

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**RICARDO SCHEID FILHO**

**IDENTIFICAÇÃO DO CONTROLADOR  
ÓTIMO PARA REJEIÇÃO A  
PERTURBAÇÃO**

Porto Alegre  
2021

**RICARDO SCHEID FILHO**

**IDENTIFICAÇÃO DO CONTROLADOR  
ÓTIMO PARA REJEIÇÃO A  
PERTURBAÇÃO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dra. Luciola Campestrini

Porto Alegre  
2021

**RICARDO SCHEID FILHO**

**IDENTIFICAÇÃO DO CONTROLADOR  
ÓTIMO PARA REJEIÇÃO A  
PERTURBAÇÃO**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dra. Luciola Campestrini, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul –  
Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alexandre Bazanella, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Marcelo Farenzena, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Guilherme Araujo Pimentel, UMons

Doutor pela Universidade de Mons – Mons, Bélgica

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Sérgio Luís Haffner

Porto Alegre, agosto de 2021.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Professora Lucíola Campestrini pelo apoio, confiança e excelente orientação durante toda a minha trajetória acadêmica; ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pelo ensino de excelência e pela oportunidade de realização do meu trabalho; ao grupo de pesquisa de controle baseado em dados, em especial ao Professor Diego Eckhard e ao colega Emerson Boeira pelos ensinamentos e apoio durante a realização de todo o trabalho; e à minha família, pelo apoio irrestrito e incentivo constante durante toda a minha vida.

## RESUMO

No projeto de sistemas de controle, uma característica usualmente buscada no sistema em malha fechada diz respeito à capacidade de seguimento de referência com erro nulo em regime permanente. No contexto de controle baseado em dados, por sua vez, não é diferente, sendo a literatura voltada ao problema do seguimento de referência muito mais explorada do que o problema da rejeição a distúrbios na entrada do sistema. Levando em consideração que em inúmeras aplicações industriais o problema da rejeição a perturbação é tão ou mais relevante que o problema de seguimento de referência, este trabalho apresenta um novo método direto de controle baseado em dados dedicado ao problema da rejeição a perturbação. Inspirado pela solução trazida pelo método *Optimal Controller Identification* (OCI), que permite a identificação dos parâmetros do controlador para o caso do seguimento de referência, o método aqui estruturado também utiliza uma abordagem por erro de predição, que visa proporcionar propriedades estatísticas mais vantajosas se comparadas a outros métodos encontrados na literatura quando os dados utilizados são afetados por ruído. Devido à complexidade da função objetivo estruturada pelo problema, um algoritmo de otimização dedicado também é desenvolvido permitindo a identificação do modelo de referência simultaneamente à identificação dos parâmetros do controlador. Através de exemplos de aplicação, os resultados do método aqui denominado *Optimal Controller Identification for Disturbance rejection* (OCI-D) mostram que as propriedades estatísticas obtidas de fato são melhores que as presentes em métodos que utilizam mínimos quadrados e variável instrumental para a solução do problema de otimização.

**Palavras-chave:** Sistemas de controle, controle baseado em dados, projeto de controle, modelo de referência, rejeição a perturbação.

## ABSTRACT

Regarding control systems design, a behavior usually desired in the closed-loop system is related to reference tracking without steady-state error. This also stands in the subject of data-driven control, being the literature on the field of reference tracking way richer than the load disturbance rejection problem, for instance. Considering that in several industrial applications the disturbance rejection is even more relevant than reference tracking, this work presents a new direct data-driven control method for the load disturbance problem. Inspired on the solution given by the method Optimal Controller Identification (OCI), which allows the identification of the controller parameters for the reference tracking problem, the method developed in this work consists of embedding the controller's design under a prediction error approach, aiming to enhance the statistical properties of the obtained estimates if compared to other methods available in the literature when the system is affected by noise. Due to the complexity of the proposed approach, a dedicated iterative optimization algorithm is developed to properly solve the problem, allowing the identification of the reference model along with the controller parameters. The results of the method named Optimal Controller Identification for Disturbance rejection (OCI-D) are then explored through simulation examples, where the enhancement obtained in the statistical properties through the proposed methodology is compared to least-squares and instrumental variables solutions.

**Keywords:** Control systems, data-driven control, control design, reference model, load disturbance rejection.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Pirâmide de automação segundo o modelo proposto pela ISA-95. . . . .	16
Figura 2 –	Digrama de blocos genérico de um sistema de controle em malha fechada. . . . .	16
Figura 3 –	Exemplo de um controle de processos, onde o nível de um tanque cilíndrico é controlado pela abertura de uma válvula na entrada, garantindo seguimento de referência e rejeição a perturbação em malha fechada. . . . .	17
Figura 4 –	Digrama de blocos de um sistema operando em malha fechada sob influência de distúrbios na entrada do sistema e com presença de ruído na medição. . . . .	19
Figura 5 –	Exemplo de resposta ao degrau de um modelo de referência de primeira ordem para o problema de seguimento de referência. . . . .	26
Figura 6 –	Diagrama de blocos do sistema virtual em malha fechada proposto pelo VRFT. . . . .	29
Figura 7 –	Respostas em malha aberta, em malha fechada e do modelo de referência para um sistema sintonizado pelo VRFT para seguimento de referência. . . . .	31
Figura 8 –	Comparação da resposta obtida em malha fechada com a resposta do modelo de referência para um sistema de fase não mínima sintonizado para seguimento de referência pelo VRFT sem a inclusão do zero de fase não mínima no modelo de referência. . . . .	34
Figura 9 –	Respostas em malha aberta, em malha fechada e do modelo de referência identificado para um sistema de fase não mínima sintonizado para seguimento de referência pelo VRFT com critério flexível. . . . .	35
Figura 10 –	Respostas em malha aberta, em malha fechada e do modelo de referência para um sistema sintonizado pelo OCI para seguimento de referência. . . . .	39
Figura 11 –	Respostas ao degrau obtidas em um experimento Monte Carlo com os métodos VRFT, VRFT-VI e OCI projetados para seguimento de referência. . . . .	41
Figura 12 –	Comparação do erro à resposta sem ruído obtida em um experimento Monte Carlo com o VRFT, VRFT-VI e OCI projetos para seguimento de referência. . . . .	42
Figura 13 –	Exemplo de resposta ao degrau de um modelo de referência de primeira ordem para o problema da rejeição a perturbação. . . . .	45
Figura 14 –	Diagrama de blocos do sistema virtual em malha fechada proposto pelo VDFT. . . . .	47

Figura 15 –	Comparação da resposta inicial do sistema com a resposta ao degrau obtida em malha fechada com um controlador identificado após a definição de um modelo de referência inadequado para rejeição a perturbação. . . . .	50
Figura 16 –	Respostas ao degrau obtidas no sistema operando em malha fechada com o controlador inicial e com o controlador identificado após a definição adequada do modelo de referência para perturbação. . . . .	54
Figura 17 –	Comparação da resposta em malha fechada com a resposta do modelo de referência para um degrau na perturbação no Exemplo 8. . . . .	59
Figura 18 –	Respostas ao degrau obtidas no experimento Monte Carlo com VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação quando o controlador ideal pertence à classe do controlador projetado. . . . .	67
Figura 19 –	Comparação do erro à resposta sem ruído obtida em um experimento Monte Carlo com o VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação quando o controlador ideal pertence à classe do controlador projetado. . . . .	68
Figura 20 –	Respostas ao degrau obtidas no experimento Monte Carlo com VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação quando o controlador ideal não pertence à classe do controlador projetado. . . . .	71
Figura 21 –	Comparação do erro à resposta sem ruído obtida em um experimento Monte Carlo com o VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação quando o controlador ideal não pertence à classe do controlador projetado. . . . .	72
Figura 22 –	Resposta do sistema de fase não mínima em malha fechada submetido a uma entrada do tipo PRBS para coleta dos dados. . . . .	74
Figura 23 –	Respostas ao degrau obtidas no experimento Monte Carlo com VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação de um sistema de fase não mínima. . . . .	75
Figura 24 –	Comparação do erro à resposta sem ruído obtida em um experimento Monte Carlo com o VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação em um sistema de fase não mínima. . . . .	76
Figura 25 –	Comparação dos diagramas de Bode dos controladores identificados no experimento Monte Carlo, em azul, com a resposta em frequência do controlador ideal, em verde. . . . .	78
Figura 26 –	Comparação das respostas em malha fechada dos controladores identificados no experimento Monte Carlo com a resposta desejada e com a resposta inicial do sistema no caso do projeto com controlador com polo livre. . . . .	79



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Estatísticas $\bar{x}(\sigma)$ dos parâmetros identificados pelo VDFT, pelo VDFT-VI e pelo OCI-D no caso em que o controlador ideal pertence à classe do controlador identificado. . . . .	69
Tabela 2 –	Estatísticas $\bar{x}(\sigma)$ dos parâmetros identificados pelo VDFT, pelo VDFT-VI e pelo OCI-D no caso em que o controlador ideal não pertence à classe do controlador identificado. . . . .	73
Tabela 3 –	Estatísticas $\bar{x}(\sigma)$ dos parâmetros identificados pelo VDFT, pelo VDFT-VI e pelo OCI-D no caso em que o sistema apresenta um zero de fase não mínima. . . . .	75

## LISTA DE ABREVIATURAS

ARMAX	<i>Autoregressive Moving Average with Exogenous Inputs</i>
ARX	<i>Autoregressive-Exogenous</i>
BJ	<i>Box-Jenkins</i>
CbT	<i>Correlation-based Tuning</i>
ICbT	<i>Iterative Correlation-Based Tuning</i>
IFT	<i>Iterative Feedback Tuning</i>
ISA	<i>International Society of Automation</i>
LIT	Linear e Invariante no Tempo
MIMO	<i>Multiple-input Multiple-Output</i>
MPC	<i>Model Predictive Controller</i>
OCI	<i>Optimal Controller Identification</i>
OCI-D	<i>Optimal Controller Identification for Disturbance rejection</i>
OE	<i>Output error</i>
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PIMS	<i>Plant Information Management System</i>
PLC	<i>Programmable Logic Controller</i>
PPGEE	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
PRBS	<i>Pseudorandom Binary Sequence</i>
SDCD	Sistema Digital de Controle Distribuído
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
SP	<i>Setpoint</i>
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
VDFT	<i>Virtual Disturbance Feedback Tuning</i>
VI	Variável Instrumental
VRFT	<i>Virtual Reference Feedback Tuning</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A^T$	transposto de A
$A^{-1}$	inverso de A
$\hat{A}$	estimativa de A
$Tr(A)$	traço da matriz A
$\arg \min_x f(x)$	argumento que minimiza $f(x)$
$\bar{E}(\cdot)$	valor esperado estimado
$J(\cdot)$	função custo
$\mathbb{R}$	conjunto dos números reais
$\mathbb{R}^n$	espaço euclidiano de ordem $n$
$\min_x f(x)$	minimização de $f(x)$ em relação a $x$
$z$	operador de avanço
$\Phi_a$	espectro do sinal $a$
$\nabla$	operador de derivada parcial
$\rho_m$	valor médio do parâmetro $\rho$
$\sigma_e^2$	variância do ruído branco
$\varphi(t)$	vetor regressor
$\sum$	somatório
$x(t)$	sinal de tempo discreto
$Deg(\cdot)$	operador grau do polinômio
$\Gamma(\cdot)$	operador de grau relativo
$Cov(\cdot)$	matriz de covariância

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	12
<b>2</b>	<b>DEFINIÇÕES PRELIMINARES</b>	15
2.1	Controle de processos	15
2.2	Definições do sistema	17
2.3	Definições do controlador	20
2.3.1	Controladores lineares nos parâmetros	21
2.3.2	Controladores PID	22
2.4	Controle baseado em dados	22
<b>3</b>	<b>CONTROLE BASEADO EM DADOS POR MODELO DE REFERÊNCIA</b>	25
3.1	O problema de seguimento de referência	25
3.1.1	O modelo de referência para seguimento de referência	26
3.1.2	<i>Virtual Reference Feedback Tracking</i>	28
3.1.3	<i>Optimal Controller Identification</i>	35
3.2	O problema de rejeição a perturbação	43
3.2.1	O modelo de referência para rejeição a perturbação	44
3.2.2	<i>Virtual Disturbance Feedback Tuning</i>	46
3.2.3	Escolha do modelo de referência	49
3.2.4	O critério flexível do VDFT	52
<b>4</b>	<b>IDENTIFICAÇÃO DO CONTROLADOR PARA PERTURBAÇÃO POR ERRO DE PREDIÇÃO</b>	56
4.1	O método OCI-D	56
4.1.1	O critério flexível do OCI-D	58
4.1.2	O algoritmo de otimização	61
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	65
5.1	Controlador ideal dentro da classe	65
5.2	Controlador ideal fora da classe	68
5.3	Sistema de fase não mínima	71
5.4	Controlador com polo livre	75
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	80
	<b>REFERÊNCIAS</b>	84

# 1 INTRODUÇÃO

O controle automático de sistemas e processos é um elemento essencial no contexto tecnológico e industrial cada vez mais acelerado dos tempos atuais. Com suas primeiras aparições no século XVIII através do regulador centrífugo utilizado para o controle de velocidade de uma máquina a vapor (OGATA, 2000), os sistemas de controle compõem uma camada de automação que ao longo dos anos permitiu a otimização da produção nos processos fabris, um aumento substancial na segurança de ambientes inóspitos, e hoje em dia é um requisito mínimo para a o processo de digitalização disseminado com a indústria 4.0 (VOGEL-HEUSER; HESS, 2016).

Ao longo dos anos, diversas técnicas para a implantação dos sistemas de controle foram desenvolvidas. As teorias clássicas abordam a modelagem das relações físicas do processo para a configuração de controladores que proporcionam um comportamento adequado dos sistemas em malha fechada (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995). Em muitos processos, devido à dificuldade ou até mesmo impossibilidade de determinar alguns destes parâmetros, as técnicas de identificação de sistemas surgem como alternativa no projeto de controle. Através destas, um modelo representativo do processo pode ser obtido apenas com dados experimentais, permitindo então a aplicação das mesmas técnicas de controle tradicionais (AGUIRRE, 2007).

Apesar de eficientes, a aplicação destas técnicas de controle podem se mostrar custosas para aplicações e sistemas com um elevado número de controladores. Com o passar do tempo, novas técnicas de controle foram desenvolvidas ao passo do avanço técnico e tecnológico. Dentre elas, o controle baseado em dados surgiu como uma alternativa para o projeto de controladores sem a necessidade de um modelo do processo. Com uma abordagem similar à identificação de sistemas, as técnicas de controle baseado em dados permitem a identificação de controladores apenas com dados experimentais e a especificação de requisitos de desempenho em malha fechada (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012).

Os primeiros trabalhos nessa área foram apresentados nos anos 40 por (ZIEGLER; NICHOLS, 1942), inspirando a consolidação teórica e o desenvolvimento de novas técnicas a partir dos anos 90 (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012), quando o

assunto assumiu uma maior relevância. Dentre todos os métodos de controle baseado em dados, os mais populares são o *Iterative Feedback Tuning* (IFT) (HJALMARSSON *et al.*, 1998); o *Iterative Correlation-Based Tuning* (ICbT) (KARIMI; MIŠKOVIĆ; BONVIN, 2004); o *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT) (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002); a versão não iterativa do *Correlation-based Tuning* (CbT) (KARIMI; VAN HEUSDEN; BONVIN, 2007); e o *Optimal Controller Identification* (OCI) (CAMPESTRINI *et al.*, 2017). Dentro deste contexto, o IFT e o ICbT são classificados como métodos iterativos por necessitarem de inúmeras bateladas de dados para atualizar os parâmetros de controlador, enquanto o VRFT, o CbT e o OCI são classificados como métodos diretos por necessitarem uma única batelada de dados para a identificação do controlador.

Uma característica comum à grande maioria dos métodos de controle baseado em dados, é que o objetivo do projeto de controle se direciona à solução do problema de seguimento de referência. Em grande parte das aplicações industriais, entretanto, os processos apresentam variáveis acopladas, múltiplas entradas e saídas com dinâmicas distintas, distúrbios externos que podem afetar a dinâmica dos sistemas, e ainda permanecem sob longos períodos de tempo com os mesmos valores de referência. Sob essa ótica, o problema de rejeição a perturbação muitas vezes é mais relevante do que o projeto de controle para mudanças de *setpoint* (SP). Para que essa característica seja contemplada, os métodos orientados à solução do problema de seguimento de referência se mostram inadequados (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018).

A literatura voltada ao problema de controle para rejeição a perturbação é mais limitada quando comparada ao problema de seguimento de referência. Em (SZITA; SANATHANAN, 1996, 2000; CHEN; SEBORG, 2002), algumas abordagens baseadas em modelo foram apresentadas. Mais recentemente, esse problema também chamou a atenção da comunidade de controle baseado em dados, onde algumas pesquisas foram realizadas para o desenvolvimento de novos métodos que tivessem como objetivo a atenuação de distúrbios. Em (JENG; GE, 2016), por exemplo, uma abordagem baseada no método VRFT para sinais de tempo contínuo foi apresentada para a sintonia de controladores PID. Em (GUARDABASSI; SAVARESI, 1997; ROJAS; BAEZA; VILANOVA, 2011), o projeto de controladores com dois e três graus de liberdade também é realizado através de uma adaptação do VRFT, mas com a necessidade de realizar a medição do sinal de distúrbio, o que muitas vezes é uma condição desafiadora em aplicações práticas.

Uma abordagem também análoga ao VRFT foi desenvolvida em (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018) para lidar com o problema de rejeição de distúrbios. O método, denominado *Virtual Disturbance Feedback Tuning* (VDFT), tem como vantagem quando comparado aos métodos predecessores a possibilidade de sintonia de controladores com diversas estruturas e sem a necessidade de medir o sinal de distúrbio. Além do VDFT, outros trabalhos recentes também apresentaram contribuições importantes para o controle baseado em dados voltado a esse problema. Em (BORDIGNON; CAMPES-

TRINI, 2018a), a escolha do modelo de referência para rejeição a perturbação foi explorado. Ainda, em (BORDIGNON; CAMPESTRINI, 2018b), o VDFT foi aplicado para sintonia de controladores em uma arquitetura hierárquica com um controlador preditivo baseado em modelo (MPC), e em (DA SILVA; ECKHARD, 2019) o mesmo método foi estendido em uma abordagem baseada em correlação, com foco na melhoria das propriedades estatísticas do método.

Inspirado pelo crescimento do interesse no problema e pela relevância da rejeição a perturbação em aplicações industriais, esse trabalho apresenta um novo método de controle baseado em dados para atenuação de distúrbios aplicados na carga dos sistemas, aprimorando as propriedades estatísticas das estimativas em comparação a outras abordagens disponíveis na literatura. Estendendo o trabalho realizado na concepção do VDFT, e embarcando uma abordagem por erro de predição de forma análoga ao que foi desenvolvido no OCI para o seguimento de referência, o método aqui denominado de *Optimal Controller Identification for Disturbance rejection* (OCI-D) apresenta alguns desafios, como a solução de um problema de otimização mais complexo devido à estrutura do preditor depender simultaneamente dos parâmetros do controlador e do modelo de referência.

O trabalho é organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta os conceitos utilizados no desenvolvimento do trabalho, passando por algumas definições de controle de processos, pelas definições do sistema e do controlador, e introduzindo os conceitos de controle baseado em dados. O Capítulo 3, por sua vez, traz os conceitos e definições de controle baseado em dados por modelo de referência, explorando tanto o caso do seguimento de referência quanto o problema da rejeição a perturbação. O Capítulo 4 apresenta o método desenvolvido neste trabalho, contemplando a motivação, a formulação e o algoritmo de otimização desenvolvido, enquanto o Capítulo 5 apresenta os exemplos e resultados obtidos com a aplicação do OCI-D. Por fim, o Capítulo 6 traz as considerações finais a respeito do método e do trabalho desenvolvido.

## 2 DEFINIÇÕES PRELIMINARES

De forma a possibilitar a compreensão do trabalho desenvolvido, algumas definições e conceitos são apresentados na sequência. Uma breve introdução de controle de processos é apresentada, contextualizando a inserção e a relevância dos controladores no ambiente industrial. Além disso, conceitos preliminares sobre sistemas discretos e a notação matemática empregada neste trabalho também são apresentados como base para o desenvolvimento e replicabilidade do método. Na sequência, as definições das variáveis e diferentes estruturas do controlador também são exploradas, desde controladores livres até estruturas pré determinadas como o PID. Por fim, os conceitos que definem os métodos de controle baseado em dados também são apresentados, formando a base de desenvolvimento do trabalho.

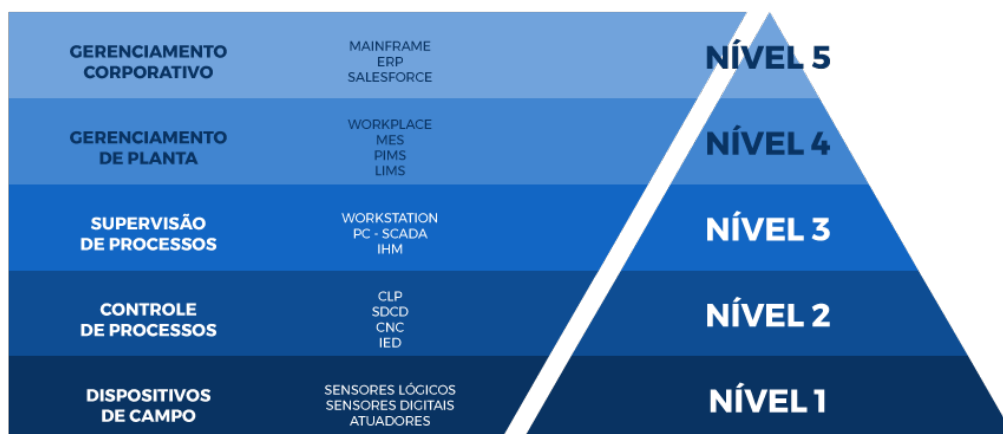
### 2.1 Controle de processos

No contexto de automação industrial, a *International Society of Automation* (ISA) define como referência para implementação de uma interface automatizada o padrão ISA-95 com as diferentes camadas que compõe a pirâmide de automação, conforme pode ser observado na Figura 1. Nesta, o controle de processos é inserido na segunda camada, consumindo dados provenientes dos dispositivos de campo e permitindo a supervisão e gerenciamento da planta nos níveis superiores.

Disseminado com o advento dos computadores, os sistemas de controle têm por característica a manipulação de atuadores do processo, como válvulas, bombas e compressores, de forma a proporcionar um comportamento desejado em variáveis chave, como níveis, pressões e temperaturas. Os elementos que realizam as ações no processo têm valores de operação calculados pelo controlador, e portanto são denominados como variáveis manipuladas (MV). Essas ações são executadas a partir de informações obtidas por sensores e demais sinais lógicos a respeito das variáveis de interesse, denominadas então de variáveis controladas (CV). O elemento responsável por completar essa malha fechada é o controlador, que executa um algoritmo de controle comparando os valores da variável de interesse com um valor de referência estabelecido, o *setpoint* (SP), levando em conside-



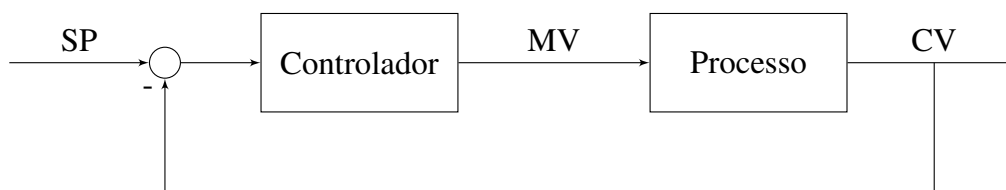
Figura 1 – Pirâmide de automação segundo o modelo proposto pela ISA-95.



Fonte: (ALTUS, 2018)

ração as dinâmicas envolvidas e a característica do processo controlado. Essa estrutura de controle pode ser representada por um diagrama de blocos conforme apresentado na Figura 2 (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006).

Figura 2 – Diagrama de blocos genérico de um sistema de controle em malha fechada.

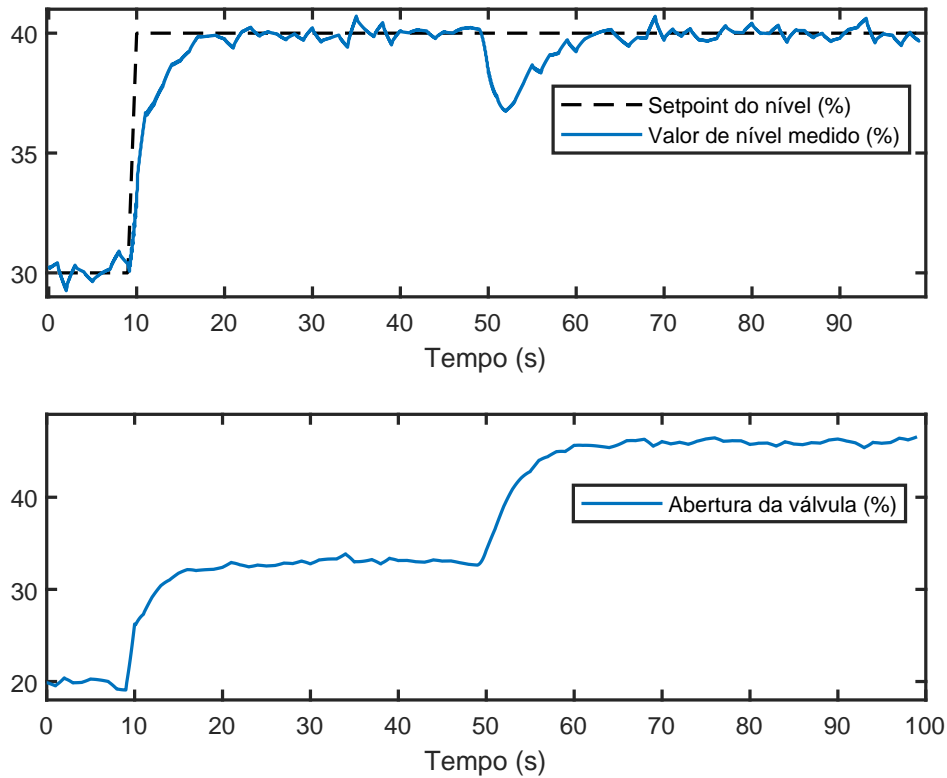


Fonte: do autor.

Um exemplo de controle de processos pode ser observado na Figura 3, onde o nível de um tanque cilíndrico é controlado através da abertura de uma válvula que admite um fluido qualquer na entrada superior do tanque. A outra válvula, localizada no fundo desse mesmo tanque e que faz a retirada do fluido, permanece com uma abertura constante. Nesse exemplo, assim como em inúmeras situações recorrentes no ambiente industrial, é necessário alterar o ponto de operação do processo através de uma modificação no valor da referência do nível. Com o sistema operando em malha fechada, a presença de um controlador garante que o sistema atinja esse valor de referência desejado atendendo a critérios de desempenho dinâmicos e de segurança. Além disso, a operação em malha fechada permite que o sistema rejeite distúrbios oriundos de outros elementos do processo.

Levando em consideração que um processo industrial apresenta centenas de variáveis de interesse e de variáveis manipuladas, a operação destes sistemas sem a presença de inúmeros controladores e demais sistemas automáticos se torna inviável. Dessa forma, as aplicações e projeto de controle tornaram-se indispensáveis e objeto de estudo recorrente. Nas seções a seguir, portanto, as definições e variáveis envolvidas são apresentadas de

Figura 3 – Exemplo de um controle de processos, onde o nível de um tanque cilíndrico é controlado pela abertura de uma válvula na entrada, garantindo seguimento de referência e rejeição a perturbação em malha fechada.



Fonte: do autor.

forma a contextualizar o projeto de controle e o método desenvolvido neste trabalho.

## 2.2 Definições do sistema

A título de consideração nesse trabalho, todos os sistemas são tratados como processos lineares, discretos, invariantes no tempo e de uma única entrada e uma única saída, ou então *single-input single-output* (SISO). De forma algébrica, estes sistemas podem ser descritos de forma genérica por (LJUNG, 1999)

$$y(t) = G_0(q)u(t) + v(t) \quad (1)$$

onde  $y(t)$  é a variável de interesse sendo controlada,  $G_0(q)$  é a função de transferência do processo,  $q$  é o operador avanço no tempo, definido como

$$qx(t) = x(t + 1) \quad (2)$$

$$q^{-1}x(t) = x(t - 1), \quad (3)$$

$u(t)$  é o sinal de controle gerado pelo controlador  $C(q)$  para que a saída  $y(t)$  atinga um valor de referência definido como  $r(t)$  com uma dinâmica satisfatória, ou seja,

$$u(t) = C(q)[r(t) - y(t)], \quad (4)$$

e  $v(t)$  é o vetor de ruído que representa os comportamentos aleatórios que afetam o processo e os sistemas de medição. Sendo  $E[\cdot]$  o operador esperança,  $\bar{E}[\cdot]$  pode ser definido como (LJUNG, 1999)

$$\bar{E}[x(t)] \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E[x(t)]. \quad (5)$$

Com isso, um sinal é dito *quasi-estacionário* se a média e a autocorrelação do mesmo convergem para um valor finito quanto o tamanho da amostra cresce. Essa afirmação é sustentada pela definição a seguir.

**Definição 1.** *Um sinal  $s(t)$  é um processo quasi-estacionário se (LJUNG, 1999):*

- $\bar{E}[s(t)] = m_s(t), |m_s| \leq C, \forall t;$
- $\bar{E}[s(t)s(r)] = R_s(t, r), |R_s(t, r)| \leq C, \forall t, r;$
- $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N R_s(t, t - \tau) = R_s(\tau), \forall \tau,$

sendo  $m_s(t)$  o valor médio e  $R_s(t, r)$  a covariância nos instantes  $t$  e  $r$  do sinal  $s(t)$ .

O vetor de ruído  $v(t)$ , por sua vez, pode ser definido então como um processo estocástico *quasi-estacionário* descrito por

$$v(t) = H_0(q)w(t), \quad (6)$$

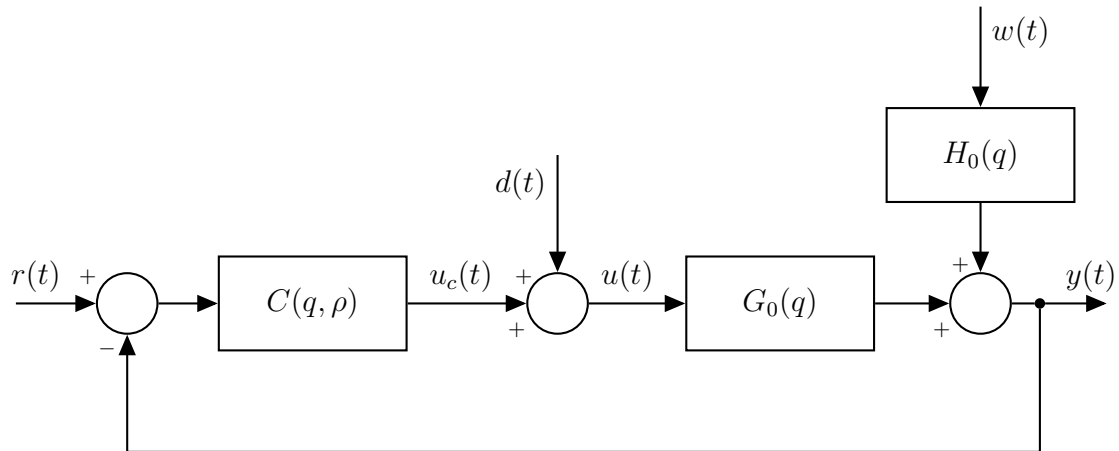
onde  $H_0(q)$  é a função de transferência do ruído e  $w(t)$  é um ruído branco com distribuição normal, média zero e variância  $\sigma_w^2$ . Tanto a função de transferência  $G_0(q)$  do processo quanto a função de transferência  $H_0(q)$  do ruído são racionais e causais, e também considera-se que  $H_0(\infty) = 1$ , isto é, a resposta impulsiva do filtro  $H_0(q)$  satisfaz  $h(0) = 1$ .

Este processo é controlado por um controlador linear e invariante no tempo, e também é afetado por uma perturbação na carga. Por conta disso, o sinal de controle pode ser dividido em dois termos (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018)

$$u(t) = u_c(t) + d(t), \quad (7)$$

onde  $d(t)$  é o sinal de perturbação e  $u_c(t)$  é o sinal de controle propriamente dito, manipulado por um controlador com parâmetros  $\rho$  conforme (4), podendo este sistema em malha fechada ser observado na Figura 4.

Figura 4 – Digrama de blocos de um sistema operando em malha fechada sob influência de distúrbios na entrada do sistema e com presença de ruído na medição.



Fonte: do autor.

Além disso, tanto o sinal de referência quanto a perturbação são considerados processos *quasi-estacionários* (LJUNG, 1999) descorrelacionados com o ruído na saída, i.e.:

$$\bar{E}[r(t)w(t)] = 0, \quad (8)$$

$$\bar{E}[d(t)w(t)] = 0. \quad (9)$$

Com isso, a saída  $y(t)$  do sistema pode ser reescrita através de funções de transferência de malha fechada como

$$y(t, \rho) = M(q, \rho)r(t) + Q(q, \rho)d(t) + S(q, \rho)H_0(q)w(t),$$

onde  $M(q, \rho)$ ,  $Q(q, \rho)$  e  $S(q, \rho)$  são as funções de transferência de malha fechada definidas como

$$M(q, \rho) \triangleq \frac{C(q, \rho)G_0(q)}{1 + C(q, \rho)G_0(q)}, \quad (10)$$

$$Q(q, \rho) \triangleq \frac{G_0(q)}{1 + C(q, \rho)G_0(q)}, \quad (11)$$

$$S(q, \rho) \triangleq \frac{1}{1 + C(q, \rho)G_0(q)}. \quad (12)$$

Através de (10), (11) e (12), fica evidente que o desempenho em malha fechada do sistema é diretamente relacionado aos parâmetros  $\rho$  do controlador. Logo, o projeto de controle consiste em ajustar esse vetor de parâmetros de forma a obter o comportamento dinâmico desejado.

Posteriormente, algumas operações envolvendo o grau do polinômio e o grau relativo dessas funções de transferência serão exploradas no âmbito da escolha do modelo de referência. Dessa forma, é importante definir alguns operadores polinomiais:

1. O grau ou ordem de um polinômio é definido pelo operador  $Deg(\cdot)$ .

2. O grau relativo é definido pelo operador  $\Gamma(\cdot)$ , sendo que para uma função de transferência qualquer definida como

$$P(q) \triangleq \frac{nP(q)}{dP(q)},$$

o grau relativo é dado pela diferença entre o grau do polinômio do denominador e do numerador, ou seja,

$$\Gamma[P(q)] = \text{Deg}[dP(q)] - \text{Deg}[nP(q)].$$

Em outras palavras, o grau relativo de uma função de transferência também representa o número de polos excedentes em relação ao número de zeros.

### 2.3 Definições do controlador

O controlador do processo é o elemento responsável por calcular as ações que serão executadas em uma variável manipulada, a partir de medições obtidas da variável de interesse, ou variável controlada, de forma a proporcionar um comportamento desejado no sistema em malha fechada. Dessa forma, o controlador é o elemento final do projeto de controle e o que se deseja ajustar.

De forma genérica, o controlador pode ser visto como uma função de transferência com parâmetros a determinar conforme o projeto de controle, ou seja,

$$C(q, \rho) = \frac{\rho_0 q^n + \rho_1 q^{n-1} + \dots + \rho_n}{q^m + \rho_{n+1} q^{n-1} + \dots + \rho_{n+m}}, \quad (13)$$

sendo  $n$  e  $m$  o número de parâmetros no numerador e no denominador, respectivamente.

Fisicamente, os controladores de processo normalmente se encontram embarcados em um sistema digital de controle distribuído (SDCD) ou em um controlador lógico programável (CLP) com estruturas pré-determinadas, ou seja, com alguns polos e zeros fixos, que propiciam algumas características específicas no sistema em malha fechada. Assim, a sintonia de um desses controladores consiste em ajustar apenas os parâmetros livres dessas estruturas.

Quando é possível escolher a estrutura a ser utilizada, essa se torna uma das mais importantes etapas do projeto de controle. De forma geral, quanto mais livre for a estrutura do controlador, mais estreitos são os requisitos que podem ser atingidos em malha fechada. Em contrapartida, quanto mais complexa for essa estrutura, mais difícil se torna a implementação, exigindo uma parcimônia na escolha de acordo com o projeto.

Usualmente, um requisito básico no projeto de controle é o seguimento de referência ou a rejeição a perturbação com erro nulo em regime permanente, ou seja, deseja-se que o sistema em malha fechada seja capaz de operar em um *setpoint* determinado pelo usuário e tenha capacidade de manter essa referência mesmo quando algum distúrbio interferir no sistema.

O princípio do modelo interno é uma forma de garantir que esses requisitos sejam atendidos, sendo a ideia principal por trás do princípio gerar um sinal dentro da malha de controle com as mesmas características do sinal que se deseja seguir ou rejeitar. Para que isso aconteça, os polos marginalmente estáveis devem ser introduzidos no laço de controle. Para que o sistema seja capaz de seguir uma referência constante, por exemplo, o laço de controle precisa conter um polo integrador, que em sistemas de tempo discreto corresponde a um polo em  $q = 1$ , ou seja,

$$C(q, \rho) = \frac{\rho_0 q^n + \rho_1 q^{n-1} + \dots + \rho_n}{(q - 1)(q^{n-1} + \rho_{n+1} q^{n-2} + \dots + \rho_{n+m})}. \quad (14)$$

De forma análoga, caso a referência a ser seguida seja uma rampa, o laço de controle precisa conter dois polos marginalmente estáveis (CHEN, 1984).

### 2.3.1 Controladores lineares nos parâmetros

Conforme apresentado anteriormente, os controladores de processo normalmente apresentam uma estrutura pré-determinada com parâmetros fixos de forma a garantir algumas características pré-determinadas no sistema em malha fechada. Muitas vezes, esses parâmetros fixos são determinados no denominador da função de transferência. Dessa forma, o controlador a ser parametrizado se torna uma estrutura do tipo

$$C(q, \rho) = \frac{\rho_0 q^n + \rho_1 q^{n-1} + \dots + \rho_n}{q^n + a_1 q^{n-1} + \dots + a_m}, \quad (15)$$

onde  $a_i$  são parâmetros numéricos fixos. Assim, é possível interpretar a sintonia do controlador como a identificação dos parâmetros do seu numerador, o que permite uma parametrização linear dessa estrutura como

$$C(q, \rho) = \rho^T \beta(q), \quad (16)$$

onde o vetor de parâmetros é definido por  $\rho \in \mathbb{R}^n$  como

$$\rho = [\rho_0 \ \rho_1 \ \dots \ \rho_n]^T, \quad (17)$$

e  $\beta(q)$  é um vetor de funções racionais que possuem os polos fixos da estrutura do controlador. Essa estrutura fixa caracteriza a classe do controlador, ou seja, o conjunto de todos os controladores que podem ser implementados por esta estrutura

$$\mathcal{C} \triangleq \{C(q, \rho) : \rho \in \mathcal{P} \subseteq \mathbb{R}^n\}. \quad (18)$$

A grande vantagem de se utilizar uma estrutura linear nos parâmetros para o controlador está na solução do problema de otimização. Em alguns métodos, essa característica permite a utilização de mínimos quadrados para solução do problema, enquanto em outros casos mais complexos a parametrização linear facilita o cálculo do gradiente da função custo.

### 2.3.2 Controladores PID

Um exemplo de controlador linear nos parâmetros e amplamente encontrado na indústria é a classe de controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Apesar de atualmente a tecnologia disponível permitir a implementação de controladores mais complexos, o PID ainda é largamente utilizado pela simplicidade de implementação e por ser suficiente para controlar a maior parte dos processos (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995).

O controlador PID leva esse nome por conter três parâmetros que ponderam individualmente uma ação proporcional, uma ação integral e uma ação derivativa ao erro em malha fechada. A função de transferência de um controlador PID pode ser definida como (OGATA, 2000)

$$C(q, \rho_{PID}) = k_P + k_I T_s \frac{q}{q-1} + \frac{k_D}{T_s} \frac{q-1}{q}, \quad (19)$$

que também pode ser reescrita de forma mais evidente na parametrização linear como

$$C(q, \rho_{PID}) = [k_P \ k_I \ k_D] \begin{bmatrix} 1 & \frac{qT_s}{q-1} & \frac{q-1}{qT_s} \end{bmatrix}^T, \quad (20)$$

correspondendo a uma estrutura linear com três parâmetros, onde  $\rho_{PID} = [k_P \ k_I \ k_D]$ .

Cada um dos parâmetros do PID é responsável por inserir características distintas em um processo operando em malha fechada. Quanto maior o ganho proporcional, por exemplo, maior a velocidade de reação do controlador a uma mudança de referência ou a um distúrbio na entrada do sistema. A presença do parâmetro integral, por sua vez, insere um polo marginalmente estável no laço de controle que garante o seguimento de referências constantes para qualquer sistema, enquanto o ganho derivativo insere uma ação que detecta rapidamente mudanças de comportamento na saída do sistema (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006).

Por todas as características apresentadas e pela ampla presença do PID nos processos industriais, a classe do controlador PID é a classe utilizada na maior parte dos exemplos numéricos apresentados posteriormente neste trabalho.

## 2.4 Controle baseado em dados

O projeto de controle de um sistema está diretamente relacionado às suas especificações de desempenho. Quanto mais rígidos forem esses critérios, maior o conhecimento necessário sobre o processo e mais complexa a estrutura de controle a ser utilizada. Usualmente, em aplicações desse tipo são empregados os métodos de controle baseados em modelo, seja este previamente conhecido ou então identificado. Nesse caso, ainda, o bom desempenho do controlador projetado está altamente relacionado à qualidade deste modelo.

Em inúmeras aplicações industriais, entretanto, a modelagem fenomenológica dos processos e das relações entre as variáveis é extremamente complexa ou até mesmo inviável. Isso ocorre devido a grandezas físicas desconhecidas, parâmetros construtivos não mensuráveis, propriedades indefinidas, entre outros. Do ponto de vista do projeto de controle, essa limitação impede a aplicação de métodos clássicos para projeto de controladores (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012).

De forma a sobrepor essa limitação, os métodos de controle baseados em dados apresentam uma alternativa para a sintonia de controladores fazendo uso apenas de dados experimentais, que em diversas aplicações podem ser obtidos facilmente através de sistemas do tipo *Plant Information Management System* (PIMS), por exemplo.

**Premissa 1.** *Seja o conjunto de dados*

$$Z^N = [u(1), y(1), \dots, u(N), y(N)]$$

*gerado de acordo com o sistema (1). Assume-se que os dados  $u(t), y(t)$  são processos quasi-estacionários para  $N \rightarrow \infty$ , que o sinal de entrada é persistentemente excitante e que o conjunto de dados  $Z^N$  é suficientemente informativo com respeito à classe de modelos escolhida.*

**Definição 2.** *Um sinal quasi-estacionário  $x(t)$  com espectro  $\Phi_x(w)$  é dito persistentemente excitante de ordem  $p$  se  $\Phi_x(w) > 0$  para  $p$  pontos no intervalo  $-\pi$  a  $\pi$ .*

**Definição 3.** *Um conjunto de dados quasi-estacionário  $Z^\infty$  é suficientemente informativo com respeito ao conjunto de modelos  $\mathcal{M}$  se para quaisquer dois modelos  $W_1(q)$  e  $W_2(q)$  pertencentes a esse conjunto  $W_1(e^{jw}) = W_2(e^{jw})$ , ou seja,*

$$\bar{E}\{[W_1(q) - W_2(q)]z(t)\}^2 = 0.$$

Estes dados experimentais, então, são utilizados por algoritmos que minimizam um critério de desempenho em malha fechada como

$$\begin{aligned} \rho &= \arg \min_{\rho} J_y(\rho), \\ J_y(\rho) &\triangleq \bar{E}[y(t, \rho) - y_d(t)]^2, \end{aligned} \quad (21)$$

onde  $\rho$  é o vetor de parâmetros do controlador identificado,  $y(t, \rho)$  é a resposta obtida com o sistema operando em malha fechada e  $y_d(t)$  é a resposta desejada, ou seja, a representação dos valores que se deseja atingir e da dinâmica que deve ser seguida com a presença do controlador.

Dentre os métodos de controle baseado em dados, é possível diferenciar os métodos iterativos, que demandam mais de um conjunto de dados para solução do problema, dos métodos diretos, que permitem a identificação dos parâmetros através de uma única batelada de dados. Como exemplo de método iterativo, o IFT tem como característica a



atualização dos parâmetros de sintonia de forma gradual a cada experimento realizado, até que a função custo seja minimizada (HJALMARSSON *et al.*, 1998). Apesar dessa característica tornar os métodos iterativos mais seguros, a necessidade de mais de um conjunto de dados torna o processo de identificação lento e até mesmo inviável em alguns casos. Como exemplos de métodos diretos, por sua vez, o VRFT (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002) e o OCI (CAMPESTRINI, 2010) demandam um único conjunto de dados da planta para o projeto do controlador, mas demandam alguns cuidados adicionais durante o projeto para garantir a robustez dos resultados.

Outro conceito relevante no controle baseado em dados é a definição da resposta desejada para o sistema em malha fechada, apresentada em (21). De forma direta, em um sistema projetado para seguimento de referência, a resposta desejada poderia simplesmente assumir o valor numérico do *setpoint*. Na prática, porém, visto que os processos controlados possuem suas próprias dinâmicas, é inviável que o sistema responda de forma imediata e atinga o valor de referência em apenas uma ação de controle. Conforme apresentado na sequência, uma forma de contornar essa limitação e especificar uma resposta desejada de forma plausível, um modelo de referência pode ser projetado garantindo que o sistema atinga os valores desejados mas levando em consideração também a dinâmica do processo.

## 3 CONTROLE BASEADO EM DADOS POR MODELO DE REFERÊNCIA

No universo de controle baseado em dados, um conceito amplamente explorado é o modelo de referência. Como o próprio nome sugere, a característica dos métodos baseados em modelo de referência consiste na especificação de uma função de transferência que sumariza os critérios de desempenho desejados no sistema em malha fechada. Esses critérios vão desde o seguimento de referências e rejeição a perturbação de sinais específicos, até a especificação de comportamentos dinâmicos como o tempo de resposta e a presença ou não de *overshoot*.

Nesse capítulo, dois conjuntos de modelos de referência são explorados: o modelo de referência para seguimento de referência, que especifica o comportamento que o sistema deve seguir a partir de alterações nos valores de *setpoint*, e o modelo de referência para rejeição a perturbação, que especifica o comportamento que o sistema em malha fechada deve seguir quando o processo sofre algum tipo de distúrbio na sua entrada. Além das características dos modelos de referência citados, os métodos de controle baseado em dados utilizados como base para o desenvolvimento deste trabalho também são apresentados, sendo o VRFT e o OCI projetados para o problema de seguimento de referência e o VDFT desenvolvido para o problema de rejeição a perturbação.

### 3.1 O problema de seguimento de referência

O problema de seguimento de referência é o mais comumente endereçado em aplicações industriais, conforme exemplificado anteriormente na Figura 3. Nesses casos, deseja-se que o sistema tenha um comportamento dinâmico adequado em malha fechada, atendendo a alterações nos valores de referência. Para que isso ocorra, em um projeto de controle baseado em dados, um modelo de referência pode ser especificado levando em consideração todos estes critérios de projeto.

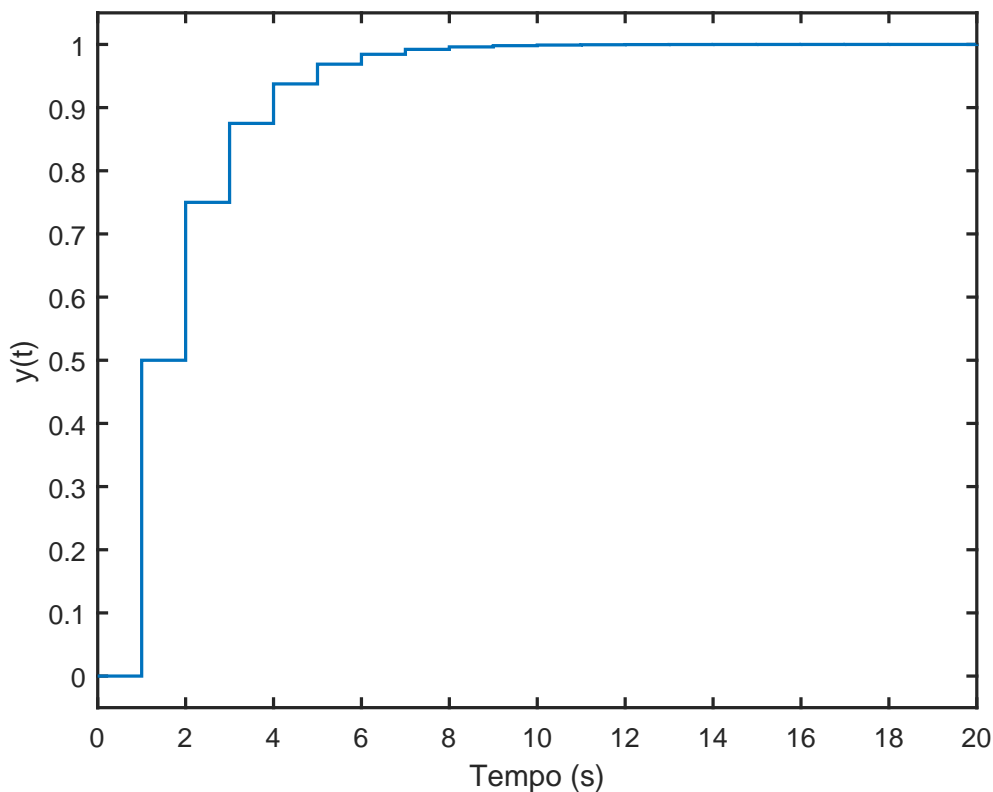
### 3.1.1 O modelo de referência para seguimento de referência

Em grande parte das aplicações do projeto de controle, deseja-se que o sistema seja capaz de seguir sinais de referências pré-determinados. Para o caso de seguimento de uma referência constante, por exemplo, um modelo de referência de primeira ordem poderia ser especificado como

$$M_d(q) = \frac{1 - \alpha}{q - \alpha}, \quad (22)$$

que estabelece um ganho estacionário unitário, ou  $M_d(1) = 1$ , proporcionando erro nulo em regime permanente, e um polo  $\alpha$  posicionado de forma a proporcionar a resposta dinâmica desejada. Uma resposta comumente buscada pelo modelo de referência é a resposta de um sistema de primeira ordem como o da Figura 5, onde  $\alpha = 0.5$ , que garante o seguimento de referência sem *overshoot* e com um tempo de acomodação definido pelos critérios do projeto.

Figura 5 – Exemplo de resposta ao degrau de um modelo de referência de primeira ordem para o problema de seguimento de referência.



Fonte: do autor.

Nesse caso, o comportamento da resposta desejada para o sistema em malha fechada por ser descrito como

$$y_d(t) = M_d(q)r(t),$$

que permite que o critério de otimização do projeto de controle baseado em dados, dado por (21), seja reescrito como

$$\begin{aligned}\rho^{MR} &= \arg \min_{\rho} J^{MR}(\rho), \\ J^{MR}(\rho) &= \bar{E} \{ [M(q, \rho) - M_d(q)] r(t) \}^2.\end{aligned}\quad (23)$$

A escolha desse modelo de referência é crucial para o desempenho dos métodos de controle baseado em dados. Isso ocorre pois os processos controlados possuem um comportamento em malha fechada limitado a características intrínsecas ao próprio sistema e à classe de controladores escolhida.

Em um cenário ideal, o controlador ideal para o seguimento de referência, que permite que o sistema se comporte em malha fechada exatamente conforme especificado pelo modelo de referência, poderia ser obtido por (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012),

$$C_d^{MR}(q) \triangleq \frac{M_d(q)}{G_0(q)[1 - M_d(q)]}.\quad (24)$$

Através de (24), fica evidente que o controlador ideal está diretamente relacionado ao processo e à escolha do modelo de referência. Esse controlador será alcançável se  $C_d^{MR}(q) \in \mathcal{C}$ . Nesse caso, existe um  $\rho_d^{MR}$  tal que  $J^{MR}(\rho_d^{MR}) = 0$ .

**Premissa 2.**  $C_d^{MR}(q) \in \mathcal{C}$  ou, de forma equivalente,  $\exists \rho_d^{MR} : C(q, \rho_d^{MR}) = C_d^{MR}(q)$ .

Na prática, o controlador ideal muitas vezes não é realizável devido às limitações impostas ao projeto pela característica natural do sistema e pelo tipo de controlador disponível. Nesses casos, então, deseja-se que o controlador ideal ao menos se encontre próximo da classe de controladores utilizada. Para que isso aconteça, o modelo de referência deve ser escolhido de forma realista considerando as limitações existentes, sendo que algumas características se fazem relevantes nesse quesito.

A escolha do modelo de referência deve ser estruturada de forma a garantir a estabilidade interna da malha de controle e a causalidade do controlador, considerando ainda que o modelo do processo é desconhecido. Traduzindo esses requisitos de forma algébrica, além de especificar o desempenho em malha fechada através da escolha dos polos, do sobrepasso e do erro em regime permanente, o modelo de referência deve observar algumas propriedades adicionais (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012):

- O controlador ideal  $C_d^{MR}(q)$  será causal se o grau relativo de  $M_d(q)$  for maior ou igual ao grau relativo do processo  $G_0(q)$ ;
- O controlador ideal  $C_d^{MR}(q)$  será estável se os zeros de fase não mínima do processo forem incluídos no modelo de referência  $M_d(q)$ .

Levando em consideração que não há qualquer conhecimento a respeito do modelo do processo, tais informações também devem ser obtidas através de uma abordagem *data-driven*. Dessa forma, o grau relativo pode ser obtido através de ensaios em malha aberta, por exemplo, enquanto os zeros de fase não mínima devem ser identificados, caso existam.

Para tratar desse problema de forma automática, um algoritmo para a escolha do modelo de referência foi proposto em (GONÇALVES DA SILVA; BAZANELLA; CAMPESTRINI, 2014), onde algumas características do processo são identificadas através do mesmo conjunto de dados coletados para a sintonia do controlador. De posse desses parâmetros, além de garantir a estabilidade e uma maior robustez dos métodos, é possível estabelecer critérios de desempenho em malha fechada mais estreitos e condizentes com as características do sistema.

Fazendo uso dessa estratégia, uma estrutura genérica para o modelo de referência pode ser definida como

$$M_d(q) = \frac{\frac{(1-a)(1-b)}{(1-c)}(1 - cq^{-1})}{(1 - aq^{-1})(1 - bq^{-1})} q^{-nk}, \quad (25)$$

que considera o atraso  $k$  do sistema, define os polos  $a$  e  $b$  de acordo com a dinâmica desejada em malha fechada e também de acordo com as características originais do processo, e permite ainda a identificação de um possível zero de fase não mínima  $c$ . Dessa forma, o modelo de referência pode apresentar *overshoot* ou não, assim como pode conter o zero de fase não mínima ou não, de acordo com as características identificadas no próprio conjunto de dados coletados.

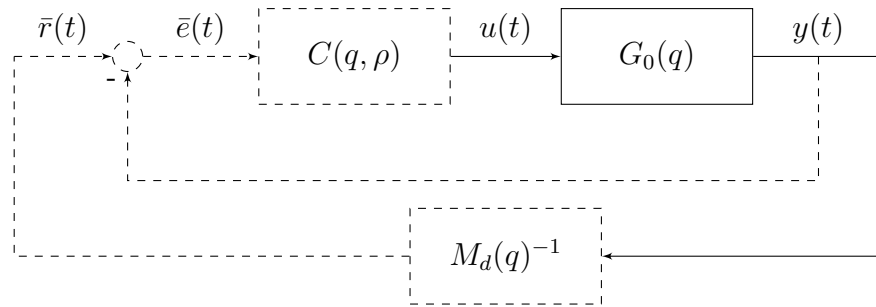
Na sequência, dois métodos de controle baseado em dados e por modelo de referência são apresentados devido à importância que os é dada na estruturação do OCI-D. Tanto o VRFT quanto o OCI são métodos que atendem o critério de seguimento de referência, ou seja, minimizam uma função objetivo como (23).

### 3.1.2 *Virtual Reference Feedback Tracking*

O VRFT é um método direto proposto por (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002) assumindo algumas condições ideais de projeto. O processo é considerado linear e invariante no tempo, sem presença de ruído nas medições, e considera-se também que a classe do controlador ideal pertence à classe do controlador identificado, ou seja, que a Premissa 2 é atendida.

Como sugerido pelo próprio nome, o VRFT baseia-se na existência de uma referência virtual. Esta é definida como a referência a ser aplicada no sistema desejado em malha fechada,  $M_d(q)$ , de forma a produzir a saída  $y(t)$  coletada em um ensaio experimental após a ação de uma entrada  $u(t)$ . A Figura 6 apresenta esse sistema com referência virtual considerado pelo método, onde as linhas cheias representam os sinais e os elementos existentes e as linhas pontilhadas representam os sinais virtuais calculados pelo método.

Figura 6 – Diagrama de blocos do sistema virtual em malha fechada proposto pelo VRFT.



Fonte: do autor.

Algebricamente, os sinais da referência virtual e do erro virtual gerados por essa estrutura hipotética são dados por

$$\bar{r}(t) = M_d(q)^{-1}y(t), \quad (26)$$

$$\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - y(t). \quad (27)$$

O erro virtual, então, seria aplicado no controlador  $C(q, \rho)$ , gerando o sinal de controle

$$u(t) = C(q, \rho)\bar{e}(t), \quad (28)$$

também coletado no ensaio experimental, de forma a reproduzir no sistema a resposta  $y(t)$ . Com isso, têm-se os sinais de entrada e de saída de  $C(q, \rho)$ , o que viabiliza a aplicação de um método de identificação para o controlador.

De forma a estruturar o problema de identificação do controlador, o critério de minimização utilizado pelo VRFT é dado por

$$\begin{aligned} \rho^{VR} &= \arg \min_{\rho} J^{VR}(\rho), \\ J^{VR}(\rho) &= \bar{E} \{L(q) [u(t) - C(q, \rho)\bar{e}(t)]\}^2, \end{aligned} \quad (29)$$

onde  $L(q)$  é um filtro desenvolvido para aproximar os mínimos das funções (23) e (29) quando o controlador ideal não pertence à classe de controladores utilizada, ou seja, quando a Premissa 2 não é atendida. Esse filtro pode ser obtido através de

$$|L(e^{jw})|^2 = |M_d(e^{jw})|^2 |1 - M_d(e^{jw})|^2 \frac{\Phi_r(e^{jw})}{\Phi_u(e^{jw})}, \quad \forall w \in [-\pi, \pi], \quad (30)$$

sendo  $\Phi_r(q)$  e  $\Phi_u(q)$  os espectros em frequência da referência que deseja-se aplicar sobre o sistema em malha fechada e do sinal de controle utilizado no experimento, respectivamente. Manipulando algebricamente (29) em função das definições do sistema em malha fechada, é possível reescrever a função objetivo como

$$J^{VR}(\rho) = \bar{E} \left\{ L(q) \left[ u(t) - \left( C(q, \rho) \frac{1 - M_d(q)}{M_d(q)} \right) y(t) \right] \right\}^2. \quad (31)$$

Sendo o controlador  $C(q, \rho)$  linear nos parâmetros, (31) torna-se uma função quadrática do vetor de parâmetros  $\rho$  cuja solução pode ser obtida através do método dos mínimos quadrados como

$$\rho^{VR} = \bar{E} [\varphi_L(t)\varphi_L(t)^T]^{-1} \bar{E} [\varphi_L(t)u_L(t)],$$

onde  $\varphi_L(t)$  é o vetor regressor e  $u_L(t)$  é uma variável auxiliar, dados por

$$\begin{aligned}\varphi_L(t) &= L(q)\beta(q)\bar{e}(t) \\ u_L(t) &= L(q)u(t).\end{aligned}$$

Esse vetor de parâmetros  $\rho^{VR}$  é o mínimo global de (31) se  $\bar{E} [\varphi_L(t)\varphi_L(t)^T]$  for positivo definido, o que acontece quando o vetor regressor é persistentemente excitante de ordem  $p$  (LJUNG, 1999). Uma vez que o vetor regressor  $\varphi(t)$  é obtido filtrando o sinal de controle  $u(t)$ , é possível afirmar que o primeiro será persistentemente excitante se o segundo também for. Nesse caso, diz-se que o experimento é suficientemente informativo (LJUNG, 1999).

Em outras palavras, a solução do problema de mínimos quadrados do VRFT é única se a entrada  $u(t)$  for persistentemente excitante de ordem  $p$ . Além disso, para o cenário em que o método foi concebido em que o sistema não é afetado por ruído, com o sinal de entrada  $u(t)$  persistentemente excitante de ordem  $p$  e atendendo à Premissa 2, a estimativa  $\rho^{VR}$  resultante é não polarizada.

**Exemplo 1.** *Considere um processo SISO, linear e invariante no tempo, descrito por uma função de transferência de segunda ordem desconhecida pelo usuário:*

$$G(q) = \frac{q - 0,7}{(q - 0,8)(q - 0,5)}. \quad (32)$$

*Deseja-se que esse sistema opere em malha fechada com seguimento de referência do tipo degrau, sem overshoot e com uma resposta dinâmica aproximadamente duas vezes mais rápida do que a resposta natural do sistema. Um modelo de referência que atende a esses requisitos é então especificado como*

$$M_d(q) = \frac{0,4}{q - 0,6}. \quad (33)$$

*Na sequência, um experimento em malha aberta é realizado nesse sistema. Uma onda quadrada é aplicada na entrada  $u(t)$ , gerando uma resposta  $y(t)$  na saída. Esses sinais coletados com 5000 amostras são utilizados então pelo VRFT, com o filtro  $L(q)$  dado por*

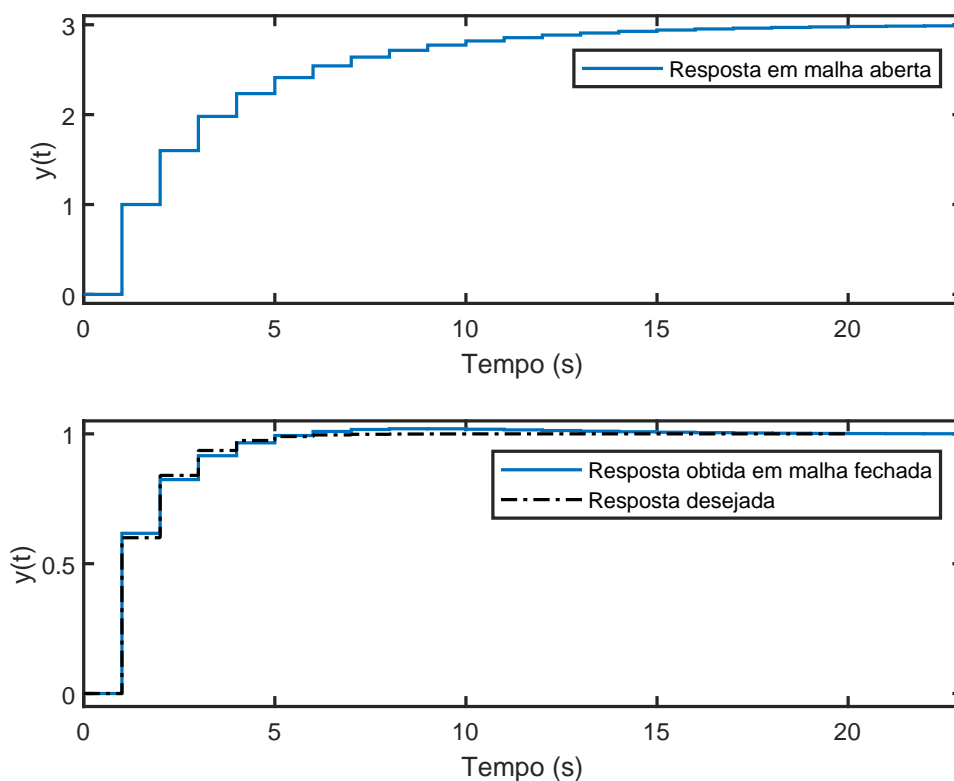
$$L(q) = [1 - M_d(q)]M_d(q), \quad (34)$$

*para estimar um controlador do tipo PI, cujos parâmetros identificados resultam em*

$$C(q) = \frac{0,42(q - 0,67)}{q - 1}. \quad (35)$$

A resposta desse sistema operando em malha fechada é apresentada na Figura 7 em conjunto com a resposta especificada pelo modelo de referência. É possível observar que a resposta atingida é muito próxima à resposta desejada e mais rápida do que o comportamento em malha aberta do sistema, atendendo aos requisitos do projeto.

Figura 7 – Respostas em malha aberta, em malha fechada e do modelo de referência para um sistema sintonizado pelo VRFT para seguimento de referência.



Fonte: do autor.

Todavia, as premissas utilizadas na concepção do método nem sempre são atendidas. Quando a presença de ruído de medição é observada nas variáveis do processo, por exemplo, uma solução alternativa se faz necessária. Em (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002), o uso de variáveis instrumentais no projeto do controlador é proposto para esses casos. Nestas, assume-se que o ruído capturado é decorrelacionado da saída do processo, ou seja, o ruído é aleatório e independe dos valores de entrada aplicados.

Uma maneira eficaz de obter uma variável instrumental é através da realização de um segundo ensaio no sistema. Quando o ensaio é realizado em malha aberta, aplica-se o mesmo sinal de entrada  $u(t)$  do primeiro ensaio e coleta-se um segundo sinal de saída chamado agora de  $y'(t)$ . Uma vez que o ruído é decorrelacionado da saída, assume-se que o sinal de saída do segundo experimento apresenta as mesmas características do processo encontradas em  $y(t)$ , tendo como diferença apenas a presença de um ruído distinto do



encontrado inicialmente.

Fazendo uso da variável instrumental, a solução da minimização de (31) quando os dados coletados do sistema apresentam ruído é então expressa por (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002)

$$\begin{aligned}\rho^{VR} &= \bar{E} [\zeta(t)\varphi_L(t)^T]^{-1} \bar{E} [\zeta(t)u_L(t)], \\ \zeta &= L(q)\beta(q) [M_d(z)^{-1} - 1] y'(t).\end{aligned}$$

### 3.1.2.1 O critério flexível do VRFT

Além do ruído, outra característica dos sistemas que pode prejudicar drasticamente o resultado do projeto de controle é a presença de zeros de fase não mínima. Quando estes fazem parte do processo e não são considerados no modelo de referência, é possível que os métodos de controle baseados em dados busquem um efeito de cancelamento desses zeros através de polos instáveis, podendo levar o sistema em malha fechada inclusive à instabilidade (CAMPESTRINI, 2010).

Para lidar com esse problema, uma alternativa ao VRFT tradicional foi proposta em (CAMPESTRINI, 2010) onde o modelo de referência é parametrizado linearmente, permitindo parâmetros livres no seu numerador para que os zeros de fase não mínima sejam identificados simultaneamente aos parâmetros do controlador, ou seja,

$$M_d(q, \eta) = \bar{F}(q)^T \eta, \quad (36)$$

onde  $\eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_m]^T \in \mathbb{R}^m$  e  $\bar{F}(q)$  é um vetor de ordem  $m$  de funções de transferência racionais, que pertencem à uma classe fixa e pré-definida como

$$\mathcal{M} \triangleq \{M(q, \eta) : \eta \in \mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^m\}.$$

Expandindo agora a função objetivo do VRFT com o critério flexível, é possível reescrever (31) como

$$J^{VR}(\eta, \rho) = \bar{E} \left\{ \eta^T F(q) [u_L(t) + \rho^T \beta(q) y_L(t)] - \rho^T \beta(q) y_L(t) \right\}^2, \quad (37)$$

que é biquadrática nos parâmetros  $\eta$  e  $\rho$ . Em outras palavras, para um valor fixo de  $\rho$ , a solução da minimização com respeito a  $\eta$  pode ser obtida mais uma vez pelo método dos mínimos quadrados. De forma análoga, para um valor fixo de  $\eta$ , a minimização da função custo com respeito a  $\rho$  também pode ser obtida por mínimos quadrados.

Assim, a solução global do problema de minimização pode ser vista como uma sequência de problemas de mínimos quadrados resolvidos iterativamente, sendo esta solução dada por

$$\begin{aligned}\eta^{VR} &= \bar{E} \left\{ [F(q)\omega(\rho, t)] [F(q)\omega(\rho, t)]^T \right\}^{-1} \bar{E} [F(q)\omega(\rho, t)] [C(q, \rho)L(q)y(t)], \\ \rho^{VR} &= \bar{E} \left\{ [\beta(q)\nu(\eta, t)] [\beta(q)\nu(\eta, t)]^T \right\}^{-1} \bar{E} [\beta(q)\nu(\eta, t)] [M_d(1, \eta)L(1)u(t)].\end{aligned}$$

onde os vetores regressores são definidos como

$$\omega(\rho, t) \triangleq L(q) [u(t) + \rho^T \beta(q)y(t)], \quad (38)$$

$$\nu(\eta, t) \triangleq L(q) [1 - \eta^T F(q)] y(t). \quad (39)$$

Analisando (37), é possível observar que  $J_0^{VR}(0, 0) = 0$ , isto é, existe um mínimo global para o problema de otimização na origem que é indesejado do ponto de vista do projeto de controle. Por conta disso, se faz necessária a inclusão de uma restrição no problema para excluir a solução  $(\rho, \eta) = \{0, 0\}$ . Na maioria das aplicações, esta já é uma restrição natural imposta pelo modelo de referência. Para que o sistema apresente seguimento de referência em regime permanente,  $M_d(1, \eta) = 1$ , logo,  $M_d(q, \eta)$  pode ser parametrizada considerando essa restrição (CAMPESTRINI, 2010).

Outra característica imposta pelo critério flexível é que o controlador ideal dado por (24) agora também é função dos parâmetros do modelo de referência, ou seja,

$$C_d^{MR}(q, \eta) = \frac{M_d(q, \eta)}{G_0(q)[1 - M_d(q, \eta)]}. \quad (40)$$

Com isso, o critério flexível faz com que seja necessário um par  $(\eta, \rho)$  para determinar o controlador ideal, evidenciando mais uma vez a correlação entre o controlador identificado e o modelo de referência.

É importante ressaltar que devido à solução dada pelo VRFT com critério flexível ser iterativa, se faz necessária a utilização de uma estimativa inicial para os parâmetros do controlador. Isso pode ser atendido caso o experimento de coleta de dados seja realizado em malha fechada, por exemplo, sendo o controlador inicial deste experimento utilizado então como ponto de partida para a solução do método.

**Exemplo 2.** *Considere novamente um sistema SISO, linear e invariante no tempo, que possui um zero de fase não mínima e cuja função de transferência é dada por*

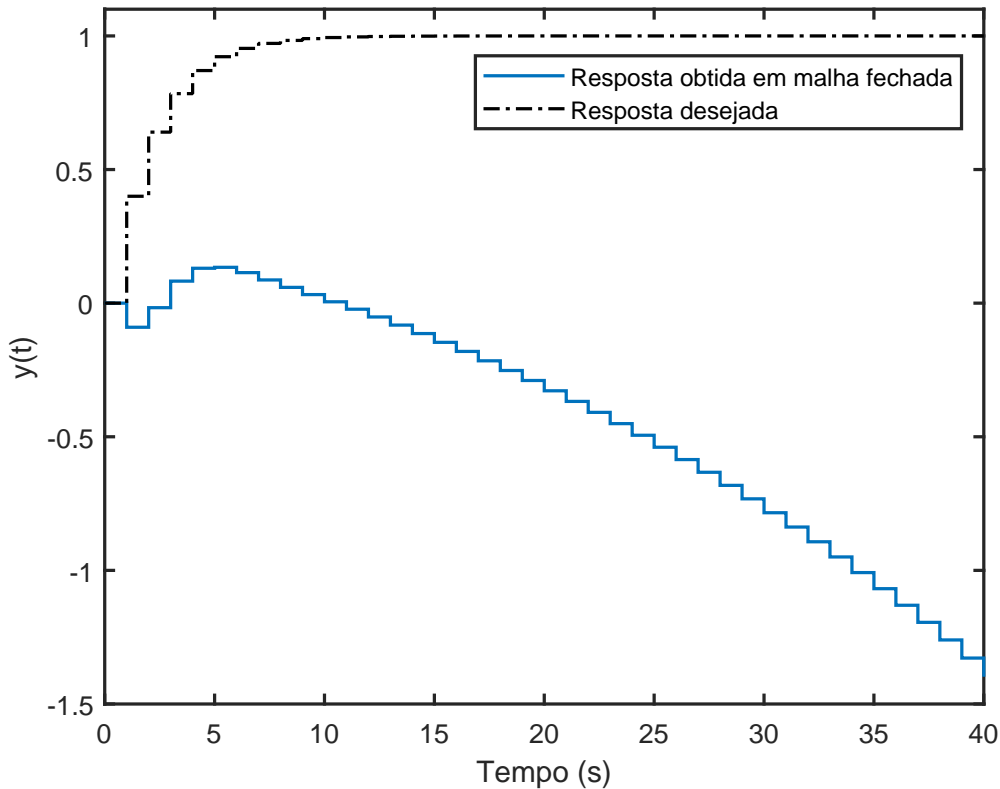
$$G(q) = \frac{(q - 1, 2)(q - 0, 7)}{q(q - 0, 8)(q - 0, 5)}. \quad (41)$$

*Mais uma vez, deseja-se que o sistema operando em malha fechada seja capaz de seguir referências do tipo salto sem overshoot e pelo menos mantendo a resposta dinâmica do sistema em malha aberta. Caso um modelo de transferência fosse especificado da mesma forma que no Exemplo 1, por uma função de transferência do tipo*

$$M_d(q) = \frac{0, 4}{q - 0, 6}, \quad (42)$$

*a resposta em malha fechada obtida seria a apresentada na Figura 8, onde é possível observar que além de não atender aos requisitos de desempenho, a não inclusão do zero de fase não mínima no modelo de referência faz com que o sistema opere de forma instável em malha fechada.*

Figura 8 – Comparação da resposta obtida em malha fechada com a resposta do modelo de referência para um sistema de fase não mínima sintonizado para seguimento de referência pelo VRFT sem a inclusão do zero de fase não mínima no modelo de referência.



Fonte: do autor.

*Fazendo uso agora do critério flexível do VRFT, um modelo de referência mais adequado ao problema poderia ser especificado como*

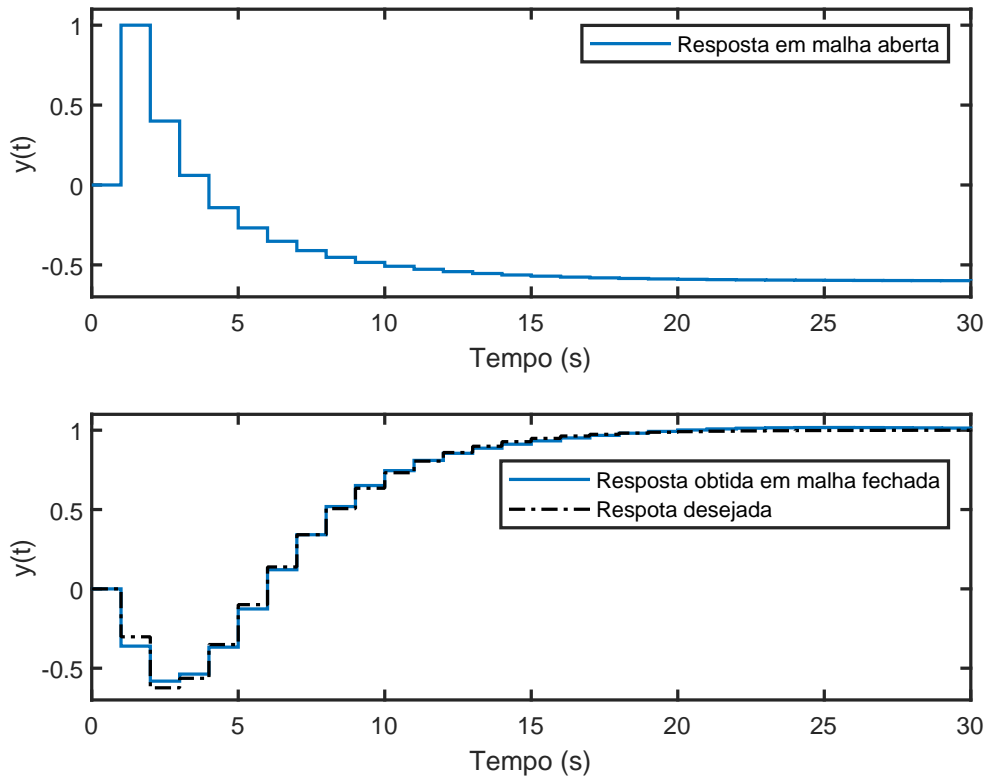
$$M_d(q) = \frac{\eta_0 q^2 + \eta_1 q + \eta_2}{q(q - 0,7)(q - 0,6)}, \quad (43)$$

*onde o numerador permanece livre para ser identificado pelo próprio método.*

*Utilizando a solução iterativa do VRFT com critério flexível, a resposta obtida é apresentada na Figura 9, onde agora é possível observar que a resposta obtida em malha fechada se aproxima da resposta desejada, especificada por um modelo de referência coerente com o sistema e identificado pelo próprio método.*

Através desses exemplos, é possível observar que a utilização do critério flexível permite a aplicação do VRFT em uma gama maior de sistemas. Porém, a ausência de algumas premissas na formulação do método, principalmente no que diz respeito ao ruído, acarreta em perdas nas propriedades estatísticas das estimativas dos parâmetros que podem até mesmo inviabilizar a sua aplicação em projetos de controle com requisitos mais estreitos.

Figura 9 – Respostas em malha aberta, em malha fechada e do modelo de referência identificado para um sistema de fase não mínima sintonizado para seguimento de referência pelo VRFT com critério flexível.



Fonte: do autor.

### 3.1.3 Optimal Controller Identification

Percebendo as vantagens de um método direto de controle baseado em dados como o VRFT, o OCI surgiu como uma alternativa de projeto de controladores considerando a presença de ruído dos sistemas diretamente na formulação do método. Para lidar com essa característica, a teoria de identificação de sistemas é aplicada fazendo valer a sua análise de propriedades estatísticas assim como o projeto de experimento para que as estimativas permaneçam dentro dos níveis desejados (CAMPESTRINI, 2010).

De forma a utilizar os conceitos de identificação de sistemas, a saída  $y(t)$  do processo considerado é definida por

$$y(t) = G_0(q)u(t) + H_0(q)w(t). \quad (44)$$

Deseja-se então reescrever  $G_0(q)$  de forma que a função de transferência seja parametrizada pelo controlador e pelo modelo de referência. Uma vez que o controlador ideal  $C_d^{MR}(q)$  depende do processo, é possível reescrever (24) de forma a inverter essa relação

da seguinte forma

$$G_0(q) = \frac{1}{C_d^{MR}(q)} \frac{M_d(q)}{1 - M_d(q)}. \quad (45)$$

Ainda, definindo as expressões auxiliares

$$\tilde{C}_d(q) \triangleq \frac{1}{C_d^{MR}(q)} \quad (46)$$

$$\tilde{u}(t) \triangleq \frac{M(q)}{1 - M(q)} u(t), \quad (47)$$

é possível reescrever o sistema (44) como

$$y(t) = \tilde{C}_d(q)\tilde{u}(t) + H_0(q)w(t). \quad (48)$$

Dessa forma, a função de transferência a ser identificada pelo OCI não é mais função do processo  $G_0(q)$  e sim do controlador ideal. Definindo uma classe de modelos para o controlador, é possível reescrever ainda

$$y(t, \xi) = \tilde{C}(q, \rho)\tilde{u}(t) + H(q, \theta)w(t), \quad (49)$$

onde  $\xi$  contém tanto os parâmetros do controlador quanto do modelo para o ruído, ou seja,  $\xi = [\rho \ \theta]^T$ , sendo que os parâmetros podem então ser identificados por um método de minimização do erro de predição, dado por

$$\begin{aligned} \xi &= \arg \min_{\xi} J^{OC}(\xi), \\ J^{OC}(\xi) &\triangleq \bar{E}[y(t, \xi) - y(t)]^2, \end{aligned} \quad (50)$$

onde o preditor ótimo para o sistema pode ser definido como (CAMPESTRINI, 2010; LJUNG, 1999)

$$\hat{y}(t, \xi) = H^{-1}(q, \theta)\tilde{C}(q, \rho)\tilde{u}(t) + [1 - H^{-1}(q, \theta)]y(t). \quad (51)$$

A partir de (51), a solução do problema de otimização do OCI para identificação dos parâmetros do controlador pode seguir diversas estratégias. De forma simplista, avaliando os termos que compõem o preditor do sistema, é possível afirmar que (47) representa um filtro a ser aplicado nos dados de entrada a partir da definição do modelo de referência, enquanto o termo de interesse para o projeto de controle dado por (46) aponta que a solução do problema de otimização identifica o inverso do controlador que será aplicado ao processo em malha fechada.

Algebricamente, resolver o problema de identificação dos parâmetros do controlador pelo OCI significa identificar uma função de transferência qualquer estabelecida pela classe do controlador, que pode ter termos fixos ou não, conforme apresentado na Seção 2.3, de acordo com os critérios de desempenho do projeto de controle.

A função de transferência então pode ser tratada genericamente como uma expressão polinomial do tipo

$$\tilde{C}(q, \rho) = \frac{B(q, \rho)}{A(q, \rho)}, \quad (52)$$

cujos parâmetros deseja-se identificar a partir de dados coletados no processo e filtrados por uma expressão dependente do modelo de referência.

O método de identificação utilizado, então, torna-se uma escolha de projeto. Caso o sistema possa ser descrito através de um modelo ARX, por exemplo, cuja estrutura é definida como (AGUIRRE, 2007)

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)}\tilde{u}(t) + \frac{q^{n_a}}{A(q)}w(t), \quad (53)$$

onde os polinômios das funções de transferência são dados por

$$A(q) = q^{n_a} + a_1q^{n_a-1} + \dots + a_{n_a}, \quad (54)$$

$$B(q) = b_0q^{n_b} + \dots + b_{n_b}, \quad (55)$$

sendo  $n_b < n_a$ , a solução do problema de otimização pode ser encontrada através do método dos mínimos quadrados.

Uma estrutura mais flexível como a Box-Jenkins também pode ser usada, permitindo que a modelagem do ruído através de  $H(q, \theta)$  seja completamente livre. Nessa estrutura, o sistema é descrito por

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}\tilde{u}(t) + \frac{K(q)}{D(q)}w(t), \quad (56)$$

sendo os polinômios das funções de transferência definidos como

$$F(q) = q^{n_f} + f_1q^{n_f-1} + \dots + f_{n_f} \quad (57)$$

$$D(q) = q^{n_d} + d_1q^{n_d-1} + \dots + d_{n_d}. \quad (58)$$

Basicamente, a diferença entre as estruturas de identificação utilizadas está na definição do modelo do ruído. No modelo ARX dado por (53), é assumido que o denominador das funções de transferência do sistema e do ruído são iguais, ou seja, o modelo do ruído está relacionado aos parâmetros do controlador a ser identificado. Na prática, essa condição é raramente satisfeita. Já na estrutura Box-Jenkins apresentada em (56), por sua vez, as funções de transferência do sistema e do ruído são parametrizadas de forma independente, condição que permite uma maior consistência na maioria das aplicações.

Além disso, o objeto de interesse dos métodos de controle baseado em dados é a identificação ou parametrização do controlador que será inserido em malha fechada no processo. Logo, o modelo do ruído não é um critério de projeto estritamente necessário. Uma generalização dessa abordagem pode ser tratada através do uso das estruturas *Output*

*Error* (OE), que são casos particulares de estruturas Box-Jenkins quando  $H_0(q) = 1$ , ou seja,

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}\tilde{u}(t) + w(t). \quad (59)$$

Conforme apresentado em (CAMPESTRINI, 2010), ao inserir uma maior flexibilidade na identificação do modelo para o ruído como nas estruturas BJ e OE, garante-se que a estimativa do controlador seja não polarizada quando os dados são coletados em malha aberta, independentemente do modelo do ruído. Em contrapartida, quando os dados forem coletados em malha fechada, as estimativas obtidas apresentam *bias*. Já para o modelo ARX, por sua vez, as estimativas serão não polarizadas apenas quando as classes do controlador e do modelo do ruído estiverem dentro da classe identificada simultaneamente.

A escolha da estrutura e do método de identificação, portanto, está diretamente atrelada às diferentes propriedades dos métodos e dos requisitos do projeto de controle. As diferentes propriedades estatísticas obtidas em função da estrutura utilizada são exploradas em (CAMPESTRINI, 2010). A característica comum a todas essas soluções, porém, é que a identificação do controlador pode ser obtida através de *toolboxes* amplamente disponíveis em ferramentas computacionais.

**Exemplo 3.** *Considere o mesmo sistema de segunda ordem e o mesmo modelo de referência apresentados no Exemplo 1, com dados coletados sem presença de ruído. Deseja-se que esse sistema em malha fechada seja capaz de atender aos requisitos de projeto com um controlador do tipo PI. Com isso, a função de transferência do sistema a ser identificado pelo OCI, conforme (46), pode ser escrita como*

$$\tilde{C}(q, \rho) = \frac{1/\rho_1 q - 1/\rho_1}{q + \rho^2/\rho_1}. \quad (60)$$

*Utilizando um método de identificação dos parâmetros em uma estrutura output error, então, o resultado obtido é*

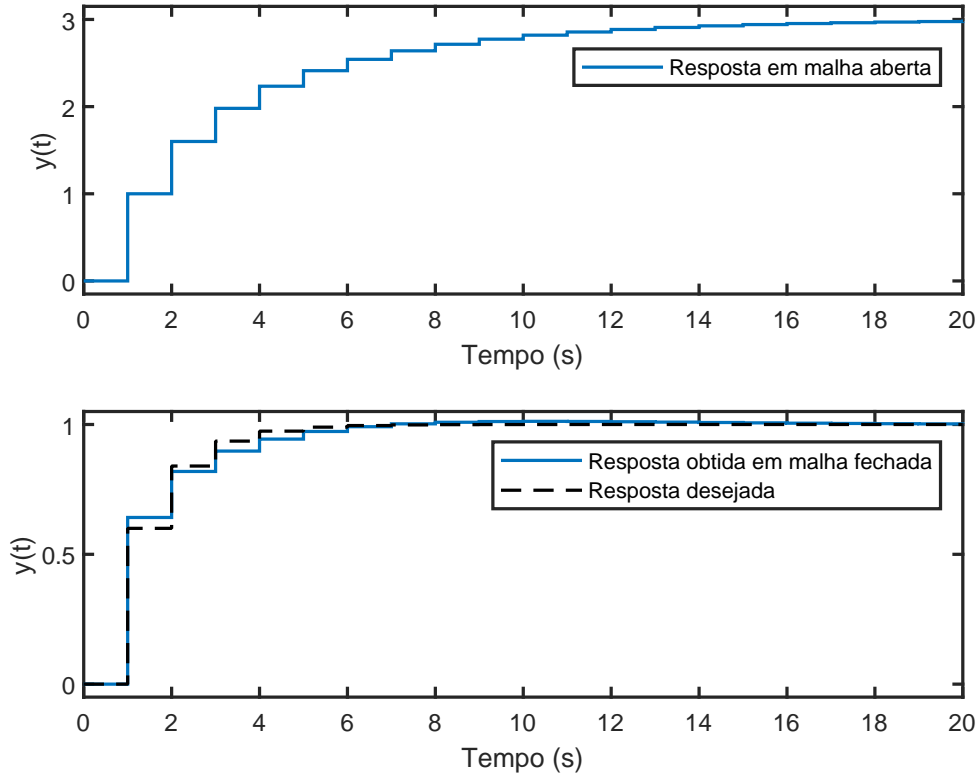
$$\tilde{C}(q) = \frac{1,53q - 1,53}{q - 0,69}, \quad (61)$$

*cujas expressão é o inverso do controlador a ser inserido em malha fechada. Logo, o controlador resultante identificado é dado por*

$$C(q) = \frac{0,65q - 0,45}{q - 1}. \quad (62)$$

*A resposta do sistema operando em malha fechada com o controlador identificado é apresentado na Figura 10, onde é possível observar que o comportamento obtido é muito próximo ao comportamento desejado.*

Figura 10 – Respostas em malha aberta, em malha fechada e do modelo de referência para um sistema sintonizado pelo OCI para seguimento de referência.



Fonte: do autor.

Com a abordagem adotada pelo OCI, as propriedades estatísticas das estimativas carregam as propriedades da identificação por erro de predição. Sob certas restrições do conjunto de dados, da classe de modelos e do algoritmo utilizado, essas propriedades podem ser mais facilmente analisadas.

O resultado da convergência de (50) afirma que a estimativa obtida através de um conjunto de dados  $Z^N$  definido conforme a Premissa 1, ou seja,

$$\hat{\xi}_N = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [y(t, \xi) - y(t)]^2, \quad (63)$$

converge, quando  $N \rightarrow \infty$ , para a melhor aproximação possível do sistema disponível na classe de modelos (LJUNG, 1999). Sabendo que o método converge para um mínimo, deseja-se então determinar como o ponto de convergência dessa estimativa, dado por (50), se difere do sistema real.

Se o experimento for realizado em malha aberta, ou seja, assumindo que  $u(t)$  e  $w(t)$  são decorrelacionados,  $\tilde{C}_d(q)$  pode ser estimado de forma consistente. Nesse caso, o erro entre o controlador ideal e o controlador estimado pode ser dividido em um erro de



variância e um erro de polarização da seguinte forma

$$\text{erro de variância} = \tilde{C}(q, \hat{\xi}_N) - \tilde{C}(q, \xi) \quad (64)$$

$$\text{erro de polarização} = \tilde{C}(q, \xi) - \tilde{C}_d(q). \quad (65)$$

Através de (65), fica evidente que o erro de polarização está diretamente associado à escolha da classe de modelos  $\mathcal{C}$ . Quando esta é definida tal que  $\tilde{C}_d(q) \in \mathcal{C}$ , (CAMPESTRINI, 2010) demonstra que a estimativa é consistente para  $N \rightarrow \infty$ . O erro de variância, por sua vez, dado por (64), é diretamente relacionado à matriz de covariância (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989).

Quando o controlador ideal não pertence à classe do controlador identificado, por sua vez, se faz necessário o projeto de um filtro de forma análoga ao apresentado no VRFT. Para o OCI, quando a Premissa 2 não é atendida, um erro será observado em malha fechada relacionado à escolha de um modelo incapaz de reproduzir o sistema real. Dessa forma, em (DA SILVA, 2020) um filtro é projetado para reduzir o viés causado nos resultados do OCI ao buscarmos a identificação de um controlador que não pertence à classe de controladores disponíveis. Esse filtro é dado por

$$F(e^{jw}) = M_d(e^{jw})[1 - M_d(e^{jw})] \frac{\Phi_r^{1/2}(e^{jw})}{\Phi_y^{1/2}(e^{jw})} H(e^{jw}, \theta), \quad \forall w \in [-\pi, \pi], \quad (66)$$

onde  $\Phi_r$  e  $\Phi_y$  são os espectros de potência de  $r(t)$  e de  $y(t)$ , respectivamente. Ao aplicar esse filtro nos sinais de entrada  $u(t)$  e de saída  $y(t)$  coletados do sistema, é possível reescrever (51) como

$$\hat{y}(t, \xi) = H^{-1}(q, \theta) \tilde{C}(q, \rho) F(q) \tilde{u}(t) + [1 - H^{-1}(q, \theta)] F(q) y(t). \quad (67)$$

Ainda conforme apresentado no trabalho, a inclusão desse filtro permite que o erro causado pela diferença entre as classes do controlador ideal e do controlador projetado seja reduzido.

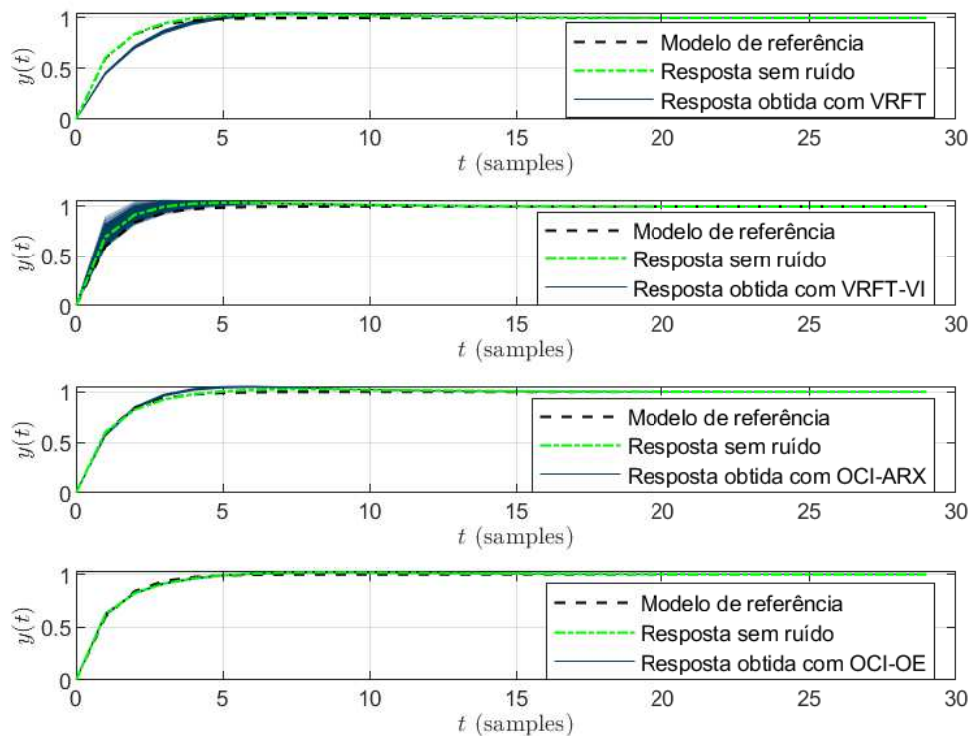
**Exemplo 4.** *No intuito de comparar as propriedades estatísticas do VRFT, do VRFT com variável instrumental e do OCI modelado por duas estruturas diferentes, ARX e OE, um ensaio Monte Carlo com 1000 experimentos é executado no mesmo sistema e seguindo as mesmas diretrizes apresentadas nos exemplos 1 e 3. Para esse caso, o controlador ideal dado por (24) resulta em*

$$C_d^{MR}(q) = \frac{0,6(q-0,8)(q-0,5)}{(q-0,7)(q-1)}, \quad (68)$$

de onde é possível observar, portanto, que o controlador ideal não pertence à classe do controlador PI que se deseja projetar. Para coletar os dados da variável instrumental, o experimento da coleta de dados com 5000 amostras e signal-to-noise ratio (SNR) de 5dB é repetido, tendo como única diferença o ruído presente no sistema. Para o OCI, o filtro

$F(q)$  aplicado é  $F(q) = M_d(q)[1 - M_d(q)]$ , desconsiderando os espectros em potência dos sinais e tornando-se igual ao filtro utilizado no VRFT. A resposta ao degrau de cada um dos sistemas em malha fechada identificados no experimento é apresentada na Figura 11, onde é possível observar que todos os métodos apresentam uma resposta bastante próxima à resposta do modelo de referência. Na Figura 12, por sua vez, é apresentado

Figura 11 – Respostas ao degrau obtidas em um experimento Monte Carlo com os métodos VRFT, VRFT-VI e OCI projetados para seguimento de referência.



Fonte: do autor.

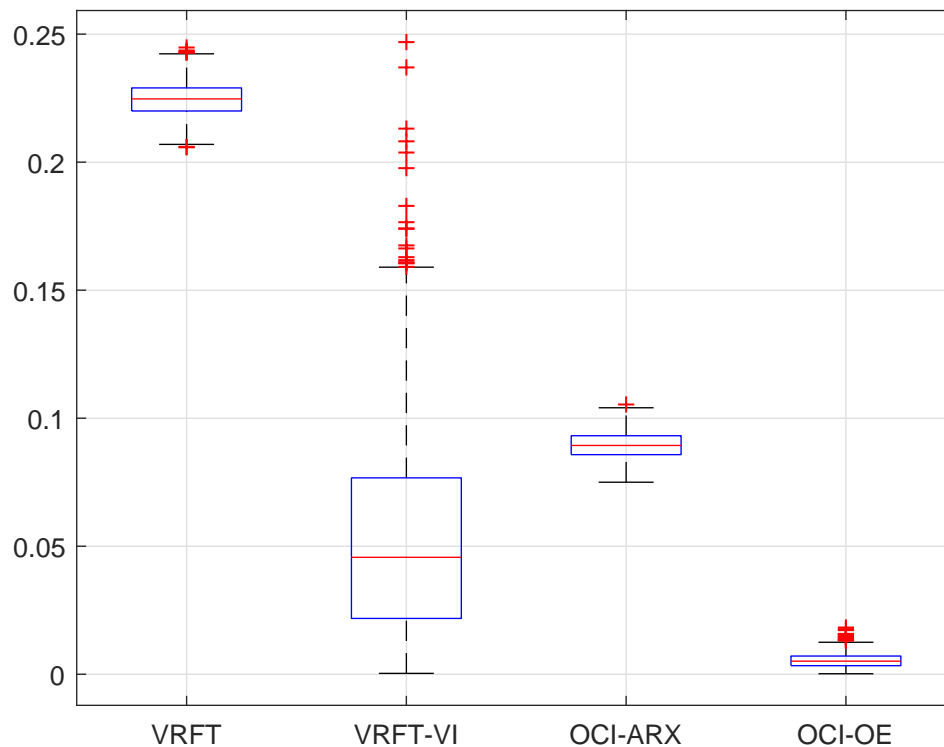
um boxplot do erro entre as respostas obtidas em malha fechada e a resposta sem ruído, ou seja,

$$J_n(\rho) = \bar{E}[y(t, \rho) - y_n(t)]^2, \quad (69)$$

sendo  $y_n(t)$  a resposta em malha fechada obtida com um conjunto de dados sem presença de ruído. Por esta análise, ficam explícitas as propriedades estatísticas apresentadas junto com os métodos anteriormente: o VRFT, na presença de ruído, possui estimativas polarizadas; a variável instrumental corrige esse problema, porém insere uma elevada variância às estimativas; o OCI modelado com uma estrutura ARX, por sua vez, apresenta menor variância que a variável instrumental e menor polarização que o VRFT clássico, mas ainda com bias nas estimativas visto que a classe do ruído não pertence à

*classe identificada; os melhores resultados apresentados, então, são observados no OCI modelado por uma estrutura do tipo output error, que corrige a polarização do VRFT mantendo ainda baixa variância.*

Figura 12 – Comparação do erro à resposta sem ruído obtida em um experimento Monte Carlo com o VRFT, VRFT-VI e OCI projetos para seguimento de referência.



Fonte: do autor.

### 3.1.3.1 O critério flexível do OCI

Conforme apresentado no caso do VRFT, a presença de zeros de fase não mínima no processo a ser controlado requer uma atenção especial na aplicação dos métodos de controle baseados em dados. Para o OCI não é diferente, visto que se este fosse empregado na sua formulação original, poderia ocorrer uma tentativa de cancelamento do zero de fase não mínima através de um polo instável, levando o sistema em malha fechada à instabilidade (CAMPESTRINI, 2010).

Para lidar com esse problema e tornar o OCI robusto também em aplicações desse tipo, um critério flexível para o OCI é proposto em (HUFF, 2019) para sistemas *multiple-input multiple-output* (MIMO) de forma análoga ao desenvolvido para o VRFT. A ideia por trás da estratégia consiste em incluir um parâmetro no numerador do modelo de referência para que este seja identificado simultaneamente aos parâmetros do controlador.

Com isso, o sistema apresentado em (45) pode ser reescrito como

$$G_0(q, \xi) = \frac{1}{C(q, \rho)} \frac{M_d(q, \eta)}{1 - M_d(q, \eta)}, \quad (70)$$

sendo que  $\xi$  agora também engloba o vetor de parâmetros  $\eta$  do modelo de referência junto aos parâmetros  $\rho$  do controlador.

As demais características do OCI, como a definição da função custo e do erro de predição, por exemplo, permanecem as mesmas. A principal diferença agora, é que a inclusão do critério flexível faz com que o preditor do sistema dado por (51) tenha simultaneamente parâmetros do controlador e do modelo de referência. Com isso, não é possível tratar o termo (47) de forma isolada apenas como um filtro a ser aplicado nos dados coletados, devendo este ser inserido no problema de identificação.

Apesar disso, a estratégia de identificação permanece similar. Ao estabelecer a equação do sistema com critério flexível dada por (70), tem-se uma função de transferência qualquer que deseja-se identificar a partir dos dados coletados. O método de identificação novamente passa a ser um critério de projeto, podendo o usuário lançar mão de estruturas de identificação nos casos em que a estrutura resultante permitir essa abordagem, ou então fazendo uso de um algoritmo de otimização dedicado conforme apresentado em (HUFF, 2019) para o caso MIMO.

Vale ressaltar que a função objetivo minimizada pelo OCI é, em geral, não-convexa, podendo apresentar mínimos locais dependendo das estruturas do controlador e do modelo de referência. Com isso, assim como no critério flexível do VRFT, o controlador ideal passar a se relacionar com o modelo de referência como um par  $\{C(q, \rho), M_d(q, \eta)\}$  que pode não ser solução única do problema de otimização (HUFF, 2019).

### 3.2 O problema de rejeição a perturbação

Conforme apresentado anteriormente, o uso do modelo de referência para especificar o comportamento dinâmico desejado para o sistema em malha fechada é uma das abordagens mais encontradas na literatura. Essa abordagem, ainda, é comumente direcionada para o problema de seguimento de referência, onde se deseja que o sistema atenda a mudanças de *setpoint* com critérios de desempenho pré-determinados. Na prática, porém, em inúmeras aplicações industriais em que o processo opera por longos períodos de tempo no mesmo patamar, o problema da rejeição a perturbação pode se tornar mais relevante que o seguimento de referência. De forma a considerar esse critério no projeto de controle baseado em dados, um modelo de referência pode ser especificado considerando agora o comportamento desejado para o sistema durante a rejeição de distúrbios.

### 3.2.1 O modelo de referência para rejeição a perturbação

No problema da rejeição a perturbações na entrada dos sistemas, é desejado que um comportamento, especificado agora por  $Q_d(q)$ , seja atingido em malha fechada. Apesar de  $M_d(q)$  normalmente garantir seguimento de referência com erro nulo em regime permanente, a dinâmica atingida pelo sistema na rejeição a perturbação é distinta da dinâmica para seguimento de referência.

**Exemplo 5.** Considere um sistema linear e invariante no tempo, descrito por uma função de transferência de primeira ordem como

$$G(q) = \frac{0,3}{q - 0,8}, \quad (71)$$

operando em malha fechada com um controlador do tipo PI projetado para seguimento de referência e dado por

$$C(q) = \frac{q - 0,8}{q - 1}. \quad (72)$$

Analisando a função de transferência em malha fechada do sistema sob a perspectiva de seguimento de referência, através de (10) tem-se

$$M(q) = \frac{0,3}{q - 0,7}, \quad (73)$$

de onde é possível observar que o sistema em malha fechada apresenta seguimento de referência com erro nulo em regime permanente, visto que  $M(1) = 1$ , e dinâmica mais rápida que a do sistema em malha aberta. Porém, analisando a função de transferência em malha fechada sob a perspectiva da rejeição a perturbação, dada por (11), tem-se como resultado

$$Q(q) = \frac{0,3(q - 1)}{(q - 0,8)(q - 0,7)}, \quad (74)$$

que apesar de garantir a rejeição a perturbação com erro nulo em regime permanente, visto que  $Q(1) = 0$ , apresenta uma dinâmica em malha fechada similar à resposta em malha aberta devido à presença do polo mais lento do sistema.

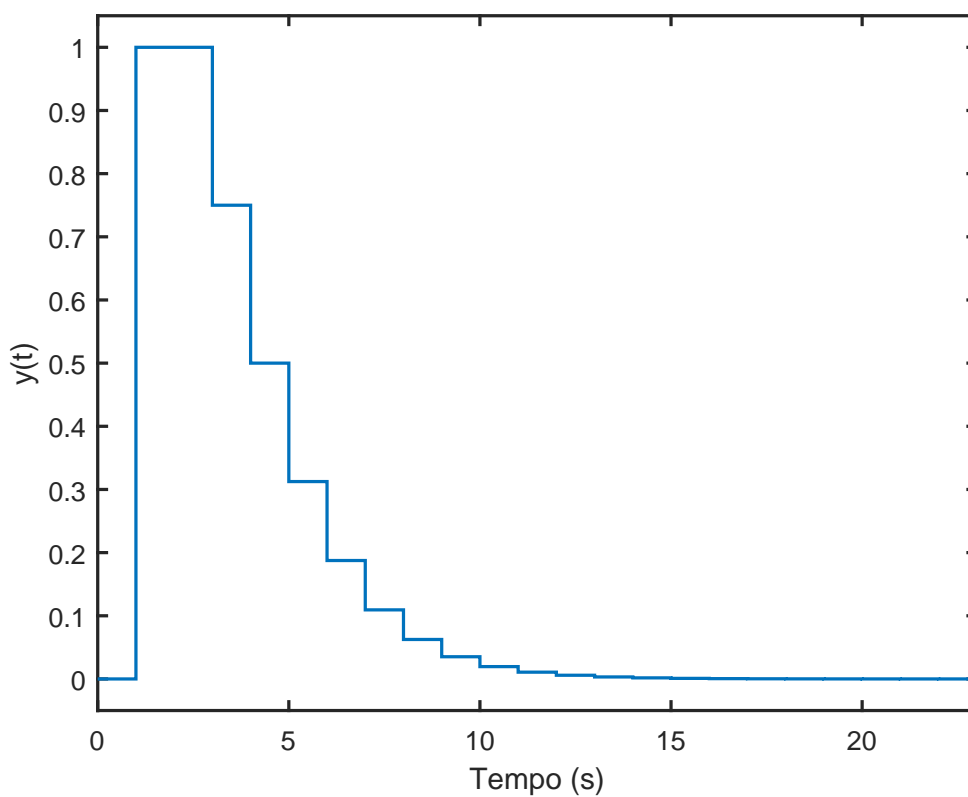
Através do Exemplo 5, fica evidente que a dinâmica da rejeição a perturbação é determinada pelos polos da malha aberta do sistema  $G_0(q)$ . Isso justifica a necessidade de implementação de métodos dedicados ao problema da rejeição a perturbação, uma vez que a abordagem do seguimento de referência proporciona uma dinâmica muitas vezes insatisfatória.

Para o caso da rejeição a perturbação, então, de forma análoga à (22), é possível especificar um modelo de referência como

$$Q_d(q) = \frac{q - 1}{(q - \alpha)^{n+1}}, \quad (75)$$

que tem ganho nulo em regime permanente para garantir rejeição a perturbação, isto é,  $Q_d(1) = 0$ , um polo  $\alpha$  alocado de forma a proporcionar a resposta dinâmica desejada e grau relativo  $n$  de acordo com o processo controlado. A resposta usualmente buscada em malha fechada com esse modelo de referência pode ser observada na Figura 13, onde  $\alpha = 0.5$  e  $n = 1$ , que atenua o distúrbio inserido no processo com erro nulo em regime permanente e com um tempo de acomodação adequado.

Figura 13 – Exemplo de resposta ao degrau de um modelo de referência de primeira ordem para o problema da rejeição a perturbação.



Fonte: do autor.

Assim, para o caso da rejeição a perturbação, a resposta desejada para o sistema em malha fechada pode ser definida como

$$y_d(t) = Q_d(q)d(t), \quad (76)$$

que permite reescrever o problema de otimização (21) em função de  $Q_d(q)$  como

$$\begin{aligned} \rho^{MD} &= \arg \min_{\rho} J^{MD}(\rho), \\ J^{MD}(\rho) &\triangleq \bar{E} [Q_d(q)d(t) - Q(q, \rho)d(t)]^2. \end{aligned} \quad (77)$$

Da mesma forma que no caso do seguimento de referência, a escolha do modelo de referência para rejeição a perturbação é uma etapa crucial do projeto de controle, visto que

as mesmas limitações de desempenho derivadas das características naturais do sistema e do controlador utilizado se aplicam.

Através de (11), o controlador ideal para a rejeição a perturbação, ou seja, o controlador que garante que o comportamento obtido em malha fechada é exatamente igual ao comportamento especificado pelo modelo de referência, pode ser definido como (SZITA; SANATHANAN, 1996)

$$C_d^{MD}(q) \triangleq \frac{G_0(q) - Q_d(q)}{G_0(q)Q_d(q)}. \quad (78)$$

Através de (78), assim como no problema de seguimento de referência, fica evidente que o controlador ideal está diretamente relacionado ao processo e à escolha do modelo de referência. De forma análoga à Premissa 2, é possível estabelecer a seguinte premissa para o caso da rejeição a perturbação.

**Premissa 3.**  $C_d^{MD}(q) \in \mathcal{C}$  ou, de forma equivalente,  $\exists \rho_d^{MD} : C(q, \rho_d^{MD}) = C_d^{MD}(q)$ .

O controlador ideal, então, será alcançável se  $C_d^{MD}(q) \in \mathcal{C}$ . Nesse caso, existe um  $\rho_d^{MD}$  tal que  $J^{MD}(\rho_d^{MD}) = 0$ . Já quando  $C_d^{MD}(q) \notin \mathcal{C}$ , o controlador  $C(q, \rho)$  é diferente de  $C_d^{MD}(q)$ , mas é o melhor controlador que pode ser obtido para atingir a resposta mais próxima possível da resposta desejada (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018).

A literatura que trata desse problema da rejeição a perturbação é relativamente limitada até mesmo com relação às técnicas baseadas em modelo. Uma abordagem em que o modelo de referência para rejeição a perturbação é especificado a partir do modelo do sistema  $G_0(q)$  previamente conhecido é apresentada em (SZITA; SANATHANAN, 1996). De forma análoga, em (SZITA; SANATHANAN, 2000) esse método é generalizado para sistemas multivariáveis com o projeto de controladores descentralizados.

No contexto de controle baseado em dados, as referências na literatura são ainda mais escassas, sendo encontrados alguns exemplos em (JENG; GE, 2016), onde o problema da rejeição a perturbação é transformado em um problema de seguimento de referência; em (GUARDABASSI; SAVARESI, 1997);(ROJAS; BAEZA; VILANOVA, 2011), onde controladores com dois e três graus de liberdade são sintonizados para aproximar um comportamento desejado em perturbação e em seguimento de referência; e em (DA SILVA; ECKHARD, 2019), onde uma extensão do CbT é apresentada para o problema da rejeição a perturbação.

Além destes, outro método de controle baseado em dados para o problema da rejeição a perturbação que merece destaque é o *Virtual Disturbance Feedback Tuning* (VDFT), proposto em (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018) através de uma adaptação do VRFT e apresentado na sequência.

### 3.2.2 *Virtual Disturbance Feedback Tuning*

O *Virtual Disturbance Feedback Tuning* (VDFT) é um método de controle baseado em dados inspirado na facilidade de implementação do VRFT (CAMPI; LECCHINI;

SAVARESI, 2002) e adaptado para o problema de rejeição a perturbação (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018). O objetivo do método, de forma análoga ao caso do seguimento de referência, consiste em sintonizar um controlador de ordem fixa e parametrizado linearmente, de forma a aproximar o comportamento em malha fechada do processo ao comportamento especificado por um modelo de referência  $Q_d(q)$ .

Assim como o VRFT, o VDFT faz uso de apenas um conjunto de dados coletados do sistema para a resolução do problema. Ainda, assumindo o mesmo cenário em que os sinais não são afetados por ruído, uma batelada de  $N$  dados pode ser coletada tanto em malha aberta quanto em malha fechada. A partir da saída  $y(t)$ , então, uma perturbação virtual pode ser obtida através de

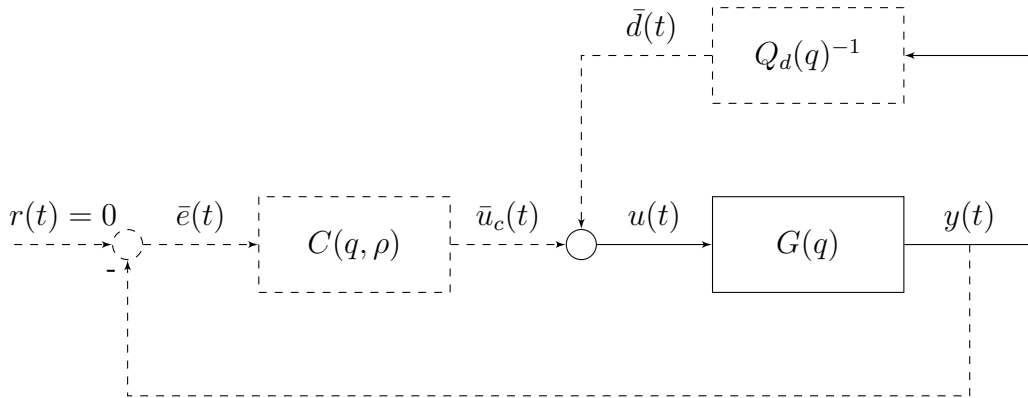
$$\bar{d}(t) = Q_d(q)^{-1}y(t),$$

através do qual o sinal de controle, também virtual, pode ser encontrado por

$$\bar{u}_c(t) = u(t) - \bar{d}(t),$$

sendo o diagrama de blocos que descreve esse sistema virtual em malha fechada considerado pelo VDFT apresentado na Figura 14, onde as linhas cheias representam os sinais existentes no sistema enquanto as linhas pontilhadas representam os sinais virtuais gerados pelo método.

Figura 14 – Diagrama de blocos do sistema virtual em malha fechada proposto pelo VDFT.



Fonte: do autor.

De forma análoga ao problema do seguimento de referência, o problema de sintonia do controlador para rejeição a perturbação pode ser tratado como um problema de identificação da função de transferência que gera o sinal  $\bar{u}_c(t)$  a partir do sinal de entrada  $-y(t)$ . Assim, o problema de otimização a ser resolvido pelo VDFT é dado por

$$\begin{aligned} \rho^{VD} &= \arg \min_{\rho} J^{VD}(\rho), \\ J^{VD}(\rho) &\triangleq \bar{E}[K(q)(\bar{u}_c(t) + C(q, \rho)y(t))]^2, \end{aligned} \quad (79)$$



onde  $K(q)$  é um filtro projetado pelo usuário para aproximar os mínimos de (77) e (79) quando a Premissa 3 não é satisfeita.

Sendo a função de otimização (79) quadrática em  $\rho$ , o problema de otimização também pode ser resolvido por mínimos quadrados, sendo a solução dada por

$$\rho^{VD} = -\bar{E}[\varphi_K(t)\varphi_K(t)^T]^{-1}\bar{E}[\varphi_K(t)\bar{u}_{c_K}(t)], \quad (80)$$

onde o vetor regressor  $\varphi_K(t)$  e a variável auxiliar  $\bar{u}_{c_K}(t)$  são dados por

$$\varphi_K(t) = \beta(q)K(q)y(t), \quad (81)$$

$$\bar{u}_{c_K}(t) = K(q)\bar{u}_c(t). \quad (82)$$

De forma análoga ao VRFT, quando a Premissa 3 é satisfeita, o experimento é suficientemente informativo e as variáveis não são afetadas por ruído, independentemente da escolha do filtro  $K(q)$ , a solução dada por (80) é ótima com  $C(q, \rho_d^{MD}) = C_d^{MD}(q)$ . Quando essa condição não é satisfeita, entretanto, o filtro  $K(q)$  é empregado a fim de aproximar o mínimo dos dois critérios, sendo este dado por

$$|K(e^{jw})|^2 = |Q_d(e^{jw})|^2 |Q(e^{jw})|^2 \frac{\Phi_d(w)}{\Phi_y(w)}, \quad (83)$$

onde  $\Phi_d(w)$  e  $\Phi_y(w)$  são os espectros de potência dos sinais de distúrbio e da saída, respectivamente. Através de (83), é possível observar que o filtro  $K(q)$  depende do conhecimento do modelo  $G_0(q)$  do processo, uma vez que  $Q(q)$  depende deste conforme (11). Para contornar essa limitação, uma forma prática de escolher o filtro através de algumas aproximações é sugerida em (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018), resultando em

$$|K(e^{jw})|^2 = |Q_d(e^{jw})|^2,$$

sendo que as aproximações realizadas são as seguintes:

- $|Q(e^{jw}, \rho)|^2 \approx |Q_d(e^{jw})|^2$ , ou seja, o comportamento em malha fechada obtido é próximo do desejado solucionando (80);
- $\Phi_y(w) \approx |Q(e^{jw}, \rho_0)|^2 \Phi_d(w)$ , ou seja, o experimento é coletado em malha fechada com o controlador inicial  $C(q, \rho_0)$  e o sinal de perturbação  $d(t)$  conhecido;
- $|Q(e^{jw}, \rho_0)|^2 \approx |Q_d(e^{jw})|^2$ , ou seja, o comportamento da malha fechada inicial é próximo do desejado.

Quando a Premissa 3 não é atendida, portanto, é recomendável que o experimento de coleta dos dados seja realizado em malha fechada e o modelo de referência  $Q_d(q)$  não deve ser muito distinto da malha fechada inicial. Além disso, é possível observar a relevância da escolha de  $Q_d(q)$  para garantir não só a convergência do problema de otimização mas também para assegurar que a solução de (79) seja próxima à solução de (77).

**Exemplo 6.** *Considere um sistema SISO descrito por uma função de transferência de segunda ordem desconhecida pelo usuário:*

$$G(q) = \frac{0.1}{(q - 0,7)(q - 0,9)}. \quad (84)$$

*Esse sistema opera em malha fechada com um controlador do tipo PI sintonizado para seguimento de referência, cuja função de transferência é dada por*

$$C_0(q) = \frac{0,3(q - 0,8)}{q - 1}. \quad (85)$$

*Deseja-se que esse sistema em malha fechada seja controlado de forma a rejeitar uma perturbação constante com uma dinâmica mais rápida do que a característica natural do processo. Para isso, o modelo de referência é especificado segundo uma função de transferência como*

$$Q_d(q) = \frac{0,2(q - 1)}{(q - 0,7)^2}, \quad (86)$$

*que garante minimamente ganho nulo em regime permanente e polos mais rápidos que os polos do sistema. Um controlador é projetado então através do VDFT, sendo a resposta obtida no sistema em malha fechada após um salto da perturbação na entrada do sistema apresentada na Figura 15. Nesta, é possível observar que a resposta obtida é muito diferente da resposta desejada, além de proporcionar um desempenho em malha fechada ainda pior do que o controlador inicial.*

Através do Exemplo 6, é possível observar que uma escolha inadequada do modelo de referência para a rejeição a perturbação pode ser catastrófica para o projeto de controle. Dessa forma, para assegurar que o controlador identificado seja ao menos estável e causal, algumas premissas devem ser atendidas conforme apresentado na sequência.

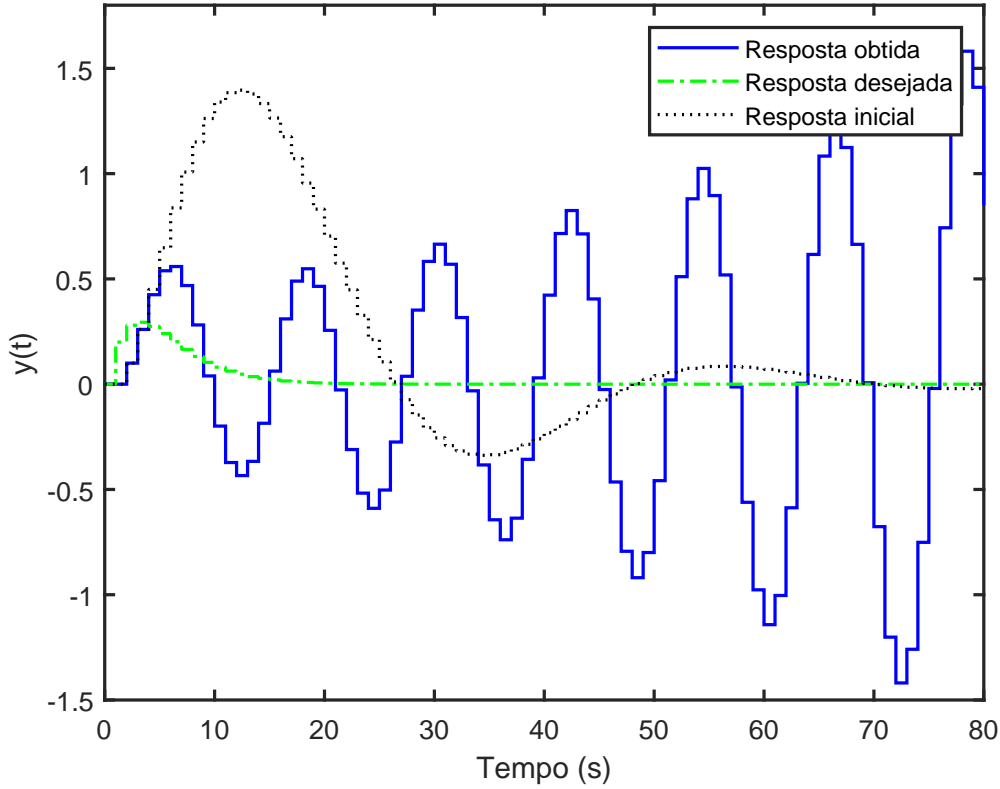
### 3.2.3 Escolha do modelo de referência

O desempenho de um método de controle baseado em dados está diretamente relacionado à escolha do modelo de referência. Da mesma forma que no problema de seguimento de referência, uma escolha inadequada de  $Q_d(q)$  para o problema da rejeição a perturbação pode acarretar em um desempenho ruim em malha fechada ou até mesmo em um controlador instável ou não causal.

No projeto de controle baseado em dados para rejeição a perturbação, o modelo de referência tem como objetivo garantir que um distúrbio na entrada do sistema seja rejeitado com uma dinâmica satisfatória. Em outras palavras, o modelo de referência deve ter ganho nulo em regime permanente e polos alocados de forma a proporcionar a dinâmica desejada. Apesar de parecer simples, a escolha de  $Q_d(q)$  não é trivial e é ainda mais complexa que a escolha do modelo de referência para seguimento de referência.

Para garantir que o controlador ideal seja estável e causal, os teoremas a seguir devem ser atendidos:

Figura 15 – Comparação da resposta inicial do sistema com a resposta ao degrau obtida em malha fechada com um controlador identificado após a definição de um modelo de referência inadequado para rejeição a perturbação.



Fonte: do autor.

**Teorema 1 (Causalidade de  $C_d^{MD}(q)$ ).** O controlador  $C_d^{MD}(q)$  será próprio se e apenas se (SZITA; SANATHANAN, 1996):

$$\begin{aligned} \text{Deg}[dQ_d(q)nG_0(q) - dG_0(q)nQ_d(q)] &\leq \text{Deg}[nQ_d(q)nG_0(q)], \\ \Gamma[G_0(q)] &= \Gamma[Q_d(q)] \end{aligned}$$

onde  $\text{Deg}[F(q)]$  representa o grau do polinômio e  $\Gamma[F(q)]$  representa o grau relativo da função de transferência  $F(q)$ .

**Teorema 2 (Estabilidade de  $C_d^{MD}(q)$ ).** O controlador  $C_d^{MD}(q)$  será estável se e somente se existe  $f(q)$  e  $g(q)$  tal que (SZITA; SANATHANAN, 1996):

- $nQ_d(q) = f(q)nG_0^+(q)$ ;
- $dQ_d(q)nG_0^-(q) = dG_0(q)f(q) + g(q)nG_0^+(q)$ ,

sendo

$$\begin{aligned} \text{Deg}[f(q)] &= \text{Deg}[dQ_d(q)] + \text{Deg}[nG_0^-(q)] - \text{Deg}[dG_0(q)] \\ \text{Deg}[g(q)] &= \text{Deg}[dQ_d(q)] + 2\text{Deg}[nG_0^-(q)] - \text{Deg}[dG_0(q)] \end{aligned}$$

onde  $nG_0^-(q)$  e  $nG_0^+(q)$  representam os fatores de fase mínima e fase não mínima de  $nG_0(q)$ , respectivamente.

A partir dos teoremas 1 e 2, fica claro que a escolha do numerador de  $Q_d(q)$  é crítica para garantir a causalidade e a estabilidade de  $C_d^{MD}(q)$ , além de ser altamente dependente de  $G_0(q)$ , que é desconhecido em um projeto de controle baseado em dados. Por conta de todos esses fatores, dificilmente a condição  $C_d^{MD}(q) \in \mathcal{C}$  será satisfeita no contexto do projeto de controle para rejeição a perturbação.

Apesar disso, assim como no caso do seguimento de referência, uma escolha adequada do modelo de referência  $Q_d(q)$  para que o controlador ideal seja causal e estável pelo menos aproxima a classe de  $C_d^{MD}(q)$  de  $\mathcal{C}$ , contribuindo para que o comportamento em malha fechada seja ao menos mais próximo do desejado.

Assim, para contemplar todas essas limitações sem o conhecimento de um modelo do processo, uma alternativa para a estruturação do modelo de referência para rejeição a perturbação foi proposta em (BORDIGNON; CAMPESTRINI, 2018a) utilizando uma estrutura flexível e linear para o modelo de referência, ou seja,

$$Q_d(q, \eta) = \bar{F}(q)^T \eta, \quad (87)$$

onde  $\eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_m] \in \mathbb{R}^m$  e  $\bar{F}(q)$  é um vetor de ordem  $m$  de funções de transferência racionais, que pertencem à uma classe fixa e pré-definida como

$$\mathcal{Q} \triangleq \{Q(q, \eta) : \eta \in \mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^m\}.$$

Com essa abordagem, uma parte de  $Q(q, \eta)$  é deixada livre para ser identificada junto com os parâmetros do controlador. Assim, o projeto de  $Q_d(q, \eta)$  pelo usuário se resume à definição da ordem e de alguns parâmetros fixos de  $\bar{F}(q)$ , como um zero na posição  $q = 1$  para rejeitar perturbações do tipo degrau e a posição dos polos de acordo com o comportamento dinâmico desejado.

A definição da estrutura de  $Q_d(q, \eta)$  sem o conhecimento do modelo do processo pode ser obtida através das instruções também fornecidas em (BORDIGNON; CAMPESTRINI, 2018a) como segue:

- i. Identifique o número de zeros de fase não mínima em  $G_0(q)$ , caso exista algum, denotado por  $Deg[nG_0^+(q)]$ ;
- ii. Identifique o grau relativo de  $G_0(q)$ , denotado por  $\Gamma[G_0(q)]$ ;
- iii. Escolha  $l$  zeros fixos a serem inclusos em  $nQ_d(q, \eta)$ . Para rejeitar um distúrbio do tipo degrau, por exemplo, um zero deve ser posicionado em  $q = 1$ , logo,  $l = 1$ ;
- iv. Determine a ordem de  $Q_d(q, \eta)$  através de

$$Deg[dQ_d(q, \eta)] = 2\{\Gamma[G_0(q)] + Deg[nG_0^+(q)]\} + l - 1; \quad (88)$$

- v. Posicione os polos de  $\bar{F}(q)$  de acordo com o comportamento dinâmico desejado, como o tempo de acomodação e tamanho do sobrepasso, por exemplo;
- vi. Determine o número de parâmetros livres em  $nQ_d(q, \eta)$  através de

$$m = \text{Deg}[dQ_d(q, \eta)] - l - \Gamma[G_0(q)] + 1. \quad (89)$$

É importante ressaltar que as instruções apresentadas são baseadas em algumas propriedades triviais de  $G_0(q)$  como o grau relativo e o número de zeros de fase não mínima. Como estamos tratando de uma abordagem baseada em dados, esse conhecimento do processo não está disponível através de um modelo conhecido. Entretanto, todas estas propriedades podem ser obtidas através de um ensaio em malha aberta ou de uma simples análise dos dados coletados, observando por exemplo o tempo morto e a presença de resposta inversa. Dessa forma, a escolha adequada do modelo de referência também permanece em uma abordagem baseada em dados.

### 3.2.4 O critério flexível do VDFT

Conforme apresentado anteriormente através do Exemplo 6, uma escolha inadequada do modelo de referência pode ser catastrófica para o projeto de controle baseado em dados. Para o caso da rejeição a perturbação, esse problema torna-se ainda mais evidente devido à dificuldade em determinar um modelo de referência com critérios de desempenho coerentes com o sistema, sendo necessário seguir as instruções apresentadas na Seção 3.2.3 para garantir que o controlador seja ao menos estável e causal.

De forma a contornar essa limitação no VDFT, em (BORDIGNON; CAMPESTRINI, 2018a) foi apresentada uma solução flexível para o método que incorpora a identificação dos parâmetros do modelo de referência à identificação dos parâmetros do controlador, garantindo que o modelo de referência especificado seja adequado ao problema.

Neste caso do critério flexível, parte do numerador de  $Q_d(q)$  é deixada livre, de forma que o modelo de referência seja linearmente parametrizado por um vetor de parâmetros conforme (87). Com essa modificação, a solução proposta se baseia na minimização da função objetivo

$$J^{VD}(\rho, \eta) = \bar{E}\{K(q)[Q_d(q, \eta)(u(t) + C(q, \rho)y(t)) - y(t)]\}^2. \quad (90)$$

Considerando a parametrização linear do controlador dada por (16), a solução do problema de otimização descrito em (90) é dado iterativamente para  $\rho$  e  $\eta$  a cada iteração  $i$ , partindo de um controlador inicial  $C(q, \rho_0)$  (BORDIGNON; CAMPESTRINI, 2018a), através de

$$\begin{aligned} \eta_{ls}^i &= \arg \min_{\eta} J_{VD}(\rho^{i-1}, \eta) \\ \rho_{ls}^i &= \arg \min_{\rho} J_{VD}(\rho, \eta^i), \end{aligned}$$

com o algoritmo de mínimos quadrados sequencial:

$$\begin{aligned}\hat{\eta}_{ls}^i &= \bar{E} [\varphi_q(t)\varphi_q(t)^T]^{-1} \bar{E} [\varphi_q(t)y(t)^T] \\ \hat{\rho}_{ls}^i &= \bar{E} [\varphi_c(t)\varphi_c(t)^T]^{-1} \bar{E} [\varphi_c(t)z(t)^T],\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}\varphi_q(t) &= K(q)\bar{F}(q)(u(t) + \bar{\beta}(q)^T \rho_{ls}^{i-1}y(t)), \\ \varphi_c(t) &= K(q)\bar{\beta}(q)(\bar{F}(q)^T \eta_{ls}^i y(t)), \\ z(t) &= K(q)[y(t) - \bar{F}(q)^T \eta_{ls}^i u(t)],\end{aligned}$$

**Exemplo 7.** *Considere agora o mesmo processo apresentado no Exemplo 6, operando inicialmente com o mesmo controlador (85) projetado para seguimento de referência e com os mesmos requisitos de desempenho para rejeição a perturbação. O modelo de referência agora é especificado seguindo as instruções apresentadas na seção 3.2.3:*

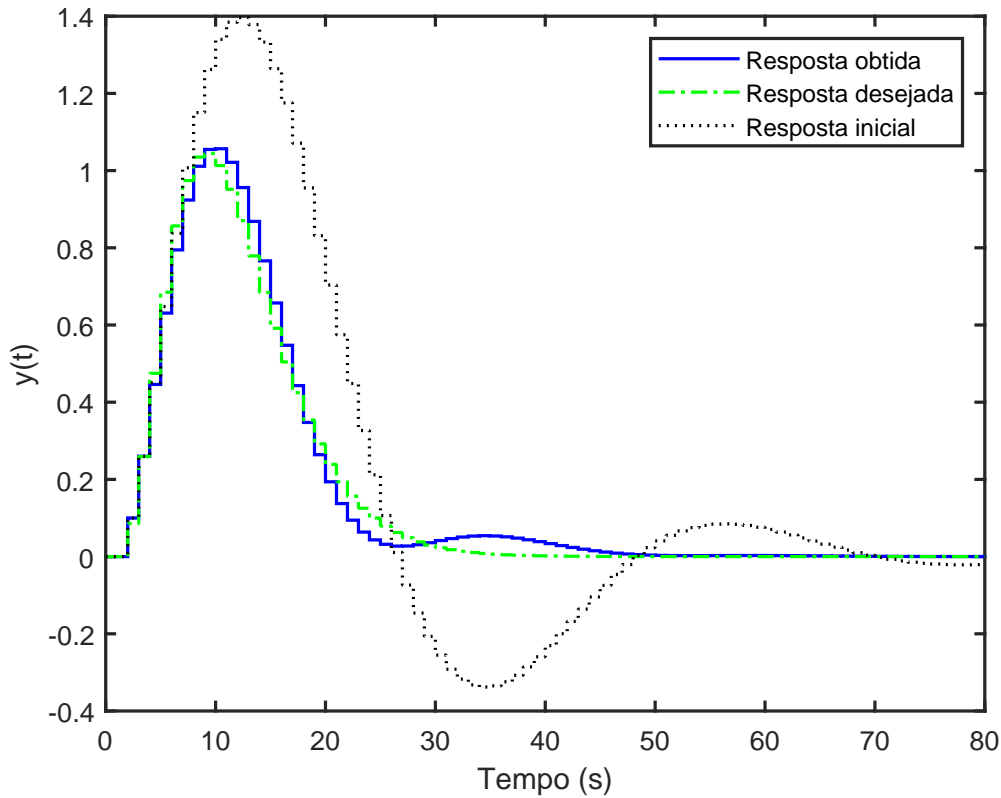
- i. *Já que o processo não apresenta zeros de fase não mínima,  $\text{Deg}[nG_0^+(q)] = 0$ ;*
- ii. *O grau relativo do sistema define que  $\Gamma[G_0(q)] = 2$ ;*
- iii. *Uma vez que o distúrbio que se deseja rejeitar é do tipo degrau,  $l = 1$ ;*
- iv. *A ordem do denominador do modelo de referência, dada por (88), resulta em  $\text{Deg}[dQ_d(q, \eta)] = 4$ ;*
- v. *Os polos de  $\bar{F}(q)$  são posicionados de forma a proporcionar o mesmo desempenho dinâmico especificado anteriormente, ou seja,  $p_i = 0.7$ ;*
- vi. *O número de parâmetros livres no numerador do modelo de referência dado por (89) resulta em  $m = 2$ .*

*Com essas definições, um modelo de referência adequado para a solução do problema de rejeição a perturbação desse sistema é dado por*

$$Q_d(q) = \frac{(\eta_1 q + \eta_2)(q - 1)}{(q - 0,7)^4}, \quad (91)$$

*diferentemente do modelo de referência (86) utilizado no exemplo anterior. Com essa nova abordagem, o VDFT com critério flexível é executado sendo o desempenho em malha fechada obtido apresentado na Figura 16, onde é possível observar que o comportamento obtido é bem próximo ao comportamento especificado pelo modelo de referência, que por sua vez representa um critério de desempenho mais coerente para o sistema do que o modelo anterior.*

Figura 16 – Respostas ao degrau obtidas no sistema operando em malha fechada com o controlador inicial e com o controlador identificado após a definição adequada do modelo de referência para perturbação.



Fonte: do autor.

Apesar de fácil solução, a solução iterativa com mínimos quadrados apresenta uma desvantagem quando a presença de ruído nos sinais é significativa: as estimativas não são consistentes, i.e., elas apresentam um *bias*, visto que o problema se torna *errors-in-variables* devido ao sinal de entrada para a identificação ser afetado por ruído. Para lidar com esse problema, os autores do VDFT propõem o uso da variável instrumental com sinais coletados através de um segundo experimento de forma análoga ao VRFT.

A abordagem com variável instrumental é bastante similar à solução iterativa com mínimos quadrados, mas fazendo uso de um segundo experimento com os mesmos sinais de entrada do primeiro. Nesse caso, as estimativas são dadas por

$$\hat{\eta}_{iv}^i = \bar{E} [\zeta_q(t)\varphi_q(t)^T]^{-1} \bar{E} [\zeta_q(t)y(t)']$$

$$\hat{\rho}_{iv}^i = \bar{E} [\zeta_c(t)\varphi_c(t)^T]^{-1} \bar{E} [\zeta_c(t)z(t)'],$$

com as variáveis instrumentais

$$\begin{aligned}\zeta_q(t) &= \bar{F}(q)(u(t) + \bar{\beta}(q)^T \rho_{iv}^{i-1} y(t)'), \\ \zeta_c(t) &= \bar{\beta}(q)(\bar{F}(q)^T \eta_{iv}^i y(t)'), \\ z(t) &= y'(t) - \bar{F}(q)^T \eta_{iv}^i u(t),\end{aligned}$$

sendo o sinal  $y(t)'$  do segundo experimento obtido por

$$y(t)' = G_0(q)u(t) + v(t)'. \quad (92)$$

Ainda, visto que os experimentos são diferentes, é razoável assumir que o ruído nos sinais de saída  $w(t)$  e  $w(t)'$  são descorrelacionados.

A grande vantagem de utilizar a técnica de variáveis instrumentais é que as estimativas para  $\rho$  e  $\eta$  não apresentam *bias* (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989; LJUNG, 1999; SÖDERSTRÖM, 2018). Entretanto, o problema que surge ao fazer uso dessa técnica é uma elevada variância nas estimativas que pode prejudicar o resultado final em malha fechada, da mesma forma que ocorre no VRFT.

Tendo em vista as vantagens proporcionadas pelo VDFT para a solução do problema de rejeição a perturbação, como a característica do método ser direto e permitir a identificação simultânea do modelo de referência e do controlador, mas também considerando as desvantagens estatísticas quando os sinais são afetados por ruído, um novo método de controle baseado em dados é desenvolvido neste trabalho e apresentado na sequência.



## 4 IDENTIFICAÇÃO DO CONTROLADOR PARA PERTURBAÇÃO POR ERRO DE PREDIÇÃO

A formulação do VDFT é baseada em sinais livres de ruído. Quando estes são afetados por ruído, as estimativas não são consistentes e uma variável instrumental pode ser utilizada para lidar com esse problema. Essa abordagem, entretanto, resulta em estimativas com grande variância. No problema de seguimento de referência, o método OCI aparece como uma alternativa ao VRFT justamente para aprimorar essas propriedades através de uma abordagem por erro de predição.

Inspirado pela solução apresentada no problema de seguimento de referência, o método desenvolvido nesse trabalho visa aprimorar as propriedades estatísticas para o problema da rejeição a perturbação. Baseado na identificação por erro de predição, o OCI-D se caracteriza como um método de controle baseado em dados que busca aprimorar as propriedades estatísticas do projeto do controlador em comparação aos resultados obtidos pelo VDFT.

### 4.1 O método OCI-D

Assim como no OCI, a formulação do OCI-D visa utilizar o conceito de identificação de sistemas por erro de predição para a identificação dos parâmetros do controlador. Para isso, deseja-se reescrever a equação do sistema (44) de forma que  $G_0(q)$  seja agora parametrizada pelo controlador e pelo modelo de referência para rejeição a perturbação.

Partindo da equação do controlador ideal para rejeição a perturbação, a partir de (78) é possível colocar em evidência a função de transferência  $G_0(q)$  como

$$G_0(q) = \frac{Q_d(q)}{1 - C_d^{MD}(q)Q_d(q)}, \quad (93)$$

de onde é possível observar uma diferença explícita em comparação à expressão (45) do OCI. Enquanto no método para seguimento de referência é possível isolar completamente o controlador do modelo de referência através dos dois termos dados por (46) e (47), a expressão (93) apresenta as duas funções de transferência acopladas no denominador.

Em função disso, o OCI-D apresenta uma complexidade natural que demanda a identificação de um sistema mais complexo, não sendo possível tratar o modelo de referência como um filtro para os dados coletados assim como não é possível isolar uma outra função de transferência a ser identificada dependente apenas do controlador.

A partir de agora, a equação do sistema (44) pode ser reescrita em função do controlador e do modelo de referência para rejeição a perturbação como

$$y(t) = \tilde{G}(q, \rho)u(t) + H(q, \theta)w(t), \quad (94)$$

sendo a expressão auxiliar  $\tilde{G}(q, \rho)$  definida por

$$\tilde{G}(q, \rho) = \frac{Q_d(q)}{1 - C(q, \rho)Q_d(q)}. \quad (95)$$

Da mesma forma que apresentado anteriormente, no OCI-D deseja-se parametrizar um controlador que minimize o erro de predição. Assim, o problema de otimização é formulado como

$$\begin{aligned} \rho^{OD} &= \arg \min_{\xi} J^{OD}(\xi), \\ J^{OD}(\xi) &= \sum_{t=1}^N [y(t) - \hat{y}(t, \xi)]^2, \end{aligned} \quad (96)$$

onde  $\hat{y}(t, \xi)$  é o preditor ótimo um passo a frente dado agora por (LJUNG, 1999)

$$\hat{y}(t, \xi) = \frac{1}{H(q, \theta)} \frac{Q_d(q)}{1 - C(q, \rho)Q_d(q)} u(t) + [1 - H(q, \theta)^{-1}]y(t), \quad (97)$$

sendo que  $\xi$  contém tanto os parâmetros do controlador quanto os parâmetros do modelo do ruído, ou seja  $\xi = [\rho^T \theta^T]^T$ .

A partir de (97), a solução do problema de otimização do OCI-D para identificação dos parâmetros do controlador pode seguir estratégias diversas, assim como ocorre no OCI. Dependendo da classe de controladores utilizada, da estrutura do modelo de referência e da modelagem desejada para o ruído, a função de transferência (95) pode ser identificada através de estruturas BJ ou OE, por exemplo.

**Exemplo 8.** *Considere um sistema SISO linear e invariante no tempo, desconhecido pelo usuário, e descrito por uma função de transferência de segunda ordem como*

$$G(q) = \frac{0,1}{(q - 0,8)(q - 0,4)}.$$

*Deseja-se que esse sistema rejeite perturbações do tipo degrau na entrada de acordo com a dinâmica especificada por um modelo de referência cuja função de transferência é*

$$Q_d(q) = \frac{0,1(q - 0,2)(q - 1)}{(q - 0,6)^4}. \quad (98)$$

Esse modelo de referência é estruturado seguindo todas as diretrizes apresentadas na Seção 3.2.3, sendo os parâmetros do numerador determinados a priori. A partir disso, deseja-se sintonizar um controlador do tipo PI, parametrizado linearmente como

$$C(q, \rho) = \frac{\rho_1 q + \rho_2}{q - 1}, \quad (99)$$

enquanto o controlador ideal, definido em (78), é dado por

$$C_d(q) = \frac{2(q - 0,42)(q - 0,78)}{(q - 0,2)(q - 1)}, \quad (100)$$

de onde é possível observar que o controlador ideal não pertence à classe do controlador identificado. Utilizando uma estrutura OE como referência, é possível reescrever o preditor do sistema dado por (94) como

$$y(t) = \tilde{G}(q, \rho)u(t) + w(t), \quad (101)$$

onde  $\tilde{G}(q, \rho)$ , através de (98) e (99), pode ser reescrito como uma função de transferência

$$\tilde{G}(q, \rho) = \frac{b_0 q^2 + b_1 q + b_2}{q^4 + a_1(\rho)q^3 + a_2(\rho)q^2 + a_3(\rho)q + a_4(\rho)},$$

sendo  $b_i$  valores numéricos e  $a_i(\rho)$  funções diretas dos parâmetros do controlador. Assim, é possível identificar os coeficientes  $a_i$  através de uma toolbox de identificação para a estrutura OE, que possibilita a obtenção dos parâmetros  $\rho$  através da solução de um sistema linear composto pelas funções  $a_i(\rho)$ . O controlador resultante então, é dado por

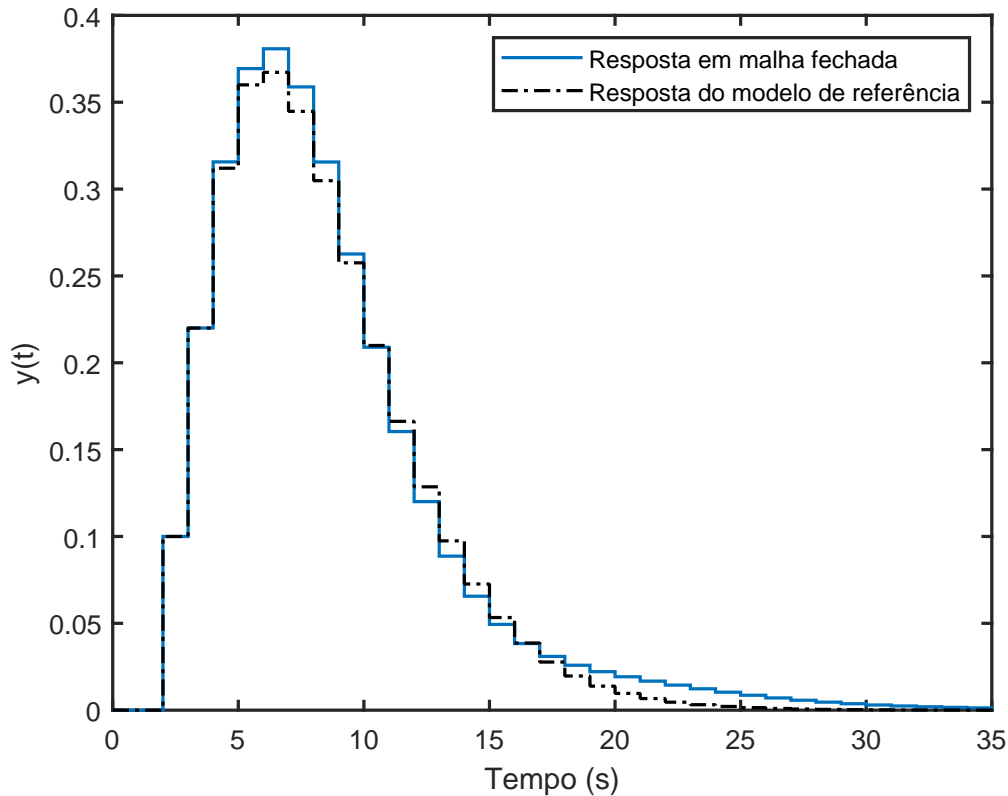
$$C(q) = \frac{1,63(q - 0,81)}{q - 1}.$$

A resposta ao degrau do sistema em malha fechada operando com o controlador identificado, então, pode ser observado na Figura 17. Nesta, é possível observar que os parâmetros do controlador identificado proporcionam um comportamento em malha fechada bastante próximo do comportamento especificado pelo modelo de referência, mesmo considerando o fato do controlador ideal não pertencer à classe do controlador PI identificado. Ainda, o sucesso no projeto do controlador só é possível devido à correta estruturação do modelo de referência. Conforme apresentado nas seções anteriores, essa etapa do projeto não é trivial e é crítica para o desempenho do sistema em malha fechada.

#### 4.1.1 O critério flexível do OCI-D

Conforme apresentado anteriormente, a estruturação do método OCI-D parte da reescrita do sistema  $G_0(q)$  em função do controlador e do modelo de referência. Assim, a partir da definição do modelo de referência que representa o comportamento desejado em malha fechada, os parâmetros do controlador podem ser identificados através da otimização de um problema de erro de predição.

Figura 17 – Comparação da resposta em malha fechada com a resposta do modelo de referência para um degrau na perturbação no Exemplo 8.



Fonte: do autor.

Porém, conforme apresentado na Seção 3.2, a estruturação do modelo de referência é uma tarefa bastante complexa e crítica para o problema da rejeição a perturbação. Além disso, pelo mesmo motivo que o VRFT e o OCI apresentam o critério flexível, a presença de zeros de fase não mínima nos sistemas a serem controlados impõe cuidados adicionais para que o método se mantenha robusto sob essas condições.

De forma a permitir simultaneamente a identificação de um modelo de referência adequado ao problema e a identificação de possíveis zeros de fase não mínima do processo, o critério flexível do OCI-D flexibiliza o numerador do modelo de referência com parâmetros a serem identificados pelo método da mesma forma que (87). Assim, a função objetivo do problema de rejeição a perturbação dada em (77) por ser reescrita como

$$J^{MD}(\rho, \eta) \triangleq \bar{E} [Q_a(q, \eta)d(t) - Q(q, \rho, \eta)d(t)]^2. \quad (102)$$

Assim como nos critérios flexíveis apresentados anteriormente, a parametrização do modelo de referência está relacionada à parametrização do controlador. Assim, quando a classe do controlador ideal pertence à classe do controlador identificado, pode-se dizer que a seguinte premissa é válida.

**Premissa 4.** Existe um par  $(\rho_d^{MD}, \eta_d^{MD})$  tal que:

$$\exists \rho_d^{MD}, \eta_d^{MD} : C(q, \rho_d^{MD}, \eta_d^{MD}) = \frac{G_0(q) - Q_d(q, \eta_d^{MD})}{G_0(q)Q_d(q, \eta_d^{MD})}.$$

Com isso, a expressão auxiliar dada por (95) passa a ser definida como

$$\tilde{G}(q, \rho, \eta) = \frac{Q_d(q, \eta)}{1 - C(q, \rho)Q_d(q, \eta)}, \quad (103)$$

e um modelo para (94) pode ser obtido como função dos parâmetros das funções de transferência através de

$$y(t, \xi) = \tilde{G}(q, \xi)u(t) + H(q, \theta)w(t),$$

sendo que agora  $\xi$  contém também os parâmetros do modelo de referência, ou seja,  $\xi = [\rho^T \ \eta^T \ \theta^T]^T$ . É importante ressaltar que a identificação desse sistema estruturado em função do modelo de referência e do controlador é diferente da identificação direta de um modelo para o processo, uma vez que existem parâmetros fixos que garantem comportamentos específicos, como a dinâmica em malha fechada e o seguimento de referência, que não poderiam ser definidos diretamente na identificação de  $G_0(q)$ .

Com isso, o problema de otimização a ser resolvido pelo OCI-D com critério flexível permanece um problema de otimização por erro de predição descrito agora como

$$\begin{aligned} \xi^{OD} &= \arg \min_{\xi} J^{OD}(\xi), \\ J^{OD}(\xi) &= \bar{E}[y(t) - \hat{y}(t, \xi)]^2, \end{aligned} \quad (104)$$

onde  $\hat{y}(t, \xi)$  é o preditor ótimo um passo à frente dado por (LJUNG, 1999):

$$\hat{y}(t, \xi) = \frac{1}{H(q, \theta)} \frac{Q_d(q, \eta)}{1 - C(q, \rho)Q_d(q, \eta)} u(t) + [1 - H(q, \theta)^{-1}]y(t). \quad (105)$$

Se a Premissa 4 for satisfeita, o problema de identificação de  $C(q, \rho)$  e  $Q_d(q, \eta)$  através da minimização de  $J^{OD}(\xi)$  resulta no mesmo problema de minimização de  $J^{MD}(\rho, \eta)$ , sendo que agora o modelo de referência depende de  $\eta$ :  $Q_d(q, \eta)$ . Da mesma forma que ocorre no VRFT e no OCI com critério flexível, o controlador ideal passa a se relacionar com o modelo de referência, ou seja, o problema passa a estabelecer sempre um par  $\{C(q, \rho), Q_d(q, \eta)\}$  para a solução do problema de otimização. Com isso,  $C_d^{MD}(q, \rho_d^{MD})$  não é definido de forma independente.

Analisando (105), a complexidade do OCI-D em comparação ao OCI se torna ainda mais evidente. Além de não ser possível isolar os termos dependentes do controlador e do modelo de referência, a inclusão do critério flexível no numerador de  $Q_d(q, \eta)$  faz com que o problema de otimização se torne não linear devido à multiplicação dos parâmetros no denominador de (103). Por consequência, a estrutura da função de transferência a ser identificada pelo método não se encaixa em estruturas típicas como ARX, ARMAX e BJ, demandando uma abordagem distinta para a solução do problema de otimização.

**Exemplo 9.** Considere o mesmo sistema apresentado no Exemplo 6, cuja função de transferência é dada por

$$G(q) = \frac{0.1}{(q - 0,7)(q - 0,9)}. \quad (106)$$

Deseja-se que esse sistema seja capaz de rejeitar perturbações constantes em malha fechada com erro nulo em regime permanente, operando com um controlador PI. Para isso, um modelo adequado é estruturado e apresentado no Exemplo 7, estabelecendo

$$C(q, \rho) = \frac{\rho_1 q + \rho_2}{q - 1} \quad Q_d(q, \eta) = \frac{(\eta_1 q + \eta_2)(q - 1)}{(q - 0,7)^4}. \quad (107)$$

Utilizando a expressão do sistema a ser identificado, dada por (103), a função de transferência resultante é

$$\tilde{G}(q, \xi) = \frac{\eta_1 q^2 + (\eta_2 - \eta_1)q - \eta_2}{q^4 - 2,8q^3 + (2,94 - \rho_1 \eta_1)q^2 - (1,4 + \rho_1 \eta_2 + \rho_2 \eta_1)q + 0,24 - \rho_2 \eta_2}, \quad (108)$$

de onde é possível observar o nível de complexidade do sistema a ser identificado pelo OCI-D. Devido à dependência simultânea dos parâmetros do controlador e do modelo de referência, o denominador de (108) apresenta diversos termos não lineares com multiplicação dos parâmetros  $\rho_i$  e  $\eta_i$ . Além disso, tentando identificar o sistema diretamente em uma toolbox para uma estrutura OE através de dados coletados sem ruído em um ensaio com um sinal PRBS variando de -1 a 1 na entrada e 5000 amostras, por exemplo, obtém-se a expressão

$$\tilde{G}(q) = \frac{-8,2e^{-18}q^2 + 1,1e^{-17}q + 0,1}{q^4 - 1,6q^3 + 0,63q^2 - 6,9e^{-17}q + 3,1e^{-17}}, \quad (109)$$

que é bastante próxima do sistema  $G(q)$  mas não é compatível com a expressão apresentada em (108), visto que nesta existem parâmetros fixos determinados em função dos parâmetros já definidos no controlador e no modelo de referência.

#### 4.1.2 O algoritmo de otimização

Conforme apresentado anteriormente e demonstrado no Exemplo 9, o problema de otimização formulado pelo OCI-D com critério flexível torna-se um problema não linear que depende simultaneamente dos parâmetros do controlador e do modelo de referência. Por conta disso, não é possível estruturar a função de transferência como modelos tradicionais do tipo ARX, ARMAX ou BJ, ou ainda utilizar *toolboxes* tradicionais para a identificação dos parâmetros. Além disso, até mesmo algoritmos de identificação não lineares disponíveis em *softwares* de cálculo numérico, como o *fminsearch* do Matlab, apresentam um desempenho insatisfatório tanto do ponto de vista de tempo de processamento quanto do ponto de vista de erros numéricos.

Para que o método seja genérico a qualquer sistema, portanto, apresente maior robustez e menos tempo de processamento, um algoritmo dedicado precisa ser utilizado para a identificação de  $\rho$  e  $\eta$ . O algoritmo desenvolvido neste trabalho explora a linearidade do controlador e do modelo de referência para o cálculo do gradiente da função objetivo, dado por

$$\nabla J^{OD}(\xi) = -2 [y(t) - \hat{y}(t, \xi)] \frac{\partial \hat{y}(t, \xi)}{\partial \xi}. \quad (110)$$

Além disso, a partir de agora a função de transferência que modela o ruído é considerada como  $H(q, \theta) = 1$ , visto que o objetivo principal do método reside na sintonia do controlador e não na identificação de um modelo para o ruído. Com isso, as mesmas propriedades estatísticas apresentadas anteriormente para o OCI com estruturas OE se estabelecem, sendo que a expressão do gradiente da função objetivo pode ser reescrito apenas em função de  $\tilde{G}(q, \xi)$  como

$$\nabla J^{OD}(\xi) = -2 [y(t) - \hat{y}(t, \xi)] \frac{\partial \tilde{G}(q, \xi)}{\partial \xi} u(t). \quad (111)$$

De forma a facilitar a análise algébrica do problema, as funções de transferência do controlador e do modelo de referência podem ser reescritas em função dos polinômios do numerador e do denominador, ou seja,

$$C(q, \rho) = \frac{nC(q, \rho)}{dC(q)} \quad Q_d(q, \eta) = \frac{nQ_d(q, \eta)}{dQ_d(q)}. \quad (112)$$

Assim, utilizando as expressões definidas anteriormente, (103) pode ser reescrita também em função destes numeradores e denominadores como

$$\tilde{G}(q, \xi) = \frac{n\tilde{G}(q, \xi)}{d\tilde{G}(q, \xi)} = \frac{nQ_d(q, \eta)dC(q)}{dC(q)dQ_d(q) - nC(q, \rho)nQ_d(q, \eta)}. \quad (113)$$

A partir disso, então, o gradiente da função objetivo pode ser analisado através do gradiente de  $\tilde{G}(q, \xi)$  conforme apresentado em (111). Sendo  $\xi$  observado como

$$\xi = [\rho_1 \ \dots \ \rho_{n_\rho} \ \eta_1 \ \dots \ \eta_{n_\eta}]^T, \quad (114)$$

onde  $n_\rho$  é o número de parâmetros do controlador e  $n_\eta$  é o número de parâmetros do modelo de referência, o gradiente poder ser avaliado como

$$\nabla \tilde{G}(q, \xi) = \left[ \frac{\partial \tilde{G}(q, \xi)}{\partial \rho_1} \ \dots \ \frac{\partial \tilde{G}(q, \xi)}{\partial \rho_{n_\rho}} \ \frac{\partial \tilde{G}(q, \xi)}{\partial \eta_1} \ \dots \ \frac{\partial \tilde{G}(q, \xi)}{\partial \eta_{n_\eta}} \right]^T. \quad (115)$$

Analisando a realização de uma derivada específica de (115), a expressão resultante pode ser vista como

$$\frac{\partial \tilde{G}(q, \xi)}{\partial \xi_i} = \frac{\partial n\tilde{G}(q, \xi)}{\partial \xi_i} \frac{1}{d\tilde{G}(q, \xi)} - \frac{\partial d\tilde{G}(q, \xi)}{\partial \xi_i} \frac{n\tilde{G}(q, \xi)}{d\tilde{G}(q, \xi)^2}, \quad (116)$$

que pode ser ainda mais detalhada analisando as derivadas do numerador e do denominador de  $\tilde{G}(q, \xi)$  dadas por

$$\frac{\partial n\tilde{G}(q, \xi)}{\partial \xi_i} = \frac{\partial nQ_d(q, \eta)}{\partial \xi_i} dC(q) \quad (117)$$

$$\frac{\partial d\tilde{G}(q, \xi)}{\partial \xi_i} = -\frac{\partial nC(q, \rho)}{\partial \xi_i} nQ_d(q, \eta) - \frac{\partial nQ_d(q, \eta)}{\partial \xi_i} nC(q, \rho) \quad (118)$$

Através de (117) e (118), é possível observar que naturalmente os únicos fatores envolvidos no cálculo do gradiente são os numeradores do controlador e do modelo de referência, visto que estes são os termos que contêm os parâmetros a ser identificados. Além disso, é válido ressaltar que  $nC(q, \rho)$  só possui derivada com relação a parâmetros do controlador, enquanto que  $nQ_d(q, \eta)$  só apresenta derivada com relação aos parâmetros do modelo de referência, ou seja,

$$\frac{\partial n\tilde{G}(q, \xi)}{\partial \rho_i} = 0 \quad (119)$$

$$\frac{\partial n\tilde{G}(q, \xi)}{\partial \eta_i} = \frac{\partial nQ_d(q, \eta)}{\partial \eta_i} dC(q) \quad (120)$$

$$\frac{\partial d\tilde{G}(q, \xi)}{\partial \rho_i} = -\frac{\partial nC(q, \rho)}{\partial \rho_i} nQ_d(q, \eta) \quad (121)$$

$$\frac{\partial d\tilde{G}(q, \xi)}{\partial \eta_i} = -\frac{\partial nQ_d(q, \eta)}{\partial \eta_i} nC(q, \rho) \quad (122)$$

Dessa forma, através dos polinômios do numerador e do denominador das funções de transferência, a avaliação do gradiente fica dependente apenas da derivada do numerador do controlador em relação aos seus próprios parâmetros, e da derivada do numerador do modelo de referência em relação aos seus respectivos parâmetros. Essa característica é uma das vantagens da parametrização linear de  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{Q}$ , visto que a resolução da derivada é bastante simplificada na resolução do problema.

Considerando todas as definições apresentadas, o algoritmo de otimização do OCI-D é então dividido em duas etapas de otimização:

- i. A primeira etapa consiste em um método de gradiente descendente cujo ponto de partida são os parâmetros identificados pelo VDFT. Com isso, um novo conjunto de parâmetros pode ser identificado iterativamente por

$$\hat{\xi}_{i+1} = \hat{\xi}_i - \gamma \nabla J_{OD}(\hat{\xi}_i),$$

onde  $\gamma$  é um passo dinâmico que é incrementado ou decrementado em 1% a cada iteração do algoritmo se a função objetivo reduz ou aumenta seu valor, respectivamente, e  $\nabla J_{OD}(\hat{\xi}_i)$  é o gradiente da função objetivo avaliado na iteração  $i$ .

- ii. A segunda etapa de otimização consiste em um método de Newton que tem como ponto de partida os parâmetros estimados na primeira etapa do algoritmo. Agora,



um novo conjunto de parâmetros é estimado iterativamente por

$$\hat{\xi}_{i+1} = \hat{\xi}_i - H_{J_{OD}}^{-1}(\hat{\xi}_i) \nabla J_{OD}(\hat{\xi}_i),$$

onde  $H_{J_{OD}}(\hat{\xi}_i)$  é uma aproximação da matriz Hessiana dada por (LJUNG, 1999):

$$H_{J_{OD}}(\hat{\xi}_i) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \nabla J_{OD}(t, \hat{\xi}_i) \nabla J_{OD}^T(t, \hat{\xi}_i).$$

Apesar da complexidade computacional para a execução do algoritmo de otimização, a principal vantagem do OCI-D é que as propriedades da abordagem por erro de predição são aplicadas na identificação de  $C(q, \rho)$  e  $Q_d(q, \eta)$ . Dessa forma, espera-se que seja possível obter estimativas não polarizadas e com menor variância se comparadas à abordagem do VDFT com variável instrumental. De forma a validar o método proposto e observar as propriedades das estimativas, alguns exemplos numéricos são executados em simulação e apresentados na sequência em diferentes situações, avaliando tanto o efeito do ruído nas propriedades estatísticas quanto o efeito da classe do controlador escolhido.

## 5 RESULTADOS

De forma a explorar as propriedades estatísticas do OCI-D, alguns exemplos numéricos são executados comparando os resultados obtidos pela abordagem por erro de predição com o VDFT tradicional e o VDFT com variável instrumental quando os dados são afetados por ruído. O desempenho dos métodos é avaliado em diferentes situações, como o caso onde a classe do controlador ideal pertence à classe do controlador escolhida, o caso onde essa condição não é atendida, o caso onde o sistema apresenta um zero de fase não mínima e também o caso onde o controlador possui uma estrutura com polos livres.

### 5.1 Controlador ideal dentro da classe

Considere um processo SISO, linear e invariante no tempo, que pode ser descrito por uma função de transferência de primeira ordem dada por

$$G(q) = \frac{0,5}{q - 0,9},$$

operando em malha fechada com um controlador proporcional-integral

$$C_0(q) = \frac{0,2q - 0,14}{q - 1}.$$

Um modelo de referência para rejeição a perturbação pode ser definido seguindo as instruções apresentadas na Seção 3.2.3:

- i. Visto que o processo é de fase mínima,  $Deg[nG^+(q)] = 0$ ;
- ii. O grau relativo da função de transferência do sistema é  $\Gamma[G(q)] = 1$ ;
- iii. Definindo o projeto do controlador para rejeitar um distúrbio do tipo degrau,  $l = 1$ ;
- iv. O denominador de  $Q_d(q, \eta)$  dado por (88) é definido como  $Deg[dQ_d(q, \eta)] = 2$ ;
- v. Os polos de  $Q_d(q, \eta)$  são posicionados em  $p_i = 0,8$  de forma a obter uma rejeição a perturbação mais rápida do que a resposta natural do sistema;

vi. Por fim, (89) especifica que o número de parâmetros livres no numerador do modelo de referência deve ser  $m = 1$ .

Dessa forma, a estrutura do modelo de referência é dada por

$$Q_d(q, \eta) = \frac{\eta_0(q - 1)}{(q - 0,8)^2},$$

e é definido como critério de projeto a sintonia de um controlador do tipo PI parametrizado linearmente como

$$C(q, \rho) = \frac{\rho_0 q + \rho_1}{q - 1}.$$

Nesse caso, o controlador ideal especificado por (78) resulta em uma função de transferência como

$$C_d^{MD}(q, \xi) = \frac{a_0 q^2 + a_1 q + a_2}{q - 1}.$$

Essa estrutura, por si só, representaria um controlador não causal, o que não condiz com as diretrizes para definição do modelo de referência. Analisando os parâmetros  $a_i$ , porém, é possível observar que  $a_0 = (0,5 - \eta_0)$ , ou seja, se a condição  $\eta_0 = 0,5$  for atendida o controlador ideal  $C_d^{MD}(q)$  será causal e irá pertencer à classe pré-definida pelo PI.

Com estas definições, um experimento Monte Carlo com 1000 rodadas é executado para identificar os parâmetros do controlador e do modelo de referência, avaliando o desempenho do VDFT, VDFT-VI e OCI-D. A cada rodada, uma batelada de dados é coletada do sistema em malha fechada com presença de ruído em uma razão SNR de  $7dB$  quando um degrau na perturbação é aplicado. Esse conjunto de dados com 5000 amostras é utilizado então para estimar um conjunto de parâmetros inicial com o VDFT, sendo os resultados médios dados por:

$$C_{vdft}(q, \hat{\rho}) = \frac{0,39q - 0,32}{q - 1}$$

$$Q_{dvdft}(q, \hat{\eta}) = \frac{0,65(q - 1)}{(q - 0,8)^2}.$$

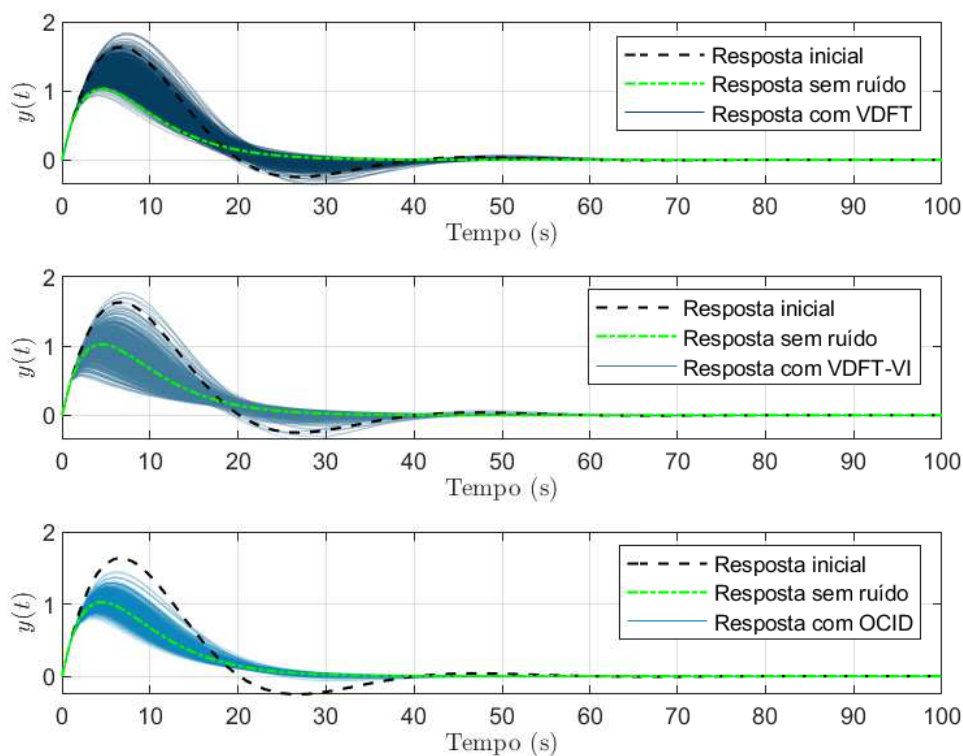
O valor médio destes parâmetros é então utilizado para a execução do OCI-D, que junto com os próprios dados experimentais permite a execução do algoritmo de otimização. Após a execução do OCI-D, um novo conjunto de parâmetros é estimado para o controlador e para o modelo de referência, sendo o resultado médio igual a:

$$C_{ocid}(q, \hat{\rho}) = \frac{0,60q - 0,52}{q - 1}$$

$$Q_{docid}(q, \hat{\eta}) = \frac{0,51(q - 1)}{(q - 0,8)^2}$$

A resposta ao degrau de cada sistema em malha fechada obtido nesse experimento é apresentado na Figura 18, onde o desempenho do VDFT, VDFT-VI e OCI-D são comparados às respostas inicial e à resposta em malha fechada obtida dos dados sem ruído. É visível que todos os métodos apresentam um desempenho melhor do que a resposta obtida com o controlador inicial sintonizado para seguimento de referência. Além disso, é possível observar que o OCI-D apresenta menor variância do que os demais métodos e menor *bias* com relação à resposta sem ruído.

Figura 18 – Respostas ao degrau obtidas no experimento Monte Carlo com VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação quando o controlador ideal pertence à classe do controlador projetado.

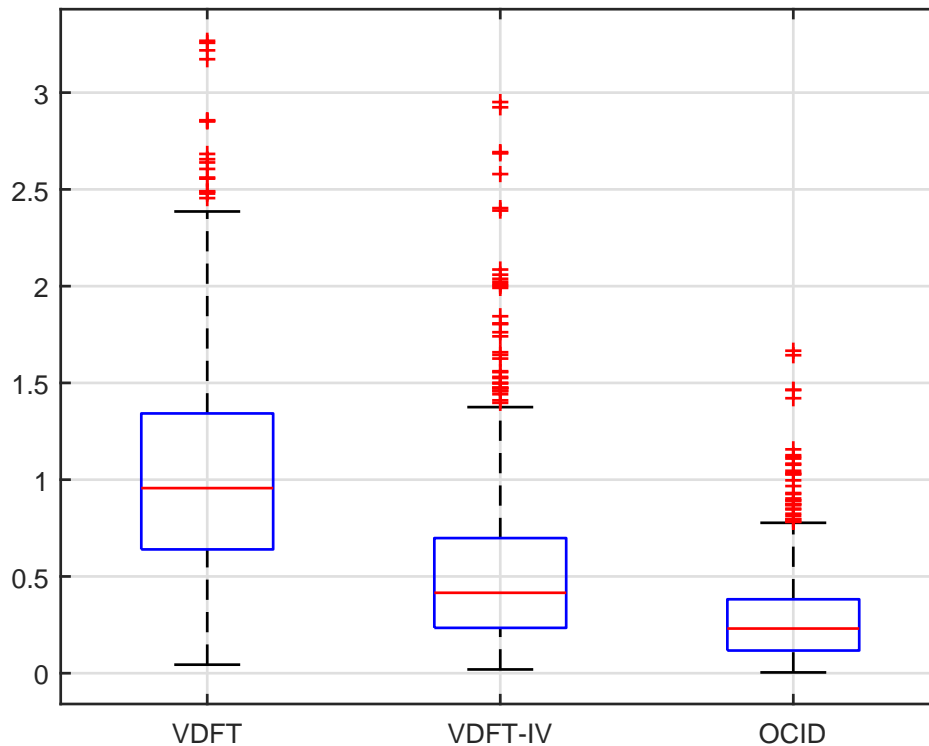


Fonte: do autor.

É importante ressaltar que todos os métodos apresentam a mesma resposta sem ruído, visto que nesse exemplo a condição do controlador ideal é atendida. Outra análise é apresentada na Figura 19, onde as estatísticas dos três métodos são comparadas através de um *boxplot* do erro entre as respostas obtidas e a resposta sem ruído, ou seja, analisando o custo  $J_n(\rho)$  apresentado em (69), onde mais uma vez é possível observar que o OCI-D apresenta os melhores resultados, tendo mediana e variância menores que o VDFT e VDFT-VI.

Esses resultados também são suportados pela Tabela 1, onde a média ( $\bar{x}$ ) dos parâmetros identificados é exibida em conjunto com os valores de desvio padrão ( $\sigma$ ) dentro

Figura 19 – Comparação do erro à resposta sem ruído obtida em um experimento Monte Carlo com o VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetos para rejeição a perturbação quando o controlador ideal pertence à classe do controlador projetado.



Fonte: do autor.

dos parêntesis. Sendo  $Tr(\cdot)$  o operador traço, uma avaliação da matriz de covariância dos parâmetros resulta em  $Tr(\text{VDFT})=0,02$ ,  $Tr(\text{VDFT-VI})=0,09$  e  $Tr(\text{OCI-D})=0,01$ . Por todas as perspectivas, o OCI-D apresenta os melhores resultados, reforçando o comportamento esperado pela abordagem por erro de predição.

## 5.2 Controlador ideal fora da classe

Considere agora um processo SISO, linear e invariante no tempo, descrito por uma função de transferência de segunda ordem

$$G(q) = \frac{0,1}{(q - 0,7)(q - 0,9)},$$

operando em malha fechada com um controlador PI projetado para seguimento de referência:

$$C_0(q) = \frac{0,3q - 0,24}{q - 1}.$$

Tabela 1 – Estatísticas  $\bar{x}(\sigma)$  dos parâmetros identificados pelo VDFT, pelo VDFT-VI e pelo OCI-D no caso em que o controlador ideal pertence à classe do controlador identificado.

	Sem ruído	VDFT	VDFT-VI	OCID
$\rho_0$	0,60	0,39 (0,09)	0,63 (0,20)	0,60 (0,09)
$\rho_1$	-0,52	-0,33 (0,08)	-0,54 (0,19)	-0,52 (0,08)
$\eta_0$	0,50	0,65 (0,09)	0,51 (0,10)	0,51 (0,05)

Mais uma vez, as instruções apresentadas na Seção 3.2.3 são seguidas para especificar a estrutura do modelo de referência:

- i. Visto que não há zeros de fase não mínima,  $Deg[nG^+(q)] = 0$ ;
- ii. O grau relativo do sistema é dado por  $\Gamma[G(q)] = 2$ ;
- iii. O projeto de controle define rejeição a perturbação do tipo degrau, ou seja,  $l = 1$ ;
- iv. A ordem do denominador de  $Q_d(q, \eta)$  dada por (88) é igual a  $Deg[dQ_d(q, \eta)] = 4$ ;
- v. Os polos são alocado em  $p_i = 0,7$  de forma a obter uma rejeição a perturbação mais rápida do que a resposta natural do sistema;
- vi. O número de parâmetros livres no numerador do modelo de referência dado por (89) resulta em  $m = 1$ .

Dessa forma, a estrutura do modelo de referência é dada por:

$$Q_d(q, \eta) = \frac{(\eta_0 q + \eta_1)(q - 1)}{(q - 0,7)^4},$$

e deseja-se novamente identificar um controlador do tipo PI parametrizado linearmente como (99). Para esse caso, o controlador ideal especificado por (78) resulta em uma função de transferência do tipo:

$$C_d^{MD}(q, \eta) = \frac{a_0 q^4 + a_1 q^3 + a_2 q^2 + a_3 q + a_4}{q^2 + b_0 q + b_1},$$

que por si só também resultaria em um controlador não causal. Analisando os coeficientes da função de transferência, porém, é possível observar que existe uma relação entre os parâmetros tal que  $a_0 = (0, 1 - \eta_0)$  e  $a_1 = (2, 6\eta_0 - \eta_1 - 0, 28)$ . Caso as condições  $a_0 = 0$  e  $a_1 = 0$  sejam atendidas, o controlador ideal pode ser reescrito como

$$C_d^{MD}(q, \eta) = \frac{a_2 q^2 + a_3 q + a_4}{q^2 + b_0 q + b_1},$$

que é um controlador causal mas não pertence à classe de controladores pré-definida pelo controlador PI.

Da mesma forma que no exemplo anterior, um experimento Monte Carlo com 1000 rodadas é executado para avaliar o desempenho dos três métodos. A cada rodada, uma batelada de dados é coletada do sistema em malha fechada com presença de ruído na razão SNR de  $10dB$  quando um degrau é aplicado na perturbação. Esses conjuntos de dados com 5000 amostras são utilizados pelo VDFT para estimar os parâmetros iniciais, sendo os resultados médios dados por:

$$C_{vdft}(q, \hat{\rho}) = \frac{0,63q - 0,56}{q - 1}$$

$$Q_{dvdft}(q, \hat{\eta}) = \frac{(0,03q + 0,08)(q - 1)}{(q - 0,7)^4}$$

Utilizando estes parâmetros médios como ponto de partida para o OCI-D em conjunto com os dados experimentais, um novo conjunto de parâmetros é estimado para o controlador e para o modelo de referência, sendo o resultado médio igual a:

$$C_{ocid}(q, \hat{\rho}) = \frac{0,59q - 0,52}{q - 1}$$

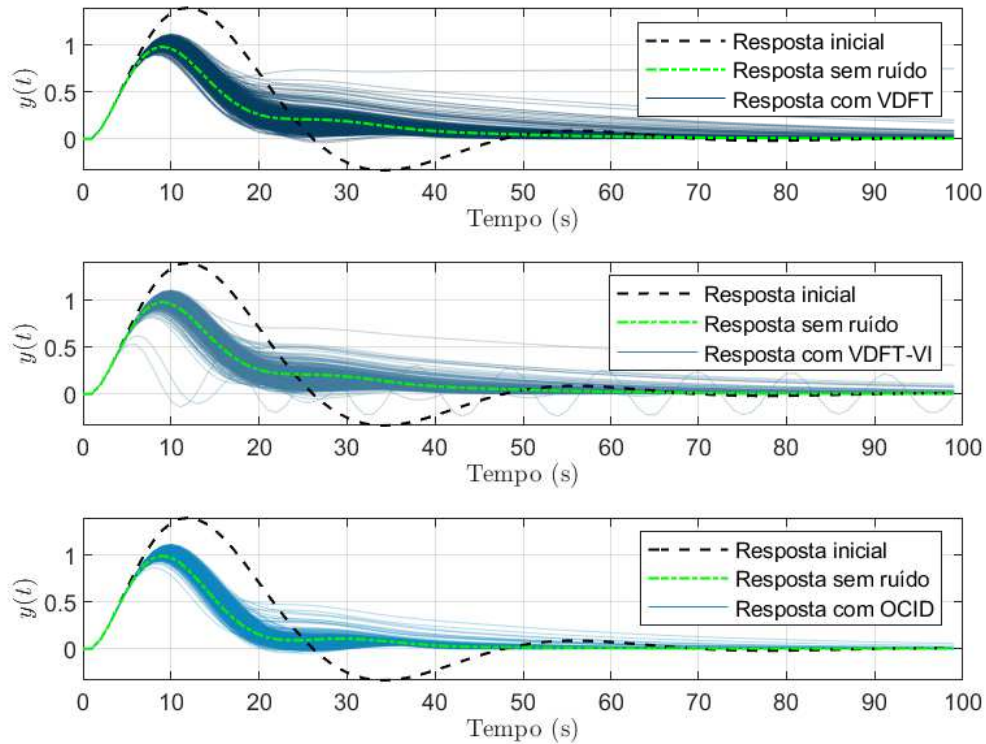
$$Q_{docid}(q, \hat{\eta}) = \frac{(0,03q + 0,09)(q - 1)}{(q - 0,7)^4}$$

A resposta ao degrau de cada sistema em malha fechada obtido nesse experimento é exibida na Figura 20, onde os desempenhos do VDFT, VDFT-VI e OCI-D são comparados às respostas iniciais e sem presença de ruído. Mais uma vez, todos os métodos apresentam desempenho melhor do que a resposta obtida com o controlador inicial, sendo que o OCI-D apresenta um comportamento mais próximo à resposta sem ruído e menor variância.

Através da Figura 21, onde as estatísticas dos três métodos são comparadas mais uma vez pela avaliação do erro entre as respostas obtidas e a resposta sem ruído, conforme o custo apresentado em (69), é possível observar que o OCI-D também apresenta os melhores resultados, exibindo menores mediana e variância se comparadas ao VDFT e ao VDFT com variável instrumental.

Por fim, a Tabela 2 apresenta novamente a média ( $\bar{x}$ ) dos parâmetros identificados em conjunto com os valores de desvio padrão ( $\sigma$ ) para o caso fora da classe, enquanto que a avaliação da matriz de covariância dos parâmetros resulta em  $Tr(\text{VDFT})=0,02$ ,  $Tr(\text{VDFT-IV})=0,13$  e  $Tr(\text{OCI-D})=0,01$ . Da mesma forma que no caso dentro da classe, o OCI-D apresenta as melhores propriedades estatísticas sob todas as perspectivas.

Figura 20 – Respostas ao degrau obtidas no experimento Monte Carlo com VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação quando o controlador ideal não pertence à classe do controlador projetado.



Fonte: do autor.

### 5.3 Sistema de fase não mínima

Considere agora um processo SISO, linear, invariante no tempo e de fase não mínima, descrito por uma função de transferência como

$$G(q) = \frac{0,1(q-1,2)}{(q-0,4)(q-0,8)}, \quad (123)$$

operando em malha fechada com um controlador PID projetado para seguimento de referência e parametrizado por

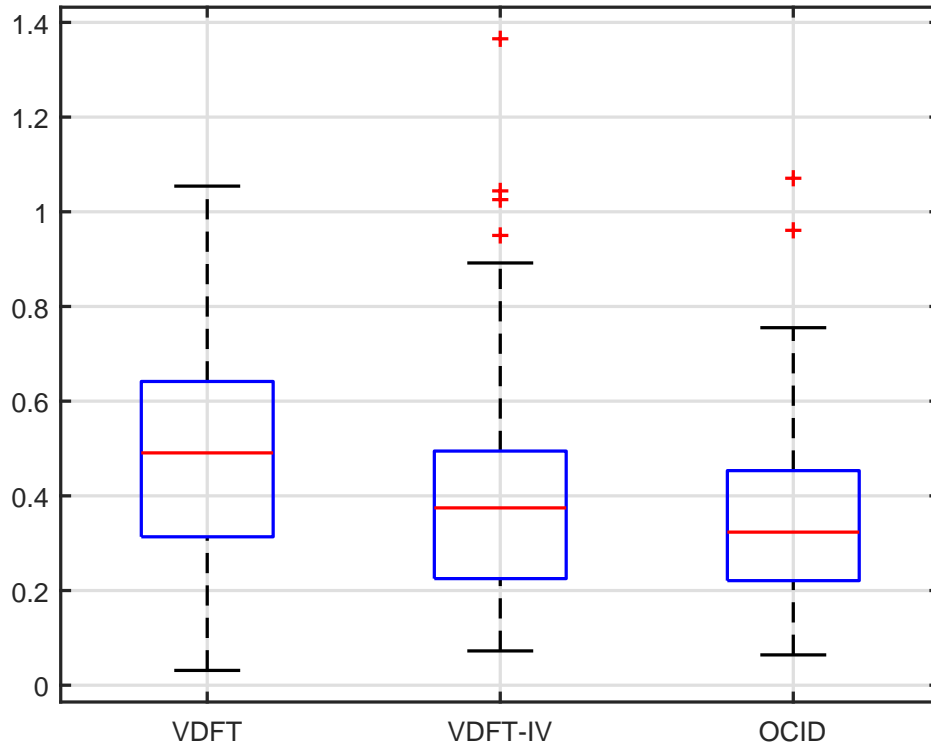
$$C_0(q) = \frac{-2,5(q-0,8)(q-0,6)}{q(q-1)}. \quad (124)$$

Deseja-se que esse sistema operando em malha fechada seja capaz de rejeitar perturbações do tipo degrau com uma dinâmica mais rápida do que a resposta natural do sistema. Para isso, um modelo de referência é especificado seguindo as instruções apresentadas na Seção 3.2.3:

- i. Uma vez que existe um zero de fase não mínima na função de transferência do



Figura 21 – Comparação do erro à resposta sem ruído obtida em um experimento Monte Carlo com o VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetos para rejeição a perturbação quando o controlador ideal não pertence à classe do controlador projetado.



Fonte: do autor.

processo, o que pode facilmente ser notado através de um ensaio em malha aberta,  $Deg[nG^+(q)] = 1$ ;

- ii. O grau relativo do sistema é dado por  $\Gamma[G(q)] = 1$ ;
- iii. O projeto de controle define rejeição a perturbação do tipo degrau, ou seja,  $l = 1$ ;
- iv. A ordem do denominador de  $Q_d(q, \eta)$  dada por (88) é igual a  $Deg[dQ_d(q, \eta)] = 4$ ;
- v. Os polos são alocados em  $p_i = 0,7$  de forma a obter uma rejeição a perturbação mais rápida do que a resposta natural do sistema;
- vi. O número de parâmetros livres no numerador do modelo de referência dado por (89) resulta em  $m = 3$ .

Dessa forma, a estrutura do modelo de referência é dada por

$$Q_d(q, \eta) = \frac{(\eta_0 q^2 + \eta_1 q + \eta_2)(q - 1)}{(q - 0,7)^4}, \quad (125)$$

Tabela 2 – Estatísticas  $\bar{x}(\sigma)$  dos parâmetros identificados pelo VDFT, pelo VDFT-VI e pelo OCI-D no caso em que o controlador ideal não pertence à classe do controlador identificado.

	<b>VDFT</b>	<b>VDFT-VI</b>	<b>OCID</b>
$\rho_0$	0,63 (0,08)	0,71 (0,25)	0,59 (0,05)
$\rho_1$	-0,56 (0,07)	-0,63 (0,22)	-0,52 (0,04)
$\eta_0$	0,03 (0,05)	0,05 (0,07)	0,03 (0,04)
$\eta_1$	0,08 (0,06)	0,06 (0,09)	0,09 (0,05)

e deseja-se sintonizar um controlador do tipo PID parametrizado linearmente como (20).

Da mesma forma que nos exemplos anteriores, um experimento Monte Carlo com 1000 rodadas é executado para avaliar o desempenho do VDFT, do VDFT com VI e do OCI-D. A cada rodada do ensaio, uma batelada de dados é coletada do sistema em malha fechada com presença de ruído na razão SNR de  $15dB$  e estimulado por uma entrada do tipo *Pseudorandom binary sequence* (PRBS) de amplitude igual a 2 com 5000 amostras, conforme apresentado na Figura 22.

Os conjuntos de dados obtidos, então, são utilizados na execução do VDFT para identificação dos parâmetros iniciais. Os parâmetros médios obtidos resultam em um controlador e um modelo de referência dados por

$$C_{vdft}(q, \hat{\rho}) = \frac{-3,5(q - 0,83)(q - 0,24)}{q(q - 1)} \quad (126)$$

$$Q_{d_{vdft}}(q, \hat{\eta}) = \frac{0,1(q - 0,26)(q - 1,19)(q - 1)}{(q - 0,7)^4}, \quad (127)$$

onde é possível observar a capacidade do VDFT em identificar o zero de fase não mínima do processo simultaneamente à sintonia do controlador.

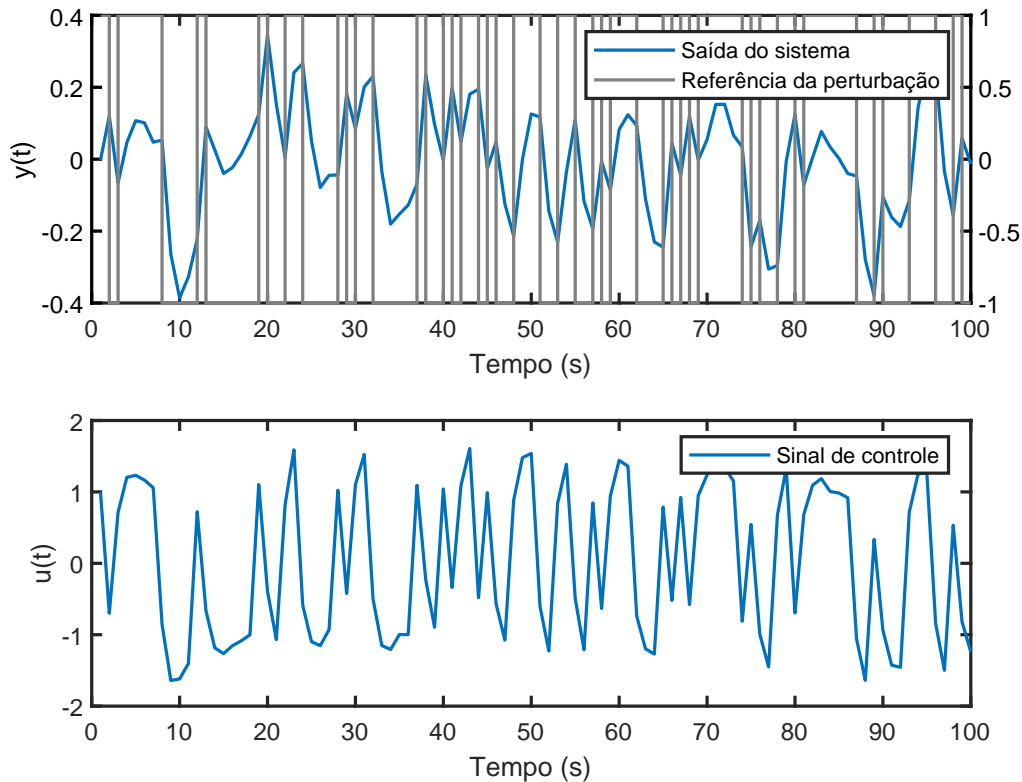
Os parâmetros médios identificados pelo VDFT, então, são utilizados para execução do OCI-D em conjunto com os dados experimentais. Com isso, um novo conjunto de parâmetros é estimado para o controlador e para o modelo de referência, sendo os resultados médios dados por

$$C_{ocid}(q, \hat{\rho}) = \frac{-5,33(q - 0,80)(q - 0,42)}{q(q - 1)} \quad (128)$$

$$Q_{d_{ocid}}(q, \hat{\eta}) = \frac{0,005(q + 21,23)(q - 1,15)(q - 1)}{(q - 0,7)^4}. \quad (129)$$

A resposta ao degrau obtida em cada sistema em malha fechada obtido nesse experimento é exibida na Figura 23, onde os desempenhos do VDFT, VDFT-VI e OCI-D são comparados às respostas iniciais e sem presença de ruído. Apesar de não ser possível observar maiores detalhes quanto à variância das estimativas, é possível observar que tanto

Figura 22 – Resposta do sistema de fase não mínima em malha fechada submetido a uma entrada do tipo PRBS para coleta dos dados.



Fonte: do autor.

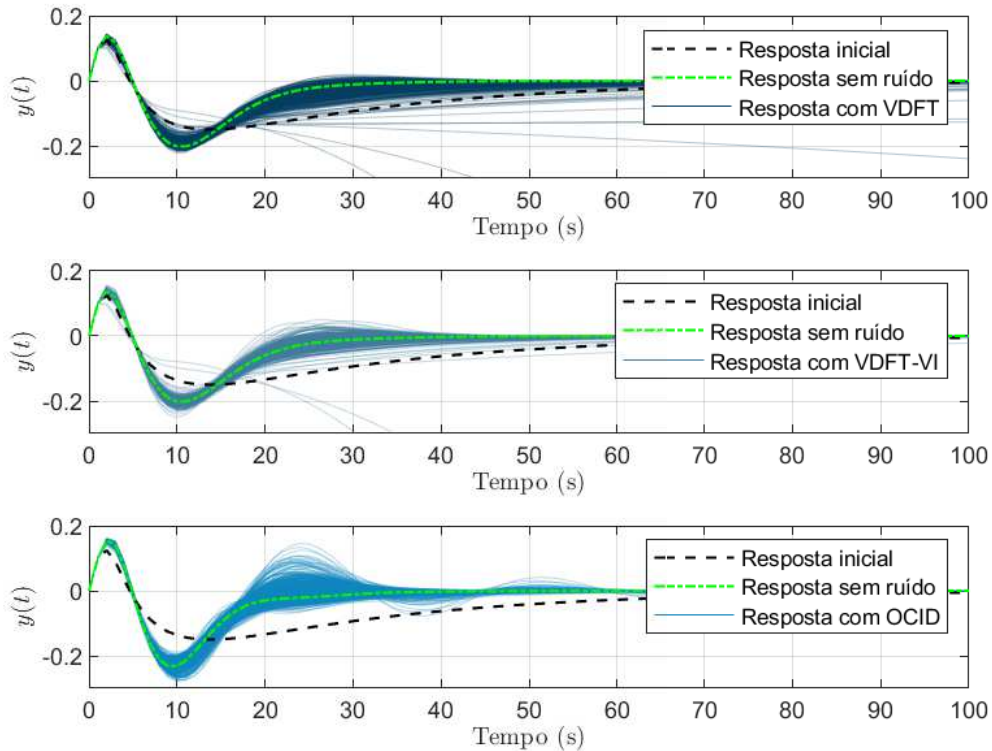
o VDFT quanto o VDFT-VI apresentam um maior número de realizações ruins em comparação ao OCI-D que instabilizam o sistema em malha fechada. Para esse exemplo, esse número representa 0,5% dos casos gerados para o VDFT e 0,3% dos casos do VDFT-VI.

Na Figura 24, por sua vez, são apresentadas as estatísticas das estimativas obtidas pelos três métodos para o caso de fase não mínima, mais uma vez avaliadas pelo custo dado em (69) que avalia o erro entre as respostas obtidas e a resposta sem ruído. Nesta, é possível observar como o OCI-D apresenta novamente os melhores resultados com menor desvio e variância em comparação aos demais, refletindo os comportamentos em malha fechada apresentados anteriormente.

Por fim, na Tabela 3, as estatísticas individuais dos parâmetros identificados são apresentadas para os três métodos avaliados no trabalho através da média ( $\bar{x}$ ) e do desvio padrão ( $\sigma$ ). Mais uma vez, é possível observar que o OCI-D apresenta um menor desvio padrão em todos os parâmetros quando comparado ao VDFT e ao VDFT-VI.

Através de todas as análises apresentadas, apesar de numericamente a diferença do OCI-D para os demais métodos parecer pequena, é possível observar que o impacto causado no sistema em malha fechada é grande. Avaliando a Figura 23, é possível observar que os desvios apresentados pelo VDFT e pelo VDFT-VI levam o sistema à instabilidade

Figura 23 – Respostas ao degrau obtidas no experimento Monte Carlo com VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetados para rejeição a perturbação de um sistema de fase não mínima.



Fonte: do autor.

Tabela 3 – Estatísticas  $\bar{x}(\sigma)$  dos parâmetros identificados pelo VDFT, pelo VDFT-VI e pelo OCI-D no caso em que o sistema apresenta um zero de fase não mínima.

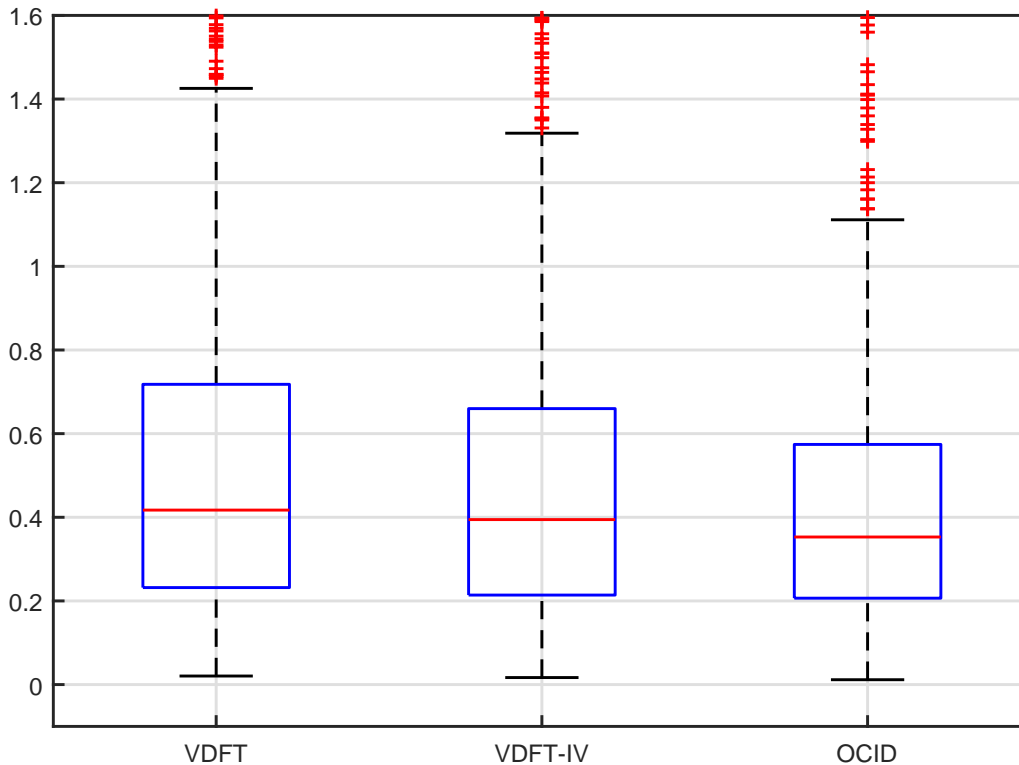
	<b>VDFT</b>	<b>VDFT-VI</b>	<b>OCID</b>
$\rho_0$	-3,50 (0,407)	-3,84 (0,372)	-5,34 (0,254)
$\rho_1$	3,74 (0,565)	4,23 (0,548)	6,56 (0,398)
$\rho_2$	-0,69 (0,250)	-0,89 (0,258)	-1,82 (0,230)
$\eta_0$	0,10 (0,003)	0,10 (0,003)	0,01 (0,003)
$\eta_1$	-0,14 (0,005)	-0,14 (0,005)	0,10 (0,004)
$\eta_2$	0,03 (0,005)	0,03 (0,005)	-0,12 (0,003)

em alguns casos quando o conjunto de dados é afetado por ruído.

## 5.4 Controlador com polo livre

Nos exemplos apresentados até aqui, a classe dos controladores PID foi utilizada devido à sua relevância no contexto industrial e devido à vantagem imposta pela sua para-

Figura 24 – Comparação do erro à resposta sem ruído obtida em um experimento Monte Carlo com o VDFT, VDFT-VI e OCI-D projetos para rejeição a perturbação em um sistema de fase não mínima.



Fonte: do autor.

metrização linear. O método desenvolvido nesse trabalho, porém, não se limita à sintonia de controladores com uma estrutura desse tipo e com polos fixos. Ao permitir a identificação de parâmetros no denominador além do numerador do controlador, por exemplo, aumenta-se a flexibilidade do sistema em malha fechada e torna-se mais fácil a correspondência da classe do controlador ideal e do controlador identificado.

Considere um sistema SISO, linear e invariante no tempo, descrito por uma função de transferência definida como

$$G(q) = \frac{0,5(q - 0,1)}{(q - 0,7)(q - 0,9)}, \quad (130)$$

operando em malha fechada com um controlador PI projetado para seguimento de referência e descrito por

$$C_0(q) = \frac{0,2(q - 0,7)}{q - 1}. \quad (131)$$

Deseja-se que esse sistema operando em malha fechada seja capaz de rejeitar uma perturbação do tipo degrau com uma dinâmica mais rápida do que a resposta em malha aberta do sistema. Seguindo mais uma vez as instruções da Seção 3.2.3, um modelo de referência pode ser especificado conforme a seguir:

- i. Uma vez que não existem zeros de fase não mínima na função de transferência do processo  $Deg[nG^+(q)] = 0$ ;
- ii. O grau relativo do sistema é dado por  $\Gamma[G(q)] = 1$ ;
- iii. O projeto de controle define rejeição a perturbação do tipo degrau, ou seja,  $l = 1$ ;
- iv. A ordem do denominador de  $Q_d(q, \eta)$  dada por (88) é igual a  $Deg[dQ_d(q, \eta)] = 2$ ;
- v. Os polos são alocados em  $p_i = 0,8$  de forma a obter uma rejeição a perturbação mais rápida do que a resposta natural do sistema;
- vi. O número de parâmetros livres no numerador do modelo de referência dado por (89) resulta em  $m = 1$ .

Com isso, a estrutura do modelo de referência para perturbação é dada por

$$Q_d(q, \eta) = \frac{\eta_0(q-1)}{(q-0,8)^2}, \quad (132)$$

e o controlador ideal definido por (78) resulta em uma expressão do tipo

$$C_d^{MD}(q) = \frac{\rho_0 q^2 + \rho_1 q + \rho_2}{(q-1)(q-\alpha_0)}, \quad (133)$$

onde  $\alpha_0$  é um parâmetro livre adicional no denominador do controlador. Essa estrutura do controlador ideal é muito próxima à estrutura de um controlador PID, tendo como diferença justamente o polo livre no denominador em adição aos parâmetros de sintonia do numerador.

Fazendo uso dessa estrutura do controlador ideal, um novo experimento Monte Carlo com 1000 rodadas é executado para avaliar o desempenho do OCI-D. A cada rodada desse ensaio, uma batelada de dados é coletada do sistema em malha fechada com presença de ruído em uma razão SNR de  $40dB$  e estimulado por uma entrada PRBS de amplitude igual a 2 com 5000 amostras.

Com esses dados coletados e parâmetros iniciais estimados pelo VDFT para um controlador PID, ou seja,  $\alpha_0 = 0$ , cujos valores médios são dados por

$$C_{vdft}(q, \hat{\rho}) = \frac{1,9q^2 - 3,1q + 1,2}{q(q-1)}, \quad (134)$$

$$Q_{dvdft}(q, \hat{\eta}) = \frac{0,49(q-1)}{(q-0,8)^2}, \quad (135)$$

o OCI-D é então executado para realizar a identificação dos parâmetros do controlador, tanto do numerador quanto do denominador, e do modelo de referência, sendo o resultado médio dado por

$$C_{ocid}(q, \hat{\rho}) = \frac{1,8q^2 - 2,88q + 1,18}{(q-1)(q-0,11)} \quad (136)$$

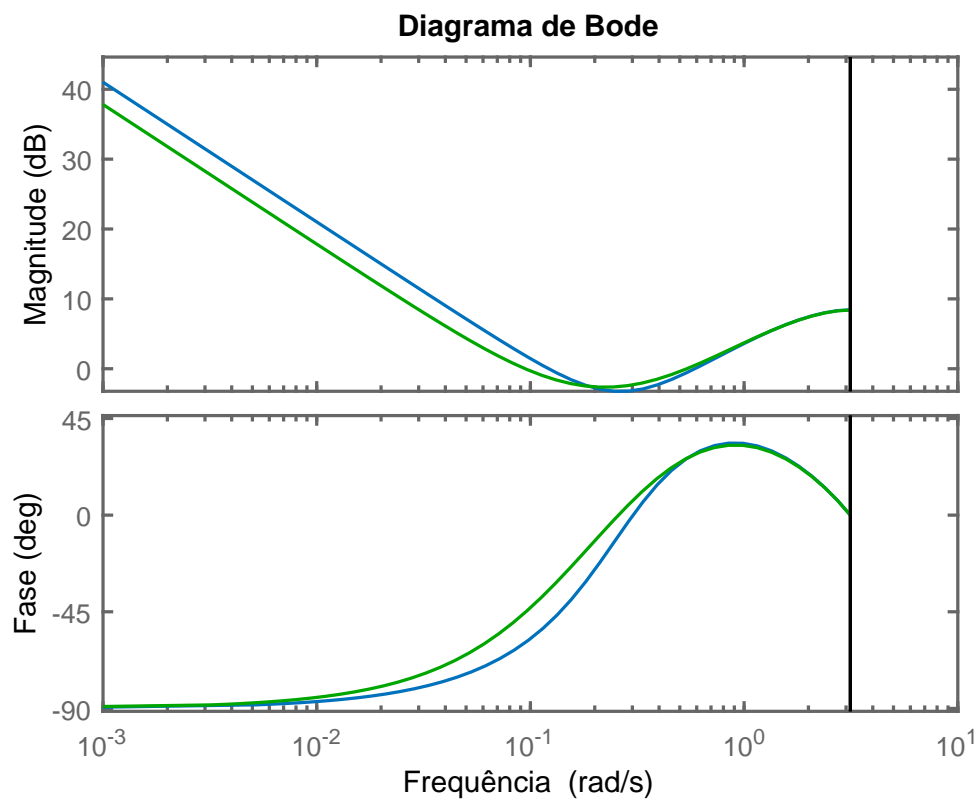
$$Q_{docid}(q, \hat{\eta}) = \frac{0,501(q-1)}{(q-0,8)^2}. \quad (137)$$

O controlador ideal, definido para a média dos modelos de referência identificados, por sua vez, é dado por

$$C_d^{MD}(q) = \frac{1,8q^2 - 2,86q + 1,13}{(q-1)(q-0,1)}, \quad (138)$$

de onde pode-se observar que os parâmetros estimados pelo OCI-D são bastante próximos dos parâmetros ideais. Essa proximidade também pode ser observada no diagrama de bode dos controladores apresentado na Figura 25, onde de fato o comportamento na frequência dos controladores identificados é bastante próximo à resposta em frequência do controlador ideal.

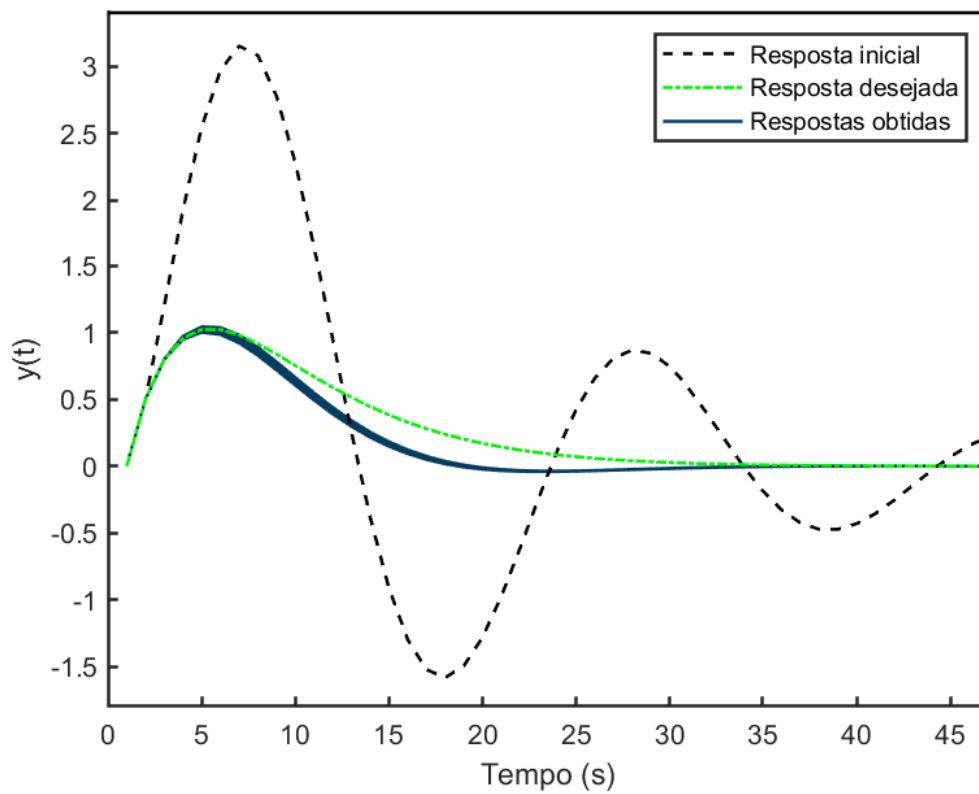
Figura 25 – Comparação dos diagramas de Bode dos controladores identificados no experimento Monte Carlo, em azul, com a resposta em frequência do controlador ideal, em verde.



Fonte: do autor.

Na Figura 26, por sua vez, a resposta ao degrau de todos os sistemas em malha fechada identificados no experimento é apresentada junto à resposta inicial do sistema e à resposta especificada pelo modelo de referência. Nesta, é possível observar que naturalmente as respostas obtidas pelo OCI-D apresentam um desempenho melhor que a resposta inicial obtida com o controlador sintonizado para seguimento de referência, e também são bastante próximas à resposta especificada pelo modelo de referência.

Figura 26 – Comparação das respostas em malha fechada dos controladores identificados no experimento Monte Carlo com a resposta desejada e com a resposta inicial do sistema no caso do projeto com controlador com polo livre.



Fonte: do autor.



## 6 CONCLUSÃO

Em inúmeros processos industriais, o problema de manter um sistema em malha fechada operando em um determinado *setpoint* mesmo quando este é afetado por distúrbios externos ou dinâmicas acopladas é tão ou mais relevante que o problema do seguimento de referência. Quando o projeto de controle não é realizado de forma dedicada à esse problema, o comportamento dinâmico em malha fechada pode ser insatisfatório. Ainda, quando o modelo de referência é definido de forma arbitrária, o resultado do projeto pode ser catastrófico.

Dessa forma, considerando a importância do projeto de controle para rejeição a perturbação e a literatura pouco extensa voltada a esse tema, esse trabalho apresenta uma alternativa de sintonia de controladores para rejeição a perturbação através do desenvolvimento de um novo método de controle baseado em dados inspirado principalmente em dois métodos *data-driven* conhecidos na literatura: o OCI, desenvolvido para o problema de seguimento de referência, e o VDFT, uma adaptação do VRFT para o problema da rejeição a perturbação.

De forma resumida, o método OCI-D foi apresentado usando como referência o método OCI. Conforme apresentado em (CAMPESTRINI, 2010), a utilização de uma estratégia baseada em erro de predição proporciona estatísticas para as estimativas que são vantajosas quando comparadas ao VRFT, que tem como ponto negativo o problema de *errors-in-variables* quando os dados do processo são afetados por ruído. A dificuldade da solução do problema de otimização do OCI-D, porém, reside na impossibilidade de isolar os parâmetros do controlador dos parâmetros do modelo de referência. Dessa forma, para que o método seja capaz de manter um critério flexível no modelo de referência, um algoritmo de otimização dedicado precisa ser utilizado visando a minimização de uma função objetivo baseada no erro de predição.

Para validar o método proposto, alguns exemplos numéricos foram executados e apresentados. Através dos resultados exibidos na Seção 5.1, é possível observar que quando o controlador ideal pertence à classe do controlador identificado, o OCI-D é capaz de identificar os parâmetros ótimos tanto para o controlador quanto para o modelo de referência. Além disso, nestas mesmas condições e considerando ainda um conjunto de dados su-

ficientemente informativo, o OCI-D apresenta melhores propriedades estatísticas, como polarização e variância, se comparado ao VDFT, tanto na sua formulação original quanto na sua versão com variável instrumental. Já quando o controlador ideal não pertence à classe do controlador identificado, situação esta apresentada na Seção 5.2, é possível observar que os parâmetros identificados pelo OCI-D apresentam um viés, mas são os parâmetros que proporcionam o comportamento em malha fechada mais próximo possível do desejado. Mesmo nessas condições, as propriedades estatísticas do método se mostram melhores que as obtidas com o VDFT e o VDFT-VI.

Outra característica de destaque do OCI-D diz respeito à flexibilidade para identificar simultaneamente os parâmetros do modelo de referência e do controlador. Nos métodos de controle baseado em dados voltados ao problema do seguimento de referência, o critério flexível precisa ser adicionado ao problema original para permitir a identificação de possíveis zeros de fase não mínima do processo, visto que caso isso não seja feito os resultados obtidos podem levar o sistema em malha fechada até mesmo à instabilidade. No OCI-D, por sua vez, devido à abordagem do método e devido à necessidade de parametrizar o modelo de referência para que este seja adequado ao sistema, o critério flexível é naturalmente inserido na identificação. Por consequência, além de garantir a identificação de um modelo de referência consistente, os parâmetros identificados apresentam um desempenho satisfatório para sistemas de fase não mínima, conforme apresentado na Seção 5.3, onde é possível observar que o OCI-D é mais robusto do que o VDFT quando os dados são afetados por ruído. Apesar de trazer pequenas variações nas estimativas, esses ajustes proporcionam um número menor de realizações ruins, conforme apresentado na Figura 23, e estatísticas ligeiramente melhores que o VDFT, conforme exibido na Figura 24.

Uma vez que o problema de otimização do OCI-D é não linear, a sua solução é mais complexa e requer na maioria dos casos a utilização de um algoritmo dedicado. Para esse algoritmo, o cálculo do gradiente é facilitado pela parametrização linear tanto do controlador quanto do modelo de referência. Todavia, isso não se constitui como uma restrição para o método, sendo possível também identificar estruturas de controladores com polos livres, por exemplo, que permitem o atendimento de critérios de desempenho mais estreitos em malha fechada. Conforme apresentado na Seção 5.4, o OCI-D é capaz de identificar tanto os parâmetros do numerador quanto do denominador destes controladores, proporcionando um comportamento em malha fechada muito próximo ao comportamento desejado.

Sob todas essas perspectivas e resultados, o OCI-D se apresenta como um método direto de controle baseado em dados para o problema da rejeição a perturbação, permitindo ainda a identificação simultânea dos parâmetros do controlador e do modelo de referência. Apesar da complexidade de solução do seu problema de otimização, conforme esperado e fundamentado no método OCI, a abordagem de identificação por erro de predição for-

nece propriedades estatísticas vantajosas ao método se comparadas a soluções obtidas com mínimos quadrados e variáveis instrumentais. Além disso, com a atual capacidade de processamento dos sistemas de controle, a solução do problema de otimização, por mais complexa que seja, não se constitui como um problema prático de implementação. Para todos os exemplos executados neste trabalho, a identificação dos parâmetros é realizada na ordem de poucos segundos. Considerando que a sintonia de um controlador usualmente não é uma ação executada em tempo real, o esforço para identificação dos parâmetros torna-se menos relevante.

Sendo o propósito deste trabalho o desenvolvimento inicial do método para validar a estratégia da solução e as propriedades das estimativas, diversas sugestões de trabalhos futuros se apresentam. Inicialmente, a formulação desenvolvida para o OCI-D é direcionada a sistemas do tipo *single-input single-output*. Todavia, em diversas aplicações industriais, existem dinâmicas acopladas entre os sistemas que dificultam a análise e o projeto de controle de forma individual. Para esses casos, uma abordagem *multiple-input multiple-output* pode ser desenvolvida, generalizando o método aqui apresentado.

Além disso, quando o controlador ideal não pertence à classe do controlador identificado, é possível observar que as estimativas do OCI-D apresentam um viés. Para corrigir esse problema e otimizar os resultados obtidos, de forma análoga ao realizado para o OCI e para o VRFT, um filtro pode ser desenvolvido e inserido no problema de otimização para reduzir este viés ou até mesmo para incluir um fator adicional de desempenho da rejeição a perturbação.

A solução do problema de otimização, por sua vez, é outro tópico passível de estudo e análise. Neste trabalho, a solução apresentada se baseia em um algoritmo com duas etapas, iniciando com um gradiente descendente para limitar a busca dos parâmetros, e partindo posteriormente para uma segunda etapa com um método de Newton. Essa solução, porém, não garante a minimização global da função objetivo do OCI-D. Logo, é possível utilizar métodos de otimização heurística, por exemplo, para tentar aprimorar os resultados obtidos na identificação. Outra ressalva pode ser feita com relação ao ponto de partida do método. Neste trabalho, o VDFT é utilizado para gerar as estimativas iniciais do OCI-D, uma vez que já se sabe *a priori* que estas estimativas proporcionam um comportamento adequado ao sistema em malha fechada. Levando em consideração a não linearidade do problema, porém, é possível que essa condição restrinja o desempenho do método a mínimos locais em torno dessa solução. Logo, outras estratégias de obtenção das estimativas iniciais dos parâmetros podem ser exploradas.

Além disso, o desempenho do OCI-D foi avaliado neste trabalho frente ao VDFT de forma a analisar o impacto do ruído no conjunto de dados. Uma vez que o primeiro apresenta uma abordagem por erro de predição, as propriedades estatísticas obtidas são mais vantajosas do que o segundo, que possui o problema de *error-in-variables* de forma análoga ao VRFT. É recomendado, porém, que o desempenho do OCI-D seja também

avaliado frente a outros métodos de sintonia para rejeição a perturbação desenvolvidos e apresentados recentemente na literatura, como o CbT.

Por fim, outra sugestão de trabalho consiste na aplicação do método apresentado neste trabalho em processos industriais reais. Apesar de já considerar ruído nos conjuntos de dados, os exemplos executados em simulação representam um ambiente muito controlado e sem as restrições que usualmente existem em um processo real. Na prática, por exemplo, o experimento para coleta de dados é mais restrito e usualmente limita-se a um degrau na entrada, podendo gerar um viés nas estimativas obtidas.

## REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas**: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. Brasil: Editora UFMG, 2007.
- ALTUS. **Curso de Introdução a Automação - Aula 01**.  
<https://www.altus.com.br/post/100/curso-de-introducao-a-automacao-5baula-01-5d>.  
 Acessado em: 21 jun. 2021, 2018.
- ASTRÖM, K.; HÄGGLUND, T. **PID Controllers**: theory, design, and tuning. USA: Instrument Society of America, 1995.
- BAZANELLA, A.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. **Data-driven controller design**: the h2 approach. Amsterdam: Springer Science & Business Media, 2012.
- BORDIGNON, V.; CAMPESTRINI, L. Improving the choice of disturbance reference model in data-driven control methods. *In*: XXII BRAZILIAN CONFERENCE ON AUTOMATIC CONTROL, 2018, João Pessoa. **Proceedings [...]** Sociedade Brasileira de Automática, 2018. p. 1–7.
- BORDIGNON, V.; CAMPESTRINI, L. Data-driven PID control tuning for disturbance rejection in a hierarchical control architecture. *In*: IFAC CONFERENCE ON ADVANCES IN PROPORTIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVE CONTROL, 3., 2018, Ghent. **Proceedings [...]** IFAC, 2018. p. 569–574.
- CAMPESTRINI, L. **Contribuições para métodos de controle baseados em dados obtidos em apenas um experimento**. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.
- CAMPESTRINI, L. *et al.* Data-driven model reference control design by prediction error identification. **Journal of the Franklin Institute**, Tarrytown, v. 354, n. 6, p. 2628–2647, 2017.
- CAMPI, M. C.; LECCHINI, A.; SAVARESI, S. M. Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers. **Automatica**, Tarrytown, v. 38, n. 8, p. 1337–1346, 2002.

CAMPOS, M. C. M. M.; TEIXEIRA, H. C. G. **Controles típicos de equipamentos e processos industriais**. Brasil: Blucher, 2006.

CHEN, C. **Linear System Theory and Design**. USA: Oxford University Press, 1984. (Oxford series in electrical and computer engineering).

CHEN, D.; SEBORG, D. E. PI/PID controller design based on direct synthesis and disturbance rejection. **Industrial & engineering chemistry research**, USA, v. 41, n. 19, p. 4807–4822, 2002.

DA SILVA, E. V. **Contribuições para métodos não iterativos de projeto de controladores baseado em dados**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

DA SILVA, R. W.; ECKHARD, D. Extension of the Correlation-based Tuning Method for Load Disturbance Rejection. *In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL (CDC)*, 58., 2019, Nice. **Proceedings [...]** IEEE, 2019. p. 8386–8391.

ECKHARD, D.; CAMPESTRINI, L.; BOEIRA, E. C. Virtual disturbance feedback tuning. **IFAC Journal of Systems and Control**, Tarrytown, v. 3, p. 23–29, 2018.

GONÇALVES DA SILVA, G. R.; BAZANELLA, A.; CAMPESTRINI, L. Automating the choice of the reference model for data-based control methods applied to PID controllers. *In: XX BRAZILIAN CONFERENCE ON AUTOMATIC CONTROL*, 2014, Belo Horizonte. **Proceedings [...]** Sociedade Brasileira de Automática, 2014. p. 1088–1095.

GUARDABASSI, G. O.; SAVARESI, S. M. Data-based simultaneous design of composite feedback-feedforward controllers: a virtual input direct design approach. *In: 1997 EUROPEAN CONTROL CONFERENCE (ECC)*, 1997, Brussels. **Proceedings [...]** IEEE, 1997. p. 382–387.

HJALMARSSON, H. *et al.* Iterative feedback tuning: theory and applications. **IEEE Control Systems**, New York, v. 18, n. 4, p. 26–41, 1998.

HUFF, D. **Identificação por meio do erro de predição aplicada ao projeto baseado em dados de controladores multivariáveis**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

JENG, J.-C.; GE, G.-P. Disturbance-rejection-based tuning of proportional–integral–derivative controllers by exploiting closed-loop plant data. **ISA transactions**, Amsterdã, v. 62, p. 312–324, 2016.

KARIMI, A.; MIŠKOVIĆ, L.; BONVIN, D. Iterative correlation-based controller tuning. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, New Jersey, v. 18, n. 8, p. 645–664, 2004.

KARIMI, A.; VAN HEUSDEN, K.; BONVIN, D. Non-iterative data-driven controller tuning using the correlation approach. *In: EUROPEAN CONTROL CONFERENCE, 2007, Kos. Proceedings [...]* New York: IEEE, 2007. p. 5189–5195.

LJUNG, L. **System identification: theory for the user**. 2. ed. Englewoods Cliff: Prentice Hall, 1999.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Brasil: LTC, 2000.

ROJAS, J. D.; BAEZA, J. A.; VILANOVA, R. Three degrees of freedom Virtual Reference Feedback Tuning design and its application to wastewater treatment plant control. *In: IFAC WORLD CONGRESS, 18., 2011. Proceedings [...]* IFAC, 2011. p. 7144–7149.

SÖDERSTRÖM, T. **Errors-in-variables methods in system identification**. Amsterdam: Springer, 2018.

SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. **System identification**. Englewoods Cliff: Prentice Hall, 1989.

SZITA, G.; SANATHANAN, C. Model matching controller design for disturbance rejection. **Journal of the Franklin Institute**, Chicago, v. 333, n. 5, p. 747 – 772, 1996.

SZITA, G.; SANATHANAN, C. A model matching approach for designing decentralized MIMO controllers. **Journal of the Franklin Institute**, Chicago, v. 337, n. 6, p. 641–660, 2000.

VOGEL-HEUSER, B.; HESS, D. Guest Editorial Industry 4.0 - Prerequisites and Visions. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, Munique, v. 13, p. 1–3, 02 2016.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. **Transactions of the ASME**, New York, v. 64, n. 11, p. 759–768, 1942.