

GUILHERME RIEGER HILLER

ESTUDO COMPARATIVO DE DIFERENTES MODALIDADES DO MÉTODO  
DA RESISTÊNCIA DIRETA NO ESTUDO DE PERFIS FORMADOS A FRIO

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Orientadores: Prof. Dr. Ignácio Iturrioz  
Prof. Dr. Gladimir de C. Grigoletti

Porto Alegre  
2009



**Universidade Federal do Rio Grande do Sul**

**Escola de Engenharia**

**Departamento de Engenharia Mecânica**

**ESTUDO COMPARATIVO DE DIFERENTES MODALIDADES DO MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA NO ESTUDO DE PERFIS FORMADOS A FRIO**

**GUILHERME RIEGER HILLER**

**ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE ENGENHEIRO MECÂNICO APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica**

***BANCA EXAMINADORA:***

**Prof. Dr. Herbert Martins Gomes  
UFRGS / DEMEC**

**Prof. Dr. Juan Pablo Raggio Quintas  
UFRGS / DEMEC**

**Prof. Dr. Jun Sérgio Ono Fonseca  
UFRGS / DEMEC**

**Porto Alegre  
2009**

à minha família.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus que nos dá sabedoria, paciência, força de vontade e que torna todas as coisas possíveis.

à minha mãe e meu irmão por estarem comigo nos bons e maus momentos de minha vida.

ao restante da minha família, tios e primos, pelo companheirismo e ajuda em momentos difíceis e de um modo especial aos meus padrinhos, *Jones e Márcia Beckert*, pelo acolhimento nos primeiros anos de minha graduação.

aos meus orientadores, *Prof. Dr. Ignácio Iturrioz* e *Prof. Dr. Gladimir Grigoletti*, pela amizade, orientação e paciência.

aos professores e colegas que, certamente, tornaram essa jornada mais tranquila e divertida.

aos amigos verdadeiros que estão distantes mas que carrego dentro do coração.

e por último, mas não menos importante, à *Pâmella Diandra Pereira*, pelo carinho, paciência, amor e momentos felizes.

Demais, meu filho, atenta:  
não há limites para fazer livros,  
e o muito estudar é enfado da carne.

*Eclesiastes 12.12*

HILLER, G. R. **Estudo comparativo de diferentes modalidades do método da resistência direta no estudo de perfis formados a frio**. 2009. 20f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

## **RESUMO**

A crescente utilização de perfis metálicos de chapa dobrada traz consigo a necessidade de cálculos cada vez mais precisos e menos complexos, daí o surgimento de distintos métodos de cálculo e grande número de trabalhos acadêmicos sobre o assunto. Dentre os vários métodos, o método da Resistência Direta se mostra mais de acordo com estas necessidades. Neste contexto, este trabalho tem por objetivo a verificação do método da Resistência Direta aliado aos métodos das Faixas Finitas e Faixas Finitas Restringidas, aplicado a um perfil cantoneira. O estudo mostrou que o uso método das faixas finitas restringidas só faz sentido dentro de uma certa faixa de comprimento de perfil, sendo que fora desta faixa ou sua utilização se torna desnecessária ou vai contra a segurança.

**PALAVRAS-CHAVES:** Perfis Formados a Frio, Método da Resistência Direta, Faixas Finitas, chapa dobrada, Faixas Finitas restringidas, Flambagem

HILLER, G. R. **Comparative study of different modalities in direct strength method for study in cold formed steel**. 2009. 20f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

#### **ABSTRACT**

The increasing use of Cold Formed Steel brings the necessity for more accurate results and a less complexity in its calculus. Hence the necessity of alternative method of analysis promotes a great number of studies on this subject. In this context there is a new alternative of analysis "The Direct Strength Method" that is a good alternative to verifying cold formed profile. The main of this work is to verify the Direct Strength Method associated with the Finite Strip Method and Constrained Finite Strip Method, applied on angle's profile. The theoretical results obtained were compared with experimental results. The theoretical and experimental result has shown a significant divergence. Probably some eccentricities motivate a low experimental collapse load. A discussion about the theoretical method is presented and the possible reason of result divergences are finally discussed

**KEYWORDS:** Cold Formed Steel, Direct Strength Method, Finite Strip Method, Thin Walled, Constrained Finite Strip Method, Buckling

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	2
2.1 Breve histórico .....	2
2.2 Equilíbrio e estabilidade .....	2
2.3 Flambagem .....	3
2.4 Fatores que influenciam a resistência de PFF .....	5
2.5 Resistência pós-flambagem .....	7
2.6 Método das larguras efetivas .....	8
2.7 Método da resistência direta .....	9
3. OBJETIVO .....	10
4. METODOLOGIA .....	10
4.1 Obtenção das cargas críticas (CUFSM – <i>Cornell University Finite Stripes Method</i> ) ....	10
4.2 Carga de colapso segundo MRD-MFF .....	11
4.3 Carga de colapso segundo MRD-MFFr .....	11
4.4 Ensaio experimental .....	11
5. RESULTADO E DISCUSSÃO .....	12
6. CONCLUSÕES .....	15
7. REFERÊNCIAS .....	16
APÊNDICE A – ROTEIRO DE CÁLCULO PELO MRD .....	17
A.1 MRD-MFF .....	17
A.2 MRD-MFFr .....	19
ANEXO A – DEFINIÇÕES MECÂNICAS PARA O MÉTODO DE FAIXAS FINITAS RESTRINGIDAS .....	21



## LISTA DE SIMBLOS

$C_w$  –

$I_i$  – Momento de inércia em relação ao eixo  $i$  ( $\text{mm}^4$ )

$LF_d$  – Fator de carregamento distorcional

$LF_l$  – Fator de carregamento local

$L_i$  – Comprimento de flambagem em relação ao eixo  $i$  (mm)

$N_{crd}$  – Carga elástica resistente referente à flambagem distorcional (kN)

$N_{crl}$  – Carga elástica resistente referente à flambagem local (kN)

$N_{ei}$  – Carga elástica de flambagem por flexão relativa ao eixo  $i$  (kN)

$N_{eit}$  – Carga elástica de flambagem por flexo-torção relativa ao eixo  $i$  (kN)

$N_{et}$  – Carga elástica de flambagem por torção (kN)

$N_{lim}$  – Carga limite resistente (kN)

$N_{nd}$  – Carga nominal resistente à flambagem distorcional (kN)

$N_{ne}$  – Carga nominal resistente à flambagem global (kN)

$N_{nl}$  – Carga nominal resistente à flambagem local (kN)

$N_y$  – Carga de escoamento da estrutura (kN)

$P_{cr}$  – Carga crítica de flambagem elástica de Euler (kN)

$b_{ef}$  – Largura efetiva (mm)

$f_{cr}$  – Tensão crítica de flambagem elástica (MPa)

$f_{max}$  – Tensão máxima admitida (MPa)

$f_u$  – Tensão última (MPa)

$f_y$  – Tensão de escoamento do material (MPa)

$k_i$  – Coeficiente de redução de comprimento de flambagem em relação ao eixo  $i$

$r_0$  – raio de giração (m)

$\lambda_d$  – Índice de esbeltez reduzido referente à flambagem distorcional

$\lambda_l$  – Índice de esbeltez reduzido referente à flambagem local

$\lambda_p$  – Índice de esbeltez reduzido

$A$  – Área da seção transversal bruta ( $\text{mm}^2$ )

$b$  – comprimento do elemento que forma a seção (mm)

$E$  – Módulo de elasticidade do material (GPa)

$F$  – Flexão

$F/T$  – Flexo-torção

$G$  – Módulo de elasticidade transversal (GPa)

$J$  – Momento de inércia torcional ( $\text{mm}^4$ )

$L$  – Comprimento de flambagem (mm)

MFF – Método das faixa finitas

MFFr – Método das faixa finitas restringidas

MRD – Método da resistência direta

PFF – Perfil formado à frio

$t$  – espessura de chapa (mm)

T – Torção

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

## 1. INTRODUÇÃO

Perfis de aço formados a frio (PFF), por apresentarem alta relação inércia/peso, relativamente a perfis clássicos, vêm sendo cada vez mais utilizados em diversos campos da engenharia. Na construção civil podemos citar pontes, galpões industriais, estruturas treliçadas, habitações, etc. Já, no que diz respeito à construção mecânica, são utilizadas em bases para motores, torres de transmissão, pontes rolantes, chassis de veículos, entre outros. As virtudes deste tipo de estrutura são a leveza e a fácil obtenção de vigas com seção transversal complexas.

Contrariamente às vantagens descritas no parágrafo anterior, os PFF por apresentarem alto índice de esbeltez dos elementos que formam a seção apresentam muita suscetibilidade a sofrer o colapso pela flambagem. Devido a esse problema, métodos diferenciados dos métodos utilizados para cálculos de perfis soldados ou laminados foram, e ainda vem sendo desenvolvidos, cita-se aqui o método das Larguras Efetivas (MLE) e o método de Resistência Direta (MRD) entre outros.

O método das Larguras Efetivas, por tratar cada elemento que forma a seção de modo separado, se torna bastante trabalhoso quanto mais complexa se torna a geometria do perfil. Devido a isso, uma alternativa a este método é o método da Resistência Direta. Esse método leva em conta a seção como um todo eliminando assim a necessidade dos cálculos iterativos do MLE, além de ser menos conservativo. O MRD está ainda em desenvolvimento e aparece como uma promissora metodologia de cálculo, tanto, que já esta incorporada como método alternativo em normas de cálculo, como exemplo se cita a NAS:2007 e a NBR 14762:2001. Sendo um método semi-empírico, o MRD, necessita de cargas críticas elásticas pré calculadas. Para determinação destas cargas pode-se utilizar métodos numéricos (CARVALHO et al., 2004, p.243) como método dos Elementos Finitos (MEF), método das Faixas Finitas (MFF), método das Faixas Finitas Restringidas (MFFr), ou analíticos como Teoria Generalizada de Vigas (GBT) proposto por Camotin e Silvestrini (2002).

Neste presente trabalho, será estudado o MRD aliado ao MFF e ao MFFr, avaliando suas diferenças e posteriormente comparando os resultados com resultados experimentais. Neste estudo será utilizado um perfil L 27x1,06 (cantoneira).

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Breve histórico

O emprego de PFF iniciou-se nos Estados Unidos e Grã-Bretanha por volta de 1850, porém sua utilização era restrita e sem informações técnicas sobre o comportamento estrutural dos mesmos.

Estudos sobre perfis de chapa dobrada tiveram seu início efetivamente em 1939 com o Prof. George Winter da *Cornell University* financiado pela *American Iron and Steel Institute* (AISI). Winter observou que o comportamento de instabilidade pode ocorrer por flexão, torção e ainda como uma combinação dos dois, flexo-torção. Os resultados desta pesquisa deram origem à primeira especificação técnica para elementos estruturais formados a frio que foi publicada pela AISI em 1946 utilizando o conceito de larguras efetivas.

Takahashi (1978) foi o pioneiro a publicar um artigo descrevendo o fenômeno de flambagem por distorção.

Schafer (1997) aponta para o fato de que tensões críticas de flambagem elástica são, em geral, inferiores a tensão de escoamento do material, pela razão que estes apresentam grande índice de esbeltez. Em 1998 Schafer e Peköz propõem o método da resistência direta com o objetivo de contornar problemas encontrados no método proposto por Winter.

A partir de 1946 houve grande impulso na utilização de perfis formados a frio, não somente na indústria de construção civil, mas também em outros setores, como na construção de estrutura de ônibus e aviões) assim como de outras estruturas mecânicas. Desde então, até 1996 varias especificações AISI foram publicadas. Recentemente foi publicada a norma norte americana – North American Specification for the Design of Cold Steel Formed Structural Members, 2001 Edition, e também a edição comentada – Commentary on the Specification (2001), válidas nos Estados Unidos, Canadá e México.

No Brasil a utilização de PFF teve início na década de 60 com a aquisição de equipamentos como dobradeiras, prensas e mesas de roletes, por algumas empresas do setor metal mecânico. A inexistência de uma norma brasileira levou os projetistas a adotarem muitas vezes normas estrangeiras. Desde então tentativas de se construir uma norma nacional (ainda baseadas em normas estrangeiras) existia para evitar a utilização da norma de estruturas metálicas formados por perfis laminados e soldados no cálculo de perfis de chapa dobrada.

Em 1997 a ABCEM (Associação Brasileira de Construção Metálica) juntamente com a USIMINAS, docentes de várias Universidades e profissionais do setor, uniram esforços para a elaboração de um texto-base para a norma brasileira. Após intensa pesquisa, buscando o embasamento teórico necessário e aliando a particularidades da construção metálica brasileira, permitiu-se a elaboração de um texto para a nova norma. O resultado de tal trabalho foi a norma brasileira NBR 14762:2001 – Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio.

Respeito aos perfis de chapa dobrada cantoneira em 2006, Chodraui, atenta para o fato de que o fenômeno de instabilidade em perfis do tipo cantoneira é dominado pelo modo de flexo-torção, sendo errônea a idéia de se considerar a menor carga crítica elástica como referente à flexão e acrescenta também que, para barras mais curtas, o efeito de imperfeições geométricas exerce grande influência na determinação da carga de colapso.

### 2.2 Equilíbrio e estabilidade

Diz-se que um sistema está em equilíbrio quando as grandezas físicas atuantes resultantes se igualam a zero. O estado de equilíbrio pode ser dividido em três tipos: estável, instável e neutro. A figura abaixo ilustra este conceito.

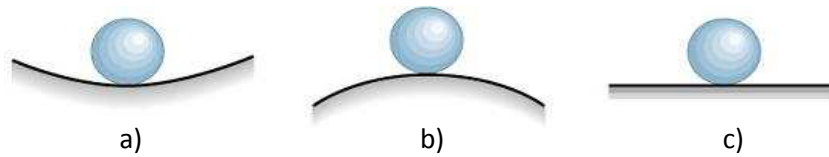


Figura 2.1 – Ilustração dos tipos de equilíbrio.

O equilíbrio estável (Fig. 2.1a) se caracteriza por: se o sistema experimentar qualquer variação nas grandezas envolvidas, retornar ao ponto original de equilíbrio. O equilíbrio neutro (Fig. 2.1b) se caracteriza quando as variações das grandezas do sistema levam a um ponto de equilíbrio diferente daquele inicial. Já no equilíbrio instável (Fig. 2.1c) essas variações experimentadas levam a um estado onde o ponto de equilíbrio não é mais encontrado pelo sistema.

Em estruturas esbeltas, como perfis formados a frio, este é um problema importante, que leva este tipo de estrutura a falhar mesmo com cargas bem abaixo do limite elástico do material, entende-se aqui por falha, quando a estrutura deixa de cumprir sua função estrutural.

Neste caso (em estruturas esbeltas), da teoria de estabilidade elástica, em estruturas submetidas à flexão ou compressão, diz-se que o equilíbrio estável é mantido enquanto a carga aplicada não atingir certa carga crítica. Se o carregamento ultrapassar esta carga, o equilíbrio passa a ser instável levando a estrutura ao colapso (falha). A esta perda de estabilidade do equilíbrio chama-se Flambagem ao passo que esta carga crítica chama-se carga de flambagem.

### 2.3 Flambagem

**Flambagem de colunas:** Flambagem é um fenômeno que ocorre em estruturas esbeltas (uma dimensão muito maior que as outras duas) sob compressão.

Considere uma barra de diâmetro  $D$ , submetida à compressão; se essa coluna tiver uma altura  $D$ , teoricamente suportaria uma carga que seria igual a sua tensão de escoamento, e não experimentaria nenhum tipo de instabilidade, agora, se essa mesma coluna tivesse uma altura igual a várias vezes seu diâmetro ela provavelmente suportaria uma carga menor do que a coluna curta, devido neste ultimo caso o colapso acontecer pela flambagem da estrutura analisada.

Euler estudou a flexão em uma viga sob compressão a partir das equações diferenciais de equilíbrio, escritas para um estado deformado, determinou a carga crítica na qual a viga flambaria (Fig. 2.2).

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.1)$$

A Equação (2.1) é a carga na qual uma viga de comprimento  $L$  flamba elasticamente e equação foi determinada considerando os apoios rotulados. Porém na pratica as vigas apresentam diferentes tipos de vinculações, sendo assim, a equação foi generalizada :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (2.2)$$

Onde  $k$  é o coeficiente que leva em conta diferentes tipos de vinculações. Os valores de  $k$  podem ser encontrados em qualquer literatura sobre o assunto.

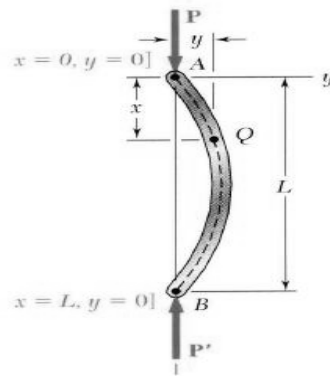


Figura 2.2 – Flambagem elástica de Euler.

**Flambagem em placas:** Sob certas condições de carregamento os elementos de placa que compõem a seção de PFF podem flambar. A análise feita para obtenção da carga de instabilidade crítica é qualitativamente similar à feita por Euler para vigas, e essa carga depende da relação largura/espessura da placa, bem como das condições de contorno. Quanto menor a espessura menor a carga crítica de flambagem.

A carga crítica é deduzida a partir de uma placa apoiada em todo seu contorno considerando, que a placa é perfeitamente plana e as cargas são aplicadas estritamente na espessura média, nenhuma mudança na geometria ocorre durante a flambagem (flambagem linear) e as cargas são cargas de peso morto, ou seja, não mudam nem a magnitude nem a direção.

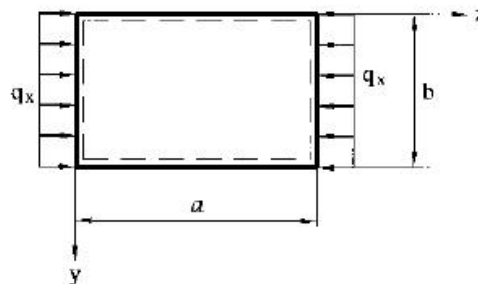


Figura 2.3 – Flambagem em placas.

Obtém-se, então, a carga crítica de flambagem elástica para placas Eq. (2.3).

$$f_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (2.3)$$

Onde o valor de k, semelhante à teoria de flambagem em vigas, depende das condições de contorno da chapa.

**Modos de flambagem :** A flambagem em PFF se apresenta em modos distintos que vão depender das características dos perfis, se são abertos, apresentam simetria dupla, simples, etc.

Globalmente podem flambar de três maneiras, por flexão, onde a seção deformada permanece idêntica a de um perfil fletido, ou seja, translada em relação a si mesma (Fig. 2.4a) e ocorre em perfis com dupla simetria, por torção, onde a deformada do perfil flambado é idêntica a de um que sofreu torção (Fig. 2.4b), caracterizada pela seção rotacionada em torno seu eixo, típica em perfis duplamente simétricos com baixa rigidez torcional e por flexo-torção,

ocorre em perfis sem eixo de simetria, é uma interação entre as duas outras formas caracterizada pelo perfil deformado estar transladado e rotacionado em relação ao não deformado (Fig. 2.4c).

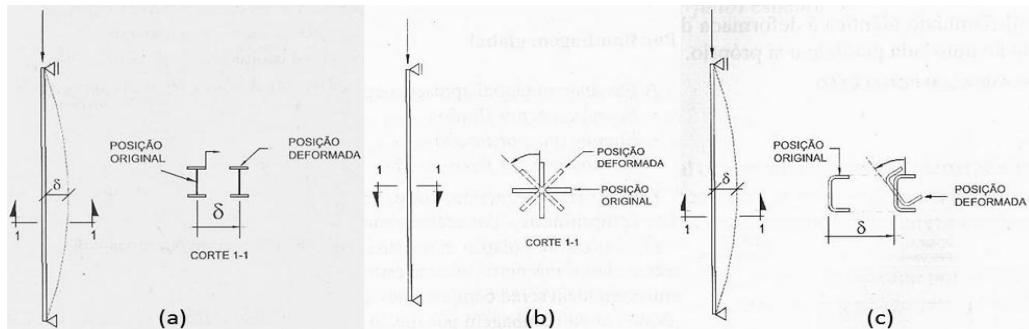


Figura 2.4 – Modos de flambagem global.

A flambagem local, como o nome já diz, ocorre localmente nos elementos de chapas da seção do perfil, e puramente se dá em perfis bastante curtos e com paredes muito finas (relação largura/espessura muito grandes), é caracterizada por formar ondulações na região do elemento longe das dobras mantendo a linha de união dos elementos reta. (Fig. 2.5a).

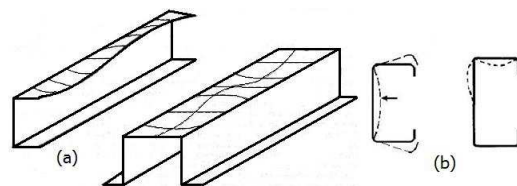


Figura 2.5 – Flambagem local(a) e distorcional (b).

O modo de flambagem por distorção ocorre quando há uma interação entre os modos de flambagem de cada elemento do perfil. Caracteriza-se pelo abaulamento da alma e conseqüente rotação das mesas do perfil (Fig. 2.5b) e ocorre em perfis que estão travados contra torção e deslocamento lateral.

## 2.4 Fatores que Influenciam a resistência de PFF

Perfis formados a frio são fabricados a partir de chapas pelos processos de dobra e perfilação. No processo de dobra o perfil é formado a partir de um punção onde este pressiona a chapa contra uma mesa que tem o ângulo de dobra formando assim, depois de sucessivas e diferentes punçoadas, o perfil desejado. A perfilação é um processo contínuo onde se faz uma tira de chapa passar por um trem de diferentes rolos que fazem diferentes dobras formando assim o perfil.

**Influência do trabalho a frio:** As propriedades mecânicas de perfis formados a frio são muito diferentes daquelas do material antes do processo de fabricação. Isso por que, operações a frio, aumentam substancialmente a resistência do material elevando a resistência ao escoamento e à ruptura, à ruptura mais do que ao escoamento. Segundo Chodraui (2006), pode-se observar um aumento da resistência na região da dobra de 28% na tensão de escoamento e 70% na tensão última para um perfil tipo U.

Se fosse varrida a seção transversal de um PFF se notaria o aumento da resistência bem na região de dobra, desde que a deformação alcança-se certo nível. Logo, as propriedades não são uniformes ao longo da seção diferindo entre a região dobrada e a plana, como observado na Figura 2.6

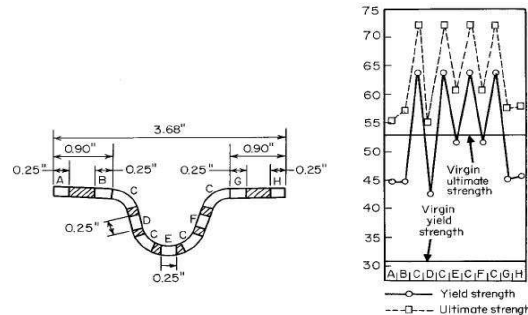


Figura 2.6 – Aumento da resistência devido ao trabalho a frio (ksi) (Fonte: Yu, 1924).

Este comportamento se deve basicamente ao processo de encruamento do material. No encruamento a deformação no material é tal que a tensão de escoamento é ultrapassada modificando a micro estrutura do material na região. Depois de retirada a carga a deformação é permanente e a tensão de escoamento sofre um aumento proporcional à deformação experimentada.

Este processo acaba, porém, diminuindo a ductilidade do material.

**Tensões Residuais:** Tensões residuais são presentes em membros estruturais, ou em quaisquer outras peças, mesmo antes de serem fabricados, pois são oriundos dos processos de obtenção da matéria prima e fabricação da peça ou componente. Algumas causas do aparecimento destas tensões são o resfriamento desigual na laminação de chapas e perfis a quente, a conformação a frio e soldagem.

Diferentemente dos perfis soldados e laminados, as tensões residuais em PFF não variam muito ao longo da espessura por esta ser muito menor se comparado aos perfis clássicos, isso é uma das razões pela qual esse tipo de perfil ter comportamento estrutural diferenciado, pois as tensões residuais predominantes têm origens diferentes. Naqueles as tensões são de origem térmica e nestes de origem mecânica (CHODRAUI, 2006).

Essas tensões causam um decréscimo à tensão de proporcionalidade do material, isto é, a máxima tensão onde podemos adotar o comportamento do material ser linear ( $\sigma_p = \sigma_y - \sigma_r$ ), levando o regime elástico a sofrer uma transição gradual até o patamar de escoamento, sendo que para tensões acima da tensão de proporcionalidade o regime elástico passa a ser elasto-plástico como pode ser observado na Figura 2.8.

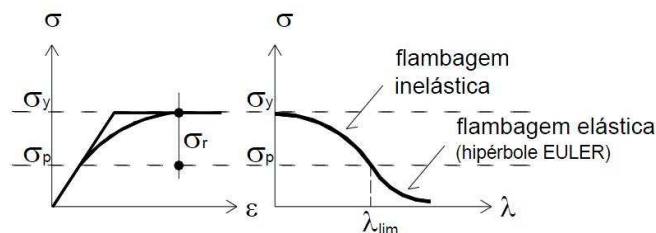


Figura 2.8 – Decréscimo na tensão de proporcionalidade.



**Imperfeições geométricas iniciais:** Esse tipo de imperfeição tem procedência do método de fabricação. A hipótese de que a barra é perfeitamente reta ao longo de seu eixo é idealizada, e sendo assim, não representa a realidade.

Portanto barras submetidas à compressão estão na verdade submetidas à flexo-compressão logo no início do carregamento e, “rigorosamente deveriam ser tratadas como um problema de segunda ordem” (CHODRAUI, 2006), ou seja, contabilizando as imperfeições geométricas iniciais. Existe, portanto, um acréscimo gradual no esforço de flexão devido a esse tipo de imperfeição.

YOUNG, em 1807, propôs uma função senoidal, que se adapta bem na maioria dos casos, para representar imperfeições iniciais ao longo do seu eixo (imperfeições globais). A amplitude desta função é da ordem de  $L/1000$  a  $L/1500$ , onde  $L$  é o comprimento da barra, sendo um valor aceitável tendo em vista dados estatísticos.

Existem discussões sobre em que grau ou como os modos de flambagem são afetados por essas imperfeições, porém fogem ao escopo do presente trabalho.

## 2.5 Resistência Pós-Flambagem

Diferentemente de colunas comprimidas que colapsam quando flambam, almas de PFF resistem a um acréscimo de carga mesmo depois de atingirem a carga crítica, a isso chama-se resistência Pós-flambagem.

Este mecanismo pode ser entendido melhor considerando uma placa como sendo uma grelha com elementos horizontais e verticais, onde os elementos verticais estão sob compressão. Pode-se dizer que os elementos horizontais “cintam” os verticais, assim, quando os verticais são comprimidos os elementos centrais flambam após a carga crítica ser alcançada pela razão de os elementos horizontais terem menor poder de amarração no centro da placa (Fig. 2.9). O mesmo não acontece com os elementos verticais das laterais pelo fato de que estes são mais fortemente amarrados pelos elementos horizontais. No momento da flambagem dos elementos verticais centrais, há uma redistribuição de tensões, ocorre uma diminuição do nível de tensões na parte central e um aumento no nível de tensões nas laterais (Fig. 2.10).

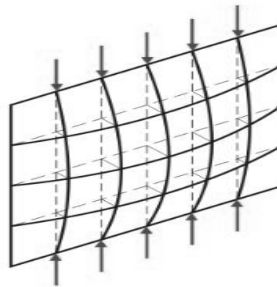
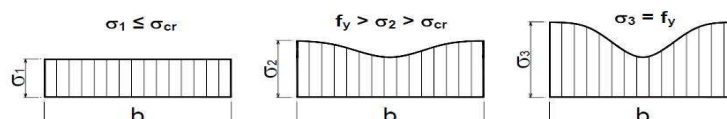


Figura 2.9 – Resistência pós flambagem.

Ao aumentar o nível de tensões, a placa continua resistindo (Definindo assim a resistência pós-flambagem) até que a tensão nas laterais atinja o escoamento levando a placa ao colapso.

Este fenômeno pode ser ilustrado em três estágios:



$\sigma_1 < f_{cr}$	$f_{cr} < \sigma_2 < f_y$	$\sigma_3 = f_y$
Distribuição uniforme de tensões.	Após atingir a tensão crítica há uma redistribuição de tensões. A tensão na borda é maior que $f_{cr}$ porém ainda não atingiu $f_y$ .	A tensão na borda atinge a tensão de escoamento: colapso.

Figura 2.10 – Redistribuição da carga no momento da flambagem local.

## 2.6 Método das Larguras Efetivas

A teoria de Von Kármán, das larguras efetivas, se baseia no princípio citado no item anterior. Von Kármán propôs substituir a distribuição de tensões não uniformes por tensões uniformes divididas em duas partes de cada lado da alma de um perfil U, por exemplo, desconsiderando a parte já flambada (parte central). Este é o conceito de **Largura Efetiva**.

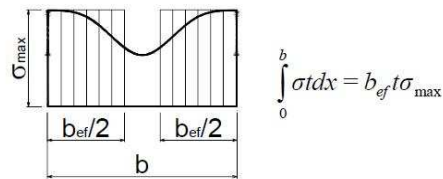


Figura 2.11 – Método das larguras efetivas

O desenvolvimento das equações abaixo não será mostrado.

$$\left(\frac{b_{ef}}{t}\right)^2 = \frac{3,615 E}{f_y} \text{ ou } b_{ef} = 1,901 t \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.4)$$

$$b_{ef} = 0.623 t \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.5)$$

Onde Eq. (2.4), representa a largura efetiva teórica para placas AA e Eq. (2.5) para placas AL propostas por Von Kármán.

Inúmeros ensaios feitos por George Winter corrigiram Von Kármán limitando  $f_y$  numa tensão máxima  $f_{máx}$  admitida na placa.

$$b_{ef} = \frac{b \left(1 - \frac{0,22}{\lambda_p}\right)}{\lambda_p} \quad (2.6)$$

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95 \sqrt{\frac{kE}{f_{máx}}}} \quad (2.7)$$

As equações (2.6) e (2.7) são adotadas pela NBR 14762:2001 para cálculo da largura efetiva.

Este método costuma a ser trabalhoso por na maioria das vezes a determinação da seção efetiva ser iterativa, o que piora quanto maior o número de elementos na seção. O aprendizado é difícil devido ao grande numero de cálculos algébricos além de ser difícil incluir o modo de flambagem distorcional (MACHADO et al., 2004, p.58).

## 2.7 Método da Resistência Direta (MRD)

A redução da resistência devido à instabilidade local dos elementos que formam a seção, em PFF, é levada em conta através do método das larguras efetivas, assim, este método é considerado um método elementar, pois necessita do cálculo de propriedades efetivas e essas propriedades são calculadas para cada elemento separadamente. Entretanto não são computadas as interações entre os elementos adjacentes da seção.

Tendo isso em vista SCHAFER e PEKÖZ (1998) propuseram o método da resistência Direta (MRD, ou DSM, do inglês *direct strength method*). Este método consiste em curvas ajustadas empiricamente pra determinar a carga de colapso do perfil. Essas curvas são, *a priori*, as mesmas utilizadas pelo método das larguras efetivas.

Sendo um método semi-empírico, o MRD leva em conta as imperfeições geométricas, os efeitos do trabalho a frio, tensões residuais e a interação entre os elementos do perfil, diferentemente do MLE. Além disso, o MRD não necessita de propriedades efetivas e é calculado levando em conta as propriedades brutas da seção.

Este método necessita das cargas elásticas de flambagem local como dados de entrada para as curvas. Essas cargas são determinadas, na grande maioria das vezes, por métodos numéricos, dentre eles o método das faixas finitas (MFF) e o método das faixas finitas restringidas (MFFr).

**Método das Faixas Finitas (MFF):** O método das faixas finitas é um método numérico em que, como se pode facilmente deduzir do nome, os elementos são como faixas ou tiras, e se pode ter como uma adaptação do método de elementos finitos.

Nesse método os elementos são modelados com quatro nós e cada nó possui quatro graus de liberdade, três translações e uma rotação em torno do eixo do perfil. O elemento assume uma função interpolação polinomial de terceiro grau na direção transversal da seção e uma função harmônica (senóide) na direção longitudinal. Tem-se então a seção transversal dividida em elementos e cada um percorre a viga ao longo do comprimento dividindo o perfil em tiras (Fig. 2.12).

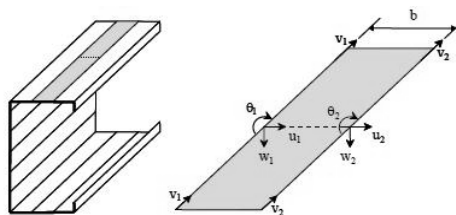


Figura 2.12 – Discretização no MFF.

Este modelo também apresenta suas limitações; é assumido que a viga é simplesmente apoiada nas extremidades e que nem o carregamento e nem a carga variam longitudinalmente. Sendo assim não é aconselhável para obtenção de cargas globais, pois não levam em conta outros comprimentos efetivos de flambagem.

**Método das Faixas Finitas Restringidas (MFFr):** Os atuais métodos de cálculo das cargas de colapso para PFF requerem o cálculo das tensões críticas de flambagem elástica e estas são geralmente calculadas através de métodos numéricos. No entanto, métodos computacionais clássicos muito pouco tem auxiliado numa melhor compreensão do fenômeno, pelo seguinte fato:

“Evidentemente, não só o valor da carga crítica é crucial, mas também o modo de flambagem, que é necessário para considerar apropriadamente o efeito das imperfeições e a possível reserva pós flambagem”, (GRIGOLETTI, 2008). Os métodos numéricos tradicionais não separam os modos de flambagem e sim fornecem a carga crítica para um determinado modo que é uma combinação de vários outros. Tendo isso em mente Ádány e Schafer (2006), propuseram o Método das Faixas Finitas Restringidas.

O MFFr se utiliza de uma série de definições mecânicas (anexo A) que por sua vez definem modos de flambagem distintos. Essas definições são implementadas dentro do contexto do MFF através de uma série de restrições na deformação experimentada pelos perfis durante a flambagem. Portanto pelo MFFr é possível fazer a decomposição dos modos de flambagem e focar os resultados em um determinado modo e obter as cargas críticas para flambagens puras.

### 3. OBJETIVO

Este estudo tem por objetivo verificar as diferenças entre valores de carga de colapso calculados a partir do MRD utilizando o MFF (MRD-MFF) e utilizando MFFr (MRD-MFFr). Vale comentar que as curvas do MRD não são calibradas para métodos que forneçam cargas críticas partir de modos desacoplados como MFFr.

Para se comparar essas diferenças utilizar-se-á, um perfil não comercial L 27x1,06 com comprimentos de  $L = 500$  mm e  $L = 800$  mm. As cargas críticas elásticas serão obtidas computacionalmente através do CUFSM, um software disponibilizado gratuitamente na internet. E finalmente será feito um ensaio experimental a título da verificação e comparação entre os resultados obtidos a partir de cada método.

### 4. METODOLOGIA

#### 4.1. Obtenção das cargas críticas (CUFSM – *Cornell University Finit Stripes Method*)

O software CUFSM é dedicado a obtenção de cargas críticas de flambagem elástica e, para tanto, se utiliza da formulação de faixas finitas. Foi desenvolvido pelos profs. Schafer e Peköz em 1998, sendo que a versão 3.12 já comporta o MFFr.

Os resultados são obtidos em função de comprimentos de meia onda, a curva obtida (Fig. 2.13) fornece as cargas críticas, em termos de fator de carga a partir de uma carga de referência, e os modos de flambagem para valores pré-determinados de meio comprimento de onda. Este software também fornece as propriedades de seção necessárias para a aplicação do MRD.

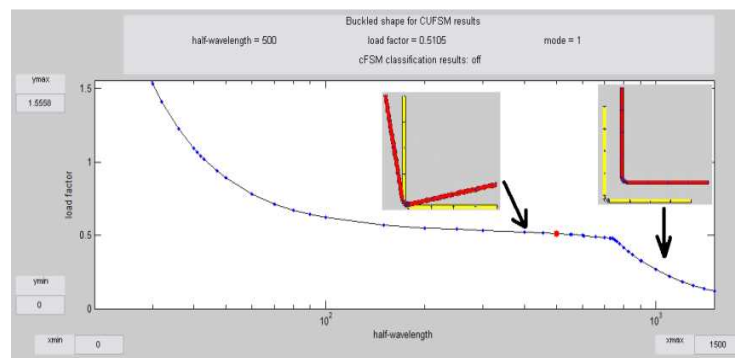


Figura 2.13 – Resultado fornecido pelo CUSFM

## 4.2 Carga de colapso segundo MRD-MFF

Este item destina-se apenas à explanação do método, o roteiro de cálculo não será aqui apresentado e sim no anexo A.

As curvas, para determinação da carga de colapso, levam em conta a interação entre os modos globais e os outros modos (local e distorcional e outros), ou seja, o quanto que um determinado modo de flambagem contribui para a falha do perfil. São necessárias as cargas de flambagem globais e das cargas elásticas, local e distorcional.

Para o cálculo da carga global utilizou-se o procedimento previsto em norma (NBR 14762:2001). Para o cálculo destas cargas não se utiliza o MFF por que este não leva em conta diferentes tipos de vinculação (ver item 2.1.7.1).

## 4.3 Carga de colapso segundo MRD-MFFr

As cargas globais são as mesmas do item acima, a diferença do MFFr se dá pelo fato de que as cargas críticas locais e distorcional são obtidas pela decomposição modal (Fig. 2.14), propiciando assim, valores, em termos de fator de carregamento (LF), para modos puros (Figs. A.2.1 e A.2.2), ver anexo A.

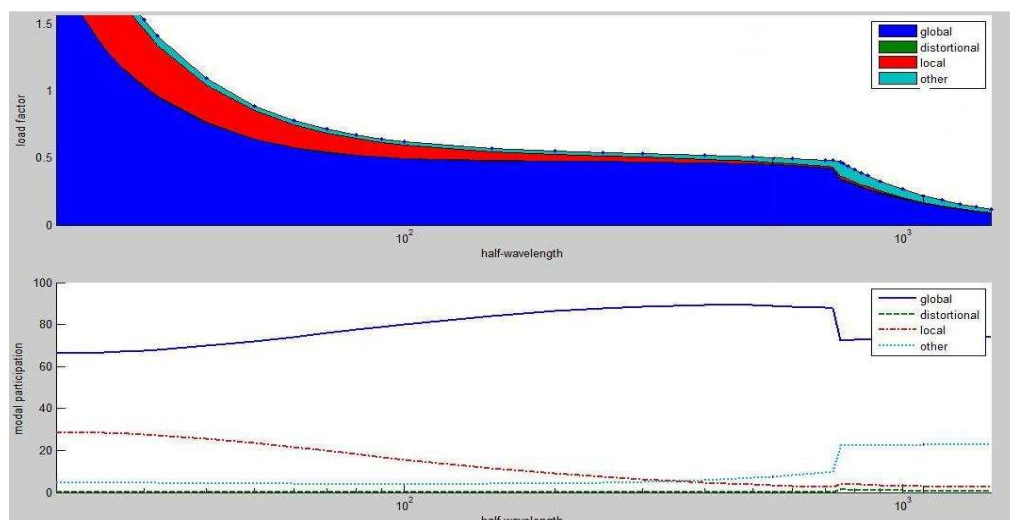


Figura 2.14 – Participação dos modos.

## 4.4 Ensaio Experimental

O equipamento para o ensaio foi fornecido pela própria universidade. Será utilizado o pórtico/prensa disponível no GMAP com capacidade de 10 kN.

Os corpos de prova foram confeccionados da mesma forma que no trabalho do Bonatto (2009). Dois comprimentos diferentes, sendo as extremidades soldadas em duas pequenas chapas de 10 mm de espessura que são acopladas a um dispositivo que permite somente rotação em torno do eixo de menor inércia (eixo 2, Fig. 2.15) restringindo inclusive rotação em torno do eixo do perfil.

Serão 6 corpos de prova ao todo.

O dispositivo que permitirá a rotação no eixo de menor inércia foi confeccionado em parceria com Gladimir Grigoletti (co-orientador), o mestrando Ricardo Bonatto e o autor do presente trabalho, seguindo os moldes de um, semelhante, utilizado no trabalho de Chodraui (2006).

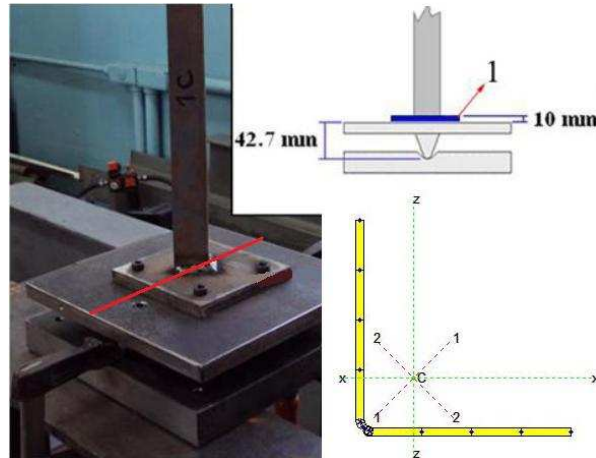


Fig. 2.15 – Posicionamento do perfil para ensaio.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Segue abaixo os resultados obtidos pelo MRD e ensaio experimental.

Tabela 2.1 – Resultado pelo MRD (kN)

L(mm)	Ne1	Ne2	Net	Ne1t	Nne	MFF		MFFr		Modo
						Nnl	Nnd	Nnl	Nnd	
<b>500</b>	153,55	9,19	6,83	5,38	4,72	<b>4,41</b>	-	<b>4,72</b>	11,47	F/T
<b>800</b>	68,65	4,11	6,83	3,44	3,02	<b>3,02</b>	-	<b>3,02</b>	11,47	F

Tabela 2.2 – Resultado experimental (em kN)

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>Média</b>
<b><math>L_B=500</math> mm</b>	<u>4,40</u> - F (30%)	3,41 - F/T (1,1%)	2,30 - F/T (31%)	3,37
<b><math>L_A=800</math> mm</b>	0,92 - F/T (42%)	<u>2,24</u> - F (42%)	-	1,58

onde F representa flambagem por flexão e F/T flambagem por flexo-torção e o valor entre parênteses o desvio em relação à média.

É visível a inconsistência, tanto no modo de flambagem, quanto nos resultados obtidos pelo ensaio experimental (Fig. 2.16 e Tab. 2.2). O desvio ultrapassou os 15% em relação à média, prevista pela norma ABNT NBR 14762, para validação do resultado.



Fig. 2.16 – Corpos de prova ensaiados.

Algumas dificuldades encontradas na realização dos ensaios experimentais, que certamente afetaram os resultados, devem ser expostas:

As dimensões do perfil, principalmente o comprimento dos elementos da seção, se mostraram inconvenientes quando se confeccionou o corpo de prova, pois dificultaram o alinhamento vertical para a correta soldagem do perfil na base, deixando a barra levemente não vertical.

O pórtico é totalmente mecânico, portanto teve-se que controlar a velocidade de aplicação da carga manualmente.

Alguns outros fatores não determinados também dificultaram o alinhamento para se obter o ensaio de compressão centrada, além da indeterminação no posicionamento dos centróides da base e do perfil.

Sendo assim, pela inconsistência do resultado experimental, não é possível a comparação com os obtidos pelo MRD. Mas cabem aqui alguns comentários.

O ensaio mais coerente, ou seja, aquele onde se conseguiu um melhor alinhamento vertical do perfil apresentou o resultado mais próximo do calculado, isso para os dois comprimentos. Porém, para o comprimento de 500 mm o modo diferiu daquele obtido pelo CUFMSM (Fig. 2.13). Vale aqui comentar que existe uma discussão entre estudiosos sobre o modo de flambagem de cantoneiras (Chodraui 2006) onde se comenta que o modo, nesta região de comprimento, não é bem definido.

Os resultados de Bonatto (2009) mostram que o comprimento de 450 mm apresentou flexo-torção e o de 550 mm flexão. Como se pode ver na figura 2.16, o modo, para  $L = 500$  mm, não foi único, caracterizando indefinição.

Quanto a comparação entre MFF e MFFr vemos que (ver tabela 2.1) realmente o MFFr é menos conservativo (GRIGOLETTI, 2008 apud SCHAFFER, 2006) por apresentar uma maior carga de colapso. Cerca de 6,4% maior para o perfil de menor comprimento e teoricamente nenhuma diferença para o perfil de maior comprimento.

Bonatto (2009) utilizou perfis de mesma seção em sua dissertação, sendo assim, comparou-se o resultado teórico com o seu experimental.

A figura 2.17 traz os resultados do experimental feito por Bonatto (2009) e resultados calculados pelos dois métodos.

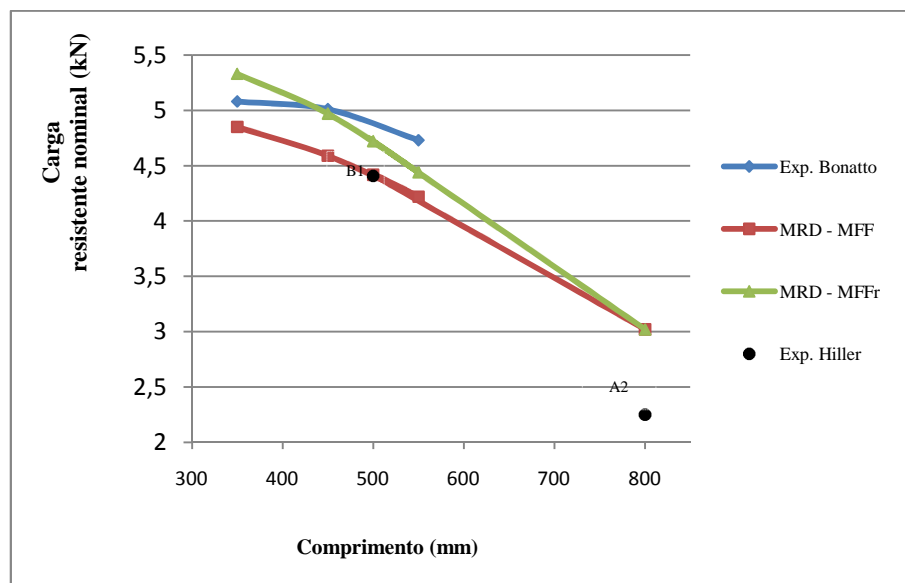


Fig. 2.17 – Gráfico comparativo entre métodos e resultados.

A figura acima aponta que para o comprimento menor o MRD-MFFr, *em suma* menos conservativo, fornece uma carga resistente maior que o experimental, o que não se verificou nos perfis de maior comprimento, onde realmente se mostrou com melhores resultados (mais próximos ao experimental) comparado ao MRD-MFF.

Nota-se, também uma intersecção entre as linhas do MRD-MFF e MRD-MFFr à medida que se aumenta o comprimento do perfil, apontando um comprimento limite onde a discrepância entre os resultados de cada método deixa de existir. Isso pode ser melhor observado nos dados da Tab. 2.1 onde para o comprimento de 800 mm não existe diferença de resultado para Faixas Finitas e Faixas Finitas Restringidas. Provavelmente este ponto de intersecção se dá em um comprimento menor que 800 mm (estudado), e a partir daí as curvas se sobrepõem.

Outro ponto importante é a intersecção entre a linha de resultado experimental e MRD-MFFr que mostra que para valores pequenos a partir de um certo comprimento o método das Faixas Finitas Restringidas vai contra a segurança fornecendo uma carga resistente acima da que o perfil realmente suportaria.



## 6. CONCLUSÕES

O Método das Faixas Finitas Restringidas forneceu melhores resultados se comparado ao Método das Faixas Finitas, mas isso só dentro de uma faixa de comprimentos, como mostraram os resultados do gráfico na figura 2.16. Sendo assim, consegue-se determinar essa faixa que vai do valor onde há intersecção das curvas experimental e MRD-MFFr até os valores onde as curvas do MRD-MFF e MRD-MFFr se interceptam. Porém, essa afirmação não é definitiva levando e conta o fato de que o perfil cantoneira não é pré-qualificado para as curvas do Método da Resistência Direta, ainda que, os resultados obtidos pelo MRD (tanto pelo MFF quanto pelo MFFr) se mostraram coerentes em termos de magnitude de carga, se comparados ao experimental.

Vale salientar que as afirmações acima se referem somente ao perfil analisado, as não excluem a possibilidade de comportamento semelhante por outros tipos de perfis.

Quanto ao ensaio experimental, recomenda-se máxima atenção na confecção dos corpos de prova e no alinhamento vertical dos perfis no pórtico de ensaio. Aconselha-se a construção de um gabarito que permita a certeza de que os corpos de prova estão realmente soldados na vertical.

## 7. REFERÊNCIAS

BONATTO, R. **Estudo do comportamento estrutural e otimização estrutural de cantoneiras de aço formadas à frio.** 2009. 103 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

CARVALHO, Paulo Roberto M. ... [et al.], **Curso básico de perfis formados a frio.** Porto Alegre, 2004. 330p.; 23cm

CHODRAUI, G. M. B. **Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão.** 2006. 294 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

CHODRAUI, G. M. B. **Flambagem por distorção da seção transversal em perfis formados a frio submetidos à compressão centrada e à flexão.** 2003. 173 f. Dissertação (Mestra-

do em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

GRIGOLETTI, G. C. **Otimização via algoritmo genéticos de perfis U formados à frio submetidos à compressão utilizando o método da resistência direta.** 2008. f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

MAIA, W. F. **Sobre a estabilidade de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão.** 2008. 181 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

SCHAFER, B. W., ÁDÀNY, S., 2006. “**Buckling Analysis of Cold-Formed Steel Members Using CUFSM: Conventional and Constrained Finite Strip Methods**”, Proceeding of the Eighteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Orlando, Florida, October.

SILVESTRE, N., CAMOTIN, D. **First-order generalized beam theory for arbitrary orthotropic materials.** *Thin-Walled structures*, v.40, p. 755-789, 2002

YU, W. W., 2000. “**Cold-Formed Steel Design**”. 3 ed. New York: John Wiley & Sons. 756p.

## APÊNDICE A – ROTEIRO DE CÁLCULO PELO MRD

É apresentada aqui a metodologia de cálculo dos resultados obtidos no item 4 comentários e apontamentos são feitos no item 5.

O perfil utilizado para estudo (L 27x1,06):

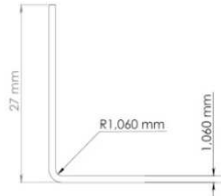


Figura A.1 – perfil estudado

Com espessura e raio  $t = r = 1,06$  mm lado 27 mm e comprimentos  $L=550$  mm e  $L=1100$  mm.

### A.1 MRD-MFF

As curvas do MRD fornecem as cargas de colapso levando em conta a interação entre os modos de flambagem, sendo assim, é necessário o cálculo prévio das cargas críticas elásticas globais, local e distorcional. Para tanto se utiliza o software CUFSM.

Tanto o MFF como o MFFr fornecem essas cargas considerando apenas apoios rotulados nas extremidades do perfil, sendo esses método úteis para cargas elásticas locais e distorcionais, que não dependem das condições de vinculação, então, na maioria dos casos, é necessária a obtenção das cargas globais através de outros métodos. Neste trabalho são analisados perfis com liberdade de rotação somente em torno do eixo de menor inércia ( $K_y = 1$ ), a torção em torno do outro eixo e a rotação são restringidas ( $K_x = K_t = 0,5$ ). Para contabilizar condições como estas, o cálculo das cargas elásticas globais é, geralmente, feito através de norma, que prevê diferentes tipos de vinculação. Utilizou-se a NBR 14762:2001.

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} \quad (\text{A.1})$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (\text{A.2})$$

$$N_{et} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L_t)^2} + GJ \right] \quad (\text{A.3})$$

$$N_{ext} = \frac{N_{ex} + N_{et}}{2 \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{r_0} \right)^2 \right]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ex}N_{et} \left[ 1 - \left( \frac{x_0}{r_0} \right)^2 \right]}{(N_{ex} + N_{et})^2}} \right] \quad (\text{A.4})$$

onde  $N_{ex}$ ,  $N_{ey}$ ,  $N_{et}$ ,  $N_{ext}$ , são as cargas globais de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo  $x$ , ao eixo  $y$ , torcional e por flexo-torção, respectivamente. Ao menor valor obtido atribui-se a carga elástica de flambagem  $N_e$ .

Para obtenção da carga nominal, para flexão e flexo-torção, aplica-se um fator de redução (Eq. A.6) função do índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global (Eq. A.5).

$$\lambda_0 = \left( \frac{A f_y}{N_e} \right)^{0,5} \quad (\text{A.5})$$

$$N_{ne} = 0,658 \lambda_0^2, \text{ para } \lambda_0 \leq 1,5 \quad (\text{A.6a})$$

$$N_{ne} = \frac{0,877}{\lambda_0^2}, \text{ para } \lambda_0 \geq 1,5 \quad (\text{A.6b})$$

Para as propriedades relativas à seção do perfil necessárias aos cálculos, utiliza-se os fornecidos pelo CUFSM:  $A = 56,5 \text{ mm}^2$ ,  $I_x = 6954,48 \text{ mm}^4$ ,  $I_y = 1665,56 \text{ mm}^4$ ,  $J = 21,162 \text{ mm}^4$ ,  $C_w = 4,0734 \text{ mm}^6$ ,  $r_0 = 12,34 \text{ mm}$ ,  $x_0 = y_0 = 0,032 \text{ mm}$ . Os dados relativos ao material foram obtidos por ensaio de tração por Bonatto (2009),  $f_y = 226,1 \text{ MPa}$ ,  $f_u = 325,2 \text{ MPa}$ ,  $E = 205 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,29$  e  $G = 79457,36 \text{ MPa}$ .

Substituindo estes valores e  $L = L_x = L_y = L_t = 500 \text{ mm}$  nas equações A.1 a A.4 temos que a flambagem ocorre por flexo-torção, pois resulta no menor valor:  $N_{ex} = 153,555 \text{ kN}$ ,  $N_{ey} = 9,193 \text{ kN}$ ,  $N_{et} = 6,833 \text{ kN}$ ,  $N_{ext} = \mathbf{5,385 \text{ kN}}$ , logo, corrija-se este valor (Eq. A.5 e A.6a) e obtém-se a carga nominal de flambagem  $N_{ne} = 4,722 \text{ kN}$ .

De posse da carga global, o próximo passo é aplicar as equações do MRD (Eq. A.7 a Eq. A.15), para tanto é necessário as cargas elásticas, local e distorcional, se houver, obtidas aqui pelo CUFSM (ver item 2.3.1). A figura 2.13 exibe a curva para os fatores de carregamento função do comprimento de onda. Para o comprimento de 500 mm,  $LF_l = 0,5142$ , que resulta na carga de flambagem local  $N_{crl} = 6,566 \text{ kN}$  (Eq. A.7). Note que a curva da Fig. 2.13 não mostra fator de carregamento para o modo distorcional, pois este não se aplica a este tipo de perfil.

$$N_{crl} = f_y \cdot A \cdot LF_l \quad (\text{A.7})$$

$$\lambda_l = \sqrt{N_{ne} / N_{crl}} \quad (\text{A.8})$$

$$N_{nl} = N_{lim}, \text{ para } \lambda_l \leq 0,776 \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{N_{nl}}{N_{lim}} = \left( \frac{N_{crl}}{N_{lim}} \right)^{0,4} \left( 1 - 0,15 \left( \frac{N_{crl}}{N_{lim}} \right)^{0,4} \right), \text{ para } \lambda_l > 0,776 \quad (\text{A.10})$$

$$N_{crd} = f_y \cdot A \cdot LF_d \quad (\text{A.11})$$

$$N_y = A \cdot f_y \quad (\text{A.12})$$

$$\lambda_d = \sqrt{N_y / N_{crd}} \quad (\text{A.13})$$

$$N_{nd} = N_y, \text{ para } \lambda_d \leq 0,561 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{N_{nd}}{N_y} = \left( \frac{N_{crd}}{N_y} \right)^{0,6} \left( 1 - 0,25 \left( \frac{N_{crd}}{N_y} \right)^{0,6} \right), \text{ para } \lambda_d > 0,561 \quad (\text{A.15})$$

Aplicando estes valores nas equações A.8 e A.10 chega-se a um valor de carga nominal de flambagem local  $N_{nl} = 4,418 \text{ kN}$ .

Para o perfil com comprimento  $L = 800$  mm, os mesmos valores de propriedades de seção, material, condições de contorno, modificando somente o valor do comprimento. Logo, obtemos  $N_{ex} = 68,654$  kN,  $N_{ey} = 4,110$  kN,  $N_{et} = 6,831$  kN,  $N_{ext} = 3,444$  kN. A flambagem se dá por flexo-torção (menor valor calculado,  $N_{ext}$ ). Para correção aplica-se as equações A.5 e A.6b corrigindo para o valor nominal  $N_{ne} = 3,020$  kN.

Para a aplicação do MRD, temos o valor de  $LF_l = 0,4134$ , porém, este valor se refere a flambagem global e pela metodologia (como já comentado) não se aplica. Como a curva Fig.2.13 não apresenta mínimo local, toma-se então o menor valor de  $LF_l = 0,4803$  (Maia, 2008). Substituindo então os valores nas curvas MRD (Eqs. A.7, A.8 e A.9), chega-se a um valor nominal de carga de flambagem  $N_{nl} = 3,020$  kN.

## A.2 MRD-MFFr

As equações para cálculo pelo método das faixas finitas restringidas são as mesmas utilizadas para o MFF, a diferença esta na obtenção das cargas críticas locais e distorcionais. Essas cargas são obtidas pelos fatores de carregamento na curva MFF (Fig. 2.13) tomados pelos mesmos comprimentos de meia onda para modos puros obtidos pelo MFFr (Fig. A.2.1 e A.2.2) (GRIGOLETTI, 2008 apud SCHAFER, 2006)

Decompondo a curva geral obtida (Fig. 2.14) em modos distintos, observa-se a contribuição de cada modo para a flambagem real.

Então, para o modo local puro obteve-se um  $LF_l = 1,04$  (Fig. A.1) com  $\frac{\lambda}{2} = 42$  mm e para o distorcional puro  $LF = 1,676$  (Fig. A.2) com  $\frac{\lambda}{2} = 28$  mm .

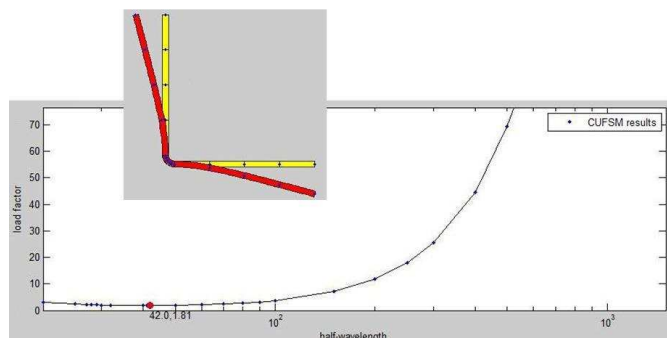


Figura A.2.1 – Curva de flambagem para modo local puro

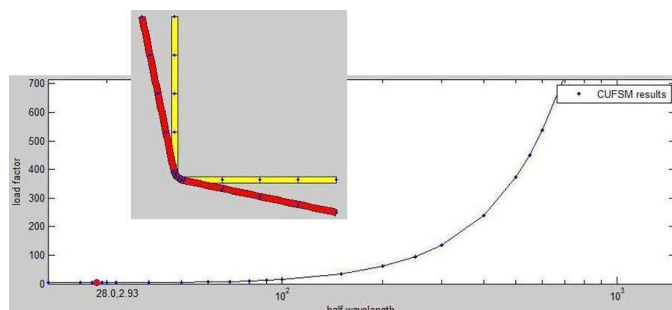


Figura A.2.2 – Curva de flambagem para modo distorcional puro

Estes valores serão tomados para os dois comprimentos de perfil, pois o mínimo se dá antes de 500 mm e 800 mm. As cargas globais já foram calculadas no item anterior. Seguindo

a mesma metodologia anterior obtemos para  $L = 550$  mm, utilizando as equações A.8, A.9, A.13 e A.15, valores de  $N_{nl} = 4,722$  kN e  $N_{nd} = 11,476$  kN.

Da mesma forma para o perfil  $L = 800$  mm ,  $N_{nl} = 3,020$  kN e  $N_{nd} = 11,476$  kN.

## ANEXO A – DEFINIÇÕES MECÂNICAS PARA O MÉTODO DE FAIXAS FINITAS RESTRINGIDAS

Retirado da Tese de Grigoletti (2008)

A separação dos modos de deformação global (G), distorcional (D), local (L) e outros (O) são feitas em função dos três critérios a seguir:

### Critério 1:

Hipóteses de Vlasov:

- (a)  $\gamma_{xy} = 0$  (não existem deformações de corte (distorções) no plano da chapa (faixa)),
- (b)  $\varepsilon_x = 0$  (não existem deformações específicas transversais no plano da chapa), e
- (c)  $v = f(x)$  (deslocamento na direção longitudinal - eixo  $y$ ) é função linear de  $x$  dentro da parte plana (entre duas dobras), permitindo o empenamento.

### Critério 2:

Empenamento longitudinal:

- (a) o deslocamento do empenamento ( $v$ ) não é igual a zero ao longo de toda a seção transversal<sup>1</sup>, o que implica que  $\varepsilon_y \neq 0$  já que  $\varepsilon_y = \partial v / \partial y$ , e
- (b) a seção transversal está em equilíbrio transversal.

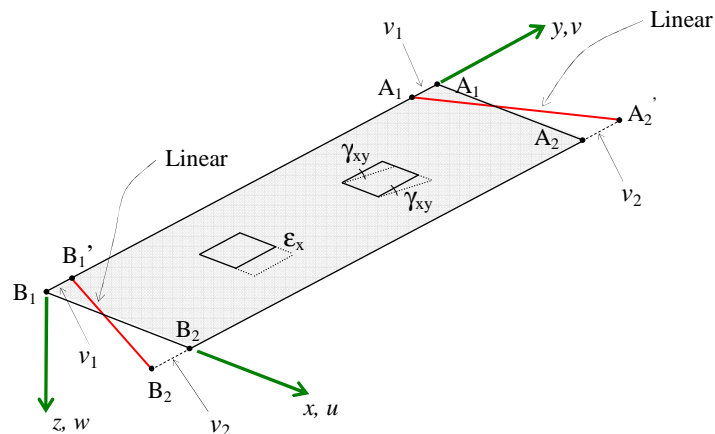


Figura 14: Elemento de chapa mostrando as deformações ( $\gamma_{xy}$ ,  $\varepsilon_x$  e  $v$ ) relacionadas ao critério 1

### Critério 3: Seção indeformada

Curvatura (no plano  $xz$ )  $\kappa = 0$  (não existe flexão transversalmente - a seção transversal permanece rígida).

<sup>1</sup> É importante ressaltar que o critério 1, embora permita o empenamento, não exclui a possibilidade de que o mesmo seja nulo. Já no critério 2 o empenamento tem que ser obrigatoriamente  $\neq 0$ .



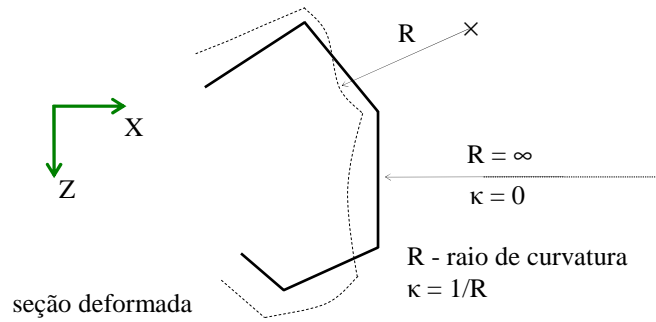


Figura 15: Seção transversal deformada e seção transversal indeformada

Tabela 3 - Critérios para a classificação modal

Critérios	Modos			
	Global	Distorcional	Local	Outros
Critério 1 - Hipóteses de Vlasov	Sim	Sim	Sim	Não
Critério 2 - Empenamento longitudinal	Sim	Sim	Não	-
Critério 3 - Seção indeformada	Sim	Não	-	-

**Modo global (G)** - é aquele cujas deformações satisfazem os três critérios acima.

**Modo distorcional (D)** - são aqueles modos que satisfazem os critérios 1 e 2, mas não satisfazem o critério 3 (ocorre flexão transversal).

**Modo local (L)** - são aqueles modos de deformação que satisfazem o critério 1, mas não o critério 2 (não ocorre o empenamento longitudinal). O critério 3 é irrelevante.

**Modo outros (O)** - são aqueles que não satisfazem o critério 1 (contém todos os campos de deformação possíveis onde a deformação de corte de membrana e/ou a deformação transversal de membrana não é nula).

Estas condições de restrição foram implementadas por Ádány, 2004, dentro do contexto do MFF convencional, como matrizes de restrição explícitas proporcionando então, a decomposição desejada das deformações de flambagem da barra.