somatório indica o processo de montagem.

O sistema de equações (2.7) pode ser resolvido, após a aplicação das correspondentes condições de contorno, obtendo-se os deslocamentos, e a partir deles as componentes das deformações específicas e de tensões com as expressões (2.3) e (2.6), respectivamente.

## 2.3 FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA O CONCRETO

A modelagem do concreto foi feita por elementos finitos isoparamétricos hexaédricos da família Serendipity com 8 e 20 nós. São adotados três graus de liberdade por nó, correspondentes às translações na direção dos eixos xyz do sistema global de coordenadas. Para o elemento de 8 nós são utilizadas funções de interpolação do tipo linear, logo o campo de deslocamentos possui variação linear. Para o elementos de 20 nós são empregadas funções de interpolação do tipo quadrática, sendo a variação quadrática para o campo de deslocamentos. Na figura 1, apresentam-se os elementos isoparamétricos quadrático e linear.

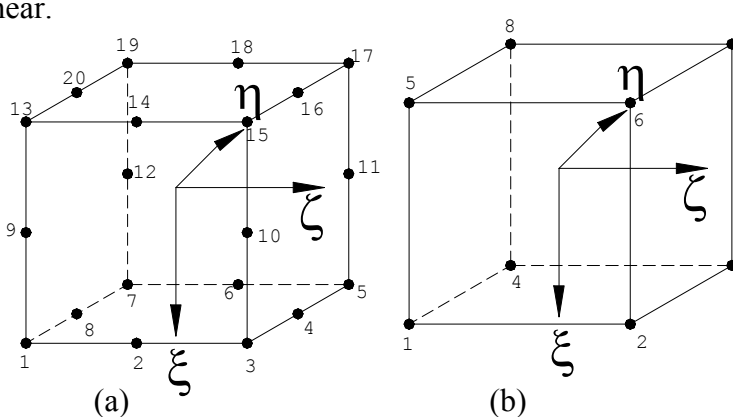


Figura 1 – Elementos isoparamétricos: a) quadrático de 20 nós b) linear de 8 nós.

As funções de interpolação (ou de forma) são dependentes das coordenadas normalizadas ( $\xi, \eta, \zeta$ ) e são dadas abaixo. Com  $\xi_0 = \xi \xi_i$ ,  $\eta_0 = \eta \eta_i$  e  $\zeta_0 = \zeta \zeta_i$ , sendo  $(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$  as coordenadas naturais dos nós em consideração, têm-se:

- Elemento linear

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(1 + \zeta_0), \quad i = 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (2.10)$$

- Elemento quadrático

(a) Nós de canto : ( $i = 1, 3, 5, 7, 13, 15, 17, 19$ )

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(1 + \zeta_0)(\xi_0 + \eta_0 + \zeta_0 - 2) \quad (2.11)$$

(b) Nós intermediários: ( $i = 9, 10, 11, 12$ )

$$N_i = \frac{1}{4}(1 - \zeta^2)(1 + \xi_0)(1 + \eta_0) \quad (2.12)$$

(c) Nós intermediários: ( $i = 2, 4, 6, 8, 14, 16, 18, 20$ )

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \eta^2)(1 + \xi_0)(1 + \zeta_0) \quad (2.13)$$

## 2.4 FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA A ARMADURA

Existem basicamente três formas disponíveis na literatura de incluir a armadura de aço em um modelo de elementos finitos para estruturas de concreto armado: o modelo distribuído ou contínuo equivalente, o modelo incorporado e o modelo discreto (Darwin, 1991).

No modelo distribuído ou contínuo equivalente, considera-se o aço distribuído uniformemente no elemento de concreto, admitindo aderência perfeita entre o aço e o concreto. É um modelo conveniente para situações em que a armadura é composta por uma série de barras pouco espaçadas. Por outro lado, para armaduras não espaçadas uniformemente, tanto a formulação discreta quanto a incorporada são as mais apropriadas. O modelo distribuído é o mais adequado para estruturas em forma de superfície (placas e cascas), onde as malhas de armadura distribuídas permitem o modelamento de cada camada de armadura separadamente como uma membrana de seção transversal equivalente. Vários estudos com esse modelo estão disponíveis, entre eles Vecchio (1989), Vecchio e Collins (1989) e Gomes (1997).

No modelo incorporado, a geometria das armaduras é consistente com a geometria do elemento isoparamétrico em que se encontra disposto. Isto resulta em um único campo de deslocamentos no domínio do elemento, com uma relação constitutiva obtida pela soma das matrizes de rigidez do aço e do concreto. Desta forma, as barras de armadura não necessitam estar distribuídas uniformemente. A localização e direção das barras de armadura podem ser arbitrárias. Os deslocamentos ao longo da barra de armadura são expressos em função dos deslocamentos nodais do elemento do concreto. Com isso, obtém-se para a armadura uma matriz de rigidez das mesmas dimensões que a matriz de rigidez do concreto. Admite-se, também, que exista aderência perfeita entre o aço e o concreto. Existem vários textos com esse modelo na literatura, entre eles Phillips e Zienkiewicz (1976), Elwi e Hrudey (1989), Clure (1994) e Gomes (2001).

O modelo discreto é realizado com um elemento unidimensional de barra, que se integra à malha de elementos finitos tridimensional, utilizados para a representação do concreto através da superposição das matrizes de rigidez. Este modelo é, em geral, empregado com elementos especiais de aderência. Apesar da simplicidade deste conceito, o modelo discreto tem a desvantagem de que a malha de elementos finitos fica restringida pela localização da armadura, ao invés de representar adequadamente o campo de tensões. Em análises tridimensionais, isto pode levar a custos computacionais elevados devido ao uso de muitos elementos pequenos, não necessários, ou mesmo a erros de precisão causados por elementos de formas distorcidas, sendo o modelo discreto numericamente menos efetivo que o modelo incorporado. Ngo e Scordelis (1967), Vidosa et al. (1991) apresentaram análises de estruturas de concreto empregando o modelo discreto.

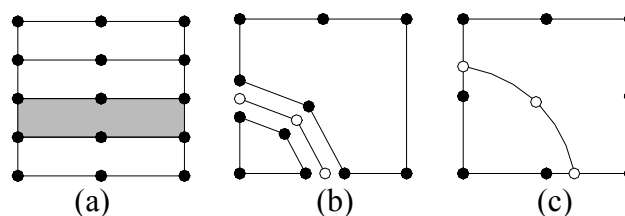


Figura 2 - Modelos numéricos para a representação das armaduras: a) distribuído, b) discreto, c) incorporado.

Na década de 70 e 80 foram propostos os primeiros modelos para as armaduras. Phillips e Zienkiewicz (1976) e Elwi e Murray (1980) desenvolveram separadamente representações das armaduras, nas quais a integração dos trabalhos virtuais é desenvolvida para uma camada de armadura e a mesma deveria estar alinhada com um dos eixos locais do elemento isoparamétrico. Nestas representações, a malha não precisa ser necessariamente retilínea. Isto é útil quando se está analisando estruturas com paredes curvas de espessura constante e distribuição regular. Chang et al (1987) desenvolveu um modelo que permitia a colocação de uma camada de armadura com um ângulo com os eixos locais do elemento, porém sua utilização é restrita a problemas que apresentam camadas de armaduras retas e malhas retilíneas. Elwi e Hrudey (1989) apresentaram para elementos bidimensionais uma formulação mais geral para o modelo incorporado com armaduras curvas. Neste trabalho será utilizado o modelo de armadura incorporada proposta por Elwi e Hrudey (1989) para a discretização espacial pelo método dos elementos finitos.

Os requerimentos necessários de grande parte das formulações incorporadas atuais são os de que as coordenadas globais do ponto de intersecção entre as armaduras



individuais e os elementos de concreto sejam fornecidos pelo analista. Enquanto tais dados de entrada em modelos bidimensionais podem ser manejáveis, para aplicações tridimensionais a determinação de cada ponto, suas correspondências com os elementos de concreto e a entrada manual de tais dados é quase impraticável. Estes problemas e dificuldades associadas ao cálculo da rigidez para uma localização arbitrária dos elementos de barra incorporada nas malhas tridimensionais de elementos finitos têm levado a algumas restrições, simplificações e aproximações com o intuito de simplificar a geração de dados de entrada necessários. Isenberg e Levine (1985) impuseram a condição de que as barras incorporadas passassem através dos centróides dos elementos hexaédricos de concreto, Cervera (1986) distribuiu um grupo de barras numa dada localização e as usou como camadas incorporadas dentro dos elementos de concreto, Zienkiewicz et al (1972) e Bhatt et al (1989) impuseram que as barras incorporadas sejam paralelas às coordenadas isoparamétricas.

#### 2.4.1 PROCEDIMENTO PARA INCORPORAÇÃO DE ARMADURAS

No modelo incorporado, a barra de aço é considerada como uma linha dentro do elemento de concreto, de maneira que seus deslocamentos sejam compatíveis com os deslocamentos do elemento de concreto que a circunda. Nesta aproximação não há limitação para representar a localização ou distribuição de armaduras de aço. Uma importante vantagem da presente formulação é que a malha global pode ser determinada sem levar em consideração a localização e a geometria da armadura, bem como pode ser aplicada a armaduras passivas e ativas tridimensionais.

Seguindo o procedimento para fazer o mapeamento isoparamétrico, as coordenadas globais de qualquer ponto do elemento de concreto são expressas em termos das coordenadas locais através das funções de interpolação, de acordo com a expressão:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot x_i \\ \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot y_i \\ \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot z_i \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

onde  $n$  – número de nós do elemento de concreto;

$(x_i, y_i, z_i)$  – coordenadas dos nós do elemento de concreto.

Por outro lado, tem-se que:

$$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\text{onde } [J] = \sum_{i=1}^n \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Uma vez que a malha dos elementos de concreto seja determinada, a armadura deve ser especificada por um conjunto de pontos nodais que adequadamente representem o grau da curva formada pelas barras. Para barras retas, dois nós são suficientes. Para barras com traçado parabólico, ao menos três nós são necessários. Para garantir uma continuidade adequada, novos pontos nodais devem ser acrescentados aos de definição para representar a intersecção da armadura com a fronteira do elemento isoparamétrico, caracterizando os trechos de armaduras que estão inseridos em cada elemento. Se elementos de vinte nós são usados, são necessários três nós para a definição do segmento de armadura. Já para elementos hexaédricos de 8 nós, apenas dois nós são necessários. Tomando  $\{x_j\}$ ,  $\{y_j\}$  e  $\{z_j\}$  como sendo os vetores que contém as coordenadas globais dos nós de definição da armadura, sabe-se que as coordenadas de qualquer outro ponto na armadura serão dadas por:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m H_j(\chi) \cdot x_j \\ \sum_{j=1}^m H_j(\chi) \cdot y_j \\ \sum_{j=1}^m H_j(\chi) \cdot z_j \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

onde  $m$  é o número de nós da barra de armadura.

As funções de interpolação unidimensionais  $H_j$  são expressas em função de uma coordenada independente normalizada  $\chi$  (limites  $[-1;+1]$ ). Desta forma, para elementos de 2 nós:

$$\begin{aligned} H_1(\chi) &= \frac{(1-\chi)}{2} \\ H_2(\chi) &= \frac{(1+\chi)}{2} \end{aligned} \quad (2.18)$$

e para elementos de 3 nós:

$$\begin{aligned} H_1(\chi) &= \frac{(\chi^2 - \chi)}{2} \\ H_2(\chi) &= (1 - \chi^2) \\ H_3(\chi) &= \frac{(\chi^2 + \chi)}{2} \end{aligned} \quad (2.19)$$

O grau destas funções, e assim o número de nós da armadura, dependerão na prática da complexidade da geometria da mesma e a precisão com que a representará.

Para a obtenção da matriz de rigidez total (concreto-aço) de um determinado elemento, precisa-se saber quais barras interceptam este elemento e o comprimento do trecho que está inserido no mesmo, atribuindo-lhe uma rigidez adicional.

A partir dos nós de definição da armadura (parâmetro de entrada) com coordenadas globais  $P_j(x,y,z)$  se determina as coordenadas naturais  $(\xi, \eta, \zeta)$  associadas no elemento de concreto em estudo. Entretanto para determinação das coordenadas naturais é necessário fazer um mapeamento entre coordenadas globais para locais, ou seja, a inversão da equação (2.14) para o elemento de concreto.

A forma explícita da relação inversa não é, em geral, muito fácil de ser encontrada, sendo o mapeamento inverso feito numericamente. Na técnica de mapeamento inverso encontram-se dois algoritmos que podem ser utilizados: o método de integração e o método iterativo (Elwi e Hruday, 1989). No presente trabalho optou-se por uma alternativa aproximada para a determinação das coordenadas  $(\xi_p, \eta_p, \zeta_p)$  baseada no fato que elas são as raízes do seguinte sistema de equações não-lineares

$$\{f(\xi, \eta, \zeta)\} = \begin{Bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{Bmatrix} - \sum_{i=1}^n \begin{Bmatrix} N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot x_i \\ N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot y_i \\ N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot z_i \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.20)$$

As raízes podem ser encontradas usando Newton-Raphson na qual a solução, após  $(k + 1)$  iterações, é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{Bmatrix}_p^{k+1} = \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{Bmatrix}_p^k + \begin{Bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta \eta \\ \Delta \zeta \end{Bmatrix}_p^{k+1} \quad (2.21)$$

$$\text{onde } \begin{Bmatrix} \Delta \xi \\ \Delta \eta \\ \Delta \zeta \end{Bmatrix}_p^{k+1} = -[J^n]^{T^{-1}} \begin{pmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{Bmatrix} - \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot x_i \\ N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot y_i \\ N_i(\xi, \eta, \zeta) \cdot z_i \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

sendo  $[J^k] = [J(\xi^k, \eta^k, \zeta^k)]$  as matriz jacobiana, dada em (2.16);

$\{N_i^k\} = \{N_i^k(\xi^k, \eta^k, \zeta^k)\}$  as funções de forma do elemento de concreto na iteração  $k$ .

Os modelos tridimensionais apresentados na literatura propõem a utilização da técnica do mapeamento inverso associada a um algoritmo de detecção dos pontos de interseção, assumindo que as barras de aço poderiam ser modeladas como uma seqüência de segmentos retos no espaço das coordenadas globais, sendo necessário um refinamento na discretização para definir completamente barras curvas. Os algoritmos foram baseados na hipótese de que cada seguimento de reta pode interceptar ou tangenciar as faces dos elementos tridimensionais somente em um ponto, pois estas faces eram consideradas como planas embora na verdade elas pudessem ser faces côncavas ou convexas no domínio físico.

A consideração feita acima pode levar a inconveniências em elementos com faces distorcidas devido a funções de interpolação quadráticas com domínios irregulares e barras com formas curvas (um caso muito comum em vigas de concreto protendido, onde as armaduras de protensão assumem uma trajetória parabólica), pois são situações onde as barras de aço podem interceptar duas vezes ou mais vezes a mesma face do elemento.

Ao analisar a figura 3, percebe-se que o segmento reto da armadura, com seqüência de nós  $i$  e  $j$  no sistema de coordenada global, intercepta em mais de um ponto a face do elemento quadrático distorcido. Quando mapeados para o sistema de coordenadas naturais do elemento, estes dois pontos assumirão suas respectivas coordenadas naturais correspondentes ao domínio computacional. O segmento de barra, antes reto, terá uma forma curva e a hipótese de uma linha reta definida pelos pontos  $i$  e  $j$  no sistema de coordenadas naturais não é adequado.

Como uma procura destes pontos de interseção no domínio físico não é, em geral, adequada para certos casos, parece ser conveniente fazer essa procura ao nível do domínio computacional onde as faces do elemento são planas.

Os pontos que pertencem a uma dada barra e que interceptam uma face de um elemento devem satisfazer as seguintes condições, para a análise da face perpendicular ao eixo positivo da coordenada natural  $\xi$ , dadas em (2.23).

$$|\xi_p| = 1 \quad |\eta_p| \leq 1 \quad |\zeta_p| \leq 1 \quad (2.23)$$

onde  $\xi_p$ ,  $\eta_p$  e  $\zeta_p$  são as coordenadas naturais da barra de aço em relação ao elemento de concreto.

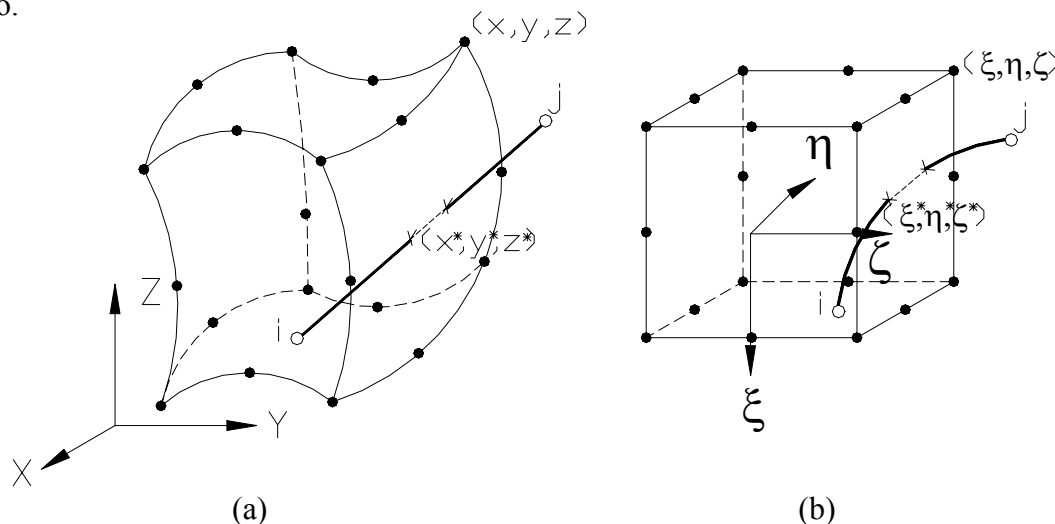


Figura 3 – Representação de um elemento isoparamétrico tridimensional com a armadura: a) no domínio físico ; b) no domínio computacional.

A expressão (2.23) deve ser avaliada para cada um dos eixos naturais. Estas coordenadas naturais podem ser avaliadas como segue:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_p \\ \eta_p \\ \zeta_p \end{array} \right\} = \text{Mapeamento inverso de } \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^m H_j(\chi) \cdot x_j \\ \sum_{j=1}^m H_j(\chi) \cdot y_j \\ \sum_{j=1}^m H_j(\chi) \cdot z_j \end{array} \right\} \quad (2.24)$$

Para cada elemento de concreto, uma procura é feita, através do método da bisseção, no sistema de eixos naturais, sobre o valor de  $\chi$  pertencente a qualquer barra que intercepte, seja tangente ou apenas toque um elemento. Os pontos encontrados podem ser mais de um para uma mesma face de um elemento. Em cada avaliação, a técnica do mapeamento inverso é usada para obter as coordenadas da barra no sistema de coordenadas naturais do elemento.

O número máximo de trechos de armaduras inseridos por elemento é um parâmetro de entrada no programa computacional, podendo cada trecho de armadura interceptar no máximo 4 pontos no elemento. Desta forma várias configurações são possíveis de capturar. Algumas configurações de barras de aço curvas ou de elementos

distorcidos no domínio computacional testadas com sucesso são demonstradas na figura abaixo.

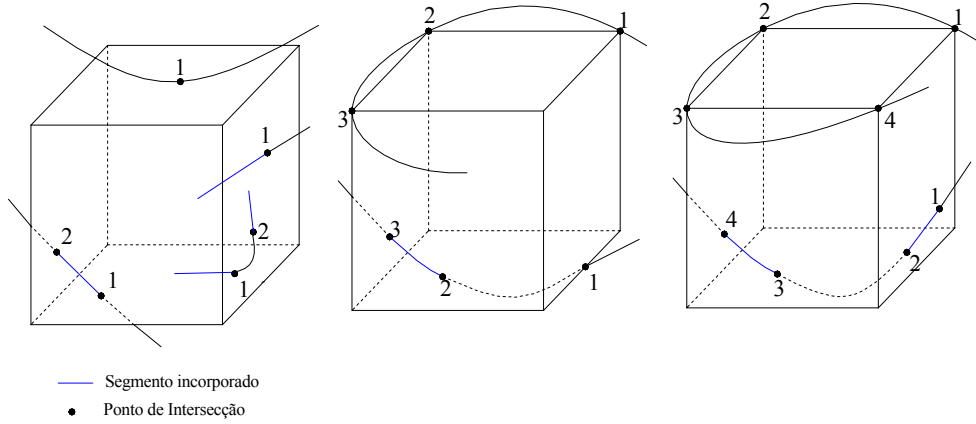


Figura 4 – Configurações de armaduras no sistema de coordenadas naturais do elemento.

Para levar em consideração a curvatura da armadura será utilizada a orientação tangente da mesma. O próprio Jacobiano da armadura, que na verdade é um vetor, define as tangentes à armadura, de acordo com a expressão seguinte.

$$\mathbf{J}^T(\chi) = \begin{Bmatrix} dx/d\chi \\ dy/d\chi \\ dz/d\chi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum \frac{dN(\chi)}{d\chi} x_i \\ \sum \frac{dN(\chi)}{d\chi} y_i \\ \sum \frac{dN(\chi)}{d\chi} z_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

Aplicando uma formulação semelhante à utilizada para a determinação do vetor de rotação espacial para barras, pode-se avaliar os cosenos diretores. A partir da normalização do vetor jacobiano da armadura dado em (2.25), encontram-se os demais termos da matriz de cosenos diretores, de acordo com a formulação (2.26).

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} V_{x'}^n \\ V_{y'}^n \\ V_{z'}^n \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$V_{x'}^n = \{(C_x) \quad (C_y) \quad (C_z)\} \quad (2.27)$$

$$V_{y'}^n = \{-V_{x'}^n(2) \quad V_{x'}^n(1) \quad 0\} \quad (2.28)$$

$$V_{z'}^n = \{(V_{x'}^n(3) \cdot V_{y'}^n(2)) \quad (V_{x'}^n(3) \cdot V_{y'}^n(1)) \quad (V_{x'}^n(1) \cdot V_{y'}^n(2) - V_{x'}^n(1) \cdot V_{y'}^n(1))\} \quad (2.29)$$

sendo o sufixo  $n$  a normalização dos vetores e o termo entre parênteses a posição do elemento dentro do vetor.

## 2.5 ANÁLISE DO INCREMENTO DE RIGIDEZ REFERENTE À ARMADURA NOS ELEMENTOS DE CONCRETO

A expressão final da matriz de rigidez do elemento é dada por:

$$\mathbf{K}_{rc} = \mathbf{K}_c + \sum_{i=1}^{nrs} \mathbf{K}_{r,i} \quad (2.30)$$

onde  $rc$  é referência ao concreto armado;  $c$  ao concreto;  $r$  à armadura; sendo  $nrs$  o número de segmentos da armadura contidas no elemento de concreto.

A matriz de rigidez de cada trecho da armadura é dada por:

$$\mathbf{K}_s = A_r E_r \int_S \mathbf{B}_r^T \mathbf{B}_r dS \quad (2.31)$$

sendo  $A_r$  a área da seção transversal da barra de armadura;  $E_r$  o módulo de elasticidade longitudinal do aço;  $B_r$  a matriz que relaciona os deslocamentos do elemento de concreto com as deformações axiais da barra de aço.

Para desenvolver a rigidez associada com a armadura é necessário que a integração seja feita do comprimento do trecho que está inserido no respectivo elemento de concreto. Os limites de integração serão obtidos a partir dos pontos de interseção da armadura com o elemento do concreto.

O campo de deformações, dentro de um elemento de armadura, pode ser definido de diversas maneiras. De acordo com Zienkiewicz e Philips (1974), a deformação ao longo da barra de aço é igual à deformação normal, no elemento de concreto, na direção tangente à barra. Considerando aderência perfeita entre o concreto e o aço, considera-se que o campo de deformações do concreto é completamente transferido para o aço, sendo a expressão para a deformação no concreto tangente à armadura proposta por Elwi e Hrudey (1989) e por Ranjabaran (1996) dada por:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^r = & \varepsilon_{11}^c \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_{22}^c \cdot \cos^2 \beta + \varepsilon_{33}^c \cdot \cos^2 \gamma + \\ & + 2\varepsilon_{12}^c \cdot \cos \alpha \cos \beta + 2\varepsilon_{23}^c \cdot \cos \beta \cos \gamma + 2\varepsilon_{13}^c \cdot \cos \alpha \cos \gamma \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde  $\varepsilon_{ij}^c$  são as componentes de deformação do concreto em um ponto particular dentro do elemento de concreto (e também pertencente a uma dada barra da armadura).

A matriz  $B_r$  pode ser encontrada a partir da seguinte equação

$$\boldsymbol{\varepsilon}_r = \mathbf{T}_\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon}^c = \mathbf{T}_\varepsilon \mathbf{B}_c \mathbf{u}^c = \mathbf{B}_r^* \mathbf{u}^c \quad (2.33)$$

sendo o tensor de deformações da armadura  $\boldsymbol{\varepsilon}_r$  representado por uma rotação rígida do tensor de deformações do concreto ao novo sistema de coordenadas  $\mathbf{T}_\varepsilon$ , no qual o eixo é tangente à armadura. Conclui-se que  $\mathbf{B}_r^*$  é a matriz que relaciona os deslocamentos e deformações para a armadura. Como se considera que a armadura só resiste a esforços tangentes ao seu eixo, a matriz  $\mathbf{B}_r$  será uma submatriz da matriz  $\mathbf{B}_r^*$ .

## 2.6 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

O comportamento do concreto estrutural quando submetido a cargas de curta duração é caracterizado por três fases distintas: elástica linear, plastificação com microfissuras e plastificação com macrofissuras.

A etapa elástica linear é caracterizada por deformações imediatas e reversíveis. As únicas fissuras existentes são as causadas por segregação, retração e efeitos térmicos. No caso de compressão uniaxial, até cerca 30% da tensão máxima de compressão (limite de proporcionalidade) a energia interna disponível é menor que a energia necessária para criar novas fissuras. Para tensões menores que 60% da tensão máxima de tração, o aparecimento de microfissuras pode ser desconsiderado.

A fase de plastificação com microfissuras é caracterizada por deformações imediatas irreversíveis. Para tensões entre 50% e 75% da tensão máxima de compressão as fissuras começam a aumentar em comprimento, largura e número. Posteriormente algumas fissuras nas proximidades da superfície do agregado começam a propagar-se na argamassa. Com o desenvolvimento das fissuras, a não linearidade do material torna-se mais evidente. A propagação das fissuras, neste estágio, é ainda estável até as tensões alcançarem o nível de 75% da tensão máxima de compressão.

A fase de plastificação com macrofissuras é caracterizada por deformações imediatas irreversíveis e aparecimento de macrofissuras. No caso de compressão uniaxial, para tensões acima de 75% da tensão máxima de compressão a energia interna disponível é maior que a necessária para formar as fissuras, tornando o sistema instável. Nesse nível de tensão, a tensão crítica é atingida. Com o aumento da deformação de compressão, segue o esmagamento do concreto e entra-se no ramo descendente do diagrama tensão-deformação. A frequência reduzida do crescimento das fissuras significa que a ruptura na tração é



causada por algumas fissuras que se unem e não por numerosas fissuras, como é no caso no estado de tensões de compressão.

## 2.6.1 MODELO CONSTITUTIVO PARA O CONCRETO ARMADO

Neste trabalho, para a análise deste comportamento não linear, emprega-se uma formulação elasto-viscoplástica, juntamente com um critério de fissuras distribuídas. De acordo com Chen e Han (1988), três suposições básicas para a modelagem devem ser feitas:

1. Definir uma superfície no espaço das tensões ao nível da qual as deformações plásticas iniciam-se, isto é, para quando o comportamento do concreto deixa de ser elástico e as deformações viscoplásticas aparecem (superfície de plastificação).
2. Definir uma regra para o endurecimento, pela qual as superfícies de plastificação evoluem até a superfície de ruptura.
3. Definir uma regra para o escoamento, visando a definição das deformações viscoplásticas, a qual está relacionada a uma função potencial.

### 2.6.1.1 SUPERFÍCIE DE FALHA DO CONCRETO

Considerando que o concreto é um material isotrópico, o critério de ruptura deve ser função do estado de tensão, independente da escolha do sistema de coordenadas em que a tensão está definida. Sendo assim a forma geral pode ser expressa como:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0; f(I_1, J_2, J_3) = 0 \text{ ou } f(\xi', \rho, \theta) = 0 \quad (2.34)$$

onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são as três tensões principais,  $I_1$  é o primeiro invariante do tensor de tensões,  $J_2$  e  $J_3$  são o segundo e o terceiro invariantes do tensor desviador de tensões,  $\xi'$  e  $\rho$  são a componente hidrostática e a componente desviadora do tensor de tensões, respectivamente, e  $\theta$  é o ângulo de similaridade ou de Lode.

A representação geométrica mais simples do estado de tensão pode ser obtida usando-se as três tensões principais  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  como coordenadas de um ponto no espaço tridimensional (espaço de tensões Haigh-Westergaard) de acordo com a figura 5. Esta representação geométrica é baseada primeiramente na forma do tensor de tensões e não na orientação das tensões com relação ao corpo material.

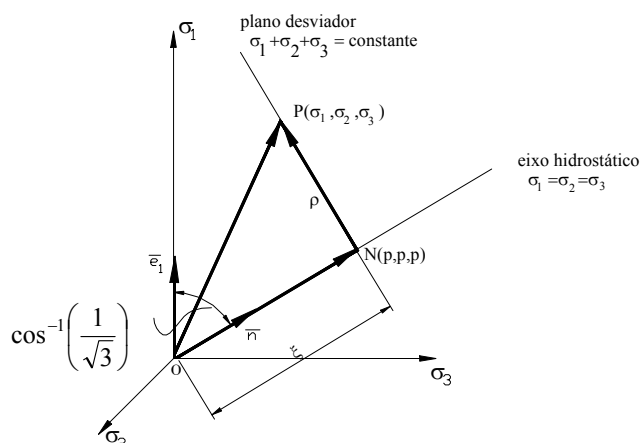


Figura 5 – Decomposição das tensões no espaço das tensões principais.

É sabido que:

$$\xi' = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \quad e \quad (2.35)$$

$$\rho^2 = 2J_2 \quad (2.36)$$

Considerando as projeções do vetor NP e os eixos coordenados  $\sigma_i$  em um plano desviador (plano perpendicular ao eixo hidrostático) encontra-se a figura 6.

Sendo o material isotrópico, os índices 1, 2 e 3 associados aos eixos coordenados são arbitrários. Isto resulta na tríplice simetria, que apresenta a superfície de ruptura. Assim, torna-se necessário apenas o estudo do setor  $\theta = 0^\circ$  a  $60^\circ$ , ficando os demais setores conhecidos por simetria. Os meridianos determinados por valores de  $\theta$  iguais a  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $60^\circ$  são conhecidos por meridiano de tração  $\rho_t$ , de cisalhamento  $\rho_s$  e de compressão  $\rho_c$ , respectivamente, satisfazendo  $\rho_t < \rho_s < \rho_c$ .

A caracterização do comportamento do concreto até a ruptura é feita por meio de uma superfície de falha e superfícies de plastificação para os estados de tensão, as quais seguem uma regra de endurecimento durante o desenvolvimento de deformações viscoplásticas. Utiliza-se uma superfície de plastificação com a mesma forma que a superfície de falha.

Para o estado triaxial de tração admite-se que não há deformações viscoplásticas devido ao comportamento frágil juntamente com um modelo de amolecimento à tração neste estado de tensões. Na figura 7, percebe-se que na região de tração a superfície de plastificação coincide com a superfície de falha e nenhuma deformação viscoplástica é permitida até a ruptura frágil.

Analisando a figura 7, percebe-se que a superfície de escoamento consiste em basicamente quatro partes:

- Na zona de tração ( $\sigma_m \geq \xi_t$ ), a superfície de escoamento coincide com a superfície de falha. Admite-se que só ocorrem deformações elásticas até a falha, caracterizando um comportamento frágil;
- Na zona mista de compressão e tração ( $\xi_t > \sigma_m \geq \xi_c$ ), uma zona de endurecimento se desenvolve gradualmente;
- Na zona de compressão com baixas pressões de confinamento ( $\xi_c > \sigma_m \geq \xi_k$ ), o meridiano representa uma redução proporcional do tamanho da superfície de falha;

Na zona de compressão com pressões de confinamento relativamente altas ( $\sigma_m < \xi_k$ ) a superfície de escoamento se fecha completamente no eixo hidrostático e uma larga região de endurecimento plástico é gerada.

Sendo:

$$\xi_t = \frac{f_{ctm}}{3}, \quad \xi_c = 0,3 \frac{f_{cm}}{3}; \quad \xi_k = 1,3\xi_c \quad \text{e} \quad \bar{\xi} = 10\xi_k \frac{1 + \exp(-5(k_0 - 0,9))}{1 + \exp(-5(k_e - 0,9))} \quad (2.37)$$

onde  $k_e$  é o fator de forma no qual se encontra a superfície de carregamento, ou seja, o estado de deformação viscoplástico equivalente que se encontra o ponto de integração (Gomes,2001).

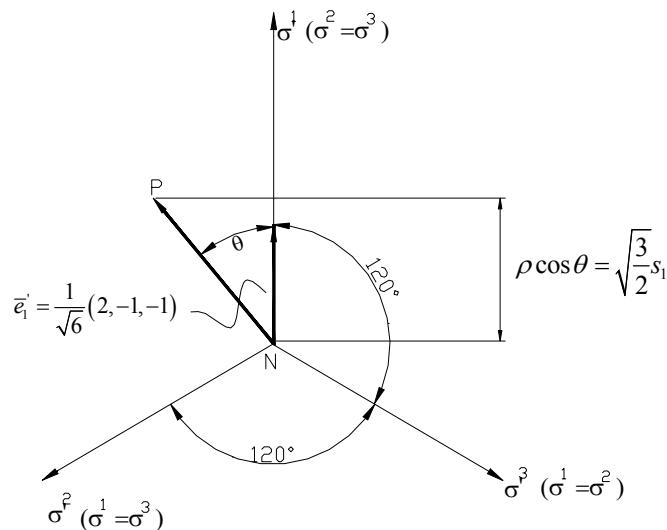


Figura 6 – Estado de tensão projetado em um plano desviador.

Com:

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (2.38)$$

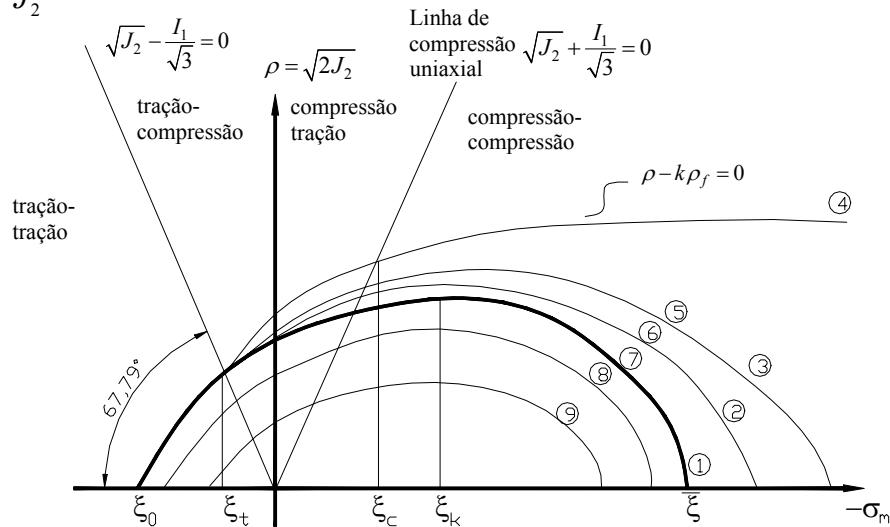


Figura 7 – Construção da superfície de plastificação e de carregamento subsequentes: inicial (1), falha (4), carregamento (1,2,3,4) e amolecimento (5,6,7,8,9).

É importante analisar que a superfície de falha engloba todas as superfícies de carregamento e permanece inalterada durante o processo de carga e funciona como uma superfície limite. As formas das seções desviadoras para o carregamento são consideradas semelhantes à superfície de falha, mas seus meridianos são diferentes.

Com a definição da superfície de falha, uma função de escoamento pode ser desenvolvida pela introdução do fator de forma  $k$  dentro da superfície de falha. Portanto a função de escoamento será da seguinte forma:

$$\rho - k\rho_f = 0 \quad (2.39)$$

sendo  $\rho = \sqrt{2J_2}$  a componente de tensão desviadora;  $k$  o fator de forma, indica o nível de endurecimento;  $\rho_f$  a superfície de falha.

O domínio elástico para o concreto comprimido é definido para tensões efetivas menores que 30% da tensão de ruptura. Para superfícies de carregamento subsequentes a superfície de plastificação inicial ( $0,3f_{cm} < \sigma_{ef} < f_{cm}$ ) ocorre o domínio plástico, onde o material possui um comportamento elasto-viscoplástico com endurecimento.

### 2.6.1.2 REGRA DE ENDURECIMENTO DO CONCRETO

A regra de endurecimento define os movimentos das subseqüentes superfícies de plastificação (superfícies de carga), durante a deformação plástica. Esta regra dá a relação entre a superfície de carga (por meio da tensão efetiva) e a deformação plástica acumulada (por meio da deformação plástica efetiva).

Os conceitos de tensão efetiva ou equivalente e deformação viscoplástica efetiva ou equivalente são extrapolações do ensaio uniaxial para a situação multiaxial, sendo dadas por:

$$\sigma^{eq} = \sqrt{3J_2} \quad (2.40)$$

$$\varepsilon_{vp}^{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p} = \sqrt{\frac{2}{3} (\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2 + 2\gamma_{xy}^2 + 2\gamma_{xz}^2 + 2\gamma_{yz}^2)} \quad (2.41)$$

Admitindo-se uma superfície de falha/carregamento sendo representada por:

$$f(\rho, \sigma_m, \theta) = \rho - k(k_0, \sigma_m) \cdot \rho_f(\sigma_m, \theta) \quad (2.42)$$

O fator de forma representa a dilatação ou encolhimento da superfície. Este parâmetro é definido de maneira que durante o endurecimento ou amolecimento do material, tanto a forma quanto o tamanho das superfícies de plastificação subseqüentes variam continuamente e suavemente de uma forma inicial para as formas seguintes. O fator de forma  $k_0$  está relacionado com o módulo plástico, o qual pode ser definido a partir de uma curva de tensão-deformação para o estado de tensão uniaxial de compressão a partir da tensão e deformação equivalentes anteriormente comentadas. Então, o fator de forma é função da deformação viscoplástica equivalente ( $\varepsilon_{vp}^{eq}$ ) e da tensão hidrostática. A seguinte expressão para  $k$  é usada neste trabalho (Chen e Han, 1982):

$$k = \begin{cases} 1 & \sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 > 0 \\ k_1(\sigma_m) & \sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \leq 0 \text{ e } I_1 \geq 0 \\ k_0(\varepsilon_{vp}^{eq}) & \sqrt{J_2} + \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \geq 0 \text{ e } I_1 < 0 \\ k_2(\sigma_m) & \sqrt{J_2} + \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 < 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

sendo:

$$k_1 = \frac{1 + (1 - k_0)[- \xi_t(-2\xi_c + \xi_t) - 2\xi_c\sigma_m + \sigma_m^2]}{(\xi_c - \xi_t)^2} \quad (2.44)$$

$$k_2 = \frac{k_0(\bar{\xi} - \sigma_m)(\bar{\xi} + \sigma_m - 2\xi_k)}{(\bar{\xi} - \xi_k)^2} \quad (2.45)$$

onde  $\xi_c, \xi_t, \xi_k$  e  $\bar{\xi}$  são valores constantes no eixo das tensões hidrostáticas e que delimitam as regiões de tração-tração, tração-compressão, compressão-tração e compressão-compressão, respectivamente e  $k_0(\varepsilon_{vp}^{eq})$  é o fator que representa a relação tensão-deformação viscoplástica equivalente.

Neste trabalho se considera a relação tensão-deformação para a curva de compressão uniaxial proposta pelo CEB-FIP model code (1993) e indicado na figura 8.

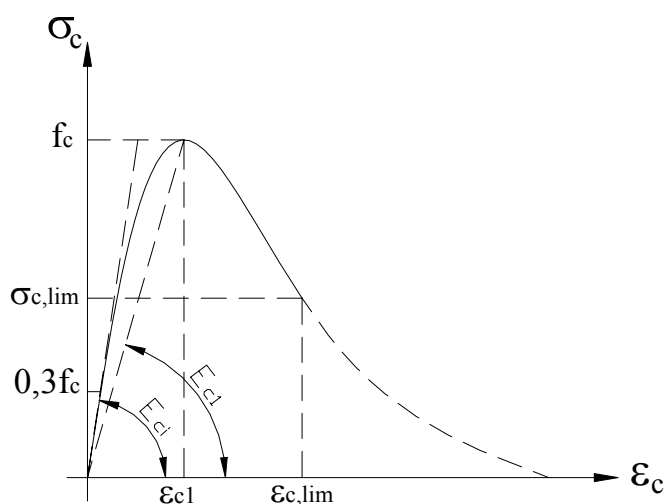


Figura 8 – Diagrama tensão-deformação para o concreto sob compressão uniaxial.

A relação tensão deformação aproximada é dada por:

$$\sigma_c = - \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left( \frac{E_c}{E_{c1}} - 2 \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} f_{cm} \quad \text{para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \quad (2.46)$$

$$\sigma_c = - \left[ \left\{ \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{c,lim}} \mu - 2 \left( \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{c,lim}} \right)^2 \right\} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \left( 4 \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{c,lim}} - \mu \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right]^{-1} f_{cm} \quad \text{para } |\varepsilon_c| > |\varepsilon_{c,lim}| \quad (2.47)$$

Sendo

$$\mu = \frac{4 \left[ \left( \frac{\varepsilon_{c,\text{lim}}}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \left( \frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 2 \frac{\varepsilon_{c,\text{lim}}}{\varepsilon_{c1}} - \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \right]}{\left[ \frac{\varepsilon_{c,\text{lim}}}{\varepsilon_{c1}} \left( \frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 1 \right]^2} \quad (2.48)$$

Onde  $E_{ci}$  é o módulo de elasticidade do concreto em (MPa) na idade de 28 dias;  $\sigma_c$  é a tensão de compressão uniaxial (MPa);  $\varepsilon_c$  é a deformação uniaxial de compressão;  $\varepsilon_{c1}$  é a deformação para a tensão máxima de compressão (adotado  $-0,0022$ );  $E_{c1} = f_c / \varepsilon_{c1}$  é o módulo secante da origem ao pico de compressão  $f_{cm}$ .

A deformação  $\varepsilon_{c,\text{lim}}$  para  $\sigma_{c,\text{lim}}$  pode ser calculada por:

$$\frac{\varepsilon_{c,\text{lim}}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{1}{2} \left( \frac{E_{ci}}{2E_{c1}} + 1 \right) + \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{E_{ci}}{2E_{c1}} + 1 \right)^2 - \frac{1}{2} \right]^{1/2} \quad (2.49)$$

### 2.6.1.3 REGRA DE ESCOAMENTO DO CONCRETO

Quando a superfície de escoamento é alcançada, o material entra em um estado de deformações plásticas. Sendo introduzido o conceito de função potencial plástica, pode-se determinar a parcela de deformação plástica. Como será adotada a regra de escoamento associada, considera-se que a superfície potencial plástica tem a mesma forma da superfície de escoamento e que o gradiente será normal à superfície. Utilizando a formulação proposta por Owen e Hinton (1986), conhecido o estado de tensão, a lei de determinação da deformação viscoplástica será dada por:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \gamma \cdot \Phi(F) \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.50)$$

Onde  $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$  é o gradiente da superfície potencial em relação as tensões, definindo a direção do incremento da deformação plástica;  $\gamma$  é o parâmetro de fluidez do concreto (adotado 0,005);  $\Phi(F)$  é o fator de proporcionalidade, sendo sempre positivo e diferente de zero apenas quando deformações plásticas ocorrerem;

Para a determinação do vetor normal à superfície de carregamento, deve-se diferenciar a função da superfície de carregamento em relação ao estado de tensões, chegando-se às seguintes expressões:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{\partial f}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial f}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} + \frac{\partial f}{\partial J_3} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} \quad (2.51)$$

$$\text{sendo } \frac{\partial f}{\partial I_1} = -\frac{\partial k}{\partial I_1} \rho_f - kC_0;$$

$$\frac{\partial f}{\partial J_2} = \frac{1}{\rho} - kC_1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial J_2} = kC_2;$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \sigma} = \delta_{ij} - \text{delta de Kronecker (matriz identidade);}$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial \sigma} = s_{ij} - \text{tensor de tensões desviadoras;}$$

$$\frac{\partial J_3}{\partial \sigma} = s_{ik}s_{kj} - \frac{2}{3}J_2\delta_{ij} - \text{tensor do quadrado das tensões desviadoras;}$$

$$\text{Com } C_0 = \frac{\partial \rho_f}{\partial I_1}; \quad C_1 = \frac{\partial \rho_f}{\partial J_2}; \quad C_2 = \frac{\partial \rho_f}{\partial J_3}. \quad (2.52)$$

Ottosen (1977,1979) propôs seguinte critério de falha envolvendo  $I_1$ ,  $J_2$  e  $\theta$  :

$$f(I_1, J_2, \theta) = \alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (2.53)$$

$$\text{onde } \lambda = \begin{cases} c_1 \cos \left[ \frac{\cos^{-1}(c_2 \cos(3\theta))}{3} \right] \rightarrow \text{para } \cos(3\theta) \geq 0 \\ c_2 \cos \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{\cos^{-1}(c_2 \cos(3\theta))}{3} \right] \rightarrow \text{para } \cos(3\theta) < 0 \end{cases} \quad (2.54)$$

Os quatro parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $c_1$  e  $c_2$  são determinados experimentalmente a partir da resistência uniaxial à compressão  $f_{cm}$ , da resistência uniaxial à tração  $f_{tm}$ , da resistência biaxial à compressão  $f_{bc}$  e do estado de tensões triaxiais no meridiano de compressão. Contudo o CEB-FIP model code (1993) sugere uma correlação dos parâmetros a partir de um único parâmetro  $k$ , conforme descrito abaixo.

$$\alpha = \frac{1}{1,9k^{1,4}} \quad (2.55)$$

$$\beta = \frac{1}{3,7k^{1,1}} \quad (2.56)$$



$$c_1 = \frac{1}{0,7k^{0,9}} \quad (2.57)$$

$$c_2 = 1 - 6,8(k - 0,07)^2 \quad (2.58)$$

sendo  $k = \frac{f_{tm}}{f_{cm}}$

A formulação geral da superfície de falha de Ottosen é a seguinte:

$$f(\rho, I_1, \theta) = \rho - \frac{1}{2\alpha} \left[ -\sqrt{2}\lambda + \sqrt{2\lambda^2 - 8a \left( b \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 \right)} \right] = 0 \quad (2.59)$$

As derivadas  $C_0$ ,  $C_1$  e  $C_2$  ficam portanto:

$$C_0 = \frac{2b}{f_{cm} \sqrt{2\lambda^2 - 8a \left( b \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 \right)}} \quad (2.60)$$

$$C_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\lambda}{a \sqrt{2\lambda^2 - 8a \left( b \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 \right)}} \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial J_2} \quad (2.61)$$

$$C_2 = \frac{1}{2a} \left[ -\sqrt{2} + \frac{2\lambda}{\sqrt{2\lambda^2 - 8a \left( b \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 \right)}} \right] \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial J_3} \quad (2.62)$$

onde

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \theta} = \begin{cases} \frac{c_1 c_2 \sin 3\theta \sin \left[ \frac{\cos^{-1}(c_2 \cos 3\theta)}{3} \right]}{\sin[\cos^{-1}(c_2 \cos 3\theta)]} \Rightarrow \text{para } \cos 3\theta \geq 0 \\ \frac{c_1 c_2 \sin 3\theta \sin \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{\cos^{-1}(-c_2 \cos 3\theta)}{3} \right]}{\sin[\cos^{-1}(-c_2 \cos 3\theta)]} \Rightarrow \text{para } \cos 3\theta < 0 \end{cases} \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial J_2} = \frac{3\sqrt{3}}{4 \sin 3\theta} \frac{J_3}{J_2^{5/2}} f_{cm}^2 \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial J_3} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin 3\theta} \frac{f_{cm}^3}{J_2^{3/2}}$$

### 2.6.1.4 MODELO PARA O CONCRETO FISSURADO

Admite-se que o concreto estará no comportamento pós-pico quando o ponto de integração for submetido a um tensor de tensões que alcance a superfície de ruptura. Com a verificação deste fato, pode-se admitir que ocorra o esmagamento ou a fissuração do elemento de concreto. A verificação para o estado de esmagamento é feita ao mesmo tempo da verificação à fissuração, sendo adotado o critério indicado no CEB-FIB model code (1993). A diferenciação entre fissuração e esmagamento se dá através da comparação da tensão principal de tração com  $0,5f_{tm}$ , que caso exceda este valor, define a fissuração, caso contrário se define o esmagamento do concreto através do modelo viscoplástico. As tensões principais são determinadas utilizando-se os invariantes de tensões  $I_1$ ,  $J_2$  e o ângulo de similaridade  $\theta$ , de acordo com a expressão (2.65).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_2 \end{Bmatrix} = \frac{2\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \begin{Bmatrix} \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \operatorname{sen}\theta \\ \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \end{Bmatrix} + \frac{I_1}{3} \quad (2.65)$$

com  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ .

Provavelmente, o fato mais marcante para o comportamento material do concreto é a sua baixa resistência à tração frente à sua resistência à compressão. Este fato tem por consequência o aparecimento de fissuras já para tensões muito baixas. A fissuração do concreto é significativa para a análise da maioria das estruturas de concreto armado, pois introduz um acentuado comportamento não-linear. Devido à natureza localizada das fissuras, modelar corretamente a fissuração é uma tarefa difícil, visto que são introduzidas descontinuidades no campo de deslocamentos.

Geralmente, os modelos para concreto fissurado concentram-se nas perdas da capacidade de carga causadas pelas fissuras. No contexto dos elementos finitos, na literatura, basicamente dois procedimentos são utilizados para representar a fissuração: modelo de fissuras discretas e o modelo de fissuras distribuídas.

O modelo de fissuras discretas representa cada fissura individualmente como uma descontinuidade real da malha de elementos finitos. Esta aproximação foi primeiramente usada por Ngo e Scordelis (1967) para analisar uma viga de concreto armado. Neste estudo, as fissuras eram modeladas por separação de nós, que inicialmente

ocupavam a mesma posição no espaço. Uma restrição óbvia deste modelo é que as fissuras deveriam se formar ao longo da borda dos elementos. Por esta razão a resposta é fortemente dependente da malha. De qualquer maneira, quando se forma uma fissura, a topologia da malha muda e os procedimentos computacionais consomem mais tempo.

Posteriormente a aproximação de fissuras discretas foi desenvolvida por Ingraffea e Saoma (1981), usando métodos mais adequados, introduzindo-se elementos de fronteira conforme propagação das fissuras. Este procedimento diminui a dependência dos resultados da malha adotada para o modelo. Contudo é necessária uma redefinição da malha e os novos elementos introduzidos fazem a análise ficar muito mais extensa. Estas dificuldades resultaram em uma limitada aceitação deste procedimento. Entretanto o método mostrou-se apropriado para problemas que envolvem somente umas poucas fissuras dominantes.

Já o modelo das fissuras distribuídas não leva em conta a descontinuidade real da malha. Pelo contrário, supõe-se que o concreto fissurado mantém-se contínuo e as propriedades do material são modificadas de maneira a considerar-se o dano devido à fissuração. A aproximação de fissuras distribuídas é usada na maioria das aplicações da engenharia estrutural, estando presente em Campos Filho (1987), Cervenka (1994) e Gomes (1997). A aproximação das fissuras distribuídas é computacionalmente atrativa, já que a topologia da malha não é mudada na análise e somente é necessário atualizar a relação tensão-deformação quando ocorre a fissuração.

Neste trabalho, para a região de tração-tração, um modelo de amolecimento associado a um modelo de fissuras distribuídas fixas é adotado no espaço das componentes de tensões principais. Considera-se que as fissuras são incorporadas ao elemento de concreto e distribuídas sobre o volume correspondente aos pontos de integração, havendo a possibilidade de formação de três fissuras em cada ponto de integração. Assim, o concreto que antes de fissurar era modelado como material isotrópico elástico, após a formação de fissuras, transforma-se em um material ortotrópico, com os eixos principais orientados na direção das fissuras. A formação da fissura se dá no plano perpendicular ao da tensão principal. Para as fissuras que venham a se formar depois, o mesmo critério de determinação do tipo de falha (esmagamento ou fissuração) do CEB-FIP model code (1993) é adotado. No caso da formação da segunda fissura, a direção é determinada através da avaliação das tensões principais no plano paralelo ao da primeira fissura. Durante todo o processo, as direções das fissuras são mantidas fixas. A formação da terceira fissura se dá

apenas quando o critério anteriormente dito for atendido não sendo necessário a avaliação de sua direção, uma vez que ao formar-se as duas fissuras a direção da terceira fica implicitamente determinada, já que as mesmas são mutuamente perpendiculares.

As propriedades materiais variam dependendo do estado de deformações e tensões. O módulo de elasticidade longitudinal reduz-se na direção perpendicular ao plano da fissura. O módulo de elasticidade transversal ao plano da fissura é também reduzido. As faces da fissura pertencentes a planos paralelos podem se opor ao movimento de deformações que ocorram neste plano, ou seja, pode haver o engrenamento dos agregados do concreto. Este engrenamento é finito e após certo afastamento das fissuras deixa de existir. Haverá tensões de corte nas seções com fissuras, sendo estas inversamente relacionadas com a abertura da fissura. Caso haja mudanças de carregamento que induzam tensões de compressão normais à fissura, está se fechará, independente do estado de dano da fissura ou do estágio de engrenamento que se tenha. A seguir faz-se a descrição deste modelo, abrangendo itens importantes.

Com a formação da fissura, na estrutura de concreto armado, as barras de aço levam para si grande parte dos esforços. Entretanto devido às tensões de aderência entre o concreto e o aço, o concreto fissurado suporta certa porcentagem de tensão de tração normal ao plano fissurado. O concreto, aderido à armadura, contribui ativamente na rigidez total da estrutura. Assim, embora as tensões no concreto sejam zero na fissura, a tensão média no concreto sobre um comprimento específico é não nulo. Este fenômeno é conhecido como “efeito da rigidez à tração” (tension stiffening effect). Pode ser incorporado ao modelo computacional de duas formas indiretas:

- (a) sob a suposição que as perdas de resistência à tração no concreto ocorrem gradualmente depois da fissuração;
- (b) modificando a curva tensão-deformação do aço.

A primeira opção é equivalente a considerar o concreto, como um material com amolecimento em tração, sendo a forma mais utilizada para a análise computacional de estruturas de concreto armado e adotada neste trabalho. O amolecimento à tração é produzido a partir da alteração da curva tensão-deformação para o concreto pela introdução de um ramo descendente suave na mesma. A fim de assegurar a objetividade do modelo constitutivo com respeito ao tamanho da malha de elementos finitos utilizada, esta curva deve ter como parâmetro a energia de fratura do concreto, parâmetro este característico de materiais frágeis. O conceito principal, aceito pela mecânica da fratura, no

desenvolvimento destes modelos é a hipótese de que a taxa de energia de fratura liberada  $G_f$  é uma propriedade do material, anterior à curva tensão deformação-local. A principal hipótese é que durante o processo da fissuração esta propriedade permanece constante.

Sob a suposição de que a tensão  $\sigma$ , transmitida através da fissura, é uma função da abertura da fissura  $w$ , a energia da fratura é definida como:

$$G_f = \int_0^{\infty} \sigma(w) dw \quad (2.66)$$

Valores típicos da energia de fratura para estruturas de concreto armado estão entre 50 e 200 N/m (Cervera et al, 1988). Neste trabalho, calcula-se  $G_f$  conforme a fórmula proposta pelo CEB-FIP model code (1993), onde:

$$G_f = G_{Fo} \left( \frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right)^{0,7} \quad (2.67)$$

sendo  $f_{cm}$  a resistência média a compressão do concreto em MPa;  $f_{cmo} = 10$  MPa;  $G_{fo}$  é o valor base para a energia da fratura, sendo função do diâmetro máximo do agregado. Para os diâmetros de 8, 16 e 32mm,  $G_{fo}$  é igual a 0,025, 0,030 e 0,058 Nmm/mm<sup>2</sup>, respectivamente.

Como o modelo de fissuras distribuídas não representa fissuras individuais, a abertura de fissura  $w$  deve ser distribuída, ao longo de um certo comprimento, na forma de uma deformação de fissura equivalente  $\varepsilon_c$ . Esta deformação está relacionada com o quociente da abertura de fissura física pelo seu comprimento característico,  $l_c$ . O comprimento característico, também chamado de largura da faixa de fissura, tem a função de relacionar a energia específica (por unidade de volume) e a energia de fratura (por unidade de área), de acordo com a seguinte formulação:

$$l_c = \frac{G_f}{g_f} \quad (2.68)$$

onde a  $g_f$  é a energia específica (energia por unidade de volume) dissipada durante o processo de deformação e  $G_f$  é a energia de fratura, sendo a energia específica dissipada dada por:

$$g_f(x, y) = \int_0^{\infty} \sigma_{ij}(x, y, \tau) d\varepsilon_{ij}(x, y, \tau) = \int_0^{\infty} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} d\tau \quad (2.69)$$

Em um processo de deformação uniaxial  $g_f$  pode ser, para um dado ponto, a área abaixo da curva tensão-deformação para esse ponto, de acordo com a figura 9.

Admite-se que uma vez formada a fissura, toda a deformação inelástica sob o volume de controle ocorre na fissura e o resto do volume mantém-se elástico. A taxa de energia dissipada na fissura é dada por:

$$W = \int_s \sigma \dot{w} dS \quad (2.70)$$

onde  $S$  é a área da fissura.

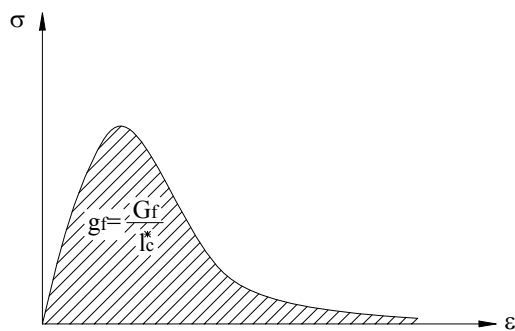


Figura 9 – Diagrama tensão-deformação típico;  $g_f$  é a energia específica.

Supõe-se que a tensão, taxa de deformação e a abertura de fissura são constantes no volume a considerar. Então, as equações da taxa de energia dissipada na fissura e no volume de controle fornecem a relação entre a taxa de abertura e a taxa de deformação da fissura, conforme equação abaixo.

$$\dot{w}s = \dot{\varepsilon}_c v \Rightarrow dw = \frac{v}{s} d\varepsilon_c = l_c d\varepsilon_c \quad (2.71)$$

onde  $v$  e  $s$  são o volume e a superfície da fissura.

Esta nova relação define o comprimento característico como o quociente entre o volume e a superfície de fissura.

$$l_c = \frac{v}{s} \quad (2.72)$$

No cálculo por elementos finitos, o volume de controle, correspondente a fissura, é o volume associado com o ponto de integração em um dado elemento. Para uma aproximação de primeiro grau do comprimento característico para cada ponto de integração pode ser utilizado  $l_c = dV^{1/3}$ , onde  $dV$  é o volume de concreto representado pelo ponto de integração. Para elementos isoparamétricos com 20 nós uma melhor aproximação é dada pela seguinte formulação

$$l_c = \left( \sum_{\xi=1}^{n_\xi} \sum_{\eta=1}^{n_\eta} \sum_{\zeta=1}^{n_\zeta} \det(\mathbf{J}) \cdot w_\xi \cdot w_\eta \cdot w_\zeta \right)^{1/3} \quad (2.73)$$

onde  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\zeta$  são os eixos naturais do elemento,  $\mathbf{J}$  é a matriz jacobiana,  $w_i$  são os correspondentes pesos para a integração numérica e  $n_i$  é a correspondente ordem de integração.

Esta fórmula fornece uma boa aproximação quando a malha de elementos finitos usada para modelar o concreto não for muito distorcida e a maior parte das fissuras estiver alinhada com as linhas da malha. Entretanto não assegura a objetividade do modelo com respeito à regra de integração e à orientação das fissuras que não estejam alinhadas com as linhas da malha. Uma metodologia similar para definir o comprimento característico equivalente usando elementos diferenciais de volume correspondentes ao ponto de integração ao invés de utilizar o volume do elemento foi proposto por Cervenka (1994), sendo esta metodologia também dependente da regra de integração. No presente trabalho se adotou a linha seguida por Oliver (1989) que, considerando um comportamento singular para elementos fissurados, apresenta a seguinte expressão para o comprimento característico equivalente, a qual depende da dimensão da malha, direção das fissuras e posição espacial.

$$l_c(\xi_j, \eta_j, \zeta_j) = \left( \sum_{i=1}^{nc} \left[ \frac{\partial N_i^*(\xi_j, \eta_j, \zeta_j)}{\partial x} l_j + \frac{\partial N_i^*(\xi_j, \eta_j, \zeta_j)}{\partial y} m_j + \frac{\partial N_i^*(\xi_j, \eta_j, \zeta_j)}{\partial z} n_j \right] \phi_i \right)^{-1} \quad (2.74)$$

onde  $j$  representa o ponto de integração;  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\zeta$  são os eixos naturais do elemento;  $l$ ,  $m$  e  $n$  são os cosenos diretores do vetor normal à direção da fissura com respeito as coordenadas globais no ponto de integração  $j$ ;  $N_i^*$  são as funções de forma de elementos equivalentes do tipo  $C^0$  utilizados para a discretização do domínio (para elementos tridimensionais de 20 nós, as funções de forma  $N_i^*$  de elementos tridimensionais de 8 nós devem ser utilizadas);  $\phi_i$  são funções que assumem os valores de 1 ou 0, dependendo da posição dos nós de canto do elemento  $C^0$  com relação à banda da fissura (1 se o nó estiver à frente do plano da fissura e 0 caso contrário). Para a identificação destes nós de cantos, um conjunto de eixos no centro de cada elemento é fixo e orientado com a normal a cada direção da fissura, conforme a figura 10.

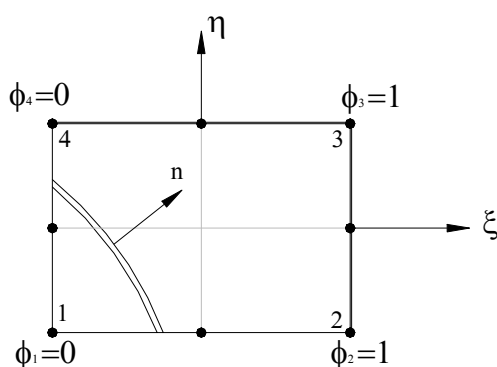


Figura 10 – Modelagem do elemento para uma banda singular de fissura.

Para assegurar a objetividade, o comprimento equivalente deve ser inferior a um certo comprimento característico dado por:

$$l_{ch}^H = \frac{E_{ci} G_f}{f_{tm}^2} \quad (2.75)$$

e maior que um comprimento característico equivalente o qual é uma propriedade do material e que depende de sua microestrutura (usualmente três vezes o tamanho do agregado graúdo). Se  $l_c > l_{ch}^H$ , o limite de resistência deve ser reduzido de forma a se obter uma energia de fratura objetiva, quando então uma queda abrupta da tensão de tração ocorre. Isso é levado em conta através da seguinte relação:

$$f_t = \sqrt{\frac{E_{ci} G_f}{l_c}} \quad (2.76)$$

No presente trabalho é utilizada uma função exponencial para simular o efeito de amolecimento (strain softening) proposta por Cervera et al (1988). Esta função está representada na figura 11, e vem dada por:

$$\sigma = f_t / E_1 \quad \text{para } \varepsilon \leq \varepsilon_1 \quad (2.77)$$

$$\sigma = E_1 \varepsilon_1 e^{-(\varepsilon - \varepsilon_1) / \alpha} \quad \text{para } \varepsilon_1 \leq \varepsilon \quad (2.78)$$

O parâmetro  $\alpha$  é denominado parâmetro de amolecimento, sendo dado por

$$\alpha = \frac{\left( G_f - \frac{E_1 \varepsilon_1^2 l_c}{2} \right)}{E_1 \varepsilon_1 l_c} > 0 \quad (2.79)$$



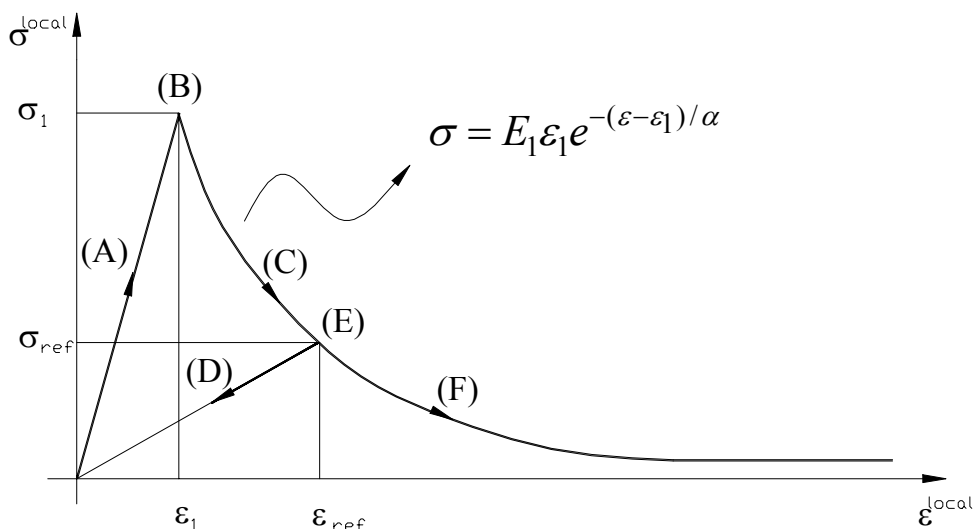


Figura 11 – Modelo para amolecimento à deformação (strain softening).

A figura acima mostra a relação tensão-deformação no local onde a fissura é formada. Na fase (A) as tensões principais permanecem no limite elástico. No ponto (B), quando a superfície de falha é alcançada, uma fissura é formada e as componentes de tensões principais, componentes de deformações e as correspondentes direções ortotrópicas são guardadas para a avaliação da matriz constitutiva secante ortotrópica. Na posição (C), a fissura previamente aberta fecha parcialmente se a deformação atual no sistema local da fissura  $\varepsilon^{local}$  é menor que a última deformação guardada  $\varepsilon_{ref}$ , ponto (E). Portanto, a tensão local é computada com o módulo secante, para a fase (D), como

$$\sigma^{local} = \left( \frac{\sigma_{ref}}{\varepsilon_{ref}} \right) \varepsilon^{local} \quad (2.80)$$

Caso contrário, como no ponto (F), a tensão local é computada seguindo-se o ramo exponencial descrito na figura 11.

As propriedades dos materiais variam dependendo do estado de deformações e tensões. O módulo de elasticidade longitudinal reduz-se na direção perpendicular ao plano da fissura e o efeito de Poisson é desprezado. O módulo de elasticidade transversal ao plano da fissura é também reduzido. As faces da fissura pertencentes a planos paralelos podem se opor ao movimento de deformações que ocorram neste plano, ou seja, pode haver o engrenamento dos agregados do concreto. Este engrenamento é finito e após certo afastamento das fissuras deixa de existir. Haverá tensões de corte nas seções com fissuras, sendo estas inversamente relacionadas com a abertura da fissura. A seguir faz-se a descrição deste modelo, abrangendo itens importantes.

Para os primeiros testes de modelos para fissuras distribuídas, admitiam-se que apenas os esforços perpendiculares à fissura poderiam ser transmitidos, deixando de lado os esforços de corte. Experimentos mostram que uma considerável quantidade de esforço pode ser transmitida através das faces rugosas das fissuras. Esta transmissão se dá pelo efeito de engrenamento dos agregados e pelo efeito de pino gerado pelas armaduras que cortam as fissuras (dowel effect), conforme ilustrado na figura 12. As principais variáveis envolvidas são o diâmetro das barras, a taxa de armadura e a inclinação das barras em relação ao plano da fissura. Ambos mecanismos são controlados pela abertura da fissura.

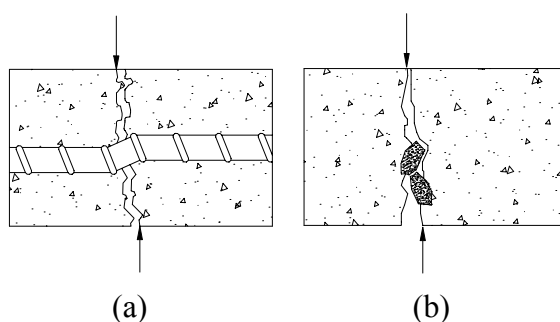


Figura 12 – Mecanismos de transferência de esforços: (a) efeito de pino da armadura (dowel effect);  
b) engrenamento dos agregados.

O emprego do modelo de fissuras distribuídas, na sua versão simplificada, a um grande número de problemas resultou em dificuldades numéricas e em alguns casos levou a distorções nos mecanismos das fissuras formadas. Por volta de 1973, passou-se a empregar o módulo de deformação ao corte transversal, minorado por um fator  $\beta$  após ocorrer a fissuração, de acordo com a seguinte formulação

$$G_c = \beta G_0 \quad (2.81)$$

onde  $G_c$  e  $G_0$  são respectivamente os módulos de deformação ao corte corrigido e o original.

Um valor constante para o fator de redução foi usado em diversas análises. Contudo, é mais coerente, relacionar o valor de  $\beta$  com uma medida distribuída da abertura da fissura, ou seja, com a deformação de tração normal ao plano da fissura. No presente trabalho, usa-se a seguinte expressão descrita em Cervera et al. (1988)

$$\beta = 1 - \left( \frac{\varepsilon_t}{0,005} \right)^{k_1} \quad (2.82)$$

onde  $\beta$  é o fator de retenção ao corte;  $\varepsilon_l$  é a deformação de tração fictícia normal ao plano da fissura;  $k_l$  é um parâmetro que varia entre 0,3 e 1,0.

Estudos recentes mostram pequena sensibilidade para a variação do fator  $\beta$  entre os valores 0,1 e 0,5 (Gomes, 1997).

No presente trabalho implementou-se o modelo de fissuras distribuídas, havendo a possibilidade de formação de três fissuras em cada ponto de integração. Essas fissuras são mutuamente perpendiculares entre si, como mostra esquematicamente na figura 13.

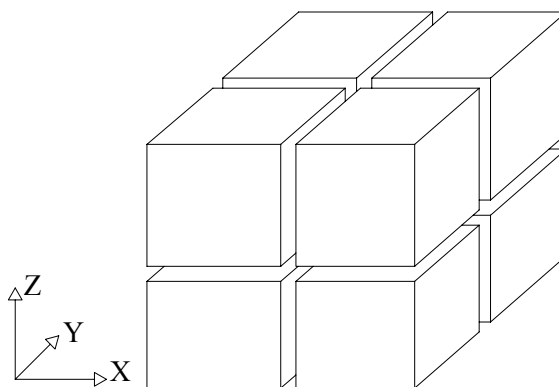


Figura 13 – Esquema para fissuras ortogonais fixas em três dimensões.

Considerando-se a seguinte notação para a representação do tensor de tensões e de deformações:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2.83)$$

tem-se que as deformações referenciadas às coordenadas globais e às coordenadas locais podem ser dadas de acordo com as seguintes equações:

$$\underline{\underline{\sigma}}^{global} = \underline{\underline{D}}^{global} \underline{\underline{\varepsilon}}^{global} \quad (2.84)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^{local} = \underline{\underline{D}}^{local} \underline{\underline{\varepsilon}}^{local} \quad (2.85)$$

onde  $\underline{\underline{D}}$  é a matriz constitutiva referente a cada um dos sistemas de coordenadas.

Para a transformação da matriz constitutiva do material do sistema local, onde as fissuras terão seus planos perpendiculares aos eixos coordenados, para o global e vice-versa, a notação dos sistemas de referências será (x,y,z) para o global e ( $\xi,\eta,\zeta$ ) para o

local. Assim a seguinte matriz de cosenos diretores entre os eixos locais e os globais, pode ser formada

$$\begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\xi, x) & \cos(\xi, y) & \cos(\xi, z) \\ \cos(\eta, x) & \cos(\eta, y) & \cos(\eta, z) \\ \cos(\zeta, x) & \cos(\zeta, y) & \cos(\zeta, z) \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

e então a matriz que transforma deformações e tensões globais em locais vem dadas, de acordo com Bangash (1989), respectivamente, por:

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & l_1 m_1 & m_1 n_1 & l_1 n_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & l_2 m_2 & m_2 n_2 & l_2 n_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & l_3 m_3 & m_3 n_3 & l_3 n_3 \\ 2l_1 l_2 & 2m_1 m_2 & 2n_1 n_2 & l_1 m_2 + l_2 m_1 & m_1 n_2 + m_2 n_1 & l_1 n_2 + l_2 n_1 \\ 2l_2 l_3 & 2m_2 m_3 & 2n_2 n_3 & l_2 m_3 + l_3 m_2 & m_2 n_3 + m_3 n_2 & l_2 n_3 + l_3 n_2 \\ 2l_1 l_3 & 2m_1 m_3 & 2n_1 n_3 & l_1 m_3 + l_3 m_1 & m_1 n_3 + m_3 n_1 & l_1 n_3 + l_3 n_2 \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

e

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2l_1 m_1 & 2m_1 n_1 & 2l_1 n_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2l_2 m_2 & 2m_2 n_2 & 2l_2 n_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2l_3 m_3 & 2m_3 n_3 & 2l_3 n_3 \\ l_1 l_2 & m_1 m_2 & n_1 n_2 & l_1 m_2 + l_2 m_1 & m_1 n_2 + m_2 n_1 & l_1 n_2 + l_2 n_1 \\ l_2 l_3 & m_2 m_3 & n_2 n_3 & l_2 m_3 + l_3 m_2 & m_2 n_3 + m_3 n_2 & l_2 n_3 + l_3 n_2 \\ l_1 l_3 & m_1 m_3 & n_1 n_3 & l_1 m_3 + l_3 m_1 & m_1 n_3 + m_3 n_1 & l_1 n_3 + l_2 n_3 \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

Desta forma, qualquer das transformações do sistema local para o global e vice-versa tanto para deformações como para tensões, podem ser feitas sem maiores problemas utilizando-se as seguintes equações.

$$\begin{aligned} \varepsilon^{local} &= \mathbf{T}_\varepsilon \varepsilon^{global} & \sigma^{local} &= \mathbf{T}_\sigma \sigma^{global} \\ \varepsilon^{global} &= \mathbf{T}_\varepsilon^T \varepsilon^{local} & \sigma^{global} &= \mathbf{T}_\sigma^T \sigma^{local} \end{aligned} \quad (2.89)$$

Expressando a equação da energia de deformação virtual complementar para os dois sistemas, obtém-se por fim a matriz constitutiva do material no sistema global em função desta mesma matriz no sistema local da fissura, como indicada na seguinte expressão:

$$\mathbf{D}^{global} = \mathbf{T}_\varepsilon^T \mathbf{D}^{local} \mathbf{T}_\varepsilon \quad (2.90)$$

## 2.6.2 MODELO CONSTITUTIVO PARA A ARMADURA

Nas estruturas de concreto armado, as barras de aço resistem, fundamentalmente, a esforços na sua direção. Desta forma, necessita-se apenas de um modelo uniaxial para descrever seu comportamento.

Para o modelo constitutivo do material aço é utilizado um modelo uniaxial elastoplástico, composto por três ramos: um ramo linear elástico dada por (2.91), um ramo com encruamento linear dado por (2.92) e outro ramo com encruamento e amolecimento parabólico dado por (2.93).

$$\sigma_s = E_{s,1}\varepsilon_s \quad (2.91)$$

$$\sigma_s = f_{y1} + E_{s,2}(\varepsilon_s - \varepsilon_{y1}) \quad (2.92)$$

$$\sigma_s = \frac{f_{y2} - f_{y3}}{(\varepsilon_{y2} - \varepsilon_{y3})^2} \varepsilon_s^2 - \frac{2(f_{y2} - f_{y3})}{(\varepsilon_{y2} - \varepsilon_{y3})^2} \varepsilon_s + \frac{(\varepsilon_{y3}^2 f_{y2} + \varepsilon_{y2}^2 f_{y3} - 2\varepsilon_{y2}\varepsilon_{y3}f_{y3})}{(\varepsilon_{y2} - \varepsilon_{y3})^2} \quad (2.93)$$

Na figura 14 é mostrado o diagrama tensão-deformação para a barra de aço e os parâmetros utilizados para definir a curva. Por simplicidade, este mesmo modelo foi adotado para situações de tração e compressão. Com esta forma de representação é possível avaliar o comportamento de todos os aços utilizados em estruturas de concreto.

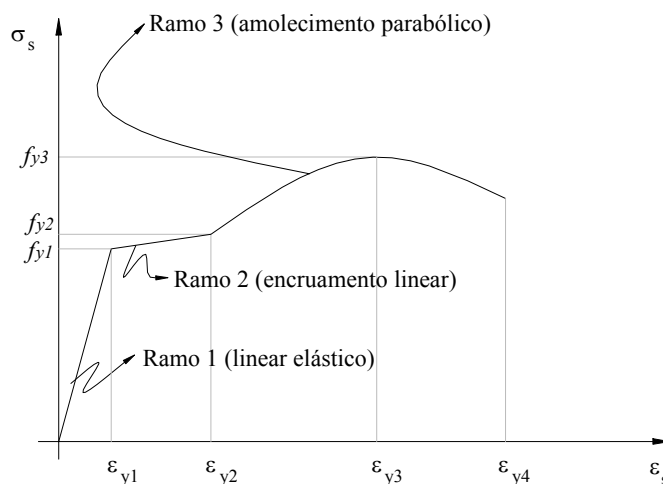


Figura 14 – Diagrama tensão-deformação uniaxial para as armaduras.

O comportamento elasto-viscoplástico do aço é baseado em um algoritmo incremental, similar ao do concreto. Haverá o aparecimento de deformações plásticas na armadura caso as deformações ultrapassem  $\varepsilon_{y1}$ . O comportamento viscoplástico do material é governado por uma superfície de plastificação dada por:

$$F(\sigma) - F_0(k) = 0 \quad (2.94)$$

onde  $F_0$  é a tensão de plastificação uniaxial, que pode ser função de um parâmetro de endurecimento ou fator de forma  $k$ . Supõe-se que o aparecimento do comportamento viscoplástico se dê somente quando  $F > F_0(k)$ .

O fator de forma  $k$  será dado de acordo com a expressão abaixo:

$$k = 1 + \frac{f_{y2} - 1}{\varepsilon_{vp2}^m} \varepsilon_{vp}, \quad \text{para } \varepsilon_{vp} < \varepsilon_{vp2}^m \quad (2.95)$$

$$k = \frac{f_{y2} - f_{y3}}{f_{y1}(\varepsilon_{vp2}^m - \varepsilon_{vp3}^m)^2} \left[ (\varepsilon_{vp})^2 - 2\varepsilon_{vp3}^m (\varepsilon_{vp}) \right] + \frac{(\varepsilon_{vp3}^m)^2 \frac{f_{y2}}{f_{y1}} - 2\varepsilon_{vp2}^m \varepsilon_{vp3}^m \frac{f_{y3}}{f_{y1}} + (\varepsilon_{vp2}^m)^2 \frac{f_{y3}}{f_{y1}}}{(\varepsilon_{vp2}^m - \varepsilon_{vp3}^m)^2} \quad \text{,para } \varepsilon_{vp} > \varepsilon_{vp2}^m \quad (2.96)$$

onde a formulação (2.95) se refere ao tramo com endurecimento linear e (2.96) ao tramo com endurecimento parabólico, sendo os parâmetros  $\varepsilon_{vp2}^m$  e  $\varepsilon_{vp3}^m$  as deformações plásticas para  $\varepsilon_{y2}$  e  $\varepsilon_{y3}$ , respectivamente, dados por:

$$\varepsilon_{vp2}^m = \varepsilon_{y2} - \frac{f_{y2}}{E_{s,1}} \quad \text{e} \quad \varepsilon_{vp3}^m = \varepsilon_{y3} - \frac{f_{y3}}{E_{s,1}} \quad (2.97)$$

Considerando a superfície de plastificação dada por:

$$\sigma_s - k \cdot f_{y1} = 0 \quad (2.98)$$

pode-se calcular a taxa de deformação viscoplástica com a seguinte expressão:

$$\dot{\varepsilon}_{s,vp} = \gamma_s \Phi(F) = \gamma_s (\sigma_s - k \cdot f_{y1}) \quad (2.99)$$

onde  $\gamma_s$  é o coeficiente de fluidez do aço, que é da ordem de  $1 \times 10^{-5}$ .

Usando um esquema de integração no tempo explícito, encontra-se o incremento de deformação viscoplástica para ao aço, de acordo com a seguinte expressão:

$$\Delta \varepsilon_{s,vp} = \Delta t \cdot \dot{\varepsilon}_{s,vp} \quad (2.100)$$

## 2.7 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO-LINEARES

A solução não-linear é obtida fazendo-se aproximações lineares até que as leis constitutivas, as condições de equilíbrio e a compatibilidade sejam satisfeitas dentro de uma certa tolerância fixada.

A essência da técnica é que em qualquer estágio um sistema de forças nodais equivalente para o nível de tensões totais seja estimado e comparado com o sistema de forças aplicado. A diferença entre os dois resultados é o conjunto de forças residuais que pode ser interpretado como a lacuna para obter o equilíbrio. Para restabelecer o equilíbrio, os resíduos são então aplicados para a estrutura e o problema é resolvido. Este processo é repetido até que o resíduo seja suficientemente pequeno. Este método é chamado de método das forças residuais.

Em geral as leis constitutivas são especificadas na seguinte forma:

$$f(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}) = 0 \quad (2.101)$$

e o equilíbrio requer que:

$$\{\psi(\{\delta\})\} = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV - \{R\} = 0 \quad (2.102)$$

onde  $\{\sigma\}$  são as tensões atuais dadas pela expressão (2.101) à um nível de deformação alcançado,  $\{R\}$  lista todas as forças de fonte externa e  $\{\psi\}$  são as forças residuais, sendo as mesmas funções dos deslocamentos  $\delta$ .

Em geral  $\{\psi\} \neq 0$ , então considerando a variação de  $\{\psi\}$  devida a mudanças nos deslocamentos  $\{\delta\}$ , da equação (2.102), e por causa  $\{R\}$  ser independente de  $\{\delta\}$ , tem-se:

$$d\{\psi\} = \int_V [B]^T d\{\sigma\} dV \quad (2.103)$$

Se a forma da lei constitutiva segue a tensão devido a um dado deslocamento

$$d\{\psi\} = [D_T(\{\delta\})] d\{\varepsilon\} \quad (2.104)$$

na qual  $[D_T]$  é a matriz elástica incremental, tangente ou instantânea. A equação (2.103) torna-se

$$d\{\psi\} = [K_T(\{\delta\})] d\{\delta\} \quad (2.105)$$

onde:

$$[K_T(\{\delta\})] = \int_V [B]^T [D_T(\{\delta\})] [B] dV \quad (2.106)$$

A equação (2.105) é o ingrediente básico para a solução da técnica que é reconhecida como processo de Newton-Raphson generalizado. Partindo de um solução  $\{\delta\}_n$  que dá um resíduo não nulo  $\{\psi\}_n$  usando a equação (2.102), a correção para os deslocamentos é obtida para equação (2.105) por

$$\Delta\{\delta\}_{n+1} = [K_T]_n^{-1} \{\psi\}_n \quad (2.107)$$

na qual  $[K_T]_n$  é a matriz tangencial desenvolvida para o deslocamento  $\{\delta\}_n$ . Esse processo iterativo é continuado até que um resíduo suficientemente pequeno seja obtido.

Mais a forma geral deste método é uma técnica da rigidez variável baseada na rigidez tangencial. Entretanto, a equação (2.107) oferece a possibilidade de outras alternativas. Se  $[K_T]$  é trocada por uma rigidez constante correspondente à rigidez elástica inicial então o procedimento correto é dado por:

$$\Delta\{\delta\}_{n+1} = [K_0]^{-1} \{\psi\}_n \quad (2.108)$$

que corresponde ao processo de Newton-Raphson modificado. Este procedimento é idêntico ao método de tensões iniciais.

O primeiro enfoque é prejudicado por uma desvantagem econômica causada pela completa reformulação da matriz de rigidez e uma nova solução das equações governantes é requerida para cada iteração. Contudo, por evitar essa reformulação, o ultimo enfoque utiliza menor tempo computacional por iteração mas é geralmente colocado em situação de desvantagem devido a lentidão da taxa de convergência, especialmente quando a estrutura apresenta um comportamento muito não-linear.

Melhoramento na taxa de convergência podem ser obtidos em alguns problemas não lineares pelo uso de aceleradores. Neste caso a história do carregamento prévio é examinada para estimar o próximo campo de deslocamentos com maior precisão.

A questão de uma convergência aceitável abrange um grande número de pontos práticos. Adota-se geralmente que a convergência foi atingida quando a relação

$$\frac{\psi_i^*}{R_i^*} \leq C \quad (2.109)$$

for satisfeita. Onde  $\psi_i^* = \sqrt{[\{\psi_i\}^T \{\psi_i\}]}$  é a norma do resíduo,  $R_i^* = \sqrt{[\{R_i\}^T \{R_i\}]}$  é a norma das cargas aplicadas e  $C$  é uma fator de convergência pré-estabelecido, geralmente em torno de 0,01 ou 0,02.

Um dos principais problemas na análise não-linear de estruturas é a resolução do sistema de equações. Com a introdução de fenômenos que introduzem não-linearidade, como a fissuração, a plastificação, o endurecimento e o processo de carga e descarga, vários problemas de estabilidade numérica ocorrem. Esses problemas se devem ao aparecimento de pontos críticos. O comportamento típico é caracterizado na figura 15.



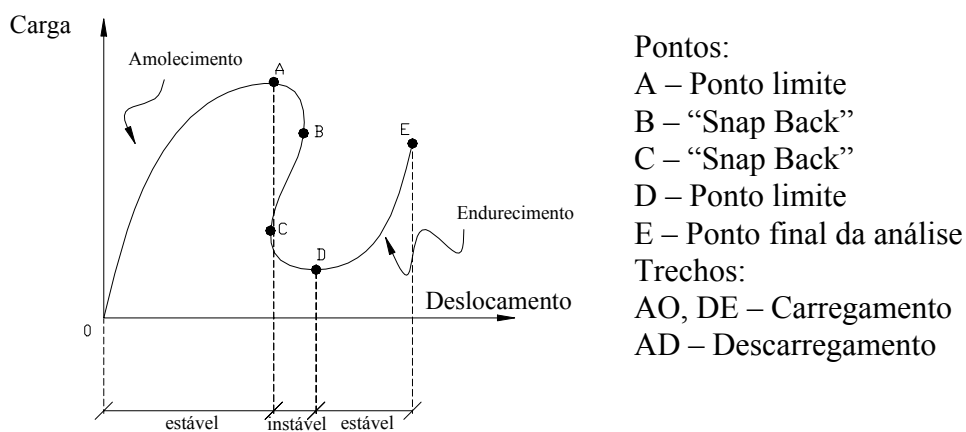


Figura 15 – Características comuns de sistemas não lineares.

Muitos dos métodos de solução requerem que o carregamento seja aplicado em uma razão incremental e que interações sejam realizadas a cada passo incremental para garantir o equilíbrio da estrutura na posição deformada. Yang e Shieh (1990) demonstram que a maioria dos métodos existentes (quais sejam, o método de Newton-Raphson, na sua forma original e na sua forma modificada, o método do controle de incrementos de deslocamentos, o método do controle do comprimento de arco – “Arc Length Method”, o método do controle da energia – “Work Control Method” e o método do controle dos deslocamento generalizados com o parâmetro corrente de rigidez – “Current Stiffness Parameter”) não são perfeitos em termos de estabilidade numérica ao aproximar-se de pontos limites e de “snap-back”, e que também apresentam inconsistências quanto ao critérios de incrementos de carga usados para refletir a variação de rigidez.

Atribui-se grande parte da falha dos métodos anteriormente citados ao fato das interações não serem desenvolvidas ao longo das direções corretas nas regiões onde ocorrem mudanças abruptas. O método do controle por deslocamentos generalizado proposto por Yang e Shief (1990), consiste numa técnica alternativa de análise do comportamento de estruturas em regime pré e pós-critico. A caracterização destas regiões está no surgimento de pontos limites (pontos A e D) e de pontos de “snap-back” (pontos B e C), conforme a figura 15. Os pontos limites podem ser definidos como pontos da curva carga-deslocamento onde a tangente é nula e é nestes pontos de singularidade em que os métodos como o de Newton-Raphson com atualização da matriz falham.

Em geral, na solução incremental/iterativa de problemas estruturais não-lineares, o fator de incremento de carga de cada passo iterativo pode ser considerado como

uma variável incógnita adicional. Assim, assumindo-se que o carregamento seja proporcional, ou seja,

$$\{P(\lambda)\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} P_1^* \\ P_2^* \\ \vdots \\ P_N^* \end{Bmatrix} = \lambda \{P^*\} \quad (2.110)$$

pode-se escrever a equação de equilíbrio, para a  $j$ -ésima iteração do incremento  $i$ , como:

$$[K]_{j-1}^i \{U\}_j^i = \lambda_j^i \{P^*\} + \{S\}_{j-1}^i \quad (2.111)$$

onde  $\{P^*\}$  representa um vetor de carga referencial,  $\lambda$  o fator de carga associado e  $\{S\}$  o vetor de forças desequilibradas, dado por:

$$\{S\}_{j-1}^i = \lambda_{j-1}^i \{P^*\} - \{F\}_{j-1}^i \quad (2.112)$$

sendo  $\{F\}_{j-1}^i$  o vetor de cargas internas.

Então o vetor de deslocamento pode ser expresso pela soma dos vetores:

$$\{U\}_j^i = \lambda_j^i \{U_1\}_j^i + \{U_2\}_j^i \quad (2.113)$$

com os vetores  $\{U_1\}_j^i$  e  $\{U_2\}_j^i$  obtidos com pela resolução dos sistemas de equações seguintes:

$$[K]_{j-1}^i \{U_1\}_j^i = \{P\} \quad (2.114)$$

$$[K]_{j-1}^i \{U_2\}_j^i = \{S\}_{j-1}^i \quad (2.115)$$

Adicionalmente a estas, equações específicas são estabelecidas pelos diferentes métodos existentes para o cálculo da incógnita adicional  $\lambda$ .

No método do controle dos deslocamentos generalizados, utiliza-se um parâmetro referido como Parâmetro Geral de Rigidez (General Stiffness Parameter, GSP), para obter o incremento do fator de carga da primeira iteração do  $i$ -ésimo passo incremental, o qual é definido por:

$$GSP = \frac{\{U_1\}_1^1 \cdot \{U_1\}_1^1}{\{U_1\}_1^{i-1} \cdot \{U_1\}_1^i} \quad (2.116)$$

começando unitário e se anulando nos pontos limites.

Assim na primeira iteração do passo  $i$ , o incremento do fator de carga é dado pela equação:

$$\Delta\lambda_1^i = \pm\Delta\lambda_1^1(GSP)^{1/2} \quad (2.117) \text{ na}$$

qual  $\Delta\lambda_1^i$  representa o incremento inicial do fator de carga (primeiro passo e primeira iteração de cálculo) enquanto que para as iterações subseqüentes do mesmo passo, tem-se:

$$\Delta\lambda_j^i = \frac{\{U_1\}_1^{i-1} \cdot \{U_2\}_j^i}{\{U_1\}_1^{i-1} \cdot \{U_1\}_j^i} \quad (2.118)$$

sendo que para  $i = 1$ ,  $\{U_1\}_1^0$  é feito igual a  $\{U_1\}_1^1$ .

O sinal da equação  $\Delta\lambda_1^i = \pm\Delta\lambda_1^1(GSP)^{1/2}$  é definido de forma simples e automática pela variação do próprio parâmetro GSP, uma vez que este apresenta a peculiaridade de passar de sinal positivo para negativo em todo ponto limite, permitindo assim que tais pontos sejam identificados. Cada vez que isso acontece, o sentido do carregamento da estrutura deve ser invertido.

## 2.8 CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA DOS RESULTADOS

Uma vez que o método dos elementos finitos é um procedimento numérico para resolução de problemas complexos de engenharia, considerações relativas à precisão e convergência dos resultados da análise devem ser feitas. A formulação proposta apresenta três critérios que devem ser satisfeitos para que a convergência seja alcançada.

O primeiro critério é baseado nos deslocamentos nodais, sendo satisfeito quando a razão entre a norma euclidiana do somatório dos incrementos de deslocamento da iteração e a norma euclidiana do somatório dos deslocamentos referente apenas ao incremento de carga aplicado esteja dentro de uma certa tolerância dada, de acordo com a formulação abaixo.

$$\frac{\left\| \sum_{i=1}^{ngl} \Delta U^{(i)} \right\|}{\left\| \sum_{i=1}^{ngl} \Delta^P U \right\|} \leq \beta \quad (2.119)$$

onde  $ngl$  é o número de graus de liberdade da estrutura e  $\beta$  é a tolerância dada.

O segundo e terceiro critérios de convergência só são analisados uma vez que o primeiro critério tenha sido satisfeito, o que se deve à maior sensibilidade de ambos em

relação aos resultados. Os dois critérios são baseados na convergência das deformações viscoplásticas do concreto e da armadura, sendo expressas, respectivamente, por:

$$\frac{\left( \sum_i^{npic} \dot{\varepsilon}_{vp}^{eff} \right)^i \cdot dt}{\left( \sum_i^{npic} \varepsilon_{vp}^{eff} \right)^{i-1} \cdot dt} \leq \beta \quad (2.120)$$

$$\frac{\left\| \left( \sum_{i=1}^{npia} \dot{\varepsilon}_{vp_s} \right) \right\|^i}{\left\| \left( \sum_{i=1}^{npia} \dot{\varepsilon}_{vp_s} \right) \right\|^{i-1}} \leq \beta \quad (2.121)$$

onde:

$$\dot{\varepsilon}_{vp}^{eff} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{vp_{ij}} \varepsilon_{vp_{ij}}} \quad (2.122)$$

sendo  $\dot{\varepsilon}_{vp}^{eff}$  é a deformação viscoplástica efetiva,  $npic$  é o número total de pontos de iteração do concreto,  $npia$  é o número total de pontos de iteração da armadura,  $i$  é a iteração e  $\beta$  é a tolerância dada.

Não se utilizou um critério de convergência baseado na norma do vetor de forças interno balanceadas comparado com o vetor de forças aplicadas, pois apresenta um consumo computacional muito elevado em relação aos critérios citados acima com um mesmo nível de precisão.

## 2.9 APLICAÇÕES DO MODELO

Nesta etapa são feitas comparações entre os resultados obtidos através do modelo computacional com valores determinados por ensaios experimentais sobre os fenômenos de deformação, fissuração e ruptura de vigas armadas com aços de alta resistência. Decanini e colaboradores (apud Real, 2000) ensaiaram uma série de 9 vigas biapoiadas, de seção transversal nominal 15 x 24 cm, com 3m de vão, sob a ação de duas cargas concentradas situadas a 0,75 m dos apoios, com diversas combinações de taxas de armadura longitudinal e transversal.

As peças foram divididas em 3 grupos de 3 vigas, conforme a taxa de armadura longitudinal. As vigas de série RC-075, possuem uma taxa de armadura

longitudinal  $\varphi = 0,75\%$ , as da série RC-100, têm  $\varphi = 1,00\%$ , e as da série RC-200, têm  $\varphi=2,00\%$ . Na figura 16 ilustra-se a geometria e o esquema de carregamento das vigas.

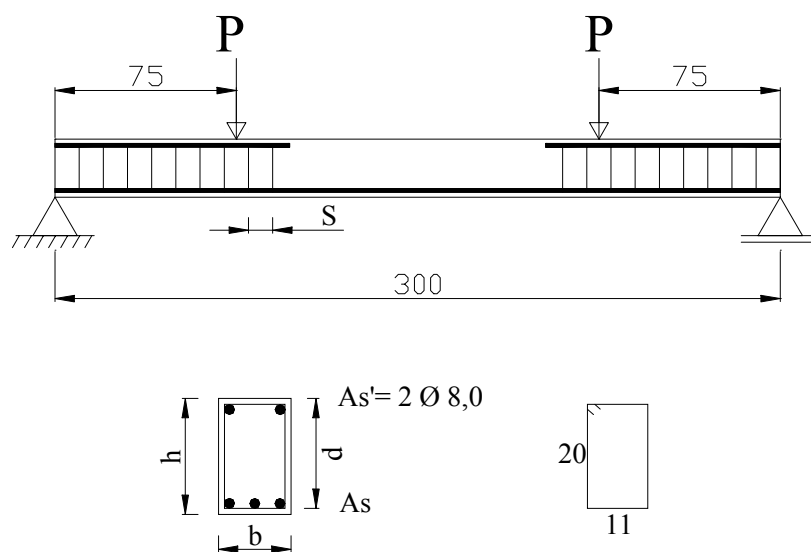


Figura 16 – Geometria e carregamento das vigas ensaiadas por Decanini (apud Real, 2000).

Com o intuito de capturar todo o comportamento da viga utilizou-se o método dos deslocamentos generalizados para a solução do sistema não linear.

A tabela 1 contém a resistência média à compressão cilíndrica do concreto (coeficiente de variação de 0,11) e as propriedades geométricas das vigas ensaiadas.

Tabela 1 – Resistência à compressão do concreto e propriedades das vigas.

Viga	$f_{cm}$ MPa	$f_{tm}$ Mpa	$E_{cm}$ MPa	b ( $10^{-2}$ m)	h ( $10^{-2}$ m)	d ( $10^{-2}$ m)
RC – 075 (1)	31,1	2,98	31382,82	15,3	24,6	22,1
RC – 075 (2)	28,2	2,79	30375,36	14,9	24,7	21,9
RC – 075 (3)	29,6	2,89	30869,93	14,6	24,8	22,1
RC – 100 (1)	32,2	3,05	31748,54	15,0	23,9	21,7
RC – 100 (2)	34,0	3,17	32329,43	14,6	23,9	21,6
RC – 100 (3)	27,4	2,74	30085,37	15,0	23,9	21,7
RC – 200 (1)	26,4	2,67	29714,82	15,0	24,0	21,2
RC – 200 (2)	29,6	2,89	30869,93	14,8	24,0	21,0
RC – 200 (3)	24,0	2,51	28785,62	15,2	23,7	20,9

Na tabela 2 apresentam-se as propriedades das barras da armadura.

Tabela 2 – Tensão de escoamento do aço e propriedades da armadura.

Viga	$f_y$ (MPa)	$A_s$ ( $10^{-4} \text{ m}^2$ )	$A_s'$ ( $10^{-4} \text{ m}^2$ )	$A_{sw}$ ( $\text{cm}^2/\text{m}$ )
RC – 075 (1)	549,0	2,35	1,00	6,02
RC – 075 (2)	538,0	(3 $\phi$ 10 mm)	(2 $\phi$ 8 mm)	(9 $\phi$ 6 mm c/ 9,4 cm)
RC – 075 (3)	548,0			
RC – 100 (1)	438,0	3,39	1,00	8,32
RC – 100 (2)	427,0	(3 $\phi$ 12 mm)	(2 $\phi$ 8 mm)	(12 $\phi$ 6 mm c/ 6,8 cm)
RC – 100 (3)	425,0			
RC – 200 (1)	484,0	6,28	1,00	10,47
RC – 200 (2)	471,0	(2 $\phi$ 20 mm)	(2 $\phi$ 8 mm)	(15 $\phi$ 6 mm c/ 5,4 cm)
RC – 200 (3)	487,0			

Aproveitando a simetria do problema, em termos de geometria e de carregamento, foi discretizada apenas a metade da viga. Foi utilizada uma malha de 5 elementos isoparamétricos quadráticos de 20 nós ao longo do comprimento, por 2 elementos ao longo da altura e 1 elemento ao longo da profundidade. Na integração numérica foi adotada a quadratura de Gauss com  $3 \times 3 \times 3$  pontos, totalizando 27 pontos de integração por elemento, nos quais são avaliadas deformações e tensões da viga de concreto, além da distribuição de fissuras no concreto ao longo da estrutura. Na figura 17 é apresentada a malha utilizada.

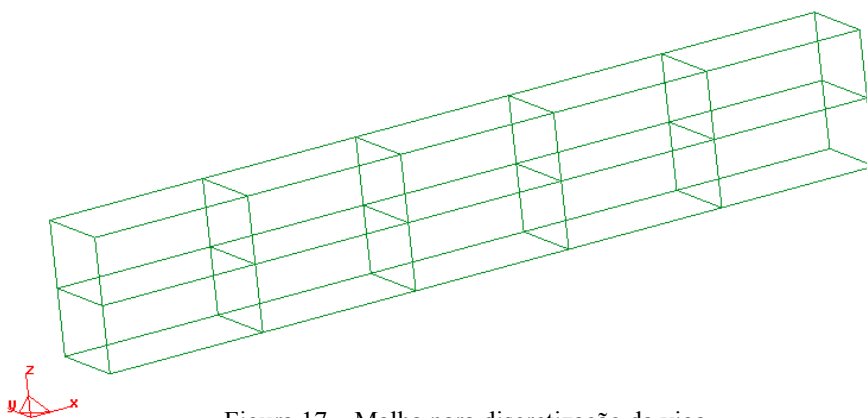


Figura 17 – Malha para discretização da viga.

As curvas carga-deslocamento obtidas numericamente são comparadas com os dados experimentais nas figuras 18 a 26. Os dados para a flecha referente à carga de ruptura da viga não foram apresentados por Real (2000).

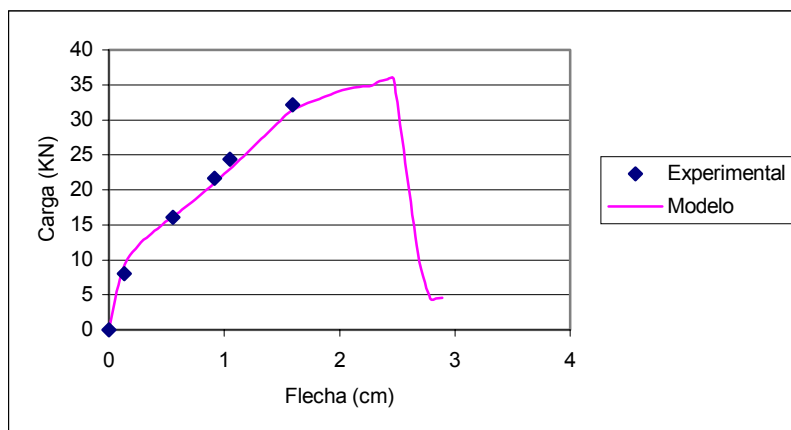


Figura 18 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-75-1.

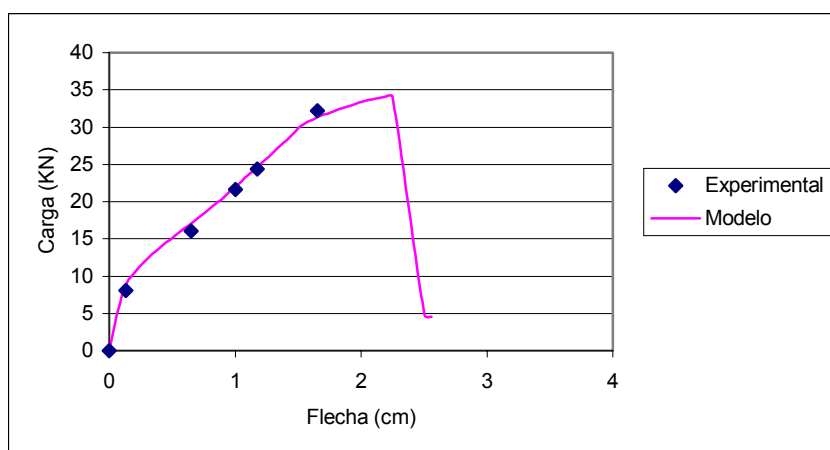


Figura 19 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-75-2.

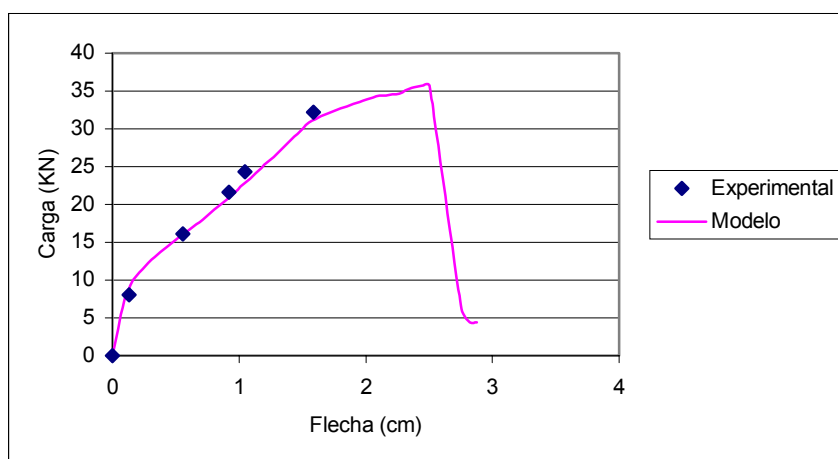


Figura 20 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-75-3.

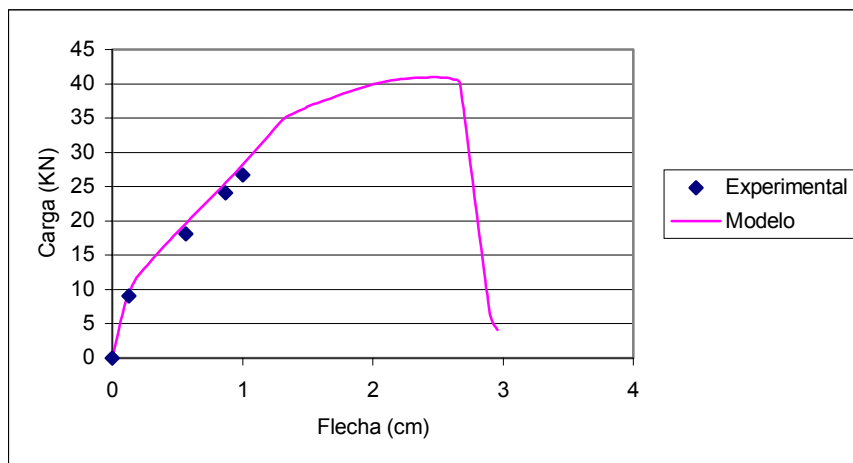


Figura 21 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-100-1.

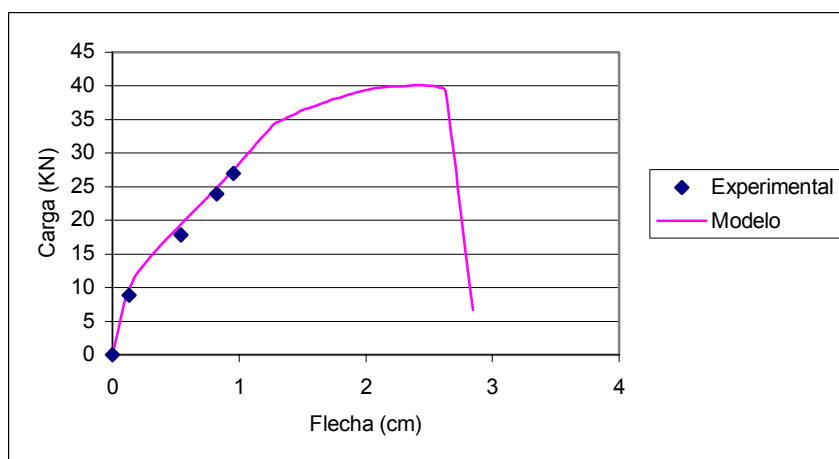


Figura 22 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-100-2.

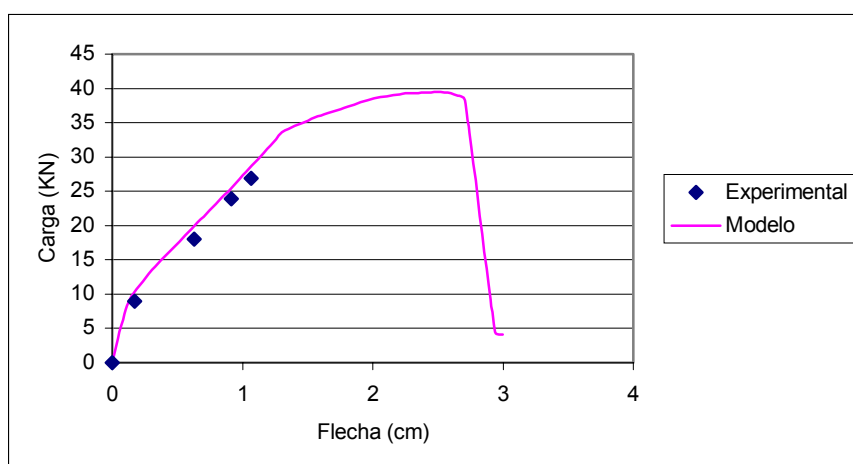


Figura 23 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-100-3.



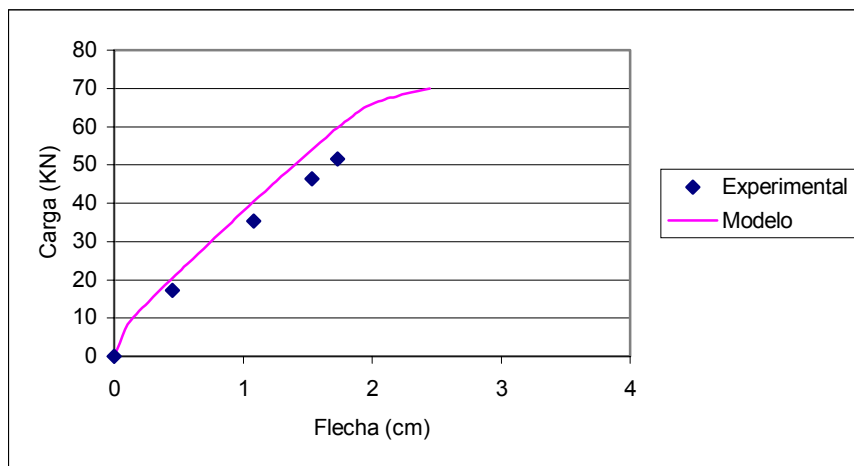


Figura 24 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-200-1.

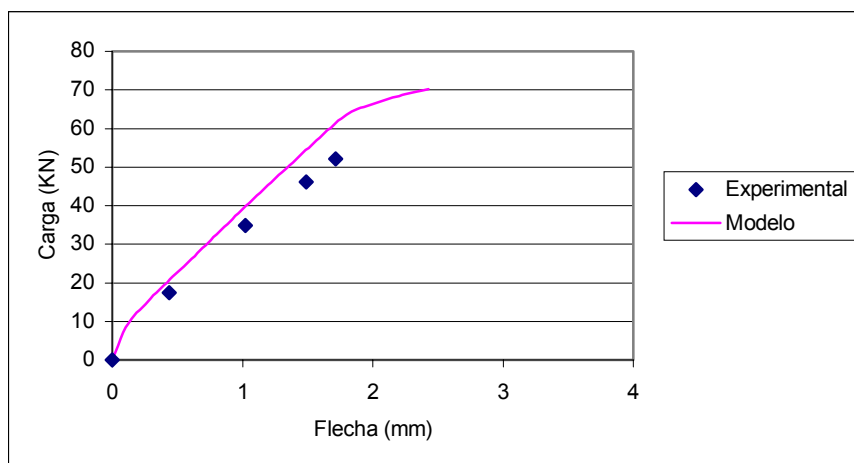


Figura 25 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-200-2.

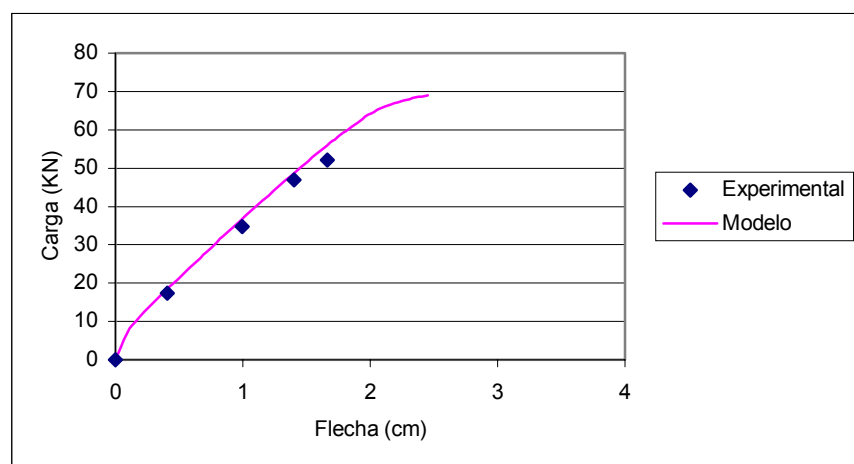


Figura 26 – Curva carga-deslocamento para a viga RC-200-3.

Observa-se que há uma boa concordância entre os deslocamentos previstos pelo modelo e aqueles medidos pelo ensaio. Entretanto percebe-se que a maior

discrepância entre os resultados do modelo e os experimentais aconteceu para as vigas como taxas de armadura de 2%. Isso se deve ao fato da fissuração ser bem mais elevada para altas taxas de aço, conduzindo a uma aderência imperfeita entre o concreto e a armadura. Essa dedução pode ser comprovada pelo aumento da diferença entre as flechas experimentais e do modelo com o incremento da carga e da densidade da armadura.

Na tabela 3, mostra-se a relação entre a carga de ruptura prevista pelo modelo e a carga de colapso de cada viga.

Tabela 3 - Comparações entre a carga de ruptura experimental e do modelo.

Viga	Pu (experimental) KN	Pu (modelo) KN	Variação (Mod/Exp)
RC-75-1	35,85	35,90	1,001
RC-75-2	35,67	34,08	1,047
RC-75-3	35,67	35,77	1,003
RC-100-1	38,16	40,11	1,051
RC-100-2	38,67	40,11	1,037
RC-100-3	37,41	39,45	1,055
RC-200-1	69,16	70,01	1,012
RC-200-2	67,84	69,91	1,031
RC-200-3	69,16	68,94	0,997

Devido ao grande número de vigas analisadas, adotou-se a viga RC-75-1 para mostrar os resultados obtidos pelo modelo computacional, para tensões e deformações no concreto, nas figuras 27 e 28, respectivamente, e distribuição de fissuras provenientes do carregamento ao longo da estrutura na figura 29.

Ao analisar a figura 28, percebe-se que as tensões na parte tracionada da viga tendem a reduzir-se com o aparecimento das fissuras ao aumento do carregamento. Na figura 29 percebe-se que as fissuras no meio do vão são verticais devido a tração (zona de flexão pura) e com a proximidade dos apoios tendem a se inclinar devido ao cortante, demonstrando um comportamento esperado.

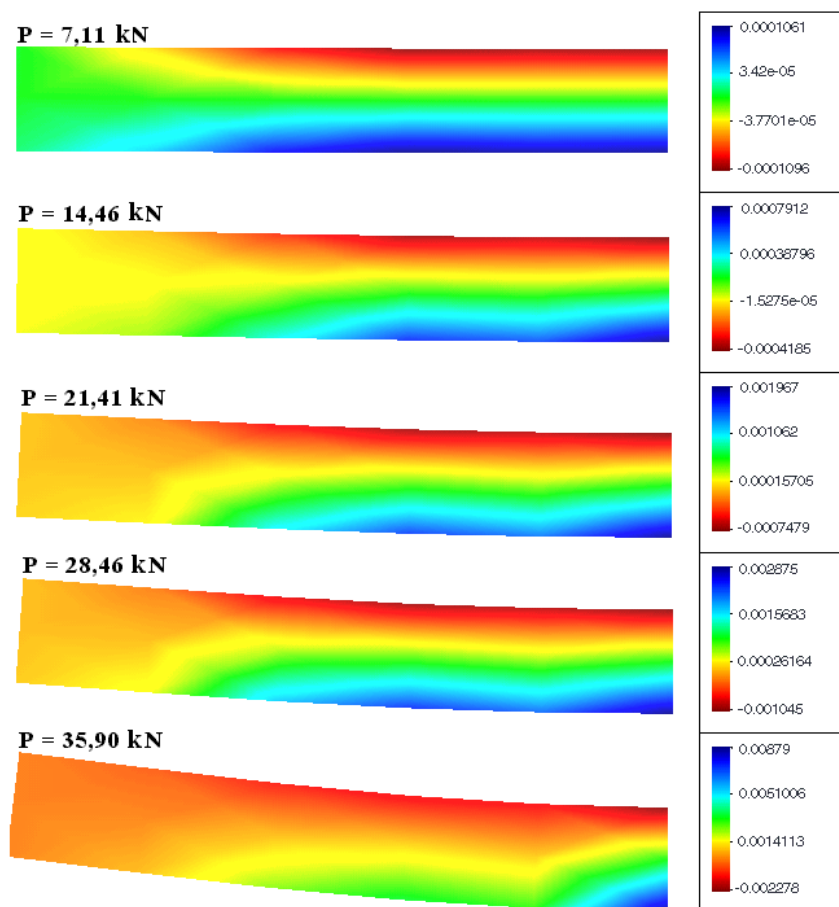


Figura 27 – Distribuição de deformações ( $\epsilon_{xx}$ ) do concreto ao longo da viga.

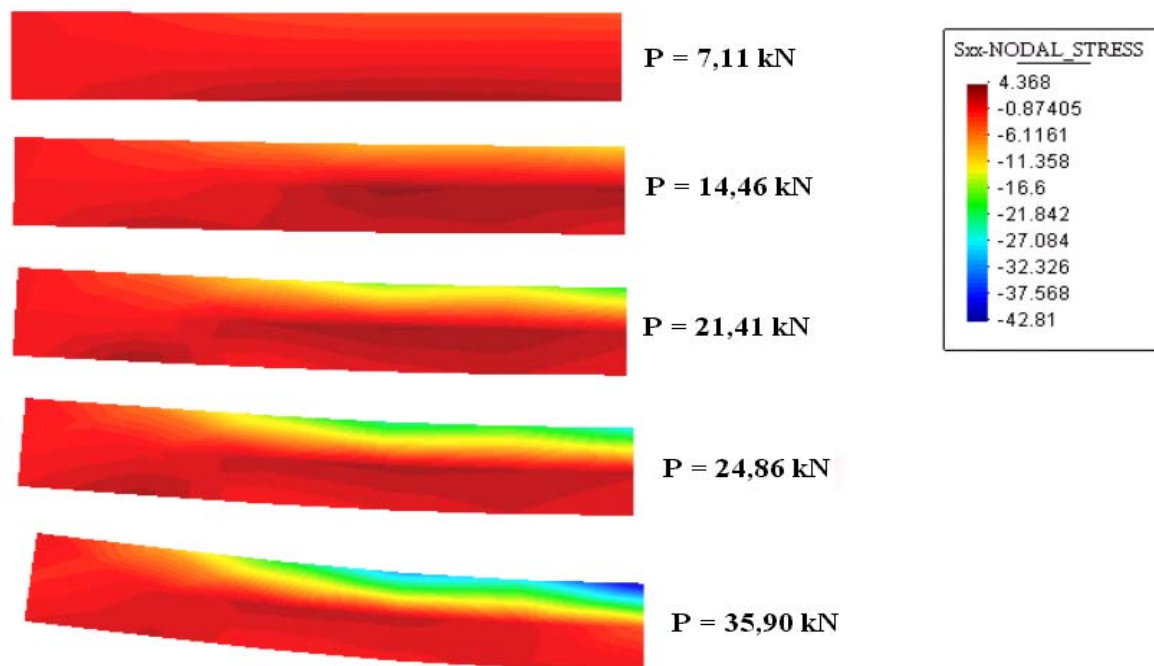


Figura 28 – Distribuição das tensões ( $\sigma_{xx}$ ) no concreto ao longo da viga.

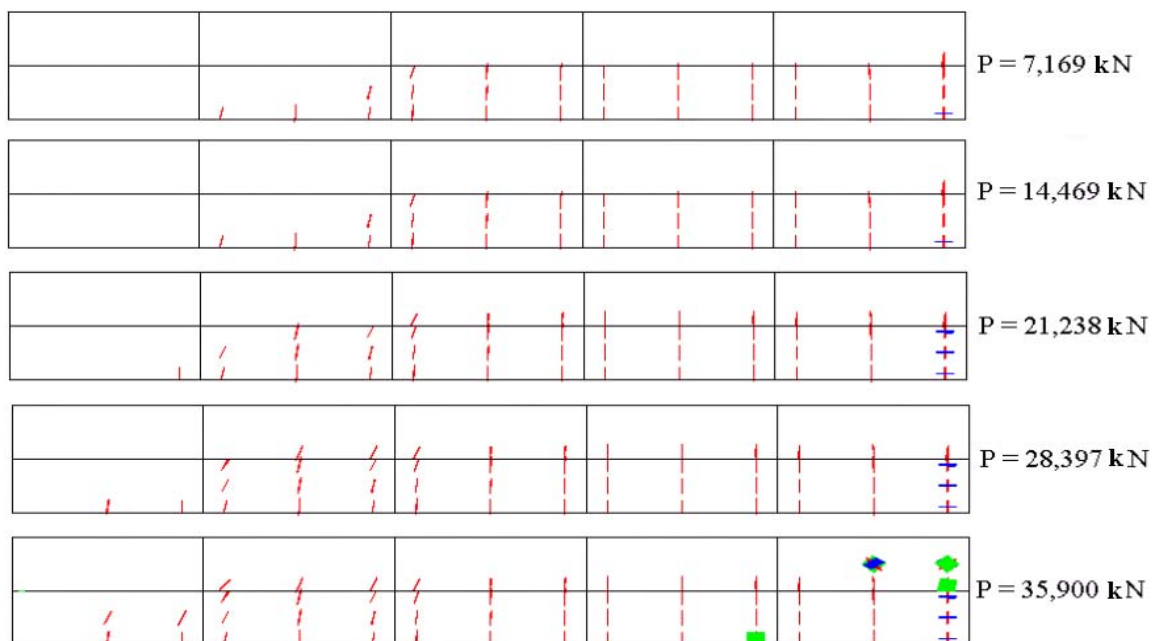


Figura 29 – Distribuição das fissuras provenientes do carregamento.

Ao analisar os resultados da tabela 3, conclui-se que o modelo apresenta uma excelente aproximação dos resultados para a carga de ruptura. A implementação do método do controle dos deslocamentos generalizados tornou o modelo capaz de capturar todo o comportamento pós-pico da estrutura, exceto no caso das vigas com taxa de armadura de 2% por causa da total falta de rigidez da estrutura após o colapso.

### **3. ANÁLISE ESTRUTURAL PARA CARGAS DE LONGA DURAÇÃO**

#### **3.1 INTRODUÇÃO**

Um importante aspecto do concreto é a fluência e a retração. A fluência no concreto representa a mudança dimensional do material submetido à influência de carregamento mecânico constante, ou seja, o concreto submetido a cargas de longa duração. A estrutura sofre uma deformação instantânea seguida por uma deformação devido à fluência, que se desenvolve ao longo do tempo. Aumentos de deformações sob tensões constantes e diminuições de tensões sob deformações constantes são duas faces para um mesmo fenômeno. Este fenômeno é mais observado nos primeiros meses de vida da estrutura, entretanto se prolonga por quase toda a vida útil, podendo resultar em deformações de igual ordem de grandeza às oriundas do carregamento de serviço da estrutura, sendo a consideração das deformações por fluência e retração de indiscutível relevância. A retração é caracterizada pelas mudanças de volume provenientes da evaporação da água que preenche os poros capilares.

Este comportamento permite classificar o concreto como um material viscoelástico que se altera com a idade, o que é esperado porque as reações de hidratação se processam com o tempo. De fato, a maioria das propriedades mecânicas do concreto são dependentes da idade. A formulação matemática para os materiais que mudam com o tempo é mais complexa do que para materiais que não se modificam com a idade.

Os modelos lineares geralmente empregados para representar a fluência do concreto são apresentados pelo CEB-FIP model code (1993), CEB (1984) e pelas formulações propostas por Bazant e Panula (1974) e Bazant e Wu (1974). Em todos esses modelos é admitida a hipótese da linearidade entre tensões e deformações. A linearidade das deformações de fluência com a tensão, assim como das deformações iniciais, geralmente é aceita até um nível de tensões da ordem de um terço da resistência média à compressão do concreto. Além desse limite, a microfissuração progressiva, que se inicia na interface agregado graúdo - argamassa, introduz fortes não-linearidades. A fluência adicional devido à microfissuração é predominantemente irrecuperável.

A função de fluência  $J(t,t')$ , isto é, a deformação no instante  $t$  provocada por uma tensão unitária constante aplicada em  $t'$ , deve obedecer a uma série de restrições matemáticas. Estas restrições, envolvendo as derivadas de  $J(t,t')$  em relação a  $t$  e a  $t'$ , relacionam-se ao caráter crescente de  $J(t,t')$  e decrescente de sua taxa. A função de fluência desempenha um papel análogo ao módulo de elasticidade dos materiais elásticos, ou seja, serve para relacionar a tensão com a deformação. Só que, ao contrário do módulo de elasticidade, ele não é um número, mas uma função do tempo e da idade do material no instante de aplicação da carga.

### **3.2 PROBLEMAS PENDENTES NO DESENVOLVIMENTO DE EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS**

Atualmente a questão das equações constitutivas tridimensionais para modelos não-lineares e de curta duração ainda é discutida, sendo o caso de longa duração uma área incipiente. Os modelos elaborados unidimensionais estão limitados a alguns aspectos particulares do comportamento do concreto, sendo geralmente adotado o modelo unidimensional da integral de Volterra para viscoelasticidade linear com envelhecimento, obtida a partir da suposição do princípio da superposição, com aproximação com séries de Dirichlet (Creus, 1986). A associação do comportamento de longa duração, fluência e retração, com outros fenômenos, fissuração e o envelhecimento, é ainda mais difícil. Portanto esses fenômenos são geralmente considerados separadamente embora ocorram simultaneamente durante a vida da estrutura.

Bazant e Prasannan (1989), Huet (1993) e Bazant e Huet (1999) citam algumas deficiências das formulações integrais e diferenciais disponíveis que levam em conta o envelhecimento, sendo algumas delas citadas abaixo:

1. As formas de modelagem da fluência com envelhecimento atuais não garantem explicitamente a validade das restrições termodinâmicas, sendo isto, do ponto de vista teórico, no mínimo, incômodo. O envelhecimento é geralmente descrito considerando-se certas propriedades como função da idade do concreto. Embora potenciais termodinâmicos possam ainda ser formulados, as leis termodinâmicas só podem ser escritas para sistemas de substâncias cujas propriedades não variam com o tempo.

2. A formulação diferencial para a lei da fluência baseada em modelos reológicos implica em ter-se parâmetros da cadeia como módulos de elasticidade e

viscosidade das unidades dependentes do tempo, levando-se a complicações numéricas e questionamentos do ponto de vista termodinâmico;

3. Os algoritmos de cálculo dos módulos de elasticidade e viscosidade para os parâmetros da cadeia do modelo reológico são muito sensíveis às variações dos dados, não garantindo serem os mesmos funções não decrescentes com o tempo, o que observa-se para cargas de curta duração;

4. A linearidade adotada nos modelos através do princípio da superposição é parcialmente responsável pelas diferenças observadas com resultados de ensaios.

O processo de fluência do concreto é profundamente afetado pelo seu processo de hidratação. Esta influência, geralmente denominada envelhecimento, causa fluência a tensões constantes e diminui significativamente à medida que a idade do carregamento aumenta.

A eficiência da análise estrutural incluindo a fluência do concreto depende da utilização de uma equação constitutiva em forma de taxas. A obtenção dessa forma diferencial é possível com o emprego de modelos reológicos compostos por molas e amortecedores. No caso mais geral, o comportamento do material pode ser descrito pelas cadeias de Maxwell ou de Kelvin. Em virtude do envelhecimento, geralmente, os coeficientes das molas e dos amortecedores são considerados dependentes da idade.

A cadeia de Maxwell tem a desvantagem de ser obtida a partir da função de relaxação que, normalmente, não é determinada experimentalmente. Então um algoritmo de integração passo a passo deve ser empregado para se obter a função de relaxação a partir da função de fluência. Além disso, os coeficientes das molas e dos amortecedores podem resultar negativos e torna-se necessário introduzir alguma forma de penalidade para garantir que esses coeficientes sejam positivos. Por outro lado, a cadeia de Kelvin com parâmetros dependentes da idade leva a equações diferenciais de segunda ordem, enquanto que para a cadeia de Maxwell as equações são de primeira ordem. Além disso, os coeficientes das molas também podem resultar negativos para pequenas durações de carga e tempos de retardamento elevados.

### 3.3 TEORIA DA SOLIDIFICAÇÃO – MODELO REOLÓGICO DO CONCRETO

A teoria da solidificação para a fluência foi inicialmente proposta por Bazant (1977), sendo aprimorada por Bazant e Prasanna (1989), Carol e Bazant (1993) e Bazant e Huet (1999). A teoria baseia-se na micromecânica do processo de envelhecimento. No desenvolvimento inicial da teoria da solidificação, o objetivo foi obter uma forma fisicamente razoável das funções de fluência  $J(t,t')$  e de relaxação  $R(t,t')$  caracterizadas para um material com propriedades que variem no tempo. A teoria fundamenta-se na idéia de que o aspecto do envelhecimento na fluência do concreto é devido a um aumento do volume da parte da fração que resiste do material solidificado, isto é, o aumento da pasta de cimento hidratado, por unidade de volume de concreto, que aparenta ser o principal (embora não o único) mecanismo para o envelhecimento. No processo de solidificação, a hidratação do sólido produz uma gradual ocupação dos poros originalmente ocupados por água e uma parte de cimento anidro que será dissolvido.

As deformações elásticas resultam da deformação dos agregados graúdos no concreto e de partículas elásticas microscópicas na pasta de cimento endurecido, incluindo grãos de cimento anidro, cristais de hidróxido de cálcio e demais cristais existentes. Devido a sua natureza físico-química, as propriedades elásticas de todos esses componentes são constantes (sem envelhecimento). A deformação elástica do concreto, entretanto, tem sido usualmente considerada como  $\sigma/E(t)$ , onde o módulo elástico,  $E(t)$ , é considerado como sendo função da idade, representado pela variável  $t$ , do concreto, o que é uma complicação tanto desnecessária quanto questionável termodinamicamente. O uso do módulo assintótico  $E_0$ , que é uma propriedade constante do material, ao invés de  $E(t)$ , simplifica consideravelmente a relação tensão-deformação para a fluência. Desta forma, o modelo proposto é capaz de retratar o envelhecimento como uma consequência do aumento da fração do material solidificado (cimento hidratado) e associado a um modelo reológico é capaz de determinar as deformações viscoelásticas.

O modelo supõe que as camadas de cimento que já solidificaram suportam uma tensão finita,  $S$ , e ajudam a resistir a carga externa aplicada, sendo que as camadas que ainda não se solidificaram estão livres de tensão, de acordo com a figura 30. Neste modelo, as camadas subseqüentes da componente solidificada são consideradas como acopladas em



paralelo, submetidas ao mesmo incremento de deformação macroscópico  $d\varepsilon$ , e suportando tensões normais paralelas às camadas. A suposição da homogeneidade das deformações é favorável para manter o modelo de solidificação simples.

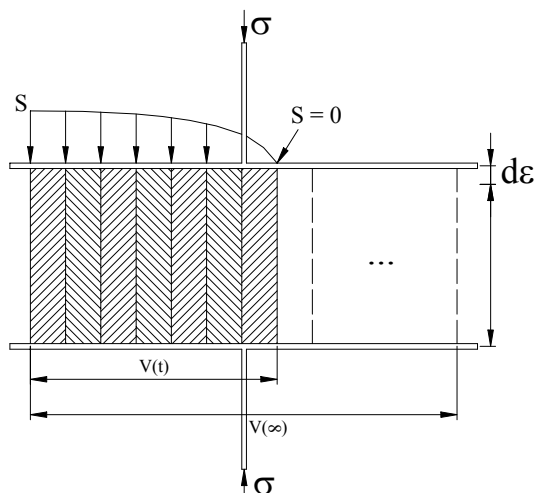


Figura 30 – Modelo para a solidificação progressiva de camadas.

Admite-se que  $V(t)$  representa o volume de material solidificado por unidade de volume do material a uma idade  $t$  (evidentemente  $0 \leq V(t) < 1$ ). Esta função pode ser calculada a partir da concentração inicial de cimento e água de acordo com a cinética das reações químicas ou pode ser determinada pelo ajuste de dados experimentais. Uma camada de volume infinitesimal  $dV(t)$  é uma camada depositada na idade  $t$  do material. Desta forma cria-se uma relação unívoca entre a idade  $t$  e a camada introduzida.

A hipótese básica ilustrada por esse modelo é que o volume dos elementos  $dV(t)$  solidificados a diferentes tempos são todos submetidos às mesmas deformações, o qual é igual a deformação viscoelástica total.

### 3.3.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA TEORIA DA SOLIDIFICAÇÃO

O elemento solidificado é considerado um material viscoelástico linear sem envelhecimento e caracterizado por uma função de fluência  $\Phi(t - t')$  ou uma função de relaxação associada  $\Psi(t - t')$ . De acordo com isso, a função de fluência  $\Phi(t - t')$  é escrita como função de uma única variável – a duração do carregamento  $(t - t')$ , ao invés das duas variáveis  $t$  e  $t'$  como requerida na função de fluência  $J(t, t')$  em macroescala.

Duas equações governantes básicas podem ser escritas para o modelo de solidificação:

(i) A equação de equilíbrio entre a tensão macroscópica e as tensões nas camadas;

Desde que as camadas do material solidificado, em um modelo unidimensional, são assumidas como mutuamente acopladas em paralelo e assim submetidas ao mesmo incremento de deformação  $d\varepsilon$ , a tensão  $S$  em todas as camadas  $dV(\theta)$  são sobrepostas e devem ter uma tensão macroscópica  $\sigma$  como seu resultado, de forma que:

$$\sigma(t) = \int_0^t S(\theta, t) dv(\theta) \quad (3.1)$$

(ii) A equação constitutiva para uma camada viscoelástica genérica sem envelhecimento.

O comportamento viscoelástico sem envelhecimento de uma camada pode ser formulado por:

$$\varepsilon^v(t) - \varepsilon^v(t') = \int_{t'=0}^t \Phi(t-t') ds(t') \quad \text{ou} \quad S(t', t) = \int_{0^-}^t \psi(t-t') d\varepsilon(t') \quad (3.2)$$

dependendo se será utilizada a fluência sem envelhecimento  $\Phi$  (modelo de Kelvin) ou a função de relaxação  $\Psi$  (modelo de Maxwell).  $\varepsilon^v(t)$  é a deformação específica viscoelástica.

As equações acima formam um sistema de duas equações integrais acopladas relacionando as variáveis  $\sigma(t)$ ,  $\varepsilon^v(t)$  e  $S(t', t)$ . Através de alguns passos matemáticos e rearranjos (Carol e Bazant, 1993) com o objetivo de eliminar a microtensão  $S$ , encontra-se a seguinte formulação :

$$\varepsilon^v(t) = \frac{1}{v(t)} \left[ \frac{\dot{\sigma}(t)}{E_0} + \int_{t'=0}^t \dot{\Phi}(t-t') d\sigma(t') \right] \quad (3.3)$$

Dessa forma, o modelo reológico é empregado para a determinação de  $\dot{\gamma}(t-t')$ , que é a taxa de deformação viscoelástica de um material sem envelhecimento para uma cadeia Kelvin. Percebe-se que a formulação acima é expressa em função da taxa de deformação viscoelástica, sendo essa uma importante diferença com respeito às outras formulações.

Na figura 31, representa-se a cadeia de Kelvin com N elementos. O módulo de elasticidade e a viscosidade do elemento genérico  $\mu$  são  $E_\mu$  e  $\eta_\mu$ , respectivamente.

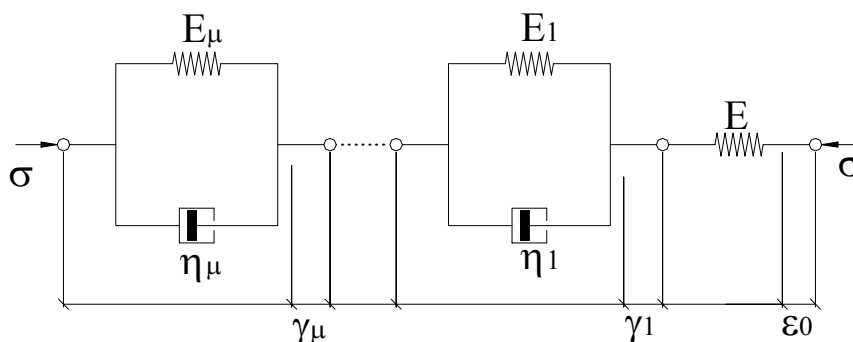


Figura 31 – Modelo reológico com cadeias Kelvin agrupadas.

Admitindo que  $\gamma_\mu$  é a deformação do elemento genérico, a partir do equilíbrio e da compatibilidade obtêm-se as equações diferenciais da cadeia de Kelvin sem envelhecimento e a deformação total, dadas, respectivamente, por:

$$E_\mu \gamma_\mu + \eta_\mu \dot{\gamma}_\mu = \sigma(t) \quad (3.4)$$

e

$$\gamma = \sum_{\mu=1}^N \gamma_\mu \quad (3.5)$$

Integrando (3.4) para uma tensão unitária aplicada na idade  $t'$  e usando a formulação dada em (3.5) encontra-se a função de fluência específica para um modelo de Kelvin generalizado, expressa em (3.6).

$$\gamma(t) = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{E_\mu} \left( 1 - e^{-\left(\frac{t-t'}{\tau_u}\right)} \right) \quad (3.6)$$

onde  $\tau_u = \frac{\eta_\mu}{E_\mu}$  é o tempo de retardamento à fluência da  $\mu$ -ésima unidade.

Para uma curva de fluência correspondente a uma tensão constante aplicada em cada elemento Kelvin na figura 31, retorna uma variação de deformação exponencial devido à contribuição dos diferentes tempos de retardamento  $\tau_u$ . Isto fornece a possibilidade de ajustar a curva de fluência para o grau de precisão desejado. Para maior precisão, em geral, necessita-se de mais termos exponenciais. Para o caso analisado não é necessário adotar todos os termos. Uma aproximação será feita através do acoplamento de cadeias Kelvin utilizando uma faixa de tempos de retardamentos dentro de um único

elemento com um tempo de retardamento médio. O tempo de retardamento é uma estimativa da ordem da magnitude do tempo necessário para a deformação por fluência ser completa.

A série definida em (3.6), denominada série de Dirichlet, pode representar várias curvas de fluência com adequada escolha dos parâmetros  $E_\mu$  e  $\tau_\mu$  e do número de termos  $N$ .

Para a faixa de tempo que se deseja cobrir com a cadeia neste trabalho (de algumas décadas), os tempos de retardamento são tomados como:

$$\tau_\mu = 10^{\mu-1} \tau_1, \mu = 1, \dots, N \quad (3.7)$$

com  $\tau_1 = 1$  dia.

Segundo indicações do CEB-FIP model code (1993), a função de fluência para o concreto pode ser descrita por:

$$J(t, t') = \frac{1}{E_c(t)} + \frac{\phi(t, t')}{E_c(28)} \quad (3.8)$$

onde  $J(t, t')$  é a função de fluência para o concreto com idade de carregamento  $t'$ ;  $E_c(t')$  é o módulo de elasticidade do concreto na idade  $t'$ ;  $\phi(t, t')$  é o coeficiente de fluência.

Os tempos de carregamento foram então escolhidos em uma razão crescente em escala logarítmica, assim definidos:

$$(t_i - t') = 10^{1/10} (t_{i-1} - t') \quad (3.9)$$

e para idades de carregamento, adotou-se:

$$t'_i = 10^{1/2} t'_{i-1} \quad (3.10)$$

com  $t'_1 = 2,8$  dias e  $(t_1 - t') = 2,8$  dias.

Para a avaliação do módulo de elasticidade do concreto com o tempo, deve-se empregar a relação:

$$E_c(t) = \beta_E(t) E_c(28) \quad (3.11)$$

sendo  $\beta_E = \sqrt{\beta_{cc}(t)}$  o coeficiente que depende da idade do concreto, em dias;

onde:

$$\beta_{cc} = e^{s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t/1\text{dia}} \right)^{1/2} \right]} \quad (3.12)$$

$s$  – coeficiente que depende do tipo de cimento, sendo dado pela tabela 4.

Tabela 4 - Coeficiente  $s$  e tipos de cimento (CEB-FIP model code , 1993)

Tipo de cimento	$s$
Cimento de endurecimento rápido e alta resistência inicial (CPV ARI)	0,20
Cimento de endurecimento rápido e normal (CPI, CPIIF, CPIIZ, CPIIE)	0,25
Cimento de endurecimento lento (CPIII, CPIV)	0,38

O coeficiente de fluência vem dado por:

$$\phi(t-t') = \phi_0 \beta_c(t-t') \quad (3.13)$$

onde  $\beta_c(t-t')$  é o coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo após o carregamento. Este coeficiente é dado por:

$$\beta_c(t-t') = \left[ \frac{(t-t')/1dia}{\beta_H + (t-t')/1dia} \right]^{0,3} \quad (3.14)$$

$$\text{com } \beta_H = 150 \left\{ 1 + \left( 1,2 \frac{RH}{100\%} \right)^{18} \right\} \frac{h}{100mm} + 250 \leq 1500 \quad (3.15)$$

O coeficiente  $\phi_0$  vem dado por:

$$\phi_0 = \phi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t') \quad (3.16)$$

sendo:

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100\%}{0,46(h/100mm)^{1/3}} \quad (3.17)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{(f_{cm}/10MPa)^{0,5}} \quad (3.18)$$

$$\beta(t') = \frac{1}{0,1 + (t'/1dia)^{0,2}} \quad (3.19)$$

onde  $h=2A_c/u$  é a espessura fictícia(mm);  $f_{cm}$  é a resistência média do concreto à compressão (MPa); RH é a umidade relativa do ar (%); u é o perímetro da seção em contato com o ambiente (mm);  $A_c$  é a área da seção de concreto (mm<sup>2</sup>).

Fazendo algumas substituições, obtém-se que a função de fluência do CEB-FIP model code (1993) pode ser expressa por:

$$J(t,t') = \frac{1}{E_c(t')} + \frac{\phi_0(t')\beta_c(t,t')}{E_c(28)} \quad (3.20)$$

Sendo a formulação da função de fluência pela teoria da solidificação dada por:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\gamma(t, t')}{V(t')} \quad (3.21)$$

onde  $\gamma(t, t')$  é o coeficiente de fluência no tempo e  $V(t')$  é a função de envelhecimento do concreto, obtêm-se as seguintes relações entre (3.20) e (3.21):

$$\gamma(t, t') = \beta_c(t - t') \quad (3.22)$$

$$V(t) = \frac{E_c(28)}{\phi_0(t')} \quad (3.23)$$

que serão utilizadas nas séries de Dirichlet para a determinação dos parâmetros da cadeia.

Para cada valor de tempo tem-se uma equação e duas incógnitas, portanto para a obtenção dos coeficientes  $E_\mu$  é necessário a prévia determinação dos tempos de retardamento, sendo a solução final retirada da solução do sistema de equações acopladas. A discretização da formulação do CEB-FIP model code (1993) é feita por 33 pontos utilizando a formulação (3.9). O número de equações do sistema será igual ao número de cadeias Kelvin para representar a função de fluência, sendo o sistema dado por:

$$[C]\{X\} = \{B\} \quad (3.24)$$

sendo as componentes dadas abaixo.

$$C(i, j) = \sum_{k=1}^{33} \frac{\left(1 - \exp\left(\frac{-(t-t')_k}{\tau_i}\right)\right)}{\left(1 - \exp\left(\frac{-(t-t')_k}{\tau_j}\right)\right)} \quad (3.25)$$

$$B(i) = \sum_{k=1}^{33} \gamma_k \left(1 - \exp\left(\frac{-(t-t')_k}{\tau_i}\right)\right) \quad (3.26)$$

$$X(i) = \frac{1}{E_i} \quad (3.27)$$

Araújo (1995) e Gomes (1997) adotam um algoritmo baseado na aproximação por mínimos quadrados para funções não-lineares. Os resultados encontrados são idênticos independentes da formulação empregada, sendo adotado no presente trabalho o primeiro devido a melhor performance computacional. Para uma cadeia de 5 elementos, obteve-se os parâmetros mostrados na tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros da cadeia Kelvin para a função de fluência do CEB.

$\mu$	1	2	3	4	5
$E_{\mu}$	8,0408	9,3056	3,7884	2,5359	11,9834

Na figura 32 se encontram a formulação (3.20) e a aproximação com cadeias de Kelvin com diferentes números de elementos. A partir de 4 parâmetros percebe-se um bom ajuste a função de fluência do CEB. Em análises com mais de 5 elementos encontram-se alguns parâmetros para a cadeia de Kelvin da ordem de  $10^{-8}$  e até negativos.

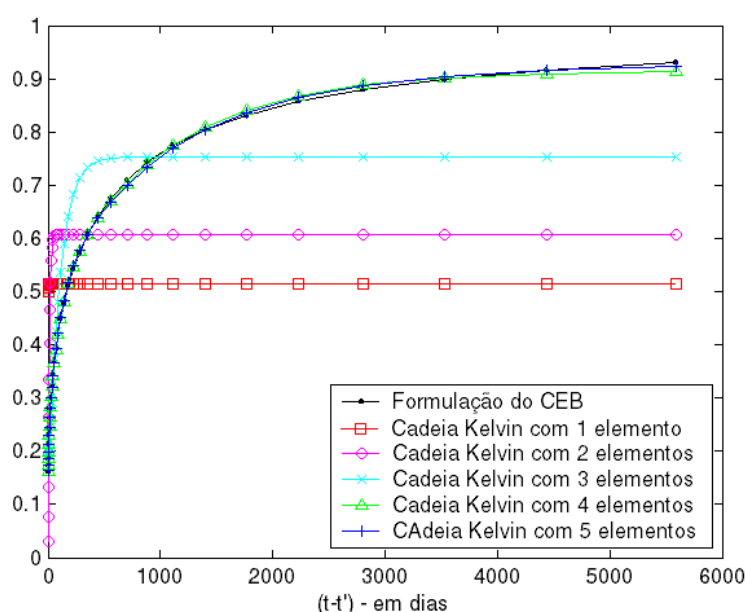


Figura 32 – Comparação de diferentes aproximações para função de fluência do CEB a partir de cadeias Kelvin.

A retração do concreto envolve vários mecanismos diferentes que funcionam sobre uma faixa de escalas, do nanômetro ao metro. Em outras palavras, a mudança dimensional devido à secagem é heterogênea e cada faixa é controlada por um mecanismo próprio. Por exemplo, os mecanismos comumente aceitos para retração são a tensão capilar, a tração superficial e a perda da água inserida, que operam ao nível nanométrico, enquanto as interações entre o silicato de cálcio hidratado (C-S-H), o hidróxido de cálcio (CH), os grãos anidros de cimento e o agregado ocorrem em uma faixa que vão de micrômetros ao metro.

Como uma análise teórica aprofundada dos mecanismos de retração do concreto foge ao escopo do trabalho, adotou-se uma formulação que não esclarece bem o mecanismo da retração, contudo enquadra matematicamente bem todos os mecanismos

juntos. Para a inclusão dos efeitos da retração aplica-se a formulação proposta pelo CEB-FIP model code (1993).

As deformações por retração do concreto são tratadas como deformações impostas à estrutura. A exemplo da fluência, a retração não produz diretamente tensões no concreto. Por isso, para a avaliação da tensão no concreto, desconta-se do valor da deformação total, obtida a partir do vetor de deslocamentos, a parcela de deformação que foi originada diretamente pela retração.

A deformação total de retração é calculada por:

$$\varepsilon_s(t, t_s) = \varepsilon_{cso} \beta_s(t - t_s) \quad (3.28)$$

onde  $\varepsilon_s(t, t_s)$  é a deformação específica de retração;  $t$  é a idade do concreto;  $t_s$  é a idade de início da retração;  $\varepsilon_{cso}$  é o coeficiente de retração nominal;  $\beta_s$  é a função correspondente ao desenvolvimento da retração no tempo.

Sendo:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[ \frac{(t - t_s) / 1dia}{350(h / 100mm)^2 \exp[-0,06(T / 1^\circ C - 20)] + (t - t_s) / 1dia} \right]^{0.5} \quad (3.29)$$

$$\varepsilon_{cso} = \varepsilon_s(f_{cm}) \beta_{RHT} \quad (3.30)$$

$$\beta_{RHT} = \begin{cases} -1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{100\%} \right)^3 \right] \left[ 1 + \frac{8}{103 - RH} \cdot \frac{T / 1^\circ C - 20}{40} \right] \rightarrow 40\% \leq RH \leq 99\% \\ 0,25 \left[ 1 + \frac{8}{103 - RH} \cdot \frac{T / 1^\circ C - 20}{40} \right] \rightarrow RH \geq 99\% \end{cases} \quad (3.31)$$

Para a determinação do coeficiente de retração nominal adota-se

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + 10\beta_{sc}(9 - f_{cm} / 10MPa)] \cdot 10^{-6} \quad (3.32)$$

com o parâmetro  $\beta_{sc}$  dependente do tipo de cimento, dado de acordo com a tabela 6.

Tabela 6 - Coeficientes  $\beta_{sc}$  e tipos de cimento (CEB-FIP model code ,1993).

Tipo de cimento	$\beta_{sc}$
Cimento de endurecimento rápido e alta resistência inicial (CPV ARI)	8
Cimento de endurecimento rápido e normal (CPI, CPIIF, CPIIZ, CPIIE)	5
Cimento de endurecimento lento (CPIII, CPIV)	4



Para levar em consideração os efeitos devido ao tipo de cimento e diferentes temperaturas na maturação (cura do concreto), o CEB-FIP model code (1993) recomenda o seguinte ajuste na sua idade de carregamento:

$$t' = t_{0,T} \left[ \frac{9}{2 + (t_{0,T} / 1dia)^{1.2}} \right]^{\bar{\alpha}} \geq 0,5 \text{ dias} \quad (3.33)$$

onde:

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^N \Delta t \exp \left[ 13.65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i) / 1^\circ C} \right] \quad (3.34)$$

sendo  $t_{0,T}$  é a idade de carregamento do concreto ajustado para levar em conta efeitos da temperatura na maturação (anteriores ao carregamento);  $\Delta t_i$  é o número de dias em que a temperatura  $T(^{\circ}C)$  prevalece;  $T(\Delta t_i)$  é a temperatura no intervalo de tempo  $\Delta t_i$ ;  $\bar{\alpha}$  é um coeficiente que leva em consideração o efeito do tipo de cimento, dado pela tabela 7.

Tabela 7 – Coeficientes  $\bar{\alpha}$  e tipos de cimento (CEB-FIP model code ,1993).

Tipo de cimento	$\bar{\alpha}$
Cimento de endurecimento rápido e alta resistência inicial (CPV ARI)	1
Cimento de endurecimento rápido e normal (CPI, CPIIF, CPIIZ, CPIIE)	0
Cimento de endurecimento lento (CPIII, CPIV)	-1

### 3.3.2 RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO CONSTITUTIVA INCREMENTAL

Devido ao fato da formação de um sistema de equações diferenciais, a lei constitutiva para este modelo é dita do tipo de taxas, isto é, dada inteiramente por equações diferenciais. A integração numérica necessita do chamado algoritmo exponencial, o qual torna possível gradualmente aumentar os passos de tempo a valores bem maiores que o menor dos tempos de retardamento dos elementos da cadeia, mantendo-se ao mesmo tempo a estabilidade e a precisão. Neste algoritmo, é assumido que as tensões variam linearmente de um passo de tempo para outro.

$$\sigma(t) = \sigma_i + \frac{(t - t_i)}{\Delta t} \Delta \sigma \quad (3.35)$$

onde  $\Delta t = (t_{i+1} - t_i)$  e  $\Delta \sigma = (\sigma_{i+1} - \sigma_i)$

A solução geral para o modelo de Kelvin , utilizando a condição inicial de  $\gamma_{\mu} = \gamma_{\mu_i}$  em  $t = t^i$ , é dada por Bazant e Prasannan (1993). Desta maneira, para  $t = t_{i+1}$ , obtêm-se :

$$\gamma_{\mu_{i+1}} = \gamma_{\mu_i} e^{-\Delta y_{\mu}} + \frac{\sigma_i}{E_{\mu}} \left(1 - e^{-\Delta y_{\mu}}\right) + \frac{1 - \lambda_{\mu}}{E_{\mu}} \Delta \sigma \quad (3.36)$$

onde:

$$\Delta y_{\mu} = \frac{\Delta t}{\tau_{\mu}} \quad (3.37)$$

$$\lambda_{\mu} = \frac{1 - e^{-\Delta y_{\mu}}}{\Delta y_{\mu}} \quad (3.38)$$

Percebe-se que o coeficiente  $\lambda_{\mu}$  varia normalmente entre 0 e 1. Para um  $\Delta t \ll \tau_{\mu}$ ,  $\lambda_{\mu}$  aproxima-se de 1, e para  $\Delta t \gg \tau_{\mu}$ ,  $\lambda_{\mu}$  aproxima-se de 0. Isso significa que para passos de tempo muitos menores que o tempo de retardamento, o incremento de deformação produzido pelo incremento de tensão durante o passo de tempo é muito pequeno, e para passos de tempo muito maiores que o tempo de retardamento, o incremento de deformação produzido pela mudança de tensão no passo de tempo é  $\Delta \sigma_{\mu}/E_{\mu}$ , uma vez que a tensão no amortecedor teve tempo suficiente para se dissipar.

Calculando o incremento de deformação por

$$\Delta \gamma = \sum_{\mu=1}^N (\gamma_{\mu_{i+1}} - \gamma_{\mu_i}) \quad (3.39)$$

e introduzindo (3.36) na expressão (3.39), tem-se:

$$\Delta \gamma = \Delta \sigma \sum_{\mu=1}^N \left( \frac{1 - \lambda_{\mu}}{E_{\mu}} \right) + \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_{\mu_i} \left(1 - e^{-\Delta y_{\mu}}\right) \quad (3.40)$$

$$\text{com } \varepsilon_{\mu_i} = \frac{\sigma_i}{E_{\mu}} - \gamma_{\mu_i} \quad (3.41)$$

Lembrando que  $\sigma_{i+1} = \sigma_i + \Delta \sigma$ , a equação para atualizar as variáveis  $\varepsilon_{\mu}$  em função do incremento de tensões  $\Delta \sigma$  é escrita como:

$$\varepsilon_{\mu_{i+1}} = \frac{\lambda_{\mu} \Delta \sigma}{E_{\mu}} + \varepsilon_{\mu_i} e^{-\Delta y_{\mu}} \quad (3.42)$$

Para calcular a taxa de deformação total  $\dot{\varepsilon}$  deve-se somar as parcelas devido à parte elástica, viscoelástica, devidas a temperatura, retração e fissuração.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_{ve} + \dot{\varepsilon}_0 \quad (3.43)$$

sendo  $\dot{\varepsilon}_e = \frac{\dot{\sigma}(t)}{E(t)}$ ,  $\dot{\varepsilon}_{ve} = \frac{\dot{\gamma}(t-t')}{\nu(t)}$  e  $\dot{\varepsilon}_0 = \dot{\varepsilon}_S(t) + \dot{\varepsilon}_T(t) + \dot{\varepsilon}_f(t)$

Nestas expressões  $\dot{\varepsilon}_e, \dot{\varepsilon}_{ve}, \dot{\varepsilon}_S, \dot{\varepsilon}_T$  e  $\dot{\varepsilon}_f$  representam as taxas de deformações elástica, viscoelástica, de retração, térmica e decorrentes da fissuração, respectivamente.

Integrando-se (3.43) no intervalo de tempo  $[t_i, t_{i+1}]$ , obtém-se o incremento de deformação total:

$$\Delta\varepsilon = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{\dot{\sigma}(t)}{E(t)} dt + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{\dot{\gamma}(t-t')}{\nu(t)} dt + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \dot{\varepsilon}_0(t) dt \quad (3.44)$$

Utilizando-se uma regra de integração pode-se transformar a equação anterior em:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E_{i+1/2}} + \frac{\Delta\gamma}{V_{i+1/2}} + \Delta\varepsilon_0 \quad (3.45)$$

onde  $E_{i+1/2} = E(t_{i+1/2})$ ,  $V_{i+1/2} = V(t_{i+1/2})$ , sendo  $t_{i+1/2}$  o meio do intervalo  $[t_i, t_{i+1}]$ .

Introduzindo em (3.45) a expressão (3.40), obtém-se a seguinte equação incremental:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E^*} + \Delta\varepsilon^* \quad (3.46)$$

com:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{E_{i+1/2}} + \sum_{\mu=1}^N \frac{1 - \lambda_{\mu}}{V_{i+1/2} E_{\mu}} \quad (3.47)$$

e

$$\Delta\varepsilon^* = \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_{\mu_i}^* \left(1 - e^{-\Delta y_{\mu}}\right) + \Delta\varepsilon_0 \quad (3.48)$$

sendo as variáveis  $\varepsilon_{\mu}^*$  atualizadas através da seguinte expressão:

$$\varepsilon_{\mu_{i+1}}^* = \frac{\lambda_{\mu} \Delta\sigma}{V_{i+1/2} E_{\mu}} + \varepsilon_{\mu_i}^* e^{-\Delta y_{\mu}} \quad (3.49)$$

Na figura 33 demonstra-se o comportamento do módulo efetivo ( $E^*$ ) da formulação (3.47) em relação ao primeiro termo (elástico) e o segundo termo (viscoso) da mesma formulação.

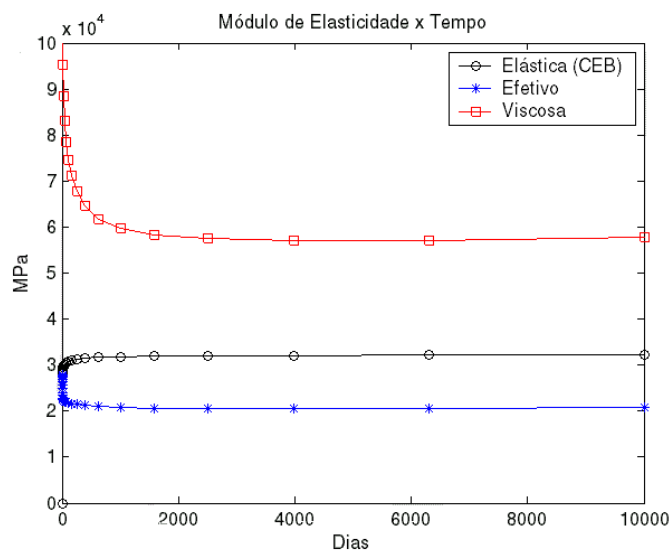


Figura 33 – Comparações nos módulos elástico, viscoso e efetivo em relação ao tempo.

Admitindo-se isotropia, as equações anteriores podem ser generalizadas para o caso tridimensional, logo a expressão (3.46) fica da seguinte forma:

$$\Delta\sigma = \mathbf{D}^* (\Delta\epsilon - \Delta\epsilon^*) \quad (3.50)$$

$$\text{com } \Delta\epsilon^* = \sum_{\mu=1}^N \epsilon_{\mu}^* (1 - e^{-\Delta y_{\mu}}) + \Delta\epsilon_0 \quad (3.51)$$

onde  $\Delta\sigma$  é o vetor de incrementos de tensões;  $\Delta\epsilon$  é o vetor de incrementos de deformações;  $\mathbf{D}^*$  é a matriz constitutiva isotrópica linear para o estado tridimensional de tensões avaliada com o coeficiente de Poisson  $\nu$  e com o módulo de elasticidade efetivo  $E^*$ ;  $\Delta\epsilon^*$  é o vetor de deformações de longa duração, que é atualizado através de

$$\epsilon_{\mu_{i+1}}^* = [\mathbf{D}_{\mu}]^{-1} \Delta\sigma + e^{-\Delta y_{\mu}} \epsilon_{\mu_i}^* \quad (3.52)$$

sendo  $\mathbf{D}_{\mu}$  a matriz constitutiva isotrópica linear avaliada com um módulo de elasticidade igual a  $(V_{i+1/2} E_{\mu})/\lambda_{\mu}$ .

Observa-se que apenas as deformações  $\epsilon_{\mu}^*$  dos elementos da cadeia de Kelvin necessitam ser armazenadas.

### 3.4 APLICAÇÕES DO MODELO

Para a verificação do modelo computacional é feita uma análise de uma viga de concreto armado submetida a uma carga estática de longa duração ensaiada por Gobetti

(1983). A comparação restringe-se aos resultados correspondentes a V7/V8. As características geométricas da viga são apresentadas na figura 34.

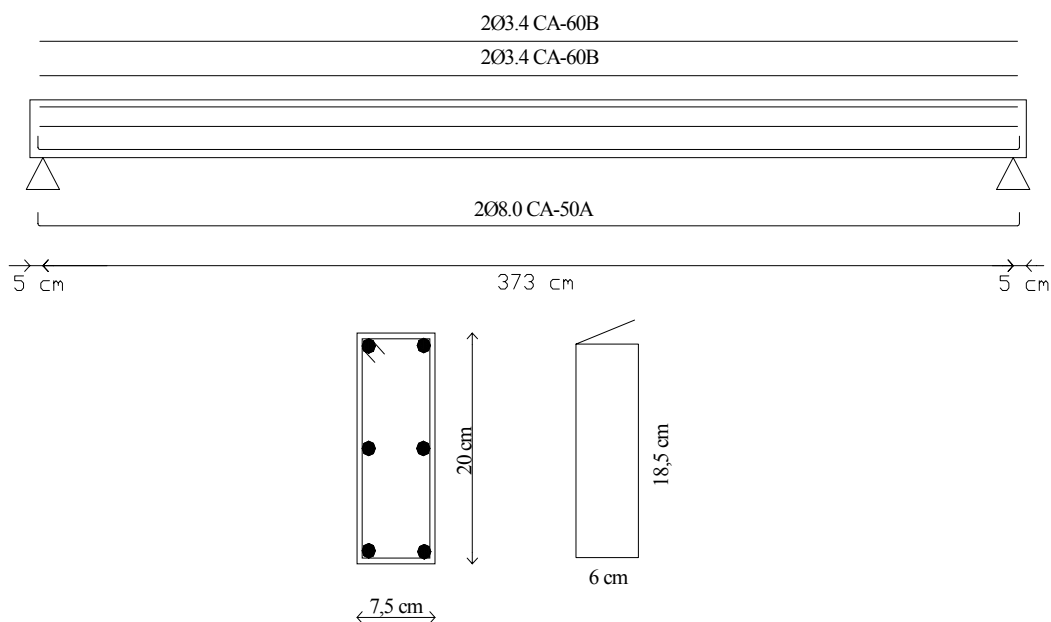


Figura 34: Características geométricas das vigas analisadas V7/V8 ensaiadas por Gobetti (1983).

A armadura longitudinal é constituída, inferiormente, por duas barras de 8 mm de diâmetro de aço CA-50A e, superiormente, por duas barras de 3,4 mm de diâmetro de aço CA-60B. Adicionalmente, foram colocadas nas faces da viga, duas barras de 3,4 mm de diâmetro.

A viga é carregada por uma carga uniformemente distribuída de 3,04 kN/m (22,36% carga permanente e 77,63% carga variável). Para a idade de carregamento de 16 dias adotou-se uma temperatura de 20°C e umidade relativa de 75%, considerando uma espessura fictícia de 5,45 cm. A resistência média à compressão do concreto foi de 21,2 MPa na data do ensaio, estabelecida através do rompimento de corpos-de-prova moldados com o mesmo concreto da viga na data da concretagem da mesma.

A análise computacional foi feita com a modelagem da metade da viga com 10 elementos de 37,2 x 10 cm. Na figura 35, mostra-se uma comparação entre os resultados numéricos do modelo proposto, os resultados experimentais para 100 dias, e os resultados numéricos obtidos por Gomes (1997).

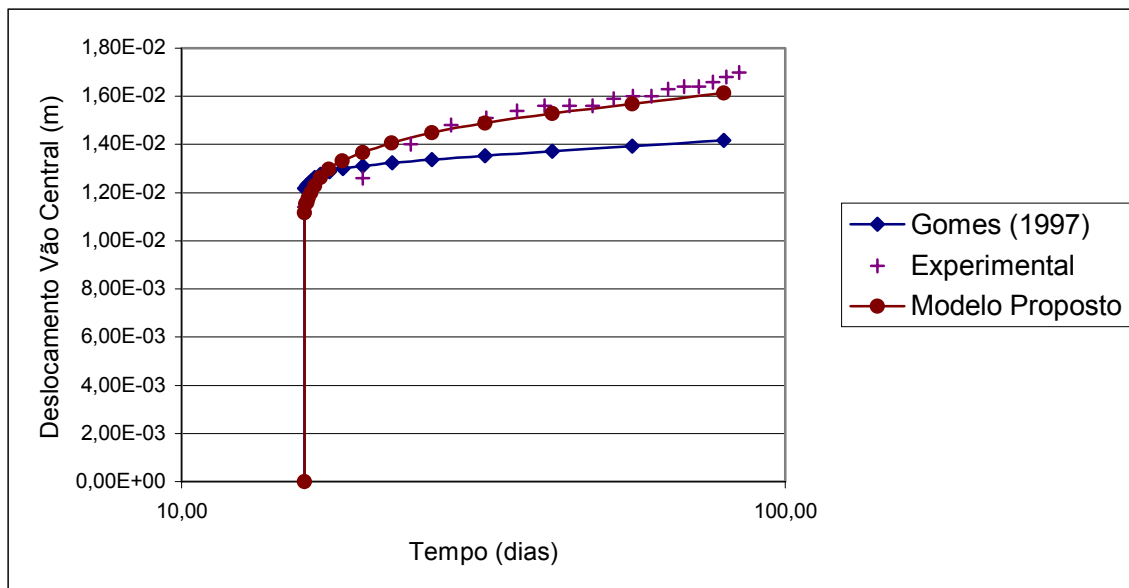


Figura 35 – Desenvolvimento das flechas no tempo, segundo o ensaio experimental, o modelo computacional proposto e Gomes (1997).

Ao analisar o resultado conclui-se que o modelo apresenta uma boa precisão em relação aos dados experimentais.

## **4. ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

### **4.1 INTRODUÇÃO**

A temperatura apresenta um importante papel no comportamento estrutural influenciando as deformações instantâneas e diferidas, a formação de fissuras e o processo de corrosão. Para obtenção de maior precisão será feita uma análise tridimensional transiente do transporte de calor na estrutura por meio de elementos finitos para discretização espacial e diferenças finitas para discretização temporal. Sendo incluído a não-linearidade devido à variação do coeficiente de condução e de convecção com a temperatura no modelo computacional. Algumas suposições serão feitas no processo, sendo estas explicadas e justificadas no devido momento. Inicialmente será feita uma rápida explanação do processo.

A análise da transferência de calor foi inicialmente abordada pela termodinâmica, caracterizando o estudo da energia transferida através das interações de um sistema com sua vizinhança. Essas interações são conhecidas por trabalho e calor. Entretanto, a termodinâmica lida com os estados que delimitam (inicial e final) o processo no qual uma interação ocorre, não provendo informação no que se refere à natureza do processo ou à taxa ou velocidade na qual ocorre, ou seja, os escopos da termodinâmica e da transferência de calor são em grande parte complementares.

A transferência de calor é a energia em trânsito devido às diferenças de temperatura. Quando existe um gradiente térmico em um meio, que pode ser sólido ou fluido, usa-se o termo condução para se referir à transferência de calor que acontecerá através do meio. Em contraste, o termo convecção é referente à transferência de calor que ocorrerá entre uma superfície e um fluido em movimento, quando eles se encontram em temperaturas diferentes. O terceiro modo de transferência de calor é conhecido por radiação térmica. Toda superfície a uma temperatura não nula emite energia na forma de ondas eletromagnéticas, sem necessidade de um meio material para o transporte. Deve-se chamar a atenção para o fato de que, na maioria dos casos reais, o calor não flui por um mas, sim, por vários mecanismos simultaneamente.

## 4.2 EQUAÇÃO GOVERNANTE DO PROCESSO

Ao se aplicar a primeira lei da termodinâmica, inicialmente precisa-se identificar o volume de controle, uma região do espaço delimitada por uma superfície de controle através da qual a energia e a matéria podem passar, conforme figura 36. Uma vez que a primeira lei deve ser satisfeita a todo e qualquer instante de tempo  $t$ , formula-se a 1ª lei da termodinâmica:

“A taxa com que as energias térmicas e mecânicas entram no volume de controle, mais a taxa com que a energia térmica é gerada no interior do volume de controle, menos a taxa com que as energias térmica e mecânica deixam o volume de controle, devem ser iguais à taxa de aumento da energia armazenada no interior do volume de controle.”

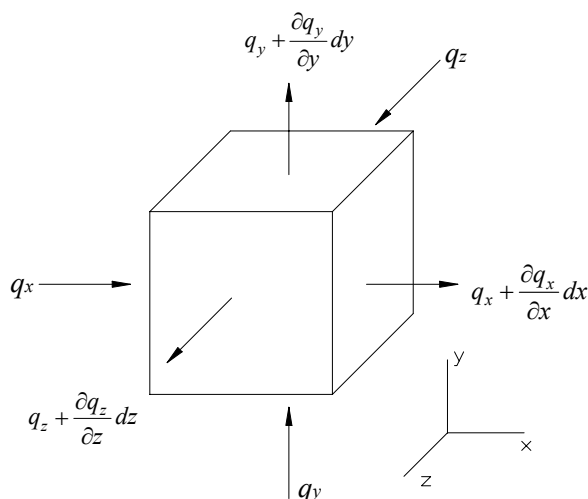


Figura 36 - Volume de controle diferencial e o fluxo de calor tridimensional.

Os termos relativos à entrada e saída de energia são denominados fenômenos de superfície, ou seja, eles estão associados exclusivamente aos processos que ocorrem na superfície de controle e são proporcionais à sua área. Uma situação comum envolve a entrada e saída de energia por meio da transferência de calor por condução, convecção e/ou radiação.

Admite-se um sistema composto por um elemento infinitesimal submetido a um processo de transferência de calor com a sua vizinhança de acordo com a figura 36. Supõe-se que o material obedeça à lei de condução de calor de Fourier que relaciona os fluxos de calor com os gradientes de temperatura na seguinte forma,

$$q_x = -k_x \frac{\partial T}{\partial x} \qquad q_y = -k_y \frac{\partial T}{\partial y} \qquad q_z = -k_z \frac{\partial T}{\partial z} \qquad (4.1)$$



onde os fluxos de calor por unidade de área nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  são  $q_x$ ,  $q_y$  e  $q_z$ , respectivamente e as condutividades térmicas  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  (para o concreto  $k = 1,4 \text{ W/m K}$ , Incoprera e Dewitt, 1998). A direção do fluxo térmico será sempre normal a uma superfície com temperatura constante (isoterma).

Se existirem gradientes de temperatura, transferência de calor por condução acontecerá através de cada uma das superfícies de controle. As taxas de transferência de calor por condução perpendiculares a cada uma das superfícies de controle por unidade de tempo de um material são indicados pelos termos  $q_x$ ,  $q_y$  e  $q_z$ .

Para considerar a condução de calor em estruturas, a primeira suposição é que as partículas do corpo encontram-se em repouso, isto é, não existe movimento (advecção). Fazendo o equilíbrio térmico (conservação de energia) no interior do corpo encontra-se a seguinte formulação :

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} - Q + \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (4.2)$$

sendo  $Q$  a taxa de calor gerado por unidade de volume dentro do corpo e  $U$  a energia interna.

A segunda suposição é o desacoplamento da análise térmica do processo de cálculo das tensões, caso contrário as deformações poderiam gerar calor e aconteceria modificações no campo da temperatura. Uma das conseqüências é que a energia interna é proveniente unicamente da energia recebida pelo sistema devido à transferência de calor. Sendo a energia interna por unidade de volume dada por:

$$U = \int_{T_i}^{T_f} \hat{\rho} \cdot c \cdot dT = \hat{\rho} c T \quad (4.3)$$

onde  $c$  é o calor específico (para o concreto  $c = 880 \text{ J/kg K}$ , Incoprera e Dewitt, 1998);  $\hat{\rho}$  é a massa específica do material;  $T$  é a temperatura.

Para os intervalos de temperatura usuais, o calor específico e a massa específica podem ser considerados constantes.

Introduzindo as expressões (4.1) e (4.3) na (4.2), resulta:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q - c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (4.4)$$

que é a equação da transferência de calor por condução para materiais ortotrópicos. A equação de calor (4.4) postula que em qualquer ponto do meio, a taxa líquida de

transferência de energia por condução para o interior de um volume unitário somada a taxa volumétrica de geração de energia térmica deve ser igual à taxa de variação da energia térmica armazenada no interior deste volume.

### 4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para determinar a distribuição da temperatura em um meio, é necessário resolver a forma apropriada da equação de calor (4.4). No entanto, tal solução depende das condições físicas existentes nas fronteiras do sistema, e, se a situação muda ao longo do tempo (processo transiente), a solução também depende das condições existentes no sistema em um dado instante inicial. Com relação às condições nas fronteiras, ou condições de contorno, existem várias possibilidades usuais que são expressas de maneira simples em termos matemáticos. Uma vez que a equação do calor é de segunda ordem em relação às coordenadas espaciais, duas condições de contorno devem ser fornecidas para cada coordenadas espacial necessária para descrever o sistema. Como a equação é de primeira ordem em relação ao tempo, apenas uma condição de contorno, chamada condição inicial, precisa ser especificada nesta coordenada.

A condição inicial deve ser definida pela prescrição da distribuição de temperatura através do corpo no tempo zero.

As condições de contorno do problema de transferência de calor serão discriminadas a seguir.

- Temperatura e fluxo de calor prescritos no contorno

$$T = \bar{T} \text{ em } \Gamma_T; \quad (4.5)$$

$$q_n = \bar{q}_i \text{ em } \Gamma_Q; \quad (4.6)$$

onde  $\bar{T}$  é a temperatura nodal prescrita.

A temperatura em determinados nós é conhecida, sendo a introdução desta condição de contorno feita de maneira semelhante ao adotado em uma análise estrutural pelo método dos deslocamentos com deslocamentos prescritos. Essa condição é também conhecida como de Dirichlet ou condição de contorno essencial. Outra possibilidade é a determinação do fluxo de calor  $q_n$  no contorno  $\Gamma_Q$ .

- Condição de contorno de radiação

O fluxo de calor radiante por unidade de área que a estrutura troca com o ar, é a dada pela lei de Stefan-Boltzmann na seguinte forma:

$$q_r = \sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4) = \sigma \varepsilon (T + T_\infty)(T^2 + T_\infty^2)(T - T_\infty) = h_r (T - T_\infty) \quad (4.7)$$

$$\text{sendo } h_r = \sigma \varepsilon (T + T_\infty)(T^2 + T_\infty^2)$$

onde  $\varepsilon$  é o coeficiente de emissividade relativa à superfície da estrutura, variando de 0 a 1 (para o concreto  $\varepsilon = 0.88 - 0.93$  a 300K, Incoprera e Dewitt,1998). Em (4.7) tem-se que:  $T_\infty$  é a temperatura ambiente;  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ );  $h_r$  é o coeficiente de transferência de calor por radiação.

A lei de Stefan-Boltzmann permite calcular a quantidade de radiação emitida em todas as direções e ao longo de todos os comprimentos de onda simplesmente a partir da temperatura do corpo negro (superfície ideal). Uma propriedade radiante da superfície conhecida por emissividade pode então ser definida como a razão da radiação emitida pela superfície e a radiação emitida por um corpo negro ou irradiador perfeito à mesma temperatura.

- Condição de contorno de convecção

A convecção é a transferência de calor de uma superfície para um fluido (ar) em movimento. O fluido atua como agente transportador da energia que é transferida da estrutura ou para estrutura. O fluxo de calor por unidade de área transferida para o fluido (ar) é dado pela lei de resfriamento de Newton na forma:

$$q_c = h_c (T - T_\infty) \quad (4.8)$$

onde  $h_c$  é o coeficiente de convecção, podendo ser dependente da temperatura.

- Radiação solar

A energia proveniente da radiação solar é muito importante, pois dependendo da região o ganho de calor em peças estruturais pode ser considerável. Existem na literatura vários modelos para a determinação do valor do fluxo térmico proveniente da radiação solar, levando em consideração o posicionamento da superfície em relação ao sol (Kreith, 1977; Incropera e Dewitt, 1998; Hansen, 1997).

Loureiro (1984) apresenta dados de radiação solar direta normal para Porto Alegre e vizinhanças, baseada em dados experimentais de horas de sol e modelos elaborados por diferentes autores, sendo utilizado neste trabalho a radiação solar global (radiação solar que chega à Terra como soma da radiação desviada pela atmosfera e a que chega ao solo sem ter mudado de direção).

A implementação do fluxo é realizada de forma semelhante a um fluxo prescrito nas faces determinadas (carga distribuída), sendo o mesmo variável com o tempo. Entretanto a fração da radiação incidente absorvida por uma superfície depende do valor do coeficiente de absorção, que, por outro lado, é função da distribuição espectral de energia incidente. De acordo com Hansen (1997) e Kreith (1977), o concreto apresenta um coeficiente de absorção para a energia solar entre 0,5 e 0,65.

#### 4.4 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

De posse da equação diferencial do processo e das condições de contorno, a formulação em elementos finitos pode ser efetuada. O domínio espacial é discretizado por meio de elementos tridimensionais hexaédricos isoparamétricos quadráticos de 20 nós.

Para implementar o método dos elementos finitos, o campo da temperatura é expresso em termos de funções de interpolação das temperaturas nodais. Tomando as temperaturas nos nós dos elementos como as incógnitas básicas do problema, a temperatura  $T$  no interior de um elemento genérico é obtida por:

$$T = \mathbf{N}\mathbf{T} \quad (4.9)$$

Onde :  $\mathbf{N} \Rightarrow$  matriz com as funções de interpolação;

$\mathbf{T} \Rightarrow$  vetor de temperaturas nodais do elemento.

Aplicando o método dos resíduos ponderados de Galerkin, a equação (4.4) pode ser escrita na seguinte forma integral ponderada:

$$\int_V \mathbf{N}^T \left( k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV - \int_V c\rho \mathbf{N}^T \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V \mathbf{N}^T Q dV = 0 \quad (4.10)$$

onde as integrais são efetuadas no domínio do elemento.

Integrando por partes o primeiro termo da equação (4.10) chega-se à seguinte expressão:

$$\int_V \mathbf{N}^T \left( k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV = \oint_{\Gamma_Q} \mathbf{N}^T \left( k_x n_x \frac{\partial T}{\partial x} + k_y n_y \frac{\partial T}{\partial y} + k_z n_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) d\Gamma - \int_V \left( k_x \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \quad (4.11)$$

onde  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  são as componentes do vetor normal unitário externo ao contorno  $\Gamma$  do elemento.

O fluxo de calor  $q_i$  na parte  $\Gamma_Q$  do contorno, na direção normal ao contorno  $\Gamma$ , é dado por:

$$q_n = q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z \quad (4.12)$$

lembrando que  $\Gamma = \Gamma_T \cup \Gamma_Q$ , onde  $\Gamma$  é o contorno total.

Introduzindo a lei de Fourier, resulta:

$$q_n = - \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) \quad (4.13)$$

Introduzindo a equação (4.13) na expressão (4.11), verifica-se que

$$\begin{aligned} \int_V N^T \left( k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) dV = - \oint_{\Gamma_Q} N^T q_n d\Gamma \\ - \int_V \left( k_x \frac{\partial N^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k_z \frac{\partial N^T}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \end{aligned} \quad (4.14)$$

Retornando a formulação (4.14) na (4.10), admitindo a interpolação representada na equação (4.9), tem-se:

$$\begin{aligned} \int_V \left( k_x \frac{\partial N^T}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} + k_y \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} + k_z \frac{\partial N^T}{\partial z} \frac{\partial N}{\partial z} \right) dV + \\ \int_V c \hat{\rho} N^T N \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_V N^T Q dV - \oint_{\Gamma_Q} N^T q_n d\Gamma \end{aligned} \quad (4.15)$$

Reescrevendo a equação (4.15) em forma compacta e introduzindo as condições de contorno, obtêm-se:

$$\mathbf{M} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{K} T = \mathbf{P} \quad (4.16)$$

Onde:

$$\mathbf{M} = c \hat{\rho} \int_V N^T N dV$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K} = \int_V \left( k_x \frac{\partial N^T}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} + k_y \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} + k_z \frac{\partial N^T}{\partial z} \frac{\partial N}{\partial z} \right) dV \\ + \oint_{\Gamma_c} h_c N^T N d\Gamma + \oint_{\Gamma_r} h_r N^T N d\Gamma \end{aligned}$$

$$\mathbf{P} = \int_V N^T Q dV + \oint_{\Gamma_Q} N^T q_n d\Gamma + \oint_{\Gamma_c} N^T h_c T_\infty d\Gamma + \oint_{\Gamma_r} N^T h_r T_\infty d\Gamma$$

Na literatura encontram-se as seguintes denominações para os termos da equação acima:  $\mathbf{M}$  – Matriz de capacidade térmica,  $\mathbf{K}$  – Matriz do sistema de condução de calor e  $\mathbf{P}$  – Vetor de cargas térmicas.

Utiliza-se para  $\frac{\partial T}{\partial t}$  uma expressão do tipo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = (1-\theta) \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{(t)} + \theta \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{(t+\Delta t)} = \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \quad (4.17)$$

onde  $\Delta t$  é o intervalo de tempo;  $\theta$  é um coeficiente que varia entre zero e a unidade

A partir das expressões (4.17) e (4.16) obtêm-se a seguinte fórmula de recorrência:

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{M}(T_{t+\Delta t}^n) + \theta \Delta t \cdot \mathbf{K}(T_{t+\Delta t}^n) \right] T_{t+\Delta t}^n &= \left[ \mathbf{M}(T_t^n) - (1-\theta) \Delta t \cdot \mathbf{K}(T_t^n) \right] T_t^n \\ &+ \theta \Delta t \cdot \mathbf{P}_{t+\Delta t}^n(T_{t+\Delta t}^n) + (1-\theta) \Delta t \cdot \mathbf{P}_t(T_t^n) \end{aligned} \quad (4.18)$$

ou de uma forma mais compacta:

$$\overline{\mathbf{K}} \mathbf{T} = \overline{\mathbf{P}} \quad (4.19)$$

sendo:  $\overline{\mathbf{K}} = \left[ \mathbf{M}(T_{t+\Delta t}^n) + \theta \Delta t \cdot \mathbf{K}(T_{t+\Delta t}^n) \right]$

$$\overline{\mathbf{P}} = \left[ \mathbf{M}(T_t^n) - (1-\theta) \Delta t \cdot \mathbf{K}(T_t^n) \right] T_t^n + \theta \Delta t \cdot \mathbf{P}_{t+\Delta t}^n(T_{t+\Delta t}^n) + (1-\theta) \Delta t \cdot \mathbf{P}_t(T_t^n)$$

Se o sistema é linear e as propriedades não dependem do tempo, a matriz  $\overline{\mathbf{K}}_{t+\Delta t}$  pode ser determinada uma vez em todo o processo. Se as propriedades dependem do tempo a determinação deve ser realizada a cada passo em tempo. Para o caso de problemas não lineares utiliza-se a seguinte fórmula de recorrência:

$$\overline{\mathbf{K}}_t \cdot \Delta \mathbf{T}_{t+\Delta t}^{i+1} = \left[ \overline{\overline{\mathbf{K}}}_t \cdot \mathbf{T}_t^i + (1-\theta) \Delta t \cdot \mathbf{P}_t^i \right] + \theta \Delta t \cdot \mathbf{P}_{t+\Delta t}^i - \overline{\mathbf{K}}_{t+\Delta t}^i \cdot \mathbf{T}_{t+\Delta t}^i \quad (4.20)$$

onde  $\mathbf{T}_{t+\Delta t}^{i+1} = \mathbf{T}_{t+\Delta t}^i + \Delta \mathbf{T}_{t+\Delta t}^{i+1}$  e  $\overline{\overline{\mathbf{K}}}_t = \mathbf{M}_t - (1-\theta) \Delta t \cdot \mathbf{K}_t$

sendo que o superíndice “i” indica iteração. A matriz  $\overline{\mathbf{K}}_t$  deve ser calculada uma vez em cada passo de tempo e o termo entre colchetes é avaliado uma só vez durante o processo iterativo.

$$\text{O critério de convergência vem dado por: } \frac{\left\| \Delta \mathbf{T}_{t+\Delta t}^{i+1} \right\|}{\left\| \mathbf{T}_{t+\Delta t}^{i+1} \right\|} \leq \text{Tolerância} \quad (4.21)$$

## 4.5. APLICAÇÕES DO MODELO

Nesta etapa são feitas comparações entre os resultados obtidos através do modelo computacional com resultados de formulações analíticas. Inicialmente será feita uma análise de condução não linear e convecção num sólido para um regime estacionário (Wilson, 1974).

Um sólido de largura  $L$  e de extensão infinita está exposto em  $x = 0$  a uma condição de contorno de convecção do tipo  $q_c = h_c(T - T_\infty)$  no qual  $T_\infty$  é especificado. A outra face em  $x = L$  está sujeita a uma temperatura  $\bar{T}$  prescrita. A condutibilidade térmica varia linearmente com a temperatura de acordo com a lei  $k = k_0(1 + \beta T)$ .

O esquema dado na fórmula (4.18) foi testado com valores iniciais nulos avançados incrementalmente com frações de 0,1 nos valores prescritos e com valores iniciais dados pela solução linear com  $k = k_0$ . Para o problema adotou-se  $k_0 = 200$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $h_c = 1000$ ,  $\bar{T} = 0$ ,  $T_\infty = 300$  e uma tolerância de  $1 \times 10^{-4}$ .

Para a modelagem utilizou-se um sólido de seção transversal quadrada de lado 0,2 e comprimento 0,5. Foi empregada uma malha de 5 elementos isoparamétricos quadráticos de 20 nós ao longo do comprimento e 1 ao longo da altura e da profundidade, conforme figura 37. Na integração numérica foi adotada a quadratura de Gauss  $3 \times 3 \times 3$  totalizando 27 pontos de integração, nos quais são avaliadas as temperaturas, como demonstrado na figura 38.

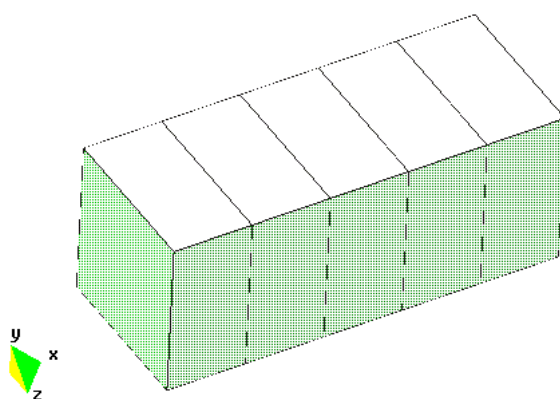


Figura 37 – Malha para discretização do sólido.

Na figura 39 pode-se observar a excelente aproximação do modelo com os resultados em relação à solução analítica dada por Wilson (1974):

$$T = 100(\sqrt{7,4 - 12,8x} - 1) \quad (4.22)$$

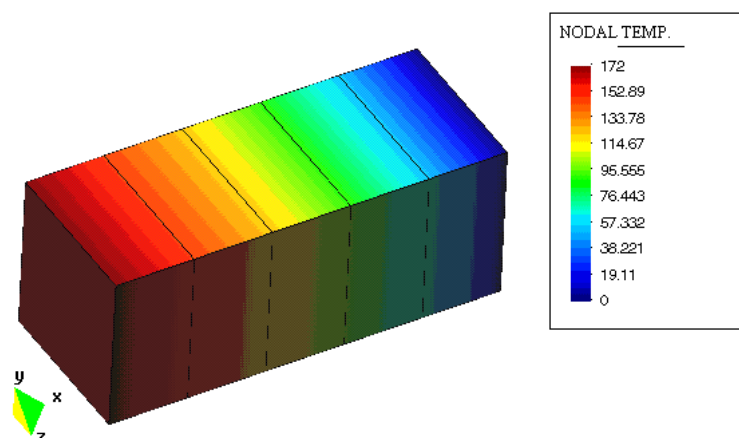


Figura 38 – Resultados da análise térmica para o sólido.

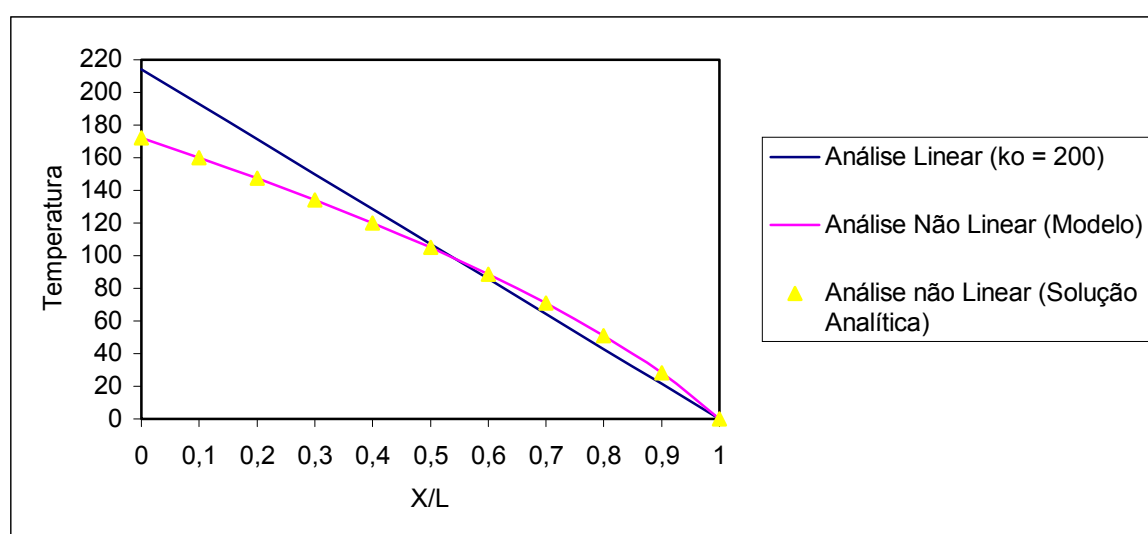


Figura 39 – Comparação entre os resultados do modelo e a solução analítica.

Para demonstrar a viabilidade do modelo na análise estrutural, será realizada uma análise transiente de transferência de calor em uma viga submetida a condições de contorno de convecção e com a influência da radiação solar. A viga adotada é a mesma utilizada na análise para cargas de longa duração, sendo prescritas diferentes condições de contorno. Considera-se que a análise inicia-se no dia primeiro de janeiro.

Utiliza-se a temperatura mensal média compensada do ar extraída de Menegat (1998) para a condição de contorno de convecção, sendo o fluxo referente à radiação solar extraída de Loureiro (1984), conforme tabela 8 e figura 40. Ambos dados são para a cidade de Porto Alegre. Adotam-se valores interpolados dos dados mensais para a análise com a unidade de tempo em dias.

Adotou-se para o concreto um calor específico ( $c$ ) de  $0,218 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$ , uma massa específica ( $\hat{\rho}$ ) de  $2400 \text{ kg/m}^3$ , uma condutividade térmica ( $k_x = k_y = k_z$ ) de



63,30kcal/m dia °C e um coeficiente de transferência superficial de calor de 278,4 kcal/m<sup>2</sup> dia °C (Araújo,1995). Assume-se que a temperatura inicial é a temperatura média anual do ar (19,48 °C) e que o coeficiente de absorção da radiação solar é de 0,5. Para a discretização temporal adota-se  $\theta = 1$  e incremento de 5 dias, sendo o total de 74 interações ou 370 dias.

Tabela 8 – Valores referentes à temperatura média do ar (Menegat, 1998) e à radiação solar global diária (Loureiro,1984) em Porto Alegre.

Mês	Temperatura °C	Radiação solar global diária	
		kWh/m <sup>2</sup>	kcal/m <sup>2</sup>
Jan	24,56	6,05	5202,06
Fev	24,56	5,81	4995,70
Mar	23,14	4,65	3998,28
Abr	19,85	3,60	3095,44
Mai	16,97	3,02	2596,73
Jun	14,60	2,56	2201,20
Jul	14,44	2,44	2098,02
Ago	15,35	3,02	2596,73
Set	16,80	3,60	3095,44
Out	19,21	5,12	4402,41
Nov	21,31	6,05	5202,06
Dez	23,31	6,40	5503,01

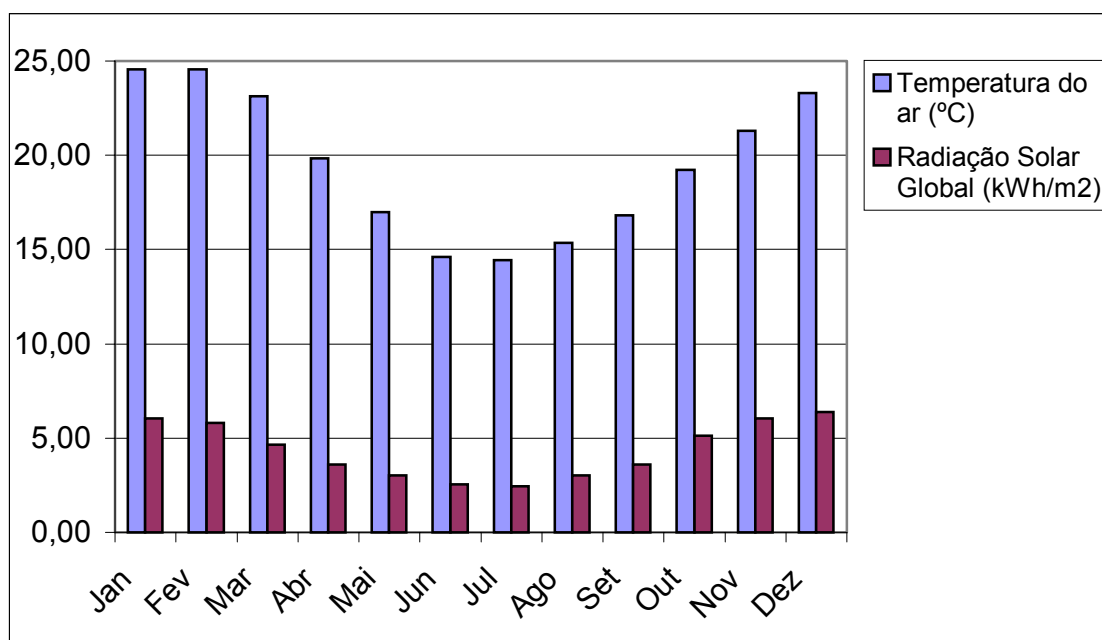


Figura 40 – Dados mensais da temperatura e da radiação solar global em Porto Alegre.

Analisando a viga com suas faces submetidas apenas à convecção percebe-se que não há uma variação na temperatura substancial entre a temperatura da face e a do

centro da viga (valores da ordem de 0,003%). Isso se deve à adoção da análise temporal dividida em dias, pois desta forma o gradiente térmico é reduzido em relação às faces e o centro da viga. Na figura 41, percebe-se que a temperatura de toda a viga é igual à temperatura do ambiente adotada como condição de contorno de convecção. No início, percebe-se uma pequena variação entre a temperatura ambiental e da viga; isso se deve à adoção da temperatura média anual como temperatura inicial.

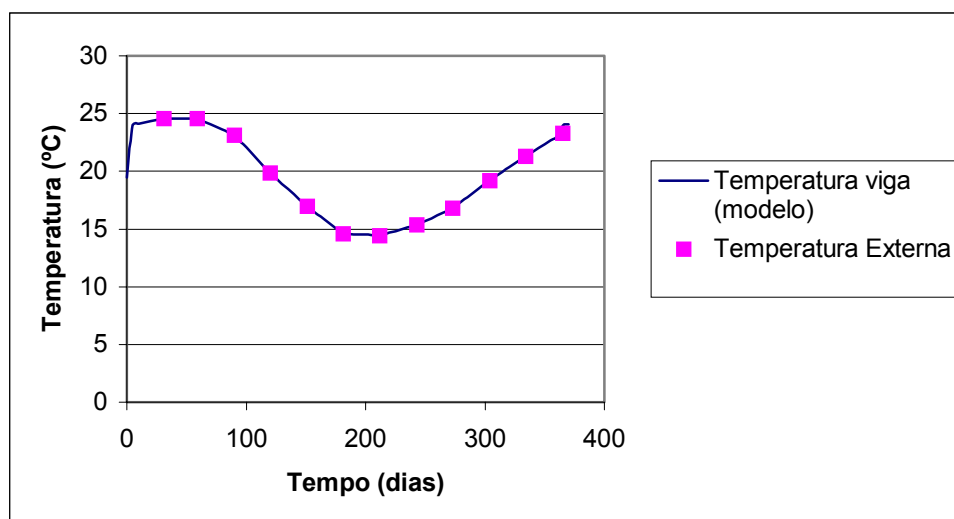


Figura 41 – Comparação entre a temperatura média da viga e a temperatura externa para consideração de todas as faces com convecção.

Implementando um fluxo decorrente da radiação solar na face superior e aplicando condições de convecção nas demais faces da viga, percebe-se o aparecimento de uma distribuição térmica diferente. Na figura 42, percebe-se a distribuição térmica da viga para 105 dias de exposição.

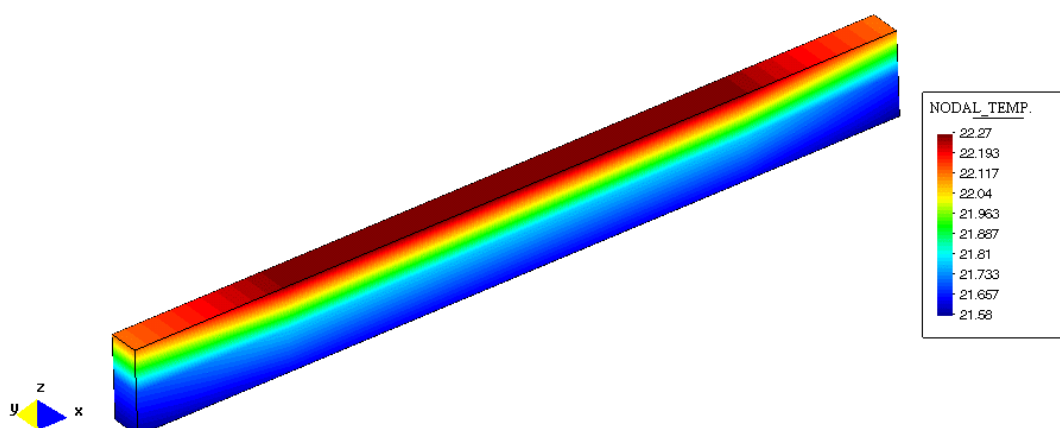


Figura 42 – Distribuição da temperatura para 105 dias de exposição considerando um fluxo proveniente da radiação solar na face superior e convecção nas demais.

Encontra-se a variação entre a temperatura da face superior, submetida ao fluxo de radiação solar, o centro e a face inferior da viga, em relação ao tempo de exposição na figura 43. Percebe-se que as maiores variações entre as temperaturas ocorrem nos meses de inverno, onde a influencia da radiação solar é mais significativa.

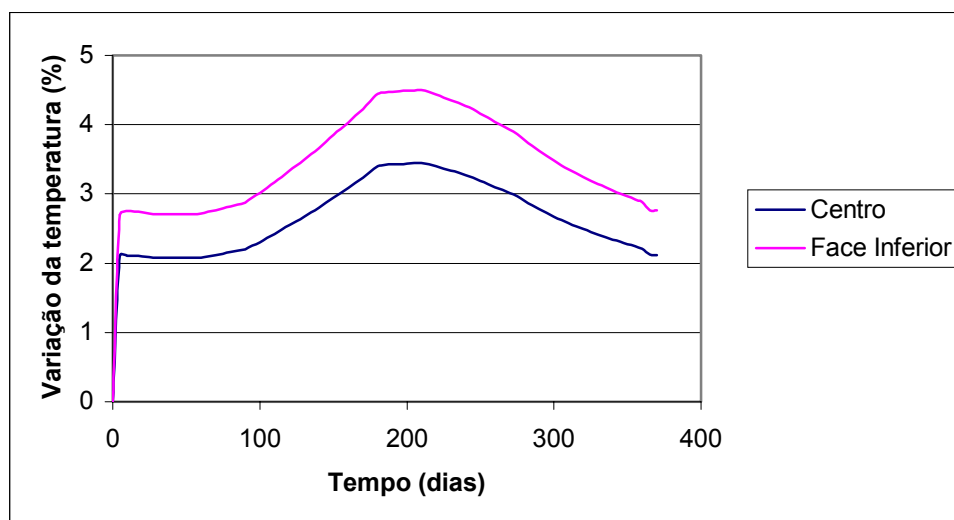


Figura 43 – Variação da temperatura em relação à face superior da viga.

De posse destes dados, pode-se concluir que a análise da transferência de calor para estruturas de pequeno porte só é importante se a mesma estiver sujeita a um elevado gradiente térmico entre a viga e o ambiente. Hansen (1997) encontrou uma variação térmica mais acentuada por apresentar uma análise com incrementos de tempo em horas, desta forma foi capaz de capturar uma maior variação da temperatura, entretanto o gasto computacional torna o modelo inviável para análise de longos espaços de tempo. Percebe-se que o efeito causado pela radiação solar em peças de concreto armado não é muito importante, mas dependendo do coeficiente de absorção, do isolamento das demais faces e do tamanho da superfície exposta seu efeito pode ser bem maior.

## **5. CONSIDERAÇÕES BÁSICAS A RESPEITO DA VIDA ÚTIL DA ESTRUTURA EM FUNÇÃO DO PROCESSO CORROSIVO**

### **5.1 INTRODUÇÃO**

Os tempos modernos ditaram a certeza de que o concreto, como material de construção, apresenta um comportamento variável ao longo do tempo, alterando suas propriedades físicas e químicas em função das características de seus componentes e das respostas destes às condições do meio ambiente. As conseqüências destes processos de alteração que venham a comprometer o desempenho de uma estrutura, ou material, costuma-se chamar deterioração. A análise da deterioração possibilita o julgamento do desempenho de um material frente às condições de exposição.

Existem várias definições de vida útil, mas a que melhor descreve é “o tempo durante o qual a estrutura conserva todas as características mínimas de funcionalidade, resistência e aspectos externos exigíveis” (Andrade, 1992).

O conhecimento da vida útil e da curva de deterioração de cada material ou estrutura são fatores de fundamental importância para a confecção de orçamentos reais para a obra (levando em consideração custo e vida útil), assim como programas de manutenção adequados e realistas.

### **5.2 MODELO DE VIDA ÚTIL**

Um dos mais conhecidos e divulgados modelos para estimar a vida útil de uma estrutura que está sofrendo corrosão por cloretos é apresentado por Tuutti (1988). Para inferir a vida útil da estrutura, ele divide o processo de deterioração causado pela corrosão das armaduras em dois períodos distintos, que podem ser considerados como estados limites: iniciação e propagação, de acordo com a figura 44.

O período de iniciação é caracterizado por não haver perda de funcionalidade das estruturas, sendo uma fase onde o concreto da estrutura pode estar sob a ação de dois fatores, que são: diminuição da alcalinidade do concreto de cobrimento das armaduras por reação com substâncias ácidas do meio, principalmente o dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ )

presente na atmosfera (carbonatação); e a presença de quantidade suficiente de cloretos, tanto os que estão contidos no concreto quanto os provenientes do exterior, e outros íons despassivantes em contato com a armadura. Estes fenômenos podem ocorrer no concreto de forma simultânea ou isolada, provocando a destruição da camada passivante do aço. No presente trabalho assume-se que o processo de iniciação é basicamente devido à introdução de íons cloretos.

O período de propagação apresenta os fenômenos de degradação de forma efetiva, promovendo os diversos tipos de manifestações patológicas atualmente verificadas nas estruturas. Nesta etapa ocorre uma grande redução do desempenho da estrutura, devido à acelerada perda de seção de armadura e fissuração.

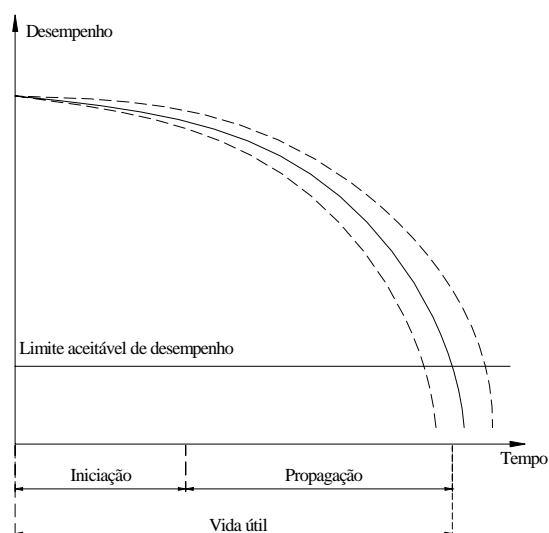


Figura 44 - Evolução da deterioração estrutural (Andrade, 2001).

### 5.3 CARACTERIZAÇÃO DA VIDA ÚTIL

Dentro desta concepção, Helene (apud Andrade 2001) propõe quatro tipos de vida útil: vida útil de projeto, vida útil de serviço ou de utilização, vida útil total e vida útil residual.

Na vida útil de projeto, também chamado período de iniciação, os agentes agressivos ainda estão penetrando através da rede de poros das camadas superficiais do concreto e não atingiram níveis de concentração que possam causar danos à estrutura. O valor usualmente adotado para tal vida útil nas estruturas de concreto armado convencionais é de 50 anos, enquanto que para pontes este período pode se estender para 100 ou até 200 anos, assim como no caso de barragens (Andrade, 2001).

Na vida útil de serviço ou de utilização, os ataques dos agentes agressivos começam a se manifestar, originando sintomas como a fissuração do concreto por ataque químico ou o aparecimento de manchas devido à corrosão de armaduras. Este período é muito variável de caso para caso, pois em certas estruturas não se admitem determinados tipos de manifestações, como manchas ocasionadas pela lixiviação em concreto aparente, enquanto que em outras elas só serão levadas em consideração quando chegam a níveis que possam comprometer a funcionalidade ou segurança de estruturas.

O conceito de vida útil total corresponde à situação limite de ruptura e colapso parcial ou total da estrutura. Enquanto que vida útil residual corresponde ao valor relativo de tempo durante o qual a estrutura será capaz de desenvolver as suas funções após uma vistoria e/ou uma possível intervenção na mesma.

A metodologia pode ser sintetizada em quatro etapas que levam em consideração fatores relativos aos materiais (relação água/cimento, cobrimento, tipo de cimento, etc.), fatores estruturais (dimensões da estrutura, dimensões da armadura, tipo de elemento estrutural, carregamento aplicado, etc.) e fatores ambientais (teores de cloretos, umidade, temperatura, etc.).

A primeira etapa é a análise do comportamento da estrutura frente às cargas aplicadas e à temperatura (análise estrutural e térmica), que já estão descritas e validadas nos capítulos 2, 3 e 4. A segunda etapa é referente à determinação do período de iniciação do processo de corrosão, sendo caracterizada pela presença de uma concentração de cloretos superior ao valor crítico (limite) de cloretos, a ser descrita no capítulo 6. A terceira etapa corresponde ao cálculo da taxa de corrosão no período de propagação. A redução da armadura proveniente da corrosão da armadura reduzirá a capacidade portante da estrutura, que será quantificada pela análise estrutural. A quarta etapa é caracterizada pela determinação da vida útil pela redução do desempenho da estrutura a níveis inaceitáveis, sendo a vida útil caracterizada pela soma dos períodos de iniciação e propagação.

## **5.4 NÍVEIS DE DETERIORAÇÃO PARA O TÉRMINO DA VIDA ÚTIL**

Segundo Cascudo (1997), dentre os parâmetros quantificadores da deterioração utilizados para definir os níveis de degradação, apenas a fissuração, o lascamento e a perda de seção das armaduras têm maior importância na análise. A

fissuração e o lascamento são bons indicadores do nível de deterioração de uma estrutura. Fissuras longitudinais, paralelas às armaduras principais, representam um sinal externo comum da corrosão do aço. O lascamento vem em decorrência de estágios mais avançados de corrosão, onde se tem um acréscimo acentuado do nível de tensões internas, geradas pelos produtos de corrosão expansivos, os quais ocasionam a perda do monolitismo estrutural. Entretanto, relativo a esses dois parâmetros mencionados, quando ocorre um processo de corrosão de armaduras, os produtos gerados podem não necessariamente causar fissuração; isto porque, em se tratando de concretos úmidos, esses produtos podem se dissolver, difundindo-se pela rede porosa, produzindo manchas na superfície do concreto. Sendo assim, a fissuração e o lascamento não são considerados, por muitos autores, inclusive Andrade (1992), como uma indicação geral do nível de corrosão.

O Boletim do CEB nº 62 (1983) estabelece níveis de deterioração (A, B, C, D e E) em função de parâmetros, já citados, observados nos elementos estruturais sujeitos à corrosão de armaduras (tabela 9).

Tabela 9 – Níveis de deterioração para a determinação do fim da vida útil (CEB, 1983).

Indicações	Níveis de Deterioração				
	A	B	C	D	E
<b>Visuais</b>					
<b>Mudanças de cor</b>	Manchas de ferrugem	Idem ao A	Idem ao A	Idem ao A	Idem ao A
<b>Fissuração</b>	Algumas longitudinais	Várias longitudinais; algumas nos estribos	Acentuado	Idem ao C	Idem ao C
<b>Lascamento</b>	-	Algum	Acentuado	Perda de Contato Aço/Concreto em alguns trechos	Idem ao D
<b>Perda de seção do aço</b> $\left(\frac{\Delta A_s}{A_s}\right)$	-	~5%	~10%	~25%	Alguns estribos quebrados e barras principais flambadas
<b>Flechas</b>	-	-	-	Possíveis	Aparentes

Portanto, a redução do diâmetro da barra ou a redução da seção da barra (penetração do ataque corrosivo) constitui-se no mais adequado parâmetro para a quantificação da deterioração; isto porque, sendo o sintoma aparente do fenômeno patológico a fissuração ou mesmo o aparecimento de manchas superficiais no concreto (pela difusão dos óxidos de ferro nos poros úmidos do concreto), em ambos os casos têm-se a redução da seção (ou diâmetro) da armadura, em função de sua perda de massa devido à corrosão.

## 5.5 NÍVEIS DE DESLOCAMENTO LIMITES PARA O TÉRMINO DA VIDA ÚTIL

Deslocamentos limites são valores práticos utilizados para a verificação em serviço do estado limite de deformações excessivas da estrutura. De acordo com o Projeto de Revisão da NBR 6118 (2001), os deslocamentos limites podem ser relacionados em quatro grupos básicos: aceitabilidade sensorial (vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável), efeitos específicos (impedir a utilização adequada da construção), efeitos em elementos não estruturais (mau funcionamento dos elementos) e efeitos em elementos estruturais (afastamento em relação às hipóteses de cálculo). Entretanto só são estipulados valores limites para aceitabilidade sensorial e efeitos específicos. Na tabela 10, apresentam-se os valores dos deslocamentos limites para alguns tipos de estruturas.

Tabela 10 – Deslocamentos limites para a determinação do fim da vida útil (NBR 6118, 2001).

Tipo de deslocamento	Razão da limitação	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Total	$l/250$
	Outro	Devido a cargas acidentais	$l/350$
Estrutura em serviço	Superfícies que devem drenar água	Total	$l/250$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Total	$l/350 +$ contraflecha
		Ocorrido após a construção do piso	



## 6. ANÁLISE DOS MECANISMOS DE TRANSPORTE DE CLORETOS

### 6.1 INTRODUÇÃO

A corrosão de armaduras em concreto é um caso específico de corrosão eletroquímica em meio aquoso, em que o eletrólito apresenta características de resistividade elétrica consideravelmente mais altas do que as dos eletrólitos típicos (meio aquoso comum, não confinado a uma rede de poros, como é o caso do concreto).

A armadura encontra-se no interior do concreto em meio altamente alcalino (pH em torno de 12,5). Esta alcalinidade provém da fase líquida constituinte dos poros do concreto, a qual, nas primeiras idades, basicamente é uma solução saturada de hidróxido de cálcio  $\text{Ca(OH)}_2$  com álcalis, sendo esta oriunda das reações de hidratação do cimento. Em idades avançadas o concreto continua, via de regra, propiciando um meio alcalino, sendo que sua fase líquida, neste caso, é uma solução composta principalmente por hidróxido de sódio (NaOH) e hidróxido de potássio (KOH).

Desta forma, a armadura presente no interior do concreto, em meio alcalino, está protegida do fenômeno de corrosão, devido à presença de uma capa ou película protetora de caráter passivo, que envolve essa armadura, é a chamada proteção química. O filme passivo é formado rapidamente a partir das reações de oxidação do ferro e da redução do oxigênio inicialmente presente na fase líquida, apresentando uma variação na composição que vai do  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  ao  $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$  (Abreu, 1998).

Uma certa quantidade de íons cloreto pode ser tolerada sem risco de corrosão, uma vez que, após reagirem com os aluminatos provenientes da hidratação do cimento, não estarão livres para atacar o filme passivante. Entretanto uma determinada concentração de íons cloreto no concreto pode estimular a corrosão da armadura, mesmo quando permanece a condição de elevada alcalinidade.

O objetivo principal da análise por elementos finitos da difusão de cloretos é determinar o tempo necessário para a concentração de cloretos atingir uma concentração crítica na profundidade da armadura. A corrosão poderá iniciar uma vez que esta concentração crítica de cloretos seja atingida, conhecendo-se então o tempo necessário para atingir esta concentração, ter-se-á o tempo de início da corrosão.

## 6.2 PRINCÍPIOS DO PROCESSO DE TRANSPORTE DE CLORETOS

A literatura sobre durabilidade de estruturas de concreto frequentemente aponta a corrosão de armaduras devido à ação de íons cloreto como um dos mais sérios problemas que sofre este material.

Estes íons podem ser introduzidos intencionalmente no concreto, como agente acelerador de pega e endurecimento que contenham  $\text{CaCl}_2$  (cloreto de cálcio), e podem vir através da contaminação dos materiais constituintes do concreto (agregados e água de amassamento contaminados). Nestes casos, diz-se que os íons cloreto são incorporados à massa de concreto. Entretanto os íons também podem penetrar no interior do concreto devido à utilização de sais anticongelantes (utilizados em invernos rigorosos de países frios), salmouras industriais, maresia ou névoa de ambiente marinho e molhagem por água do mar. Nestes casos, diz-se que a contaminação se deu por impregnação da superfície de concreto pelos agentes agressivos externos.

De acordo com Rebouças (1999): "O mecanismo de concentração cíclica por evaporação dos componentes dissolvidos nas águas das chuvas é o principal fator de salinização das águas superficiais, subterrâneas e do binômio água/solo na região semi-árida do Nordeste. Com efeito, as análises químicas de amostras de água de chuva coletadas durante um ano hidrológico, ao longo de um perfil Leste-Oeste de 1.100 km, que se estende de Recife até Araripina, indicam que entre 7 e 12 toneladas/ $\text{km}^2$ /ano de sais diversos caem da atmosfera, sendo 60-70% dos teores de sólidos totais dissolvidos (SDT) de NaCl. Vale ressaltar que esses valores se situam nas ordens de grandeza encontradas noutros contextos semi-áridos do mundo sob influência dominante de ventos marinhos".

A corrosão induzida por cloretos em concreto armado é um problema freqüente em estruturas marítimas e pontes. O mecanismo de transporte de cloretos dentro do concreto envolve casos de difusão iônica, absorção capilar, permeabilidade e migração iônica, dependendo das condições de exposição, do nível de saturação dos poros e da microestrutura do concreto.

O processo de difusão iônica é caracterizado por um gradiente de concentração iônica, seja entre o meio externo e o interior do concreto, seja dentro do próprio concreto. Este processo perdura até haver um equilíbrio, ou seja, até que a concentração seja igual em todos os pontos. É o principal mecanismo de transporte dentro

do concreto, uma vez que seja garantida uma certa interconexão dos poros e a existência de um meio condutor para os íons (eletrólito).

O processo de absorção capilar é dependente da porosidade aberta do concreto, isto é, dos poros capilares interconectados entre si, permitindo o transporte das substâncias líquidas contaminadas para o interior do concreto. Depende significativamente também de características intrínsecas do líquido como tensão superficial e viscosidade. Este fenômeno é baseado na pressão de absorção que é inversamente proporcional ao diâmetro do poro. Portanto quanto menor o diâmetro dos poros, maior a tensão e por fim maior a profundidade do concreto atingido pela água absorvida.

O processo de permeabilidade será caracterizado pela existência de uma pressão hidráulica. Tal caso é típico de locais como estações de tratamento de águas, de esgotos, tanques industriais, reservatórios, estruturas marítimas submersas, entre outras.

O processo de migração iônica é baseado na existência de um campo elétrico (formado por diferença de potencial ou correntes de fuga), que gera forças elétricas nos íons cloreto e, com isso, a sua movimentação.

Em estruturas usais, os mecanismos de transporte de cloretos presentes no concreto são a absorção capilar e a difusão iônica. O processo de absorção é modelado a partir do fluxo de água que ocorrerá por meio de difusão de umidade resultante de gradientes de umidade dentro do concreto.

De acordo com Lindvall (2001) existe uma zona superficial submetida à convecção de cloretos da superfície do concreto (<10mm de espessura) e uma zona interna submetida à difusão (>10mm), de acordo com a figura 45. Entretanto Andrade (2001) afirma que a espessura da camada de convecção varia de acordo com o processo de extração empregado, mas oscila em torno de 5 mm. Importante observar que essa profundidade depende também da qualidade do concreto, uma vez que quanto mais poroso maior será essa zona.

Grace (1994) estudou a influência da parcela de absorção na penetração de cloretos e concluiu que este fluxo pode ser significativo nos primeiros anos de exposição da estrutura e em concretos que estão sujeito a molhagem e secagem, uma ocorrência normal em estruturas marítimas. Essa influência diminui com tempo devido ao caráter higroscópico dos sais, que faz com que o concreto absorva com maior facilidade a umidade do ambiente do que deixe escapar esta mesma quantidade de água (Figueiredo, 1993).

O processo é mais complicado pela falta de homogeneidade do concreto, mudanças das propriedades com o amadurecimento e algumas reações dos íons de cloro com os aglomerantes. Um tratamento compreensivo para o processo completo de transporte é, portanto, muito difícil.

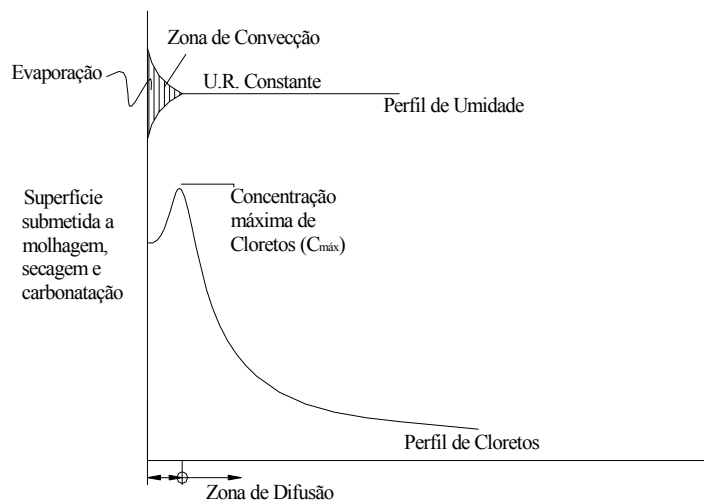


Figura 45 – Ilustração das zonas de convecção e difusão e sua dependência com o perfil de umidade (Lindvall, 2001).

As leis de Fick para a difusão assumem que o substrato é homogêneo, isotrópico e que é um meio inerte (Dhir et al., 1998). Essas suposições, portanto, implicam que as propriedades de difusão são as mesmas em todas as direções e não mudam com o tempo, o que não é verdade, pois o concreto é não homogêneo, anisotrópico e reativo, apresentando o efeito de hidratação e das microfissuras. Os métodos de modelagem atuais do processo de transporte de cloretos no concreto consideram o processo como sendo governado unicamente por difusão iônica, assumindo que o recobrimento está suficientemente saturado. No modelo proposto foram feitas algumas modificações que levam em consideração as reações de cloretos com a pasta hidratada, a influência da temperatura, de fissuras provenientes do carregamento, da umidade relativa do concreto e do tempo.

### 6.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O transporte de um constituinte de uma solução fluída de uma região de maior para uma de menor concentração é chamada de transferência de massa. O processo apresenta várias semelhanças com o processo de transferência de calor. Calor é transmitido na direção de redução do gradiente de temperatura existente; a massa é transferida na

direção de redução do gradiente de concentração existente. As quantidades de calor e massa transferidos por unidade de tempo dependem de um potencial acionador e de uma resistência.

A massa pode ser transferida não apenas pelo movimento molecular aleatório nos fluidos em repouso ou em escoamento laminar, mas também por correntes de vórtices através de fluidos em movimento turbulento. O primeiro modo é análogo à transmissão de calor por condução, e o último, por convecção.

Considere um sólido através do qual há um fluxo  $q$  de uma certa quantidade de íons (taxa de transferência por unidade de área). Como já mencionado, a direção do fluxo é na direção da maior redução de íons, e está relacionada à concentração dos mesmos pela seguinte expressão:

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} = -\mathbf{D} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{Bmatrix} = -\mathbf{D} \nabla \phi \quad (6.1)$$

sendo  $\mathbf{D}$  a matriz de difusividade, semelhante à matriz constitutiva na análise da mecânica dos sólidos e  $\phi$  a concentração de íons.

Seguindo um raciocínio análogo ao utilizado na transferência de calor, encontra-se a seguinte equação diferencial idêntica a de transferência de calor

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (6.2)$$

Portanto toda a implementação da equação (6.2) através do método dos elementos finitos é idêntico a explicitada no capítulo 4. Enquanto que as condições de contorno são dos seguintes tipos:

- Essencial: Concentração de íons,  $c$ , prescrita no contorno  $\Gamma_c$ ;
- Natural: Explicitar um fluxo,  $q$ , prescrito no contorno  $\Gamma_q$ .

Lembrando que para casos de análises transientes são necessárias as condições iniciais, ou seja, as concentrações de cloretos nodais iniciais.

## 6.4 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS

Com o objetivo de se prever adequadamente a vida útil de uma estrutura de concreto, deve-se conhecer quais são os fatores que influenciam efetivamente a penetração de cloretos, os quais serão analisados a seguir.

### 6.4.1 COEFICIENTE DE DIFUSÃO DE CLORETOS EFETIVO

Para garantir a precisão em uma análise de problemas de campo, além de utilizar uma formulação que represente bem todo o fenômeno, deve-se utilizar parâmetros para calibrar o modelo. Esses parâmetros são os coeficientes de transporte que são dependentes do material e de outros fatores que influenciam significativamente o processo.

Para a análise de transporte de cloretos, vários fatores modificam o resultado, entre eles a temperatura, umidade relativa do concreto, tempo de exposição, capacidade de ligação com compostos do concreto, abertura de fissuras, entre outros. Para levar em consideração alguns desses fatores serão utilizados fatores de correção para a determinação do coeficiente de difusão de cloretos efetivo, de acordo com a expressão seguinte:

$$D_c^* = D_c \cdot f_{cb} \cdot f_T \cdot f_t \cdot f_U \cdot f_f \quad (6.3)$$

onde  $D_c^*$  é o coeficiente de difusão de cloretos efetivo,  $D_c$  é o coeficiente de difusão de cloretos referencial,  $f_{cb}$ ,  $f_T$ ,  $f_t$ ,  $f_U$  e  $f_f$  são os fatores de correção devido à imobilização de cloretos, à temperatura, ao tempo de exposição, à umidade relativa do concreto e a fissuras provenientes do carregamento, respectivamente. Cada termo será explicitado a seguir:

#### 1) Coeficiente de difusão de cloretos referencial

Um grande número de modelos tem sido propostos para a determinação do coeficiente de difusão referencial de cloretos para estruturas de concreto armado através das proporções e do tipo dos materiais que foram utilizados no traço do concreto. Vu e Stewart (2000) fizeram comparações entre várias formulações para a determinação do coeficiente de difusão de cloretos referencial com dados experimentais e concluíram que Papadakis et al. (apud Vu e Stewart, 2000) representaram melhor os dados experimentais, sendo sua formulação dada na expressão seguinte e que é plotada na figura 46.

$$D = D_{H_2O} \cdot 0.15 \frac{1 + \hat{\rho}_c (a/c)^{-1}}{1 + \hat{\rho}_c (a/c) + \frac{\hat{\rho}_c (ag/c)}{\hat{\rho}_a}} \left( \frac{\hat{\rho}_c (a/c) - 0.85}{1 + \hat{\rho}_c (a/c)} \right)^3 [cm^2 / s] \quad (6.4)$$

Sendo  $D_{H_2O}$  o coeficiente de difusão de cloretos em uma solução infinita ( $1 \times 10^{-5}$  [cm<sup>2</sup>/s] para NaCl),  $a/c$  a relação água/cimento,  $\hat{\rho}_c$  e  $\hat{\rho}_a$  são as massas específicas do cimento e do agregado, respectivamente (de acordo com Mehta e Monteiro (1994), a massa específica típica para agregados graníticos é de 2,69 kg/dm<sup>3</sup> e a massa específica para o cimento

Portland tipo I é de  $3,15 \text{ kg/dm}^3$ );  $ag/c$  é a relação agregado/cimento (indicações práticas situam este valor em torno de 6,15).

Em concretos usuais com resistência à compressão de 30 a 40 MPa, o CEB-FIP model code 1990 (1993) indica a adoção de um coeficiente de difusão de cloretos referencial de  $2,0 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s}$ .

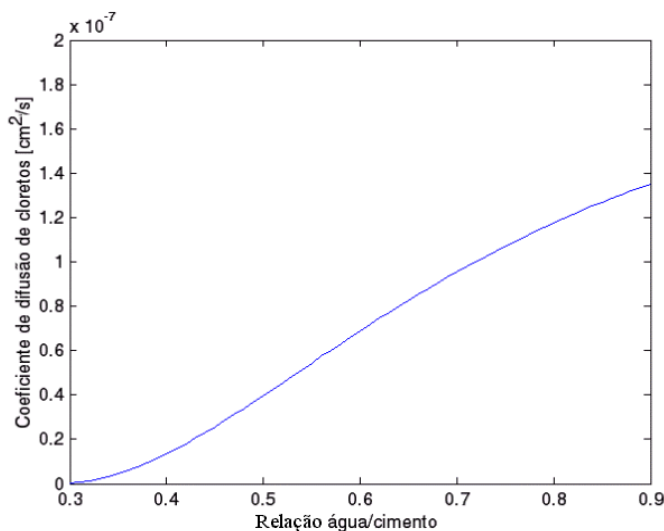


Figura 46 – Influência da relação água/cimento no coeficiente de difusão de cloretos referencial.

## 2) Relações dos íons cloretos com compostos do cimento

Os cloretos podem estar presentes em três formas dentro do concreto: (a) quimicamente ligado ao aluminato tricálcico ( $C_3A$ ), formando cloroaluminato de cálcio ou sal de Friedal ( $C_3A.CaCl_2.10H_2O$ ), ou quimicamente ligado ao ferroaluminato tetracálcico ( $C_4AF$ ), formando o cloroferrato de cálcio hidratado; (b) adsorvido na superfície dos poros do concreto; (c) em íons livres. Lembrando que foram utilizadas abreviações empregadas na química do cimento:  $C = CaO$ ;  $A = Al_2O_3$ ;  $F = Fe_2O_3$ .

Por maior que seja a capacidade de um dado concreto de ligar-se quimicamente ou adsorver quimicamente íons cloretos, haverá sempre um estado de equilíbrio entre as três formas de ocorrência destes íons, de forma que sempre existirá um certo teor de íons cloreto livres na fase líquida do concreto (Tuutti, 1982).

Apenas os cloretos dissolvidos na solução dos poros do concreto são responsáveis pela iniciação do processo de corrosão, desde que estejam em contínua penetração na camada de cobrimento, isto é, sem interagir com os componentes oriundos da hidratação do cimento.

Para levar em consideração esses efeitos, utiliza-se um fator de correção proposto por Martín-Perez et al. (2000), dado por:

$$f_{cb} = \frac{1}{1 + \frac{1}{w_e} \frac{\partial C_b}{\partial C_f}} \quad (6.5)$$

onde  $C_b$  é a concentração de cloretos imobilizados (em  $\text{kg/m}^3$  de concreto);  $C_f$  é a concentração de cloretos livres (em  $\text{kg/m}^3$  de poro solução);  $\partial C_b / \partial C_f$  é a capacidade de ligação do concreto;  $w_e$  é a quantidade de água evaporável ( $\text{m}^3$  de água evaporável/  $\text{m}^3$  de concreto).

O efeito da ligação de cloretos com compostos do concreto pela equação (6.5) é para reduzir a difusividade de cloretos no concreto por uma quantidade que representa a capacidade de imobilização.

As curvas isotérmicas descrevem a relação entre íons livres e imobilizados no concreto para uma dada temperatura. Existem na literatura algumas curvas teóricas que descrevem esse fenômeno: a isoterma linear, de Langmuir e de Freundlich (Martin-Perez et al., 2000).

No caso da consideração de que não há íons imobilizados, os parâmetros que serão utilizados na expressão (6.5) serão dados por:

$$C_b = 0; \quad \frac{\partial C_b}{\partial C_f} = 0; \quad D_c^* = D_c \quad (6.6)$$

A consideração de uma isoterma linear é bastante utilizada devido à capacidade de ligação ser uma constante, independente da concentração de cloretos livres. Entretanto, uma relação linear subestima a quantidade de cloretos imobilizados para baixas concentrações de cloretos livres, enquanto superestima a capacidade de íons imobilizados para altos níveis de cloretos livres (Delagrave et al., 1997). Neste caso os parâmetros da formulação serão dados pela seguinte expressão.

$$C_b = \alpha C_f; \quad \frac{\partial C_b}{\partial C_f} = \alpha; \quad D_c^* = \frac{D_c}{1 + \frac{\alpha}{w_e}} \quad (6.7)$$

onde  $\alpha$  é a inclinação da linha que representa a isoterma.

O uso das isotermas de Langmuir e de Freundlich torna o problema não-linear, pois o coeficiente de difusão de cloretos se torna dependente da concentração de cloretos, sendo os parâmetros da expressão (6.5) para a isoterma de Langmuir e Freundlich, dados pelas seguintes expressões, respectivamente.



$$C_b = \frac{\alpha C_f}{1 + \beta C_f}; \quad \frac{\partial C_b}{\partial C_f} = \frac{\alpha}{(1 + \beta C_f)^2}; \quad D_c^* = \frac{D_c}{1 + \frac{\alpha}{w_e (1 + \beta C_f)^2}} \quad (6.8)$$

$$C_b = \alpha C_f^\beta; \quad \frac{\partial C_b}{\partial C_f} = \alpha \beta C_f^{\beta-1}; \quad D_c^* = \frac{D_c}{1 + \frac{1}{w_e} \alpha \beta C_f^{\beta-1}} \quad (6.9)$$

onde as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  variam de acordo com a composição do cimento.

Tang e Nilson (1993) fizeram ensaios para determinação da capacidade de imobilização de cloretos para pastas de cimentos com diferentes relações água/cimento (0,4, 0,6 e 0,8) e constataram que capacidade de imobilização é fortemente influenciada pela quantidade de C-S-H, enquanto é indiferente à relação água/cimento e adições de agregados. Tang e Nilson (1993) encontraram também que a relação entre cloretos livres e imobilizados é mais bem descrita pela isotérmica de Langmuir quando o nível de concentração de cloretos na solução dos poros do concreto é menor que  $1,733 \text{ kg/m}^3$ , enquanto que a formulação de Freundlich apresenta uma melhor aproximação para maiores concentrações de cloretos livres (superior a  $0,355 \text{ kg/m}^3$ ).

Na figura 47 são apresentadas as relações entre os cloretos imobilizados e o livres para as diferentes formulações e dados experimentais de Martin-Perez et al. (2000), com os parâmetros utilizados em cada formulação. Na figura 48 são comparados os coeficientes de correção.

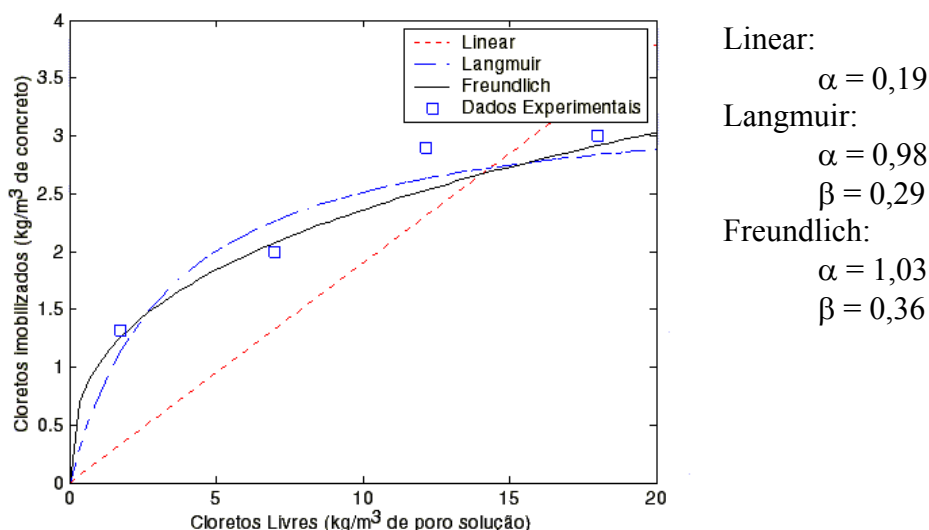


Figura 47 – Comparação entre a isotermia linear, Langmuir, Freundlich e dados experimentais de Martin-Perez et al (2000), com os parâmetros utilizados em cada formulação.

Nas figuras 47 e 48, percebe-se que, para pequenas concentrações de cloretos, o fator de correção é baixo, indicando que uma maior parcela dos íons reagirá com os compostos do cimento.

Para o presente trabalho será utilizado a isoterma de Freundlich para calcular o fator de correção, pois representa melhor o fenômeno para concentrações mais elevadas de cloretos e apresenta uma menor variação entre os parâmetros para perfis experimentais. Adotou-se para a modelagem  $\alpha = 1,03$ ,  $\beta = 0,36$  e  $w_e = 8\%$ , assumindo um consumo de cimento de  $400 \text{ kg/m}^3$  para o concreto (Martin-Perez et al., 2000). Deve-se notar que os parâmetros calculados dependem das unidades utilizadas para  $C_b$  e  $C_f$  (no caso  $\text{kg/m}^3$  de concreto e  $\text{kg/m}^3$  de solução de poros). Portanto, apenas a para determinação do fator de correção, a concentração de cloretos será mudada de unidades .

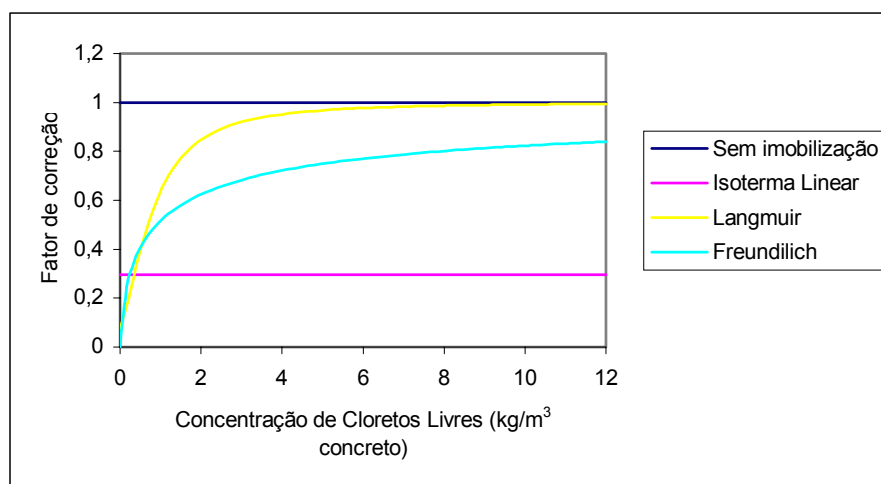


Figura 48 – Comportamento do fator de correção frente à quantidade de cloretos livres.

Um outro parâmetro que afeta a quantidade de íons cloretos livres é a presença de microfissuras no concreto, pois causa uma redução na superfície de reação, gerando uma redução da quantidade de cloretos interagindo com o concreto e conseqüentemente aumenta a quantidade de íons cloreto presente na fase líquida do concreto, ou seja, íons livres acessíveis ao processo de difusão (Locage et al., 1992). A influência das fissuras na quantidade de íons livres será ignorada no presente trabalho.

### 3) Relação com a temperatura

Dentre as características ambientais que influenciam na penetração de cloretos no concreto, a temperatura é um importante fator que deve ser levado em consideração. Na grande maioria dos processos de natureza química, a temperatura age

umentando a sua cinética. Tal fato explica a razão pela quais estruturas localizadas nas regiões quentes deterioram mais rapidamente do que estruturas inseridas em regiões frias e temperadas.

Muitos fatores influem na questão da temperatura do concreto, tais como a mudança de temperatura atmosférica, radiação solar, as características térmicas do material, a velocidade do vento e as trocas de calor observadas dentro dos ambientes. Nota-se que tais fatores são muito variáveis, e que a determinação da temperatura superficial de um componente é extremamente difícil de ser realizada. Para tanto, a temperatura do concreto será determinada por meio de uma análise térmica da estrutura.

Admite-se que o aumento da temperatura acarreta uma maior mobilidade iônica, aumentando assim a penetração de agentes agressivos no concreto. Para representar a influência da temperatura do coeficiente de difusão será utilizada a lei de Arrhenius, de acordo com a seguinte expressão :

$$f_T = \exp \left[ \frac{E}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (6.10)$$

onde E é a energia de ativação do processo de difusão; R é a constante universal dos gases; T é a temperatura do concreto; T<sub>0</sub> é a temperatura na qual D<sub>c</sub> é determinada.

Os parâmetros constantes a serem utilizados estão na tabela 11, enquanto que a temperatura do concreto é uma informação retirada da análise de transferência de calor.

Tabela 11 - Parâmetros para determinação de f<sub>T</sub>.

Parâmetros	a/c = 0,4	a/c = 0,5	a/c = 0,6
E (kJ/mol)	41,8	44,6	32,0
R (kJ/mol K)	8,314 x 10 <sup>-3</sup>		
T <sub>0</sub> (K)	298		

Na figura 49, apresenta-se o fator de correção em função da temperatura utilizando a formulação (6.10), onde se confirma o comportamento acelerador da temperatura no processo de difusão de cloretos.

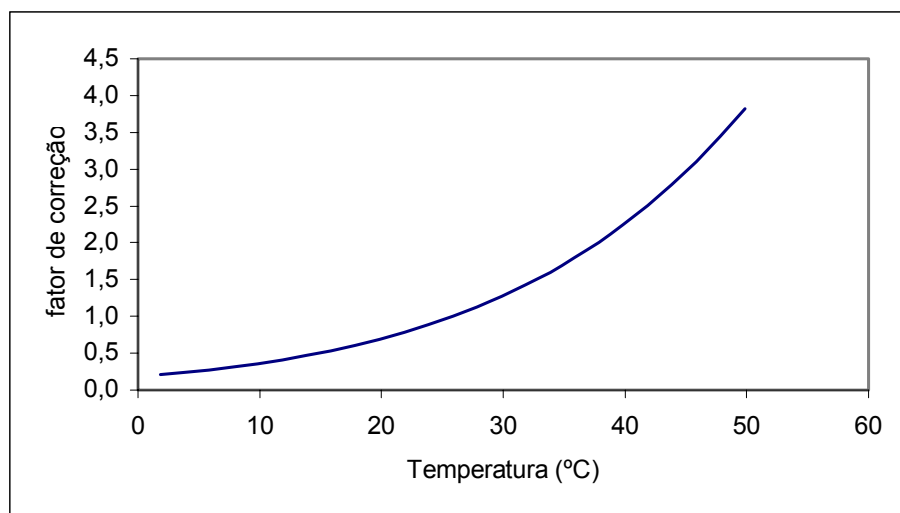


Figura 49 – Comportamento do fator de correção com a temperatura.

#### 4) Relação com o tempo de exposição

Para atualizar o coeficiente de difusão no tempo usa-se a formulação utilizada por Martin-Perez et al.(2001) e Saetta et al. (1993) para o fator de correção pela idade do concreto, dada pela fórmula abaixo:

$$f_t = \left( \frac{t_{ref}}{t} \right)^m \quad (6.11)$$

onde  $t_{ref}$  é o tempo no qual foi determinado  $D_c$  (geralmente, 28 dias);  $t$  é o tempo de análise (em dias);  $m$  é o fator de redução de idade.

Ao analisar a figura 50, observa-se que há uma tendência de diminuição do coeficiente com o tempo, mas essa redução é mais rápida durante os primeiros dias de exposição e depois se aproxima de uma constante (Vu e Stewart, 2000). Stanish e Thomas (2003) apresentam uma análise detalhada da forma de determinação do fator de redução do tempo de exposição a partir de ensaios experimentais, encontrando os valores de 0,32 para concreto sem adições, 0,66 e 0,79 para adições de 25% e 56% de cinza volante, respectivamente. Como a hidratação do concreto é função de vários parâmetros (o tipo do cimento, da relação água/cimento, presença de adições, etc.), a determinação do parâmetro  $m$  se torna muito sensível, sendo necessário um estudo criterioso na escolha do valor a ser adotado nas análises.

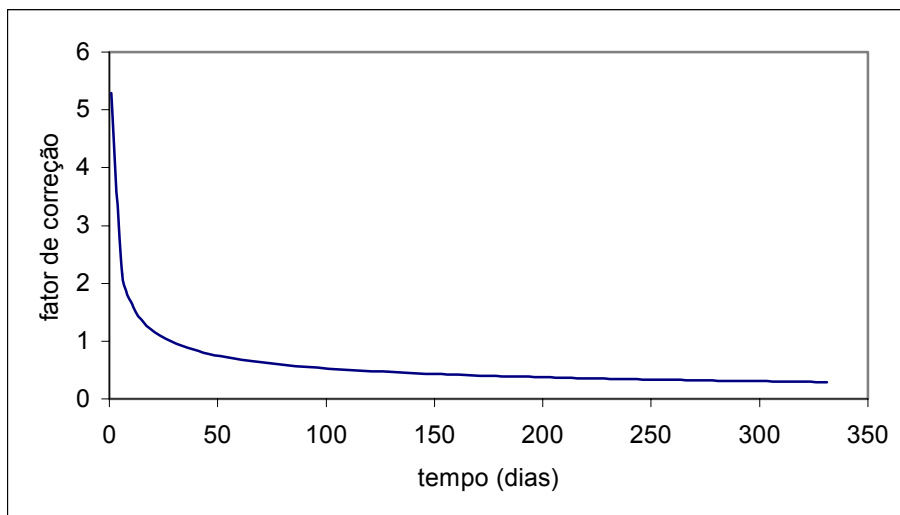


Figura 50 – Comportamento do fator de correção com o tempo.

##### 5) Relação com a umidade relativa do concreto

Para atualizar o coeficiente de difusão em função da umidade relativa do concreto utiliza-se a formulação utilizada por Martin-Perez et al.(2001) e Hansen (1997), dada pela fórmula (6.12), para calcular o fator de correção do coeficiente de difusão em relação à umidade relativa do concreto.

$$f_U = \left[ 1 + \frac{(1-h)^4}{(1-h_c)^4} \right]^{-1} \quad (6.12)$$

onde  $h$  é a umidade relativa do concreto e  $h_c$  é o nível de umidade no qual  $D_c$  cai para a metade entre o valor máximo e mínimo (adota-se 0,75). Liu (1996) constatou em medições que, embora a umidade do ar oscile significativamente com o tempo, a umidade relativa dos poros do concreto permanecem constantes a uma profundidade de 5 cm, para um concreto com cimento Portland tipo I (ASTM) e uma relação água/cimento de 0,43.

Na figura 51, mostra-se o comportamento da umidade no coeficiente de difusão de cloretos, onde se conclui quanto mais saturados estiverem os poros do concreto mais rápido será a penetração de cloretos.

Guimarães e Helene (2001) avaliaram a variação do coeficiente de difusão dos cloretos com a variação do teor de umidade da pasta de cimento endurecido e concluíram que o grau de saturação da pasta é um fator mais decisivo na intensidade de penetração de íons cloretos que o teor de umidade.

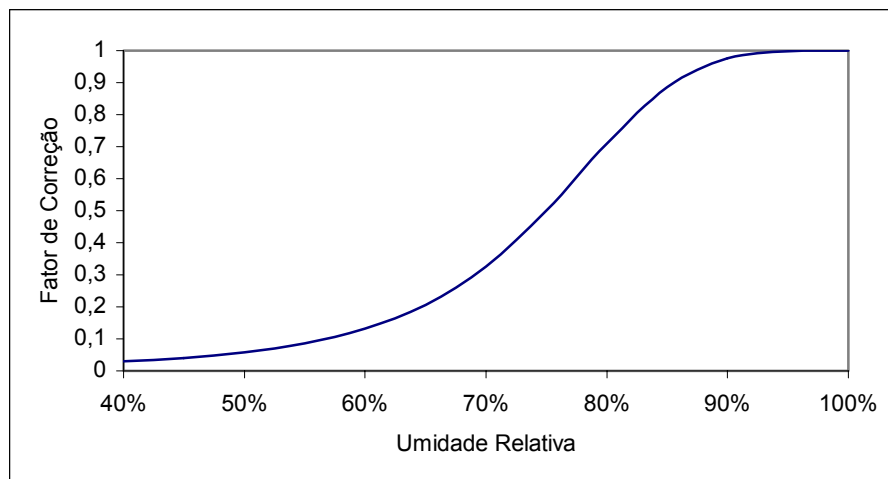


Figura 51 – Comportamento do fator de correção com a umidade relativa do concreto.

#### 6) Influência das fissuras provenientes do carregamento

O concreto é essencialmente estanque na sua forma intacta, embora não impermeável, quando adequadamente lançado, compactado e curado. Portanto, sob condições naturais de exposição, a durabilidade do concreto é controlada pelo difícil transporte de íons e fluídos. Entretanto, como resultado de altas tensões, efeitos ambientais, e outras razões, as fissuras ocorrem, podendo, em casos extremos, afetar a integridade da peça de concreto. Todavia não afetam a capacidade de carga da estrutura na maioria dos casos, mas podem afetar desfavoravelmente sua durabilidade por fornecer um acesso facilitado para os agentes agressivos, especialmente íons cloreto em ambientes marinhos.

As normas de diferentes países contemplam uma abertura máxima admissível das fissuras na superfície em 0,3 a 0,4 mm para ambientes não agressivos e em 0,1 mm para ambientes agressivos. Helene (1986) afirma que enquanto as fissuras não superarem aberturas da ordem de 0,4 mm, embora seja um caminho mais curto para os agentes agressivos alcancem a armadura, em termos de vida útil não parece que pressuponham um fator que a reduza significativamente. Desta forma, existe uma linha de pensamento na qual as fissuras não interferem significativamente na intensidade de corrosão a ponto de comprometerem a vida útil da estrutura (Cascudo,1997).

Entretanto, na etapa de iniciação (processo de difusão de cloretos) muitos estudos mostram claramente que a presença de fissuras pode contribuir para o aumento da permeabilidade ou absorção do material em varias ordens de grandeza (Gérard e Marchand, 2000). Apesar de um extenso levantamento do processo de difusão em estruturas de concreto na literatura, pouquíssimos trabalhos são dedicados à influência de

fissuras nas propriedades de difusão do concreto. Além disso, os poucos artigos publicados com esses estudos são contraditórios quanto à ordem de grandeza da influência da fissuração nas propriedades de transporte do concreto.

Samaha e Hover (1992) afirmam, a partir de resultados experimentais, que as microfissuras formadas com níveis de tensão abaixo de 75% da resistência média à compressão não afetam as propriedades de transporte do concreto. Saito e Ishimori (1995) encontraram através de ensaios experimentais que a permeabilidade a cloretos em um concreto submetido a 90% da resistência à compressão é aproximadamente igual ao de concreto não submetidos a carregamentos.

Essa contradição pode ser devida a uma interpretação duvidosa dos resultados experimentais encontrados pelos autores (Lim et al., 2000). Ao analisar o procedimento adotado, percebe-se condições de microfissurações diferentes. O ensaio é feito com a compressão de corpos-de-prova até um nível de carregamento pré-estabelecido e depois há o descarregamento da amostra. Então uma fatia do corpo de prova é retirada e encontra-se a partir de ensaios padronizados, como o ASTM C1202, as características de transporte do material. Entretanto, é evidente que as características das microfissuras, depois do concreto ser descarregado, são diferentes do mesmo sob carregamento. Sabe-se que a abertura da fissura é reduzida depois do carregamento ser completamente retirado.

A aplicação do modelo é baseada na formulação de fissuras distribuídas utilizada no modelo de concreto pós-pico, o qual fornece, para o conjunto de pontos de integração fissurados, a direção dos planos de fissuras e a abertura de cada fissura.

Do ponto de vista do transporte de massa, uma peça fissurada de concreto pode ser comparado com um material composto, no qual a rede de fissuras é superposta a um material homogêneo de referência. Para a implementação do modelo proposto por Gérard e Marchand (2000) utilizam-se os seguintes parâmetros:

- $L_4$  : Abertura da fissura;
- $L_1$  : Comprimento característico do plano da fissura (ou espaçamento médio da fissura);
- $[\cos \alpha \quad \cos \beta \quad \cos \gamma]$  : Cosenos diretores do plano da fissura analisado;
- $D_1$  : Coeficiente de difusão de cloretos em solução infinita ( $1,6 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$  para NaCl);
- $D_0$  : Coeficientes de difusão de cloretos no material homogêneo (não fissurado).

Observe-se que o comprimento característico utilizado para calcular a área da fissura é dado pela formulação de Oliver (1989), pois leva em consideração a direção da fissura, enquanto o comprimento característico utilizado para representar o espaçamento médio das fissuras será dada pela raiz cúbica do volume do ponto de integração.

De posse destes dados deseja-se determinar o coeficiente de difusão de cloretos aparente para o material fissurado ( $D$ ) e a difusividade equivalente ( $D/D_0$ ) para o sistema de coordenadas.

Para o caso de um ponto de integração fissurado, figura 52.a, o fluxo de íons cloreto ( $F_{tot}$ ) é igual ao fluxo de íons difundidos na fissura ( $F_c$ ) adicionado com o fluxo difundido no material homogêneo ( $F_m$ ), de acordo com a figura 52.b e formulação abaixo.

$$F_{tot} = F_c + F_m \quad (6.13)$$

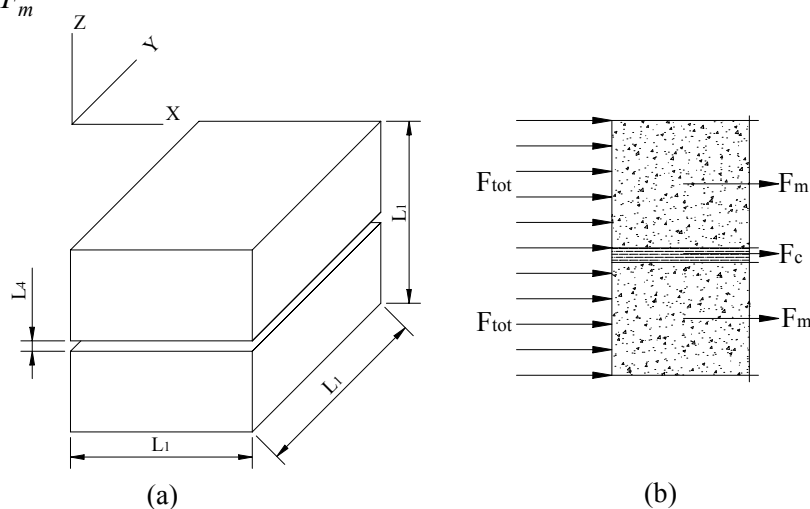


Figura 52 – (a) ponto de integração fissurado; (b) Esquema de passagem de fluxo.

Desenvolvendo o fluxo por sobre a superfície de concreto, obtêm-se:

$$q_{tot} = \frac{q_c \cdot A_c + q_m \cdot A_m}{A_c + A_m} \quad (6.14)$$

onde  $A_c$  é a área total da fissura perpendicular ao fluxo;  $A_m$  é a área total do material homogêneo perpendicular ao fluxo;  $q_c$  é o fluxo por difusão através da fissura por unidade de área;  $q_m$  é o fluxo por difusão através do material não fissurado por unidade de área.

Considerando que o material obedece a lei de Fourier, dada em (6.2), pode-se escrever os fluxos como:

$$q_c = -D_1 \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad e \quad q_m = -D_0 \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad e \quad q_{tot} = -D \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (6.15)$$

Substituindo (6.15) em (6.14), encontra-se que :



$$D = \frac{A_c D_1 + A_m D_0}{A_c + A_m} \quad (6.16)$$

e fazendo um rearranjo, tem-se que:

$$\frac{D}{D_0} = \frac{\frac{D_1}{D_0} + S}{1 + S} \quad (6.17)$$

onde  $S = \frac{A_m}{A_c}$

Considerando o caso tridimensional, o fluxo acontecerá nas três direções do sistema de coordenadas globais. Neste caso, mesmo que o material seja isotrópico, após a fissuração o seu comportamento será ortotrópico.

Com o objetivo de reduzir o gasto computacional, para o cálculo da área de material homogêneo não fissurado tomou-se a seguinte simplificação:

$$A_m = (V_{pi})^{2/3} \quad (6.18)$$

onde  $V_{pi}$  é o volume do ponto de integração.

A área fissurada será diferente para cada direção principal, de acordo com a formulação abaixo:

$$A_{C_X} = L_1 \cdot |\cos \beta| \cdot L_4 + L_1 \cdot |\cos \gamma| \cdot L_4 \quad (6.19)$$

$$A_{C_Y} = L_1 \cdot |\cos \alpha| \cdot L_4 + L_1 \cdot |\cos \gamma| \cdot L_4 \quad (6.20)$$

$$A_{C_Z} = L_1 \cdot |\cos \alpha| \cdot L_4 + L_1 \cdot |\cos \beta| \cdot L_4 \quad (6.21)$$

Lembrando que os cossenos diretores de um plano de fissuras são dados por um vetor perpendicular ao plano, pode-se checar que para o caso da figura 52.a, nos quais os cossenos diretores são (0;0;1), tem-se que:

$$A_{C_X} = A_{C_Y} = L_1 \cdot L_4 \quad ; \quad A_{C_Z} = 0 \quad (6.22)$$

o que era de se esperar, pois a forma como se formou a fissura só modificará o fluxo no sentido dos eixos x e y.

A partir da formulação unidimensional de um plano de fissura paralelo a um dos eixos pode-se observar melhor algumas características do modelo adotado. Pode-se determinar um fator de espaçamento de fissuras ( $f$ ), dado por:

$$f = \frac{L_1}{L_4} \quad (6.23)$$

De posse de (6.23), pode-se reformular a equação (6.17), para a seguinte fórmula:

$$\frac{D}{D_0} = \frac{\frac{D_1}{D_0} + S}{1 + S} = \frac{\frac{D_1}{D_0} + (f - 1)}{f} \quad (6.24)$$

onde  $S = \frac{A_m}{A_c} = \frac{L_1 - L_4}{L_4} = f - 1$

Com esta fórmula mais simples, pode-se fazer as seguintes observações sobre o modelo implementado:

- Se  $L_1 \gg L_4$ , então  $f \gg 1$  e a formulação (6.17) pode ser simplificada para

$$\frac{D}{D_0} = \frac{D_1}{D_0 f} + 1 \quad (6.25)$$

sendo a mesma plotada na figura 53. Deve ser enfatizado que o fator de espaçamento de fissuras raramente fica abaixo de 100.

- Quanto maior o fator de espaçamento de fissuras, menor será o coeficiente de difusão aparente do material fissurado. Isto ocorre para o caso de fissuras muito espaçadas ou com pequenas aberturas;
- A figura 53 demonstra que a influência da fissuração tende a ser mais significativa quando a proporção  $D_1/D_0$  é aumentada. Isso essencialmente significa que o efeito de trincas em sólidos com difusividades equivalentes será relativamente mais importante para materiais mais densos (caso do concreto de alto desempenho) para o qual o coeficiente de difusão inicial é reduzido. Esse fato está de acordo com pesquisa realizadas por Aldae et al. (apud Gérard e Marchand, 2000).

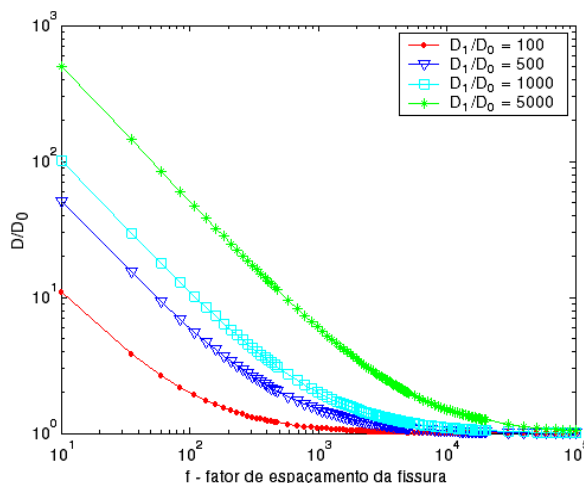


Figura 53 – Relação entre o fator de espaçamento da fissura e a difusividade equivalente.

- Para desenvolver o modelo supõe-se que a fissura é reta e constante por todo o ponto de integração, isso faz com que seja obtido um coeficiente de difusão aparente referente a um limite superior. Para amenizar esse fato, adota-se um fator que reduz a abertura da fissura de acordo com a seguinte formulação:

$$L_4 = \frac{1}{\tau} w \quad (6.26)$$

onde  $w$  é a abertura aparente da fissura e  $\tau$  um parâmetro que representa a tortuosidade da fissura. Na prática,  $\tau$  encontra-se na faixa de 2 a 5 (Gérard e Marchand, 2000).

- Os únicos parâmetros necessários para determinar o coeficiente de difusão para o material fissurado são as áreas de material fissurado e intacto no plano perpendicular ao da fissura. A área da fissura é encontrada com o uso do comprimento característico e a abertura da fissura no ponto de integração fissurado, já a área total da face, de forma simplificada, seria o quadrado da raiz cúbica do volume do ponto de integração.

Observa-se, na figura 54, o comportamento do fator de correção em relação a alguns parâmetros, adotando-se  $D_1 = 1,0 \times 10^{-5} \text{ cm}^2 / \text{s}$ ,  $D_0 = 2,0 \times 10^{-8} \text{ cm}^2 / \text{s}$  e  $\tau = 2,5$ .

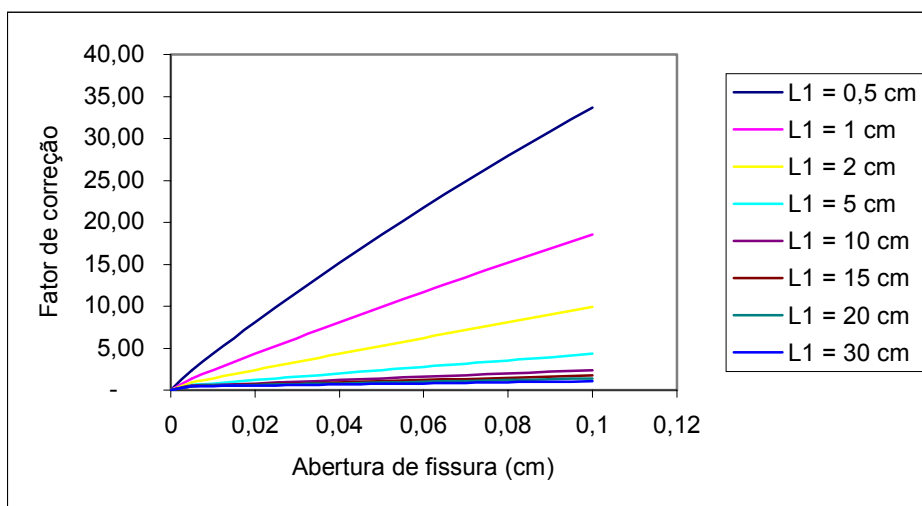


Figura 54 – Comportamento do fator de correção, para diferentes comprimentos característicos, em relação à abertura de fissuras.

Percebe-se que uma pequena fissura em um elemento de maiores dimensões apresenta uma menor influência devido à área não fissurada ser bem maior que a fissurada. A fórmula apresenta valores menores que 1 para elementos muito grandes e aberturas de fissuras muito pequenas; assim sendo, para estes casos adotou-se o valor unitário para o

fator de correção. O parâmetro que tem mais influência é o coeficiente de difusão para o material fissurado ( $D_f$ ).

### 6.4.2 CONCENTRAÇÃO SUPERFICIAL DE CLORETOS

A concentração superficial de cloretos na superfície de um elemento de concreto armado é extremamente dependente de parâmetros relacionados ao concreto (tipo e quantidade de cimento, presença de adições, relação  $a/c$ , entre outros) uma vez que é retirada uma pequena quantidade da superfície para determinação da concentração superficial, e ao meio ambiente (concentração ambiental de cloretos, ciclos de molhagem/secagem, direção preferencial dos ventos, topografia local, entre outros) uma vez que este é a fonte dos cloretos (Helene, apud Andrade, 2001). Em uma atmosfera marinha, os cloretos são carregados pelo vento e depositados por impacto na superfície dos elementos estruturais, sendo que os íons cloreto podem penetrar vários quilômetros para dentro do continente dependendo das direções do vento.

McGee (1999) conduziu um estudo de 1158 pontes no estado de Tasmânia (Austrália) e sugeriu que a concentração superficial de cloretos como uma função da distância para a costa através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} C_0(d) &= 2,95 \text{ [kg/m}^3\text{]} & d < 0,1 \text{ km} \\ C_0(d) &= 1,152 - 1,81 \log_{10}d \text{ [kg/m}^3\text{]} & 0,1 \text{ km} < d < 2,84 \\ C_0(d) &= 0,3 \text{ [kg/m}^3\text{]} & d > 2,84 \text{ km} \end{aligned} \quad (6.27)$$

Quando uma estrutura de concreto é construída em área salina, a concentração de cloretos é geralmente baixa. Contudo, à medida que a estrutura vai sendo exposta à ação do ambiente, a concentração de cloretos na superfície dos elementos começa a aumentar. Lin (1990) apresenta uma fórmula para a evolução da concentração superficial de cloretos no tempo, sendo esta dada por:

$$C_s(t) = C_0 (1 - \exp(-\alpha t)) \quad (6.28)$$

sendo  $C_s(t)$  a concentração superficial de cloretos no tempo;  $C_0$  a concentração assintótica de cloretos na superfície;  $t$  é o tempo de exposição (em dias);  $\alpha$  é um parâmetro experimental, sendo da ordem de 0,01 e 0,003.

Uma importante observação com relação a esse modelo é que com o passar do tempo a concentração superficial de cloretos tende a estabilizar-se em  $C_0$ , como demonstra a figura 55. De acordo com Vu e Stewart (2000) a concentração torna-se

constante para cerca de um ano de exposição, o que é satisfeito pela fórmula (6.28) para  $\alpha = 0,01$ .

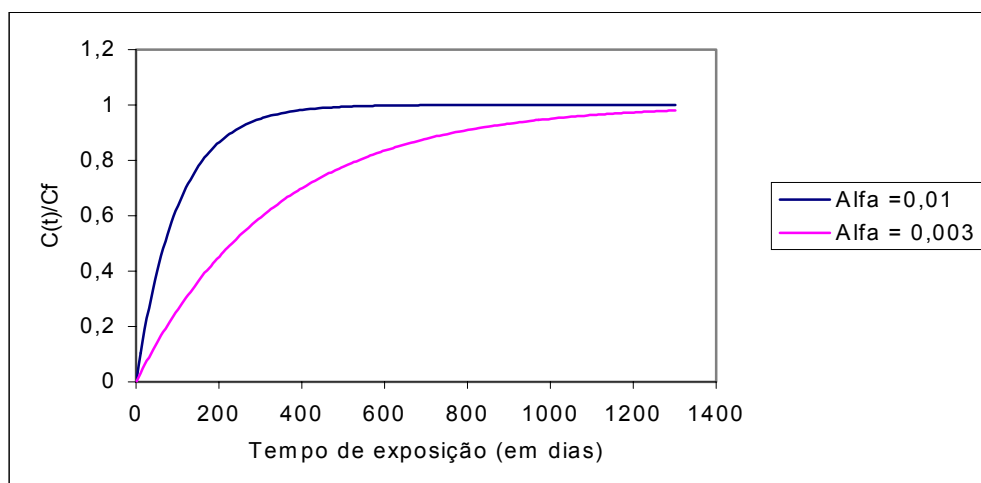


Figura 55 – Fórmula da concentração superficial de cloretos com o tempo.

Helene (apud Andrade, 2001) sugere valores de referência para a concentração superficial de cloretos em função das características do concreto e da concentração de cloretos no meio ambiente, conforme se pode observar na tabela 13, assumindo a concentração de cloretos no ambiente de acordo com a tabela 12.

Tabela 12 – Concentração de cloretos por litro de solução de acordo com ambiente (Helene, apud Andrade, 2001).

Ambientes	Tanques industriais	Água de mar Oceano Atlântico Névoa salina	Respingos de maré	Atmosfera marinha ou industrial	Atmosfera urbana ou rural
Concentração de cloretos no ambiente	5 molar 177500 mg/l 17,75%	0,70 molar 25000 mg/l 2,5%	0,14 molar 5000 mg/l 0,5%	0,03 molar 1000 mg/l 0,1%	0,004 molar 150 mg/l 0,015%

Contudo valores superiores aos da tabela 13 são encontrados, como os dados por Guimarães (apud Andrade, 2001) que avaliou uma estrutura em concreto armado localizada em ambiente marítimo no complexo portuário da cidade do Rio Grande (RS) e encontrou valores de 11,25 a 12 kg/m<sup>3</sup> para a concentração superficial e Tang e Andersen (1996) que apresentaram um relatório sobre a concentração superficial de cloretos em estruturas de concreto armado na Suécia, encontrando valores de 4,32 a 10,74 kg/m<sup>3</sup> para a concentração superficial.

Tabela 13 - Teores de cloretos orientativos ou de referência, no concreto da superfície, em função do meio ambiente (Helene, apud Andrade, 2001).

Ambiente	Teor de cloretos em massa, em relação a(o)		
	Cimento	Concreto	Água de amassamento
I. $f_{ck} > 35$ MPa, $a/c < 0,48$ , $C > 400$ kg/m <sup>3</sup> e $Ab_H < 4,2\%$			
Tanques industriais	4,47%	0,75%	9,81%
Água de mar Oceano Atlântico Névoa salina	0,63%	0,11%	1,31%
Respingos de maré	0,78%	0,13%	1,63%
Atmosfera marinha ou industrial	0,16%	0,03%	0,33
Atmosfera urbana ou rural	0,024%	0,004%	0,05%
II. $f_{ck}$ de 20 a 35 MPa, $a/c$ de 0,48 a 0,58, $C$ de 280 a 400 kg/m <sup>3</sup> e $Ab_H$ de 4,2 a 6,3%			
Tanques industriais	6,64%	0,94%	9,81%
Água de mar Oceano Atlântico Névoa salina	0,93%	0,13%	1,31%
Respingos de maré	1,14%	0,16%	1,97%
Atmosfera marinha ou industrial	0,24%	0,03%	0,41%
Atmosfera urbana ou rural	0,036%	0,005%	0,0062%
III. $f_{ck} < 20$ MPa, $a/c > 0,68$ , $C < 280$ kg/m <sup>3</sup> e $Ab_H > 6,3\%$			
Tanques industriais	10,65%	1,24%	15,21%
Água de mar Oceano Atlântico Névoa salina	1,5%	0,18%	2,14%
Respingos de maré	1,8%	0,21%	2,57%
Atmosfera marinha ou industrial	0,36%	0,042%	0,51%
Atmosfera urbana ou rural	0,046%	0,005%	0,066%

### 6.4.3 CONCENTRAÇÃO DE CLORETOS LIMITE

Como referência, Funahashi (1990) apresenta uma coletânea de dados de trabalhos científicos sobre a concentração de limites de cloretos, conforme a tabela 14.

Tabela 14 - Limites para o teor total de cloretos no concreto (Funahashi, 1990).

País/ Pesquisador	Norma/ Ano	Limite Máximo de Cloretos
		Concreto Armado
Lewis	1962	0,7 kg/m <sup>3</sup>
Hausmann	1967	0,2 – 2,8 kg/m <sup>3</sup>
Bermann	1972	0,77 kg/m <sup>3</sup>
Clear e Hay	1973	0,6 – 0,9 kg/m <sup>3</sup>
Clear	1974	0,66 kg/m <sup>3</sup>
Stratfull et al.	1975	0,66 kg/m <sup>3</sup>
Cady	1978	0,6 – 1,3 kg/m <sup>3</sup>
Browne	1982	1,33 kg/m <sup>3</sup>
Pfeifer et al.	1986	0,5 – 1,33 kg/m <sup>3</sup>

Outra forma para se expressar o teor de cloretos necessário para que ocorra a despassivação é a relação  $Cl^- / OH^-$  da solução dos poros, sendo este parâmetro o menos contestado para se prever o início do processo corrosivo. Contudo a obtenção deste valor é difícil em função da grande quantidade de intervenientes, além da variabilidade verificada no momento da medição do mesmo no concreto.

Conforme a revisão bibliográfica dos trabalhos mais atuais percebe-se que ainda não se chegou a um consenso a respeito do valor limite de cloretos que pode ser incorporado à massa do concreto para que não haja despassivação. Realmente o estudo é complexo pois muitas variáveis influenciam a instalação do processo corrosivo; entretanto, nota-se uma falta de padronização dos métodos de ensaio, pois se utiliza as mais diversas técnicas de determinação dos teores de cloreto nas misturas, usando uma diversidade de materiais em ambientes de características das mais variadas, dentre outras variáveis, que são de extrema relevância na determinação deste teor (Cabral, 2000)

## 6.5 ANÁLISE PARAMÉTRICA DO MODELO

O objetivo desse estudo é analisar a sensibilidade da concentração de cloretos com a variação de alguns parâmetros de entrada. A análise é baseada na variação de um parâmetro, relevante no processo analisado, em uma faixa de valores válidos observados, enquanto os demais parâmetros de base são mantidos constantes, para 25 anos de exposição.

Há várias propriedades materiais e ambientais que podem ser controladas de forma a tornar a simulação mais realista. Os seguintes parâmetros são investigados:

- $m$ , constante que depende das proporções utilizadas no traço do concreto, e que relaciona a difusividade do concreto no tempo de exposição;
- $T$ , temperatura absoluta da estrutura;
- $D_{ref}$ , coeficiente referencial de difusão de cloretos;
- $C_0$ , concentração superficial de cloretos;
- $H$ , umidade relativa do concreto;
- Fórmula para a previsão de cloretos imobilizados.

Será feita uma modelagem unidimensional do processo de transferência de massa do recobrimento de uma armadura para facilitar a percepção dos resultados encontrados. Para a análise de referência não foi levado em consideração a imobilização de cloretos, a idade do concreto, o efeito de fissuras e da temperatura, e adotou-se um coeficiente de difusão referencial igual a  $1,0 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s}$  e uma concentração superficial de cloretos de  $4,105 \times 10^{-6} \text{ kg/cm}^3$ .

### 6.5.1 SENSIBILIDADE PARA $m$

O parâmetro  $m$  é utilizado para determinar o fator de redução da difusão com o tempo, sendo relacionado com o tipo de cimento utilizado. Baixos valores, na faixa de 0,2 a 0,3, são usuais para misturas com cimento Portland comum, enquanto maiores valores na faixa de 0,5 a 0,7 podem ser atribuídos ao uso de escória de alto forno a níveis recomendados (Boddy et al , 1999). A comparação dos perfis de cloretos resultantes de diferentes valores de  $m$  são apresentados na figura 56.



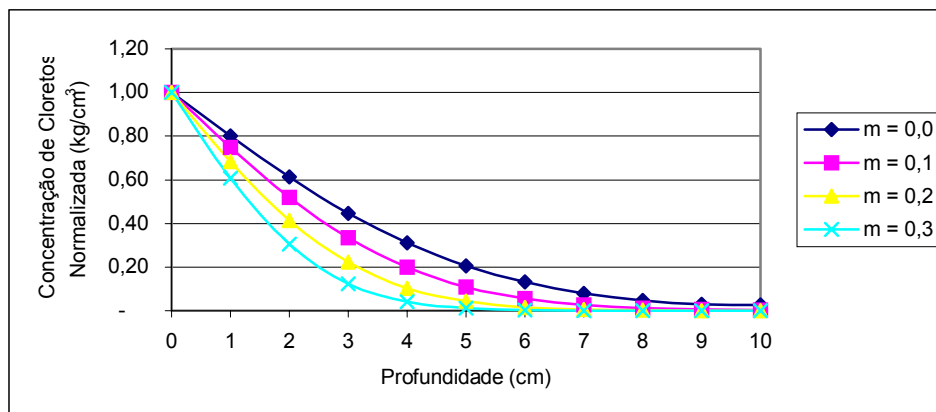


Figura 56 - Perfis de concentração de cloretos para diferentes valores de  $m$ .

Percebe-se que a previsão da vida útil é extremamente sensível a pequenas mudanças no parâmetro  $m$ . Isso era esperado devido à natureza exponencial na formulação de difusão. Conclui-se que com o aumento do valor de  $m$ , o tempo de iniciação de corrosão aumenta e conseqüentemente a concentração de cloretos na armadura se reduz. Pesquisas para quantificar adequadamente este parâmetro aumentarão a precisão da determinação da vida útil de estruturas.

### 6.5.2 SENSIBILIDADE À TEMPERATURA

A temperatura é um parâmetro que pode apresentar uma grande variação de acordo com a região onde se encontra a estrutura. Desta forma, em regiões muito quentes, torna-se bastante vantajoso economicamente tomar precauções para amenizar a velocidade de difusão, tais como usar um concreto de melhor qualidade ou aumentar a camada de recobrimento. Para análise será variada a temperatura de 5°C a 60°C, sendo importante lembrar que estruturas expostas ao sol podem chegar a temperatura na faixa dos 80°C.

A energia de ativação é um parâmetro associado à relação água/cimento do concreto. Martin-Perez et al. (2001) cita os valores de 41,8 kJ/mol, 44,6 kJ/mol e 32kJ/mol para as respectivas relações água/cimento de 0,4, 0,5 e 0,6. Esse parâmetro é utilizado na determinação da influência da temperatura no processo de difusão, expressa pela lei de Arrhenius. Observa-se na figura 57 que com um aumento da temperatura há uma redução da vida útil da estrutura devido a uma grande velocidade de difusão de íons cloreto.

Na figura 57, encontra-se os perfis de concentração de cloretos para diferentes temperaturas, demonstrando uma grande influência no processo de difusão e validando a

necessidade do acoplamento de uma análise térmica ao processo de previsão de vida útil de estruturas submetidas à corrosão iniciada por ataque de cloretos.

Hooton et al (2002) afirmam que a temperatura apresenta um importante papel no processo de cura do concreto, influenciando a difusão de cloretos. Hussain et al. (1995) encontraram, em estudos realizados sobre o comportamento de cloretos em diferentes temperaturas (20 e 70°C), que o aumento da temperatura de cura causou a diminuição da taxa de entrada de cloretos, concluindo que o aumento da temperatura durante a cura tem grande influência nas propriedades relacionadas à entrada de agentes agressivos no concreto. Neste trabalho a influência da temperatura é apenas considerada para o aumento da mobilidade iônica, desprezando seu efeito no processo de cura.

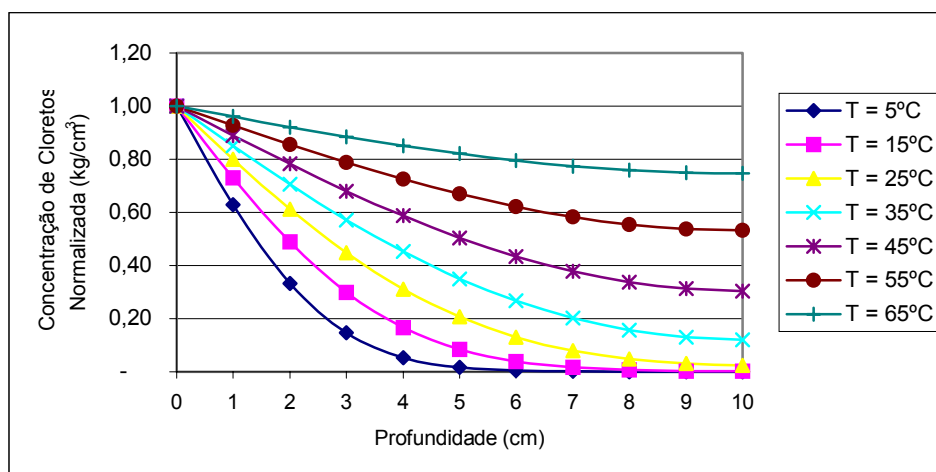


Figura 57 - Perfis de concentração de cloretos para diferentes temperaturas.

### 6.5.3 SENSIBILIDADE AO COEFICIENTE DE DIFUSÃO REFERENCIAL

O coeficiente de difusão de cloretos referencial pode variar dependendo da qualidade do concreto. Para concretos de alto desempenho (relação água/cimento de 0,4, adição de 25% de escória de alto forno e 8% de sílica ativa) o valor pode ser de  $0,33 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s}$ .

O resultado plotado na figura 58 demonstra a importância da adoção de concreto de alto desempenho no processo de ataque por cloretos.

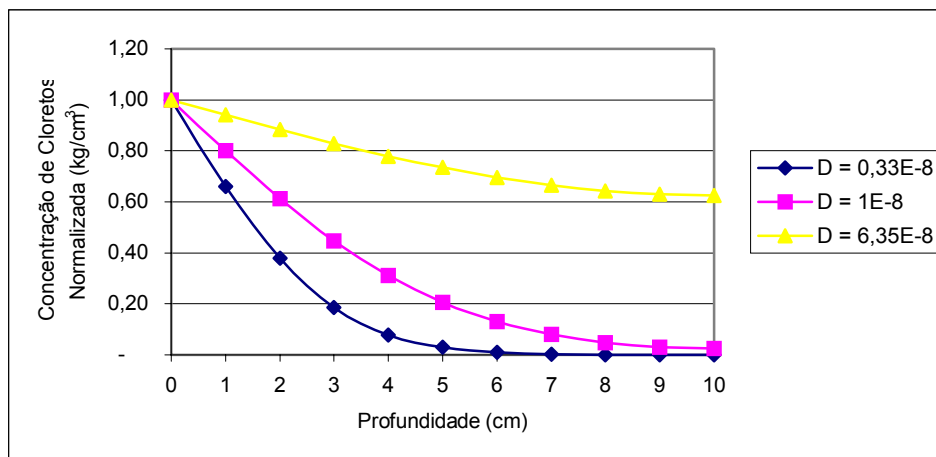


Figura 58 - Perfis de concentração de cloretos para diferentes coeficientes de difusão referencial.

#### 6.5.4 SENSIBILIDADE À CONCENTRAÇÃO SUPERFICIAL DE CLORETOS

Admite-se que a concentração superficial de cloretos é constante e dependente da exposição da estrutura, da direção dos ventos e outros fatores ambientais. Para a análise admite-se uma variação de  $3,0 \text{ kg/m}^3$  até  $19 \text{ kg/m}^3$ , sendo os valores equivalentes a 0,125% a 0,8% da massa de concreto, respectivamente.

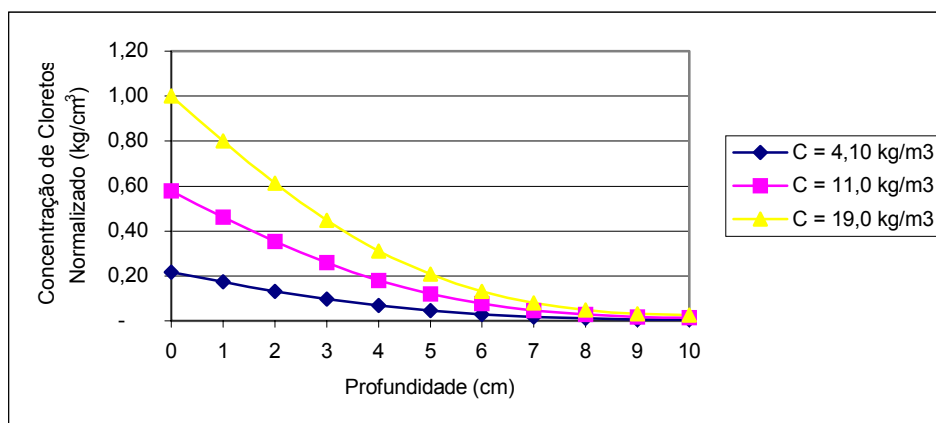


Figura 59- Perfis de concentração de cloretos para diferentes concentrações superficiais.

Ao analisar os perfis de concentração para diferentes concentrações superficiais na figura 59 se percebe que sua influência diminui em relação à profundidade, sendo este o parâmetro que apresenta menor influência no processo de iniciação da corrosão.

### 6.5.5 SENSIBILIDADE À ESTABILIZAÇÃO DE CLORETOS COM COMPOSTOS DO CONCRETO

Ao assumir que nenhuma parcela dos íons cloretos reagirá com compostos do concreto, se está subestimando a vida útil da estrutura. Na figura 60, mostram-se os perfis de concentração de cloretos para as diferentes isotermas disponíveis na literatura. Ao analisar os resultados percebe-se que a isoterma linear induz a uma maior redução do perfil de cloretos, enquanto a isoterma não-linear de Langmuir só apresenta modificações para baixos valores de concentração de cloretos e a de Freundlich apresenta uma forma de aumento gradual da parcela retida com a redução da concentração de cloretos.

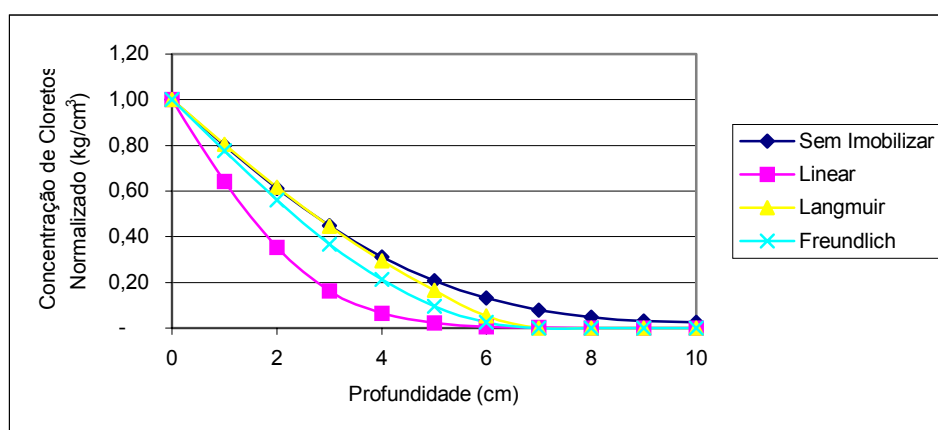


Figura 60 - Perfis de concentração de cloretos para diferentes isotermas.

## 6.6 APLICAÇÕES DO MODELO

Existem vários modelos matemáticos de deterioração por corrosão de armaduras induzidas por cloretos, e que são empregados para a previsão de vida útil da estruturas de concreto armado. Dentre eles, o modelo proposto por Fick, para o período de iniciação da corrosão, apresenta a vantagem de ser de fácil aplicação, e por isso é muito utilizado pelos pesquisadores da área. O coeficiente de difusão das substâncias que penetram nos poros do concreto é obtido geralmente a partir de modelagens matemáticas que seguem as leis de Fick (Hoffmann, 2001; Pereira, 2001).

A primeira lei de Fick é idêntica a lei de Fourier dada em (6.1) e a segunda lei de Fick é uma resolução matemática da fórmula (6.2) considerando uma análise unidimensional e assumindo que o substrato é homogêneo, isotrópico e o meio é inerte, sendo ela expressa da seguinte forma:

$$C(x,t) = C_0 \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{tD}} \right) \right] \quad (6.29)$$

onde  $C_0$  é a concentração de cloretos na superfície;  $x$  é a profundidade,  $t$  é o tempo de exposição,  $D$  é o coeficiente de difusão de cloretos e  $\operatorname{erf}(\cdot)$  é a função de erro de Gauss.

Para comprovar o modelo, é utilizado um corpo-de-prova cilíndrico de 10cm de diâmetro e 20 cm de altura submetido a uma concentração de cloretos constante em todas as faces externas. Considera-se que todos os fatores de correção são unitários, desta forma o coeficiente de difusão efetivo será igual ao coeficiente de difusão referencial e assim pode-se fazer comparações com a 2ª lei de Fick. Devido à simetria só será modelada a metade de um quadrante, sendo a malha de elementos finitos formada por 969 nós e 168 elementos hexaédricos de 20 nós, como se indica na figura 61. Para garantir uma melhor precisão, fez-se um refinamento nos elementos que estão submetidos à concentração superficial de cloretos.

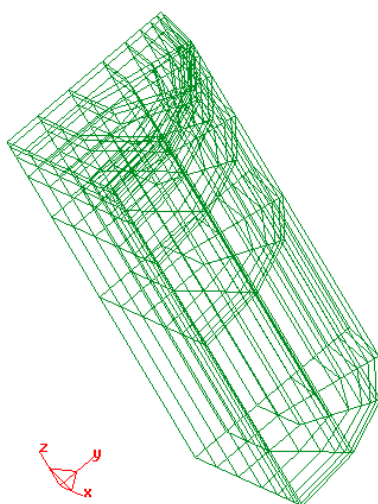


Figura 61 – Malha utilizada para discretização espacial.

A análise foi realizada para um coeficiente de difusão de cloretos igual a  $2 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s}$  e uma concentração superficial de cloretos constante igual a  $2,05 \text{ kg/m}^3$  de concreto. A análise foi realizada para um tempo de 370 dias, utilizando incrementos de 5 dias. Os resultados são plotados nas figuras 62 e 63.

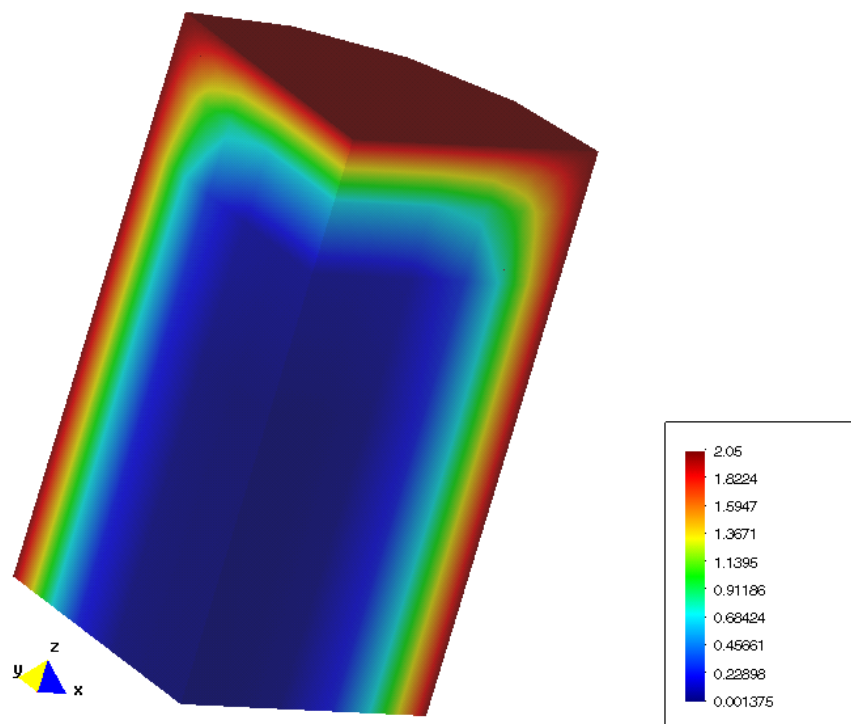


Figura 62 – Vista do corpo de prova aos 370 dias de exposição.

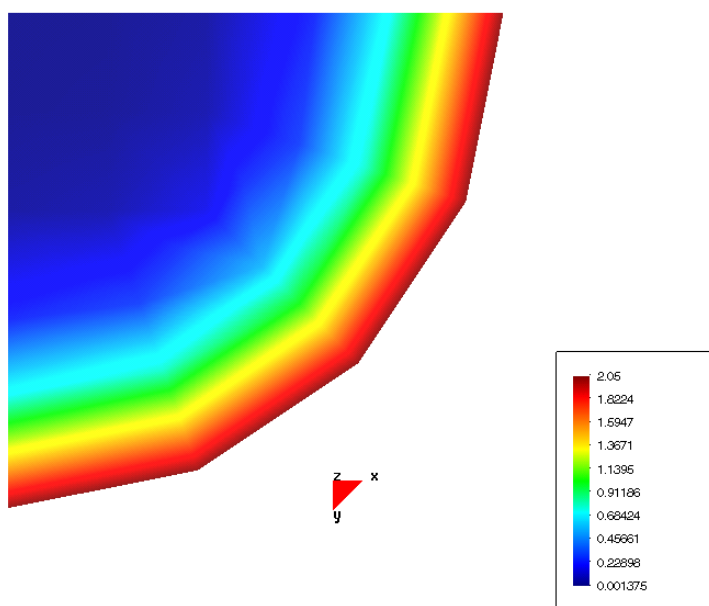


Figura 63 - Vista da face correspondente à metade do corpo de prova.

Os resultados do modelo, para o tempo de 370 dias de exposição, foram comparados com os utilizando a 2ª de Fick, conforme figura 64, onde M significa os resultados do modelo computacional e F são os resultados utilizando a formulação de Fick e o termo entre parênteses representa a profundidade analisada. A linha analisada foi a

localizada no centro, pois não sofre influência da concentração de cloretos das faces para intervalos de tempo curtos, caracterizando um comportamento unidimensional.

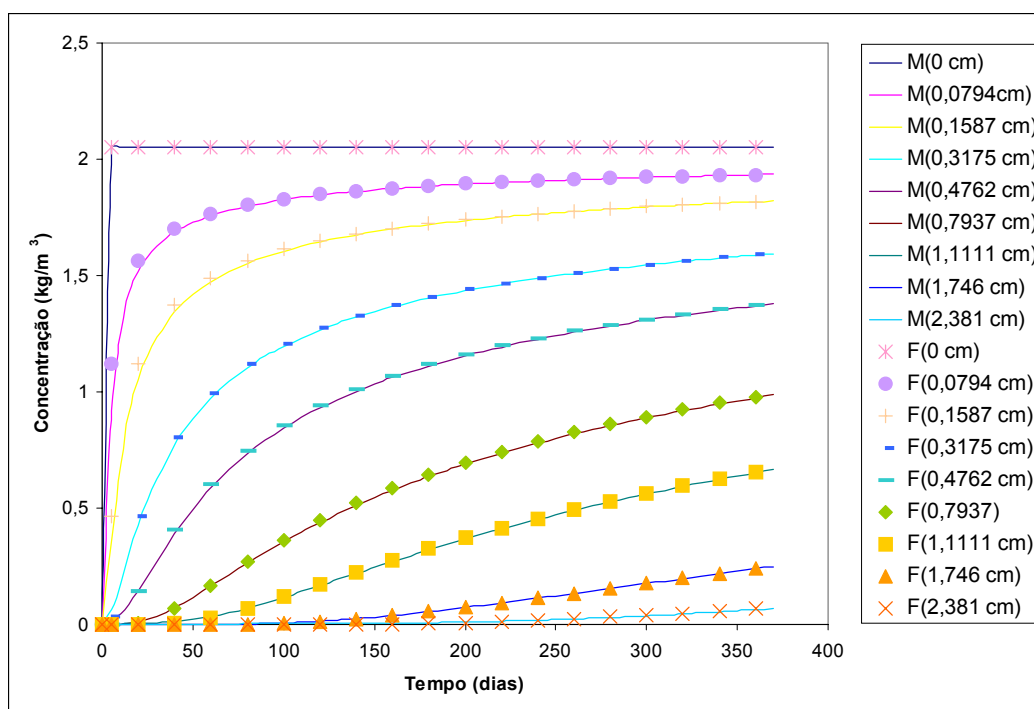


Figura 64 – Comparação entre a concentração de cloretos em relação ao tempo para várias profundidades para o modelo computacional e a formulação de Fick.

Ao analisar os resultados da figura 64 conclui-se que o modelo apresenta resultados idênticos à formulação analítica (2ª lei de Fick) que é utilizada para a determinação do coeficiente de difusão de cloretos através do ajuste do perfil experimental de cloretos utilizando o método dos mínimos quadrados (Andrade, 2001).

Entretanto, para casos de estruturas de concreto expostas a ambientes marinhos, o efeito da umidade relativa, da temperatura, da imobilização de cloretos, das fissuras e do tempo no coeficiente de difusão, bem como a variação da concentração superficial de cloretos com o tempo, influenciam bastante a distribuição da concentração de cloretos.

De acordo com Vu e Stewart (2000), na análise de vigas de pontes, a concentração na face superior pode ser considerada igual à concentração na face inferior, apresentado um menor valor para as faces laterais da viga.

Desta forma, para avaliar o efeito de todos os fatores em conjunto no processo de transporte de íons cloreto em estruturas de concreto armado, faz-se a análise da viga utilizada na análise de longa duração e térmica, com os parâmetros para análise transiente de difusão, cujos dados estão na tabela 15 .

Tabela 15 – Parâmetros para a análise do processo de difusão de cloretos.

Parâmetro	Valor
Concentração superficial de cloretos:	
Face superior e inferior	9 kg/m <sup>3</sup>
Laterais	3 kg/m <sup>3</sup>
Coefficiente de difusão de cloretos referencial	1,728x10 <sup>-7</sup> m <sup>2</sup> /dia
<i>m</i> (ref. Tempo de exposição)	0,2
Temperatura	Dados do capítulo 4
Carregamento	Dados do capítulo 3
Umidade relativa do concreto	85%
Isoterma de Freundlinch	$\alpha = 1,03$ $\beta = 0,36$
U (ref. temperatura)	U = 44,6 KJ/mol
Incremento de tempo	5 dias
Tempo de análise	50 anos (18260 dias)
Tolerância da análise	0,0001

Para garantir uma boa precisão dos resultados, faz-se um refinamento da malha nas superfícies com concentração prescrita. A malha adotada para representar o processo de difusão de cloretos é composta de 180 elementos hexaédricos quadráticos, com 1043 nós, de acordo com a figura 65.

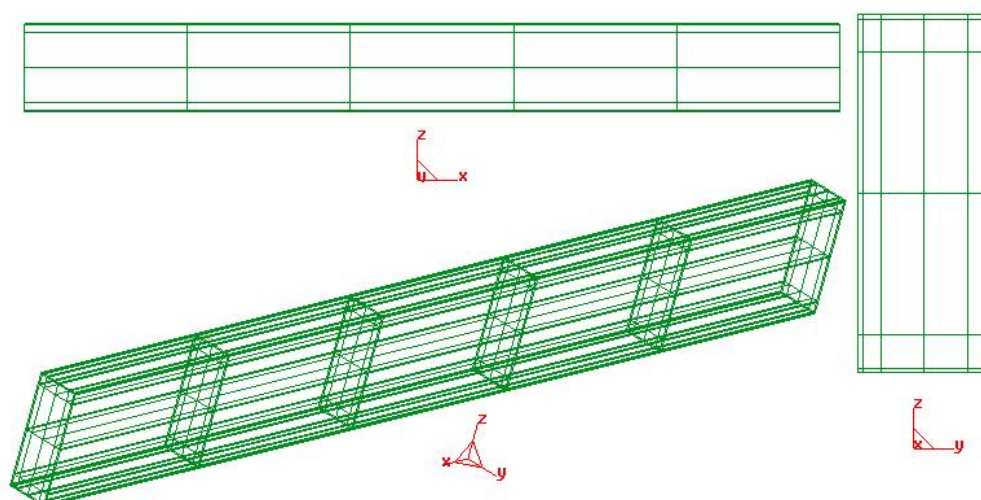


Figura 65 – Malha adotada para analisar a difusão de cloretos.



A distribuição encontrada na seção transversal da viga para os intervalos de tempo de 4 dias, 7 anos, 25 anos e 50 anos estão dadas na figura 66.

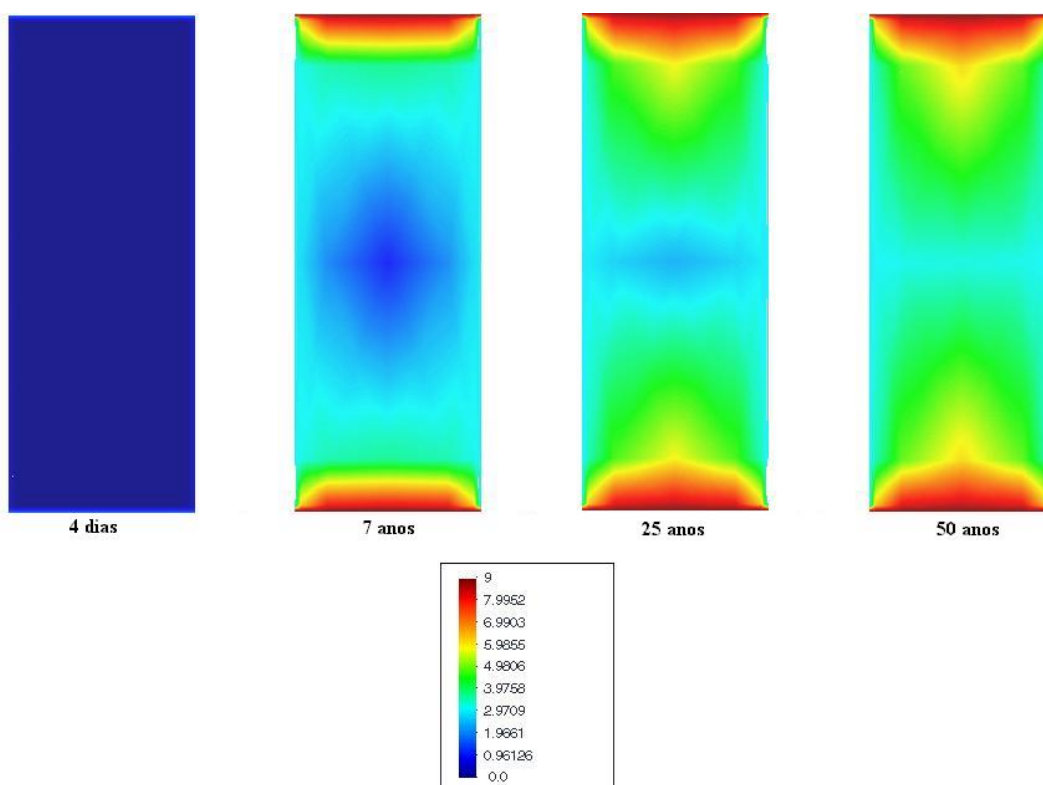


Figura 66 – Concentração de cloretos para 4 dias, 7 anos, 25 anos e 50 anos.

Os perfis de concentração de cloretos são dados na figura 67, sendo a espessura da camada tomada como ponto de partida a face superior.

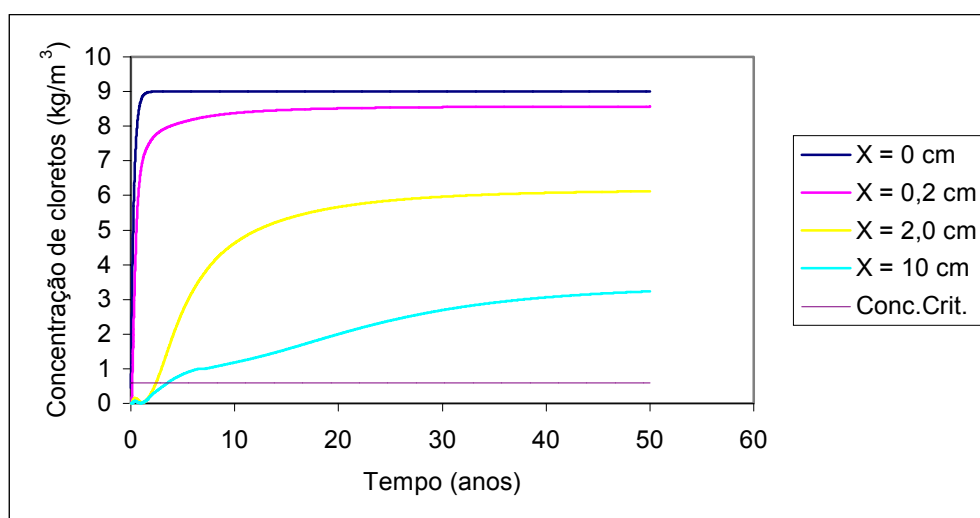


Figura 67 – Perfis de cloretos para diferentes profundidades e a concentração de cloretos.

Observou-se que o ponto central da viga recebe primeiramente cloretos provenientes das faces laterais e depois ocorre a chegada de íons provenientes da concentração das faces superior e inferior. Assumindo que a concentração de cloretos crítica é de  $0,6 \text{ kg/m}^3$  de concreto (valor mínimo indicado por Mehta e Monteiro, 1994), percebe-se, na figura 67, que em muito pouco tempo uma estrutura exposta ao ambiente agressivo, com as características dadas pela tabela, apresentaria problemas de perda de passividade.

Observou-se nos resultados que as fissuras provenientes do carregamento não apresentaram nenhuma influência no processo de difusão, isso se deve ao baixo carregamento que gerou pequenas aberturas de fissuras. Constata-se que houve uma difusão de cloretos bastante rápida, apesar do concreto ser de boa qualidade (coeficiente de difusão referencial baixo). Isso se deve a combinação dos fatores de correção, demonstrando a importância da adoção de parâmetros coerentes de forma a melhor representar o fenômeno.

## 7. CORROSÃO ELETROQUÍMICA

### 7.1 INTRODUÇÃO

A corrosão é geralmente um processo espontâneo que, não fosse o emprego de mecanismos protetores, causaria a destruição completa dos materiais metálicos. Os processos de corrosão compreendem reações químicas e eletroquímicas que se passam na superfície do metal e obedecem a princípios bem estabelecidos.

O fato da corrosão ser basicamente uma reação de superfície faz supor que ela possa ser controlada pelas propriedades do produto de corrosão. O composto metálico formado pode agir como uma barreira entre o meio corrosivo e o metal, diminuindo assim, a velocidade de corrosão do metal. Esse fato é freqüentemente observado na reação entre metais e meios gasosos. Entretanto, admitindo o concreto como úmido, assume-se que o produto de corrosão pode ser removido. Conseqüentemente, a velocidade de corrosão não deverá sofrer modificação com o tempo devido à formação de película. Esse caso ocorre quando se formam produtos de corrosão solúveis ou quando os produtos de corrosão são formados em locais que se situam entre as áreas que sofreram e as que não sofreram a ação do meio corrosivo (Gentil, 1996).

Como a corrosão tem sua base científica bem definida, deve-se inicialmente procurar esclarecer os mecanismos dos processos corrosivos, a fim de indicar os métodos adequados de proteção ou mesmo modificações de projeto. Nenhum desenvolvimento, por mais simples que seja, dispensa o estudo teórico dos seus fenômenos. Apesar de alguns aspectos teóricos não serem aplicáveis rigorosamente em todos casos práticos, na maioria deles a parte teórica se constitui num guia para o controle da corrosão, evitando que se cometam falhas já na fase de projeto.

A medição da atividade de corrosão da armadura é uma importante ferramenta para assegurar o desempenho atual e futuro de estruturas expostas a ambientes agressivos. Várias técnicas experimentais podem ser utilizadas para estudar o processo de corrosão, em especial Bentur et al.(1997) e Cascudo (1997) destacam as técnicas eletroquímicas de potenciais de corrosão, resistência de polarização, resistividade elétrica, ruídos eletroquímicos, impedância eletroquímica e curvas de polarização.

## 7.2 MECANISMOS DE CORROSÃO DAS ARMADURAS NO CONCRETO

A corrosão das armaduras é resultante da incapacidade do concreto exercer sua função protetora. Uma vez que o aço se encontre desprotegido (devido à carbonatação ou concentração excessiva de cloretos), a velocidade de deterioração da estrutura de concreto é determinada por diversos fatores.

O processo eletroquímico de corrosão das armaduras é baseado na formação de uma pilha eletrolítica. Para que a pilha seja formada é necessária a existência de uma diferença de potencial entre pontos da superfície da armadura ou do material que a envolve, a existência de um eletrólito caracterizado pela solução presente nos poros do concreto e que haja oxigênio para que ocorram as reações de redução.

Para a corrosão da armadura, o processo anódico está relacionado com a dissolução do ferro em íons que passam pela solução presente nos poros do concreto como um íon positivo bivalente deixando, portanto, dois elétrons na armadura, de acordo com a reação de oxidação seguinte:



O excesso de elétrons livre flui através da armadura para a região catódica onde são consumidos em uma reação de redução. No meio altamente alcalino normalmente presente no concreto, é comumente aceito que a reação catódica que prevalece é a redução do oxigênio, de acordo com a fórmula seguinte:



De acordo com Gulikers (1996), as estruturas de concreto livremente expostas ao ambiente geralmente têm uma quantidade de oxigênio difundida no recobrimento capaz de suprir as reações catódicas. Os íons hidroxila ( $OH^{-}$ ) produzidos pelas reações catódicas migram sob a influência do campo elétrico em direção ao região anódica onde neutralizam os íons de ferro ( $Fe^{+2}$ ), formando produtos de corrosão como anteriormente citados.

As reações anódicas geram elétrons a uma taxa exatamente igual a qual eles são consumidos em reações catódicas, portanto a taxa de dissolução de íons pode ser controlada através da velocidade das reações anódicas ou catódicas. Com isso a taxa de corrosão pode ser relacionada com a taxa negativa de geração de elétrons livres na

armadura (densidade de corrente anódica ou de corrosão),  $i_a$  [ $\mu A/cm^2$ ]. O processo é esquematizado na figura 68.

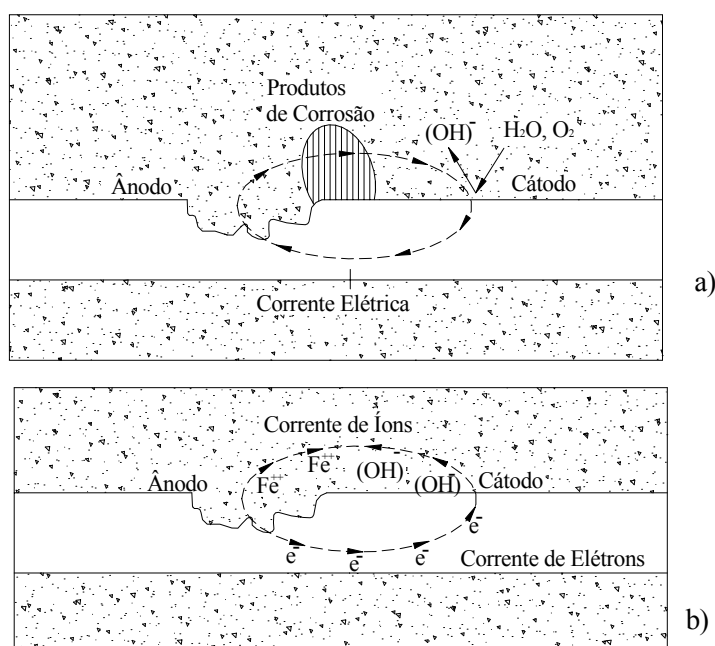


Figura 68 - Processo de corrosão na superfície da armadura. a) Localização das reações anódicas e catódicas e laço de fluxo elétrico. b) Fluxo de elétrons e de íons  $Fe^{++}$ .

Uma vez quebrada a película de proteção da armadura, os íons cloretos apresentam uma característica catalisadora, agravando o processo de corrosão. De acordo com a teoria do complexo transitório, os íons cloreto competem com as hidroxilas pelos íons de ferro, produzidos pelo processo de corrosão, para a formação de compostos de corrosão solúveis, denominados complexos transitórios. No concreto adjacente à área anódica, a concentração de cátions de ferro ( $Fe^{+2}$ ,  $Fe^{+3}$ ) aumenta, isto é, o pH cai, enquanto que a produção de íons hidroxilas ( $OH^-$ ) ocorre na vizinhança das áreas catódicas do aço. Devido à queda local do pH no ânodo, um complexo solúvel de cloretos e ferro ( $FeCl_2$ ,  $FeCl_3$ ) é formado. Estes complexos difundem-se a partir do ânodo para outras regiões, permitindo que a corrosão continue. Distante do eletrodo (armadura), onde ambos o pH e a concentração de oxigênio dissolvidos são altos, o complexo quebra, precipitando hidróxido de ferro ( $Fe(OH)_2$ ), liberando o íon cloreto ( $Cl^-$ ) para reagir posteriormente com outros íons de ferro no ânodo. Portanto, a corrosão das armaduras devido aos cloretos é mais preocupante que a corrosão devida à carbonatação pois os cloretos não são consumidos nas reações, ficando novamente livres após as mesmas.

A natureza dos produtos finais da corrosão de armaduras depende de diversos fatores tais como temperatura, da concentração de oxigênio e, principalmente, o teor de cloretos. Os produtos de corrosão são uma gama variada de óxidos e hidróxidos de ferro ( $FeO$ ,  $Fe_3O_4$ ,  $Fe_2O_3$ ,  $Fe(OH)_2$ ,  $Fe(OH)_3$  e  $Fe(OH)_3 \cdot 3H_2O$ ) que passam a ocupar, no interior do concreto, volumes de 3 a 10 vezes superiores ao volume original do aço da armadura, podendo causar tensões maiores que 15 MPa (Casudo, 1997; Liu, 1996).

A formação de uma diferença de potencial em pontos da armadura pode ser devido a algumas condições específicas. Entretanto as heterogeneidades inerentes ao concreto sempre geram os requisitos necessários para que ocorra corrosão. O tipo de pilha eletroquímica gerada, então, dependerá da fonte geradora da diferença de potencial.

Em princípio, poder-se-ia pensar que, quanto maior a diferença de potencial entre dois eletrodos, maior seria a velocidade de corrosão. No entanto não se pode esquecer que potencial é um parâmetro termodinâmico, logo utilizá-lo na análise da cinética de processos eletroquímicos, sem levar em consideração outros fatores, pode induzir a conclusões errôneas. A diferença de potencial entre dois eletrodos indica apenas quem atuará como cátodo e quem atuará como ânodo. A velocidade das reações anódica e catódica dependerá das características de polarização. Gentil (1997) afirma que a velocidade de corrosão medida é 20-50 vezes menor que o valor calculado considerando os potenciais do cátodo e do ânodo constantes.

O potencial medido de cada eletrodo é alterado para uma medida que depende da grandeza da corrente e de sua direção. A direção da variação do potencial é sempre oposta ao deslocamento do equilíbrio, e portanto oposta ao fluxo de corrente. Verifica-se que ao circular a corrente, os potenciais de eletrodo não se mantêm iguais aos seus valores originais, mas variam em função da corrente circulante. Este fenômeno é a polarização. No caso de uma célula galvânica, o ânodo torna-se mais catódico em potencial e o cátodo torna-se mais anódico em potencial e a diferença nos potenciais entre os dois eletrodos sempre diminui.

O valor do potencial de corrosão é dependente das atividades do ânodo e do cátodo, sendo as mesmas descritas por meio das reações químicas. Contudo a eletroquímica do processo deve ser descrita por meio de curvas de potencial pela densidade de corrente elétrica (em escala logarítmica). Essas curvas são denominadas curvas de polarização e produzem importantes informações sobre taxas de corrosão, películas, passividade, tendências à corrosão por pite e outros importantes dados.

O levantamento das curvas de polarização foi uma das primeiras técnicas eletroquímicas a ser efetivamente empregada em corpos-de-prova de concreto armado. Basicamente tratava-se de um estado acelerado do efeito de diversos aditivos sobre o concreto, referente ao comportamento quanto à corrosão.

Uma curva de polarização anódica para uma armadura em meio alcalino é apresentada na figura 69. De acordo com Bentur et al.(1997), em potenciais fortemente negativos, referenciados como potenciais de ativação, a taxa de corrosão aumenta rapidamente com o desenvolvimento de potenciais mais positivos (pontos 1 e 2) e repentinamente decresce com o aumento de potencial devido à formação de óxido de ferro. O potencial no qual isso ocorre é conhecido como potencial passivo primário, e denominado  $E_{pp}$  na curva (pontos 2 e 3). Então, para uma grande faixa de potenciais, a armadura é corroída a uma taxa desprezível (pontos 3 e 4) e esta é a região de armadura passivada. Para potenciais mais elevados, ocorre a quebra da água para produzir oxigênio e graves corrosões podem ocorrer devido à perda da passividade (ponto 5). O potencial no qual isso ocorre é chamado potencial transpassivo, denominado  $E_{tp}$  na curva.

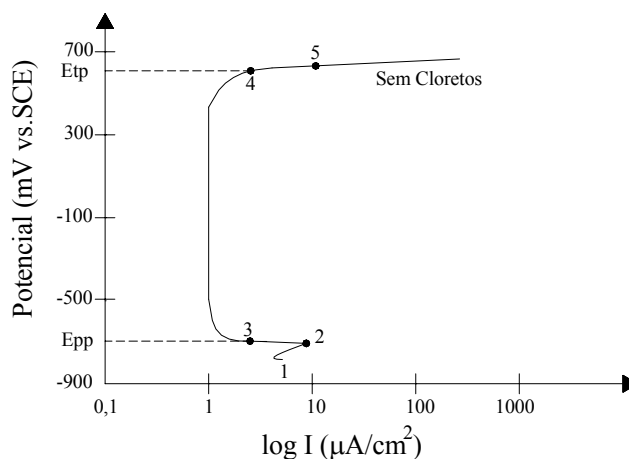


Figura 69 – Curva típica de polarização anódica potenciodinâmica do aço em solução alcalina (aço passivado).

O comportamento catódico é demonstrado na figura 70. A taxa de reação catódica para produzir  $OH^-$  decresce com o aumento do potencial (do ponto 1 para o 2 da figura 70).

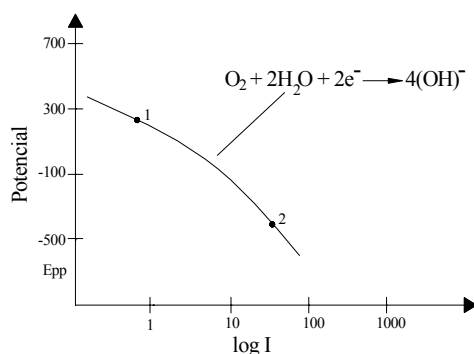


Figura 70 - Curva típica de polarização catódica potenciodinâmica.

Como em outros processos químicos, as reações anódica e a catódica devem ser balanceadas. Os elétrons fluem da região anódica para a região catódica, e há um fluxo contrário de íons através da solução da região anódica para a catódica. Estes fluxos de elétrons e íons são as correntes anódicas e catódicas, respectivamente. O potencial de corrosão,  $E_{corr}$ , é o potencial no qual as taxas de reação anódica e catódica estão balanceadas, e no qual os valores absolutos das correntes anódicas e catódicas são iguais.

Na figura 71 é mostrado onde as curvas de polarização anódica e catódica são sobrepostas. A corrente no potencial de corrosão ( $E_{corr}$ ) é definida como corrente de corrosão ( $I_{corr}$ ). Desde que a armadura está geralmente passivada, caso de concretos não carbonatados ou livres de íons cloretos, a intersecção das duas reações ocorre em uma zona passiva.

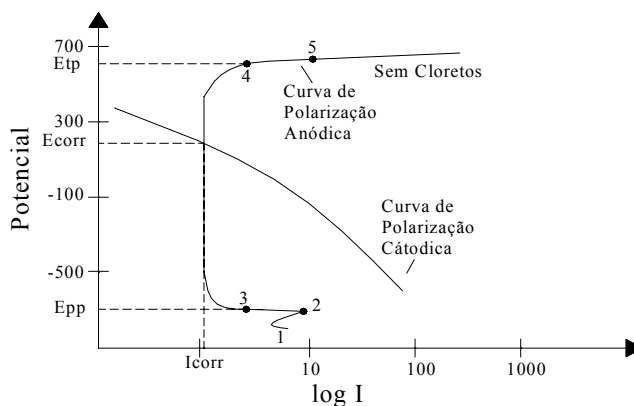


Figura 71 – Representação esquemática da interação entre as curvas de polarização anódica e catódica.

Agora que o comportamento passivo da armadura no concreto foi explicado utilizando conceitos eletroquímicos, será demonstrado como os mesmos conceitos podem ser utilizados para descrever o comportamento da corrosão devido ao ataque de cloretos.

O comportamento anódico da armadura no concreto muda drasticamente na presença de cloretos, de acordo com a figura 72. Observa-se o potencial de formação de



pite ( $E_p$ ) e o acentuado aumento na corrente de corrosão após esse potencial (a linha tracejada representa a curva obtida na ausência de cloretos).

A presença de cloretos causa o aparecimento de pites. Quando isto ocorre a densidade de corrente no pite é alta e o controle de corrosão é apenas limitado pela extensão do cátodo. A curva de polarização anódica é quase horizontal (ponto 1 da figura 72). Para potenciais negativos em relação a  $E_p$ , os pites não são estáveis e sua formação é paralisada. Para potenciais positivos em relação a  $E_p$ , a taxa de corrosão é de ordem de magnitude superior à taxa passiva e pode ocorrer em vários lugares a perda de metal.

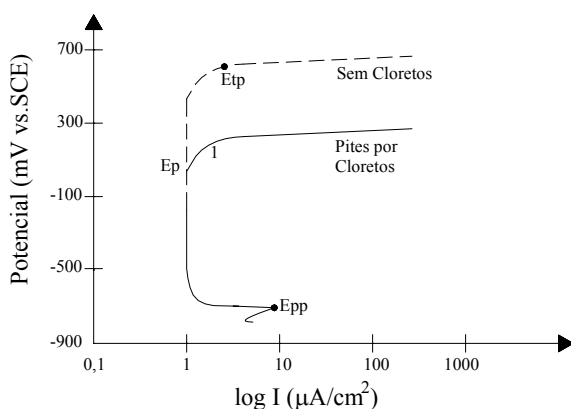


Figura 72 – Curva de polarização anódica na presença de cloretos.

O aumento da concentração de cloretos facilita o processo de pites e o resultado é um menor potencial de proteção por pite ( $E_p$ ), conforme figura 73.

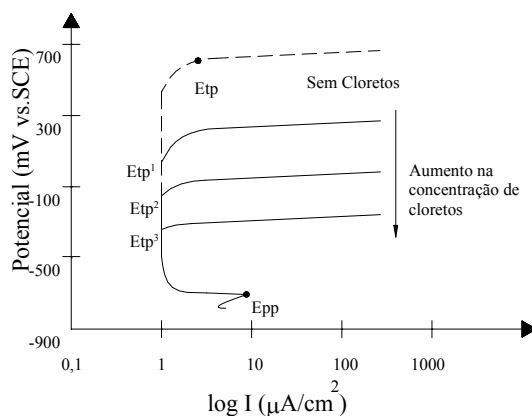


Figura 73 – Influência do aumento na concentração de cloretos na curva de polarização anódica.

Para uma mesma extensão de cátodo, acontece um aumento na densidade de corrente de corrosão progressivamente com o aumento na concentração de cloretos, conforme figura 74. É daí que vem a associação de quanto mais negativo for o potencial de corrosão, maior será a densidade de corrente de corrosão.

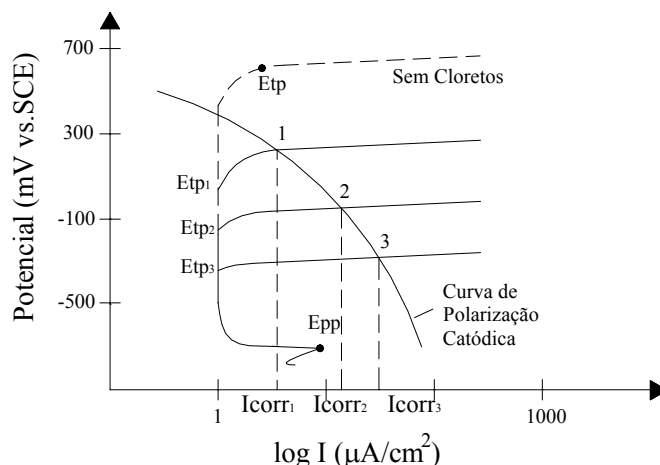


Figura 74 - Representação esquemática da interação entre as curvas de polarização catódica com curvas anódica com diferentes concentrações de cloretos.

### 7.3 FORMULAÇÃO PARA A DENSIDADE DE CORRENTE DE CORROSÃO

O conhecimento da velocidade de corrosão de um metal constitui um dos objetivos dos técnicos preocupados com a durabilidade dos materiais, visto que pelo seu conhecimento se pode prever a durabilidade de estruturas e equipamentos. Infelizmente a metodologia descrita para a sua determinação, ou seja, pela intersecção das curvas anódica e catódica, na prática não é possível uma vez que é uma corrente que circula dentro do metal. Qualquer dispositivo ou técnica utilizada para a sua medição acusará valor zero de corrente, pois as correntes anódica e catódica, iguais em módulo, se anulam.

Na literatura existem pouquíssimos modelos matemáticos para a determinação da taxa de corrosão. Os poucos encontrados são, na sua maioria, aplicáveis a condições específicas de exposição. De acordo com Andrade et al (2002), a densidade de corrente de corrosão é um parâmetro que pode variar de  $0,1 \mu\text{A}/\text{cm}^2$  (concretos seco) a  $100 \mu\text{A}/\text{cm}^2$  para estruturas marítimas, sendo ainda necessários estudos mais aprofundados para compreender a influência das diversas condições de exposição. O modelo utilizado neste trabalho é o proposto por Liu (1996).

O modelo foi elaborado para a análise de estruturas de concreto armado levando em consideração que a taxa de corrosão é um parâmetro dinâmico que varia com as condições climáticas, tempo de exposição, concentração de cloretos e propriedades do concreto. A formulação foi obtida a partir de uma regressão não-linear múltipla de 2927 medições das variáveis em um experimento realizado em sete séries de lajes de pavimento

de concretos contaminados com cloretos, sob condições naturais de exposição durante cinco anos, utilizando para a determinação da taxa de corrosão a técnica de polarização linear. As lajes ensaiadas apresentavam a malha superior com armaduras longitudinais de aço eletricamente isoladas, de forma que 90% da corrosão seja baseada em micropilhas de corrosão.

Os parâmetros analisados foram os seguintes: a concentração de íons cloreto livres ( $Cl^-$ ) [ $kg/m^3$ ], a temperatura da armadura ( $T$ ) em Kelvin, a resistência ôhmica do concreto ( $R_c$ ) [ohm] e o tempo de corrosão ( $t$ ) em anos. Para a determinação da concentração de cloretos Liu (1996) utilizou o método da ASTM C 1152 (dissolução em solução ácida) e o ASTM C 1218 (dissolução em solução aquosa), desta forma foram encontradas duas fórmulas dadas abaixo.

$$\ln(1,08i_{corr}) = 7,89 + 0,7771\ln(1,69Cl) - 3006/T - 0,000116R_c + 2,24t^{-0,215} \quad (7.3)$$

$$\ln(1,08i_{corr}) = 8,37 + 0,618\ln(1,69Cl) - 3034/T - 0,000105R_c + 2,32t^{-0,215} \quad (7.4)$$

A expressão (7.3) não leva em consideração a imobilização de cloretos, e a (7.4), utilizando apenas os íons livres.

A resistência ôhmica reflete o grau de dificuldade através do qual um determinado fluxo de elétrons percorre um dado material, sendo bastante influenciada pelo grau de saturação dos poros de concreto, tipos de íons que estão presentes na poro-solução do concreto e temperatura. Na célula de corrosão, a resistência do eletrólito representa a taxa de transporte iônico, que é um dos principais fatores controladores da taxa de corrosão. De acordo com a teoria, a taxa de corrosão é inversamente proporcional à resistividade, salvo em condições de saturação ou de valores de resistividade muito altos.

### 7.3.1 INTERPRETAÇÕES DO MODELO

Nas figuras 75, 76, 77 e 78 apresentam-se os comportamentos do modelo para a variação da temperatura, da concentração de cloretos, do tempo de corrosão e da resistência ôhmica. Os valores utilizados como base para as figuras foi de um tempo de exposição de 1 ano com temperatura a 24°C, sendo um concreto com uma resistência ôhmica de 1500 ohm e uma concentração de cloretos na armadura de 1,8  $kg/m^3$ .

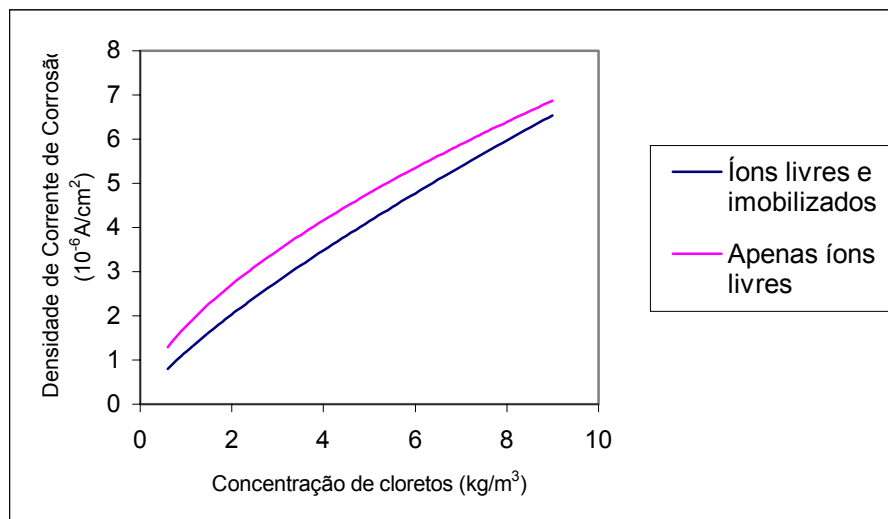


Figura 75 – Efeito da concentração de cloretos na densidade de corrente de corrosão.

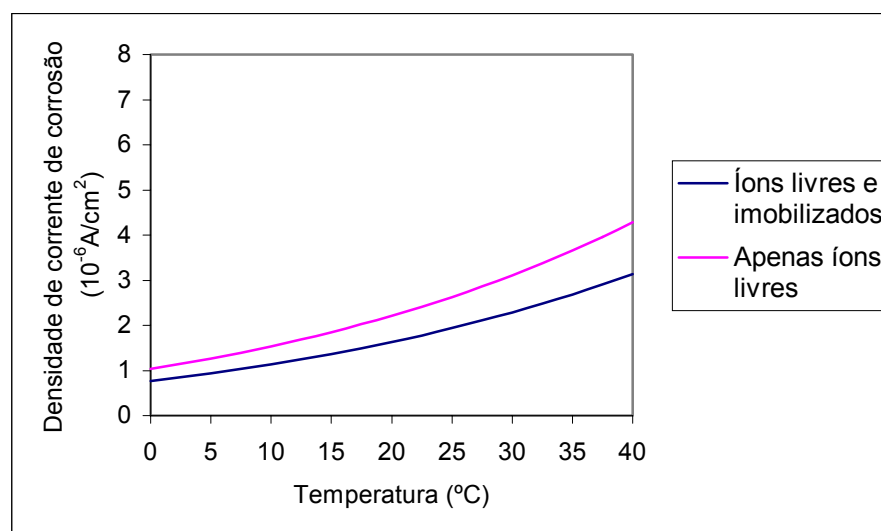


Figura 76 – Efeito da temperatura na densidade de corrente de corrosão.

Através das figuras 75, 76 e 77, percebe-se que a densidade de corrente de corrosão proposta pelas formulações (7.3) e (7.4) aumentam com o aumento da temperatura e da concentração de cloretos e sofre uma redução com o aumento da resistência ôhmica da camada de recobrimento da armadura, apresentando um comportamento semelhante ao observado na prática.

Na figura 78 percebe-se que o tempo de corrosão tem um efeito significativo na densidade de corrente de corrosão durante os primeiros estágios depois do início da corrosão. A densidade de corrente de corrosão diminui rapidamente logo após o início da corrosão e tende a um valor estacionário após cerca de 1 ano, considerando uma concentração de cloretos constante.

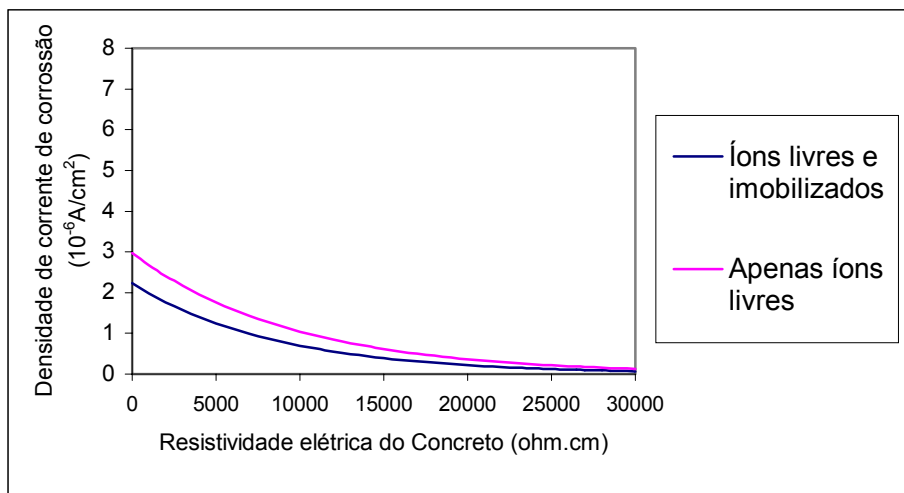


Figura 77 – Efeito da resistência ôhmica do recobrimento na densidade de corrente de corrosão.

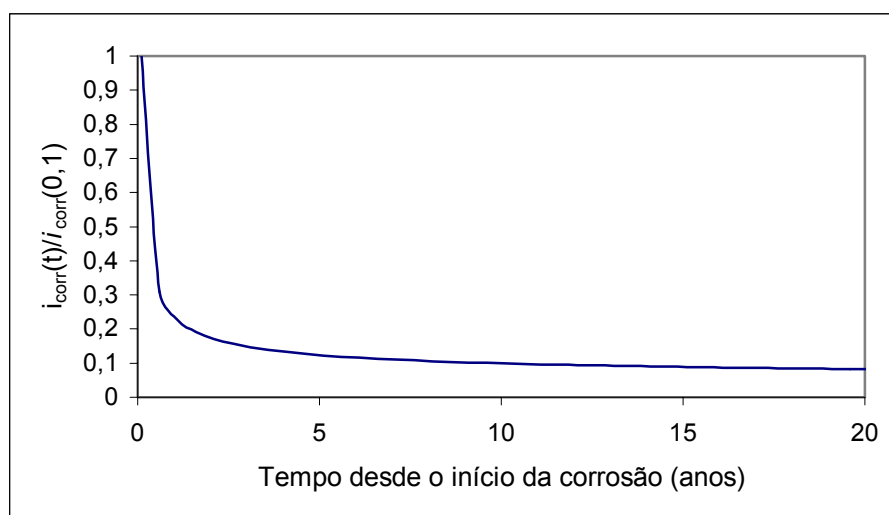


Figura 78 – Efeito do tempo de corrosão na densidade de corrente de corrosão.

## 7.4 DETERMINAÇÃO DA PERDA DE MASSA

As velocidades anódicas e catódicas, iguais em magnitude e que ocorrem no potencial de corrosão, são denominadas correntes de corrosão,  $i_{corr}$ . A razão entre a corrente de corrosão e a área do eletrodo fornece a densidade de corrente de corrosão, também chamada de velocidade de corrosão ou taxa de corrosão. Na prática, muitas unidades são utilizadas para se referir à velocidade de corrosão. É comum, nos estudos fundamentais a utilização do termo de densidade de corrente de corrosão com as unidades de corrente e área tais como  $\mu\text{A/cm}^2$ ,  $\mu\text{A/dm}^2$ ,  $\text{mA/dm}^2$ , etc. Nos livros que tratam da engenharia da corrosão são utilizadas várias unidades e as duas classes principais são:

perda de massa por unidade de área e por unidade de tempo, dada em miligramas por decímetro quadrado de área exposta por dia ( $\text{mg}/\text{dm}^2/\text{dia}$ ), conhecida por “mdd”; penetração por unidade de tempo, dada em milésimos de polegada por ano (mpy) ou em milímetros por ano (mmpy) (Panossian, 1993).

Em geral, a massa de metal oxidado ou corroído na área anódica pode ser calculada usando-se a relação quantitativa que existe entre a quantidade de corrente que passa através de um eletrólito e a massa do material que é oxidado ou reduzido nos eletrodos. Essa relação quantitativa é objeto da lei de Faraday, de onde se encontra a relação entre a taxa de corrosão e a densidade de corrente de corrosão dada por:

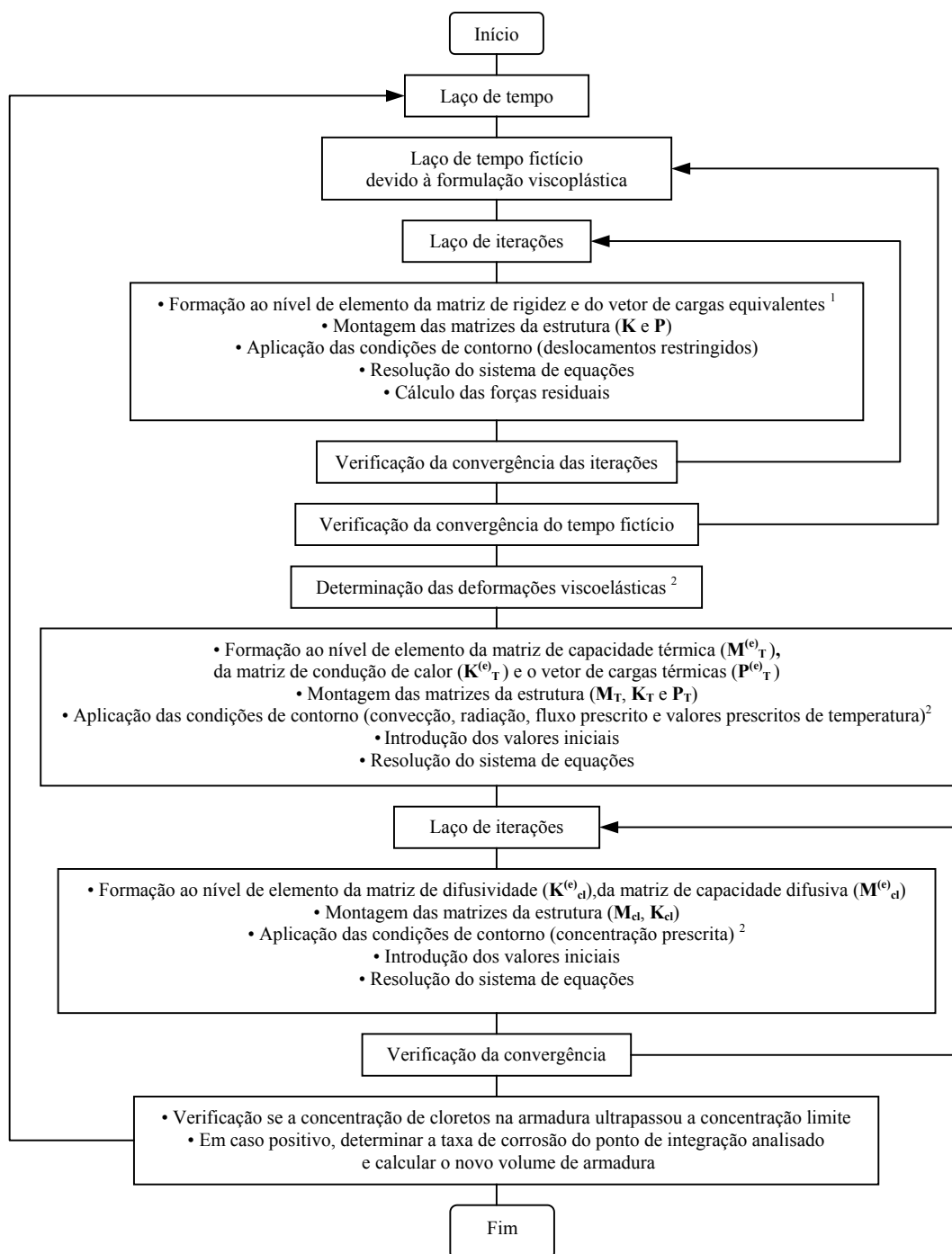
$$T_x = \frac{3,27 \cdot i_{corr} \cdot Eq}{d} \quad (7.5)$$

sendo  $T_x$  a taxa de degradação [ $10^{-6}\text{m}/\text{ano}$ ];  $Eq$  é o equivalente eletroquímico (massa atômica do metal corroído dividido pelo número de elétrons cedidos na reação de oxidação) [g] e  $d$  é a densidade do metal [ $\text{g}/\text{cm}^3$ ]. Para o caso de corrosão de armaduras, utiliza-se a relação dada a seguir:

$$T_x = \frac{3,27 \frac{55,85}{2}}{7,86} i_{corr} = 11,61 i_{corr} \left[ \frac{\mu\text{m}}{\text{ano}} \right] = 0,0116 i_{corr} \left[ \frac{\text{mm}}{\text{ano}} \right] \quad (7.6)$$

## 7.5 APLICAÇÕES DO MODELO

Na figura 79 é mostrado um fluxograma básico de funcionamento do programa para a previsão da vida útil de estruturas de concreto armado, demonstrando como foi feito o acoplamento entre a análise estrutural não-linear, análise térmica transiente linear, análise de difusão transiente não-linear e a análise da corrosão das armaduras. Para demonstrar o funcionamento do modelo será feita a análise de duas vigas semelhantes à viga utilizada nos capítulos 3, 4 e 6. A primeira viga é idêntica a utilizada nos capítulos anteriores e a segunda modifica-se apenas o coeficiente de difusão para  $1,0368 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{dia}$ .



<sup>1</sup> Procedimento realizado apenas para o primeiro passo de tempo

<sup>2</sup> Os resultados são referente a  $t + \Delta t$

Figura 79 – Esquema para a análise da vida útil de estruturas de concreto armado sujeita à corrosão de armadura por ataque de cloretos

Considera-se uma resistividade elétrica constante para o recobrimento de 5000 ohm, sendo os demais dados retirados das análises realizadas nos capítulos anteriores. Na figura 80, apresenta-se a perda de seção da armadura para um intervalo de tempo de 50 anos para as duas vigas.

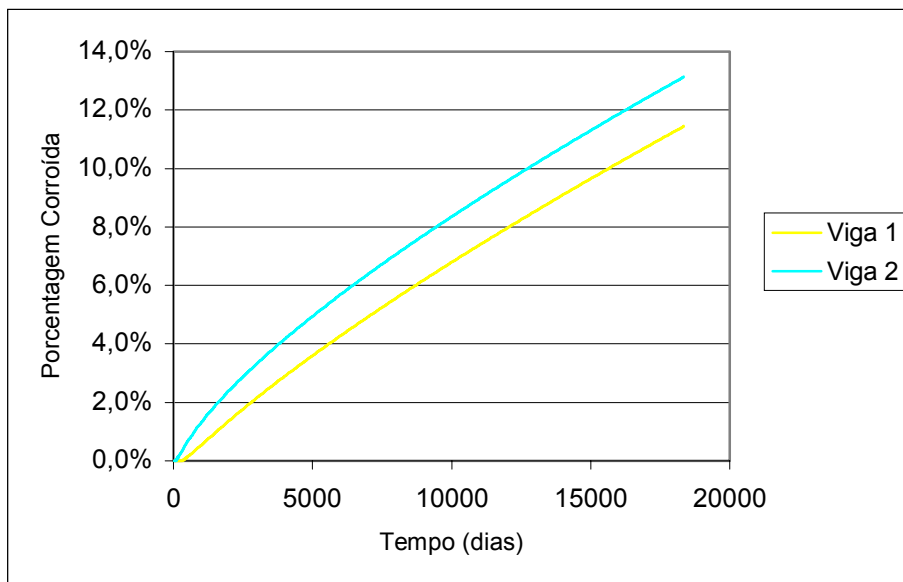


Figura 80 – Proporção de armadura corroída em relação ao tempo para as duas vigas.

Observando-se a figura 81, percebe-se uma elevada corrente de corrosão para o início da corrosão e depois um comportamento cíclico devido às variações das condições ambientais (temperatura anual, estações) que tende a um valor constante com o passar do tempo para as duas vigas.

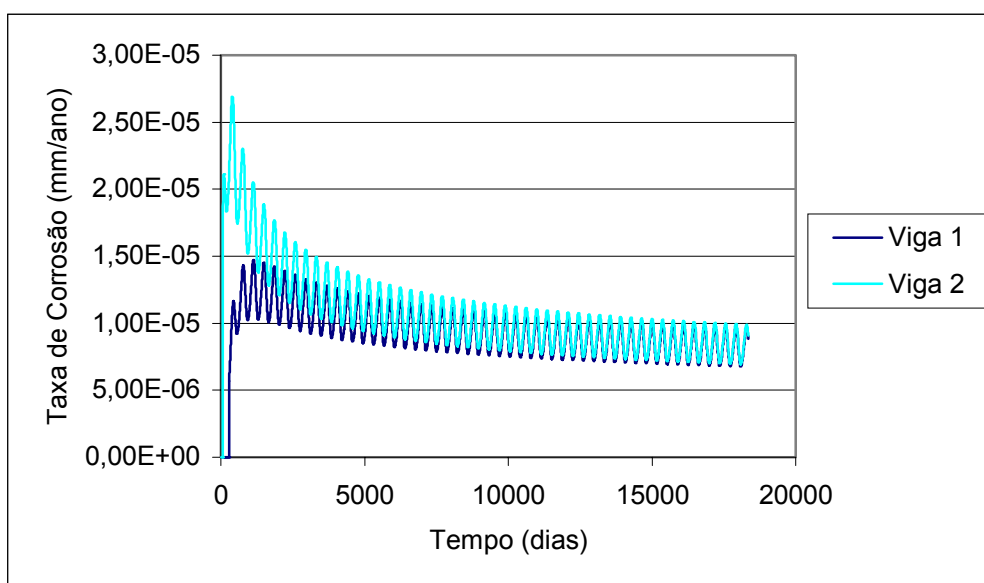


Figura 81 – Comportamento dinâmico da taxa de corrosão em relação ao tempo



Na figura 82 demonstra-se o comportamento da flecha para as vigas 1 e 2 em relação ao comportamento sem corrosão. A diferença entre as flechas da viga 1 e 2 podem ser mais bem percebidas na figura 83 onde se mostra o aumento da flecha em porcentagem.

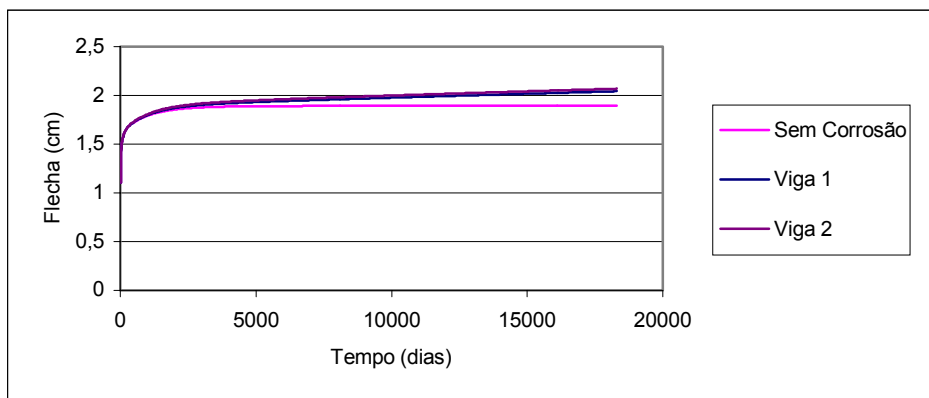


Figura 82 – Flecha no vão central das vigas analisadas.

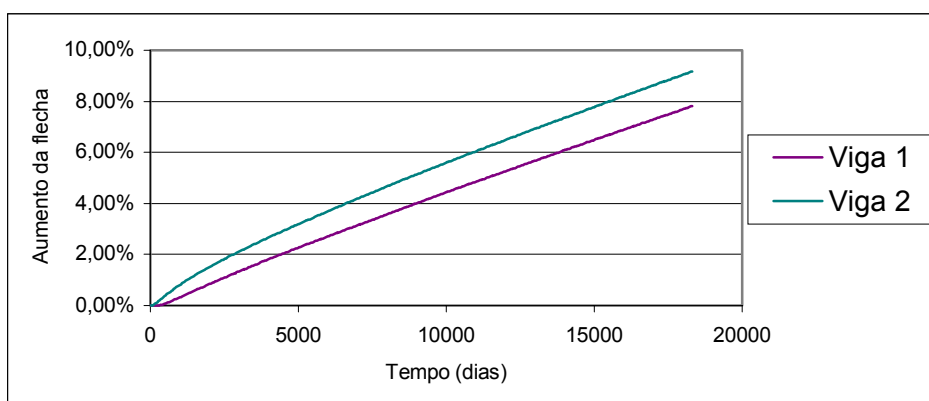


Figura 83 – Aumento da flecha devido à corrosão das armaduras para as duas vigas.

De acordo com a figura 83 determina-se o fim da vida útil de serviço para as diferentes formulações propostas no capítulo 5, com os valores expostos na tabela 16. Observa-se que os deslocamentos limites já foram ultrapassados sem haver corrosão, por isso os mesmos não foram adicionados na tabela 16.

Tabela 16 – Nível de deterioração com o tempo.

	Tempo para alcançar os níveis de deterioração (dias)				
	A	B	C	D	E
Viga 1	290	7100	15650	-	-
Viga 2	70	5080	12735	-	-

## **8. CONCLUSÕES**

### **8.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste trabalho foi apresentado um modelo capaz de fazer a previsão da vida útil de estruturas de concreto armado atacadas pela corrosão de armaduras devido a cloretos. Durante o desenvolvimento e a aplicação deste modelo, foi possível estabelecer algumas conclusões, que são reunidas abaixo.

O modelo determinístico, desenvolvido para a análise não-linear de estruturas de concreto armado submetidas a um estado tridimensional de tensão, mostrou-se capaz de acompanhar de forma bastante semelhante às curvas carga-deslocamento experimentais, bem como a carga de ruptura. A análise determinística para carregamentos de longa duração através da teoria da solidificação proposta por Bazant e Prasannan (1989) com o uso de cadeias Kelvin, juntamente com o algoritmo exponencial, mostrou-se bastante eficaz, apresentando uma grande economia computacional em relação à utilização dos elementos de Maxwell, devido à utilização de parâmetros constantes para as cadeias Kelvin, possibilitando avaliações para tempos da ordem de décadas com poucos incrementos de tempo real.

O modelo determinístico para a análise térmica apresentou resultados bons em relação às formulações analíticas. A implementação da análise térmica acoplada à análise de difusão de cloretos apresentou um gasto computacional bastante elevado, desta forma só se recomenda sua utilização em estruturas de grande porte onde a perda de calor para o ambiente é pequena, como barragens, ou para situações onde o gradiente térmico é elevado. Uma vez que a variação da temperatura média de um dia para o outro é bastante pequena, observou-se para as vigas empregadas neste trabalho que as mesmas encontram-se em equilíbrio térmico com o ambiente.

A análise determinística de difusão de cloretos levando em consideração o efeito da temperatura, da umidade relativa do concreto, da ligação de íons cloretos com componentes do concreto, de fissuras proveniente do carregamento, do tempo de exposição, bem como avaliando a variação da concentração superficial de cloretos com o tempo foi realizada com êxito. O modelo apresentou uma excelente concordância,

considerando o meio inerte e isotrópico, com a segunda lei de Fick. A realização de testes paramétricos permitiu a identificação dos principais parâmetros que influenciam o processo de difusão de cloretos: temperatura e coeficiente de difusão referencial. Observou-se que a influência de fissuras no processo de difusão depende da precisão da malha utilizada, apresentando pouca importância para estruturas submetidas a cargas de serviço. O modelo proposto é capaz de modelar diferentes coeficientes de difusão ao longo da estrutura, um material ortotrópico e uma concentração superficial de cloretos variável ao longo da superfície.

Para o processo de propagação da corrosão se adotou um modelo proposto por Liu (1996) dependente da temperatura, da concentração de cloretos na armadura, resistência ôhmica do concreto e do tempo de corrosão para a determinação da taxa de corrosão. Como o modelo é baseado em micropilhas de corrosão e a resistência ôhmica do concreto é constante ao longo do tempo, considera-se que o modelo apresenta uma subestimação do processo de corrosão. Observou-se uma grande escassez de modelos matemáticos para o processo de propagação da corrosão na literatura. A taxa de corrosão é dependente da concentração de cloretos, da temperatura, da resistência ôhmica do concreto e do tempo de corrosão.

O modelo final proposto é capaz de determinar o fim da vida útil de serviço levando em consideração os níveis de degradação ou de deslocamentos excessivos, sendo uma importante ferramenta para estimar quantitativamente o processo de degradação de estruturas de concreto armado submetidas à corrosão das armaduras por ataques de cloretos.

## **8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Um trabalho realizado experimentalmente, que testa as estruturas em seu estado real, reveste-se de uma confiabilidade muito maior que estudos teóricos, por mais sofisticados que sejam, já que estes assumem propriedades estruturais não comprovadas na prática. Entretanto, a falta de um tratamento matemático dos resultados estrangula a capacidade de desenvolvimento do assunto, limitando-o a casos simples.

Desta forma para o desenvolvimento de futuros trabalhos, sugere-se uma maior interação entre a área experimental e a computacional, possibilitando o desenvolvimento de modelos matemáticos mais refinados e a comprovação dos mesmos. Assim, tendo como referência os resultados obtidos e tendo em vista da necessidade de um

maior conhecimento do comportamento do processo de corrosão de armadura em estruturas de concreto armado, propõe-se:

- elaboração de um modelo mais elaborado para a simulação do comportamento do concreto fissurado, sob tração, face à sensibilidade e simplicidade do modelo utilizado;
- utilizar os princípios de confiabilidade para prever a vida útil de projetos de estruturas de concreto armado, levando em consideração a etapa de propagação;
- implementar o processo de corrosão baseando-se na despassivação da armadura devido à carbonatação, bem como sua influência na determinação da concentração crítica de cloretos;
- realizar ensaios de longa duração para determinar a influência de adições no processo de difusão de cloretos, levando em consideração o tempo de exposição, a imobilização de cloretos, a temperatura, a concentração crítica de cloretos, etc;
- implementar o fenômeno de transporte de cloretos por meio de absorção capilar;
- implementar o modelo de corrosão eletroquímica através do método dos elementos finitos utilizando a formulação de Helmholtz e curvas de polarização;
- aplicar sistematicamente o modelo proposto na avaliação de estruturas acabadas, a fim de validar o mesmo para uma grande combinação de variáveis;
- realizar ensaios para determinar a influência do nível de tensão na difusividade do concreto;
- realizar ensaio para determinar as modificações das propriedades mecânicas das armaduras com corrosão;
- implementar o efeito da perda de aderência devido à corrosão na análise de tensões para cargas de curta e longa duração;
- implementar um modelo viscoplástico para cargas de longa duração.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, A.G. **Efeito das adições minerais na resistividade elétrica de concretos convencionais**. 129f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 1998.

ANDRADE, C. **Manual para diagnóstico de obras deterioradas por corrosão de armaduras**. São Paulo: Pini, 1992. 104p.

ANDRADE, C.; ALONSO, C.; SARRÍA, J. **Corrosion rate evolution in concrete structures exposed to the atmosphere**. Cement & Concrete Composites, n. 24, p.55-64, 2002.

ANDRADE, J.J.O. **Contribuição à previsão da vida útil das estruturas de concreto armado atacadas pela corrosão de armaduras: iniciação por cloretos**, 256f. Tese (Doutorado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2001.

ARANHA, P.M.S. **Contribuição ao estudo das manifestações patológicas nas estruturas de concreto armado na região amazônica**. 144f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, 1994.

ARAÚJO, J. M. **Análise de barragens de gravidade de concreto considerando a fase construtiva e a interação dinâmica barragem – reservatório – fundação**. 180f. Tese (Doutorado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 1995.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de revisão da NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, Ago., 2001.

AURICH, A. **Modelo da ligação entre concreto e armadura na análise de estruturas de concreto pelo método dos elementos finitos**. 115f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2000.

AWRUCH, A.M.; ISQUIERDO, G.S. **FESHTP (Finite Element Simulation of Heat Transfer Problems)**: Um programa para a simulação de problemas de transferência de calor. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1990. 30p. (Caderno Técnico, CT- 98/90)

BANGASH, M.Y.H. **Concrete and Concrete Structures: Numerical Modelling and Applications**. New York, Elsevier Applied Science, 1989. 668p.

BAZANT, Z. P. **Viscoelasticity of porous solidification material – concrete**. Journal of Engineering Mechanics Division, v.103, p.1047-4067, 1977.

BAZANT, Z. P.; HUET, C. **Thermodynamic functions for ageing viscoelasticity: integral form without internal variables**. International Journal of Solids and Structures, v. 36, p.3393- 4016, 1999.

BAZANT, Z. P.; PRASANNAN, S. **Solidification theory for concrete creep**. Journal of Engineering Mechanics, v.115, n.8, p.1691-1725, Aug. 1989.

BAZANT, Z.P.; PANULA, L. **Practical prediction of time-dependent deformations of concrete**. *Matériaux et Constructions*, v.11, n.65, p.307-328, 1978.

BAZANT, Z.P.; WU, S.T. **Rate-type creep law of aging concrete based on maxwell chain**. *Matériaux et Constructions*, v.7, n.34, p.45-60, 1974.

BENTUR, A.; DIAMOND, S.; BERKE, N.S. **Steel corrosion in concrete: fundamentals and civil engineering practice**. London: E&FN Spon, 1997. 201p.

BHATT, P.; BARJ, M.S.; ELNOUNU, G.F. **Non-linear finite element analysis of shear wall fall slab junction**. In: *Proceedings of the second international conference on computational plasticity*. Swansea: Pineridge Press. pp.1319-1330, 1989.

BODDY, A. et al. **An overview and sensitivity of multimechanistic chloride transport model**. *Cement and Concrete Research*, n.29, p.827-837, 1999.

CABRAL, E.B.C. **Avaliação da eficiência de sistemas de reparo no combate à iniciação e à propagação da corrosão do aço induzido por cloretos**. 165f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2000.

CAMPOS FILHO, A. **Análise teórico-experimental de elementos de concreto armado para a obtenção de modelo matemático**. 293f. Tese (Doutorado em Engenharia), São Paulo - USP, 1987.

CAROL, I.; BAZANT, Z.P. **Solidification theory: a rational and effective framework for constitutive modeling of aging viscoelasticity**, *International RILEM Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete*, London, pp. 177-188, 1993.

CASCUDO, O. **O controle da corrosão de armaduras em concreto: Inspeção e técnicas eletroquímicas**. Goiânia : ed. UFG/ PINI, 1997. 237p.

CERVENKA, J. **Discrete crack modeling in concrete structures**, Thesis (Doctor in Philosophy), University of Colorado, Boulder, 1994.

CERVERA, M. et al. **Nonlinear transient dynamic analysis of three-dimensional structures – A finite element program for steel and reinforced concrete materials**. In: *Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells*. Swansea/United Kingdom, Pineridge, 1988, 550p., p.320-504.

CHANG, T.Y.; TANIGUCHI, H., CHEN, W.F. **Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete panels**, *Journal of Structural Engineering*, v.113, p.112-140, 1987.

CHAPMAN, S.J. **Fortran 90/95 for scientists and engineers**. Boston: McGraw-Hill, 1998. 874p.

CHEN, W.F.; HAN, D.J. **Plasticity for structural engineers**. Springer Verlag: New York, 1988. 606p.

CLAURE, J.D. **Análise tridimensional elasto-viscoplástica de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 145f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, 1994.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON. **CEB-FIP model code 1990**. CEB Bulletin d'Information, n° 213/214, Lausanne, Switzerland, 1993. 427p.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON. **Assessment of concrete structures and design procedures for up-grading**, Bulletin d'Information n° 162, Lausanne, Switzerland, 1983.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON. **CEB design manual on structural effects of time-dependent behavior of concrete**, Bulletin d'Information n° 215, Lausanne, Switzerland, 1984. 297p.

CREUS, G.J. **Viscoelasticity** - Basic theory and applications to concrete structures (lectures notes in Engineering, n.16), Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, 1986. 169p.

DAL MOLIN, D.C.C. **Fissuras em estruturas de concreto armado: análise das manifestações típicas e levantamento de casos no estado do Rio Grande do Sul**. 220f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), PPGEC/UFRGS, 1988.

DANTAS, A.U. **Simulação numérica dos processos de recuperação e reforço de peças estruturais em concreto armado**. 133f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), PPGEC/UFRGS, 2000.

DARWIN, D. **Reinforced Concrete**. In: Finite elements analysis of reinforced concrete structures II. Proceedings of international workshop. New York, 1991, 717p., p.203-232.

DELAGRAVE, A. et al. **Chloride binding capacity of various hydrated cement paste systems**. Advanced Cement Based Material, n.6, p.28-35, 1997.

DHIR, R.K.; JONES, M.R.; NG.S.L.D. **Prediction of total chloride content profile and concentration/time-dependent diffusion coefficients for concrete**. Magazine of Concrete Research, v.50, n.1, pp.37-48, 1998.

ELWI, A.E.; HRUDEY, T.M. **Finite element model for curved embedded reinforcement**, Journal of Engineering Mechanics, v.115, n. 4, p.740-754, 1989.

ELWI, A.E.; MURRAY, D.W. **Nonlinear analysis of axisymmetric reinforced concrete structures**. Structural Engineering Report n.87, Univ.of Alberta, Canada, 1980.

FIGUEIREDO, E.J.P.; HELENE, L.; ANDRADE, C. **Fatores determinantes da iniciação e propagação da corrosão da armadura do concreto**. DECC/USP, 21p. 1993. (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP- BT/PCC/121)

FUNAHASHI, M. **Predicting corrosion-free service life of a concrete structure in a chloride environment**. ACI material journal, v. 87, n.6, p.581-587, 1990.

GENTIL, V. **Corrosão**, Rio de Janeiro: LTC, 1996. 345p.

GERARD, B; MARCHAND, J. **Influence of cracking on the diffusion properties of cement-based materials Part I: Influence of continuous cracks on the steady-state regime**. Cement and Concrete Research, v. 30, p.37-43, 2000.

GOBETTI, L.C.W.; CAMPOS FILHO, A.; CAMPAGNOLO, J.L. **Análise teórico-experimental das deformações em vigas de concreto armado**. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1983. 56p.(Caderno Técnico, CT-10/80)

GOMES, H.M. **Análise da confiabilidade de estruturas de concreto armado usando o método dos elementos finitos e processos de simulação**. 118f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 1997.

GOMES, H.M. **Técnicas de avaliação da confiabilidade em estruturas de concreto armado**. 220f. Tese (Doutorado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2001.

GOWRIPALAN, N.; SIRIVIVATNANON, V.; LIM, C.C. **Chloride diffusivity of concrete cracked in flexure**. Cement and Concrete Research, v.30, p.725-730, 2000.

GRACE, W.R. **Chloride penetration in Marine Concrete – A computer model for design and service life evaluation**. In: Life predictions of corrodible structures, Houston, v.1, 1994, p.527-545.

GUIMARÃES, A.T.C.; HELENE, P.R.L. **Grau de saturação do concreto: um importante fator na difusão de cloretos**. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.2, pp.55-64, 2001.

GULIKERS, J.J.W. **Experimental investigations on macrocell corrosion in chloride-contaminated concrete**. HERON, v.41, n.2, p.107-123, 1996.

HANSEN, E.J. **Rate deterioration investigation of bridges decks based on diffusion/fracture mechanics numerical study**. Dissertation (Master of Science), University of Colorado, 1997. 152p.

HELENE, P.R.L. **Corrosão em armaduras para concreto armado**. São Paulo: PINI, 1986. 46p.

HOFFMANN, A.T. **Influência da adição de sílica ativa, relação água/aglomerante, temperatura e tempo de cura no coeficiente de difusão de cloretos em concretos armados**. 131f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2001.

HOOTON, D.; GEIKER, M.R.; BENTZ, E.C. **Effects of curing on chloride ingress and implications on service life**. ACI Materials Journal, n.99, p.201-206, Mar-Apr 2002.

HUET, C. **Some basic tools and pending problems in the development of constitutive equations for delayed behavior of concrete**. International RILEM Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete, London, pp. 189-200, 1993.

HUSSAIN, S.E.; AL-MUSALLAM, A.; AL-GAHTANI, A.S. **Factos affecting threshold chloride for reinforcement corrosion in concrete**. Cement and Concrete Research, v.25, n.7, pp. 1543-1555,1995.

INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.P., **Fundamentos de transferência de calor e de massa**, 4º ed., Rio de Janeiro: LTC, 1998, 494p.



INGRAFFEA, A.R.; SAOMA, V.E., **Fracture mechanics analysis of discrete cracking**. In: COLLOQUIUM ON ADVANCED MECHANICS OF REINFORCED CONCRETE, 1981, Final report. Zurich: IABSE, pp.393-416, 1981.

ISENBERG, J.; LEVINE, H.S.; **Analysis of reinforced concrete under shock loading**. In: Finite element analysis of reinforced concrete structures. ASCE, pp.444-464, 1985.

KREITH, F. **Princípios da transmissão de calor**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1977, 551p.

LIM, C.C.; GOWRIPALAN, N.; SIRIVIVATNANON, V. **Microcracking and chloride permeability of concrete under uniaxial compression**. Cement & Concrete Composites, v.22, p. 353-360, 2000.

LIN, S.H. **Chloride diffusion in a porous concrete slab**, Corrosion, v.46, n.12, p.969-967, Dec. 1990.

LINDVALL, A. **Environmental actions and response: Reinforced concrete structures exposed in road and marine environments**. 320f. Thesis (Licentiate of Engeneering), Department of Building Materials/Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2001.

LIU, Y. **Modeling the time-corrosion cracking in chloride contaminated reinforced concrete structures**. 117f. Thesis (Doctor in Philosophy), Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, 1996.

LOCAGE, P.; MASSAT, M.; OLLIVIER, J.P.; RICHET, C. **Ion diffusion in microcracked concrete**. Cement and Concrete Research, v.22, pp. 431-438, 1992.

LOUREIRO, T.R.R. **Radiação solar direta em Porto Alegre**. 167f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), PPGEM/UFRGS, 1984.

MACHADO, M.A.S. **Aplicação do método dos elementos finitos para a análise elasto-viscoplástica de peças de concreto armado e protendido, submetidas a estados planos de tensão**. 150f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2002.

MARTIN-PEREZ, B. t al. **A study of the effect of chloride binding on service life predictions**. Cement and Concrete Research, n.30, p.1215-1223, 2000.

MARTIN-PEREZ, B.; PANTAZOPOULOU, S.J.; THOMAS, M.D.A. **Numerical solution of mass transport equations in concrete structures**. Computers & Structures, n.79, p.1251-1264, 2001.

MCGEE, R. **Modeling of durability performance of Tasmanian bridges**. ICASP8 applications of statistics and probability in civil engineering, v.1, p.297-306, 1999.

MEHTA, P.K. **Durability of concrete – fifty years of progress?** In: Seminário sobre qualidade e durabilidade das estruturas de concreto armado, Porto Alegre, 1993.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: estruturas, propriedades e materiais**, São Paulo: PINI, 1994. 576p.

- MENEGAT, R. **Atlas ambiental de Porto Alegre**, UFRGS, 1998. 228p.
- MOREIRA, M.M.M. **Análise interativa de situações de reforço e recuperação de peças de concreto armado, empregando o método dos elementos finitos**. 147f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2002.
- NGO, D.; SCORDELIS, A.C. **Finite element analysis of reinforced concrete beams**. Journal of the American Concrete Institute, v.64, n.3, p.152-63, 1967.
- OLIVER, J. **A consistent characteristic length for smeared crack models**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.28, p.461-474, 1989.
- OTTOSEN, N.S. **A failure criterion for concrete**. Journal of the Engineering Mechanics Division, v.103, n.4, p.527-535, 1977.
- OTTOSEN, N.S., **Constitutive model for short-time loading of concrete**. Journal of the Engineering Mechanics Division, v.105, n.1, p.127-141, 1979.
- OWEN, D.R.J.; HINTON, E. **Finite element in plasticity: theory and practice**. Swansea: Pineridge Press, 1986, 594p.
- PANOSSIAN, Z. **Corrosão e proteção contra corrosão em equipamentos e estruturas metálicas**, v.1. São Paulo: Instituto de Pesquisas Tecnológicas, 1993. 280p.
- PEREIRA, V.G.A. **Avaliação do coeficiente de difusão de cloretos em concretos: Influência do tipo do cimento, da relação a/c, da temperatura e do tempo de cura**. 138f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2001.
- PHILLIPS, D.V.; ZIENKIWIECZ, O.C. **Finite element non-linear analysis of concrete structures**. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, v.61, p.59-88, 1976.
- PRATES JÚNIOR, N.P. **Um modelo elsto-viscoplástico para análise de peças de concreto estrutural, submetidas a estados planos de tensão, através do método dos elementos finitos**. 131f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, 1992.
- RANJBARAN, A. **Mathematical formulation of embedded reinforcements in 3d brick elements**. Communications in Numerical Methods in Engineering, v.12, p.897-903, 1996.
- REAL, M.V. **Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos**. 222f. Tese (Doutorado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2000.
- REBOUÇAS, A.C. **Mecanismos de salinização das águas do nordeste**. In: Águas doces no Brasil, Instituto de Estudos Avançados da USP, 1999.
- RIBÓ, R. et al. **GID: The universal, adaptive and user friendly pre and post processing system for computer analysis in science and engineering (Reference Manual)**, Barcelona, 2001. (<http://gid.cimne.com>).
- SAETTA, A.; SCOTTA, R.; VITALIANI, R. **Analysis of chloride diffusion into partially saturated**. ACI Materials Journal, v.90, n.5, pp.441-451, 1993.

- SAITO, M.; ISHIMORI, H. **Chloride permeability of concrete under static and repeated compressive loadings**. Cement and Concrete Research, v.25, p.803-808, 1995.
- SAMAHA, H.R.; HOVER, K.C. **Influence of microcracking on the mass transport properties of concrete**. ACI Material Journal, v.89, p.416-424, 1992.
- SENSALE, C.B. **Análise do comportamento ao longo do tempo de peças de concreto armado submetidas a estados planos de tensão, através do método dos elementos finitos**. 110f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), CPGEC/UFRGS, 1991.
- STANISH, K.; THOMAS, M. **The use of bulk diffusion test to establish time-dependent concrete chloride diffusion coefficients**. Cement and Concrete Research, n.33, p.55-62, 2003.
- TANG, L.; ANDERSEN, A. **Chloride ingress data from five years field exposure in a Swedish marine environment**, Publication of the Dept. of Building Materials, Chalmers, University of Technology, Gothenburg, 1996, 15p..
- TANG, L.; NILSSON, A. **Chloride binding capacity and binding isotherm of OPC pastes and mortars**. Cement and Concrete Research, v.23, p.247-253, 1993.
- TUUTTI, K. **Corrosion of steel in concrete**. 469f. Thesis (Licentiate of Engineering), Swedish Cement and Concrete Research Institute/Stockholm, 1982.
- VECCHIO, F.J., **Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete membranes**. ACI Structural Journal, p.26-36, 1989.
- VECCHIO, F.J.; COLLINS, M.P. **Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression-field theory**. ACI Structural Journal, p.258-268, 1989.
- VIDOSA, F.G.; KOTSOVOS, M.D.; PAVLOVIC, M.N. **Three-dimensional finite element model for structural concrete Part 1: Main features and objectivity study**. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, v.91, 517-544, (1991).
- VU, K.A.T; STEWART, M.G. **Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models**. Structural Safety, v.22, p.313-333, 2000.
- WILSON, E.L. et al. **Finite element analysis of linear and non-linear heat transfer**. Nuclear Engineering design, v. 2, p.110-124, 1974.
- YANG, Y.; SHIEH, M. **Solution method for nonlinear problems with multiple critical points**. American Institute of Aeronautics and Astronautics, v.28, n.12, p.2110-2116, 1990.
- ZIENKIEWICZ, O.C. et al. **Finite element methods in analysis of reactor vessels**. Nuclear Engineering and Design, v.20, pp.507-541, 1972.
- ZIENKIEWICZ, O.C.; PHILLIPS, D.V. **Finite element analysis of some concrete non-linearities: Theory and examples**. In: Seminar on concrete structures subjected to traxial stresses. Bergamo: IABSE, p.1-21, 1974.