

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS,
METALÚRGICA E DE MATERIAIS – PPGE3M

IMPACTO DAS INCERTEZAS GEOLÓGICAS E ECONÔMICAS NA
ANÁLISE DO SEQUENCIAMENTO DE LAVRA POR MEIO DO FLUXO DE CAIXA
DESCONTADO E DA TEORIA DAS OPÇÕES REAIS

MARCÉLIO PRADO FONTES

Porto Alegre

2021

MARCÉLIO PRADO FONTES

**IMPACTO DAS INCERTEZAS GEOLÓGICAS E ECONÔMICAS NA
ANÁLISE DO SEQUENCIAMENTO DE LAVRA POR MEIO DO FLUXO DE CAIXA
DESCONTADO E DA TEORIA DAS OPÇÕES REAIS**

Trabalho realizado no Departamento de Engenharia de Minas, da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais – PPGE3M, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Prof. Dr. Jair Carlos Koppe

Porto Alegre

2021

MARCÉLIO PRADO FONTES

**IMPACTO DAS INCERTEZAS GEOLÓGICAS E ECONÔMICAS NA
ANÁLISE DO SEQUENCIAMENTO DE LAVRA POR MEIO DO FLUXO DE
CAIXA DESCONTADO E DA TEORIA DAS OPÇÕES REAIS**

Esta tese foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mineral e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Jair Carlos Koppe

BANCA EXAMINADORA

Profa. Vanessa Cerqueira Koppe - DEMIN/PPGE3M

Prof. Jorge Dariano Gavronski - DEMIN/UFRGS

Eng. Dr. Luciano Nunes Capponi - Mosaic Fertilizantes

À minha esposa Michelly e minha
filha Mirela pela ajuda, paciência,
companheirismo e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Ao professor e orientador Jair Carlos Koppe pelo apoio e acolhida junto ao Laboratório de Pesquisa Mineral e Planejamento Mineiro (LPM). Pela ajuda da professora Vanessa Cerqueira Koppe na parte de geoestatística.

À minha esposa Michelly do Santos Oliveira pelo apoio, compreensão e ajuda durante toda a trajetória, essenciais para realização deste trabalho.

À minha filhinha Mirela Oliveira Prado Fontes pela compreensão com relação ao tempo dedicado aos estudos.

Agradeço ao apoio incondicional da amiga Silvania Alves Braga de Castro e Luciano Nunes Capponi por ter tornado a realização deste trabalho possível.

As pessoas sabem o preço de tudo e o valor de nada.

Oscar Wilde

RESUMO

As principais ferramentas de análise de projeto são embasadas em modelos determinísticos como a taxa interna de retorno, índice de lucratividade, *payback* e uma das mais utilizadas o valor presente líquido (VPL). Esses modelos são adequados e tem uma boa precisão quando há pouca ou nenhuma incerteza. Outra característica dessas ferramentas é com relação à tomada de decisão que é feita uma única vez no início do projeto e é do tipo agora ou nunca. Para projetos de longa duração e com nível de incerteza elevada, estimar a taxa de desconto não é tarefa fácil e a probabilidade de avaliar mau o projeto é muito grande, podendo até mesmo inviabilizar projetos menos lucrativos. A Teoria das Opções Reais (TOR) tem sido empregada para adicionar flexibilidade gerencial e agregar valor ao empreendimento ou pelo menos evitar perdas. Nesta ferramenta o modelo é estocástico e as decisões podem ser tomadas ou revisadas na medida em que as incertezas são esclarecidas. Portanto, o objetivo desta pesquisa foi desenvolver uma metodologia mista para avaliar um projeto de sequenciamento de mina analisando as incertezas de teores de minério e o preço da *commodity*. Os resultados da simulação e otimização no exemplo mostraram um ganho de VPL de US\$ 0,11 milhões e uma diminuição na variância dos blocos contidos no *pushback* de 17,95 para 17,85% no segundo ano de produção do projeto. A análise pela Multiple Phased Complex Sequential Compound Option apresentou um ganho de US\$ 2,83 milhões, cerca de 8,20% a mais que o VPL original. Essas ferramentas, incorporadas ao FCD (fluxo de caixa descontado), mostraram-se úteis.

Palavras-chave: Valor presente líquido; taxa de desconto; Teoria das Opções Reais; volatilidade.

ABSTRACT

The main tools for project analysis are based on deterministic models such as the internal rate of return, profitability index, payback and one of the most used net present value (NPV). These models are suitable and have good accuracy when there is little or no uncertainties. Another characteristic of these tools is related to the decision making carried out made only once at the beginning of the project which is of the type now or never. For long-term projects with a high level of uncertainties, estimating the discount rate is not an easy task and the probability of poorly evaluating the project is very high, and may even make less profitable projects unfeasible. Real Options Analysis (ROA) has been used to add managerial flexibility and add value to the enterprise or at least avoid losses. In this tool, the model is stochastic and decisions can be made or revised as uncertainties are clarified. Therefore, the objective of this research was to develop a mixed methodology to evaluate a mine sequencing project considering the uncertainties regarding ore grades and commodity prices. The results of the simulation and optimization in the example showed a gain of NPV (net present value) of US\$ 0.11 million and a decrease in the variance of the blocks contained in the pushback from 17.95 to 17.85% in the second year of production of the project. The analysis through Multiple Phased Complex Sequential Compound Option presented a gain of US\$ 2.83 million, around 8.20% more than the original NPV. These tools, incorporated in DCF (discount cash flow), proved to be useful.

Keywords: Net present value; discount rate; Real Options Analysis; volatility.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Valor agregado ao empreendimento pela flexibilidade gerencial na avaliação pela TOR.....	15
Figura 3.1- Metodologia tradicional.	31
Figura 3.2 - Metodologia mista.	37
Figura 4.1- Variação do preço em US\$/t da rocha fosfática para os últimos 10 anos.	39
Figura 4.2 - Distribuição dos <i>pushbacks</i> e limite da cava final.	40
Figura 4.3 – Histograma sem desagrupamento da variável P ₂ O ₅ das amostras originais da camada de minério.....	41
Figura 4.4 – Histograma do bloco simulado da variável P ₂ O ₅	43
Figura 4.5 – Comparativo dos variogramas simulados com o variograma normalizado dos dados originais desagrupados para direção de maior continuidade.....	44
Figura 4.6 – Histogramas acumulados das 50 simulações.	44
Figura 4.7 – Dados para a Opção de Expansão.	49
Figura 4.8 – Resumo dos dados para a Opção de Expansão.....	49
Figura 4.9 – Expansão da árvore binomial para a Opção de Expansão.	50
Figura 4.10 – Árvore binomial para a Opção de Expansão.	51
Figura 4.11 – Células superior da árvore binomial da Opção de Expansão.....	51
Figura 4.12 – GráficoTornado para a Opção de Expansão.....	54
Figura 4.13 – Gráfico de convergência para a Opção de Expansão com o tempo.	54
Figura 4.14 – Simulação do preço da rocha fosfática para a Opção de Expansão.	55
Figura 4.15 – Dados para a Opção de Contração.....	56
Figura 4.16 – Resumo dos dados para a Opção de Contração.	57
Figura 4.17 – Expansão da árvore binomial para a Opção de Contração.....	57

Figura 4.18 - Árvore binomial para Opção de Contração.	58
Figura 4.19 – GráficoTornado para a Opção de Contração.	59
Figura 4.20 – Gráfico de convergência para a Opção de Contração com o tempo.	59
Figura 4.21 – Simulação do preço da rocha fosfática para a Opção de Contração.....	60
Figura 4.22 – Dados para a Opção de Abandono.	61
Figura 4.23 – Dados das opções para a OSC.....	62
Figura 4.24 – Expansão da árvore binomial para a OSC.	62
Figura 4.25 - Árvore binomial para a OSC – fase 4.....	64
Figura 4.26 - Árvore binomial para a OSC - fase 3.	64
Figura 4.27 - Árvore binomial para a OSC - fase 2.	65
Figura 4.28 - Árvore binomial para a OSC - fase 1.	65
Figura 4.29 – GráficoTornado para a OSC.	66
Figura 4.30 – Gráfico de convergência para a OSC com o tempo.	66
Figura 4.31 – Simulação do preço da rocha fosfática para a OSC.....	67
Figura 4.32 – Resultados das Opções Reais em milhões de reais.	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Dados dos <i>pushbacks</i>	40
Tabela 4.2 - Parâmetros do variograma normalizado para variável P_2O_5	42
Tabela 4.3 - Otimização estocástica dos <i>pushbacks</i>	45
Tabela 4.4 – Cálculo da volatilidade.....	47

LISTA DE ABREVIATURAS

CAPEX - *CAPital EXpenditure* (despesas de capitais ou investimentos em bens de capitais);

DCF – *Discont cash flow* (fluxo de caixa descontado);

FCD - Fluxo de Caixa Descontado;

IL - Índice de Lucratividade;

MAB - Movimento Aritmético Browniano;

MGB - Movimento Geométrico Browniano;

MRM - Movimento de Reversão à Média;

NPV - *Net presente value* (Valor presente líquido);

REM - relação estéril/minério;

ROA - *Real Options Analysis* (Teoria das Opções Reais);

SMC - Simulação de Monte Carlo;

TIR - Taxa Interna de Retorno;

TMA - Taxa Mínima de Atratividade;

TOR - Teoria das Opções Reais;

VPL - Valor Presente Líquido;

SUMÁRIO

RESUMO	V
ABSTRACT	VI
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	VII
LISTA DE TABELAS	IX
LISTA DE ABREVIATURAS	X
SUMÁRIO	XI
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 Avaliação de projetos de mineração	1
1.2 Objetivos	5
1.3 Organização da tese	5
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA	7
2.1 fluxo de caixa descontado (FCD)	7
2.1.1 Valor Presente Líquido (VPL)	8
2.1.2 Taxa interna de retorno (TIR)	9
2.1.3 Métodos de FCD aplicados na avaliação de projetos de mineração	10
2.2 Teoria das opções Reais (TOR).....	12
2.2.1 Definições necessárias para entendimento da TOR.....	16
2.2.2. Volatilidade em projetos de mineração	21
2.2.3 Método de avaliação de projetos de mineração através da TOR	23
2.3 Simulação geoestatística	28
CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA	31
3.1 Embasamento da metodologia.....	31
3.2 Descrição da metodologia.....	35
3.3 Exemplo de aplicação da metodologia.....	37
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES	39
4.1 Função benefício.....	39
4.2 Simulação geoestatística	41
4.3 Otimização	44

4.4 opções reais.....	46
4.4.1 Cálculo da Volatilidade	47
4.4.2 Opção de Expansão	47
4.4.3 Opção de Contração.....	55
4.4.4 Opção de Abandono	60
4.4.5 Opção Sequencial Complexa (OSC)	61
4.5 Comparativo dos resultados entre dólar e real	67
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES.....	69
CAPÍTULO 6 - PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DA TESE.....	70
CAPÍTULO 7 - SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	71
CAPÍTULO 8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72
CAPÍTULO 9 – ANEXOS.....	78
Anexo 1.....	78
Anexo 2.....	80
Anexo 3.....	89

Capítulo 1 - INTRODUÇÃO

Os modelos determinísticos de análise de projetos são adequados para empreendimentos com pouca ou nenhuma incerteza. Para projetos de longa duração e com níveis de incertezas elevadas, estimar a taxa de desconto não é tarefa fácil e a probabilidade de avaliar mau o projeto é muito grande, podendo até mesmo inviabilizar projetos menos lucrativos. A Teoria das Opções Reais tem sido empregada para adicionar flexibilidade gerencial e agregar valor ao empreendimento ou pelo menos evitar perdas. Nesta ferramenta o modelo é estocástico e as decisões podem ser tomadas ou revisadas na medida em que as incertezas são esclarecidas.

A seção 1.1 mostra os problemas abordados na tese. Os desafios sobre as formas de avaliar um projeto de mineração, fluxo de caixa descontado (FCD) e Teoria das Opções Reais (TOR), incluindo uma breve revisão bibliográfica dos principais trabalhos. A seção 1.2 lista os objetivos da tese e a seção 1.3 explica sua organização.

1.1 Avaliação de projetos de mineração

A mineração tem sido realizada, em todo o mundo, há milhares de anos. A sociedade se desenvolveu a partir de duas atividades essenciais agricultura e mineração. Nosso alto padrão de vida hoje é totalmente dependente dos bens minerais. Mas o sucesso do setor mineral, a partir de uma perspectiva de produção, nem sempre foi acompanhado pelo sucesso de uma perspectiva econômica.

Segundo Runge (2012) durante as últimas décadas, o foco da mineração tem sido no desenvolvimento de minas para a produção. Levando ao aumento da concorrência, a qual reduz os preços das *commodities*. Não é a produção por si só que é importante, e sim a produção com eficiência e flexibilidade. No mundo globalizado, os vencedores são aqueles que entendem de economia de mineração, que podem se adaptar e mudar para manter e melhorar essa economia.

De acordo com Samis (2001), Dessureault *et al.* (2007), Dehghani e Ataee-pour (2012), projetos de mineração são negócios complexos que demandam constante avaliação de risco. Isso ocorre porque o valor do projeto é influenciado por

muitas incertezas, como: econômicas (preço das *commodities*, custos operacionais, sequência de produção, taxa de desconto, entre outras), geológicas (teores, densidade, dureza, etc.), físicas subjacentes (questões ambientais, limites de arrendamento, entre outras). Portanto, a avaliação e a estimativa de um projeto de sequenciamento de mina sem mencionar o risco de perdas futuras (ou oportunidades) podem implicar em resultados insatisfatórios. Conseqüentemente, os gerentes e os acionistas de uma empresa de mineração podem tomar decisões com base em informações frágeis.

Segundo Bhappu e Guzman (1995), Lima e Suslick (2006) e Topal (2008), o investimento em projetos de mineração é singular se comparado a outros investimentos (agricultura, fábricas, etc.) por causa das seguintes características: (i) alta intensidade de capital, que depende do bem mineral, localização geográfica, tamanho da mina e métodos de lavra, entre outros parâmetros; (ii) longos períodos de pré-produção, que são causados por vários fatores, como amostragem do corpo de minério, passivos de financiamento, tributação, restrições ambientais, inovação tecnológica e novas restrições legais/segurança, etc., de modo que pode levar a períodos de 4 a 12 anos para iniciar a produção; (iii) uma grande exposição devido ao tempo de maturidade, fatores geológicos, parâmetros de engenharia, condições macroeconômicas e enquadramento político, logo, o risco de mercado é de primordial importância, especialmente nos casos em que as transações ocorrem em todo o mundo, mas a concentração do mineral é limitada a poucos lugares; (iv) o estoque de recursos minerais é finito e a vida da mina é apenas o tempo necessário para extrair o corpo de minério; (v) o risco de mudanças nas regras tributárias está presente no retorno do investimento em minas na maioria das nações, uma vez que existe uma compreensão generalizada de que os depósitos minerais são uma espécie de patrimônio natural para toda a humanidade e não para empresas privadas.

Alguns outros autores como Drieza *et al.* (2002) e Shafiee *et al.* (2009) ainda salientam que existem outras incertezas em empreendimentos mineiros, na maioria dos casos, o investimento inicial é parcial ou completamente irreversível. Isso significa que é necessário um investimento de capital para iniciar a operação, sendo que pelos menos parte deste investimento não pode ser recuperado. Dogbe *et al.* (2007), Topal (2008), Akbari *et al.* (2009) e Evatt *et al.* (2012) comentam sobre a incerteza na classificação de reservas minerais.

Projetos de mineração são compostos de diferentes aspectos complexos, mas todos têm a mesma característica: a incerteza. Por exemplo, os geólogos estão incertos sobre o tamanho do corpo de minério, os metalúrgicos estão incertos sobre a recuperação, os economistas têm dúvidas dos preços das *commodities*, taxas de câmbio, inflação e os planejadores de lavras não têm certeza sobre o momento adequado para fazer o desenvolvimento e explotar a mina. Conseqüentemente, em qualquer projeto de mineração, a incerteza aumenta seu risco e o gerente da empresa ou o tomador de decisões precisa de flexibilidade para gerenciar riscos no projeto.

Segundo Abdel Sabour e Dimitrakopoulos (2011), na prática de um projeto de mineração os planejadores não podem saber com certeza a quantidade e a qualidade do minério no subsolo. Além disso, os futuros preços dos bens minerais, assim como as taxas de câmbio e custos de produção não podem ser conhecidos com certeza. Considerando-se essa situação, nas últimas décadas as incertezas econômicas e geológicas têm sido alvos de estudo.

Dentro deste ambiente econômico, os futuros preços e custos de produção dos bens minerais são os fatores mais importantes de incerteza, sendo o primeiro o mais estudado. Podem-se citar alguns pesquisadores sobre a incerteza de preços como Brennan e Schwartz (1985); Trigeorgis (1993a); Mardones (1993); Moyen *et al.* (1996); Kelly (1998); Samis (2001); Moel e Tufano (2002); Abdel Sabour e Poulin (2006); Samis *et al.* (2006) e Shafiee *et al.* (2009).

As inseguranças na exploração podem ocorrer na duração dos estágios de avaliação de recursos, tais como incerteza geológica, coleta de dados, interpretação, modelagem, classificação de depósitos, relatórios e assim por diante. Muitos pesquisadores, como Dowd (1994), Dimitrakopoulos *et al.*, (2002); Godoy e Dimitrakopoulos (2004); Dimitrakopoulos *et al.* (2007); Leite e Dimitrakopoulos (2007) e Meagher *et al.* (2009), estudaram esses tipos de incertezas.

Em consonância com Lima e Suslick (2006) a estrutura da análise de investimento em mina é complexa e inter-relacionada. O risco geológico refere-se principalmente à tonelagem ou ao volume de minério de acordo com o teor de corte. Logo o minério é definido como a massa mineral ou volume que pode ser extraído com lucro. O lucro, por sua vez, depende da capacidade da planta, do custo de produção e do preço das *commodities*, entre outras variáveis. Como o preço e o custo variam continuamente ao longo do tempo, a tonelagem ou o volume de

minério extraível mudará de acordo, embora o estoque físico de minério disponível diminua ao longo do tempo à medida que a produção contínua. Essa interação entre diferentes variáveis geralmente torna a análise do investimento em mina muito mais complexa quando comparada à outros investimentos.

Existem no mercado diversas maneiras de fazer a avaliação de projetos tanto para mineração como para qualquer outro setor industrial. Sendo que as mais utilizadas são: as técnicas de fluxo de caixa descontado (FCD) e, nas últimas décadas, a Teoria das Opções Reais (TOR).

No início do século passado (1907), Irving Fisher publicou sua teoria do interesse e o valor no tempo. Embora suas ideias tenham sido modificadas e refinadas, elas ainda formam a base da maioria das decisões de investimento corporativo. No entanto, muitos profissionais afirmam estarem insatisfeitos com o tradicional VPL ou outras técnicas do FCD. Segundo Trigeorgis (1993) e Drieza *et al.* (2002), verifica-se frequentemente que tais cálculos subvalorizam os ativos mineiros. Uma explicação para esse fenômeno é que as técnicas tradicionais, que são apropriadas para a avaliação de ativos seguros, fazem ajustes inadequados para contabilizar o risco e não avaliam a flexibilidade inerente ao gerenciamento de ativos de risco.

De acordo com Trigeorgis (1993) e Miller e Park (2002), no mercado real, caracterizado por mudanças, incertezas e interações competitivas, a realização de fluxos de caixa provavelmente será diferente do que o esperado inicialmente. À medida que a nova informação chega e a incerteza sobre as condições do mercado e os fluxos de caixa futuros é gradualmente resolvida, a administração pode ter uma valiosa flexibilidade para alterar sua estratégia operacional, a fim de capitalizar oportunidades futuras favoráveis ou mitigar as perdas. Por exemplo, a administração pode adiar, expandir, contratar, abandonar ou alterar um projeto em diferentes estágios durante a vida útil do empreendimento.

A TOR teve origem no modelo Black e Scholes (1973) e Merton (1973). Pela primeira vez em 1985, Brennan e Schwartz avaliaram um projeto de recursos naturais através desta metodologia. Eles sabiam que os recursos naturais têm um alto grau de incerteza para classificação de recursos e preços futuros. A TOR baseia-se na teoria da arbitragem dinâmica, a qual apresenta um método de seguros, *hedge*, de ativos para maximizar os valores da carteira.

Segundo Shafiee *et al.* (2009), o gerente bem sucedido, durante a vida útil da mina, deve ser capaz de tomar a decisão de adiar, expandir, encolher ou abandonar o projeto em diferentes estágios, sendo essas decisões embasadas na metodologia TOR. Algumas estratégias podem ser contempladas no projeto de investimento de uma mina para reduzir os riscos e as incertezas no futuro como: *swaps* (troca de riscos) e *hedges* (cobertura para riscos) para explorar, desenvolver o projeto ou vender o recurso mineral.

De acordo com Mun (2002), as condições de negócios (projetos) são repletas de incertezas e riscos, essas incertezas contêm informações valiosas. Na medida em que a incerteza é resolvida ao longo do tempo, os gerentes podem fazer as correções apropriadas no meio do caminho através de uma mudança nas decisões e estratégias do empreendimento. A TOR incorpora esse modelo de aprendizagem, semelhante a ter um roteiro estratégico, enquanto análises tradicionais negligenciam essa flexibilidade gerencial desvalorizando grosseiramente certos projetos e estratégias.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma metodologia que considera o fluxo de caixa descontado com Opções Reais e a incerteza geológica no modelo para análise dos possíveis valores de viabilidade do projeto de sequenciamento dos *pushbacks* dentro do planejamento de longo prazo. Para tal, é considerada a incerteza geológica na otimização da sequência dos *pushbacks* e a incerteza econômica nas opções que levam a flexibilidade gerencial por meio da TOR. Tendo como objetivo secundário o aumento da acurácia do planejamento de lavra nos primeiros anos de produção.

1.3 Organização da tese

O capítulo 2 revisa a teoria do interesse e o valor no tempo, elencando os principais trabalhos, assim como uma contextualização da TOR para a avaliação de empreendimentos em mineração. No capítulo 3 é apresentado o embasamento e a descrição da metodologia empregada nesta pesquisa. No capítulo 4 são analisados e discutidos os resultados. No capítulo 5 expõe a conclusão da pesquisa. No

capítulo 6 são apresentadas as principais contribuições da tese, no capítulo 7 são sugeridos temas para trabalhos futuros, no capítulo 8 estão listadas as referências bibliográficas, e, por fim, no capítulo 9 os anexos.

Capítulo 2 - REVISÃO DA LITERATURA

A revisão bibliográfica é referente às técnicas mais utilizadas na avaliação de projeto ou empreendimentos de mineração e que suporta a metodologia. A primeira parte é referente à técnica de FCD e a segunda parte em relação à TOR. Dentro desta é a apresentado alguns conceitos para que a TOR possa ser mais bem compreendida. E por fim uma breve revisão sobre simulação geoestatística.

2.1 Fluxo de caixa descontado (FCD)

De acordo com Moyen *et al.* (1996) e Slade (2001), no início do século passado, 1907, Irving Fisher publicou sua teoria do valor e interesse no tempo. Embora suas ideias tenham sido modificadas e refinadas, elas ainda formam a base da maioria das decisões de investimento corporativo.

O conceito na análise de FCD é que o tempo é valioso. Devemos, portanto, ponderar os fluxos de caixa que hoje se acumulam mais do que os que se acumularão no futuro. Além disso, os pesos apropriados são determinados pela taxa de desconto. Se o valor presente líquido for positivo, $VPL > 1$, o projeto deve ser executado, ou seja, o valor presente excede seu custo de investimento. No entanto, é preciso obter estimativas dos preços futuros das *commodities*, as taxas de câmbio, o custo parcial e total, a política tributária e o clima político. Estudos de viabilidade detalhados são usados para prever os custos. Os preços, no entanto, são mais problemáticos. Na prática, os analistas da indústria costumam usar o que chamam de preço de *commodities* de "longo prazo" e não tentam lidar com flutuações cíclicas. A política governamental e o clima político são ainda mais difíceis de prever.

De acordo com Miller e Park (2002) as técnicas do FCD falham quando usadas para avaliar investimentos estratégicos onde a remuneração é incerta. Mais especificamente, existem três principais limitações das técnicas baseadas em FCD quando aplicadas em situações de incerteza:

- i. Selecionar uma taxa de desconto apropriada para descontar o fluxo de caixa. De acordo com a metodologia do FCD, um analista projeta todos os fluxos de caixa futuros (incluindo investimentos) associados a um ativo. Após a projeção, os

valores são descontados a uma taxa de desconto apropriada que reflita a incerteza e então são somados para calcular o VPL. Embora esta abordagem seja intuitiva e simples, decidir-se sobre a taxa de desconto adequada é difícil. Se um projeto envolve alta incerteza, uma alta taxa de desconto, que reflete um prêmio de alto risco, é utilizada.

ii. As técnicas FCD ignoram a flexibilidade para modificar decisões ao longo da cadeia de valor à medida que novas informações chegam. Este quadro de investimento em vários estágios é útil para entender e gerenciar o risco de investimento, bem como capturar a flexibilidade associada aos investimentos através da resolução da incerteza.

iii. As decisões de investimento geralmente são vistas como agora ou nunca, ao invés de decisões que podem ser adiadas. A abordagem do VPL, por exemplo, leva a aceitar um projeto imediatamente se o VPL for positivo. Este é um método passivo que funciona bem em situações deterministas, mas em condições de incerteza tem uma aplicabilidade limitada.

Existem outras técnicas de avaliação de empreendimentos que utilizam modelos determinísticos como a taxa interna de retorno (TIR), índice de lucratividade (IL), o *payback* simples e o *payback* descontado. No entanto, esses métodos na maioria das vezes, são usados como métodos complementares ao VPL.

2.1.1 Valor presente líquido (VPL)

O VPL é um método que consiste em trazer para a data zero todos os fluxos de caixa de um projeto de investimento e somá-los ao valor do investimento inicial. No cálculo é usado como taxa de desconto a taxa mínima de atratividade (TMA) da empresa ou projeto. Se o VPL for positivo ($VPL > 0$), haverá mais do que a receita suficiente para cobrir os custos com a TMA.

A TMA é uma taxa de desconto utilizada nos métodos de análise de investimento que representa o mínimo de retorno que o executor do projeto de investimento – seja a empresa ou o investidor – deseja obter. Matematicamente, o VPL é dado pela Equação 2.1:

$$VPL = FC_0 + \frac{FC_1}{(1 + TMA)^1} + \frac{FC_2}{(1 + TMA)^2} + \dots + \frac{FC_n}{(1 + TMA)^n} \quad (2.1)$$

O termo FC_0 representa o fluxo de caixa do período zero, isto é, o investimento inicial. Normalmente este termo entrará com sinal negativo na equação do VPL.

A fórmula do VPL também pode ser descrita de acordo com a Equação 2.2:

$$VPL = \sum_{n=0}^N \frac{FC_n}{(1 + TMA)^n} \quad (2.2)$$

2.1.2 Taxa interna de retorno (TIR)

A TIR de um empreendimento é uma medida relativa – expressa em percentual – que demonstra o quanto rende um projeto de investimento, considerando a mesma periodicidade dos fluxos de caixa do projeto. Matematicamente, a TIR pode ser representada pela Equação 2.3.

$$0 = \sum_{n=0}^N \frac{FC_n}{(1 + TIR)^n} \quad (2.3)$$

Em termos práticos, a TIR é difícil de ser calculada manualmente, principalmente quando o número de períodos (n) do projeto começa a aumentar. Isso ocorre porque sua resolução gera a necessidade de resolver equações polinomiais. Como a TIR não possui uma fórmula algébrica para ser calculada diretamente, ela pode ser encontrada por meio de tentativa e erro, tanto manualmente, quanto por algoritmos computacionais.

A TIR é a taxa de desconto que zera o VPL dos fluxos de caixa de um projeto, ou seja, faz com que todas as entradas igualem todas as saídas de caixa do empreendimento. Nesse caso, a TIR tem o mesmo valor da TMA, ou seja, o retorno esperado pelo acionista e credores é atingido. Para valores de TIR menor que a TMA, o projeto deve ser recusado.

2.1.3 Métodos de FCD aplicados na avaliação de projetos de mineração

Segundo Keswani e Shackleton (2006), Dogbe *et al.* (2007) e Topal (2008) um dos métodos mais comum para avaliar projetos de mineração é o FCD. Este constitui a base das decisões de investimento para a maioria das empresas de mineração. De acordo com Abdel Sabour e Poulin (2006) entre os métodos de FCD, o mais utilizado é o VPL.

Segundo Topal (2008), a técnica de FCD avalia todo o projeto ajustando ou descontando o fluxo de caixa líquido para os efeitos de risco e tempo. Quanto maior o risco dos projetos, maior deve ser a taxa de desconto. Dentro dessa técnica, os métodos do VPL e TIR são os mais comuns para avaliar um projeto de mineração.

De acordo com Moyen *et al.* (1996), Davis (1996) e Abdel Sabour e Poulin (2010), há evidências substanciais de que os cálculos do FCD desvalorizam os ativos de mineração. Com efeito, a indústria mineral eventualmente comercializa os bens minerais a preços de mercado superiores às suas avaliações do FCD.

Ajuste inadequado na taxa de desconto para refletir o risco do empreendimento pode fornecer uma discrepância entre o FCD e os valores de mercado. Segundo Moyen *et al.* (1996) e Samis *et al.* (2006), normalmente, as empresas de mineração usam uma taxa de retorno real de 15% em seus cálculos de FCD. No entanto, é difícil definir qual taxa deve ser adotada. De acordo com Drieza *et al.* (2002), as empresas, bem como o governo, costumam recorrer a regras simples, como "usar 20% para a fase de exploração e 10% a partir daí". A escolha das taxas de desconto é crucial, no entanto, as avaliações FCD são muito sensíveis às taxas escolhidas.

Segundo McCarthy e Monkhouse (2002), Samis *et al.* (2006), Guj e Garzon (2007), a técnica de avaliação padrão de análise através do FCD que usa uma única taxa para descontar todos os fluxos de caixa do projeto tem bastante deficiências. Como a subestimação do prêmio de risco dos ativos de vida curta, conduzindo assim a uma sobreavaliação. Inversamente, o prêmio de risco dos ativos de longa duração é normalmente superestimado, levando a subvalorização.

De acordo com Samis *et al.* (2006) uma questão importante que deve ser considerada é a aceitação de que um bem de alto custo seja submetido a ajustes de risco maiores do que um ativo de baixo custo. É amplamente aceito no setor de mineração que os fluxos de caixa de minas de alto custo são mais sensíveis às

variações de preços de *commodities* do que os fluxos de caixa de minas de baixo custo e, portanto, o uso de maiores ajustes de risco em minas de alto custo não é intuitivamente irracional. A literatura da TOR enfatiza que, a medida que a flexibilidade reduz o risco de fluxo de caixa dos ativos, as taxas de desconto devem ser reduzidas em conformidade (Trigeorgis, 1996). É uma extensão razoável esperar que, para ativos sem flexibilidade, ativos de baixa margem, com maior risco de fluxo de caixa, devem ser descontados a uma taxa maior.

De acordo com Keswani e Shackleton (2006), embora a abordagem do VPL padrão permita que os custos e as receitas levem em consideração as imprevisões de mercado futuras, ela pressupõe que os gerentes permanecem passivos se as circunstâncias mudarem. Assim, mesmo se a condição de mercado piorar drasticamente, a regra do VPL assume que os gerentes não vão alterar as taxas de produção e nem paralisar temporariamente. Em outras palavras, o método do VPL convencional trata a decisão de investimento como um caso estático. Na prática, os gerentes podem e "desfazem" decisões passadas, ou seja, fazem adaptações todo o tempo.

Segundo Trigeorgis (1993) e Abdel Sabour e Poulin (2010) muitos acadêmicos e gerentes empresariais reconhecem que a regra VPL e outras abordagens de FCD para o orçamento de capital são inadequadas. Pois, não podem empregar adequadamente a flexibilidade da administração para adaptar e revisar decisões posteriores em resposta a inesperadas mudanças de mercado. O VPL tradicional faz suposições implícitas a respeito de um "cenário esperado" de fluxos de caixa e pressupõe o comprometimento passivo da gerência com uma certa "estratégia operacional".

No mercado real, caracterizado por mudanças, incertezas e interações competitivas, no entanto, a realização de fluxos de caixa provavelmente será diferente do que a administração esperava inicialmente. À medida que novas informações chegam e a incerteza sobre as condições de mercado e fluxos de caixa futuros é gradualmente resolvida, a administração pode ter flexibilidade valiosa para alterar sua estratégia operacional, a fim de capitalizar oportunidades futuras favoráveis ou mitigar perdas. Por exemplo, a gerência pode ser capaz de adiar, expandir, contratar, abandonar, ou de outra forma alterar um projeto em diferentes estágios durante sua vida operacional.

Contudo, de acordo com Runge (2012), a indústria mineral é diferente se comparada com outros empreendimentos de larga escala de produção pelas seguintes características:

1. Toda mina é diferente, porque cada minério é singular;
2. A mineração é uma indústria intensiva em capital, com custos elevados;
3. A mineração em larga escala exige injeções contínuas de capital, mesmo para manter a produção;
4. O conhecimento é de alto custo. As decisões são feitas em informações imperfeitas;
5. Como indústria primária, os retornos são muito sensíveis a altas e baixas oscilações de mercado.

Com base nessas características do setor mineral, os projetos mineiros são mais difíceis de serem avaliados. Uma solução para o problema evidenciado segundo Trigeorgis (1993) é a flexibilidade da administração para adaptar suas ações em resposta a condições futuras de mercado. Com a adaptação é possível ajustar ao crescimento ou reduzir as perdas do empreendimento. A assimetria resultante causada pela adaptabilidade gerencial requer uma regra de "VPL expandido" que reflita ambos os componentes de valor: o VPL tradicional (estático ou passivo) dos fluxos de caixa diretos e o valor da opção de operacionalização e de adaptabilidade estratégica. Isso não significa que o VPL tradicional deve ser desfeito, mas deve ser visto como uma entrada crucial e necessária para uma análise de VPL expandida, baseada em opções, como apresentado na Equação 2.4.

$$\text{VPL (estratégico) expandido} = \text{VPL estático (passivo) dos fluxos de caixa esperados} + \text{valor da gestão ativa das opções.} \quad (2.4)$$

2.2 Teoria das Opções Reais (TOR)

De acordo com Brennan e Schwartz (1985), apesar de avanços na teoria das finanças, desde o final da década de 1950 e durante as de 1960 e 1970, os procedimentos práticos para o orçamento de capital evoluíram lentamente. A técnica padrão, FCD, permaneceu inalterada na essência desde que foi originalmente proposta por Fisher no ano de 1907.

Segundo Brennan e Schwartz (1985), Palm *et al.* (1986), a inadequação desta abordagem ao orçamento de capital é amplamente reconhecida, embora não amplamente discutida. Sua óbvia deficiência é a total negligência da natureza estocástica dos preços e de possíveis respostas gerenciais às variações de preços. Embora a incerteza dos preços não seja importante em aplicações para as quais os preços são razoavelmente previsíveis. Ela é de suma importância em muitas indústrias, como na área de recursos naturais, onde as oscilações de preço podem variar de 25% a 40% ao ano. Nestas condições, a prática de substituir as distribuições de preços futuros pelos seus valores esperados é susceptível de causar erros no cálculo tanto dos fluxos de caixa esperados como nas taxas de desconto adequadas e, assim, conduzir a decisões de investimento sub-ótimas. De acordo com Trigeorgis (1993), Frimpong e Whiting (1997), Dogbe *et al.* (2007), a gestão bem sucedida no mercado competitivo requer métodos de avaliação que respondam à dinâmica do mercado global e proporcionem aos investidores informações relevantes para tomar decisões estratégicas de investimento.

Em 1973 aconteceu uma inovação no mundo financeiro quando Black e Scholes (1973) e Merton (1973) iniciaram um novo método de avaliação de ativos financeiros. Esses valores mobiliários derivados, como as opções financeiras, geralmente têm o preço variável por meio da análise dos direitos contingentes. A idéia por trás da análise dos direitos contingentes é valorizar uma opção financeira, não por conta própria, mas como parte de um portfólio sem risco. Desde então, os contratos de compras e vendas continuaram a ser desenvolvidos. De acordo com Trigeorgis (1993), a abordagem de opções para o orçamento de capital tem o potencial de conceituar e mesmo quantificar o valor das opções do gerenciamento ativo. Esse valor é representado como um conjunto de opções reais (*call* ou *put*) embutidas em investimentos de capital, sendo o ativo subjacente, o valor bruto do projeto do fluxo de caixa operacional esperado. Esses ativos podem ser do tipo americano ou europeu.

De acordo com Merton (1973) e Topal (2008) uma ação de tipo "americana" é uma garantia, emitida por uma empresa, dando ao seu proprietário o direito de comprar uma parcela de estoque em um determinado preço ("exercício"), podendo exercer a opção antes ou na data de vencimento. Uma opção de venda de tipo "americano" oferece ao seu proprietário o direito de vender uma parcela de ações a um determinado preço de exercício antes de data de vencimento. Uma opção de tipo

"europeu" ou "européia" tem os mesmos termos que a sua contraparte "americana", exceto que não pode ser entregue ("exercido") antes da data de vencimento do contrato. Trigeorgis (1993) explica os termos "dentro ou fora do dinheiro" no que tange a execução ou não do exercício.

Muitas dessas opções reais ocorrem naturalmente, por exemplo: adiar, contrair, encerrar ou abandonar um projeto. Enquanto outras podem ser planejadas e incorporadas com algum custo extra. Por exemplo, para expandir a capacidade ou criar opções de crescimento, quando o investimento é escalonado sequencialmente, ou ainda, projetos com entradas e saídas no fluxo de caixa. Segundo Palm *et al.* (1986), Trigeorgis (1996), Mardones (1993), Abdel Sabour e Poulin (2006), Dimitrakopoulos e Abdel Sabour (2007), Abdel Sabour e Poulin (2010) essa flexibilidade gerencial agrega valor ao empreendimento tanto para projetos como para empreendimentos em operação.

Geralmente, o valor de uma opção pode ser estimado usando métodos analíticos ou numéricos. Métodos analíticos como o desenvolvido por Black e Scholes (1973) podem ser valiosos, pois os resultados das opções de preços podem ser calculados de acordo com as suposições em vigor que definem o processo. Contudo, esse método torna-se oneroso computacionalmente ou intratável algebricamente na medida em que as incertezas sobre as variáveis subjacentes se tornam mais complexas. Tem, também, a desvantagem de tornar-se complicado se o modelo integrar mais de uma fonte de incerteza. Uma alternativa foi proposta por Cox *et al.* (1979) para resolver as equações diferenciais com métodos numéricos, sendo o procedimento alternativo mais simples e, computacionalmente mais eficiente. Os métodos numéricos incluem métodos de "rede", técnicas de diferenças finitas e simulações de Monte Carlo. Dentro desta última técnica uma contribuição significativa foi sugerida por Longstaff e Schwartz (2001) onde a simulação de Monte Carlo foi desenvolvida para opções do tipo americana.

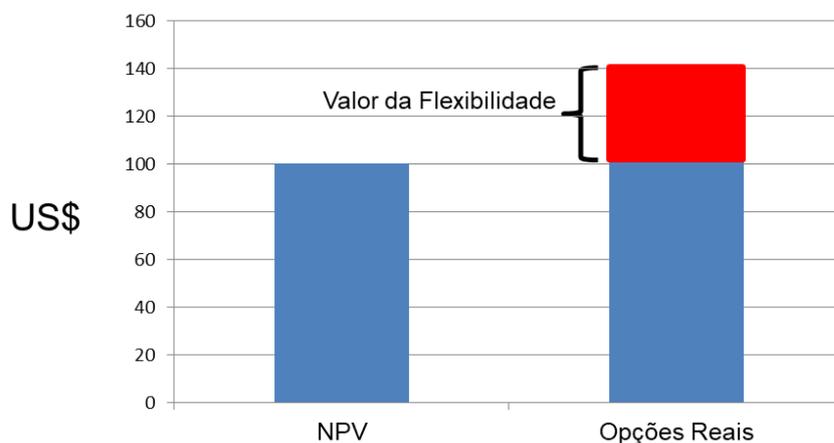
O primeiro *framework* foi desenvolvido por Myers (1977) que gerou uma ferramenta de avaliação de ativos reais, levando em conta oportunidades futuras inerentes a um projeto (como expandir ou abandonar a produção). Acadêmicos têm trabalhado desde então para desenvolver modelos de opções reais.

Em consonância com Palm *et al.* (1986) e Cortazar e Schwartz (1994), a incerteza é uma característica importante de muitos investimentos, mas é especialmente importante para empreendimentos minerais. As empresas mineiras

geralmente implicam em grandes investimentos e compromissos fixos. Os gerentes da indústria de mineração geralmente consideram indesejável a incerteza de preços, devido à possibilidade de que o preço da *commodity* minerada caia para um nível que impeça a empresa de recuperar seus investimentos e custos fixos. Sendo assim, as aplicações iniciais da TOR surgiram naturalmente na área de investimentos em recursos naturais devido à disponibilidade de preços de *commodities*, altas volatilidades, longas durações, resultando em maiores e melhores estimativas de valores de opções.

Alguns pesquisadores ao avaliarem projetos com as mesmas taxas de descontos identificaram que o valor de um projeto estimado pela TOR é sempre maior ou no mínimo igual ao estimado pelo método de FCD, como o VPL convencional. Brennan e Schwartz (1985), Trigeorgis (1993), Dixit e Pindyck (1994), Moyen *et al.* (1996), Davis (1996), Slade (2001), Miller e Park (2002), Colwell *et al.* (2003), Abdel Sabour e Poulin (2006) ilustram que a diferença entre as duas estimativas depende dos níveis de incerteza e rentabilidade do projeto subjacente. De acordo com Topal (2008), a técnica de avaliação de opções baseia-se principalmente na flexibilidade do projeto. Quanto mais flexível, mais valioso é o projeto, pois permite ao gestor responder aos eventos futuros de forma a aumentar ou mitigar perda de valor da empresa. Na Figura 2.1 pode ser visto o ganho econômico agregado ao empreendimento pela flexibilidade gerencial fornecida pelas opções estratégicas incorporadas ao projeto na avaliação pela TOR.

Figura 2.1 - Valor agregado ao empreendimento pela flexibilidade gerencial na avaliação pela TOR.



Fonte: modificado de Keswani e Shackleton (2006).

De acordo com Dimitrakopoulos *et al.* (2002) o valor do projeto aumenta quando o risco é reduzido usando flexibilidade gerencial. Shafiee *et al.* (2009) salienta que o risco é uma das variáveis significativas associadas aos projetos de mineração durante toda a vida da mina. O gerente da empresa de mineração pode ter flexibilidade no projeto para explorar o risco com o objetivo de maximizar o lucro do empreendimento.

A relevância da metodologia da TOR segundo Souza Neto *et al.* (2008) pode ser usada de forma complementar ao VPL, oferecendo informações adicionais e contribuindo para a análise mais consistente. São três os fatores que fazem com que a TOR seja particularmente importante: incerteza, flexibilidade e VPL próximo à zero.

2.2.1 Definições necessárias para entendimento da TOR

2.2.1.1 O básico sobre risco

De acordo com Mun (2016) o risco pode ser simplesmente definido como qualquer incerteza que afeta um sistema ou projeto de maneira desconhecida, pelas ramificações que, também, são desconhecidas, mas trazem com elas grande flutuação no valor e no resultado. Em muitos exemplos onde o risco é evidente, a seguinte generalidade deve existir:

- ✓ Incertezas e risco têm um horizonte temporal;
- ✓ Incertezas existem no futuro e evoluirão ao longo do tempo;
- ✓ Incertezas se tornam riscos se afetarem os resultados e cenários do sistema;
- ✓ Esses efeitos de cenários variáveis no sistema podem ser medidos;
- ✓ A medição deve ser definida em relação a um *benchmark*.

O risco nunca é instantâneo. Tem um horizonte de tempo. Por exemplo, uma empresa envolvida em um empreendimento arriscado de pesquisa e desenvolvimento enfrentará quantidades significativas de risco, mas somente até que o produto esteja completamente desenvolvido ou tenha se provado no mercado.

Esses riscos são causados por incertezas na tecnologia do produto em questão, incertezas sobre o mercado potencial, incertezas sobre o nível de ameaças e substitutos da concorrência, e assim por diante. Essas incertezas mudarão ao longo das atividades de pesquisa e *marketing* da empresa e algumas incertezas aumentarão, enquanto outras provavelmente diminuirão com a passagem do tempo, ações e eventos.

No entanto, apenas as incertezas que afetam diretamente o produto tem qualquer influência nos riscos de sucesso do produto. Ou seja, apenas as incertezas que alteram os resultados dos cenários possíveis tornarão o produto arriscado (por exemplo, condições econômicas e de mercado). Por fim, só existe risco se este pode ser medido e comparado com um *benchmark*. Se não existir *benchmark*, então, talvez, as condições que acabamos de descrever sejam a norma para as atividades de pesquisa e desenvolvimento e, portanto, os resultados negativos são esperados. Essas referências devem ser mensuráveis e tangíveis, por exemplo, lucros brutos, taxas de sucesso, participação de mercado, tempo de implementação e assim por diante.

2.2.1.2 Processo estocástico

O processo estocástico é quando uma variável evolui ao longo do tempo, em que pelo menos parte deste tempo evolui de forma aleatória. Ou seja, o processo estocástico é definido por uma lei de probabilidade de evolução x_t para uma variável x no tempo t . Portanto, para tempo $t_1 < t_2 < t_3$, é possível calcular as probabilidades as quais correspondem os valores x_1, x_2, x_3 etc. para um mesmo intervalo específico, por exemplo, $\text{prob} (a_1 < x_1 < b_1, a_2 < x_2 < b_2, \dots)$. Quando o tempo t_1 chega é observado o valor x_1 , com base nessa informação é possível prevê probabilidades de eventos futuros.

2.2.1.3 O processo Wiener

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), o processo Wiener (movimento browniano) é um processo estocástico em tempo contínuo com três importantes propriedades. Primeira, é um processo Markov, ou seja, neste processo os valores

futuros só dependem do valor atual e não podem ser afetados por valores anteriores do processo ou por alguma outra informação atual. Como resultado deste processo a variável tem uma melhor previsão de valor futuro. Segunda, o processo Wiener é independente de incrementos. Isso significa que a função de probabilidade em qualquer momento do tempo é independente em relação a partes de intervalos de tempo. Terceira, a mudança no processo para qualquer intervalo finito de tempo, tem distribuição normal, com a variância que cresce linearmente com o tempo.

2.2.1.4 O Lema de Itô

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), o Lema de Itô é uma identidade usada no cálculo de Itô para encontrar a diferencial de uma função dependente do tempo de um processo estocástico. Ele serve como a contrapartida do cálculo estocástico da regra da cadeia. Ele pode ser derivado heurísticamente formando a expansão da série de Taylor da função até suas segundas derivadas e mantendo os termos até a primeira ordem no incremento de tempo e na segunda ordem no incremento do processo Wiener. O Lema é amplamente empregado em finanças matemáticas, e sua aplicação mais conhecida é a derivação da equação de Black-Scholes para os valores das opções.

2.2.1.5 Movimento Aritmético Browniano

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), o movimento aritmético browniano (MAB) é um processo Wiener com uma tendência, e que pode ser descrito de acordo com a Equação 2.5.

$$dx = \alpha dt + \sigma dz \quad \text{sendo} \quad dz = \epsilon \sqrt{dt} \quad \therefore \epsilon \sim N(0, 1) \quad (2.5)$$

Onde:

α = tendência

σ = variância

A Equação 2.5 é conhecida como MAB por apresentar uma tendência linear no tempo. Pode-se calcular o valor esperado e a variância para a variação da variável dx , conforme a Equação 2.6:

$$\begin{aligned} E[dx] &= E[\alpha dt + \sigma dz] = \alpha dt + \sigma E[dz] = \alpha dt \\ \text{Var}[dx] &= E[(\alpha dt + \sigma dz - \alpha dt)^2] = \sigma^2 E[(dz)^2] \end{aligned} \quad (2.6)$$

Onde:

$$E[(dz)^2] = E\left[\left(\varepsilon\sqrt{dt}\right)^2\right] = dtE[\varepsilon^2] = dt$$

Então,

$$\text{Var}[dx] = \sigma^2 dt$$

Portanto, dx tem uma distribuição de probabilidade dada por:

$$dx \sim N(\alpha dt, \sigma^2 dt)$$

2.2.1.6 Movimento Geométrico Browniano

De acordo com Dixit e Pindyck (1994), o movimento geométrico browniano (MGB) é um caso particular do processo de Itô, e é utilizado para modelar preço de ações, taxas de juros, preço de produtos e outras variáveis financeiras e econômicas.

Considerando o movimento browniano derivado do processo de Itô como a Equação 2.7:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad (2.7)$$

Então, o MGB é um caso especial em que:

$$a(x, t) = \alpha x$$

$$b(x, t) = \sigma x$$

Substituindo essas relações em (2.7) tem-se a Equação 2.8 do MGB:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz \quad (2.8)$$

Então,

$$\frac{dx}{x} = \alpha dt + \sigma dz$$

Onde:

$$\frac{dx}{x} (\ln(x)) = \frac{1}{x} dx = \frac{dx}{x}$$

Portanto, é possível observar que $\frac{dx}{x}$ segue uma distribuição Normal, pois segue um MAB. A variação de $\ln(x)$ é igual à variação $\frac{dx}{x}$, logo, $\ln(x)$ também é um MAB e tem uma distribuição Normal. Desta forma, x tem uma distribuição LogNormal.

2.2.1.7 Movimento de Reversão à Média

De acordo com Dixit e Pindyck (1994) o movimento de reversão à média (MRM) possui uma grande diferença em relação ao MGB, que é a convergência de longo prazo. Quando se faz o tempo tender a infinito o MGB tende a infinito ou a zero, dependendo da sua tendência. A característica de tendência exponencial é adequada a alguns ativos como as ações. Por outro lado, o MRM converge para uma tendência de longo prazo, o que é uma característica que possui embasamento na teoria microeconômica. Há ativo como é o caso das *commodities*, que possuem claramente uma relação com os seus custos marginais de produção.

No caso do petróleo, por exemplo, por meio da teoria microeconômica, o preço é dado pelo custo marginal do campo com maior custo, necessário para equilibrar a oferta e a demanda. Cabe aqui ressaltar que o modelo não incorpora custos marginais crescentes, como é o caso da indústria de petróleo. No entanto, a

modelagem por MRM tem se demonstrado coerente. A equação de reversão à média pode ser escrita de acordo com a Equação 2.9:

$$dx = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz \quad (2.9)$$

Onde:

η = velocidade de reversão à média

\bar{x} = média de longo prazo

O valor esperado do MRM em função do tempo é dado pela Equação 2.10:

$$E[x_t] = \bar{x} + e^{-\eta t}(x_0 - \bar{x}) \quad (2.10)$$

E a variância pela Equação 2.11:

$$Var[x_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t}) \quad (2.11)$$

2.2.1.8 Volatilidade

Volatilidade, na área financeira, é uma medida de dispersão dos retornos de um título ou índice de mercado. Quanto mais o preço de uma ação varia num período curto de tempo, maior o risco de se ganhar ou perder dinheiro negociando esta ação, e, por isso, a volatilidade é uma medida de risco.

2.2.2. Volatilidade em projetos de mineração

Segundo Palm (1986), Mardones (1993), Espinoza *et. al.* (2013), os investimentos em mineração estão sujeitos à alta volatilidade. As variações de preços futuros das *commodities* durante a vida útil da mina podem induzir mudanças nas expectativas dos mesmos, o que por sua vez, pode exigir uma nova otimização

de mina, de acordo com essas novas estimativas. No entanto, de acordo com Davis (1996), quanto mais volátil o preço do mineral que está sendo produzido, mais necessária é a opção de gerenciar estrategicamente o ativo mineral. Se os preços futuros fossem certos, o prêmio da opção associado à flexibilidade gerencial se tornaria zero, uma vez que tal flexibilidade não oferece potencial para criar valor à medida que os preços evoluem. Assim, a flexibilidade gerencial vale mais para os ativos minerais com alta volatilidade de preços.

De acordo com Lima e Suslick (2006), a estimativa da volatilidade calculada dos ativos financeiros vem dos dados históricos e pode ser usada como um *proxy* de sua futura volatilidade. Mas esta abordagem apresenta três principais desvantagens quando aplicada diretamente à estimativa da volatilidade do projeto, incluindo projetos de mineração: (i) não há valores de dados históricos registrados de projetos negociados; (ii) os projetos são diferentes, pois possuem características técnicas e financeiras próprias; (iii) projetos minerais são distintos, mesmo no caso de dois projetos para produzir a mesma *commodity*. Por estas razões, em muitos casos, pesquisadores como Dixit e Pindyck (1994) assumem que a volatilidade do projeto é igual à do preço da *commodity*.

A hipótese de volatilidade de projeto ser igual à dos preços das *commodities* pode ser correta em dois casos especiais: I) O valor do projeto é uma função linear do preço das *commodities*. Mas, na maioria dos casos reais, o valor do projeto é uma função não-linear devido aos efeitos dos graus de heterogeneidades, custos fixos e tributação que ocorrem na maioria dos projetos de minerais. II) A correlação entre preço de mercadoria e custo operacional é positiva e igual a 100%. Em longo prazo, na fase industrial, o preço e o custo podem ser perfeitamente correlacionados, porque quando os preços aumentam, a operação de mina pode migrar para o minério de baixo teor. Ao contrário, quando o preço cai, o custo operacional também tende a seguir a mesma tendência com alguns intervalos de tempo, levando a exploração de mina para minério de alto teor, adiando a manutenção ou mesmo adotando outros métodos de flexibilidade gerencial. Na fase de projeto, não haverá uma correlação perfeita entre preço e custo, pois os ajustes das variáveis não estão diretamente ligados às flutuações dos preços das *commodities*. Essas variáveis podem ser: mão-de-obra, energia, explosivos, combustível, bem como outras despesas de materiais fornecidos por indústrias. Como resultado, as premissas de volatilidade de projetos iguais às dos preços das

commodities não são totalmente verificáveis nos projetos de mineração propriamente ditos.

Lima e Suslick (2006) em suas considerações finais destacam que a suposição de que a volatilidade do projeto seja igual à volatilidade dos preços só é válida em condições operacionais não realistas de negócios na indústria. Ou seja, condições onde os preços e custos tenham uma correlação de 100% ou um cenário em que os preços sejam muito altos e os custos muito baixos. Ambas as situações são improváveis no mercado de mineração competitivo, como o dos produtores de ouro. Logo, a volatilidade do projeto sempre tende a ser maior do que a volatilidade das *commodities*, de modo que a consideração da volatilidade do projeto igual à volatilidade dos preços irá subestimar os ativos e dar origem a regras de decisão de investimento não ótimas.

Alternativamente, Copeland e Antikarov (2001) sugerem a realização de uma simulação do VPL do fluxo de caixa do projeto utilizando a técnica de Monte Carlo e tomando seu desvio padrão como uma *proxy* para sua futura volatilidade. A limitação desta abordagem é que, a partir deste método, obtém-se apenas uma estimativa pontual e o analista não pode compreender o impacto total de uma variação de preço ou custo, bem como outras variáveis na volatilidade do projeto, a menos que a simulação seja executada para diferentes cenários.

2.2.3 Método de avaliação de projetos de mineração através da TOR

De acordo com Dimitrakopoulos e Abdel Sabour (2007), a avaliação de opções reais (TOR) ganhou muito interesse nas últimas décadas. Tem sido considerado entre pesquisadores e economistas como um meio de avaliar melhor as propostas de investimento em condições de mercado incertas que caracterizam a maioria dos investimentos de capital. Segundo Topal (2008) o uso de técnicas adequadas de avaliação de projetos é mais importante no setor de mineração do que nas demais indústrias.

Os primeiros pesquisadores a utilizar a TOR aplicada à mineração foram Tourinho (1979) e Brennan e Schwartz (1985 a, b). Nestes últimos trabalhos, uma mina de ouro e outra de cobre foram valoradas ao integrar a flexibilidade de gerenciamento para temporariamente fechar, reabrir ou abandonar o empreendimento dependendo do preço do cobre ou ouro levando em consideração

suas respectivas volatilidades. Em suas conclusões, para a mina de cobre foi evidenciado um prêmio de opção atribuível à flexibilidade gerencial pequeno, em torno de 2,2% do valor do FCD. No entanto, para o exemplo da mina de ouro foi evidenciado um aumento significativo de 19% do valor em relação ao FCD.

A TOR demorou alguns anos para ser empregada novamente no setor mineral, Cavender (1992) *apud* Shafiee *et al.* (2009) estimou a flexibilidade para desligar e reiniciar uma pequena mina de ouro nos EUA. Essas opções geraram um prêmio de US\$ 3,8 milhões de dólares, em torno de 4,9% do investimento de capital inicial esperado. Em Mardones (1993) a volatilidade do preço da *commodity* foi aplicada para a definição de um teor de corte dinâmico para uma mina de cobre no Chile. Essa flexibilidade operacional agregou valor da ordem de 2,4% ao empreendimento. Topal (2008) comenta ainda que a estimativa via TOR foi maior e mais confiável em relação aos métodos tradicionais. Logo fica evidenciado que a TOR agrega valor para uma gerência ativa.

No trabalho de Moyen *et al.* (1996) e Davis (1996) foi feita uma tentativa para quantificar empiricamente o valor da flexibilidade gerencial associada ao potencial desenvolvimento e exploração de vários ativos minerais. Com base no último, a flexibilidade gerencial média foi em torno de 8% maior em relação ao FCD do projeto mineral pós-desenvolvimento e em torno de 41% do projeto não desenvolvido. Desta forma foi possível inferir que projetos em andamento a TOR não agrega tanto valor ao empreendimento, sendo assim, o ideal é trabalhar com esta metodologia preferencialmente na fase de projeto. Isso se deve a dificuldade de promover modificações em projetos já em execução.

No excelente artigo de Samis (2001) a TOR foi empregada na subdivisão de um depósito de ouro nos USA em zonas com o intuito de programar uma gestão estratégica operacional que capitalizou a estrutura geológica. Assim como o fechamento seletivo de zonas em resposta a baixos preços do minério no mercado. Esta abordagem permitiu que os custos e a capacidade de processamento de minerais do projeto fossem calculados em detalhes com base no estado do mesmo, ajustando a produção do complexo mineral de forma dinâmica, minimizando perdas. Sendo assim, outra aplicação da TOR é na minimização de perda de acordo com a condição geológica.

Na apreciação de projetos via FCD, a taxa de desconto utilizada pode inviabilizar o empreendimento. Na análise de expansão feita por Drieza *et al.* (2002)

para as reservas de zinco na Polônia com taxa de desconto de 20% levou a um VPL negativo. Através da TOR o projeto se tornou viável. Uma vez que essa metodologia divide a “taxa de desconto” em duas partes, uma parte com crescimento sem risco e outra parte ajustada ao risco. A primeira é uma taxa de crescimento livre de risco, geralmente, utiliza-se a taxa de crescimento do tesouro americano ou a taxa SELIC, por exemplo. E a segunda é uma taxa de crescimento de acordo com o nível de risco, usa-se a volatilidade para mensurar o risco. De acordo com Mun (2016) em essência quanto maior o risco, maior deve ser o retorno.

Abdel Sabour e Poulin (2006) avaliaram projetos de investimento reais com opções de flexibilidade compostas aplicando a simulação de Monte Carlo (SMC) ao invés da sofisticada técnica criada por Black e Scholes (1973), no entanto, produzindo o mesmo resultado. Sendo assim, a dificuldade encontrada no tratamento via matemática mais elaborada foi superada. Os mesmos autores, Abdel Sabour e Poulin (2010), usaram a mesma ferramenta na análise de expansões de minas sob incerteza. Em suas conclusões a TOR foi mais conservadora em termos de preço para desencadeamento para prosseguir com o plano de expansão. Isso indica que a TOR melhor imita o pensamento avesso ao risco dos gestores, especialmente quando o nível de incerteza sobre os resultados futuros é alto.

No que tange ao tratamento estocástico do custo, poucos trabalhos foram desenvolvidos desde que a metodologia TOR foi criada. Palm *et al.* (1986) demonstraram que o valor da opção de encerramento temporário depende da proporção de custos fixos em relação os custos totais. No artigo de Dehghani e Atae-pour (2013) ficou demonstrado que o tratamento estocástico do custo e do preço do cobre no mercado, simultâneo, pode trazer maiores ganhos, em torno de 40%, considerando a incerteza via TOR em relação ao tradicional VPL para uma mina na Turquia.

Na apreciação da flexibilidade gerencial gerada com tratamento estocástico do preço junto com outras variáveis alguns trabalhos se destacam. Entre eles, pode ser citado o artigo de Slade (2001) que avaliou o valor da flexibilidade gerencial usando dados sobre preços, custos, teores, reservas, extração de minério e produção de metal para um painel de minas de cobre canadense. Segundo o autor os resultados via modelo MGB foi bem maior do que o modelo MRM. No trabalho de Lima e Suslick (2006) foi desenvolvido um modelo para estimar outras variáveis do fluxo de caixa, como custos operacionais, impostos, inflação para uma mina

hipotética de ouro. Logo, em suas conclusões ficou evidente que a volatilidade do projeto sempre tende a ser maior do que a volatilidade das *commodities*, de modo que a consideração da volatilidade do projeto igual à volatilidade dos preços irá subestimar os ativos.

O desenvolvimento do método binomial de avaliação criado por Cox *et al.* (1979) simplificou a análise via TOR em relação à solução através das equações diferenciais do modelo Brennan e Schwartz (1985). Embora a TOR seja inovadora e agrega valor ao projeto ou empreendimento em análise, esta não tem sido aplicada de forma ampla no setor mineral. De acordo com o trabalho de Moel e Tufano (2002) apenas 20% das empresas usaram TOR em decisões estratégicas até o final do século passado. A partir do início do século a SMC tem sido empregada de forma mais consistente junto com a TOR facilitando o emprego da metodologia, principalmente, no cálculo da volatilidade.

2.2.3.1 Método de avaliação de projetos de mineração por meio da TOR incluindo a incerteza geológica

Dowd (1994) foi um dos primeiros pesquisadores que levou em consideração a incerteza dos teores, preços e custos na estimativa das reservas minerais. No trabalho de Dimitrakopoulos *et al.* (2002) foi considerado a incerteza geológica no *design* do planejamento a céu aberto. Esses trabalhos foram uns dos primeiros que consideraram à incerteza no planejamento de lavra. Dando continuidade neste último artigo, Leite e Dimitrakopoulos (2007) utilizaram a simulação geoestatística *annealing* para criar várias representações do corpo de minério. Entre os resultados foi evidenciado um VPL para o sequenciamento estocástico 26% maior do que o sequenciamento convencional, isto foi comparável à diferença de 28% relatada em Dimitrakopoulos *et al.* (2002).

Godoy e Dimitrakopoulos (2004) e Dimitrakopoulos *et al.* (2007) ratificaram que objetivo do sequenciamento de lavra a céu aberto é buscar pela sequência de produção mais lucrativa para a vida útil do empreendimento. Os pioneiros que analisaram a incerteza no modelo de blocos para o sequenciamento de produção de longo prazo no gerenciamento do fluxo de caixa foram Dimitrakopoulos e Ramazan (2004). Em suas conclusões ficou evidente a preocupação em reduzir a incerteza do fluxo de caixa nas fases iniciais de produção.

Diversos trabalhos foram desenvolvidos comparando o fluxo de caixa descontado e a Teoria das Opções Reais. Retamal *et al.* (2013) utilizaram a TOR para atualizar e construir planos de minas sob incerteza, contemplando a flexibilidade de mercado e geológica. Dimitrakopoulos e Abdel Sabour (2007) compararam o VPL e a TOR para avaliar uma pequena mina de ouro a céu aberto levando em consideração múltiplas incertezas na função benefício. Eles concluíram que a TOR aumentou o valor do empreendimento entre 11 e 18%.

Outras pesquisas levaram em consideração as incertezas geológicas e econômicas no planejamento de lavra por meio de simulações geoestatísticas e estocásticas. Bastante *et al.* (2007) descreveram um método simples para introduzir aumentos de preços e custos na análise da incerteza com SMC. Gholamnejad e Osanloo (2007) desenvolveram um algoritmo que incorporou a incerteza de teor de minério durante o processo de *design de pushback*. A estratégia sugerida tenta procurar agendar blocos com maior incerteza mais tarde na sequência de extração.

No que tange a cava final, Meagher *et al.* (2009) integraram a simulação da incerteza geológica e de mercado, bem como a flexibilidade operacional para revisar o destino do bloco, no planejamento de minas a céu aberto. Abdel Sabour e Dimitrakopoulos (2011) mostraram que há uma diferença significativa no ranking de *design* da análise convencional ao incorporar a incerteza e a flexibilidade operacional na seleção de *design* de minas. Armstrong e Galli (2011) usaram simulações geoestatísticas e estocásticas para avaliar o impacto da incerteza nos recursos do planejamento de longo prazo utilizando macro-blocos (grandes blocos) para testar a robustez às flutuações dos teores, preços e custos de produção no sequenciamento de lavra. Asad e Dimitrakopoulos (2013) incorporaram a incerteza geológica na teoria da Lane levando em consideração múltiplos destinos para o minério. Os resultados mostram uma diferença de 13,83% entre o VPL mínimo e máximo. E Montiel e Dimitrakopoulos (2013) desenvolveram uma metodologia multi-estágio para gerar a sequência de produção de minas baseados na incerteza de longo prazo, para operações com múltiplos tipos de rocha e fluxos de processamento.

A partir de 2011 algumas linhas de pesquisa começaram a utilizar a otimização estocástica de forma mais intensiva no setor mineral. Dimitrakopoulos (2011) desenvolveu uma metodologia integrada em dois elementos: simulação estocástica e otimização estocástica. Os resultados mostram que a estrutura

estocástica adiciona maior valor na sequência de produção na ordem de 25%. Além disso, os limites estocásticos da cava final foram em torno de 15% maiores em termos de tonelagem total, em comparação com os limites de cava final tradicionais (determinísticos). Essa diferença estende a vida útil e adiciona aproximadamente 10% em relação ao VPL. Marcotte e Caron (2013) desenvolveram uma abordagem de otimização estocástica onde a cava ótima é calculada no bloqueio de lucros esperados, em vez dos teores esperados, calculadas a partir de uma série de simulações condicionais. Em suas conclusões a otimização estocástica provou gerar sempre maiores quantidades de minério e, geralmente, maiores lucros do que a otimização com base em teores estimados.

Em Asad e Dimitrakopoulos (2013b), o modelo de otimização estocástica foi abordado para o limite da cava final e sequenciamento de lavra, por meio de uma estrutura gráfica. Os resultados do estudo de caso concluíram que a abordagem estocástica proposta desenvolve um *design* ideal com uma cava aproximadamente 45% maior, levando a um maior valor econômico e produção de metal em comparação com a abordagem convencional. Asad *et al.* (2014) desenvolveram um modelo de otimização estocástica referendado em Asad e Dimitrakopoulos (2013b) para desenvolver um algoritmo de fluxo máximo embasados numa estrutura de gráfico estocástica, a qual respondeu conjuntamente para múltiplas realizações de corpos de minério igualmente prováveis e fluxos de processamento de minério. Os resultados demonstraram que a estrutura estocástica funcionou melhor ao prever um limite de 8,7% maior, um aumento de 10% no teor total de cobre, juntamente com um aumento entre 14 e 16% dos fluxos de caixa descontados.

2.3 Simulação geoestatística

Para a construção do modelo de incerteza de teores, os algoritmos de simulação estocástica são mais indicados do que os de krigagem. A simulação visa à análise do impacto da incerteza de valores de um atributo ao longo do depósito mineral ou análise da incerteza através de uma função de transferência, como por exemplo, o VPL.

Matheron (1973) propôs a simulação condicional como um método para fornecer uma avaliação quantitativa da variabilidade *in situ* e da incerteza dos atributos geológicos, tais como concentrações minerais (ou valores dos teores), que

são espacialmente distribuídas dentro de um corpo mineral. A ideia é representar os fenômenos geológicos como variáveis aleatórias correlacionadas no espaço que é uma função de sua localização. Qualquer valor de atributo ou um número de valores de atributos em vários locais são interpretados como resultados da variável aleatória ou função aleatória. O intuito da simulação condicional é identificar a variável aleatória, a partir dos dados de amostra disponíveis, usando suas estatísticas de um ponto (histograma) e dois pontos (função de covariância), e, em seguida, extrair realizações desse modelo de função aleatória. O algoritmo de simulação é considerado condicional se as realizações reproduzirem o valor dos dados amostrados em seus locais. Considerando as múltiplas realizações da função aleatória, a incerteza sobre a distribuição espacial dos atributos geológicos pode ser quantificada.

Os algoritmos de interpolação como os usados na Krigagem tendem a suavizar a variabilidade do atributo estimado. Essa suavização se caracteriza pela subestimativa de valores altos e superestimativa de valores baixos (Goovaerts, 1997). Segundo Olea (1999), a simulação estocástica foi a solução adotada pela geoestatística inicialmente para resolver o problema da suavização. Os primeiros trabalhos sobre simulação geoestatística foram propostos por Matheron e publicadas por A. Journel (1974) e J. P. Chiles (1977). Essas técnicas permitem representar melhor a complexidade dos fenômenos naturais através da geração de modelo probabilistas com diversos cenários equiprováveis.

Deutsch (2002) salienta que a simulação estocástica, também, foi a solução adotada pelos geoestatísticos para modelar a incerteza associada à estimativa, uma vez que a variância de krigagem foi reconhecida apenas como um índice de configuração espacial dos pontos vizinhos próximos.

Por causa da simplicidade de execução, os métodos sequenciais de simulação são os algoritmos mais comuns e populares para a reprodução da distribuição espacial e da incerteza de diferentes variáveis nas Ciências da Terra (Soares, 2001). Segundo Goovaerts (1997) o objetivo da simulação sequencial é a geração das várias realizações conjuntas dessas N variáveis aleatórias, como a Equação 2.12.

$$\{Z^l(x_j), j = 1, N\}, l = 1, L \quad (2.12)$$

Onde $N(0,1)$ é a função gaussiana com média 0 e variância 1 e o valor estimado e sua respectiva variância são derivados de krigagem simples. Cada valor simulado é incorporado aos dados condicionantes e usado na simulação do próximo nó da malha e assim sucessivamente (Ribeiro, 2010). Para simplificar o sistema de krigagem é necessário fazer algumas aproximações: i) krigar os dados simulados dentro de uma vizinhança limitada; ii) os dados incorporados aos nós da malha são localizados dentro da vizinhança; iii) o próximo nó da malha a ser simulado é tomado aleatoriamente; iv) apenas um número limitado de nós é incorporado após sua classificação por correlação decrescente (Ribeiro, 2010).

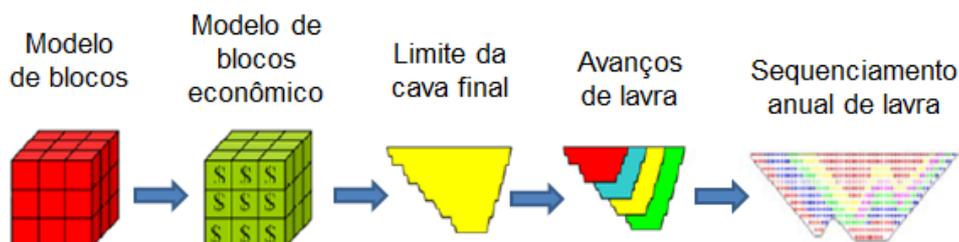
Capítulo 3 - METODOLOGIA

3.1 Embasamento da metodologia

A primeira parte da metodologia desenvolvida nesse trabalho se baseia nos procedimentos tradicionais do planejamento de lavra. Enquanto a segunda parte envolve a otimização e a Teoria das Opções Reais.

O planejamento de lavra de longo prazo começa com a análise dos furos de sondagem, construção do modelo de blocos geológico, geralmente com estimativa por krigagem ordinária, para representação do jazimento *in situ*. Na fase seguinte é construída uma Função Benefício ($FB = \text{receitas} - \text{custos}$) que é aplicada ao modelo geológico gerando o modelo econômico. Com base neste modelo é delineada a cava final por meio de um algoritmo que, geralmente, é o algoritmo de Lerchs-Grossmann (1965). Na fase subsequente, a cava final é dividida em grandes áreas, as quais são chamadas de *pushbacks*. Com base nos *pushbacks* é feito o sequenciamento de lavra. Nesta metodologia, dita tradicional, as variáveis do planejamento de lavra são consideradas como conhecidas ao longo do tempo, ou seja, os teores dos blocos, o preço do mineral-minério no mercado e o custo de produção não se alteram na medida em que as operações mineiras acontecem. Em geral, essas variáveis são aplicadas a apenas um modelo de blocos geológico. E uma vez definida a sequência de produção a mesma não é alterada, ou seja, os blocos que foram definidos para serem lavrados em um determinado período não são reavaliados com o acréscimo de informação ao longo do tempo. Um exemplo desta metodologia pode ser visto na Figura 3.1.

Figura 3.1- Metodologia tradicional.



Fonte: adaptado de Askari Nasab, H., 2010.

O conceito de divisão da mina em zonas desenvolvidas por Samis (2001) e a simulação geoestatística dos teores e estocástica das variáveis econômicas para o sequenciamento de lavra sugerida por Armstrong e Galli (2011) podem ser expandidos para uma determinada área, denominada *pushback* e integrada na metodologia proposta.

A otimização estocástica indicada por Dimitrakopoulos (2011) e Mun (2016) pode ser utilizada na metodologia para determinação da sequência dos *pushbacks* com ênfase na incerteza dos teores. Assim como sugerido por Gholamnejad e Osanloo (2007) em postergar blocos com maior incerteza no sequenciamento, aumentando a acurácia do planejamento nos primeiros anos de produção.

Dimitrakopoulos e Ramazan (2004), Leite e Dimatrakopoulos (2007), Abdel Sabour *et al.* (2008), Meagher *et al.* (2009), Marcotte e Caron (2013) e Asad e Dimitrakopoulos (2013b) comentam que o planejamento de produção de longo prazo é usado para maximizar o VPL do projeto. E para tal, se concentra no sequenciamento de lavra, sob-restrições técnicas, financeiras e ambientais. Segundo eles, a incorporação de incertezas oriundas dos parâmetros técnicos, geológicos e econômicos no sequenciamento de lavra é significativa.

Uma das maneiras de incorporar a incerteza geológica é fazer a simulação geoestatística do depósito de tal forma que se obtenha uma boa representatividade do espaço amostral e a variância dos blocos seja reproduzida. No estudo de Dowd (1994) foram utilizados 6 modelos, Dimitrakopoulos e Abdel Sabour (2007) utilizaram 12 modelos, no trabalho de Abel Sabour e Dimitrakopoulos (2011) foram utilizados 10 modelos e no trabalho de Montiel e Dimitrakopoulos (2013) foram utilizados 15 modelos.

Para agregar flexibilidade operacional na sequência dos *pushbacks* e planos de produção a incerteza econômica pode ser integrada via TOR com opções estratégicas como abandonar, expandir e reduzir a produção, assim como inserir essas opções simultaneamente e por fases em projetos com mais uma etapa. Esse conceito é embasado, principalmente nos trabalhos de Brennan e Schwartz (1985), Samis (2001) e Mardones (1993).

A Opção de Abandono é incorporada ao projeto como opção de sair do projeto e recuperar o valor do ativo ou propriedade intelectual do projeto para reduzir perdas adicionais. Outra forma é parar antes de executar a próxima fase, ou executar uma rescisão por conveniência e, ao mesmo tempo, recuperar algum valor.

Vale ressaltar que essa opção só faz sentido se a empresa já possuir o ativo ou projeto. Algumas características da Opção de Abandono de acordo com Mun (2016) são: 1) Sistema de cobertura de “quedas” e desvalorização, de modo a ser capaz de recuperar algum valor em um projeto fracassado ou um bem que esteja *out-of-the-money* (Por exemplo: vender a Propriedade Intelectual e os Ativos, abandonar um Projeto, mecanismos de recompra/revenda de provisões); 2) Saída com recuperação de valores residuais da propriedade intelectual para reduzir as perdas; 3) Desinvestimento e *Spin-off*; 4) Recompra de provisões previstas em contrato; 5) Parar e abandonar o projeto antes de executar uma determinada fase; 6) Rescisão por conveniência; 7) Saída antecipada, cancelamento de provisionamento de perdas estabelecidas em contrato.

A Opção de Expansão permite que a empresa tire proveito de tecnologias de plataforma para futuros acréscimos ou expansão, fusões e aquisições, aumento de vendas externas, reutilização e escalabilidade, *spinoffs*, e entrada em novos nichos, produto e localidades. Ao introduzir essa opção é necessário informar o custo de execução da expansão. Mun (2016) descreve as características da Opção de Expansão como: 1) Aproveitar as oportunidades ascendentes em uma plataforma, estrutura ou tecnologia existente que possa ser facilmente expandida (unidade de produção para atender picos de consumo, plataformas petrolíferas maiores, saltar no início do desenvolvimento de tecnologia, maior capacidade ou tecnologia no local para futura expansão); 2) Plataforma de tecnologias; 3) Fusões e aquisições; 4) Capacidade de expansão tecnologia pré-instaladas; 5) Expansão geográfica, tecnológica e de mercado; 6) Vendas para setor militar estrangeiro; 7) Reuso e escalabilidade; 8) Redução do risco de perdas mesmo com a redução de benefícios (participar de acordos de compartilhamento de mercado ou infraestrutura, onde ao mesmo tempo divide o resultado potencial, mas também o risco embutido no negócio); 9) Terceirização, alianças, subcontratação, *Leasing*; 10) *Joint Venture*; 11) Parcerias estrangeiras; 12) Co-desenvolvimento e partilhamento de mercado.

Uma Opção de Contração avalia o valor da flexibilidade de reduzir a produção ou reduzir a escala e/ou o escopo do contrato de um projeto, quando as condições de mercado não são favoráveis para continuar com o projeto original, reduzindo assim o valor do ativo ou do projeto, por um fator de contração, mas ao mesmo tempo, sendo capaz de criar alguns ingressos recuperáveis. A Opção de Contração é inserida no projeto com o intuito de reduzir suas despesas operacionais e outros

custos de implantação através da partilha do seu projeto ou fluxo de receita do ativo através de terceirização, alianças, empreiteiros, *joint ventures*, ou outros tipos de parcerias. As características da Opção de Contração de acordo com Mun (2016) são: 1) Negociações contratuais com fornecedores, estratégia de aquisição com ramificações industriais (sustentação competitiva e capacidade estratégica e disponibilidade); 2) Modelagem de avaliação de projetos; 3) Capitalizando em outras oportunidades, reduzindo os riscos de implantação em larga escala, e determinando o valor de Pesquisa & Desenvolvimento (execução paralela de alternativas, enquanto espera em caso de sucesso técnico do projeto principal, e não há necessidade de adiar o projeto por causa de um componente ruim neste); 4) Produção inicial pequena, uso de protótipos, e demonstração de tecnologias avançadas antes de produção em escala; 5) Contrato de direito de preferência; 6) Valor da informação pela avaliação da previsão de custos de insumos, capacidade, cronograma e outras métricas; 7) Realizar *Hedging* com opções tipo *Call-* e *Put-* para executar algo no futuro, segundo termos acordados no presente, derivativos OTC (Preço, Demanda, Forex, Taxa de Juros futura, Opções Futuro e *swap* para proteção).

A Opção Sequencial Composta com mais de uma fase calcula o valor da estratégia com implantação em partes sucessivas (*stage-gate*). Sendo estas desdobradas em subprojetos como, prototipagem, testes de viabilidade técnica de baixa taxa inicial de produção, demonstração de tecnologia. Ou ainda em contratos de valorização com múltiplos estágios, com a opção de sair a qualquer momento, com a flexibilidade *built-in* para executar diferentes cursos de ação em fases específicas de desenvolvimento, marcos, ou programas de pesquisa e desenvolvimento realizados em fases. A Opção em questão, geralmente, é aplicada em projetos com alto risco. Sendo assim, existe um valor significativo em eliminar, gradualmente, a necessidade de investimentos ou de eventos de fracassos ao longo do tempo. Desta forma, o risco de um grande investimento inicial é reduzido.

A Opção Sequencial Complexa pode englobar uma carteira de opções (Opções Simultâneas), combinação de diversos tipos de opções e estratégias para enfrentar adversidade com o uso de flexibilidade inerente ao conjunto de projetos vinculados (dependência de caminho, mutuamente exclusivos / inclusivos, opções encadeadas). Como exemplo, pode existir uma Árvore de Estratégias: calcular o valor de uma opção sequencial composta com duas fases, mas ao final da segunda

fase, você tem a opção de abandonar (retirar-se do negócio e vender o ativo ou a propriedade intelectual do projeto e obter algum valor residual), contrair (execução de uma *joint venture* ou parceria para reduzir as despesas operacionais e compartilhar as receitas) ou expandir (*spin-off* e expandir para produtos e mercados adicionais). Todas as opções são mutuamente exclusivas.

De acordo com Mun (2016) as características da Opção Sequencial Composta são: 1) Implantação da técnica de segmentação em fases do desenvolvimento de um projeto de alto risco (*Stage-Gate*), segmentando em, por exemplo, prototipagem, produção em baixa escala, teste de viabilidade técnica, demonstração de tecnologia competitiva; 2) Contratos governamentais com várias fases com opção de abandono a qualquer momento e valoração do encerramento por conveniência, e execução do projeto baseado em plataformas flexíveis, permitindo diversas alternativas futuras para desenvolvimentos específicos; 3) Milestones, R&D e opções em fase; 4) Plataforma de tecnologia.

3.2 Descrição da metodologia

A metodologia iniciou com análise de um modelo de blocos krigado contendo o P_2O_5 fornecido por uma empresa produtora de fertilizantes. Esta solicitou que não fosse mencionado o seu nome e que os dados ficassem em sigilo. Para reavaliar os valores dos blocos foi utilizada uma nova função benefício e o limite da cava final que foi previamente validado por uma consultoria externa contratada pela empresa. No entanto, o preço da rocha fosfática e o custo de produção foram atualizados. Para reavaliar o *pit final* foi utilizando o *software* NPV Scheduler da Datamine.

A etapa subsequente foi conhecer a incerteza geológica. Sendo assim, os blocos contidos dentro da cava final foram selecionados e emulados no *software* Sgems por meio de simulação sequencial gaussiana. Para obter a variância geológica foram simulados 50 modelos.

Depois de validada a simulação geoestatística, o modelo de blocos resultante foi reinserido no NPV Scheduler. Com base nas considerações técnicas da alimentação da usina, como massa e teor médio de minério foi gerado o sequenciamento de lavra. Logo, o VPL deste sequenciamento foi tomado como *benchmark*.

Após a delimitação do sequenciamento foi feita uma otimização para definir a ordem dos *pushbacks* levando em consideração, principalmente, a incerteza geológica, mas não deixando de considerar os valores dos blocos e a relação estéril/minério (REM). Para tal, foi utilizada uma ferramenta de otimização do *software Risk Simulator* da *Real Options*.

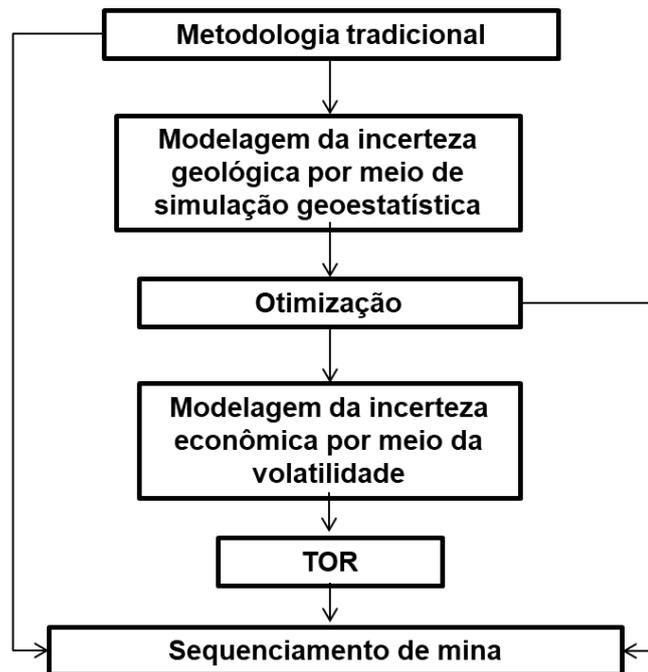
Para agregar flexibilidade gerencial, a TOR foi empregada na análise da sequência dos *pushbacks*. Nesta apreciação o preço da rocha fosfática foi considerado como uma variável estocástica e o custo de produção como um valor fixo estimado a partir de dados histórico da empresa. A avaliação via TOR foi feita através do *software SLS* da *Real Options*.

Com relação ao modelo de distribuição estocástico, a variável preço da rocha fosfática foi modelada pelo MGB. A volatilidade foi calculada levando em consideração um histórico de 10 anos da *commodity* (julho de 2010 a julho de 2020). Os dados foram levantados de relatórios do Banco Mundial (<https://www.worldbank.org/en/research/commodity-markets>) acessado pela última vez em julho de 2020. Um histórico tal amplo se justifica devido à forma de cálculo da volatilidade e por se tratar de uma variável de longo prazo.

Na apreciação do projeto de sequenciamento pela TOR as seguintes opções foram inseridas: abandonar, contrair, expandir, e sequencial complexa. Primeiro foi avaliada cada opção separadamente e em um segundo momento as três primeiras opções simultaneamente em um cenário mais completo por Opções Sequenciais Complexas. Nestas emulações se as condições do mercado piorar as seguintes opções podem ser efetuadas: abandono ou contração do projeto. Por outro lado, se a condição de mercado melhorar, os *pushbacks* podem ser expandidos e por fim um cenário neutro usando a Opção Sequencial Complexa.

Devido à complexidade do planejamento de lavra e ao grande número de variáveis e algoritmos envolvidos foi proposta neste trabalho uma metodologia mista entre a tradicional e a TOR. Essa pode ser vista na Figura 3.2.

Figura 3.2 - Metodologia mista.



Fonte: próprio autor.

3.3 Exemplo de aplicação da metodologia

A metodologia foi aplicada a um empreendimento de fosfato localizado no Triângulo Mineiro em Minas Gerais. O projeto foi vislumbrado desde 2006, de acordo com os relatórios técnicos, sendo iniciadas as operações mineiras no ano de 2010. Desta forma, algumas informações foram repassadas pela empresa para a elaboração deste trabalho.

As operações mineiras, a princípio, na análise de projeto foram calculadas como sendo executadas por uma empresa terceirizada que já operava no complexo, ou seja, a compra dos equipamentos de lavra não foi contemplada no projeto. No entanto, foi previsto um CAPEX para desenvolvimento da mina até a cota 1100 de US\$ 35,85 milhões e no que tange a usina de beneficiamento um CAPEX de US\$ 114,28 milhões. No entanto, o empreendimento foi estipulado para ter uma vida útil entre 15 e 20 anos, dependendo da disponibilidade e qualidade do minério. Neste estudo foram considerados 15 anos de operação da mina. Sendo assim, nesta metodologia foi considerado apenas os 4 primeiros anos do empreendimento, logo os CAPEX da usina e mina foram divididos por 15, estabelecendo um CAPEX/anual.

O intuito foi simplificar um pouco a análise do projeto. Contudo, o valor do CAPEX considerado foi de US\$ 39,78 milhões.

No que tange a modelo de blocos, foi analisado um banco de dados de furos de sondagem fornecido pela empresa contendo 9181 amostras, sendo a malha de sondagem mais fechada de 75 por 75 metros. No entanto, para a primeira fase, método tradicional, foi utilizado um modelo de blocos krigado já existente com os seguintes parâmetros:

- i. Tamanho dos blocos: 25, 25, 10 metros nas direções x, y e z respectivamente;
- ii. Quantidade de blocos: 120, 118, 44 nas direções x, y e z respectivamente;

O modelo de blocos originalmente tem 5 tipologias, sendo que neste trabalho para simplificar foi reduzido para 2 tipologias, uma como minério e outra como estéril. A tipologia minério corresponde aos TipoF4: 2 e 3, sendo as demais: 1, 4, 5 e 6 como estéril.

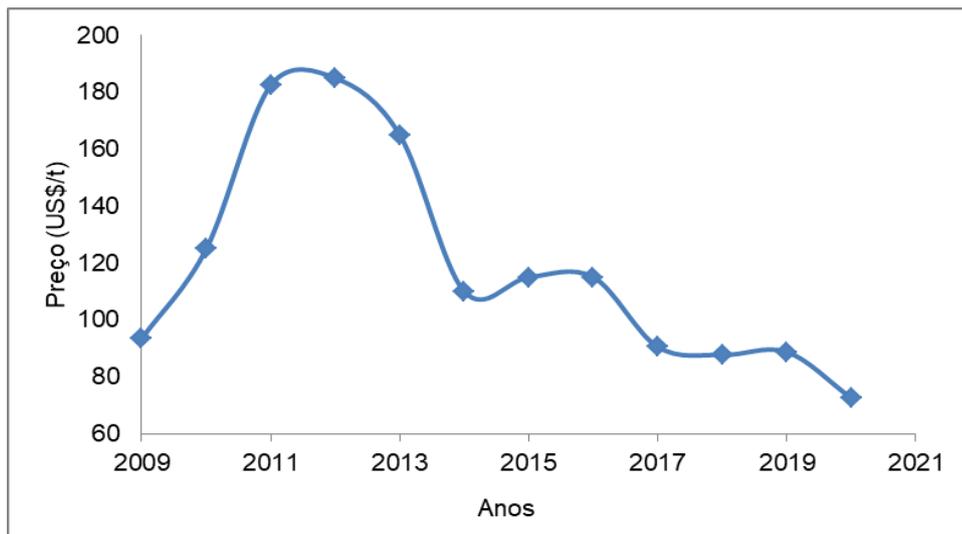
Fazendo uma análise do modelo de blocos já cortado pelo *wireframe* da topografia da região, a cota mais alta da provável cava final ficou em torno de 1270. No que tange a blocos de minério, na cota 1100 foi onde começou a apresentar áreas mineralizadas mais rasas e na cota 960 as mais profundas.

Capítulo 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Função benefício

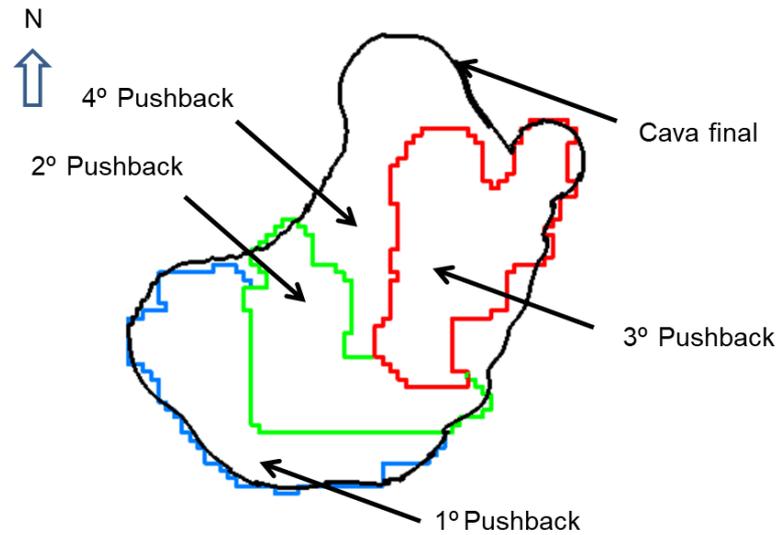
Para gerar a função benefício foi considerado um histórico de 5 anos (julho de 2015 a julho de 2020) para calcular o valor médio da variável preço da rocha fosfática como pode ser visto na Figura 4.1. Vale ressaltar que esta Figura apresenta um comportamento desde o ano de 2009, pois este foi o histórico necessário para calcular a volatilidade, a qual está apresentada mais adiante. Sendo assim, o valor adotado com base no histórico para a rocha fosfática foi de US\$ 94,13/t. Para os custos de produção foi utilizado um histórico da empresa.

Figura 4.1- Variação do preço em US\$/t da rocha fosfática para os últimos 10 anos.



Fonte: próprio autor.

Após a delimitação da cava final foi feito um *pre-stripping*, em seguida foram gerados 4 *pushbacks* independentes entre si. A Figura 4.2 apresenta a distribuição dos *pushbacks* assim como o limite da cava final. A Tabela 4.1 mostra os resultados do sequenciamento dos *pushbacks*. Nesta cada linha representa um *pushback*, o qual corresponde a um ano de operação.

Figura 4.2 - Distribuição dos *pushbacks* e limite da cava final.

Fonte: próprio autor.

Tabela 4.1 - Dados dos *pushbacks*.

Dados do sequenciamento de lavra						
<i>Pushbacks</i>	Total de rocha	Minério	Estéril	REM	P ₂ O ₅	Variância
	tonelagem	tonelagem	tonelagem		%	%
1	21.150.000	3.162.500	17.987.500	5,69	9,7	17,79
2	17.937.500	4.412.500	13.525.000	3,07	12,1	17,95
3	21.562.500	4.162.500	17.400.000	4,18	12,8	17,85
4	42.262.500	3.112.500	39.150.000	12,10	10,4	18,20
Total	102.912.500	14.850.000	88.062.500	5,93	11,25	17,90

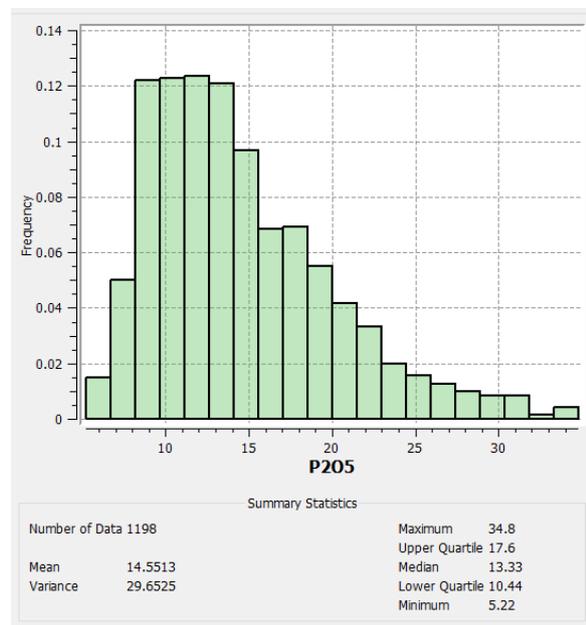
A mina foi desenvolvida para alimentar a Usina II com capacidade de alimentação anual de 3,2 milhões de tonelada por ano com um teor médio em torno de 11,00% de P₂O_{5ap}. Sendo assim, a receita anual calculada é oriunda apenas do minério alimentado na usina com sua respectiva recuperação em massa e metalúrgica, o restante da massa de minério contido no *pushback* é referente ao minério liberado para iniciar o ano subsequente. Ou seja, cada ano calendário corresponde a um *pushback*.

Contundo, utilizando uma taxa de desconto de 15% para o sequenciamento dito tradicional, o VPL foi de US\$ 34,55 milhões com uma TIR de 55%, IL de 1,18 e *payback* no segundo ano. Vale ressaltar que a taxa de desconto foi sugerida pela empresa.

4.2 Simulação geoestatística

Após a delimitação da cava final, os blocos de minério contidos foram interpolados por meio de simulação geoestatística sequencial gaussiana. O intuito foi conhecer o espaço de incerteza, optou-se por trabalhar com 50 modelos equiprováveis. Sendo assim, um dos objetivos desta simulação foi avaliar a variabilidade dos blocos contidos dentro dos *pushbacks* já definidos na primeira etapa. Na Figura 4.3 pode ser visto o histograma de P_2O_5 das amostras contido dentro da camada de minério delimitada pela geologia sem desagrupamento com malha irregular, sendo a malha mais fechada de 75 x 75 metros. Analisando o histograma pode ser constatado que a média e variância foram de 14,55% e 29,65%, respectivamente. Para a simulação foi feito o desagrupamento via *Gslib*. Essas informações são importantes para conhecer a variável de interesse e possibilitar a validação da simulação geoestatística.

Figura 4.3 – Histograma sem desagrupamento da variável P_2O_5 das amostras originais da camada de minério.



Fonte: Sgems.

A informação da análise química do P_2O_5 inclui os teores de fosfatos secundários associados predominantemente às porções superiores do perfil estratigráfico. Estas porções apresentam altos teores de P_2O_5 e baixos teores de

CaO. Sendo assim, foi necessário simular a variável CaO, pois não é possível calcular a produção de rocha fosfática na usina com base no P_2O_5 . Desta forma foi definida uma nova variável denominada P_2O_{5ap} , logo esta representa o teor de P_2O_5 contido na apatita. O teor de P_2O_{5ap} é obtido através das seguintes relações químicas:

$$P_2O_{5ap} = P_2O_5 \text{ se } CaO/P_2O_5 \geq 1,35$$

$$P_2O_{5ap} = CaO/1.356 \text{ se } CaO/P_2O_5 < 1,35$$

A simulação das variáveis P_2O_5 e CaO seguiram os mesmos parâmetros e o mesmo *grid* da variável P_2O_5 , visto que as duas variáveis são correlacionáveis. Os variogramas foram modelados no Sgems e os parâmetros dos variogramas normalizados podem ser vistos na Tabela 4.2 para a direção de maior e menor continuidade e vertical. Logo, os azimutes $67,5^\circ$ e $157,5^\circ$ representam, nessa ordem, as direções de maior e menor continuidade e são concordantes com as estruturas geológicas do local.

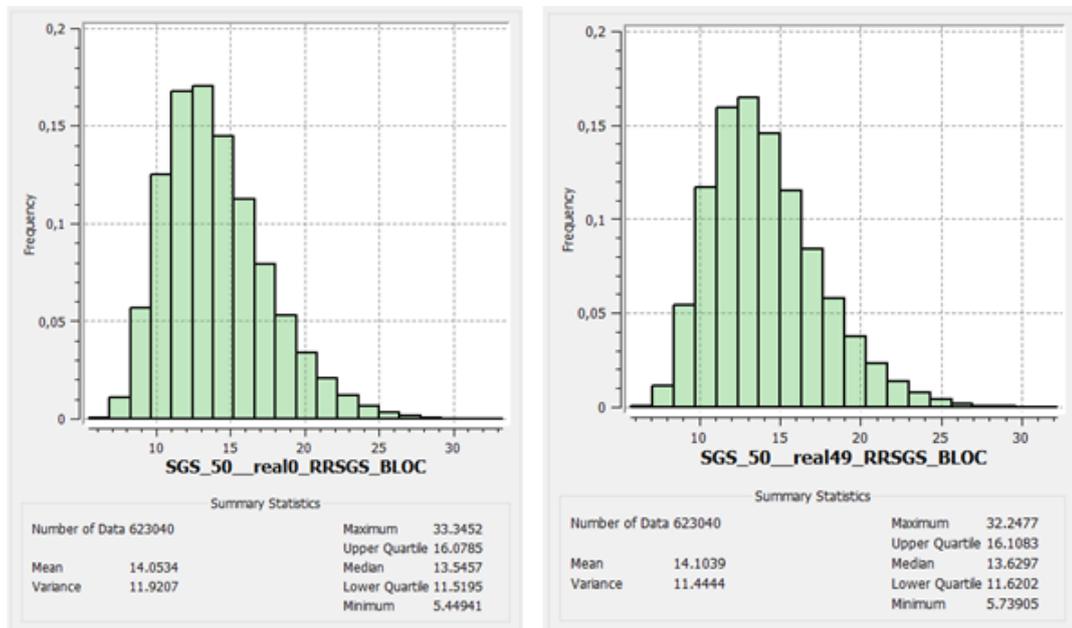
Tabela 4.2 - Parâmetros do variograma normalizado para variável P_2O_5 .

VARIOGRAMA						
VARIÁVEL	EFEITO PEPITA	PATAMAR		AMPLITUDE		AZIMUTE
	C0	C1	C2	A1	A2	
P2O5	0,32	0,36	0,36	105	555	N67.5
				75	450	N157.5
				21,5	40	D90

Os modelos foram validados seguindo essa ordem: i) Verificação dos mapas das simulações; ii) Checagem dos parâmetros da média e variância das simulações que devem flutuar em torno dos dados das amostras originais; iii) Verificação dos variogramas dos modelos simulados com as amostras originais.

No que se refere à variância, esta flutuou em torno da variância original (28 e 32%). No entanto, a simulação foi feita em *grid* mais fechado em relação ao tamanho dos blocos originais, obedecendo a um limite de pontos que o Sgems conseguiu simular, logo o *grid* foi de 12,5m x 12,5m x 5m. Logo após as simulações foi feito um *UpScale* para o tamanho do bloco original. Na Figura 4.4 pode ser visto dois histogramas dos blocos simulados escolhidos de forma aleatória, os demais estão no Anexo 2.

Figura 4.4 – Histograma do bloco simulado da variável P_2O_5 .



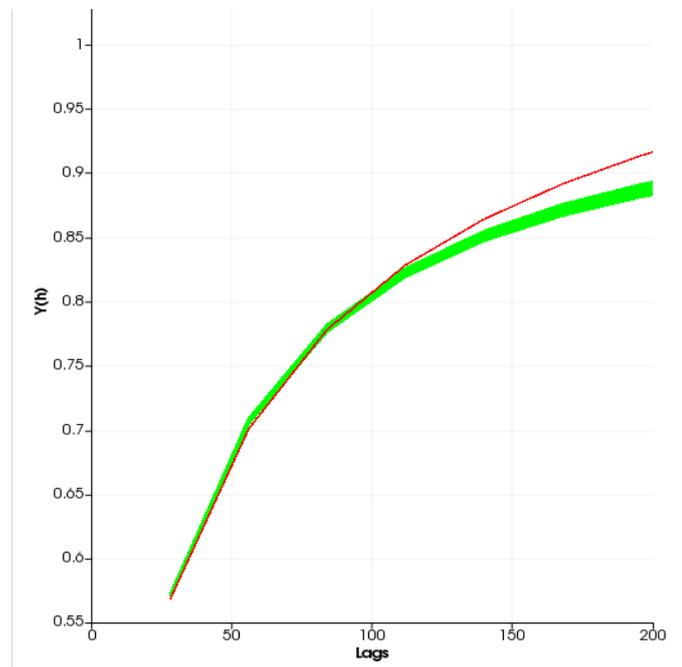
Fonte: Sgems.

A Figura 4.5 apresenta um comparativo do variograma do P_2O_5 em vermelho com os variogramas dos dados simulados em verde na direção de maior continuidade. No eixo x está representado o número de *lags* (distância em metros) usado no variograma e no eixo y a variância normalizada. Os variogramas das simulações não representam, em média, o modelo de variograma para alcances maiores que 100 metros, um melhor ajuste poderia ser estudado futuramente. Porém, como a distância entre furos é, em geral, menor que 100 metros, muitos blocos são simulados, provavelmente, considerando principalmente informações de amostras e variograma até essa distância, e assim, é esperado que essa questão não influencie significativamente nos resultados do estudo de caso.

Na Figura 4.6 pode ser visto as curvas dos histogramas acumulados das 50 simulações. O intuito é visualizar se todas as realizações reproduziram a média e variância dos dados originais.

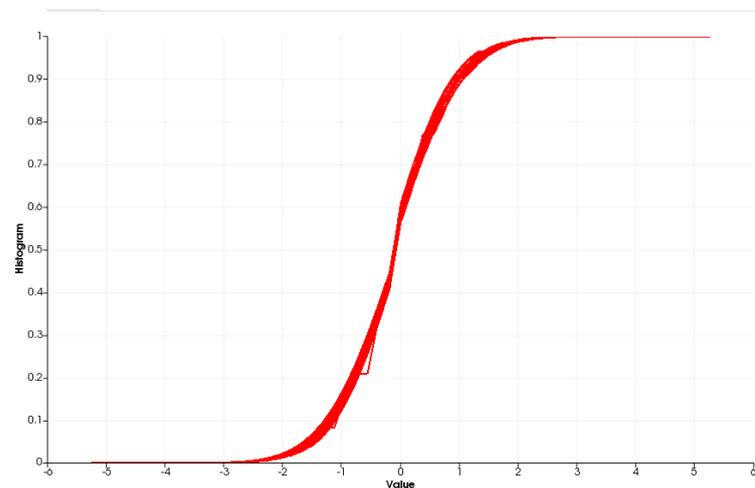
A variância de cada *pushback* é oriunda dos blocos contidos em cada um deles e está apresentada na Tabela 4.1, sendo que esta variou entre 17,85 e 18,20%.

Figura 4.5 – Comparativo dos variogramas simulados com o variograma normalizado dos dados originais desagrupados para direção de maior continuidade.



Fonte: Sgems.

Figura 4.6 – Histogramas acumulados das 50 simulações.



Fonte: Sgems.

4.3 Otimização

Após a validação da simulação geoestatística, a incerteza geológica foi incorporada no cálculo do VPL do empreendimento. Para tal, a sequência dos

pushbacks foi colocada em ordem crescente de variância, ou seja, os *pushbacks* com menor incerteza são os primeiros a serem lavrados, deixando de seguir a ordem estabelecida pelo NPV Scheduler. Essa alteração levou a um novo VPL, considerado a mesma taxa de desconto do projeto de 15%, para o empreendimento de US\$ 34,65 milhões.

A sequência tradicional dos *pushbacks* resultou em US\$ 34,55 milhões. Logo, podemos concluir que para trazer os *pushbacks* com menor incerteza para os primeiros anos de operação da mina, têm-se um ganho de VPL igual a US\$ 0,11 milhões. Esse ganho econômico se deve ao teor mais elevado do 3º *pushback* em relação ao 2º, no entanto é importante lembrar que os cálculos só levaram em consideração a massa alimentada na usina, o restante da massa excedente do *pushback* foi considerado como minério liberado para o ano subsequente. Vale ressaltar que essa alteração da sequência agrega uma maior confiabilidade no segundo ano de produção, visto que o 1º *pushback* é o mesmo em ambos os sequenciamentos. A ordem obtida no sequenciamento otimizado considerando a incerteza foi: 1º, 3º, 2º e 4º, diferente da definida inicialmente: 1º, 2º, 3º e 4º como pode ser visto na Tabela 4.3 (Ranking do retorno sobre o risco). É importante frisar que, geralmente, essa mudança na sequência dos *pushbacks* leva a uma diminuição do VPL.

Tabela 4.3 - Otimização estocástica dos *pushbacks*.

Descrição da classe de ativo	Retornos anualizados	Risco de volatilidade	Pesos alocados	Alocação mínima obrigatória	Alocação máxima obrigatória	Taxa de retorno sobre o risco	Ranking dos retornos (alto-baixo)	Ranking do risco (alto-baixo)	Ranking do retorno sobre risco (alto-baixo)	Ranking da alocação (alto-baixo)
PushBack 1	15,00%	17,79%	25,00%	10,00%	25,00%	0,8432	1	1	1	1
PushBack 2	15,00%	17,95%	25,00%	10,00%	25,00%	0,8357	1	3	3	1
PushBack 3	15,00%	17,85%	25,00%	10,00%	25,00%	0,8403	1	2	2	1
PushBack 4	15,00%	18,20%	25,00%	10,00%	25,00%	0,8242	1	4	4	1
Total do portfólio	15,0000%	8,97%	100,00%							
Taxa de retorno sobre o risco	1,6715									

Fonte: Risk Simulator.

A otimização estocástica sugerida por Mun (2016) levou ao mesmo resultado da simulação estática, visto que as variâncias ou volatilidades dos *pushbacks* na otimização foram consideradas como valores estáticos e não como variáveis aleatórias. A razão desta consideração se deve ao fato que os valores das

variâncias foram obtidos por simulação geoestatística, sendo esta mais indicada para obter a variabilidade dos teores da mina. E no que tange a taxa de desconto, foi considerada a mesma para todas as fases do empreendimento.

A fórmula de cálculo para ordenar os investimentos de maior retorno, com base na Tabela 4.3, foi feito seguindo os passos: 1) Alocar o peso dos investimentos na coluna E, que precisam ser ajustados e testados, sendo que o total da coluna deve ser 100%. Normalmente, para iniciar a otimização é colocado nesta coluna um mesmo valor, que neste caso foi de 10%, mas poderia ser qualquer valor uniforme. Caso exista alguma limitação de alocação de recurso, isso pode ser feito nas colunas F e G. Sendo assim, cada classe de ativo pode ter seus próprios limites de alocação; 2) na coluna H é mostrado o retorno em relação ao risco, o qual é simplesmente a porcentagem de retorno dividida pela porcentagem de risco, onde quanto maior esse valor, maior o retorno do investimento; 3) o resto do modelo (planilha) mostra as classificações individuais da classe de ativos (*pushbacks*) e retornos, taxa de retornos ao risco e alocação. Em outras palavras, esses *rankings* mostram rapidamente qual *pushback* tem menor risco, ou maior retorno.

Vale destacar que este tipo de simulação é muito empregado para decidir em quais empreendimentos podem ser investidos recursos quando se tem uma carteira de investimentos com vários empreendimentos com seus respectivos retornos e volatilidade (variância) e uma quantidade limitada de recurso para investimento.

4.4 Opções Reais

As Opções Reais são estratégias traçadas, geralmente, na fase de projeto para permitir mudanças no empreendimento à medida que as incertezas levantadas são esclarecidas com a evolução do projeto. Desta forma, a valoração do empreendimento por esta metodologia é maior que o simples FCD, o qual menospreza essas mudanças. Ou seja, o FCD é um caso particular da avaliação pela TOR onde não são consideradas as incertezas.

4.4.1 Cálculo da Volatilidade

O conceito de volatilidade é amplamente utilizado na TOR, bem como no cálculo de derivativos financeiros, além do emprego em aferição do risco e da incerteza. Esta é tipicamente calculada apenas em séries temporais. Neste exemplo a volatilidade foi mensurada usando a abordagem do logaritmo dos retornos dos valores das ações ou preços da *commodity* para séries temporais. Sendo assim, utilizou-se um histórico de 10 anos (julho de 2010 a julho de 2020) com dados mensais do preço de rocha fosfática no mercado retirado do Banco Mundial. A Tabela 4.4 ilustra o cálculo da volatilidade anualizada. O primeiro passo foi determinar o retorno relativo de um determinado período, obter seu logaritmo natural (ln) e, então, calcular o desvio padrão dessa porção. O resultado desse cálculo é chamado de volatilidade do período. Então o mesmo deve ser anualizado, multiplicando o valor obtido pela raiz quadrada do número de períodos do ano (por exemplo, 1 se os dados são anuais, 4 se são trimestrais e 52 se são semanais, etc.). Sendo assim, o valor da volatilidade para o período foi de 12,45%.

Tabela 4.4 – Cálculo da volatilidade.

Downloaded Weekly Historical Stock Prices of Microsoft							Volatility Computations		
Date	Open	High	Low	Close	Volume	Adj. Close*	LN Relative Returns	Moving Average Volatilities	
01/jul/09						90,00	0,0000	18,28%	
01/ago/09						90,00	0,0000	18,64%	
01/set/09						90,00	0,0000	18,64%	
01/out/09						90,00	0,0000	18,64%	
01/nov/09						90,00	0,0000	18,77%	
01/dez/09						90,00	-0,0800	18,77%	
01/jan/10						97,50	-0,0621	18,44%	
01/fev/10						103,75	-0,0120	18,22%	
01/mar/10						105,00	-0,1744	18,21%	
01/abr/10						125,00	0,0000	16,11%	
01/mai/10						125,00	0,0000	16,27%	

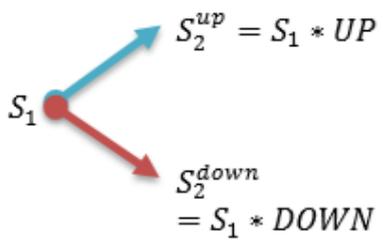
One-Year Annualized Volatility Analysis		
Average		12,45%
Median		12,20%

Fonte: *Risk Simulator*.

4.4.2 Opção de Expansão

Como já mencionado o estudo de caso possui 4 fases mutuamente exclusivas, sendo cada fase anual. A Opção de Expansão foi inserida no projeto para aproveitar oportunidade de mercado, para tal é necessário um investimento de US\$ 15,24 milhões para expandir em 50% a produção da empresa, sendo que esta opção só pode ser exercida a partir do 2º ano.

Quando se utiliza estrutura de árvore binária para calcular o valor da opção, a primeira etapa a ser realizada é a expansão do ativo subjacente numa *grade* com x -passos. Essa expansão é construída, de tal forma, que os saltos para cima e para baixo (*Random Walk*) são obtidos a partir da volatilidade do ativo subjacente, do tamanho do passo dado por δt e das probabilidades de UP e DOWN. A fórmula de cálculo pode ser vista na Equação 4.1 e 4.2.



$$\begin{aligned}
 S_2^{up} &= S_1 * UP \\
 S_2^{down} &= S_1 * DOWN
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

$$UP = e^{\text{Volatilidade} * \sqrt{\delta t}} \quad e \quad DOWN = 1/UP
 \tag{4.2}$$

Do lado esquerdo da Figura 4.7 estão apresentados os dados para o cálculo da Opção de Expansão. Nessa Figura é possível visualizar que a introdução do VPL do empreendimento sem flexibilidade (FCD) foi de US\$ 34,65 milhões, o custo de implementação do projeto, tal qual já foi mencionado na introdução do estudo, foi de US\$ 39,78 milhões e o tempo do projeto (maturidade) de 4 anos. A taxa livre de risco utilizada foi de 5% a.a, a taxa de dividendo foi considerada zero e a volatilidade igual a 12,45%, como já apresentado no item 4.4.1.

Na parte esquerda inferior da Figura 4.7 foi inserido o período em que a opção não pode ser exercida (*blackout*: 0-2 passos). E logo abaixo as equações que foram usadas para o cálculo da opção em cada nó terminal e intermediário, respectivamente, na árvore binomial. E por fim na parte direita inferior da mesma Figura pode ser visto o resultado da opção.

A Figura 4.8 apresenta um resumo dos parâmetros para a Opção Expansão. Com base nessas informações foi possível expandir a árvore binomial para 10 passos para efeitos didáticos, que pode ser vista na Figura 4.9.

Figura 4.7 – Dados para a Opção de Expansão.

Opções SLS | Gráfico do Payoff | Sensibilidade | Cenário | Convergência | Simulação

Comentários: American Option to Expand. To change to European, deselect Custom and select European.

Tipo de Opção: Americana Européia Bermudas Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) Taxa Livre-Risco (%)

Custo de Implantação (\$) Taxa de Dividendos (%)

Maturidade (Anos) Volatilidade (%)

Passo da Árvore * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)
Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Variáveis Customizadas

Nome da Variável	Valor	Passo Inicial
ExpandCost	15,24	2
Expansion	1,5	2

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra (Call)	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	4,47	2,39
Forma-Fechada Americana	4,47	5,13
Binomial Européia	4,47	2,39
Binomial Americana	4,47	5,13

Resultado
Opção personalizada: 39,6563

Fonte: SLS.

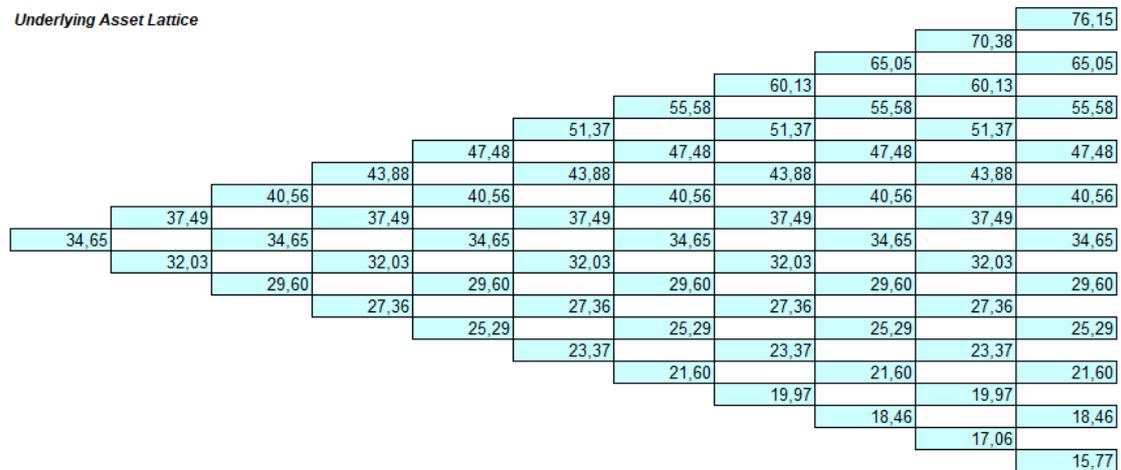
Figura 4.8 – Resumo dos dados para a Opção de Expansão.

Option Valuation Audit Sheet

Assumptions		Intermediate Computations	
PV Asset Value (\$)	\$34,65	Stepping Time (dt)	0,4000
Implementation Cost (\$)	\$39,78	Up Step Size (up)	1,0819
Maturity (Years)	4,00	Down Step Size (down)	0,9243
Risk-free Rate (%)	5,00%	Risk-neutral Probability	0,6085
Dividends (%)	0,00%		
Volatility (%)	12,45%		
Lattice Steps	10		
Option Type	Personalizada		
		Results	
		Auditing Lattice Result (10 steps)	39,66
		Super Lattice Results	39,66
Terminal Equation	Max(Asset, Asset*Expansion-ExpandCost)		
Intermediate Equation	Max(Asset*Expansion-ExpandCost,OptionOpen)		
Intermediate Equation (Blackouts)	OptionOpen		
Custom Variables			
Name	ExpandCost	Expansion	
Value	15,24	1,50	
Starting Step	2	2	

Fonte: SLS.

Figura 4.9 – Expansão da árvore binomial para a Opção de Expansão.



Fonte: SLS.

Vale ressaltar que a árvore binomial depende da quantidade de passos, quanto maior o número de passos, maior a precisão. Podem ser usados até 5000 passos, mas normalmente com 100 passos tem-se uma boa precisão do resultado. Sendo assim, os resultados finais foram calculados com 100 passos.

O valor da Opção de Expansão no instante t foi calculado usando as Equações 4.3 e 4.4 para o Nó terminal e intermediário, respectivamente.

$$\begin{aligned} & \text{Max}(\text{Valor_do_Ativo_subjacente_expandido_no_instante_t}; \\ & \text{Valor_do_Ativo_subjacente_expandido_no_instante_t} * \text{ExpansionFactor} - \\ & \text{ExpandCost}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} & \text{Max}(\text{Valor_do_Ativo_subjacente_expandido_no_instante_t} * \text{ExpansionFactor} \\ & - \text{ExpandCost}; \text{OptionOpen}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

O cálculo da opção iniciou no Nó final e foi verificado o maior valor entre os dois valores, ou seja, o valor da expansão e o próprio valor do ativo expandido da árvore binomial. O que apresentou o maior valor foi usado na célula da opção. Como pode ser visto na árvore da opção apresentada na Figura 4.10.

$$Prob_{up} = \frac{e^{(Rf - Dividend) * \Delta t} - D_{DOWN}}{UP - D_{DOWN}} \quad (4.5)$$

$$Prob_{down} = 1 / Prob_{up} \quad (4.6)$$

O valor esperado de S em t foi obtido da seguinte forma: valor esperado da opção em t foi igual à “probabilidade” de 60,85% dele ser US\$ 98,98 milhões mais a “probabilidade” dele assumir a posição inferior (39,15%) de US\$ 82,34 milhões. O resultado do valor esperado da Opção em t foi de US\$ 92,46 milhões.

Por serem utilizadas essas probabilidades especiais no cálculo do valor esperado da Opção, a atualização do valor obtido, para $t-1$, é realizada com a taxa livre de risco (Rf), ou seja, é trazido o valor esperado um passo atrás, como se a nossa carteira de opções não tivesse risco, apenas a remuneração de uma aplicação sem risco. Logo, neste exemplo, com a $Rf=5\%$, o fator de desconto pôde ser calculado pela expressão: $EXP(- Rf * dt)$, resultando no valor de 0,9802.

$$\text{Opção } (t-1) = \text{Valor_Esperado_t} * \text{Fator_de_Desconto}$$

$$\text{Opção } (t-1) = 92,46 * 0,9802 = 90,64$$

O valor da célula da opção em $t-1$ foi obtido, novamente, aplicando a equação do Nó Intermediário:

$$\text{Máx}(\text{Valor_do_Ativo_subjacente_expandido_no_instante_t} * \text{ExpansionFactor} - \text{ExpandCost}; \text{OptionOpen}).$$

$$\text{Valor da Opção em } t-1 = \text{max}(90,64; 70,38) = \text{US\$ } 90,64 \text{ milhões}$$

Para tomada de decisão deve-se observar qual parcela é maior, se for a da esquerda, a decisão é expandir, caso a maior parcela for a da direita, a decisão é não expandir. Aplicando esse processo até a última célula à esquerda, chegou-se ao valor do VPL em $t=0$ de US\$ 39,66 milhões com 100 passos. A diferença foi de US\$ 5,00 milhões, sendo este o valor da Opção de Expansão, ou seja, em torno de 14,4% do VPL sem flexibilidade. Vale ressaltar que neste caso o cálculo deu,

praticamente, o mesmo valor tanto com 10 e 100 passos. Como pode ser visto na Figura 4.13.

Na Figura 4.12 é mostrado o gráfico de sensibilidade denominado Tornado. O nome se deve ao formato parecido com o fenômeno natural tornado. As variáveis que mais impactam na opção ficam na parte superior do gráfico. A coloração em verde do lado direito representa um impacto positivo, enquanto a vermelha indica um impacto negativo. Na parte inferior do gráfico está evidenciado o valor do impacto de cada variável na Opção de Expansão. Neste caso foi o preço da rocha fosfática no mercado que mais impactou de forma positiva.

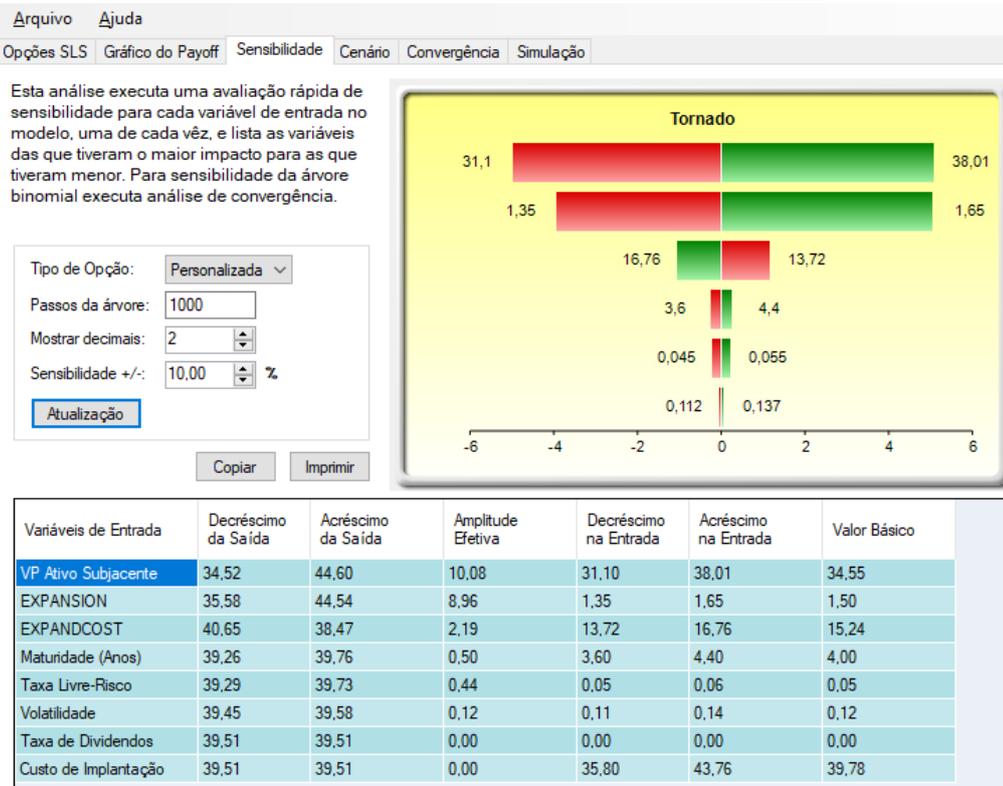
A Figura 4.13 apresenta a convergência da opção com o passar do tempo. Na parte inferior desta análise foi mostrado o valor da opção de acordo com o seu respectivo passo, sendo assim, logo após o período de *blackout* a opção praticamente já atingiu o seu valor máximo, representado pela reta quase vertical no gráfico.

Fonte: SLS.

Figura 4.14 mostra a simulação do preço da rocha fosfática, evidenciada pelo Tornado como a variável que mais impactou a opção. Para a simulação foi utilizada a curva de probabilidade normal. A simulação mostrou um valor médio de US\$ 39,69 milhões, mínimo de US\$ 25,14 milhões e máximo de US\$ 54,68 milhões para a Opção de Expansão. Logo, é possível ter a informação de quanto a variável preço pode impactar no valor da opção em questão ao longo do tempo de projeto. Vale destacar que as demais variáveis consideradas na avaliação via TOR ficaram a disposição para simulação, sendo ainda possível simular mais de uma variável por vez.

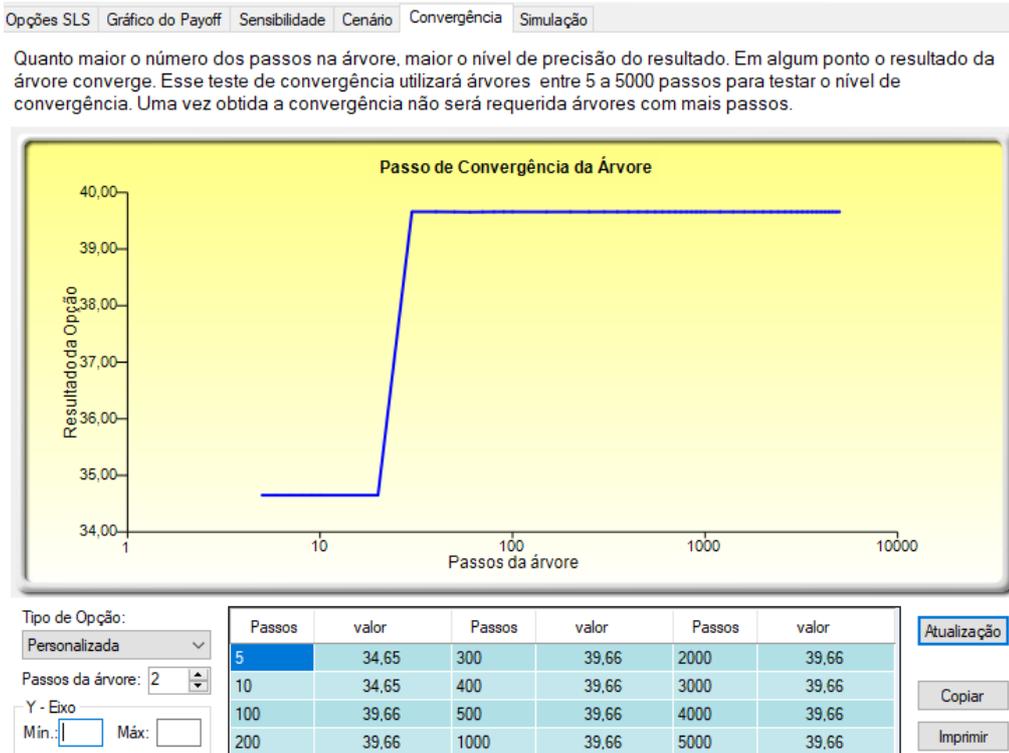
Os gráficos de *payoff* para todas as opções podem ser vistos no Anexo 3.

Figura 4.12 – GráficoTornado para a Opção de Expansão.



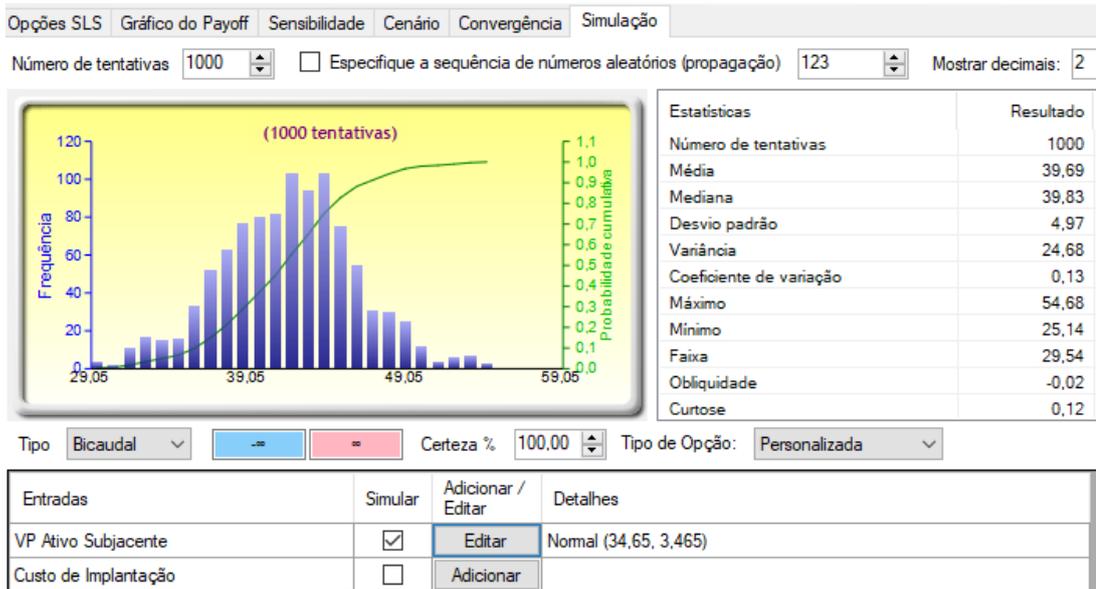
Fonte: SLS.

Figura 4.13 – Gráfico de convergência para a Opção de Expansão com o tempo.



Fonte: SLS.

Figura 4.14 – Simulação do preço da rocha fosfática para a Opção de Expansão.



Fonte: SLS.

4.4.3 Opção de Contração

A Opção de Contração foi inserida no projeto para evitar perdas de capital com a queda da demanda ou preço da rocha fosfática no mercado. Nesse caso a opção de contração (Contraction) reduziu ao patamar de 30% em relação à produção original e o passo inicial foi a partir do 2º ano.

A Figura 4.15 descreve a programação para a Opção de Contração. Do lado direito foi colocado o nome da opção, o valor e a partir de qual momento essa pôde ser exercida. Logo, como o projeto tem 100 passos em 4 anos, cada passo tem 25 unidades de tempo. Os Savings são os custos que podem ser salvados com execução da opção. Sendo assim, no 2º ano pode ser salvo US\$ 13,78 milhões, no 3º ano o valor de US\$ 15,51 milhões e no 4º ano o valor de US\$ 20,92 milhões.

Figura 4.15 – Dados para a Opção de Contração.

Opções SLS Gráfico do Payoff Sensibilidade Cenário Convergência Simulação

Comentários Customized Contraction Option with changing savings amounts and blackout steps.

Tipo de Opção

Americana Européia Bermudas Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 34,65 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 39,78 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 4 Volatilidade (%) 12,45

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-25
Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

$\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} * \text{Contraction} + \text{Savings})$
Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

$\text{Max}(\text{Asset} * \text{Contraction} + \text{Savings}, \text{OptionOpen})$
Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da Variável	Valor	Passo Inicial
Contraction	0,3	25
Savings	13,78	25
Savings	15,51	50
Savings	20,92	75

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra (Call)	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	4,47	2,39
Forma-Fechada Americana	4,47	5,13
Binomial Européia	4,47	2,39
Binomial Americana	4,47	5,13

Resultado

Opção personalizada: 34,8804

Fonte: SLS.

A parte esquerda inferior da Figura 4.15 apresenta o período de *blackout*. E logo abaixo as equações que são usadas para o cálculo da opção em cada nó terminal e intermediário, respectivamente, na árvore binomial. E, por fim, o resultado da opção está apresentado na parte direita inferior da mesma Figura.

Foi possível expandir a árvore a partir dos parâmetros da Figura 4.16 para tantos passos quantos necessários à precisão. O cálculo da Opção de Contração foi homólogo à Opção de Expansão. A Figura 4.17 apresenta a árvore binomial de expansão da opção. Na primeira célula do lado esquerdo está o VPL do projeto (FCD) e as últimas células, à direita, representam os possíveis resultados/caminhos percorridos.

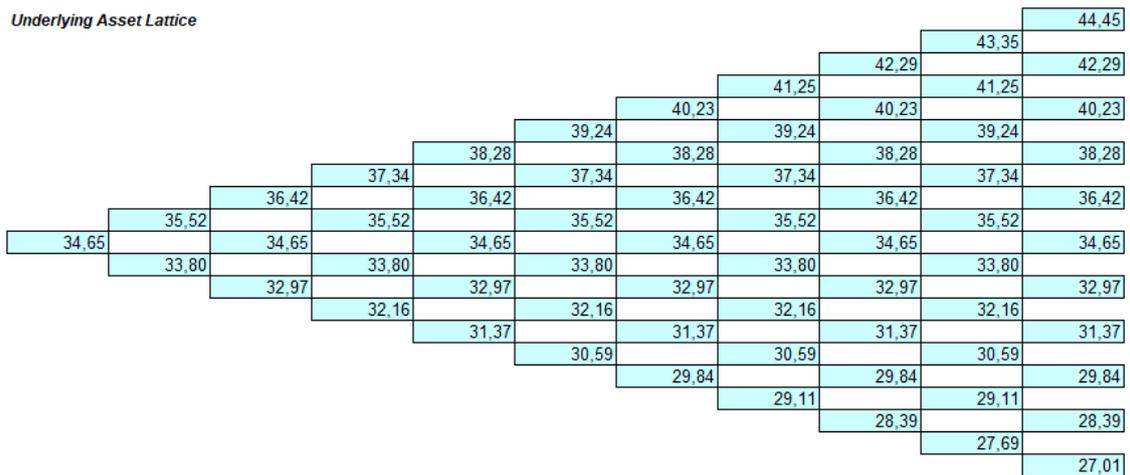
Figura 4.16 – Resumo dos dados para a Opção de Contração.

Option Valuation Audit Sheet

Assumptions			Intermediate Computations						
PV Asset Value (\$)	\$34.65		Stepping Time (dt)	0,0400					
Implementation Cost (\$)	\$39.78		Up Step Size (up)	1,0252					
Maturity (Years)	4,00		Down Step Size (down)	0,9754					
Risk-free Rate (%)	5,00%		Risk-neutral Probability	0,5340					
Dividends (%)	0,00%								
Volatility (%)	12,45%								
Lattice Steps	100								
Option Type	Personalizada								
			Results						
			Auditing Lattice Result (10 steps)	34,65					
			Super Lattice Results	34,88					
Terminal Equation	Max(Asset, Asset*Contraction+Savings)								
Intermediate Equation	Max(Asset*Contraction+Savings,OptionOpen)								
Intermediate Equation (Blackouts)	OptionOpen								
Custom Variables									
Name	Contraction	Savings	Savings	Savings					
Value	0,30	13,78	15,51	20,92					
Starting Step	25	25	50	75					

Fonte: SLS.

Figura 4.17 – Expansão da árvore binomial para a Opção de Contração.



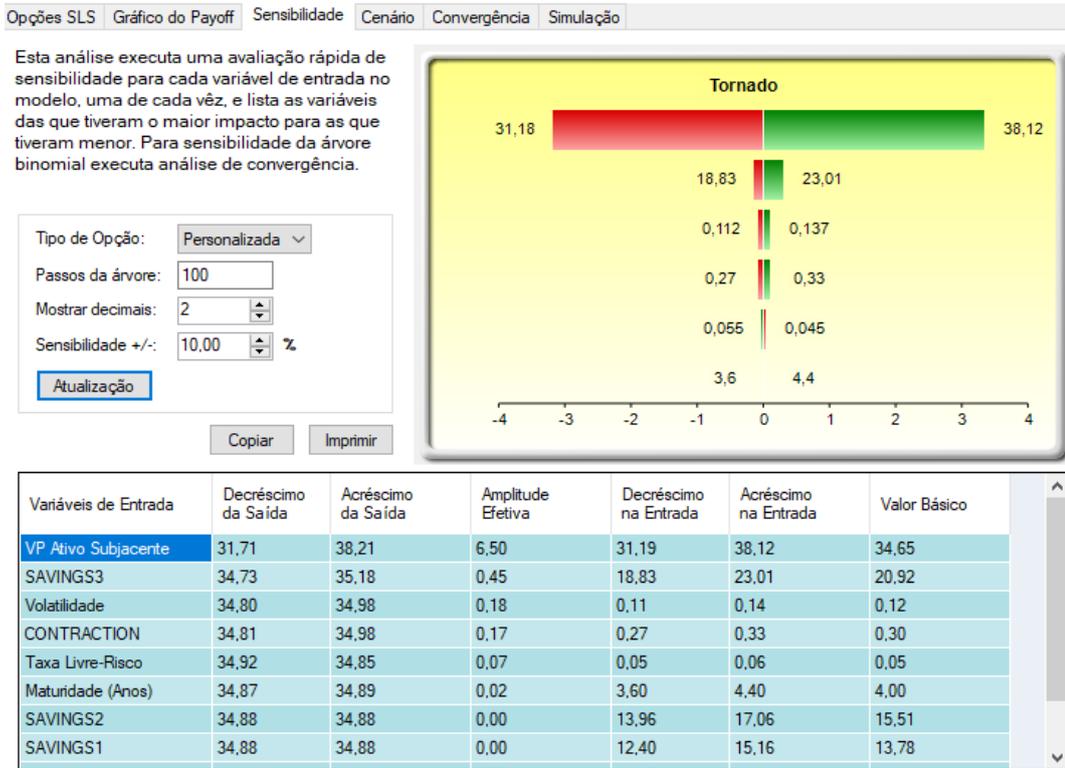
Fonte: SLS.

O valor da Opção de Contração no instante t foi calculado usando as Equações 4.7 e 4.8 para o Nó terminal e intermediário, respectivamente:

$$\text{Max}(\text{Valor_do_Ativo_subjacente_expandido_no_instante_t}; \text{Valor_do_Ativo_subjacente_expandido_no_instante_t} * \text{Contraction} + \text{Savings}) \quad (4.7)$$

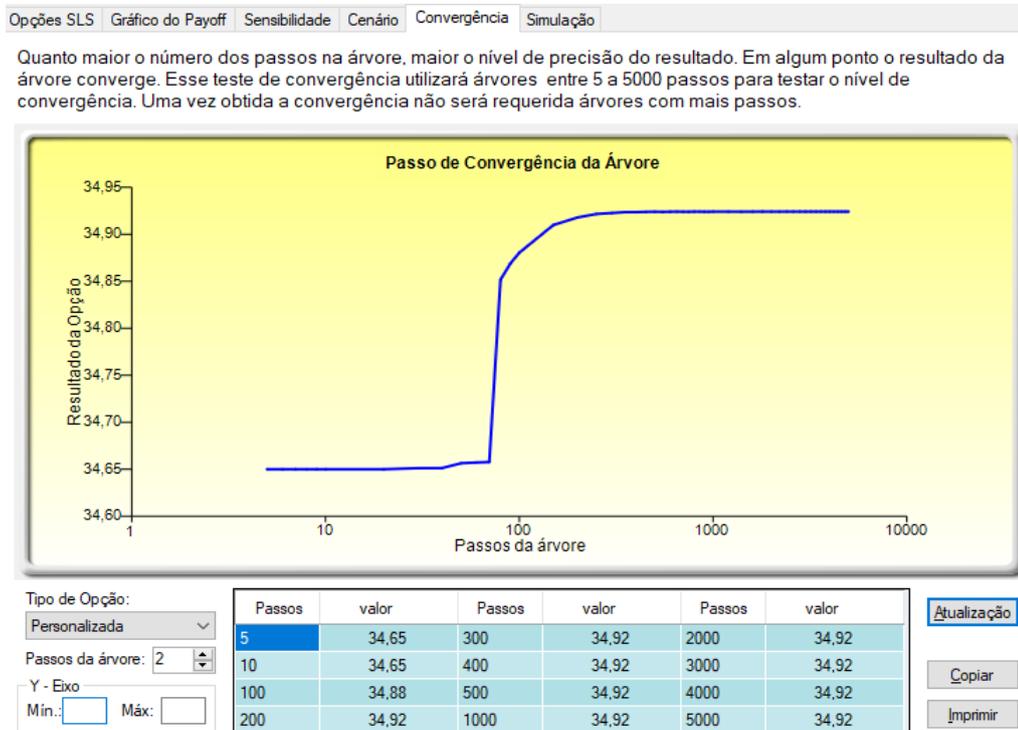
$$\text{Max}(\text{Valor_do_Ativo_subjacente_expandido_no_instante_t} * \text{Contraction} + \text{Savings}, \text{OptionOpen}) \quad (4.8)$$

Figura 4.19 – Gráfico Tornado para a Opção de Contração.



Fonte: SLS.

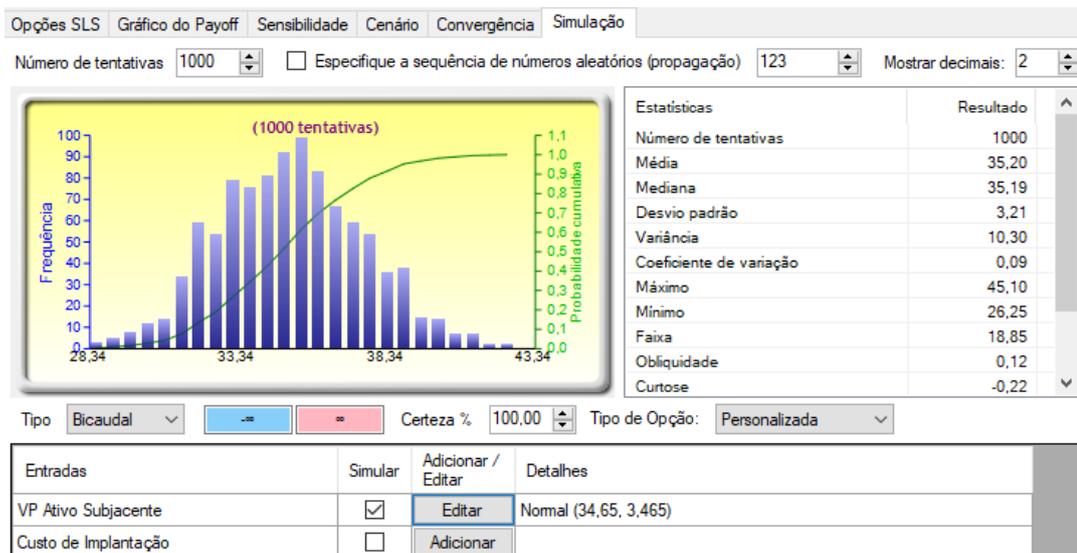
Figura 4.20 – Gráfico de convergência para a Opção de Contração com o tempo.



Fonte: SLS.

Figura 4.21 ilustra a simulação da principal variável indicada pelo Tornado. Para a simulação foi utilizada a curva de probabilidade normal. O resultado da simulação do preço da rocha fosfática mostrou que o valor da Opção de Contração teve um valor médio de US\$ 35,20 milhões com um valor mínimo e máximo de US\$ 26,25 milhões e US\$ 45,10 milhões, respectivamente.

Figura 4.21 – Simulação do preço da rocha fosfática para a Opção de Contração.



Fonte: SLS.

4.4.4 Opção de Abandono

A Opção de Abandono foi inserida no projeto como opção de sair do projeto e recuperar o valor do ativo ou propriedade intelectual do projeto para reduzir perdas adicionais. A Opção de Abandono pode ser exercida somente apartir do 2º ano, logo com a mina já em operação. Sendo assim, o valor “salvado” caso a opção seja exercida correspondeu apenas à venda dos equipamentos da usina (US\$ 18,28 milhões). Vale lembrar que os valores correspondentes aos equipamentos de lavra não foram levados em consideração, pois a operação foi considerada terceirizada.

O valor “recuperado” (Salvage) está exibido do lado direito da Figura 4.22. Na parte esquerda inferior da mesma Figura foi inserido o período de *blackout*, ou seja, período em que a opção não pode ser exercida. E logo abaixo as equações que foram usadas para o cálculo da opção em cada nó terminal e intermediário,

respectivamente, na árvore binomial. E por fim na parte direita inferior da Figura 4.22 pode ser visto o resultado da opção.

Figura 4.22 – Dados para a Opção de Abandono.

Opções SLS Gráfico do Payoff Sensibilidade Cenário Convergência Simulação

Comentários

Tipo de Opção

Americana Européia Bemudas Customizada

Variáveis Customizadas

Nome da Variável	Valor	Passo Inicial
Salvage	18,28	25

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) Taxa Livre-Risco (%)

Custo de Implantação (\$) Taxa de Dividendos (%)

Maturidade (Anos) Volatilidade (%)

Passo da Árvore * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bemudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra (Call)	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	4,47	2,39
Forma-Fechada Americana	4,47	5,13
Binomial Européia	4,47	2,39
Binomial Americana	4,47	5,13

Resultado

Opção personalizada: 34,6506

Fonte: SLS.

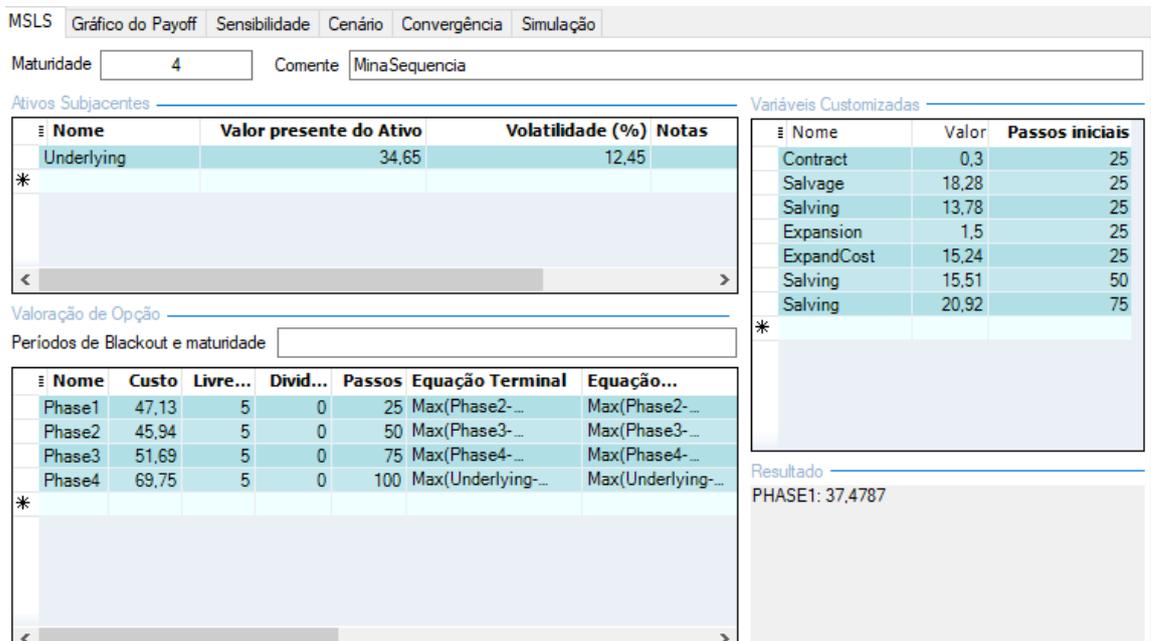
Com base no resultando da Figura 4.22 pode ser averiguado que o valor da Opção de Abandono tem o mesmo valor de entrada do fluxo de caixa descontando. Logo, a Opção de Abandono não esta sendo exercida.

4.4.5 Opção Sequencial Complexa (OSC)

Para avaliar um projeto pela Opção Sequencial Composta foi necessário saber o valor presente dos custos de implantação e maturidade de cada fase.

Na Figura 4.23 é possível visualizar os parâmetros para a expansão da árvore binomial para o estudo de caso em questão através da Opção Sequencial Complexa com a possibilidade de abandonar, contrair e expandir. Os únicos dados que ainda não foram apresentados estão na parte inferior do lado esquerdo da Figura 4.23, onde é apresentado o custo de cada fase. O custo de cada fase (1, 2, 3, 4) em milhões de dólares foi, respectivamente: 47,13; 45,94; 51,69 e 69,75.

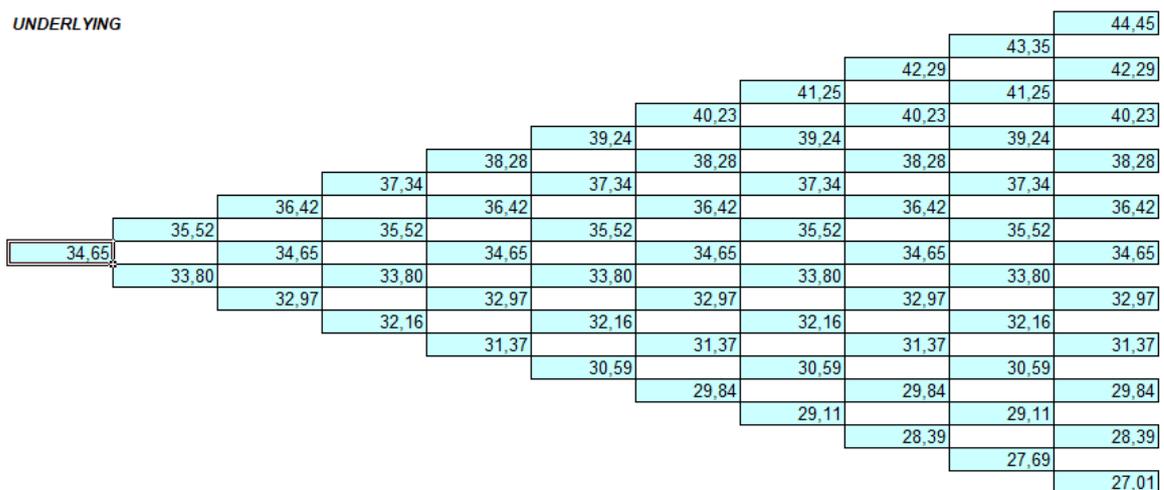
Figura 4.23 – Dados das opções para a OSC.



Fonte: SLS.

A árvore binomial teve 100 passos, logo, 25 passos para cada fase, visto que o projeto tem 4 anos. Os parâmetros de cada opção foram os mesmo já descritos nas opções separadamente. A Figura 4.24 ilustra a expansão da árvore binomial.

Figura 4.24 – Expansão da árvore binomial para a OSC.



Fonte: SLS.

Para avaliar as opções em cada nó terminal de decisão foram usadas as Equações de 4.9 a 4.12:

$$\text{Fase 1: Max(Phase2 - Cost, Phase2 * Contract + Salving, Salvage, Underlying * Expansion - ExpandCost, 0)} \quad (4.9)$$

$$\text{Fase 2: Max(Phase3 - Cost, Phase3 * Contract + Salving, Salvage, Underlying * Expansion - ExpandCost, 0)} \quad (4.10)$$

$$\text{Fase 3: Max(Phase4 - Cost, Phase4 * Contract + Salving, Salvage, Underlying * Expansion - ExpandCost, 0)} \quad (4.11)$$

$$\text{Fase 4: Max(Underlying - Cost, Salvage, Underlying * Expansion - ExpandCost)} \quad (4.12)$$

Para os nós intermediários foram usadas as Equações de 4.13 a 4.16.

$$\text{Fase 1: Max(Phase2 - Cost, Phase2 * Contract + Salving, Salvage, Underlying * Expansion - ExpandCost, OptionOpen)} \quad (4.13)$$

$$\text{Fase 2: Max(Phase3 - Cost, Phase3 * Contract + Salving, Salvage, Underlying * Expansion - ExpandCost, OptionOpen)} \quad (4.14)$$

$$\text{Fase 3: Max(Phase4 - Cost, Phase4 * Contract + Salving, Salvage, Underlying * Expansion - ExpandCost, OptionOpen)} \quad (4.15)$$

$$\text{Fase 4: Max(Underlying - Cost, Salvage, Underlying * Expansion - ExpandCost, OptionOpen)} \quad (4.16)$$

Logo, foi verificado o máximo entre as três opções, valor do ativo multiplicado pelo fator de contração (0,3) mais o ganho adicional resultante da contração ou o valor do ativo multiplicado pelo fator de expansão (1,5) menos o custo de implantação da opção, ou o valor do Salvage, contra o valor OptionOpen. A opção que obteve o maior valor foi usada na célula da opção. Como pode ser visto na árvore de opção da Figura 4.25, Figura 4.26, Figura 4.27 e Figura 4.28. Sendo que o valor da opção foi calculado em recuo, sendo assim, da fase 4 em direção a fase 1.

Figura 4.29 – GráficoTornado para a OSC.

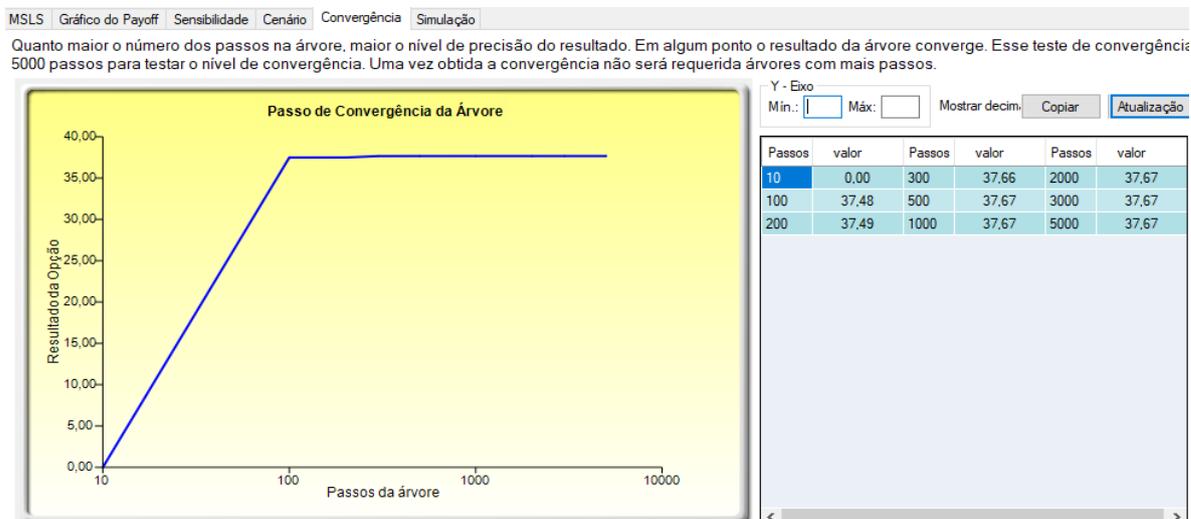


Fonte: SLS.

A Figura 4.30 apresenta a convergência da opção com o passar do tempo. Na parte inferior dessa análise é evidenciado o valor da opção de acordo com o seu respectivo passo. É possível identificar que a opção foi mais acurada se a mesma tivesse sido executada com mais de 500 passos, conferindo uma diferença de US\$ 0,19 milhões.

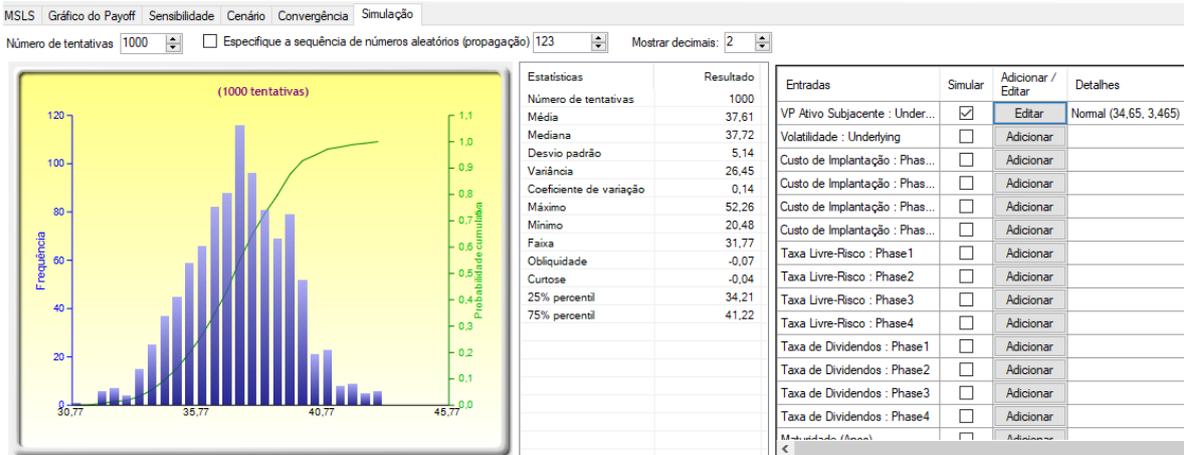
Na Figura 4.31 pode ser visto a simulação da principal variável evidenciada pelo Tornado. Para a simulação foi utilizada a curva de probabilidade normal.

Figura 4.30 – Gráfico de convergência para a OSC com o tempo.



Fonte: SLS.

Figura 4.31 – Simulação do preço da rocha fosfática para a OSC.



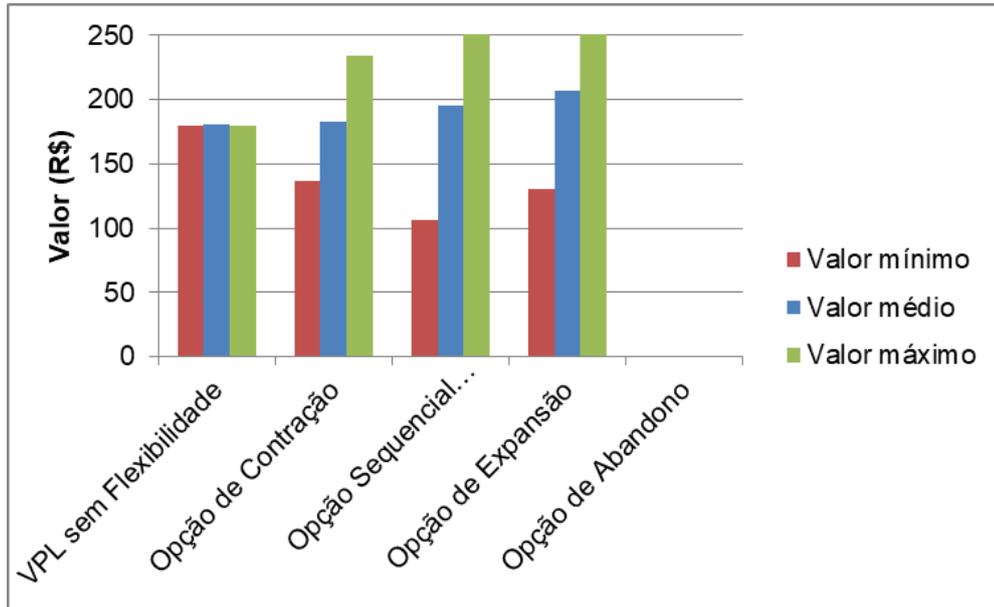
Fonte: SLS.

O resultado da simulação mostrou que o valor da Opção Sequencial Complexa (OSC) tem um valor médio de US\$ 37,61 milhões com um valor mínimo de US\$ 20,48 milhões e máximo de US\$ 52,26 milhões.

4.5 Comparativo dos resultados entre dólar e real

De forma comparativa e ilustrativa foi feito uma relação entre os resultados obtidos em dólares e reais das Opções Reais. Para tal, foi utilizando o preço do dólar levantado em julho de 2020, o qual foi de R\$5,202, fonte: Banco Central do Brasil, <https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/historicocotacoes>. Este período corresponde ao último mês o qual foi utilizado no cálculo da volatilidade. Os resultados podem ser vistos na Figura 4.32.

Figura 4.32 – Resultados das Opções Reais em milhões de reais.



Fonte: próprio autor.

Capítulo 5 - CONCLUSÕES

Utilizando a TOR para avaliar o projeto de sequenciamento de mina com 100 passos e as opções podendo ser executadas a partir do 2º ano, foram aferidos alguns resultados interessantes. A avaliação da Opção de Expansão de 50% pela TOR obteve um valor de US\$ 39,69 milhões com valor mínimo de US\$ 25,14 e máximo de US\$ 54,68 milhões. Considerando a Opção de Contração a 30% foi obtido um valor do VPL expandido de US\$ 35,20 milhões, com valor mínimo de US\$ 26,25 e máximo de US\$ 45,10 milhões. A Opção de Abandono para os parâmetros utilizados no projeto não foi exercida, ou seja, essa opção não agregou valor ao empreendimento. E por fim, o projeto foi avaliação pela Opção Sequencial Complexa, onde a fase seguinte depende do sucesso da fase anterior com opções simultaneas de expandir, contrair ou abandonar foi de US\$ 37,61 milhões, com valor mínimo de US\$ 20,48 e máximo de US\$ 52,26 milhões, aferindo uma diferença em torno de 8,2% a mais que ao VPL tradicional. Logo, a incerteza no lucro pode ajudar nas decisões em cada fase do projeto.

A utilização da simulação geoestatística para aumentar a acurácia do planejamento de lavra nos primeiros anos de produção levou a diminuição da variância de 17,95 para 17,85% no segundo ano de produção do projeto. Essa otimização resultou em um ganho de VPL de US\$ 0,11 milhões.

As incertezas do teor de minério e preço das *commodities* têm um impacto significativo no sequenciamento da mina. A metodologia mista de avaliação de um projeto de sequenciamento de mina, por meio de simulação geoestatística, otimização e TOR, mostrou-se eficiente, agregando valor ao projeto. Essas ferramentas, incorporadas à metodologia tradicional, mostraram-se úteis.

Capítulo 6 - PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DA TESE

A principal contribuição da tese é levar em consideração a incerteza geológica e estocástica do preço na avaliação de um projeto de sequenciamento de mina com possibilidade de mudar as decisões ao longo da atividade.

Evidenciar que a ordem do sequenciamento dos *pushbacks* faz uma diferença significativa no VPL do empreendimento.

Com mercado global gerenciar uma mina com opções é mais econômico para evitar perdas ou aproveitar oportunidades para agregar valor ao empreendimento.

Capítulo 7 - SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

- Avaliar a metodologia em outras *commodities*;
- Avaliar um projeto de sequenciamento de mina com fases não mutuamente exclusivas;
- Avaliar um projeto de sequenciamento de mina incluindo o *Schedule*;
- Considerar mais de uma incerteza estocástica na avaliação via TOR para um empreendimento de sequenciamento de mina;
- Avaliar projetos multi-minas através da TOR;
- Considerar os custos estocásticos para deposição de estéril junto com a avaliação do sequenciamento de mina;

Capítulo 8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDEL SABOUR, S. A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Incorporating geological and market uncertainties and operational flexibility into open pit mine design. **Journal of Mining Science**, Vol. 47, No. 2, 191-201. 2011.

ABDEL SABOUR, S.A.; POULIN, R. Mine expansion decisions under uncertainty. **International Journal of Mining, Reclamation and Environment**, 24:4, 340-349. 2010.

ABDEL SABOUR, S.A.; DIMITRAKOPOULOS, R.G.; KUMRAL, M. Mine design selection under uncertainty. **Mining Technology**. Vol.117. 53 -.64. 2008.

ABDEL SABOUR, S.A.; POULIN, R. Valuing Real Capital Investments Using The Least-Squares Monte Carlo Method, **The Engineering Economist: A Journal Devoted to the Problems of Capital Investment**, 51:2, 141-160. 2006.

ASKARI-NASAB, H., Open Pit Long Term Mine Planning Stages, Nota de aula, 2010.

AKBARI, A. D.; OSANLOO, M.; SHIRAZI, M. A. Reserve estimation of an open pit mine under price uncertainty by real option approach. **Mining Science and Technology**. 19. 709-717. 2009.

ARMSTRONG, M.; GALLI, A. A new approach to flexible open pit optimisation and scheduling. 2011, In 35TH APCOM SYMPOSIUM / WOLLONGONG, NSW, 24 - 30 SEPTEMBER, 2011. 253 - 263.

ASAD, M. W. A.; DIMITRAKOPOULOS, R. A heuristic approach to stochastic cutoff grade optimization for open pit mining complexes with multiple processing streams. **Resources Policy**. Vol. 38. 591-597. 2013a.

ASAD, M. W. A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Implementing a parametric maximum flow algorithm for optimal open pit mine design under uncertain supply and demand. **Journal of the Operational Research Society**. V. 64. 185–197. 2013b.

ASAD, M. W. A.; DIMITRAKOPOULOS, R; ELDERT, J. V. Stochastic production phase design for an open pit mining complex with multiple processing streams. **Engineering Optimization**. Vol. 46, No. 8, 1139–1152. 2014.

BASTANTE, F. G.; TABOADA, J.; ALEJANO, L.; ALONSO, E. Optimization tools and simulation methods for designing and evaluating a mining operation. **Stochastic environmental research and risk assessment**, V. 22. 727–735. 2008.

BHAPPU, R. R.; GUZMAN, J. Mineral Investment decision making. In: MINERAL ECONOMIC MANAGEMENT MEETING, Washington, DC. 36-38. July, 1995.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. **Journal of Political Economy**. 637-654. 1973.

BRENNAN, M.J.; SCHWARTZ, E. S. Evaluating natural resource investments. **The Journal of Business**, Vol. 58, No. 2, pp. 135-157. Apr., 1985a.

BRENNAN, M J; SCHWARTZ, E S, 1985b. A new approach to evaluating natural resource investments. **Midland Corporate Finance Journal**. V. 3; 37-47. 1985b.

CAVENDER, B. Determination of the optimum lifetime of a mining project using discounted cash flow and option pricing techniques, **Mining Engineering**, October, 1262-1268. 1992. *apud* SHAFIEE, S.; TOPAL, E.; NEHRING, M. Adjusted real option valuation to maximise mining project value – a case study using century mine. In: PROJECT EVALUATION CONFERENCE, Melbourne, Vic, 21 - 22 April, 2009. 125-134. 2009.

COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. **Opções Reais**: Um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

CORTAZAR. G.; SCHWARTZ, E. S. The valuation of commodity contingent claims. **The Journal of Derivatives**. 1.4: 27-39. 1994.

COX, J. C.; ROSS, S. A.; RUBINSTEIN, M. Option pricing a simplified approach. **Journal of Financial Economics**. V. 7. 229-263. 1979.

DAVIS, G.A. Option premiums in mineral asset pricing: are they important? **Land Economics**. Vol. 72, No. 2, pp. 167-186. May, 1996.

DEHGHANI, H.; ATAEE-POUR, M. Determination of the effect of economic uncertainties on mining project evaluation using real option valuation. **Int. J. Mining and Mineral Engineering**, Vol. 4, No. 4, 265-277, 2013.

DEHGHANI, H.; ATAEE-POUR, M. Determination of the effect of operating cost uncertainty on mining project evaluation. **Resources Policy**, 37, 109–117. 2012.

DESSUREAULT, S; KAZAKIDIS, V.N.;MAYER, Z. Flexibility valuation in operating mine decisions using real options pricing. **Int. J. Risk Assessment and Management**, Vol. 7, No. 5, 656 - 674, 2007.

DEUTSCH, Clayton V. Geostatistical Reservoir Modeling. **Applied Geostatistics Series, New York**, Oxford University Press, 376 p, 2002.

DOWD. P. A.; Risk assessment in reserve estimation and open-pit planning. **Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy**, Section A: Mining Technology. January 1994.

DOGBE, G.; FRIMPONG, S.; SZYMANSKI, J. Mineral reserve risk in continuous-time stochastic mine valuation. **Int. J. Risk Assessment and Management**, Vol. 7, No. 5. 675-694. 2007.

DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments. **Journal of Mining Science**, Vol. 47, No. 2, 138-150. 2011.

DIMITRAKOPOULOS, R.; ABDEL SABOUR, S. A. Evaluating mine plans under uncertainty: can the real options make a difference? **Resources Policy**. 32, 116–125. 2007.

DIMITRAKOPOULOS, R.; FARRELLY, C. T.; GODOY, M. Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. **Trans. Instn Min. Metall.** (The Institution of Mining and Metallurgy in Perth), 111, A82-A88, 2002.

DIMITRAKOPOULOS, R.; MARTINEZ, L.; RAMAZAN, S. A maximum upside minimum downside approach to the traditional optimization of open pit mine design. **Journal of Mining Science**, Vol. 43, No. 1, 73-82. 2007.

DIMITRAKOPOULOS, R.; RAMAZAN, S. Uncertainty-based production scheduling in open pit mining. **Society For Mining, Metallurgy, And Exploration**. V. 316. 106-112. 2004.

DIXIT, A. K.; PINDYCK, R. S. **Investment under Uncertainty**. New Jersey University Press, New Jersey, 476 pp. 1994.

DRIEZA, J. A.; KICKI, J.; SALUGA, P. Real options in mine project budgeting – polish mining industry example. In: THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER SIMULATION IN RISK ANALYSIS AND HAZARD MITIGATION. Risk analysis III editor, C.A. Brebbia; organised by Wessex Institute of Technology. UK. 2002, 27-36.

ESPINOZA, D.; GOYCOOLEA, M.; MORENO, E.; MUÑOZ, G.; QUEYRANNE, M. Open pit mine scheduling under uncertainty: a robust approach. In 36TH **APCOM - APPLICATIONS OF COMPUTERS AND OPERATIONS RESEARCH IN THE MINERAL INDUSTRY: PROCEEDINGS**. Porto Alegre: Fundação Luiz Englert, 2013.

EVATT, G. W.; SOLTAN, M. O.; JOHNSON, P. V. Mineral reserves under price uncertainty. **Resources Policy**, 37, 340–345, 2012.

GODOY, M.; DIMITRAKOPOULOS, R. Managing risk and waste mining in long-term production scheduling of open-pit mines. **Society for Mining, Metallurgy, and Exploration**, Vol. 316, 43-50. 2004.

GHOLAMNEJAD, J.; OSANLOO, M. Incorporation of ore grade uncertainty into the push back design process. **The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy**. V. 107. 177- 185. 2007.

GOOVAERTS, P. Geostatistics for Natural Resources Evaluation. **Oxford University Press, New York**, 464p, 1997.

- KESWANI, A.; SHACKLETON, M.B. How real option disinvestment flexibility augments project NPV. **European Journal of Operational Research**. 168 240–252. 2006.
- LERCHS, H. E I. F. GROSSMANN. **Optimum design of open pit mines**. CIM Bulletin, vol. 58 (January):, pp. 47-54, 1965.
- LEITE, A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic optimisation model for open pit - application and risk analysis at copper deposit. **Mining Technology**, Vol 116, No. 3, 109-118. 2007.
- LIMA, G. A. C.; SUSLICK, S. B. Estimating the volatility of mining projects considering price and operating cost uncertainties. **Resources Policy**, 31, 86–94, 2006.
- LONGSTAFF, F. A.; SCHWARTZ, E. S. Valuing american options by simulation: a simple Least-Squares approach. **The Review of Financial Studies**. Vol. 14, no.1, 113-147. 2001.
- MARCOTTE, D.; CARON, J. Ultimate open pit stochastic optimization. **Computers & Geosciences**. 51. 238–246. 2013.
- MARDONES, J. L. Option valuation of real assets. **Resources Policy**, 51-65. March 1993.
- MATHERON, G. The intrinsic random functions and their applications. **Advances in Applied Probability**, v. 5, n. 3, p. 439-468, dez. 1973.
- MEAGHER, C.; ABDEL SABOUR, S.A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Pushback design of open pit mines under geological and market uncertainties. In: **ADVANCES IN OREBODY MODELLING AND STRATEGIC MINE PLANNING I**, Spectrum Series, Volume 17. 2009.
- MERTON, R. C. Theory of rational option pricing. **The Bell Journal of Economics and Management Science**, Vol. 4, No. 1 (Spring, 1973), 141-183. 1973.
- MILLER, L. T.; PARK, C. S. Decision making under uncertainty-real options to the rescue? **The Engineering Economist**. vol. 4, no. 2, 105-150. 2002.
- MOEL, A.; TUFANO, P. When are real options exercised? An empirical study of mine closings. **The Review Of Financial Studies Spring**. Vol. 15, no. 1, 35-64. 2002.
- MONTIEL, L.; DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic Mine Production Scheduling with Multiple Processes: Application at Escondida Norte, Chile. **Journal of Mining Science**. Vol. 49, No. 4, 583–597. 2013.
- MOYEN, N.; SLADE, M.; UPPAL, R. Valuing risk and flexibility. **Resources Policy**. Vol. 22, Nos 1/2, 63-74. 1996.

MUN, J. **Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investment and Decisions**, Wiley Finance, 386P, 2002.

MUN JOHNATHAN, **Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investment and Decisions with Integrated Risk Management and Advanced Quantitative Decision Analyticcs**, Wiley Finance, 694P, third edition, 2016.

MYERS, S. C. Determinants of corporate borrowing. **Journal of Financial Economics**. 5. 147-175. 1977.

OLEA, R. A. Geostatistics for engineers and earth scientists. **Kluwer Academic, Boston**, 303p, 1999.

PALM, S. K.; PEARSON, N.D.; READ, J.A. Option pricing: a new approach to mine valuation. **Selected readings in mineral economics**. 179-192. 1986.

RETAMAL, J. A. Q.; VARELA, N. V. M.; STEIN, B. R. Using real options to introduce flexibility in mine planning under uncertainty. In 36TH APCOM - APPLICATIONS OF COMPUTERS AND OPERATIONS RESEARCH IN THE MINERAL INDUSTRY: PROCEEDINGS. Porto Alegre: Fundação Luiz Englert, 2013.

RIBEIRO, D. T.; Assis, C. A., 2010 – Geoestatística aplicada à modelagem geológica. Brasília: **ADIMB**, 2010. 82p.

RUNGE, I. Mining Economics. In: INTERNATIONAL MINING CONFERENCE AND INVESTORS FORUM. Discover Mongolia, 2012.

SAMIS, M. Valuing a multi-zone mine as a real asset portfolio – a modern asset pricing (real options) approach. In: **5TH ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS – THEORY MEETS PRACTICE**, Los Angeles, California, United States, 13 and 14 July 2001.

SAMIS, M.; DAVIS, G. A.; LAUGHTON, D.; POULIN, R. Valuing uncertain asset cash flows when there are no options: a real options approach. **Resources Policy**. 30, 285–298. 2006.

SHAFIEE, S.; TOPAL, E.; NEHRING, M. Adjusted real option valuation to maximise mining project value – a case study using century mine. In: PROJECT EVALUATION CONFERENCE, Melbourne, Vic, 21 - 22 April, 2009. 125-134. 2009.

SLADE, M.E. Valuing managerial flexibility - an application of real-option theory to mining investments. **Journal of Environmental Economics and Management**. 41, 193_233. 2001.

SOARES, Amilcar. Direct sequential simulation and cosimulation. **Mathematical Geology**, v. 33, n. 8, p. 911-926, 2001.

SOUZA NETO, J. A. DE; OLIVEIRA, V. I. DE; BERGAMINI JUNIOR, L. C **Opções reais**: introdução à teoria e prática. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2008. 100p.

TOPAL, E. Evaluation of a mining project using Discounted Cash Flow analysis, Decision Tree analysis, Monte Carlo simulation and real options using an example. **Int. J. Mining and Mineral Engineering**, Vol. 1, No. 1, 62-75, 2008.

TOURINHO, O. The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach. Thesis. University of California, Berkeley. 103 p. 1979.

TUFANO, P. The Determinants of Stock Price Exposure: Financial Engineering and the Gold Mining Industry. **The Journal of Finance**. Vol. LIII, No. 3. 1015-1051. 1998.

TRIGEORGIS, L. Evaluating leases with complex operating options. **European Journal of Operational Research**. 91, 315-329. 1996.

TRIGEORGIS, L. The nature of option interactions and the valuation of investments with multiple real options. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, VOL.2 8, No. 1, 1-20. March 1993a.

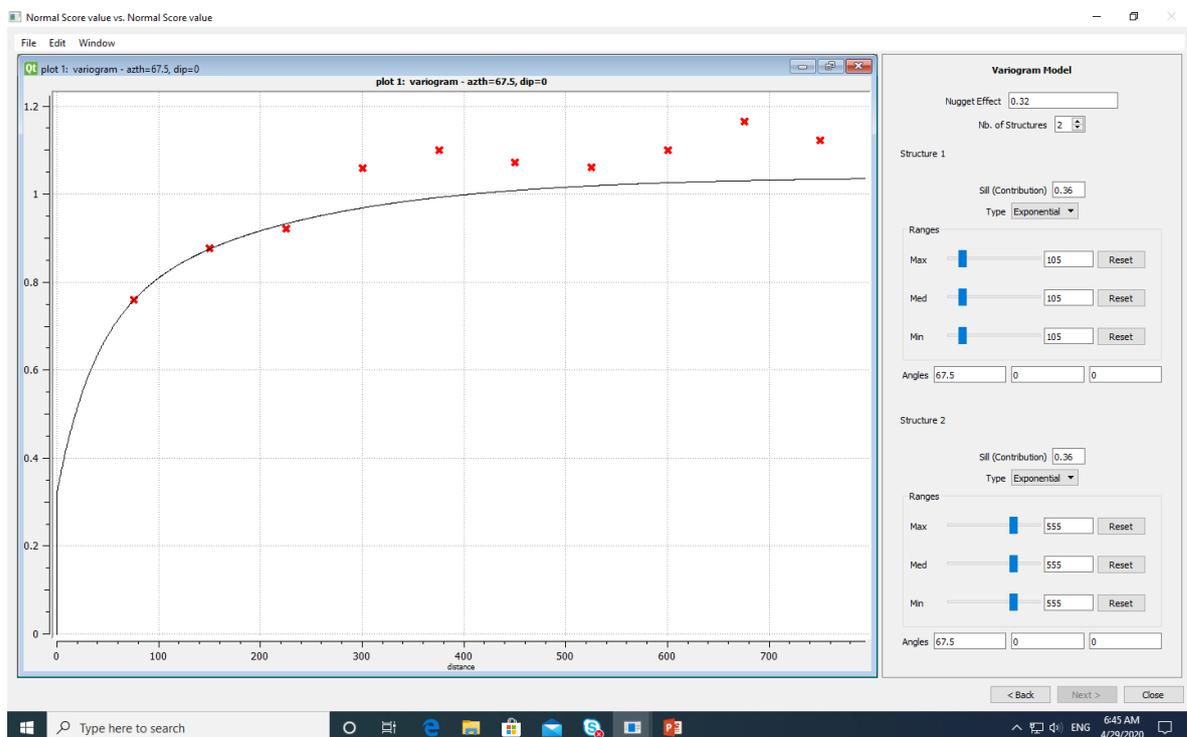
TRIGEORGIS, L. Real options and interactions with financial flexibility. **Financial Management**, Vol. 22, No. 3. 202-224. 1993.b

Capítulo 9 – ANEXOS

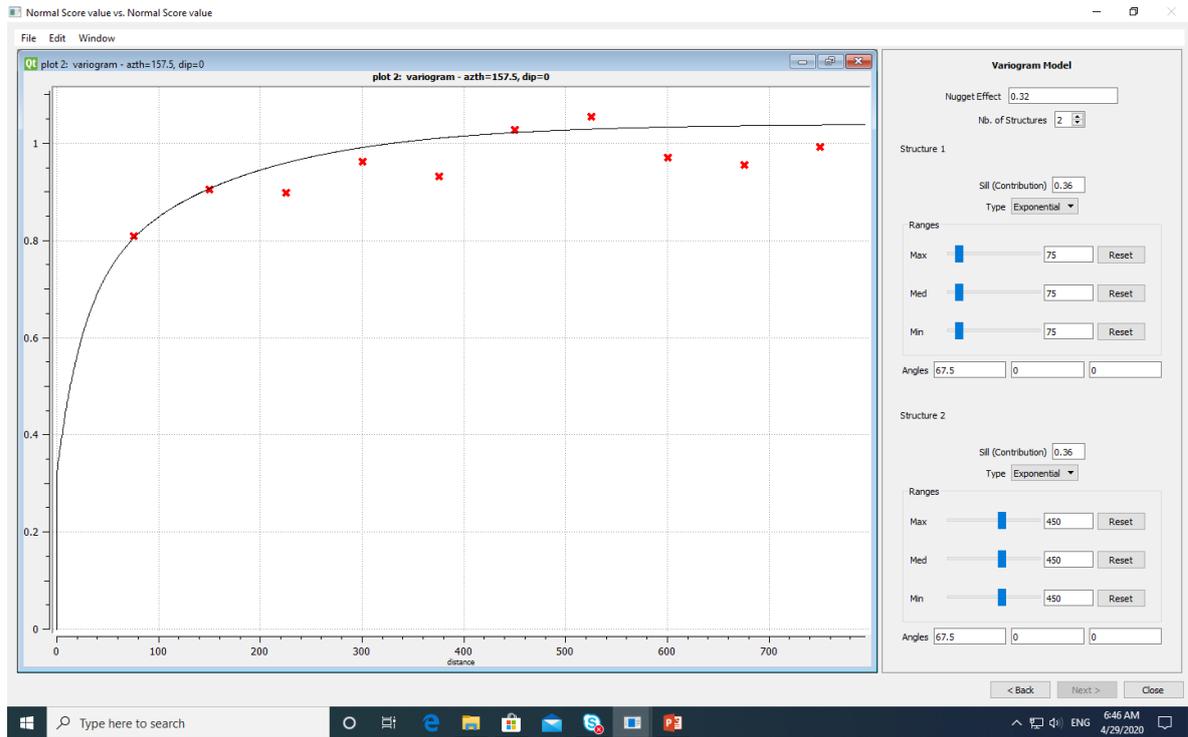
ANEXO 1

No anexo 1 pode ser visto os variogramas normalizados utilizados na simulação geoestatística sequencial gaussiana.

Variograma na direção 67.5° de maior continuidade. Fonte: *Sgems*.

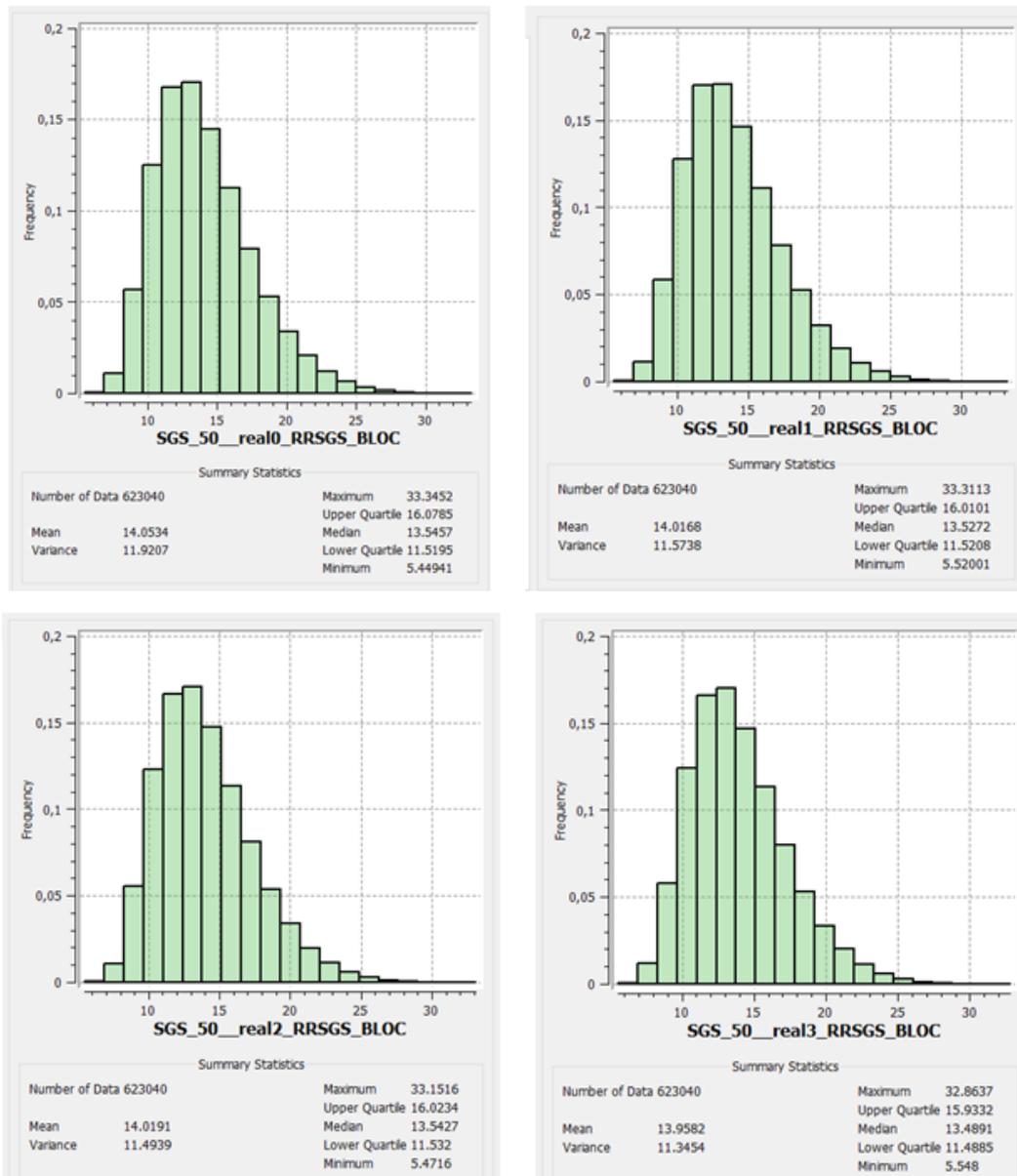


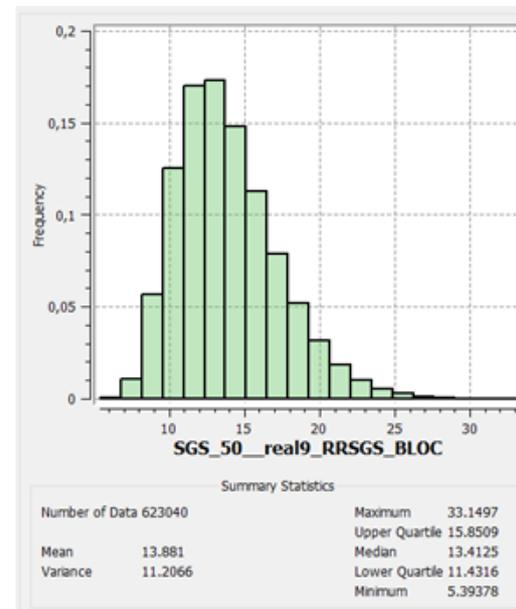
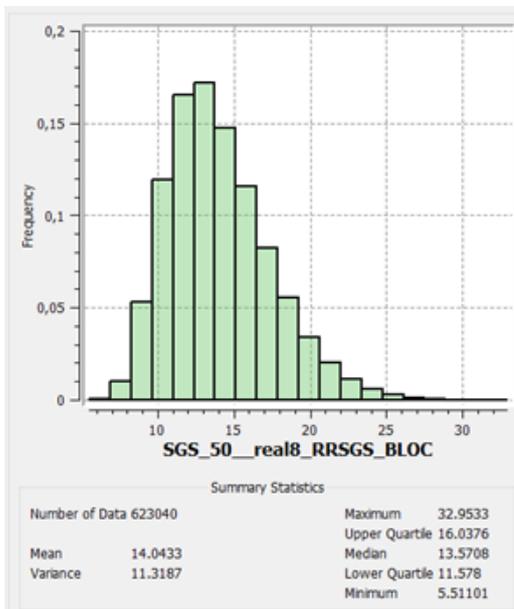
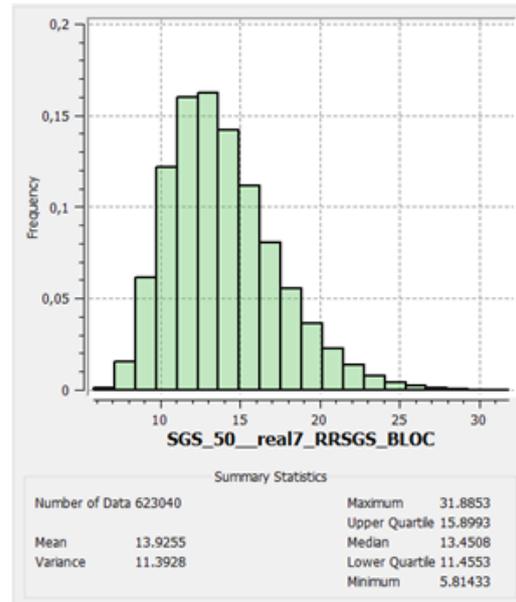
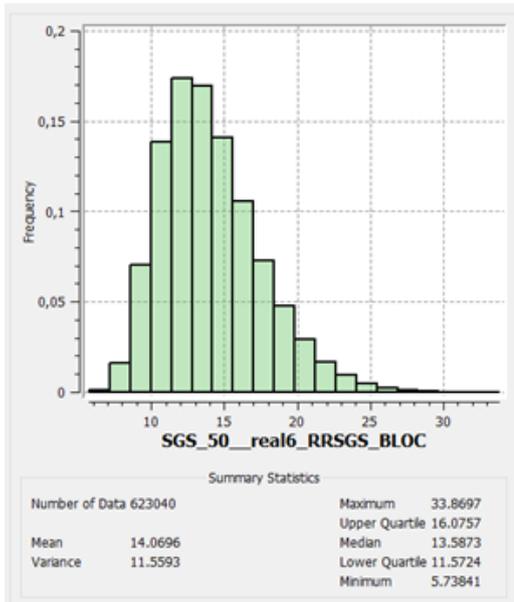
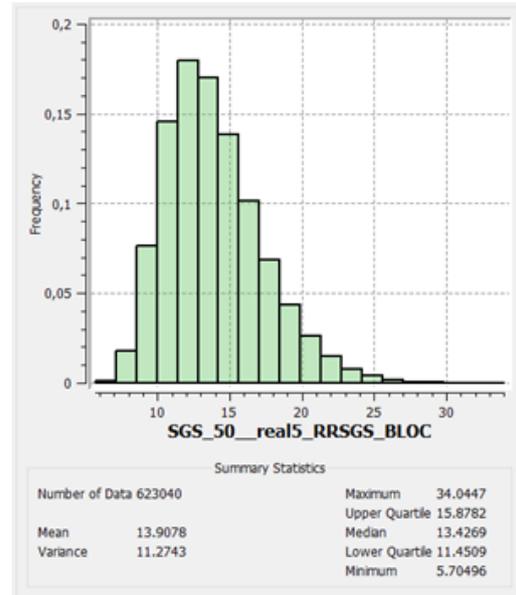
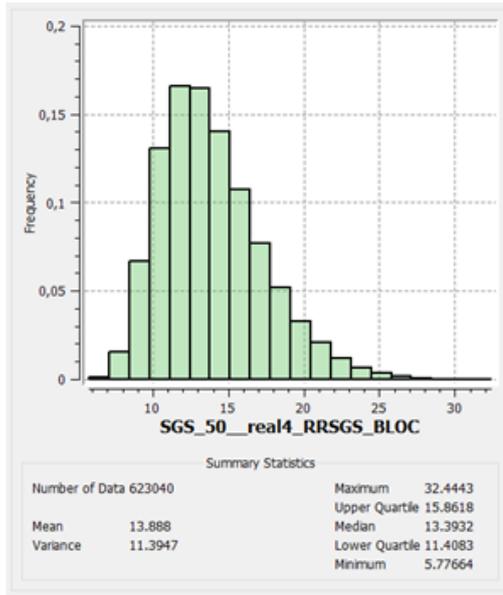
Variograma na direção 157.5° de menor continuidade. Fonte: *Sgems*.

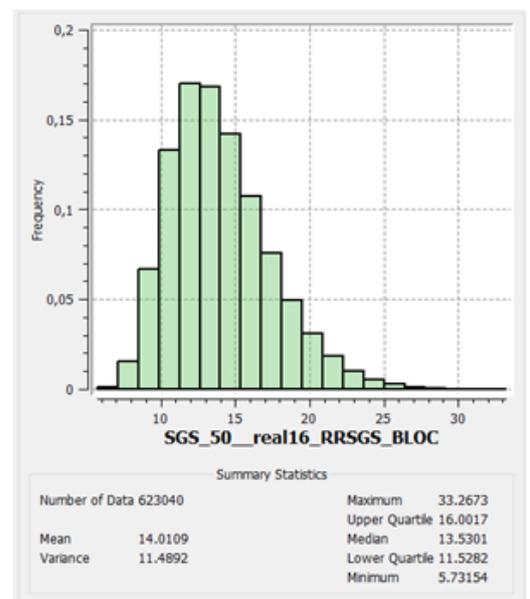
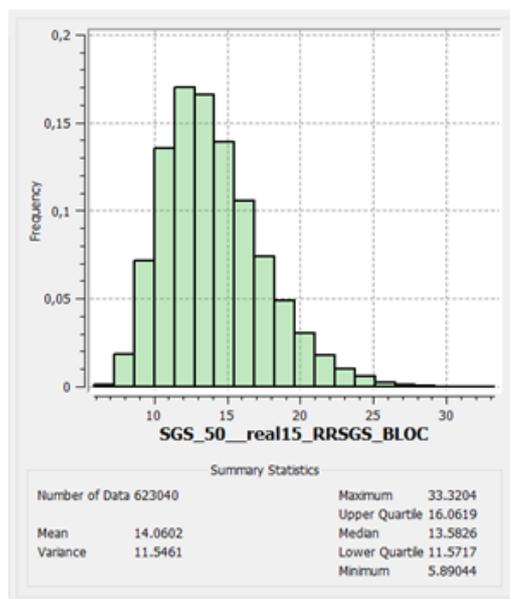
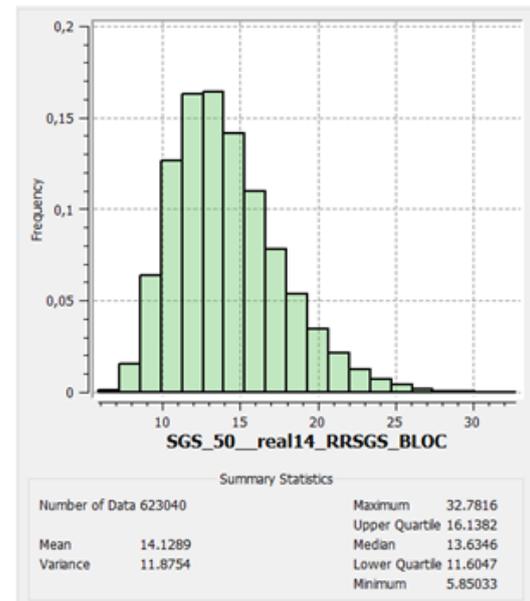
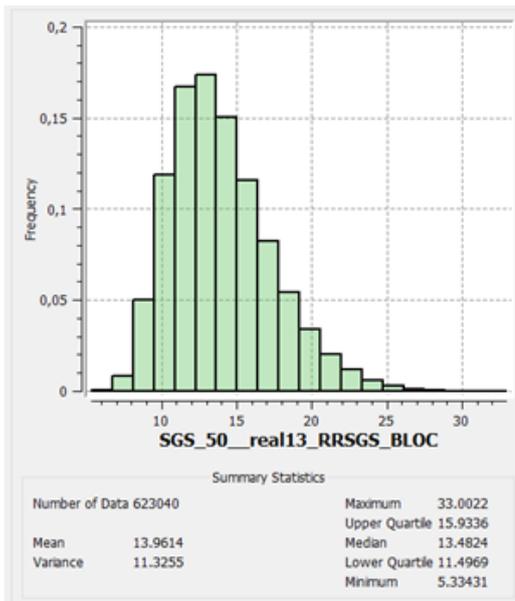
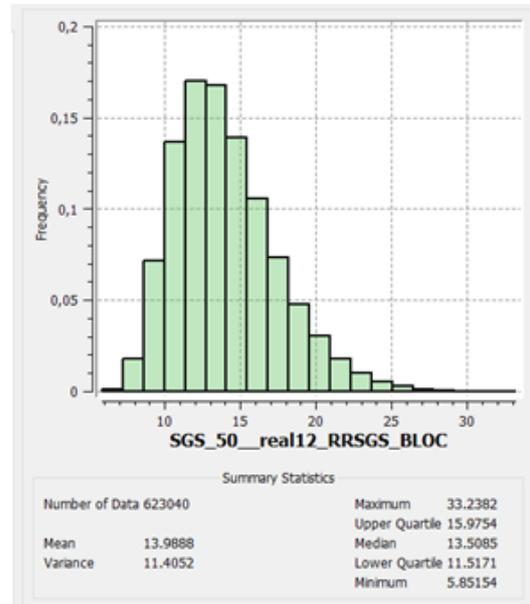
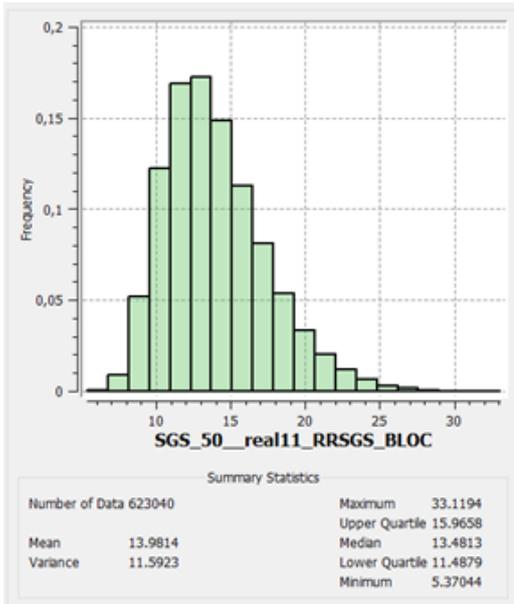


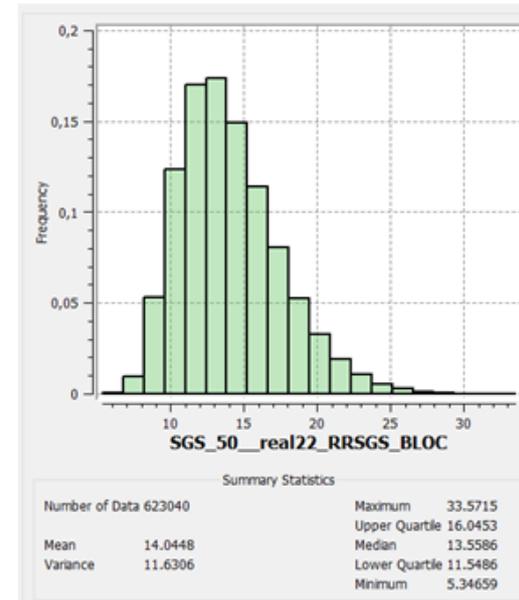
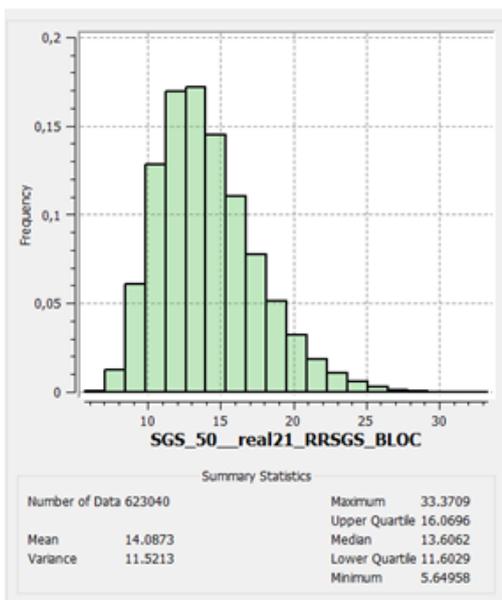
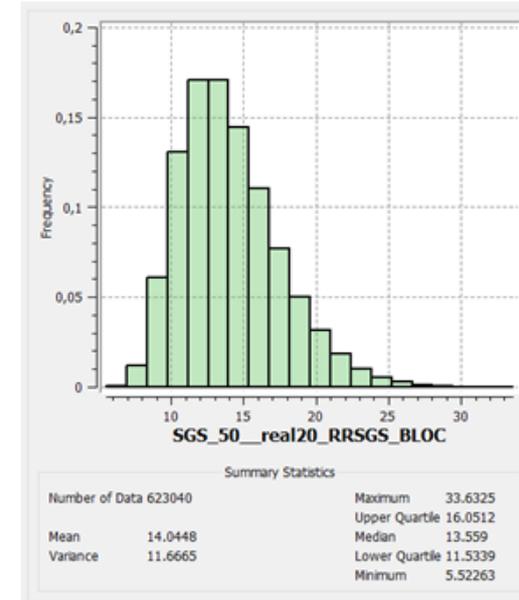
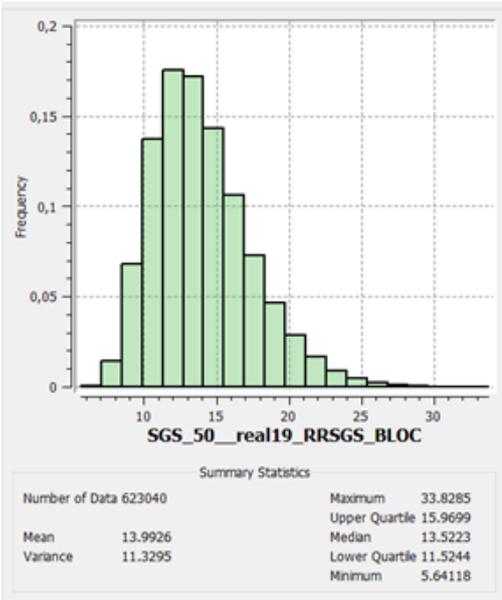
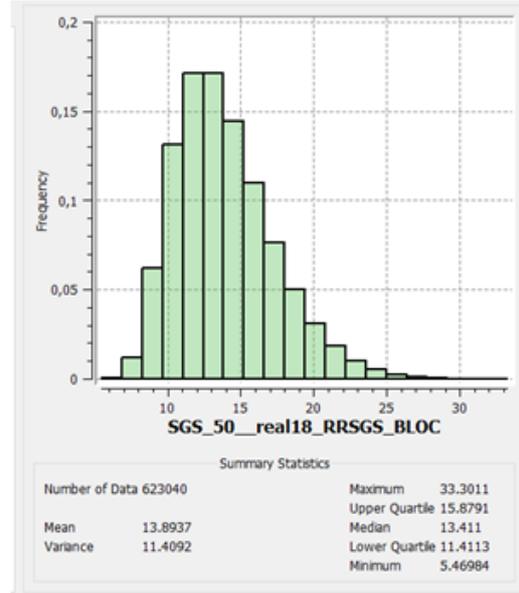
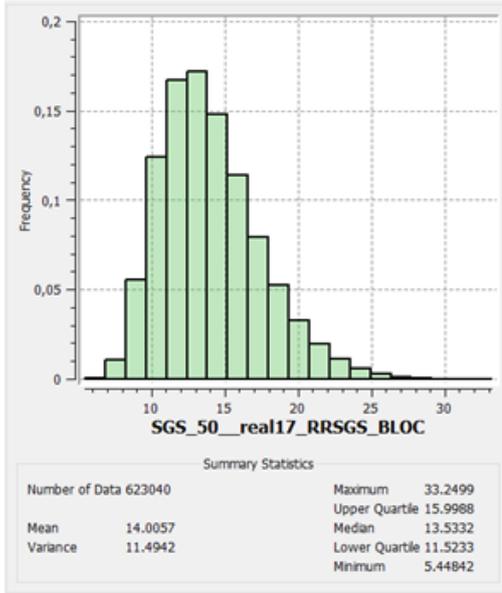
ANEXO 2

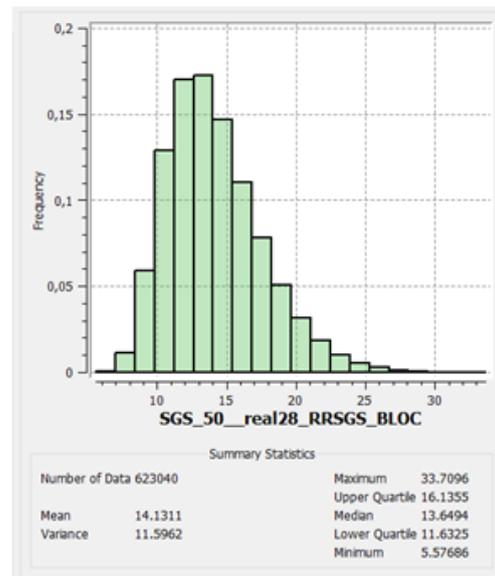
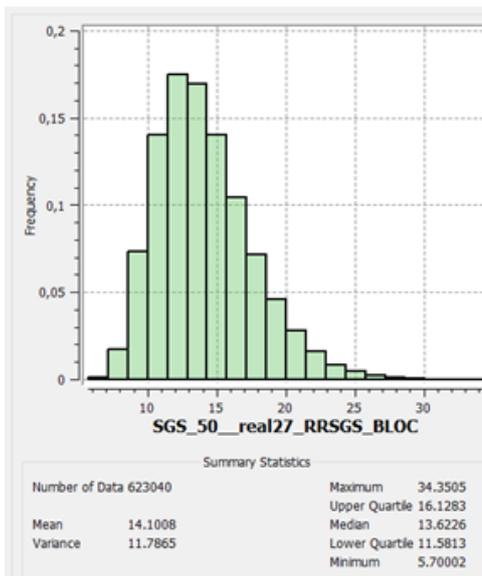
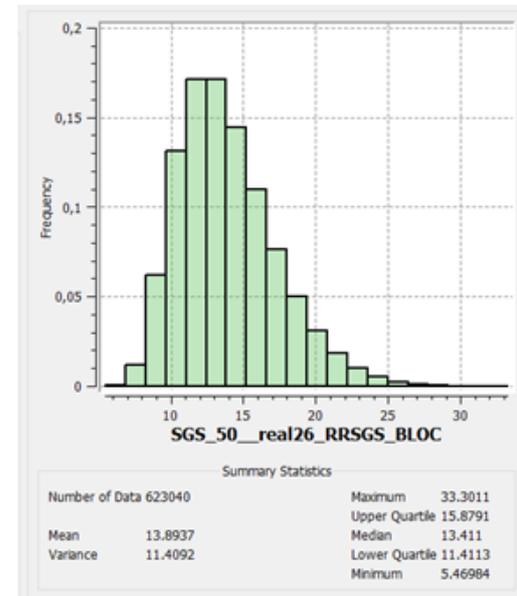
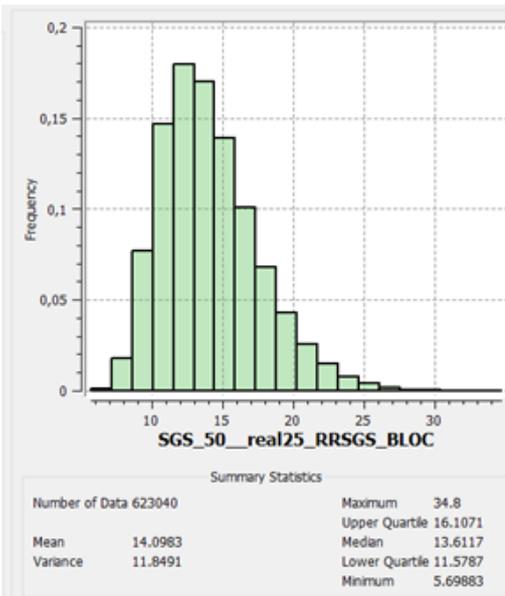
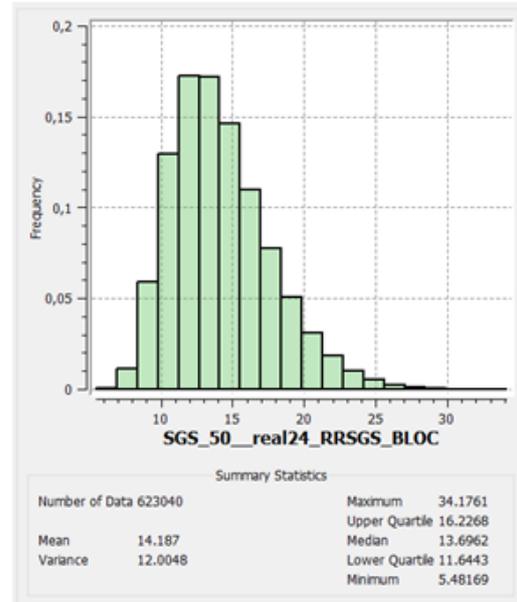
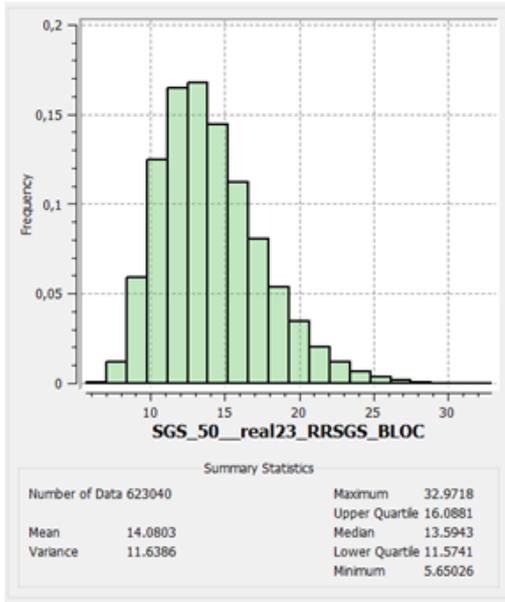
O anexo 2 mostra os histogramas das simulações depois do *UpScale* de pontos em um grid 12,5 x 12,5 x 5 metros para blocos de 25 x 25 x 10 metros. Fonte: Sgems.

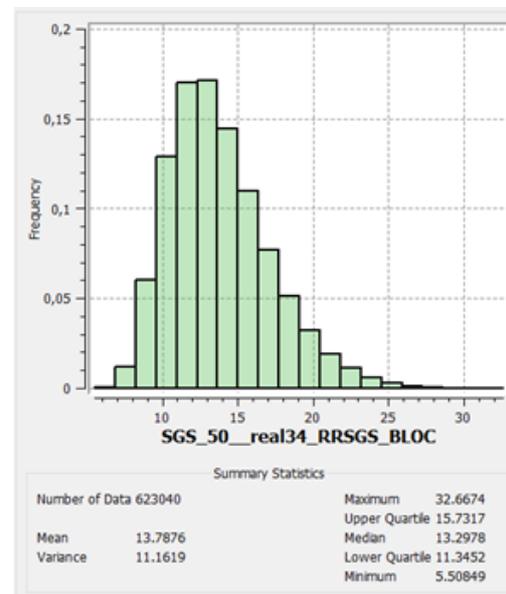
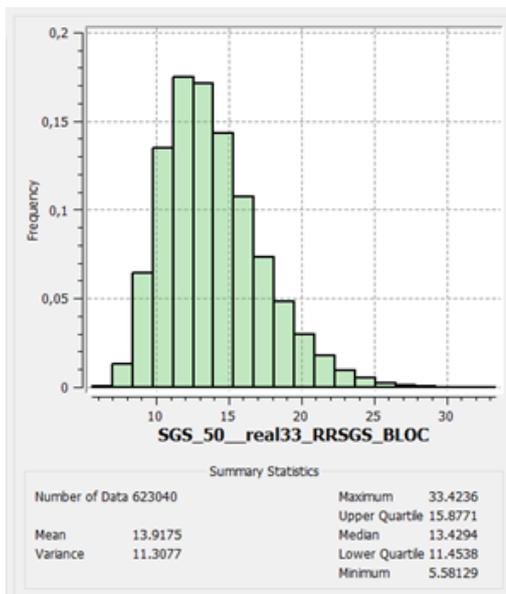
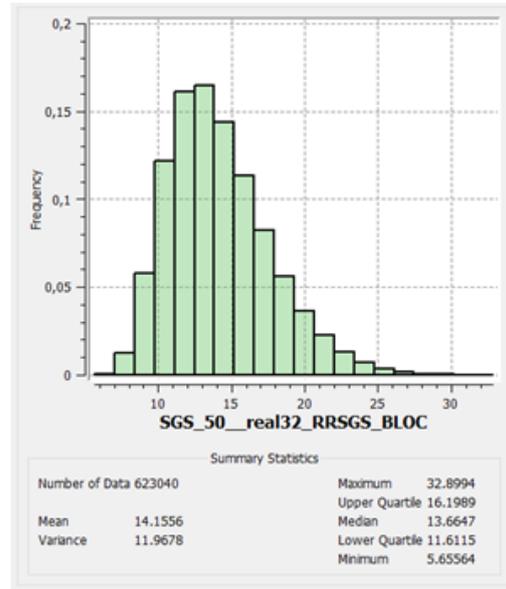
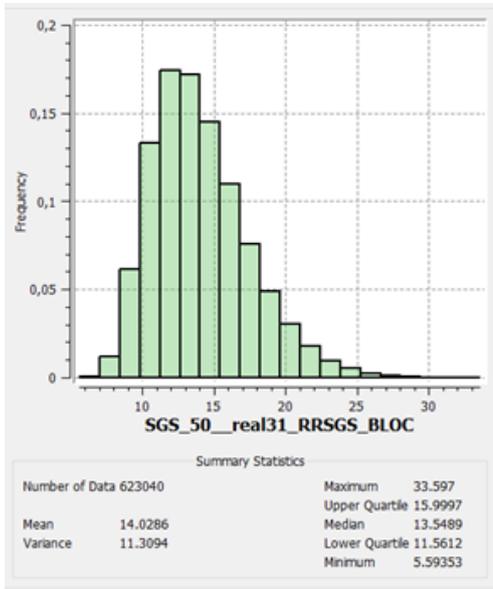
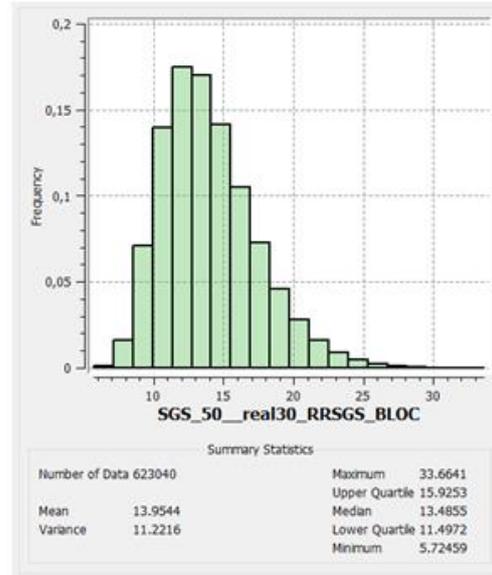
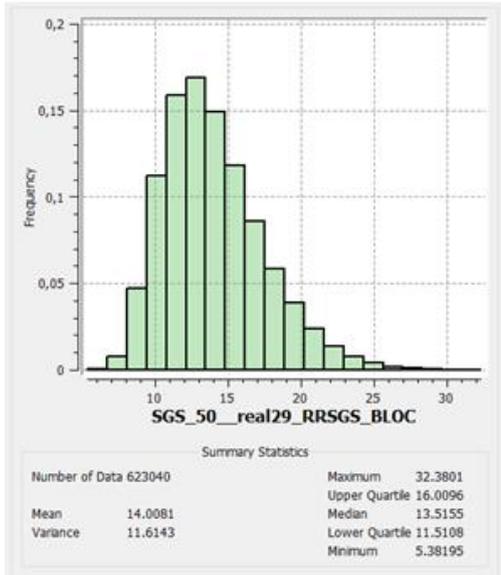


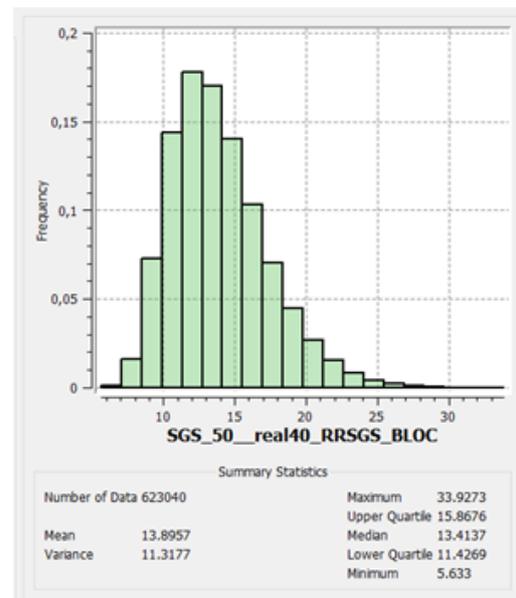
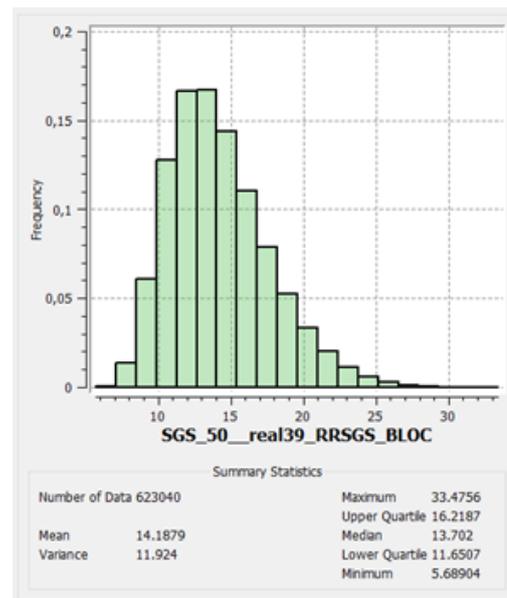
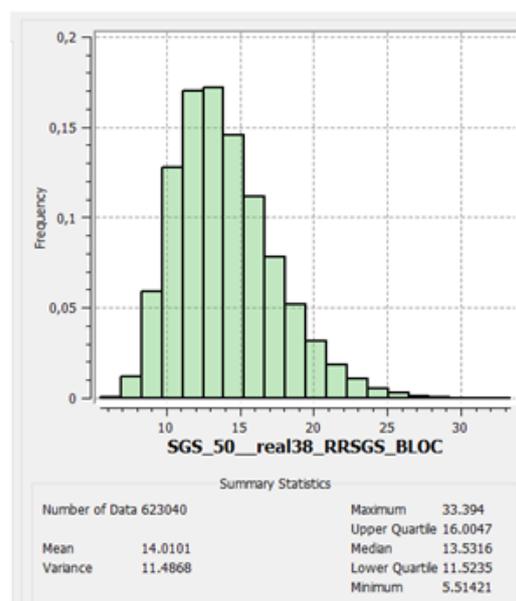
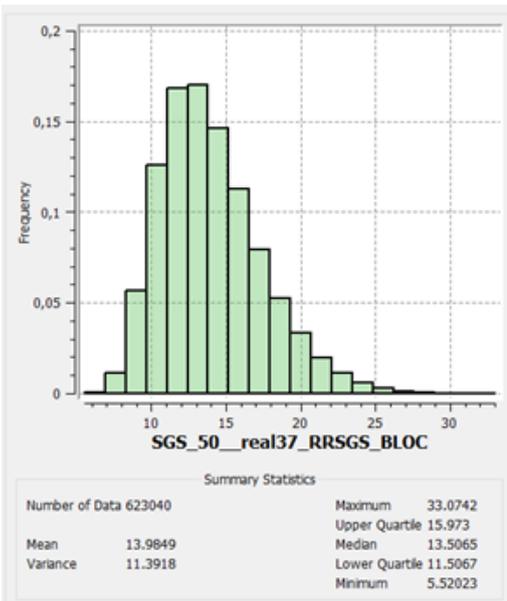
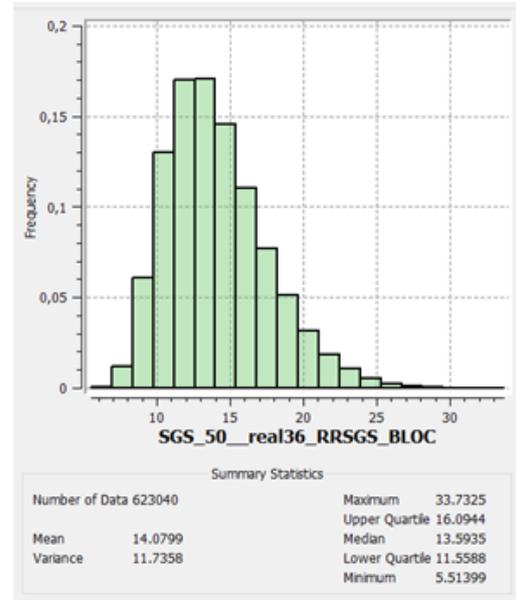
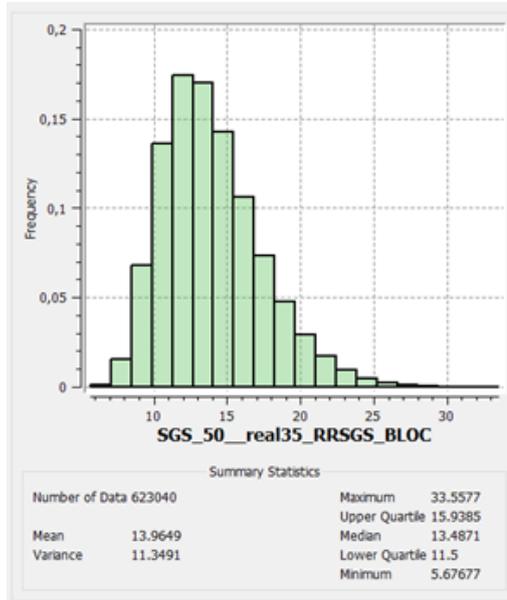


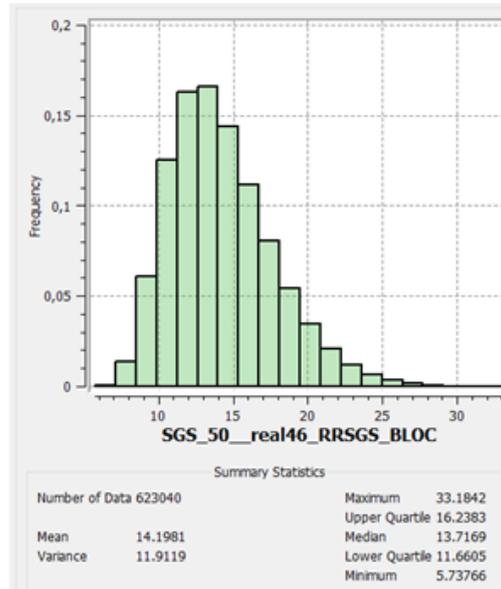
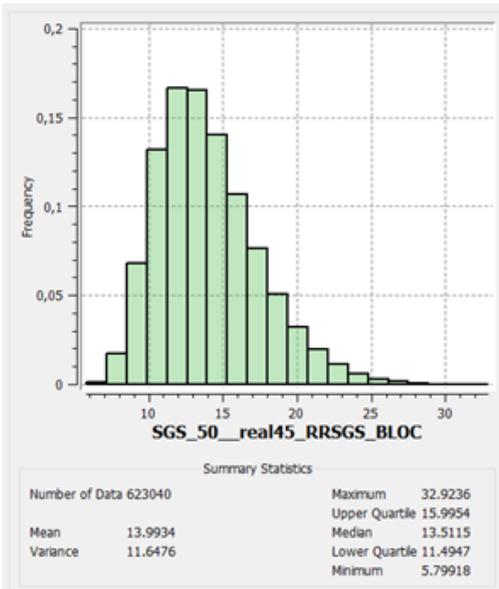
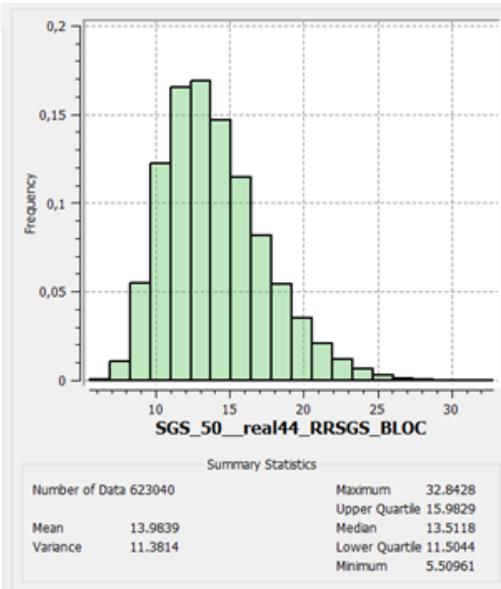
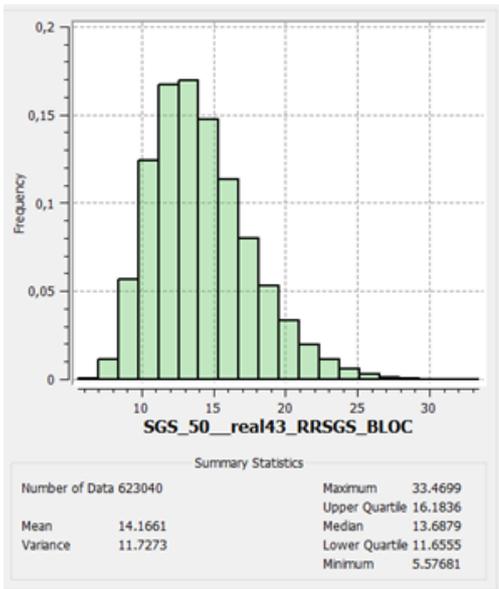
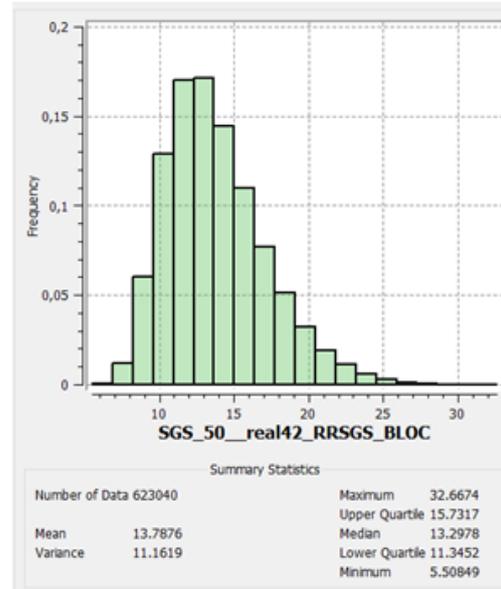
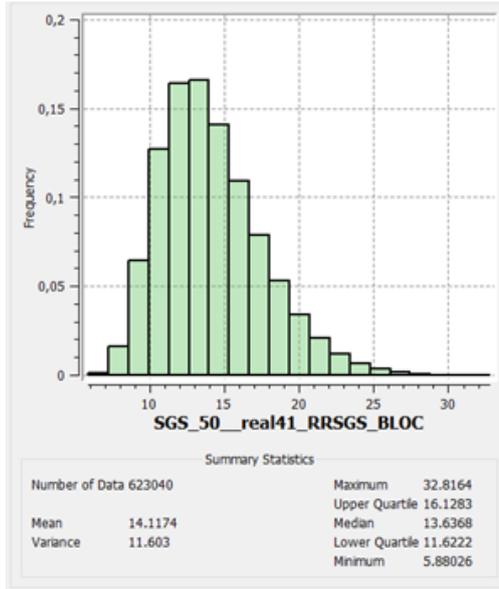


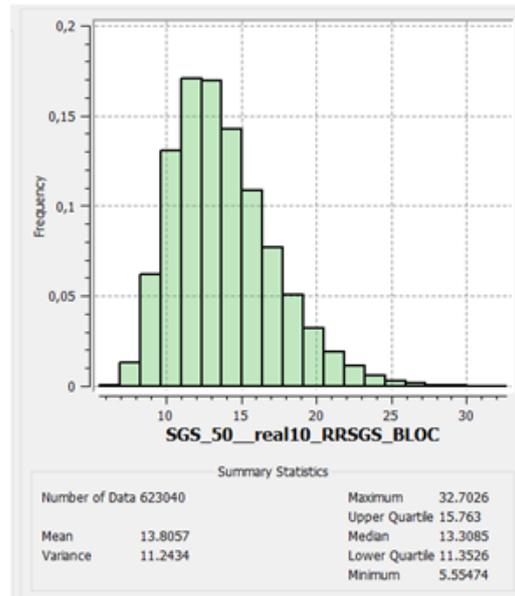
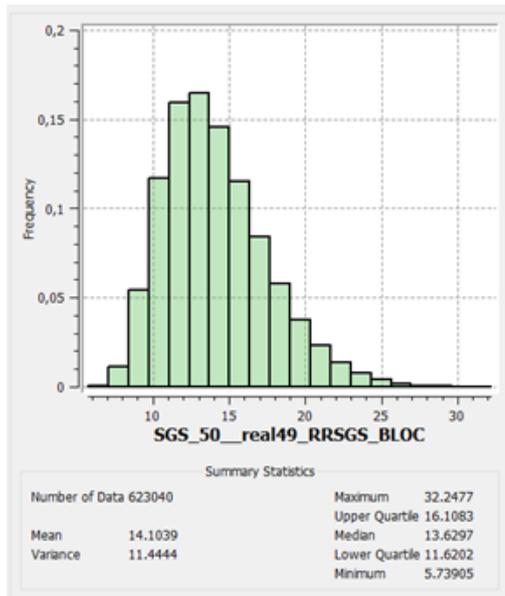
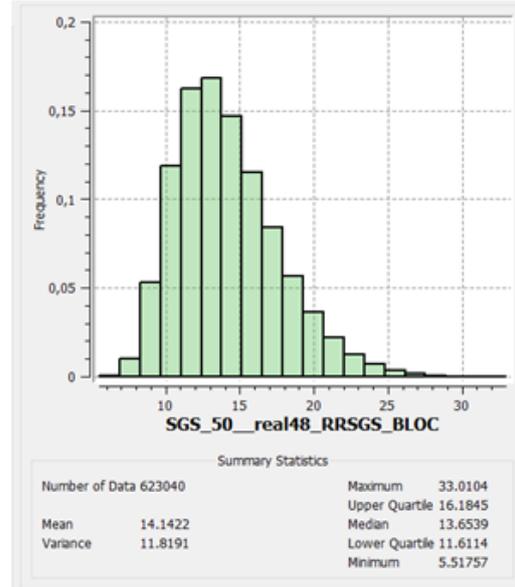
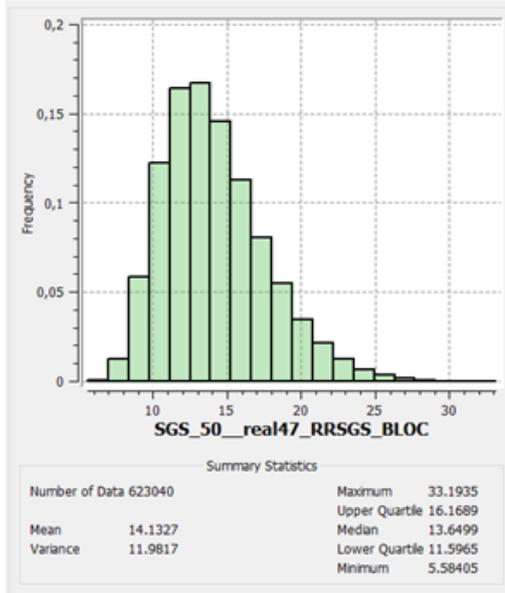








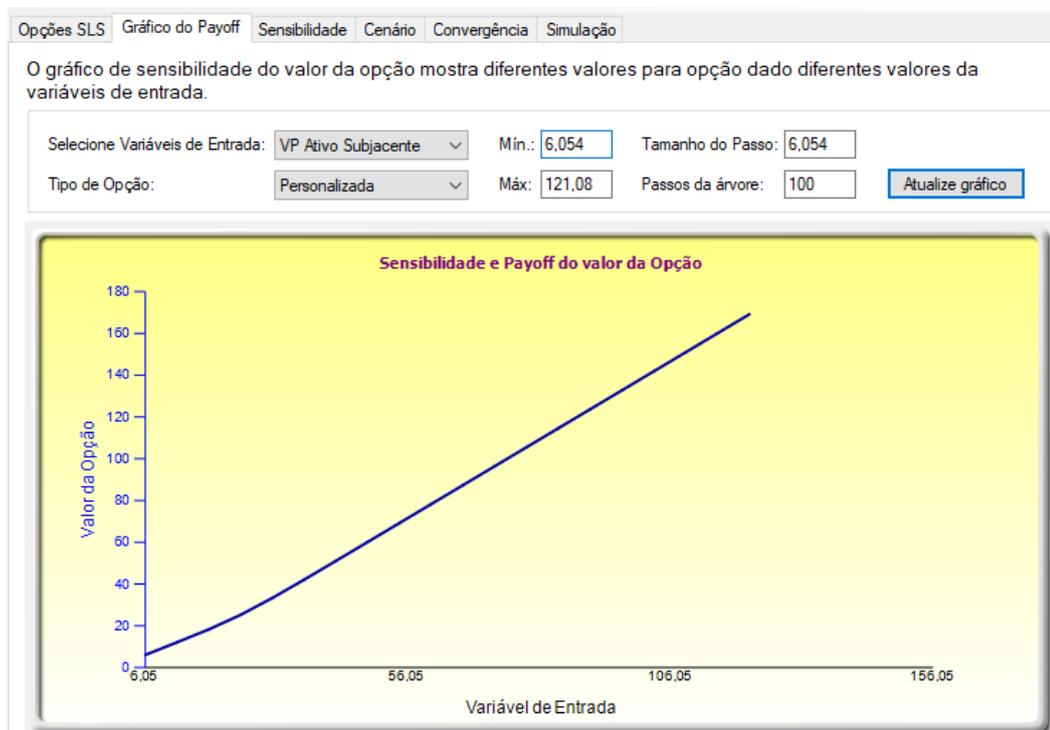




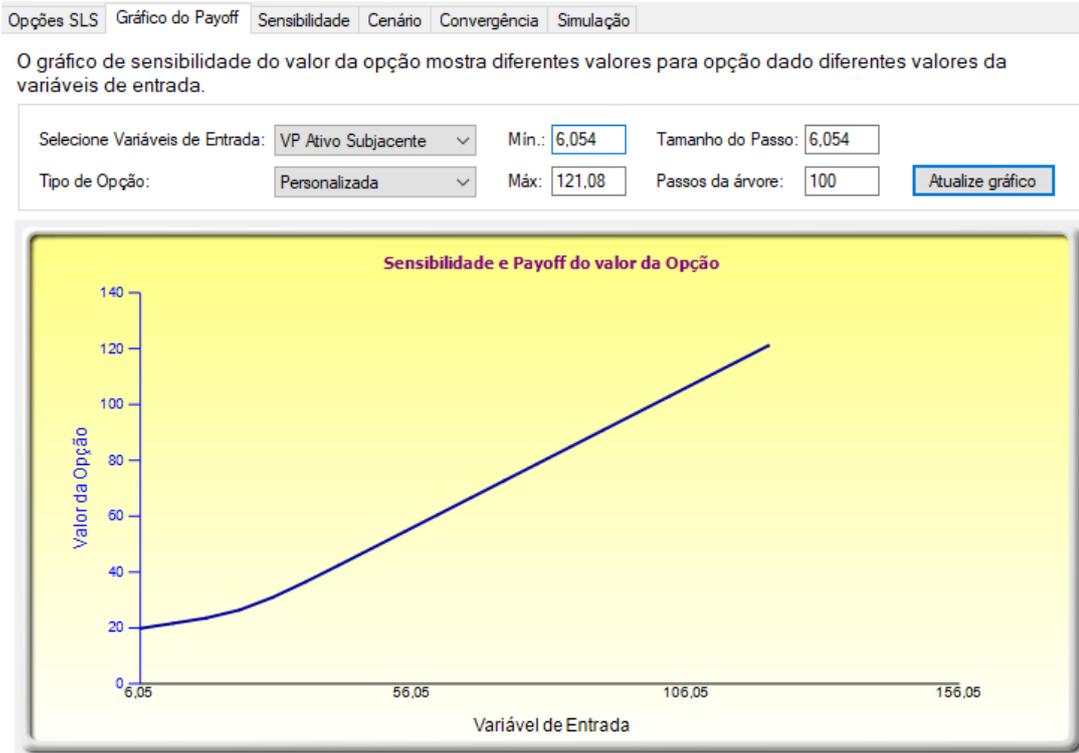
ANEXO 3

Nas Figuras abaixo é possível verificar os gráficos de *payoff*, ou seja, o valor da opção em cada fase do projeto. Vale ressaltar que cada ano representa 25 passos na árvore binomial. É possível ver o tamanho do passo, o valor mínimo e máximo da opção. Mesmo o gráfico sendo intuitivo, é notório que a opção tem um valor crescente com o passar do tempo.

Gráficos de payoff da Opção de Expansão. Fonte: SLS.



Gráficos de payoff da Opção de Contração. Fonte: SLS.



Gráficos de payoff da Opção Sequencial Complexa. Fonte: SLS.

