

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO**

LUCAS MARTINS BRAGA

**OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS
TESTANDO A FORMA FRACA DE EFICIÊNCIA DO MERCADO
BRASILEIRO**

Porto Alegre
2009

LUCAS MARTINS BRAGA

**OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS
TESTANDO A FORMA FRACA DE EFICIÊNCIA DO MERCADO BRA-
SILEIRO**

Trabalho de conclusão de curso de Especialização apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, com requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Mercados de Capitais.

Orientador: Prof. Dr. Valter Bianchi Filho

Porto Alegre
2009

Este trabalho é dedicado a todos os pequenos investidores que dia a dia buscam a melhor aplicação para as suas suas economias, em especial aos meus prezados clientes.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à XP Investimentos, na pessoa de seu presidente Guilherme Benchimol, pela confiança e comprometimento para com a minha participação neste curso.

Agradeço o apoio e direção de meu orientador, o Prof. Valter Bianchi Filho.

Agradeço meus colegas de trabalho Pedro Calvete e Antônio Cabeda pelo auxílio na montagem das planilhas e dos algoritmos e a toda equipe da XP Investimentos CCTVM.

E a minha esposa Márcia pela inspiração e compreensão.

RESUMO

Há muito tempo a academia produz muitos estudos que objetivam a busca de uma estratégia que represente alguma garantia de rentabilidade dos investimentos em renda variável. Este trabalho fará essa tentativa aplicando a técnica de otimização de carteiras proposta por Markowitz para montar carteiras de investimentos em ações de empresas listadas na Bolsa de Valores de São Paulo. Serão montadas três carteiras de investimentos que buscarão minimizar o risco de acordo com o retorno esperado. Ainda é feito um estudo das oscilações do Ibovespa para verificar qual é a carteira mais adequada para o momento.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Relação Risco-Retorno e curva da fronteira eficiente	12
Quadro 1 – Empresas selecionadas para a execução do algoritmo	15
Gráfico 1 – Rentabilidades acumuladas das carteiras	24
Gráfico 2 – Resultados do Período	24
Gráfico 3 – Distribuição das seqüências de altas e de baixas do Ibovespa	26
Gráfico 4 – Risco das carteiras	28

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Matriz de Covariâncias	16
Tabela 2 – Continuação da Matriz de Covariância	17
Tabela 3 – Continuação da Matriz de Covariância	18
Tabela 4 – Continuação da Matriz de Covariância	19
Tabela 5 – Continuação da Matriz de Covariância	20
Tabela 6 – Composição das carteiras para Janeiro de 2007	22
Tabela 7 – Resultados obtidos	23
Tabela 8 – Carteiras selecionadas mês a mês	27

SUMÁRIO

1 Introdução	8
2 Objetivos	9
3 Revisão Bibliográfica	10
3.1 <i>Hipótese de Mercado Eficiente</i>	10
3.2 <i>Otimização de Carteiras</i>	10
4 Desenvolvimento da pesquisa	14
4.1 <i>Coleta dos dados</i>	14
4.2 <i>Confecção da Matriz de Covariâncias</i>	15
4.3 <i>Execução do modelo de minimização do risco de acordo com o retorno esperado</i>	21
4.4 <i>Análise da distribuição do movimento da média do mercado</i>	25
5 Conclusão	28
Referências	30

1 INTRODUÇÃO

Desde o princípio da constituição de mercados organizados, os investidores buscam formas de obter bons retornos sobre seus investimentos. Durante algum tempo era comum ver os investidores obtendo retornos se aproveitando das ineficiências de alguns mercados ou ainda de restrições de liquidez. Nos dias de hoje, o avanço tecnológico tornou o acesso às informações mais fácil e barato. Hoje os mercados são cada vez mais globais, pois muitos investidores não investem apenas em seu país de origem. Tudo isso contribui para uma redução dos momentos de ineficiência e imperfeição da precificação dos ativos já que empresas, títulos e obrigações possuem uma cobertura cada vez maior por parte dos analistas.

Em mercados eficientes, a tarefa de buscar rendimentos acima da média do mercado se torna mais difícil. Para que o gestor possa auferir um maior retorno em sua carteira de investimento, deverá aceitar um nível maior de risco. É daí que parte a necessidade dos gestores em combinar ativos em uma carteira de forma a buscar um retorno acima da média do mercado com o menor risco possível. Harry Markowitz foi o pioneiro nesse estudo.

Este trabalho fará o teste de estratégias que buscam um determinado rendimento minimizando o risco da carteira através da técnica apresentada por Markowitz. Essas estratégias serão montadas utilizando os dados do mercado de ações brasileiros do período de 1999 até 2006 e depois terá seu desempenho medido ao longo de 2007 e 2008. Ainda será feito um teste para se verificar se mudanças de estratégia podem melhorar o desempenho de um gestor ao longo do tempo. E, finalmente, esses testes poderão verificar a hipótese de eficiência fraca do mercado de ações

2 OBJETIVOS

Este trabalho buscará atender aos seguintes objetivos:

- Definir uma carteira de ações utilizando o método de composição de carteira de Markowitz;
- Testar uma estratégia de alocação de carteiras de acordo com oscilações da média do mercado;
- Testar a hipótese de eficiência fraca do mercado de ações brasileiro.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 HIPÓTESE DE MERCADO EFICIENTE

Segundo Ross, Westerfeld e Jordan (2000, p.279), os mercados são eficientes “quando os preços correntes de mercado refletem integralmente as informações disponíveis”. A hipótese de mercado eficiente exige que os agentes tenham expectativas racionais; que, em média, a população está correta (mesmo se uma pessoa não é) e sempre que aparecem novas informações relevantes, os agentes atualizarão suas expectativas de forma adequada. Embora possam existir ineficiências, elas são pequenas e raras. Existem três formas comuns em que a hipótese de mercado eficiente é comumente encontrada - em forma de eficiência fraca, semi-forte e forte, cada uma têm diferentes implicações para o mercado de capitais.

A forma de eficiência fraca, “sugere que o preço corrente da ação reflete, pelo menos, seus próprios preços passados. Em outras palavras, estudar preços passados tentando identificar títulos incorretamente precificados é inútil, caso o mercado seja eficiente da forma fraca.” (ROSS; WESTERFELD; JORDAN, 2000, p. 283)

Na forma de eficiência semi-forte, todas as informações publicamente disponíveis estarão refletidas no preço da ação rapidamente, de modo que não se pode obter retornos superiores fazendo negócios em função da nova informação. A forma semi-forte de eficiência implica que nem a análise fundamentalista, nem a análise técnica serão capazes de produzir com retornos excedentes.

Na eficiência forte todas as informações, de todos os tipos, estarão refletidas no preço da ação. Mesmo as informações “insider” já estão refletidas no preço. Se existem leis que proíbem o uso de informação confidencial então não é possível que este mercado seja eficiente da maneira forte.

3.2 OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS

A Teoria de Portfólio foi introduzida por Harry Markowitz com o seu *paper* "Portfolio Selection", que foi publicado 1952 no *Journal of Finance*. Trinta e oito anos mais tarde, ele compartilhou um Prêmio Nobel com Merton Miller e William Sharpe.

Segundo Elton et al. (2004), o modelo de Markowitz assume que os investidores são avessos a risco, o que significa que dado dois ativos que oferecem o mesmo retorno esperado, os investidores preferem o ativo de menor risco. Assim, um investidor terá em risco aumentado apenas se compensada pelo aumento no rendimento esperado. Inversamente, um investidor que deseja obter rentabilidades superiores deve aceitar mais risco. O exato *trade-off* será diferente para cada investidor com base em suas características individuais de aversão pelo risco. A implicação é que um investidor racional não irá investir em uma carteira, se existe uma segunda com um risco-retorno mais favorável - ou seja, se para esse nível de risco que existe uma alternativa de carteira que tem melhor rendimento esperado.

Um dos conceitos da teoria de portfólio introduzida por Markowitz é a Fronteira Eficiente. Elton a define como o subconjunto de carteiras que serão preferidas por todos os investidores que tem aversão a risco e gostam de retornos mais altos. Esses subconjuntos irão gerar uma curva de relação retorno-variância produzida pela covariância (ou correlação) entre os ativos que compõe a carteira. Isso decorre do fato de que a combinação de ativos em uma carteira faz com que o desvio padrão dos seus retornos seja menor do que o valor obtido através da simples média ponderada dos desvios individuais de cada ativo.

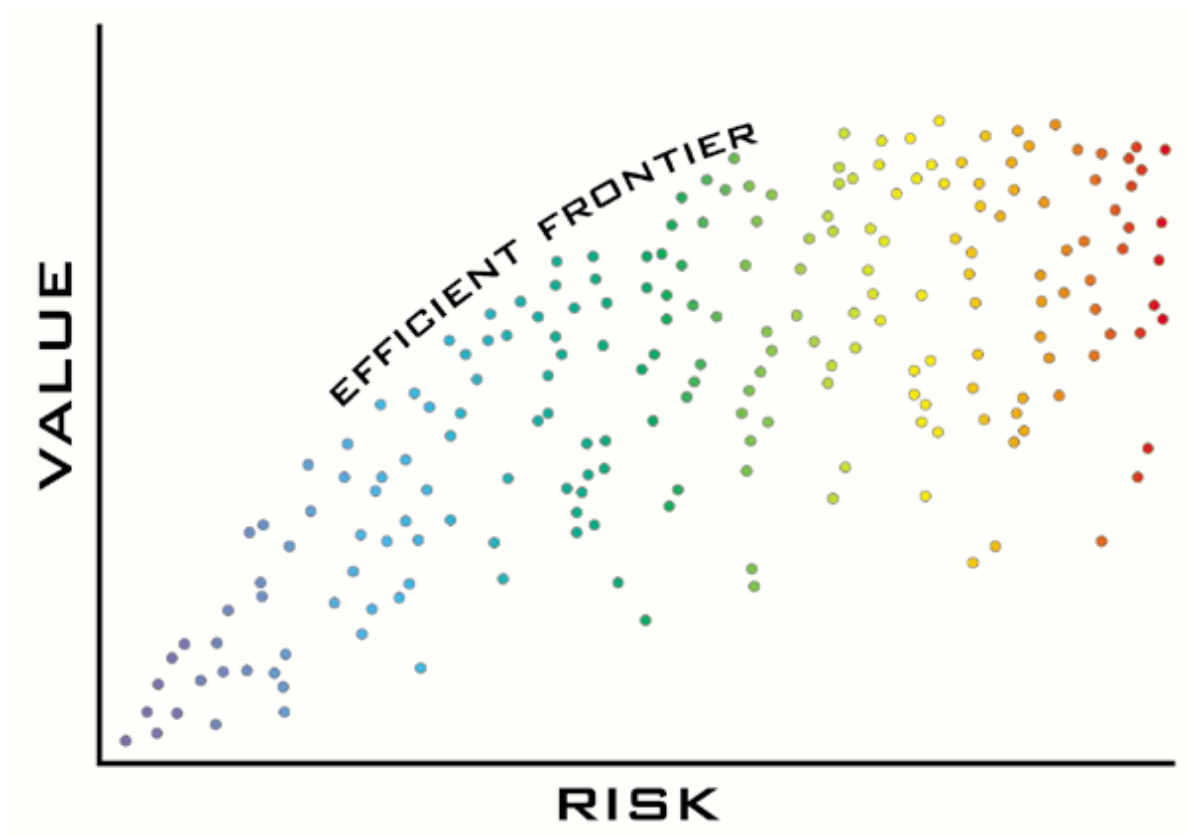


Figura 1 – Relação Risco-Retorno e curva da fronteira eficiente

O retorno esperado de uma carteira será a média ponderada dos retornos esperados nos títulos individuais por suas participações no portfólio:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N X_i \times \bar{R}_i$$

A variância dos retornos se dá por:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_i)^2}{N - 1}$$

O Desvio-Padrão: $\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$

Segundo Lamb, o desvio-padrão dos retornos de uma carteira de ativos não é uma combinação linear dos desvios-padrões dos ativos que a compõem. O risco de uma carteira resulta das contribuições dos riscos individuais de cada título e das covariâncias entre os riscos dos títulos e pode ser escrito do seguinte modo:

$$\sigma_P = \left[\sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \right]^{1/2}$$

4 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Para o alcance dos objetivos descritos no início deste trabalho ele foi desenvolvido da seguinte forma:

- Coleta dos dados e filtro de ativos;
- Confecção da matriz de covariâncias de cada mês;
- Execução do modelo de minimização do risco de acordo com o retorno esperado;
- Análise da distribuição do movimento da média do mercado;
- Teste da estratégia de realocação de carteira.

4.1 COLETA DOS DADOS

O cálculo da otimização de carteiras exige uma massa crítica de dados de cotações das ações estudadas. Isso serve para captar os diferentes movimentos do mercado e captar de forma mais apurada a volatilidade passada dos ativos, que servirá como uma medida de risco.

A definição da quantidade de cotações e sua base temporal devem ser ponderadas pela sua disponibilidade. O mercado de capitais brasileiro possui poucos ativos com liquidez e histórico consistentes. Para levantar um número de 40 ações listadas na Bovespa foi possível buscar as cotações até o ano de 1999 numa base mensal. A esta base foi acrescido a taxa do CDI. Aqui não foi feito nenhum filtro fundamentalista, apenas quantitativo.

As ações selecionadas se encontram no quadro abaixo:

PETR4	VALE5	ITAU4	BBDC4	CSNA3	GGBR4	USIM5	BBAS3
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

ITSA4	UBBR11	CMIG4	ARCZ6	ELET3	TNLP4	AMBV4	TCSL4
LAME4	GOAU4	NETC4	VIVO4	SDIA4	PCAR4	CPLE6	TBLE3
BRTO4	CRUZ3	BRTP3	SBSP3	DURA4	BRKM5	KLBN4	VCPA4
TLPP4	LIGT3	FFTL4	CLSC6	CNFB4	CGAS5	RAPT4	FJTA4

Quadro 1 – Empresas selecionadas para a execução do algoritmo

4.2 CONFECÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIAS

Os dados coletados sofreram uma divisão. Havia necessidade de se testar as estratégias com mercado e cotações reais. Então se usou as cotações de janeiro de 1999 a dezembro de 2006 para calcular a média dos retornos passados, que serão usados como os retornos esperados do modelo de Markowitz, e a primeira matriz de covariância no software Microsoft Excel 2003, conforme mostrado abaixo. Essa primeira matriz será usada para executar o modelo através da função SOLVER e obter a carteira ótima para o mês de janeiro de 2007. A cada novo mês que entrasse na base de dados seria criada uma nova matriz de covariância com os novos dados, repetindo esse processo até o mês de dezembro de 2008, ou seja, a estratégia será testada com os dados reais do mercado no período de janeiro de 2007 a dezembro de 2008 e teria assim medida a sua performance.

Tabela 1 – Matriz de Covariâncias

	Pesos	0,00%	0,00%	3,24%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Pesos		CDI	PETR4	VALE5	ITAU4	BBDC4	CSNA3	GGBR4	USIM5
0,0000%	CDI	0,0000	0,0001	(0,0000)	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001
0,0000%	PETR4	0,0001	0,0104	0,0026	0,0067	0,0066	0,0070	0,0061	0,0072
3,2356%	VALE5	(0,0000)	0,0026	0,0087	0,0022	0,0019	0,0051	0,0044	0,0053
0,0000%	ITAU4	0,0001	0,0067	0,0022	0,0095	0,0088	0,0061	0,0055	0,0063
0,0000%	BBDC4	0,0000	0,0066	0,0019	0,0088	0,0127	0,0052	0,0058	0,0070
0,0000%	CSNA3	0,0001	0,0070	0,0051	0,0061	0,0052	0,0180	0,0108	0,0157
0,0000%	GGBR4	0,0001	0,0061	0,0044	0,0055	0,0058	0,0108	0,0157	0,0137
0,0000%	USIM5	0,0001	0,0072	0,0053	0,0063	0,0070	0,0157	0,0137	0,0228
0,0000%	BBAS3	0,0000	0,0062	0,0021	0,0058	0,0074	0,0070	0,0081	0,0096
0,0000%	ITSA4	0,0000	0,0063	0,0026	0,0083	0,0092	0,0053	0,0062	0,0070
0,0000%	UBBR11	0,0001	0,0088	0,0028	0,0097	0,0101	0,0095	0,0091	0,0114
0,0000%	CMIG4	0,0001	0,0071	0,0021	0,0071	0,0071	0,0086	0,0076	0,0095
0,0000%	ARCZ6	0,0000	0,0012	0,0052	0,0013	0,0006	0,0044	0,0044	0,0033
0,0000%	ELET3	0,0001	0,0071	0,0028	0,0072	0,0068	0,0076	0,0085	0,0104
0,0000%	TNLP4	0,0001	0,0062	0,0022	0,0067	0,0062	0,0078	0,0073	0,0086
0,0000%	AMBV4	0,0000	0,0022	0,0015	0,0036	0,0043	0,0034	0,0030	0,0035
0,0000%	TCSL4	0,0000	0,0068	0,0040	0,0064	0,0069	0,0066	0,0066	0,0069
5,1318%	LAME4	0,0001	0,0076	0,0033	0,0064	0,0101	0,0054	0,0107	0,0113
30,1243%	GOAU4	0,0001	0,0047	0,0041	0,0042	0,0042	0,0095	0,0124	0,0122
0,0000%	NETC4	0,0001	0,0086	0,0053	0,0090	0,0135	0,0127	0,0141	0,0209
0,0000%	VIVO4	0,0000	0,0089	0,0024	0,0096	0,0095	0,0102	0,0102	0,0144
0,0000%	SDIA4	0,0001	0,0045	0,0044	0,0036	0,0041	0,0051	0,0075	0,0067
0,0000%	PCAR4	0,0001	0,0050	0,0038	0,0051	0,0052	0,0065	0,0065	0,0086
0,0000%	CPLE6	0,0001	0,0070	0,0012	0,0068	0,0065	0,0080	0,0067	0,0091
12,2725%	TBLE3	0,0001	0,0029	(0,0015)	0,0019	0,0015	0,0042	0,0031	0,0037
0,0000%	BRTO4	0,0000	0,0042	0,0022	0,0057	0,0062	0,0041	0,0075	0,0064
0,0000%	CRUZ3	(0,0000)	0,0029	0,0029	0,0020	0,0018	0,0035	0,0037	0,0040
0,0000%	BRTP3	0,0000	0,0050	0,0034	0,0055	0,0064	0,0067	0,0078	0,0079
0,0000%	SBSP3	0,0001	0,0072	0,0023	0,0056	0,0061	0,0083	0,0094	0,0120
0,0000%	DURA4	0,0000	0,0038	0,0019	0,0027	0,0044	0,0044	0,0060	0,0074
0,0000%	BRKM5	0,0001	0,0057	0,0019	0,0052	0,0051	0,0074	0,0095	0,0120
0,0000%	KLBN4	0,0001	0,0022	0,0021	0,0027	0,0035	0,0066	0,0075	0,0098
0,0000%	VCPA4	0,0001	0,0031	0,0051	0,0031	0,0016	0,0062	0,0063	0,0060
0,0000%	TLPP4	0,0000	0,0033	0,0017	0,0032	0,0028	0,0049	0,0059	0,0065
0,0000%	LIGT3	0,0001	0,0058	0,0009	0,0042	0,0055	0,0067	0,0084	0,0094
0,0000%	FFTL4	0,0001	0,0028	0,0028	0,0016	0,0014	0,0055	0,0051	0,0062
0,0000%	CLSC6	0,0001	0,0062	0,0025	0,0048	0,0048	0,0069	0,0074	0,0088
8,3440%	CNFB4	0,0001	0,0054	0,0020	0,0046	0,0053	0,0046	0,0056	0,0050
0,0000%	CGAS5	(0,0000)	0,0052	0,0016	0,0044	0,0038	0,0041	0,0033	0,0070
22,2936%	RAPT4	0,0000	0,0041	0,0027	0,0031	0,0035	0,0059	0,0050	0,0070
18,5993%	FJTA4	(0,0000)	0,0021	0,0016	0,0020	0,0013	0,0026	0,0037	0,0019
100,00%									
Matriz [Xi * COVj]		5,2E-05	4,0E-03	2,5E-03	3,4E-03	3,5E-03	6,0E-03	7,1E-03	7,2E-03
Matriz [Xi * COVj] * Xi		0,0053							

Tabela 2 – Continuação da Matriz de Covariância

0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,13%
BBAS3	ITSA4	UBBR11	CMIG4	ARCZ6	ELET3	TNLP4	AMBV4	TCSL4	LAME4
0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001
0,0062	0,0063	0,0088	0,0071	0,0012	0,0071	0,0062	0,0022	0,0068	0,0076
0,0021	0,0026	0,0028	0,0021	0,0052	0,0028	0,0022	0,0015	0,0040	0,0033
0,0058	0,0083	0,0097	0,0071	0,0013	0,0072	0,0067	0,0036	0,0064	0,0064
0,0074	0,0092	0,0101	0,0071	0,0006	0,0068	0,0062	0,0043	0,0069	0,0101
0,0070	0,0053	0,0095	0,0086	0,0044	0,0076	0,0078	0,0034	0,0066	0,0054
0,0081	0,0062	0,0091	0,0076	0,0044	0,0085	0,0073	0,0030	0,0066	0,0107
0,0096	0,0070	0,0114	0,0095	0,0033	0,0104	0,0086	0,0035	0,0069	0,0113
0,0139	0,0069	0,0082	0,0074	0,0006	0,0085	0,0061	0,0033	0,0049	0,0079
0,0069	0,0090	0,0095	0,0066	0,0020	0,0068	0,0064	0,0039	0,0068	0,0083
0,0082	0,0095	0,0165	0,0091	0,0028	0,0092	0,0089	0,0041	0,0093	0,0079
0,0074	0,0066	0,0091	0,0126	0,0011	0,0107	0,0075	0,0033	0,0063	0,0089
0,0006	0,0020	0,0028	0,0011	0,0103	0,0021	0,0017	0,0018	0,0033	0,0034
0,0085	0,0068	0,0092	0,0107	0,0021	0,0207	0,0064	0,0038	0,0059	0,0092
0,0061	0,0064	0,0089	0,0075	0,0017	0,0064	0,0118	0,0039	0,0084	0,0082
0,0033	0,0039	0,0041	0,0033	0,0018	0,0038	0,0039	0,0065	0,0014	0,0042
0,0049	0,0068	0,0093	0,0063	0,0033	0,0059	0,0084	0,0014	0,0207	0,0121
0,0079	0,0083	0,0079	0,0089	0,0034	0,0092	0,0082	0,0042	0,0121	0,0347
0,0063	0,0046	0,0073	0,0066	0,0036	0,0074	0,0057	0,0019	0,0054	0,0086
0,0137	0,0104	0,0136	0,0108	0,0030	0,0135	0,0122	0,0044	0,0137	0,0184
0,0103	0,0103	0,0143	0,0084	0,0028	0,0085	0,0121	0,0043	0,0157	0,0136
0,0044	0,0042	0,0061	0,0050	0,0035	0,0050	0,0044	0,0026	0,0049	0,0093
0,0049	0,0056	0,0083	0,0050	0,0031	0,0056	0,0060	0,0032	0,0061	0,0069
0,0080	0,0060	0,0092	0,0099	0,0000	0,0122	0,0074	0,0026	0,0073	0,0079
0,0021	0,0017	0,0032	0,0034	(0,0000)	0,0015	0,0044	0,0007	0,0048	0,0046
0,0063	0,0064	0,0071	0,0050	0,0021	0,0056	0,0080	0,0043	0,0090	0,0083
0,0033	0,0028	0,0031	0,0031	0,0026	0,0039	0,0028	0,0020	0,0038	0,0049
0,0060	0,0059	0,0073	0,0058	0,0026	0,0076	0,0066	0,0037	0,0069	0,0051
0,0074	0,0066	0,0087	0,0085	0,0023	0,0079	0,0068	0,0040	0,0050	0,0103
0,0055	0,0035	0,0043	0,0039	0,0011	0,0062	0,0034	0,0027	0,0036	0,0084
0,0063	0,0058	0,0077	0,0087	0,0025	0,0089	0,0067	0,0033	0,0050	0,0111
0,0045	0,0034	0,0050	0,0035	0,0026	0,0041	0,0049	0,0027	0,0021	0,0061
0,0027	0,0027	0,0053	0,0042	0,0074	0,0040	0,0045	0,0024	0,0025	0,0036
0,0037	0,0033	0,0049	0,0037	0,0003	0,0036	0,0044	0,0003	0,0066	0,0071
0,0059	0,0047	0,0078	0,0083	0,0025	0,0107	0,0076	0,0031	0,0065	0,0123
0,0030	0,0017	0,0034	0,0037	0,0034	0,0026	0,0030	0,0018	0,0022	0,0058
0,0056	0,0047	0,0072	0,0084	0,0019	0,0089	0,0051	0,0016	0,0065	0,0094
0,0056	0,0048	0,0053	0,0052	0,0020	0,0043	0,0046	0,0028	0,0030	0,0089
0,0052	0,0046	0,0062	0,0049	0,0002	0,0062	0,0053	0,0028	0,0054	0,0070
0,0034	0,0034	0,0054	0,0051	0,0019	0,0040	0,0044	0,0010	0,0053	0,0074
0,0019	0,0022	0,0015	0,0018	0,0011	0,0031	0,0012	0,0006	0,0024	0,0024
4,2E-03	3,7E-03	5,0E-03	4,9E-03	2,2E-03	4,8E-03	4,3E-03	1,5E-03	4,8E-03	7,9E-03

Tabela 3 – Continuação da Matriz de Covariância

30,12%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	12,27%	0,00%	0,00%	0,00%
GOAU4	NETC4	VIVO4	SDIA4	PCAR4	CPL6	TBLE3	BRTO4	CRUZ3	BRTP3
0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	(0,0000)	0,0000
0,0047	0,0086	0,0089	0,0045	0,0050	0,0070	0,0029	0,0042	0,0029	0,0050
0,0041	0,0053	0,0024	0,0044	0,0038	0,0012	(0,0015)	0,0022	0,0029	0,0034
0,0042	0,0090	0,0096	0,0036	0,0051	0,0068	0,0019	0,0057	0,0020	0,0055
0,0042	0,0135	0,0095	0,0041	0,0052	0,0065	0,0015	0,0062	0,0018	0,0064
0,0095	0,0127	0,0102	0,0051	0,0065	0,0080	0,0042	0,0041	0,0035	0,0067
0,0124	0,0141	0,0102	0,0075	0,0065	0,0067	0,0031	0,0075	0,0037	0,0078
0,0122	0,0209	0,0144	0,0067	0,0086	0,0091	0,0037	0,0064	0,0040	0,0079
0,0063	0,0137	0,0103	0,0044	0,0049	0,0080	0,0021	0,0063	0,0033	0,0060
0,0046	0,0104	0,0103	0,0042	0,0056	0,0060	0,0017	0,0064	0,0028	0,0059
0,0073	0,0136	0,0143	0,0061	0,0083	0,0092	0,0032	0,0071	0,0031	0,0073
0,0066	0,0108	0,0084	0,0050	0,0050	0,0099	0,0034	0,0050	0,0031	0,0058
0,0036	0,0030	0,0028	0,0035	0,0031	0,0000	(0,0000)	0,0021	0,0026	0,0026
0,0074	0,0135	0,0085	0,0050	0,0056	0,0122	0,0015	0,0056	0,0039	0,0076
0,0057	0,0122	0,0121	0,0044	0,0060	0,0074	0,0044	0,0080	0,0028	0,0066
0,0019	0,0044	0,0043	0,0026	0,0032	0,0026	0,0007	0,0043	0,0020	0,0037
0,0054	0,0137	0,0157	0,0049	0,0061	0,0073	0,0048	0,0090	0,0038	0,0069
0,0086	0,0184	0,0136	0,0093	0,0069	0,0079	0,0046	0,0083	0,0049	0,0051
0,0124	0,0140	0,0089	0,0061	0,0053	0,0062	0,0033	0,0060	0,0031	0,0060
0,0140	0,0691	0,0220	0,0087	0,0071	0,0123	0,0014	0,0127	0,0013	0,0105
0,0089	0,0220	0,0316	0,0065	0,0095	0,0101	0,0051	0,0113	0,0061	0,0074
0,0061	0,0087	0,0065	0,0101	0,0054	0,0038	0,0016	0,0055	0,0027	0,0050
0,0053	0,0071	0,0095	0,0054	0,0115	0,0047	0,0021	0,0049	0,0030	0,0040
0,0062	0,0123	0,0101	0,0038	0,0047	0,0142	0,0030	0,0052	0,0029	0,0047
0,0033	0,0014	0,0051	0,0016	0,0021	0,0030	0,0173	0,0034	0,0011	0,0008
0,0060	0,0127	0,0113	0,0055	0,0049	0,0052	0,0034	0,0131	0,0037	0,0098
0,0031	0,0013	0,0061	0,0027	0,0030	0,0029	0,0011	0,0037	0,0085	0,0054
0,0060	0,0105	0,0074	0,0050	0,0040	0,0047	0,0008	0,0098	0,0054	0,0163
0,0082	0,0135	0,0121	0,0066	0,0070	0,0081	0,0040	0,0066	0,0039	0,0060
0,0042	0,0068	0,0065	0,0048	0,0040	0,0034	0,0020	0,0053	0,0023	0,0048
0,0090	0,0147	0,0112	0,0070	0,0064	0,0075	0,0061	0,0065	0,0019	0,0047
0,0074	0,0143	0,0075	0,0037	0,0032	0,0025	0,0005	0,0058	0,0029	0,0057
0,0051	0,0067	0,0045	0,0049	0,0048	0,0026	0,0007	0,0036	0,0022	0,0028
0,0044	0,0061	0,0080	0,0032	0,0039	0,0040	0,0025	0,0043	0,0019	0,0031
0,0073	0,0150	0,0102	0,0052	0,0061	0,0088	0,0053	0,0081	0,0026	0,0082
0,0049	0,0033	0,0042	0,0042	0,0028	0,0017	0,0034	0,0036	0,0027	0,0036
0,0066	0,0082	0,0065	0,0051	0,0043	0,0076	0,0030	0,0042	0,0030	0,0055
0,0039	0,0056	0,0060	0,0042	0,0031	0,0042	0,0030	0,0053	0,0028	0,0037
0,0029	0,0082	0,0113	0,0041	0,0062	0,0058	0,0057	0,0044	0,0042	0,0028
0,0045	0,0061	0,0070	0,0037	0,0033	0,0036	0,0019	0,0026	0,0012	0,0024
0,0032	(0,0009)	0,0021	0,0002	0,0010	0,0026	0,0008	0,0024	0,0028	0,0014
6,6E-03	7,2E-03	6,5E-03	3,9E-03	3,5E-03	4,3E-03	4,1E-03	4,2E-03	2,4E-03	3,4E-03

Tabela 4 – Continuação da Matriz de Covariância

0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	8,34%
SBSP3	DURA4	BRKM5	KLBN4	VCPA4	TLPP4	LIGT3	FFTL4	CLSC6	CNFB4
0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
0,0072	0,0038	0,0057	0,0022	0,0031	0,0033	0,0058	0,0028	0,0062	0,0054
0,0023	0,0019	0,0019	0,0021	0,0051	0,0017	0,0009	0,0028	0,0025	0,0020
0,0056	0,0027	0,0052	0,0027	0,0031	0,0032	0,0042	0,0016	0,0048	0,0046
0,0061	0,0044	0,0051	0,0035	0,0016	0,0028	0,0055	0,0014	0,0048	0,0053
0,0083	0,0044	0,0074	0,0066	0,0062	0,0049	0,0067	0,0055	0,0069	0,0046
0,0094	0,0060	0,0095	0,0075	0,0063	0,0059	0,0084	0,0051	0,0074	0,0056
0,0120	0,0074	0,0120	0,0098	0,0060	0,0065	0,0094	0,0062	0,0088	0,0050
0,0074	0,0055	0,0063	0,0045	0,0027	0,0037	0,0059	0,0030	0,0056	0,0056
0,0066	0,0035	0,0058	0,0034	0,0027	0,0033	0,0047	0,0017	0,0047	0,0048
0,0087	0,0043	0,0077	0,0050	0,0053	0,0049	0,0078	0,0034	0,0072	0,0053
0,0085	0,0039	0,0087	0,0035	0,0042	0,0037	0,0083	0,0037	0,0084	0,0052
0,0023	0,0011	0,0025	0,0026	0,0074	0,0003	0,0025	0,0034	0,0019	0,0020
0,0079	0,0062	0,0089	0,0041	0,0040	0,0036	0,0107	0,0026	0,0089	0,0043
0,0068	0,0034	0,0067	0,0049	0,0045	0,0044	0,0076	0,0030	0,0051	0,0046
0,0040	0,0027	0,0033	0,0027	0,0024	0,0003	0,0031	0,0018	0,0016	0,0028
0,0050	0,0036	0,0050	0,0021	0,0025	0,0066	0,0065	0,0022	0,0065	0,0030
0,0103	0,0084	0,0111	0,0061	0,0036	0,0071	0,0123	0,0058	0,0094	0,0089
0,0082	0,0042	0,0090	0,0074	0,0051	0,0044	0,0073	0,0049	0,0066	0,0039
0,0135	0,0068	0,0147	0,0143	0,0067	0,0061	0,0150	0,0033	0,0082	0,0056
0,0121	0,0065	0,0112	0,0075	0,0045	0,0080	0,0102	0,0042	0,0065	0,0060
0,0066	0,0048	0,0070	0,0037	0,0049	0,0032	0,0052	0,0042	0,0051	0,0042
0,0070	0,0040	0,0064	0,0032	0,0048	0,0039	0,0061	0,0028	0,0043	0,0031
0,0081	0,0034	0,0075	0,0025	0,0026	0,0040	0,0088	0,0017	0,0076	0,0042
0,0040	0,0020	0,0061	0,0005	0,0007	0,0025	0,0053	0,0034	0,0030	0,0030
0,0066	0,0053	0,0065	0,0058	0,0036	0,0043	0,0081	0,0036	0,0042	0,0053
0,0039	0,0023	0,0019	0,0029	0,0022	0,0019	0,0026	0,0027	0,0030	0,0028
0,0060	0,0048	0,0047	0,0057	0,0028	0,0031	0,0082	0,0036	0,0055	0,0037
0,0165	0,0063	0,0101	0,0053	0,0043	0,0042	0,0092	0,0048	0,0083	0,0062
0,0063	0,0101	0,0052	0,0038	0,0014	0,0034	0,0059	0,0031	0,0046	0,0048
0,0101	0,0052	0,0213	0,0063	0,0044	0,0036	0,0122	0,0048	0,0068	0,0054
0,0053	0,0038	0,0063	0,0131	0,0040	0,0017	0,0050	0,0040	0,0032	0,0029
0,0043	0,0014	0,0044	0,0040	0,0117	0,0008	0,0030	0,0040	0,0030	0,0033
0,0042	0,0034	0,0036	0,0017	0,0008	0,0102	0,0050	0,0021	0,0031	0,0040
0,0092	0,0059	0,0122	0,0050	0,0030	0,0050	0,0263	0,0051	0,0093	0,0069
0,0048	0,0031	0,0048	0,0040	0,0040	0,0021	0,0051	0,0074	0,0040	0,0039
0,0083	0,0046	0,0068	0,0032	0,0030	0,0031	0,0093	0,0040	0,0120	0,0034
0,0062	0,0048	0,0054	0,0029	0,0033	0,0040	0,0069	0,0039	0,0034	0,0135
0,0078	0,0043	0,0074	0,0016	0,0004	0,0037	0,0097	0,0034	0,0059	0,0038
0,0038	0,0048	0,0056	0,0023	0,0026	0,0027	0,0051	0,0038	0,0045	0,0041
0,0023	0,0010	0,0002	0,0009	0,0018	0,0022	0,0008	0,0018	0,0029	0,0032
5,4E-03	3,7E-03	5,8E-03	3,6E-03	3,1E-03	3,4E-03	5,4E-03	3,8E-03	4,8E-03	4,7E-03

Tabela 5 – Continuação da Matriz de Covariância

0,00%	22,29%	18,60%
CGAS5	RAPT4	FJTA4
(0,0000)	0,0000	(0,0000)
0,0052	0,0041	0,0021
0,0016	0,0027	0,0016
0,0044	0,0031	0,0020
0,0038	0,0035	0,0013
0,0041	0,0059	0,0026
0,0033	0,0050	0,0037
0,0070	0,0070	0,0019
0,0052	0,0034	0,0019
0,0046	0,0034	0,0022
0,0062	0,0054	0,0015
0,0049	0,0051	0,0018
0,0002	0,0019	0,0011
0,0062	0,0040	0,0031
0,0053	0,0044	0,0012
0,0028	0,0010	0,0006
0,0054	0,0053	0,0024
0,0070	0,0074	0,0024
0,0029	0,0045	0,0032
0,0082	0,0061	(0,0009)
0,0113	0,0070	0,0021
0,0041	0,0037	0,0002
0,0062	0,0033	0,0010
0,0058	0,0036	0,0026
0,0057	0,0019	0,0008
0,0044	0,0026	0,0024
0,0042	0,0012	0,0028
0,0028	0,0024	0,0014
0,0078	0,0038	0,0023
0,0043	0,0048	0,0010
0,0074	0,0056	0,0002
0,0016	0,0023	0,0009
0,0004	0,0026	0,0018
0,0037	0,0027	0,0022
0,0097	0,0051	0,0008
0,0034	0,0038	0,0018
0,0059	0,0045	0,0029
0,0038	0,0041	0,0032
0,0164	0,0045	0,0004
0,0045	0,0130	0,0011
0,0004	0,0011	0,0118
3,4E-03	5,5E-03	3,9E-03

4.3 EXECUÇÃO DO MODELO DE MINIMIZAÇÃO DO RISCO DE ACORDO COM O RETORNO ESPERADO

Depois de criadas as planilhas com as matrizes de covariância para cada mês começou o processo de construção das carteiras. Para cada mês são selecionadas três carteiras diferentes. A primeira carteira buscava um retorno esperado de 2% ao mês. A segunda carteira buscava um retorno esperado de 3% ao mês e a terceira 4% ao mês. Todas as carteiras obtidas buscavam minimizar o risco em função das covariâncias passadas e do retorno esperado. Não se permitiu vendas a descoberto. As carteiras criadas agora podiam ter o seu desempenho medido de acordo com o resultado real dos ativos naquele mês.

Abaixo pode-se ver as primeiras carteiras obtidas para Janeiro de 2007:

Tabela 6 – Composição das carteiras para Janeiro de 2007

Retorno Esperado	2,00%	3,000%	4,000%
Risco	2,40%	4,69%	7,31%
Ativos	Pesos		
CDI	59,38%	20,10%	0,00%
PETR4	0,00%	0,00%	0,00%
VALE5	5,65%	10,82%	3,24%
ITAU4	0,00%	0,00%	0,00%
BBDC4	0,00%	0,00%	0,00%
CSNA3	0,00%	0,00%	0,00%
GGBR4	0,00%	0,00%	0,00%
USIM5	0,00%	0,00%	0,00%
BBAS3	0,00%	0,00%	0,00%
ITSA4	0,39%	0,84%	0,00%
UBBR11	0,00%	0,00%	0,00%
CMIG4	0,00%	0,00%	0,00%
ARCZ6	0,00%	0,00%	0,00%
ELET3	0,00%	0,00%	0,00%
TNLP4	0,00%	0,00%	0,00%
AMBV4	6,30%	11,98%	0,00%
TCSL4	0,00%	0,00%	0,00%
LAME4	0,15%	0,27%	5,13%
GOAU4	4,98%	10,42%	30,12%
NETC4	0,00%	0,00%	0,00%
VIVO4	0,00%	0,00%	0,00%
SDIA4	0,00%	0,00%	0,00%
PCAR4	0,00%	0,00%	0,00%
CPLE6	0,00%	0,00%	0,00%
TBLE3	5,66%	11,21%	12,27%
BRTO4	0,00%	0,00%	0,00%
CRUZ3	0,00%	0,00%	0,00%
BRTP3	0,00%	0,00%	0,00%
SBSP3	0,00%	0,00%	0,00%
DURA4	0,00%	0,00%	0,00%
BRKM5	0,00%	0,00%	0,00%
KLBN4	0,88%	1,83%	0,00%
VCPA4	0,00%	0,00%	0,00%
TLPP4	0,00%	0,00%	0,00%
LIGT3	0,00%	0,00%	0,00%
FFTL4	0,00%	0,00%	0,00%
CLSC6	0,00%	0,00%	0,00%
CNFB4	1,91%	4,12%	8,34%
CGAS5	0,00%	0,00%	0,00%
RAPT4	7,12%	13,91%	22,29%
FJTA4	7,58%	14,50%	18,60%
Retorno obtido	5,04%	8,74%	10,35%

A partir de então, a cada mês se montavam novas carteiras, já que os dados obtidos nesse novo mês alteravam o retorno esperado e as volatilidades. As carteiras obtidas tiveram o resultado abaixo. Junto está mostrado o desempenho do Ibovespa e do CDI. Nesses resultados não estão contabilizados os custos de transação, custódia e tributação.

Tabela 7 – Resultados obtidos

	2%	3%	4%	Ibov	CDI
jan/07	5,04%	8,74%	10,35%	0,38%	1,08%
fev/07	2,90%	5,01%	8,72%	-1,68%	0,87%
mar/07	4,25%	7,01%	8,51%	4,36%	1,05%
abr/07	2,85%	4,93%	6,69%	6,88%	0,94%
mai/07	4,21%	7,13%	9,07%	6,77%	1,02%
jun/07	2,40%	3,99%	6,32%	4,06%	0,90%
jul/07	1,13%	1,19%	0,94%	-0,39%	0,97%
ago/07	1,20%	1,31%	0,88%	0,84%	0,99%
set/07	4,75%	8,39%	10,95%	10,67%	0,80%
out/07	3,67%	5,96%	8,53%	8,02%	0,92%
nov/07	-2,98%	-6,36%	-9,43%	-3,54%	0,84%
dez/07	-0,69%	-1,97%	-3,02%	1,40%	0,84%
jan/08	-5,39%	-10,76%	-16,62%	-6,88%	0,92%
fev/08	4,41%	7,75%	10,39%	6,72%	0,80%
mar/08	-2,35%	-5,00%	-8,10%	-3,97%	0,84%
abr/08	5,72%	9,94%	15,92%	11,32%	0,90%
mai/08	5,32%	9,59%	16,94%	6,96%	0,87%
jun/08	-3,03%	-6,49%	-8,66%	-10,44%	0,95%
jul/08	-4,33%	-9,38%	-12,48%	-8,48%	1,06%
ago/08	-2,35%	-5,85%	-9,28%	-6,43%	1,01%
set/08	-8,74%	-18,40%	-29,44%	-11,03%	1,10%
out/08	-11,63%	-25,92%	-41,56%	-24,80%	1,17%
nov/08	2,08%	2,53%	5,31%	-1,77%	1,00%
dez/08	-0,56%	-1,76%	-1,28%	2,61%	1,11%
Total	5,46%	-17,47%	-38,16%	-15,57%	25,66%

O gráfico abaixo mostra o desempenho das carteiras em base 1 para comparação.

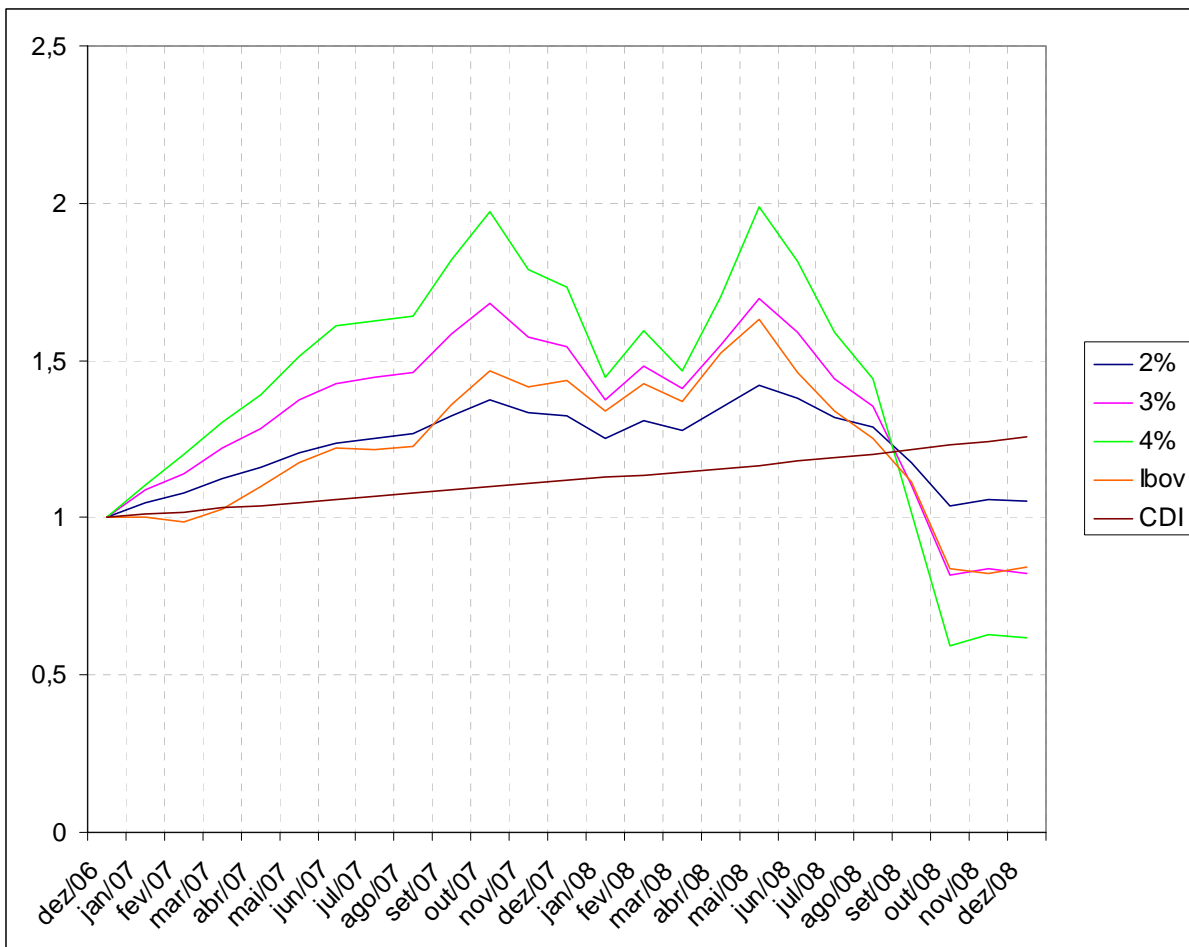


Gráfico 1 – Rentabilidades acumuladas das carteiras

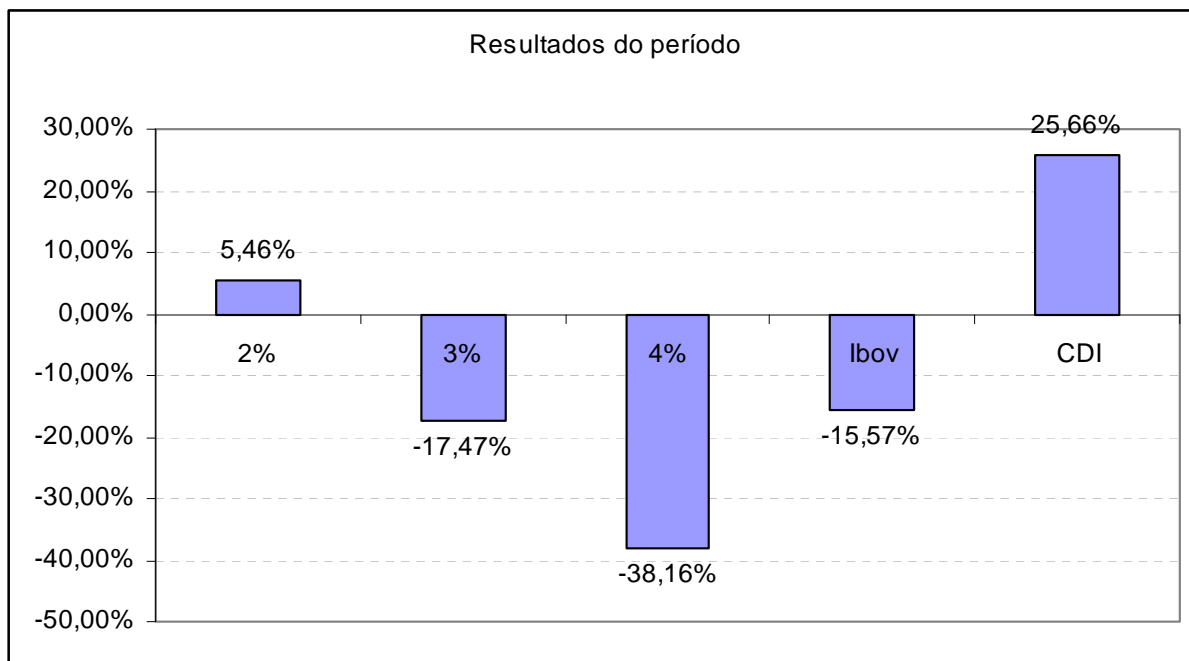


Gráfico 2 – Resultados do Período

4.4 ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DO MOVIMENTO DA MÉDIA DO MERCADO

O próximo teste a ser feito é se ocasionais mudanças de estratégia podem agregar resultado. Para isso foi analisado como se comporta o desempenho da média do mercado, aqui utilizado o índice Ibovespa. No período de Janeiro de 1996 a dezembro de 2008 verificou-se que:

- Em 1 oportunidade o Ibovespa caiu 6 meses seguidos;
- Em 2 oportunidades o Ibovespa caiu 5 meses seguidos;
- Em 2 oportunidades o Ibovespa caiu 3 meses seguidos;
- Em 7 oportunidades o Ibovespa caiu 2 meses seguidos;
- Em 24 oportunidades o Ibovespa caiu 1 meses seguidos;
- Em 14 oportunidades o Ibovespa subiu 1 meses seguidos;
- Em 8 oportunidades o Ibovespa subiu 2 meses seguidos;
- Em 6 oportunidades o Ibovespa subiu 3 meses seguidos;
- Em 4 oportunidades o Ibovespa subiu 4 meses seguidos;
- Em 2 oportunidades o Ibovespa subiu 5 meses seguidos;
- Em 1 oportunidade o Ibovespa subiu 6 meses seguidos;
- Em 1 oportunidade o Ibovespa subiu 16 meses seguidos.

Essa distribuição pode ser melhor vista no gráfico abaixo:

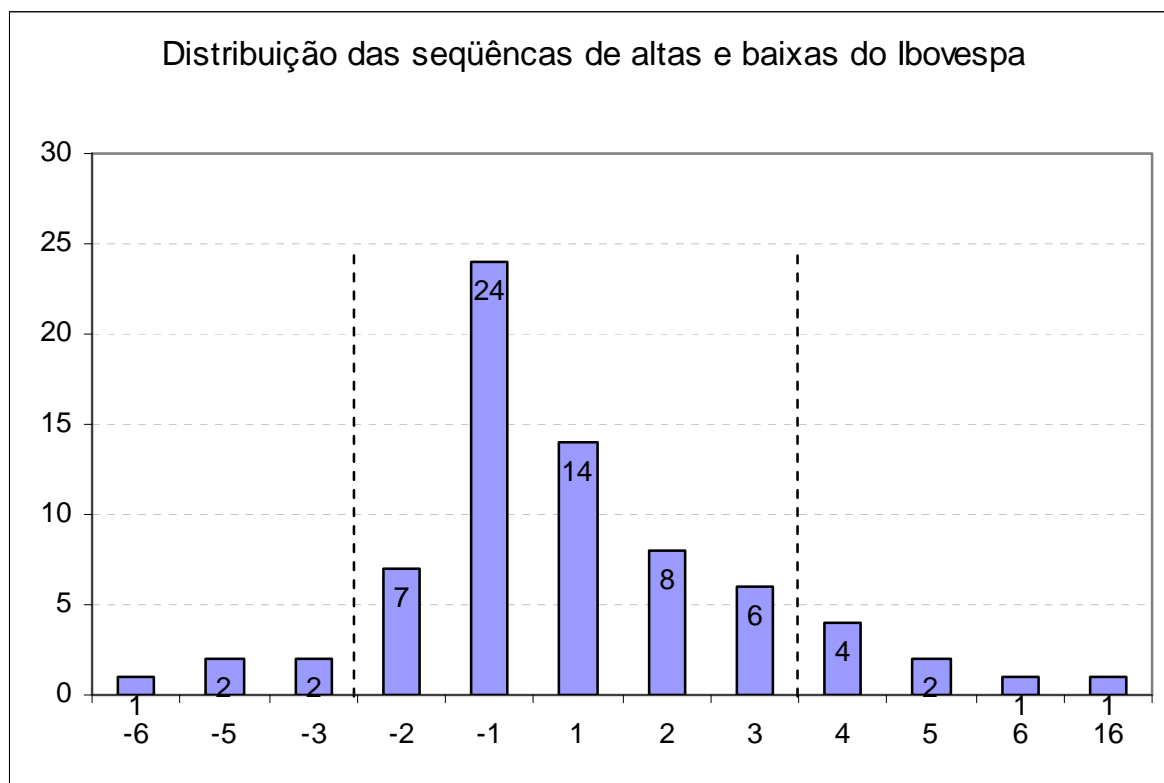


Gráfico 3 – Distribuição das seqüências de altas e de baixas do Ibovespa

82% da distribuição analisada ficaram entre dois meses seguidos de queda e três meses seguidos de alta. Baseado nesta constatação faremos o teste de uma estratégia que usa como base a carteira com retorno esperado de 3% ao mês. Quando Ibovespa apresentar dois meses de queda, no terceiro mês será adotada a carteira que tem 4% de retorno esperado. Quando o Ibovespa apresentar três meses de alta, no quarto mês será adotada a carteira com retorno esperado de 2%. Essa estratégia apresentou a seguinte evolução:

Tabela 8 – Carteiras selecionadas mês a mês

Período	Retorno esperado da carteira adotada	Resultado obtido
jan/07	3%	8,74%
fev/07	3%	5,01%
mar/07	3%	7,01%
abr/07	3%	4,93%
mai/07	3%	7,13%
jun/07	2%	2,40%
jul/07	2%	1,13%
ago/07	3%	1,31%
set/07	3%	8,39%
out/07	3%	5,96%
nov/07	2%	-2,98%
dez/07	3%	-1,97%
jan/08	3%	-10,76%
fev/08	3%	7,75%
mar/08	3%	-5,00%
abr/08	3%	9,94%
mai/08	3%	9,59%
jun/08	3%	-6,49%
jul/08	3%	-9,38%
ago/08	4%	-9,28%
set/08	4%	-29,44%
out/08	4%	-41,56%
nov/08	4%	5,31%
dez/08	4%	-1,28%
Total do período		-42,92%

5 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos durante a execução deste trabalho permitem algumas considerações. Ficou evidenciado que o sistema de otimização de carteira de Markowitz modelado utilizando a média dos retornos passados não auferia garantia de resultados futuros. Todas as carteiras obtidas ficaram distantes do objetivo esperado, mesmo com um risco menor, conforme mostrado no gráfico abaixo.

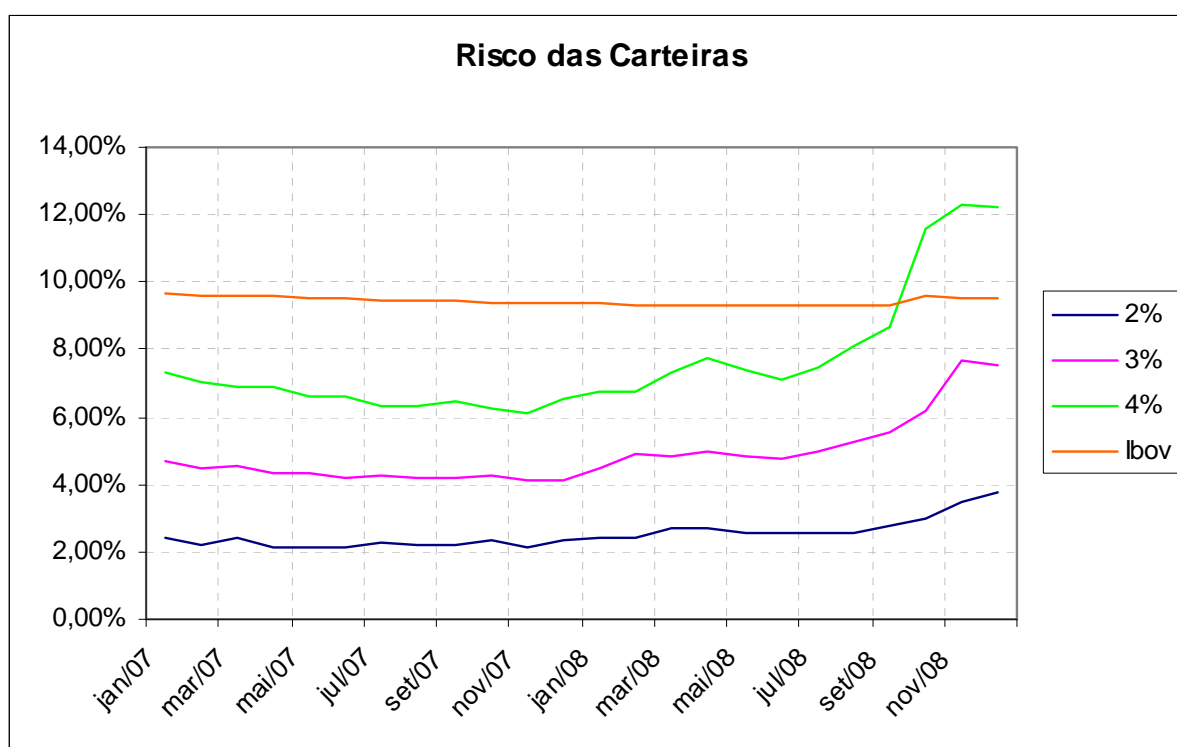


Gráfico 4 – Risco das carteiras

Quando há uma quebra de padrão do mercado e da sua volatilidade o sistema jamais ira responder a essa mudança de maneira rápida e eficiente. Verificou-se que enquanto o mercado se mantinha em tendência primária de alta (de janeiro de 2006 até maio de 2008) o sistema apresentava boas rentabilidades com risco menor que a média do mercado. A crise do sistema financeiro americano iniciada em agosto de 2007 que derrubou a bolsa brasileira em 2008 forçava o sistema a buscar mais risco para poder continuar buscando o mesmo retorno esperado.

Outra evidência verificada neste trabalho é quanto a trocas de estratégias. O método criado para buscar uma maior rentabilidade com as mudanças de carteira de acordo com as oscilações do mercado foi o que obteve pior de todas as estratégias testadas no período. Depois de o mercado cair nos meses de junho e julho de 2008 foi adotada a carteira que buscava 4% de retorno. Esta carteira, considerada a mais arrojada, foi a que obteve o pior desempenho nos meses seguintes quando a bolsa seguiu caindo por mais quatro meses.

Por último, os resultados sugerem a validade da hipótese de que o mercado é eficiente na forma fraca. Constatou-se que dados passados aqui utilizados para projetar retornos futuros e para medir o risco dos ativos não garantem alta performance futura.

REFERÊNCIAS

ELTON, Edwin J. et al. **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. São Paulo: Atlas, 2004.

LAMB, Roberto. **Apostila do curso de análise de risco**. Porto Alegre: Apimec-RS, 2007.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **Journal of Finance**, New York, v. 7, n. 1, p. 77-91 Mar. 1952.

McVEAN, Jason. **Monte Carlo**: an alternate approach to efficient frontier. Disponível em: <http://www.slb.com/content/services/software/valuerisk/expert_paper_monte_carlo.asp>. Acesso em: 28 mar. 2009.

ROSS, Stephen; WESTERFIELD, Randolph W.; JORDAN, Bradford D. **Princípios de administração financeira**. São Paulo: Atlas, 2000.

WINKIPEDIA. **Modern portfolio theory**. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Modern_portfolio_theory>. Acesso em: 28 mar. 2009.