

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Flávia de Souza Burin

**MODELAGEM DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE
CABOS SUSPENSOS ATRAVÉS DE MÉTODOS ANALÍTICOS
E NUMÉRICOS**

Porto Alegre
julho 2010

FLÁVIA DE SOUZA BURIN

**MODELAGEM DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE
CABOS SUSPENSOS ATRAVÉS DE MÉTODOS ANALÍTICOS
E NUMÉRICOS**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil

Orientador: Ruy Carlos Ramos de Menezes

Porto Alegre
julho 2010

FLÁVIA DE SOUZA BURIN

**MODELAGEM DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE
CABOS SUSPENSOS ATRAVÉS DE MÉTODOS ANALÍTICOS
E NUMÉRICOS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 1 de julho de 2010

Prof. Ruy Carlos Ramos de Menezes
Dr. Techn. pela Universidade de Innsbruck, Áustria
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ruy Carlos Ramos de Menezes (UFRGS)
Dr. Techn. pela Universidade de Innsbruck, Áustria

Eng. Wilson de Oliveira Simão
Engenheiro Civil pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Enga. Vanessa Letícia Pereira Dreher
Engenheira Civil pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a meus pais, Flavio e Eglai, em reconhecimento ao incentivo e suporte incondicional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, ao Prof. e amigo Ruy Carlos Ramos de Menezes, orientador deste trabalho, que dedicou tempo e paciência a mim e pela boa vontade em ensinar sempre apresentada, mesmo estando constantemente comprometido com outros projetos e compromissos.

Agradeço à professora Carin pela dedicação, disponibilidade e competência em assumir a responsabilidade como coordenadora dos trabalhos de diplomação do nosso curso.

Agradeço aos meus pais, Flavio e Eglai, que sempre me incentivaram, apoiaram e que nunca mediram esforços para que eu pudesse concluir meus estudos da melhor forma possível.

Agradeço ao meu grande amigo Levi que, mesmo em meio a tantos compromissos e alguns momentos de ausência, esteve sempre pronto para me apoiar e auxiliar sempre que necessário.

Agradeço às amigas Mariana e Marina, sempre presentes tanto nos momentos de diversão, e descontração, como nos momentos em que mais precisei de amparo.

O essencial é invisível para os olhos.

Antoine de Saint-Exupéry

RESUMO

BURIN, F. S. **Modelagem do comportamento mecânico de cabos suspensos através de métodos analíticos e numéricos**. 2010. 72 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

O presente trabalho tem por escopo a comparação de modelos analíticos e numéricos para obtenção da resposta estrutural, em termos de trações, flechas e deslocamentos, de cabos para alguns carregamentos típicos. Nessa abordagem, faz-se a descrição de causas de efeitos não-lineares, geométricos e físicos que devem ser considerados na análise de tal tipo de elemento estrutural. As situações examinadas neste trabalho são aquelas usualmente encontradas em linhas de transmissão de energia elétrica, nas quais os cabos estão suspensos entre dois pontos de fixação, nivelados ou não. Como os cabos de linhas de transmissão têm a finalidade de transmitir energia, eles são geralmente formados de fios de alumínio e de aço. Enquanto que o alumínio tem a finalidade de condução da energia, o aço desempenha o papel de proporcionar resistência estrutural. Assim, avalia-se também o aspecto da modelagem de elementos compostos de vários fios e de diferentes materiais através de um elemento único. Aqui, as comparações foram feitas em dois casos diferentes: um de vão único e nivelado, e outro de vãos múltiplos e desnivelados. Estes dois casos foram submetidos à incidência de vento e a variação de temperatura. Posteriormente aplicaram-se as ferramentas analíticas e as numéricas a estes dois casos (com as condições de carregamento variando) com o intuito de comparar os valores de flechas e trações encontradas. Também se variou o comportamento do cabo: hora considerou-se o seu comportamento linear, hora o comportamento não-linear. Os valores encontrados foram comparados, como já esperado, no caso de vão único e nivelados o erro relativo entre os métodos foi praticamente zero; no caso dos vãos múltiplos e desnivelados este erro também foi pequeno, mas um pouco maior do que no caso anterior, devido a necessidade de calcular-se o vão básico para se obter os parâmetros pelo método analítico.

Palavras-chave: cabos suspensos; modelagem de cabos; modelos analíticos de cabos; modelos numéricos de cabos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: exemplos de uso de cabos suspensos – teleférico (à esquerda), estaiamento de torre e cabo condutor da LT (à direita)	12
Figura 2: estaiamento de ponte – Ponte Octávio Frias de Oliveira-Brasil (à esquerda) e Viaduto de Milau-França (à direita)	12
Figura 3: representação das etapas de trabalho	16
Figura 4: principais elementos das linhas de transmissão	19
Figura 5: configurações de cabos homogêneos – alumínio	21
Figura 6: configuração de cabos heterogêneos – alumínio e aço	21
Figura 7: detalhe da formação do cabo	22
Figura 8: peso próprio do cabo representado por função parábola	29
Figura 9: peso próprio do cabo representado por função catenária	29
Figura 10: elementos da curva do cabo suspenso em função da catenária	30
Figura 11: efeito da pressão de vento sobre os condutores	35
Figura 12: representação esquemática método Newton-Raphson	40
Figura 13: cabo suspenso entre suportes (1 e 2) com alturas diferentes.....	43
Figura 14: posicionamento do cabo no caso I, vão nivelado.....	48
Figura 15: posicionamento do cabo no caso II, vãos desnivelados.....	49
Figura 16: formação do cabo Ibis	52
Figura 17: gráfico tensão-deformação considerando o comportamento linear do cabo....	54
Figura 18: apresentação das propriedades do cabo considerando comportamento linear	54
Figura 19: gráfico tensão-deformação considerando o comportamento não-linear do cabo	55
Figura 20: apresentação das propriedades do cabo considerando comportamento não-linear	56
Figura 21: diagrama demonstrativo das comparações a serem feitas.....	58
Figura 22: deformação do cabo no caso I, cabo com comportamento linear.....	60
Figura 23: deformação do cabo no caso II, cabo com comportamento linear	62

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: propriedades de um cabo típico.....	26
Quadro 2: coeficientes das equações constitutivas não-lineares.....	26
Quadro 3: propriedades físicas e mecânicas do cabo Ibis, comportamento linear	52
Quadro 4: flechas e tensões do caso I, condição A, cabo com comportamento linear	59
Quadro 5: flechas e tensões do caso I, condição B, cabo com comportamento linear	59
Quadro 6: flechas e tensões do caso I, condição A, cabo com comportamento não-linear	60
Quadro 7: flechas e tensões do caso I, condição B, cabo com comportamento não-linear	61
Quadro 8: flechas e tensões do caso II, condição A, cabo com comportamento linear ...	61
Quadro 9: flechas e tensões do caso II, condição B, cabo com comportamento linear .	62
Quadro 10: flechas e tensões do caso II, condição A, cabo com comportamento não-linear	63
Quadro 11: flechas e tensões do caso II, condição B, cabo com comportamento não-linear	63
Quadro 12: comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas aplicadas ao caso I na condição linear do cabo	65
Quadro 13: comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas aplicadas ao caso I na condição não-linear do cabo	65
Quadro 14: comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas aplicadas ao caso II na condição linear do cabo	66
Quadro 15: comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas aplicadas ao caso II na condição não-linear do cabo	67
Quadro 16: comparação entre resultados modelagem analítica e numérica	70

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 MÉTODO DE PESQUISA	14
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	14
2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO	14
2.2.1 Objetivo principal	14
2.2.2 Objetivos secundários	14
2.3 HIPÓTESE DA PESQUISA.....	15
2.4 DELIMITAÇÕES.....	15
2.5 LIMITAÇÕES.....	15
2.6 DELINEAMENTO.....	15
3 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	18
3.1 LINHAS DE TRANSMISSÃO	18
3.2 CABOS	20
3.2.1 Formação dos cabos	20
3.2.2 Comportamento dos cabos	22
3.2.2.1 Deformada do cabo suspenso	22
3.2.2.2 Módulo de elasticidade	23
3.2.2.3 Curva tensão-deformação	24
3.2.2.4 Resistência à tração	26
3.2.2.5 Coeficiente de dilatação térmica.....	27
4 MODELOS MATEMÁTICOS	28
4.1 MODELOS ANALÍTICOS	26
4.1.1 A função matemática da posição do cabo	28
4.1.2 Cálculos mecânicos	31
4.1.2.1 Cálculo da flecha	31
4.1.2.2 Efeito da ação do vento	34
4.1.2.3 Cálculo da mudança de estado	36
4.1.2.4 Cálculo do comprimento do cabo	38
4.2 MODELOS NUMÉRICOS	39
4.2.1 Modelagem por elementos finitos	39
4.2.2 Modelagem por elementos discretos e método de integração explícito	40
5 DESCRIÇÃO DOS CASOS E CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO	47
5.1 CASO I: VÃO NIVELADO.....	47

5.2 CASO II: VÃOS DESNIVELADOS.....	48
5.3 DESCRIÇÃO DA CONDIÇÃO A.....	50
5.4 DESCRIÇÃO DA CONDIÇÃO B.....	50
6 APLICAÇÕES	51
6.1 MÉTODO ANALÍTICO.....	51
6.2 MÉTODO NUMÉRICO.....	51
6.3 PROPRIEDADES DO CABO IBIS.....	52
6.4 RESULTADOS OBTIDOS.....	57
6.4.1 Apresentação dos resultados do caso I considerando cabo com comportamento linear.....	59
6.4.2 Apresentação dos resultados do caso I considerando cabo com comportamento não-linear.....	60
6.4.3 Apresentação dos resultados do caso II considerando cabo com comportamento linear.....	61
6.4.4 Apresentação dos resultados do caso II considerando cabo com comportamento não-linear.....	63
6.5 ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS.....	64
6.5.1 Comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas do caso I considerando cabo com comportamento linear	64
6.5.2 Comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas do caso I considerando cabo com comportamento não-linear	65
6.5.3 Comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas do caso II considerando cabo com comportamento linear	66
6.5.4 Comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas do caso II considerando cabo com comportamento não-linear	67
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
REFERÊNCIAS.....	72

1 INTRODUÇÃO

Os cabos são elementos muito utilizados na Engenharia Estrutural. Observa-se o seu uso com frequência, por exemplo, em linhas de transmissão de energia elétrica, em estaiamento de estruturas esbeltas (por exemplo: torres de telecomunicações) e em pontes estaiadas (figuras 1 e 2). O seu comportamento é relativamente complexo quando comparado aos demais elementos estruturais.

Cabos não podem ser comprimidos como é possível nos demais elementos estruturais do tipo barra, tais como treliças, vigas e colunas. Adicionalmente, os efeitos da não-linearidade geométrica e física no seu comportamento não podem ser desconsiderados. A importância da não-linearidade geométrica é evidenciada pelo fato que cabos, por possuírem baixa rigidez à flexão, experimentam grandes deslocamentos quando submetidos a carregamentos estruturais usuais. Já a importância da consideração da não-linearidade física pode ser salientada por comportamentos tais como a fluência, ou seja, pela deformação progressiva no tempo quando submetidos a cargas permanentes.

Outro aspecto relevante é que a abordagem não-linear, tanto geométrica como física, não é tema tratado com frequência nos cursos de graduação em Engenharia Civil. Procura-se sempre o enfoque linear haja vista a sua simplicidade matemática. Desta forma, mesmo em situações de presença da não-linearidade, aproximações são feitas considerando a hipótese de linearidade como suficiente, o que se constitui em uma distorção do comportamento real. Um agravante a complexidade do problema é que cabos são elementos compostos de fios. Portanto, os fios são os elementos unitários. No caso de linhas de transmissão, os cabos são usualmente formados por camadas externas com fios de alumínio, que tem a função de transmitir corrente, e por fios de aço em camadas internas com a finalidade de proporcionar resistência mecânica. Com isso, a aproximação do cabo como um elemento único é outro desafio a ser enfrentado.

Para que comparações de resultados obtidos através de vários modelos da resposta estrutural dos cabos pudessem ser feitas, tomaram-se duas configurações de estruturas diferentes, nas quais foram alteradas as solicitações, a fim de observar as diferenças entre os modelos.



Figura 1: exemplos de uso de cabos suspensos – teleférico (à esquerda), estaiamento de torre e cabo condutor da LT (à direita)



Figura 2: estaiamento de ponte – Ponte Octávio Frias de Oliveira-Brasil (à esquerda) e Viaduto de Milau-França (à direita)

Assim, para relatar este trabalho, no capítulo 2 encontram-se a questão de pesquisa, os objetivos, a hipótese, as delimitações e um breve delineamento do trabalho. Já o capítulo 3 apresenta alguns conceitos básicos empregados em linhas de transmissão e algumas particularidades no comportamento de cabos. A descrição dos modelos matemáticos utilizados para desenvolvimento deste trabalho está apresentada no capítulo 4. O capítulo 5 apresenta a descrição dos dois casos e das condições de carregamento no qual os dois casos

foram submetidos. O capítulo 6 contém a descrição do cabo a ser utilizado nos cálculos e das ferramentas de cálculo, bem como a posterior aplicação das mesmas já apresentando os resultados obtidos e as respectivas análises e comparações. No capítulo 7 encontram-se as considerações finais obtidas pelas análises dos resultados neste trabalho.

2 MÉTODO DE PESQUISA

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa deste trabalho é: em que situações se podem considerar similares os resultados referentes à resposta estrutural de cabos suspensos aplicando ferramentas analíticas e numéricas?

2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Os objetivos do trabalho estão classificados em principal e secundários e são apresentados nos próximos itens.

2.2.1 Objetivo principal

O objetivo principal deste trabalho é o estudo comparativo dos resultados obtidos através de modelos analíticos e numéricos para a resposta estrutural de cabos suspensos.

2.2.2 Objetivos secundários

Os objetivos secundários deste trabalho são:

- a) descrição de causas de efeitos não-lineares em cabos suspensos;
- b) obtenção da resposta estrutural teórica, em termos de trações, de cabos para alguns carregamentos típicos;
- c) resposta estrutural obtida pela aplicação de ferramenta analítica;

d) resposta estrutural obtida pela aplicação de ferramenta numérica.

2.3 HIPÓTESE DA PESQUISA

A hipótese deste trabalho é que os resultados obtidos com ferramentas analíticas e numéricas sejam similares para situações pouco complexas e difiram quando as situações são mais complexas, significativamente distintas daquelas premissas tomadas no desenvolvimento das ferramentas analíticas.

2.4 DELIMITAÇÕES

Este trabalho delimita-se a comparar os resultados de ferramentas analíticas e numéricas para a resposta estrutural de cabos suspensos nas seguintes situações:

- a) vão único e pontos de fixação dos cabos nivelados;
- b) dois vãos e pontos de fixação dos cabos desnivelados.

2.5 LIMITAÇÕES

São limitações deste trabalho que o cabo, formado por uma composição de fios que podem ser de distintos materiais, seja considerado como um único elemento e que a modelagem numérica é feita por um único software, que utiliza o método dos elementos finitos na resolução dos cálculos.

2.6 DELINEAMENTO

O delineamento do trabalho envolveu as seguintes etapas, que estão representadas na figura 3:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) definição das condições, carregamentos e métodos de cálculo;

- c) escolha das ferramentas de cálculo;
- d) aplicação das ferramentas de modelagem estrutural;
- e) comparação e análise dos resultados obtidos;
- f) considerações finais e conclusões.

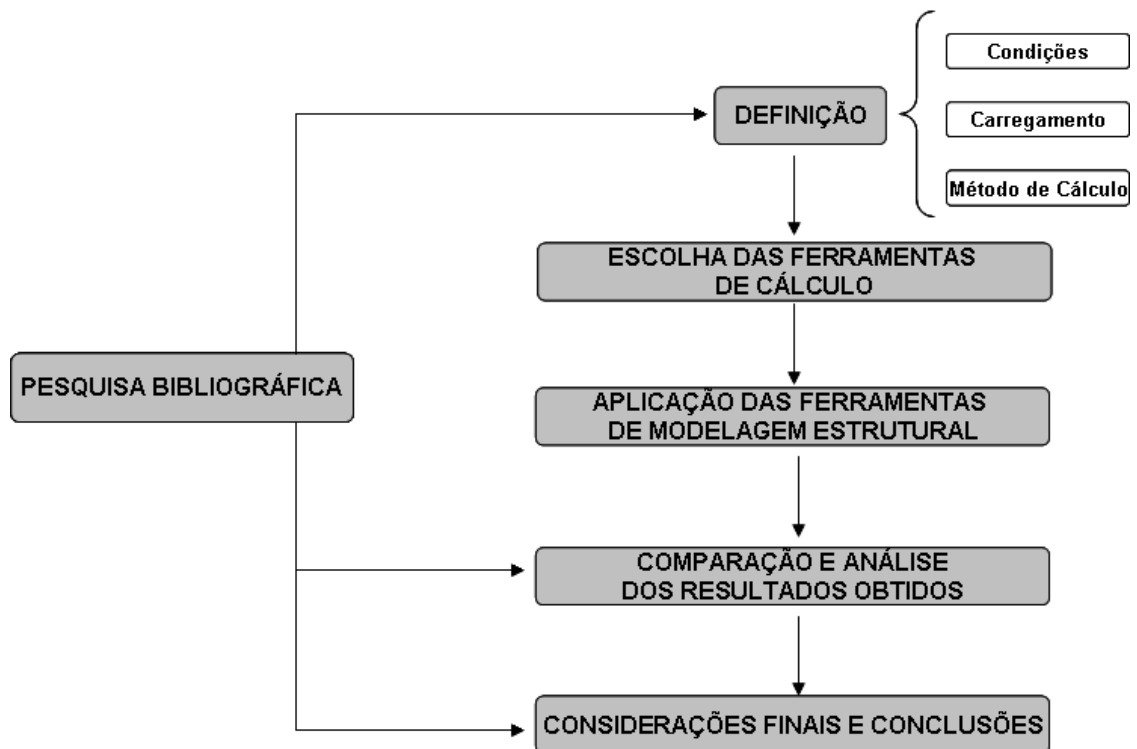


Figura 3: representação das etapas de trabalho

O presente trabalho teve início com a pesquisa bibliográfica visando obter informações para o desenvolvimento da questão. Tendo em vista que a temática abordada não é corriqueira na graduação, a pesquisa bibliográfica foi intensa tanto no início como no decorrer do trabalho, auxiliando na compreensão de conceitos e métodos de cálculo.

Como consequência dos estudos iniciais da pesquisa bibliográfica, foram definidas as condições, carregamentos e método de cálculo para ser possível o desenvolvimento das análises com ferramentas analíticas e numéricas. Também foram escolhidas as ferramentas a serem utilizadas e que, posteriormente, serviram como instrumento para cálculo das solicitações nos cabos.

A etapa que seguiu – comparação e análise dos resultados obtidos – pode ser considerada como mais importante deste trabalho, pois é nesta etapa que todos os conceitos básicos

estudados ao longo da pesquisa bibliográfica foram aplicados; finalizando com as considerações finais e conclusões a respeito dos métodos estudados; se o resultado obtido foi o esperado ou diferiu em algum aspecto.

3 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para melhor compreensão do contexto no qual os cabos suspensos serão estudados, o presente capítulo trará algumas definições de conceitos básicos relacionados a linhas de transmissão e cabos, bem como propriedades fundamentais dos materiais constituintes destes elementos estruturais.

3.1 LINHAS DE TRANSMISSÃO

Uma linha aérea de transmissão de alta tensão, também chamada de LT, tem como função transportar energia elétrica de uma unidade de geração a uma unidade de distribuição. Segundo Labegalini et al. (1992), uma LT usualmente têm a seguinte composição (figura 2):

- a) cabos condutores de energia e acessórios;
- b) estruturas isolantes – isoladores;
- c) estruturas de suporte – torres;
- d) fundações;
- e) cabos de guarda ou pára-raios;
- f) aterramento;
- g) acessórios diversos.

As estruturas de suporte podem ser fabricadas de concreto, madeira ou aço, sendo este último o mais usado por permitir uma maior variedade na forma e no tipo da estrutura (LABEGALINI et al., 1992). Essas estruturas que, têm como principais funções suspender e ancorar os cabos condutores, são classificadas em dois grupos: estruturas de suspensão e estruturas de ancoragem.

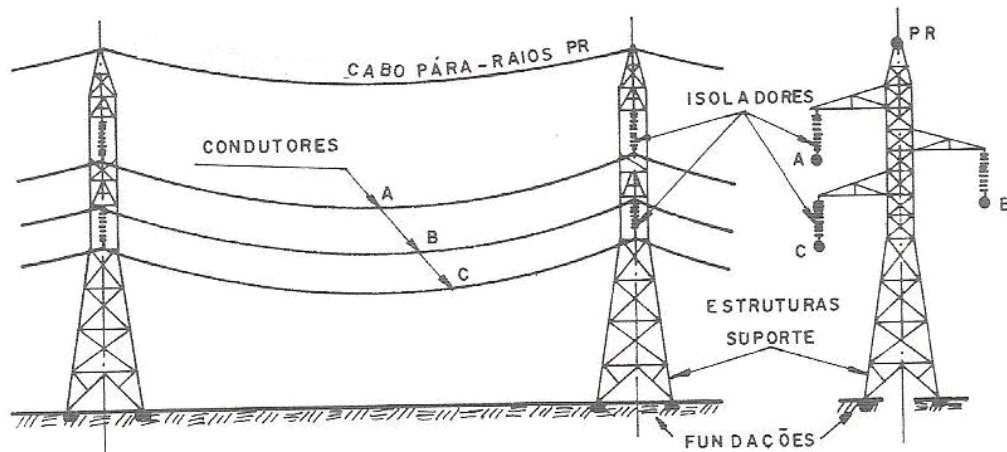


Figura 4: principais elementos das linhas de transmissão
(LABEGALINI et al., 1992)

As **estruturas de suspensão** numa linha de transmissão são aquelas projetadas para carregamentos compatíveis com a finalidade principal de suspender os cabos. Obviamente que, além dessa finalidade, essas estruturas também devem resistir aos carregamentos provocados pela ação do vento nelas próprias e nos cabos, principalmente quando o vento age transversalmente a elas e eventuais cargas longitudinais em situações de contingência. Estas são as estruturas de emprego mais frequente nas LT (LABEGALINI et al., 1992).

Já as **estruturas de ancoragem**, numa linha de transmissão, são aquelas projetadas para carregamentos compatíveis com a finalidade principal de ancorar os cabos. Portanto, têm uma resistência significativamente maior a esforços longitudinais quando comparadas às estruturas de suspensão (LABEGALINI et al., 1992).

Para o entendimento do tema abordado, também é importante definir alguns conceitos usualmente empregados com sentido especial no âmbito de linhas de transmissão, que são:

- a) **vão** é o espaçamento horizontal entre dois pontos de fixação, usualmente estruturas;
- b) **vão de vento** é comprimento horizontal, adjacente ao suporte do cabo, que importa para o cálculo da componente transversal do carregamento devido ao vento. No caso de vãos contínuos, é usualmente metade da soma dos vãos adjacentes ao suporte (LABEGALINI et al., 1992);
- c) **vão de peso** é comprimento horizontal, adjacente ao suporte do cabo, que importa para o cálculo da componente vertical do carregamento, usualmente atribuída ao peso do cabo. No caso do cabo estar submetido a carregamento adicional ao seu peso (como por exemplo: vento), a componente vertical é, em

verdade, a componente da tração axial do cabo, decomposta num eixo vertical (LABEGALINI et al., 1992);

- d) **EDS (*Every Day Stress*)** trata-se de um estado de tração que o cabo experimenta durante o maior período de sua vida útil. Normalmente a temperatura média varia e, desta forma, usualmente é considerada uma temperatura média (POWER LINE SYSTEMS INC., 2008);
- e) **fluência (ou *creep*)** é o alongamento permanente sofrido pelo cabo quando submetido por longo período a condições de EDS. Este alongamento pode ser devido à acomodação da cordoalha, deformação plástica transversal do cabo dentre outros. Tal alongamento deve ser acrescido aos demais alongamentos devidos a acréscimos de carga e/ou por variações de temperatura. Assim, tal efeito afeta cálculos de tração e de flecha. Num cabo suspenso em condições de EDS, a tração diminui e a flecha aumenta (LABEGALINI et al., 1992).

3.2 CABOS

A seguir serão apresentados alguns conceitos básicos sobre formação e propriedades que determinam o comportamento de cabos.

3.2.1 Formação dos cabos

Usualmente, cabos são formados por fios dispostos em camadas. Cada camada é sucessivamente disposta de forma helicoidal sobre a anterior. Cada camada anterior tem seis condutores a mais que a anterior. Assim, sendo **n** o número de camadas do cabo, o número total de fios é $N = 3(n^2 + n) + 1$ (NEXANS BRASIL S.A., 2009).

Os cabos podem ser homogêneos ou heterogêneos, isto é, podem ser formados por um único material (figura 5) ou por mais materiais distintos (figura 6). Quando constituídos por mais de um material o cabo apresentará duas partes definidas por NEXANS Brasil S.A. (2009) como:

a) alma: é um fio ou conjunto de fios que forma a parte central de um cabo, quando constituído de aço. Tem por finalidade aumentar a resistência mecânica do cabo;

b) coroa: É um conjunto de fios equidistantes do fio central do cabo.

Os cabos mais frequentemente usados no Brasil atualmente são os cabos tipo ACSR (*Aluminum Conductor Steel Reinforced*) por terem a coroa de alumínio e alma de aço

(NEXANS BRASIL S.A., 2009). A figura 7 apresenta em detalhe a constituição do cabo ACSR.

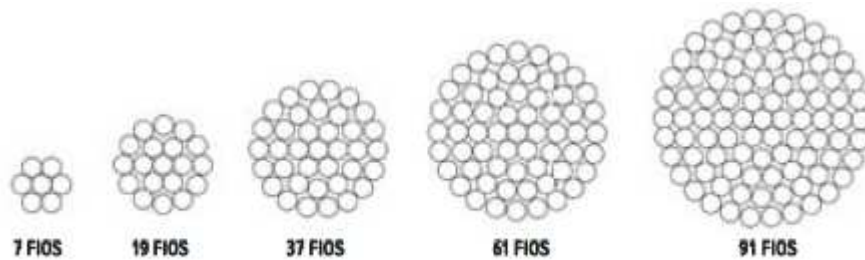


Figura 5: configurações de cabos homogêneos – alumínio
(NEXANS BRASIL S.A., 2009)

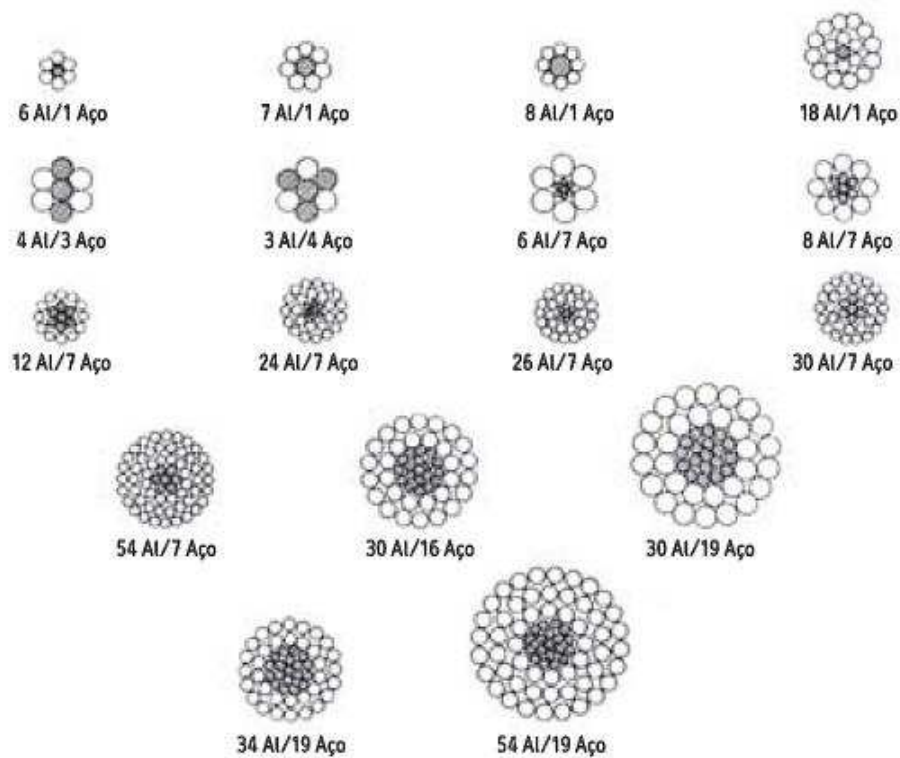


Figura 6: configurações de cabos heterogêneos – alumínio e aço
(NEXANS BRASIL S.A., 2009)

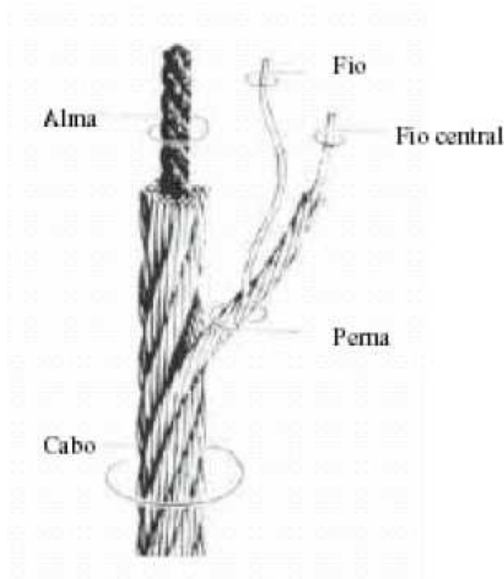


Figura 7: detalhe da formação do cabo

3.2.2 Comportamento dos cabos

A seguir serão apresentadas algumas das propriedades dos cabos. Estes conceitos serão usados posteriormente nos cálculos efetuados no presente trabalho.

3.2.2.1 Deformada do cabo suspenso

A deformada de um cabo suspenso, fixado em dois pontos, como no caso de linhas aéreas de transmissão, apresenta a forma de uma curva. Com base nas referências encontradas sobre o tema desta pesquisa, identificam-se basicamente duas expressões para descrever tal curva:

- a) as que descrevem a equação da deformada (da linha elástica) do cabo por uma parábola;
- b) as que descrevem por uma catenária.

A parábola é, em verdade, uma aproximação da curva catenária resultante do truncamento nos primeiros termos de uma série infinita representando a catenária. A curva considerada como mais correta é a da catenária, que seria exata se a rigidez à flexão do cabo for desconsiderada.

Entretanto, caso a rigidez à flexão seja considerada, a expressão exata estaria entre uma catenária e uma parábola (KIESSLING; NOLASCO, 2003).

3.2.2.2 Módulo de elasticidade

Segundo Pfeil e Pfeil (1995) o módulo de elasticidade é a relação da tensão interna com a correspondente deformação. Tal relação é também chamada de **módulo de Young**. Se a força de tração axial F é assumida como atuando uniformemente na seção transversal A de um condutor, a tensão é F/A . Se esta magnitude causa um alongamento e em um comprimento original l , a deformação é e/l . Assim, o módulo de elasticidade E é expresso então como:

$$E = \sigma/\varepsilon = (F/A) / (e / l) = F \cdot l / A \cdot e \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

E = módulo de elasticidade ou módulo de Young (daN/mm²);

σ = tensão (daN/mm);

ε = deformação (mm);

A = área da seção transversal (mm²);

F = força de tração axial (daN);

l = comprimento original (m);

e = alongamento (m).

Assim, se um material fosse capaz de sustentar um alongamento elástico suficiente para fazer e igualar-se a l , ou seja, tal que o comprimento de alongamento seja o dobro do comprimento original, a tensão exigida para produzir tal resultado se igualaria ao módulo de elasticidade.

No caso de formações que têm fios de alumínio e de aço, como é o caso de linhas de transmissão, chamando $n = A_{al}/A_a$ ¹ a relação entre a seção de alumínio e aço de um condutor de linhas de transmissão, o módulo de elasticidade equivalente resultante é:

$$E = \frac{6867n + 19620}{n + 1} \quad (\text{equação 2})$$

Onde:

E = módulo de elasticidade do condutor (daN/mm²);

n = relação entre a seção de alumínio e aço do condutor.

Pode-se verificar no catálogo de NEXANS Brasil S.A.(2009) que:

a) módulo de elasticidade de um fio de alumínio = 6.867 daN/mm²;

b) módulo de elasticidade de um fio de aço = 19.620 daN/mm².

3.2.2.3 Curva tensão-deformação

A tensão em um condutor sob carga de tração está definida como a carga total dividida por sua seção transversal, quando se assume uma distribuição uniforme da carga total sobre suas camadas. A deformação é calculada através do alongamento medido na direção da solitação. Gráficos com a representação de solitações ou tensões nas ordenadas e alongamento ou deformação nas abscissas são úteis para estabelecer a faixa elástica e o ponto de escoamento do cabo se este é carregado até próximo a sua ruptura.

De acordo com Cappellari (2005, p. 23):

Cabos homogêneos (constituídos de um único material), em suas condições iniciais, para uma temperatura de referência constante, apresentam comportamento perfeitamente elástico linear, ou seja, o módulo de elasticidade constante e dado pela inclinação da sua curva tensão-deformação.

¹O subscrito al se refere ao material alumínio e, o subscrito a, ao aço.

Em cabos constituídos de mais de um material, cada material individualmente possui sua curva tensão-deformação. Assim, a curva de tensão-deformação (σ) combinada é obtida pela soma do produto da equação da curva do material 1 (camada externa) pela sua área da seção transversal e do produto da equação da curva do material 2 (interno) pela sua área da seção transversal. A equação da curva combinada pode ser normalizada dividindo-se pela área total da seção transversal do cabo. Para os condutores mais comumente empregados, o material externo é de alumínio e o interno (alma) é de aço.

A equação constitutiva do cabo será:

$$\sigma = \sigma_{al} \left(\frac{A_{al}}{A_t} \right) + \sigma_a \left(\frac{A_a}{A_t} \right) \quad (\text{equação 3})$$

$$A_t = A_{al} + A_a \quad (\text{equação 4})$$

$$\sigma_{al} \left(\frac{A_{al}}{A_t} \right) = a_0 + a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^2 + a_3 \varepsilon^3 + a_4 \varepsilon^4 \quad (\text{equação 5})$$

$$\sigma_a \left(\frac{A_a}{A_t} \right) = b_0 + b_1 \varepsilon + b_2 \varepsilon^2 + b_3 \varepsilon^3 + b_4 \varepsilon^4 \quad (\text{equação 6})$$

Onde:

A_t = área total da seção (mm²);

A_{al} = área de alumínio da seção (mm²);

A_a = área de aço da seção (mm²);

σ = tensão-deformação do cabo;

ε = deformação do cabo;

a_0, a_1, \dots, a_i = coeficientes (dados pelo fabricante);

b_0, b_1, \dots, b_i = coeficientes (dados pelo fabricante).

Por exemplo, um cabo muito utilizado em linhas de transmissão no Brasil é o cabo denominado Rook ACSR (*Aluminum Conductor Steel Reinforced*) 24/7. Pela designação, refere-se de um cabo de alumínio com alma de aço e possui 24 fios de alumínio e alma de 7 fios de aço (OLIVEIRA, 2002). As propriedades e os coeficientes para a equação constitutiva deste cabo são apresentadas nos quadros 1 e 2.

Propriedade	Valor
Diâmetro externo (mm)	24,8158
Tração Última (daN)	10053
Peso Unitário (daN/m)	1,19553

Quadro 1: propriedades de um cabo típico (CAPPELLARI, 2005)

Equações Constitutivas							
	Coeficientes					Módulo de Young	Área Seção Transversal
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	E (daN/mm ² /100)	A (mm ²)
Alumínio	-1,1401	49,2114	-56,5820	14,3487	9,2638	50,0558	322,27
Aço	-0,0300	22,2560	10,0080	-37,8240	22,6444	22,8906	41,79
Combinados	-1,1701	71,4674	-46,5740	-23,4753	31,9082	72,9464	364,064

Quadro 2: coeficientes das equações constitutivas não-lineares (CAPPELLARI, 2005)

3.2.2.4 Resistência à tração

Resistência à tração ou resistência última à tração (sigla em inglês é UTS) é a maior solicitação mecânica que o condutor suportará quando um esforço é aumentado gradualmente até que a ruína (ou ruptura) aconteça.

3.2.2.5 Coeficiente de dilatação térmica

Com a variação da temperatura, os materiais variam também a deformação. Diferentes materiais apresentam valores distintos de coeficiente de dilatação térmica (usualmente designado por α_t).

Nas faixas usuais de temperatura é comum se adotar um valor único para a formação do cabo. Segundo o fabricante (NEXANS BRASIL S.A., 2009), o valor típico de α para o alumínio é $0,000023/^\circ\text{C}$, enquanto que para o aço é $0,00001152/^\circ\text{C}$.

Para operações do cabo em temperaturas muito distantes das ambientais (por exemplo, a 200°C), as diferenças entre os coeficientes de dilatação térmica dos diferentes materiais podem levar à comportamentos complexos do cabo (por exemplo, que o alumínio entre em compressão mesmo estando o cabo em tração) (NEXANS BRASIL S.A., 2009).

4 MODELOS MATEMÁTICOS

A seguir serão descritos os modelos que serão utilizados como base para os cálculos a serem realizados neste trabalho: modelos analíticos e modelos numéricos.

4.1 MODELOS ANALÍTICOS

4.1.1 A função matemática da posição do cabo

A função matemática que melhor representa a curva de um cabo suspenso entre dois pontos, conforme mencionado anteriormente, é uma função conhecida como **catenária**. Isto pode ser demonstrado matematicamente quando se desconsidera a rigidez à flexão do cabo (KIESSLING; NOLASCO, 2003). Entretanto, historicamente, por simplicidade, considerava-se a função da parábola.

Labegalini et al. (1992) indicam que a diferença entre a parábola e a catenária tem origem na formulação do problema: caso o peso próprio do cabo seja modelado como uma carga uniformemente distribuída (figura 8) na horizontal, chega-se à equação da parábola; por outro lado, caso o peso próprio do cabo seja modelado como uma carga uniformemente distribuída que acompanha a forma do cabo (portanto na condição deformada), chega-se à equação da catenária, como mostrado na figura 9.

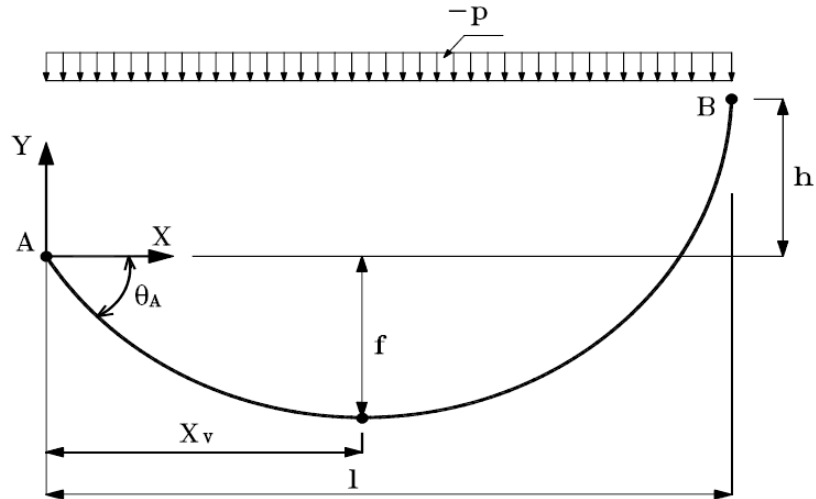


Figura 8: peso próprio do cabo representado por função parabola (PEREIRA JUNIOR, 2002)

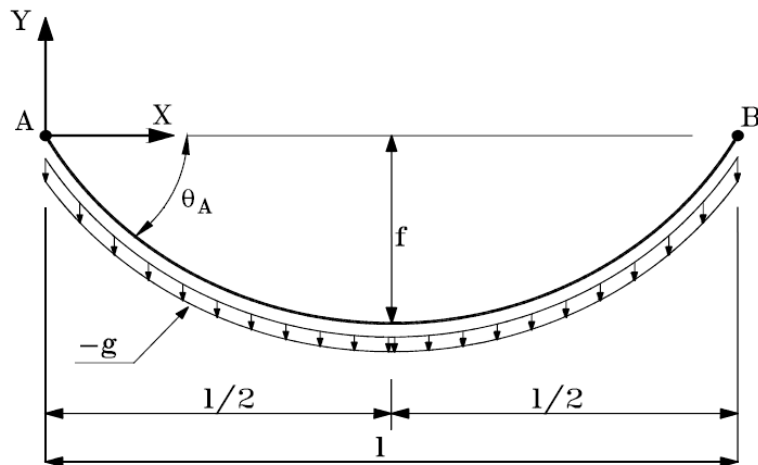


Figura 9: peso próprio do cabo representado por função catenária (PEREIRA JUNIOR, 2002)

Na figura 10, para um sistema de coordenadas centrado à distância C do ponto mais baixo do vão, a função da catenária é (POWER LINE SYSTEMS INC., 2008):

$$y = C \cosh\left(\frac{x}{C}\right) \quad (\text{equação 7})$$

Onde:

y = posição vertical do cabo;

x = posição horizontal do cabo;

C = parâmetro da catenária (m), dado por:

$$C = \frac{T_0}{p} \quad (\text{equação 8})$$

Onde:

T_0 = componente horizontal da força axial do cabo (daN);

p = peso unitário do cabo (daN/m).

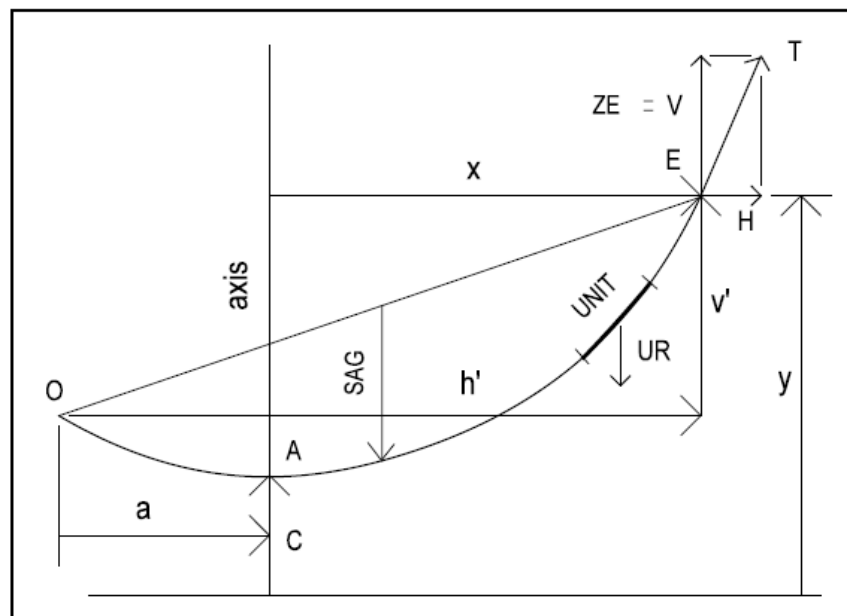


Figura 10: elementos da curva do cabo suspenso em função da catenária (POWER LINE SYSTEMS INC., 2008)

Deve-se observar que o parâmetro da catenária C é uma característica geométrica da função e a unidade de medida é dada em metros. Portanto, qualquer cabo com o mesmo parâmetro da catenária C , no mesmo vão, tem a mesma flecha (a definição deste parâmetro será dada mais adiante, no capítulo 4.1.2.1 deste trabalho) (LABEGALINI et al., 1992).

Segundo Power Line Systems Inc. (2008), para que seja possível calcular o posicionamento do cabo na origem O da figura 6, utiliza-se a equação 9:

$$v' = C \cosh\left[\frac{(h'-a)}{C}\right] + C \cosh\left[\frac{-a}{C}\right] \quad (\text{equação 9})$$

Sendo:

$$a = \frac{h'}{2} - C \sinh^{-1}\left[\frac{v'}{2C \sinh\left(\frac{h'}{2C}\right)}\right] \quad (\text{equação 10})$$

Onde:

v' = desnível (m);

C = parâmetro da catenária (m);

h' = vão (m);

a = distância horizontal entre a origem e o ponto mais baixo do cabo (m).

4.1.2 Cálculos mecânicos

4.1.2.1 Cálculo da flecha

Uma informação extremamente útil para uso em projetos de LT é a flecha (indicada na figura 6 por *sag*). Flecha é a distância vertical entre uma reta que liga os dois pontos de fixação, ou seja, a corda, e linha reta tangente à curva. No caso de fixação a mesma altura, essa catenária será simétrica em relação ao eixo central (centro do vão) onde se localiza o vértice, que é o

local de maior flecha. A flecha depende do comprimento do vão, da temperatura e da tração aplicada ao cabo quando este é instalado (LABEGALINI et al., 1992).

A flecha pode ser calculada admitindo uma parábola como a função que define o eixo do cabo ou tomando-se a forma de uma catenária, que seria a melhor aproximação. Na prática, a utilização da parábola ao invés da catenária conduz a pequenos erros quando o vão também é pequeno (por exemplo, menor que 450 m) (POWER LINE SYSTEMS INC., 2008):

$$f = \frac{p h'^2}{8T_0} \quad (\text{equação 11})$$

Onde:

f = flecha (m);

p = peso unitário do cabo (daN/m);

h' = vão (m);

T_0 = componente horizontal da força axial no cabo (daN).

Adotando a expressão da catenária, a flecha tem a seguinte expressão:

$$f = C \left[\cosh\left(\frac{h'}{2C}\right) - 1 \right] \sqrt{1 + \left(\frac{v'}{2C \sinh\left(\frac{h'}{2C}\right)} \right)^2} \quad (\text{equação 12})$$

Onde:

f = flecha (m);

v' = desnível (m);

h' = vão (m);

C = parâmetro da catenária (m).

Deve-se observar que, o termo destacado na equação 13, é usualmente pequeno:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{v'}{2C \sinh\left(\frac{h'}{2C}\right)} \right)^2} \quad (\text{equação 13})$$

Por exemplo, para casos típicos em linhas de transmissão, na qual o vão é de 450 m, o parâmetro da catenária $C = 1770$ m e o desnível é de 75 m, tal termo seria igual a 1,01372.

Assim, é usual se calcular a flecha como se os vãos fossem desnivelados (ou seja, desconsiderando-se o desnível entre pontos de fixação, isto é, na fórmula $v' = 0$). No caso citado como exemplo, cometer-se-ia um erro de 1,37%. Ficando a expressão reduzida a

$$flecha = C \left[\cosh\left(\frac{h'}{2C}\right) - 1 \right] \quad (\text{equação 14})$$

Onde:

h' = vão (m);

C = parâmetro da catenária (m).

Portanto, dados h' e v' , pode-se calcular a flecha para qualquer parâmetro da catenária C (razão entre T_0 e p). Observar que a variação de T_0 , para diferentes condições, deve ser calculada em função do vão regulador.

Power Line Systems Inc.(2008) indica que **vão regulador** (também chamado de **vão básico**) é o valor de um vão equivalente que permite a substituição de todos os vãos de um **cantão** (ou **seção de regulação** – trecho compreendido entre duas estruturas de ancoragem) por um

único valor para fins de cálculos de tração e flecha. O vão básico pode ser calculado pela equação 15.

$$h'_{basico} = \sqrt{\frac{\sum h'_n{}^3}{\sum h'_n}} \quad (\text{equação 15})$$

Onde:

h'_{basico} = vão básico (m);

h'_n = vãos sucessivos (m).

4.1.2.2 Efeito da ação do vento

O vento incidindo sobre os condutores encontra uma resistência que se manifesta em forma de pressão. Esta é proporcional à velocidade do vento, sendo sua resultante uma força perpendicular ao eixo longitudinal dos cabos. Esta força é transferida pelos cabos às estruturas que os sustentam (POWER LINE SYSTEMS INC., 2008). Considera-se que o vento atuando perpendicularmente à direção dos cabos das linhas exerce uma pressão q dada pela equação 16:

$$q = \frac{1}{2} \rho U_p^2 \quad (\text{equação 16})$$

Onde:

q = pressão de vento atuante sob os cabos (Pa);

ρ = massa específica do ar (kg/m³);

U_p = velocidade do vento de projeto (m/s).

A NBR 5422 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1985) de projetos de linhas de transmissão, regulamenta este tópico, que também estabelece a forma de se calcular a velocidade de projeto (U_p em m/s). Sendo d o diâmetro dos cabos, a força resultante da pressão do vento, será:

$$f_v = qd \quad (\text{equação 17})$$

Onde:

f_v = força resultante da pressão de vento (Pa);

q = pressão de vento atuante sob os cabos (N/m²);

d = diâmetro do cabo (m).

Esta força se distribui uniformemente ao longo do condutor e se aplica na horizontal, em sentido transversal ao eixo longitudinal dos cabos. No caso de suportes de mesmas alturas, se for considerado somente o efeito da força do vento, o cabo passará a descrever uma catenária no plano horizontal. O efeito do peso dos condutores, atuando simultaneamente, fará com que a catenária localize-se, na realidade, em um plano inclinado em um ângulo γ , em relação ao plano vertical que passa pelos suportes, como mostra a figura 11 (LABEGALINI et al., 1992; POWER LINE SYSTEMS INC., 2008).

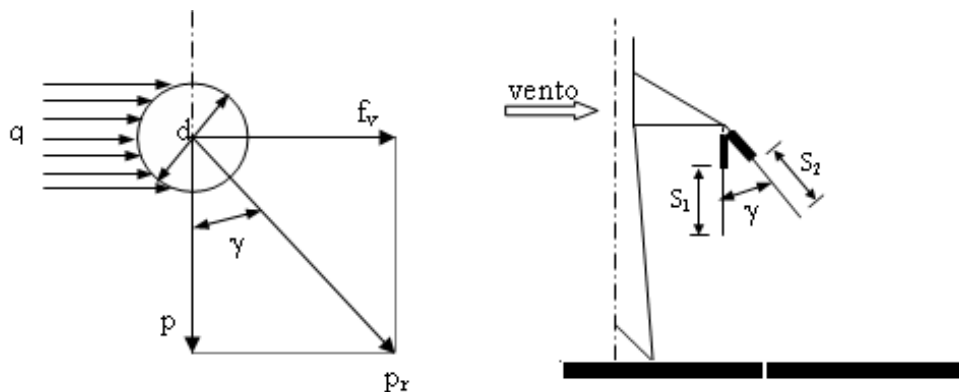


Figura 11: efeito da pressão de vento sobre os condutores (LABEGALINI et al., 1992)

Sob a ação simultânea do peso próprio e da força do vento, o cabo sofre um aumento aparente de seu peso, que passa a atuar no plano da catenária deslocada. De acordo com a figura 7, o peso aparente ² é equivalente a:

$$\rho_r = \sqrt{p^2 + f_v^2} \quad (\text{equação 18})$$

Onde:

ρ_r = peso aparente de um cabo sob ação do vento (daN/m);

p = peso do cabo (daN/m);

f_v = força resultante da pressão de vento (daN/m).

Esse aumento aparente no peso provoca um aumento nas trações nos cabos e o aparecimento de uma força horizontal transversal nos pontos de suspensão, que a estrutura deve absorver. A flecha máxima do cabo suspenso no novo plano também aumenta (LABEGALINI et al., 1992).

4.1.2.3 Cálculo da mudança de estado

Como mencionado anteriormente, o parâmetro da catenária C é uma característica geométrica da função e é a razão entre a tração horizontal no cabo T_0 e o peso unitário do cabo p . Portanto, haverá uma condição de referência e as condições do cabo numa outra condição devem ser calculadas a partir dela.

A variação de temperatura também modifica a tração e a flecha dos condutores. Os coeficientes de dilatação térmica linear dos materiais com que os cabos são confeccionados têm valores significativos, provocando contrações e dilatações consideráveis sob variação de temperatura. Dessa forma, há variações nos comprimentos dos cabos, implicando variações

² É chamada de peso aparente a força que resulta da soma vetorial do peso do cabo e da força resultante da pressão de vento atuante no cabo.

das flechas. Por outro lado, a tração T_0 é inversamente proporcional ao valor da flecha, portanto seu valor variará também com a variação de temperatura do condutor. Aumentará com a redução da temperatura e vice-versa. A forma mais adequada de se calcular essa variação é através das chamadas equações de mudança de estado. Essas equações permitem igualmente concluir o efeito do vento sobre os condutores com a variação simultânea das temperaturas e das forças do vento (LABEGALINI et al., 1992).

Através destas equações de estado é possível calcular os novos valores de tração quando se considera o efeito da pressão do vento e temperatura. Por exemplo, conhecendo a tração T_A dos condutores de uma linha a uma determinada temperatura t_1 , sem vento, consegue-se conhecer a tração T_B a outra temperatura t_B quando a linha estiver submetida à ação de um vento cuja velocidade é especificada.

A equação 19 refere-se a de mudança de estado para o caso de um vão isolado. Os demais casos e mais detalhes da dedução de tais equações constam em Labegalini et al. (1992). A equação de mudança de estado é:

$$\frac{h'^2}{24} \left[\left(\frac{1}{C_A} \right)^2 - \left(\frac{1}{C_B} \right)^2 \right] - \alpha_t (t_A - t_B) - \frac{(T_{0A} - T_{0B})}{ES} = 0 \quad (\text{equação 19})$$

Onde:

C = parâmetro da catenária (m);

T_0 = componente horizontal da força axial no cabo (daN);

E = módulo de elasticidade (daN/mm²);

S = seção transversal (mm²);

h' = vão (m);

α_t = coeficiente de dilatação térmica (°C⁻¹).

Na equação 19, os índices A e B representam, respectivamente, as condições no estado A (usualmente o de referência) e no estado B (usualmente aquele que se deseja conhecer).

4.1.2.4 Cálculo do comprimento do cabo

De acordo com Labegalini et al. (1992), pode-se dizer que, se conhecida uma condição (ou seja, um valor do parâmetro da catenária C), o comprimento de cabo é dado pela expressão:

$$l = \sqrt{v'^2 + 4C^2 \sinh^2\left(\frac{h'}{C}\right)} \quad (\text{equação 20})$$

Onde.

l = comprimento do cabo (m);

v' = desnível (m);

h' = vão (m);

C = parâmetro da catenária (m).

De tal expressão, pode-se constatar que, para a condição acima citada, caso os vãos fossem nivelados, o acréscimo de comprimento (em relação aos 450 m de vão, medido horizontalmente) seria de 1,213 m (ou seja, 0,27%) e de 7,404 m (1,65%) caso o desnível fosse de 75 m. Deve-se ainda observar que tal comprimento seria na condição de cabo sob tração correspondente à condição que resulta no parâmetro da catenária igual a $C = 1770$ m (típico na LT, para a condição inicial de cabo).

Assim, da condição sem carga (cabo na bobina que chega de fábrica), até a condição com carga (neste caso $T_{0B} = 2544$ daN – condição de referência, a 20°C sem vento na condição inicial, sem *creep*), o cabo experimenta uma deformação dada por:

$$\frac{(T_{0B} - 0)}{ES} = \frac{(2544 \text{ daN} - 0)}{6963,69 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} 421.612 \text{ mm}^2} = 0,086649\% \quad (\text{equação 21})$$

Observa-se que, apenas pela aplicação da tração, o cabo alonga $0,086649\% \times 450\text{m} = 0,39\text{m}$.

Tal parcela deve ser diminuída do comprimento total de cabo. Desta forma, concluí-se que o comprimento do cabo sem carga, para esse vão de 450 m seria de 0,823 m (0,183%) e de 7,014 m (1,559%) para o caso de desnível igual a 75 m. Donde se concluí que, para vãos usuais e desníveis usuais em LT, os valores do comprimento de cabo devem se situar da ordem de 1% superior à soma das projeções horizontais dos vãos.

4.2 MODELOS NUMÉRICOS

Nos modelos numéricos, os objetivos são os mesmos que nos modelos analíticos, tais como determinar a flecha, a tração, etc. Apenas muda a forma de abordar o problema. Nestes modelos, ao invés de uma função para definir o cabo, tem-se uma discretização deste em elementos em número suficiente para representar mais precisamente o elemento como um todo. Assim, o grau de discretização assume um importante papel na precisão. Carregamentos (tanto oriundos de ações como o vento como aqueles com origem na variação da temperatura) podem ser atribuídos aos nós da discretização.

Como modelo numérico dos cabos, identifica-se basicamente dois modelos para equacionar o comportamento dos cabos suspensos:

- a) método dos elementos finitos;
- b) modelagem por elementos discretos e método explícito.

4.2.1 Modelagem por elementos finitos

No método que usa elementos finitos, a formulação deve permitir que os nós sofram grandes deslocamentos e os elementos sofram grandes alongamentos e, além disso, esses elementos podem ser constituídos de material elasto-plástico. A análise estática da estrutura deve ser através de carregamento incremental, monótono e estritamente crescente, proporcional ou não, até ponto de interesse. A solução do problema exige um procedimento incremental-iterativo, do tipo Newton-Raphson (representado esquematicamente pela figura 12), para se alcançar a convergência da solução (PEREIRA JUNIOR, 2002).

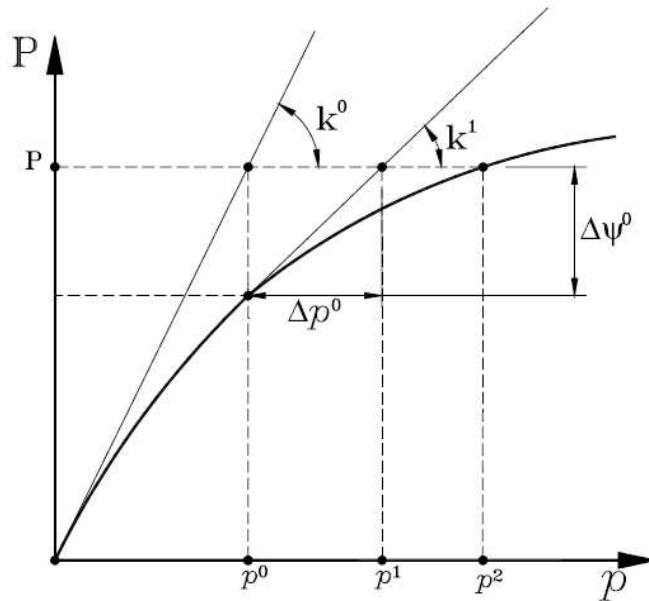


Figura 12: representação esquemática método Newton-Raphson (PEREIRA JUNIOR, 2002)

Dessa forma, para ser viável, o uso de tal método exige rotinas em computador. Assim, a análise de cabos suspensos levará em consideração os efeitos dos grandes deslocamentos envolvidos e o comportamento inelástico dos cabos (PEREIRA JUNIOR, 2002). A implementação computacional do elemento finito cabo é feita usualmente através de linguagens computacionais tais como Pascal, Fortran, Basic. Há também alguns programas computacionais comerciais.

4.2.2 Modelagem por elementos discretos e método de integração explícito

Uma completa abordagem da modelagem por elementos discretos para problemas envolvendo carregamentos estáticos e dinâmicos é apresentada por Cappellari (2005). Em tal abordagem, na formulação mais geral, que é a para carregamentos de natureza dinâmica, as equações de movimento do sistema estrutural cabos são representadas através de modelo discreto da forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{q}} + \mathbf{C}\dot{\vec{q}} + \mathbf{K}\vec{q} = \vec{Q}(t) \quad (\text{equação 22})$$

na qual \vec{q} e \vec{Q} representam as coordenadas e forças externas generalizadas e \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são as matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez, respectivamente. Os casos de carregamentos estáticos são casos particulares do mais geral. Nestes últimos, não há variação no tempo e podem ser modelados da mesma forma desde que sejam aplicados de forma incremental numa função do tipo rampa (CAPPELLARI, 2005).

Para a determinação da equação linearizada é adotado o Método Explícito, o qual requer que a matriz \mathbf{M} de massa e \mathbf{C} de amortecimento sejam diagonais.

A utilização de integração numérica explícita para as equações de movimento de sistemas estruturais apresenta muitos pontos atrativos, isso porque não é necessário se montar a matriz de rigidez, e assim, a integração é realizada ao nível de elemento. Essa vantagem do método explícito passou a ser bastante significativa, pois os elementos finitos e outras formulações discretas, implicam enormes matrizes de rigidez globais e solução desse sistema resultante de equações.

Na aplicação da integração numérica explícita, a carga considerada dependente do tempo, é aumentada de zero até seu valor estático final utilizando uma rampa suave. É atribuído às estruturas um amortecimento artificial, a fim de reduzir a amplitude das flutuações (como vibrações) em torno da resposta estática média, a chamada Técnica de Relaxação Dinâmica.

Em Cappellari (2005, p. 88-89) encontra-se a explicação do Método Explícito:

No Método Explícito, o vetor de coordenadas nodais $\vec{q}(t_i)$, no tempo discreto t_i , é calculado a partir de um conjunto de vetores de deslocamentos $\vec{q}(t_{i-k})$, em tempo discreto anterior t_{i-k} , $k = 1, 2, 3, \dots, i$, sem a necessidade de montagem da matriz de rigidez global e solução do sistema de equações. Ou seja, a partir da escolha de um intervalo de tempo, o estado do sistema no instante $(t + \Delta t)$ pode ser expresso em termos do estado nos instantes t , $(t - \Delta t)$, $(t - 2\Delta t)$, etc.

Nestas análises, cada coordenada nodal em translação é obtida por um esquema de médias de diferenças finitas para solução das equações de equilíbrio dinâmico nas três direções, x , y e z . A expressão do método das Diferenças Finitas Centrais é dada por:

$$q(t + \Delta t) = \frac{1}{c_1} \left[\frac{f(t)\Delta t^2}{m} + 2q(t) - c_2 q(t - \Delta t) \right] \quad (\text{equação 23})$$

e

$$c_1 = 1 + \frac{c_m \Delta t}{2} \quad (\text{equação 24})$$

$$c_2 = 1 - \frac{c_m \Delta t}{2} \quad (\text{equação 25})$$

Onde:

m = massa nodal;

q = coordenadas nodais em alguma das direções x , y e z ;

f = componente de força nodal na direção correspondente;

t = tempo;

Δt = intervalo de tempo;

c_m = coeficiente de amortecimento proporcional a massa.

Cappellari (2005, p. 89) segue afirmando que:

A força nodal $f(t)$ é composta pelas forças gravitacionais, carga de vento e pelas cargas axiais de tração nos elementos de cabos conectados. Em cada passo de integração é aplicada a equação 20 para todos os nós e em todas as direções, as novas coordenadas determinadas irão conduzir a deformações axiais dos elementos, as quais agora irão reagir com as forças axiais em oposição aos deslocamentos.

Com a metodologia descrita torna-se possível levar em consideração a não-linearidade geométrica da estrutura, uma vez que as coordenadas nodais são atualizadas a cada novo passo de integração, como se pode observar na equação 20 (CAPPELLARI, 2005).

Cappellari (2005, p. 89-90) também dá especificações a respeito das condições iniciais as quais os cabos devem apresentar:

Para início do processo nessa formulação, é preciso ter-se o cabo em uma dada posição inicial, que após a aplicação da carga peso, este esteja submetido à tração de projeto T_i e com a catenária teórica $f_{teórica}$. Para determinação desta posição para início do processo é usual proceder-se através de uma formulação analítica como as apresentadas na seção anterior. Neste processo se utiliza a formulação abaixo para determinar as propriedades do cabo na condição após aplicação força peso, se determina a deformação axial causada por essa força, através da equação constitutiva do cabo, e se desconta essa deformação do comprimento teórico do mesmo. Assim, se determina uma condição inicial (catenária com flecha menor) que após a aplicação da carga de peso, o cabo estará disposto na posição teórica e com tração de projeto desejados.

Na figura 13 pode-se observar a acomodação do cabo quando suspenso entre dois pontos desnivelados.

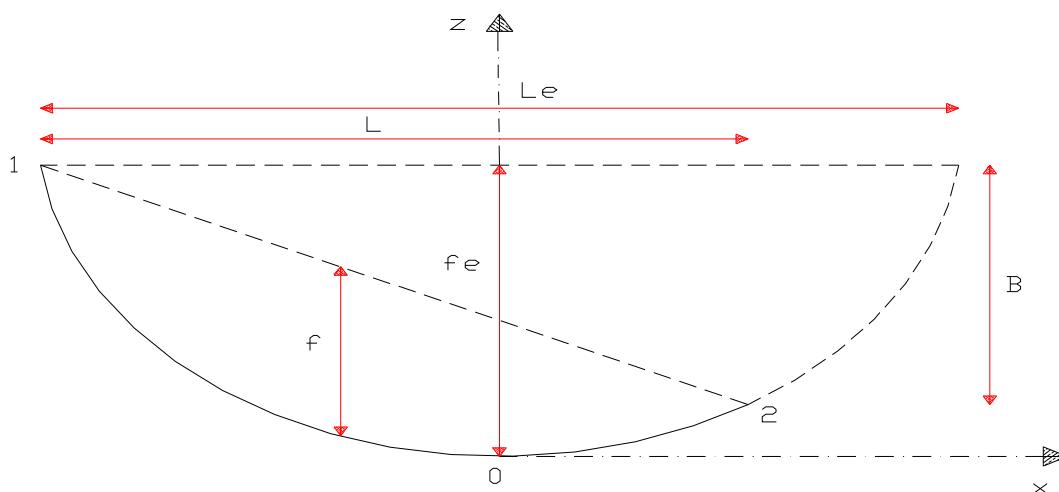


Figura 13: cabo suspenso entre suportes (1 e 2) com alturas diferentes (CAPPELLARI, 2005)

Na condição inicial o cabo suspenso está submetido à força peso, que implica uma catenária inicial. Tal condição é usualmente estabelecida para se ter o cabo com tração equivalente a 20% da tração última:

$$T_i = 0.2 \cdot T_{nr} \quad (\text{equação 26})$$

$$C = \frac{T_i}{p} \quad (\text{equação 27})$$

Onde:

T_i = tração equivalente a 20% da tração última (daN);

T_{nr} = tração última (daN);

C = parâmetro da catenária (m);

p = peso do cabo (daN/m).

A posição do cabo em qualquer condição, de acordo com a figura 9, pode ser expressa por:

$$z = C \cdot \left(\cosh\left(\frac{x-x_0}{C}\right) - \cosh\left(\frac{x_0}{C}\right) \right) \quad (\text{equação 28})$$

sendo

$$x_0 = \frac{L}{2} - C \cdot \operatorname{arcsen} h \left(\frac{B}{2 \cdot C \cdot \left(\sinh\left(\frac{L}{2 \cdot C}\right) \right)} \right) \quad (\text{equação 29})$$

Onde:

z = posição do cabo;

C = parâmetro da catenária (m);

L = vão real (m);

B = desnível entre os dois pontos de fixação do cabo (m);

x_0 = posição inicial do cabo.

Os outros parâmetros apontados na figura 9 podem ser expressos por:

$$l_{teórico} = \sqrt{B^2 + 4 \cdot C^2 \cdot \left(\sinh\left(\frac{L}{2 \cdot C}\right) \right)^2} \quad (\text{equação 30})$$

$$f_{teórica} = \frac{L_e^2 \cdot p}{8 \cdot T_i} - B \quad (\text{equação 31})$$

$$L_e = L + \frac{2 \cdot B \cdot C}{L} \quad (\text{equação 32})$$

Onde:

$l_{teórico}$ = comprimento teórico do cabo (m);

C = parâmetro da catenária (m);

L = vão real (m);

B = desnível entre os dois pontos de fixação do cabo (m);

$f_{teórica}$ = flecha teórica para cabos nivelados (m);

L_e = vão teórico para cabos nivelados (m);

p = peso do cabo (daN/m).

Após a estabilização da condição inicial, carregamentos (tanto oriundos da ação do vento como da variação da temperatura ou da alteração de comprimento de cabos) podem ser impostos através da mesma discretização escolhida (ou seja, atribuída aos nós).

5. DESCRIÇÃO DOS CASOS E CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO

Com os métodos analítico e numérico, que foram utilizados para desenvolver o presente trabalho, já apresentados, este capítulo trás o detalhamento dos dois casos que foram utilizados para cálculo (I e II) e também das duas condições de carregamento as quais foram submetidas estes dois casos (A e B).

5.1 CASO I: VÃO NIVELADO

O primeiro caso considerado foi o do vão nivelado, ou seja, duas estruturas de ancoragem, E1 e E2, ambas a uma altura de 125 m do solo, suspendem o cabo. As características geométricas desse caso são as que seguem:

- a) vão único (h') = 400 m;
- b) desnível dos cabos (v') = 0, ou seja, os cabos estão nivelados.

A figura 14 apresenta uma representação do cabo Ibis no caso I. Observa-se também que os eixos possuem escalas diferentes: o eixo vertical está em escala real; já o horizontal apresenta escala 1:10 ou seja, o eixo aparece reduzido em dez vezes. Estas escalas diferenciadas são aplicadas para que fique mais clara e aparente a visualização do comportamento e posicionamento do cabo.

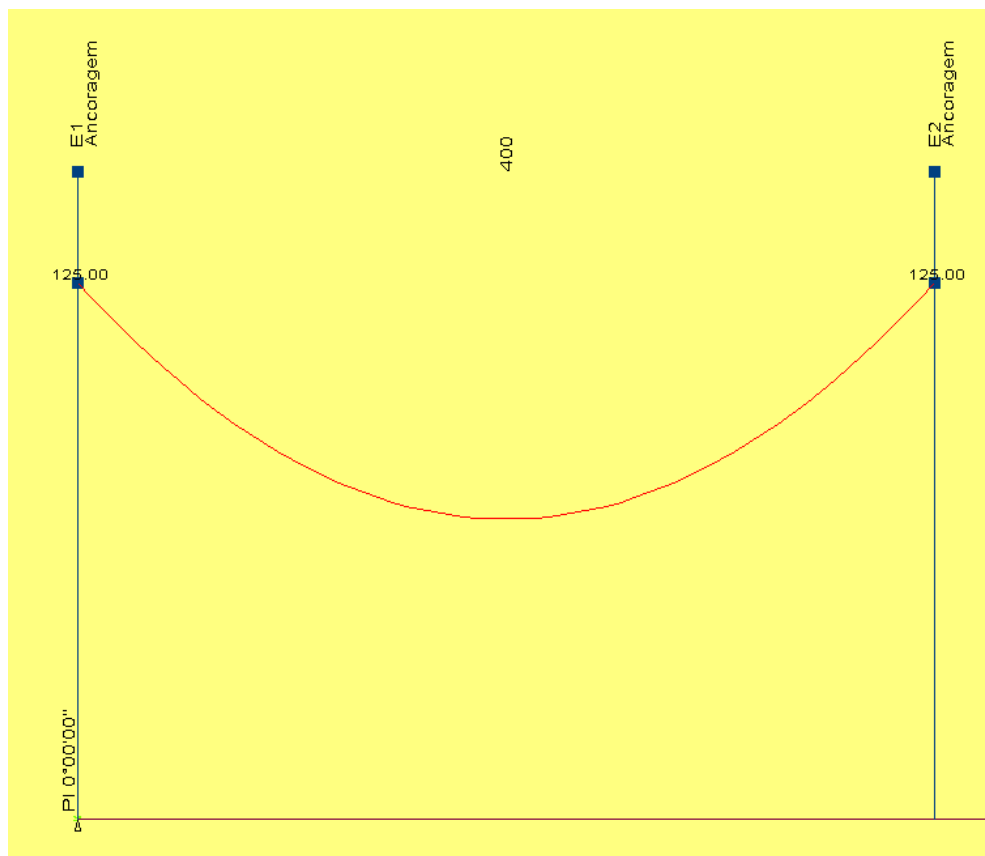


Figura 14: posicionamento do cabo no caso I, vão nivelado

É importante destacar que, como os pontos de fixação encontram-se a mesma altura, a curva descrita pelo cabo condutor é simétrica (em relação ao eixo vertical). Portanto, o ponto mais próximo ao solo fica exatamente ao centro do vão h' .

5.2 CASO II: VÃO DESNIVELADO

Como segundo caso a ser estudado, foi escolhida a situação de cabos desnivelados e vãos desiguais: três estruturas, as das extremidades de ancoragem e a central de suspensão, alocadas em um terreno ondulado, ou seja, as cotas de fixação dos cabos não serão as mesmas. A figura 15 apresenta a configuração e a disposição das estruturas no terreno. Observa-se que o primeiro vão, h_1' , mede 400 m e o segundo, h_2' , mede 500 m; a estrutura E2 (central) está localizada na cota 165 m, e as estruturas E1 e E3 (das extremidades) estão na cota 125 m, logo há um desnível de 40 m entre as estruturas das extremidades e a central. Como os vãos e os desníveis não são iguais, nesta condição, o posicionamento do cabo não

será simétrico, podendo assim o ponto mais baixo do cabo estar a qualquer ponto dos vãos h_1' e h_2' .

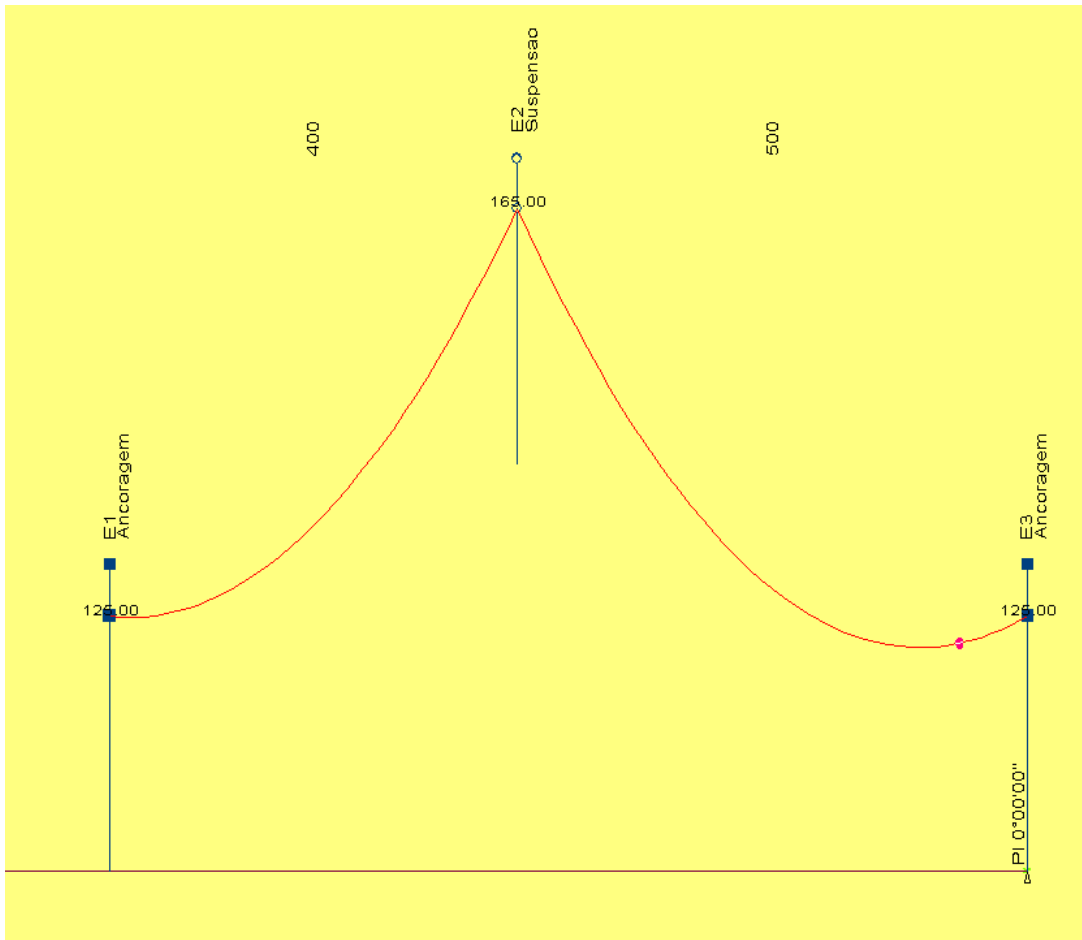


Figura 15: posicionamento do cabo no caso II, vãos desnivelados

Como no caso anterior, esta figura também apresenta escalas diferentes nos eixos: o eixo vertical em escala real e o horizontal em escala 1:10. Por apresentar desnível entre os pontos de fixação do cabo, neste caso fica mais aparente esta diferenciação de escalas. Exemplificando: sendo o desnível de 40 m e os vãos medem 400 e 500 metros; mas, na figura, o desnível aparece sem distorção, já as distâncias horizontais aparecem com valores de 40 e 50 (dez vezes menor em relação ao tamanho real).

5.3 DESCRIÇÃO DA CONDIÇÃO A

A **condição A** é o que também se pode chamar de **condição de referência**. Não há qualquer tipo de solicitação externa (ação do vento, dilatação térmica, etc.) no cabo, a não ser o peso próprio do mesmo. Não haverá, portanto, variação na flecha, na tração e no parâmetro da catenária do cabo. Foram utilizados para esta condição os seguintes valores:

- a) pressão de vento incidente (q_A) = 0;
- b) temperatura do cabo (t_A) = 20°C;
- c) tração de regulagem EDS (T_A) = 1450,12 daN;
- d) peso linear unitário do cabo (p_A) = 0,7977 daN/m.

5.4 DESCRIÇÃO DA CONDIÇÃO B

Como condição B tem-se ação de agentes externos no cabo, ou seja, o cabo sofre **ação do vento**. O vento incide perpendicularmente ao cabo e é uniformemente distribuído ao longo de todo o vão. Com a incidência do vento, a temperatura do cabo diminuiu; a flecha, a tração e o parâmetro da catenária também sofrem alterações. Os novos parâmetros para cálculo do comportamento do cabo seguem descritos a seguir:

- a) pressão de vento incidente (q_B) = 100 daN/m²;
- b) temperatura do cabo (t_B) = 15°C;
- c) nova tração de regulagem EDS (T_B) a ser calculada;
- d) novo peso linear unitário do cabo (p_B) a ser calculado.

6 APLICAÇÕES

Este capítulo trás as descrições dos modelos, a caracterização do cabo que será utilizado para as análises, a apresentação dos resultados obtidos pela aplicação das ferramentas analíticas e numéricas e as devidas comparações entre elas.

6.1 MODELO ANALÍTICO

O modelo analítico foi aplicado nos casos I e II, obedecendo às premissas tomadas no desenvolvimento do método e já apresentadas na revisão bibliográfica deste trabalho.

A principal premissa desde modelo é que ele não é válido para cálculos de vãos múltiplos. Então, para obedecer à ela, no segundo caso, estes vãos serão substituídos por um único vão: o vão equivalente, também chamado de **vão básico**. Aplicando-se a equação 15 encontra-se $h'_{basico} = 456,5m$ que, para fins de cálculos analíticos, será utilizado como h' .

$$h'_{basico} = \sqrt{\frac{\sum h'_n{}^3}{\sum h'_n}} \quad (\text{equação 15})$$

6.2 MODELO NUMÉRICO

Para a realização dos cálculos com o método numérico, estes cálculos foram realizados no *software* PLS-CADD, mas em uma integração de outros três softwares: o SAGSEC, SAG-TENSION e o SAPS (também da Power Line Systems Inc.). Tratam-se ferramentas computacionais comerciais que têm como embasamento o método dos elementos finitos. Comumente é utilizado para cálculos de flechas e tensões quando a simplificação do vão básico não for apropriada ou suficiente.

Na aplicação deste método, ao contrário do que foi feito no modelo analítico, não será preciso utilizar o vão básico para o cálculo. Por tratar-se de um método o numérico, os vãos são discretizados e calculados separadamente.

6.3 PROPRIEDADES DO CABO IBIS

Dentre alguns cabos cujas propriedades já se encontravam inseridas no bando de dados *software* a ser utilizado para cálculo numérico deste trabalho, escolheu-se o cabo tipo **Ibis**. Trata-se de um cabo composto por 26 fios de alumínio, que irão conduzir a energia elétrica, e 7 fios de aço, que compõe a alma e darão a este cabo resistência mecânica necessária (figura 16). Para efeitos de cálculos, foram utilizadas as propriedades apresentadas no quadro 3: características físicas e mecânicas admitindo um comportamento linear do cabo.



Figura 16: formação do cabo Ibis

Características do Cabo Tipo IBIS	
Comportamento Linear	
Diâmetro Externo (mm)	19,888
Tração Última (daN/m)	7250,60
Tração de regulagem EDS (daN/m)	1450,12
Peso Unitário (daN/m)	0,79770
Coef. Dilatação Térm. (°C)	0,0000188
Mód. Elasticidade (daN/mm ²)	7451,50

Quadro 3: propriedades físicas e mecânicas do cabo Ibis, comportamento linear (NEXANS BRASIL S.A., 2009)

Observa-se que a tração de maior duração vale 20% da tração última, como demonstrado nas equações 26 e 27. Trata-se da condição de EDS (*Every Day Stress*), tração que o cabo experimenta durante maior período de sua vida útil.

$$T_i = 0.2 \cdot T_{nr} \quad (\text{equação 26})$$

$$C = \frac{T_i}{p} \quad (\text{equação 27})$$

Onde:

T_i = tração equivalente a 20% da tração última (daN);

T_{nr} = tração última (daN);

C = parâmetro da catenária (m);

p = peso unitário do cabo (daN/m).

O gráfico apresentado na figura 17 foi retirado do *software* PLSCADD, nele pode ser observado o comportamento do linear do cabo. Neste gráfico, o eixo vertical apresenta os valores da tensão e o horizontal apresenta as respectivas deformações, dando origem ao gráfico tensão-deformação do cabo em estudo. A figura 18 mostra como as propriedades dos cabos aparecem no *software*.

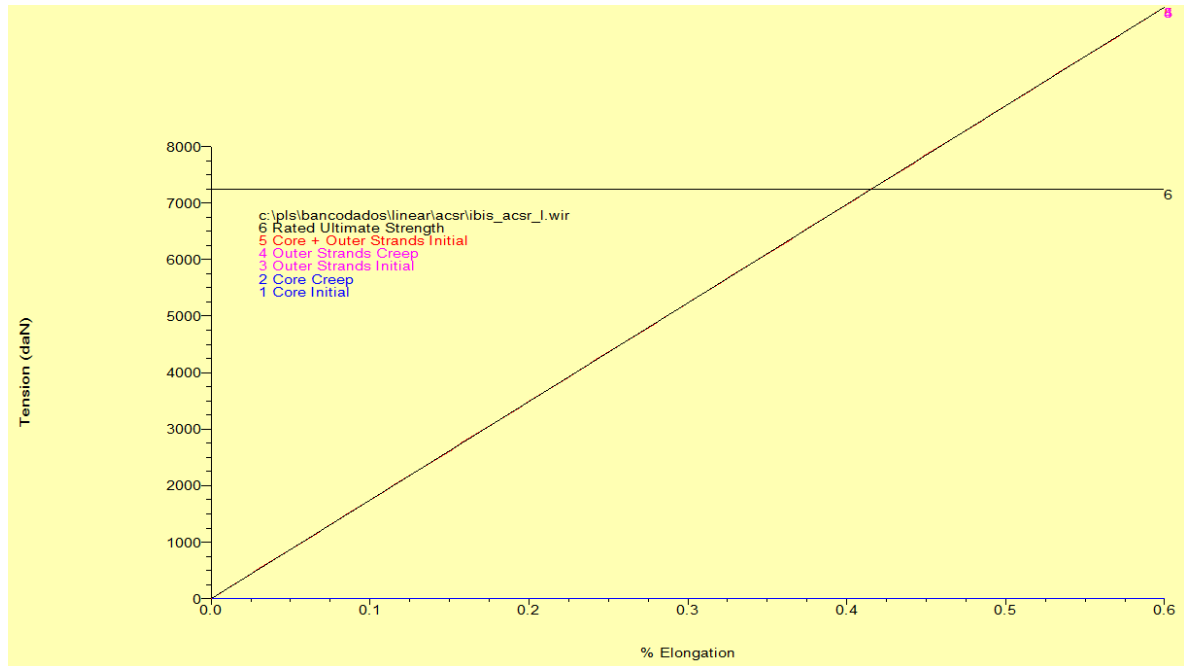


Figura 17: gráfico tensão-deformação considerando o comportamento linear do cabo Ibis

Cable Data			
<input checked="" type="checkbox"/> Use simplified elastic cable model (no creep, no coefficients)			
Name	c:\pls\lcc_flavia\cabo\ibis_acsr_l_wir		
Description	397kcmil 26/7 IBIS		
Stock Number			
Cross section area (mm ²)	234	Unit weight (daN/m)	0.797703
Outside diameter (mm)	19.8882	Ultimate tension (daN)	7250.6
Temperature shift used to model long term creep		Number of independant wires	1
Temperature at which strand data below obtained (deg C)		(above should be 1 unless have messenger supporting other wires using a spacer)	
		<input type="checkbox"/> Conductor is a J-Power Systems GAP type conductor strung with core supporting all tension.	
Outer Strands:		Core Strands (if different from outer strands):	
Final modulus of elasticity (see note belo (daN/mm ² /100)	74.515	Final modulus of elasticity (see note belo (daN/mm ² /100)	
Thermal expansion coeff. (/100 deg)	0.0018821	Thermal expansion coeff. (/100 deg)	
Polynomial coefficients (all strains in %, stresses in daN/mm ² , see		Polynomial coefficients (all strains in %, stresses in daN/mm ² , see	
Stress-strain	a0 a1 a2 a3 a4	Stress-strain	b0 b1 b2 b3 b4
Creep	c0 c1 c2 c3 c4	Creep	d0 d1 d2 d3 d4
Note: Final modulus, stress-strain and creep are actual material values multiplied by ratio of outer strand area to total area.		Note: Final modulus, stress-strain and creep are actual material values multiplied by ratio of core strand area to total area.	

Figura 18: apresentação das propriedades do cabo Ibis considerando comportamento linear

Como já esperado, o comportamento linear é apresentado por uma reta de inclinação constante (avermelhada). A reta horizontal (preta), que aparece com a indicação do número 6, indica a tração de última que o cabo suporta nesta situação. Quando se adota o cabo com

comportamento linear do cabo, considera-se como se ele fosse constituído por um único elemento. Vale destaque o fato de que as propriedades individuais dos diferentes elementos não são consideradas aqui, por isso, na metade inferior da figura os campos estão vazios.

Caso sejam necessários resultados mais precisos ou uma análise mais detalhada do caso, pode-se levar em consideração o comportamento não-linear do cabo. Com isso, nem o coeficiente de dilatação térmica nem o módulo de elasticidade serão únicos, haverá um para o aço e um para o alumínio. No gráfico tensão-deformação da figura 19, também retirada do PLSCADD, observa-se nitidamente o a diferença entre o comportamento linear e o não-linear do cabo.

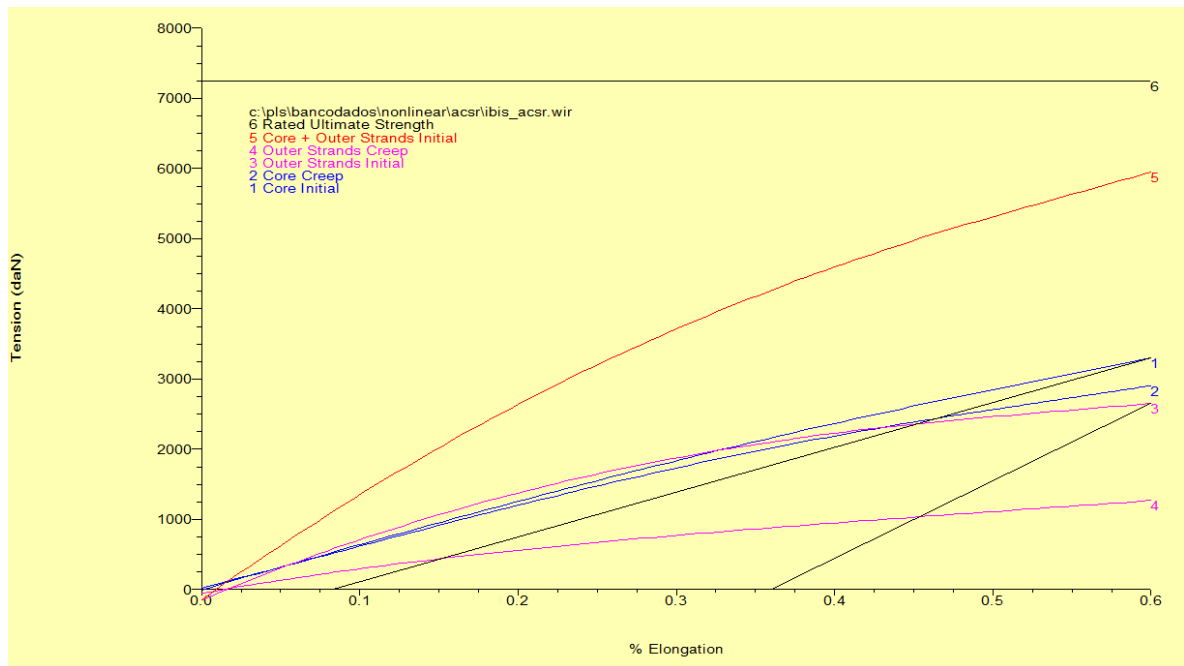


Figura 19: gráfico tensão-deformação considerando o comportamento não-linear do cabo Ibis

Neste caso o gráfico não trata-se mais de uma reta, mas sim de um conjunto de curvas; cada uma delas expressa o comportamento de um determinado componente (aço ou alumínio) em um determinado estado (inicial ou com *creep*). A seguir cada uma destas curvas será descrita:

- a) curva 1: comportamento da alma (aço) na condição inicial;
- b) curva 2: comportamento da alma (aço) na condição do *creep*;
- c) curva 3: comportamento da camada externa (alumínio) na condição inicial;

- d) curva 4: comportamento da camada externa (alumínio) na condição do *creep*;
- e) curva 5: comportamento combinado do alumínio e do aço na condição inicial;
- f) curva 6: tração última que o cabo suporta.

A figura 20 mostra como as propriedades não-lineares do cabo são apresentadas no *software* PLSCADD. Vale ressaltar que aqui as propriedades dos materiais aparecem de forma independente; para tanto, ao contrario do que ocorreu no cabo com comportamento linear, a metade inferior da figura não está vazia, ela trás as propriedades dos dois materiais que constituem o cabo. Na esquerda estão os valores do alumínio (parte externa) e na direita do aço (alma): são apresentados os coeficientes do polinômio que descreve o comportamento do cabo, os coeficientes de dilatação térmica de cada material e os coeficientes do polinômio que descrevem seu comportamento com *creep*; é apresentada também a temperatura na qual estes valores foram obtidos.

The screenshot shows the 'Cable Data' window with the following data:

Use simplified elastic cable model (no creep, no coefficients)

Name: c:\pls\loc_flavia\cabo\ibis_acst.wir
 Description: 397kcmil 26/7 IBIS
 Stock Number: [empty]

Cross section area (mm²): 234 Unit weight (daN/m): 0.797703 Number of independant wires: 1
 Outside diameter (mm): 19.8882 Ultimate tension (daN): 7250.6

Temperature at which strand data below obtained (deg C): 23.8889 Conductor is a J-Power Systems GAP type conductor strung with core supporting all tension.

Outer Strands						Core Strands (if different from outer strands)					
Final modulus of elasticity (see note belo)(daN/mm ² /100)						Final modulus of elasticity (see note belo)(daN/mm ² /100)					
Thermal expansion coeff. (/100 deg)						Thermal expansion coeff. (/100 deg)					
Polynomial coefficients (all strains in %, stresses in daN/mm ² , see a0 a1 a2 a3 a4)						Polynomial coefficients (all strains in %, stresses in daN/mm ² , see b0 b1 b2 b3 b4)					
Stress-strain						Stress-strain					
Creep						Creep					

Note: Final modulus, stress-strain and creep are actual material values multiplied by ratio of outer strand area to total area.

Note: Final modulus, stress-strain and creep are actual material values multiplied by ratio of core strand area to total area.

Figura 20: apresentação das propriedades do cabos Ibis considerando comportamento não-linear

Adicionalmente, pode-se dizer que, durante sua vida útil, o cabo passa por duas fases importantes:

- a) **inicial**: quando o cabo ainda não foi submetido a nenhum carregamento;

- b) **final após o creep**: após o cabo ter passado um longo período de tempo submetido à tração (que diminui com o tempo).

Se considerado o comportamento linear do cabo os valores das flechas e das trações não mudam durante essas duas fases. Por outro lado, se considerado o comportamento não-linear do cabo os valores mudariam em ambas. Esta afirmação será confirmada posteriormente, na análise dos resultados obtidos. Antes de existirem recursos computacionais suficientemente desenvolvidos para considerar-se o comportamento não-linear do cabo, os cálculos eram simplificados, sendo admitido um comportamento linear a ele. Assim os cálculos ficavam mais fáceis e simples. Hoje, estes recursos são bastante desenvolvidos, podendo-se então, considerar o real comportamento do cabo sem demandar maiores esforços e complicações; isto agrega aos cálculos uma confiabilidade muito maior quando comparados aos cálculos lineares.

6.4 RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo serão apresentados os valores encontrados após a aplicação das ferramentas analíticas e numéricas nos dois casos e nas duas condições de carregamento. Para melhor compreensão de como foram organizadas estas comparações, apresenta-se o diagrama da figura 21, sendo repetido para os casos I e II e para cabos com comportamento linear e não-linear.

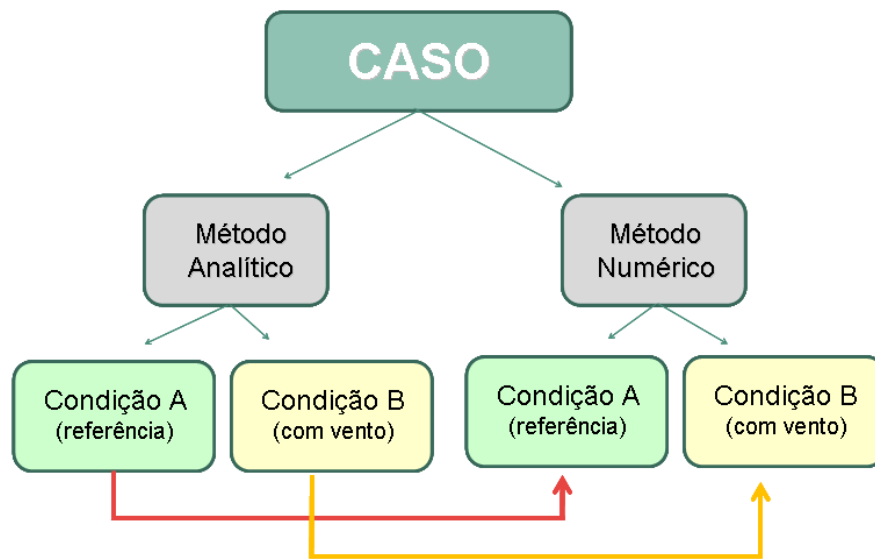


Figura 21: diagrama demonstrativo das comparações a serem feitas

A comparação das ferramentas desenvolveu-se em termos das trações e das flechas apresentadas pelos cabos. Todas as flechas foram calculadas pela equação 14, devido à simplificação já explicitada, e as novas trações pela equação da mudança de estado, que, neste trabalho, aparece como equação 19.

$$flecha = C \left[\cosh\left(\frac{h'}{2C}\right) - 1 \right] \quad (\text{equação 14})$$

$$\frac{h'^2}{24} \left[\left(\frac{1}{C_A}\right)^2 - \left(\frac{1}{C_B}\right)^2 \right] - \alpha_t (t_A - t_B) - \frac{(T_{0A} - T_{0B})}{ES} = 0 \quad (\text{equação 19})$$

Onde:

h' = vão (m);

C = parâmetro da catenária (m);

T_0 = componente horizontal da força axial no cabo (daN);

E = módulo de elasticidade (daN/mm²);

S = seção transversal (mm²);

α_t = coeficiente de dilatação térmica ($^{\circ}\text{C}^{-1}$).

6.4.1 Apresentação dos resultados do caso I considerando cabo com comportamento linear

Tomando o caso I, vãos nivelados, e aplicando as ferramentas analíticas e numéricas descritas ao longo deste trabalho, e adotando-se o cabo com comportamento linear, foram encontrados os valores de flechas e trações apresentados no quadro 4 e no quadro 5. O primeiro para condição A e o segundo, para condição B.

CASO I - Condição A		
Método	Flecha (m)	Trações (daN)
Analítico	11,01	1450
Numérico	11,00	1450

Quadro 4: flechas e tensões do caso I, condição A, cabo com comportamento linear

CASO I - Condição B		
Método	Flecha (m)	Trações (daN)
Analítico	13,32	3222
Numérico	13,29	3221

Quadro 5: flechas e tensões do caso I, condição B, cabo com comportamento linear

A figura 22 permite a visualização do comportamento da variação da flecha e da tração quando submetido à ação do vento e variação de temperatura. A linha escura mostra o cabo na condição A; já a linha azul clara, o cabo após sofrer a mudança de estado. Percebe-se visualmente o cabo sofreu dilatação; analiticamente chega-se ao valor desse alongamento, que foi de 3,42 m.

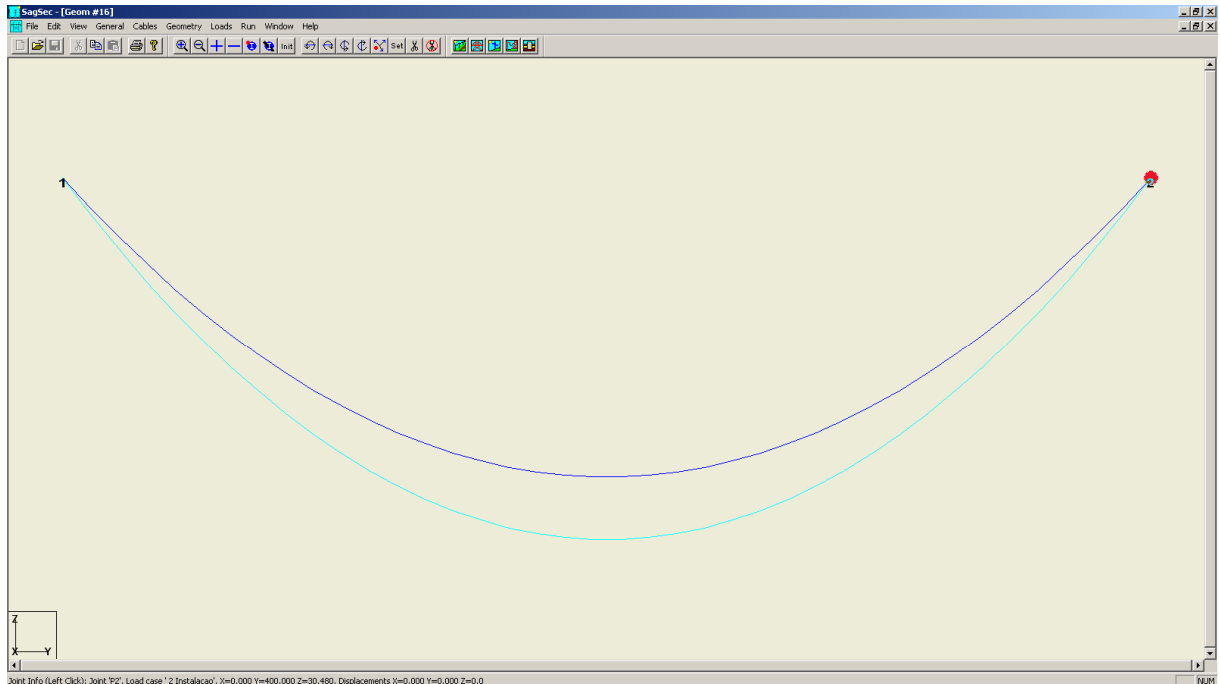


Figura 22: deformação do cabo no caso I, cabo com comportamento linear

6.4.2 Apresentação dos resultados do caso I considerando cabo com comportamento não-linear

Tomando-se o caso I e aplicando-se as mesmas ferramentas analíticas e numéricas que já foram descritas, apresenta-se os resultados obtidos considerando o comportamento não-linear do cabo Ibis (tanto para fase inicial e para a fase final após o *creep*) nos quadros 6 e 7, para as condições A e B respectivamente.

CASO I - Condição A				
Fase	Inicial		Final após Creep	
Método	Flecha (m)	Tensões (daN)	Flecha (m)	Tensões (daN)
Analítico	11,01	1450	12,07	1323
Numérico	10,99	1450	12,04	1324

Quadro 6: flechas e tensões do caso I, condição A, cabo com comportamento não-linear

CASO I - Condição B				
Fase	Inicial		Final após Creep	
Método	Flecha (m)	Tensões (daN)	Flecha (m)	Tensões (daN)
Analítico	14,00	3067	14,13	3037
Numérico	13,95	3067	14,10	3036

Quadro 7: flechas e tensões do caso I, condição B, cabo com comportamento não-linear

6.4.3 Apresentação dos resultados do caso II considerando cabo com comportamento linear

Tomando o caso II, vãos desnivelados, e aplicando as ferramentas analíticas e numéricas descritas ao longo deste trabalho, foram encontrados os valores de flechas e trações apresentados no quadro 8 e no quadro 9. O primeiro para condição A e o segundo, para condição B. Vale destacar que, os resultados dos cálculos analíticos aqui apresentados valem para o vão básico nas duas condições de carregamento.

CASO II - Condição A		
Método	Flecha (m)	Tensões (daN)
Analítico	14,35	1450
Numérico	11,05	1450
	17,25	1450

Quadro 8: flechas e tensões do caso II, condição A, cabo com comportamento linear

CASO II - Condição B		
Método	Flecha (m)	Trações (daN)
Analítico	16,84	3321
Numérico	12,82	3371
	19,84	3394

Quadro 9: flechas e tensões do caso II, condição B, cabo com comportamento linear

Do mesmo modo como na seção anterior, apresenta-se na figura 23 a deformação do cabo (de comportamento linear), onde se visualiza com clareza a variação da flecha e da tração quando submetido uniformemente à ação do vento e variação de temperatura. A linha azul escura mostra o cabo na condição A e a linha azul clara representa o cabo após sofrer a mudança de estado, condição B. Nota-se que o cabo dilatou e sofreu um alongamento de 5,69 m.

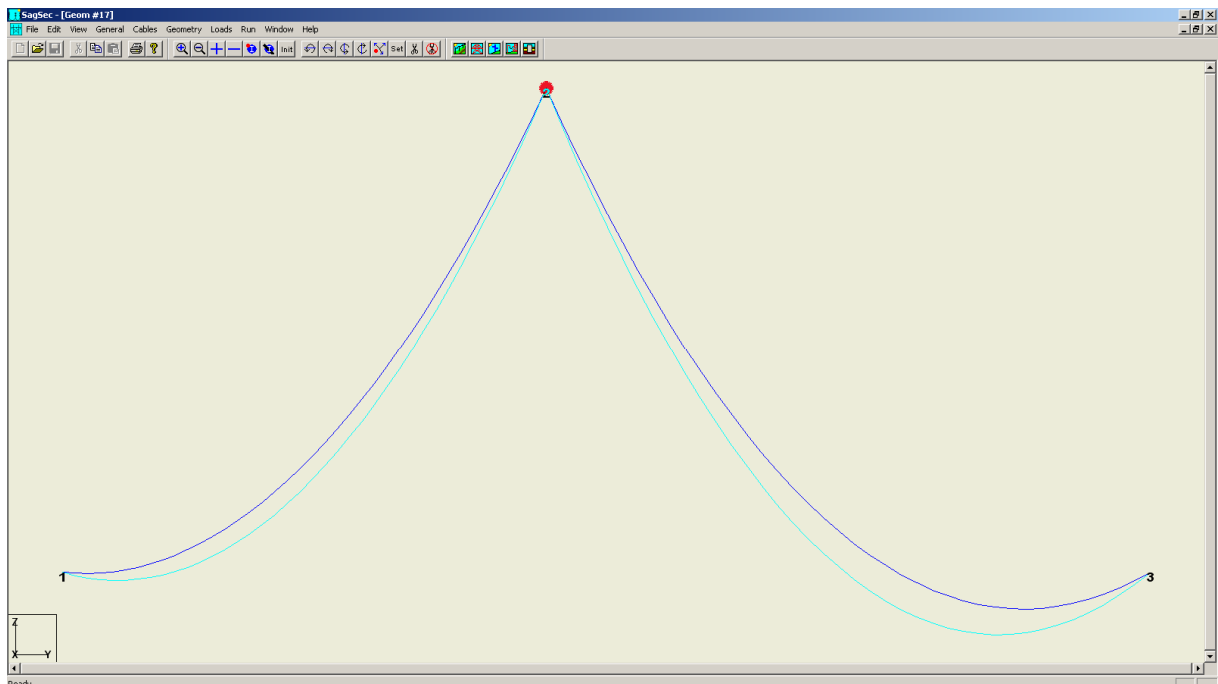


Figura 23: deformação do cabo no caso II, cabo com comportamento linear

Ainda, pode-se calcular a flecha de cada um dos vãos, tomando-se o comportamento do vão básico como válido para os dois, ou seja, a tração em cada um dos vãos é a mesma do vão básico. No entanto, a comparação entre as flechas destes vãos só é possível na condição A, ou seja, sem vento. Assim os resultados seriam:

- a) para o primeiro vão (400 m) a flecha é de 11,07 m;
 b) para o segundo vão (500 m) a flecha é de 17,27 m.

6.4.4 Apresentação dos resultados do caso II considerando cabo com comportamento não-linear

Novamente aplicou-se as ferramentas analíticas e numéricas, e os resultados obtidos considerando o comportamento não-linear do cabo Ibis (tanto para fase inicial e para a fase final após o *creep*) aparecem nos quadros 10 e 11, para as condições A e B respectivamente. Aqui, também se dá ênfase ao fato de que os resultados dos cálculos analíticos aqui apresentados valem para o vão básico nas duas condições de carregamento.

CASO II - Condição A				
Fase	Inicial		Final após Creep	
Método	Flecha (m)	Trações (daN)	Flecha (m)	Trações (daN)
Analítico	14,35	1450	15,48	1344
Numérico	11,05	1450	11,96	1339
	17,24	1450	18,55	1348

Quadro 10: flechas e tensões do caso II, condição A, cabo com comportamento não-linear

CASO II - Condição B				
Fase	Inicial		Final após Creep	
Método	Flecha (m)	Trações (daN)	Flecha (m)	Trações (daN)
Analítico	17,64	3171	17,74	3152
Numérico	13,48	1496	13,55	3190
	20,77	1512	20,86	3226

Quadro 11: flechas e tensões do caso II, condição B, cabo com comportamento não-linear

Assim como se fez para o cabo com comportamento linear, também é possível calcular-se a flecha de cada um dos vãos, tomando-se o comportamento do vão básico como válido para os dois, ou seja, a tração em cada um dos vãos é a mesma do vão básico. No entanto, a comparação entre as flechas destes vãos só é possível na condição A, ou seja, sem vento. Assim os resultados para a condição inicial do cabo (antes da ocorrência do *creep*) seriam:

- a) para o primeiro vão (400 m) a flecha é de 11,07 m;
- b) para o segundo vão (500 m) a flecha é de 17,27 m.

6.5 ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

Após os valores das flechas e das trações serem obtidas para cada caso fez-se a comparação destes valores entre si. Tais comparações foram feitas a partir do cálculo dos erros relativos de cada um dos casos aplicados a cada uma das condições de carregamento.

Como já dito anteriormente, o método analítico não permite cálculos em vãos múltiplos, portanto, para que pudesse haver uma comparação entre métodos, utilizou-se os valores obtidos quando levado em consideração o fato de o comportamento do vão básico ser válido (ou seja, considerou-se que a tração em ambos os vãos é a tração do vão básico) e calculou-se as flechas.

A seguir serão apresentadas algumas comparações que foram julgadas pertinentes a este trabalho. Serão comparados resultados analíticos com resultados numéricos tanto para cabos com comportamento linear como não-linear

6.5.1 Comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas do caso I considerando cabo com comportamento linear

Inicialmente será apresentada a comparação mais simples que se pode fazer: os resultados da aplicação das ferramentas analíticas com os das ferramentas numéricas para o caso de vão único e nivelado para cabo com comportamento linear. Como já dito anteriormente, tal

comparação foi feita com o cálculo do erro relativo entre os valores encontrados e são apresentados no quadro 12.

CASO I		
	Flecha (m)	Trações (daN)
Condição A	0,09%	0,00%
Condição B	0,23%	0,03%

Quadro 12: comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas aplicadas ao caso I na condição linear do cabo

Percebe-se que a diferença é praticamente nula, não há ocorrência de diferenças maiores do que 1%. Isso mostra que para os casos bastante simples é indiferente o método que será utilizado para cálculo que os resultados serão praticamente os mesmos.

6.5.2 Comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas do caso I considerando cabo com comportamento não-linear

A comparação que será descrita agora foi feita com os resultados analíticos e numéricos do caso I para cabo de comportamento não-linear. Outra vez as comparações serão feitas pelo cálculo do erro relativo entre os valores encontrados e são apresentados no quadro 13.

CASO I				
Fase	Inicial		Final após Creep	
Método	Flecha (m)	Trações (daN)	Flecha (m)	Trações (daN)
Condição A	0,18%	0,00%	0,25%	0,08%
Condição B	0,36%	0,00%	0,21%	0,03%

Quadro 13: comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas aplicadas ao caso I na condição não-linear do cabo

Observa-se que há uma pequena diferença entre as duas fases, isso se deve ao comportamento não-linear do cabo.

Aqui as diferenças também são praticamente nulas, sem ocorrência de diferenças maiores do que 1% (tanto na fase inicial como na final após o *creep*), o que demonstra que também para situações bastante simples, mesmo considerando o comportamento não-linear dos cabos, ambas as ferramentas são aplicáveis.

6.5.3 Comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas do caso II considerando cabo com comportamento linear

A terceira análise a ser feita será na comparação dos resultados da aplicação das ferramentas analíticas com os das ferramentas numéricas para o caso de vãos múltiplos e desnivelados para cabo com comportamento linear.

Como o cálculo analítico não permite cálculos de vãos múltiplos, para que pudessem ser comparadas as flechas e as trações do caso II calculou-se as flechas analiticamente para cada um dos vãos, tomando como válido o valor da tração encontrada para o vão básico deste cantão. Porém este modo de cálculo só é válido para a condição sem vento, condição A. Para a condição B utilizou-se a média das flechas e das trações encontradas numericamente para se fazer a comparação. Assim, os valores para análise encontram-se no quadro 14, também expressos em termos de erro relativo.

CASO II		
	Flecha (m)	Trações (daN)
Condição A	0,18% 0,12%	0,00%
Condição B	3,12%	1,82%

Quadro 14: comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas aplicadas ao caso II na condição linear do cabo

Novamente as diferenças entre os métodos são praticamente nulas; mesmo utilizando-se a média dos valores numéricos na condição B os resultados ainda são muito aproximados.

6.5.4 Comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas do caso II considerando cabo com comportamento não-linear

A comparação que será descrita agora foi feita com os resultados analíticos e numéricos do caso I para cabo de comportamento não-linear.

Como o cálculo analítico não permite cálculos de vãos múltiplos, para que pudessem ser comparadas as flechas e as trações do caso II calculou-se as flechas analiticamente para cada um dos vãos, tomando como válido o valor da tração encontrada para o vão básico deste cantão. Porém este modo de cálculo só é válido para a condição sem vento, condição A. Para a condição B utilizou-se a média das flechas e das trações encontradas numericamente para se fazer a comparação. Outra vez as comparações serão feitas pelo cálculo do erro relativo entre os valores encontrados e estão apresentados no quadro 15.

CASO II				
Fase	Inicial		Final após Creep	
Método	Flecha (m)	Trações (daN)	Flecha (m)	Trações (daN)
Condição A	0,18%	0,00%	1,47%	0,04%
	0,17%			
Condição B	3,01%	1,61%	3,11%	1,75%

Quadro 15: comparação dos resultados das ferramentas analíticas e numéricas aplicadas ao caso II na condição não-linear do cabo

Observa-se que há uma pequena diferença entre as duas fases, isso se deve ao comportamento não-linear do cabo.

Novamente observa-se que as diferenças são praticamente nulas, com ocorrência de diferenças maiores do que 1% apenas onde foram utilizadas as médias para poder se realizar as análises por aproximação. Estes resultados demonstram que, também para situações mais

complexas de carregamento e de geometria e adotando-se o comportamento não-linear dos cabos, ambas as ferramentas ainda são aplicáveis sem grandes diferenças.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diferenças entre modelos analíticos e modelos numéricos têm sido avaliadas por pesquisadores interessados em modelagem de cabos suspensos. As ferramentas analíticas proporcionam bons resultados enquanto são válidas suas premissas; por outro lado, as ferramentas numéricas, têm validade mais ampla por abordarem problemas através da discretização dos elementos.

Os modelos analíticos têm a principal vantagem de apresentarem uma equação fechada para o problema, tornando assim mais simples de serem calculados. Mesmo assim, a incorporação de não linearidades leva a soluções mais complexas. Entretanto, têm uma grande limitação que só podem modelar o comportamento de cabos para um único vão (equivalente ou básico). Já os métodos numéricos têm a vantagem que a discretização do problema permite tratar efeitos que os modelos analíticos não podem. Um exemplo disso é o caso de carregamentos de vento agindo diferentemente em vãos de um tramo. Mesmo assim, o grau de discretização também é um fator que influencia a precisão. Quanto maior o grau de discretização, melhor será a precisão, apesar de demandar maior esforço computacional.

Há alguns anos, os recursos computacionais não eram tão desenvolvidos como são hoje, por isso, os modelos analíticos eram comumente utilizados, no entanto estes recursos sofrem aprimoramentos cada vez mais rápidos. Assim, o esforço computacional deixou de ser um empecilho e passou a ser uma facilidade nos projetos de linhas de transmissão e o método numérico começou a ser amplamente utilizado. Com o desenvolvimento de novas tecnologias, o aparecimento de *softwares* como o PLS-CADD, SAGSEC, SAG-TENSION, Tower, SAPS dentre outros utilizados em projetos de LT. A utilização de métodos numéricos também permite que os projetos sejam otimizados, tenham grande redução nas incertezas e maior precisão nos cálculos; com isto, conseqüentemente, há um aumento na confiabilidade.

Métodos baseados em vãos básicos, que tenham formulação através de modelos analíticos, supõem que a tração horizontal é a mesma entre torres de ancoragens. Para isso, implica que as fixações nas torres de suspensão atuem como vínculos sem restrição horizontal alguma, apenas vertical. Em terrenos com desníveis acentuados entre pontos de fixação ou em

condições que os vãos sejam significativamente diferentes ou ainda em condições bastante diferentes das condições iniciais de regulagem dos cabos, tal formulação pode apresentar significativa diferença. O quadro 16 mostra uma condição real estudada por Lynch e Jacobsen (2002). Como se observa, as variações são importantes e reforçam a importância dos estudos que aqui foram realizados.

Span #	Span Length m (ft)	Elevation Change m (ft)	Ruling Span Sag m (ft)	Real Span Sag m (ft)	Sag Diff (%)	Ruling Span Tension N (lbs)	Real Span Tension N (lbs)	Tension Diff (%)
1	183 (600)	98.7 (324)	5.1 (17)	7 (23)	26.56%	10409 (2340)	7651 (1720)	-36.05%
2	109.9 (361)	44.2 (145)	1.7 (6)	2.3 (7)	23.16%	10409 (2340)	7993 (1797)	-30.22%
3	323.4 (1061)	9.8 (32)	14.1 (46)	16.2 (53)	12.88%	10409 (2340)	9074 (2040)	-14.71%
4	428.6 (1406)	-62.8 (-206)	25 (82)	25.7 (84)	2.46%	10409 (2340)	10155 (2283)	-2.50%
5	670.6 (2200)	-23.5 (-77)	61.1 (200)	58.3 (191)	-4.81%	10409 (2340)	10898 (2450)	4.49%
6	176.4 (579)	43.2 (142)	4.3 (14)	4.3 (14)	-0.79%	10409 (2340)	10489 (2358)	0.76%
7	575.5 (1888)	37.3 (122)	44.9 (147)	43.9 (144)	-2.40%	10409 (2340)	10653 (2395)	2.30%
8	231.2 (759)	27.9 (91)	7.2 (24)	7.6 (25)	5.27%	10409 (2340)	9866 (2218)	-5.50%
9	91.6 (301)	-17.8 (-59)	1.1 (4)	1.2 (4)	6.47%	10409 (2340)	9755 (2193)	-6.70%
10	398.3 (1307)	-33.1 (-109)	21.4 (70)	22.5 (74)	4.63%	10409 (2340)	9933 (2233)	-4.79%
11	441.8 (1449)	10.6 (35)	26.3 (86)	27 (89)	2.64%	10409 (2340)	10137 (2279)	-2.68%
12	153.6 (504)	-0.4 (-1)	3.2 (10)	3.3 (11)	3.08%	10409 (2340)	10089 (2268)	-3.17%
13	526.2 (1726)	8.9 (29)	37.4 (123)	36.7 (120)	-1.94%	10409 (2340)	10609 (2385)	1.89%
14	15.2 (50)	-2.7 (-9)	0.03 (0.1)	0.03 (0.1)	0.00%	10409 (2340)	10809 (2430)	3.70%
15	679.4 (2229)	25.6 (84)	62.7 (206)	59.6 (196)	-5.13%	10409 (2340)	10934 (2458)	4.80%
16	115.7 (380)	23.9 (78)	1.8 (6)	1.9 (6)	4.29%	10409 (2340)	9964 (2240)	-4.46%
17	110.2 (362)	0.7 (2)	1.6 (5)	1.8 (6)	9.48%	10409 (2340)	9426 (2119)	-10.43%
18	182.8 (600)	-27.9 (-92)	4.5 (15)	5.1 (17)	11.52%	10409 (2340)	9212 (2071)	-12.99%
19	319.4 (1048)	-27.7 (-91)	13.8 (45)	15.2 (50)	9.11%	10409 (2340)	9466 (2128)	-9.96%
20	465.7 (1528)	34.7 (114)	29.3 (96)	30.9 (101)	4.95%	10409 (2340)	9902 (2226)	-5.12%
21	133.4 (438)	35.9 (118)	2.5 (8)	2.7 (9)	7.41%	10409 (2340)	9639 (2167)	-7.98%
22	499.3 (1638)	23.6 (77)	33.7 (111)	34.2 (112)	1.49%	10409 (2340)	10258 (2306)	-1.47%
23	422.8 (1387)	-30.8 (-101)	24.2 (79)	25.1 (82)	3.89%	10409 (2340)	10008 (2250)	-4.00%
24	337.8 (1108)	-5.2 (-17)	15.4 (50)	16.6 (55)	7.69%	10409 (2340)	9613 (2161)	-8.28%
25	283.5 (930)	2.3 (8)	10.8 (35)	12 (39)	10.07%	10409 (2340)	9368 (2106)	-11.11%
26	347.3 (1139)	28.4 (93)	16.3 (53)	17.9 (59)	9.22%	10409 (2340)	9426 (2119)	-10.43%

Quadro 16: comparação entre resultados modelagem analítica e numérica (LYNCH; JACOBSEN, 2002)

Este quadro apresenta diferenças grandes e pequenas relacionando as duas metodologias de cálculo. Pode-se citar, por exemplo, o vão 1, ele apresenta 26,56% de diferença na flecha e 36,05% de diferença na tração; valores bastante elevados se comparados aos resultados obtidos neste trabalho. Já se tomarmos como exemplo o vão 6, este apresenta diferença de 0,79% para flecha e 0,76% para tração. Esta variação nas diferenças relativas entre cada caso é devida, muitas vezes, a heterogeneidade de terrenos que são trabalhados. Quanto mais plano, sem muitas ondulações e sem obstáculos a serem vencidos for o terreno no qual a LT

será instalada, menor será o erro relativo entre os métodos. Por outro lado, se tratar-se de um terreno bastante ondulado com diversos vãos e obstáculos a serem vencidos, como uma serra, por exemplo, estas diferenças tendem a ficarem maiores; ou seja, quanto maior o grau de complexidade do local para onde a LT será projetada, maior a diferença entre os valores encontrados em cada um dos métodos.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5422**: projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica. Rio de Janeiro, 1985. Em revisão.

CAPPELLARI, T. T. O. **Determinação da Resposta Dinâmica de Feixes de Condutores em Linhas Aéreas de Transmissão**. 2005. 148 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

KIESSLING, F.; NOLASCO, J.F. **Overhead Power Lines**. Local: Springer Verlag, 2003.

LABEGALINI, P. R.; LABEGALINI, J. A.; FUCHS, R. D.; ALMEIDA, M. T. **Projetos Mecânicos de Linhas Aéreas de Transmissão**. 2. ed., (2. reimpressão). São Paulo: Edgard Blücher, 1992

LYNCH, O.; JACOBSEN, E., Comparison of Advanced Analysis Techniques to Traditional Method. In ASCE STRUCTURAL ENGINEERING INSTITUTE CONFERENCE, 1., 2002, Omaha, Nebraska, EUA. **Anais...** American Society of Civil Engineers, 2002.

NEXANS BRASIL S.A.. **Alumínio**: condutores nus. Lorena, São Paulo, 2009.

OLIVEIRA, T. T. **Estudo da Instabilidade de Feixes de Condutores em Linhas Aéreas de Transmissão**. 2002. 136 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

PEREIRA JUNIOR, E. J. **Uma Formulação Consistente para Análise Não-Linear de Estruturas de Cabos Suspensos**. 2002. 148 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

PFEIL, M.; PFEIL, W. **Estruturas de Aço**: dimensionamento prático. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1995.

POWER LINE SYSTEMS INC. **User Manual**: PLS-CADD version 9. Madison, USA, 2008.

SAGSEC, version 9.00: a computer program for the exact calculation of sags, tensions and loads in multi-span systems, Power Line Systems, 1997.

SAG-TENSION AND LOADS, version 9.00: a computer program for determining sags, tensions and design loading trees for transmission structures, Power Line Systems, 1990.

SAPS, version 9.00: a computer program for the nonlinear structural analysis of power and communication systems, Power Line Systems, 1997.