

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,
Metalúrgica e de Materiais

Augusto Andres Torres Toledo

SEQUENCIAMENTO ESTOCÁSTICO DE BLOCOS DE
MINÉRIO PARA USO NO PLANEJAMENTO DE
CURTO PRAZO, PROCURANDO
ESTACIONARIZAÇÃO MULTIVARIADA DOS TEORES.

Porto Alegre - RS

2023

Augusto Andres Torres Toledo

**SEQUENCIAMENTO ESTOCÁSTICO DE
BLOCOS DE MINÉRIO PARA USO NO
PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO,
PROCURANDO ESTACIONARIZAÇÃO
MULTIVARIADA DOS TEORES.**

Tese submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção ao título de Doutor em Engenharia

Orientador: Prof. Dr. João Felipe
Coimbra Leite Costa

Porto Alegre - RS

2023

Augusto Andres Torres Toledo SEQUENCIAMENTO ESTOCÁSTICO DE BLOCOS DE MINÉRIO PARA USO NO PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO, PROCURANDO ESTACIONARIZAÇÃO MULTIVARIADA DOS TEORES./ Augusto Andres Torres Toledo. – Porto Alegre - RS, 2023-131 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, 2023.

1. Planejamento de Curto prazo. 2. Sequenciamento de Blocos. 3. Estocástico. 4. Estacionarização. 5. Simulação geoestatística. 6. Multivariada. 7. Linha de escavação. I. Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa. II. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. III. Faculdade de Engenharia. IV. Sequenciamento Estocástico de Blocos de Minério para Uso no Planejamento de Curto Prazo, Procurando Estacionarização Multivariada dos Teores.

Augusto Andres Torres Toledo

SEQUENCIAMENTO ESTOCÁSTICO DE BLOCOS DE MINÉRIO PARA USO NO PLANEJAMENTO DE CURTO PRAZO, PROCURANDO ESTACIONARIZAÇÃO MULTIVARIADA DOS TEORES.

Tese submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção ao título de Doutor em Engenharia

Trabalho aprovado. Porto Alegre - RS, 02 de agosto de 2023:

Prof. Dr. Rodrigo de Lemos Peroni - Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa - Orientador

Prof. Dr. Diego Machado Marques - Coorientador

Prof. Dr. Rodrigo de Lemos Peroni

Dr. Diniz Tamantini Ribeiro

Dr. Luciano Nunes Capponi

Porto Alegre - RS

2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e às minhas irmãs pelo apoio constante. Ao meu querido orientador, o estimado Professor João Felipe, e ao meu coorientador Diego. Aos doutores Roberto, David, Áttila, Cristina, Marcel e Luciano. Aos colegas de laboratório João Lucas, Jonas, Gabriel, Bernardo, Nicole, Gleicon, Luiz e Aline. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa concedida, ao Laboratório de Pesquisa Mineral (LPM) pelas instalações usadas para esta dissertação, e à Mosaic Fertilizantes pelo apoio à pesquisa. Também, à Fundação Luiz Englert por ajudar a conclusão deste doutorado.

*A única coisa de que podemos
ter certeza é da incerteza
Albert Einstein*

RESUMO

Na mineração a céu aberto, na etapa de planejamento a curto prazo são desenhadas linhas de escavação em bancadas de minério exposto com o objetivo de selecionar, organizar e sequenciar os blocos. Geralmente, o processo é manual e restrito a uma ou duas variáveis químicas, o que, mesmo assim, requer de muitos recursos para seu desenho. As linhas de escavação devem apresentar teoricamente a menor variabilidade possível de teores, a fim de alimentar homogeneamente a planta de beneficiamento e considerar os teores máximos e mínimos para cada espécie química, considerando as restrições da planta de processamento para maximizar a recuperação.

A proposta deste trabalho é gerar linhas de escavação para formar pilhas de minério ou alimentar diretamente a planta de processamento no curto prazo de forma automática e sequenciar todos os blocos de minério visando a estacionarização dos teores, considerando uma ou múltiplas variáveis para depósitos respectivamente univariados e multivariados.

No caso estocástico univariado, primeiro, cada um dos cenários equiprováveis é tratado como determinístico, e através de uma função de transferência, é gerada a linha de escavação quase-ótima com a maior aderência ao modelo de referência. Em seguida, as linhas de escavação geradas para cada cenário equiprovável são comparadas para quantificar a incerteza dos teores nos blocos. Posteriormente, são selecionados os blocos com maiores chances de ocorrência de serem lavrados, buscando a quase-otimização da incerteza geológica através de outra função de transferência que seleciona os blocos de maior probabilidade de ocorrência entre as linhas de escavação equiprováveis.

Para o caso multivariado, o processo anterior é repetido para cada variável, atribuindo pesos de acordo com a importância de cada variável, com base nos critérios da planta de beneficiamento e na geolocalização dos blocos. Além disso, são considerados os teores médios e os valores máximos e mínimos de cada variável.

Os resultados mostram que as linhas de escavação possuem distribuições de teores semelhantes à distribuição de referência, tanto no caso univariado quanto no multivariado, permitindo o sequenciamento operacional dos blocos com quase-estacionaridade dos parâmetros para ambos casos.

Palavras-chaves: Planejamento de curto prazo, Sequenciamento de Blocos, Estocástico, Estacionarização, Simulação geoestatística, Multivariada, Linha de escavação.

ABSTRACT

In open-pit mining, short-term mine planning is generally defined by designing diglines, allocated on benches. Typically, the design process is manual and restricted to considering one or two chemical variables, even though it demands substantial resources for the designer. The diglines should ideally exhibit the least possible variability in grades among them to ensure the creation of a homogeneous plant feed. Additionally, they must adhere to the maximum and minimum acceptable levels for each chemical variable, taking into account the processing plant's limitations to maximize ore recovery. The objective of this thesis is to develop a methodology for automatically designing diglines to create ore piles or directly feed the processing plant in the short-term mine planning and to sequence all ore blocks while maintaining the most constant grade possible. This entails seeking a steady grade sequence for both univariate and multivariate deposits.

In the univariate stochastic case, each of the equiprobable scenarios is initially treated as deterministic, and a transfer function is employed to generate the quasi-optimal digline that best adheres to the reference model. Following this, the diglines generated for each equiprobable scenario are compared to assess the uncertainty in the block's contents. Subsequently, the blocks with the highest likelihood of being mined are selected, aiming to quasi-optimize the geological uncertainty through another transfer function that chooses the blocks with the highest probability of occurrence among the equiprobable diglines.

In the multivariate case, the previous process is repeated for each variable, with weights assigned based on the variable's importance, as determined by the process plant's criteria and the blocks' geolocation. Additionally, the mean grade, as well as the maximum and minimum values of each variable, are simultaneously taken into consideration.

The results show that the diglines have grade distributions similar to the reference distribution in both cases: the univariate and multivariate cases. Thus, it was possible to sequence the blocks in operational form, guaranteeing the quasi-stationarity of the parameters for univariate and multivariate cases.

Key-words: Short-term planning, Block sequencing, Stochastic, Geostatistical simulation, Multivariate, Digline.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Metodologia 1, procura da função da distribuição acumulada (CDF) mais parecida dentro de todas as linhas de escavação geradas aleatoriamente (vermelho) ao CDF planejado (preto) em todos os modelos gerados aleatoriamente.	23
Figura 2 – Metodologia 2, no modelo de curto prazo estocástico, entre todas as linhas de escavação 1 otimizadas, seleciona-se os blocos com a probabilidade máxima.	23
Figura 3 – Metodologia 3, repita-se o controle de nível/seleção da linha de escavação uma vez para cada uma das quatro variáveis.	24
Figura 4 – Fluxogramas da metodologia para otimizar a incerteza geológica dos teores a) caso estocástico univariado b) caso estocástico multivariadas.	25
Figura 5 – Esquema de tiragem de um ponto, usando a simulação de Monte Carlo	29
Figura 6 – Método de construção por bandas rotativas em 2D (a) Desenho das linhas unidimensionais com suas projeções ortogonais no ponto X (b) representação da quinta realização e projeção das simulações no ponto X, os campos aleatórios gerados são representados pelas linhas pretas grossas, D_n	30
Figura 7 – Mapas simulados pelo método de bandas rotativas (a) 10 bandas (b) 100 bandas (c) 1000 bandas	31
Figura 8 – Fluxo de trabalho para modelos determinísticos:	42
Figura 9 – Esquema de seleção de blocos para duas escavadeiras e sete blocos por escavadeira	43
Figura 10 – Sequência adotada para selecionar o avanço da lavra para cada linha de escavação	44
Figura 11 – Processo de otimização das linhas de escavação para um modelo estocástico	45
Figura 12 – Seleção de áreas de lavra e geração de linhas de escavação otimizadas	46
Figura 13 – Esquema da primeira linha de escavação de um modelo estocástico. A região hachurada equivale aos blocos selecionados simultaneamente em todas as simulações	47
Figura 14 – Histograma acumulado dos modelos simulados, as linhas pretas representam os dados simulados e as linhas vermelhas os dados originais a) domínio 22 b) domínio 30	49
Figura 15 – Variografia dos modelos simulados e dados originais no domínio 22 a) alcance máximo 22 b) alcance intermediário c) alcance mínimo	50

Figura 16 – Variografia dos modelos simulados e dados originais no domínio 30 a) alcance máximo 22 b) alcance intermediário c) alcance mínimo	50
Figura 17 – a) Pontos amostrais b) histograma dos pontos corrigidos para o suporte SMU (distribuição de referência)	51
Figura 18 – Mapa de probabilidades do primeiro período a) projeção de todos os blocos das 49 primeiras linhas de escavação formada por 127 blocos b) 50 blocos com maior probabilidade de acontecer	53
Figura 19 – Mapa de probabilidades do segundo período a) projeção de todos os blocos das 49 segundas linhas de escavação formado por 153 blocos b) 50 blocos com maior probabilidade de acontecer	53
Figura 20 – Mapa de probabilidades do terceiro período a) projeção de todos os blocos das 49 terceiras linhas de escavação formado por 181 blocos b) 50 blocos com maior probabilidade de acontecer	54
Figura 21 – Mapa de probabilidades do quarto período a) projeção de todos os bloco das 49 quartas linhas de escavação formado por 197 blocos b) 50 blocos com maior probabilidade de acontecer	54
Figura 22 – Função da distribuição de probabilidade de teores para as linhas de escavação ótimas desenhadas sobre o E-type a) primeira b) segunda c) terceira d) quarta	55
Figura 23 – Sequência da lavra em função da distribuição de probabilidade dos teores para as linhas de escavação e a incerteza geológica dos teores . .	56
Figura 24 – Comparativa das distribuições acumuladas do (a) primeiro, (b) segundo, (c) terceiro, e (d) quarto período entre as linhas de escavação ótimas para cada um dos 49 modelos simulados, com o modelo de referência em preto, e a linha de escavação ideal desenhada pelo algoritmo sobre o mapa dos teores médios (E-type) das 49 simulações em azul.	57
Figura 25 – a) esquema de modelos de linhas de escavação com menor risco geológico no mesmo local e período para quatro diferentes variáveis b) vetorização linear dos modelos das linhas de escavação para formar a matriz A . .	60
Figura 26 – matriz B transformada para valores binários	61
Figura 27 – vetor linha C (direita) resultante do produto da matriz B transposta (centro) e o vetor coluna 1 (dereita)	62
Figura 28 – (a) vetor C transposto, contendo a soma das colunas da matriz B (b) valores de C no local da bancada ou geolocalizados	63
Figura 29 – (a) vetor Y (b) valores de Y no local da bancada ou geolocalizados . . .	63
Figura 30 – (a) matriz T (b) vetores linha de T representados no local da bancada ou geolocalizados	66

Figura 31 – (a) matriz G, com os valores selecionáveis em amarelo e os valores res- tritos de verde, (b) vetores linha geolocalizados das linhas de escavação das variáveis no mesmo período e sobre a mesma bancada.	66
Figura 32 – Seleção dos blocos ótimos considerando o peso de cada variável e a geoposição das linhas de escavação	68
Figura 33 – Linha de escavação otimizada multivariada para o exemplo esquemático.	69
Figura 34 – Caso multivariado, repita-se o controle de nível/seleção de linha de escavação uma vez para cada uma das quatro variáveis.	69
Figura 35 – Definição da importância das variáveis no processo mineral e atribuição de pesos para cada variável.	70
Figura 36 – Os blocos para atender ao número necessário devem ser escolhidos. . .	70
Figura 37 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.	71
Figura 38 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	72
Figura 39 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	72
Figura 40 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.	73
Figura 41 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	73
Figura 42 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	73
Figura 43 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.	74
Figura 44 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	74
Figura 45 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	74
Figura 46 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.	75
Figura 47 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	75
Figura 48 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	76
Figura 49 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.	76
Figura 50 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.	77

Figura 51 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance	77
Figura 52 – E-type dos 50 modelos simulados da variável P_2O_5AP , (a) mapa da variável P_2O_5AP , e (b) histograma da variável P_2O_5AP	78
Figura 53 – E-type dos 50 modelos simulados da variável Fe_2O_3 , (a) mapa do E-type da variável Fe_2O_3 , e (b) histograma do E-type da variável Fe_2O_3	79
Figura 54 – E-type dos 50 modelos simulados da variável MgO , (a) mapa do E-type da variável MgO , e (b) histograma do E-type da variável MnO	80
Figura 55 – E-type dos 50 modelos simulados da variável TiO_2 , (a) mapa do E-type da variável TiO_2 , e (b) histograma do E-type da variável TiO_2	81
Figura 56 – Mapa dos pontos sementes	83
Figura 57 – Mapa dos pontos e histogramas da variável principal P_2O_5AP	83
Figura 58 – Mapa dos pontos e histogramas das variáveis secundaria Fe_2O_3	84
Figura 59 – Mapa dos pontos e histogramas da variável secundaria MgO	85
Figura 60 – Mapa dos pontos e histogramas da variável secundaria TiO_2	86
Figura 61 – (a) Primeira linha de escavação da variável P_2O_5AP com todos os 195 blocos gerados pela sobreposição das primeiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 195 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)	87
Figura 62 – (a) Primeira linha de escavação da variável Fe_2O_3 com todos os 184 blocos gerados pela sobreposição das primeiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 184 blocos(esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)	88
Figura 63 – (a) Primeira linha de escavação da variável MgO com todos os 177 blocos gerados pela sobreposição das primeiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita) e (b) histograma dos 177 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)	89
Figura 64 – (a) Primeira linha de escavação da variável TiO_2 com todos os 166 blocos gerados pela sobreposição das primeiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 166 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)	90
Figura 65 – Modelo da linha de escavação ótima multivariada para o primerio período, (a) mapa do modelo, e (b) histograma do modelo.	91

Figura 66 – (a) mapa da segunda linha de escavação da variável P_2O_5AP (a) com todos os 169 blocos gerados pela sobreposição das segundas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade, e (b) histograma dos 169 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)	93
Figura 67 – Mapa da segunda linha de escavação da variável Fe_2O_3 (a) com todos os 161 blocos gerados pela sobreposição das segundas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade, e (b) histograma dos 161 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)	94
Figura 68 – Mapa da segunda linha de escavação da variável MgO , (a) com todos os 162 blocos gerados pela sobreposição das segundas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade, e (b) histograma dos 162 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)	95
Figura 69 – Mapa da segunda linha de escavação da variável TiO_2 (a) com todos os 163 blocos gerados pela sobreposição das segundas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade, e (b) histograma dos 163 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)	96
Figura 70 – Modelo da linha de escavação ótima multivariada para o segundo período, (a) mapa do modelo, e (b) histograma do modelo.	97
Figura 71 – (a) mapa da terceira linha de escavação da variável P_2O_5AP com todos os 206 blocos gerados pela sobreposição das terceiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 206 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)	99
Figura 72 – (a) mapa da terceira linha de escavação da variável Fe_2O_3 com todos os 179 blocos gerados pela sobreposição das terceiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 179 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)	100
Figura 73 – (a) mapa da terceira linha de escavação da variável MgO com todos os 174 blocos gerados pela sobreposição das terceiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), e os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 174 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)	101
Figura 74 – (a) mapa da terceira linha de escavação da variável TiO_2 dos 193 blocos gerados pela sobreposição das terceiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) e os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 193 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)	102

Figura 75 – Modelo da linha de escavação ótima multivariada para o terceiro período, (a) mapa do modelo, e (b) histograma do modelo.	103
Figura 76 – (a) mapa da quarta linha de escavação da variável P_2O_5AP dos 244 blocos gerados pelas quartas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) e os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 244 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita).	105
Figura 77 – (a) mapa da quarta linha de escavação da variável Fe_2O_3 dos 193 blocos gerados pelas quartas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma das probabilidades dos 193 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)	106
Figura 78 – (a) mapa da quarta linha de escavação da variável MgO dos 192 blocos gerados pelas quartas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 192 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)	107
Figura 79 – (a) mapa da quarta linha de escavação da variável TiO_2 dos 224 blocos gerados pelas quartas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 224 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita).	108
Figura 80 – Modelo da linha de escavação ótima multivariada para o quarto período, (a) mapa do modelo, e (b) histograma do modelo	109
Figura 81 – Seção frontal com valor no eixo Y = 7800310 m	112
Figura 82 – Linhas de escavação realizadas manualmente, a) primeira linha de escavação em vermelho, segunda linha de escavação em bebege, terceira linha de escavação em laranja, e b) quarta linha de escavação em verde	113
Figura 83 – Linhas de escavação geradas pelo algoritmo	114
Figura 84 – Comparação das linhas de escavação para a variável P_2O_5AP , a)médias, e b) desvio padrão.	115
Figura 85 – Comparação das linhas de escavação da variável Fe_2O_3 , a)médias, e b) desvio padrão.	116
Figura 86 – Comparação das linhas de escavação da variável MgO , a)médias, e b) desvio padrão.	116
Figura 87 – Comparação das linhas de escavação da variável TiO_2 , a)médias, e b) desvio padrão.	117
Figura 88 – Comparação dos coeficientes de variação entre linhas de escavação, a) geradas pelo algoritmo, e b) realizadas manualmente.	117

Figura 89 – Comparação dos histogramas acumulados da variável P_2O_5AP , para a) primeiro período, b) segundo período, c) terceiro período, e d) quarto período.	118
Figura 90 – Comparação dos histogramas acumulados da variável Fe_2O_3 , para a) primeiro período, b) segundo período, c) terceiro período, e d) quarto período	119
Figura 91 – Comparação dos histogramas acumulados da variável MgO , para a) primeiro período, b) segundo período, c) terceiro período, e d) quarto período.	120
Figura 92 – Comparação dos histogramas acumulados da variável TiO_2 , para a) primeiro período, b) segundo período, c) terceiro período, e d) quarto período.	121

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Variogramas para cada domínio	48
Tabela 2 – Dados dos pontos sementes no modelo estocástico	52
Tabela 3 – Parâmetros de entrada	52
Tabela 4 – Variogramas para cada domínio de P_2O_5	71
Tabela 5 – Variogramas para cada domínio do CaO	72
Tabela 6 – Variogramas para cada domínio do Fe_2O_3	74
Tabela 7 – Variogramas para cada domínio do MgO	75
Tabela 8 – Variogramas para cada domínio do TiO_2	76
Tabela 9 – Localização dos pontos sementes no modelo multivariado estocástico	82
Tabela 10 – Parâmetros de entrada	82
Tabela 11 – Pesos considerados para cada variável	82
Tabela 12 – Linhas de escavação no mapa E-type da variável P_2O_5AP	110
Tabela 13 – Linhas de escavação no mapa E-type da variável Fe_2O_3	110
Tabela 14 – Linhas de escavação no mapa E-type da variável MgO	111
Tabela 15 – Linhas de escavação no mapa E-type da variável TiO_2	111
Tabela 16 – Linhas de escavação realizadas pela empresa no mapa E-type da variável P_2O_5AP	111
Tabela 17 – Linhas de escavação realizadas pela empresa no mapa E-type da variável Fe_2O_3	111
Tabela 18 – Linhas de escavação realizadas pela empresa no mapa E-type da variável MgO	111
Tabela 19 – Linhas de escavação realizadas pela empresa no mapa E-type da variável TiO_2	112

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

KPIs	Indicador chave de desempenho
CDF	Cumulative distribution function
CCDF	Conditional cumulative distribution function
GSLIB	Geostatistical software library
RF	Random function
RV	Random variable
SGS	Sequential Gaussian Simulation
SMU	Selective mining units
DL	Digline
LOM	Life of Mine
NPV	Net Present Value
IP	Integer Programming
MIP	Mixed Integer Programming
REM	Strip Ratio
ICT	Information and Communication Technology

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Problema	21
1.2	Meta	21
1.3	Objetivos	21
1.4	Metodologia	22
1.5	Contribuição da tese	26
1.6	Organização da tese	26
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
2.1	Modelos de incerteza aplicados na mineração	27
2.2	Simulação estocástica	28
2.3	Simulação sequencial	28
2.4	Simulação geoestatística por bandas rotativas	29
2.5	Mudança de suporte	32
2.6	Planejamento de lavra	33
2.7	Otimização no planejamento de lavra de curto prazo	35
2.7.1	Operações baseadas em programação linear (LP)	35
2.7.2	Operações baseadas em programação inteira mista (MIP)	35
2.7.3	Operações baseadas em programação metaheurística	36
2.8	Sequenciamento estocástico univariado	36
2.9	Sequenciamento estocástico multivariado	38
3	PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO UNIVARIADO PARA O CURTO PRAZO PROCURANDO A ESTACIONARIZAÇÃO DE TEORES.	40
3.1	Otimização determinística	40
3.2	Otimização estocástica	44
3.3	Estudo de caso	47
3.3.1	Simulação geoestatística	48
3.3.2	Planejamento estocástico no curto prazo	50
3.3.3	Validação	56
4	PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO MULTIVARIADO PARA O CURTO PRAZO PROCURANDO A ESTACIONARIZAÇÃO DE TEORES	58
4.1	Otimização multivariada	59
4.2	Metodologia	60

4.2.1	Atribuição de pesos para cada variável e número de blocos para cada variável	64
4.2.2	Escolha de local de blocos por variável	65
4.3	Representação da metodologia	69
4.4	Estudo de caso	70
4.5	Planejamento estocástico multivariado	77
4.5.1	Modelos de distribuição de teores de referência dos dados originais	83
4.5.2	Linha de escavação 1	87
4.5.3	Linha de escavação 2	92
4.5.4	Linha de escavação 3	98
4.5.5	Linha de escavação 4	104
4.5.6	Validação	110
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	123
5.1	Conclusões	124
5.2	Recomendações e limitações	124
5.3	Trabalhos futuros	124
	REFERÊNCIAS	125

1 INTRODUÇÃO

No planejamento de curto prazo a céu aberto, o desenho de linhas de escavação sobre minério exposto visa orientar a extração em função dos requerimentos da planta de beneficiamento e do equipamento disponível nas jazidas de espécies químicas com teores de alta variabilidade. Por tanto há dificuldades em manter teores constantes e variabilidade mínima na alimentação nos processos de beneficiamento. Assim, são usadas diferentes técnicas que procuram quantificar e padronizar os teores do minério extraídos das diferentes variáveis químicas que afetam o processo.

O planejamento de curto prazo fornece procedimentos detalhados para a execução da lavra no nível operacional que inclui planejamento intensivo turno a turno. Para essa escala de detalhe os furos de sondagem da estimativa de longo prazo são insuficientes para representar resoluções em pequenas escalas do tempo, um mês por exemplo. Assim, é necessário incorporar dados de curto prazo, para atualizar os modelos geológicos e domínios de estimativa com dados de produção (ROSSI, 1999) que geram incerteza nos limites dos domínios. Nas últimas décadas, foram apresentados vários desenvolvimentos na procura de atualizar modelos de curto prazo usando métodos geoestatísticos.

Os custos de produção do minério incrementam-se ao longo do tempo (DIMITRAKOPOULOS, 2011) devido ao declínio da qualidade e ao aumento da complexidade do recurso mineral. Assim, é necessário melhorar a precisão dos modelos. Além disso, a re-estimativa de modelos é geralmente realizada por meio de métodos geoestatísticos baseados em dados fornecidos por malhas adensadas, usando amostras obtidas de canais e pó de perfuração (NELIS; MORALES, 2021). Consequentemente, é necessário um processo de planejamento mais ágil e adaptável. Esses novos dados permitem uma avaliação local em blocos de apoio com menor suporte, auxiliando na seleção de minério e estéril (SANTIBANEZ-LEAL; ORTIZ; SILVA, 2020).

A maioria das minas utiliza métodos clássicos de interpolação para estimar os teores no curto prazo, nos quais os novos dados incorporados são confrontados com os modelos de longo e médio prazo e, em seguida, são utilizados para o planejamento de mina de curto prazo. A complexidade das novas técnicas é uma das razões pelas quais não são amplamente adotadas na indústria. Esses interpoladores clássicos incluem polígonos, o inverso da distância ao quadrado ou métodos geoestatísticos tradicionais, como a krigagem ordinária (MATHERON, 1963; DAVID, 1977; JOURNAL; HUIJBREGTS, 1978).

Todas essas técnicas não conseguem reproduzir a variabilidade espacial local do depósito mineral, levando a modelos com um valor médio único estimado para cada bloco (JOURNAL, 1974; ISAAKS, 1990). Esses métodos tradicionalmente usados apresentam

limitações, como não fornecer uma medida adequada da incerteza associada à estimativa dos teores. Assim, os algoritmos de interpolação tendem a suavizar os teores nos blocos, e não reproduzem a verdadeira variabilidade local dos teores nos blocos. Além disso, esses modelos não reproduzem o histograma e a continuidade espacial dos verdadeiros teores a serem lavrados. Por consequência, os modelos determinísticos ignoram a incerteza associada ao fenômeno geológico.

Os modelos de simulação geoestatística substituem os métodos tradicionais em que ainda é necessário descrever e quantificar o risco geológico. Na procura de otimizar os diferentes processos, a indústria da mineração busca reduzir o risco em suas operações, e as simulações geoestatísticas aparecem como uma solução para o controle de qualidade no planejamento de curto prazo. Vários estudos usam modelos de incerteza para ajudar a delinear zonas de minério e estéril. Por exemplo, [Isaaks \(1990\)](#) empregou simulação condicional para o controle de teores e métodos de Monte Carlo para otimizar a seleção de blocos. [Srivastava \(1994\)](#) discute os prós e contras dos métodos estocásticos mais sucedidos na prática, enquanto [Glacken \(1996\)](#) aplica mudança de suporte global por meio da simulação sequencial gaussiana. [Godoy \(1998\)](#) utiliza o erro das estimativas para minimizar as perdas na lavra seletiva, e [Deutsch, V e Norrena \(2000\)](#) classifica o material em minério ou não minério com base na maximização do lucro, usando simulação geoestatística e princípios econômicos. [Peroni \(2002\)](#) quantifica a incerteza e o risco na programação de produção, identificando limites de cavas com pequenas diferenças que resultam em retornos finais com significativamente diferentes. [Journel e Kyriakidis \(2004\)](#) estudam a previsão da tonelagem recuperada, considerando o teor de minério e o impacto da diluição. [Richmond e Beasley \(2004\)](#) selecionam o minério maximizando o retorno através de uma solução heurística, enquanto [Neufeld, Norrena e Deutsch \(2005\)](#) transferem a incerteza dos teores para o lucro esperado ao buscar selecionar limites de escavação ótimos. [Norrena \(2008\)](#) escolhe limites de escavação e locais de furos considerando a incerteza da subsuperfície. Além disso os trabalhos de [Dimitrakopoulos e Jewbali \(2013\)](#), [Toledo \(2018\)](#), [Capponi \(2019\)](#), [Quigley e Dimitrakopoulos \(2020\)](#) não apenas buscam zonas de minério e estéril, mas também sequenciam os blocos ao longo do tempo, levando em conta a incerteza geológica.

Assim, é necessário usar funções de transferência que permitam incorporar, no planejamento de curto prazo, informações multivariadas e simuladas no desenho das linhas de escavação e permitam o uso dos modelos na tomada de decisões no curto prazo.

Outros trabalhos ([RIBEIRO et al., 2007](#); [TOLEDO; COSTA; MARQUES, 2017](#); [CAPPONI, 2019](#)) sugeriam como alternativa usar algoritmos que consideram a função de distribuição de probabilidades dos teores do minério de um modelo de referência a ser reproduzida em cada linha de escavação de lavra. Esse minério, dependendo do caso, poderia formar pilhas ou ir diretamente para a planta de beneficiamento, sempre tendo a

finalidade de reduzir grandes flutuações de teores entre linhas de escavação geradas.

Neste contexto, se procura desenvolver uma estratégia para encontrar a melhor linha de escavação possível para um determinado plano de lavra para o curto prazo com o uso de simulações geoestatísticas com uma solução simples e operacional ao selecionar linhas de escavação com teor médio constante, baixa variabilidade e baixo risco geológico nos teores que alimentam a planta de beneficiamento nos casos univariado e multivariado. A solução para o problema contém restrições operacionais, que são: selecionar minério exposto ou livre para ser lavrado, a definição de número de frentes de lavra que são operadas simultaneamente, a tonelagem necessária para cada período e a qualidade do minério considerada adequada.

Neste trabalho, é proposta uma metodologia que busca uma sequência de linhas de escavação para ser usada em um período de curto prazo (por exemplo, mensal), que busque as melhores características desejadas do minério sob a incerteza associada aos teores modelados.

1.1 Problema

O problema pode ser abordado em dois pontos, sendo eles:

- Estacionarização dos teores dos blocos provenientes da lavra que serão enviados aos processos posteriores;
- Quantificação das incertezas nos teores provenientes do planejamento de curto prazo.

1.2 Meta

A meta deste estudo é elaborar uma metodologia que permita sequenciar blocos de minério tendo em consideração múltiplas espécies químicas visando estacionarizar a distribuição provável dos teores.

Declaração da tese:

É possível, no planejamento de curto prazo, a seleção de áreas sequenciais procurando estacionarizar a distribuição provável dos teores de múltiplas espécies químicas em função aos parâmetros da planta de alimentação e levando em conta a incerteza dos teores nos blocos?

1.3 Objetivos

Essa meta será atingida, uma vez que os seguintes objetivos sejam investigados:

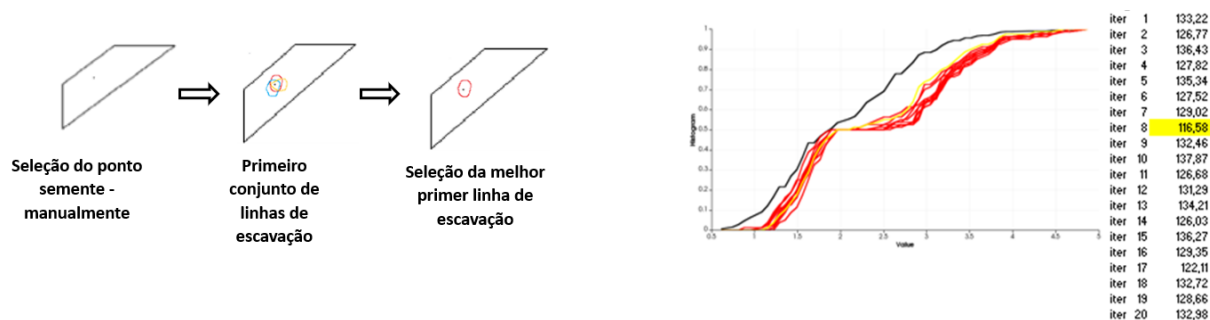
- Revisar técnicas de sequenciamento de lavra no planejamento de curto prazo;
- Investigar as vantagens da incorporação da incerteza geológica no planejamento de curto prazo;
- Avaliar o impacto da incorporação de múltiplas espécies químicas no sequenciamento de curto prazo;
- Desenvolver e implementar metodologias de sequenciamento de lavra que procurem a estacionarização da distribuição provável de teores considerando múltiplas espécies minerais;
- Avaliar a performance da metodologia proposta comparando os resultados obtidos com casos reais.

1.4 Metodologia

O estudo parte de investigar a redução da variabilidade dos teores procurando a estacionarização da função da distribuição de probabilidade dos teores de múltiplas espécies químicas simultaneamente, mediante a seleção de áreas de minério superficial estabelecendo limites sequenciais de escavação, constantes em volume e com a mínima flutuação de teores entre períodos.

No caso determinísticos (metodologia 1), são definidos pontos iniciais de lavra sobre uma ou várias bancadas de minério exposto, entorno aos pontos são gerados conjuntos de blocos adjacentes formados por sendas sequências de extração de blocos respeitando parâmetros operacionais como locação e volume. Os cenários aleatórios são submetidos a parâmetros de comparação e escolha, selecionando o cenário de maior aderência ao modelo de referência, descartando os cenários restantes. Assim, define-se a primeira linha de escavação. Os blocos selecionados na primeira linha de escavação são extraídos e o modelo atualizado. O processo continua a partir do último bloco extraído e assim por diante, até chegar à tonelagem programada. A Figura 1 apresenta o esquema da metodologia 1.

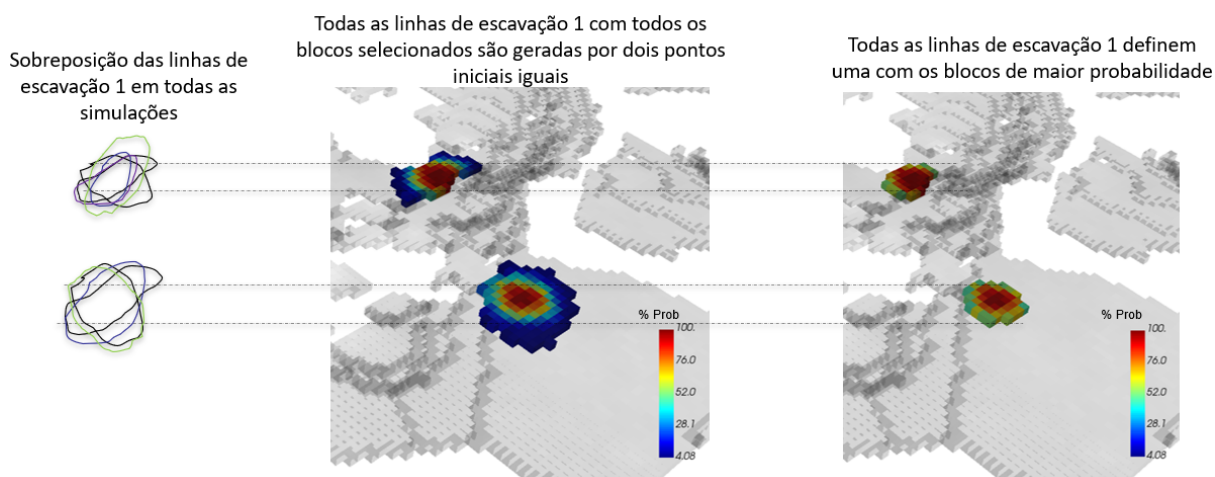
Figura 1 – Metodologia 1, procura da função da distribuição acumulada (CDF) mais parecida dentro de todas as linhas de escavação geradas aleatoriamente (vermelho) ao CDF planejado (preto) em todos os modelos gerados aleatoriamente.



Fonte: Elaboração própria

No caso estocástico univariado (metodologia 2), a primeira metodologia é aplicada em cada simulação equiprovável. Dessa forma, obtemos linhas de escavação otimizadas para cada simulação equiprovável, todas partindo dos mesmos pontos iniciais de lavra. Depois, na busca de otimizar a incerteza geológica, os modelos das linhas de escavação otimizadas equiprováveis são sobre posicionadas, a projeção dos modelos gera um mapa de probabilidades de todos os blocos selecionados nas linhas de escavação equiprováveis com diferentes valores de probabilidade de ocorrência. Finalmente, é selecionado o número de blocos requeridos pela planta de beneficiamento com maior probabilidade de ocorrência. A Figura 2 apresenta o esquema da metodologia 2.

Figura 2 – Metodologia 2, no modelo de curto prazo estocástico, entre todas as linhas de escavação 1 otimizadas, seleciona-se os blocos com a probabilidade máxima.

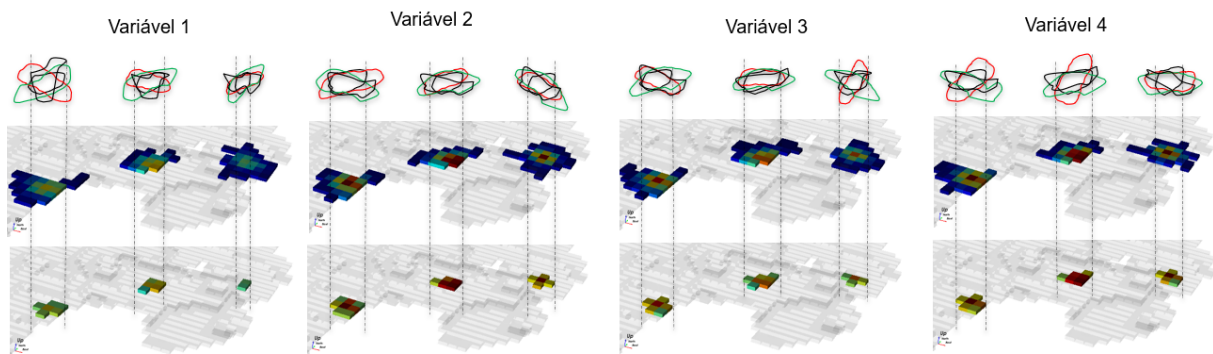


Fonte: Elaboração própria

No caso estocástico multivariado (metodologia 3), as metodologias anteriores são repetidas, gerando linhas de escavação com blocos de maior probabilidade de ocorrência para cada variável. É importante observar que cada variável possui sua própria continuidade

espacial e distribuição de frequência dos teores. Além disso, essas variáveis tem diferentes importâncias dentro do processo de beneficiamento, o que leva à atribuição de pesos individuais para cada variável. Também é relevante mencionar que cada linha de escavação das diversas é gerada sobre as mesmas bancadas, resultando em blocos com máxima presença nas linhas de escavação das variáveis, bem como blocos com presença mínima. O critério dos pesos é utilizado para determinar quantos blocos serão alocados por cada variável, enquanto o critério do presença de variáveis ou índice de frequência é aplicado para determinar o geoposicionamento dos blocos, buscando aqueles com valor máximo nas linhas de escavação de cada variável. Dessa forma, é gerada a linha de escavação multivariada. A Figura 3 apresenta o esquema da metodologia 3.

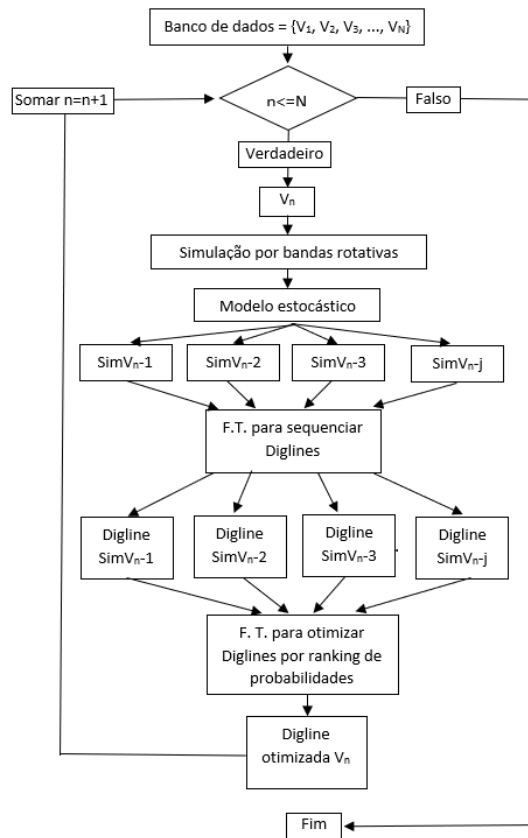
Figura 3 – Metodologia 3, repita-se o controle de nível/seleção da linha de escavação uma vez para cada uma das quatro variáveis.



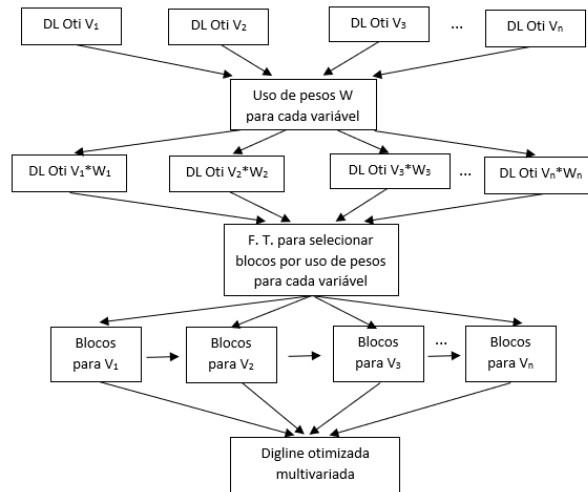
Fonte: Elaboração própria

A Figura 4 apresenta os fluxogramas tanto para o caso estocástico univariado quanto para o caso multivariado.

Figura 4 – Fluxogramas da metodologia para otimizar a incerteza geológica dos teores a) caso estocástico univariado b) caso estocástico multivariadas.



(a)



(b)

Fonte: Elaboração própria

1.5 Contribuição da tese

Algumas inovações decorrentes dessa pesquisa podem ser destacadas. Primeiro, a elaboração de uma metodologia que permite o uso de múltiplas variáveis químicas para propor um sequenciamento ótimo de blocos no desenho de linhas de escavação no curto prazo garantindo a mínima variabilidade dos teores médios simultaneamente entre as linhas de escavação nos diversos períodos, tendo em consideração a importância das variáveis químicas no beneficiamento e o geoposicionamento dos blocos em função as linhas de escavação de cada variável.

A utilização de algoritmos de união e busca, além de algoritmos genéticos na procura de maior eficiência na geração de linhas de escavação equiprováveis em cada simulação.

A minimização do risco geológico das linhas de escavação ocorre por meio de funções de transferência, percorrendo todas as simulações para gerar um mapa de probabilidades e selecionar os blocos com maior probabilidade de ocorrência, considerando assim, a incerteza geológica associada aos teores. Isso é feito para cada variável.

1.6 Organização da tese

Os capítulos desta dissertação estão estruturados da seguinte maneira:

O Capítulo 1 contém uma introdução, a definição do problema, os objetivos e metas, a metodologia utilizada, as contribuições e a organização da tese.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão teórica envolvendo os aspectos do planejamento estocástico de curto prazo e os algoritmos utilizados no problema de sequenciamento de blocos, tanto no caso univariado quanto no multivariado.

O Capítulo 3 apresenta o primeiro estudo de caso, aplicando a metodologia para o caso estocástico univariado proposto na tese, com o objetivo de otimizar a seleção da linha de escavação, considerando a incerteza geológica.

O Capítulo 4 apresenta o segundo estudo de caso, aplicando a metodologia para o caso estocástico multivariado proposto na tese, com o objetivo de otimizar a seleção da linha de escavação, levando-se em conta a incerteza geológica, importância no beneficiamento e a geoposição dos blocos das diferentes variáveis químicas presentes no depósito. Por fim, é feita uma comparação com as soluções adotadas pela indústria para esse tipo de problema.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões e recomendações decorrentes do estudo realizado. Além disso, discutem-se as limitações da metodologia utilizada. Por fim, delineiam-se os possíveis trabalhos futuros que poderiam surgir desta pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, é realizada uma revisão bibliográfica dos temas abordados nesta dissertação. Toma-se como referência a otimização do planejamento de curto prazo em minas a céu aberto, buscando a geração de linhas de escavação que considerem a incerteza geológica dos teores, tanto em casos univariados como multivariados, nos depósitos minerais.

2.1 Modelos de incerteza aplicados na mineração

Nos anos 70's do século XX, verificou-se que as técnicas de estimativas locais e globais como a krigagem (MATHERON, 1963), mesmo com as medidas de incerteza associadas, por meio da variância da krigagem, não consideram a incerteza dos teores, apenas a disposição da malha amostral e o modelo variográfico. Adicionalmente tendem a suavizar os valores extremos, subestimando os valores baixos e superestimando os valores altos, nesse sentido são insuficientes para quantificar e modelar a incerteza geológica associada à blocos muito menores que a malha de sondagem usada na definição da reserva.

A importância e necessidade de quantificar o risco geológico na indústria da mineração foi vista primeiramente por David (1973), Journel (1974), Matheron (1976) por meio da simulação estocástica, notando o alto impacto na sensibilidade da viabilidade dos projetos de mineração.

Portanto, incorporar a incerteza geológica nos planos, cronogramas, sequências de lavra, e blendagem causam um impacto direto na rentabilidade de qualquer projeto de mineração (GODOY, 2002) outro parâmetro de análise que promova a variabilidade e incerteza de atributos, tais como: teor, tipo de minério, recuperação metalúrgica, e concentração. Sobre uma função de transferência.

Nas últimas décadas, outros métodos de simulação condicional para variáveis contínuas e categóricas foram desenvolvidos na geociências (DEUTSCH, 1992; DOWD; SARAC, 1994; CAERS; JOURNEL, 1998; GUARDIANO; SRIVASTAVA, 1993; STREBELLE, 2002), assim como a geração de múltiplas realizações para aplicações práticas na indústria da mineração, como a simulação direta de blocos (GODOY, 2002).

Nas próximas seções, a simulação geoestatística será vista, focando no método de bandas rotativas, por ser a técnica escolhida para a geração de cenários equiprováveis nos capítulos seguintes. O método é usado na indústria da mineração por fornecer modelos de incerteza dos teores com características variáveis de conectividade espacial de forma rápida e simples, sua aplicabilidade na otimização do planejamento de lavra e pela rapidez no processo.

2.2 Simulação estocástica

Refere-se a procedimentos relacionados na geração de números pseudoaleatórios, com o objetivo de explorar o espaço da incerteza da variável de estudo. Assim pode-se gerar múltiplos cenários para analisar a incerteza associada aos valores da função de transferência, i.e. um local específico não tem um único valor, porque pode-se gerar múltiplas realizações com diferentes valores, mas preservando a continuidade espacial e a distribuição da probabilidade dos dados originais. Os variogramas e histogramas de cada realização apresentam ligeiras diferenças com os variogramas e histogramas dos dados originais, porém apresentam as mesmas características, tais discrepâncias são referidas como flutuações ergódicas (GOOVAERTS, 1997).

2.3 Simulação sequencial

A simulação sequencial realiza a simulação em cada local (u) condicionada aos valores dos dados originais para o atributo de interesse e aos valores simulados previamente em outros nós de um gride no entorno de u . Em um primeiro local a ser simulado, é construída uma distribuição de probabilidade acumulada para valores do atributo em estudo. Essa distribuição é condicionada aos valores dos dados originais. Sorteia-se então, um valor dessa distribuição, que corresponde ao valor simulado para esse primeiro local.

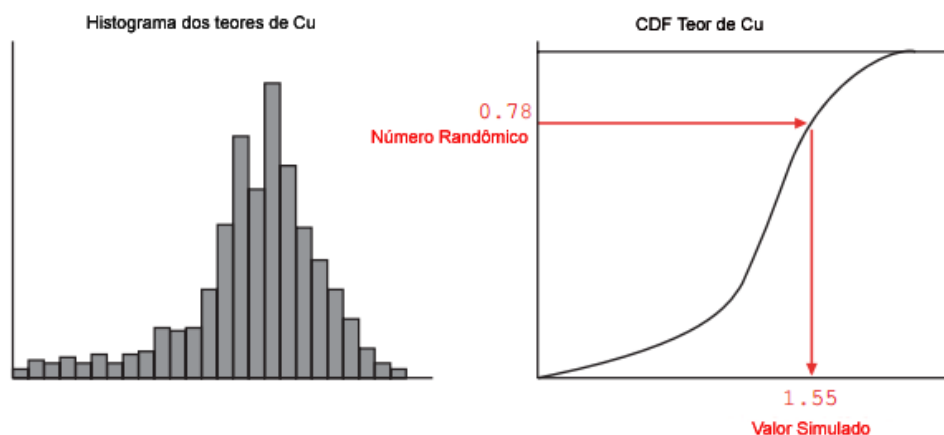
No segundo local a ser simulado, é construída novamente uma distribuição acumulada para valores do atributo. Essa distribuição é construída condicionada aos valores dos dados originais e ao valor simulado anteriormente. Sorteia-se então, um valor dessa distribuição, que corresponde ao valor simulado desse segundo local. A simulação dos próximos locais ocorre da mesma maneira, em cada local a ser simulado, uma distribuição acumulada é construída condicionada aos valores dos dados originais e os valores previamente simulados. Um valor é sorteado dessa distribuição, esse valor corresponde ao valor simulado para aquele local (KOPPE, 2009). A distribuição acumulada condicional (CCDF), tem como valores as probabilidades acumuladas dos valores de um atributo z em um dado local, condicionadas aos dados originais e aos valores simulados.

Goovaerts (1997) expressa que os algoritmos da simulação sequencial garantem a reprodução do modelo de continuidade espacial, obtido dos dados originais, devido ao condicionamento de cada distribuição acumulada pelos dados previamente simulados, além do condicionamento dos dados originais.

A técnica de simulação de Monte Carlo é utilizada para obter valores simulados das estimativas da distribuição condicional para cada ponto. O número randômico entre 0 e 1 é o valor simulado obtido a partir dos quantis associados na distribuição acumulada estimada.

A Figura 5 mostra o processo de tiragem aleatória de uma distribuição de probabilidade acumulada.

Figura 5 – Esquema de tiragem de um ponto, usando a simulação de Monte Carlo



Fonte: Modificado de (ROSSI; DEUTSCH, 2013)

2.4 Simulação geoestatística por bandas rotativas

A simulação por bandas rotativas na geoestatística foi idealizado por Matheron (1973) e desenvolvido por Journel (1974). Este permite gerar um grande número de simulações independentes através de linhas concêntricas varrendo o plano ou o espaço.

O método de bandas rotativas gera simulações 2D ou 3D através da sua simplificação em múltiplas simulações 1D independentes, realizadas ao longo de linhas que podem ser rotacionadas no espaço \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 . Este é o único caminho capaz de gerar simulações não condicionais tridimensionais (ROSSI; DEUTSCH, 2013).

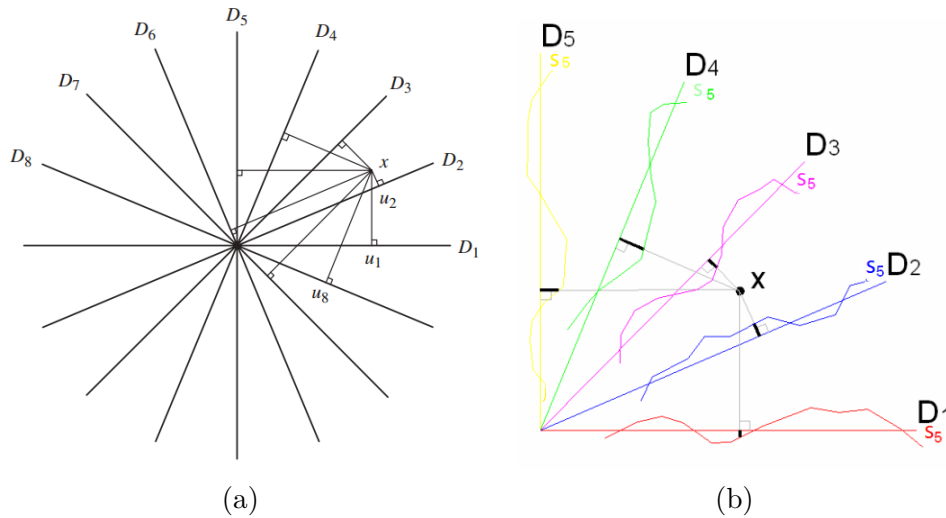
Primeiro é preciso transformar os dados originais para o espaço gaussiano com variância um e média zero. O método tem dois procedimentos:

- Desenvolver simulações não condicionais em unidades gaussianas nos locais de interesse ou nós de *grid*, usando o histograma Gaussiano e a covariância ou variograma dos dados transformados.
- Na segunda etapa, o modelo obtido por o método de bandas rotativas é condicionado aos dados originais usando krigagem.

A Figura 6a mostra uma aproximação gráfica do método feito por Chiles e Delfiner (1999) que representa as linhas de varredura no plano, etapa que consiste na simulação dos

diversos campos aleatórios independentes. O valor da simulação no ponto X do plano é a soma dos valores assumidos nas projeções de X nas diferentes linhas através das simulações unidimensionais, para o caso 3D as linhas unidimensionais cujas orientações espaciais permeiam a uma esfera unitária em \mathbb{R}^3 .

Figura 6 – Método de construção por bandas rotativas em 2D (a) Desenho das linhas unidimensionais com suas projeções ortogonais no ponto X (b) representação da quinta realização e projeção das simulações no ponto X , os campos aleatórios gerados são representados pelas linhas pretas grossas, D_n



Fonte: (CHILES; DELFINER, 1999)

Fonte: (SOUZA, 2007)

Pode-se substituir a simulação de um campo aleatório de multidimensional de covariância C_y , pela simulação de um campo unidimensional de covariância C_x , determinando a covariância de C_x associada a uma covariância isotrópica C_y . (MATHERON, 1973; JOURNEL, 1974)

$$C_x(h) = \frac{1}{n_D} \sum_{\tau=1}^{n_D} C_y(\langle h, u_\tau \rangle) \quad (2.1)$$

Onde:

- $C_x(h)$ é a covariância para um par de valores separados por um vetor h , no 3D.
- $C_y(\langle h, u_\tau \rangle)$ é a covariância para um par de valores em 1D, separados pela projeção de um vetor h na τ -sima linha que divide o espaço.
- n_D é o número total de linhas que divide o espaço.

Para a realização de um campo simulado em um ponto x , a simulação sobre x está definida pela Equação 2.2

$$S(x) = \frac{1}{\sqrt{n_D}} \sum_{\tau=1}^{n_D} S_{\tau}(s_{\tau}) \quad (2.2)$$

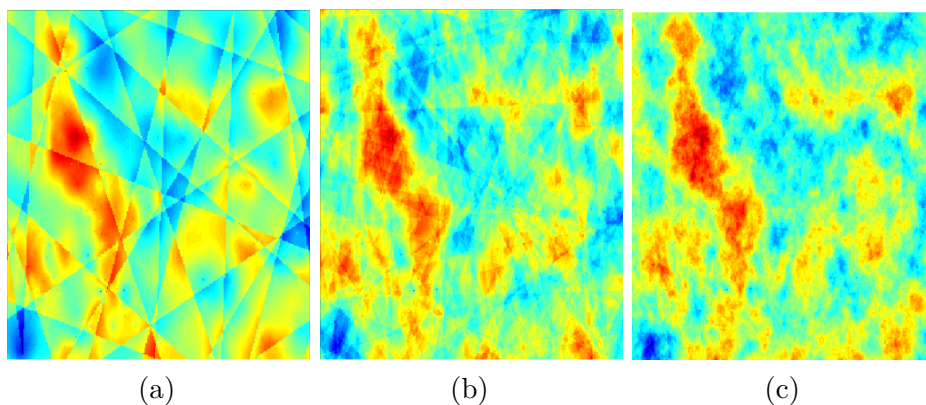
Onde:

- $S(x)$ é o ponto simulado S no local x (espaço 3D);
- $S_{\tau}(s_{\tau})$ é o ponto simulado S_{τ} da projeção ortogonal s_{τ} na τ -ésima linha;
- n_D é o número total de linhas que dividem o espaço.

A próxima etapa será o condicionamento dos dados somando a estimativa de krigagem, condicionada aos dados, com o mapa residual obtido através de subtração de valores interpolados não condicionais com os valores estimados condicionados aos valores simulados não condicionais retidos na posição dos valores dados, e finalmente a retro transformação dos dados normais para o espaço original.

Um dos parâmetros essenciais é o número de bandas o que garantirá a qualidade das simulações, como demonstra a Figura 7.

Figura 7 – Mapas simulados pelo método de bandas rotativas (a) 10 bandas (b) 100 bandas (c) 1000 bandas



Fonte: (TOLEDO, 2018)

O método foi selecionado pela simplicidade conceptual do algoritmo, facilidade e disponibilidade do software, velocidade do processamento pela capacidade de gerar múltiplas simulações em paralelo.

2.5 Mudança de suporte

A unidade seletiva de lavra (SMU), representa as dimensões utilizadas no planejamento de lavra (JOURNAL; HUIJBREGTS, 1978). A dimensão dos SMUs está estreitamente ligada à dimensão dos equipamentos de lavra. A simulação geoestatística deve ser realizada em suporte pontual. Entretanto, para aplicar essas simulações ao planejamento de lavra, é necessário realizar uma mudança de suporte. Para cada realização, valor do bloco corresponde à média dos valores simulados nos pontos que subdividem o bloco correspondente.

A variância de dispersão dos valores dos blocos deve ser menor que a variância da distribuição dos pontos simulados (JOURNAL; HUIJBREGTS, 1978) pode-se calcular a variância da distribuição usando a Equação 2.3

$$\sigma^2\left(\frac{\cdot}{A}\right) = \sigma^2\left(\frac{B}{A}\right) + \sigma^2\left(\frac{\cdot}{B}\right) \quad (2.3)$$

Onde:

- $\sigma^2\left(\frac{\cdot}{A}\right)$ é a variância dos pontos (\cdot) em todo depósito (A);
- $\sigma^2\left(\frac{B}{A}\right)$ é a variância dos blocos (B) em todo depósito (A);
- $\sigma^2\left(\frac{\cdot}{B}\right)$ é a variância dos pontos (\cdot) dentro de cada bloco (B).

Menciona-se que a variância dos pontos dentro do depósito $\sigma^2\left(\frac{\cdot}{A}\right)$ é aproximada pela variância dos dados amostrais, e a variância dos pontos dentro do bloco $\sigma^2\left(\frac{\cdot}{B}\right)$ pode-se obter considerando o modelo de continuidade espacial para os valores do atributo e número de pontos dentro de cada bloco (B). Assim, pode-se encontrar toda a variância dos blocos no depósito $\sigma^2\left(\frac{B}{A}\right)$ (JOURNAL; HUIJBREGTS, 1978).

Segundo Koppe (2009), a variância da distribuição dos blocos ao longo do depósito deve ser reproduzida nos cenários simulados. Assim, a média dos pontos simulados dentro do bloco é considerada representativa do valor do bloco e o número de nós simulados dentro de cada bloco é considerado suficiente.

Outro fato a ser considerado nos próximos capítulos é que os modelos de referência (dados amostrais) com suporte pontual são mudados para o suporte bloco devido as comparações dos modelos.

A seguir discute-se conceitos do planejamento de lavra no céu aberto, focados no horizonte do curto prazo e no sequenciamento de blocos e sua otimização.

2.6 Planejamento de lavra

Define-se planejamento como o uso sistemático e organizado de informações e ações para a execução de um plano determinado. Logo, para que ocorra um plano organizado de aproveitamento de um recurso mineral, é necessário criar modelos próximos à realidade, aumentando as probabilidades desse plano ser cumprido e, por consequência, gerar benefícios. O aproveitamento de recursos minerais é uma atividade extremamente complexa que deve incluir um conjunto de fatores operativos, estratégicos, administrativos, ambientais, entre outros. Isso é o que torna a tarefa do planejamento complexa, a fim de que tenha êxito.

Desde o desenvolvimento da tecnologia computacional, a maioria dos planos de minas a céu aberto são baseados em modelos de blocos geológicos e econômicos (RAMAZAN, 2001). A representação de corpos geológicos é uma aproximação da realidade feita a partir de dados disponíveis, usando modelos geométricos que representam essas formas e propriedades a serem avaliadas. No caso da mineração, o uso de modelos de blocos (PANA; CARLSON, 1966; JOHNSON, 1968; KIM, 1978) é comum, nos quais espaços unitários geo-posicionados chamados blocos, são criados. Esses blocos também são conhecidos como unidades seletivas de lavra, organizadas espacialmente em uma malha ou *grid*. Cada uma dessas unidades apresenta informações de características para um volume do depósito, como propriedades químicas, físicas, geológicas, entre outras.

Esses blocos são interpolados ou simulados, por diferentes metodologias, utilizando como base as informações amostrais. Informações derivadas desses blocos ou modelos podem ser obtidas através de relações matemáticas chamadas ‘funções de transferência’, o que resulta em novos modelos que permitem por exemplo, análises econômicas. Essas informações, no entanto, não permanecem estáticas e são enriquecidas com novas amostragens realizadas durante o ciclo da mineração (CAPPONI, 2019).

Diferentes critérios de análises são considerados para cada etapa do planejamento de lavra. Estas divisões são geralmente realizadas considerando o tempo. O planejamento de longo prazo, geralmente, é analisado para um horizonte maior a cinco anos, usando o modelo de reserva para calcular a vida da mina (Life Of Mine - LOM) (WHITTLE, 1999; HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013), e estabelecer relações estéril-minério (REM) ao longo de cada etapa da mina. O planejamento de médio prazo (horizonte de um a cinco anos) é um elo entre o longo e curto prazo, codificando e tornando lavrável as direções do longo prazo para que o curto prazo possua uma visão-guia concretizada em orçamentos e cronogramas. Em última instância, é observado o planejamento de curto prazo, também chamado de planejamento tático de lavra, com horizontes menores a um ano. São realizados orçamentos, direcionamento dos equipamentos, programação de produção e controle de qualidade dos teores da mina. É nesta etapa em que se dispõem o gerenciamento da maior quantidade de dados adquiridos, e tem-se os modelos mais acurados e precisos.

O planejamento de curto prazo oferece procedimentos detalhados sobre como executar a lavra no nível operacional, envolvendo atividades intensivas, como a programação de turno a turno. Além disso, mesmo com a intensidade do trabalho, é necessário que as estimativas sejam altamente precisas, baseadas nas informações disponibilizadas naquele período de trabalho. Apenas informações obtidas no planejamento de longo prazo são insuficientes em escalas reduzidas de tempo e espaço (por exemplo, um mês); portanto, a incorporação de dados no curto prazo é um requisito fundamental. A utilização de informações de produção para a análise de curto prazo é um dos desafios mais complexos na atualização do modelo geológico e os domínios de estimativa (ROSSI; DEUTSCH, 2013). Além disso, o planejamento de curto prazo geralmente visa tomar decisões ótimas em um período de dias ou meses para melhor atender às metas de produção de longo prazo (WILKE; REIMER, 1977; FYTAS; PELLEY; CALDER, 1987; HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013; BOTH; DIMITRAKOPOULOS, 2020).

No médio e curto prazo, outras variáveis a serem consideradas, fora do modelo de blocos, incluem: a disponibilidade da frota de carga e transporte, bem como os serviços como eletricidade, drenagem e abastecimento de água, manutenção de vias, entre outros. Portanto, os locais selecionados para a extração precisam estar em condições e habilitados para a lavra.

Segundo Both e Dimitrakopoulos (2020), o curto prazo é dividido em duas etapas: na primeira, a extração física é guiada e otimizada pelos objetivos de longo prazo (BLOM; PEARCE; STUCKEY, 2019). Na segunda etapa, otimiza-se a locação de equipamentos de mineração, como caminhões e escavadeiras, em um processo conhecido como gestão de frota *fleet management*. A gestão de frota envolve duas partes: a primeira parte otimiza-se as posições das escavadeiras, bem como a alocação de um número determinado de caminhões para as escavadeiras correspondentes; na segunda parte, otimiza-se o despacho dos caminhões para alocar individualmente caminhões ao seu próximo destino (ALARIE; GAMACHE, 2002).

Embora a programação da produção no contexto de mineração ocupa-se principalmente com a sequência de remoção dos blocos de lavra, há uma tarefa inerente de misturar os materiais da mina antes da concentração. O objetivo é lavar de forma que a mistura resultante atenda às especificações de qualidade e quantidade da planta de processamento ou do cliente. O problema da mistura torna-se ainda mais importante respeito ao planejamento de mina de curto e médio prazo, em que o planejador está preocupado em reduzir as flutuações de teor no material *run-of-mine* (ROM) e, simultaneamente, lavar para atender às demandas de tonelagem e composição (CHANDA; DAGDELEN, 1995).

2.7 Otimização no planejamento de lavra de curto prazo

Utilizam-se de funções de transferência em modelos geo-posicionados derivados de propriedades quantitativas e qualitativas dos depósitos minerais, buscando maximizar ou minimizar objetivos desejados. Assim, as metodologias de otimização no planejamento de curto prazo baseiam-se em modelos estimados para alcançar os resultados de uma função benefício em um ambiente determinístico. Portanto, não consideram o impacto da incerteza geológica, que é amplamente estudada no planejamento de longo e curto prazo (RAVENS CROFT, 1992; DOWD, 1994; DOWD, 1997; DIMITRAKOPOULOS; FARRELLY; GODOY, 2002). O uso da simulação geoestatística permite a caracterização dessa variável através da quantificação do risco associado aos teores e tonelagem. Posteriormente, as funções de transferência são aplicadas no modelo estocástico para gerar planos de lavra que consideram e otimizam os cronogramas de programação de lavra, baseado na incerteza dessas variáveis geológicas. Com o passar do tempo e pela disponibilidade tecnológica, os cálculos dos dados nas operações de lavra são realizados utilizando diferentes algoritmos como:

2.7.1 Operações baseadas em programação linear (LP)

No contexto de curto prazo, a técnica de programação linear (LP) é amplamente usada em resolver problemas de blendagem para cada período. Assim, os requerimentos da blendagem são expressados em termos de restrições como limites máximos e mínimos das variáveis relevantes no minério produzido. Também procurando minimizar os desvios de valor alvo (WILKE; REIMER, 1977; GERSHON, 1987; FYTAS; HADJIGEORGIOU; COLLINS, 1993; CHANDA; DAGDELEN, 1995). A programação linear clássica tem sido amplamente utilizada na modelagem de problemas de produção/mistura na indústria de mineração. No entanto, a formulação clássica do problema de mistura de LP sofre com o fato de que apenas uma função objetivo é permitida por vez (CHANDA; DAGDELEN, 1995).

2.7.2 Operações baseadas em programação inteira mista (MIP)

As operações atuais no planejamento de curto prazo baseiam-se geralmente em programação inteira mista (MIP) devido ao nível de detalhe que estas abrangem. Algumas áreas notáveis incluem:

- Modelagem de lavra com precedência: Isso se refere ao fato de que um conjunto de blocos predecessores deve ser lavrado antes que um determinado bloco possa ser acessado (SMITH, 1998). Por outro lado, Blom, Pearce e Stuckey (2016) estudam como um bloco pode ser lavrado a partir de diferentes caminhos e direções.

- Modelagem com múltiplos destino: Isso aborda os múltiplos destinos do material lavrado, bem como as melhores decisões em relação ao transporte do material de cada bloco. (EIVAZY; ASKARI-NASAB, 2012) estudam estes algoritmos.
- Programação com alocação de escavadeiras: Upadhyay e Askari-Nasab (2019) utilizam a alocação de escavadeiras para criar planos de curto prazo, levando em consideração fatores como o número de viagens por etapa e destino. Também são atendidos os requerimentos de blendagem e minimização dos movimentos da pá. Outros trabalhos como Morales e Rubio (2010) consideram o controle das características de alimentação da planta.

2.7.3 Operações baseadas em programação metaheurística

As abordagens metaheurísticas buscam explorar grandes vizinhanças que variam de solução em solução até que algum critério de parada seja alcançado. Uma vizinhança pode ser definida como um conjunto de soluções que são alcançadas através de vários operadores. Por exemplo, no contexto de um plano de lavra, uma sequência de blocos para um período pode trocar um bloco por outro. Outra abordagem de vizinhança pode considerar distâncias, tempos e capacidade de carga. Pesquisas realizados por Liu e Kozan (2012), Mousavi, Kozan e Liu (2016) buscam identificar as melhores sequências da extração de blocos considerando variantes de restrições geológicas e de lavra no curto prazo. Outra abordagem de planejamento no curto prazo, conforme relatado por Toledo, Costa e Marques (2017), Toledo et al. (2021), procura otimizar as pilhas de minério formadas por poligonais, sequenciando a ordem de extração do material dos frentes de lavra para reduzir a variabilidade entre pilhas, procurando alcançar estacionaridade da distribuição do teor com um modelo de referência.

2.8 Sequenciamento estocástico univariado

A maioria das metodologias voltadas para otimizar o planejamento de curto prazo é baseada em modelos determinísticos ou estimados, os quais não levam em consideração a influência da incerteza geológica. Assim, no planejamento estocástico, é necessário utilizar modelos simulados que descrevam a incerteza geológica, juntamente com outras variáveis, como número e alocação de frota, distâncias entre pontos de carga e descarga, entre outras. Esses fatores influenciam na obtenção de modelos de plano de lavra que descrevam e finalmente otimizem o resultado considerando a incerteza geológica. Essa incerteza deve ser incorporada aos cronogramas de programação da lavra e à alocação de equipamentos em condições mais prováveis.

Benndorf (2014) emprega métodos geoestatísticos para gerenciar incerteza no processo de planejamento de curto prazo, incorporando dados em tempo real. Existem

diferenças entre um plano executado e o plano previsto; esses desvios podem ser reconciliados para gerar modelos de plano de lavra mais acurados. Assim, ao invés de utilizar a simulação para prever os resultados prováveis do plano de lavra com dados que têm um desfase de meses ou mesmo anos, empregam-se dados de lavra em tempo real para manter um modelo mais acurado. Isso é possível devido ao desenvolvimento das tecnologias de informação e comunicação (ICT).

Pesquisadores como [Shishvan e Benndorf \(2014\)](#), [Shishvan e Benndorf \(2016\)](#), estudaram o uso da simulação geoestatística no desenvolvimento do sequenciamento de lavra e na confiabilidade de um cronograma na presença da incerteza geológica, aplicando a simulação condicional no planejamento de curto prazo. A abordagem consiste em gerar um conjunto de modelos equiprováveis que caracterizam os períodos de tempo em que os blocos são lavrados e as escavadeiras são alocadas, quantificando o impacto da incerteza geológica em indicadores-chaves de produção (KPIs). Em outra pesquisa, [Rahmanpour e Osanloo \(2016\)](#) utilizam a simulação condicional para analisar o comportamento de um plano de lavra de curto prazo que atenda os KPIs desejados, procurando a quantidade e qualidade da produção nesse período. Segundo os autores, esse problema é similar ao ‘problema da mochila’ (*knapsack problem*), que trata com otimização combinatória em problemas de precedência com restrições de capacidade, qualidade e demanda. Com base nas realizações equiprováveis da simulação geoestatística, os autores apresentam como melhorias podem ser implementadas na programação original para reduzir as flutuações de produção operacional.

[Toledo \(2018\)](#) busca otimizar poligonais de lavra no planejamento de curto prazo, sequenciando a ordem de extração do material na frente de lavra procurando as poligonais de escavação com distribuição de frequência dos teores de minério com maior estacionaridade se comparadas a um modelo de referência. Além disso, usa simulação por bandas rotativas para gerar cenários equiprováveis onde em cada um são realizados planos de lavra, mostrando a incerteza geológica para o curto prazo.

[Capponi \(2019\)](#) utiliza simulação estocástica por bandas rotativas para acessar a incerteza geológica, desenvolvendo uma metodologia para definir limites de escavação que considere o lucro, por meio do benefício de blocos de lavra e controle simultâneo da variabilidade dos teores, agrupando as possíveis frentes de lavra mediante análise por agrupamentos. Também utiliza algoritmos genéticos para otimizar a função objetivo no plano estocástico de lavra, visando selecionar apenas um único cenário.

[Quigley e Dimitrakopoulos \(2020\)](#) apresentam uma análise simultânea entre a sequência de produção com o plano de alocação de equipamentos móveis, incorporando também a qualidade do material.

[Both e Dimitrakopoulos \(2020\)](#) propõem um modelo de otimização estocástica que otimiza simultaneamente a sequência de extração considerando a incerteza geológica e a

incerteza relacionada com o rendimento das equipes e os tempos de ciclo dos caminhões em um complexo de mineração.

Os autores dos trabalhos descritos buscam relacionar a incerteza geológica de uma variável química mediante funções de transferência, buscando apresentar diversos cenários e identificar os melhores ou piores casos para cada situação.

2.9 Sequenciamento estocástico multivariado

Nas pesquisas a seguir, foram utilizadas múltiplas variáveis químicas nas análises da incerteza geológica. A simulação frequentemente é restrita a uma única variável, enquanto o planejamento de mina frequentemente envolve múltiplas variáveis com dependências espaciais e estatísticas (MONTROYA et al., 2012).

Os depósitos minerais apresentam diversos elementos de interesse espacialmente correlacionados, que requerem o uso de técnicas de simulação geoestatística conjuntas para gerar modelos que preservem suas relações espaciais. A correlação entre elas (BOUCHER; DIMITRAKOPOULOS, 2012) deve ser reproduzida quando as variáveis possuem uma correlação significativa.

Programações de curto prazo necessariamente se desviarão das metas estabelecidas no longo prazo. Dimitrakopoulos e Jewbali (2013), Jewbali e Dimitrakopoulos (2018) asseguram que as diretrizes definidas pelos planos de curto prazo normalmente se desviam das diretrizes definidas no longo prazo, devido à maior disponibilidade de dados no curto prazo, os quais não estão disponibilizados no momento do planejamento de longo prazo. Assim, os planos de curto prazo se desviam dos planos originais para atender restrições de produção. Estudos de diversos pesquisadores sugerem que essa diferença possa ser avaliada em diferentes etapas: i) Simular as variáveis com base em dados de exploração e controle de teores de locais previamente lavrados do depósito. ii) Atualização das simulações existentes com novos dados de controle de teores usando técnicas de simulação condicional. iii) Formulação de um plano de lavra estocástico que acomode tanto as restrições econômicas (VPL) quanto os desvios das metas de produção esperadas. iv) Quantificação do risco nos planos de lavra gerados.

Matamoros e Dimitrakopoulos (2016) apresentam um estudo com base na programação estocástica inteira que visa otimizar simultaneamente as considerações de frota e sequência de extração de lavra, considerando suas respectivas restrições. Assim, consegue-se um programa estocástico para o curto prazo, onde na primeira etapa são definidos quais blocos serão lavrados para cada período. Além disso, faz-se a alocação das escavadeiras para as áreas a serem lavradas. Na segunda etapa, define-se o número de viagens a serem realizadas por caminhão para cada área de lavra. As estimativas geológicas para cada bloco e as disponibilidades do equipamento variam em um conjunto definido de cená-

rios equiprováveis. Este programa estocástico busca minimizar os custos totais de lavra esperados e também minimizar o desvio na qualidade da produção.

[Dimitrakopoulos e Lamghari \(2022\)](#) analisam a otimização estocástica simultânea de complexos de mineração ou cadeias de valor mineral, onde as matérias-primas extraídas de depósitos minerais em uma área são transformadas em um conjunto de produtos vendáveis. O fornecimento de materiais extraídos das minas representa uma grande fonte de incerteza e risco técnico que precisa ser gerenciada, juntamente com demandas do mercado.

Neste capítulo, foram revisadas pesquisas que buscam otimizar o plano de lavra para o curto prazo através da incorporação da incerteza geológica e para diferentes variáveis de produção.

3 PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO UNIVARIADO PARA O CURTO PRAZO PROCURANDO A ESTACIONARIZAÇÃO DE TEORES.

O capítulo está dividido em três seções, a primeira trata da descrição do algoritmo para modelos determinísticos. A segunda aborda o uso do mesmo algoritmo para modelos estocásticos, com as modificações correspondentes devido às diferenças entre os modelos. Além disso, é adicionado o otimizador que busca a linha de escavação com maior probabilidade de ocorrer, usando todas as simulações equiprováveis. Por fim, um estudo de caso no modelo estocástico ilustra a metodologia proposta.

3.1 Otimização determinística

Para fins da pesquisa, foram utilizadas várias rotinas matemáticas. Entre elas, o algoritmo *union-find*, que opera a estrutura de dados de conjuntos disjuntos para manter uma coleção de elementos não sobrepostos de um universo finito (PATWARY et al., 2010). O algoritmo é empregado para evitar que elementos de uma matriz 3D sejam selecionados por dois ou mais subconjuntos, garantindo a aderência dos elementos que representam os blocos de minério.

Por outro lado, os algoritmos genéticos, cujas primeiras aplicações foram no campo da biologia, são usados para procurar a melhor população, neste caso conjunto de blocos. Nas décadas de 1950 e 1960, vários cientistas da computação estudaram independentemente sistemas evolutivos e propuseram que a teoria da evolução biológica poderia ser usada como uma ferramenta de otimização para problemas de engenharia (MITCHELL, 1998). John Holland introduziu o algoritmo genético na década de 1960, também (HOLLAND, 1992) apresentou os algoritmos genéticos como uma abstração da evolução biológica. Embora a maioria desses algoritmos tenha sido criada na década de 1970, apenas 30 anos depois, eles foram popularizados e começaram a ser considerados uma ferramenta prática para todos que usam um computador pessoal padrão. Ao resolver um problema com algoritmos genéticos, em vez de solicitar uma solução específica, o planejador fornece características ou regras que devem ser cumpridas para a solução ser aceita (SHEPPARD, 2017). Os algoritmos genéticos são frequentemente considerados como otimizadores de funções de transferência, e há uma ampla gama de problemas onde podem ser aplicados (WHITLEY,

1994). Da mesma forma, [Denby e Schofield \(1994\)](#), [Alipour et al. \(2020\)](#) usaram algoritmos genéticos para programação de projetos de cava a céu aberto.

No planejamento de curto prazo, utilizam-se blocos liberados e estimados a partir de informações como amostras de furos, trincheiras, canais e pó de perfurações. A seleção de um bloco dentro de uma linha de escavação depende das restrições operacionais.

No modelo estimado de curto prazo, o processo de geração das linhas de escavação ótimas começa com a definição de um período, geralmente um mês. Também é escolhido um parâmetro alvo a ser replicado na medida do possível por exemplo alguma propriedade que serve como referência e controla a alimentação da planta de beneficiamento ou no produto final. Neste estudo o objetivo é manter a distribuição de teores dos blocos em cada linha de escavação o mais próximo possível da distribuição de teores do modelo alvo.

No algoritmo, o planejador de mina deve determinar um ou vários pontos de partida a partir dos quais a análise de otimização proposta será iniciada. A partir desses pontos, o algoritmo inicia vários caminhos aleatórios que respeitam as restrições operacionais de lavra, tais como limites de bancada, seleção de blocos precedentes e adjacentes de minério, número e posição dos pontos sementes (escavadeiras), produção e período. A primeira linha de escavação é gerada a partir disso. Para isso, um conjunto de cenários com o mesmo ponto de partida e o mesmo número de blocos é gerado, seguindo diferentes caminhos aleatórios, gerando múltiplas linhas de escavação possíveis.

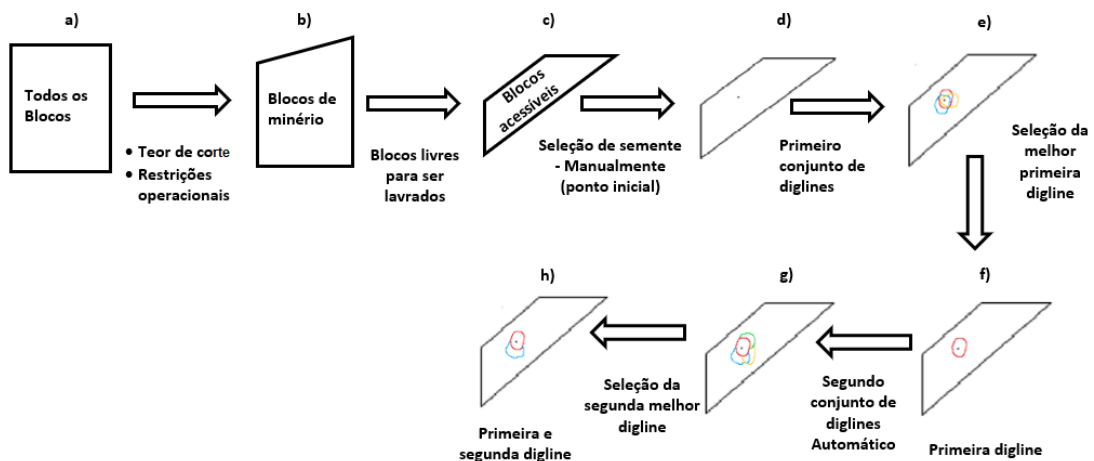
Dos cenários gerados, aquele que possui um conjunto de blocos de teores com a distribuição mais aderente à distribuição de referência é selecionado. Os demais cenários são descartados. O melhor cenário é obtido através da comparação de quantil-quantil entre a distribuição dos teores do modelo alvo (modelo de referência) e a distribuição dos teores das linhas de escavação geradas em cada cenário (iteração) utilizando a técnica dos mínimos quadrados. Dessa forma, obtém-se um conjunto de blocos na primeira linha de escavação. A população de blocos de minério é atualizada removendo-se os blocos incluídos nesta primeira linha de escavação. Em seguida, um novo conjunto de alternativas é gerado na procura da segunda linha de escavação. A distribuição de teor da linha de escavação mais próxima da distribuição de referência é mantida neste novo conjunto de alternativas.

A Figura 8 apresenta o fluxo de trabalho proposto para selecionar cada linha de escavação no planejamento de curto prazo em um modelo determinístico. Representado pelas seguintes etapas:

- (a) Modelo de curto prazo;
- (b) Restrições operacionais (teor de corte, limites de contaminantes);
- (c) Blocos acessíveis de minério;
- (d) Definição de pontos sementes;

- (e) Geração das possíveis primeiras linhas de escavação;
- (f) Melhor linha de escavação selecionada;
- (g) Geração das possíveis segundas linhas de escavação;
- (h) Seleção da segunda melhor linha de escavação.

Figura 8 – Fluxo de trabalho para modelos determinísticos:



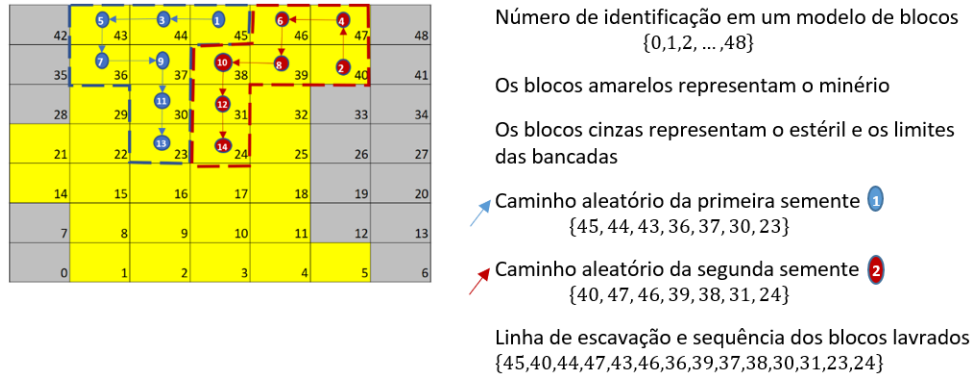
Fonte: (TOLEDO et al., 2021)

O algoritmo que tem como objetivo otimizar as linhas de escavação em modelos determinísticos de curto prazo foi implementado em código na linguagem Python 3, utilizando algoritmos genético. Ele foi testado em um modelo de blocos estimado que utilizou krigagem ordinária, conforme o mencionado em Toledo, Costa e Marques (2017), Toledo et al. (2021). O algoritmo é fundamentado nos seguintes passos:

1. Uma porção exposta é selecionada de um modelo de blocos, correspondente a bancadas superficiais. Restrições de lavra, como teores de corte para as variáveis, são consideradas e limitadas pela topografia da mina.
2. Seja Z_c um conjunto de T elementos distintos e $P1$ denota um subconjunto de Z_c . Dois conjuntos $P1$ e $P2$ são disjuntos se $P1 \cap P2 = \emptyset$. Uma estrutura de dados de conjuntos disjuntos mantém uma coleção dinâmica $P1, P2, \dots, PT$ de conjuntos disjuntos que juntos cobrem o universo Z_c (PATWARY et al., 2010). Tomando Z_c como o modelo de blocos de minério de referência, é necessário selecionar os pontos semente onde o processo de otimização começa usando o algoritmo *Union-Find* (TARJAN, 1975). O algoritmo seleciona blocos sequencialmente adjacentes respeitando as restrições de lavra. Múltiplas alternativas de lavra são criadas, começando pela lavra a partir

dos pontos de semente. A Figura 9 apresenta um esquema de seleção de blocos imitando o que acontece para uma sequência que começa em dois pontos sementes. Esta sequência aumenta em complexidade dependendo do número de sementes e do número de elementos.

Figura 9 – Esquema de seleção de blocos para duas escavadeiras e sete blocos por escavadeira



Fonte: (TOLEDO et al., 2021)

3. Cada alternativa de lavra criada em (2) gerou um subconjunto de modelos de blocos de lavra, os quais representam uma linha de escavação. Esses modelos são comparados, e a linha de escavação cujo histograma tem maior aderência ao histograma alvo do modelo de referência é selecionada. O algoritmo da função objetivo, também chamada de equação de aptidão ou *fitness*, está expressada na Equação 3.1:

$$Função\ Objetivo = Min \left[\sum_1^n \sum_0^k \frac{(i_k - j_k^n)^2}{(i_k + j_k^n)} \right] \quad (3.1)$$

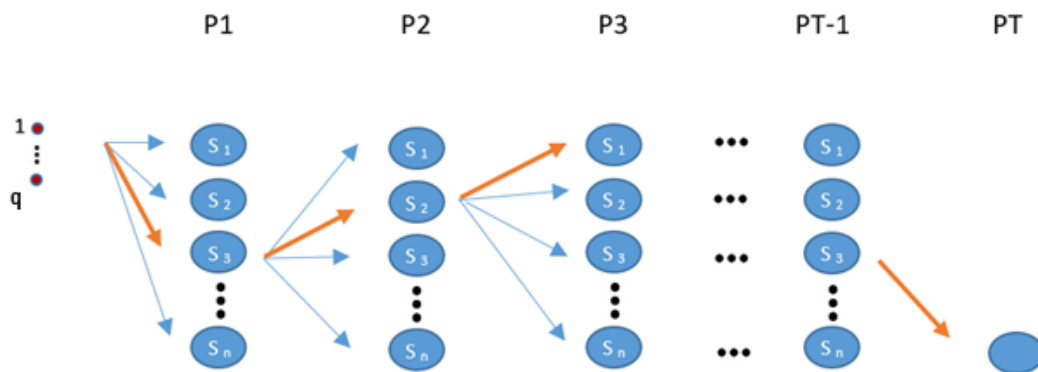
Onde:

- n : número de iterações;
- k : número de classes do histograma;
- i : histograma de referência;
- j : histograma de linha de escavação gerada aleatoriamente.

Por fim, a iteração escolhida será aquela que mais se assemelhar ao modelo alvo do histograma de referência. Assim, o processo continua até que o número necessário de blocos seja atingido.

A Figura 10 ilustra o processo de seleção de cada linha de escavação de Z_c , onde q pontos iniciais representam o número de sementes. As linhas de escavação são representadas por $P1, P2, \dots, PT$ e as iterações aleatórias geradas do modelo de blocos para cada subconjunto (blocos selecionados) são representados por S_1, S_2, \dots, S_n . A partir da linha de escavação $P1$, o melhor resultado da equação *fitness* (iii) foi selecionado S_3 como o ótimo, usando a seleção de torneio. Foram comparados o histograma de Z_c com os histogramas de S_1, S_2, \dots, S_n . Então, das iterações aleatórias ao longo da linha de escavação $P2$, foi selecionado S_2 como o melhor resultado da equação *fitness*, e assim por diante, seguindo as setas laranja.

Figura 10 – Sequência adotada para selecionar o avanço da lavra para cada linha de escavação



Fonte: (TOLEDO et al., 2021)

Como resultado, a seleção de blocos dentro de cada linha de escavação se aproxima das características desejadas pela planta de beneficiamento de minério em qualidade e quantidade planejada pela programação de curto ou médio prazo. Todo o processo é repetido até que todos os blocos de minério adjacentes sejam selecionados, obtendo-se avanços sucessivos de lavra com teores mais aderentes à distribuição de teores do histograma de referência.

Na próxima seção, descreve-se como o algoritmo é usado em um modelo estocástico univariado, enfatizando a função de transferência que visa otimizar a geração da linha de escavação considerando a incerteza geológica.

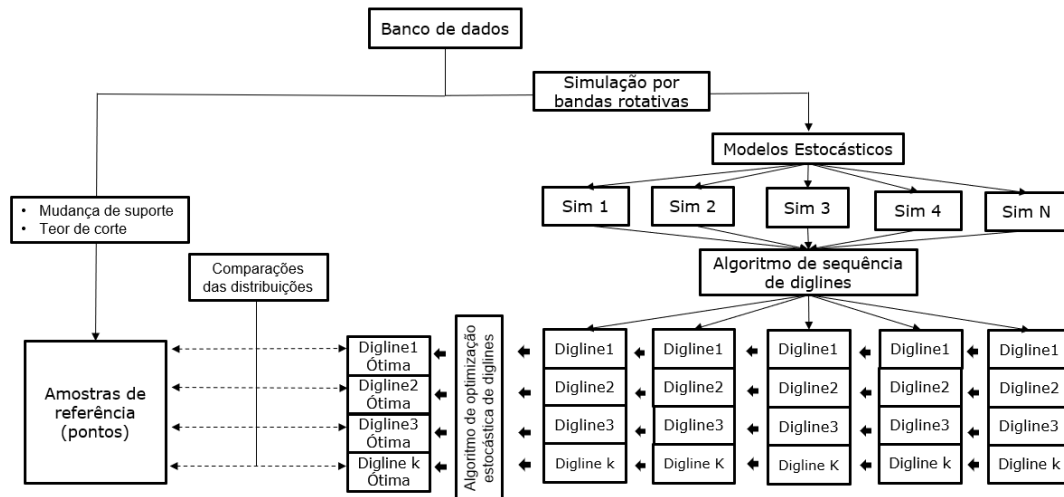
3.2 Otimização estocástica

Nos modelos estocásticos existem vários cenários equiprováveis, conseqüentemente, o algoritmo é percorrido em cada um deles, resultando em uma sequência de extração dos

blocos equiprovável para cada cenário. O objetivo desta seção é descrever o gerenciamento dos (l) modelos equiprováveis sequenciais de lavra, gerando um mapa de probabilidades.

A Figura 11 apresenta o esquema do fluxo do trabalho em cada modelo equiprovável, visando otimizar a geração da linha de escavação considerando a incerteza geológica dos teores na sequência de lavra no curto prazo.

Figura 11 – Processo de otimização das linhas de escavação para um modelo estocástico



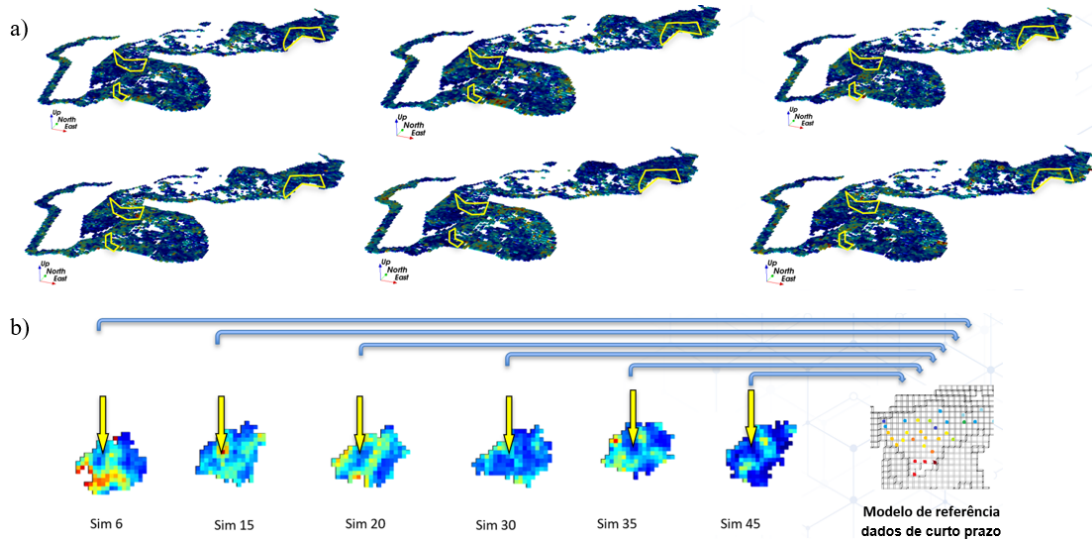
Fonte: Elaboração própria

Partindo de fatos relevantes da pesquisa, tanto a área de lavra será a mesma para todas as simulações, embora o valor dos teores dos blocos varie de simulação para simulação, quanto os locais dos pontos iniciais serão os mesmos em todas as simulações. Dessa forma, o modelo de referência é único para todas as simulações. A Figura 12 a) representa a área de lavra em amarelo, igual em todas as simulações, e b) as linhas de escavação geradas para cada simulação usando dados pontuais de curto prazo como modelo de referência.

O planejamento estocástico de lavra pode ser abordado por meio de uma solução que percorre todas as simulações L do modelo estocástico para obter um único modelo que busca ser ótimo. Dessa forma, uma função de transferência visita cada bloco dentro de cada linha de escavação previamente definida em cada cenário equiprovável, apresentando algumas diferenças. O algoritmo conta a frequência com que um bloco na localização (u) é incluído nas linhas de escavação para todas as L simulações. Portanto, um bloco presente em todas as L simulações terá uma incidência de 100%, conferindo-lhe a maior prioridade de ser escolhido no conjunto de blocos a serem lavrados.

Posteriormente, uma lista de classificação de probabilidades para cada bloco na localização (u) é utilizada para completar o número de blocos necessários para cada linha

Figura 12 – Seleção de áreas de lavra e geração de linhas de escavação otimizadas



Fonte:Elaboração própria

de escavação K , a fim de garantir uma produção, por exemplo, de uma semana. Finalmente, os blocos selecionados têm a maior probabilidade de ocorrência, considerando a incerteza dos teores.

Sendo que $l = 1, 2, 3, \dots, L$ as simulações e $k = 1, 2, 3, \dots, K$ os períodos das linhas de escavação, tem-se que $D_k^l(u_j)$ representa o mapa de probabilidades formada pelos blocos presentes em todas as linhas de escavação do período $k = 1$ até K , geradas partindo de todas as simulações equiprováveis l e sua correspondente linha de escavação otimizada por período, formada por u_j blocos. Finalmente, são apresentadas expressões onde se buscam os blocos com maior probabilidade de acontecer para os K períodos, g representa a quantidade de blocos requerida por período, expressados na Equação 3.2.

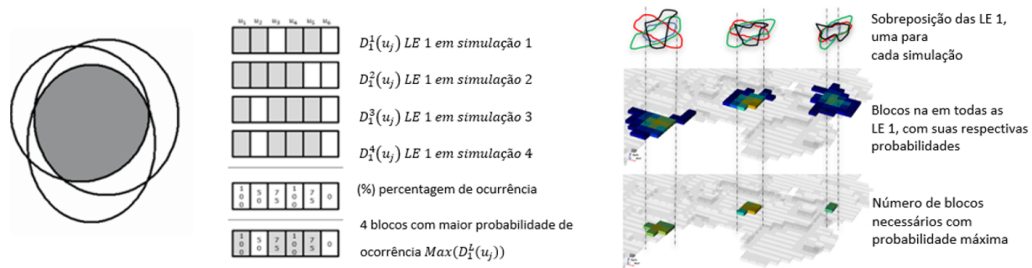
$$\begin{aligned}
 \Delta D_1^l(u_j) &= \text{Max}_1^g \{ D_1^1(u_j), D_1^2(u_j), D_1^3(u_j), \dots, D_1^L(u_j) \} \\
 \Delta D_2^l(u_j) &= \text{Max}_2^g \{ D_2^1(u_j), D_2^2(u_j), D_2^3(u_j), \dots, D_2^L(u_j) \} \\
 \Delta D_3^l(u_j) &= \text{Max}_3^g \{ D_3^1(u_j), D_3^2(u_j), D_3^3(u_j), \dots, D_3^L(u_j) \} \\
 &\vdots \\
 \Delta D_K^l(u_j) &= \text{Max}_K^g \{ D_K^1(u_j), D_K^2(u_j), D_K^3(u_j), \dots, D_K^L(u_j) \}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Os blocos com maior probabilidade de ocorrência, considerando as linhas de escavação do modelo estocástico, são selecionados. Além disso, os elementos dos períodos da Equação 3.3 possuem exclusividade mútua. Portanto, o primeiro período é selecionado e, assim por diante, até atingir o número de blocos exigido pela planta de beneficiamento.

$$\Delta D_k^l(u_j) = \Delta D_1^l(u_j) + \Delta D_2^l(u_j) + \Delta D_3^l(u_j) + \dots + \Delta D_K^l(u_j) \quad (3.3)$$

Para retratar a incerteza geológica associada aos teores, utilizamos a Figura 13 a) retrata a incerteza na definição das linhas de escavação, considerando a incerteza dos teores representada pela região fora da interseção (zona não hachurada). A região de intersecção dos conjuntos compreende a área com 100% de probabilidade dos blocos lavrados pelas diferentes linhas de escavação nas múltiplas simulações, e b) representa a linha de escavação com três pontos sementes, primeiro em todos as simulações, depois o mapa de probabilidades, e os blocos com maior probabilidade de ocorrência.

Figura 13 – Esquema da primeira linha de escavação de um modelo estocástico. A região hachurada equivale aos blocos selecionados simultaneamente em todas as simulações



Fonte: elaboração própria

Os blocos fora da zona de altíssima probabilidade podem ser selecionados caso algum bloco pré-selecionado esteja inacessível devido a diferentes eventos próprios da lavra.

Para definir as K linhas de escavação ótimas, as L primeiras linhas de escavação de cada realização são visitadas. Depois é contada a frequência com que um determinado bloco é incluído nas linhas de escavação equiprováveis para todas as realizações L . Os blocos são classificados pela frequência de incidência máxima a mínima. Finalmente são selecionados os blocos de frequência máxima para mínima até atender aos requisitos de produção para cada linha de escavação. Os blocos que não foram selecionados podem ser lavrados caso alguma restrição ocorra.

3.3 Estudo de caso

Esta seção apresenta um estudo de caso utilizando o algoritmo de otimização de sequenciamento de blocos que busca quatro linhas de escavação para uma produção mensal de uma mina de fosfato em operação. O algoritmo é aplicado a cada um dos cenários simulados equiprováveis, mantendo os mesmos pontos de semente, o mesmo número

de blocos por semana e o mesmo número de iterações. Em seguida, foi utilizado outro algoritmo de otimização estocástica para otimizar as linhas de escavação considerando a incerteza geológica do modelo estocástico, utilizando todas as linhas de escavação geradas nos modelos simulados. Por fim, é construído um modelo com valores que representam a probabilidade de um bloco ser incluído em uma linha de escavação otimizada. Os blocos com maior probabilidade de ocorrência foram selecionados até completar a tonelagem necessária. A variável química P_2O_5 foi considerada a mais relevante no depósito, sendo selecionado um teor de corte de 3%.

Para o estudo, é considerado um horizonte mensal, dividido em quatro semanas, com produção de 50 blocos por semana, além de sete pontos sementes representando as escavadeiras. Os modelos estocásticos das linhas de escavação foram obtidos comparando a distribuição de probabilidade dos teores dos blocos escolhidos com o modelo de referência da distribuição de probabilidade. Neste caso, 1 302 pontos amostrais foram isolados em áreas de produção semestral dadas pelo planejamento de médio prazo. Também foi realizada a mudança de suporte dos pontos para blocos de 25 m x 25 m x 10 m para cada domínio geológico. Assim, essa distribuição de probabilidade será utilizada como modelo de referência.

3.3.1 Simulação geoestatística

As simulações geoestatísticas foram realizadas para o P_2O_5 dentro do depósito. Para isso, serão utilizados dois domínios geológicos. Os variogramas para cada domínio estão descritos na Tabela 1.

Tabela 1 – Variogramas para cada domínio

Var	Do	EP	Primeira estrutura - esférica							Segunda estrutura - esférica						
		C0	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3
P_2O_5	22	0.41	0.35	N157	N67	N90	55	50	35	0.24	N157	N67	N90	1200	420	85
	30	0.23	0.42	N157	N67	N90	55	48	30	0.35	N157	N67	N90	600	320	50

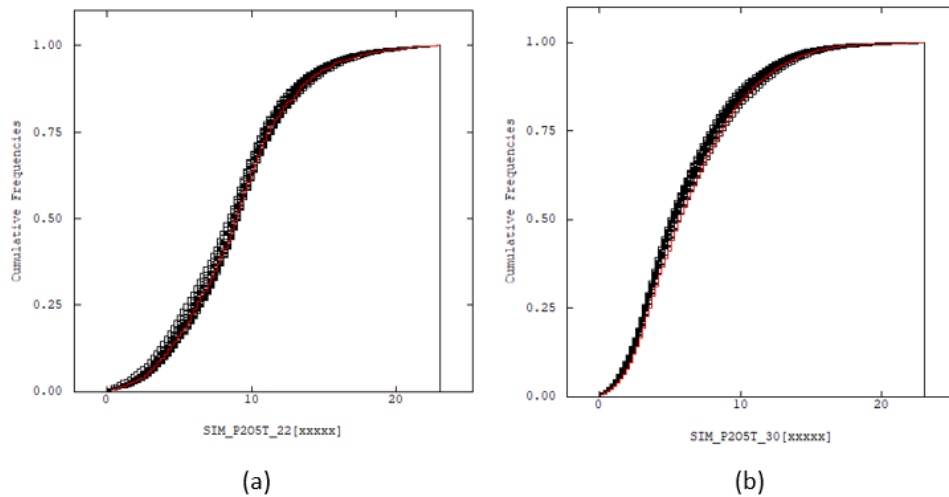
Onde:

- D1, D2 e D3 são as direções de continuidade máxima, intermediária e mínima;
- C1 é a contribuição das estruturas;
- C0 é o efeito pepita;
- A1, A2 e A3 são os alcances nos eixos máximos, intermediários e mínimos, expressados em metros.

A Figura 14 apresenta gráficos comparativos entre os histogramas acumulados dos valores simulados e os dados originais desagregados para os domínios geológicos 22 (a)

e (b) 30, respectivamente. Observe que o histograma acumulado dos dados originais é representado por linhas vermelhas no meio dos histogramas de simulação representados por linhas pretas.

Figura 14 – Histograma acumulado dos modelos simulados, as linhas pretas representam os dados simulados e as linhas vermelhas os dados originais a) domínio 22 b) domínio 30



Para validar os variogramas dos modelos simulados nos domínios geológicos para cada variável, foram utilizados os variogramas dos dados originais correspondentes. Assim, os variogramas simulados (linhas pretas) foram comparados graficamente com os dados originais (linhas verde, vermelha e roxa).

As Figura 15 e Figura 16 demonstram a validação da continuidade espacial dos modelos simulados comparando os variogramas de simulação em linhas pretas com o variograma dos dados originais em (a) longo alcance na linha verde (b) continuidade média na linha vermelha e (c) continuidade mais curta em linha roxa para os domínios 22 e 30.

Figura 15 – Variografia dos modelos simulados e dados originais no domínio 22 a) alcance máximo 22 b) alcance intermediário c) alcance mínimo

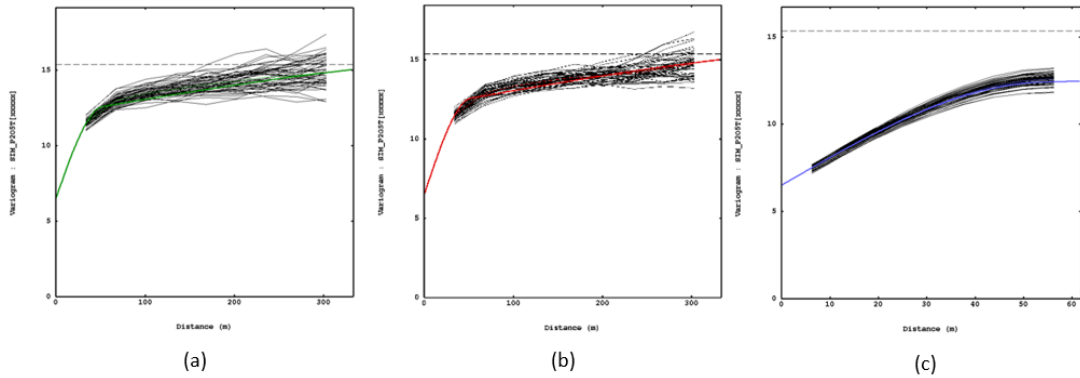
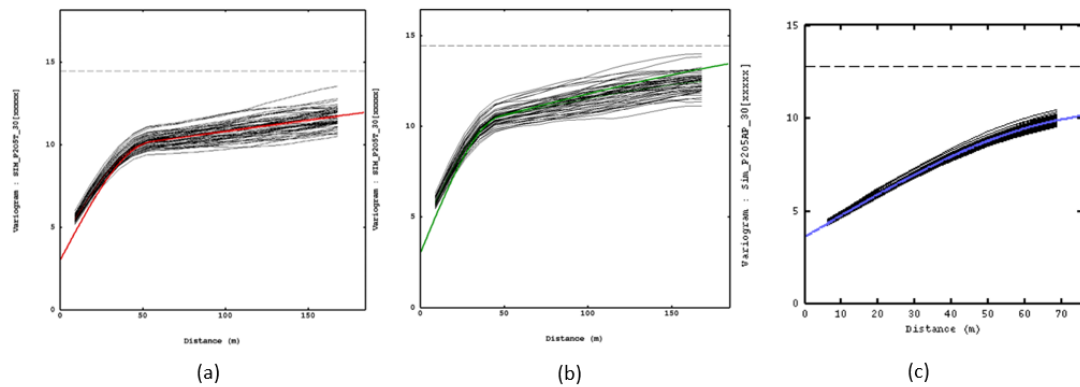


Figura 16 – Variografia dos modelos simulados e dados originais no domínio 30 a) alcance máximo 22 b) alcance intermediário c) alcance mínimo



3.3.2 Planejamento estocástico no curto prazo

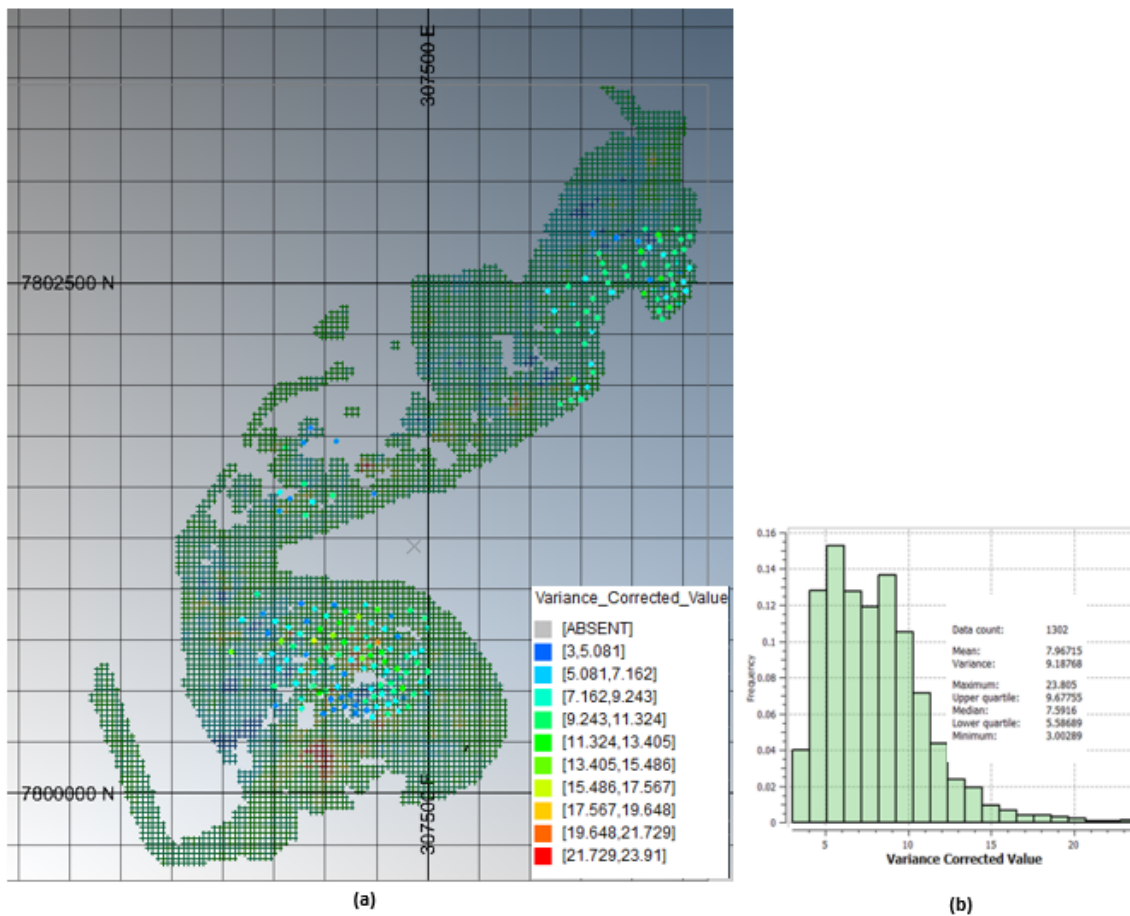
Para desenvolver o planejamento estocástico no curto prazo, foram considerados um conjunto de parâmetros e restrições de lavra. Primeiramente, um horizonte temporal de um semestre, proveniente de uma área de lavra previamente planejada por o longo ou médio prazo, é selecionada, onde as amostras dentro dessa área formam o histograma de modelo de referência. Em seguida, são estabelecidos os períodos de lavra, neste caso, quatro semanas, cada uma com uma produção de 50 blocos por semana. Além disso, são definidos sete pontos iniciais de lavra que representam as escavadeiras como pontos sementes. Esses parâmetros são iguais para todas as simulações do modelo estocástico.

Os modelos de sequenciamento estocástico de minas foram obtidos buscando uma distribuição de frequência de teores semelhante ao modelo de referência. Neste contexto, a distribuição de probabilidade de 1 302 pontos amostrais de furos de sondagem foi corrigida

para representar blocos de 25m x 25m x 10m. A Figura 17 apresenta a posição da nuvem de pontos e seu histograma na área de produção.

A nuvem de pontos na Figura 17 também está restrita a uma área de produção próxima às linhas de escavação reais. A média e a variância são 7.97 e 9.19 respectivamente, para a função de distribuição de probabilidade usada como modelo de referência.

Figura 17 – a) Pontos amostrais b) histograma dos pontos corrigidos para o suporte SMU (distribuição de referência)



Elaboração própria

A Tabela 2 mostra a posição, códigos de identificação e teor nos pontos de sementes. A seleção de cada ponto semente é essencial para o desenvolvimento do sequenciamento. As linhas de escavação serão desenvolvidas de forma independente para cada simulação, sendo esses pontos os únicos locais coincidentes ao longo de todo o planejamento estocástico.

Tabela 2 – Dados dos pontos sementes no modelo estocástico

	X	Y	Z	ID	$P_2O_5\%$
Semente 1	307127	7800604	1180	158690	Alto
Semente 2	307145	7800681	1190	180951	Alto
Semente 3	306804	7800732	1200	203057	Medio
Semente 4	307026	7801602	1230	273487	Medio
Semente 5	308278	7802105	1260	341856	Baixo
Semente 6	308663	7802386	1240	299731	Baixo
Semente 7	308575	7802456	1250	321988	Baixo

Os parâmetros de entrada para sequenciar os blocos dos modelos estocásticos são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros de entrada

Parâmetros de entrada	Valores
Teor de corte \geq	3%
Número de blocos por semana	50
Número de iterações	50
Número de linhas de escavação (semanas)	4
Número de sementes	7
Número de modelos simulados	49

Os períodos de lavra, compostos por cinquenta blocos cada, são gerados pelo algoritmo, em sequência de escavação. O objetivo é criar linhas de escavação com a mínima variância e flutuação de teores entre elas, selecionando os blocos com menor risco geológico de todas as linhas de escavação otimizadas nas simulações equiprováveis do respectivo período.

As Figura 18 à Figura 21 (a) mostram os blocos selecionados em todas as linhas de escavação definidas nos 50 planos de lavra equiprováveis da primeira, segunda, terceira e quarta linha de escavação. As Figura 18, Figura 19, Figura 20 e Figura 21 (b) mostram os 50 blocos com maior probabilidade de ocorrência em cada linha de escavação correspondente a cada semana.

Figura 18 – Mapa de probabilidades do primeiro período a) projeção de todos os blocos das 49 primeiras linhas de escavação formada por 127 blocos b) 50 blocos com maior probabilidade de acontecer

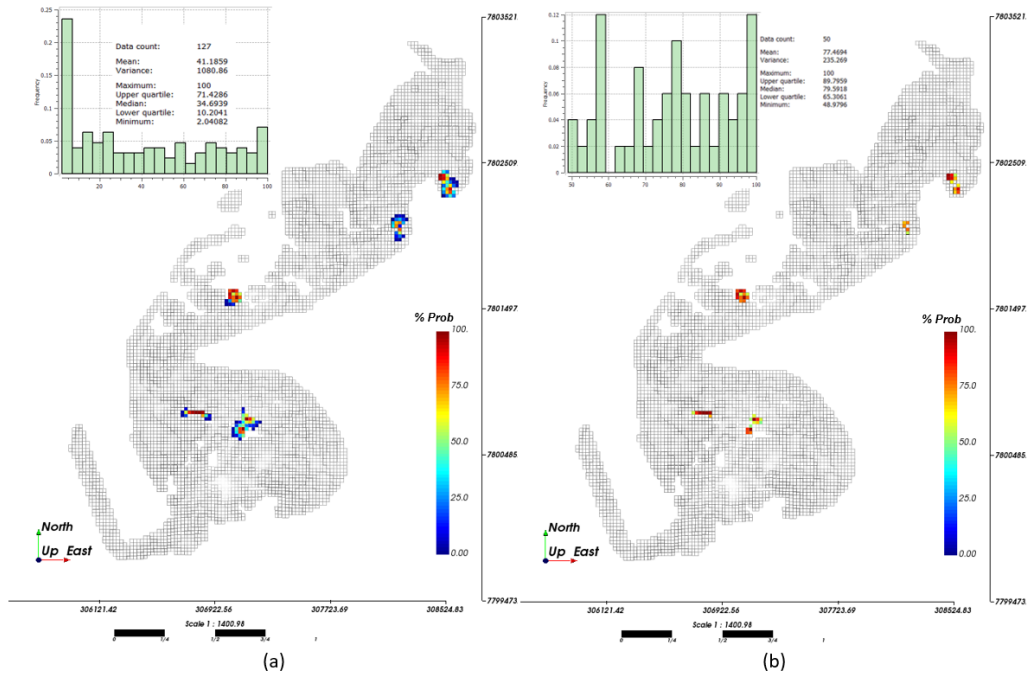


Figura 19 – Mapa de probabilidades do segundo período a) projeção de todos os blocos das 49 segundas linhas de escavação formado por 153 blocos b) 50 blocos com maior probabilidade de acontecer

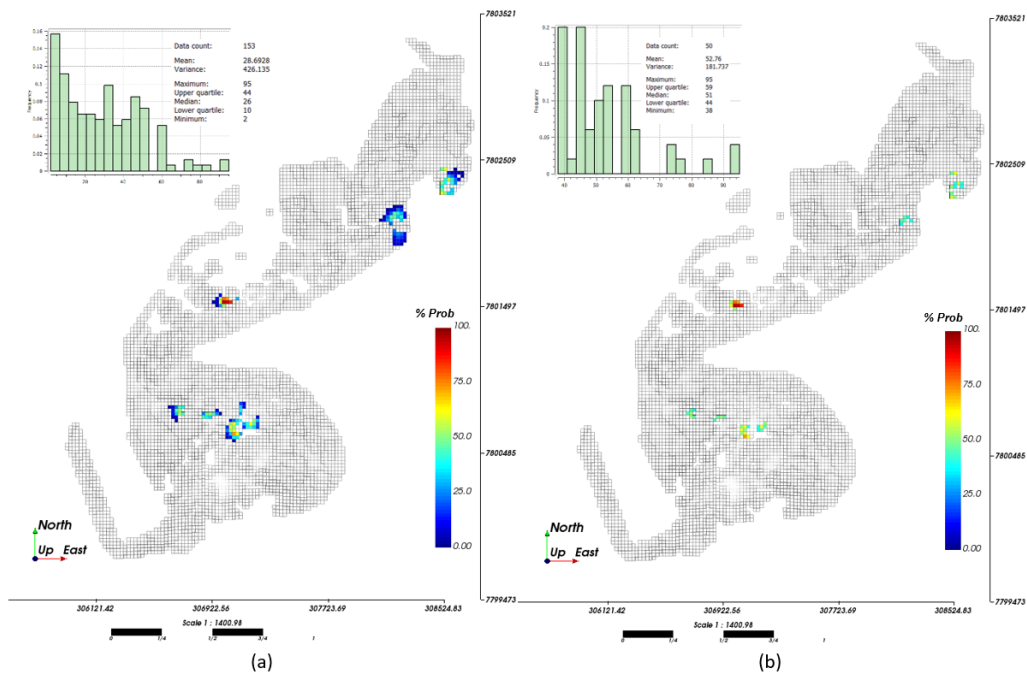


Figura 20 – Mapa de probabilidades do terceiro período a) projeção de todos os blocos das 49 terceiras linhas de escavação formado por 181 blocos b) 50 blocos com maior probabilidade de acontecer

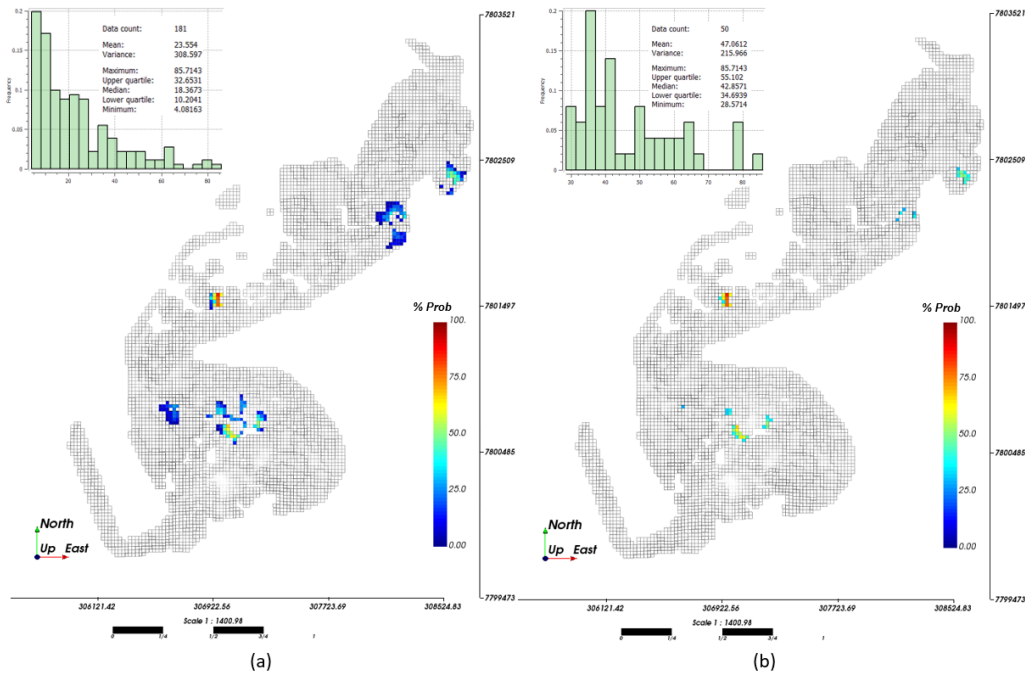
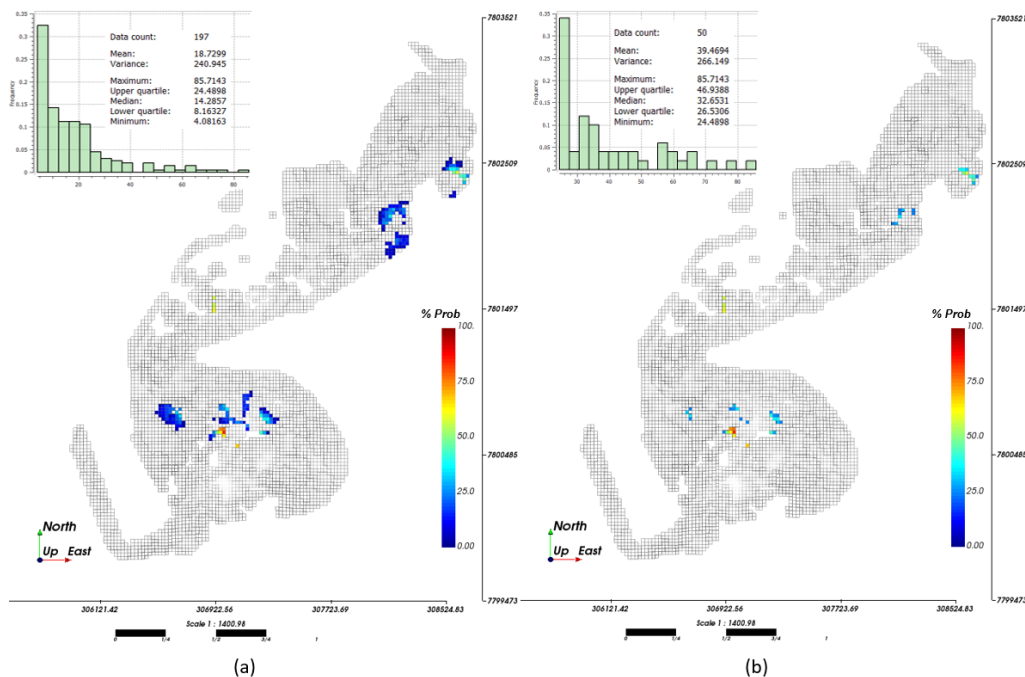


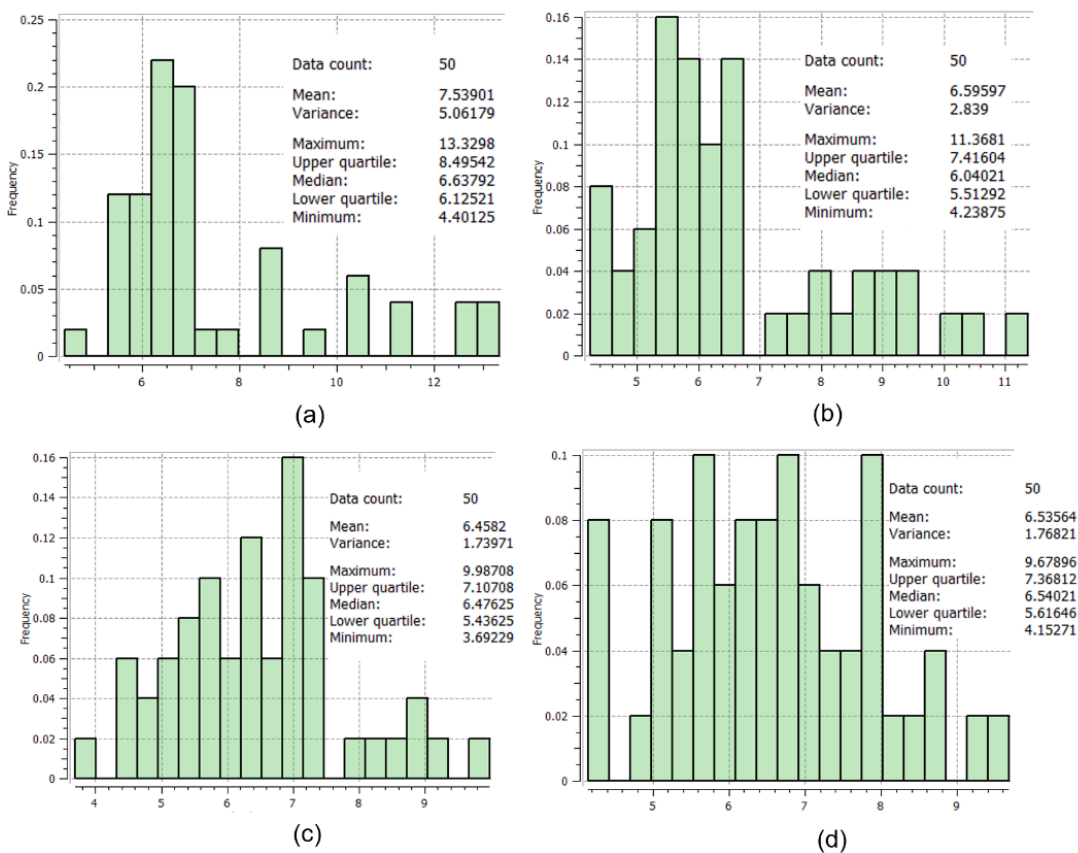
Figura 21 – Mapa de probabilidades do quarto período a) projeção de todos os bloco das 49 quartas linhas de escavação formado por 197 blocos b) 50 blocos com maior probabilidade de acontecer



Há redução do valor de probabilidade conforme os períodos se expandem porque cada vez mais áreas (e blocos) podem ser alcançadas por possíveis linhas de escavação.

A Figura 22 mostra as distribuições de probabilidade para as linhas de escavação ótimas (a) primeira, (b) segunda, (c) terceira e (d) quarta, desenhadas no mapa das médias dos teores (E-type). Observe que os valores dos teores máximos e mínimos são afetados por efeitos de suavização no mapa das médias dos teores.

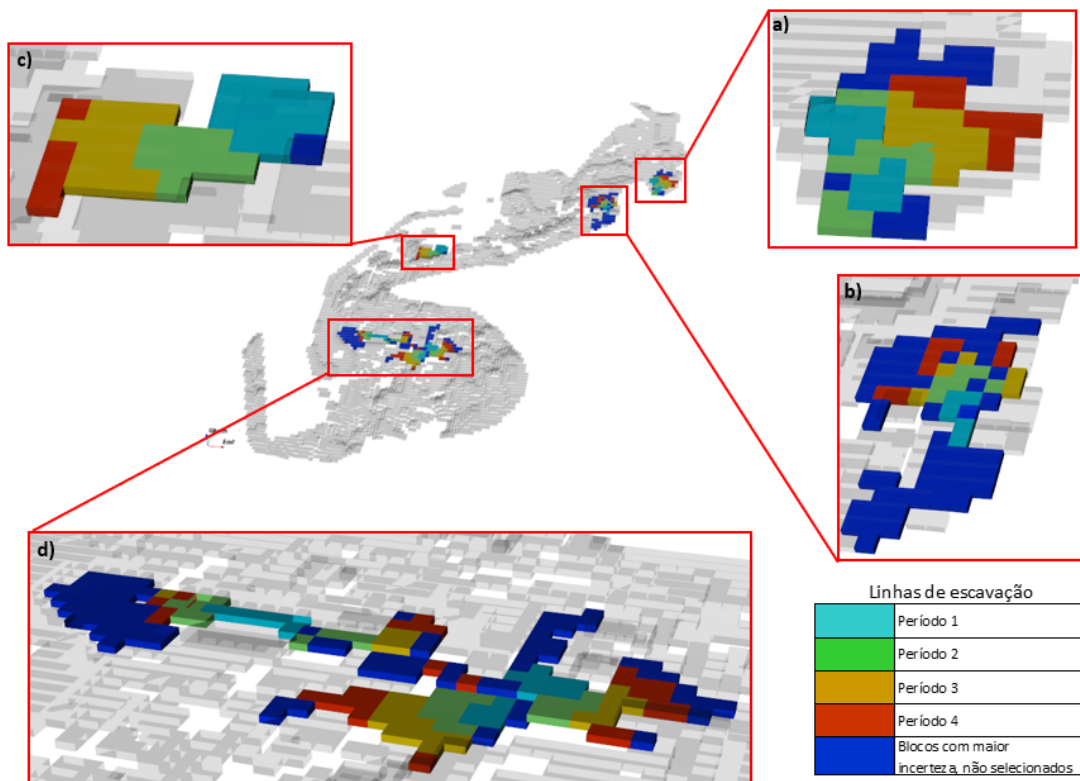
Figura 22 – Função da distribuição de probabilidade de teores para as linhas de escavação ótimas desenhadas sobre o E-type a) primeira b) segunda c) terceira d) quarta



A Figura 23 representa as áreas selecionadas para serem lavradas em cada período, separadas por os locais dos pontos sementes ou início de lavra onde: Na parte (a), são localizadas as sementes 7 e 6. Na parte (b), temos a semente 5. Na parte (c), encontramos a semente 4. Por fim, na parte (d), estão as sementes 3, 2 e 1. Também são indicadas as linhas de escavação para cada um dos quatro períodos conforme a lenda da Figura 23. Além disso, os blocos não selecionados de menor probabilidade de ocorrência são representados na cor azul. As restrições próprias da lavra indicam o pouco espaço de desenvolvimento. No entanto, o resultado final da parte (c) indica que apenas um bloco de baixa probabilidade não selecionado. É importante ressaltar que, para selecionar os períodos iniciais nessa

área, foram considerados blocos que posteriormente fariam parte de períodos subsequentes. Esses blocos podem ser visualizados nas Figura 18, à Figura 21.

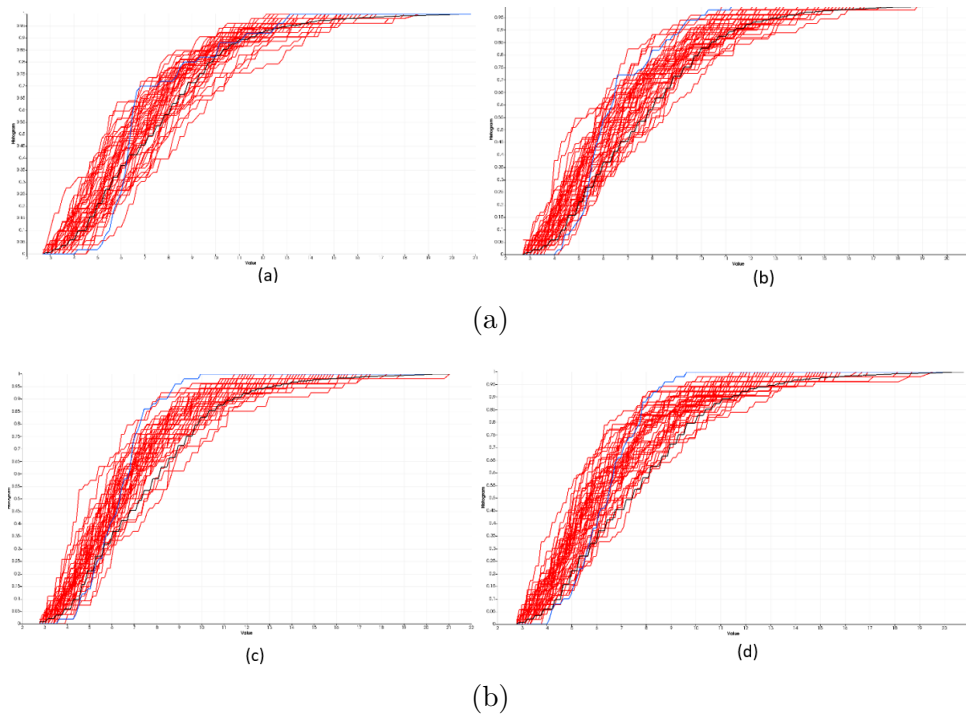
Figura 23 – Sequência da lavra em função da distribuição de probabilidade dos teores para as linhas de escavação e a incerteza geológica dos teores



3.3.3 Validação

A Figura 24 mostra as distribuições acumuladas dos teores dos blocos das simulações em vermelho de (a) histogramas acumulados para os teores da primeira linha de escavação nos 49 modelos simulados em vermelho, primeira linha de escavação estocástica ideal desenhada no mapa das médias dos teores em azul (b) histograma acumulado para os teores da segunda linha de escavação nos 49 modelos simulados em vermelho, segunda linha de escavação estocástica ideal desenhada no mapa das médias dos teores em azul (c) histograma acumulado para os teores da terceira linha de escavação nos 49 modelos simulados em vermelho, terceira linha de escavação estocástica ideal desenhada no mapa das médias dos teores em azul (d) histogramas acumulados para os teores da quarta linha de escavação nos 49 modelos simulados em vermelho, quarta linha de escavação ideal desenhadas no mapa das médias dos teores em azul e histogramas acumulados para os pontos de referência em linha preta para (a), (b), (c) e (d).

Figura 24 – Comparativa das distribuições acumuladas do (a) primeiro, (b) segundo, (c) terceiro, e (d) quarto período entre as linhas de escavação ótimas para cada um dos 49 modelos simulados, com o modelo de referência em preto, e a linha de escavação ideal desenhada pelo algoritmo sobre o mapa dos teores médios (E-type) das 49 simulações em azul.



Os resultados demonstram a viabilidade de gerar mapas dos blocos com valores associados à sua probabilidade de ocorrência através dos 49 modelos simulados. Em seguida, utilizando uma função de transferência que busca a estacionaridade das estatísticas dos teores para cada linha de escavação, são escolhidos os 50 blocos mais prováveis em cada linha de escavação. Outro ponto crítico desta metodologia é evidenciar a possibilidade de otimizar o uso de modelos estocásticos no planejamento de curto prazo. Com a técnica manual/tradicional, não seria viável analisar e otimizar todos os modelos estocásticos para definir as linhas de escavação.

A validação, usando um mapa de teores médios dos 49 modelos equiprováveis, com sua conhecida suavização dos valores extremos, mostrou que as funções de distribuição de probabilidade das linhas de escavação são próximas ao modelo de referência, ou pelo menos, situam-se dentro da ergodicidade da CDF das linhas de escavação otimizadas em cada período.

4 PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO MULTIVARIADO PARA O CURTO PRAZO PROCURANDO A ESTACIONARIZAÇÃO DE TEORES

O capítulo está dividido em duas seções: a primeira apresenta o algoritmo e sua aplicação. A segunda trata de um estudo de caso para um depósito mineral com múltiplas variáveis a serem incorporadas no planejamento. A seguir um resumo do passo a passo do processo apresentado neste documento.

Passo 1: Gerar modelos estocásticos através de simulações geoestatísticas para cada variável química. Apresentado na seção 4.4.

Passo 2: Selecionar amostras de todas as variáveis químicas dentro do um período na área de produção para criar modelos de referência. Apresentado na subseção 4.5.1.

Passo 3: Mudar o suporte das amostras de referência de ponto para bloco seção 2.5 para serem comparados com os modelos de linhas de escavação gerados posteriormente. Apresentado na subseção 4.5.6.

Passo 4: Iniciar a procura das linhas de escavação selecionando as sementes dentro da área de produção

Passo 5: Usar o algoritmo de sequenciamento de blocos para cada variável química, usando os modelos estocásticos de cada variável, gerando linhas de escavação estocásticas para cada variável química e para cada realização.

Passo 6: Usar o algoritmo que gera a linha de escavação com menor risco geológico seção 3.2 dos teores em cada variável química. Apresentado na subseção 4.5.2 Figura 61 à Figura 64.

Passo 7: Usar o algoritmo que procura a linha de escavação levando em consideração todas as variáveis químicas em função do local e de sua importância individual no beneficiamento, a partir dos modelos das linhas de escavação das variáveis químicas com menor risco geológico nos teores.

Passo 7.1: Os modelos das linhas de escavação obtidos no passo anterior são convertidos em vetores lineares, depois reunidos em uma matriz, onde os valores são transformados em valores binários 1 se for valor numérico e 0 se for não for numérico. Apresentado na seção 4.2 e na Equação 4.2.

Passo 7.2: Achar o vetor soma de todos os elementos que representam as variáveis químicas. Este vetor possui em cada termo a contagem do número de vezes que um bloco apresenta valores binários. Quanto maior seu valor maior será a chance de seleção do bloco. Apresentado na seção 4.2 na Equação 4.5 e Figura 28.

Passo 7.3: Atribuir pesos para cada variável em função da importância no beneficiamento.

Passo 7.4: Selecionar, para a linha de escavação, os blocos de cada variável em função de sua geolocalização e dos pesos atribuídos em função da sua importância no beneficiamento. Apresentado na subseção 4.5.2 Figura 65, na subseção 4.5.3 Figura 70, na subseção 4.5.4 Figura 75 e na subseção 4.5.5 Figura 80.

Passo 8: Comparar os modelos das linhas de escavação resultantes com os modelos planejados em mina realizados manualmente (reais). Apresentado na subseção 4.5.6.

4.1 Otimização multivariada

Este estudo analisa o impacto na incorporação de múltiplas variáveis químicas (teores) no processo da escolha dos melhores blocos para planejamento de lavra de curto prazo. Na prática, muitas dessas variáveis são desconsideradas no processo de escolha. Como regra, não há um processo estabelecido de escolha de blocos levando em conta múltiplas variáveis simultaneamente, procurando estacionarizar a média e variância dos teores, além da quantidade de informação a ser processada e o escasso tempo disponível. Atualmente, é possível usar essas informações para gerar modelos mais realistas que consigam atender as complexas demandas das plantas de processamento. Na sequência da pesquisa este capítulo propõe um processo de incorporação de modelos multivariados na escolha de desenho de linhas de escavação de lavra, procurando o menor risco geológico associado a incerteza dos teores e a redução da variabilidade entre avanços de lavra.

Primeiramente, algoritmos genéticos são usados para gerar múltiplas iterações e selecionar o modelo da linha de escavação com maior aderência a uma distribuição de probabilidade de um modelo de referência. Esses modelos de referência são obtidos através dos histogramas dos pontos amostrais localizados na área de interesse.

A seguir, os modelos ótimos das linhas de escavação são desenhados em cada iteração da simulação geoestatística gerando múltiplas linhas de escavação (uma para cada modelo de teores simulado). Após, é usada uma função de transferência que calcula o ranking de probabilidades para cada bloco a ser inserido em todas as linhas de escavação equiprováveis. Gera-se um modelo com o ranking de probabilidades de cada bloco. Por último, seleciona-se os n blocos necessários para atingir a produção planejada para o período, com maior probabilidade de ocorrência e menor risco geológico.

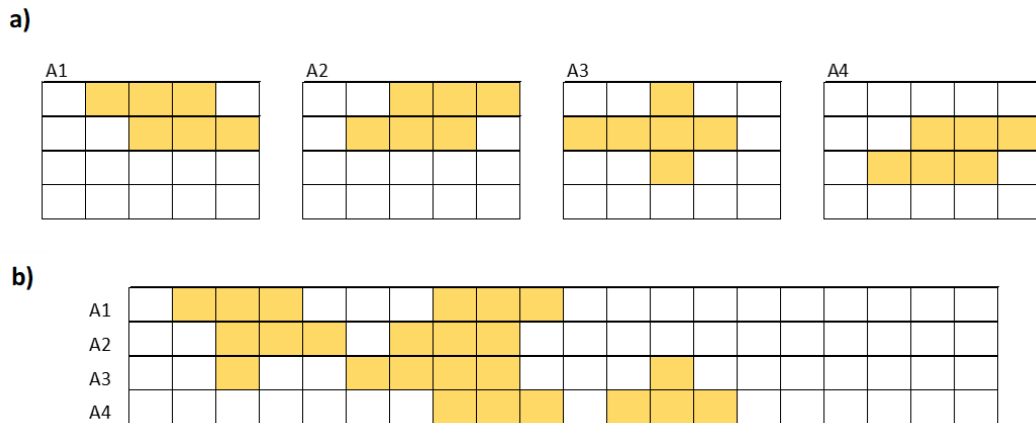
Para a integração simultânea das variáveis analisadas, se ordena os blocos pelo número de blocos coincidentes nas linhas de escavação com as variáveis analisadas. Assim, são selecionados, inicialmente, só blocos com presença de todas as variáveis (maior hierarquia). Se esses blocos não forem suficientes para atingir a produção requerida, serão procurados os blocos faltantes considerando pesos para cada variável segundo o rendimento no processamento mineral (valor assinalado pelos planejadores), mas respeitando a hierarquia previamente estabelecida.

4.2 Metodologia

Para análises de depósitos com múltiplas variáveis químicas, o estudo tem como dados de entrada as linhas de escavação para cada período com o menor risco geológico associado a incerteza dos teores para cada variável analisada definidos na seção 3.2 e representada pela Equação 4.1

A metodologia foi esquematizada para quatro variáveis a sua vez as equações apresentadas são generalizadas para m variáveis. A Figura 25 representa a origem da matriz A de ordem $m \times n$.

Figura 25 – a) esquema de modelos de linhas de escavação com menor risco geológico no mesmo local e período para quatro diferentes variáveis b) vetorização linear dos modelos das linhas de escavação para formar a matriz A



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Onde:
 A , representa as linhas de escavação ótimas para cada variável considerando todos os

modelos estocásticos de teores

$M = \{1, 2, \dots, m - 1, m\}$, representam as colunas da matriz com os valores de cada variável química

$N = \{1, 2, \dots, n - 1, n\}$, representam as linhas da matriz com os valores dos blocos nas linhas de escavação.

Cada coluna contém, nos mesmos blocos selecionados na linha de escavação, os teores de todas as espécies químicas consideradas. Eventualmente, um bloco foi selecionado para linha ótima da espécie química A e não selecionado para espécie química B (assinalados com *nan*, ou seja, valores vazios).

Assim, os valores das linhas de escavação são transformadas em variáveis binárias, onde os blocos com valores assinalados em cada linha de escavação são transformados em *um* e os valores não numéricos em *zero* Equação 4.2.

$$f(A) = \begin{cases} a_{mn} \in \mathbb{R} \Rightarrow a_{mn} = 1 \\ a_{mn} \notin \mathbb{R} \Rightarrow a_{mn} = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Onde:

$f(A) = B$, representam a matriz binária

a_{mn} , representam os elementos da matriz

\mathbb{R} , é um número real.

A Figura 26 representa o esquema da matriz binária B de ordem $m \times n$.

Figura 26 – matriz B transformada para valores binários

Matriz B transformada para valores binários

0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0

O vetor coluna C de ordem $n \times 1$, resulta da soma dos valores de cada elemento do vetor linha da matriz transposta de B de ordem $n \times m$. Para isso, multiplica-se a matriz transposta de B com um vetor coluna de ordem $m \times 1$, com elementos de valor *um* conforme apresentado na Equação 4.3. Cada vetor linha de B^T refere-se a um bloco com m espaços (um para cada espécie química, neste caso, $m = 4$) cada ocorrência de uma das m variáveis, no dado bloco é registrada. Se uma dada variável existir, o espaço alocado a ela contém o valor *um*, caso contrário *zero*. Assim, cada período de produção é analisado.

$$\begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ \vdots \\ c_{n1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1_{11} \\ 1_{21} \\ \vdots \\ 1_{n1} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\vec{C} = B^T \cdot \vec{1} \quad (4.4)$$

A Figura 27 apresenta a operação da equação do exemplo esquemático.

Figura 27 – vetor linha C (direita) resultante do produto da matriz B transposta (centro) e o vetor coluna 1 (dereita)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

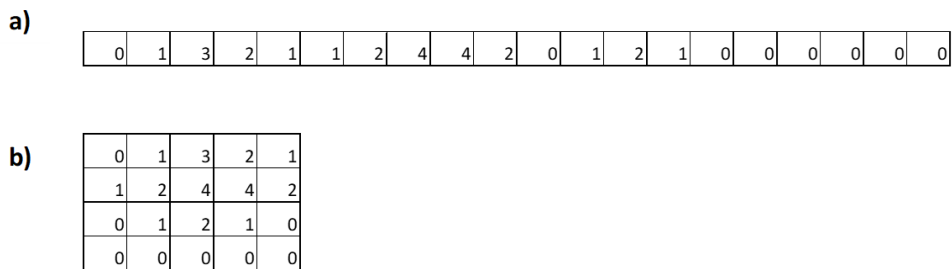
O vetor C contém os termos com os valores que representam o número de variáveis presentes em cada bloco de cada linha de escavação para cada período. Os locais que não possuem nenhum bloco com variável assinalada, são apresentados por *zero*, se os locais possuem uma variável são assignados por o valor numérico *um*, se possuem duas variáveis são assignados pelo valor *dois*, etc. A Equação 4.5 mostra vetor C transposto usado em cálculos posteriores. Este vetor possui, em cada termo, a contagem do número de vezes que um bloco apresenta valores binários (presença de cada variável química). O valor máximo

de um dado termo de C é igual a m máximo caso, quando houver valores para todas as espécies químicas em um único dado bloco.

$$C^T = [c_{11} \quad c_{12} \quad \dots \quad c_{1n}] \tag{4.5}$$

A Figura 28 representa o exemplo esquemático do processo anterior e apresentado como a soma das colunas da matriz binária B

Figura 28 – (a) vetor C transposto, contendo a soma das colunas da matriz B (b) valores de C no local da bancada ou geolocalizados



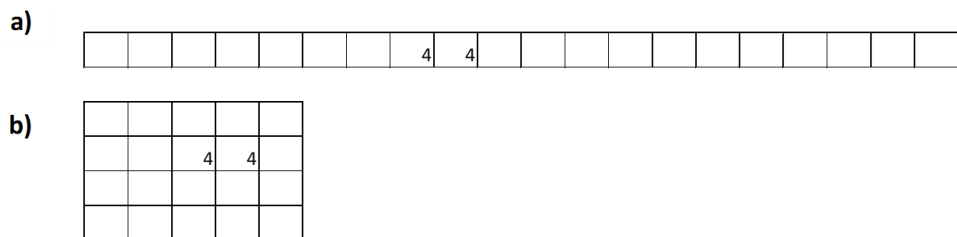
A seguir, procura-se o vetor com os elementos que possuem o máximo valor m através da função 1 "f1" representados pelo vetor Y_N na Equação 4.6

$$f^1(C^T) = \begin{cases} c_{1n} = m \Rightarrow c_{1n} = c_{1n} \\ c_{1n} \neq m \Rightarrow c_{1n} = nan \end{cases} \tag{4.6}$$

$$f^1(C^T) = Y_N$$

Na Figura 29, observamos os dois blocos de valor 4 que representam os valores máximos e os dois primeiros blocos da linha de escavação considerando multivariáveis onde estão todas as variáveis (esses blocos foram escolhidos em cada linha de escavação criada para cada variável independentemente).

Figura 29 – (a) vetor Y (b) valores de Y no local da bancada ou geolocalizados



Os blocos de valor m selecionados em Y_N são considerados ótimos para todas as variáveis, contudo insuficientes para completar os H blocos requerido pela linha de escavação (m máximo é quatro, equivalente ao número de espécies químicas usadas

na seleção de linhas de escavação). Assim, procura-se o número de blocos faltantes D , representados pela diferença entre H que representa o número de blocos requeridos na linha de escavação e $|Y_N|$ que equivale o número de blocos de valor m selecionados em Y_N , descrito na Equação 4.7.

$$D = H - |Y_N| \tag{4.7}$$

No exemplo esquemático. O número H é igual ao *seis* representado pelos blocos requeridos por linha de escavação. Assim, a diferença entre $H = 6$ e o número de elementos de $Y_N = 2$ será igual a quatro que representa o número de blocos a serem selecionados. Então quatro blocos serão selecionados das quatro variáveis segundo sua geolocalização, sua importância no processo de beneficiamento e sua incerteza geológica.

4.2.1 Atribuição de pesos para cada variável e número de blocos para cada variável

Esta etapa realiza-se após da subtração dos blocos com maior hierarquia (que foram selecionados simultaneamente para todas as linhas de escavação escolhidas uma a uma para cada espécie química). Cada depósito, dependendo de suas condições, tem diversos número de variáveis com diferentes relações de importância na recuperação na planta de beneficiamento. Assim, os valores dos pesos $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ de m elementos são dados por cada planejador, embora restritos as seguintes condições:

- $p_1 + p_2 + \dots + p_{m-1} + p_m = 1$, a soma dos pesos para as variáveis deve ser igual a *um*;
- $p_1 \times d + p_2 \times d + \dots + p_{m-1} \times d + p_m \times d = D$, a soma da multiplicação entre os valores da mesma ordem dos pesos e dos blocos faltantes por variável deve ser igual ao total do número dos blocos faltantes.

Assim, conhecendo o valor dos pesos, são obtidos o número de blocos faltantes para cada variável representados pelo conjunto D de m elementos na Equação 4.8.

$$\begin{aligned} D &= \{p_1 \times d, p_2 \times d, \dots, p_{m-1} \times d, p_m \times d\} \\ D &= \{d_1, d_2, \dots, d_{m-1}, d_m\} \end{aligned} \tag{4.8}$$

Onde:

- d_1 : representa o número de elementos a aderir para a variável 1 (maior peso)
- d_2 : representa o número de elementos a aderir para a variável 2
- \vdots

d_{m-1} : representa o número de elementos a aderir para a variável $m - 1$

d_m : representa o número de elementos a aderir para a variável m (menor peso)

Para o exemplo esquemático, os pesos assinalados para cada variável foram 45% para A1, 25% para A2, 20% para A3 e 10% para A4. Aplicando a Equação 4.8, o resultado para A1 é adicionar 2 blocos, para A2 adicionar 1 bloco, para A3 adicionar 1 bloco e 0 blocos para A4. Assim, se determina o número de blocos a serem adicionados para cada variável. A seguinte seção aborda o método de seleção da localização dos blocos a serem adicionados. No resumo $D = \{2, 1, 1, 0\}$

4.2.2 Escolha de local de blocos por variável

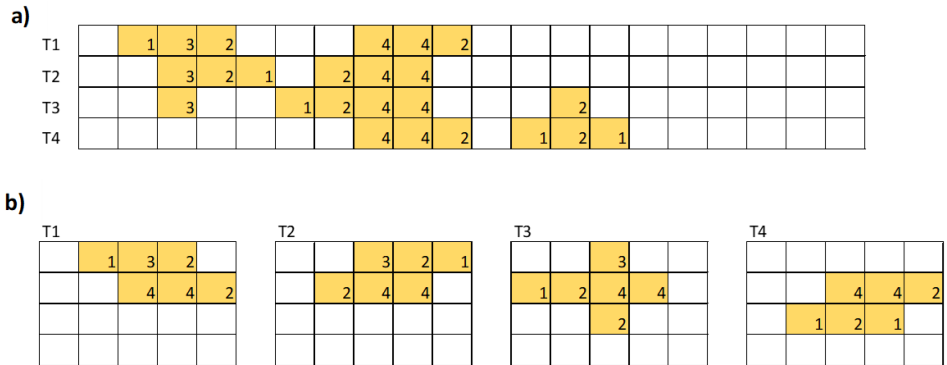
Cada linha de escavação para cada espécie química (variável) tem uma área definida como a mais próxima da ótima. Também, os blocos a serem selecionados para cada variável estão restritos nessas áreas. Estas linhas de escavação são desenvolvidas e algumas coincidem no mesmo espaço, há locais onde a presença de variáveis é maior e locais onde é menor. Assim, cada linha de escavação ótima para cada espécie química é atribuída com valores que representam essas coincidências no espaço, em outros termos, os blocos dentro de cada linha de escavação são atribuídos com valores que representam quantas variáveis existem no local.

Na seção anterior, foram calculados quantos blocos serão escolhidos para cada variável. Nesta seção, procura-se os locais dos blocos escolhidos com o objetivo de desenhar a linha de escavação considerando o maior número de variáveis. Assim, procura-se uma matriz T de ordem $m \times n$, contendo as linhas de escavação ótimas de todas as variáveis com valores que mostrem o número de vezes que as variáveis acontecem nessa posição. Para isso, usa-se a função 2 "f²" que multiplica cada vetor fila da matriz B de ordem $m \times n$, por seu respectivo valor na posição em C^T de ordem $1 \times n$, apresentados na Equação 4.9.

$$T = f^2(B, C^T) \tag{4.9}$$

A Figura 30^a representa a matriz T no exemplo esquemático, que resulta da função 2 "f²" que opera a matriz B e o vetor C^T , substituindo os valores "1" dos vetores linha de B com os valores de C^T em suas respectivas posições. A Figura 30^b representa a mesma matriz T apresentando os blocos geolocalizados das linhas de escavação para cada variável química na cor amarela, para o mesmo período da mesma bancada. Os valores apresentados são o número de vezes que as variáveis acontecem nessa posição.

Figura 30 – (a) matriz T (b) vetores linha de T representados no local da bancada ou geolocalizados



Foram identificados os locais das linhas de escavação para todas as variáveis químicas com os valores de suas incidências no campo multivariado.

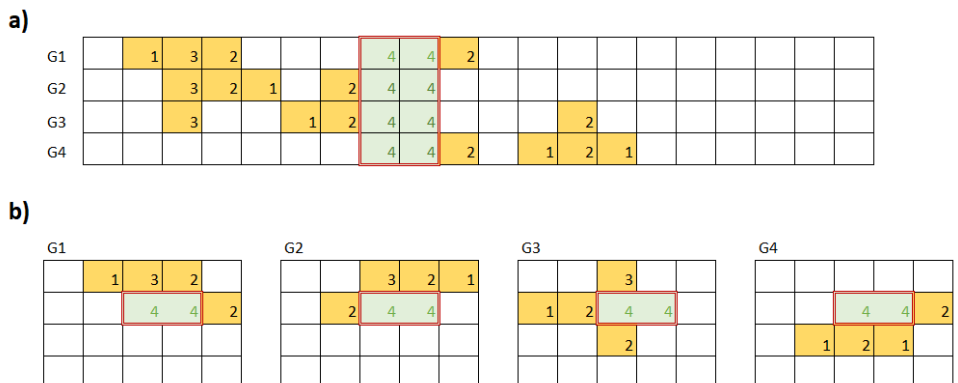
Depois, deve-se localizar os blocos a serem selecionados para desenhar a linha de escavação considerando todas as variáveis.

Primeiro, seleciona-se os elementos com valores m da matriz T , para isso usa-se a função f^3 , onde o vetor Y_N Equação 4.6 visita cada vetor linha da matriz T de ordem $m \times n$, seleciona e restringe os valores m resultando a matriz G de ordem $m \times n$, na Equação 4.10

$$G = f^3(T, Y_N) \tag{4.10}$$

A Figura 31^a representa, para o exemplo esquemático, a matriz G com os elementos de maior valor m restritos para seleção na área das quatro variáveis químicas representadas pelos vetores linha $G1, G2, G3$ e $G4$. A Figura 31^b representa os vetores linha mostrando a geolocalização dos blocos das linhas de escavação das variáveis químicas no mesmo espaço e período.

Figura 31 – (a) matriz G , com os valores selecionáveis em amarelo e os valores restritos de verde, (b) vetores linha geolocalizados das linhas de escavação das variáveis no mesmo período e sobre a mesma bancada.



Porém, a matriz G de ordem $m \times n$, contém os blocos selecionáveis com valores que indicam sua importância na seleção e representam numericamente as variáveis que são comuns em cada posição. No exemplo esquemático, sabe-se que os vetores $G1$ de ordem $1 \times n$, $G2$ de ordem $2 \times n$, $G3$ de ordem $3 \times n$, e $G4$ de ordem $4 \times n$, ocupam o mesmo local e acontecem no mesmo período. Neste sentido, qualquer bloco selecionado em uma linha de escavação de alguma variável está excluído de ser selecionado nas outras linhas de escavação que correspondam ao bloco da mesma posição. Assim, os blocos com valor máximo possível $m = 4$, estão presentes em todo o espaço multivariado, porém são os primeiros blocos selecionados para a linha de escavação que considera todas as variáveis químicas.

Depois, procura-se o vetor D da subseção 4.2.1 que contém o número de blocos a aderir para cada variável. A função 4 "f⁴" procura o local dos elementos do vetor D , considerando primeiro a importância da variável química no beneficiamento, segundo o espaço ótimo da linha de escavação de cada variável, terceiro o valor do bloco que representa o número de vezes que as variáveis acontecem nessa posição e quarto o número de blocos requerido para cada variável. Todo isso respeitando a posição dos blocos anteriormente selecionados restringindo sua posição no espaço multivariado para as próximas seleções. Assim, até completar o número de elementos dados no vetor D .

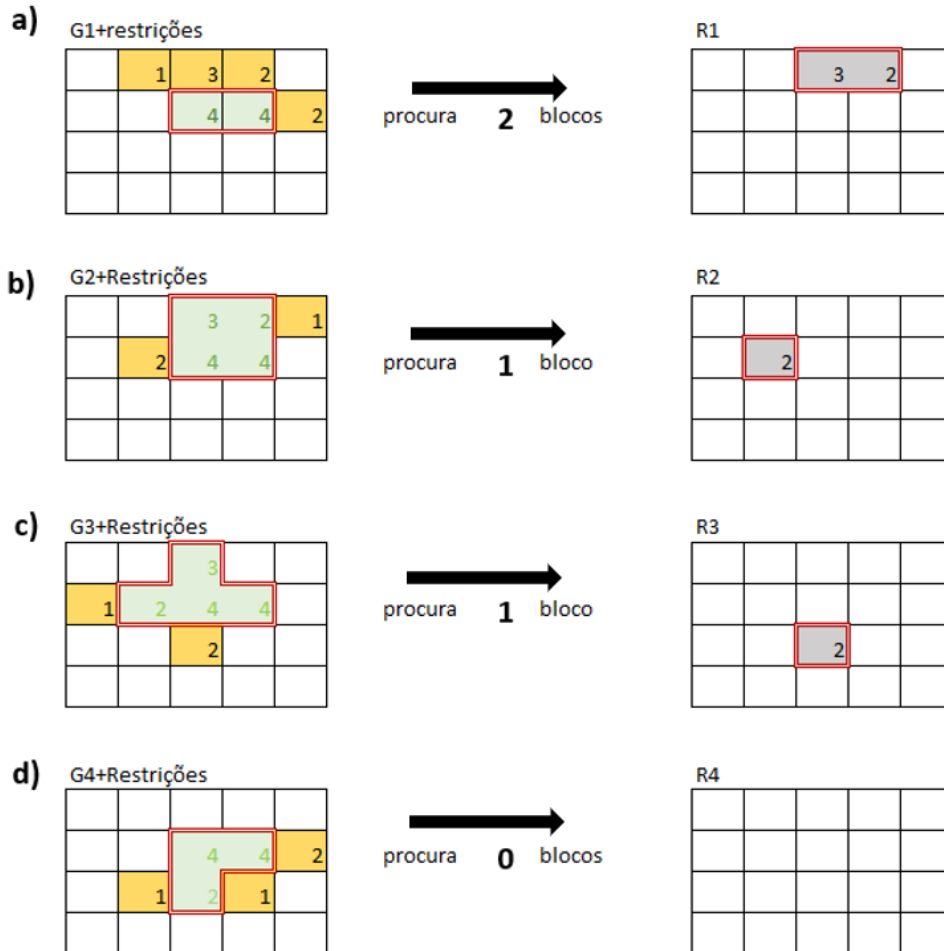
Assim, cada vetor linha da matriz R de ordem $m \times n$ representa aos elementos selecionados de cada variável, representado na Equação 4.11, cada elemento selecionado possui uma única geolocalização.

$$\begin{aligned}
 R1 &= f^4(G1, d_1) \\
 R2 &= f^4(G2, d_2) \\
 R3 &= f^4(G3, d_3) \\
 &\vdots \\
 Rm &= f^4(Gm, d_m)
 \end{aligned}
 \tag{4.11}$$

A Figura 32, do exemplo esquemático, apresenta a seleção dos quatro blocos ótimos $D = \{2, 1, 1, 0\}$ das linhas de escavação das variáveis levando em conta o peso (importância no beneficiamento) e considerando seu local. Os blocos restritos de seleção estão dentro da linha vermelha dupla com fundo verde, os blocos selecionáveis e em amarelo e os blocos selecionados estão dentro da linha vermelha dupla com fundo cinza. Onde as etapas são: (a) vetor $G1$ geoposicionado. Procura-se e escolhe-se dois blocos de maior valor na área da linha de escavação da variável química 1, os blocos selecionados são representados em $R1$. (b) Na sequência, atualiza as restrições em $G2$ dos blocos anteriormente selecionados, onde se procura e escolhe um bloco de maior valor na área linha de escavação da variável química 2, $R2$ mostra o local do bloco selecionado. (c) Na sequência, atualiza as restrições

em G3, onde se procura e escolhe um bloco de maior valor na área da linha de escavação da variável química 3, R3 mostra o local do bloco selecionado. (d) Na sequência, atualiza-se as restrições em G4, onde são procurados e escolhidos zero blocos.

Figura 32 – Seleção dos blocos ótimos considerando o peso de cada variável e a geoposição das linhas de escavação

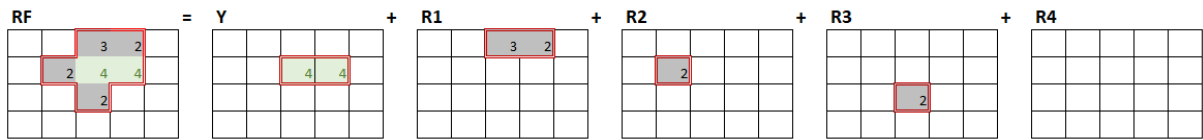


Finalmente, o vetor linha RF de ordem $1 \times n$, resulta da soma primeiro dos elementos selecionados para todas as variáveis químicas representado pelo vetor Y_N com elementos de valor igual a m , depois com os elementos dos vetores linha $R1, R2, R3, \dots, Rm$ os quais são procurados e selecionados em cada variável química considerando a área de cada linha de escavação de cada variável química, o peso assinalado para cada variável química, o valor numérico de cada elemento, onde cada vetor corresponde aos blocos aderidos para cada variável química, também o local dos blocos selecionados nos vetores linha são diferentes e únicos (mutuamente excludentes). Assim, a soma dos vetores RF dada pela Equação 4.12, representa a linha de escavação multivariada.

$$RF = Y + R1 + R2 + R3 + \dots + Rm \tag{4.12}$$

Para o exemplo esquemático a Figura 33 apresenta a linha de escavação otimizada multivariada RF resultante da soma dos vetores $Y, R1, R2, R3$ e $R4$, transformados em função de sua geoposição.

Figura 33 – Linha de escavação otimizada multivariada para o exemplo esquemático.



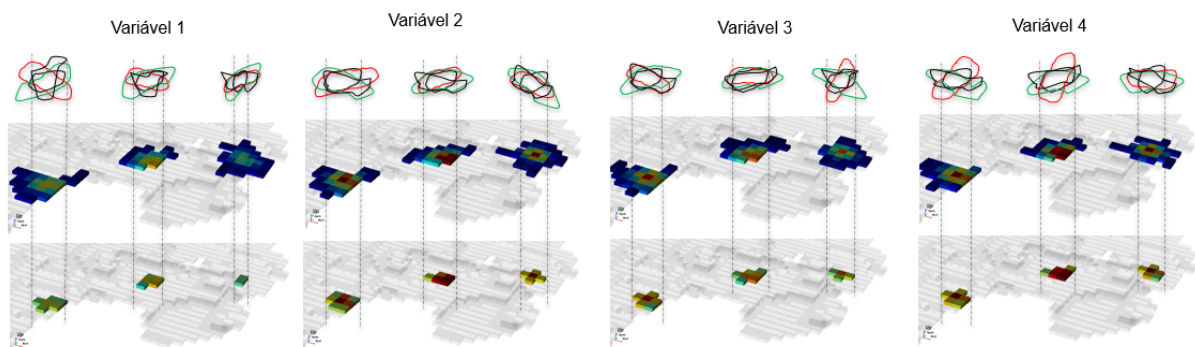
Repete-se este procedimento para cada período. Se foram requeridos quatro avanços, o processo será usado quatro vezes.

4.3 Representação da metodologia

Nesta seção, apresentam-se a metodologia de forma simples, e ilustrada em um exemplo simplificado, com quatro variáveis.

A Figura 34 representa um caso multivariado para quatro variáveis, na parte superior, estão as linhas de escavação otimizadas para as simulações de cada variável. Na parte do meio, encontra-se o mapa de probabilidades formado pelos blocos de todas as das linhas de escavação projetados sobre o mesmo mapa. Por fim, na parte inferior, estão os blocos com maior probabilidade de ocorrência.

Figura 34 – Caso multivariado, repita-se o controle de nível/seleção de linha de escavação uma vez para cada uma das quatro variáveis.



A Figura 35 na parte superior, apresenta a seleção do número de blocos, classificados em três categorias: Requeridos, Encontrados e Necessitados. Os requeridos são aqueles blocos solicitados pela planta de beneficiamento, os encontrados são os que possuem geolocalização idêntica nas quatro variáveis, e os blocos necessitados são o resultado da diferença entre os dois grupos anteriores. Na parte inferior da Figura 35, é exibida a atribuição do número de blocos necessitados para cada variável, utilizando os pesos atribuídos a cada variável.

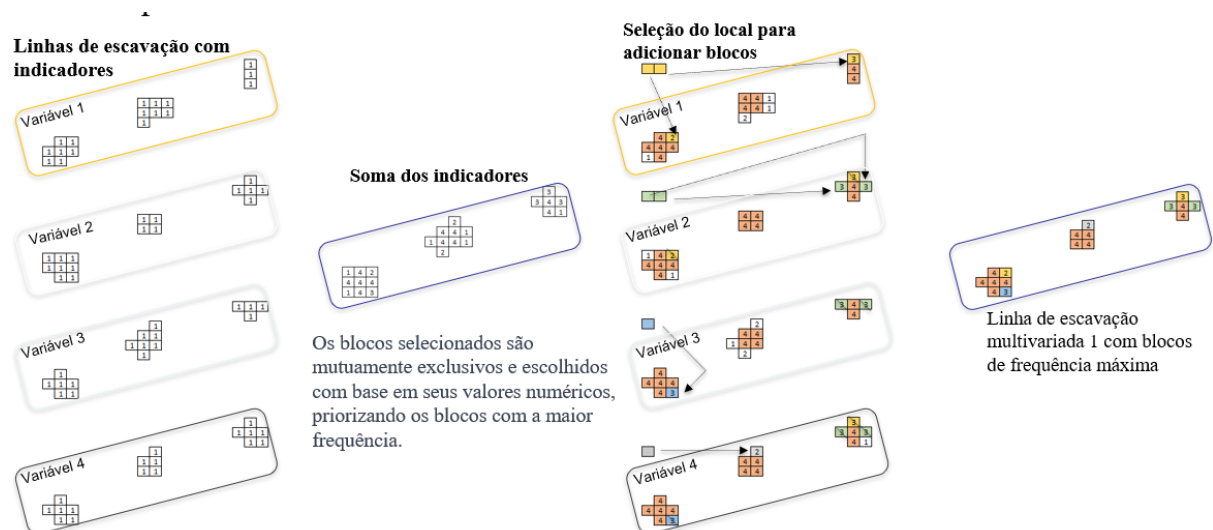
Figura 35 – Definição da importância das variáveis no processo mineral e atribuição de pesos para cada variável.

Requeridos 17 **(Produção requerida)**
Encontrados 11 **(com index = 4 presentes em as linhas de escavação em todas as variáveis)**
Necessitados 6

W1*(blocos para buscar) = blocos selecionados para a linha de escavação 1 da Variável 1 ■
W2*(blocos para buscar) = blocos selecionados para a linha de escavação 1 da Variável 2 ■
W3*(blocos para buscar) = blocos selecionados para a linha de escavação 1 da Variável 3 ■
W4*(blocos para buscar) = blocos selecionados para a linha de escavação 1 da Variável 4 ■

Tendo o número de blocos para cada variável, é necessário atribuir a geolocalização a esses blocos. Para esse processo a Figura 36 apresenta, em primeiro lugar, as áreas das linhas de escavação para cada variável. Dessa forma, cada bloco presente é atribuído com o indicador 1, como as linhas de escavação estão nas mesmas bancadas, há blocos com no mesmo local. Em segundo lugar, é realizada a soma dos indicadores de todas as linhas de escavação. Em terceiro lugar, ocorre a seleção dos blocos, os quais são escolhidos considerando o maior valor da soma dos indicadores e a localização em cada linha de escavação das variáveis. Por fim, é apresentada a linha de escavação multivariada.

Figura 36 – Os blocos para atender ao número necessário devem ser escolhidos.



4.4 Estudo de caso

Para as análises multivariadas, foram selecionadas cinco variáveis químicas, P_2O_5 , CaO , Fe_2O_3 , TiO_2 e MgO pelo peso atribuído no processo de beneficiamento. Essas

variáveis foram simuladas pelo método de bandas rotativas para acessar a incerteza geológica nos domínios 22 e 30 apresentando os seguintes variogramas.

A Tabela 4 apresenta os modelos variográficos dos domínios 22 e 30 para o P_2O_5

Onde:

C_0 é o efeito de pepita

C_1 é contribuição da estrutura

D_1 , D_2 e D_3 são os azimutes das direções maior, intermediária e menor da elipse de busca em graus sexagesimais

A_1 , A_2 e A_3 são os alcances maior, intermediária e menor da elipse de busca em metros

Tabela 4 – Variogramas para cada domínio de P_2O_5

Var	Do	EP		Primeira estrutura - esférica						Segunda estrutura - gaussiana						
		C0	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3
P_2O_5	22	0.45	0.21	N157	N67	N90	61	56	16	0.35	N157	N67	N90	460	270	31
	30	0.29	0.46	N157	N67	N90	104	103	21	0.26	N157	N67	N90	629	394	29

Para a validação das simulações, são apresentados os histogramas acumulados dos dados normalizados das amostras versus os histogramas normalizados dos modelos simulados, além de seus variogramas.

Figura 37 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.

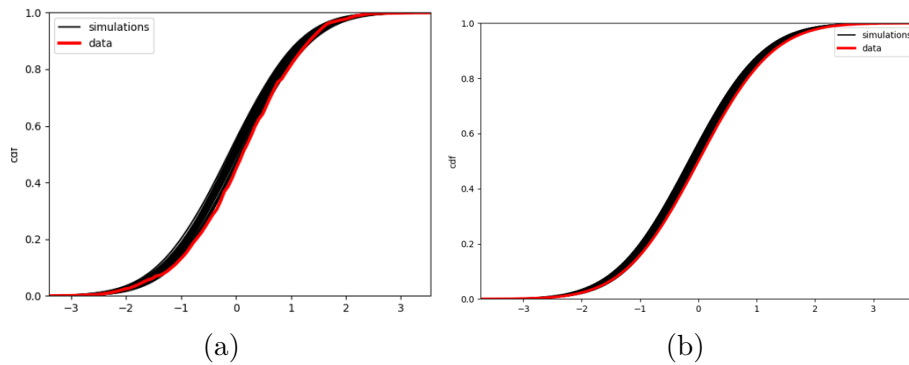


Figura 38 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.

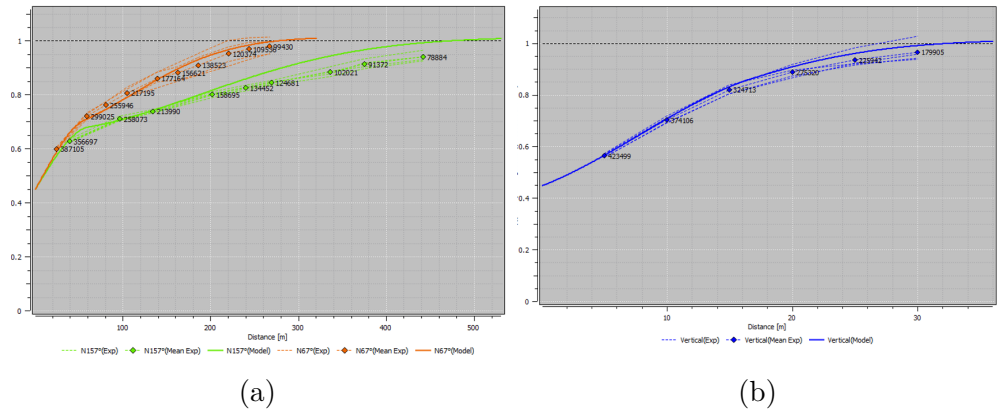
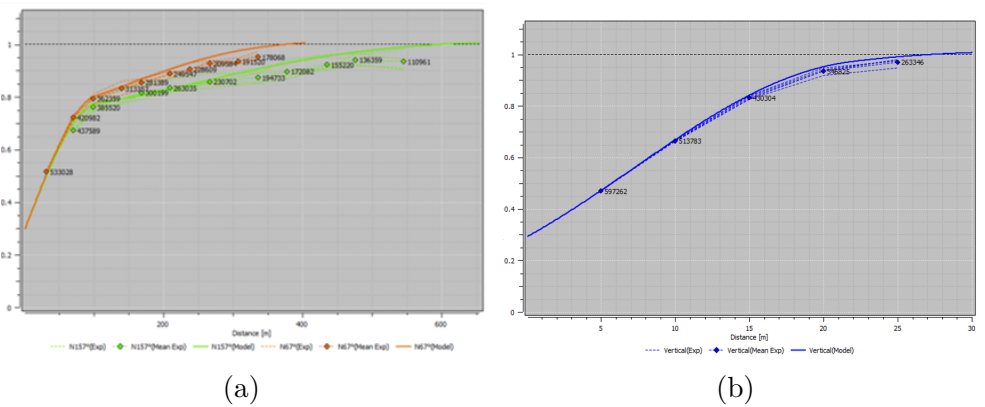


Figura 39 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.



A Tabela 5 apresenta os modelos variográficos dos domínios 22 e 30 para o CaO .

Tabela 5 – Variogramas para cada domínio do CaO

Var	Do	EP	Primeira estrutura - esférica							Segunda estrutura - esférica						
		C0	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3
CaO	22	0.45	0.35	N90	N0	N0	191	88	19	0.32	N90	N0	N0	905	319	40
	30	0.23	0.42	N67	N157	N0	128	140	30	0.35	N67	157	N0	352	300	100

Figura 40 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.

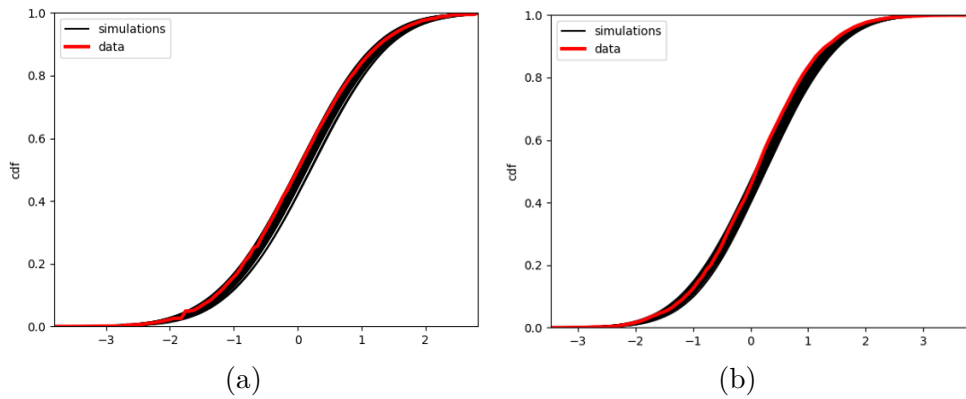


Figura 41 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.

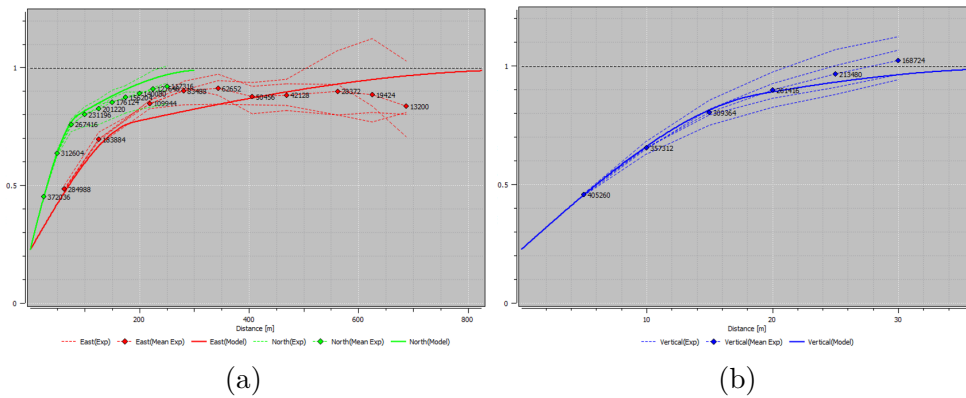
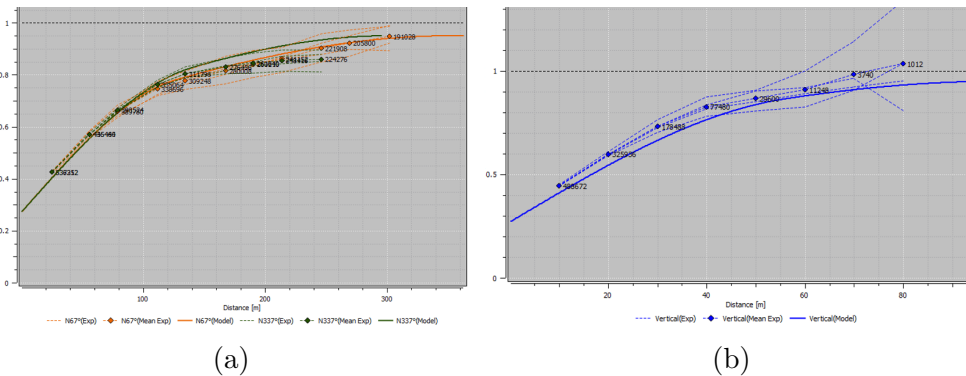


Figura 42 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.



A Tabela 6 apresenta os modelos variográficos dos domínios 22 e 30 para o Fe_2O_3

Tabela 6 – Variogramas para cada domínio do Fe_2O_3

Var	Do	EP	Primeira estrutura - esférica						Segunda estrutura - esférica							
			C0	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3	C1	D1	D2	D3	A1	A2
Fe_2O_3	22	0.45	0.20	N0	N90	N67	92	107	27	0.46	N0	N90	N67	382	193	40
	30	0.20	0.41	N0	N90	N90	236	211	24	0.38	N0	N90	N90	613	498	33

Figura 43 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.

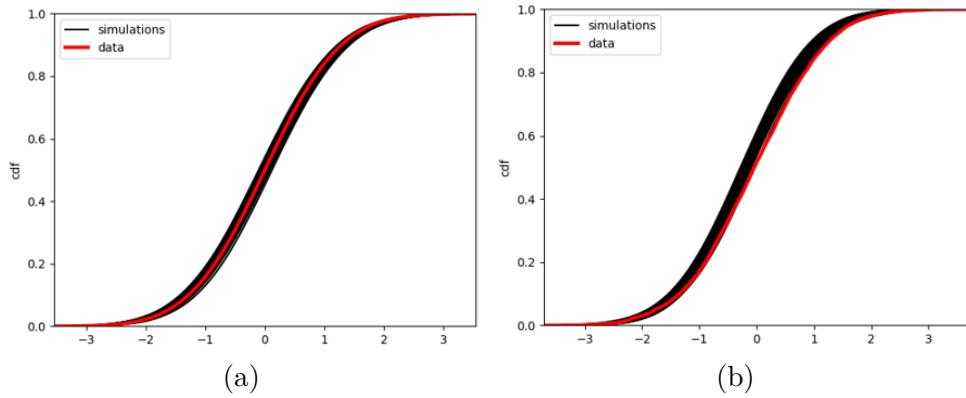


Figura 44 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.

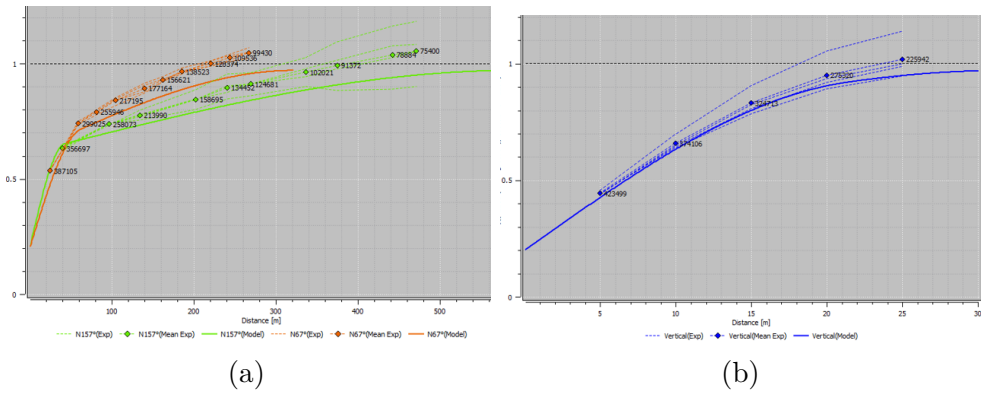
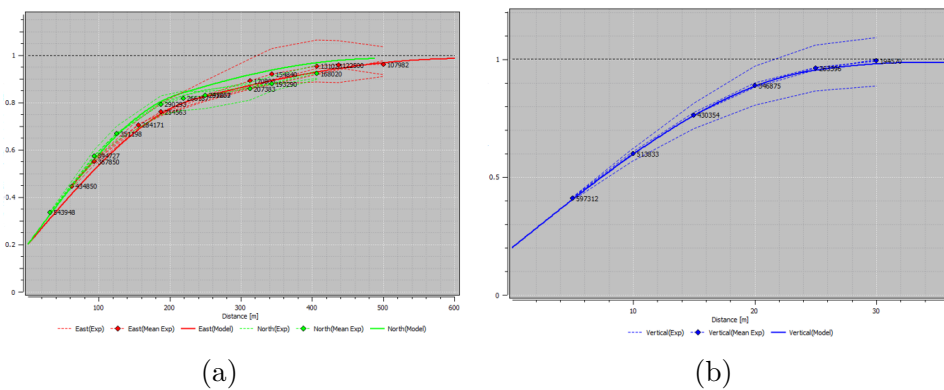


Figura 45 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.



A Tabela 7 apresenta os modelos variográficos dos domínios 22 e 30 para o MgO

Tabela 7 – Variogramas para cada domínio do MgO

Var	Do	EP	Primeira estrutura - esférica							Segunda estrutura - esférica						
			C0	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3	C1	D1	D2	D3	A1	A2
MgO	22	0.20	0.35	N0	N90	N67	105	90	18	0.45	N0	N90	N67	400	260	35
	30	0.15	0.37	N0	N90	N157	88	90	20	0.48	N0	N90	N90	620	395	37

Figura 46 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.

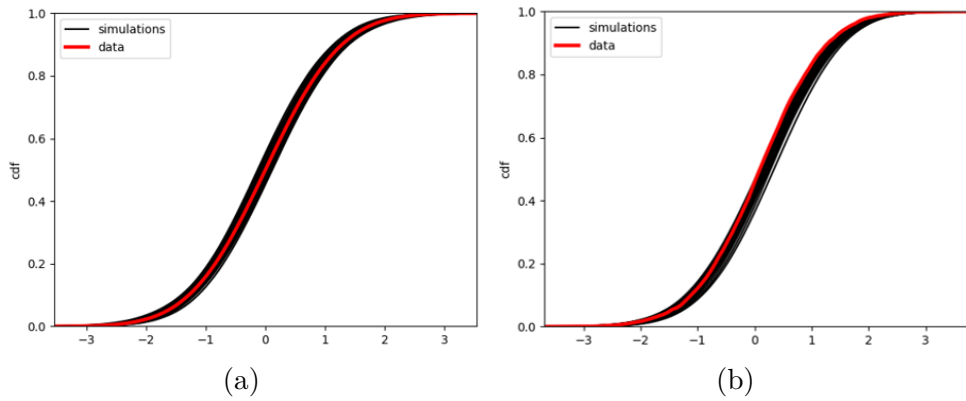


Figura 47 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.

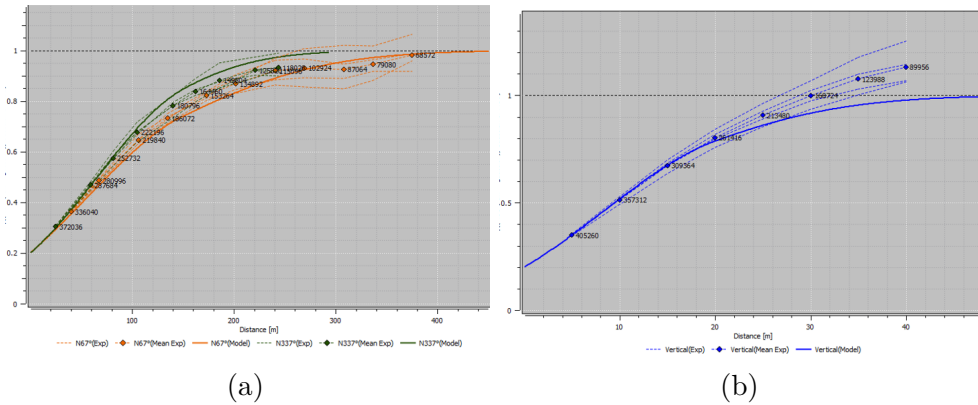
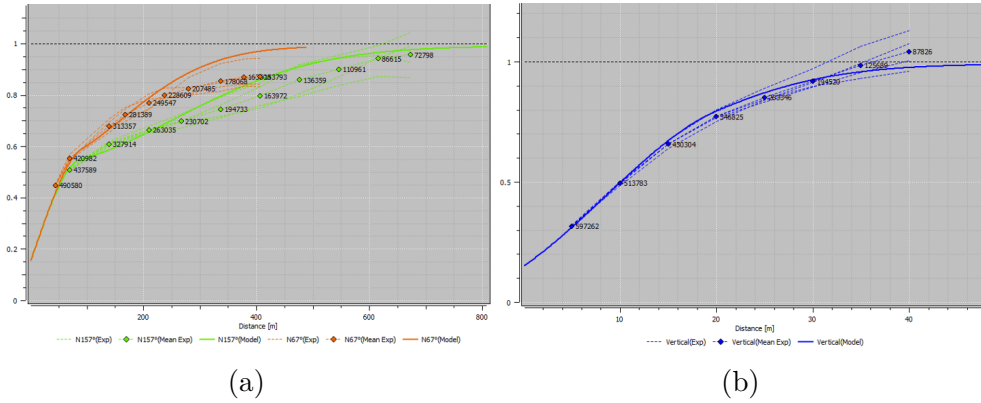


Figura 48 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.



A Tabela 8 apresenta os modelos variograficos dos domínios 22 e 30 para o TiO_2

Tabela 8 – Variogramas para cada domínio do TiO_2

Var	Do	EP	Primeira estrutura - esférica							Segunda estrutura - esférica						
			C0	C1	D1	D2	D3	A1	A2	A3	C1	D1	D2	D3	A1	A2
TiO_2	22	0.24	0.48	N0	N90	N90	58	58	17	0.24	N0	N90	N90	418	418	24
	30	0.35	0.18	N0	N90	N45	96	57	32	0.49	N0	N90	N45	580	495	50

Figura 49 – histograma acumulado das realizações no espaço Gaussiano em preto e dos dados normalizados em vermelho, (a) domínio 22, e (b) domínio 30.

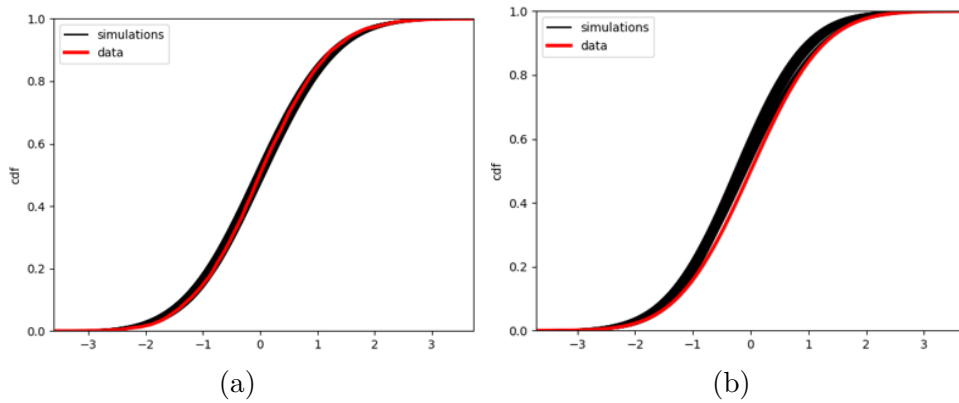


Figura 50 – Variogramas para o domínio 22, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance.

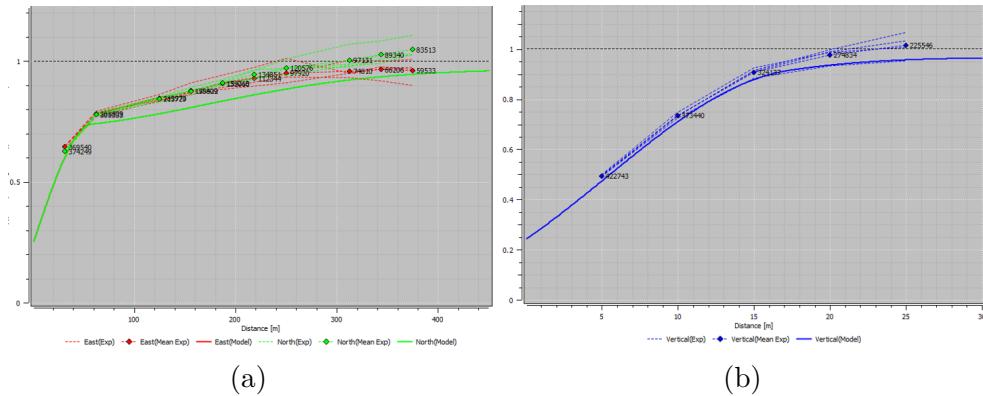
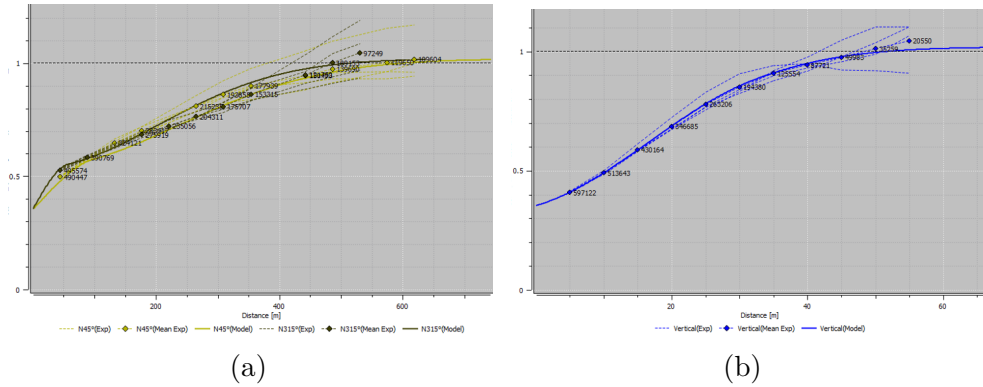


Figura 51 – Variogramas para o domínio 30, (a) maior e médio alcance, e (b) menor alcance



4.5 Planejamento estocástico multivariado

Antes as variáveis P_2O_5 e CaO_2 previamente simuladas, são usadas para formar o P_2O_5AP usando a razão entre P_2O_5 e CaO_2 chamada de RCP com as seguintes condições:

- $RCP = CaO_2/P_2O_5$;
- Se $RCP \geq 1.35$ logo, $P_2O_5AP = P_2O_5$;
- Se $RCP < 1.35$ logo, $P_2O_5AP = CaO_2/1.35$

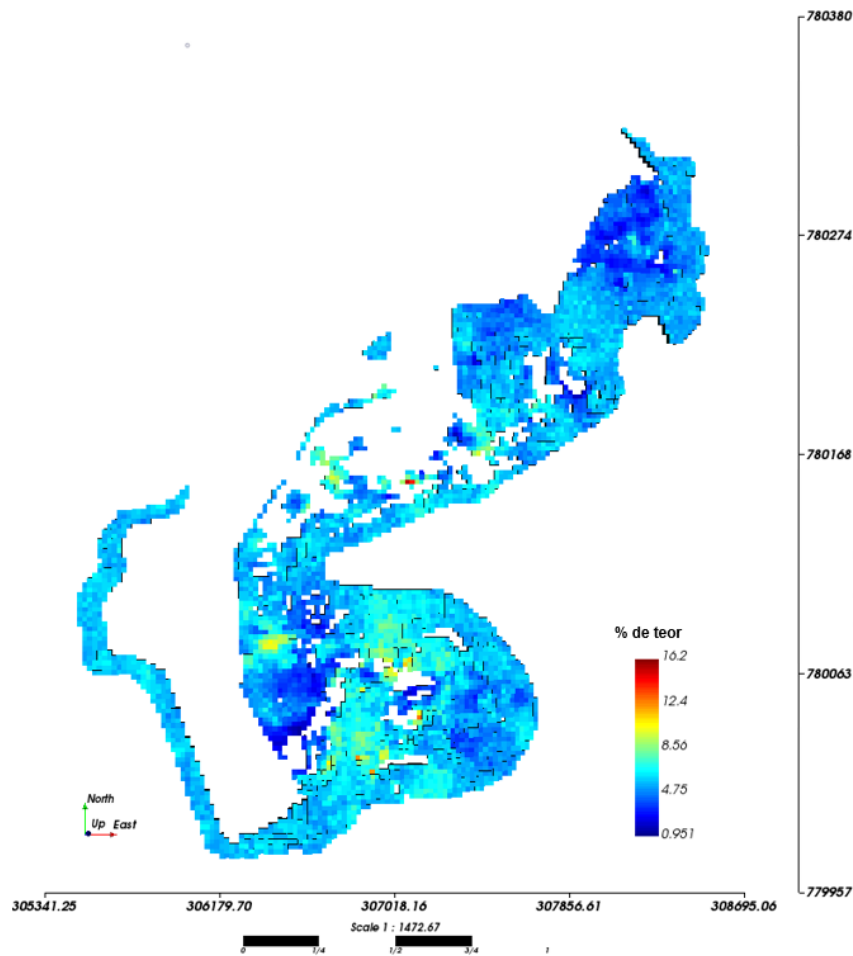
Este processo é repetido para as para cada uma das 50 simulações das variáveis mencionadas, calculando a variável P_2O_5AP .

As outras variáveis a serem utilizadas são Fe_2O_3 , MgO e TiO_2 . O processo consiste na análise independente de cada uma das variáveis considerando as linhas de escavação com menor risco geológico associado ao teor de minério, procurando a estacionarização da distribuição de teores.

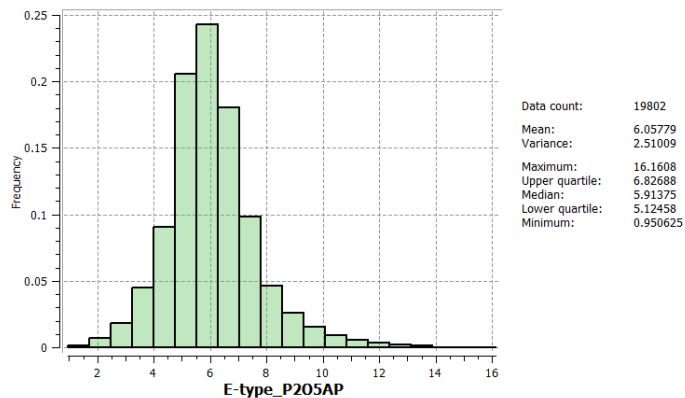
Em seguida, são reanalisadas com os pesos associados, em função da recuperação da planta de beneficiamento, independente para cada variável. Assim, os blocos que atendem aos requerimentos são selecionados.

As Figura 52 à Figura 55 apresentam mapas dos teores dos blocos médios dos 50 modelos equiprováveis para cada variável (E-type) de todo o depósito.

Figura 52 – E-type dos 50 modelos simulados da variável P_2O_5AP , (a) mapa da variável P_2O_5AP , e (b) histograma da variável P_2O_5AP

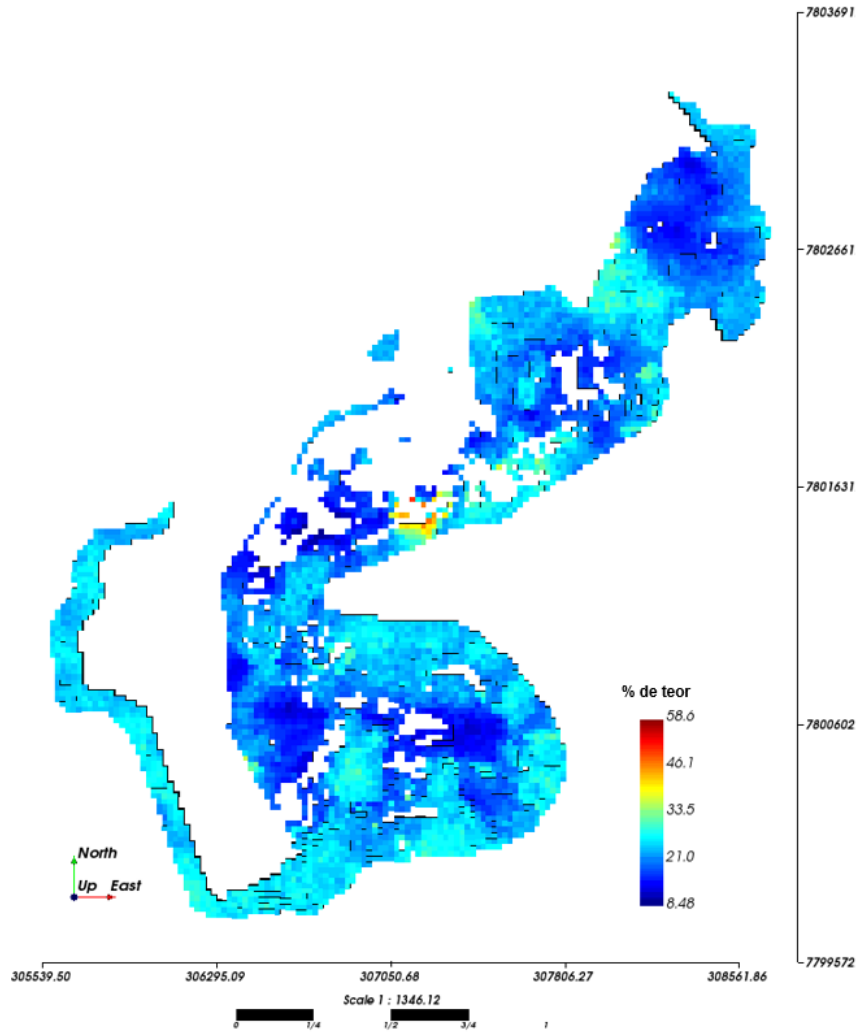


(a)

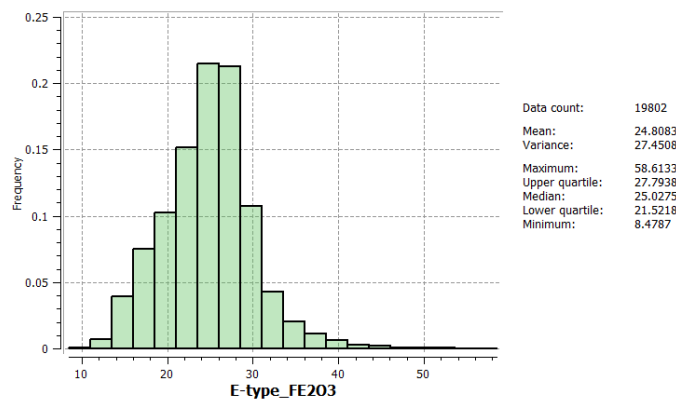


(b)

Figura 53 – E-type dos 50 modelos simulados da variável Fe_2O_3 , (a) mapa do E-type da variável Fe_2O_3 , e (b) histograma do E-type da variável Fe_2O_3

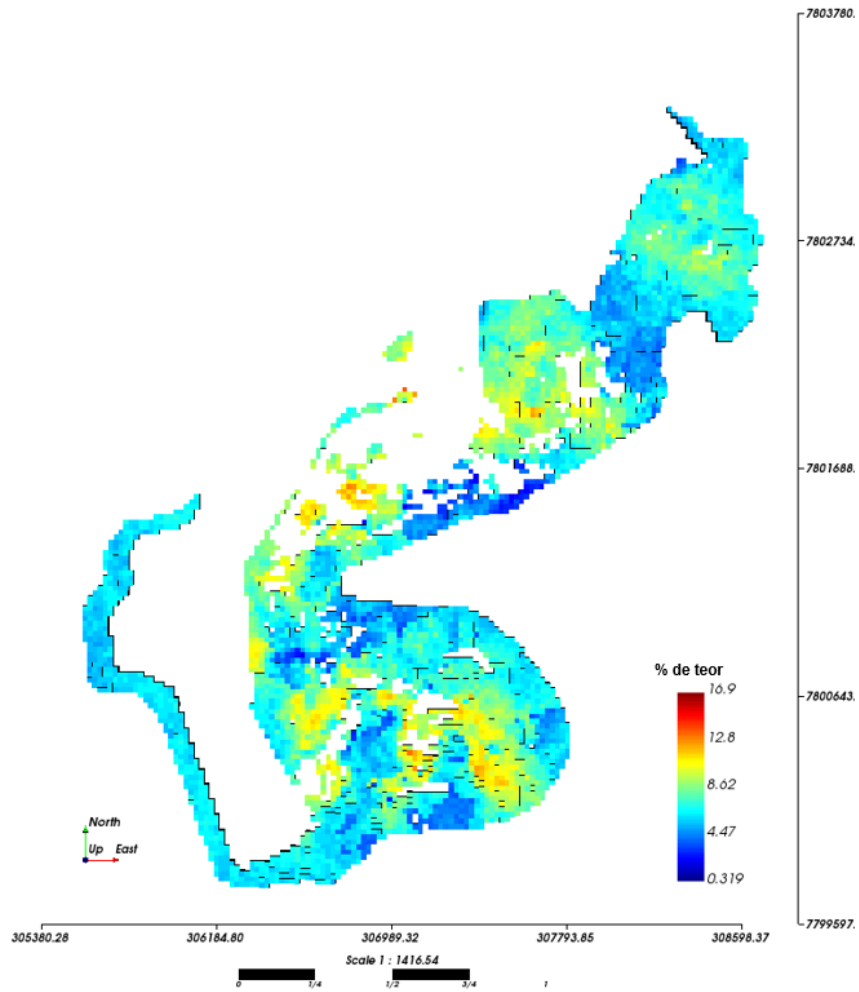


(a)

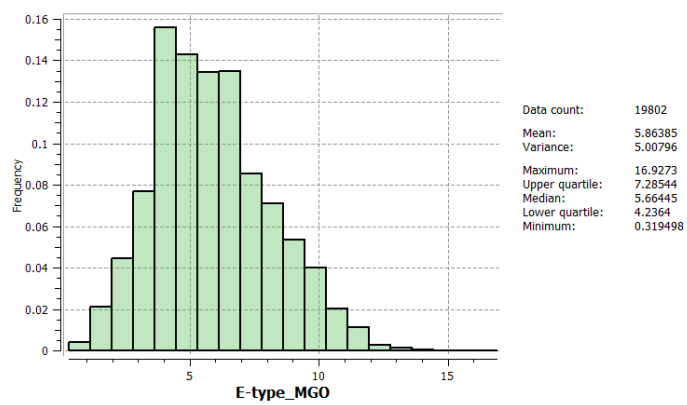


(b)

Figura 54 – E-type dos 50 modelos simulados da variável MgO , (a) mapa do E-type da variável MgO , e (b) histograma do E-type da variável MnO

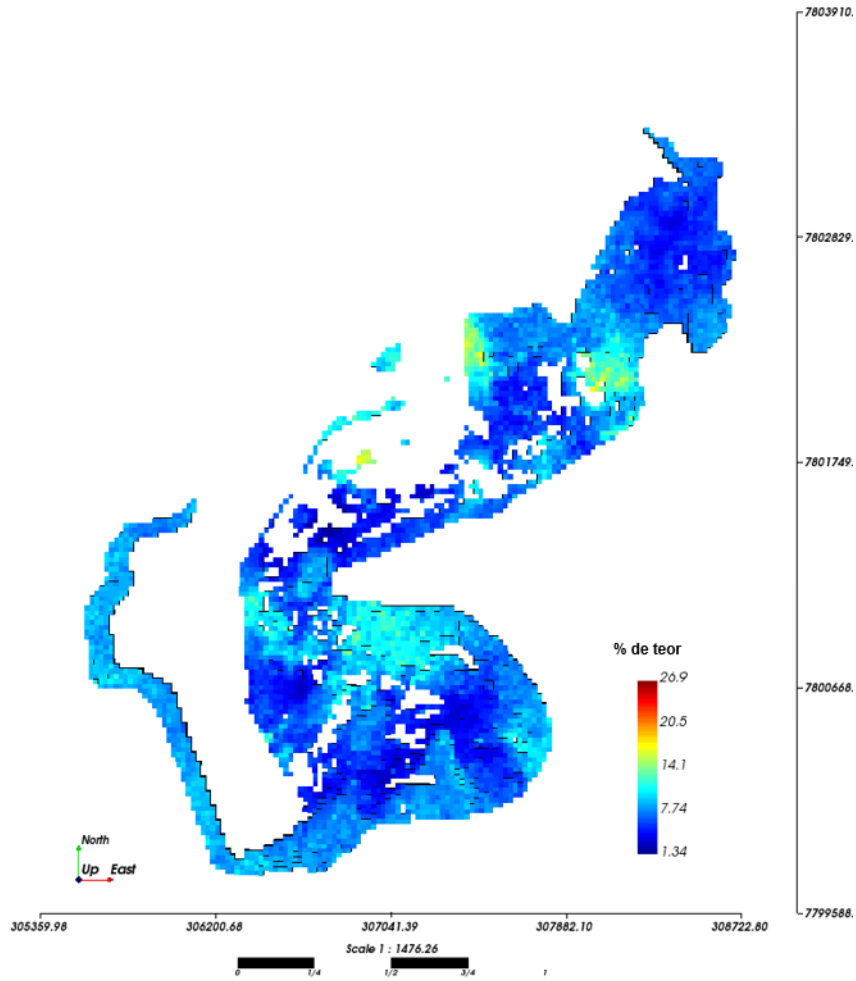


(a)

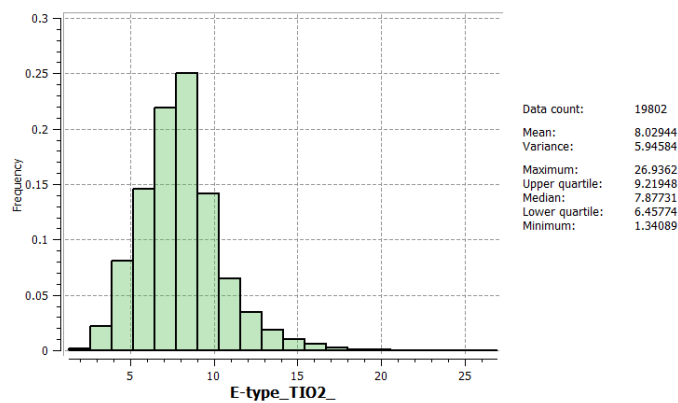


(b)

Figura 55 – E-type dos 50 modelos simulados da variável TiO_2 , (a) mapa do E-type da variável TiO_2 , e (b) histograma do E-type da variável TiO_2



(a)



(b)

Foram apresentados os mapas e distribuições de teor dos modelos E-type como referência a distribuição espacial dos teores no depósito das variáveis consideradas no estudo. Para os cálculos das linhas de escavação, foi usada cada simulação equiprovável individualmente. Nesses casos, são calculadas as linhas de escavação com a maior aderência

ao histograma representativo dos teores restrito a um espaço de lavra predeterminado por médio ou longo prazo. Os blocos (pontos de início da lavra) dentro dessa área podem ser escolhidos para inicializar os algoritmos.

A Tabela 9 mostra o posicionamento nas coordenadas X, Y e Z, além dos códigos de identificação no modelo de blocos dos pontos sementes. A seleção de cada ponto semente é restrito às áreas disponíveis. As linhas de escavação serão desenvolvidas de forma independente, para cada variável e cada simulação, sendo esses pontos os únicos locais coincidentes.

Tabela 9 – Localização dos pontos sementes no modelo multivariado estocástico

	X	Y	Z	ID
Semente 1	307228	7800630	1240	290014
Semente 2	308303	7802335	1180	168537
Semente 3	308700	7802750	1180	170793
Semente 4	308490	7802575	1190	191645
Semente 5	306475	7800770	1220	247004
Semente 6	306902	7800750	1230	268721
Semente 7	307051	7800800	1230	269287
Semente 8	306901	7800230	1290	396761

Os parâmetros de entrada para sequenciar os blocos dos modelos estocásticos são mostrados na Tabela 10.

Tabela 10 – Parâmetros de entrada

Parâmetros de entrada	Valores
Teor de corte $P_2O_5AP \geq$, e média	3.5% - 7.0%
Teor de corte $Fe_2O_3 \geq$, e média	10% - 23%
Teor de corte $MgO \geq$, e média	0% - 7.0%
Teor de corte $TiO_2 \geq$, e média	3.5 % - 8.3%
Número de blocos por semana	50
Número de iterações	50
Número de linhas de escavação (semanas)	4
Número de sementes	8
Número de modelos simulados	50

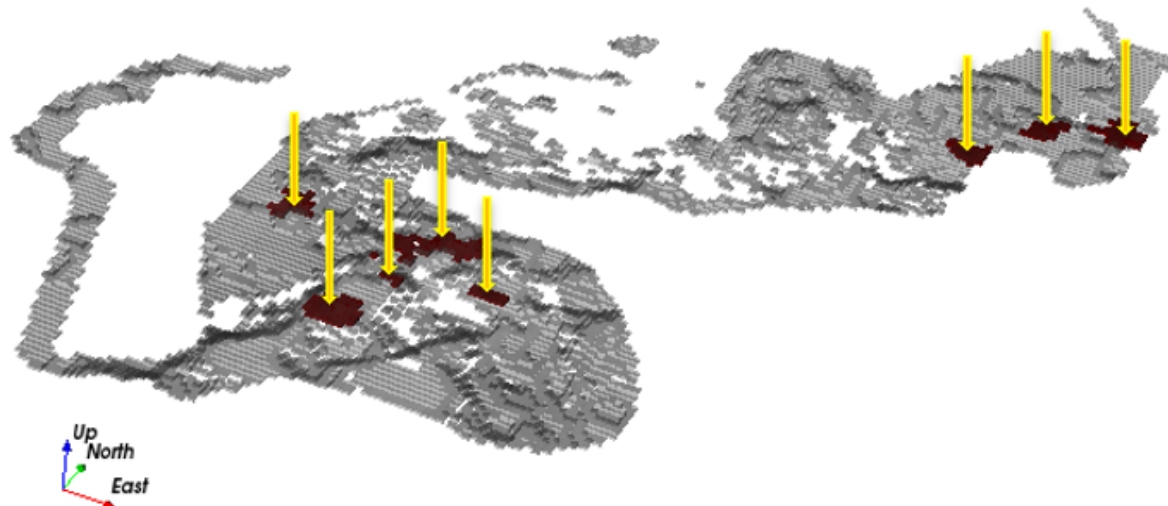
A Tabela 11 apresenta os pesos assinalados para cada variável.

Tabela 11 – Pesos considerados para cada variável

Variáveis	Pesos (W)
P_2O_5AP	50%
Fe_2O_3	20%
MgO	15%
TiO_2	15%

A Figura 56 indica a localização dos oito pontos sementes no modelo superficial do depósito. Além disso, mostra a área lavrável na cor marrom.

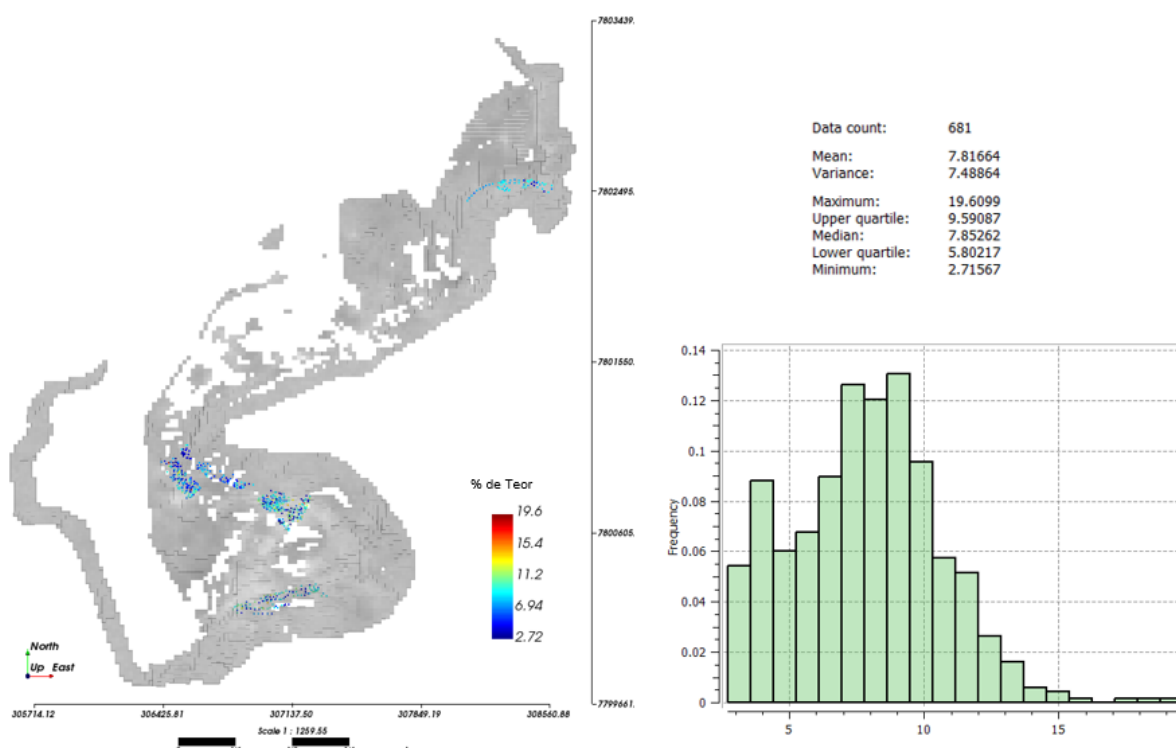
Figura 56 – Mapa dos pontos sementes



4.5.1 Modelos de distribuição de teores de referência dos dados originais

Os dados originais foram mudados de suporte ponto para bloco e selecionados de uma área de desenvolvimento de lavra para um período semestral. A Figura 57 apresenta o local dos pontos amostrais e as distribuições de teores da variáveis principal analisada.

Figura 57 – Mapa dos pontos e histogramas da variável principal P_2O_5AP



As Figura 58 à Figura 60 apresentam o local dos pontos amostrais e as distribuições dos teores das variáveis secundárias.

Figura 58 – Mapa dos pontos e histogramas das variáveis secundaria Fe_2O_3

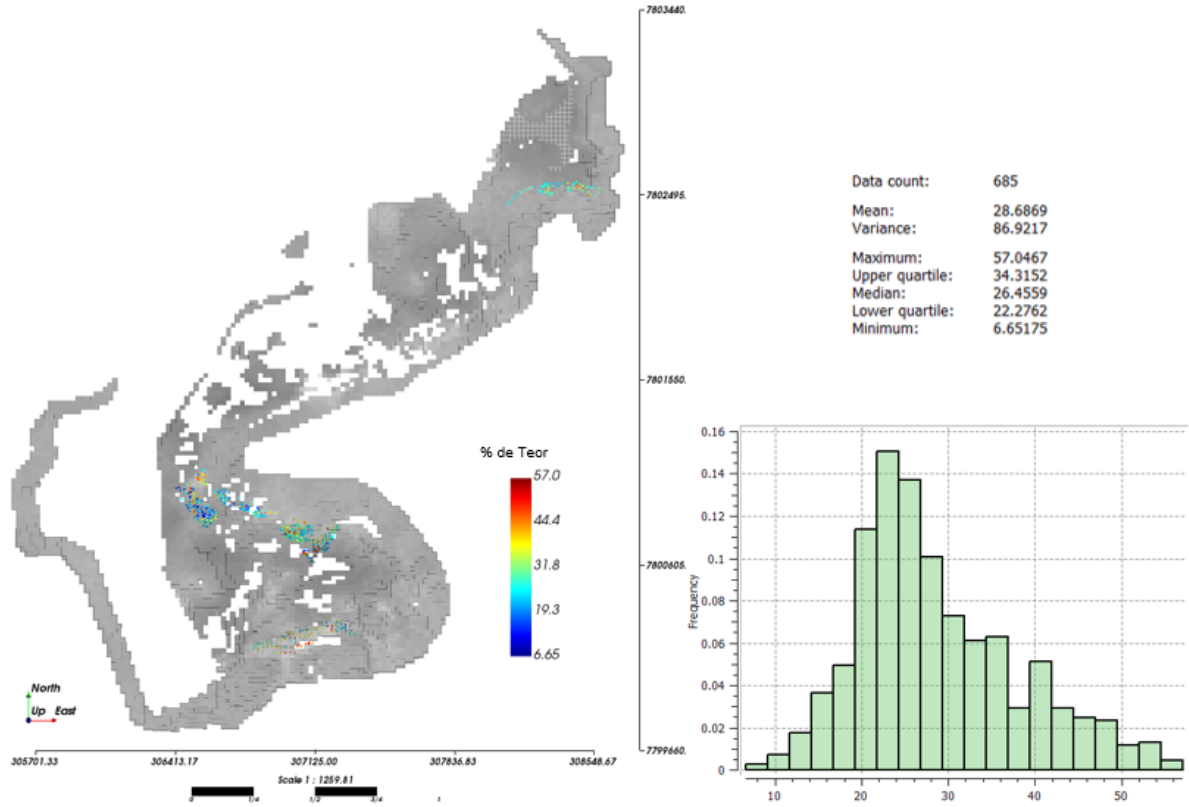


Figura 59 – Mapa dos pontos e histogramas da variável secundária MgO

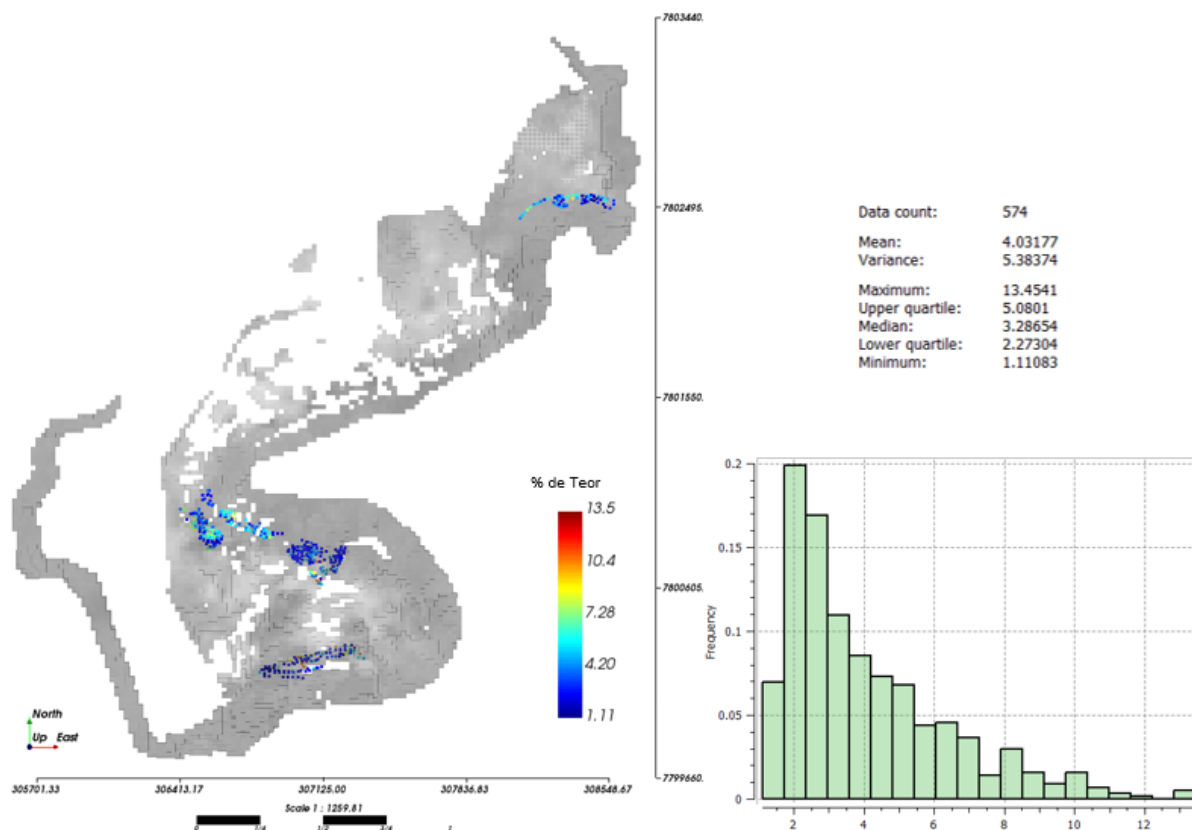
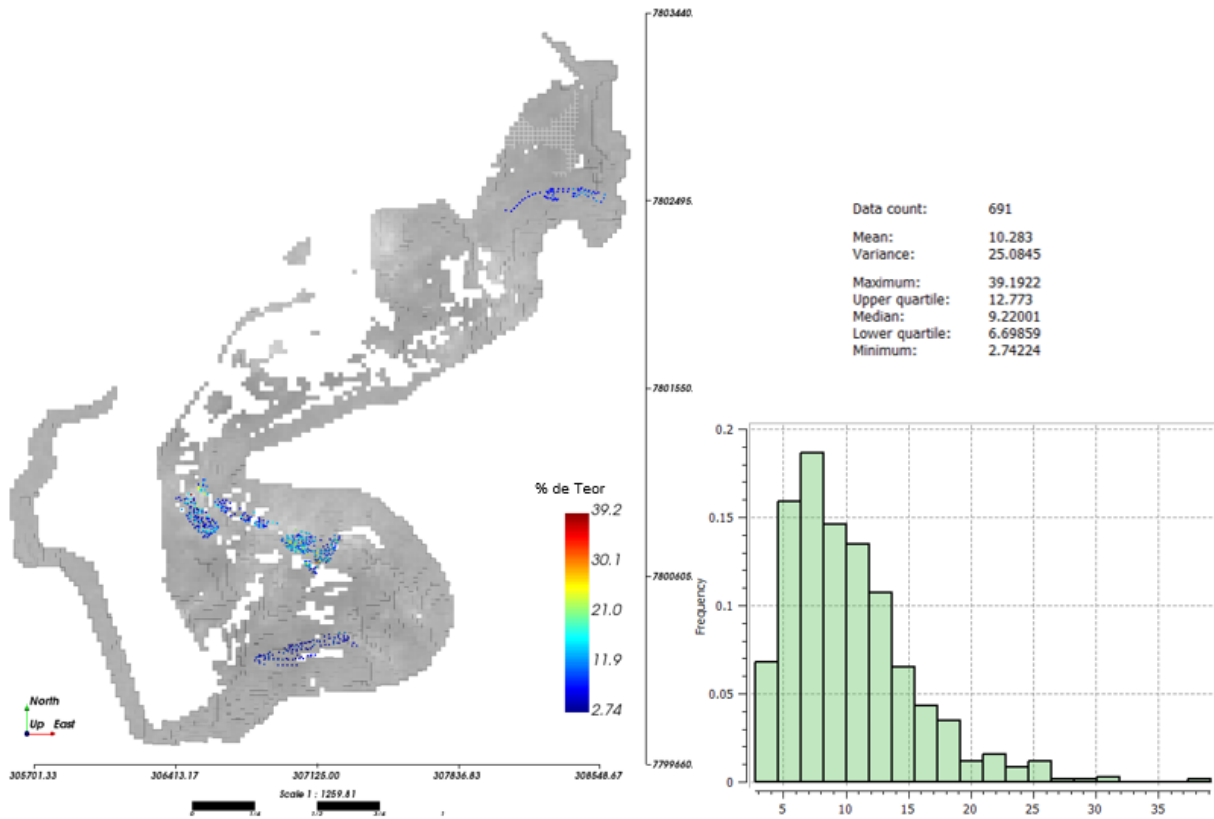


Figura 60 – Mapa dos pontos e histogramas da variável secundária TiO_2



A seguir, são apresentadas as linhas de escavação que foram calculadas procurando os modelos com maior aderência a distribuição dos teores de referência para cada variável. Assim, cinquenta modelos equiprováveis foram gerados para cada variável com a finalidade de acessar ao risco geológico associado aos teores.

As Figuras da subseção 4.5.2 à subseção 4.5.5 apresentam os mapas de probabilidades, e mostram quantas vezes um bloco aparece em todas as linhas de escavação do mesmo período, onde as probabilidades podem chegar ao 100% quando o bloco aparece em todas as linhas de escavação do mesmo período. Ao lado, são apresentados os 50 blocos com maior chance de serem escolhidos ou com menor risco. Representam as linhas de escavação que se aproximam das ótimas.

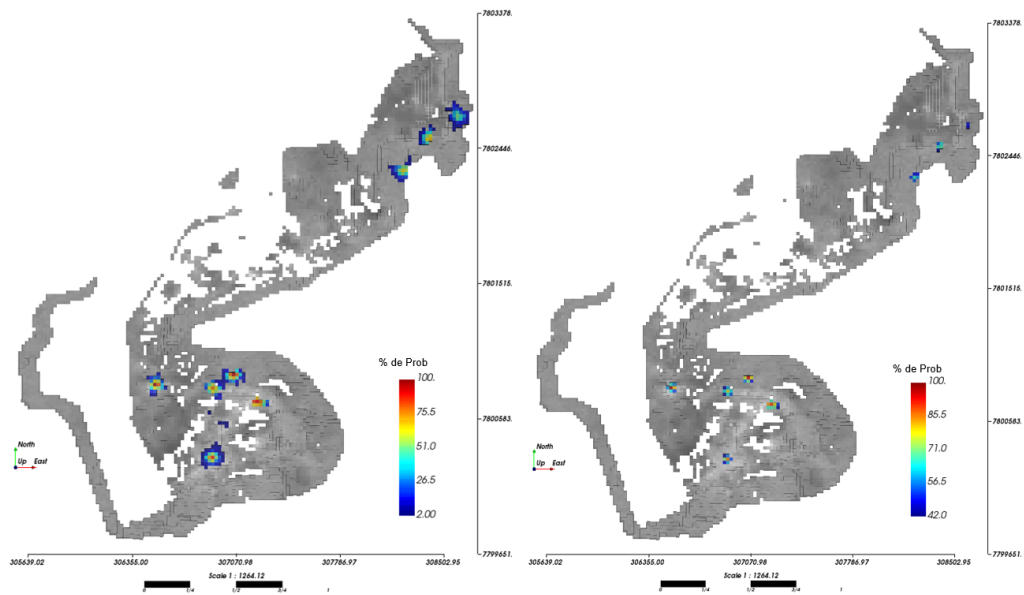
Com as linhas de escavação com menor risco geológico, é gerada uma linha de escavação considerando todas as variáveis analisadas no estudo, dando pesos para cada variável e escolhendo os blocos com maior coincidência de variáveis. O processo é repetido para cada uma das quatro linhas de escavação. Para esta parte, foram utilizados os algoritmos desenvolvidos nesta pesquisa. Primeiro para selecionar as linhas de escavação com maior chance de acontecer a partir de modelos equiprováveis. Depois, o algoritmo que identifica, considerando os pesos das multivariáveis, os locais com o máximo número de variáveis coincidentes.

4.5.2 Linha de escavação 1

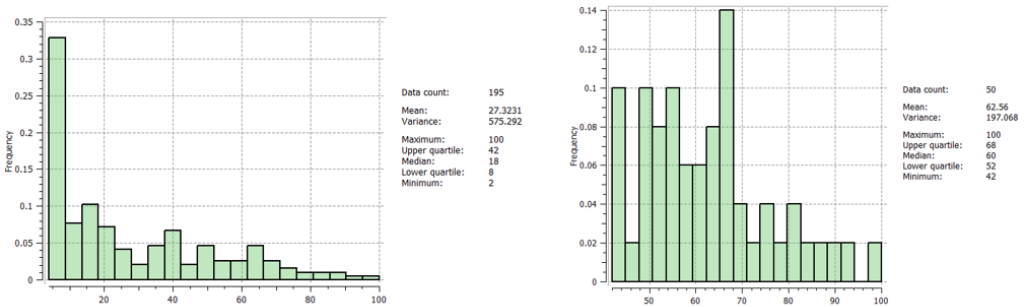
Para a seleção da linha de escavação multivariada do primeiro período, foram usadas as quatro variáveis: P_2O_5AP , Fe_2O_3 , MgO e TiO_2 .

Assim, dos 50 modelos simulados resultantes da variável P_2O_5AP foram selecionados as 50 linhas de escavação para o primeiro período da variável P_2O_5AP na Figura 61.

Figura 61 – (a) Primeira linha de escavação da variável P_2O_5AP com todos os 195 blocos gerados pela sobreposição das primeiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 195 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)



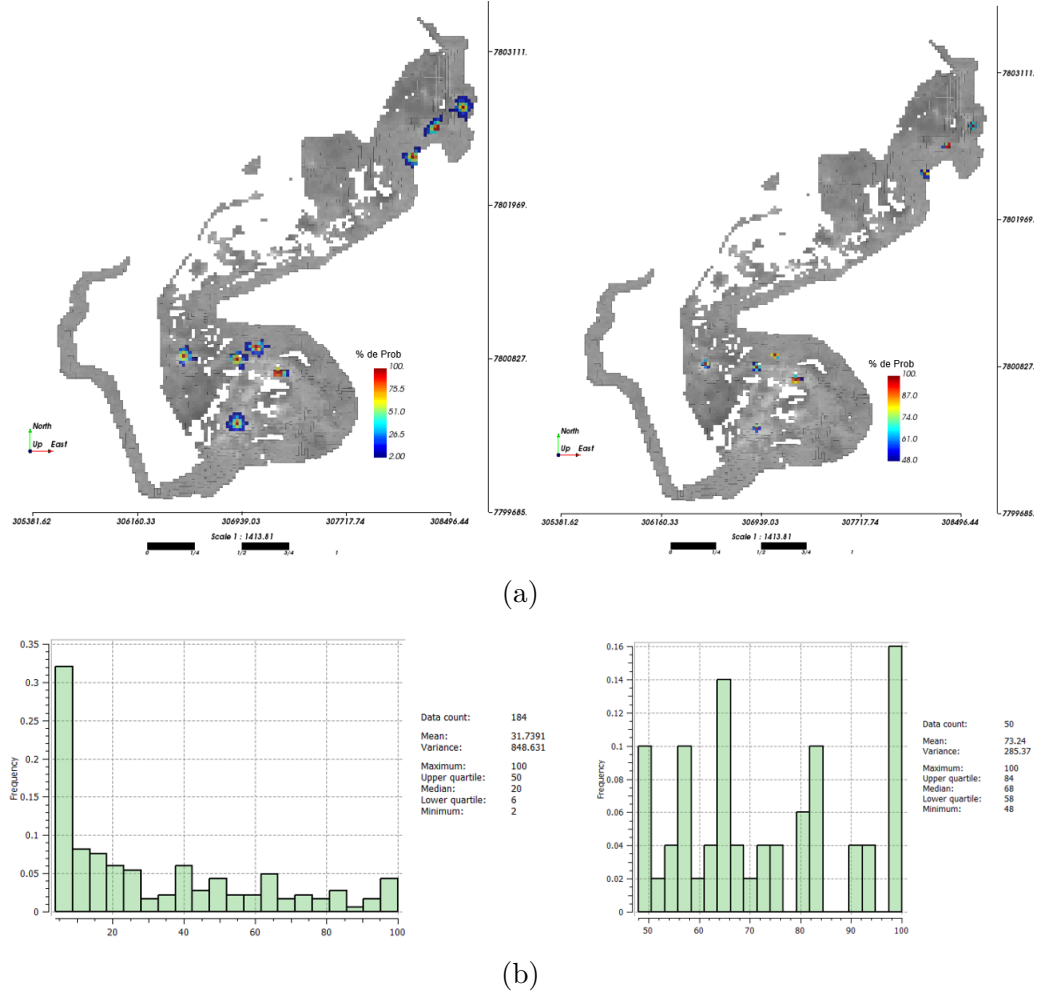
(a)



(b)

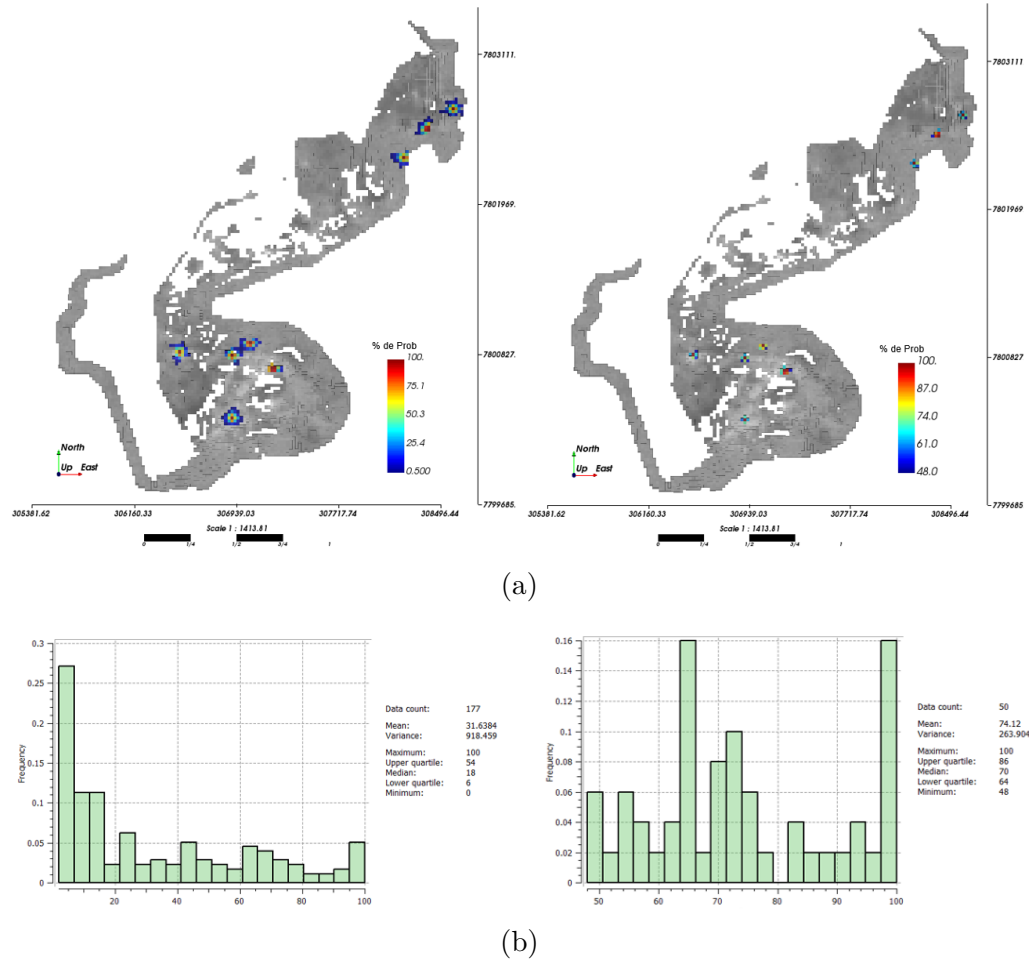
Para os 50 modelos simulados resultantes da variável Fe_2O_3 foram selecionados as 50 linhas de escavação para o primeiro período da variável Fe_2O_3 na Figura 62.

Figura 62 – (a) Primeira linha de escavação da variável Fe_2O_3 com todos os 184 blocos gerados pela sobreposição das primeiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 184 blocos(esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)



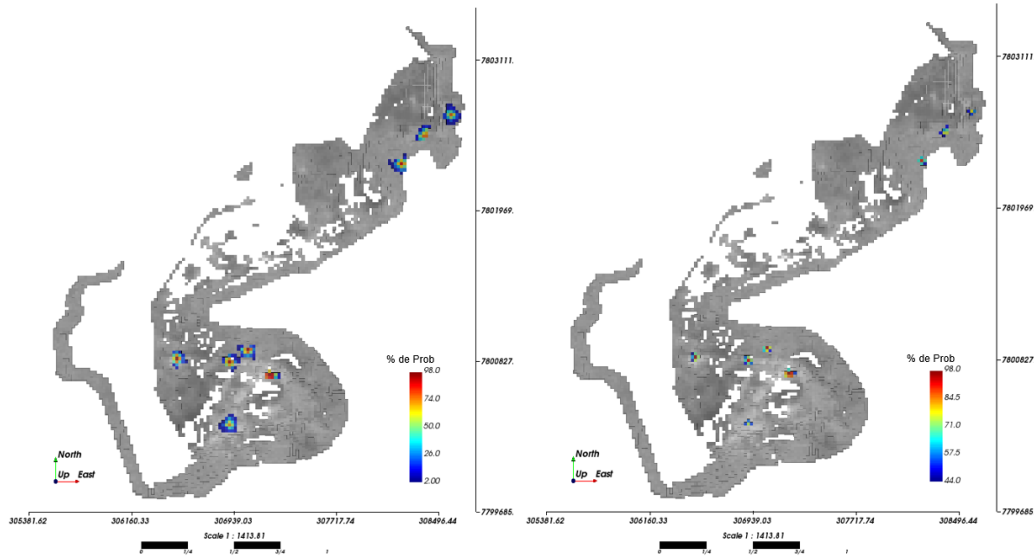
Para os 50 modelos simulados resultantes da variável MgO foram selecionadas as 50 linhas de escavação para o primeiro período da variável MgO na Figura 63.

Figura 63 – (a) Primeira linha de escavação da variável MgO com todos os 177 blocos gerados pela sobreposição das primeiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita) e (b) histograma dos 177 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)

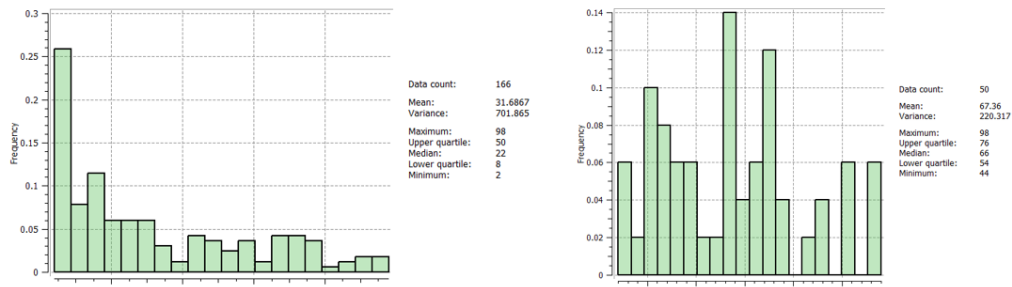


Para os 50 modelos simulados resultantes da variável TiO_2 foram selecionados as 50 linhas de escavação para o primeiro período da variável TiO_2 na Figura 64.

Figura 64 – (a) Primeira linha de escavação da variável TiO_2 com todos os 166 blocos gerados pela sobreposição das primeiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 166 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)



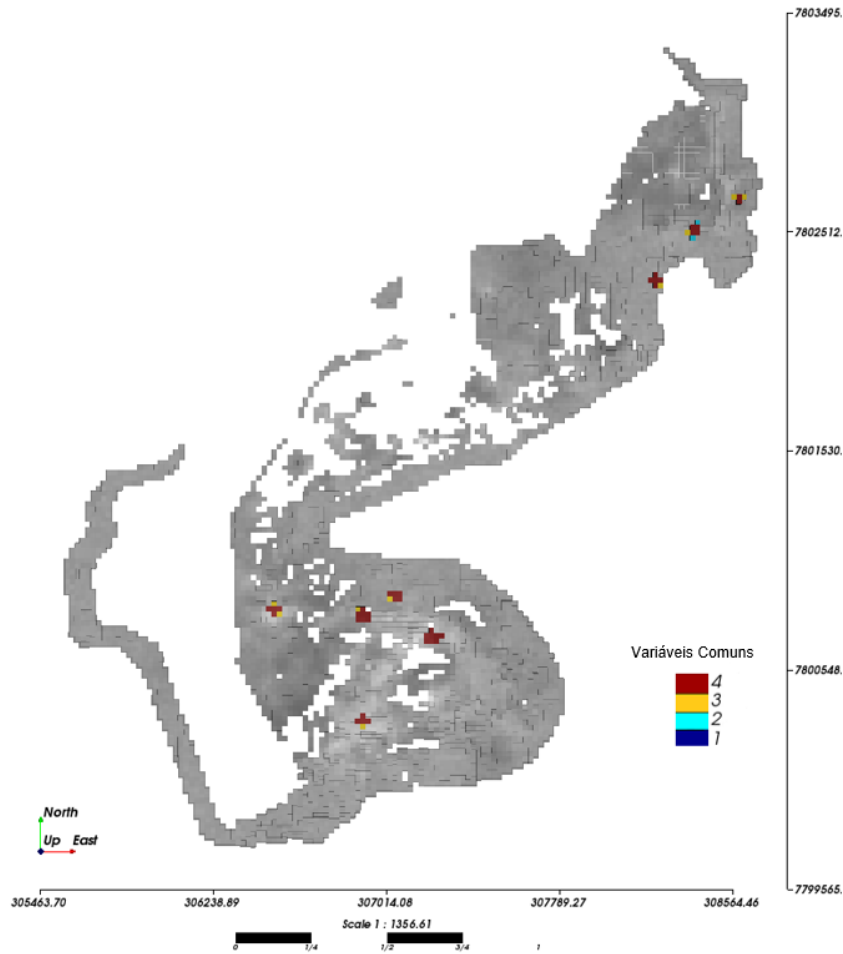
(a)



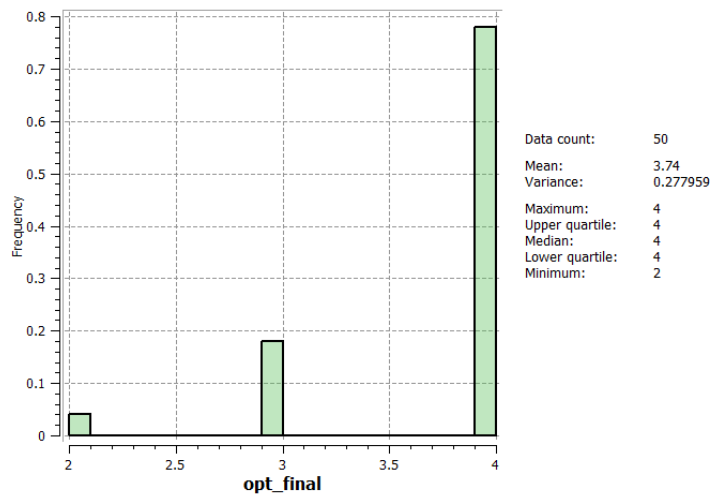
(b)

A Figura 65 apresenta o modelo da linha de escavação ótima multivariada para o primeiro período, onde (a), representa o mapa da linha de escavação ótima considerando as multivariáveis do primeiro período, onde as variáveis são selecionadas por coincidências locais, pesos e parâmetros referidos na Tabela 9 e na Tabela 10, dos modelos com maior probabilidade de acontecer da Figura 61 à Figura 64. E (b), é o histograma dos blocos que são selecionados na linha de escavação ótima multivariada do primeiro período. Os valores correspondem ao número de vezes que as variáveis estão presentes em um bloco. O máximo valor correspondente a quatro que se refere ao bloco presente em todas as linhas ótimas de escavação de todas as quatro variáveis do primeiro período.

Figura 65 – Modelo da linha de escavação ótima multivariada para o primeiro período, (a) mapa do modelo, e (b) histograma do modelo.



(a)



(b)

A linha de escavação multivariada do primeiro período Figura 65 requer 50 blocos. Então são selecionados primeiro os 39 blocos de valor quatro presentes nos mesmos locais de todas as quatro linhas de escavação ótimas do primeiro período. Para a procura dos

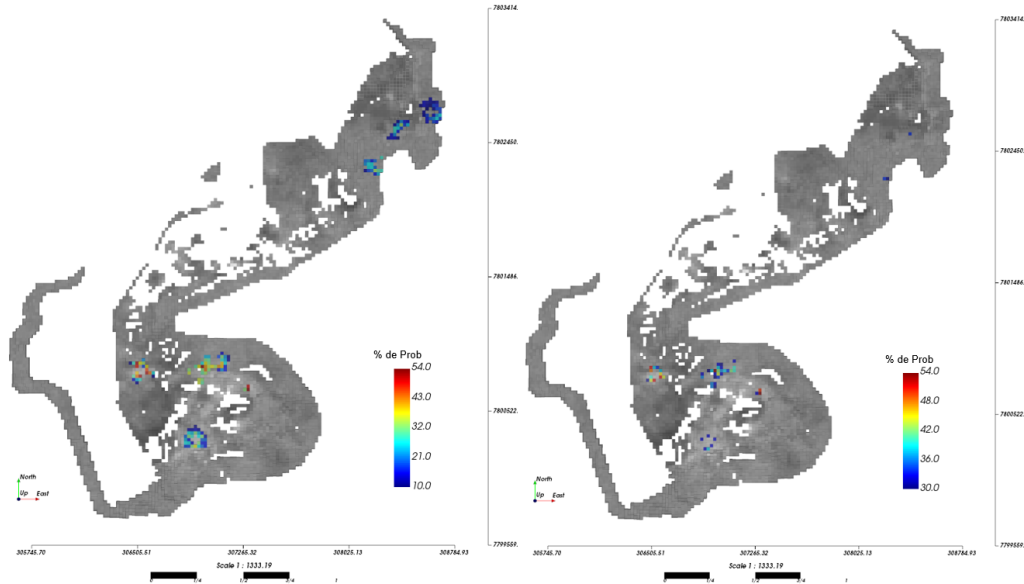
11 blocos faltantes (50-39) são selecionados considerando os pesos atribuídos para cada variável sendo requeridos para a linha de escavação do P_2O_5AP 5 blocos, para a linha de escavação de Fe_2O_3 2 blocos, para a linha de escavação do MgO 2 blocos e para a linha de escavação do TiO_2 2 blocos. Assim, os locais procurados dos blocos selecionados têm exclusividade mútua e a prioridade de escolha é o valor numérico dos blocos, portanto dos 11 blocos selecionados 9 blocos de valor três representam os blocos presentes nos mesmos locais para três linhas de escavação, 2 blocos de valor dois representam os blocos presentes nos mesmos locais em duas linhas de escavação. A mesma lógica é aplicada nos períodos seguintes.

4.5.3 Linha de escavação 2

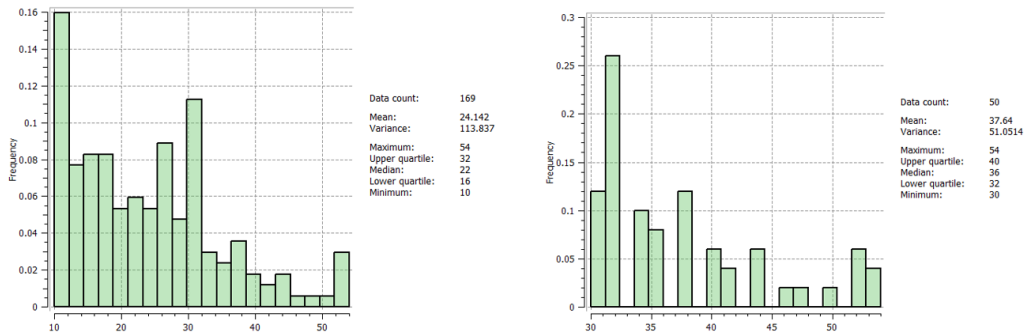
Para a seleção da segunda linha de escavação multivariada, foram usadas as mesmas quatro variáveis P_2O_5AP , Fe_2O_3 , MgO e TiO_2 .

Assim, dos 50 modelos simulados resultantes da variável P_2O_5AP , foram selecionadas as 50 linhas de escavação do segundo período para a variável P_2O_5AP na Figura 66.

Figura 66 – (a) mapa da segunda linha de escavação da variável P_2O_5AP (a) com todos os 169 blocos gerados pela sobreposição das segundas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade, e (b) histograma dos 169 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)



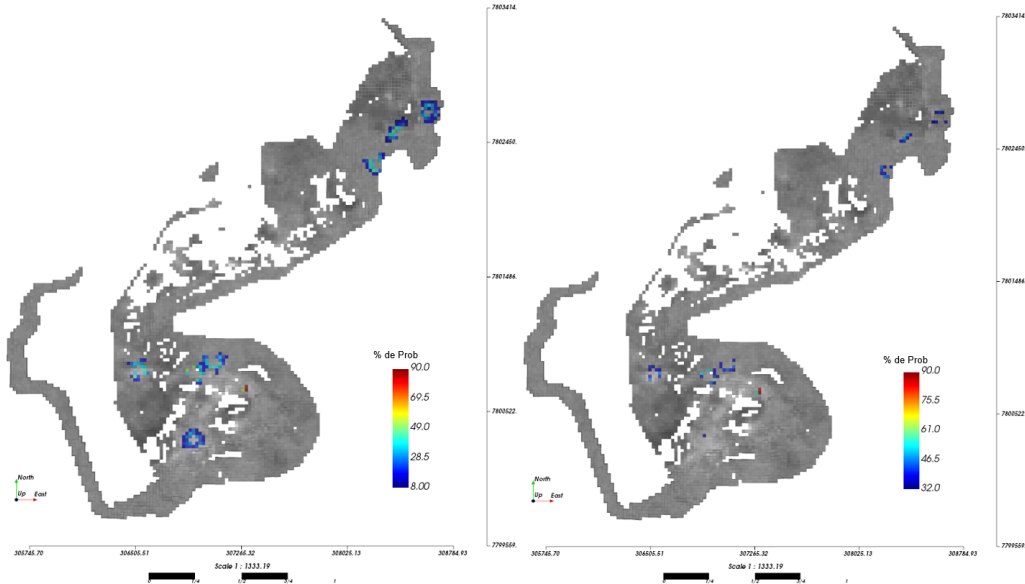
(a)



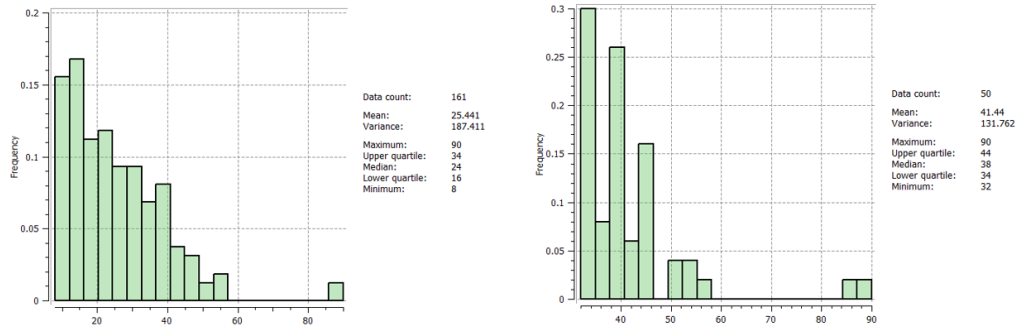
(b)

Das 50 modelos simulados da variável Fe_2O_3 , foram selecionadas as 50 linhas de escavação do segundo período para a variável Fe_2O_3 na Figura 67.

Figura 67 – Mapa da segunda linha de escavação da variável Fe_2O_3 (a) com todos os 161 blocos gerados pela sobreposição das segundas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade, e (b) histograma dos 161 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)



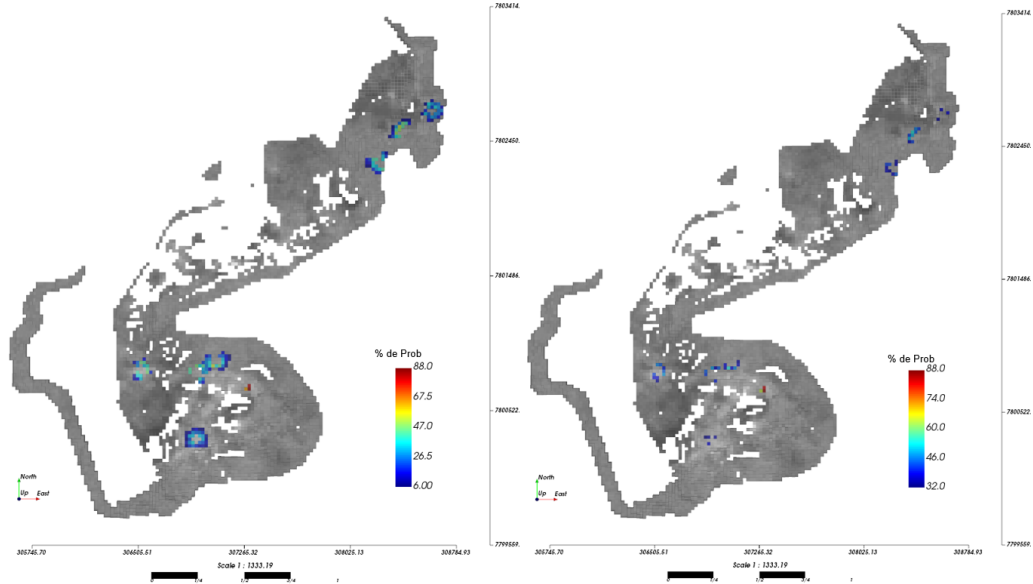
(a)



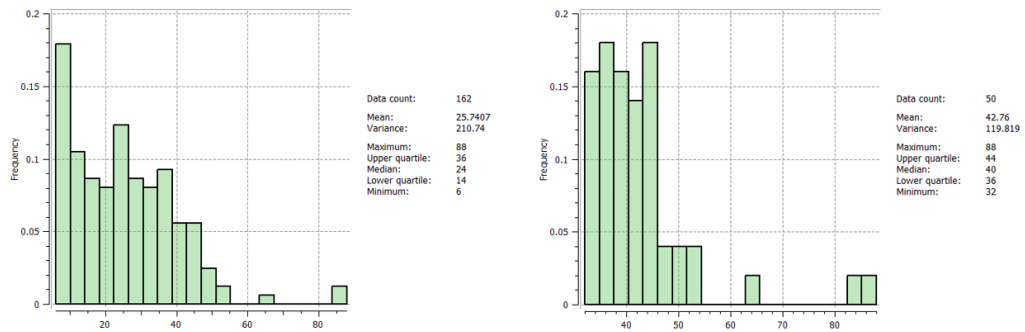
(b)

Das 50 modelos simulados da variável MgO , foram selecionadas as 50 linhas de escavação do segundo período para a variável MgO na Figura 68.

Figura 68 – Mapa da segunda linha de escavação da variável MgO , (a) com todos os 162 blocos gerados pela sobreposição das segundas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade, e (b) histograma dos 162 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)



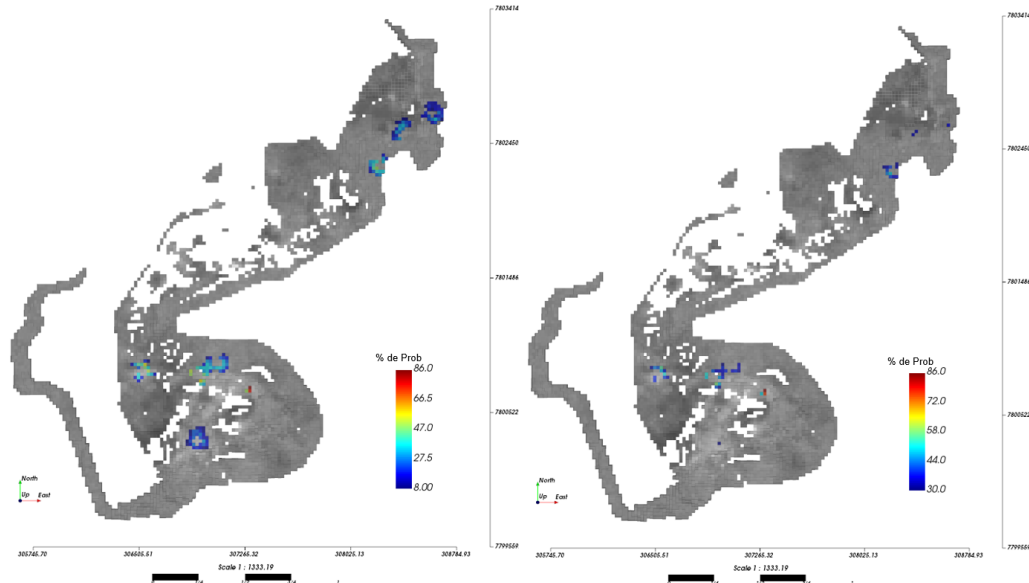
(a)



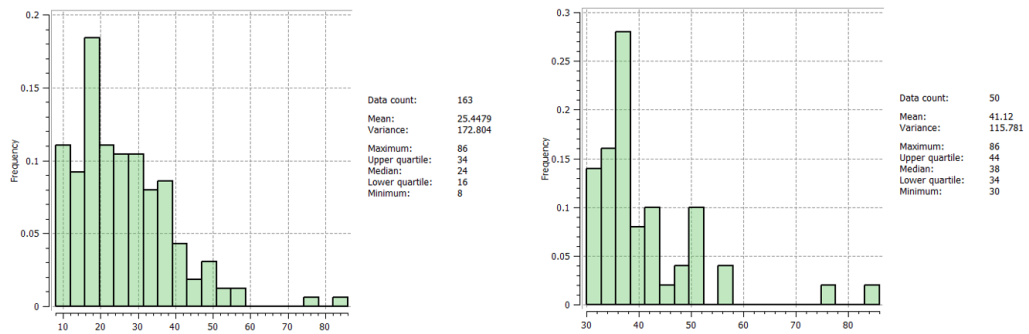
(b)

Das 50 modelos simulados da variável TiO_2 , foram selecionadas as 50 linhas de escavação do segundo período para a variável TiO_2 na Figura 69.

Figura 69 – Mapa da segunda linha de escavação da variável TiO_2 (a) com todos os 163 blocos gerados pela sobreposição das segundas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade, e (b) histograma dos 163 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos (direita)



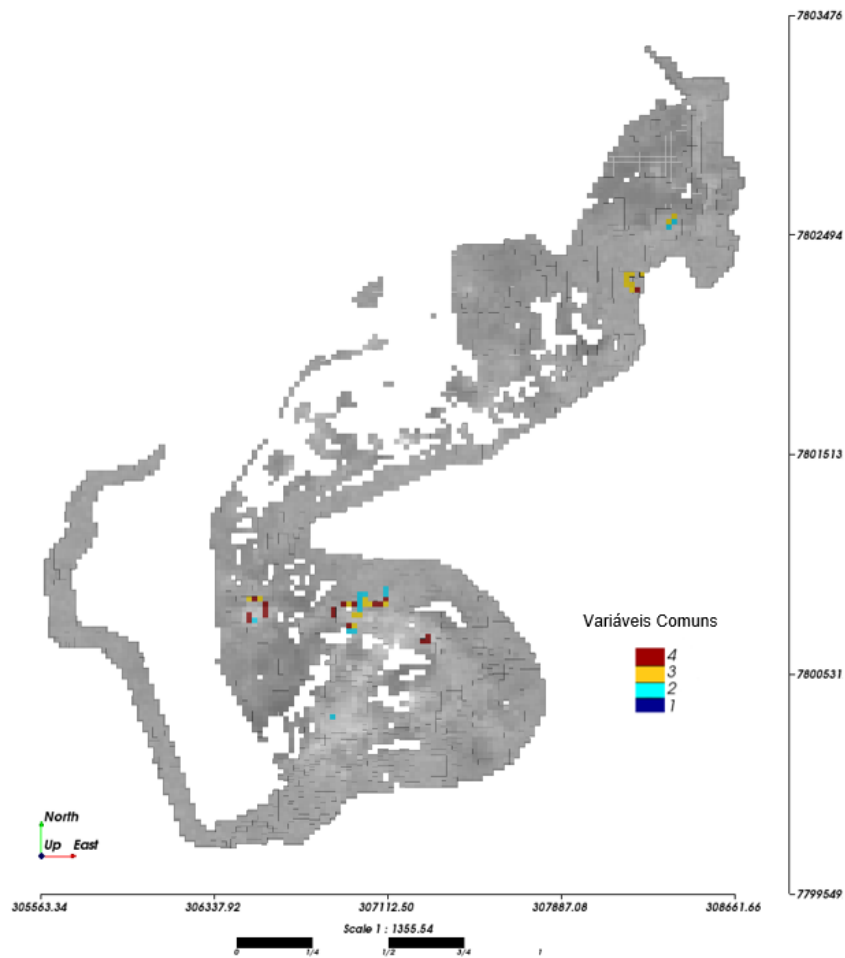
(a)



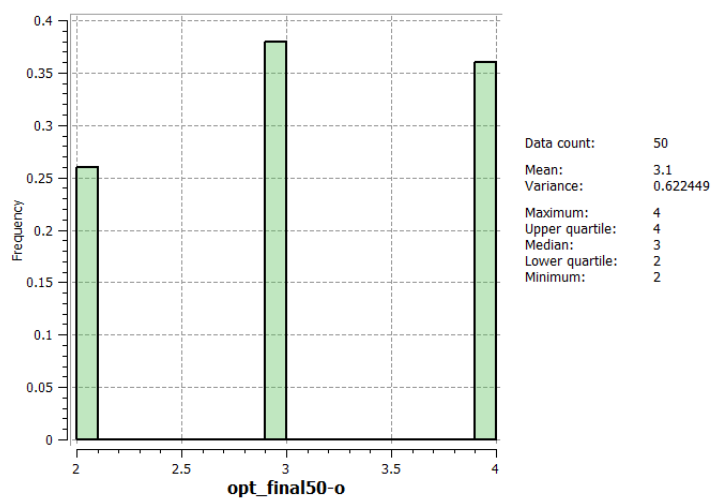
(b)

A Figura 70 apresenta o modelo da linha de escavação ótima multivariada para o segundo período, onde (a) mostra o mapa da linha de escavação ótima multivariada do segundo período. Também, os blocos são selecionados das segundas linhas de escavação com menor risco geológico dos modelos com maior probabilidade de acontecer da Figura 66 à Figura 69, e (b) mostra o histograma dos blocos que são selecionados na linha de escavação ótima multivariada do segundo período

Figura 70 – Modelo da linha de escavação ótima multivariada para o segundo período, (a) mapa do modelo, e (b) histograma do modelo.



(a)



(b)

A linha de escavação multivariada do segundo período Figura 70 requer 50 blocos. Assim, o são seleccionados primeiro os 18 blocos que existem simultaneamente em todas

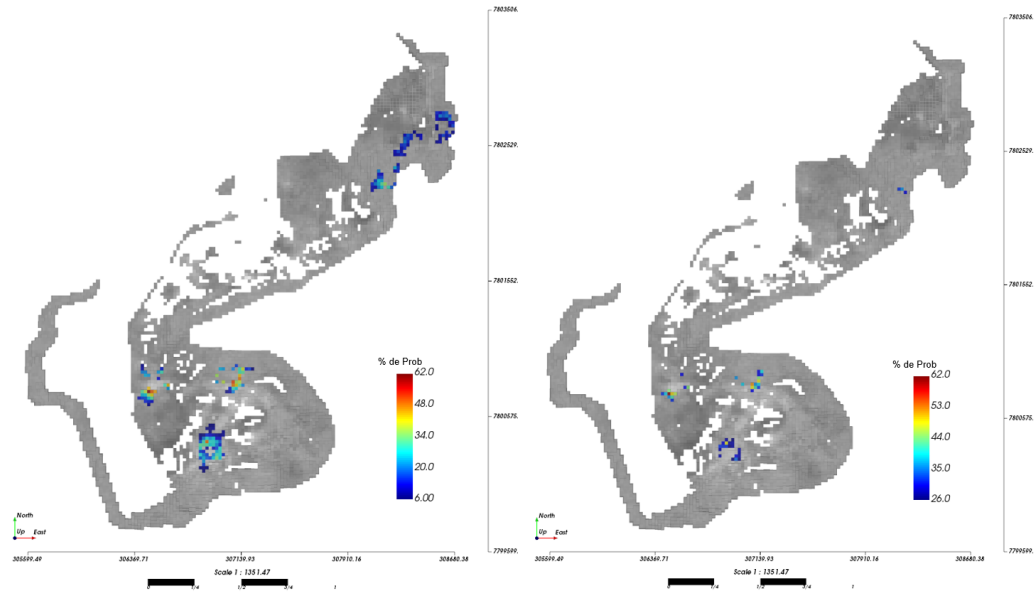
as linhas de escavação porem de valor numérico quatro. Então são procurados 32 blocos (50-18) faltantes, que são selecionados considerando os pesos atribuídos para cada variável sendo escolhidos para a linha de escavação de P_2O_5AP 16 blocos, para a linha de escavação do Fe_2O_3 6 blocos, para a linha de escavação do MgO 5 blocos e para a linha de escavação do TiO_2 5 blocos. Assim, os locais procurados dos blocos selecionados têm exclusividade mútua e a prioridade de escolha é o valor numérico dos blocos, em consequência dos 32 blocos faltantes, 19 blocos pertencem simultaneamente a três linhas de escavação, e 13 blocos pertencem simultaneamente a duas linhas de escavação.

4.5.4 Linha de escavação 3

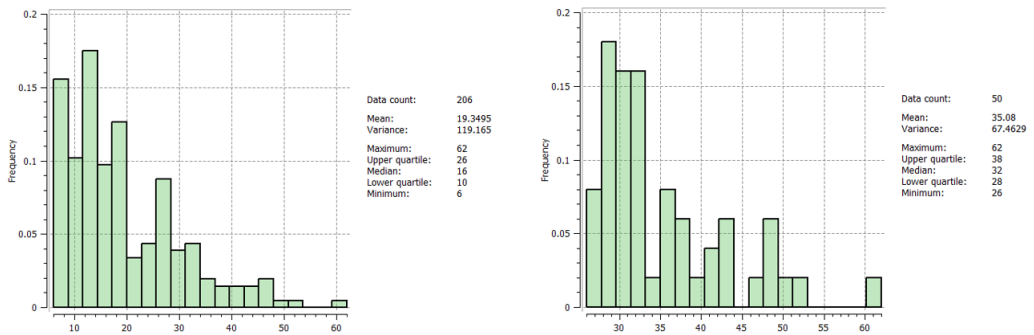
Para a seleção da linha de escavação do terceiro período, observa-se um maior número de blocos selecionados nas linhas de escavação das variáveis envolvidas. São desconsiderados da seleção os blocos previamente selecionados nas linhas de escavação ótima multivariada 1 e 2.

Assim, das 50 modelos simulados resultantes da variável P_2O_5AP foram selecionadas as 50 linhas de escavação do terceiro período para a variável P_2O_5AP na Figura 71.

Figura 71 – (a) mapa da terceira linha de escavação da variável P_2O_5AP com todos os 206 blocos gerados pela sobreposição das terceiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 206 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)



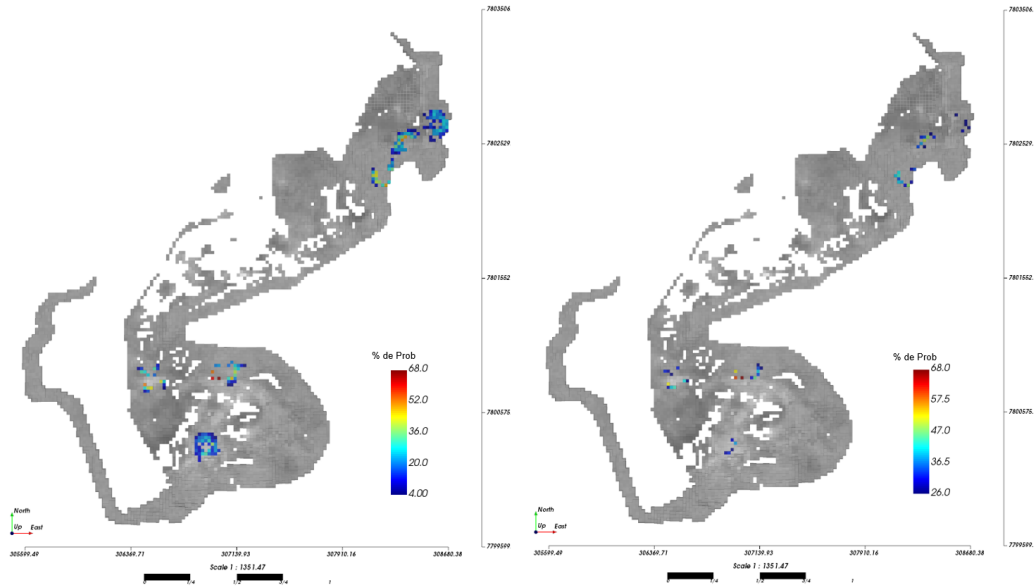
(a)



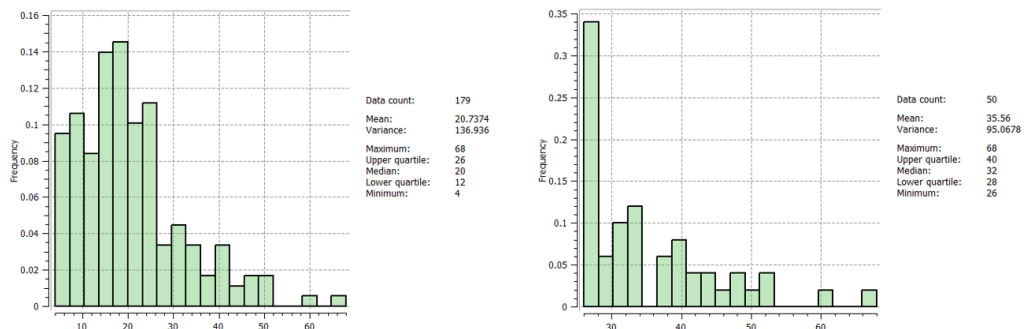
(b)

Para os 50 modelos simulados resultantes da variável Fe_2O_3 foram selecionadas as 50 linhas de escavação do terceiro período para a variável Fe_2O_3 na Figura 72.

Figura 72 – (a) mapa da terceira linha de escavação da variável Fe_2O_3 com todos os 179 blocos gerados pela sobreposição das terceiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 179 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)



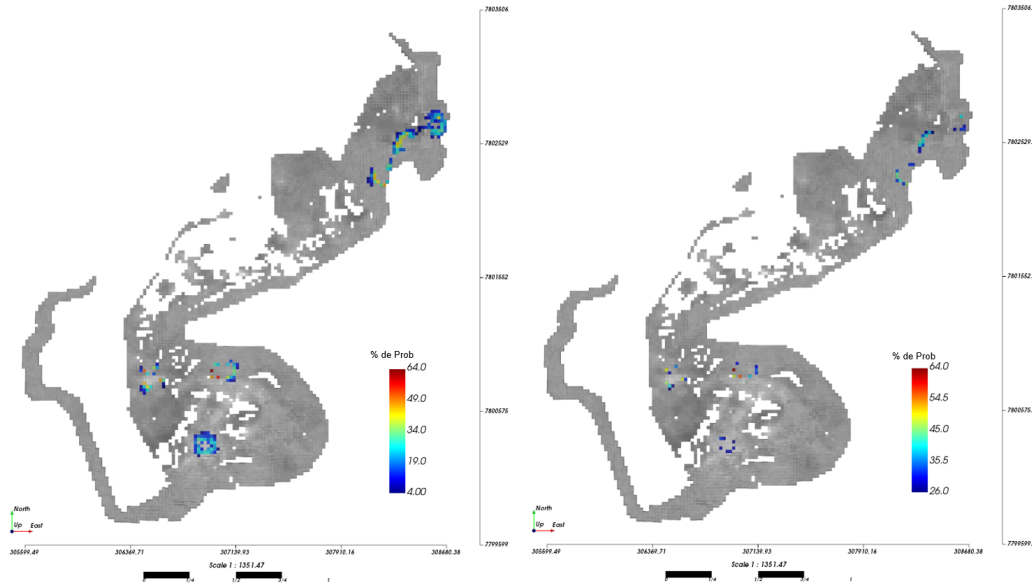
(a)



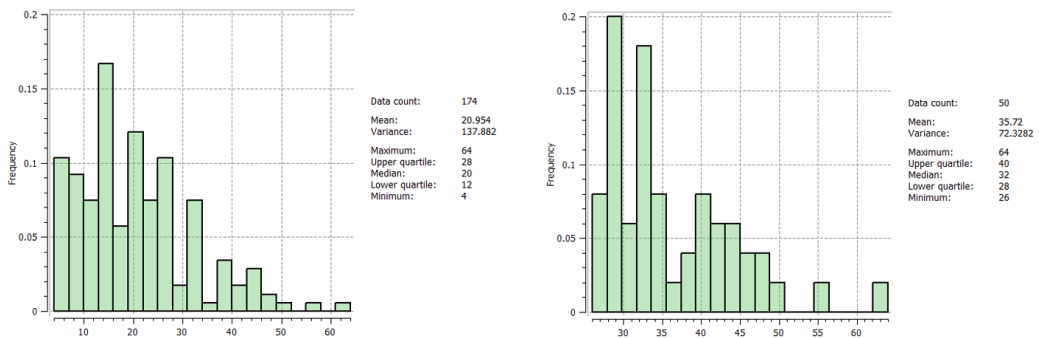
(b)

Para os 50 modelos simulados resultantes da variável MgO foram selecionadas as 50 linhas de escavação do terceiro período para a variável MgO na Figura 73.

Figura 73 – (a) mapa da terceira linha de escavação da variável MgO com todos os 174 blocos gerados pela sobreposição das terceiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda), e os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 174 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)



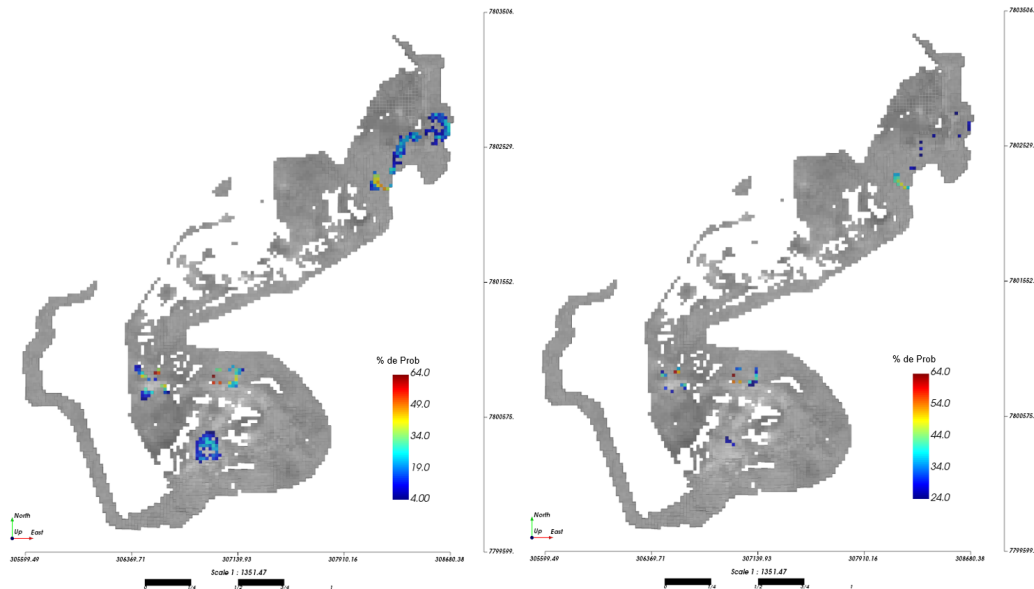
(a)



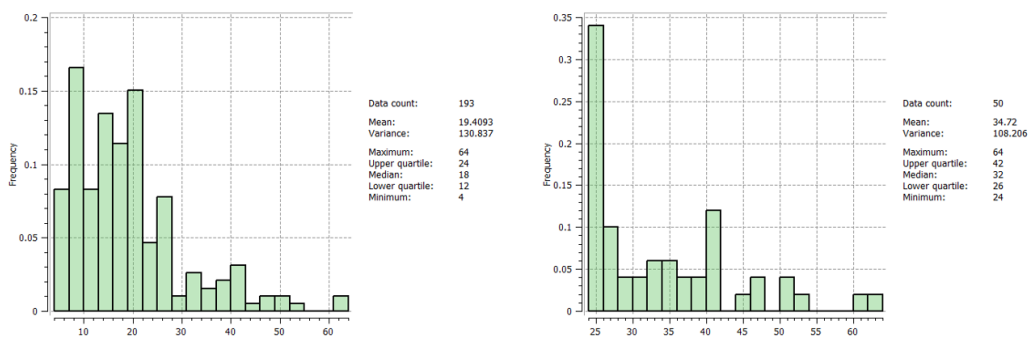
(b)

Para os 50 modelos simulados resultantes da variável TiO_2 foram selecionadas as 50 linhas de escavação do terceiro período para a variável TiO_2 na Figura 74.

Figura 74 – (a) mapa da terceira linha de escavação da variável TiO_2 dos 193 blocos gerados pela sobreposição das terceiras linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) e os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 193 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)



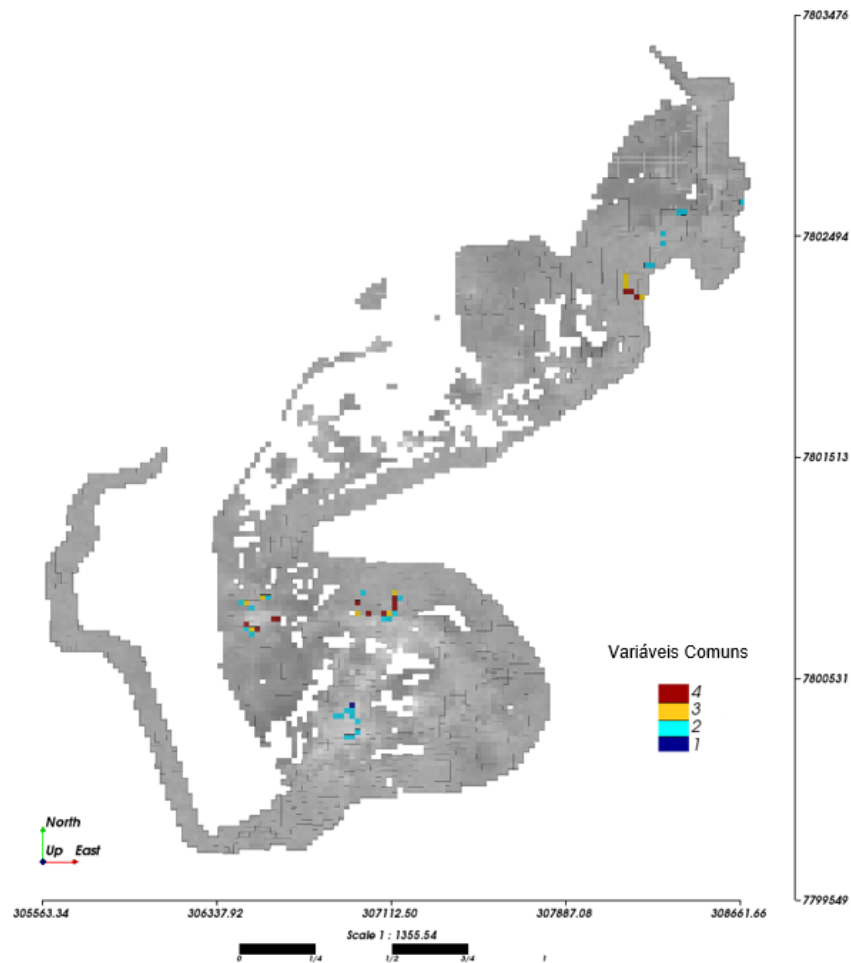
(a)



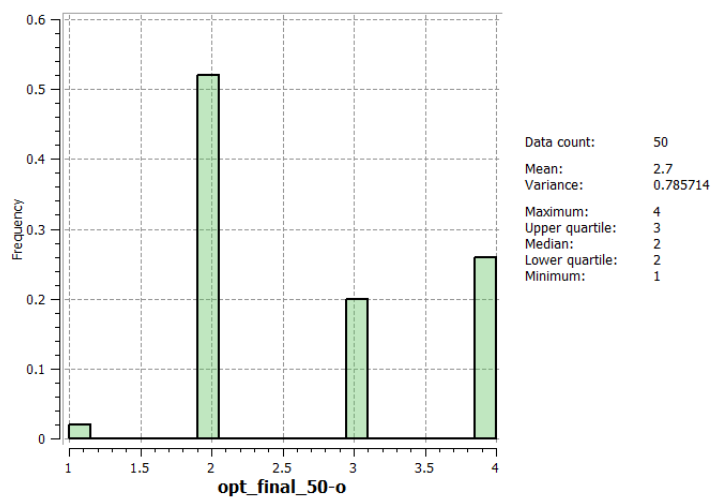
(b)

A Figura 75 apresenta o modelo da linha de escavação ótima multivariada para o terceiro período, onde (a) mostra o mapa da terceira linha de escavação ótima multivariada com os blocos selecionados das terceiras linhas de escavação com menor risco geológico das variáveis envolvidas da Figura 71 à Figura 74, e (b) mostra o histograma dos blocos que são selecionados na linha de escavação ótima multivariada do terceiro período.

Figura 75 – Modelo da linha de escavação ótima multivariada para o terceiro período, (a) mapa do modelo, e (b) histograma do modelo.



(a)



(b)

A linha de escavação multivariada do terceiro período Figura 75 requer 50 blocos. Porém, são selecionados primeiro os 13 blocos com o mesmo local simultaneamente em todas

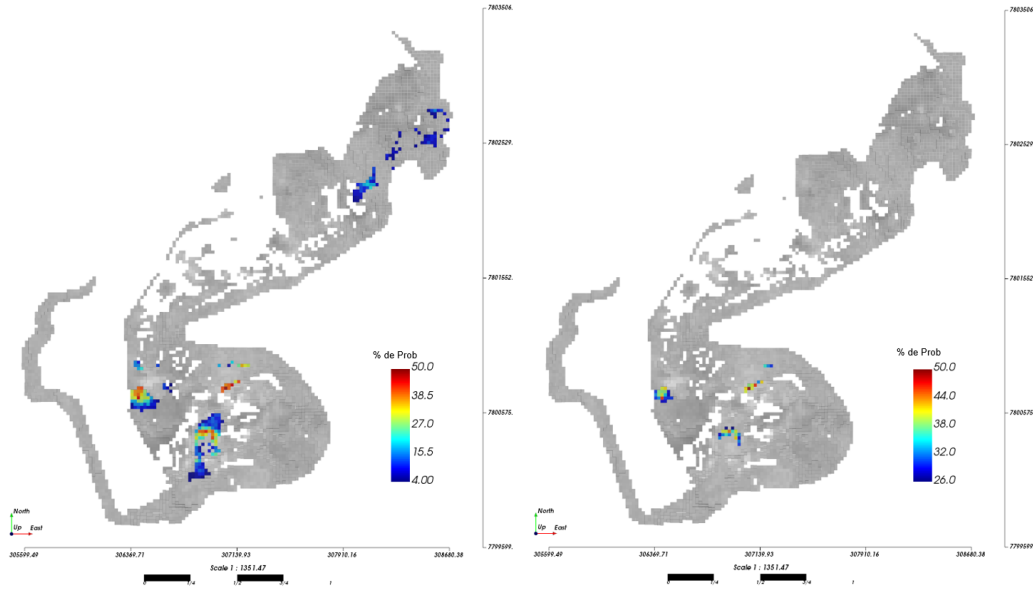
as quatro linhas de escavação ótimas do terceiro período. Na sequência, são procurados 37 blocos (50-13) faltantes, que são selecionados considerando os pesos atribuídos para cada variável sendo escolhidos do para a linha de escavação do P_2O_5AP 18 blocos, para a linha de escavação do Fe_2O_3 7 blocos, para a linha de escavação do MgO 6 blocos e para a linha de escavação do TiO_2 6 blocos. Assim, os locais procurados dos blocos selecionados têm exclusividade mútua e a prioridade de escolha é o valor numérico dos blocos, em consequência dos 37 blocos faltantes, 10 blocos pertencem simultaneamente a três linhas de escavação, 26 blocos pertencem simultaneamente a duas linhas de escavação e 1 bloco pertence a uma linha de escavação.

4.5.5 Linha de escavação 4

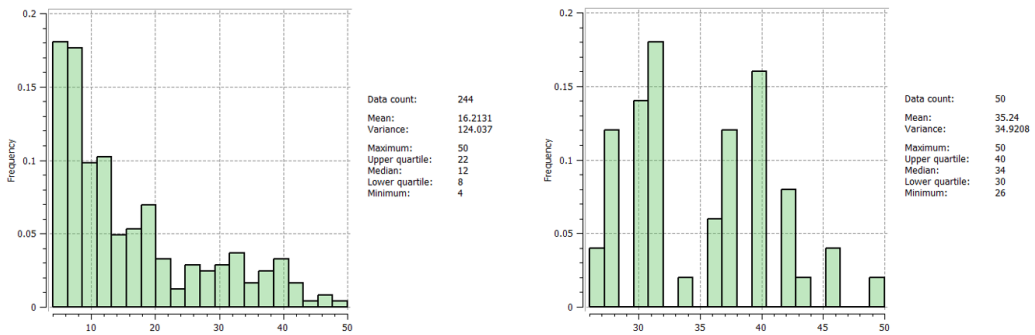
Para a seleção da linha de escavação do último período, observa-se que proporção do número de blocos é parecido ao caso da terceira linha de escavação multivariada. Mas, nesse novo caso, as probabilidades dos blocos estarem simultaneamente em todas as linhas de escavação reduz.

Assim, dos 50 modelos simulados resultantes do P_2O_5AP foram selecionadas 50 linhas de escavação do quarto período para a variável P_2O_5AP na Figura 76.

Figura 76 – (a) mapa da quarta linha de escavação da variável P_2O_5AP dos 244 blocos gerados pelas quartas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) e os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 244 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita).



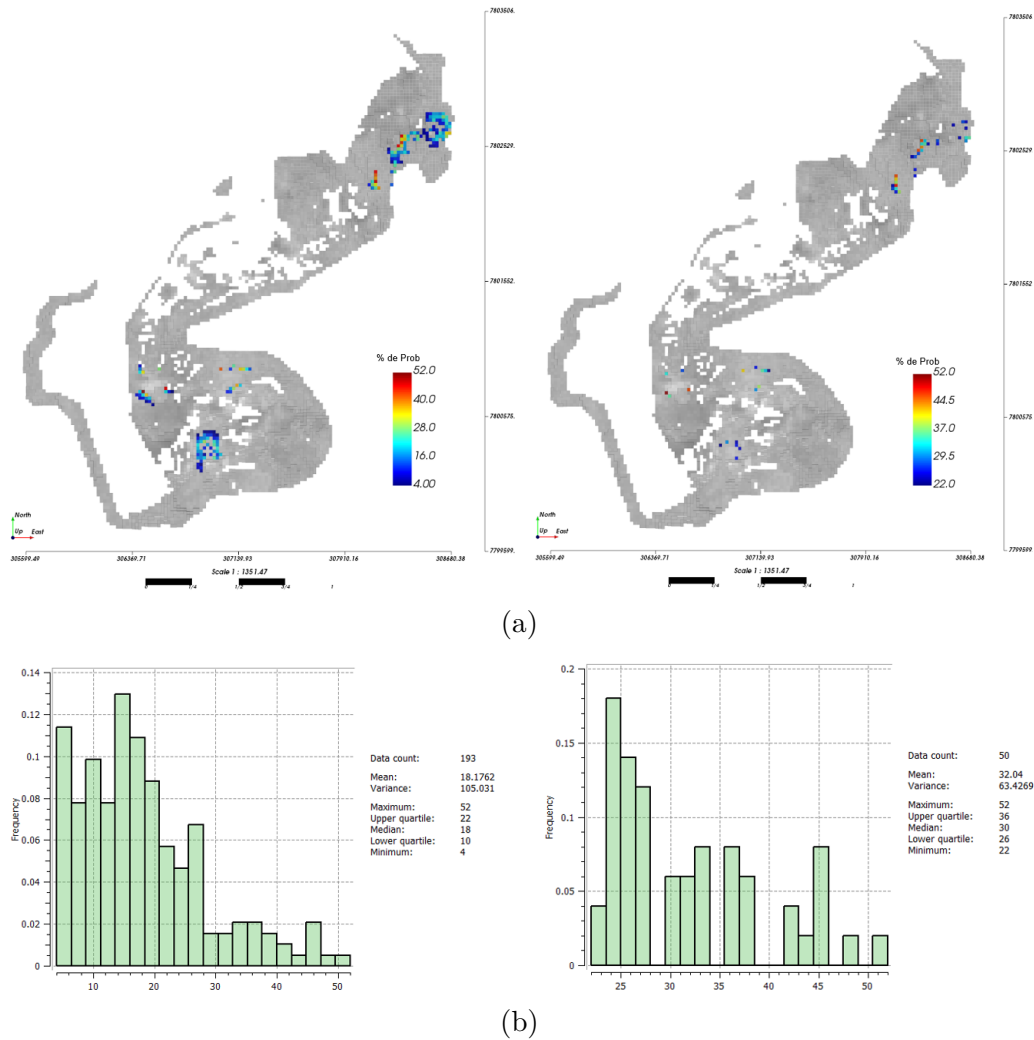
(a)



(b)

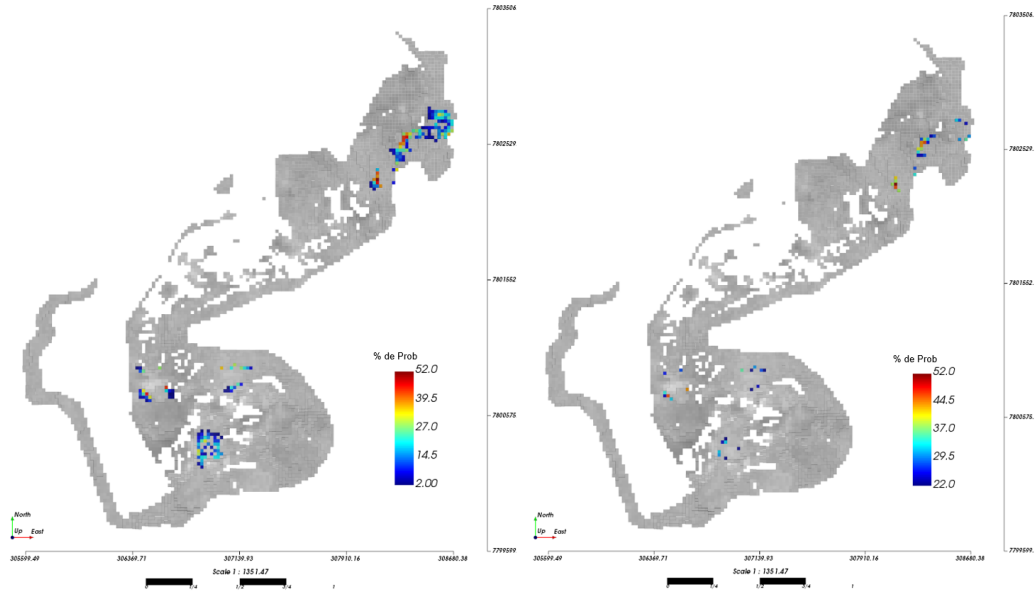
Para os 50 modelos simulados resultantes do Fe_2O_3 foram selecionadas 50 linhas de escavação do quarto período para a variável Fe_2O_3 na Figura 77.

Figura 77 – (a) mapa da quarta linha de escavação da variável Fe_2O_3 dos 193 blocos gerados pelas quartas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma das probabilidades dos 193 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)

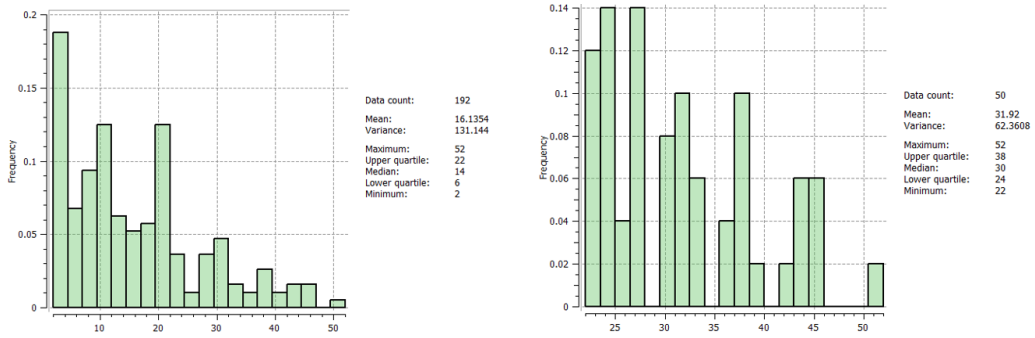


Para os 50 modelos simulados resultantes do MgO foram selecionadas 50 linhas de escavação do quarto período para a variável MgO na Figura 78.

Figura 78 – (a) mapa da quarta linha de escavação da variável MgO dos 192 blocos gerados pelas quartas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) os 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 192 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita)



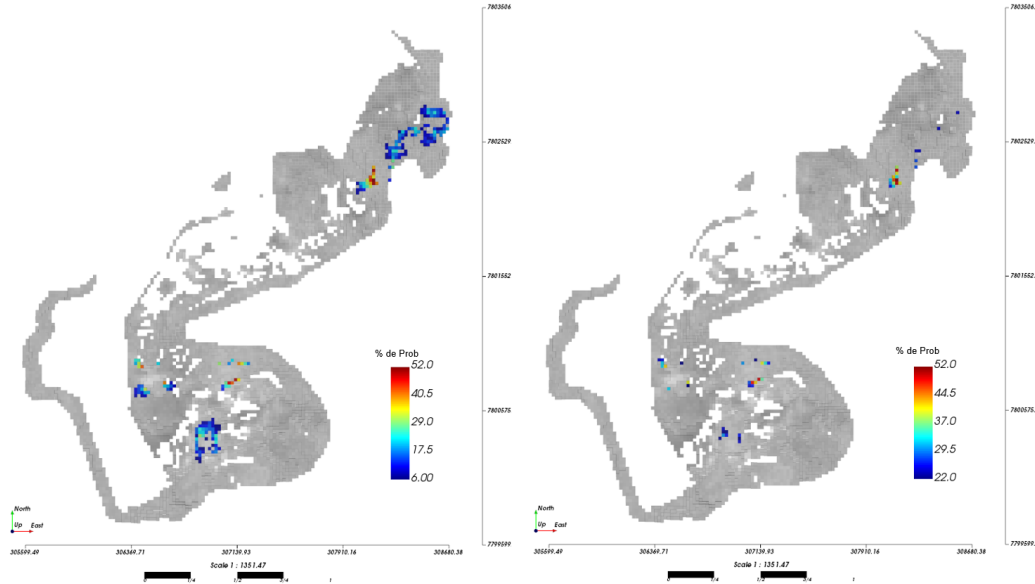
(a)



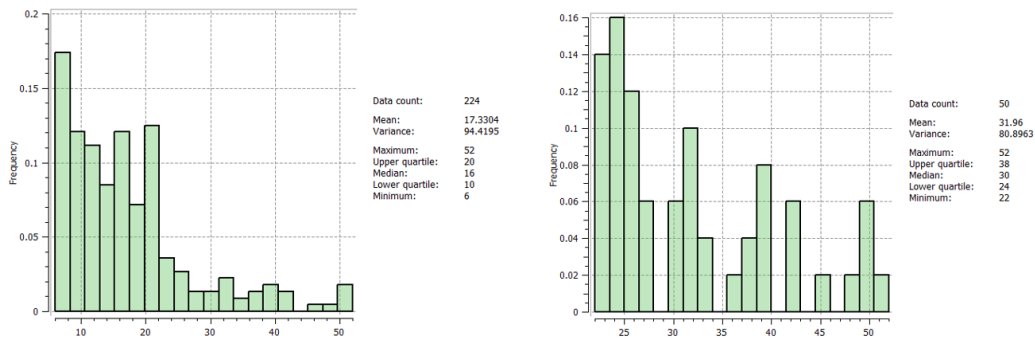
(b)

Para os 50 modelos simulados resultantes do TiO_2 foram selecionadas 50 linhas de escavação do quarto período para a variável TiO_2 na Figura 79.

Figura 79 – (a) mapa da quarta linha de escavação da variável TiO_2 dos 224 blocos gerados pelas quartas linhas de escavação das 50 simulações (esquerda) 50 blocos com maior probabilidade (direita), e (b) histograma dos 224 blocos (esquerda) e histograma dos 50 blocos com menor risco geológico (direita).



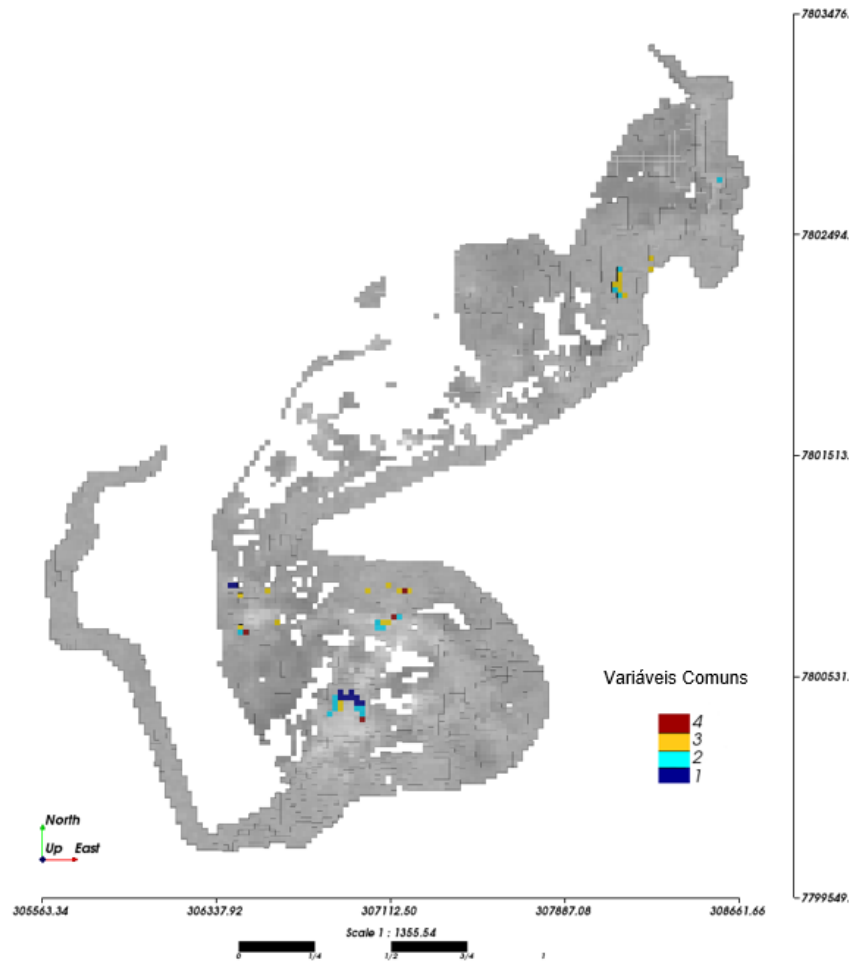
(a)



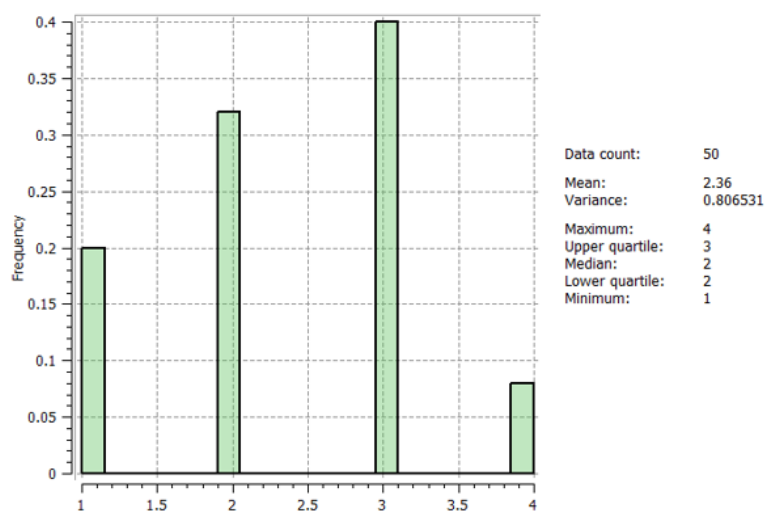
(b)

A Figura 80 apresenta o modelo da linha de escavação ótima multivariada para o quarto período, onde (a) mostra o mapa do modelo da quarta linha de escavação ótima multivariada onde os blocos são selecionados das quartas linhas de escavação com menor risco geológico das variáveis estudadas da Figura 76 à Figura 79, e (b) mostra o histograma dos blocos que são selecionados na linha de escavação ótima multivariada do quarto período.

Figura 80 – Modelo da linha de escavação ótima multivariada para o quarto período, (a) mapa do modelo, e (b) histograma do modelo



(a)



(b)

Finalmente, a linha de escavação ótima multivariada para o quarto período Figura 70 requer 50 blocos. Porém, são selecionados primeiro os 4 blocos com o mesmo local

simultaneamente em todas as quatro linhas de escavação ótimas do quarto período. Na sequência, são procurados 46 blocos (50-4) faltantes, que são selecionados considerando os pesos atribuídos para cada variável sendo escolhidos da linha de escavação do P_2O_5AP 23 blocos, para a linha de escavação do Fe_2O_3 9 blocos, para a linha de escavação do MgO 7 blocos e para a linha de escavação do TiO_2 7 blocos. Assim, os locais procurados dos blocos selecionados têm exclusividade mútua e a prioridade de escolha é o valor numérico dos blocos, em consequência dos 46 blocos faltantes, 20 blocos pertencem simultaneamente a três linhas de escavação, 16 blocos pertencem simultaneamente a duas linhas de escavação e 10 blocos pertencem a uma linha de escavação.

Observa-se, que enquanto as linhas de escavação avançam de período, o número de blocos selecionado simultaneamente nas linhas de escavação das quatro variáveis coincidentes diminui. Já, nas linhas de escavação intermediárias, os blocos selecionados em linhas de escavação de três e duas variáveis aumentam. Nos últimos períodos das linhas de escavação aparecem blocos que só foram escolhidos em linha de escavação de uma variável. Isto é devido ao aumento do espaço de seletividade. Outro fato a ser considerado é que cada vez que existam blocos com locais presentes simultaneamente em todas as linhas de escavação do mesmo período, menor será a influência dos pesos atribuídos para cada variável e vice-versa.

4.5.6 Validação

Os modelos das linhas de escavação geradas pelo algoritmo foram sobrepostos aos modelos E-type das quatro variáveis. Na Tabela 12 à Tabela 15, são apresentadas as estatísticas das linhas de escavação por variável.

Tabela 12 – Linhas de escavação no mapa E-type da variável P_2O_5AP

P_2O_5AP	Média	Variância	Max	Min
Linha de escavação 1	6.82	2.07	9.86	4.41
Linha de escavação 2	6.77	1.75	10.05	4.59
Linha de escavação 3	6.68	1.25	10.02	4.25
Linha de escavação 4	6.47	0.84	8.73	4.81

Tabela 13 – Linhas de escavação no mapa E-type da variável Fe_2O_3

Fe_2O_3	Média	Variância	Max	Min
Linha de escavação 1	22.67	7.02	27.95	17.81
Linha de escavação 2	22.93	6.18	28.80	17.47
Linha de escavação 3	24.23	8.70	31.45	17.11
Linha de escavação 4	24.53	7.57	30.50	19.09

Tabela 14 – Linhas de escavação no mapa E-type da variável MgO

MgO	Média	Variância	Max	Min
Linha de escavação 1	6.41	2.16	8.35	3.15
Linha de escavação 2	6.42	2.07	9.17	2.56
Linha de escavação 3	6.00	1.71	9.59	3.76
Linha de escavação 4	5.80	1.47	8.26	3.81

Tabela 15 – Linhas de escavação no mapa E-type da variável TiO_2

TiO_2	Média	Variância	Max	Min
Linha de escavação 1	8.40	4.22	12.40	4.77
Linha de escavação 2	9.26	3.96	12.01	4.61
Linha de escavação 3	8.69	5.33	13.42	4.84
Linha de escavação 4	8.90	5.42	13.20	5.15

A Tabela 16 à Tabela 19, são apresentadas as estatísticas das linhas de escavação desenhadas manualmente no mesmo período de estudo para as quatro variáveis químicas.

Tabela 16 – Linhas de escavação realizadas pela empresa no mapa E-type da variável P_2O_5AP

P_2O_5AP	Média	Variância	Max	Min
Linha de escavação 1	6.78	1.39	8.61	4.82
Linha de escavação 2	6.45	3.09	11.76	4.54
Linha de escavação 3	6.52	4.49	12.65	4.19
Linha de escavação 4	7.64	3.47	12.64	4.65

Tabela 17 – Linhas de escavação realizadas pela empresa no mapa E-type da variável Fe_2O_3

Fe_2O_3	Média	Variância	Max	Min
Linha de escavação 1	22.79	1.39	25.49	20.97
Linha de escavação 2	22.23	3.18	25.04	18.41
Linha de escavação 3	22.53	4.95	27.00	17.29
Linha de escavação 4	22.05	8.95	29.96	17.29

Tabela 18 – Linhas de escavação realizadas pela empresa no mapa E-type da variável MgO

MgO	Média	Variância	Max	Min
Linha de escavação 1	5.66	1.27	7.60	3.64
Linha de escavação 2	6.39	2.28	9.69	3.89
Linha de escavação 3	6.37	0.89	7.71	3.54
Linha de escavação 4	5.43	1.36	8.49	3.50

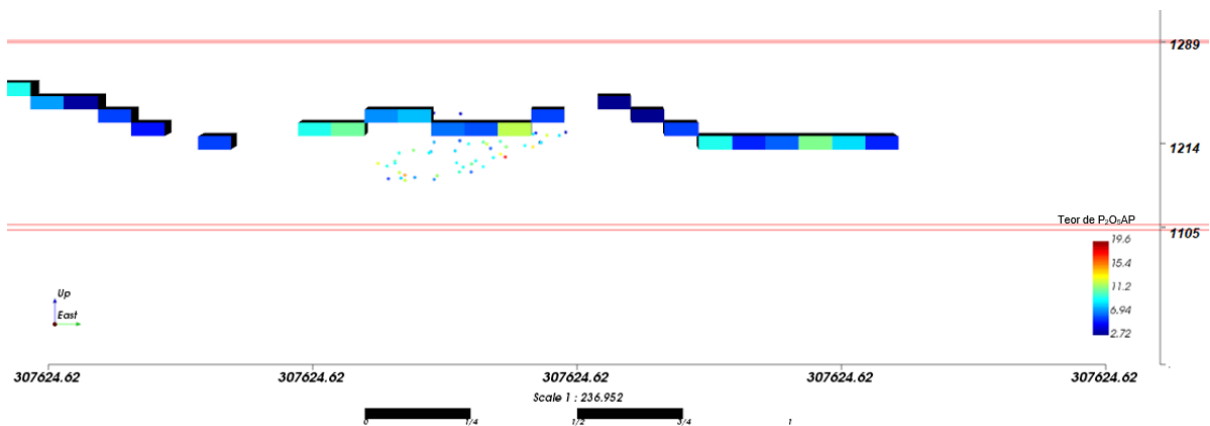
Tabela 19 – Linhas de escavação realizadas pela empresa no mapa E-type da variável TiO_2

TiO_2	Média	Variância	Max	Min
Linha de escavação 1	9.23	2.29	12.38	6.63
Linha de escavação 2	8.83	1.68	11.95	6.83
Linha de escavação 3	8.29	1.90	11.54	6.14
Linha de escavação 4	8.37	4.84	12.04	3.74

As estatísticas das linhas de escavação apresentam uma proximidade numérica entre os modelos gerados pelo algoritmo e os modelos realizados manualmente.

A Figura 81 apresenta a seção vertical $Y = 780031$ m, do modelo de blocos superficial ou exposto (pit-shell) e os pontos amostrais (dados de curto prazo), onde se representa a diferença entre as áreas de análises. É importante destacar que o espaço do modelo de referência envolvida entre os pontos é maior do que ao espaço do modelo objetivo, onde são procuradas as linhas de escavação.

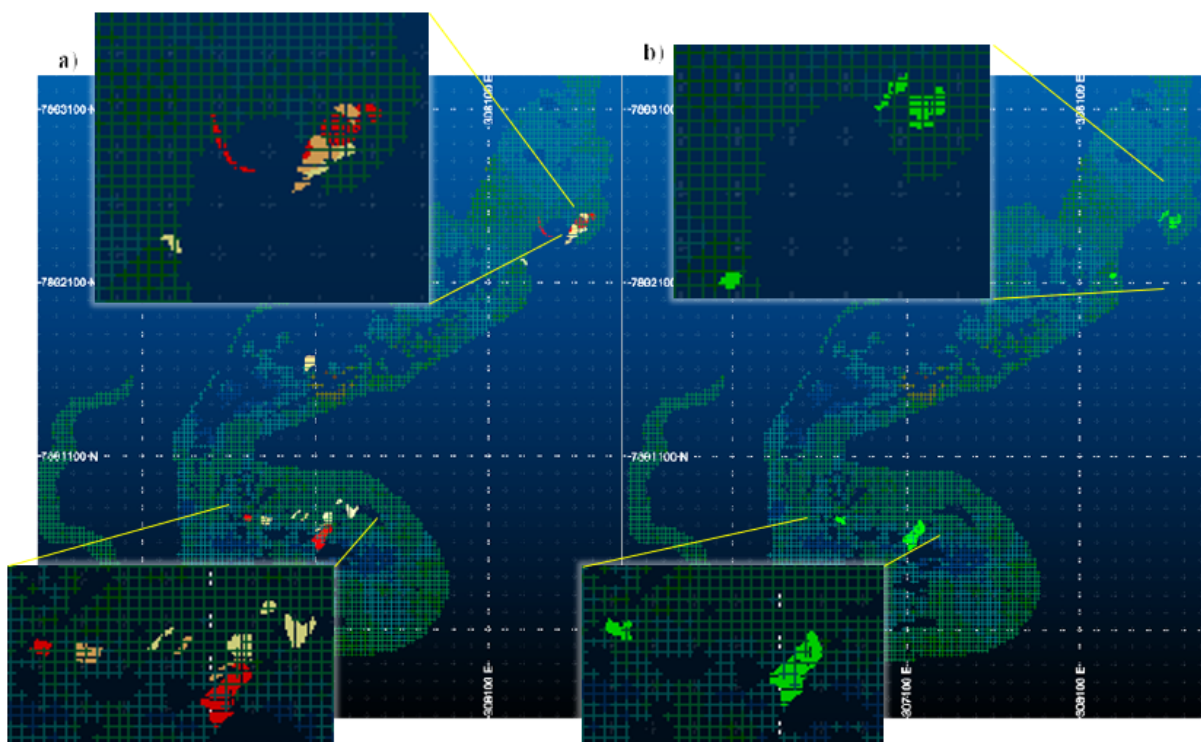
Figura 81 – Seção frontal com valor no eixo $Y = 7800310$ m



O modelo de referência é definido com base em um volume de produção semestral planejado, com o objetivo de garantir que todas as linhas de escavação semanais geradas tenham a menor flutuação de teores entre períodos.

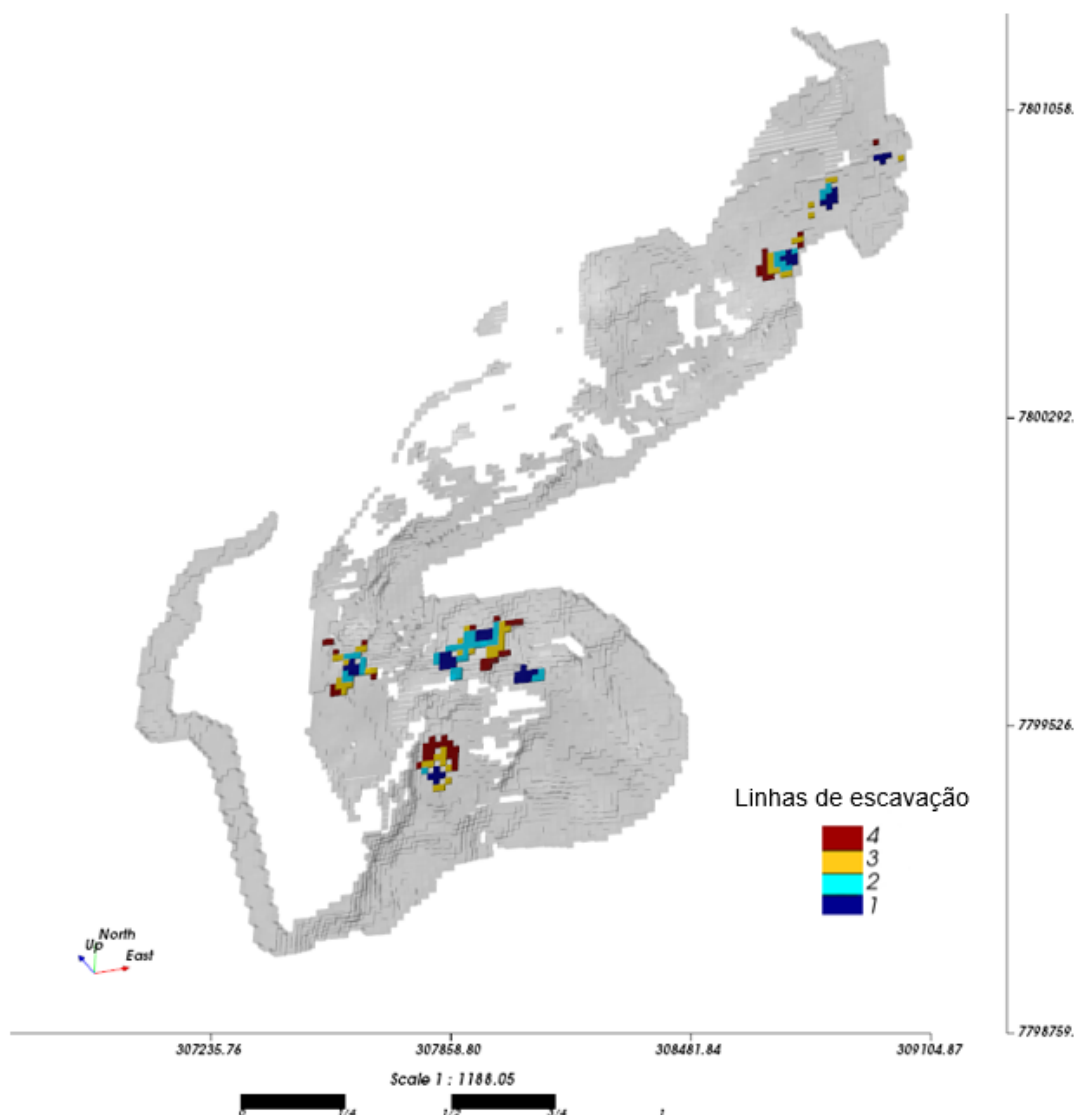
A Figura 82, apresenta as linhas de escavação realizadas manualmente. Observa-se que na quarta linha de escavação existem blocos na mesma cota (eixo Z), devido ao fato de que em algumas zonas há bancadas de 5 m e sub-blocagem de até 6.25 x 6.25 m, enquanto o algoritmo trabalha com bancadas de 10 m e blocos de 25 x 25 m.

Figura 82 – Linhas de escavação realizadas manualmente, a) primeira linha de escavação em vermelho, segunda linha de escavação em bebgbe, terceira linha de escavação em laranja, e b) quarta linha de escavação em verde



Na Figura 83 as linhas de escavação geradas pelo algoritmo utilizam um modelo de blocos expostos de comprimento de um bloco no eixo Z, o que significa que os modelos das linhas de escavação gerados pelo algoritmo não podem ser sobrepostos. Assim, existem algumas diferenças nos locais das linhas de escavação dos modelos gerados pelo algoritmo e os realizados manualmente.

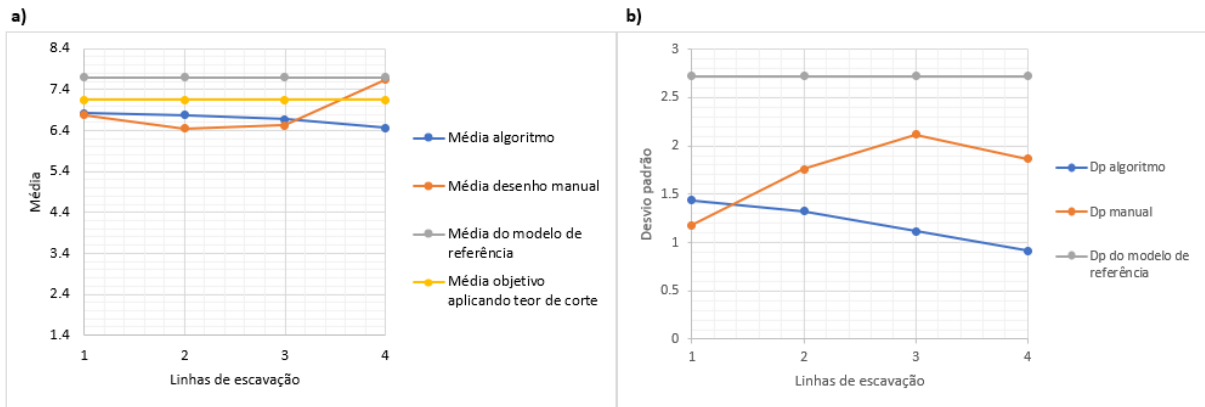
Figura 83 – Linhas de escavação geradas pelo algoritmo



A média e o desvio padrão dos modelos das linhas de escavação gerados pelo algoritmo, as linhas de escavação desenhadas de forma manual e os modelos de referência das variáveis químicas são comparados na Figura 84 à Figura 87, onde na parte (a) são comparadas as médias e na parte (b) são comparados os desvios padrão. A linha azul representa os resultados gerados pelo algoritmo proposto, a linha laranja representa os resultados do desenho manual das linhas de escavação e a linha de cinza representa aos modelos de referência (dados amostrais). A linha amarela representa a média da média dos modelos estocásticos restringidos pelo teor de corte e a condição de seleção de blocos superficiais (modelo objetivo) para cada variável química representado na Figura 81. Os valores estão especificados na Tabela 10 na página 82.

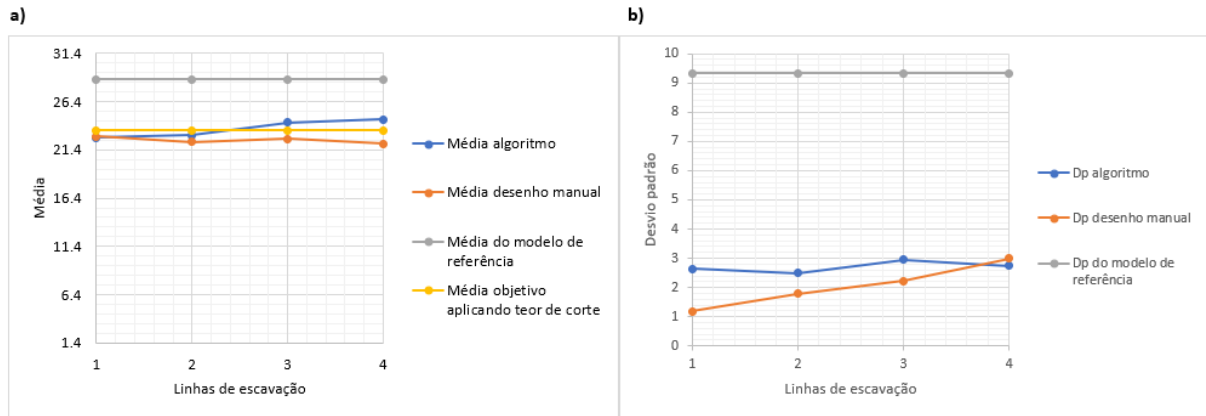
A Figura 84^a mostra os resultados das médias dos modelos nos períodos de lavra para a variável P_2O_5AP . A Figura 84^b o desvio padrão dos modelos realizados manualmente, em geral, possuem maior valor e flutuação que os valores dos modelos realizadas pelo algoritmo, exceto no primeiro período. O algoritmo atende com o objetivo de manter a média e o desvio padrão com menor flutuação. Além de manter a média aderente na média aplicando o teor de corte.

Figura 84 – Comparação das linhas de escavação para a variável P_2O_5AP , a) médias, e b) desvio padrão.



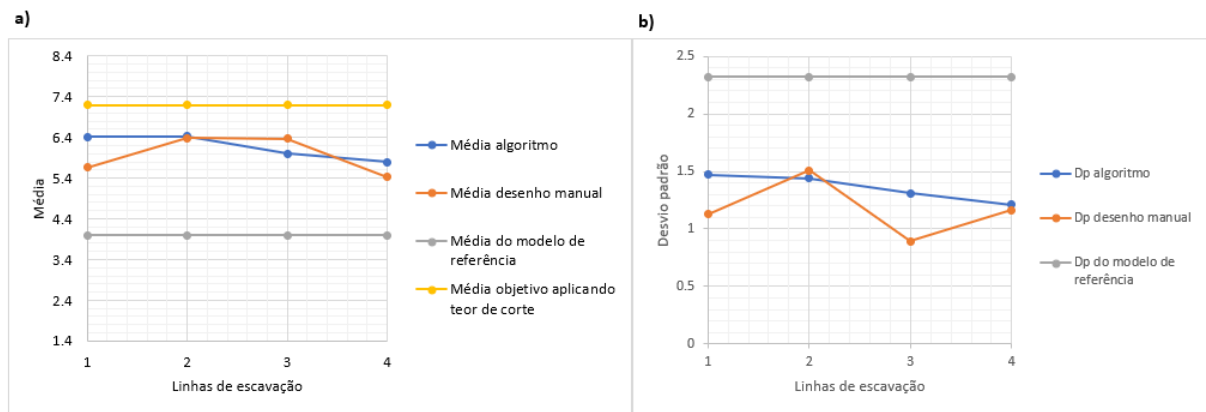
A Figura 85^a mostra as médias dos resultados modelos para a variável Fe_2O_3 nos períodos de lavra. A Figura 85^b apresenta os desvios padrão dos modelos onde os modelos gerados pelo algoritmo possuem menor flutuação comparadas com os desvios padrão dos modelos realizados manualmente, ambos são menores ao desvio padrão do modelo de referência..

Figura 85 – Comparação das linhas de escavação da variável Fe_2O_3 , a) médias, e b) desvio padrão.



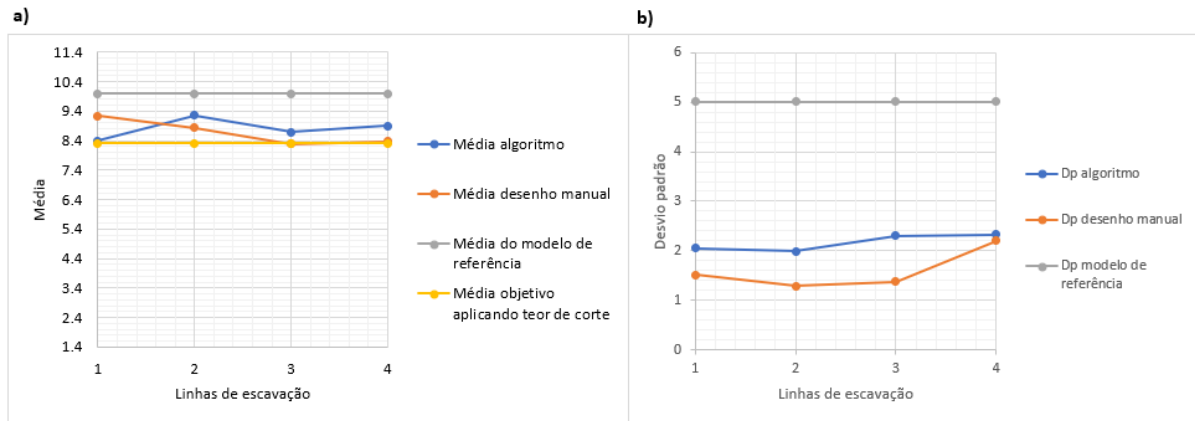
A Figura 86^a apresenta a média dos modelos nos períodos de lavra para a variável MgO . A Figura 86^b o desvio padrão dos modelos nos períodos de lavra.

Figura 86 – Comparação das linhas de escavação da variável MgO , a) médias, e b) desvio padrão.



A Figura 87^a apresenta a média dos modelos nos períodos de lavra para a variável TiO_2 . A Figura 87^b mostra o desvio padrão dos teores nos períodos de lavra.

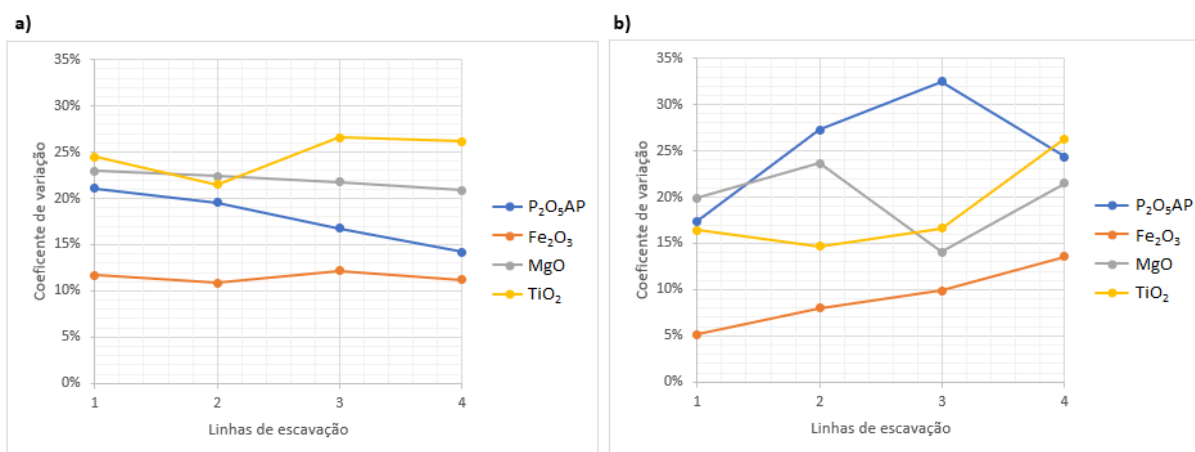
Figura 87 – Comparação das linhas de escavação da variável TiO_2 , a) médias, e b) desvio padrão.



Observa-se que os modelos gerados pelo algoritmo apresentam, em geral, menor flutuação tanto no valor da média quanto no valor do desvio padrão. Além das médias dos modelos apresentam maior aderência comparadas à média dos modelos obtidos aplicando o teor de corte para todas as variáveis químicas.

Para uma comparação entre as linhas de escavação geradas pelo algoritmo e todas as variáveis envolvidas na tese, foi utilizado o coeficiente de variação, que permite comparar a variabilidade relativa entre diferentes conjuntos de dados. A Figura 88 apresenta o coeficiente de variação, em a) para as linhas de escavação geradas pelo algoritmo das diferentes variáveis, e b) para as linhas de escavação realizadas manualmente das diferentes variáveis.

Figura 88 – Comparação dos coeficientes de variação entre linhas de escavação, a) geradas pelo algoritmo, e b) realizadas manualmente.



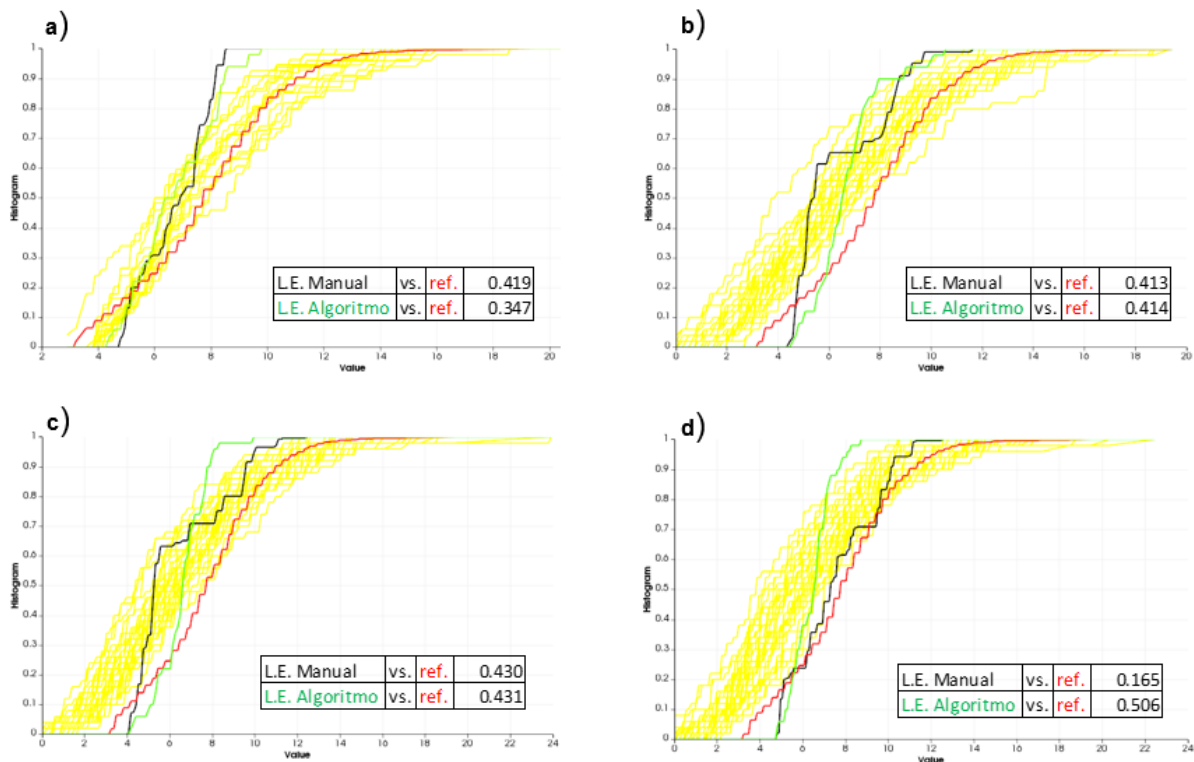
O coeficiente de variação ao ser uma medida adimensional, permite comparar os

resultados das linhas de escavação das diferentes variáveis no mesmo grafico. Além disso, a Figura 88^a permite observar que o algoritmo gera linhas de escavação com menor flutuação na variabilidade relativa que as realizadas manualmente, apresentadas na Figura 88^b.

A seguir, as distribuições acumuladas entre os modelos de referência (pontos amostrais na área de produção mudados para o suporte blocos), as linhas de escavação geradas pelo algoritmo e as linhas de escavação realizadas manualmente são comparadas graficamente. Também é realizada uma comparação numérica, usando o valor estatístico do teste de Kolmogorov-Smirnov (KOLMOGOROV, 1933) que oscila entre 0 e 1. Valores maiores indicam maiores diferenças entre os dados comparados, enquanto o valor 0 indica que os conjuntos de dados comparados são idênticos. A Figura 89 à Figura 92 ilustram essas comparações.

A Figura 89 apresenta as comparações dos histogramas acumulados da variável P_2O_5AP : em vermelho, o modelo de referência (dados amostrais) igual para todos os períodos; em verde, modelos desenhados pelo algoritmo multivariado; em negro, modelos desenhados manualmente; em amarelo, a linha de escavação multivariada no modelo estocástico a) linha de escavação do primeiro período b) linha de escavação do segundo período c) linha de escavação do terceiro período d) linha de escavação do quarto período.

Figura 89 – Comparação dos histogramas acumulados da variável P_2O_5AP , para a) primeiro período, b) segundo período, c) terceiro período, e d) quarto período.

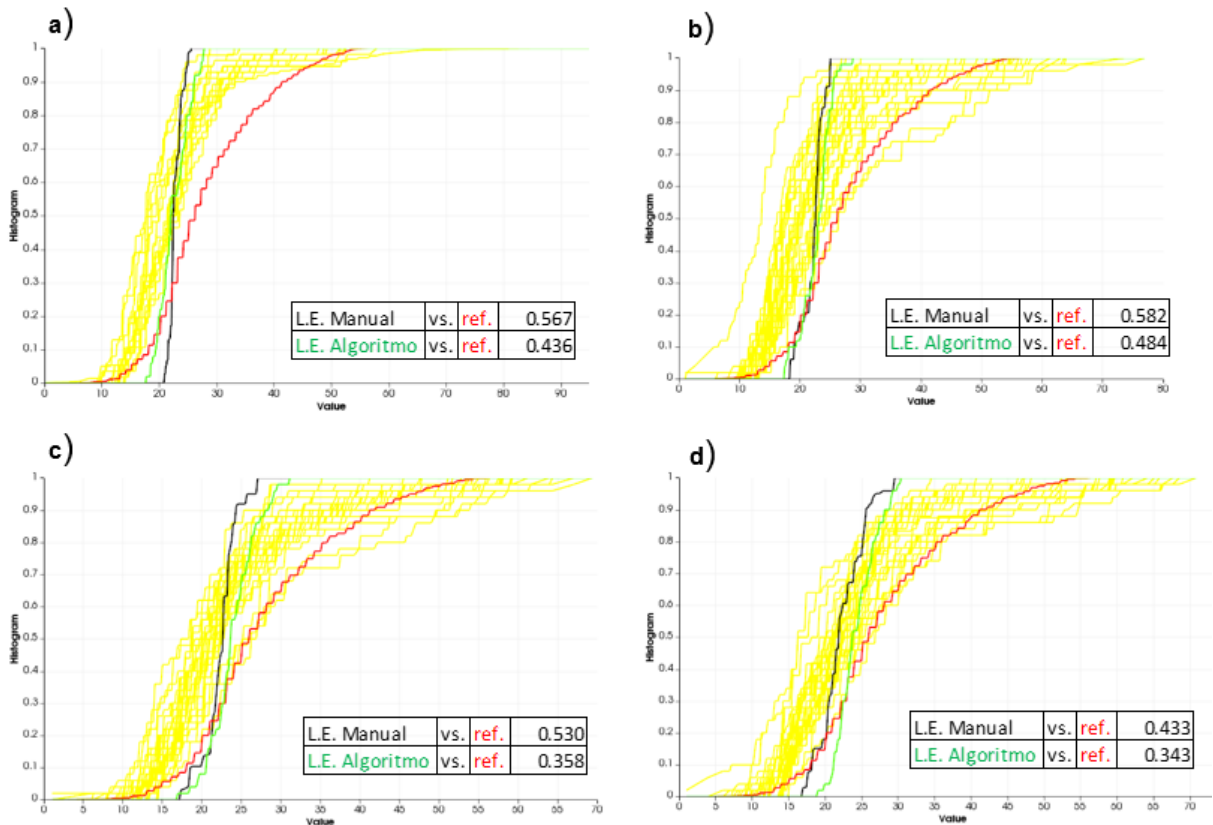


A comparação apresentada na Figura 89 indica que, no primeiro período, a distribuição do modelo gerado pelo algoritmo é mais similar à distribuição de referência do que

a distribuição do modelo manual. Nos segundo e terceiro períodos, as distribuições dos modelos gerados pelo algoritmo e as distribuições realizadas manualmente são equivalentes em relação à distribuição de referência. Já no quarto período, a distribuição do modelo desenhado manualmente apresenta maior similaridade com a distribuição de referência do que a distribuição do modelo gerado pelo algoritmo.

A Figura 90 apresenta as comparações dos histogramas acumulados da variável Fe_2O_3 : em vermelho, o modelo de referência (dados amostrais) igual para todos os períodos; em verde, os modelos desenhados pelo algoritmo multivariado; em preto, os modelos desenhados manualmente; em amarelo, a linha de escavação multivariada no modelo estocástico a) linha de escavação do primeiro período b) linha de escavação do segundo período c) linha de escavação do terceiro período d) linha de escavação do quarto período.

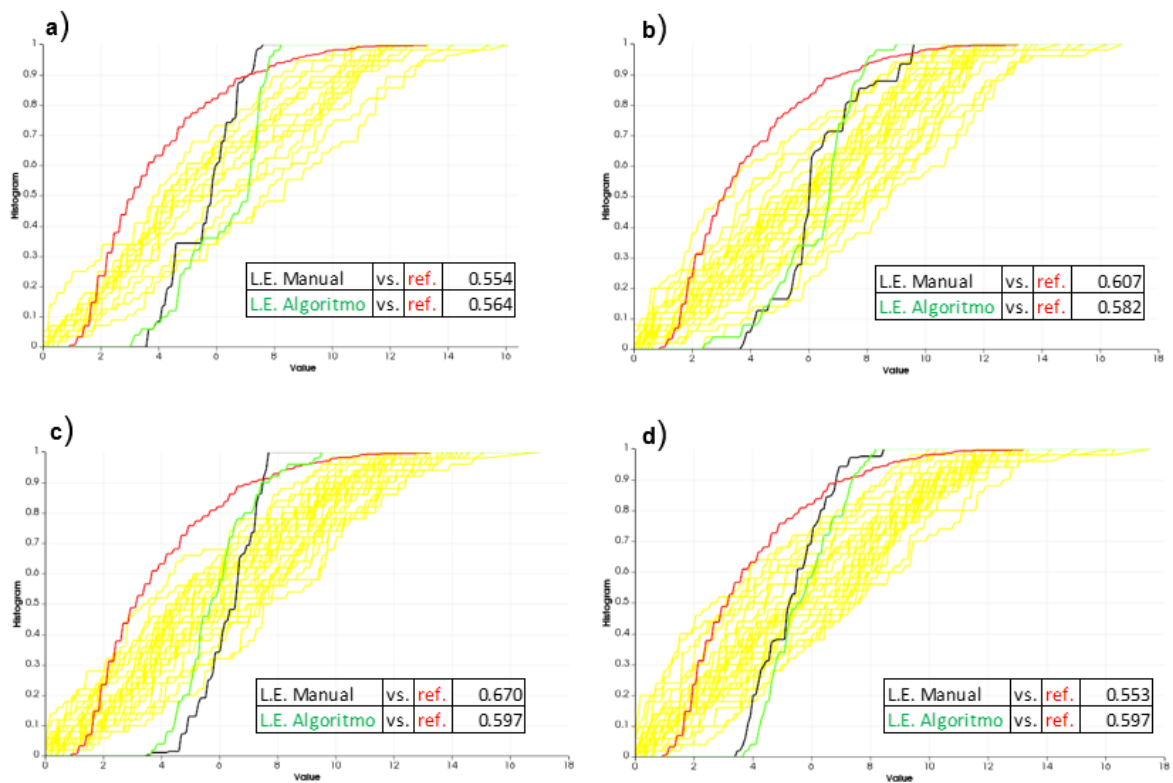
Figura 90 – Comparação dos histogramas acumulados da variável Fe_2O_3 , para a) primeiro período, b) segundo período, c) terceiro período, e d) quarto período



A comparação apresentada na Figura 90 indica que as distribuições dos modelos gerado pelo algoritmo tem maior similaridade com a distribuição de referência do que as distribuições dos modelos realizados manualmente em todos os períodos.

A Figura 91 apresenta as comparações dos histogramas acumulados da variável MgO : em vermelho, o modelo de referência (dados amostrais) igual para todos os períodos; em verde, os modelos desenhados pelo algoritmo multivariado; em preto, os modelos desenhados manualmente; em amarelo, a linha de escavação multivariada no modelo estocástico a) linha de escavação do primeiro período b) linha de escavação do segundo período c) linha de escavação do terceiro período d) linha de escavação do quarto período.

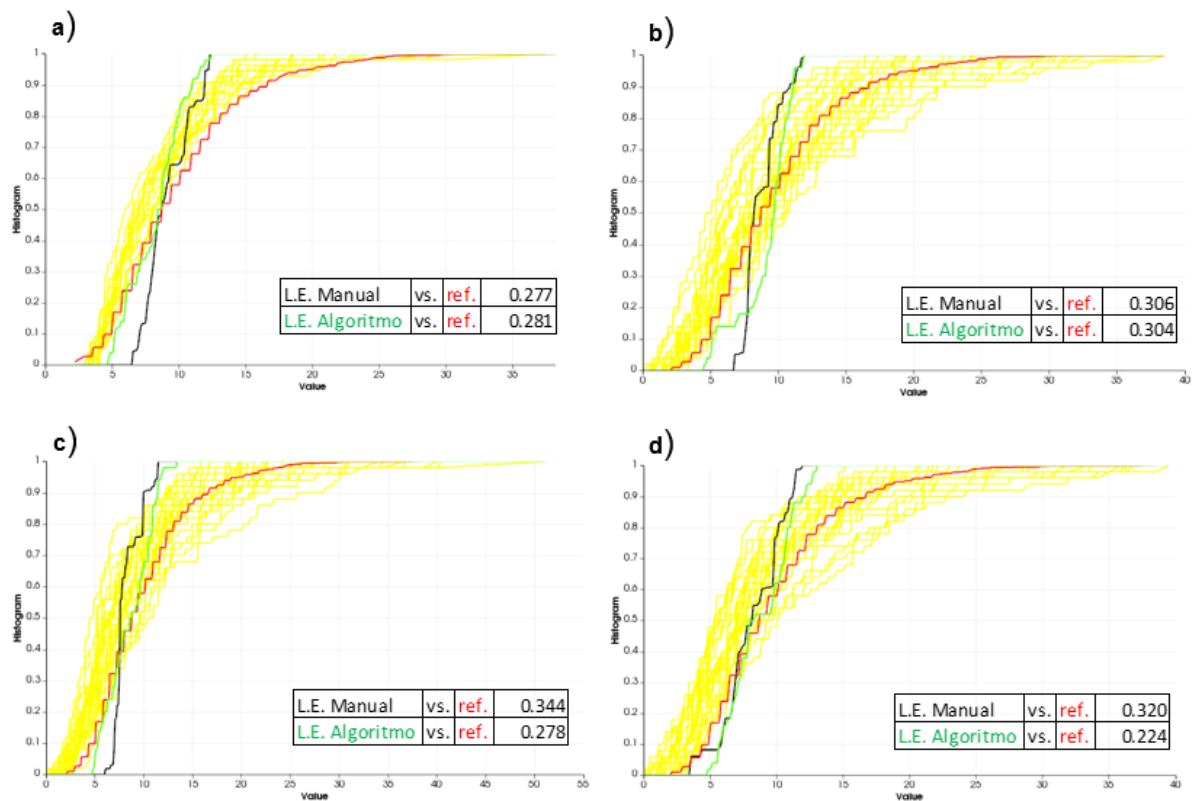
Figura 91 – Comparação dos histogramas acumulados da variável MgO , para a) primeiro período, b) segundo período, c) terceiro período, e d) quarto período.



A comparação na Figura 91 indica que a distribuição dos modelos gerados pelo algoritmo no primeiro, segundo e terceiro períodos é mais similar à distribuição de referência do que as distribuições dos modelos realizados manualmente. Já para o quarto período, a distribuição do modelo desenhado manualmente apresenta maior similaridade com a distribuição de referência do que a distribuição do modelo gerado pelo algoritmo.

A Figura 92 apresenta as comparações dos histogramas acumulados da variável TiO_2 : em vermelho, o modelo de referência (dados amostrais) igual para todos os períodos; em verde, modelos desenhados pelo algoritmo multivariado; em preto, os modelos desenhados manualmente; em amarelo, a linha de escavação multivariada no modelo estocástico a) linha de escavação do primeiro período b) linha de escavação do segundo período c) linha de escavação do terceiro período d) linha de escavação do quarto período.

Figura 92 – Comparação dos histogramas acumulados da variável TiO_2 , para a) primeiro período, b) segundo período, c) terceiro período, e d) quarto período.



A comparação da Figura 92 mostra que, no primeiro período, a distribuição do modelo realizado manualmente tem maior similaridade com a distribuição de referência do que a distribuição do modelo gerado pelo algoritmo. Já no segundo período, as distribuições dos modelos gerados pelo algoritmo e manualmente são similares quando comparadas com a distribuição de referência. No terceiro e quarto períodos, as distribuições dos modelos gerados pelo algoritmo apresentam maior similaridade com a distribuição de referência do que as distribuições dos modelos realizados manualmente.

Os resultados comparativos da distribuição dos modelos indicam a variável P_2O_5AP no primeiro período, com um modelo gerado pelo algoritmo melhor do que o indicador pelo desenho manual. No segundo e terceiro períodos, os indicadores de ambos modelos são similares e, no último período o indicador do modelo desenhado manualmente é melhor do que o modelo do algoritmo. Na variável Fe_2O_3 os modelos dos algoritmos

apresentam melhores indicadores que os modelos realizados manualmente em todos os períodos. Na variável MgO , no primeiro e quarto períodos os indicadores dos modelos gerados manualmente são ligeiramente melhores do que os indicadores dos modelos gerados pelo algoritmo; para o segundo e terceiro período, os indicadores dos modelos gerados pelo algoritmos são melhores. Na variável TiO_2 , no primeiro período, o indicador do modelo realizado manualmente é ligeiramente melhor do que o indicador do modelo gerado pelo algoritmo; no segundo, terceiro e quarto período, o modelo gerado pelo algoritmo indica melhor performance.

Para a análise geral, tanto as distribuições quanto as estatísticas, como média e desvio padrão, são considerados. Assim, observa-se que os modelos gerados pelo algoritmo apresentam menor flutuação do que os modelos realizados manualmente em todas as variáveis ao longo dos períodos. Em forma geral o algoritmo permite a análises simultânea de todas as variáveis químicas, buscando modelos que permitam satisfazer todas as variáveis considerando os parâmetros estabelecidos. Em uma análise mais conservadora sobre a qualidade dos resultados, tem-se que o algoritmo produz pelo menos resultados tão bons quanto os obtidos por um profissional de planejamento de lavra. A vantagem é o que o esforço laboral é muito inferior com uso do software e permite múltiplas análises alternativas reposicionando as escavadeiras nos pontos de origem.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os estudos realizados ao longo da tese comprovam que foi possível incorporar modelos estocásticos e multivariados no planejamento da sequência de blocos de minério a serem lavrados no curto prazo. Isso permitiu minimizar o risco geológico associado à incerteza dos teores e garantir a estacionarização simultânea da distribuição provável dos teores (média e desvio padrão) para múltiplas variáveis químicas entre os períodos de produção, visando incrementar a performance da planta de beneficiamento. Dessa forma, a meta estabelecida na seção 1.3 foi alcançada.

Os objetivos específicos abordados na seção 1.4 foram atendidos satisfatoriamente:

- Foram revisadas as pesquisas no planejamento de lavra no curto prazo de minas a céu aberto, considerando o sequenciamento de blocos. Há um número reduzido de pesquisas que abordem a redução da variabilidade de teores, a incorporação da incerteza geológica dos teores e outras consideram o NPV além da locação e frota de equipes de carga e transporte;
- Foi aplicado o método de simulação por bandas rotativas para acessar a incerteza geológica dos teores, primeiro para uma única variável química, onde se conseguiu selecionar os blocos com menor risco geológico, reduzindo assim o espaço de seleção das linhas de escavação;
- Segundo a metodologia foi aplicada em dados multivariados, obtendo linhas de escavação para cada variável nos mesmos períodos e com o mesmo ponto de início, assim cada bloco selecionado possui informação das quatro variáveis;
- Sendo assim, foi desenvolvido um segundo grupo de algoritmos que permite selecionar blocos do depósito com múltiplas variáveis químicas simultaneamente, considerando sua geolocalização e sua performance no beneficiamento;
- Comparou-se os modelos resultantes obtidos pelos algoritmos desenvolvidos e aqueles desenhados manualmente, sendo que os primeiros apresentaram melhores resultados.

5.1 Conclusões

Conclui-se, assim, que a metodologia proposta consegue gerar modelos de linhas de escavação na sequência de blocos de minério para o curto prazo, incorporando modelos estocásticos para múltiplas variáveis químicas, buscando a estacionarização simultânea da distribuição dos teores.

5.2 Recomendações e limitações

Os algoritmos desenvolvidos estão restritos a modelos *pit-shell*, limitando seu uso apenas para os blocos expostos. Para abranger também os blocos não expostos, é necessária uma atualização do modelo com os novos blocos disponíveis, permitindo, assim, um horizonte de tempo mais amplo (semestral ou anual).

Os modelos matemáticos podem gerar resultados que desconsideram alguns parâmetros de lavra. É possível que ocorra a seleção de blocos isolados, porém uma opção seria escolher blocos não selecionados seguintes na fila de escolha, contudo mais próximos dos parâmetros de lavra necessários. Vale lembrar que o processo gerou uma base de dados com todos os cenários equiprováveis de todas as variáveis disponível para a seleção de outros blocos.

5.3 Trabalhos futuros

A metodologia desenvolvida para o planejamento de lavra no curto prazo mostrou-se satisfatória, reduzindo o número de possíveis cenários de linhas de escavação para aqueles que são próximos do ótimo. No entanto, a incorporação de outros parâmetros e variáveis poderia ampliar seu uso em escala industrial. Algumas possíveis melhorias incluem:

- Ampliar os períodos temporais de lavra até alcançar o médio e longo prazo;
- Aprimorar a lógica de seleção de blocos para ampliar a possibilidade de escolher blocos não expostos;
- Incorporar funções objetivo que levem em consideração análises econômica e de propriedades geometalúrgicas;
- Introduzir uma segunda fase que considere a frota de caminhões e os pontos de descarga para analisar sua influência nos modelos;
- Modificar e testar os algoritmos para o planejamento de mineração subterrânea.

REFERÊNCIAS

- ALARIE, S.; GAMACHE, M. Overview of solution strategies used in truck dispatching systems for open pit mines. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, Taylor & Francis, v. 16, n. 1, p. 59–76, 2002. Citado na página 34.
- ALIPOUR, A. et al. Production scheduling of open-pit mines using genetic algorithm: A case study. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, Taylor & Francis, v. 15, n. 3, p. 176–183, 2020. Citado na página 41.
- BENNDORF, J. Moving towards real-time management of mineral reserves—a geostatistical and mine optimization closed-loop framework. In: *Mine planning and equipment selection*. [S.l.]: Springer, 2014. p. 989–999. Citado na página 36.
- BLOM, M.; PEARCE, A. R.; STUCKEY, P. J. Short-term planning for open pit mines: a review. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, Taylor & Francis, v. 33, n. 5, p. 318–339, 2019. Citado na página 34.
- BLOM, M. L.; PEARCE, A. R.; STUCKEY, P. J. A decomposition-based algorithm for the scheduling of open-pit networks over multiple time periods. *Management Science, INFORMS*, v. 62, n. 10, p. 3059–3084, 2016. Citado na página 35.
- BOTH, C.; DIMITRAKOPOULOS, R. Joint stochastic short-term production scheduling and fleet management optimization for mining complexes. *Optimization and Engineering*, Springer, v. 21, n. 4, p. 1717–1743, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 37.
- BOUCHER, A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Multivariate block-support simulation of the yandi iron ore deposit, western australia. *Mathematical Geosciences*, Springer, v. 44, n. 4, p. 449–468, 2012. Citado na página 38.
- CAERS, J.; JOURNEL, A. G. Stochastic reservoir simulation using neural networks trained on outcrop data. In: ONEPETRO. *SPE annual technical conference and exhibition*. [S.l.], 1998. Citado na página 27.
- CAPPONI, L. N. Planejamento estocástico de curto prazo incorporando a incerteza da estimativa no controle de teores. 2019. Citado 3 vezes nas páginas 20, 33 e 37.
- CHANDA, E.; DAGDELEN, K. Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining and Reclamation*, Taylor & Francis, v. 9, n. 4, p. 203–208, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.
- CHILES, J.; DELFINER, P. *Modelling spatial uncertainty*. [S.l.]: John Wiley & sons, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- DAVID, M. Tools for planning: Variances and conditional simulations. In: *Proceedings of the 11th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, University of Arizona*. [S.l.: s.n.], 1973. p. D10–D23. Citado na página 27.
- DAVID, M. *Developments in Geomathematics: Geostatistical Ore Reserve Estimation*. [S.l.]: Elsevier Scientific Publishing Company, 1977. Citado na página 19.

- DENBY, B.; SCHOFIELD, D. Open-pit design and scheduling by use of genetic algorithms. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry*, v. 103, 1994. Citado na página 41.
- DEUTSCH, C.; V, E. M.; NORRENA, K. Optimal grade control using geostatistics and economics: methodology and examples. *Transactions-Society for mining metallurgy and exploration incorporated*, v. 308, p. 43–52, 2000. Citado na página 20.
- DEUTSCH, C. V. *Annealing techniques applied to reservoir modeling and the integration of geological and engineering (well test) data*. [S.l.]: stanford university, 1992. Citado na página 27.
- DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments. *Journal of Mining Science*, Springer, v. 47, n. 2, p. 138–150, 2011. Citado na página 19.
- DIMITRAKOPOULOS, R.; FARRELLY, C.; GODOY, M. Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Mining Technology*, Taylor & Francis, v. 111, n. 1, p. 82–88, 2002. Citado na página 35.
- DIMITRAKOPOULOS, R.; JEWBALI, A. Joint stochastic optimisation of short and long term mine production planning: method and application in a large operating gold mine. *Mining Technology*, Taylor & Francis, v. 122, n. 2, p. 110–123, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 38.
- DIMITRAKOPOULOS, R.; LAMGHARI, A. Simultaneous stochastic optimization of mining complexes-mineral value chains: an overview of concepts, examples and comparisons. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, Taylor & Francis, p. 1–18, 2022. Citado na página 39.
- DOWD, P. Risk assessment in reserve estimation and open-pit planning. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy-Section A-Mining Industry*, London: The Institution, [1966]-c1999., v. 103, p. A148, 1994. Citado na página 35.
- DOWD, P. Risk in minerals projects: analysis, perception and management. *TRANSACTIONS OF THE INSTITUTIONS OF MINING AND METALLURGY SECTION A-MINING TECHNOLOGY*, TAYLOR & FRANCIS LTD 2-4 PARK SQUARE, MILTON PARK, ABINGDON OR14 4RN, OXON . . . , v. 106, p. A9–A18, 1997. Citado na página 35.
- DOWD, P.; SARAC, C. A neural network approach to geostatistical simulation. *Mathematical Geology*, Springer, v. 26, n. 4, p. 491–503, 1994. Citado na página 27.
- EIVAZY, H.; ASKARI-NASAB, H. A mixed integer linear programming model for short-term open pit mine production scheduling. *Mining Technology*, Taylor & Francis, v. 121, n. 2, p. 97–108, 2012. Citado na página 36.
- FYTAS, K.; HADJIGEORGIOU, J.; COLLINS, J. Production scheduling optimization in open pit mines. *International Journal of Surface Mining and Reclamation*, Taylor & Francis, v. 7, n. 1, p. 1–9, 1993. Citado na página 35.
- FYTAS, K.; PELLELY, C.; CALDER, P. Optimization of open pit short- and long-range production scheduling. *CIM Bulletin*, v. 80, n. 904, p. 55–61, 1987. Citado na página 34.

- GERSHON, M. Heuristic approaches for mine planning and production scheduling. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, Springer, v. 5, n. 1, p. 1–13, 1987. Citado na página 35.
- GLACKEN, I. Change of support by direct conditional block simulation. *Master's thesis, Stanford Univ.*, 1996. Citado na página 20.
- GODOY, M. *Minimização de perdas em operações de lavra seletiva incorporando a incerteza da estimativa no controle de teores*. [S.l.]: Porto Alegre: Faculdade de Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais . . . , 1998. Citado na página 20.
- GODOY, M. *The effective management of geological risk in long-term production scheduling of open pit mines*. [S.l.]: Tese (Pós-Doutorado), University of Queensland, 2002. Citado na página 27.
- GOOVAERTS, P. *Geostatistics for natural resources evaluation*. [S.l.]: Oxford University Press on Demand, 1997. Citado na página 28.
- GUARDIANO, F. B.; SRIVASTAVA, R. M. Multivariate geostatistics: beyond bivariate moments. In: *Geostatistics Troia '92*. [S.l.]: Springer, 1993. p. 133–144. Citado na página 27.
- HOLLAND, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. [S.l.]: MIT press, 1992. Citado na página 40.
- HUSTRULID, W. A.; KUCHTA, M.; MARTIN, R. K. *Open pit mine planning and design, two volume set & CD-ROM pack*. [S.l.]: CRC Press, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- ISAAKS, E. The application of monte carlo methods to the analysis of spatially correlated data. *Doctoral Dissertation, Stanford University*, 1990. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.
- JEWBALI, A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic mine planning—example and value from integrating long-and short-term mine planning through simulated grade control, sunrise dam, western australia. In: *Advances in Applied Strategic Mine Planning*. [S.l.]: Springer, 2018. p. 173–189. Citado na página 38.
- JOHNSON, T. B. *Optimum open pit mine production scheduling*. [S.l.], 1968. Citado na página 33.
- JOURNEL, A. G. Geostatistics for conditional simulation of ore bodies. *Economic Geology*, SecG, v. 69, n. 5, p. 673–687, 1974. Citado 4 vezes nas páginas 19, 27, 29 e 30.
- JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, C. J. *Mining geostatistics*. [S.l.]: Academic press, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 32.
- JOURNEL, A. G.; KYRIAKIDIS, P. C. *Evaluation of mineral reserves: a simulation approach*. [S.l.]: Oxford University Press, 2004. Citado na página 20.
- KIM, Y. Open pit limit analisys. *Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME*, p. 297–303, 1978. Citado na página 33.

KOLMOGOROV, A. N. Sulla determinazione empirica di una legge didistribuzione. *Giorn Dell'inst Ital Degli Att*, v. 4, p. 89–91, 1933. Citado na página 118.

KOPPE, V. C. Metodologia para comparar a eficiência de alternativas para disposição de amostras. 2009. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 32.

LIU, S. Q.; KOZAN, E. A hybrid shifting bottleneck procedure algorithm for the parallel-machine job-shop scheduling problem. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 63, n. 2, p. 168–182, 2012. Citado na página 36.

MATAMOROS, M. E. V.; DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic short-term mine production schedule accounting for fleet allocation, operational considerations and blending restrictions. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 255, n. 3, p. 911–921, 2016. Citado na página 38.

MATHERON, G. Principles of geostatistics. *Economic geology*, SecG, v. 58, n. 8, p. 1246–1266, 1963. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 27.

MATHERON, G. The intrinsic random functions and their applications. *Advances in applied probability*, Cambridge University Press, v. 5, n. 3, p. 439–468, 1973. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.

MATHERON, G. Forecasting block grade distributions: the transfer functions. In: *Advanced geostatistics in the mining industry*. [S.l.]: Springer, 1976. p. 237–251. Citado na página 27.

MITCHELL, M. *An introduction to genetic algorithms*. [S.l.]: MIT press, 1998. Citado na página 40.

MONTOYA, C. et al. Multivariate resource modelling for assessing uncertainty in mine design and mine planning. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, v. 112, n. 5, p. 353–363, 2012. Citado na página 38.

MORALES, C.; RUBIO, E. Development of a mathematical programming model to support the planning of short-term mining. In: *Proceedings of the 34th International Symposium on Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (APCOM)*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 399–413. Citado na página 36.

MOUSAVI, A.; KOZAN, E.; LIU, S. Q. Comparative analysis of three metaheuristics for short-term open pit block sequencing. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 22, n. 3, p. 301–329, 2016. Citado na página 36.

NELIS, G.; MORALES, N. A mathematical model for the scheduling and definition of mining cuts in short-term mine planning. *Optimization and Engineering*, Springer, p. 1–25, 2021. Citado na página 19.

NEUFELD, C.; NORRENA, K.; DEUTSCH, C. Guide to geostatistical grade control and dig limit determination. *Guidebook series*, v. 1, 2005. Citado na página 20.

NORRENA, K. P. *Decision making using geostatistical models of uncertainty*. [S.l.]: ProQuest, 2008. Citado na página 20.

- PANA, M.; CARLSON, T. Description of a computer technique used in mine planning of the Utah mine of Kennecott Copper Corp. *6 APCOM*, 1966. Citado na página 33.
- PATWARY, M. et al. Experiments on union-find algorithms for the disjoint-set data structure. In: SPRINGER. *International Symposium on Experimental Algorithms*. [S.l.], 2010. p. 411–423. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 42.
- PERONI, R. d. L. Análise da sensibilidade do seqüenciamento de lavra em função da incerteza do modelo geológico. 2002. Citado na página 20.
- QUIGLEY, M.; DIMITRAKOPOULOS, R. Incorporating geological and equipment performance uncertainty while optimising short-term mine production schedules. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, Taylor & Francis, v. 34, n. 5, p. 362–383, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 37.
- RAHMANPOUR, M.; OSANLOO, M. Resilient decision making in open pit short-term production planning in presence of geologic uncertainty. *International Journal of Engineering, Materials and Energy Research Center*, v. 29, n. 7, p. 1022–1028, 2016. Citado na página 37.
- RAMAZAN, S. Open pit mine scheduling based on fundamental tree algorithm. *2000-2009-Mines Theses & Dissertations*, Colorado School of Mines. Arthur Lakes Library, 2001. Citado na página 33.
- RAVENS-CROFT, P. Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry*, v. 101, 1992. Citado na página 35.
- RIBEIRO, D. et al. Pdfseq: mine scheduling simulation based on block probability distribution function: an iron ore application. In: *Proceedings of the 33rd APCOM—international symposium on the application of computers and operations research in the mineral industry, Santiago*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 369–374. Citado na página 20.
- RICHMOND, A.; BEASLEY, J. E. An iterative construction heuristic for the ore selection problem. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 10, n. 2, p. 153–167, 2004. Citado na página 20.
- ROSSI, M. E. Optimizing grade control: a detailed case study. In: *Proceedings of the 101st annual meeting of the Canadian Institute of Mining, Metallurgy, and Petroleum CIM, Calgary*. [S.l.: s.n.], 1999. p. 2–5. Citado na página 19.
- ROSSI, M. E.; DEUTSCH, C. V. *Mineral resource estimation*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 34.
- SANTIBANEZ-LEAL, F. A.; ORTIZ, J. M.; SILVA, J. F. Ore-waste discrimination with adaptive sampling strategy. *Natural Resources Research*, Springer, v. 29, n. 5, p. 3079–3102, 2020. Citado na página 19.
- SHEPPARD, C. *Genetic algorithms with Python*. [S.l.]: Smashwords Edition S. 1, 2017. Citado na página 40.

- SHISHVAN, M. S.; BENNDORF, J. Performance optimization of complex continuous mining system using stochastic simulation. *Proceedings of Engineering Optimization*, p. 273–278, 2014. Citado na página 37.
- SHISHVAN, M. S.; BENNDORF, J. The effect of geological uncertainty on achieving short-term targets: A quantitative approach using stochastic process simulation. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, v. 116, n. 3, p. 259–264, 2016. Citado na página 37.
- SMITH, M. L. Optimizing short-term production schedules in surface mining: Integrating mine modeling software with ampl/cplex. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, Taylor Francis, v. 12, n. 4, p. 149–155, 1998. Citado na página 35.
- SOUZA, L. E. d. Proposição geoestatística para quantificação do erro em estimativas de tonelagens e teores. 2007. Citado na página 30.
- SRIVASTAVA, R. M. An overview of stochastic methods for reservoir characterization. AAPG Special Volumes, 1994. Citado na página 20.
- STREBELLE, S. Conditional simulation of complex geological structures using multiple-point statistics. *Mathematical geology*, Springer, v. 34, n. 1, p. 1–21, 2002. Citado na página 27.
- TARJAN, R. E. Efficiency of a good but not linear set union algorithm. *Journal of the ACM (JACM)*, ACM New York, NY, USA, v. 22, n. 2, p. 215–225, 1975. Citado na página 42.
- TOLEDO, A. A. T. Desenho de polígonos e sequenciamento de blocos de minério para planejamento de curto prazo procurando estacionarização dos teores. 2018. Citado 3 vezes nas páginas 20, 31 e 37.
- TOLEDO, A. A. T. et al. Short-term mine scheduling targeting stationary grades. *REM-International Engineering Journal*, SciELO Brasil, v. 75, p. 73–82, 2021. Citado 4 vezes nas páginas 36, 42, 43 e 44.
- TOLEDO, A. T.; COSTA, J. F. C.; MARQUES, D. M. Desenho de polígonos e sequenciamento de blocos de minério para planejamento de curto prazo em função da distribuição dos teores para mineração a céu aberto. p. 411–420, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 20, 36 e 42.
- UPADHYAY, S. P.; ASKARI-NASAB, H. Dynamic shovel allocation approach to short-term production planning in open-pit mines. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, Taylor & Francis, v. 33, n. 1, p. 1–20, 2019. Citado na página 36.
- WHITLEY, D. A genetic algorithm tutorial. *Statistics and computing*, Springer, v. 4, n. 2, p. 65–85, 1994. Citado na página 41.
- WHITTLE, D.; BOZORGEBRAHIMI, A. Hybrid pits—linking conditional simulation and lerchs-grossman through set theory. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning*, v. 14, p. 1–4, 2004. Nenhuma citação no texto.

WHITTLE, J. A decade of open pit mine planning and optimization-the craft of turning algorithms into packages. Colorado Sch. of Mines, 1999. Citado na página 33.

WILKE, F.; REIMER, T. Optimizing the short term production schedule for an open pit iron ore mining operation. *15th Internat. Appl. Comput. Oper. Res. in Mineral Indust. (APCOM) Sympos. Proc.*, p. 425–433, 1977. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.