

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

AVALIAÇÃO DINÂMICA DE VEÍCULOS FERROVIÁRIOS ATRAVÉS DE UM  
SISTEMA MULTICORPOS

por

Carlos Eduardo Henke Viganico

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Setembro de 2010

# AVALIAÇÃO DINÂMICA DE VEÍCULOS FERROVIÁRIOS ATRAVÉS DE UM SISTEMA MULTICORPOS

por

Carlos Eduardo Henke Viganico  
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Comissão de Avaliação

Prof. Dr. Ignácio Iturrioz,.....PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Rafael Antônio Comparsi Laranja,.....PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Jeferson Gonçalves,.....DEMC / UCS

Prof. Dr. Horácio Antônio Vielmo  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 14 de Setembro de 2010

*Dedico este trabalho a minha família  
e em especial a minha esposa Carolina.*

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais Enio e Neiva pela educação, amor e carinho.

Aos meus irmãos Nilton e Cristina pelo apoio e auxílio desde o ingresso na graduação da UFRGS.

A minha esposa Carolina pela compreensão e ajuda.

Ao meu professor orientador Walter Casas pela assistência, incentivo e dedicação prestados durante o desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

Ao PROMEC e a UFRGS pela excelente qualidade do ensino público e gratuito.

A RANDON e meus colegas pelo apoio e oportunidade de adquirir conhecimentos práticos de engenharia ferroviária.

## RESUMO

### AVALIAÇÃO DINÂMICA DE VEÍCULOS FERROVIÁRIOS ATRAVÉS DE UM SISTEMA MULTICORPOS

Os acidentes com veículos ferroviários podem ter origem em muitos fatores, mas os principais são relacionados com a dinâmica do veículo e carga, via permanente em péssimas condições e operações inseguras nos trens. Os acidentes causam mortes, danos materiais e ao meio ambiente e prejuízos para as operadoras e seus clientes.

Para avaliar a dinâmica dos veículos ferroviários, um sistema multicorpos foi desenvolvido (programa computacional) para representar matematicamente um típico veículo ferroviário com seus principais graus de liberdade. As equações de movimento foram desenvolvidas utilizando a equação de *Lagrange* de movimento, a qual considera princípios da mecânica como: energia cinética, energia potencial e a dissipação de energia do sistema. As equações acopladas e desacopladas são programadas e resolvidas para acelerações, estas são integradas duas vezes, obtendo-se as velocidades e deslocamentos. A partir das repostas do sistema o comportamento do veículo pode ser avaliado em várias condições de operação.

A verificação do programa é realizada através de comparações com resultados de outros programas publicados na literatura, onde se verifica uma adequada correlação. Avaliações nos principais regimes de operação são realizadas de forma a simular condições determinadas pela norma AAR e condições extras originadas por irregularidades aperiódicas da via do tipo *cusp* e *jog*. Dois tipos de veículos são simulados para representar as condições típicas das ferrovias brasileiras: veículos operando em bitola métrica e em bitola larga. Os resultados das simulações apresentam valores de amplitude e fase que estão de acordo com resultados expostos nas normas e na literatura ferroviária de referência utilizada neste trabalho.

A avaliação dinâmica de veículos ferroviários através de um programa computacional é importante, pois considera as principais características dos veículos e via permanente. A possibilidade de representar o veículo com uma configuração simples em relação a programas comerciais permite uma simulação rápida e confiável para determinar respostas em regimes como: *hunting*, *twist* e *roll*, *pitch* e *bounce* e *yaw* e *sway*.

Palavras-chave: Dinâmica de vagões; sistemas multicorpos; simulação computacional; ferrovia; descarrilamento.

## ABSTRACT

### “Dynamic Assessment of Railway Vehicles Through a Multibody System”

The accidents with rail vehicles has origin due to many factors, but the main ones are related to the dynamics of the vehicle and load, the spoiled railway and unsafe operations on the trains. Accidents causing deaths, damage to property and the environment and damage to operators and their customers.

In order to evaluate the railway vehicles dynamics, it was developed a multibody system (computer program) to mathematically represent a typical railway vehicle with its main degrees of freedom. The motion equations were developed using Lagrange's equation of motion, which takes into consideration the principles of mechanical, as: kinetic energy, potential energy and energy dissipation of the system. The coupled and uncoupled equations are programmed and solved for accelerations, which are twice integrated, in order to have the speeds and displacements. From the system's responses, the vehicle behavior can be evaluated in several operating conditions.

The comparison of the program is accomplished through confrontations with results from other programs in the literature, in which a good correlation is verified. The evaluations in the main regimes of operation are made in a way simulate the conditions determined by the standard conditions and extra conditions caused by aperiodic irregularities of the track. Two types of vehicles are simulated to represent the typical conditions of Brazilian railways: vehicles operating on meter gauge and large gauge. The simulation results show that amplitude and phase values are consistent with results presented in the standards and in the railway literature of reference of this work.

The rail vehicles dynamic evaluation through a computer program was important because it considers the main characteristics of vehicles and permanent way. The possibility of representing the vehicle with a simple configuration in relation to commercial softwares allows a fast and reliable simulation to determine responses in regimes as: hunting, twist and roll, pitch and bounce and yaw and sway.

Keywords: Freight car dynamics; multibody systems; computer simulation; railway; derailment.

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Generalidades	1
1.2 Definição do problema	4
1.3 Objetivos da pesquisa	6
1.4 Organização do trabalho	7
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>8</b>
<b>3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>14</b>
3.1 Generalidades	14
3.2 Modelo simples de um trem	14
3.3 Via permanente	16
3.3.1 Descrição da via	18
3.3.2 Parâmetros de vias	24
3.3.3 Rigidez da Via	29
3.4 Principais componentes dos veículos ferroviários	29
3.4.1 Rodeiros	30
3.4.2 Truques	31
3.4.3 Amortecimento do truque	40
3.4.4 Modelagem de suspensão	45
3.4.5 Veículos	47
3.5 Fenômeno do descarrilamento do rodeiro	61
3.5.1 Modos de descarrilamento	63
3.6 Critérios de desempenho determinados pela norma AAR	67
3.6.1 Estabilidade lateral em via tangente não perturbada ( <i>Hunting</i> )	69
3.6.2 Resposta à variação de nível transversal em via perturbada ( <i>Twist e roll</i> )	69
3.6.3 Resposta à variação de nível transversal em via perturbada ( <i>Pitch e Bounce</i> )	70
3.6.4 Resposta à variação de alinhamento em via perturbada ( <i>Yaw e Sway</i> )	71
<b>4. MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>73</b>
4.1 Seleção do veículo e determinação de suas características	73
4.1.1 O corpo do veículo	73
4.1.2 O prato pião	74
4.1.3 O Ampara balanço	74
4.1.4 Os rodeiros e laterais do truque	74

4.1.5	As molas da suspensão	74
4.1.6	A cunha de atrito e a placa de desgaste da lateral	75
4.1.7	Trilhos, lastro e subleito	75
4.2	Descrição geral	75
4.2.1	Interface corpo do veículo e travessa do truque	76
4.2.2	Interfaces travessa e laterais do truque	77
4.3	Equações de movimento e método de solução	79
4.3.1	Equações de movimento	79
4.3.2	Solução por método iterativo computacional	81
4.4	Programa de computador	81
4.4.1	Programa MAIN	82
4.4.2	Controladores GAP, GIB e BOTTOM	82
4.4.3	Subrotina ACEL	83
4.4.4	Subrotina RK	83
4.4.5	Subrotinas para cálculo das respostas dinâmicas	85
4.4.6	Modelagem não linear	86
4.5	Equações de movimento	87
4.5.1	Energia cinética do sistema	89
4.5.2	Energia potencial do sistema	92
4.5.3	Energia de dissipação do sistema	103
4.5.4	Equação de Lagrange	105
4.5.5	Programa PADVF	105
<b>5.</b>	<b>COMPARAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO</b>	<b>106</b>
5.1	Métodos de comparação	106
5.2	Critérios de comparação	107
5.3	Comparação do modelo matemático PADVF com outros modelos	108
5.3.1	Comparação do modelo matemático PADVF com Modelo IIT	109
5.3.2	Comparação do modelo matemático PADVF com Modelo Stucki	115
5.4	Avaliação dos resultados das comparações	120
<b>6.</b>	<b>ESTUDO DE CASOS</b>	<b>122</b>
6.1	Estudo de casos conforme norma AAR	123
6.1.1	Avaliação em regime de <i>Hunting</i> em via tangente não perturbada	123
6.1.2	Avaliação em regime de <i>Twist</i> e <i>Roll</i>	126
6.1.3	Avaliação em regime de <i>Pitch</i> e <i>Bounce</i>	134



6.1.4	Avaliação em regime de <i>Yaw</i> e <i>Sway</i>	139
6.1.5	Comparação das simulações realizadas conforme norma AAR	141
6.2	Estudos de caso para irregularidades aperiódicas da via permanente	142
6.2.1	Avaliação para irregularidades aperiódicas tipo <i>cusp</i>	142
6.2.2	Avaliação para irregularidades aperiódicas tipo <i>jog</i>	145
6.2.3	Comparação das simulações realizadas para irregularidades aperiódicas da via permanente	149
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b>	<b>150</b>
<b>8.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>153</b>
<b>9.</b>	<b>APÊNDICE A</b>	<b>158</b>
<b>10.</b>	<b>APÊNDICE B</b>	<b>161</b>
<b>11.</b>	<b>APÊNDICE C</b>	<b>163</b>
<b>12.</b>	<b>APÊNDICE D</b>	<b>164</b>
<b>13.</b>	<b>APÊNDICE E</b>	<b>169</b>
<b>14.</b>	<b>APÊNDICE F</b>	<b>172</b>
<b>15.</b>	<b>APÊNDICE G</b>	<b>183</b>
<b>16.</b>	<b>APÊNDICE H</b>	<b>209</b>
<b>17.</b>	<b>ANEXO I</b>	<b>231</b>

## Nomenclaturas

### Letras Latinas

$a$	: distância da extremidade da travessa até a seção 1	(mm)
$a_f$	: fator de forma relacionado com a quantidade de desgaste da roda e trilho	
$b$	: distância da extremidade da travessa até a seção 2	(mm)
$b_{ii}$	: base da seção da travessa com $\{i=1,\dots,3\}$	(mm)
$c$	: distância da extremidade da travessa até a seção 3	(mm)
$cg$	: centro de gravidade	
$d_b$	: metade da região de banda morta	(mm)
$e$	: raio do prato pião	(m)
$f$	: frequência de excitação da via	(Hz)
$f_1$	: frequência em modo <i>bounce</i>	(Hz)
$f_2$	: frequência em modo <i>pitch</i>	(Hz)
$f_n$	: frequência natural	(Hz)
$g$	: aceleração da gravidade	(m/s <sup>2</sup> )
$h$	: passo Runge Kutta	(s)
$h_{(lim)}$	: deslocamento vertical limite do corpo do veículo	(mm)
$h_{ii}$	: altura da seção da travessa com $\{i=1,\dots,3\}$	(mm)
$h_i$	: deslocamento vertical do corpo do corpo do veículo com $\{i=1,\dots,2\}$	(mm)
$k$	: rigidez de cada mola do truque	(N/m)
$k_{(i)}$	: rigidez de elemento de mola com enrijecimento ou enfraquecimento com $\{i=1,\dots,2\}$	(N/m)
$k_E$	: soma das rigidezes de todas as molas de um truque	(N/m)
$k_r$	: razão da mola ou amortecedor do elemento de banda morta	(N/m)
$k_S$	: rigidez total da suspensão de um veículo	(N/m)
$m_i$	: massa de um corpo com $\{i=1,\dots,5\}$	(kg)
$m_t$	: massa total do veículo	(kg)
$m_w$	: massa do rodeiro	(kg)
$t$	: unidade de tempo, segundo	(s)
$x$	: deslocamento de uma mola	(mm)
$x_i$	: coordenada translacional deslocamento vertical de uma massa com $\{i=1,\dots,6\}$	(mm)
$y_{(lim)}$	: deslocamento lateral limite da roda	(mm)
$y_1$	: metade da faixa de $k_1$	(mm)
$y_a$	: alinhamento entre dois trilhos	(m)
$y_c$	: variação de bitola entre dois trilhos	(m)
$y_d$	: distância lateral do trilho direito em relação ao centro da via	(m)
$y_e$	: distância lateral do trilho esquerdo em relação ao centro da via	(m)
$y_i$	: coordenada translacional deslocamento vertical de uma massa com $\{i=1,\dots,6\}$	(mm)
$y_{ri}$	: deslocamento lateral da roda com $\{i=1,\dots,8\}$	(mm)
$z_{(lim)}$	: deslocamento vertical limite da roda	(mm)
$z_c$	: nível cruzado entre dois trilhos	(m)
$z_d$	: distância vertical do trilho direito em relação ao centro da via	(m)
$z_e$	: distância vertical do trilho esquerdo em relação ao centro da via	(m)
$z_i$	: coordenada translacional deslocamento vertical de uma massa com $\{i=1,\dots,6\}$	(mm)
$z_{ri}$	: deslocamento vertical da roda com $\{i=1,\dots,8\}$	(mm)
$z_v$	: nivelamento vertical	(m)

$2G$	: bitola da via permanente	(m)
$2L_t$	: distância longitudinal entre centro dos truques	(m)
$2S_b$	: distância entre centros dos ampara balanços	(m)
$2S_f$	: distância entre centros das laterais do truque	(m)
$A$	: amplitude de oscilação do amortecimento	(mm)
$A_{(i)}$	: área da seção com $\{i=1,\dots,3\}$	(mm <sup>2</sup> )
$A_s$	: tipo de superfície medida	
$C$	: coeficiente de amortecimento viscoso equivalente,	(N s/m)
$C_i$	: coef. amortecimento viscoso equivalente do truque dianteiro com $\{i=13,\dots,16\}$	(N s/m)
$C_i$	: coef. amortecimento viscoso equivalente do truque traseiro com $\{i=17,\dots,20\}$	(N s/m)
$C_{iL}$	: coef. amortecimento viscoso equivalente do truque dianteiro com $\{i=13,\dots,16\}$	(N s/m)
$C_{iL}$	: coef. amortecimento viscoso equivalente do truque traseiro com $\{i=17,\dots,20\}$	(N s/m)
$D$	: função de <i>Rayleigh</i> de dissipação do sistema	
$D_c$	: grau de uma curva	(°)
$D_b$	: distância longitudinal entre cg da travessa e molas	(m)
$D_w$	: distância longitudinal entre cg do truque e rodas	(m)
$E$	: energia cinética do sistema	(kg m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
$E_y$	: módulo de elasticidade do aço	(N/mm <sup>2</sup> )
$F_{(lim)}$	: força limite no componente	(N)
$F_{(y)}$	: força ou momento de um elemento de mola,	
$F_{asc}$	: força de atrito sobre a cunha no curso ascendente	(N)
$F_i$	: força limite no componente com $\{i=1,\dots,\infty\}$	(mm)
$F_T$	: força de amortecimento total no ciclo	(N)
$G$	: metade da bitola da via permanente	(m)
$GAPP$	: afastamento entre ampara balanço e veículo	(m)
$GIB$	: afastamento entre lateral e travessa do truque	(m)
$G_T$	: módulo de elasticidade transversal do aço	(N/mm <sup>2</sup> )
$H_b$	: distância entre cg do veículo e prato pião	(m)
$H_r$	: distância entre cg do truque e trilhos	(m)
$H_s$	: distância entre apoio travessa e cg do truque	(m)
$H_t$	: distância entre o prato pião e o cg da travessa	(m)
$H_v$	: distância entre cg do veículo e trilhos	(m)
$I_E$	: momento de inércia equivalente do veículo completo,	(kg m <sup>2</sup> )
$I_w$	: momento de inércia do rodeiro perpendicular ao eixo	(kg m <sup>2</sup> )
$I_{xi}$	: inércia lateral de um corpo com $\{i=1,\dots,5\}$	(kg m <sup>2</sup> )
$I_{yi}$	: inércia longitudinal de um corpo com $\{i=1,\dots,5\}$	(kg m <sup>2</sup> )
$I_{yyi}$	: momento de inércia de área da seção com $\{i=1,\dots,3\}$	(mm <sup>4</sup> )
$I_{zi}$	: inércia vertical de um corpo com $\{i=1,\dots,5\}$	(kg m <sup>2</sup> )
$K_1$	: rigidez de uma mola linear	(N/m)
$K_2$	: elemento de atrito seco com mola linear	
$K_3$	: rigidez de uma mola linear com folga	(N/m)
$K_{BOM}$	: rigidez de comprimento sólido do grupo de molas	(N/m)
$B_T$	: constante de cisalhamento de Timoshenko	
$K_{GIB}$	: rigidez de contato entre travessa e lateral do truque	(N/m)
$K_{GRUPO}$	: rigidez total do grupo de molas	(N/m)
$R_{Ki}$	: médias ponderadas $\{i=1,\dots,4\}$	
$K_{1,2}$	: rigidez das molas do prato pião dianteiro	(N/m)
$K_{7,8}$	: rigidez das molas do prato pião traseiro	(N/m)
$K_{5,6}$	: rigidez das molas dos ampara balanços dianteiros	(N/m)
$K_{11,12}$	: rigidez das molas dos ampara balanços traseiros	(N/m)

$K_{13,14,15,16}$	: rigidez das molas verticais do truque dianteiro	(N/m)
$K_{17,18,19,20}$	: rigidez das molas verticais do truque traseiro	(N/m)
$K_{13L,14L,15L,16L}$	: rigidez das molas laterais do truque dianteiro	(N/m)
$K_{17L,18L,19L,20L}$	: rigidez das molas laterais do truque traseiro	(N/m)
$K_{21,22,23,24}$	: rigidez das molas verticais da via - truque dianteiro	(N/m)
$K_{25,26,27,28}$	: rigidez das molas verticais da via - truque traseiro	(N/m)
$K_{21L,22L,23L,24L}$	: rigidez das molas laterais da via - truque dianteiro	(N/m)
$K_{25L,26L,27L,28L}$	: rigidez das molas laterais da via - truque traseiro	(N/m)
$K_{Pij}$	: rigidez de balanço entre travessa e truque com $\{i=1,\dots,5 ; j=1,\dots,5\}$	(N/rad)
$K_{RT}$	: rigidez total do grupo de molas	(N/m)
$K_{Tij}$	: rigidez torsional entre travessa e truque com $\{i=1,\dots,5 ; j=1,\dots,5\}$	(N/rad)
$K_{TRAVESSA}$	: rigidez da travessa	(N/m)
$K_{TRUQUE}$	: rigidez total do truque	(N/m)
$L$	: força lateral na roda	(N)
$L/V$	: razão entre a força lateral e vertical de uma roda	
$L_R$	: comprimento de um trilho	(m)
$L_t$	: distância longitudinal entre centro do veículo e truque	(m)
$L_w$	: largura do rodeiro	(m)
$M_T$	: massa de uma travessa	(kg)
$N_c$	: número de componentes	
$P$	: força da mola da cunha com pré-carga	(N)
$q_i$	: coordenadas generalizadas do sistema $\{i=1,\dots,24\}$	
$Q_i$	: forças generalizadas do sistema	
$R$	: raio de uma via curva	(m)
$R_c$	: curvatura de uma via curva	(m <sup>-1</sup> )
$R_0$	: raio de rolamento das rodas no equilíbrio	(m)
$S$	: amplitude da RSW	(m)
$S$	: máximo nível transversal da via permanente	(mm)
$S_b$	: distância entre centro do veículo e ampara balanço	(m)
$S_f$	: distância entre centro do veículo e molas da suspensão	(m)
$S_p$	: espectro de densidade de potência	
$T_2$	: força no plano da área de contato	(N)
$T_3$	: força normal a área de contato	(N)
$T_L$	: comprimento sólido de uma mola	(m)
$V$	: força vertical na roda	(N)
$V_v$	: velocidade do veículo	(m/s)
$V_c$	: velocidade crítica do rodeiro	(m/s)
$V_i$	: deslocamento vertical da via para cada uma das rodas com $\{i=1,\dots,8\}$	(mm)
$W$	: carga no eixo do rodeiro	(N)
$W_b$	: distância longitudinal entre eixos do truque	(m)

#### Letras Gregas

$\dot{\psi}$	: velocidade angular do corpo no eixo Y	
$\dot{\alpha}$	: velocidade angular do corpo no eixo Z	
$\theta$	: ângulo de inclinação da superfície da cunha	(°)
$\omega$	: frequência circular	(rad/s)
$\omega_n$	: frequência natural	(rad/s)

$\omega_{nw}$	: frequência natural não amortecida do sistema rodeiro	(rad/s)
$\omega_v$	: frequência de entrada da via permanente	(rad/s)
$\Delta_p$	: deflexão da travessa	(m)
$\dot{\phi}$	: velocidade angular do corpo no eixo X	
$\Omega$	: número de onda	(rad/s)
$\alpha_f$	: ângulo do flange da roda	(°)
$\alpha_i$	: coordenada rotacional de ângulo de direção de uma massa com $\{i=1,\dots,5\}$	(rad)
$\delta_i$	: folga com $\{i=1,\dots,12\}$	
$\phi_i$	: coordenada rotacional de balanço de uma massa com $\{i=1,\dots,5\}$	(rad)
$\phi_{SE}$	: superelevação da via permanente	(°)
$\gamma$	: conicidade da roda	(°)
$\varphi_i$	: ângulo de defasagem com $\{i=1,\dots,5\}$	(rad)
$\lambda_w$	: período de uma oscilação lateral	(s)
$\mu$	: coeficiente de atrito entre roda e trilho	
$\mu_1$	: coeficiente de fricção superfície inclinada	
$\mu_2$	: coeficiente de fricção superfície vertical	
$\sigma_i$	: tensão no componente com $\{i=1,\dots,\infty\}$	(N/mm <sup>2</sup> )
$\sigma_{lim}$	: tensão limite no componente com $\{i=1,\dots,\infty\}$	(N/mm <sup>2</sup> )
$\tau$	: período de tempo	(s)
$\omega_i$	: componentes angulares inerciais sobre os eixos X, Y e Z com $\{i=1,\dots,3\}$	
$\omega_{ij}$	: componentes angulares inerciais para as massas com $\{i=1,\dots,5 ; j=1,\dots,3\}$	
$\psi_i$	: coordenada rotacional de rolamento de uma massa com $\{i=1,\dots,5\}$	(rad)

#### Abreviações

AAR	Association of American Railroads
ADAMS/Rail	Advanced Dynamic Analysis of Mechanical Systems
ANTF	Associação Nacional dos Transportadores Ferroviários
ANTT	Agência Nacional de Transportes Terrestres
CNT	Confederação Nacional dos Transportes
COPPEAD	Centro de Estudos em Logística/UFRJ
EFC	Estrada de Ferro Carajás
FRA	Federal Railroad Administration
GDL	Graus de liberdade
GEIPOT	Grupo Executivo de Integração da Política de Transportes
IIT	Illinois Institute Technology
NUCARS	New and Untried Car Analytic Regime Simulation
PADVF	Programa de Análise Dinâmica de Veículos Ferroviários
RSW	Rectified Sine Wave
VAMPIRE	Vehicle Dynamics Modeling Package In a Railway Environment

## Índice de Figuras

Figura 1.1 – Participação dos modais de transporte no mundo	2
Figura 1.2 – Carga transportada em milhões de tu	2
Figura 1.3 – Evolução dos investimentos das operadoras ferroviárias	3
Figura 1.4 – Índice de acidentes nas ferrovias do Brasil	4
Figura 1.5 – Índice de acidentes nas ferrovias dos EUA [Adaptado: AAR,2008]	5
Figura 2.1 – Modelo de dinâmica longitudinal [Adaptado: Martin e Tideman,1977]	8
Figura 2.2 – Modelo de veículo ferroviário. [Adaptado: Willis e Shum,1977]	9
Figura 2.3 – Modelo de locomotiva de seis eixos [Adaptado: Arslan,1981]	9
Figura 2.4 – Modelo do veículo no ADAMS/Rail [Barbosa,1999]	10
Figura 2.5 – Modelo de suspensão ferroviária [Adaptado: Sun e Cole,2008]	11
Figura 2.6 – Modelo de truque Y25 [Roman et al, 2009]	11
Figura 2.7 – Descarrilamento de um trem	12
Figura 3.1 – Composição ferroviária [Fonte: RailPictures.Net, 2010]	14
Figura 3.2 – Transmissão de forças em um trem [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	15
Figura 3.3 – Componentes de um veículo ferroviário [RANDON, 2010]	15
Figura 3.4 – Perfil do trilho	17
Figura 3.5 – Elementos da via permanente	17
Figura 3.6 – Parâmetros de irregularidade na via: a) via típica, b) alinhamento e variação de bitola, c) nível cruzado e nivelamento vertical. [Adaptado: Dukkipati, 2000]	19
Figura 3.7 – Parâmetros de irregularidade de via. [Adaptado: Dukkipati, 2000]	20
Figura 3.8 – Irregularidade periódica vertical dos trilhos direito e esquerdo	21
Figura 3.9 – Superelevação [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	22
Figura 3.10 – Definição de via curva	23
Figura 3.11 – Superelevação [Fonte: Dukkipati, 2000]	25
Figura 3.12 – Curva composta com espirais [Fonte: Dukkipati, 2000]	26
Figura 3.13 – Curva reversa com tangente interveniente [Fonte: Dukkipati e Amyot, 1988]	26
Figura 3.14 – Inclinações: (a) ascendente leve; (b) descendente leve; (c) ascendente pesado; (d) descendente pesado; (e) côncava; (f) corcova; (g) depressão; (h) ondulada. [Dukkipati, 2000]	28
Figura 3.15 – Rodeiro ferroviário [Dukkipati, 2000]	30
Figura 3.16 – Movimentos do rodeiro [Adaptado: Shabana et al.,2008]	30

Figura 3.17 – Modelo de suspensão para truque de passageiros [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	32
Figura 3.18 – Truque de veículo de carga [RANDON, 2010]	33
Figura 3.19 – Batentes da travessa [Adaptado: ASF, 2002]	34
Figura 3.20 – Suspensão de veículo de carga - (a) Modelo físico, (b) Modelo matemático. [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	35
Figura 3.21 – Configuração das molas: (a) Modelo físico; (b) Modelo matemático	36
Figura 3.22 – Seção transversal de uma travessa	37
Figura 3.23 – Diagrama de: (a) cisalhamento; (b) momento fletor	38
Figura 3.24 – Suspensão com amortecimento constante [Adaptado: ASF, 2002]	41
Figura 3.25 – Diagrama de corpo livre da cunha de fricção no curso de subida	41
Figura 3.26 – Elemento de banda morta [Dukkipati, 2000]	46
Figura 3.27 – Elemento de: (a) enrijecimento; (b) enfraquecimento [Dukkipati, 2000]	46
Figura 3.28 – Elemento de atrito de <i>Coulomb</i> [Dukkipati, 2000]	47
Figura 3.29 – Discretização do atrito linear de <i>Coulomb</i> [Dukkipati, 2000]	47
Figura 3.30 – Prato pião do corpo do veículo	48
Figura 3.31 – Comparativo de formas e tamanhos de material rodante [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	49
Figura 3.32 – Corte transversal de um veículo e truque de carga [Adaptado: Dukkipati, 2000]	50
Figura 3.33 – Geometria do veículo	51
Figura 3.34 – Modelo simplificado para <i>bounce</i> e <i>pitch</i>	54
Figura 3.35 – Rolagem harmônica [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	55
Figura 3.36 – Carga: (a) no lado; (b) na extremidade [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	56
Figura 3.37 – Efeitos da força centrífuga [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	57
Figura 3.38 – Efeitos da altura do centro de gravidade em baixa velocidade em curvas elevadas [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]	58
Figura 3.39 – Raio de rolamento do rodeiro [Adaptado: Shabana et al.,2008]	59
Figura 3.40 – Forças no ponto de contato do flange [Dukkipati, 2000]	63
Figura 3.41 – Escalada da roda [Dukkipati, 2000]	64
Figura 3.42 – Levantamento da roda [Dukkipati, 2000]	65
Figura 3.43 – (a) Deflexão do trilho; (b) Rotação do trilho [Dukkipati, 2000]	65
Figura 3.44 – Separação veículo-truque [Dukkipati, 2000]	66
Figura 3.45 – Variação de nível transversal para <i>twist</i> e <i>roll</i> [Adaptado: AAR,2007]	70

Figura 3.46 – Variação de nível transversal para <i>pitch</i> e <i>bounce</i> [Adaptado: AAR,2007]	71
Figura 3.47 – Variação de alinhamento da via para <i>yaw</i> e <i>sway</i> [Adaptado: AAR,2007]	72
Figura 4.1 – Graus de liberdade do modelo matemático	76
Figura 4.2 – Modelo de um veículo ferroviário	78
Figura 4.3 – Diagrama de blocos - PADVF	81
Figura 4.4 – Ângulos de Euler	88
Figura 4.5 – Transformação das velocidades angulares do corpo em componentes angulares inerciais	89
Figura 4.6 – Interface entre o corpo do veículo e a travessa do truque	91
Figura 4.7 – Molas verticais entre o corpo do veículo e a travessa do truque	93
Figura 4.8 – Molas verticais entre travessa e truque	96
Figura 4.9 – Molas laterais entre travessa e lateral do truque	98
Figura 4.10 – Molas da via atuando nos truques dianteiro e traseiro	101
Figura 5.1 – Variação do nível transversal da via para <i>Twist</i> e <i>Roll</i>	110
Figura 5.2 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo: Modelo IIT x Modelo PADVF	110
Figura 5.3 – Aceleração lateral do corpo do veículo: Modelo IIT x Modelo PADVF	111
Figura 5.4 – Reação lateral na travessa do truque dianteiro: Modelo IIT x Modelo PADVF	111
Figura 5.5 – Carga total rodas esquerdas do truque dianteiro: Modelo IIT x Modelo PADVF	111
Figura 5.6 – Reação vertical no prato pião dianteiro: Modelo IIT x Modelo PADVF	111
Figura 5.7 – Variação do nível transversal da via para <i>Pitch</i> e <i>Bounce</i>	112
Figura 5.8 – Reação vertical no prato pião dianteiro: Modelo IIT x Modelo PADVF	113
Figura 5.9 – Compressão do grupo de molas no truque dianteiro lado direito: Modelo IIT x Modelo PADVF	113
Figura 5.10 – Reação vertical no prato pião traseiro: Modelo IIT x Modelo PADVF	114
Figura 5.11 – Compressão do grupo de molas no truque traseiro lado direito: Modelo IIT x Modelo PADVF	114
Figura 5.12 – Ângulo <i>Roll</i> do corpo do veículo: Modelo Stucki x Modelo PADVF	116
Figura 5.13 – Reação lateral na travessa do truque dianteiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF	116
Figura 5.14 – Carga total nas duas rodas esquerda do truque dianteiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF	117
Figura 5.15 – Reação vertical no prato pião dianteiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF	117
Figura 5.16 – Reação vertical no prato pião dianteiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF	118



Figura 5.17 – Compressão do grupo de molas no truque dianteiro lado direito: Modelo Stucki x Modelo PADVF	118
Figura 5.18 – Reação vertical no prato pião traseiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF	119
Figura 5.19 – Compressão do grupo de molas no truque traseiro lado direito: Modelo Stucki x Modelo PADVF	119
Figura 6.1 – Velocidade crítica de <i>hunting</i> – <i>Boxcar</i> 70 t	123
Figura 6.2 – Velocidade crítica de <i>hunting</i> – <i>Boxcar</i> 100 t	124
Figura 6.3 – Aceleração lateral do corpo do veículo <i>Boxcar</i> 70 t	124
Figura 6.4 – Aceleração lateral do corpo do veículo <i>Boxcar</i> 100 t	125
Figura 6.5 – Nomenclatura e orientação para os rodeiros do modelo	126
Figura 6.6 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo na velocidade crítica.	127
Figura 6.7 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo na velocidade crítica	129
Figura 6.8 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo na velocidade crítica.	131
Figura 6.9 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo na velocidade crítica.	132
Figura 6.10 – Máxima aceleração vertical do corpo do veículo na velocidade crítica	134
Figura 6.11 – Máxima aceleração vertical do corpo do veículo na velocidade crítica	135
Figura 6.12 – Máxima aceleração vertical do corpo do veículo na velocidade crítica	137
Figura 6.13 – Máxima aceleração vertical do corpo do veículo na velocidade crítica	138
Figura 6.14 – Deslocamento lateral do corpo do veículo	139
Figura 6.15 – Máxima deslocamento lateral do corpo do veículo	140
Figura 6.16 – Variação do nível transversal da via para irregularidade tipo <i>cusp</i>	143
Figura 6.17 – Aceleração vertical do corpo do veículo de 70 t na passagem sobre um <i>cusp</i>	143
Figura 6.18 – Aceleração vertical do corpo do veículo de 100 t na passagem sobre um <i>cusp</i>	145
Figura 6.19 – Variação do nível transversal da via para irregularidade tipo <i>jog</i>	146
Figura 6.20 – Aceleração vertical do corpo do veículo de 70 t na passagem sobre um <i>jog</i>	147
Figura 6.21 – Aceleração vertical do corpo do veículo de 100 t na passagem sobre um <i>jog</i>	148
Figura A.1 – Coeficiente de amortecimento x Velocidade do veículo	160
Figura D.1 – Características e dimensões de um veículo ferroviário tipo <i>Boxcar</i>	164
Figura D.2 – Características e dimensões de um truque ferroviário	165
Figura E.1 – Perfil de via permanente para o modo <i>Twist</i> e <i>Roll</i>	169
Figura E.2 – Perfil de via permanente para o modo <i>Pitch</i> e <i>Bounce</i>	171
Figura E.3 – Perfil de via permanente para o modo <i>Yaw</i> e <i>Sway</i>	171
Figura H.1 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	209

Figura H.2 – Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.	209
Figura H.3 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita; b) rodeiro 1 - roda esquerda; c) rodeiro 2 - roda direita; d) rodeiro 2 - roda esquerda.	210
Figura H.4 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita; b) rodeiro 3 - roda esquerda; c) rodeiro 4 - roda direita; d) rodeiro 4 - roda esquerda.	210
Figura H.5 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	211
Figura H.6 – Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.	211
Figura H.7 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.	212
Figura H.8 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita, b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.	212
Figura H.9 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	213
Figura H.10 – Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.	213
Figura H.11 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.	214
Figura H.12 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.	214
Figura H.13 – Ângulo de <i>Roll</i> do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	215
Figura H.14 – Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.	215
Figura H.15 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.	216
Figura H.16 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.	216
Figura H.17 – Máxima aceleração vertical do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	217
Figura H.18 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.	217
Figura H.19 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.	218
Figura H.20 – Máxima aceleração vertical do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	218

Figura H.21 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.	219
Figura H.22 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.	219
Figura H.23 – Máxima aceleração vertical do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	220
Figura H.24 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.	220
Figura H.25 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.	221
Figura H.26 – Máxima aceleração vertical do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	221
Figura H.27 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.	222
Figura H.28 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.	222
Figura H.29 – Deslocamento lateral do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	223
Figura H.30 – Máxima razão $L/V$ : a) Truque frontal – lado direito, b) Truque frontal – lado esquerdo, c) Truque traseiro – lado direito, d) Truque traseiro – lado esquerdo.	223
Figura H.31 – Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.	224
Figura H.32 – Deslocamento lateral do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h	224
Figura H.33 – Máxima razão $L/V$ : a) Truque frontal – lado direito, b) Truque frontal – lado esquerdo, c) Truque traseiro – lado direito, d) Truque traseiro – lado esquerdo.	225
Figura H.34 – Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.	225
Figura H.35 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda.	226
Figura H.36 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda.	226
Figura H.37 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda.	227
Figura H.38 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda.	227
Figura H.39 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda.	228

- Figura H.40 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda. 228
- Figura H.41 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda. 229
- Figura H.42 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda. 229
- Figura H.43 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda. 230
- Figura H.44 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda. 230

## Índice de Tabelas

Tabela 3.1 Rigidez lateral e vertical da via permanente.....	29
Tabela 3.2 Deflexão devido à flexão na travessa .....	38
Tabela 3.3 Valores de rigidez lateral do grupo de molas .....	40
Tabela 3.4 Distâncias entre centros de truques.....	51
Tabela 3.5 Distâncias entre acoplamentos.....	52
Tabela 3.6 Valores de altura de centro de gravidade.....	52
Tabela 3.7 Modos de descarrilamento e indicadores.....	64
Tabela 3.8 Critérios para avaliação de desempenho para serviço em campo.....	68
Tabela 4.1 Graus de liberdade .....	76
Tabela 5.1 Variáveis de resposta para os critérios de comparação do modelo .....	108
Tabela 5.2 Comparação entre os modelos .....	109
Tabela 5.3 Comparação entre os modelos IIT e PADVF para <i>Twist</i> e <i>Roll</i> .....	112
Tabela 5.4 Comparação entre os modelos IIT e PADVF para <i>Pitch</i> e <i>Bounce</i> .....	115
Tabela 5.5 Comparação entre os modelos Stucki e PADVF para <i>Twist</i> e <i>Roll</i> .....	117
Tabela 5.6 Comparação entre os modelos Stucki e PADVF para <i>Pitch</i> e <i>Bounce</i> .....	120
Tabela 6.1 Casos avaliados em via tangente .....	122
Tabela 6.2 Avaliação de critérios - <i>Hunting</i> .....	125
Tabela 6.3 Representação matemática das rodas do veículo ferroviário.....	126
Tabela 6.4 Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo - <i>Boxcar</i> 70 t vazio .....	128
Tabela 6.5 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 70 t vazio .....	128
Tabela 6.6 Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo - <i>Boxcar</i> 70 t carregado.....	129
Tabela 6.7 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 70 t carregado .....	130
Tabela 6.8 Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo - <i>Boxcar</i> 70 t carregado.....	131
Tabela 6.9 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 100 t vazio .....	132
Tabela 6.10 Máxima razão $L/V$ das rodas em um eixo - <i>Boxcar</i> 100 t carregado.....	133
Tabela 6.11 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 100 t carregado .....	133
Tabela 6.12 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 70 t vazio .....	135
Tabela 6.13 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 70 t carregado .....	136
Tabela 6.14 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 100 t vazio .....	137
Tabela 6.15 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 100 t carregado .....	138
Tabela 6.16 Comparação de resultados para simulações da norma AAR.....	141
Tabela 6.17 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 70 t carregado .....	144

Tabela 6.18 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 100 t carregado .....	145
Tabela 6.19 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 70 t carregado .....	147
Tabela 6.20 Mínima carga vertical nas rodas - <i>Boxcar</i> 100 t carregado .....	148
Tabela 6.21 Comparação de resultados para simulações com irregularidades aperiódicas ...	149
Tabela A.1 Constantes para o cálculo dos valores de rigidez do truque .....	158
Tabela A.2 Parâmetros para o cálculo do coeficiente de amortecimento.....	159
Tabela A.3 Relação entre velocidade e coef. amortecimento viscoso equivalente .....	160
Tabela B.1 Parâmetros para o cálculo da frequência natural .....	161
Tabela B.2 Frequência natural.....	161
Tabela C.1 Parâmetros para cálculo da velocidade crítica de <i>Hunting</i> .....	163
Tabela D.1 Dados de entrada de massa e inércia .....	166
Tabela D.2 Dados de entrada dimensionais.....	167
Tabela D.3 Dados de entrada de rigidez e amortecimento .....	168
Tabela I.1 Irregularidades aperiódicas da via [Adaptado: Shabana et al., 2008]. .....	231
Tabela I.2 Parâmetros de representação analítica de irregularidades [Adaptado: Shabana et al., 2008].....	232
Tabela I.3 Padrões de segurança da FRA para vias tangentes [Fonte: Dukkipati, 2000].....	233
Tabela I.4 Padrões de segurança da FRA para vias curvas [Fonte: Dukkipati, 2000]. .....	234

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Generalidades

O transporte ferroviário está entre os principais métodos de transporte há mais de um século [DNIT, 2010]. Em muitos países desenvolvidos e em desenvolvimento o transporte ferroviário tem sido responsável pela movimentação de milhares de pessoas e por ligar a produção ao mercado consumidor, sendo assim fator fundamental nas atividades da população e desenvolvimento do país.

Nas últimas décadas a tecnologia de transporte ferroviário tem passado por um significativo progresso. Modernos trens de passageiros operam em alta velocidade com objetivos de diminuir custos e tempo de viagem, no entanto segurança e conforto continuam sendo premissas primordiais nas operações e projetos ferroviários. Os trens de carga também têm obtido aumentos de carga por eixo e velocidade, possuindo as mesmas premissas em suas operações e projetos [Shabana et al., 2008].

Segundo Agência Nacional de Transporte Terrestre, ANTT, 2010a, o modal ferroviário caracteriza-se, especialmente, por sua capacidade de transportar grandes volumes, com elevada eficiência energética, principalmente em casos de deslocamentos a médias e grandes distâncias. Apresenta, ainda, maior segurança, em relação ao modal rodoviário, com menor índice de acidentes e menor incidência de furtos e roubos. São cargas típicas do modal ferroviário: produtos siderúrgicos, grãos, minério de ferro, cimento, fertilizantes, derivados de petróleo, carvão mineral e contêineres.

Conforme pesquisa da CNT e COPPEAD, 2002, a participação dos modais de transporte de carga no Brasil é diferente da encontrada em outros países de dimensões continentais. O transporte de cargas pelo modal rodoviário é muito maior. A Figura 1.1 mostra a participação dos modais de transporte no mundo. Os países com grande extensão territorial localizam-se a direita e parte inferior do gráfico indicando que utilizam muito o modal ferroviário no transporte de cargas. Os países com pequena extensão territorial localizam-se a esquerda e parte superior do gráfico indicando a preferência pelo modal rodoviário no transporte de cargas.

Observamos que diferente das outras nações de grande extensão territorial (EUA, China, Canadá e Rússia) o Brasil ocupa uma posição entre os países de pequena extensão territorial, utilizando principalmente o modal rodoviário, considerado menos eficiente.

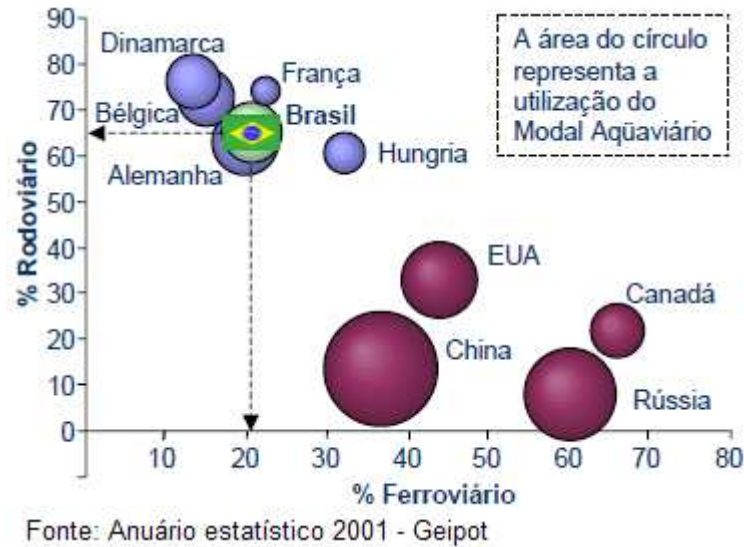


Figura 1.1 – Participação dos modais de transporte no mundo

Conforme a Agência Nacional de Transporte Terrestre, ANTT, 2010b, a quantidade *total de carga movimentada no transporte remunerado* (tu) no Brasil pelo modal ferroviário tem aumentado ao longo dos últimos anos como mostra a Figura 1.2. Isto devido principalmente ao transporte de minério de ferro de operadoras como MRS logística S.A. e EFC – Estrada de Ferro Carajás.

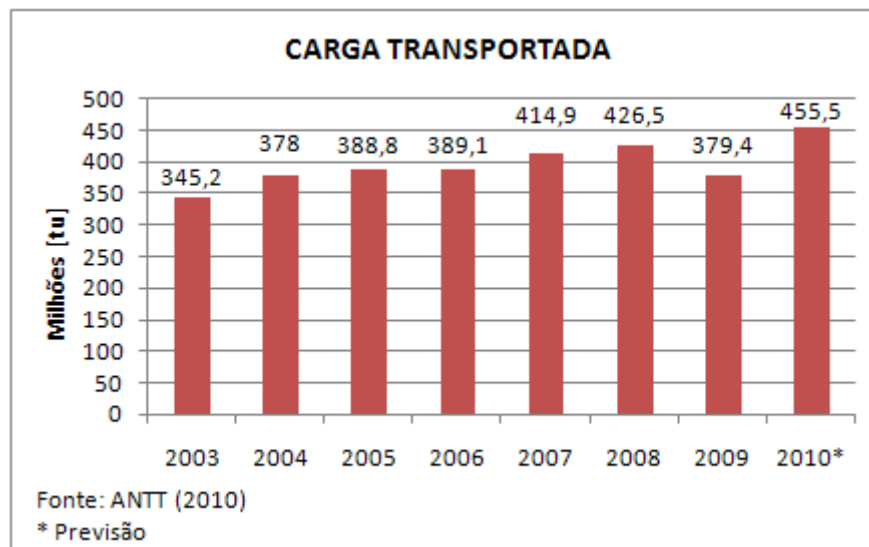


Figura 1.2 – Carga transportada em milhões de tu



Outro dado importante é a evolução dos investimentos das operadoras ferroviárias nos últimos anos [ANTT, 2010b]. De acordo com a Figura 1.3 o maior investimento das operadoras tem sido em material rodante, ou seja: locomotivas, vagões, rodas, eixos, rolamentos e outros componentes mecânicos.

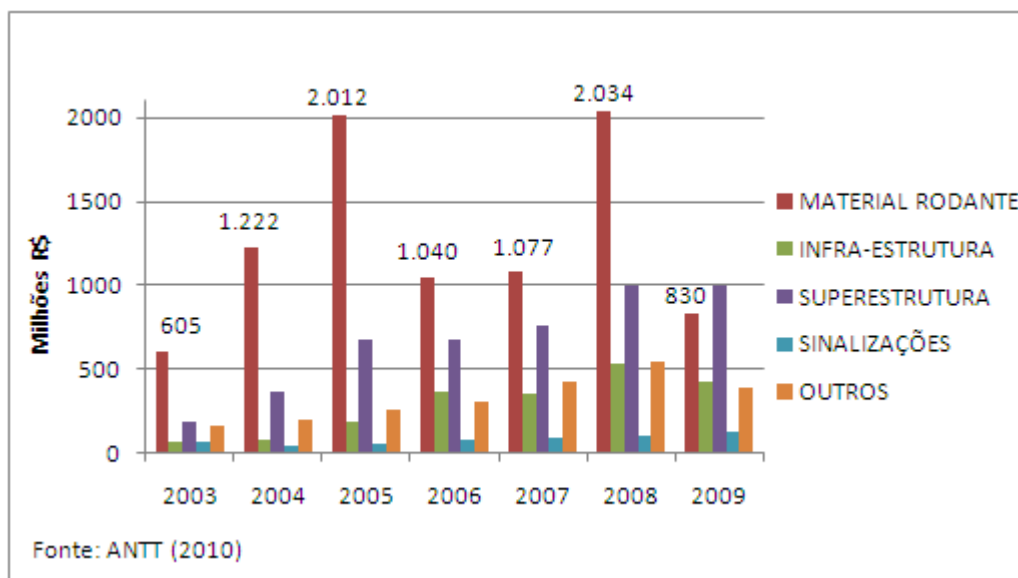


Figura 1.3 – Evolução dos investimentos das operadoras ferroviárias

Para garantir a produtividade e a segurança das operações de forma que o negócio seja lucrativo, as operadoras ferroviárias têm investido principalmente em material rodante e em segundo lugar em superestrutura, ou seja: via permanente, estações, edifícios, oficinas, etc. O maior investimento em material rodante se justifica em parte devido ao aumento da carga transportada por eixo e o aumento de velocidade dos trens de carga no Brasil, fatores que contribuem para o desgaste e deterioração do material rodante [ANTT, 2010b].

A segurança e a produtividade das operações ferroviárias estão relacionadas com o desempenho dos veículos ferroviários [Dukkipati e Amyot, 1998]. A segurança dos veículos é considerada essencialmente em termos de descarrilamento. Falhas em equipamentos, más condições da via, operações inseguras dos trens e o excesso nos limites admissíveis da dinâmica dos veículos são considerados as principais origens de descarrilamento. A produtividade dos veículos ferroviários é considerada uma função de sua receita e operação, manutenção e custos de capital. Estes fatores são influenciados pela qualidade de marcha, velocidade do veículo e forças de contato roda-trilho, as quais levam ao desgaste e degradação das vias e veículos.

Na última década a quantidade de acidentes tem diminuído devido às melhores condições das vias e composições ferroviárias, também tem havido uma maior preocupação das operadoras em utilizar as modernas tecnologias ferroviárias [ANTT, 2010b].

## 1.2 Definição do problema

Acidentes, perda de carga, danos ao meio-ambiente e prejuízos no transporte ferroviário tem sido um grave problema ao longo dos anos. No Brasil, de acordo com a ANTT, 2010b, o *número de acidentes por milhões de trens por quilômetro* (trem-quilômetro – unidade de medida que representa o movimento de um trem, ao longo de um quilometro. Deve-se apenas considerar a distância efetivamente percorrida) tem diminuído como pode ser observado na Figura 1.4.

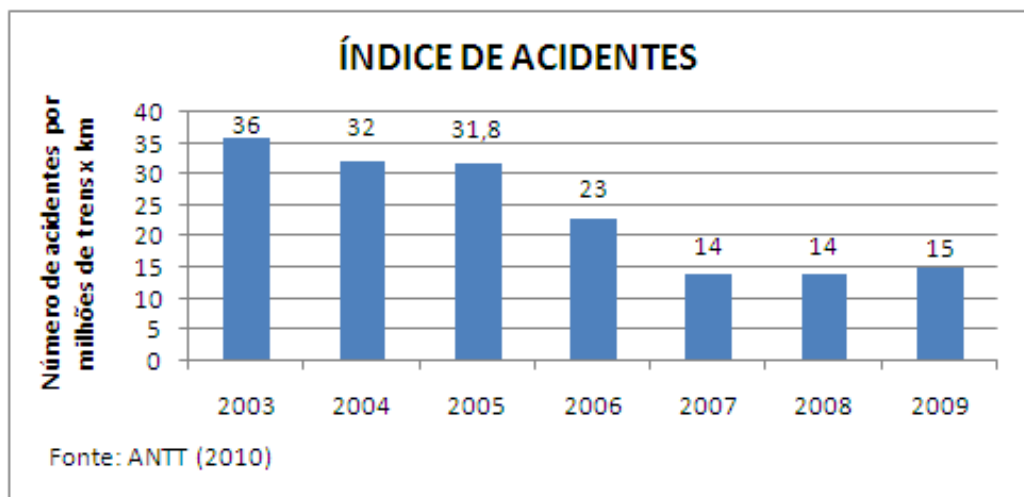


Figura 1.4 – Índice de acidentes nas ferrovias do Brasil

No entanto quando comparamos estes dados, ANTT, 2010b, com os de outros países principalmente com os dos Estados Unidos que possui extensão territorial semelhante a do Brasil e que pode ser considerado *benchmark* mundial em termos de eficiência no setor de transportes, percebemos que o índice de acidentes, ainda é muito alto, conforme Figura 1.5.

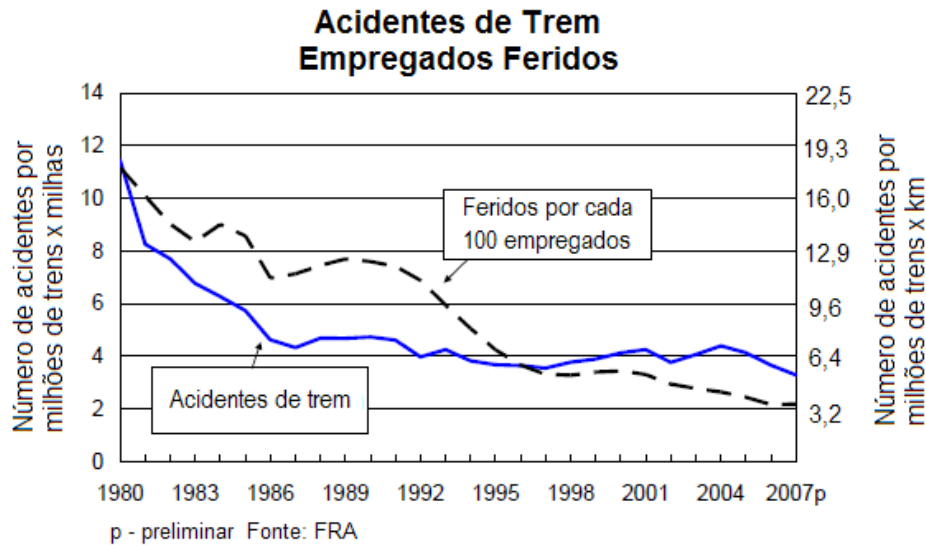


Figura 1.5 – Índice de acidentes nas ferrovias dos EUA [Adaptado: AAR,2008]

Cada vez mais as tentativas de identificar as causas e resolver os problemas dos acidentes tem sido alvo de investigação e pesquisa. A dinâmica do veículo e carga contribui significativamente para a maior parte das causas diretas ou indiretas de acidentes ferroviários.

A dinâmica dos veículos de com acordo Willis e Shum, 1977, envolve basicamente dois tipos: os choques longitudinais e as vibrações originadas pela via. Choques longitudinais nos veículos são devido a ações de acoplamentos em pátios de classificação e passagens sobre corcundas em vias que causam altos impulsos de acelerações e excitações. Vibrações originadas pela via, embora usualmente não alcancem altas amplitudes de excitação podem ter um efeito prolongado nos veículos e cargas. Vibrações prolongadas podem sacudir ou mover a carga de sua posição inicial, aumentar os danos pela solicitação de contato roda-trilho e provocar uma instabilidade nas razões das forças entre roda e trilho, as quais podem causar desequilíbrio do veículo bem como seu descarrilamento.

Uma maneira efetiva de estudar a dinâmica de veículos ferroviários é através de um modelo matemático aproximado, onde podem ser escolhidas opções que facilitem a alteração dos parâmetros dinâmicos do sistema da suspensão, as inércias dos corpos, as alturas dos centros de gravidade, etc.

Um estudo detalhado sobre o desempenho da dinâmica dos veículos ferroviários requer a modelagem dos seus principais componentes: truque, corpo do veículo e carga; todos eles alocados em um modelo matemático, para que a interação entre estes vários componentes possam ser corretamente representados.

A dinâmica de sistemas multicorpos conforme destacado por Shabana et al., 2008, pode ser utilizada para o desenvolvimento e solução das equações não lineares que governam o complexo movimento dos componentes de veículos ferroviários, os quais podem sofrer deslocamentos e rotações. Os movimentos destes componentes estão sujeitos a restrições cinemáticas que são resultados de juntas mecânicas, elementos de força e movimentos com trajetórias específicas. As equações de movimento são desenvolvidas utilizando os princípios da mecânica, as quais normalmente são resolvidas por programação ou simulação. Em um programa computacional multicorpos com possibilidades gráficas, as equações de movimento são automática e sistematicamente construídas e resolvidas.

A interação roda-trilho é um elemento importante que distingue veículos ferroviários de outros sistemas em aplicações multicorpos. A interação roda-trilho é descrita em termos de forças de contato, bem como outras forças e variáveis cinemáticas, e levam ao conhecido fenômeno de *hunting*, o qual é a origem para as oscilações laterais e do ângulo de direção (*yaw*), que contribuem para a instabilidade do veículo, particularmente em certas velocidades de operação. Os algoritmos de sistemas multicorpos também podem ser usados para estudos de cenários de descarrilamento e desenvolvimento de critérios de descarrilamento [Shabana et al., 2008].

### 1.3 Objetivos da pesquisa

O objetivo principal do trabalho é:

Desenvolver um modelo multicorpos de um veículo ferroviário que possibilite realizar simulações dinâmicas para qualquer tipo de veículo tipo caixa (*Boxcar*).

Os objetivos específicos do trabalho são:

- Comparar o modelo matemático desenvolvido com os modelos IIT e Stucki, os quais foram previamente validados com alguns dados de teste.

- Analisar o comportamento do veículo através dos critérios de avaliação de desempenho utilizando os principais casos dinâmicos de operação descritos na norma AAR (Association of American Railroads), com ênfase nos regimes de *hunting*, *twist* e *roll*, *pitch* e *bounce*, *yaw* e *sway*.

- Analisar o comportamento do veículo através de casos específicos que a literatura ferroviária utilizada neste trabalho menciona, tais como as irregularidades aperiódicas da via permanente, onde os principais tipos são: *cusp* e *jog*.

## 1.4 Organização do trabalho

O trabalho encontra-se dividido em sete capítulos.

O *Capítulo 1* define e justifica o problema a ser abordado neste trabalho, os principais objetivos que se pretendem alcançar, e a organização da metodologia adotada.

O *Capítulo 2* disponibiliza a pesquisa bibliográfica, envolvendo diferentes desdobramentos de estudos, técnicas e aplicações correlatas às empregadas neste trabalho.

O *Capítulo 3* apresenta o embasamento teórico requerido para a modelagem da via e do veículo ferroviário, assim como os critérios operacionais de desempenho.

O *Capítulo 4* tem por finalidade desenvolver a modelagem do veículo ferroviário, o desenvolvimento das equações de movimento e a solução através de técnicas computacionais através de programação.

No *Capítulo 5* se desenvolve a comparação do modelo através de comparação com modelos da literatura, os quais foram previamente confrontados com resultados experimentais.

O *Capítulo 6* apresenta resultados para estudos de casos que são previstos na norma AAR, onde são consideradas vias com irregularidades periódicas. Adicionalmente são realizados estudos de outros casos específicos da literatura considerando vias com irregularidades aperiódicas.

O *Capítulo 7* apresenta as conclusões gerais obtidas, bem como as perspectivas para o desenvolvimento de futuros trabalhos na área.

O *Capítulo 8* lista as referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo se apresenta uma revisão da literatura com o objetivo de conhecer as diferentes contribuições científicas relacionadas ao desenvolvimento de modelos matemáticos que representem sistemas dinâmicos multicorpos de truques e veículos ferroviários. Apresentam-se também estudos sobre descarrilamentos e demais contribuições sobre o comportamento dinâmico dos veículos ferroviários, temas essenciais para a compreensão dos índices de desempenho. A revisão auxilia na justificativa do tema e definição do problema deste trabalho, na determinação dos objetivos e na construção de hipóteses de solução.

Estudos sobre dinâmica de veículos ferroviários foram realizados ao longo dos anos. No entanto, os primeiros estudos estavam direcionados a objetivos específicos.

Wiebe, 1974, desenvolveu um estudo onde tentava estabelecer a necessidade de amortecimento para controlar o movimento vertical e de rolamento (*roll*) de veículos ferroviários, mas não incorporou os efeitos destes movimentos nos elementos de carga.

Um modelo de 20 graus de liberdade em corpo rígido foi desenvolvido por Martin e Tse, 1975, para o estudo de um veículo ferroviário e truques. O modelo foi especificamente desenvolvido para uso em estudos paramétricos de dinâmica de veículos ferroviários.

Um modelo de dinâmica longitudinal de um trem foi desenvolvido por Martin e Tideman, 1977. O modelo pode analisar o comportamento longitudinal de um trem inteiro, ou os veículos dentro da composição. O trem é modelado como uma seqüência de massas interligadas por conjuntos de elementos mola-amortecedor que representam o aparelho de tração e dispositivos do engate. A Figura 2.1 ilustra este modelo.

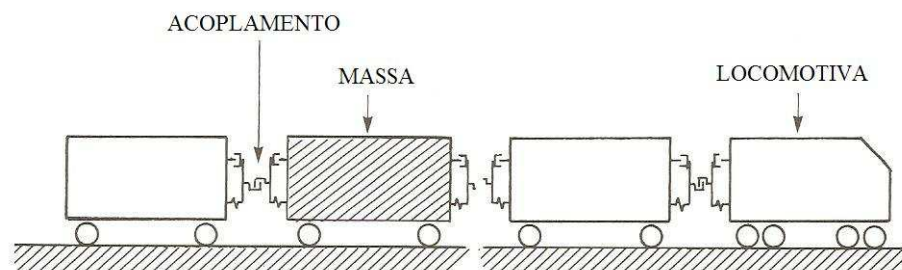


Figura 2.1 – Modelo de dinâmica longitudinal [Adaptado: Martin e Tideman,1977]

Willis e Shum, 1977, desenvolveram um modelo matemático não linear incluindo a interação entre elemento de carga, corpo do veículo, truques, e características da via. As não linearidades do modelo envolvem os diferentes elementos de força do truque. Um modelo

com 27 graus de liberdade em corpo rígido é usado na resposta dinâmica do elemento de carga sobre determinadas condições de serviço. Um esquema deste modelo é mostrado na Figura 2.2.

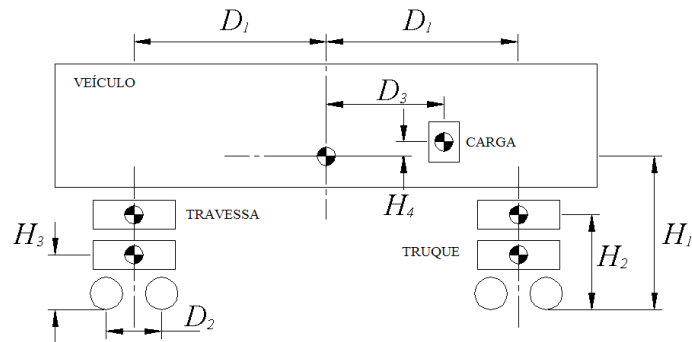


Figura 2.2 – Modelo de veículo ferroviário. [Adaptado: Willis e Shum,1977]

Considerando as não linearidades devido à geometria roda-trilho, suspensão, forças de contato (*creep forces*) e flexibilidade dos trilhos, Arslan, 1981, desenvolveu um modelo matemático não linear de 29 graus de liberdade em corpo rígido, mostrado na Figura 2.3, de uma locomotiva de seis eixos em via tangente.

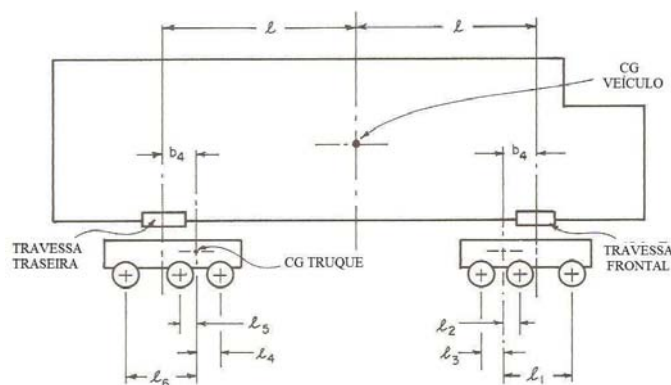


Figura 2.3 – Modelo de locomotiva de seis eixos [Adaptado: Arslan,1981]

Hedrick e Krolewski, 1983, desenvolveram um programa de simulação que modelou a dinâmica lateral de um truque de carga em via tangente, espiral e curvatura constante. A dinâmica longitudinal, vertical e balanço (*pitch*) foram considerados de forma independente e excluídos do modelo. Entretanto, a flexibilidade lateral, a geometria não-linear da geometria roda-trilho, saturação de forças de contato (*creep forces*) e características de suspensão não linear foram incluídas.

A partir dos anos 90 os estudos mais atuais sobre simulação dinâmica de veículos ferroviários geralmente são desenvolvidos em programas comerciais específicos (NUCARS, ADAMS/Rail, VAMPIRE, entre outros), mas precisando de comprovação com análises experimentais e analíticas.

Barbosa, 1993, desenvolveu estudos sobre dinâmica longitudinal de trens com dois métodos: através de um processo de integração numérica com elementos não lineares; e através de uma abordagem analítico e linear utilizando vetores de estado, com uma matriz fundamental composta pelos autovalores e autovetores da solução do sistema de equações diferenciais ordinárias com coeficientes invariantes no tempo.

DeLorenzo, 1997, realizou uma simulação dinâmica com o programa NUCARS de um modelo de locomotiva com truques de seis eixos. O modelo é usado para conduzir um estudo de impacto em via tangente e desempenho em curvas de vários parâmetros de suspensão. Alguns resultados foram comparados com dados de testes de campo.

Usando o programa comercial de sistemas multicorpos ADAMS/Rail na modelagem, geração e solução das equações de movimento, Barbosa, 1999, estudou a dinâmica dos veículos guiados. A validação do estudo foi realizada através de testes em laboratório. A Figura 2.4 ilustra o modelo.

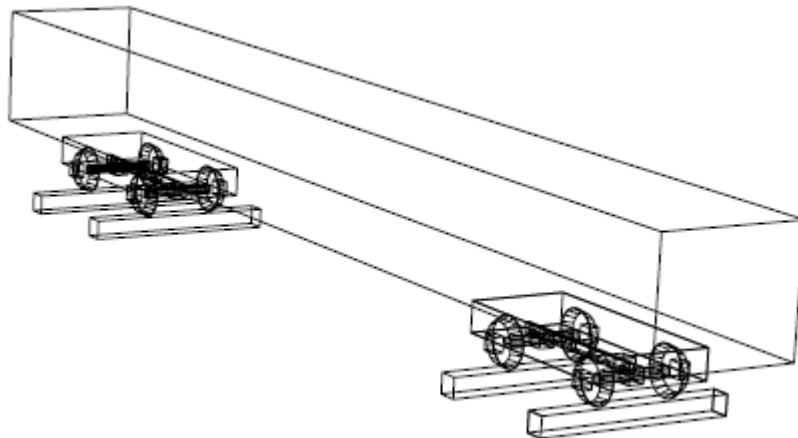


Figura 2.4 – Modelo do veículo no ADAMS/Rail [Barbosa,1999]

Um estudo de modelamento dinâmico e simulação de um truque de três peças de um veículo de suspensão com comportamento de fricção não linear, usando o programa ADAMS/Rail, foi desenvolvido por Harder, 2000. Uma cunha de fricção tipo carga dependente foi modelada e considerada na simulação, validando o modelo contra estudos teóricos de desempenho.



Através de um modelo genérico de interação dinâmica entre vagão e via desenvolvido por Sun e Cole, 2008, o comportamento dinâmico de sistemas de suspensão com dois tipos de cunha foi estudado, estes são mostrados na Figura 2.5. O modelo difere de abordagens usuais em dois aspectos: a massa da cunha é considerada no modelo e a pista é modelada como um elemento flexível, com vários graus de liberdade, modelando dormentes, lastro e subleito.

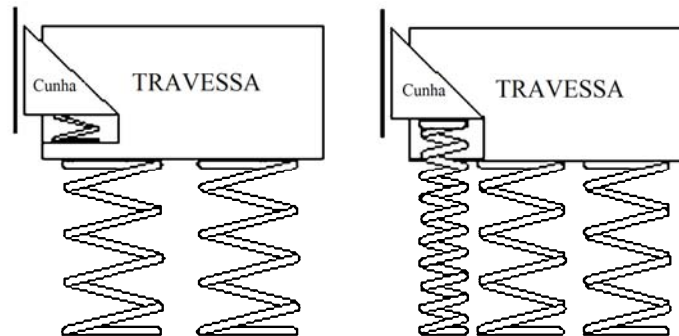


Figura 2.5 – Modelo de suspensão ferroviária [Adaptado: Sun e Cole,2008]

Os modelos computacionais de vagões com truque de três peças e truques Y25 são considerados e comparados no estudo de Roman et al, 2009. Métodos numéricos (elementos finitos e algoritmos de contato) para a simulação de modelos com contatos de fricção são discutidos. Alguns resultados de simulação na análise de descarrilamento, segurança e influência da bitola sobre a dinâmica de vagões de carga são apresentados.

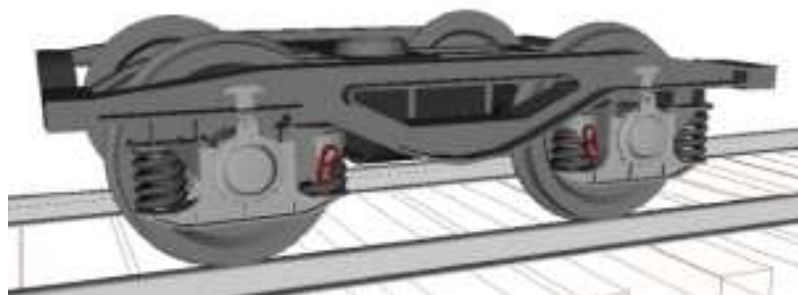


Figura 2.6 – Modelo de truque Y25 [Roman et al, 2009]

Miamlin, 2009, destaca as características de modelamento de corpos rígidos em dinâmica de veículos ferroviários. No trabalho foram examinados os principais programas comerciais (que utilizam sistemas multicorpos) para modelamento dinâmico de veículo ferroviário e carga, concluindo com um roteiro para construção de um modelo 3D do veículo incorporando os típicos elementos básicos.

O problema do descarrilamento tem sido observado desde o início do uso dos veículos ferroviários. Um critério de descarrilamento usado na literatura é medir a razão entre força vertical  $V$  e força lateral  $L$  atuando na roda. A Figura 2.7 mostra um exemplo de descarrilamento.

Nadal, 1908, criou uma fórmula baseada em um simples balanço que pode ser usada para determinar a razão  $L/V$  antes de um descarrilamento ocorrer.



Figura 2.7 – Descarrilamento de um trem

Duas regiões de instabilidade para veículos foram identificadas por Matsuidara, 1960. Em baixas velocidades a instabilidade está associada com o corpo do veículo e em altas velocidades está associado com o movimento de *hunting* do truque. O *hunting* é definido como o movimento lateral dos rodeiros com respeito a sua posição de equilíbrio.

Cinco modos fundamentais de descarrilamento foram identificados por Ehrenbeck e Polcari, 1984. Estes são: escalada da roda, levantamento da roda, deflexão do trilho, separação veículo-truque e falha repentina de componentes.

As normas da AAR abrangem todos os aspectos sobre projeto, fabricação, manutenção e operação de veículos ferroviários e seus componentes. O capítulo XI da seção C parte II, determina os testes e análises para novos veículos de carga [AAR, 2007]. A norma utiliza uma metodologia baseada na avaliação de confiança da via, sendo esta intencionada em estabelecer o desempenho dinâmico de um veículo operando em condições normais. A avaliação inclui considerações de desempenho em curvas, tangentes suaves, e considerações de operação em vias as quais excitam importantes modos de corpo rígido do veículo. Um veículo bem

sucedido deve demonstrar habilidade no controle da resposta dinâmica aos impulsos da via, especialmente preparados para induzir estes modos.

Entre os principais estudos da revisão bibliográfica, utilizados neste trabalho, o estudo de Wiebe, 1974, foi importante na caracterização do amortecimento dos truques e no desenvolvimento do modelo dinâmico. Outro estudo essencial foi o modelo de Willis e Shum, 1977, que serviu como base na nossa modelagem e na avaliação de diversas situações de operação. Ambos os estudos são utilizados na comparação dos resultados do programa desenvolvido.

Por sua vez, os estudos de fricção não linear em truques ferroviários realizados por Harder, 2000, serviram para definir o modelo de fricção usado nos truques deste trabalho.

A teoria de Nadal, 1908, utilizada para prever o fenômeno de descarrilamento, é um parâmetro importante de avaliação de desempenho utilizado maciçamente na literatura ferroviária e inclusive neste trabalho.

Os modos de descarrilamento, que foram caracterizados de forma simples por Ehrenbeck e Polcari, 1984, permitem entender a natureza e condições em que podem ocorrer situações inseguras, as quais foram avaliadas no trabalho.

Como referência para estudos de avaliação de desempenho, a AAR, 2007, fornece uma completa seqüência de condições e parâmetros para simulações que representam condições de operação em campo, as quais serão adotadas para avaliação de desempenho do modelo desenvolvido

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 Generalidades

O sistema dinâmico dos veículos ferroviários geralmente possui muitos graus de liberdade, onde a via e o trem interagem através do contato roda-trilho, representada geralmente por uma geometria complexa do perfil da roda e da cabeça do trilho. Vários fenômenos dinâmicos como instabilidade estática e dinâmica estão presentes nas operações dos veículos ferroviários. A eficiência do transporte ferroviário está intrinsecamente relacionada com o estado da via e o desempenho dos veículos.

Os objetivos deste capítulo são os de apresentar as definições básicas de uma composição ferroviária, caracterização da via, terminologia e componentes do veículo ferroviário e os critérios de desempenho a serem satisfeitos pelos veículos ferroviários.

#### 3.2 Modelo simples de um trem

Uma composição ferroviária é normalmente constituída de vários veículos, sendo geralmente o primeiro a locomotiva (podendo ser mais de uma) e os demais os vagões de carga, como mostra a Figura 3.1.



Figura 3.1 – Composição ferroviária [Fonte: RailPictures.Net, 2010]

A transmissão de força entre os veículos é através do acoplamento. A Figura 3.2 mostra de maneira simplificada como as forças são transmitidas e os principais componentes que constituem um veículo de carga [Dukkipati e Amyot, 1988].

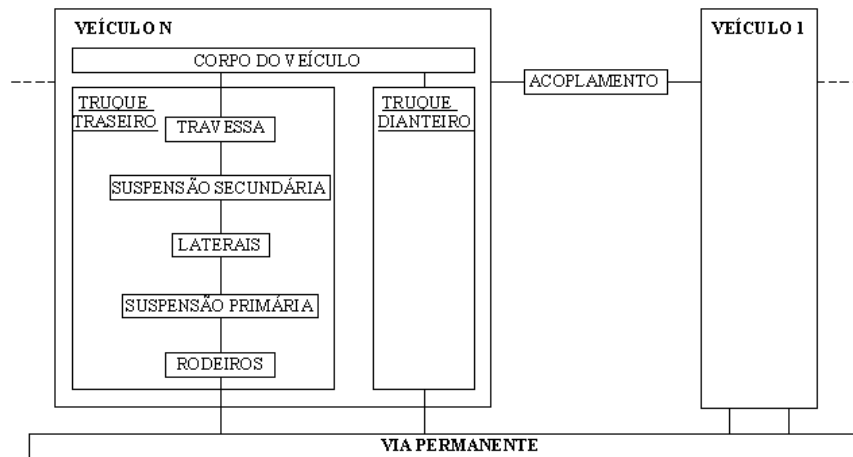


Figura 3.2 – Transmissão de forças em um trem [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

O veículo ferroviário de carga é constituído pelo corpo do veículo e dois truques, sendo um dianteiro e outro traseiro, como mostrado na Figura 3.3. Cada truque está constituído por dois rodeiros, uma travessa e duas laterais. A suspensão primária do truque constituída pelo rolamento e adaptador localiza-se entre os rodeiros e as laterais, enquanto a suspensão secundária constituída pelas molas e cunhas de fricção localiza-se entre as laterais e a travessa. O corpo do veículo está apoiado sobre o prato pião e o peso é transmitido para baixo até a via, através da travessa, suspensão secundária, laterais, suspensão primária, rodeiros e o contato roda-trilho.



Figura 3.3 – Componentes de um veículo ferroviário [RANDON, 2010]

Inversamente, as forças surgidas da geometria da via e das irregularidades são transmitidas para cima pelos mesmos componentes.

Anon, 1978, relacionou os critérios de desempenho dinâmico mais comumente utilizados na literatura e normas, que os projetos de veículos ferroviários devem primar por atender:

- a) Fornecer orientação com estabilidade dinâmica adequada e boas características de resposta em vias retas e curvas.
- b) Fornecer isolamento de vibrações na resposta em vias irregulares sobre determinada faixa de velocidades.
- c) Produzir forças no contato roda-trilho que minimizem o desgaste e danos em componentes e via.

### **3.3 Via permanente**

As condições da via férrea influenciam diretamente nas operações e desempenho das locomotivas e vagões, quando construídas incorretamente ou em condições precárias podem causar desgaste de componentes e acidentes.

Os trilhos recebem a carga dos veículos através das pequenas superfícies de contato, que resultam em altas tensões compressivas. Estas tensões quando muito elevadas, podem causar escoamento do metal na superfície do boleto, desgaste por atrito e fraturas provocadas por fissuras decorrentes da fadiga. Outros aspectos também influenciam as forças de contato roda-trilho, como por exemplo: o diâmetro da roda, carga no eixo e velocidade do veículo [Dukkipati e Amyot, 1988].

A Figura 3.4, mostra a nomenclatura utilizada para identificar as principais partes de um trilho. O boleto possui uma área de seção transversal maior, para que o desgaste não afete o momento de inércia da seção. A alma possui altura suficiente para resistir à flexão, espessura mínima para rigidez transversal e resistência à corrosão atmosférica. O patim tem secção adequada para manter a alma perpendicular em relação ao dormente e transferir os esforços dos trilhos para a placa de apoio e dormentes [Porto, 2004].

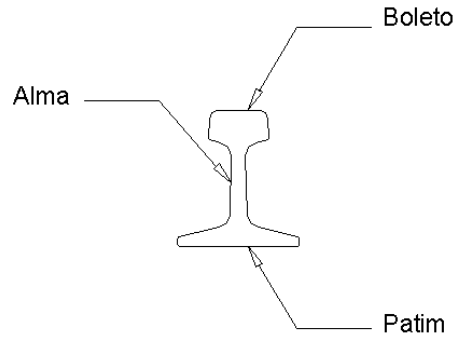


Figura 3.4 – Perfil do trilho

Porto, 2004, destaca que as placas de apoio distribuem a carga dos trilhos sobre uma área maior do dormente, deste modo protegendo os dormentes contra desgaste mecânico e por sua vez ajudando a via a manter a bitola nominal. A Figura 3.5 mostra uma típica seção de via férrea.

A fixação é usada para manter os trilhos e placas de apoio em seu alinhamento e bitola. O padrão de fixação empregado depende do tipo de trilho, placa de apoio, alinhamento de via (tangente ou curva) e capacidade suportada. Os tipos de fixação mais utilizados são o prego de linha e o parafuso.

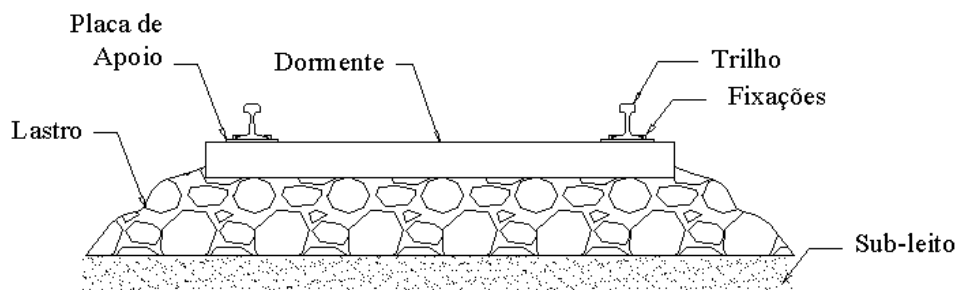


Figura 3.5 – Elementos da via permanente

O movimento longitudinal dos trilhos sobre as placas de apoio é conhecido como escorregamento do trilho. Os trilhos ancorados são usados para controlar este fenômeno, o qual pode ser provocado pela expansão e contração dos trilhos, causado pela temperatura, inclinação ascendente ou descendente da via, tráfego na via ou ação de frenagem [Porto, 2004].

Dormentes, geralmente são construídos de madeira ou concreto e servem para manter a bitola da via e distribuir as cargas sobre o lastro, conforme mostra a Figura 3.5. O lastro



fornece um suporte uniforme para os dormentes, absorve vibrações e choques, e ajuda a ancorar a via no local, resistindo a movimentos laterais e longitudinais [Porto, 2004].

O subleito é a parte da via abaixo do lastro, a qual é devidamente compactada para aumentar a resistência do solo. Normalmente outros procedimentos são adotados quanto à drenagem, como o uso de trincheiras e drenos para rebaixar o nível d'água do terreno quando necessário [Porto, 2004].

### 3.3.1 Descrição da via

De acordo com Dukkipati, 2000, na dinâmica ferroviária, as excitações de entrada vêm das variações da geometria da via. Para estudar as interações veículo/via e avaliar a qualidade de marcha, desempenho do veículo, conforto do passageiro e danos à carga, é necessário representar precisamente as variações da geometria da via.

Irregularidades ou variações na geometria da via resultam de forças cumulativas que deformam a estrutura da via durante seu tempo de vida. Estas variações muitas vezes iniciam com pequenas imperfeições no material, tolerâncias e erros na fabricação dos trilhos e outros componentes da via. Irregularidades do terreno e erros em levantamentos topológicos durante o projeto e construção da via também originam essas variações. A deterioração progressiva da geometria da via decorre do nível de tráfego e dos fatores ambientais.

#### 3.3.1.1 Via tangente

Para definir irregularidades em vias tangentes, Anon, 1975, apresentou um estudo onde os quatro parâmetros geométricos utilizados são o alinhamento, a variação de bitola, o nível cruzado e o nivelamento vertical, os quais são mostrados na Figura 3.6.

O alinhamento é a média da posição lateral dos dois trilhos. A variação de bitola é a distância horizontal entre os dois trilhos. O nível cruzado é a diferença entre a elevação dos trilhos. O nivelamento vertical é a média da elevação dos dois trilhos. Os quatro parâmetros geométricos são expressos a seguir:

$$\text{Alinhamento: } y_a = (y_e + y_d) / 2 \quad (3.1)$$

$$\text{Variação de bitola: } y_b = y_e - y_d \quad (3.2)$$

$$\text{Nível cruzado: } z_c = z_e - z_d \quad (3.3)$$

$$\text{Nivelamento vertical: } z_v = (z_e + z_d) / 2 \quad (3.4)$$



onde os subscritos  $e$  e  $d$  correspondem a trilho esquerdo e direito respectivamente, com  $y$  a distância lateral e  $z$  a distância vertical.

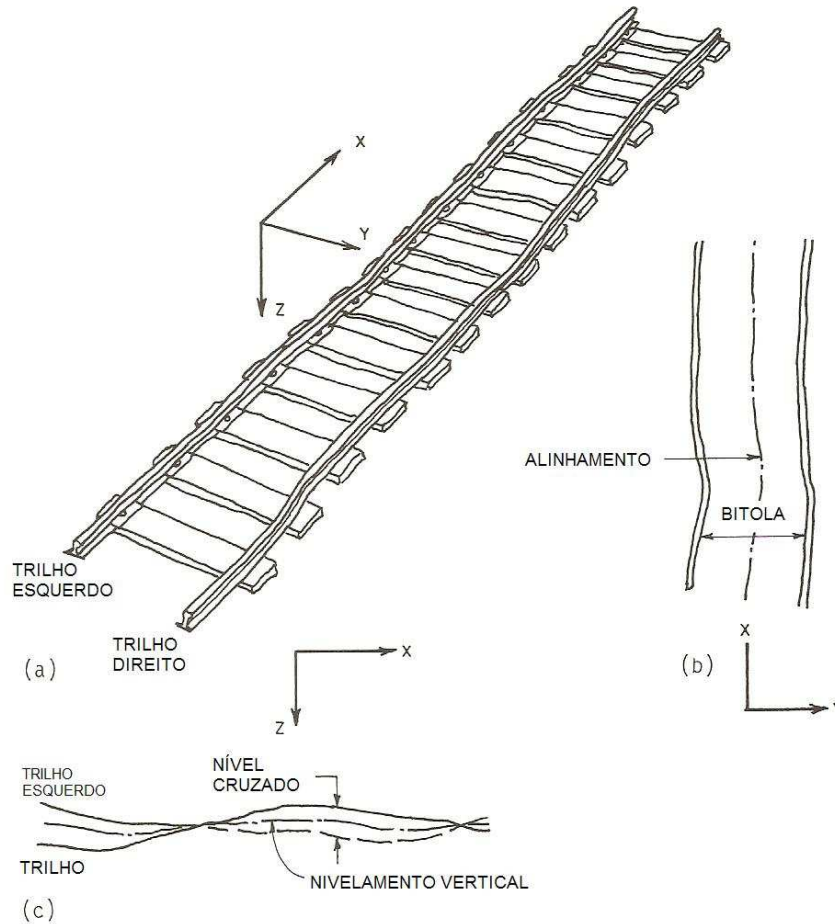


Figura 3.6 – Parâmetros de irregularidade na via: a) via típica, b) alinhamento e variação de bitola, c) nível cruzado e nivelamento vertical. [Adaptado: Dukkupati, 2000]

As divergências desses parâmetros dos valores nominais são designadas por Anon, 1975, como irregularidades de via tangente. Esses parâmetros serão brevemente discutidos com a ajuda da Figura 3.7.

O erro de nivelamento ou nível transversal refere-se como o desvio do trilho esquerdo ou direito de um perfil uniforme. Isto resulta principalmente da existência de juntas baixas ou de cargas térmicas impostas na via. Para conhecer o erro de nivelamento para ambos os trilhos, o nível cruzado pode ser usado.

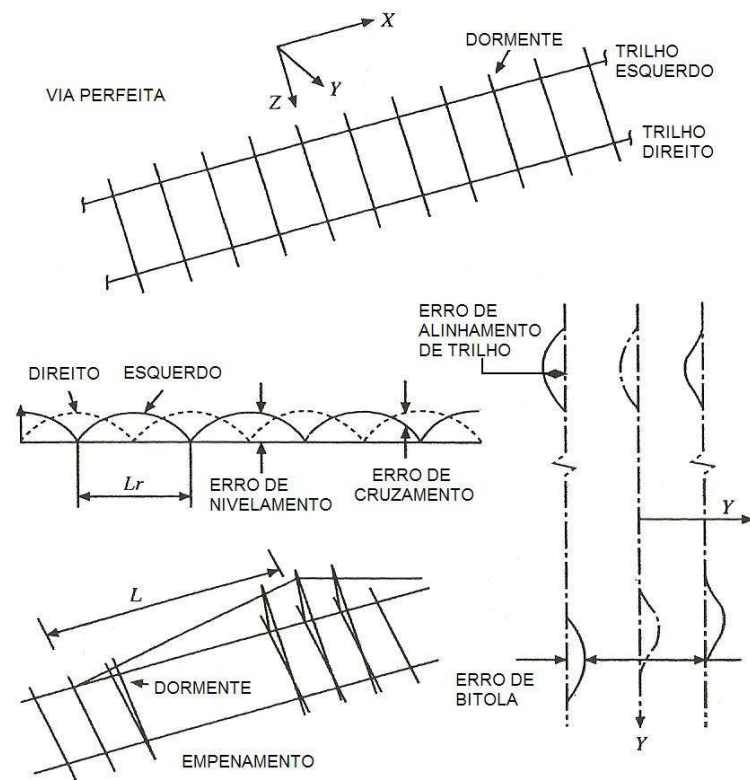


Figura 3.7 – Parâmetros de irregularidade de via. [Adaptado: Dukkipati, 2000]

O erro de alinhamento existe no plano lateral da via e usualmente resulta de deformidade inicial do trilho, construção da via, procedimentos de manutenção e movimentos laterais acumulados da via sob tráfego.

O erro de bitola existe no plano lateral da via e resultam primeiramente da construção da via, procedimentos de manutenção e de movimento lateral relativo dos trilhos sob condições de tráfego. Erros de bitola sempre acompanham erros de alinhamento.

O empenamento é definido como a mudança no nível cruzado sobre um determinado comprimento de via. É resultado de cargas térmicas impostas à via, assentamento cruzado dos dormentes e cargas sobre a via. Muitas vezes o empenamento da via junto com os erros de nivelamento é responsável pelo levantamento da roda. Dependendo das irregularidades, a via é dividida em seis classes, sendo a classe 6 a melhor e a classe 1 a pior.

Além das irregularidades estáticas, a via ferroviária possui também irregularidades dinâmicas causadas pela passagem do veículo sobre a mesma. A flexibilidade da via pode ser modelada por uma compilação de baixas frequências e um sistema massa-mola de um grau de liberdade para altas frequências.

De acordo com Dukkipati e Amyot, 1988, as irregularidades estáticas podem ser classificadas como: periódica, aperiódica ou randômica.

a) Irregularidades periódicas

As componentes periódicas observadas na medida do espectro vertical são devidas as juntas dos trilhos que estão sujeitas a batidas na extremidade do trilho. As extremidades de cada segmento de trilho são golpeadas e dirigidas para baixo pelas forças de impacto que ocorrem nas juntas. Para juntas defasadas como as mostradas na Figura 3.8, a forma de cada trilho pode ser aproximada por uma onda senoidal retificada (RSW), ou seja:

$$z_d = S |\text{sen}(u)| \quad (3.5)$$

$$z_e = S \left| \text{sen}\left(u - \frac{\pi}{2}\right) \right| \quad (3.6)$$

$$u = \Omega x / 2 \quad (3.7)$$

$$\Omega = 2\pi / L_R \quad (3.8)$$

onde:

$S$ : amplitude da RSW, em m;

$L_R$ : comprimento dos trilhos, em m;

$x$ : distância ao longo da via, em m;

$\Omega$ : número de onda, em rad/m;

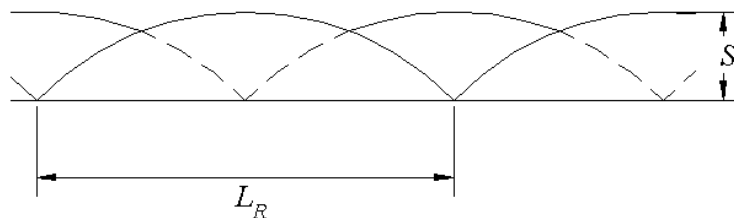


Figura 3.8 – Irregularidade periódica vertical dos trilhos direito e esquerdo

b) Irregularidades aperiódicas

Estruturas especiais de via, tal como, aparelhos de mudança de via e passagens de nível podem ser simulados como outras excitações de entrada. As irregularidades aperiódicas mais comuns em vias férreas são conhecidas e podem ser representadas por expressões analíticas, conforme demonstrado por Garg e Dukkipati, 1984. Elas incluem pontas (*cusp*), protuberâncias (*bump*), desnível (*jog*), platô (*plateau*), depressão (*trough*), ciclo seno, co-seno amortecido. A Tabela I.1 e a Tabela I.2 no Anexo I, ilustram estas irregularidades aperiódicas.

c) Irregularidades Randômicas

As irregularidades estacionárias randômicas em vias são descritas pelo Espectro de Densidade de Potência (PSD). A densidade espectral é um valor médio quadrático distribuído de uma variável como uma função de frequência ou número de onda. Espectros de densidade medidos anteriormente por Houbolt ,1961, para vários tipos de superfícies foram aproximados por:

$$S_p(\Omega) = A_s / \Omega^2 \quad (3.9)$$

onde  $S_p(\Omega)$  é o espectro de densidade de potência, o valor  $A_s$  depende do tipo de superfície medida e  $\Omega$  é o número de onda.

Neste trabalho estas irregularidades não serão consideradas nas simulações numéricas. As normas também não possuem parâmetros para comparação.

### 3.3.1.2 Via curva

De acordo com Anon, 1975, a forma mais simples de uma via curva tem um raio constante  $R$ , uma superelevação constante e nenhuma irregularidade. A superelevação,  $\phi_{SE}$ , definida na Figura 3.9, é o ângulo pelo qual um trilho é elevado com respeito ao outro.

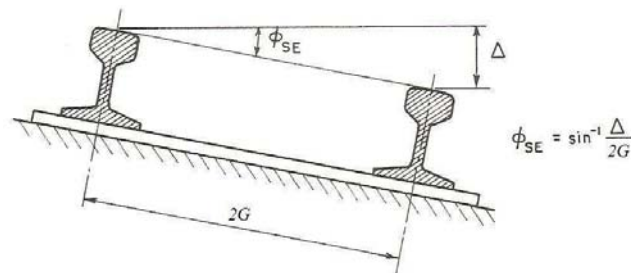


Figura 3.9 – Superelevação [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

O grau da curva  $D_c$ , mostrado na Figura 3.10, é o ângulo subtendido por uma corda de 30,48 m (100 ft) no centro de um alinhamento circular. A curvatura  $R_c$  (inverso do raio de uma curva), a superelevação  $\phi_{SE}$ , e velocidade do veículo  $V_v$ , são suficientes para determinar o ângulo de deficiência de inclinação,  $\phi_d$ .

$$\phi_d = \frac{V_v^2}{g R_c} - \phi_{SE} \quad (3.10)$$

Onde  $g$  é a aceleração da gravidade. O deslocamento balanceado ou insuficiência de inclinação ocorre quando a velocidade do veículo é tal que a componente lateral do peso cancela a força centrífuga durante a curva.

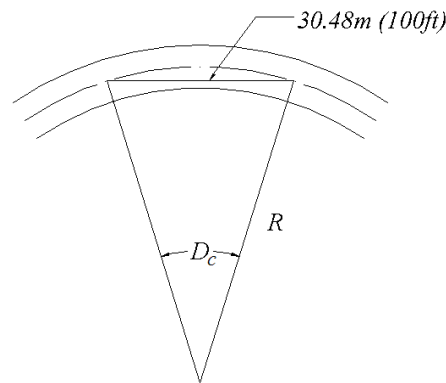


Figura 3.10 – Definição de via curva

Um ângulo de deficiência de inclinação diferente de zero é o ângulo no qual a superelevação teria que ser aumentada para alcançar o deslocamento balanceado. Gráficos de deficiência de inclinação versus grau de curva são muitas vezes usados como medidas de desempenho de curvas.

Na análise dinâmica, muitas vezes é interessante avaliar o comportamento do veículo nas entradas e saídas das curvas, bem como em curva permanente. A geometria da via pode então envolver os seguintes segmentos de via:

- a) *Tangente*. A curvatura e superelevação são zero.
- b) *Transição*. Um segmento de transição é muitas vezes usado entre tangente e espiral ou espiral e segmentos de curva permanente. Este segmento pode não ser necessário com certos tipos de segmentos de espiral, que proporcionam uma transição suave por si mesmo.
- c) *Espiral*. Segmentos de espiral são usados entre tangentes e segmentos de curva permanente. Sua curvatura e superelevação variam segundo funções específicas de posição na via. Funções lineares, seno ou arco-tangente são comumente usados.
- d) *Curva permanente*. A curvatura e superelevação são constantes. O raio de curvatura pode variar de um mínimo de 30 m (98 ft) em vias de tráfego de baixa velocidade, até 3.048 m (10.000 ft) em vias de alta velocidade.

### **3.3.2 Parâmetros de vias**

A geometria nominal da via e suas irregularidades no alinhamento, nível cruzado e nivelamento vertical são as funções de força dominantes que causam uma resposta dinâmica ao veículo. Os parâmetros para os principais segmentos de via foram apresentados por Dukkipati, 2000, sendo os parâmetros de via tangente os mais importantes para este trabalho devido à direta implementação computacional e possibilidade de comparação com as normas.

#### **3.3.2.1 Parâmetros de via tangente**

Conforme Anon, 1975, várias tolerâncias podem ser usadas para limitar as irregularidades durante a construção e manutenção da via. Os três seguintes são usados extensivamente nos EUA: (1) máximo desvio do normal, (2) máxima mudança admissível no desvio em um dado comprimento, e (3) máxima distância admissível entre o ponto médio da corda de um dado comprimento tocando a via em ambas as extremidades da corda e o ponto médio da via entre as extremidades da corda.

As definições de classe de via para via tangente da FRA (Federal Railroad Administration) estão mostradas na Tabela I.3 no Anexo I, onde a classe 6 é a melhor e a classe 1 a pior. Estas definições limitam a velocidade de operação sobre um dado trecho da via, baseado nas tolerâncias descritas anteriormente e um comprimento de corda de 18,9 m (62 ft). Irregularidades na via são parâmetros geométricos que podem ser categorizados como irregularidades periódicas, aperiódicas ou randômicas.

#### **3.3.2.2 Geometria de via curva**

As definições de classe de via para via curva da FRA estão mostradas na Tabela I.4 , no Anexo I. A geometria da curvatura da via e a superelevação pode ser obtida de gráficos de vias. Para uma maior precisão, a medição direta da curvatura e superelevação é recomendada.

#### **3.3.2.3 Superelevação**

Em curvas os trens são influenciados por forças centrífugas, as quais atuam do centro da curva e tende a capotar o veículo [Dukkipati e Amyot, 1988,]. A soma do peso do veículo e

a força centrífuga produzem uma força resultante direcionada para o trilho externo, a menos que o trilho externo esteja levantado ou super elevado, como mostrado na Figura 3.11.

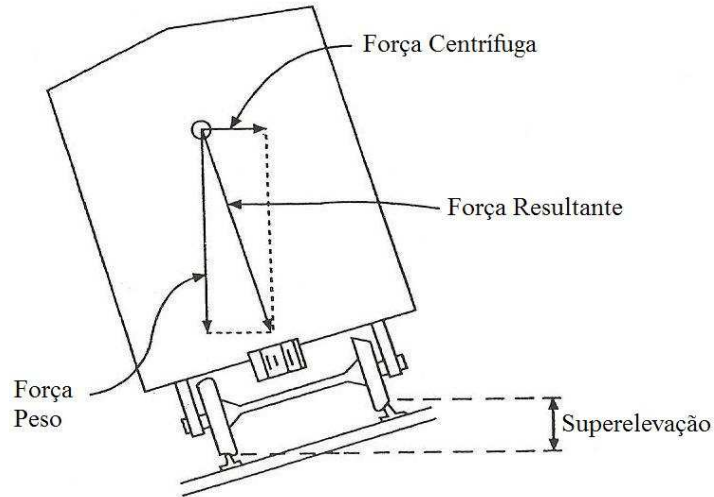


Figura 3.11 – Superelevação [Fonte: Dukkipati, 2000]

Uma curva é descrita como sendo balanceada na velocidade de equilíbrio, a qual produz uma força resultante através da linha de centro da via. Nesta condição as forças verticais nos trilhos são iguais, para que a máxima utilização dos esforços de tração e mínimo desgaste nas rodas e trilhos possam ser alcançados.

#### 3.3.2.4 Espirais

De acordo com Dukkipati e Amyot, 1988, quando um trem opera em altas velocidades, é necessário inserir uma espiral entre tangente e segmentos de curvas. A espiral é uma curva especial de mudança de raio contínua, diminuindo de um raio infinito na extremidade da tangente a um raio igual na curva circular na outra extremidade. A espiral fornece uma transição suave de tangente a segmentos de curvas e vice versa, permitindo a superelevação mudar gradualmente sobre seu comprimento.

O comprimento da espiral varia diretamente com a quantidade de superelevação da curva. A máxima razão disponível de mudança da superelevação determina o mínimo comprimento da espiral para uma dada velocidade do veículo e curva de superelevação. A transição entre curvas de diferentes graus e superelevações em uma curva composta é consumada por meio de uma espiral com limites similares na razão de mudança de superelevação, mostrado na Figura 3.12

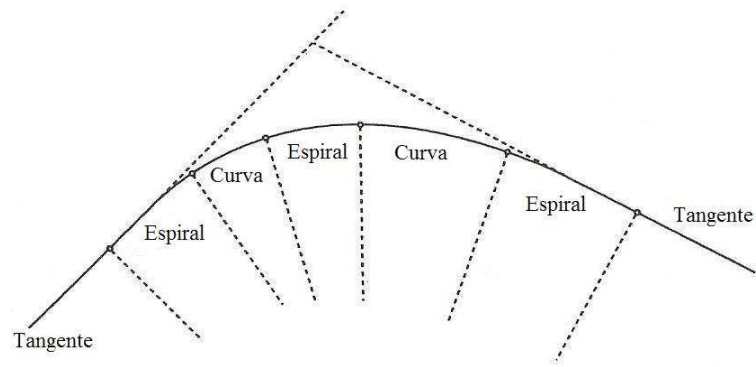


Figura 3.12 – Curva composta com espirais [Fonte: Dukkipati, 2000]

Contudo, estudos têm mostrado que comprimentos de espirais mais curtos do que aqueles normalmente permitidos na prática fornecem uma segurança adicional nas operações ferroviárias [Dukkipati e Amyot, 1988].

### 3.3.2.5 Curvas reversas

Um segmento interveniente de via tangente, pelo menos igual no comprimento do veículo mais comprido permitido na via, é usualmente inserido entre curvas reversas para permitir os truques de um veículo recuperar-se de uma curva antes de entrarem em outra [Dukkipati e Amyot, 1988]. A Figura 3.13 mostra um exemplo de utilização desta técnica.

O comprimento necessário de um segmento de tangente é uma função da velocidade do trem, grau da curva, comprimento da espiral, superelevações e comprimento dos veículos. Em grandes velocidades, existe menos tempo para o truque do veículo se recuperar. Assim embora a espiral apropriada tenha condições, é desejável que o segmento de tangentes entre as curvas seja maior no comprimento do que o veículo.

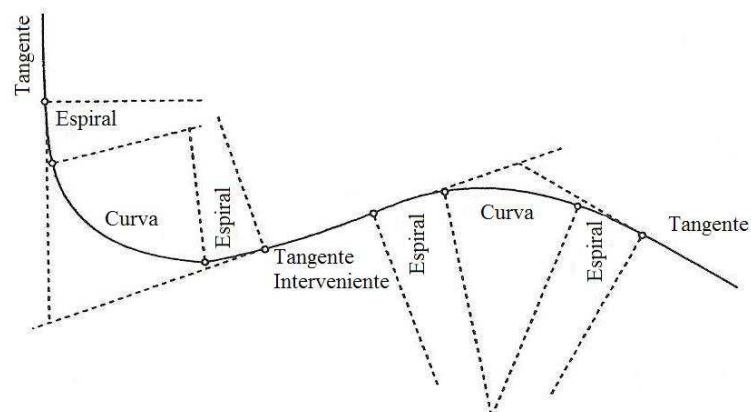


Figura 3.13 – Curva reversa com tangente interveniente [Fonte: Dukkipati e Amyot, 1988]



### 3.3.2.6 Rampas

A inclinação ascendente ou descendente na direção para frente da via é conhecido como inclinação da via. De acordo com Dukkipati, 2000, a inclinação é expressa como uma porcentagem que indica o número de metros, pelo qual a via ascende ou descende em uma distância longitudinal de 100 m. Típicas inclinações encontradas na prática são:

a) Inclinação ascendente leve: é uma inclinação ascendente de 1.0% ou menos, como é mostrado na Figura 3.14 (a). Os procedimentos para operar (segurar) o trem neste tipo de rampa é assumir que esta seja longa o suficiente para que um balanço possa ser estabelecido entre forças de desaceleração gravitacional e a influencia das forças de resistência dos veículos e forças de aceleração da locomotiva.

b) Inclinação descendente leve: é uma inclinação descendente leve de 1.0% ou menos, como é mostrado na Figura 3.14 (b). Os procedimentos para operar (segurar) o trem neste tipo de inclinação é assumir que esta seja longa o suficiente para que um balanço possa ser alcançado entre forças de aceleração gravitacional devido à inclinação e forças de desaceleração devido à resistência do trem e frenagem.

c) Inclinação ascendente pesado: é uma inclinação ascendente maior que 1.0%, como mostrado na Figura 3.14 (c). Os procedimentos para operar (segurar) o trem neste tipo de inclinação são baseados na consideração que a inclinação é longa o suficiente para que o balanço possa ser estabelecido entre forças de desaceleração e aceleração, da mesma forma que em inclinações ascendentes leves.

d) Inclinação descendente pesado: é uma inclinação descendente maior que 1.0%, como mostrado na Figura 3.14 (d). Os procedimentos para operar (segurar) o trem neste tipo de inclinação é assumir que esta seja longa o suficiente para que um balanço possa ser alcançado entre forças de aceleração e desaceleração, da mesma forma que em inclinações descendentes leves.

e) Inclinação de perfil côncavo (colina): é uma longa inclinação ascendente que muda para uma longa inclinação descendente, sendo que ambos as inclinações são de magnitude suficiente para que haja uma mudança nos procedimentos de operação do trem na colina, como mostrado na Figura 3.14 (e).

f) Corcova, monte ou cômodo: estes termos são usados para descrever um rápido aumento na inclinação, seguido de um decréscimo na inclinação suficiente para resultar em um considerável afrouxamento no ajuste do engate, como mostrado na Figura 3.14 (f).

g) Depressão: é uma inclinação descendente seguida por uma ascendente, raso ou quase raso, que resulta em ajuste de acoplamento mais frouxo do que em outras rampas, como mostrado na Figura 3.14 (g).

h) Inclinação ondulada: Uma inclinação ondulada define um perfil de via onde as mudanças de inclinação são tão freqüentes que a média de um trem passando por cima cobre três ou mais inclinações ascendentes e descendentes, como mostrado na Figura 3.14 (h). O afrouxamento do trem é continuamente ajustado com os veículos em inclinações descendentes tendendo a mover mais rápido do que aqueles em inclinações ascendentes.

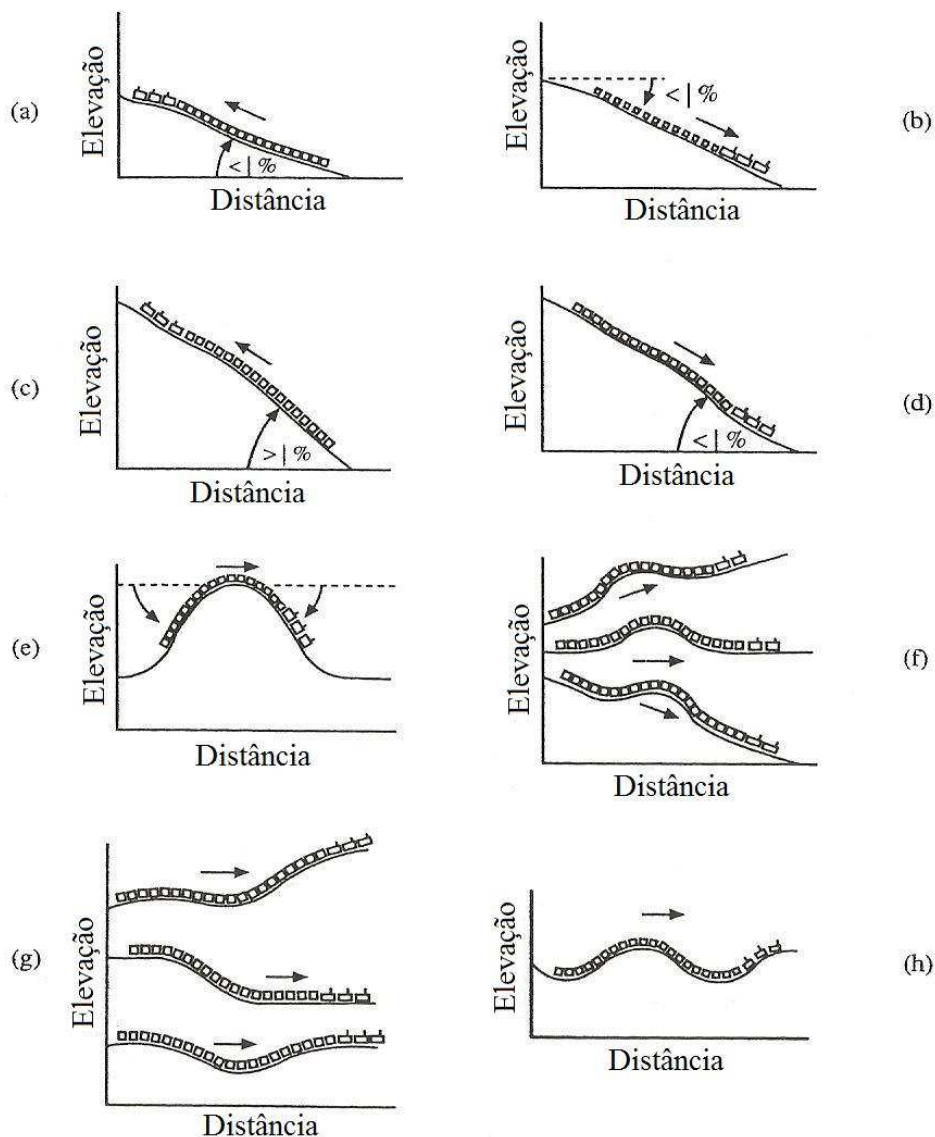


Figura 3.14 – Inclinações: (a) ascendente leve; (b) descendente leve; (c) ascendente pesado; (d) descendente pesado; (e) côncava; (f) corcova; (g) depressão; (h) ondulada. [Dukkipati, 2000]

### 3.3.3 Rigidez da Via

A rigidez da via está relacionada com o tipo de dormente, o seu espaçamento, profundidade do lastro, resistência da plataforma e tipo e espécie de socaria com que é mantida a via. É muito influenciada pelo número de dormentes por quilômetro (ou espaçamento dos dormentes). Um menor espaçamento dos dormentes leva a uma maior rigidez da via e conseqüentemente uma maior resistência à deformação.

Em programas de simulação numérica a flexibilidade da via permanente é modelada através de molas lineares para a direção lateral e vertical, o amortecimento geralmente é desprezado [Arslan, 1983].

A rigidez lateral e vertical da via permanente foi determinada em testes experimentais por Arslan, 1983. Os valores de rigidez lateral e vertical dependem da carga da roda sobre os trilhos e conseqüentemente da carga total do veículo. A Tabela 3.1 mostra os valores de rigidez da via determinados por Arslan.

Tabela 3.1 Rigidez lateral e vertical da via permanente

Carga vertical	Rigidez lateral	Rigidez vertical
111,2 kN – 200,2 kN (25000 lbf - 45000 lbf)	14010 kN/m (80000 lbf/in)	21020 kN/m (120000 lbf/in)
22,24 kN – 35,58 kN (5000 lbf - 8000 lbf)	4903 kN/m (28000 lbf/in)	7355 kN/m (42000 lbf/in)

Fonte: Arslan, 1983

### 3.4 Principais componentes dos veículos ferroviários

Os veículos ferroviários normalmente são constituídos de um corpo, o qual é suportado por truques em cada extremidade. O truque é a estrutura que contém duas ou mais montagens de roda-eixo (*rodeiros*). A suspensão suporta o corpo do veículo, fornece orientação direcional, filtra os efeitos das imperfeições da geometria da via e fornece estabilidade dinâmica. O truque, portanto é de importância fundamental nos estudos dinâmicos de veículos ferroviários.

### 3.4.1 Rodeiros

O elemento básico do veículo ferroviário, destacado por Dukkipati, 2000, é o rodeiro (*Wheelset*), mostrado na Figura 3.15, que consiste de duas rodas rígidas montadas em um eixo. As rodas possuem perfil cônico e um flange para o lado de dentro dos trilhos. Um afastamento entre flange e trilho, usualmente  $\pm 7$  mm, previne que haja o contato em retas.

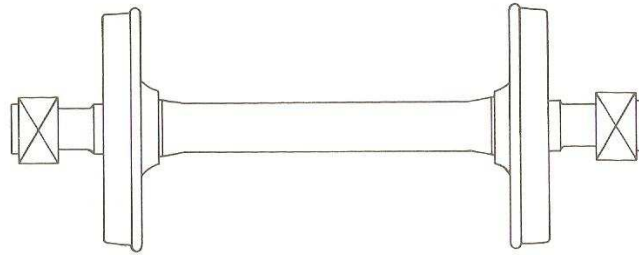


Figura 3.15 – Rodeiro ferroviário [Dukkipati, 2000]

Em veículos ferroviários convencionais o rodeiro consiste de duas rodas que são rigidamente fixadas a um eixo e rotacionam juntos. As rodas possuem perfil cônico fornecendo assim uma ação auto centrante com os eixos, movendo-se lateralmente com respeito à via. Sobre condições usuais de simetria e pequenos deslocamentos, Shabana et al.,2008, evidencia que os graus de liberdade necessários para descrever os movimentos laterais do rodeiro são o deslocamento lateral (centróide do rodeiro) e ângulo *yaw* (sobre o eixo vertical perpendicular ao eixo no centróide), conforme mostrado na Figura 3.16. O rodeiro é conectado ao restante do veículo através do sistema de suspensão, o qual se opõe ao deslocamento lateral e ao movimento de ângulo de *yaw*.

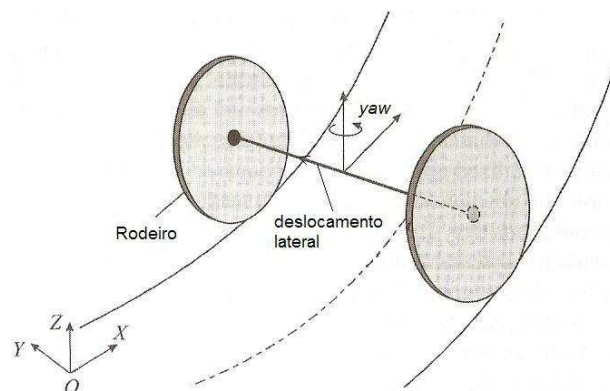


Figura 3.16 – Movimentos do rodeiro [Adaptado: Shabana et al.,2008]

Apesar da aparente simplicidade do rodeiro, modelos não lineares são necessários para prever com precisão seu movimento [Dukkipati, 2000]. A roda curva e o perfil lateral do trilho levam a uma restrição geométrica roda-trilho altamente não linear, o qual entra nas equações de movimento e afeta fortemente o comportamento do rodeiro. O fenômeno do escorregamento (*creep*) que ocorre no ponto de contato entre roda e trilho é não linear. O sistema de suspensão exibe fricção não linear e comportamento de endurecimento não linear das molas (a rigidez das molas aumenta com a deflexão). Estas características podem ser linearizadas, mas as não-linearidades muitas vezes têm efeitos importantes na dinâmica de veículos. Portanto a linearização pode levar a resultados aproximados.

### **3.4.2 Truques**

Segundo Dukkipati, 2000, os veículos ferroviários mais convencionais usam truques de dois eixos. As configurações dos truques podem ser classificadas em três amplas categorias: truques de passageiros, truques de carga e truques de locomotivas.

As funções primordiais de um truque de veículo ferroviário são:

- a) Suportar com segurança o corpo do veículo sobre a cadeia inteira de operações.
- b) Fornecer orientação com operação estável em via tangente e flange livre em via curva.
- c) Fornecer isolamento de vibrações aceitáveis do corpo do veículo das irregularidades da via.
- d) Fornecer adesão aceitável durante operações de potência e frenagem.

Para reunir estes objetivos, diferentes tipos e configurações de truques têm sido desenvolvidos ao longo dos anos.

#### **3.4.2.1 Truque de veículos de passageiros**

Nos truques de veículos de passageiros, os rodeiros são conectados às estruturas pelos principais elementos de restituição e dissipativos, como molas helicoidais e elastômeros. Estes elementos reduzem a transmissão de vibração ao corpo do veículo permitindo o movimento relativo do rodeiro em relação à estrutura do truque. A suspensão secundária suporta o corpo do veículo diretamente ou através da travessa. Por exemplo, grupos de molas de ar verticais em paralelo com amortecedores hidráulicos podem atuar entre a travessa e a

estrutura do truque, conexão do prato pião e corpo do veículo. Em muitos casos, os componentes de suspensão do truque de passageiros podem ser representados por características lineares. Um modelo genérico para truque de passageiros com dois rodeiros e diagrama esquemático deste modelo, incluindo rigidez de flexão e cisalhamento entre os rodeiros é mostrado na Figura 3.17.

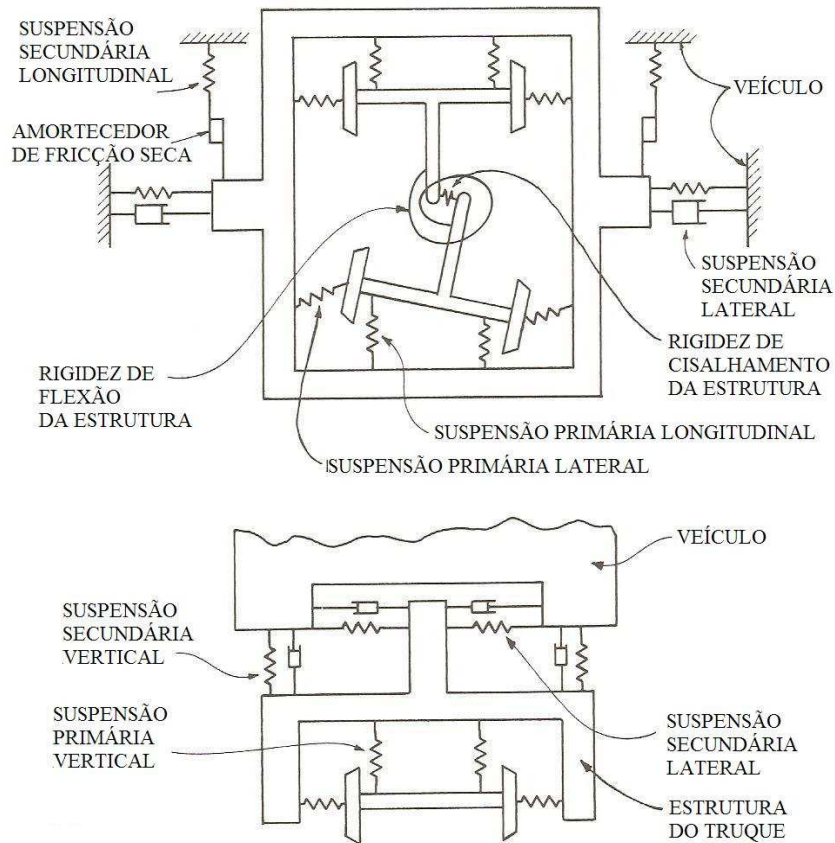


Figura 3.17 – Modelo de suspensão para truque de passageiros [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

Desde que as propriedades de rigidez e cinemática de todas as conexões rodeiro-truque possam ser caracterizadas por rigidez de cisalhamento e flexão entre rodeiros, este modelo genérico pode ser aplicado também em truques radiais.

Os graus de liberdade necessários para a modelagem do truque de passageiros são: o deslocamento lateral e o ângulo de *yaw* do rodeiro, e os ângulos de *yaw* e de *roll* da lateral do truque. A travessa pode ter deslocamentos laterais, ângulos de *yaw* e de *roll*, relativos à estrutura do truque.

### 3.4.2.2 Truque de veículos de carga

O truque de três peças para veículos de carga consiste de duas laterais e uma travessa, diferenciando-se de um truque de passageiros pela falta dos elementos de suspensão primária entre rodeiros e estrutura do truque, como descrito por Dukkipati, 2000, e o uso de fricção em paralelo com as molas na suspensão secundária, como mostrado na Figura 3.18.

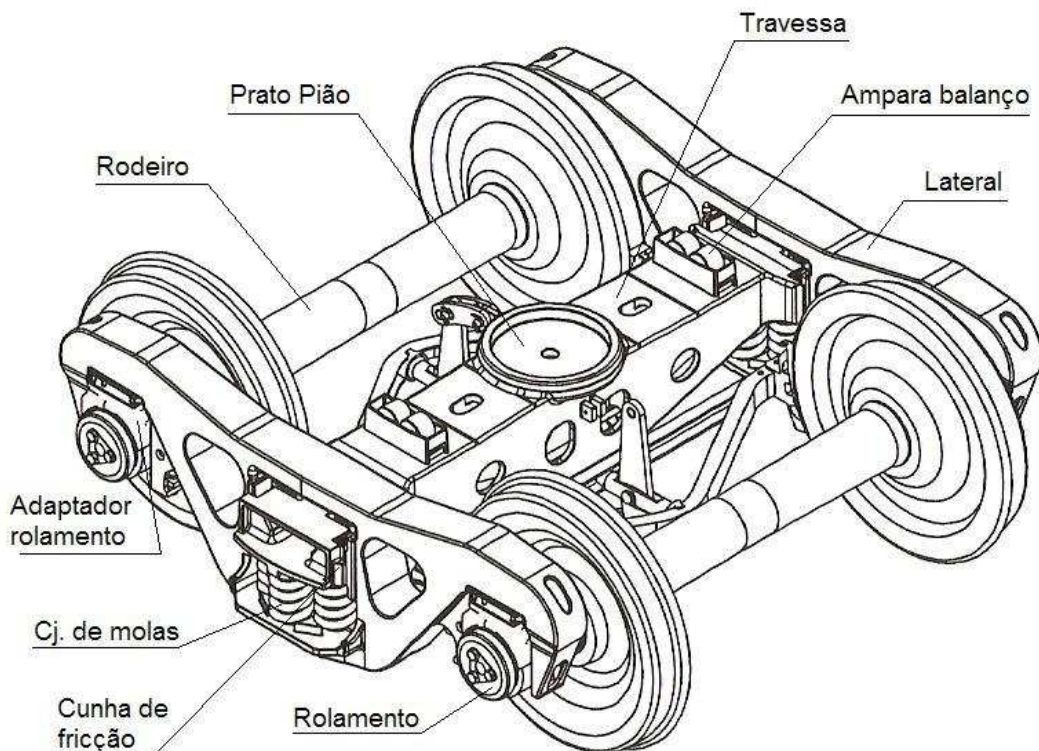


Figura 3.18 – Truque de veículo de carga [RANDON, 2010]

A conexão entre rodeiro e lateral, consiste apenas de um rolamento e adaptador de rolamento. Quando apoios de material elastômero são colocados entre adaptador de rolamento e lateral, há a inclusão de uma suspensão primária com rigidez individual nas direções longitudinal, lateral e ângulo de *yaw*. O grupo de molas entre travessa e lateral, geralmente tem flexibilidade vertical e lateral em paralelo com atrito seco das cunhas de fricção [Dukkipati, 2000]. O movimento lateral é limitado pelos batentes da travessa, conforme mostrado na Figura 3.19.

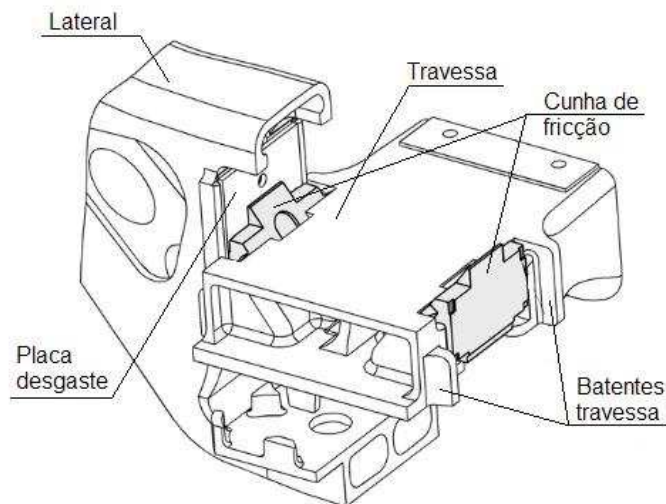


Figura 3.19 – Batentes da travessa [Adaptado: ASF, 2002]

Tanto a rigidez e atrito seco no prato pião quanto à rigidez e fricção do ampara balanço de contato constante, opõe resistência à rotação do truque relativa ao prato pião. Para a modelagem de grandes movimentos de rolamento que descrevem o contato do corpo do veículo com a travessa, são necessárias expressões não lineares.

De acordo com Dukkupati, 2000, não linearidades, como por exemplo: atrito seco ou de *Coulomb*, espaços e obstáculos na suspensão podem ser modelados com um elemento genérico de suspensão, como mostrado por exemplo na Figura 3.20(b) para representar a suspensão vertical secundária de um truque de carga, Figura 3.20(a). Este elemento genérico é composto de uma combinação em paralelo de uma mola linear  $K_{b1}$ , atrito seco em série com uma mola linear  $K_{b2}$ , uma mola linear  $K_{b3}$  com folga  $\delta$ , e atrito viscoso (quando presente). O predomínio de não linearidades na suspensão de veículos de carga torna a análise mais difícil para veículos de carga do que em veículos de passageiros.

Em adição aos componentes da estrutura regular do truque, interconexões diretas podem ser adicionadas entre os rodeiros. Tais componentes podem ser modelados pela adição de elementos de suspensão de flexão e cisalhamento.



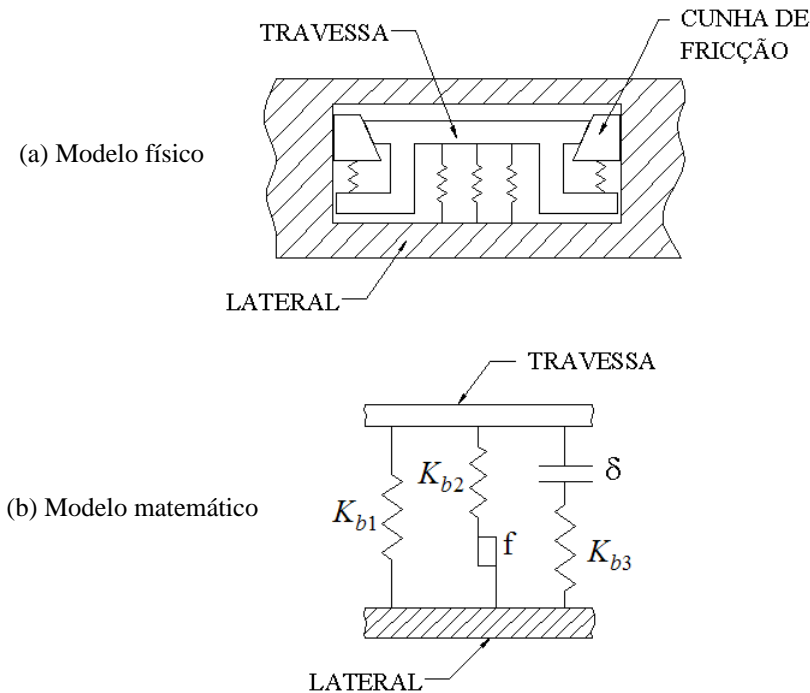


Figura 3.20 – Suspensão de veículo de carga - (a) Modelo físico, (b) Modelo matemático.

[Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

### 3.4.2.3 Geometria e características de rigidez do truque de carga

As propriedades mais importantes de geometria e as principais características de rigidez do truque são listadas a seguir:

- (a) Base rígida do truque;
- (b) Número de eixos do truque;
- (c) Rigidez vertical do grupo de molas;
- (d) Rigidez de flexão da travessa do truque;
- (e) Rigidez lateral do grupo de molas

#### a) Base rígida do truque

A base rígida do truque (*Wheel base*) é a distância entre centros dos rodéis do truque, que pode ter um efeito essencial em desempenho de curvas, especialmente em curvas fechadas. Dukkipati, 2000, enfatiza que os truques com base rígida longa sofrem um aumento das forças laterais requeridas para mover-se através de uma curva ou espiral. Entretanto em operação em via tangente, uma base rígida longa pode reduzir a probabilidade de *hunting* do truque.

b) Número de eixos por truque

De acordo com Dukkipati e Amyot, 1988, a adição de um terceiro ou quarto eixo ao truque, aumenta em muito a restrição imposta durante uma curva ou espiral. Portanto estes truques tendem a serem menos propensos ao *hunting*.

c) Rigidez vertical do grupo de molas

Os truques de três peças geralmente têm uma série de molas agrupadas interconectando cada lateral com a travessa, conforme Figura 3.21 (a). Estas molas possuem uma classificação e disposição que varia com o tipo de veículo a ser aplicada, a capacidade de carga do veículo e conseqüentemente a capacidade de carga do truque.

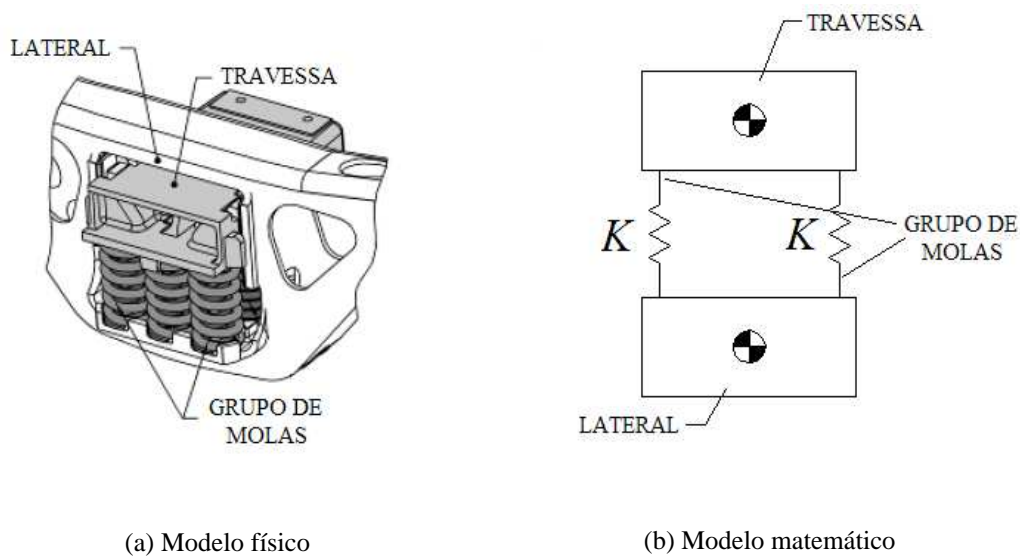


Figura 3.21 – Configuração das molas: (a) Modelo físico; (b) Modelo matemático

A rigidez vertical do grupo de molas geralmente é representada por duas molas em modelos matemáticos, conforme mostrado na Figura 3.21(b), portanto cada uma tem metade da rigidez. A rigidez total do grupo de molas pode ser considerada como uma associação em paralelo de molas, logo a rigidez do grupo de molas é o somatório da rigidez  $k$  de cada mola, conforme a Equação (3.11). Quando a rigidez da travessa do truque é incorporada nas molas do modelo, o valor da rigidez será ligeiramente inferior.

$$K_{GRUPO} = \Sigma k \quad (3.11)$$

onde:

$K_{GRUPO}$  : rigidez total do grupo de molas, em N/m;

d) Rigidez de flexão da travessa do truque

Antes de calcular a rigidez de flexão da travessa do truque, o momento de inércia de área tem que ser determinado. Os valores de momento de inércia podem ser avaliados a partir de um programa CAD quando possível ou através de cálculos analíticos. Baseado em desenhos mecânicos típicos de travessas de truques, AAR, 1984, podem ser determinadas estas propriedades. Assumindo que as seções 1, 2 e 3 da Figura 3.22 são uniformes e tem um momento de inércia de área constante, estes podem ser determinados para cada seção.

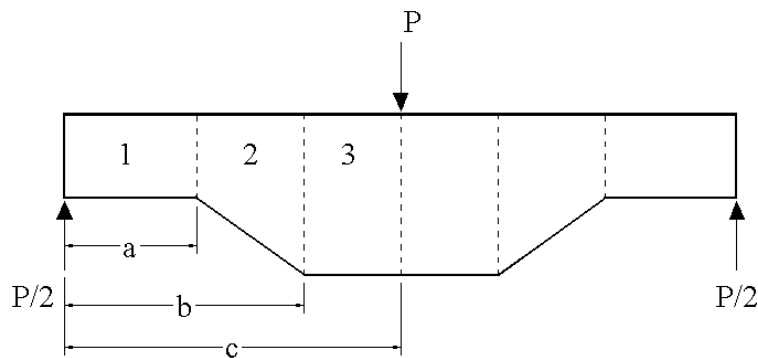


Figura 3.22 – Seção transversal de uma travessa

Considerando o momento de inércia de área para as seções:

$$I_{yy1} = I_{yy2} = I_{yy3} = \frac{1}{12} b_i h_i^3 \quad (3.12)$$

onde:

$I_{yy1}$  : momento de inércia de área da seção 1, em  $\text{mm}^4$

$I_{yy2}$  : momento de inércia de área da seção 2, em  $\text{mm}^4$

$I_{yy3}$  : momento de inércia de área da seção 3, em  $\text{mm}^4$

$b_i$  : base da seção (i) da travessa, em mm

$h_i$  : altura da seção (i) da travessa, em mm

Assumindo que a travessa do truque é apoiada por suportes simples e tem aplicada uma carga concentrada no centro como mostra a Figura 3.22, os diagramas de momento fletor e cisalhamento podem ser calculados, conforme mostra a Figura 3.23.

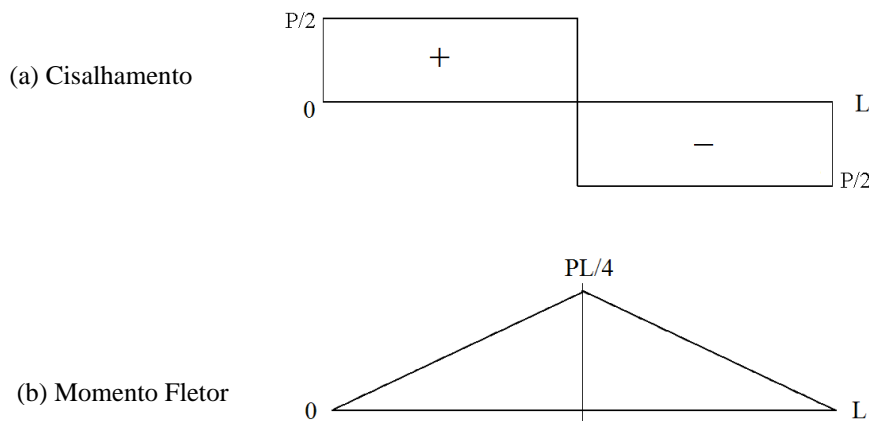


Figura 3.23 – Diagrama de: (a) cisalhamento; (b) momento fletor

Aplicando o método da energia de deformação de *Castigliano* e desprezando a energia de deformação devido ao carregamento torsional e axial, a energia total na travessa do truque é:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M^2}{E_y I} dx + \frac{B_T}{2} \int_0^L \frac{Q^2}{AG_T} dx \quad (3.13)$$

e a deformação em  $P$  torna-se:

$$\Delta_P = \frac{\partial U}{\partial P} = \int_0^L \frac{M}{E_y I} \frac{\partial M}{\partial P} dx + B_T \int_0^L \frac{Q}{AG_T} \frac{\partial Q}{\partial P} dx \quad (3.14)$$

Para encontrar a deflexão no meio da travessa pode ser utilizada a tabela a seguir:

Tabela 3.2 Deflexão devido à flexão na travessa

Tipo de carga	Seção 1		Seção 2		Seção 3	
	Carga	$\frac{\partial \text{Carga}}{\partial P}$	Carga	$\frac{\partial \text{Carga}}{\partial P}$	Carga	$\frac{\partial \text{Carga}}{\partial P}$
Flexão	$\frac{P}{2}(a-x)$	$\frac{1}{2}(a-x)$	$\frac{P}{2}(b-x)$	$\frac{1}{2}(b-x)$	$\frac{P}{2}(c-x)$	$\frac{1}{2}(c-x)$
Cisalhamento	$\frac{P}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{P}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{P}{2}$	$\frac{1}{2}$

Logo, a deflexão da travessa é dada por:

$$\begin{aligned}
 \Delta_p = & \frac{2}{E_y I_{yy1}} \int_0^a \left( \frac{P}{2} (a - x_1) \frac{1}{2} (a - x_1) \right) dx_1 + \frac{2}{E_y I_{yy2}} \int_0^{b-a} \left( \frac{P}{2} (b - x_2) \frac{1}{2} (b - x_2) \right) dx_2 + \\
 & \frac{2}{E_y I_{yy3}} \int_0^{c-b} \left( \frac{P}{2} (c - x_3) \frac{1}{2} (c - x_3) \right) dx_3 + \frac{2B_T}{A_1 G_T} \int_0^a \frac{P}{2} \frac{1}{2} dx_1 + \frac{2B_T}{A_2 G_T} \int_0^{b-a} \frac{P}{2} \frac{1}{2} dx_2 + \\
 & \frac{2B_T}{A_3 G_T} \int_0^{c-b} \frac{P}{2} \frac{1}{2} dx_3
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

onde:

$a$  : distância da extremidade da travessa até a seção 1, em mm (in);

$b$  : distância da extremidade da travessa até a seção 2, em mm (in);

$c$  : distância da extremidade da travessa até o centro, em mm (in);

$A_1$  : Área da seção 1, em mm<sup>2</sup> (in<sup>2</sup>);

$A_2$  : Área da seção 2, em mm<sup>2</sup> (in<sup>2</sup>);

$A_3$  : Área da seção 3, em mm<sup>2</sup> (in<sup>2</sup>);

$E_y$  : Módulo de elasticidade do aço, em N/mm<sup>2</sup> (lbf/in<sup>2</sup>);

$G_T$  : Módulo de elasticidade transversal do aço, em N/mm<sup>2</sup> (lbf/in<sup>2</sup>);

$B_T$  : Constante de cisalhamento de Timoshenko.

sendo a rigidez da travessa:

$$K_{TRAVESSA} = \frac{P}{\Delta_p} \tag{3.16}$$

considerando a rigidez de flexão da travessa somada com a rigidez do grupo de molas, resulta:

$$K_{TRUQUE} = \frac{1}{\left( \frac{1}{K_{TRAVESSA}} + \frac{1}{K_{GRUPO}} \right)} \tag{3.17}$$

$$K_{(i)} = \frac{K_{TRUQUE}}{4} \tag{3.18}$$

onde:

$K_{TRAVESSA}$  : rigidez da travessa, em N/m (lbf/in);

$K_{TRUQUE}$  : rigidez vertical total do truque, em N/m (lbf/in);

$K_{(i)}$  : rigidez vertical da mola  $i$ , em N/m (lbf/in);

O Apêndice A apresenta, na Tabela A.1, os parâmetros necessários para o cálculo das constantes de rigidez de um truque, para veículos tipo *Boxcar* de 70 e 100 t.

e) Rigidez lateral do grupo de molas

A determinação da rigidez lateral do grupo de molas é de difícil obtenção para truques de carga devido a sua complexidade. O movimento lateral da travessa em relação ao truque é resistido pela flexibilidade lateral do grupo de molas e pelo atrito das cunhas contra a lateral. O movimento é limitado definitivamente pelos batentes. Alguns autores têm adotado os valores da Tabela 3.3 na modelagem da rigidez lateral.

Tabela 3.3 Valores de rigidez lateral do grupo de molas

Classificação do veículo	Rigidez
Leve < 100 t	1549872 N/m (8850 lbf/in)
Pesado $\geq$ 100 t	1807660 N/m (10322 lbf/in)

Fonte: adaptada de Krolewski, 1982 e Willis e Shum, 1977

A rigidez lateral do grupo de molas geralmente é representada por duas molas em cada lado nos modelos matemáticos, portanto cada mola deve ter metade da rigidez da Tabela 3.3.

### 3.4.3 Amortecimento do truque

A maioria dos truques de carga em operação é do tipo três peças, conforme mostrado na Figura 3.18, possuindo características de amortecimento por atrito não linear [Harder, 2000]. A suspensão consiste de um grupo de molas vertical em paralelo com elementos de amortecimento por atrito não-linear, conhecidos como cunhas, Figura 3.19. Enquanto o grupo de molas fornece suporte vertical entre lateral e travessa, a mola da cunha de fricção está carregada em um espaço entre a placa de fricção vertical da lateral e a travessa de forma a fornecer amortecimento. A suspensão de amortecimento constante incorpora uma mola de controle pré-carregada que mantém as cunhas no lugar através de uma força constante, isto é mostrado na Figura 3.24.

O comportamento não-linear da cunha de fricção de amortecimento necessita ser compreendido e descrito matematicamente, só então o seu efeito poder ser incorporado junto com a rigidez da mola equivalente a um modelo dinâmico do truque.

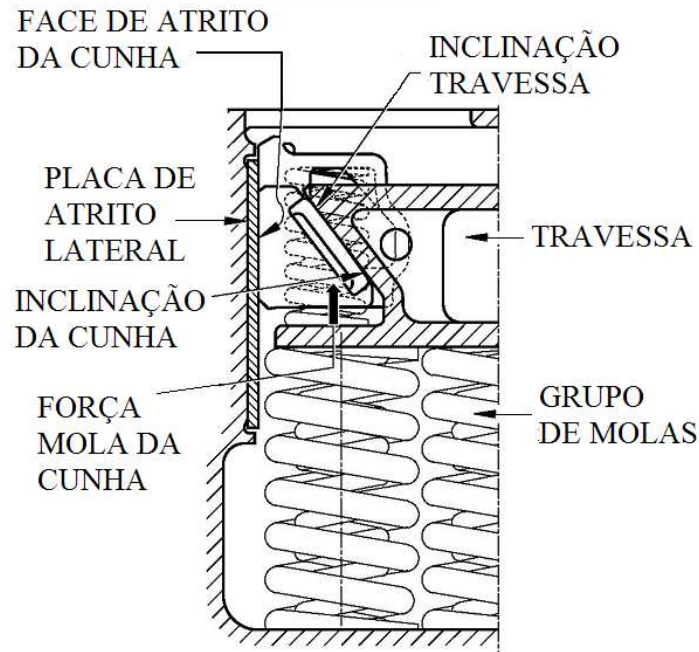


Figura 3.24 – Suspensão com amortecimento constante [Adaptado: ASF, 2002]

Um diagrama de corpo livre da cunha é mostrado na Figura 3.25, para o caso da suspensão carregada (curso de subida).

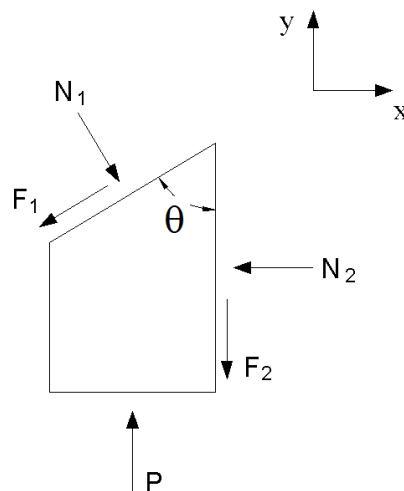


Figura 3.25 – Diagrama de corpo livre da cunha de fricção no curso de subida

Após uma análise do diagrama de corpo livre é possível realizar um somatório de forças para a direção vertical e horizontal.

Direção horizontal

$$\Sigma F_x = 0 \quad (3.19)$$

$$N_1 \cos(\theta) - F_1 \sin(\theta) - N_2 = 0 \quad (3.20)$$

Direção vertical

$$\Sigma F_y = 0 \quad (3.21)$$

$$P - F_2 - N_1 \sin(\theta) - F_1 \cos(\theta) = 0 \quad (3.22)$$

onde:

$$F_1 = N_1 \cdot \mu_1 \quad (3.23)$$

$$F_2 = N_2 \cdot \mu_2 \quad (3.24)$$

Os seguintes dados devem ser obtidos a partir de catálogos de fabricantes ou determinados através de ensaios em laboratório:

$\mu_1$  : coeficiente de fricção superfície inclinada;

$\mu_2$  : coeficiente de fricção superfície vertical;

$\theta$  : ângulo de inclinação da superfície da cunha, em graus;

$P$  : Força da mola da cunha com pré-carga, em N.

Portanto, a força vertical total de atrito exercida sobre a cunha de fricção no curso ascendente é:

$$F_{asc} = F_1 \cos(\theta) + F_2 \quad (3.25)$$

Baseado em estudos experimentais realizados, Wiebe, 1974, concluiu que o amortecimento no curso de subida dissipa 65% da energia total no ciclo. Portanto a força de amortecimento total no ciclo é:

$$F_T = F_{asc} / 0,65 \quad (3.26)$$

onde:



$F_{asc}$ : Força de atrito sobre a cunha no curso ascendente, em N;

$F_T$ : Força de amortecimento total no ciclo, em N.

Para o caso do truque de carga, a força normal  $F_T$  pode ser modelada como uma constante.

Coeficiente de amortecimento equivalente viscoso

O coeficiente de amortecimento equivalente viscoso é derivado do princípio da energia de dissipação para perdas do atrito de *Coulomb* e por perdas devido ao amortecimento viscoso linear.

Para um amortecedor não linear, a força de atrito é  $F_T(x, \dot{x})$  com movimento assumido de:

$$x = A \sin(\omega t) \quad (3.27)$$

A energia dissipada por ciclo no modelo se torna então:

$$E_{NL} = \int F_T(x, \dot{x}) dx \quad (3.28)$$

$$E_{NL} = \int F_T(x, \dot{x}) \frac{dx}{dt} dt \quad (3.29)$$

$$E_{NL} = \int_0^\tau F_T(x, \dot{x}) \dot{x} dt \quad (3.30)$$

$$E_{NL} = A \omega \int_0^\tau F_T(x, \dot{x}) \cos(\omega t) dt \quad (3.31)$$

onde:

$\tau$ : período de tempo igual a  $\frac{2\pi}{\omega}$ ;

$A$ : amplitude de oscilação do amortecimento, em mm.

Para um amortecedor linear,  $F_T = C \dot{x}$ , onde  $C$  é o coeficiente de amortecimento viscoso do sistema, e a energia dissipada por ciclo neste caso é dada por:

$$E_L = \int F_T dx \quad (3.32)$$

$$E_L = \int C \dot{x} dx \quad (3.33)$$

$$E_L = \int_0^\tau C A \omega \cos(\omega t) \frac{dx}{dt} dx \quad (3.34)$$

$$E_L = A^2 \omega^2 C \int_0^\tau \cos(\omega t)^2 dt \quad (3.35)$$

$$E_L = A^2 \omega^2 C \frac{\tau}{2} \quad (3.36)$$

$$E_L = \pi A^2 \omega C \quad (3.37)$$

Sendo assumidos aqui para ambos os sistemas, o modelo linear e não linear, tendo a mesma amplitude  $A$  e o mesmo período de tempo. Este modelo foi validado após ser comparado com dados de teste, Wiebe, 1974. Portanto para  $E_L = E_{NL}$ ,

$$C = \frac{1}{\pi A} \int_0^\tau F_T(x, \dot{x}) \cos(\omega t) dt \quad (3.38)$$

Conforme visto na Equação (3.26), para este tipo de truque, a força  $F_T$  pode ser modelada como uma constante.

Propondo:

$$\omega = 2\pi f \quad (3.39)$$

e assumindo  $f$  aproximadamente igual à frequência de excitação da via, onde:

$$f = \frac{V_v}{R_L} \quad (3.40)$$

$V_v$  : Velocidade do veículo, em m/s;

$R_L$  : Comprimento dos trilhos, em m;

$\omega$  : Frequência circular, em rad/s.

A amplitude de oscilação do amortecimento é dada por:

$$A = 1/2(\text{Curso do grupo suspensão} + \text{deflexão estática do grupo suspensão}) \quad (3.41)$$

O coeficiente de amortecimento viscoso torna-se então:

$$C = \frac{F_T}{\pi A} \int_0^\tau \cos(\omega t) dt \quad (3.42)$$

integrando a Equação (3.42) resulta,

$$(3.43)$$

$$C = \frac{4F_T}{A\pi\omega}$$

e utilizando as equações (3.39) e (3.40) resulta,

$$C = \frac{2F_T R_L}{A\pi^2 V} \quad (3.44)$$

onde:

C: coeficiente de amortecimento viscoso equivalente, em N s/m, para o sistema de amortecimento do truque de três peças.

O amortecimento lateral entre cunha, travessa e lateral, pode ser considerado como tendo o mesmo valor da Equação (3.44).

O Apêndice A apresenta, na Tabela A.2, os parâmetros necessários para o cálculo do coeficiente de amortecimento, para veículos tipo *Boxcar* de 70 e 100 t.

### 3.4.4 Modelagem de suspensão

Os elementos de suspensão que conectam os componentes do veículo consistem de forças de restituição e elementos absorvedores de energia que fornecem rigidez e amortecimento para o sistema. As relações constitutivas que descrevem as características força-deslocamento e força-velocidade destes componentes são necessárias para construção do modelo dinâmico do veículo.

Conforme Dukupati, 2000, a modelagem é difícil por causa da complexidade dos veículos ferroviários e a não linearidade de alguns elementos. As características da suspensão em muitos casos são não lineares, entretanto por simplicidade elas são linearizadas por conveniência sobre certas escalas do curso da suspensão.

Muitas das não-linearidades em suspensões de veículos ferroviários são descritas por combinação de três não linearidades: a banda morta de mola ou amortecedor, o enrijecimento ou enfraquecimento de mola ou amortecedor e o atrito de *Coulomb*. Na Figura 3.26,  $d_b$  representa metade da região de banda morta,  $k_r$  a razão da mola ou a razão do amortecimento viscoso,  $y$  o deslocamento ou velocidade relativa e  $F(y)$  a força ou momento.

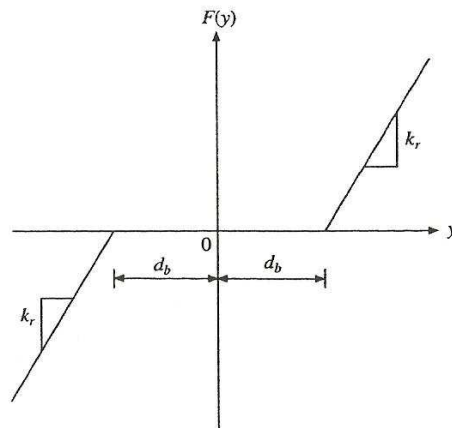


Figura 3.26 – Elemento de banda morta [Dukkipati, 2000]

Elementos de mola com enrijecimento ou enfraquecimento, são mostrados na Figura 3.27, através de segmentos lineares que tem rigidezes  $k_1$  e  $k_2$ .

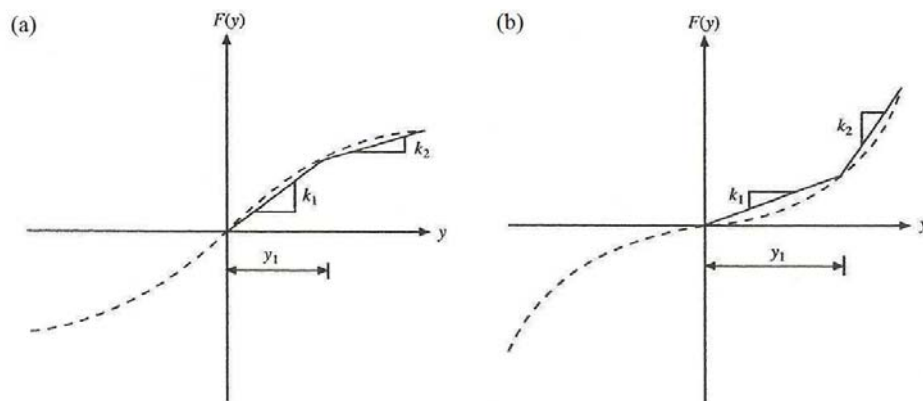


Figura 3.27 – Elemento de: (a) enrijecimento; (b) enfraquecimento [Dukkipati, 2000]

A representação analítica de um elemento de atrito ideal de *Coulomb* é mostrada na Figura 3.28. Para simular o atrito de *Coulomb* computacionalmente, uma pequena região de velocidade sobre a origem é incluída na qual a força ou momento de atrito assumirá valores inferiores à força ou momento de transição.

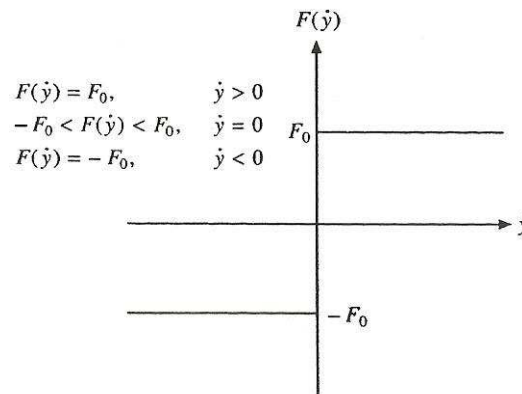


Figura 3.28 – Elemento de atrito de *Coulomb* [Dukkipati, 2000]

O modelo da Figura 3.29 habilita uma transição linear dos níveis de atrito. A seleção da largura da banda de viscosidade linear é importante. Uma banda ampla produzirá resultados de amortecimento viscoso, enquanto que para uma banda que é demasiada estreita o método de integração discreto pode perder a condição de parada.

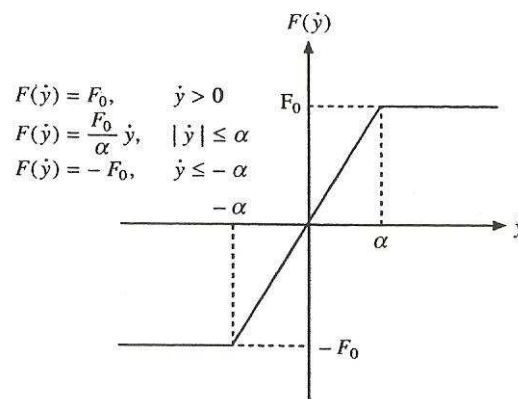


Figura 3.29 – Discretização do atrito linear de *Coulomb* [Dukkipati, 2000]

### 3.4.5 Veículos

O corpo de um veículo de carga é suportado no centro da travessa através do prato pião. Esta conexão consiste de um prato fixado no corpo do veículo, mostrado na Figura 3.30, que se ajusta livremente na outra conexão do prato pião, mostrado na Figura 3.18, um disco com rebaixo no centro da travessa. O pino rei é colocado através do furo no centro do prato do veículo e do prato pião da travessa. O corpo do veículo pode balançar no prato pião com um pouco de restrição do pino rei ou da borda do prato do truque [Dukkipati, 2000].

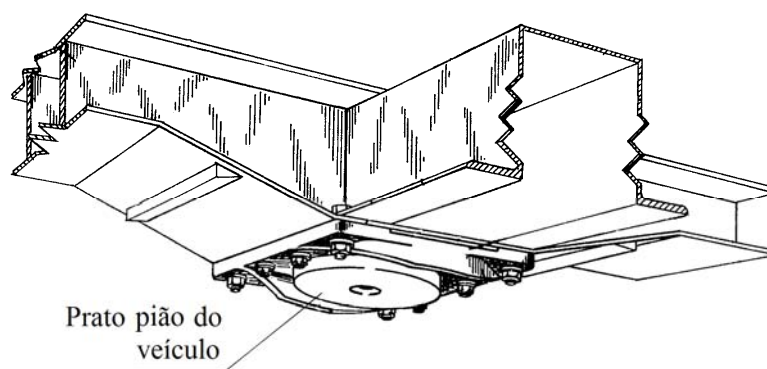


Figura 3.30 – Prato pião do corpo do veículo

Dukkipati e Amyot, 1988, afirma que devido ao pequeno afastamento permitido, o corpo do veículo pode deslizar levemente no prato até o apoio entrar em contato com a borda do prato. Em situações de menor balanço, o corpo do veículo rola em harmonia com a travessa. Mas quando o balanço aumenta isto inicia uma rolagem relativa às travessas e eventualmente ocorre o contato com os ampara balanços. Em casos extremos, o corpo do veículo pode rolar do ampara balanço da travessa com um grande momento que pode se separar da travessa e do prato pião e cair para fora do truque. O balanço do corpo do veículo é um fenômeno não linear por causa do atrito na conexão do prato pião, do afastamento entre prato do corpo do veículo e prato pião do truque e pelo afastamento entre o corpo do veículo e ampara balanços.

Existem muitos tipos veículos de carga assim como muitos tipos de cargas ferroviárias e eles tem diversas propriedades de flexão, a Figura 3.31 mostra estes veículos. O veículo *hopper* (que transporta material a granel solto) e o veículo *boxcar* (que transporta granel sólido) tem os modos fundamentais de flexão e torção com frequências mais baixas do que os veículos *tank car* (tanques cilíndricos), os quais carregam líquidos. O veículo *flatcar* (que carrega grandes containeres, automóveis, etc.) pode ser mais flexível em torção e mais rígido em flexão lateral do que o *boxcar*, *hopper* ou *tank car*. O tipo e quantidade de um carregamento podem também afetar suas propriedades de flexão.

Um modelo dinâmico inteiro de um veículo ferroviário completo seria grande e complexo. O tamanho e a complexidade são fatores que tendem a reduzir a percepção física e aumentar os custos de desenvolvimento e uso de programas de computador, assim modelos mais gerais são geralmente preferíveis. Modelos específicos podem ser classificados como segue:

(a) Modelo dinâmico lateral/vertical: Estuda a resposta dinâmica do veículo devido às irregularidades da via.

(b) Modelo de estabilidade lateral: Usado para determinar a velocidade crítica (*hunting*), forças roda/trilho, comportamento da suspensão e deslocamentos e forças do corpo do veículo.

(c) Modelo de curvas: Utilizado para calcular as forças dinâmicas ou quase estáticas do veículo durante curvas.

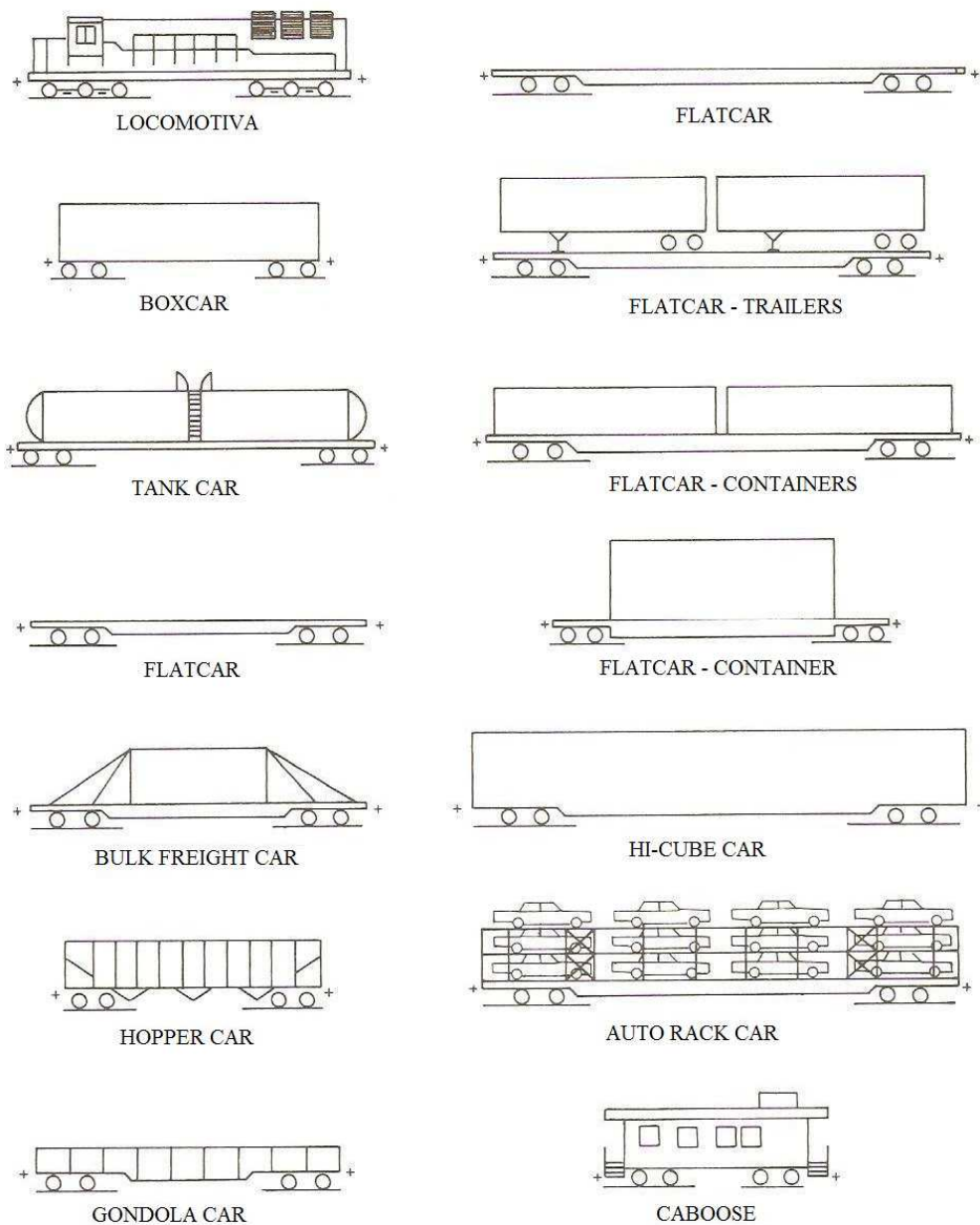


Figura 3.31 – Comparativo de formas e tamanhos de material rodante [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

O corpo do veículo de carga descansa diretamente no prato pião da travessa do truque (em cada extremidade), como mostrado na Figura 3.32.

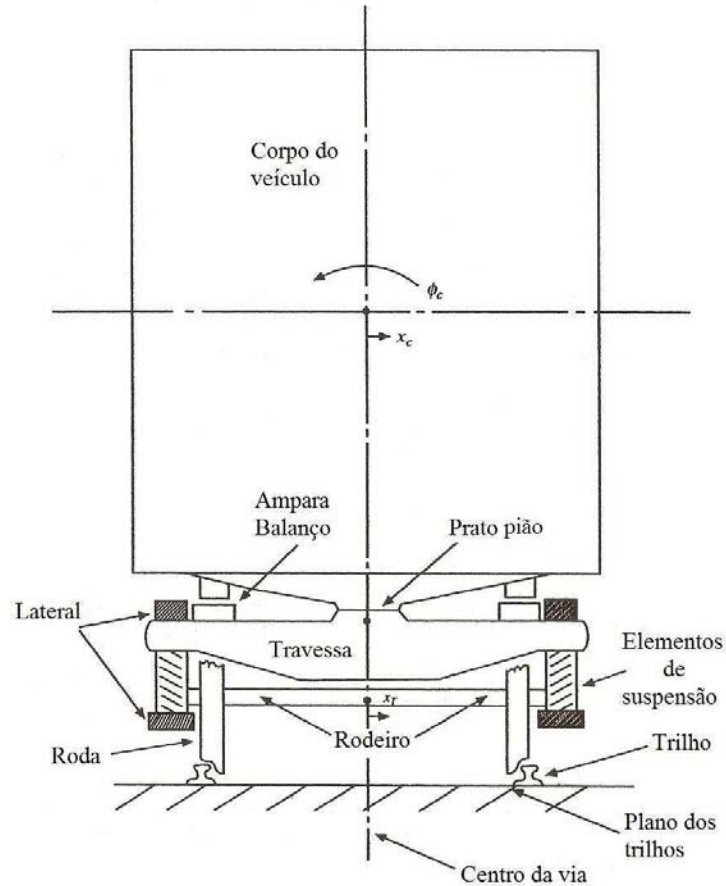


Figura 3.32 – Corte transversal de um veículo e truque de carga [Adaptado: Dukkipati, 2000]

O modelo completo do veículo consiste de sub modelos do corpo do veículo, truque e rodeiros. Se três graus de liberdade são permitidos para cada truque contendo os rodeiros e três graus de liberdade para o corpo do veículo, o resultado são nove graus de liberdade para o modelo dinâmico.

### 3.4.5.1 Geometria do veículo

O espaço entre centro dos truques, a distância total entre as faces dos acoplamentos e a altura do centro de gravidade são informações importantes para o projeto mecânico do veículo e seu comportamento dinâmico. Estas dimensões estão ilustradas na Figura 3.33.



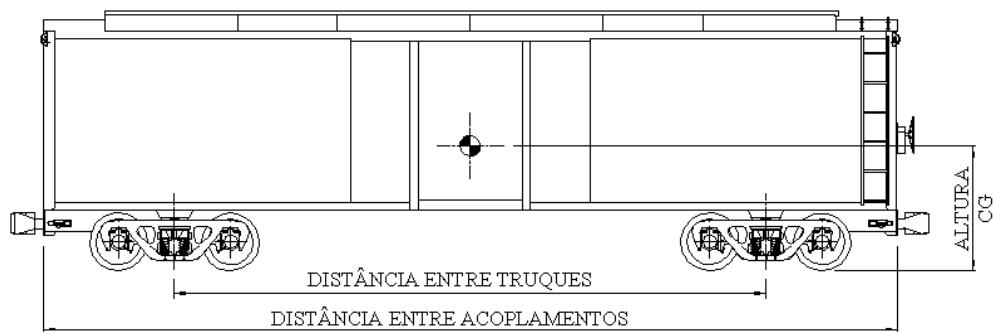


Figura 3.33 – Geometria do veículo

#### Distância entre centros dos truques

Dukkipati e Amyot, 1988, afirma que a geometria de entrada da via para o corpo do veículo é filtrada espacialmente pela distância entre centros dos truques. Especificamente, as perturbações de alinhamento e nivelamento da geometria da via, as quais têm comprimento de onda próximo à distância entre centros dos truques (ou múltiplos da metade) tem particularmente fortes efeitos na dinâmica do veículo quando comparadas com outros comprimentos de onda de entrada. Uma típica geometria de via contém um espectro de comprimentos de onda e amplitudes. Entretanto, as entradas mais severas para resposta do corpo do veículo são aquelas com ciclos regulares repetidos. Nas ferrovias dos EUA, o uso comum de trilhos de 11,8 m (39 ft) de comprimento defasado entre si, faz com que veículos com distância entre truques de 11,8 m (39 ft) e 17,68 m (58 ft) (próximo de um trilho e meio) particularmente torne o veículo sensível as entradas da via, Tabela 3.4.

Tabela 3.4 Distâncias entre centros de truques

Classificação – m (ft)	Veículo	Distância entre acoplamentos – m (ft)
11,8 (39) até 10,97-12,80 (36-42)	<i>Boxcar</i> 70 t	12,19 (40)
17,68 (58) até 16,76-18,59 (55-61)	<i>Flatcar</i> 70 t	17,68 (58)
	Passageiros	18,29 (60)
Outros < 10,97 (36)	<i>Tankcar</i> 70 t	8,839 (29)
	Locomotiva F 7/9	9,144 (30)
	Locomotiva GP 7/9	9,144 (30)
> 12,80 (42)	<i>Hopper</i> 100 t	14,02 (46)
> 18,59 (61)	<i>Flatcar</i> 70 t	19,81 (65)

Fonte: adaptada de Ehrenbeck e Polcari, 1984.

Distância entre faces dos acoplamentos

O comprimento total de um veículo afeta o desempenho em espirais devido a:

- (a) A torção é continuamente crescente com comprimentos crescentes de espiral.
- (b) As componentes de força lateral das forças de compressão e tração.

A Tabela 3.5 mostra uma classificação de alguns veículos ferroviários em função da distância entre acoplamentos.

Tabela 3.5 Distâncias entre acoplamentos

Classificação – m (ft)	Veículo	Distância entre acoplamentos – m (ft)
Curto $\leq 22,86$ (75)	<i>Boxcar</i> 100 t	20,73 (68)
	Caixa frigorífica - <i>Boxcar</i> 70 t	17,68 (58)
	<i>Hopper</i> 100 t	16,46 (54)
	Locomotiva 6 eixos	19,81 (65)
Longo $> 22,86$ (75)	<i>High Cube Car</i>	27,43 (90)
	<i>Flatcar</i> TOFC/COFC	27,43 (90)
	<i>Auto rack cars</i> 70 t	28,65 (94)

Fonte: adaptada de Ehrenbeck e Polcari, 1984.

Centro de gravidade

A altura do centro de gravidade tem um efeito expressivo sobre sua resposta a entradas de *roll*. Entradas dinâmicas de *roll* são produzidas pelas variações de nível cruzado em vias tangente ou curvas. Entradas estáticas de *roll* são devidas a operações em diferentes velocidades de equilíbrio em vias curvas. A altura do centro de gravidade é classificada como baixa ( $\leq 2,286$  m (90 in)) ou alta ( $\geq 2,286$  m (90 in)) como mostra a Tabela 3.6 .

Tabela 3.6 Valores de altura de centro de gravidade

Classificação – m (in)	Veículo	Distância entre acoplamentos – m (in)
Baixo $< 2,286$ (90)	<i>Hopper</i> 70 t	2,032 (80)
	<i>Boxcar</i> 70 t	1,778 (70)
	Locomotiva 6 eixos	2,032 (80)
Alto $\geq 2,286$ (90)	Tanque ( <i>tank</i> ) 100 t	2,337 (92)
	<i>Hopper</i> carvão 100 t	2,489 (98)

Fonte: adaptada de Ehrenbeck e Polcari, 1984

### 3.4.5.2 Freqüências ressonantes do corpo do veículo

Veículos ferroviários podem ser modelados como simples sistemas massa mola, com a massa sendo a massa do corpo do veículo e a mola sendo o sistema de suspensão vertical ou lateral entre o corpo do veículo e os trilhos. Assim como o sistema massa mola, o sistema terá ganhado amplitude de deslocamento apenas em função da freqüência de entrada. O maior ganho vem da freqüência ressonante. A freqüência de entrada é determinada pelo comprimento de onda de uma perturbação geométrica repetida da via e da velocidade do veículo. Embora exista uma contínua perturbação de comprimento de onda em vias típicas, as mais comuns são devido ao uso de trilhos de comprimento de 11,8 m (39 ft). Veículos com freqüências ressonantes na faixa de velocidades encontradas durante a operação normal serão especialmente sensíveis a *twist* (guinada) e *roll, pitch* (balanço) e *bounce* (movimento vertical), *yaw* e *sway* (balanço lateral). As freqüências ressonantes do corpo do veículo podem ser determinadas usando métodos de análise modal, Lyon e Remedios, 1979a, e Lyon e Remedios, 1979b, e são classificadas como baixas ( $\leq 6$  Hz) e altas ( $> 6$  Hz). Sobre condições de resposta livre para um deslocamento inicial, o corpo do veículo oscilará em sua freqüência natural (ressonante).

Conhecendo a rigidez total da suspensão  $k_s$ , N/m, e a massa total  $m_t$ , kg de um veículo, sua primeira freqüência natural  $\omega_n$ , rad/s é dada por:

$$\omega_n = \left( \frac{k_s}{m_t} \right)^{1/2} \quad (3.45)$$

Um modelo simplificado de dois graus de liberdade também pode ser utilizado para avaliar as freqüências naturais de um veículo ferroviário. A Figura 3.34 mostra um modelo que avalia as freqüências de *bounce* e *pitch*. Se os modos de vibração possuem uma boa analogia com os encontrados no sistema real, avalia-se que o modelo está com valores de massa, rigidez e amortecimento que reproduzem as características dinâmicas do sistema real.

A Equação (3.46) descreve o comportamento do sistema, considerando livre e não amortecido.

$$\begin{bmatrix} m_t & 0 \\ 0 & I_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & (L_2 - L_1)k_E \\ (L_2 - L_1)k & (L_2^2 - L_1^2)k_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

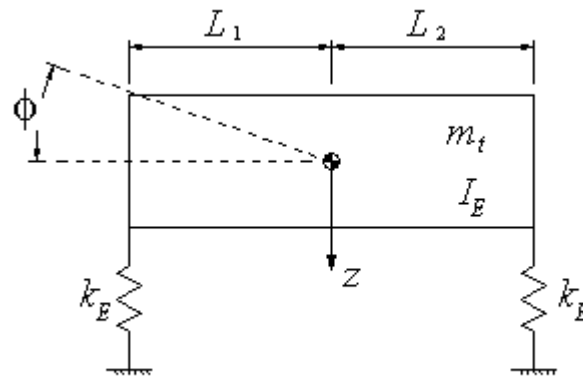


Figura 3.34 – Modelo simplificado para *bounce* e *pitch*

Onde:

$m_t$  : massa total do veículo, em kg;

$I_E$  : Momento de inércia equivalente do veículo completo, em kg m<sup>2</sup>;

$k_E$  : Soma das rigidezes de todas as molas de um truque do veículo, N/m;

$L_1, L_2$  : Distância entre centro de gravidade do veículo e truque, m;

O Apêndice B apresenta, na Tabela B.2, os resultados das frequências naturais para veículos em estudo através do modelo descrito pela Equação (3.46). Pode-se verificar que estes valores estão coerentes com os estudos de Hedrick et al., 1982, onde os veículos de carga fechados apresentam os primeiros modos de frequência natural em uma faixa intermediária de 5 a 11 Hz. Um programa em linguagem MATLAB utilizado para o cálculo das frequências naturais é mostrado no Apêndice B. Os dados de entrada do programa estão na Tabela B.1.

### 3.4.5.3 Rolagem harmônica do veículo

O *roll* é o movimento de balanço de lado a lado que alterna o peso do veículo de um trilho para o outro. Isto pode causar mudança de posição da carga, desgaste de componentes do truque e descarrilamento devido ao levantamento da roda. Conforme estudos de Anon, 1978, as seguintes circunstâncias podem contribuir para a rolagem harmônica:

(a) Distância entre centros de truques aproximadamente iguais ao comprimento dos trilhos, os quais estão assentados com as juntas defasadas, em combinação com uma série

de juntas de trilhos baixas. Então o veículo encontra as juntas dos trilhos alternadamente com todas as rodas de um lado e depois do outro, conforme mostrado na Figura 3.35.

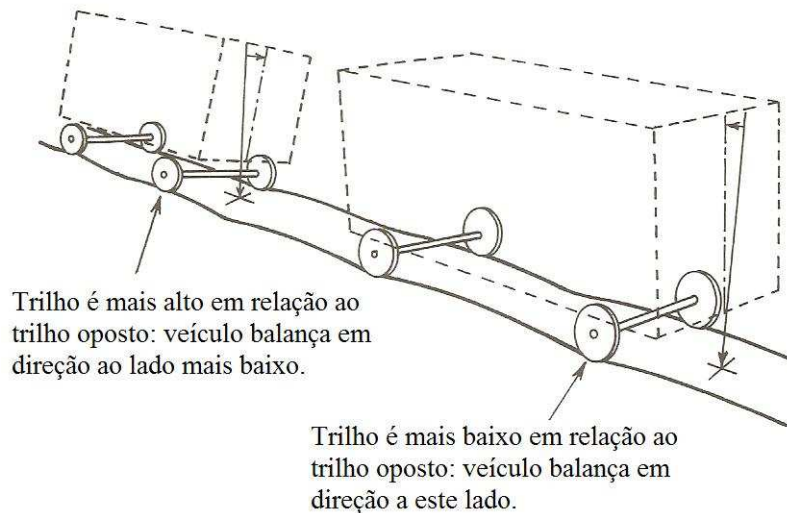


Figura 3.35 – Rolagem harmônica [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

Cada junta baixa sucessiva excita o corpo do veículo a balançar através de incrementos de ângulo de rolagem, usualmente até um limite finito, caso contrário ocorre o descarrilamento.

(b) Um veículo ferroviário tem uma frequência de ressonância na qual o rolamento harmônico ocorre facilmente. Por exemplo, em trilhos de 11,8 metros (39 ft) de comprimento, a rolagem harmônica muitas vezes desenvolve-se em velocidades de 19 a 29 km/h (11,81 a 18,02 mph) com o veículo carregado e 48,28 a 56,33 km/h (30 a 35 mph) com o veículo vazio.

(c) Um veículo com centro de gravidade alto acumula mais energia no movimento de balanço do que um veículo com baixo centro de gravidade e, portanto mais susceptível a desenvolver o levantamento da roda.

(d) A torção do corpo do veículo é mais propensa a levantar a roda do que a flexão.

(e) Molas e dispositivos de amortecimento de rolagem harmônica, desgastados ou quebrados podem alterar as características da suspensão do veículo e, portanto acentuando a rolagem harmônica.

(f) Descarrilamento devido à rolagem harmônica pode ocorrer quando se passa de via tangente à via curva, ou vice-versa. Se o corpo do veículo rola severamente, suficiente

para levantar a roda durante uma transição, o alinhamento da via pode mudar suficientemente rápido, e devido à velocidade do veículo a flange da roda pode vir em cima do trilho.

(g) Viajando a uma velocidade menor do que a velocidade de equilíbrio, em uma via super elevada, o descarregamento das rodas nos trilhos altos agrava qualquer tendência de elevação de rodas devido à rolagem harmônica.

(h) A rolagem harmônica é mais severa quando o veículo é desacelerado através de sua velocidade crítica do que quando é acelerado através dela.

#### 3.4.5.4 Distribuição da carga no veículo

Dukkipati e Amyot, 1988, afirma que os carregamentos excêntricos criam forças que se tornam perigosas quando combinadas com as forças dinâmicas de um trem em movimento. Elas afetam a estrutura do corpo do veículo de duas maneiras: primeiro, o peso atua verticalmente; segundo, um momento atua sobre o eixo central do veículo com a força igual ao peso da carga vezes à distância ao eixo rotacional do veículo.

A Figura 3.36(a) ilustra uma carga concentrada em um lado do veículo e mostra a tendência à rotação do veículo causando o levantamento da roda no lado oposto. Uma carga desta natureza raramente exerce força suficiente para causar o levantamento da roda, mas quando combinada com forças dinâmicas de ação do trem podem ser suficientes para promover o levantamento da roda, particularmente em uma via super elevada. A concentração de cargas na extremidade do veículo tende a descarregar as rodas na extremidade oposta do veículo, como ilustrado na Figura 3.36(b), tornando-as também suscetíveis as forças de ação do trem.

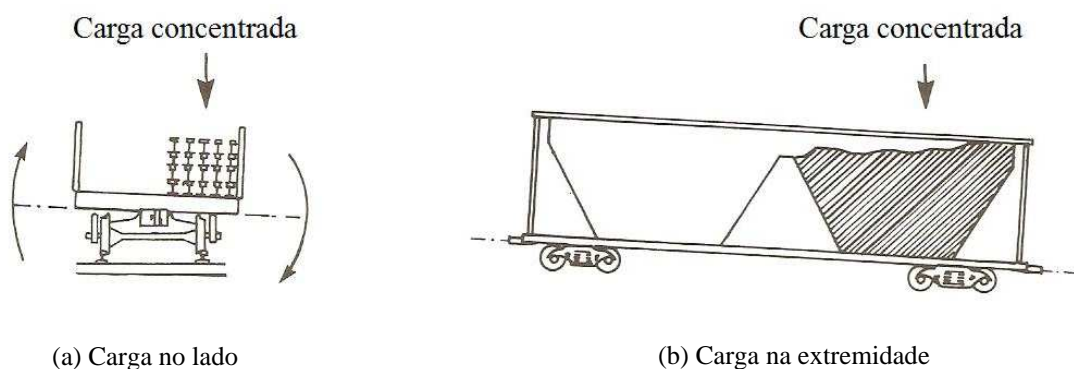


Figura 3.36 – Carga: (a) no lado; (b) na extremidade [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

### 3.4.5.5 Forças centrífugas

Quando um trem passa por uma curva, ele está sujeito a forças centrífugas horizontais que atuam através do centro de gravidade do veículo e são diretamente proporcionais ao grau de curvatura e ao quadrado da velocidade. Foi visto na Figura 3.11 que na velocidade de equilíbrio, a resultante dos vetores forças peso e centrífuga é direcionada em direção ao centro da via, para que a carga seja distribuída igualmente nos dois trilhos quando o veículo passa sobre a curva.

A Figura 3.37 mostra os efeitos da força centrífuga quando o veículo está viajando através da curva em velocidades superior a balanceada, ou seja, mais rápido que a velocidade de equilíbrio. A força resultante atuando através do centro de gravidade do veículo é direcionada para longe do centro da via em direção ao trilho mais alto. A razão  $L/V$  no trilho mais alto tende a aumentar com a velocidade e pode resultar no levantamento da roda ou rolagem sobre o trilho.

Quando o veículo viaja em velocidade inferior a balanceada, ou seja, mais lento do que a velocidade de equilíbrio, a força resultante é direcionada em direção ao trilho mais baixo, conforme ilustrado na Figura 3.38, e ocorre um descarregamento do trilho mais alto. Uma condição crítica existe quando o trilho mais baixo carrega carga vertical inteira enquanto o trilho mais alto está completamente descarregado, sinalizando o começo do levantamento das rodas fora dos trilhos. Em uma dada velocidade inferior a balanceada, as forças resultantes se projetam distante da linha de centro da via quanto mais a altura do centro e gravidade do veículo é aumentada.

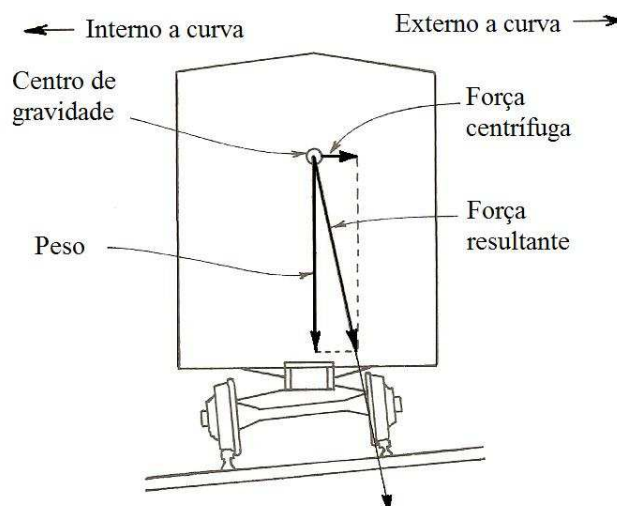


Figura 3.37 – Efeitos da força centrífuga [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

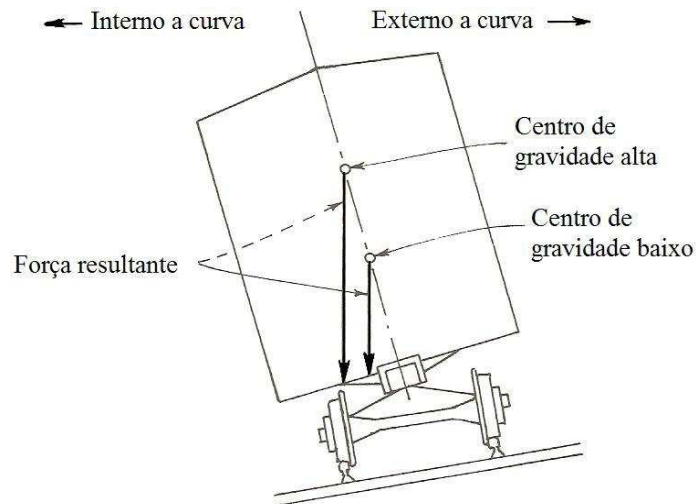


Figura 3.38 – Efeitos da altura do centro de gravidade em baixa velocidade em curvas elevadas [Adaptado: Dukkipati e Amyot, 1988]

### 3.4.5.6 Estabilidade e orientação

Para Dukkipati e Amyot, 1998, os problemas de estabilidade são geralmente concentrados sobre o termo “*hunting*”. O *hunting* primário (ou do veículo) envolve movimentos laterais, ângulo de *yaw* e *roll* do corpo do veículo. Muitas vezes ele ocorre em velocidades menores do que a velocidade crítica necessária para o *hunting* do truque. O *hunting* secundário (ou do truque), que muitas vezes ocorre sem o *hunting* primário, é uma oscilação do ângulo de *yaw*, deslocamento lateral dos rodeiros e estrutura do truque. Ele é amortecido a abaixo de certa velocidade crítica. Acima da velocidade crítica, a amplitude de oscilação aumenta até o truque golpear de trilho a trilho, limitado apenas pelos flanges das rodas. O *hunting* do truque ocorre em via tangente e ele pode ocorrer com o veículo vazio em velocidades tão baixas como 56 km/h (35 mph), em casos especiais, mas normalmente não inicia até aproximadamente 72-80 km/h (45-50 mph) com rodas gastas, e 88-104 km/h (55-65 mph) com rodas novas. O contato severo do flange em intervalos de 9,14 a 15,24 metros (30 a 50 ft) tem sido observado durante este fenômeno. A velocidade crítica é mais alta para locomotivas e veículos mais pesados. Veículos vazios com rolamentos e rodas gastas são mais propensos ao *hunting*.

O *hunting* do truque causa desgaste acelerado da roda e trilho, fadiga e avarias em componentes do veículo tal como o prato pião, travessas e laterais, avarias nas cargas de veículos levemente carregados, alargamento de bitola, afrouxamento de pregos da via e ruptura do balastro em torno dos dormentes. Em casos extremos pode causar descarrilamento.



### 3.4.5.7 Velocidade crítica de *Hunting*

Embora se imagine que as rodas sejam mantidas nos trilhos pelos flanges, os flanges na realidade fazem pouco contato com o trilho, e quando o fazem, a maioria do contato é deslizamento. O atrito de um flange no trilho dissipa grandes quantidades de energia, principalmente na forma de calor, mas também incluindo o ruído, e se sustentado leva ao desgaste das rodas.

A partir de uma observação de campo, verifica-se que a superfície de rolamento da roda de um vagão é polida, mas o flange não é, isto porque o flange raramente faz contato com o trilho. A superfície de rodagem da roda é levemente cônic e quando o veículo está no centro da via a região das rodas em contato com os trilhos forma um círculo que tem o mesmo diâmetro (raio de rolamento)  $R_E$  e  $R_D$ , para ambas as rodas conforme mostra a Figura 3.39. De acordo com Shabana et al., 2008, se as duas rodas são idênticas e simetricamente localizadas em relação ao eixo, as velocidades das rodas são iguais e o veículo se move em linha reta. Os dois raios de rolamento  $R_E$  e  $R_D$  na configuração inicial simétrica são iguais e podem ser denotados como  $R_0$ . A conicidade  $\gamma$  é definida pela inclinação do perfil da roda.

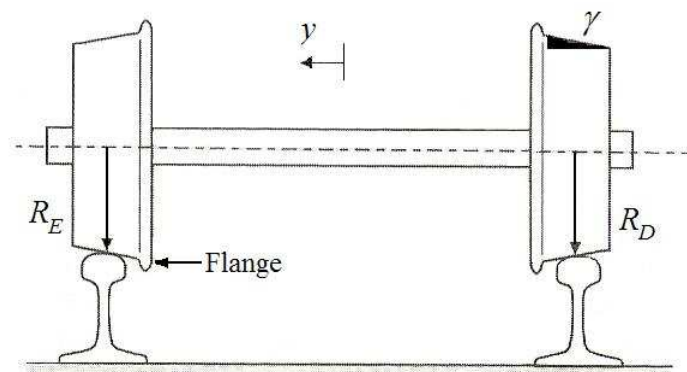


Figura 3.39 – Raio de rolamento do rodeiro [Adaptado: Shabana et al.,2008]

No entanto, se a roda se desloca para um lado, os diâmetros dos raios de rolamento e, portanto, as velocidades das rodas são diferentes, e o rodeiro tende a dirigir-se de volta para o centro. Além disso, quando a composição ferroviária encontra uma curva, a roda desloca-se lateralmente um pouco, de modo que a velocidade da roda externa aumenta (linearmente) e a roda interna diminui, fazendo com que o trem faça a curva.

Com o rolamento de contato entre a roda e o trilho, a forma cônic das rodas se manifesta como uma oscilação fazendo com que o trem tenha um movimento de um lado para

outro. Na prática, essa oscilação é amortecida a abaixo de uma velocidade crítica, mas é amplificada pelo movimento para frente do trem acima da velocidade crítica. Esta oscilação lateral é conhecida como *hunting*. O fenômeno do *hunting* é conhecido desde o final do século XIX, embora a causa não fosse totalmente compreendida até 1920, e as medidas para eliminá-lo não estavam tomadas até o final dos anos 1960. Como o fenômeno é freqüente, a limitação da velocidade foi imposta ao atingir a instabilidade no movimento [Wickens, 1966].

A descrição cinemática do movimento da marcha das rodas cônicas sobre os dois trilhos é insuficiente para descrever o *hunting*, mas o suficiente para prever a velocidade crítica. É necessário lidar com as forças envolvidas. Há dois fenômenos que devem ser considerados. A primeira é a inércia dos rodeiros e corpo dos veículos, dando origem às forças proporcionais à aceleração, a segunda é a distorção da roda e o trilho, no ponto de contato, dando origem a forças elásticas. A aproximação cinemática corresponde ao caso, que é dominado por forças de contato

Uma análise cinemática bastante simples da ação cônica das rodas fornece o período da oscilação lateral:

$$\lambda_w = \frac{2\pi}{V} \sqrt{\frac{R_0 2G}{2\gamma}} \quad (3.47)$$

e a freqüência natural não amortecida do sistema é dada por:

$$\omega_{nw} = V_v \sqrt{\frac{2\gamma}{R_0 2G}} \quad (3.48)$$

onde:

$\lambda_w$  : é o período de oscilação, em s;

$V_v$  : é a velocidade do veículo, em m/s);

$R_0$  : é o raio de rolamento das rodas no equilíbrio, em m;

$2G$  : é a bitola da via, em m;

$\gamma$  : é a conicidade da roda.

As equações (3.47) e (3.48) são conhecidas como as *fórmulas de Klingel*.

Uma análise mais completa, considerando as forças que realmente atuam sobre o fenômeno (forças elásticas de contato), produz o seguinte resultado para a velocidade crítica de um rodeiro:

$$V_c = \sqrt{\frac{W R_0 a_f 2G^2}{\gamma(4I_w + m_w 2G^2)}} \quad (3.49)$$

onde:

$V_c$  : é a velocidade crítica do rodéiro, em m/s;

$W$  : é a carga no eixo do rodéiro, em N;

$a_f$  : é um fator de forma relacionado com a quantidade de desgaste da roda e o trilho;

$I_w$  : é o momento de inércia do rodéiro perpendicular ao eixo, em kg m<sup>2</sup>;

$m_w$  : é a massa do rodéiro, em kg;

O resultado é coerente com o resultado da cinemática em que a velocidade crítica depende inversamente da conicidade da roda. Implica também que o peso da massa rotativa deve ser minimizado em comparação com o peso do veículo. A bitola do rodéiro aparece implicitamente no numerador e denominador, o que significa que ele tem apenas um efeito de segunda ordem sobre a velocidade crítica.

A situação real é muito mais complicada, como a resposta da suspensão dos veículos que devem ser levados em conta. Imobilizar molas opondo o movimento do ângulo de direção (*yaw*) do rodéiro e restrições semelhantes sobre os eixos podem ser utilizados para aumentar a velocidade crítica. No entanto, para atingir maiores velocidades sem deparar com a instabilidade, é necessária uma redução significativa na conicidade da roda, então há pouca possibilidade de reduzir o raio de giro de composições de alta velocidade muito abaixo do atual valor de 7 km.

O Apêndice C apresenta, na Tabela C.1, os parâmetros necessários para o cálculo da velocidade crítica em veículos tipo *Boxcar* de 70 e 100 t.

### 3.5 Fenômeno do descarrilamento do rodéiro

Para Dukkipati, 2000, a análise do processo de descarrilamento é crítica para a previsão de segurança do veículo ferroviário. A mecânica do descarrilamento é determinada pela interação de muitos efeitos não lineares, incluindo variação na localização dos pontos de contato roda-trilho, ângulos de contato, geometria da zona de contato e forças devido ao escorregamento.

Várias fórmulas estão disponíveis como um guia para o processo do descarrilamento, as quais dão a relação entre força lateral e vertical para uma combinação específica roda-trilho. Esta razão é usualmente chamada de ‘relação de descarrilamento’ ou ‘quociente de descarrilamento’ e é usualmente denotada por  $(L/V)$ , onde  $L$  e  $V$  são as forças laterais e verticais no flange respectivamente. A razão de descarrilamento  $(L/V)$  é usada como uma medida de segurança de marcha de veículos ferroviários. A fórmula do quociente de descarrilamento mais utilizada na literatura ferroviária é a *formula de Nadal*, [Nadal, 1908], sendo a mesma descrita a seguir.

#### Fórmula de Nadal

Considere as forças atuando no flange de contato de uma roda e trilho conforme mostrado na Figura 3.40. Com  $L$  e  $V$  sendo as forças laterais e verticais respectivamente,  $T_2$  e  $T_3$  as forças no plano e normal à área de contato respectivamente,  $\alpha_f$  o ângulo do flange e  $\mu$  o coeficiente de atrito, resulta:

$$L = T_2 \cos(\alpha_f) - T_3 \sin(\alpha_f) \quad (3.50)$$

e

$$-V = T_2 \sin(\alpha_f) + T_3 \cos(\alpha_f) \quad (3.51)$$

Considerando  $T_2 = \mu T_3$ , então as Equações (3.50) e (3.51) tem uma razão  $L/V$ .

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan(\alpha_f) - \mu}{1 + \mu \tan(\alpha_f)} \quad (3.52)$$

A Equação (3.52) é conhecida como a *fórmula de Nadal* para a razão de descarrilamento. A fórmula de Nadal não permite o movimento de *yaw* da roda relativa ao trilho e não leva em conta o efeito do giro devido ao ângulo de conicidade dos flanges. O flange é considerado sendo deslizante sobre o trilho. A *fórmula de Nadal* é uma das mais práticas para determinar o valor crítico da razão de descarrilamento do rodeiro sujeito a um golpe lateral estacionário.

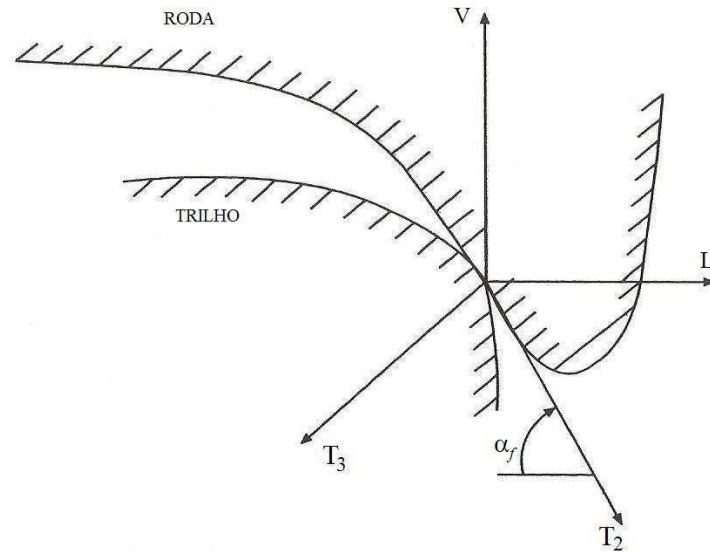


Figura 3.40 – Forças no ponto de contato do flange [Dukkipati, 2000]

### 3.5.1 Modos de descarrilamento

Os fenômenos de descarrilamento são extremamente complexos para medir a proximidade do descarrilamento de um veículo ferroviário de maneira objetiva e confiável.

Baseado na verificação dos mecanismos do sistema veículo-via, cinco modos de descarrilamento fundamentais foram identificados por Ehrenbeck e Polcari, 1984.

Os cinco modos são:

- a) Escalada da roda;
- b) Levantamento da roda;
- c) Deflexão do trilho;
- d) Separação veículo-truque;
- e) Falha repentina de componentes.

Cada um destes modos de descarrilamento descreve como o veículo pode sair da via permanente, e são caracterizados por um único indicador de descarrilamento, denotando que o limiar do modo de descarrilamento foi excedido. A Tabela 3.7 resume os modos e seus indicadores associados.

Tabela 3.7 Modos de descarrilamento e indicadores

Modo	Descrição	Indicador de descarrilamento
Escalada da roda	Flange se move lateralmente além do trilho	$y_{ri} \geq y_{lim}$ , qualquer roda
Levantamento da roda	Flange se move verticalmente acima do trilho	$z_{ri} \geq z_{lim}$ , qualquer roda
Deflexão do trilho	O trilho se move para fora da bitola excedendo a largura do rodeiro	$2G_i \geq L_w$ , qualquer eixo
Separação veículo - truque	O prato pião do veículo se separa do prato pião do truque	$h_i \geq h_{lim}$ , qualquer truque
Falha repentina de componente	Força ou tensão em um componente crítico do veículo ou via excede um nível admissível	$\sigma_i \geq \sigma_{lim} / F_i \geq F_{lim}$ qualquer parte

Fonte: adaptada de Ehrenbeck e Polcari, 1984

a) Escalada da roda

O modo de descarrilamento de escalada da roda é produzido sempre que a posição do flange da roda passa lateralmente sobre a linha de centro do trilho como mostrado na Figura 3.41. O indicador de descarrilamento para este modo é simplesmente expresso como o deslocamento lateral do flange da roda além de um valor limite, ou seja,  $y_{ri} \geq y_{lim}$ ,  $i = 1$  até  $N$ , onde  $N$  é o número de eixos.

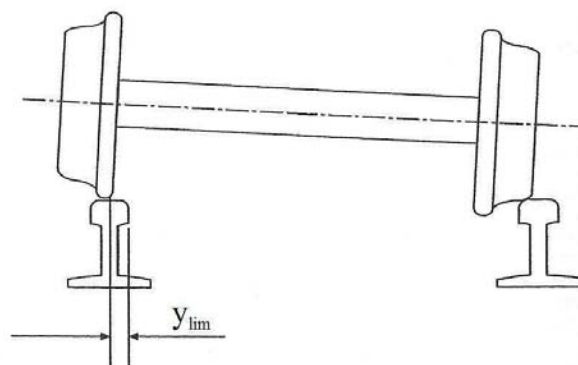


Figura 3.41 – Escalada da roda [Dukkipati, 2000]

b) Levantamento da roda

O modo de levantamento da roda ocorre sempre que a borda inferior do flange levanta acima do boleto do trilho. Assim tanto o movimento vertical quanto o giro podem levar ao levantamento da roda. O indicador é que o deslocamento vertical, para qualquer roda não exceda o valor limite, ou seja,  $z_{ri} \geq z_{lim}$ ,  $i = 1$  até  $N$ . Esta situação pode resultar também de uma translação vertical ou rotação do eixo no plano transversal como ilustrado na Figura 3.42.

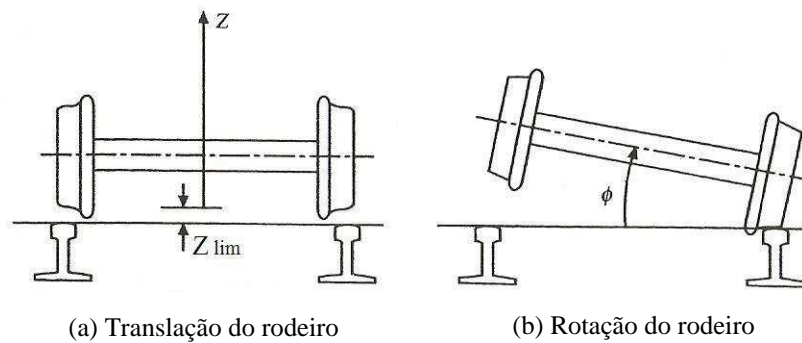


Figura 3.42 – Levantamento da roda [Dukkipati, 2000]

c) Deflexão do trilho

A deflexão do trilho é definida como um modo de descarrilamento no qual a bitola dos trilhos excede a largura do rodeiro. Este modo resulta de um deslocamento lateral retilíneo (afastamento do trilho) ou rotacional (rotação do trilho) do boleto do trilho, como mostrado na Figura 3.43 (a) e (b). Em ambos os casos o indicador de descarrilamento é dado pela condição que a bitola da via  $2G$  excede a largura do rodeiro  $L_w$ , ou seja,  $2G_i \geq L_w$ ,  $i = 1$  até  $N/2$ .

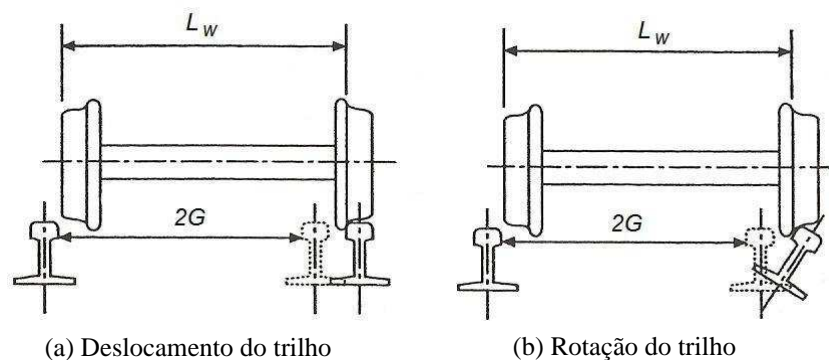


Figura 3.43 – (a) Deflexão do trilho; (b) Rotação do trilho [Dukkipati, 2000]

d) Separação veículo – truque

A separação do veículo do truque é definida como um modo de descarrilamento que existe quando o prato pião do veículo desengata do prato pião do truque. Isto é simplesmente expresso pelo indicador de descarrilamento  $h_i \geq h_{lim}$ ,  $i = 1,2$ . A separação do prato pião é ilustrada na Figura 3.44. A separação veículo-truque pode resultar também de excessivos movimentos verticais ou de rolamento do corpo do veículo.

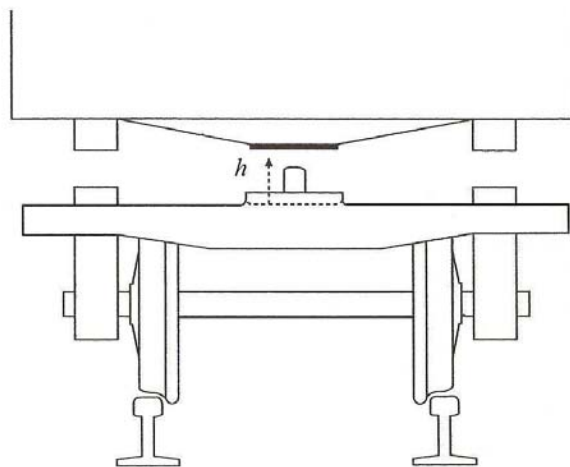


Figura 3.44 – Separação veículo-truque [Dukkipati, 2000]

e) Falha repentina de componentes

O descarrilamento resultante da falha repentina de componentes pode ocorrer de diversas maneiras, sempre que a força ou a tensão em um componente crítico do veículo ou componente da via excede um valor limite. A quebra do eixo do rodeiro, por exemplo, é uma falha deste tipo. Indicadores de tensões ou forças excedentes são da forma:  $\sigma_i \geq \sigma_{lim}$  ou  $F_i \geq F_{lim}$ ,  $i = 1$  até  $N_c$ , onde  $N_c$  é o número de componentes. É sabido que os veículos em serviço estão submetidos a um enfraquecimento gradual devido ao desgaste e à fadiga à medida que envelhecem, e que essa deterioração é uma consideração importante no projeto. Os parâmetros  $\sigma_{lim}$  e  $F_{lim}$  descrevem a condição atual do veículo, não sua história, se a resistência é baixa, a probabilidade de descarrilamento é reforçada independente da causa de seu enfraquecimento. Assim, do ponto de vista do descarrilamento, o resultado do processo de fadiga em si, é motivo de preocupação.

O fato que o indicador de descarrilamento excede seu valor limite não garante que o descarrilamento deva ocorrer. Trata-se, no entanto, que uma condição inaceitável perigosa existe, o que equivale ao descarrilamento. Um exemplo fornecido pelo modo de separação veículo-truque. É concebível que o veículo poderia levantar, aumentando a folga do pino rei e



cair de volta no lugar novamente, sem efeitos negativos, além de choques violentos. Este evento, apesar disso, deve ser considerado como um descarrilamento em estudos de simulação, e assim, não é viável precisar os fatores complexos do modelo (como rajadas de vento, resistência ao rolamento, a geometria do local de impacto, etc.) que determinam a trajetória exata da separação do truque e veículo. Argumentos semelhantes se aplicam à escolha dos limiares de outros modos. Como resultado da utilização de indicadores de descarrilamento, deve-se esperar resultados superestimados a fim de evitar o descarrilamento.

### **3.6 Critérios de desempenho determinados pela norma AAR**

As principais ferrovias dos EUA, canadenses e nacionais atuam segundo as recomendações da AAR (*Association of American Railroads*) em suas operações, limites de segurança e práticas de manutenção. O capítulo XI da seção C parte II da norma AAR (*Service-worthiness tests and analyses for new freight cars*) [AAR, 2007], estabelece procedimentos experimentais e limites de segurança para vários casos possíveis de operação.

Os critérios utilizados para as análises e testes são escolhidos a partir de uma análise dos processos pelos quais os vagões desviam da orientação normal e requerida.

Eles também estão sujeitos a exigência de serem facilmente medidos em testes. Valores típicos destes são: forças laterais e verticais, a razão da força lateral sobre a força vertical ( $L/V$ ), deslocamentos dinâmicos e acelerações de massas. Estes critérios são baseados nas considerações dos processos de escalada da roda, troca de vias e trilhos, levantamento da roda, separação de engate e componentes e integridade estrutural. Os valores escolhidos para os critérios selecionados têm sido usados em vagões atualmente em serviço.

A Tabela 3.8 mostra os critérios a serem considerados de acordo com os principais casos dinâmicos de operação de veículos ferroviários. Valores piores do que estes são considerados como tendo alto risco de comportamento inseguro. Valores melhores do que estes são considerados como indicando a probabilidade de comportamento seguro do vagão.

Tabela 3.8 Critérios para avaliação de desempenho para serviço em campo

Regime	Seção	Critério	Valor limite
<i>Hunting</i> (vazio)	11.7.2	Mínima velocidade crítica [mph   km/h] Máxima aceleração lateral [g]	70   113 1,5***
<i>Twist e Roll</i> (vazio e carregado)	11.8.2	Máximo roll (deg)*** Máxima razão $L/V$ eixo Mínima carga vertical (%)	6 1,5* 10**
<i>Pitch e Bounce</i> (vazio e carregado)	11.8.3	Mínima carga vertical (%)	10**
<i>Yaw e Sway</i> (carregado)	11.8.4	Máxima razão $L/V$ lateral do truque Máxima razão $L/V$ eixo	0,6* 1,5*

Fonte: AAR, 2007

\* Não excederá o valor indicado por um período maior do que 50 milissegundos por ultrapassagem e para uma distância máxima de 3 ft (0,91 m).

\*\* Não cair abaixo do valor indicado por um período maior do que 50 milissegundos por ultrapassagem e para uma distância máxima de 3 ft (0,91 m).

\*\*\* Pico a pico.

Três razões de força lateral ( $L$ ) e vertical ( $V$ ) são usadas como critério de avaliação de desempenho do veículo. Estas são:

(1) A razão individual  $L/V$  roda, (*Wheel  $L/V$* ). Este é definido como a razão da força lateral e vertical entre a roda e trilho em uma roda individual. É utilizado para avaliar a proximidade da roda de subir no trilho.

(2) A soma instantânea da razão absoluta  $L/V$  das rodas em um eixo, (*Axle sum  $L/V$* ). É definido como a soma de valores absolutos das razões  $L/V$  das rodas num mesmo eixo, como dado na seguinte equação. Estes devem ser medidos ao mesmo tempo.

$$\text{Soma } L/V \text{ eixo} = |L/V (\text{roda esquerda})| + |L/V (\text{roda direita})| \quad (3.53)$$

É usado para avaliar a proximidade da roda de subir no trilho sendo mais apropriado onde o ângulo de ataque do flange da roda para o trilho não resulta em completa derrapagem na área de contato.

(3) A razão  $L/V$  lateral do truque, (*Truck side L/V*). É definido como a soma total das forças laterais entre rodas e trilhos num lado do truque, dividido pela soma total das forças verticais no mesmo lado do truque, como dado na seguinte expressão:

$$L/V \text{ lateral truque} = \frac{\sum L (\text{lateral truque})}{\sum V (\text{lateral truque})} \quad (3.54)$$

onde a equação (3.54) é usada para indicar a proximidade do movimento lateral do truque ao trilho.

### 3.6.1 Estabilidade lateral em via tangente não perturbada (*Hunting*)

Este requisito destina-se a assegurar a ausência de *hunting*, o qual pode ser resultado da transferência de energia do movimento dianteiro em uma oscilação lateral sustentada no eixo entre os flanges das rodas. As análises e os testes são requeridos para mostrar que as forças resultantes entre roda e trilho permanecem com o limite necessário para fornecer uma margem de segurança adequada de alguma tendência de descarrilamento. As simulações e testes devem ser executados em via não perturbada.

O requisito analítico é que o *hunting* não deve aparecer para o vagão vazio em velocidade inferior a 113 km/h (70 mph) em via com bitola padrão.

### 3.6.2 Resposta à variação de nível transversal em via perturbada (*Twist e roll*)

Este requisito é destinado a assegurar uma satisfatória transposição da excitação oscilatória do nível transversal sobre o veículo, tal como ocorre em juntas defasadas de trilhos, que podem levar a grandes amplitudes de *roll* e *twist*. As análises e testes são exigidos para mostrar que as forças resultantes entre roda e trilho apresentam uma margem de segurança adequada de alguma tendência ao descarrilamento.

Uma análise deverá ser efetuada nos modos *roll* e *twist*, na condição completamente carregada e vazia. A máxima amplitude do corpo do veículo em *roll* e *twist*, a máxima soma instantânea de valores absolutos da razão  $L/V$  da roda em algum eixo e a mínima carga

vertical da roda, devem ser previstas na velocidade ressonante de 113 km/h (70 mph) ou inferior, em via tangente, com dez (10) perturbações defasadas com um comprimento de onda de 11,8 m (39 ft) e um máximo nível transversal de 19,05 mm (0,75 in) como mostra a Figura 3.45.

A soma instantânea da soma dos valores absolutos das razões  $L/V$  rodas em algum eixo não deve exceder 1,5, o ângulo *roll* do corpo do veículo não deve exceder 6° pico a pico, e a carga vertical da roda não deve ser menor que 10% de seu valor estático.

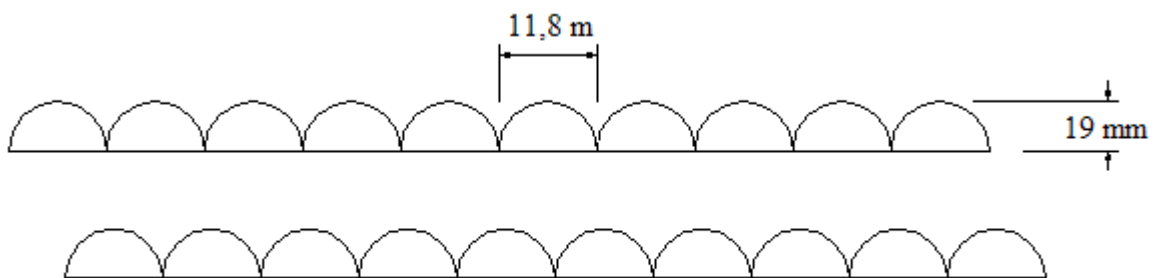


Figura 3.45 – Variação de nível transversal para *twist* e *roll* [Adaptado: AAR,2007]

### 3.6.3 Resposta à variação de nível transversal em via perturbada (*Pitch* e *Bounce*)

Esta exigência visa garantir a boa transposição do veículo ao longo do traçado, que prevê uma excitação oscilatória em *pitch* e *bounce*. Tal excitação é resultado da construção da via com juntas paralelas dos trilhos ou estrutura da pista onde muda a rigidez vertical, podendo conduzir súbitas alterações no carregamento do perfil da via além daqueles medidos durante a inspeção. As análises e testes são exigidos para demonstrar que o resultado das forças entre a roda e o trilho se apresentam dentro de uma margem de segurança sem qualquer tendência de descarrilamento do vagão.

Uma análise deve ser efetuada do modo *pitch* e *bounce* para um carregamento total do vagão em uma velocidade estimada de ressonância do vagão quando excitada por uma via com ondulações a 11,8 m (39 ft). A carga vertical na roda deve ser prevista para estas velocidades ou 113 km/h (70 mph), o qual for maior para via tangente com dez (10) perturbações paralelas com um comprimento de onda de 11,8 m (39 ft) e um máximo nível transversal de 19,05 mm (0,75 in) de pico a pico como mostra a Figura 3.46. A carga vertical na roda não deve ser menor que 10% de seu valor estático em alguma velocidade inferior a 113 km/h (70 mph).

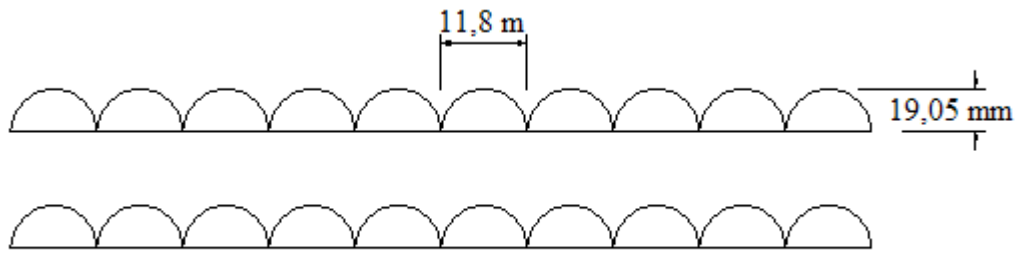


Figura 3.46 – Variação de nível transversal para *pitch* e *bounce* [Adaptado: AAR,2007]

### 3.6.4 Resposta à variação de alinhamento em via perturbada (*Yaw* e *Sway*)

Este requisito é concebido para assegurar a satisfatória transposição do veículo sobre a via com desalinhamentos que forneçam excitação em *yaw* e *sway*. A análise e testes são exigidos para mostrar que as forças resultantes entre roda e trilho mostram uma adequada margem de segurança de tendência ao descarrilamento do veículo ou para mover a via ou trilho.

Uma análise deve ser efetuada no modo *sway* para um veículo completamente carregado. Os modos lateral e *roll* podem combinar em um movimento lateral referenciado como *sway*, que se presente, deve ser incluído nesta análise. Uma estimativa deve ser feita da velocidade ressonante do vagão, em cada modo. O vagão deve ser considerado sendo excitado por um desvio de alinhamento de via senoidal e simétrico, de comprimento de onda de 11,8 m (39 ft), numa via tangente. A razão da soma lateral de todas as forças verticais em todas as rodas em um lado do truque deve ser prevista na ressonância ou 113 km/h (70 mph), o qual for maior, para uma dupla amplitude senoidal de 31,75 mm (1,25 in) pico a pico em ambos os trilhos e uma largura de bitola constante de 1460,5 mm (57,5 in), como mostrado na Figura 3.47.

A previsão da razão  $L/V$  da lateral do truque não deve exceder 0,6, e a soma dos valores absolutos de  $L/V$  em algum eixo, não deve exceder 1,5, em alguma velocidade inferior a 70 mph (113 km/h), com 5 trilhos de comprimento de onda do início.

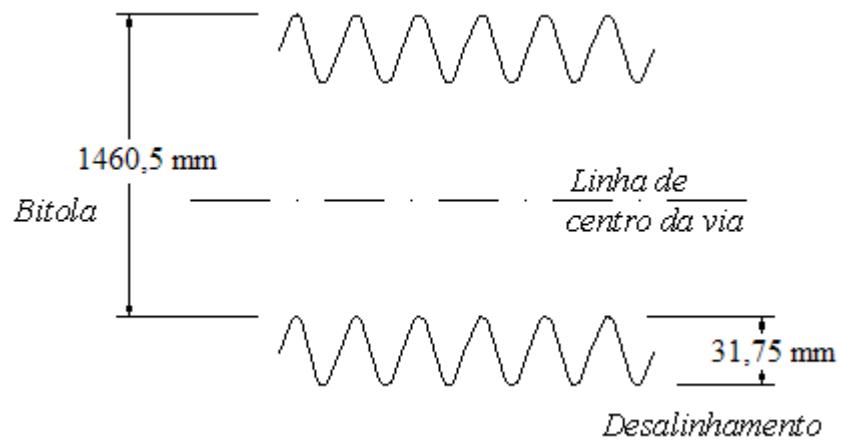


Figura 3.47 – Variação de alinhamento da via para yaw e sway [Adaptado: AAR,2007]

## 4. MODELAGEM MATEMÁTICA

### 4.1 Seleção do veículo e determinação de suas características

A dinâmica do veículo pode ser estudada através de um modelo matemático e da realização de simulações do modelo. Para obter o máximo aproveitamento deste estudo, o modelo será baseado no tipo de veículo e truque mais utilizado nas ferrovias brasileiras. A maioria dos produtos transportados por ferrovias é efetuada dentro de veículos fechados, [ANTT, 2010b]. O ambiente dinâmico destes veículos pode ser considerado como representativo do ambiente de operações encontrado no transporte ferroviário.

Baseado nestas observações, um veículo *Boxcar* com um truque de três peças é escolhido para a base do modelo matemático. Após a seleção do veículo e truque os demais componentes do sistema veículo-truque devem ser identificados e suas características determinadas. Inicialmente o veículo é considerado como um sistema com cinco massas, molas e amortecedores lineares e efeitos não lineares como: comprimento sólido das molas, folgas e outros. O programa desenvolvido neste capítulo recebe o nome de PADVF (Programa de Análise Dinâmica de Veículos Ferroviários), para simplificar seu significado e utilização neste trabalho.

#### 4.1.1 O corpo do veículo

Neste caso, a representação matemática pode ser feita como um corpo rígido, com sua massa concentrada no centro de gravidade. A flexibilidade do veículo tipo *Boxcar* pode ser desprezada. Portanto é apropriado considerar que o corpo do veículo seja representado por uma massa concentrada. Isto requer que os seguintes parâmetros sejam determinados: massa e momentos de inércia sobre os três eixos principais, localização do centro de gravidade do corpo do veículo, largura do veículo e outros parâmetros determinados na literatura de referência e/ou em publicações de fabricantes ferroviários.

O Apêndice D apresenta, na Figura D.1 e Figura D.2, as características e dimensões para veículos ferroviários de 70 e 100 t e seus respectivos componentes mecânicos. Os valores de massa, inércia e dimensões dos veículos em estudo são apresentados na Tabela D.1 e na Tabela D.2.

#### **4.1.2 O prato pião**

Estes são locais de apoio do peso do corpo do veículo na travessa do truque. Eles são pratos circulares de diâmetro de 330-355 mm (13-14 in) sobre o qual o corpo do veículo gira. O movimento vertical relativo entre o corpo do veículo e a travessa do truque pode causar separação do prato pião. O severo movimento de rolamento do corpo do veículo pode resultar em contatos parciais do prato pião. Para todos os propósitos práticos o prato pião pode ser modelado como duas molas com rigidez vertical.

#### **4.1.3 O Ampara balanço**

Eles são apoios localizados na superfície superior da travessa do truque. Alguns modelos podem ser com mola pré-carregada (contato constante) e outros apenas com rolos. Sua função é inibir o rolamento do corpo do veículo sobre seu eixo longitudinal indefinidamente. Se o peso do corpo do veículo mais o peso da carga estão bem distribuídos, as folgas estáticas dos ampara balanços em relação à travessa são de 6,35 mm (0,25 in). Quando o veículo rola severamente, esta folga pode desaparecer e a carga é dividida pelo prato pião e ampara balanço. Este efeito não linear é modelado na simulação computacional.

#### **4.1.4 Os rodeiros e laterais do truque**

Estes componentes são corpos rígidos e são considerados equivalentes a uma massa concentrada, localizada no centro de gravidade do truque. As dimensões geométricas de cada componente foram determinadas para calcular o centro de gravidade do conjunto.

#### **4.1.5 As molas da suspensão**

Um truque com molas lineares foi utilizado para determinar a rigidez vertical do truque. As dimensões geométricas e propriedades mecânicas do truque e seus componentes foram retiradas de desenhos mecânicos.



#### 4.1.6 A cunha de atrito e a placa de desgaste da lateral

Juntos estes componentes formam um típico sistema de amortecimento, a cunha de atrito pode ser pré-carregada por uma mola para dar força variável dependendo da carga e da direção do curso de amortecimento. De estudos experimentais de companhias ferroviárias, Wiebe, 1974, foi verificado que a força de atrito desenvolvida na placa de desgaste para o curso de subida era diferente do curso de descida. A energia dissipada no curso de subida é 65% do ciclo completo. Esta informação é usada na determinação do coeficiente de amortecimento viscoso equivalente.

A modelagem do sistema de amortecimento do truque é possível, para ambos os amortecimentos de *Coulomb* e viscoso, no entanto a abordagem de amortecimento viscoso equivalente é mais proveitosa, ao permitir que este modelo seja comparado com os sistemas de amortecimento existentes (*Coulomb*), e ao mesmo tempo, usado para futura concepção e avaliação de amortecedores hidráulicos. Conseqüentemente, um método analítico para incorporar os efeitos de amortecimento no truque foi utilizado, baseado no conceito do amortecimento viscoso.

#### 4.1.7 Trilhos, lastro e subleito

Observando que estas não são estruturas rígidas, a elasticidade da via permanente tem que ser considerada e é modelada como uma rigidez vertical e lateral da via permanente.

### 4.2 Descrição geral

Para modelagem matemática do veículo, um modelo não linear com 24 graus de liberdade foi desenvolvido. Ele simula um veículo tipo *boxcar* de 70 t com cinco massas conectadas por grupos de mola e amortecedores, e cada massa tem vários graus de liberdade. As cinco massas que respectivamente representam o modelo são: o corpo do veículo, a travessa dianteira e traseira e o conjunto rodeiro-lateral (truque) dianteiro e traseiro.

Os graus de liberdade modelados para as várias massas são definidos na Tabela 4.1

Tabela 4.1 Graus de liberdade

Massa	Grau de liberdade translacional			Grau de liberdade rotacional		
	Vertical	Lateral	Longitudinal	Ang. direção	Balanço	Rolamento
Veículo ( $m_1$ )	$z_1$	$x_1$	$y_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$\psi_1$
Travessa ( $m_2$ )	$z_2$	-	-	$\alpha_2$	$\phi_2$	$\psi_2$
Travessa ( $m_3$ )	$z_3$	-	-	$\alpha_3$	$\phi_3$	$\psi_3$
Truque ( $m_4$ )	$z_4$	$x_4$	-	$\alpha_4$	$\phi_4$	$\psi_4$
Truque ( $m_5$ )	$z_5$	$x_5$	-	$\alpha_5$	$\phi_5$	$\psi_5$

Sob a ação de forças aplicadas, um corpo pode vibrar em qualquer uma das coordenadas translacionais (vertical  $z$ , lateral  $x$ , longitudinal  $y$ ) ou rotacionais (ângulo de *yaw*  $\alpha$ , *pitch*  $\phi$  e *roll*  $\psi$ ). A Figura 4.1 mostra os graus de liberdade para as massas do modelo e seu respectivo sistema de coordenadas.

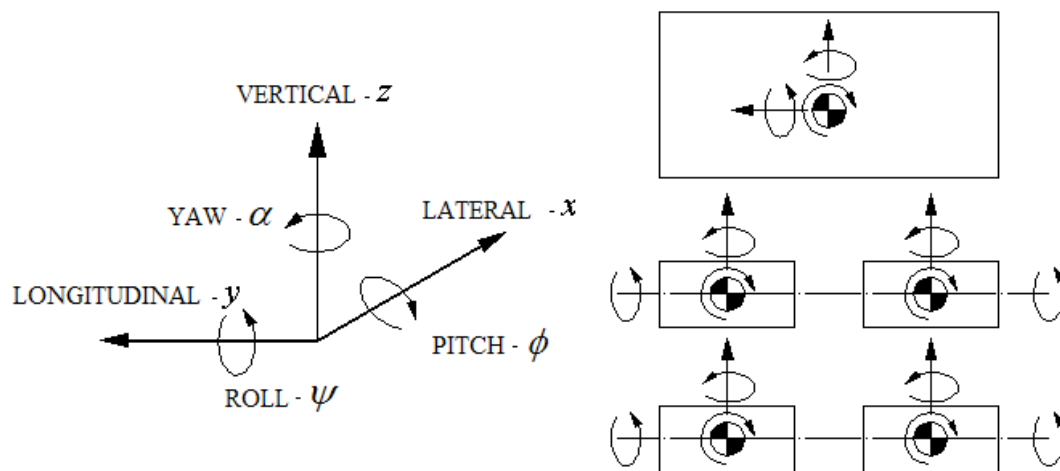


Figura 4.1 – Graus de liberdade do modelo matemático

#### 4.2.1 Interface corpo do veículo e travessa do truque

Os pratos pião e os ampara balanços são os componentes que fazem a interface entre o veículo e travessa do truque. A modelagem destes componentes no modelo matemático é descrita a seguir.

#### 4.2.1.1 Pratos pião

São modelados como quatro molas verticais (duas em cada prato pião), cada uma com uma rigidez muito alta. Isto permite a relação vertical entre os movimentos do corpo do veículo e da travessa do truque.

Os movimentos laterais relativos entre o corpo do veículo e as duas travessas dos truques são assumidos restringidos iguais a zero.

#### 4.2.1.2 Ampara balanço

A reação do ampara balanço é modelada como uma mola com um afastamento entre o chassi do corpo do veículo e a mola. A mola não tem rigidez enquanto existe o afastamento, após o contato a mola possui uma rigidez muito alta. Esta mola é modelada como mostra a Figura 3.26, através de uma mola não linear com banda morta.

### 4.2.2 Interfaces travessa e laterais do truque

As molas da suspensão, rigidez torcional e de balanço entre travessa e laterais, placas de atrito e a folga *GIB* são os elementos que fazem a interface entre a travessa e laterais do truque. A modelagem destes elementos no modelo matemático é descrita a seguir.

#### 4.2.2.1 Molas da suspensão

Um total de quatro molas verticais é modelado por truque, com duas molas em cada lado. Para incorporar o efeito da flexão da travessa, deve ser realizada uma análise para determinar a rigidez da travessa. Conseqüentemente, os valores de rigidez usados para as molas da suspensão são a rigidez efetiva das molas do grupo da suspensão em série com a rigidez da travessa do truque, como mostrado na seção 3.4.2.3. Duas molas não-lineares (Figura 3.26) adicionais são usadas para modelar o efeito de comprimento sólido das molas (final de curso), o qual acontece em severas situações de *bounce*.

Embora as atuais molas da suspensão estejam no plano vertical, quando a travessa do truque move-se lateralmente em relação à lateral, certa restrição elástica lateral é introduzida no sistema. Estas ações das molas são contabilizadas neste modelo matemático por quatro

molhas laterais por truque. O Apêndice D apresenta, na Tabela D.3, os valores de rigidez para as molhas utilizadas na modelagem da suspensão.

O amortecimento do truque é considerado como quatro amortecedores em paralelo com as quatro molhas verticais e mais quatro em paralelo com as molhas laterais do truque. O Apêndice A apresenta na Tabela A.3 os valores do coeficiente de amortecimento, para veículos tipo *Boxcar* de 70 e 100 t em uma ampla faixa de velocidades.

#### 4.2.2.2 Rigidez de torção e balanço entre travessa e lateral do truque

A simplificação realizada na seção 4.1.4 implica em introduzir uma rigidez de torção e de balanço entre a travessa do truque e o conjunto rodeiro/lateral. A rigidez de torção e a rigidez de balanço entre travessa e lateral são extraídas de dados de fabricantes. A Tabela D.3 fornece as características de rigidez para estes elementos utilizados na modelagem do truque.

A Figura 4.2 ilustra a configuração das molhas e amortecedores no modelo do veículo ferroviário estudado. O detalhamento do modelo, com suas massas e principais características dimensionais é apresentado na Figura D.1.

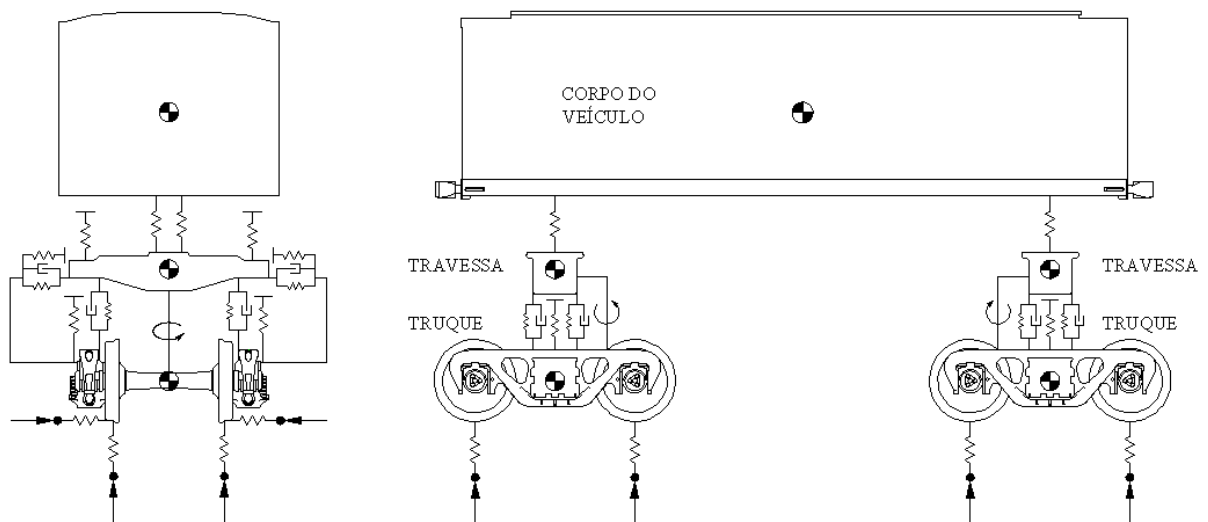


Figura 4.2 – Modelo de um veículo ferroviário

#### 4.2.2.3 Placas de atrito

As placas de atrito são elementos de dissipação de energia utilizados para amortecimento do truque e redução das amplitudes dos movimentos vibratórios do truque. Neste modelo matemático as placas de atrito são representadas como amortecimento viscoso

equivalente. O uso de modelos de amortecimento do tipo viscoso na simulação computacional é considerado vantajoso, pela sua simplicidade matemática e, além disso, deixa o caminho aberto para futuros estudos sobre projetos de amortecedores.

#### **4.2.2.4 Folga GIB**

Esta é a folga lateral entre travessa e lateral, mostrada na Figura 3.19. Uma mola não-linear (Figura 3.26) com uma rigidez muito alta é usada para modelamento do efeito da folga.

#### **4.2.2.5 Trilhos, lastro e subleito**

Dependendo da qualidade do subleito sob os trilhos e da dinâmica do vagão, depressões nos trilhos de vários centímetros têm sido observadas quando um trem passa sobre ele. Este efeito é modelado como oito molas que representam a via em cada um dos sentidos vertical e lateral, localizado nos pontos de contacto entre as rodas e os trilhos. Os trilhos das ferrovias Brasileiras são geralmente do tipo com irregularidades periódicas vertical dos trilhos defasadas (ou seja, as juntas do trilho de um lado da pista está na metade do comprimento do trilho na pista oposta), conforme mostra a Figura 3.8. As depressões nas juntas dos trilhos podem ser consideradas da ordem de 19,05 mm (3/4 in). Estudos anteriores, realizados por pesquisadores de ferrovias e outros, IPT, 1993, mostraram que os perfis de algumas das vias permanentes realmente têm similaridade com ondas senoidais retificadas. O Apêndice D apresenta, na Tabela D.3, os valores de rigidez para as molas utilizadas modelagem da via permanente.

### **4.3 Equações de movimento e método de solução**

As equações de movimento e o método de solução utilizado para resolver o sistema são descritos a seguir.

#### **4.3.1 Equações de movimento**

Após configurar o modelo matemático, as equações de movimento devem ser derivadas e resolvidas para acelerações, velocidades e deslocamentos (ambos translacionais e rotacionais).

Para um simples sistema massa, mola e amortecedor no qual o corpo está sobre excitação de uma força externa 'p', a equação de movimento é:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p \quad (4.1)$$

onde:

$m$ : é a massa do corpo, em kg;

$c$ : é o coeficiente de amortecimento viscoso, em N s/m;

$k$ : é a rigidez da mola, em N/m;

Se  $m, c, k, p, \dot{x}$  e  $x$  inicial são prescritos, a aceleração  $\ddot{x}$  pode ser computada. Para um sistema massa, mola e amortecedor mais complicado, tal como o sistema que representa o veículo ferroviário tipo *boxcar* de 70 t com o truque já mencionado, um modo sistemático de escrever as equações do movimento passo a passo, é através da equação de *Lagrange* de movimento que pode ter a forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (4.2)$$

onde:

$E$ : é a energia cinética do sistema;

$V$ : é a energia potencial do sistema;

$D$ : é a função de *Rayleigh* de dissipação do sistema;

$Q_i$ : são as forças generalizadas do sistema;

$q_i$ : são as coordenadas generalizadas do sistema,  $i = 1, 2, \dots, 24$ .

$(x_1, y_1, z_1, \phi_1, \alpha_1, z_2, \phi_2, \alpha_2, z_3, \phi_3, \alpha_3, x_4, z_4, \phi_4, \alpha_4, x_5, z_5, \phi_5, \alpha_5)$ .

Com 24 coordenadas generalizadas, existem 24 equações de movimento similares a Equação (4.1). Detalhes da derivação das equações de movimento serão mostrados a partir da seção 4.5.

Algumas das equações derivadas são acopladas com outras e estas são agrupadas em cinco matrizes diferentes. Todas as equações, ambas acopladas e desacopladas são programadas (em linguagem MATLAB) e então resolvidas para 24 acelerações simultaneamente. Integrando estas acelerações duas vezes o resultado obtido são as velocidades e deslocamentos correspondentes.

### 4.3.2 Solução por método iterativo computacional

Para simulação dinâmica do modelo computacional, uma metodologia iterativa foi desenvolvida. As variações da superfície dos trilhos são a fonte de excitação. A simulação é iniciada no tempo igual a zero, com o sistema em equilíbrio estático. A excitação é aplicada ao modelo e as acelerações resultantes computadas. As acelerações acopladas são resolvidas por uma subrotina que as calcula através do método de *Gauss-Jordan*. Todas as acelerações são então integradas numericamente pela técnica de integração de *Runge-Kutta* para obter velocidades e deslocamentos no centro de gravidade das massas do modelo. Essas novas velocidades e deslocamentos, juntas com a excitação, são os valores baseados no qual a aceleração do segundo passo de tempo será calculado. Este processo é repetido para cada passo de tempo e novos valores são calculados sobre os antigos. Um método de iteração desta natureza permite-nos estudar as respostas dinâmicas do sistema em qualquer período desejado da simulação.

### 4.4 Programa de computador

O programa de computador é desenvolvido para resolver as equações e simular as respostas dinâmicas do sistema. Este programa consiste de um programa principal e onze subrotinas. A função e filosofia de cada um são discutidas a seguir.

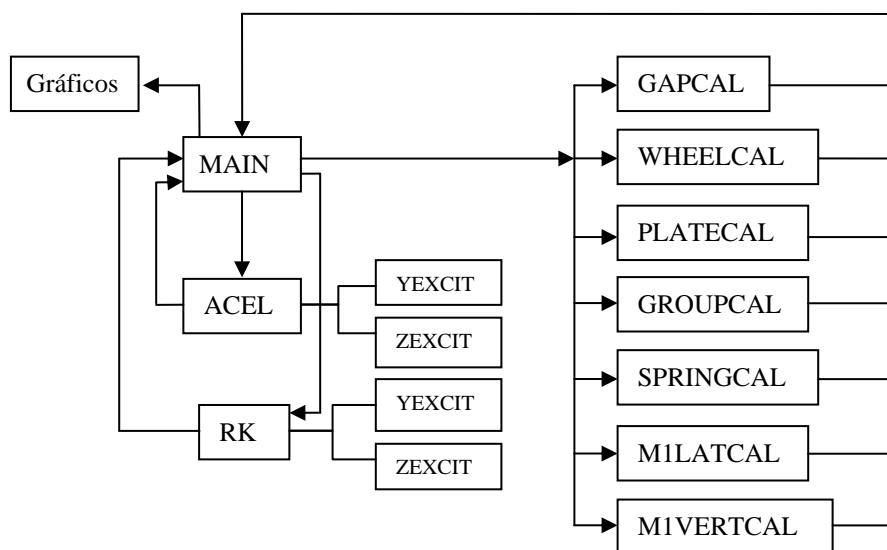


Figura 4.3 – Diagrama de blocos - PADV

#### 4.4.1 Programa MAIN

Este programa funciona como um coordenador de subrotinas. Ele chama a subrotina ACEL e RK para obter valores de aceleração, velocidades e deslocamentos no centro de gravidade das massas do modelo. Parâmetros geométricos, distância entre centros dos truques, dimensões geométricas do veículo e do truque, rigidez das molas e momentos de inércia, etc., são inseridos nesta parte do programa. A seguir o programa envia as respostas calculadas nas etapas anteriores para as subrotinas que calculam as forças nos elementos principais do veículo, bem como todas as respostas dinâmicas para cada massa do modelo. No final o programa imprime os gráficos das respostas solicitadas (ângulo de *roll*, aceleração lateral, etc.) a partir dos dados calculados.

#### 4.4.2 Controladores GAP, GIB e BOTTOM

##### Controlador GAP

Este controlador é utilizado nas subrotinas ACEL, RK, GAPCAL e SPRINGCAL. O objetivo deste controlador é calcular os quatro afastamentos (folgas) do ampara balanço entre a travessa do veículo e a travessa do truque, 6,35mm (1/4 in). Se um ampara balanço está tocando a travessa do veículo, existe uma reação adicional no ponto de contato além dos pontos de contato no prato pião. Esta reação é acomodada, acrescentando, nesta etapa, uma mola adicional em paralelo com as molas verticais do prato pião. Esta mola adicional permanecerá em vigor se não existir folga no ampara balanço.

##### Controlador GIB

Este controlador é utilizado nas subrotinas ACEL, RK, WHEELCAL, GROUPCAL e SPRINGCAL. Entre a travessa do truque e a coluna da lateral, existe uma pequena folga (da ordem de 19,05 mm (0.75 in)) lateral, esta é a folga *gib*. Quando o veículo está trafegando nos trilhos, existem movimentos laterais tais que a travessa do truque pode bater na coluna. Este efeito de afastamento zero do *gib* é modelado adicionando uma mola *gib* em paralelo com as molas laterais sempre que tal condição existe. Isto é feito primeiro checando o afastamento *gib*. Um coeficiente denotado pelo símbolo  $\delta$  é utilizado para facilitar a modelagem da não linearidade da mola. Um valor de 1 ou 0 é correspondentemente atribuído a  $\delta$  para trazer a ação da mola *gib* ou removê-la. Quatro molas *gib* são utilizadas no modelo para o efeito nas duas travessas dos truques.



### Controlador BOTTOM

Este controlador é utilizado nas subrotinas ACEL, RK e SPRINGCAL. Durante condições severas de *bounce*, especialmente com veículos com cargas elevadas, o fenômeno de comprimento sólido das molas pode ser mais comum. Para que o modelo possa simular e prever o efeito de comprimento sólido das molas (final de curso), este controlador foi desenvolvido. Em cada passo de tempo, os movimentos verticais da travessa do truque em relação aos da lateral são verificados contra o comprimento do curso admissível da mola, conforme especificado por fabricantes. Se for verificado que qualquer mola do grupo da suspensão atingiu o seu comprimento sólido, uma mola de rigidez relativamente elevada é inserida no modelo vertical para parar a travessa do truque de comprimir as molas da suspensão ainda mais. Esta mola de elevada rigidez, não é considerada pela subrotina se o comprimento sólido da mola não ocorrer.

#### 4.4.3 Subrotina ACEL

A função desta subrotina é calcular os valores de algumas acelerações acopladas que aparecem nas equações de estado e que serão consideradas como constantes para cada intervalo de tempo. As subrotinas YEXCIT e ZEXCIT fornecem as entradas da via. A seguir são chamados os controladores GAP, GIB e BOTTOM para atualizar o número total de molas para usar em cada iteração. Dezesesseis variáveis de aceleração acopladas (originadas das coordenadas rotacionais) são agrupadas em cinco matrizes. Estas matrizes são resolvidas pelo método *Gauss-Jordan* e então as acelerações são devolvidas ao programa MAIN para prosseguir o cálculo.

#### 4.4.4 Subrotina RK

Após calcular as acelerações acopladas pela subrotina ACEL, seus valores são transferidos de volta para o programa principal. Então MAIN chama a subrotina RK para integrar numericamente as acelerações duas vezes, fornecendo as correspondentes velocidades e deslocamentos. As subrotinas YEXCIT e ZEXCIT fornecem as entradas da via para RK e os controladores GAP, GIB e BOTTOM atualizam o número total de molas para usar em cada iteração.

A subrotina RK é um programa desenvolvido de acordo com as necessidades do modelo matemático. Neste programa será utilizada a rotina ODE45, que é um programa padrão disponível no MATLAB. A rotina utilizada neste programa é o método *Runge-Kutta* de quarta ordem, o qual prevê os valores de  $y_{i+1}$  do valor de  $y_i$  no tempo  $t_i$  baseado na fórmula:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(R_{K1} + 2R_{K2} + 2R_{K3} + R_{K4}) \quad (4.3)$$

onde:

$R_{K1}$ ,  $R_{K2}$ ,  $R_{K3}$  e  $R_{K4}$  são as médias ponderadas da seguinte forma:

$$R_{K1} = f(y_i, t_i) \quad (4.4)$$

$$R_{K2} = f\left(y_i + \frac{h}{2}R_{K1}, t_i + \frac{h}{2}\right) \quad (4.5)$$

$$R_{K3} = f\left(y_i + \frac{h}{2}R_{K2}, t_i + \frac{h}{2}\right) \quad (4.6)$$

$$R_{K4} = f(y_i + h R_{K3}, t_i + h) \quad (4.7)$$

e  $h$  é o tamanho do passo da integração.

A técnica *Runge-Kutta* de quarta ordem dá o valor preciso de  $y_{i+1}$  como uma *série de Taylor* de quarta ordem. A escolha do tamanho do passo  $h$  depende da frequência da resposta do sistema estudado.

Para determinar o tamanho do passo utiliza-se uma técnica baseada em determinar a frequência natural da menor massa do sistema, no caso a travessa do truque [Shabana et al., 2008]. A frequência natural pode ser determinada através da rigidez total das molas laterais e da massa da travessa. Considerando:

$$\begin{aligned} K_{RT} : \text{Rigidez total do grupo de molas do truque} &= 4 (7,75E5 + 1,166E8) \text{ N/m} \quad (4.8) \\ &= 4,695E8 \text{ N/m.} \end{aligned}$$

$$M_T : \text{Massa da travessa} = 522 \text{ kg} \quad (4.9)$$

a frequência natural é dada por:

$$f_n = \sqrt{\frac{K_{RT}}{M_T}} \quad (4.10)$$

resultando em:  $f_n = 950 \text{ Hz}$

e o período de tempo é dado por:

$$\tau = \frac{1}{f_n} \quad (4.11)$$

resultando em:  $\tau = 0.00105 \text{ s}$

Utilizando um método prático, considera-se que 8 iterações é o mínimo por ciclo de resposta utilizando *Runge-Kutta*.

Assim o tamanho do passo é determinado por:

$$h = \frac{\tau}{8} = \frac{0,00105}{8} = 0,00013 \text{ s} \quad (4.12)$$

Esta análise pode ser considerada como um guia básico para estimar a ordem do tamanho do passo. Portanto o valor ótimo ainda necessitará ser obtido através de testes e tentativa e erro.

#### 4.4.5 Subrotinas para cálculo das respostas dinâmicas

- a) Subrotina GAPCAL: Esta subrotina calcula a reação vertical nos ampara balanços da travessa. O controlador GAP é utilizado para verificar se existe a ocorrência de apoio nos ampara balanços.
- b) Subrotina WHEELCAL: Esta subrotina calcula a carga nas rodas e a reação lateral da travessa do truque. O controlador GIB é utilizado para verificar se existe a ocorrência de contato ente a travessa e a coluna da lateral.
- c) Subrotina PLATECAL: Esta subrotina calcula a reação vertical do prato pião dianteiro e traseiro.
- d) Subrotina GROUPCAL: Esta subrotina calcula a força de compressão e deslocamento do grupo de molas do truque.
- e) Subrotina SPRINGCAL: Esta subrotina fornece informações importantes quanto à carga e deslocamentos em todos os elementos de mola. Esta subrotina é muito utilizada para determinar as razões  $L/V$  das rodas e outras. Assim é importante para a

previsão do fenômeno de levantamento das rodas, que sob condições severas pode provocar descarrilamento.

f) Subrotina MILATCAL: Esta subrotina é utilizada para calcular a aceleração lateral do corpo do veículo. Depois de calculadas as acelerações, velocidades e deslocamentos estes são inseridos na equação de estado para o movimento lateral do corpo do veículo e então resulta a aceleração lateral.

g) Subrotina MIVERTCAL: Esta subrotina é utilizada para calcular a aceleração vertical do corpo do veículo. Com as acelerações, velocidades e deslocamentos calculados, estes são inseridas na equação de estado para o movimento vertical do corpo do veículo e então se calcula a aceleração vertical.

h) Subrotina YEXCIT: Esta subrotina é utilizada para calcular as entradas da via para a variação de alinhamento. Esta subrotina é utilizada principalmente para avaliar o modo de *yaw* e *sway*. Deslocamentos são aplicados em cada uma das rodas, usando parâmetros como: amplitude de desalinhamento, distância entre centro dos truques e comprimento dos trilhos entre outros.

i) Subrotina ZEXCIT: Esta subrotina é utilizada para calcular as entradas da via para a variação de nível cruzado (vertical). Esta subrotina é utilizada principalmente para avaliar os modo de *twist* e *roll* e o modo de *pitch* e *bounce*. Deslocamentos são aplicados em cada uma das rodas, usando parâmetros como: amplitude de nível cruzado, distância entre centro dos truques e comprimento dos trilhos entre outros.

#### **4.4.6 Modelagem não linear**

Molas não lineares foram introduzidas pelos controladores GAP, GIB e BOTTOM ao modelo acrescentando uma complexidade considerável ao programa. Assim o modelo não linear desenvolvido aproxima-se mais de um veículo ferroviário real e a complexidade é justificada. A correlação deste modelo com outros modelos é verificada e discutida posteriormente no trabalho.

#### 4.5 Equações de movimento

O movimento de um corpo rígido no espaço pode ser descrito por rotações e translações. As rotações podem ser descritas a partir de coordenadas inerciais ou de eixos do corpo. No entanto, as componentes da velocidade angular sobre os eixos dos corpos (os quais rotacionam com o corpo), não podem ser integradas para obter deslocamentos angulares sobre estes eixos [Meirovitch, 2003].

Um conjunto de coordenadas independentes que podem realizar a transformação de um sistema cartesiano de eixos para outro são os ângulos de *Euler*. A razão para usar ângulos de *Euler* é que as componentes da velocidade angular do corpo podem ser expressas em termos dos ângulos de *Euler* e suas derivadas temporais. Logo, o método dos ângulos de *Euler* é adaptado para descrever as rotações.

As coordenadas translacionais usadas são coordenadas inerciais fixas no espaço, com a origem das coordenadas no centro de gravidade das diversas massas quando as molas não são entendidas ou comprimidas, isto é, massas ajustadas no comprimento indeformado das molas. Todos os deslocamentos, velocidades e acelerações nas translações são referenciados nestas coordenadas.

As coordenadas de translação, junto com os ângulos de *Euler* constituem as coordenadas generalizadas do sistema. No presente modelo em análise, existem 24 coordenadas generalizadas.

Uma vez que as coordenadas generalizadas estejam configuradas, as equações de movimento podem ser escritas para o sistema através da equação de *Lagrange* para cada uma das coordenadas generalizadas. Ela reúne as forças que atuam sobre uma massa, devido à energia cinética de rotação e translação, a energia potencial associada com a mola e gravidade, a energia de dissipação do sistema de amortecimento e as forças generalizadas.

A Figura 4.4 mostra como os ângulos de *Euler* fornecem uma descrição da orientação do corpo no espaço. A transformação dos eixos do corpo  $x,y,z$  a um sistema de coordenadas inercial  $X,Y,Z$  é realizada através de três rotações sucessivas:

- (1) Rotação sobre o eixo  $x$  através de um ângulo  $\phi$  leva  $x,y,z$  para  $x,y',z'$ .
- (2) Rotação sobre o eixo  $y'$  através de um ângulo  $\psi$  leva  $x,y',z'$  para  $x',y',Z$ .
- (3) Rotação sobre o eixo  $Z$  através de um ângulo  $\alpha$  leva  $x',y',z$  para  $X,Y,Z$ .

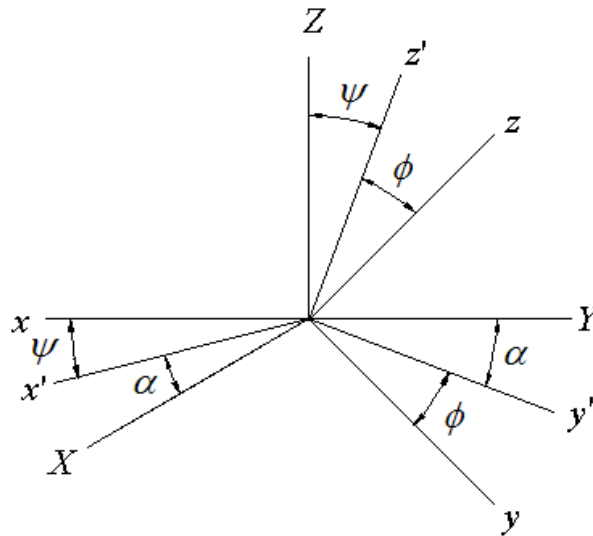


Figura 4.4 – Ângulos de Euler

Desde que  $x, y'$  e  $Z$  sejam os eixos de rotação, as componentes de velocidade angular do corpo  $\dot{\phi}, \dot{\psi}$  e  $\dot{\alpha}$  são direcionadas ao longo destes eixos respectivamente.

Denotando as velocidade angulares inerciais sobre os eixos  $X, Y, Z$  como  $\omega_1, \omega_2$  e  $\omega_3$ , respectivamente, podem ser observadas na Figura 4.5 as seguintes relações considerando as velocidades angulares do corpo  $\dot{\phi}, \dot{\psi}$  e  $\dot{\alpha}$ :

$$\text{Eixo } X, \quad \omega_1 = \dot{\phi} \cos \psi \cos \alpha + \dot{\psi} \sin \alpha \quad (4.13)$$

$$\text{Eixo } Y, \quad \omega_2 = \dot{\psi} \cos \alpha - \dot{\phi} \cos \psi \sin \alpha \quad (4.14)$$

$$\text{Eixo } Z, \quad \omega_3 = \dot{\phi} \sin \psi + \dot{\alpha} \quad (4.15)$$

Escrevendo as relações anterior  $\omega_{ij}$  para as cinco massas, onde  $i = 1, \dots, 5$  e  $j = 1, 2, 3$ :

a) Para o corpo do veículo:

$$\omega_{11} = \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 + \dot{\psi}_1 \sin \alpha_1 \quad (4.16)$$

$$\omega_{12} = \dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \sin \alpha_1 \quad (4.17)$$

$$\omega_{13} = \dot{\phi}_1 \sin \psi_1 + \dot{\alpha}_1 \quad (4.18)$$

b) Para a travessa dianteira:

$$\omega_{21} = \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2 + \dot{\psi}_2 \sin \alpha_2 \quad (4.19)$$

$$\omega_{22} = \dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \sin \alpha_2 \quad (4.20)$$

$$\omega_{23} = \dot{\phi}_2 \sin \psi_2 + \dot{\alpha}_2 \quad (4.21)$$

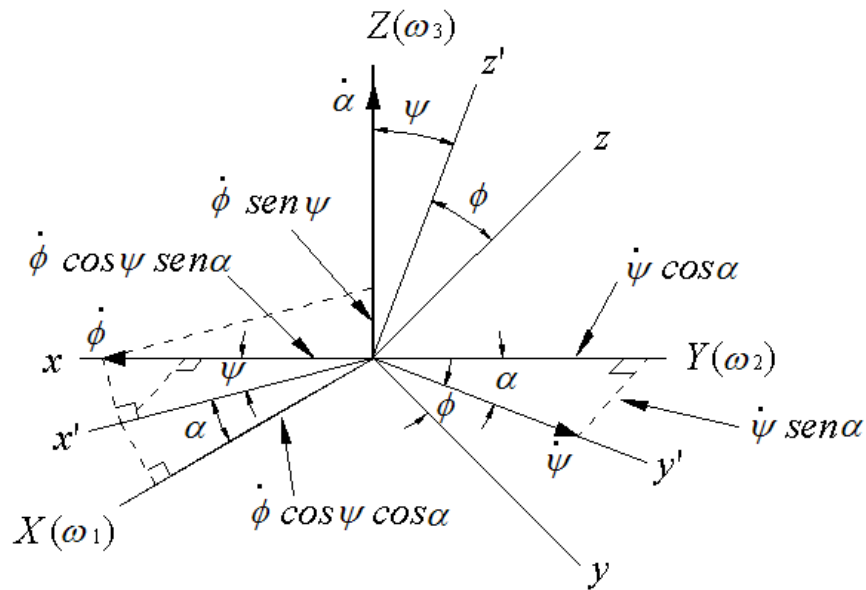


Figura 4.5 – Transformação das velocidades angulares do corpo em componentes angulares inerciais

c) Para a travessa traseira:

$$\omega_{31} = \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \cos \alpha_3 + \dot{\psi}_3 \sen \alpha_3 \quad (4.22)$$

$$\omega_{32} = \dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \sen \alpha_3 \quad (4.23)$$

$$\omega_{13} = \dot{\phi}_3 \sen \psi_3 + \dot{\alpha}_3 \quad (4.24)$$

d) Para o conjunto laterais-rodeiro dianteiro:

$$\omega_{41} = \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4 + \dot{\psi}_4 \sen \alpha_4 \quad (4.25)$$

$$\omega_{42} = \dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \sen \alpha_4 \quad (4.26)$$

$$\omega_{43} = \dot{\phi}_4 \sen \psi_4 + \dot{\alpha}_4 \quad (4.27)$$

e) Para o conjunto laterais-rodeiro traseiro:

$$\omega_{51} = \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 + \dot{\psi}_5 \sen \alpha_5 \quad (4.28)$$

$$\omega_{52} = \dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \sen \alpha_5 \quad (4.29)$$

$$\omega_{53} = \dot{\phi}_5 \sen \psi_5 + \dot{\alpha}_5 \quad (4.30)$$

#### 4.5.1 Energia cinética do sistema

A energia cinética total é a soma da energia cinética rotacional e energia cinética translacional.

a) Energia cinética do corpo do veículo

Assumindo todas as rotações sobre os eixos principais permitidos para o corpo do veículo:

$$E.C._{Rotacional} = \frac{1}{2}(I_{x1} \omega_{11}^2 + I_{y1} \omega_{12}^2 + I_{z1} \omega_{13}^2) \quad (4.31)$$

sendo:

$I_{x1}$ ,  $I_{y1}$  e  $I_{z1}$  são os momentos principais de inércia sobre os eixos  $x_1, y_1$  e  $z_1$  do corpo do veículo.

Considerando que o corpo do veículo pode transladar nas três principais direções:

$$E.C._{Translacional} = \frac{1}{2}m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) \quad (4.32)$$

sendo:

$m_1$  : massa do corpo do veículo.

Substituindo os ângulos de *Euler* para  $\omega_{11}$ ,  $\omega_{12}$  e  $\omega_{13}$ , resulta para a energia cinética do corpo do veículo:

$$E_1 = \frac{1}{2}I_{x1}(\dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 + \dot{\psi}_1 \sin \alpha_1)^2 + \frac{1}{2}I_{y1}(\dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \sin \alpha_1)^2 + \frac{1}{2}I_{z1}(\dot{\phi}_1 \sin \psi_1 + \dot{\alpha}_1)^2 + \frac{1}{2}m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) \quad (4.33)$$

b) Energia cinética da travessa dianteira

Similarmente,

$$E_2 = \frac{1}{2}(I_{x2} \omega_{21}^2 + I_{y2} \omega_{22}^2 + I_{z2} \omega_{23}^2) + \frac{1}{2}m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2) \quad (4.34)$$

Assumindo que o deslocamento lateral da travessa é restringido pelo corpo do veículo, então de acordo com a Figura 4.6 resulta:

$$x_2 = x_1 - H_b \sin \psi_1 - L_t \sin \alpha_1 \quad (4.35)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 - H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 - L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 \quad (4.36)$$

Substituindo os ângulos de *Euler* para  $\omega_{21}$ ,  $\omega_{22}$  e  $\omega_{23}$ , resulta para a energia cinética do corpo do veículo:



$$\begin{aligned}
 E_2 = & \frac{1}{2} I_{x_2} (\dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2 + \dot{\psi}_2 \operatorname{sen} \alpha_2)^2 + \frac{1}{2} I_{y_2} (\dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \operatorname{sen} \alpha_2)^2 \\
 & + \frac{1}{2} I_{z_2} (\dot{\phi}_2 \operatorname{sen} \psi_2 + \dot{\alpha}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1^2 - 2\dot{x}_1 H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 + H_b^2 \cos^2 \psi_1 \dot{\psi}_1^2 - 2L_t \dot{x}_1 \\
 & \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 + 2H_b L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 + L_t^2 \cos^2 \alpha_1 \dot{\alpha}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2
 \end{aligned} \quad (4.37)$$

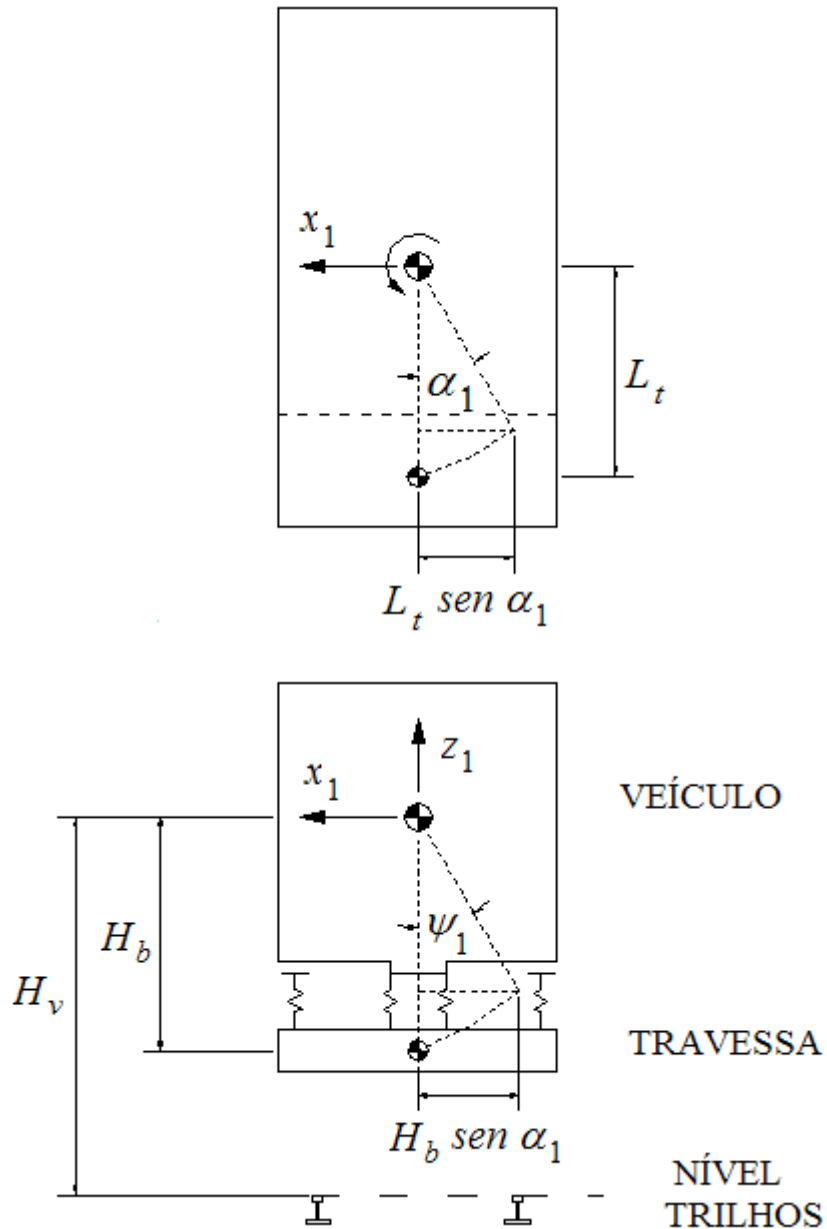


Figura 4.6 – Interface entre o corpo do veículo e a travessa do truque

c) Energia cinética da travessa traseira

Similarmente,

$$\begin{aligned}
 E_3 = & \frac{1}{2} I_{x_3} (\dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \cos \alpha_3 + \dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3)^2 + \frac{1}{2} I_{y_3} (\dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3)^2 \\
 & + \frac{1}{2} I_{z_3} (\dot{\phi}_3 \operatorname{sen} \psi_3 + \dot{\alpha}_3)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_1^2 - 2\dot{x}_1 H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 + H_b^2 \cos^2 \psi_1 \dot{\psi}_1^2 + 2L_t \dot{x}_1 \\
 & \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - 2H_b L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 + L_t^2 \cos^2 \alpha_1 \dot{\alpha}_1^2) + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_3^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{z}_3^2
 \end{aligned} \quad (4.38)$$

d) Energia cinética do conjunto rodeiros e laterais do truque dianteiro

Similarmente,

$$\begin{aligned}
 E_4 = & \frac{1}{2} I_{x_4} (\dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4 + \dot{\psi}_4 \operatorname{sen} \alpha_4)^2 + \frac{1}{2} I_{y_4} (\dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \operatorname{sen} \alpha_4)^2 \\
 & + \frac{1}{2} I_{z_4} (\dot{\phi}_4 \operatorname{sen} \psi_4 + \dot{\alpha}_4)^2 + \frac{1}{2} m_4 (\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2 + \dot{z}_4^2)
 \end{aligned} \quad (4.39)$$

e) Energia cinética do conjunto rodeiros e laterais do truque traseiro

Similarmente,

$$\begin{aligned}
 E_5 = & \frac{1}{2} I_{x_5} (\dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 + \dot{\psi}_5 \operatorname{sen} \alpha_5)^2 + \frac{1}{2} I_{y_5} (\dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \operatorname{sen} \alpha_5)^2 \\
 & + \frac{1}{2} I_{z_5} (\dot{\phi}_5 \operatorname{sen} \psi_5 + \dot{\alpha}_5)^2 + \frac{1}{2} m_5 (\dot{x}_5^2 + \dot{y}_5^2 + \dot{z}_5^2)
 \end{aligned} \quad (4.40)$$

Portanto a energia cinética total do sistema é:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 \quad (4.41)$$

#### 4.5.2 Energia potencial do sistema

A energia potencial total é a soma da energia potencial das molas e energia potencial gravitacional do sistema inteiro. No presente modelo matemático existem cinco massas (ver Figura 4.2 e Tabela 4.1) conectadas por molas e amortecedores. A energia potencial correspondente associada com cada grupo de molas é derivada como segue.

a) Energia potencial das molas verticais entre corpo do veículo e travessa dianteira

Quando a mola é deslocada uma distância de  $x$  unidades, a energia potencial da mola é simplesmente:

$$E.P._{mola} = \frac{1}{2} Kx^2 \quad (4.42)$$

onde:

$K$  : rigidez da mola, N/m

$x$  : deslocamento da mola, m

Considerando a Figura 4.7, a energia potencial da mola associada com as molas verticais com rigidez  $K_1$  e  $K_2$  são respectivamente:

$$V_1 = \frac{1}{2} K_1 (z_1 - z_2 - e(\text{sen}\psi_1 - \text{sen}\psi_2) + L_t \text{sen}\phi_1)^2 \quad (4.43)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} K_2 (z_1 - z_2 + e(\text{sen}\psi_1 - \text{sen}\psi_2) + L_t \text{sen}\phi_1)^2 \quad (4.44)$$

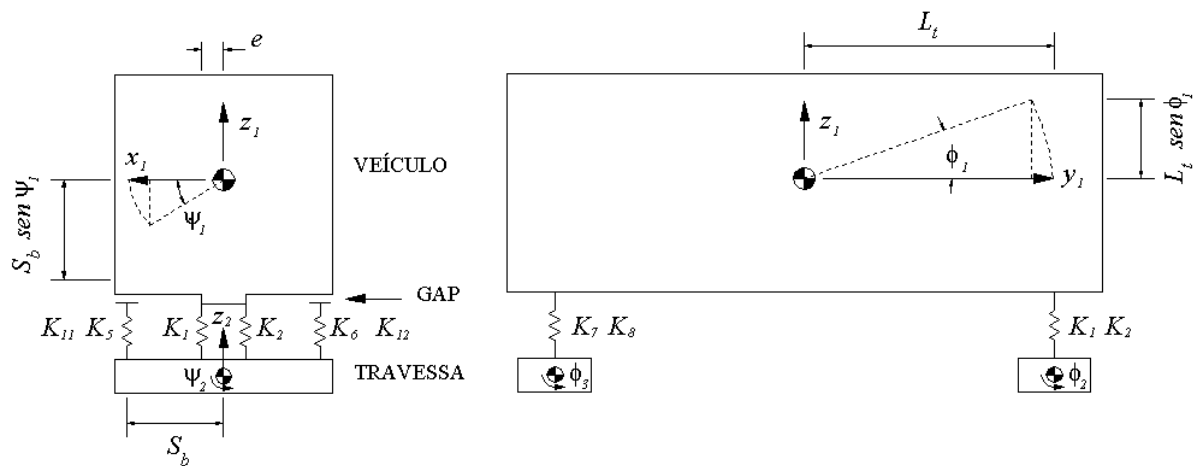


Figura 4.7 – Molas verticais entre o corpo do veículo e a travessa do truque

Para as duas molas modeladas no ampara balanço,  $K_5$  e  $K_6$ , resulta respectivamente:

$$V_5 = \frac{1}{2} K_5 \delta_1 (z_1 - z_2 - S_b (\text{sen}\psi_1 - \text{sen}\psi_2) + L_t \text{sen}\phi_1 + GAPP)^2 \quad (4.45)$$

onde  $\delta_j = 1$  quando:

$$(z_1 - z_2 - S_b (\text{sen}\psi_1 - \text{sen}\psi_2) + L_t \text{sen}\phi_1 + GAPP) < 0 \quad (4.46)$$

onde  $\delta_j = 0$  quando:

$$(z_1 - z_2 - S_b (\text{sen}\psi_1 - \text{sen}\psi_2) + L_t \text{sen}\phi_1 + GAPP) \geq 0 \quad (4.47)$$

$$V_6 = \frac{1}{2} K_6 \delta_2 (z_1 - z_2 + S_b (\sin \psi_1 - \sin \psi_2) + L_t \sin \phi_1 + GAPP)^2 \quad (4.48)$$

onde  $\delta_2 = 1$  quando:

$$(z_1 - z_2 + S_b (\sin \psi_1 - \sin \psi_2) + L_t \sin \phi_1 + GAPP) < 0 \quad (4.49)$$

onde  $\delta_2 = 0$  quando:

$$(z_1 - z_2 + S_b (\sin \psi_1 - \sin \psi_2) + L_t \sin \phi_1 + GAPP) \geq 0 \quad (4.50)$$

A função de  $\delta_1$  e  $\delta_2$  é verificar a folga no ampara balanço entre corpo do veículo e travessa do truque. Se não existir folga, duas molas ( $K_5$  e  $K_6$ ) são adicionadas em paralelo a  $K_1$  e  $K_2$  para representar o contato entre ampara balanço e corpo do veículo.

b) Energia potencial das molas verticais entre corpo do veículo e travessa traseira

Similarmente pode ser considerado:

$$V_7 = \frac{1}{2} K_7 (z_1 - z_3 - e (\sin \psi_1 - \sin \psi_3) - L_t \sin \phi_1)^2 \quad (4.51)$$

$$V_8 = \frac{1}{2} K_8 (z_1 - z_3 + e (\sin \psi_1 - \sin \psi_3) - L_t \sin \phi_1)^2 \quad (4.52)$$

$$V_{11} = \frac{1}{2} K_{11} \delta_3 (z_1 - z_3 - S_b (\sin \psi_1 - \sin \psi_3) - L_t \sin \phi_1 + GAPP)^2 \quad (4.53)$$

$$V_{12} = \frac{1}{2} K_{12} \delta_4 (z_1 - z_3 + S_b (\sin \psi_1 - \sin \psi_3) - L_t \sin \phi_1 + GAPP)^2 \quad (4.54)$$

A função de  $\delta_3$  e  $\delta_4$  é verificar a folga no ampara balanço entre corpo do veículo e travessa do truque. Se não existir folga duas molas ( $K_{11}$  e  $K_{12}$ ) são adicionadas em paralelo a  $K_7$  e  $K_8$  para representar o contato entre ampara balanço e corpo do veículo.

c) Energia potencial das molas verticais para a suspensão do truque dianteiro

A partir da Figura 4.8, a energia potencial da mola associada com as molas verticais entre travessa e truque, com rigidez  $K_{13}$ ,  $K_{14}$ ,  $K_{15}$  e  $K_{16}$  são respectivamente:

$$V_{13} = \frac{1}{2} K_{13} (z_2 - z_4 - S_f (\sin \psi_2 - \sin \psi_4) + D_b \sin \phi_2 - D_w \sin \phi_4)^2 \quad (4.55)$$

$$V_{14} = \frac{1}{2} K_{14} (z_2 - z_4 + S_f (\sin \psi_2 - \sin \psi_4) + D_b \sin \phi_2 - D_w \sin \phi_4)^2 \quad (4.56)$$

$$V_{15} = \frac{1}{2} K_{15} (z_2 - z_4 - S_f (\sin \psi_2 - \sin \psi_4) - (D_b \sin \phi_2 - D_w \sin \phi_4))^2 \quad (4.57)$$

$$V_{16} = \frac{1}{2} K_{16} (z_2 - z_4 + S_f (\sin \psi_2 - \sin \psi_4) - (D_b \sin \phi_2 - D_w \sin \phi_4))^2 \quad (4.58)$$

$$VBOM_9 = \frac{1}{2} K_{BOM} \delta_9 (z_2 - z_4 - S_f (\sin \psi_2 - \sin \psi_4) + T_L)^2 \quad (4.59)$$

$$VBOM_{10} = \frac{1}{2} K_{BOM} \delta_{10} (z_2 - z_4 + S_f (\sin \psi_2 - \sin \psi_4) + T_L)^2 \quad (4.60)$$

onde  $\delta_9$  e  $\delta_{10} = 1$  ou  $0$  dependendo se as molas da suspensão estão sobre o efeito de comprimento sólido (final de curso) ou não. Quando as molas estiverem com comprimento sólido, duas molas de elevada rigidez ( $K_{BOM}$ ) são adicionadas em paralelo a  $K_{13}$ ,  $K_{14}$ ,  $K_{15}$  e  $K_{16}$ , fazendo com que a travessa pare de comprimir as molas da suspensão.

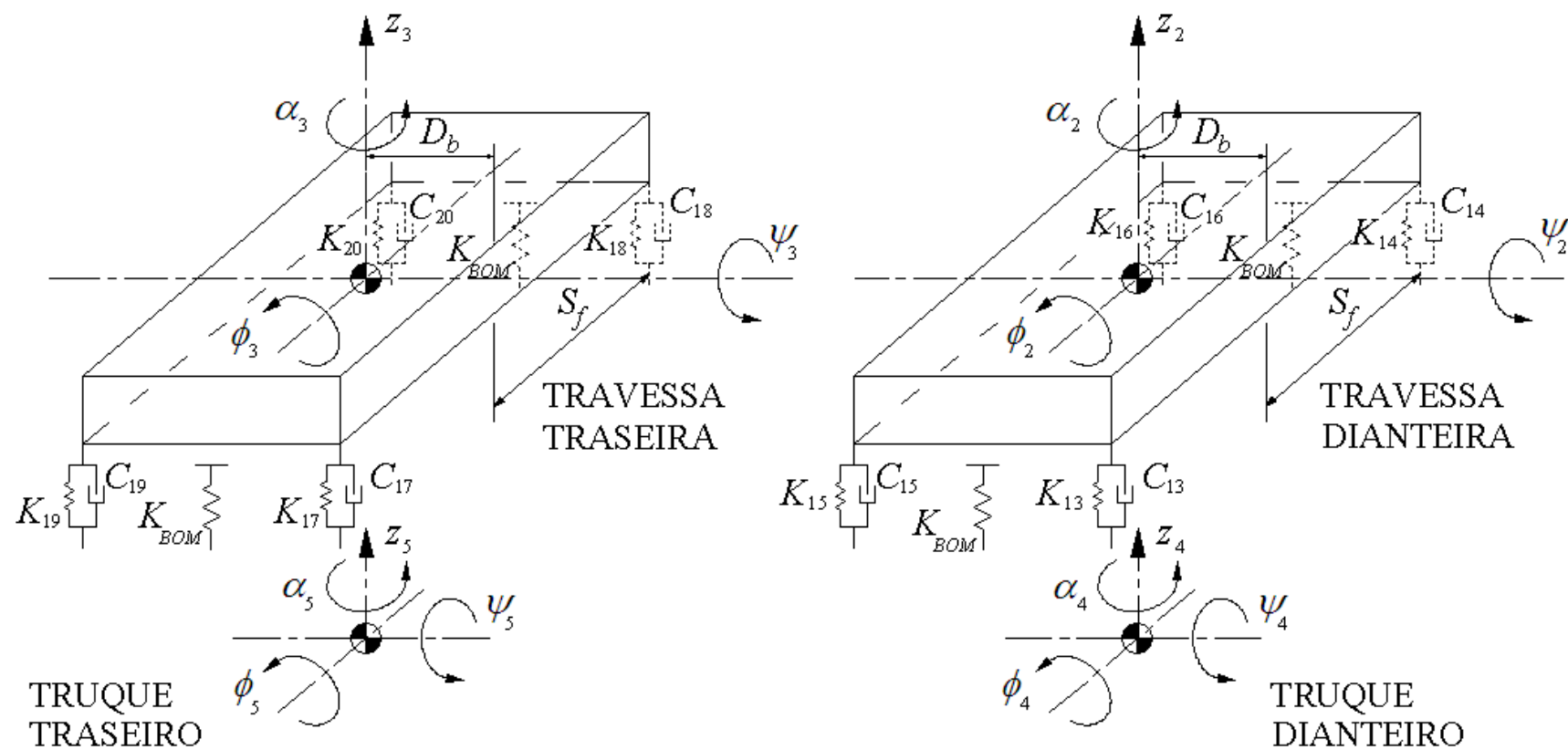


Figura 4.8 – Molas verticais entre travessa e truque

d) Energia potencial das molas verticais para a suspensão do truque traseiro

Similarmente pode ser considerado:

$$V_{17} = \frac{1}{2} K_{17} \left( z_3 - z_5 - S_f (\sin \psi_3 - \sin \psi_5) + D_b \sin \phi_3 - D_w \sin \phi_5 \right)^2 \quad (4.61)$$

$$V_{18} = \frac{1}{2} K_{18} \left( z_3 - z_5 + S_f (\sin \psi_3 - \sin \psi_5) + D_b \sin \phi_3 - D_w \sin \phi_5 \right)^2 \quad (4.62)$$

$$V_{19} = \frac{1}{2} K_{19} \left( z_3 - z_5 - S_f (\sin \psi_3 - \sin \psi_5) - (D_b \sin \phi_3 - D_w \sin \phi_5) \right)^2 \quad (4.63)$$

$$V_{20} = \frac{1}{2} K_{20} \left( z_3 - z_5 + S_f (\sin \psi_3 - \sin \psi_5) - (D_b \sin \phi_3 - D_w \sin \phi_5) \right)^2 \quad (4.64)$$

$$VBOM_{11} = \frac{1}{2} K_{BOM} \delta_{11} \left( z_3 - z_5 - S_f (\sin \psi_3 - \sin \psi_5) + T_L \right)^2 \quad (4.65)$$

$$VBOM_{12} = \frac{1}{2} K_{BOM} \delta_{12} \left( z_3 - z_5 + S_f (\sin \psi_3 - \sin \psi_5) + T_L \right)^2 \quad (4.66)$$

onde  $\delta_{11}$  e  $\delta_{12} = 1$  ou  $0$  dependendo se as molas da suspensão estão sobre o efeito de comprimento sólido (final de curso) ou não. Quando as molas estiverem com comprimento sólido, duas molas de elevada rigidez ( $K_{BOM}$ ) são adicionadas em paralelo a  $K_{17}$ ,  $K_{18}$ ,  $K_{19}$  e  $K_{20}$ , fazendo com que a travessa pare de comprimir as molas da suspensão.

e) Energia potencial das molas para as molas laterais entre travessa e lateral do truque dianteiro

A partir da Figura 4.9, a energia potencial das molas associadas com as molas laterais entre travessa e truque, com rigidez  $K_{13L}$ ,  $K_{14L}$ ,  $K_{15L}$  e  $K_{16L}$  são respectivamente:

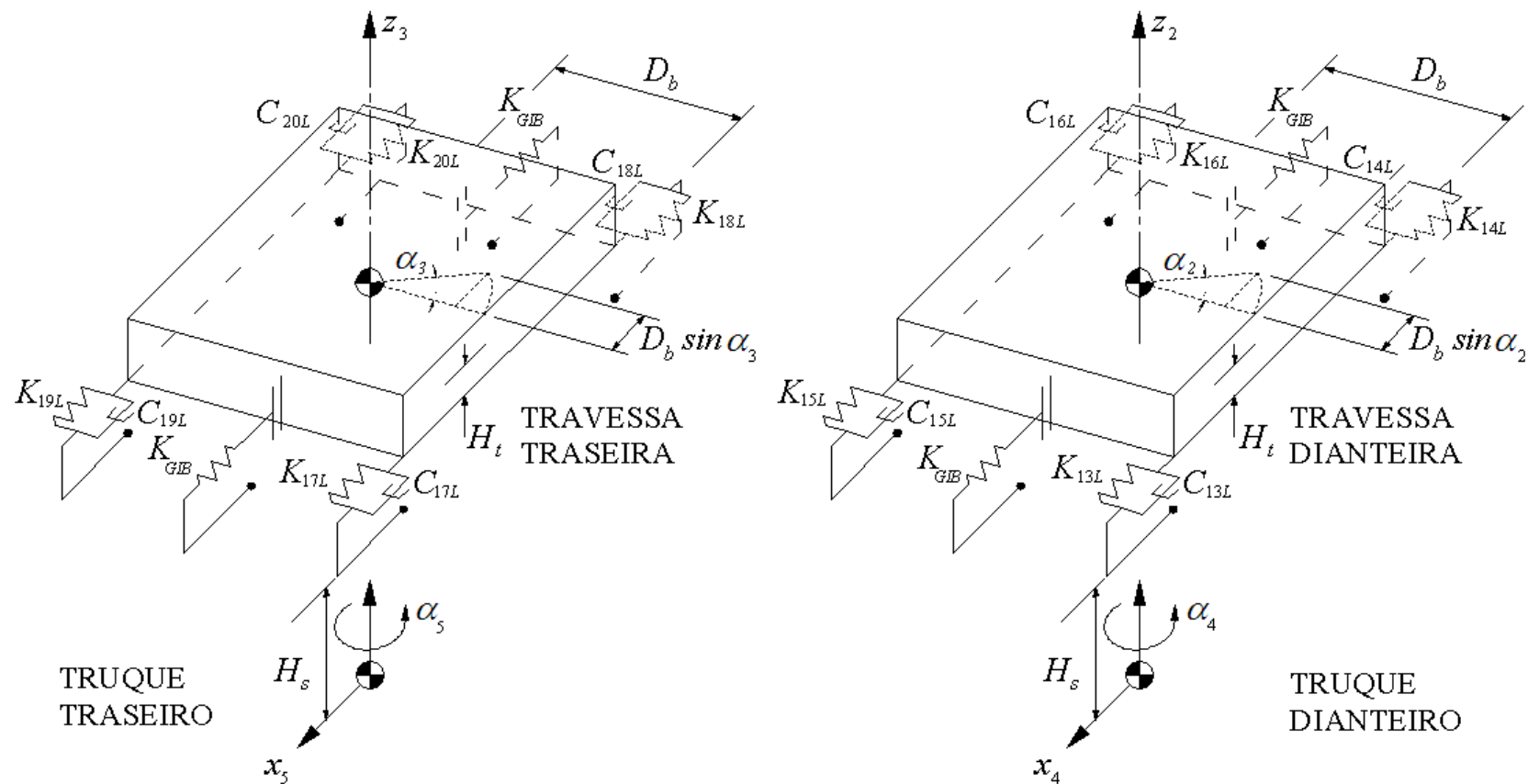


Figura 4.9 – Molas laterais entre travessa e lateral do truque



$$V_{13L} = \frac{1}{2} K_{13L} (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 - L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_4 - (D_b \text{ sen } \alpha_2 - D_w \text{ sen } \alpha_4) - (H_t \text{ sen } \psi_2 + H_s \text{ sen } \psi_4))^2 \quad (4.67)$$

$$V_{14L} = \frac{1}{2} K_{14L} (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 - L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_4 - (D_b \text{ sen } \alpha_2 - D_w \text{ sen } \alpha_4) - (H_t \text{ sen } \psi_2 + H_s \text{ sen } \psi_4))^2 \quad (4.68)$$

$$V_{15L} = \frac{1}{2} K_{15L} (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 - L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_4 + (D_b \text{ sen } \alpha_2 - D_w \text{ sen } \alpha_4) - (H_t \text{ sen } \psi_2 + H_s \text{ sen } \psi_4))^2 \quad (4.69)$$

$$V_{16L} = \frac{1}{2} K_{16L} (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 - L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_4 + (D_b \text{ sen } \alpha_2 - D_w \text{ sen } \alpha_4) - (H_t \text{ sen } \psi_2 + H_s \text{ sen } \psi_4))^2 \quad (4.70)$$

$$V_{GIB5} = \frac{1}{2} K_{GIB} \delta_5 (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 - L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_4 - GIB)^2 \quad (4.71)$$

$$V_{GIB6} = \frac{1}{2} K_{GIB} \delta_6 (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 - L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_4 + GIB)^2 \quad (4.72)$$

onde  $\delta_5$  e  $\delta_6 = 1$  ou  $0$  dependendo da folga  $GIB$  entre a travessa do truque e a coluna da lateral do truque. Se não existir folga, duas molas de elevada rigidez ( $K_{GIB}$ ) são adicionadas em paralelo a  $K_{13L}$ ,  $K_{14L}$ ,  $K_{15L}$  e  $K_{16L}$ , para representar o contato entre travessa do truque e a coluna da lateral.

f) Energia potencial das molas para as molas laterais entre travessa e lateral do truque traseiro

Similarmente pode ser considerado:

$$V_{17L} = \frac{1}{2} K_{17L} (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 + L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_5 - (D_b \text{ sen } \alpha_3 - D_w \text{ sen } \alpha_5) - (H_t \text{ sen } \psi_3 + H_s \text{ sen } \psi_5))^2 \quad (4.73)$$

$$V_{18L} = \frac{1}{2} K_{18L} (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 + L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_5 - (D_b \text{ sen } \alpha_3 - D_w \text{ sen } \alpha_5) - (H_t \text{ sen } \psi_3 + H_s \text{ sen } \psi_5))^2 \quad (4.74)$$

$$V_{19L} = \frac{1}{2} K_{19L} (x_1 - H_b \text{ sen } \psi_1 + L_t \text{ sen } \alpha_1 - x_5 + (D_b \text{ sen } \alpha_3 - D_w \text{ sen } \alpha_5) - (H_t \text{ sen } \psi_3 + H_s \text{ sen } \psi_5))^2 \quad (4.75)$$

$$V_{20L} = \frac{1}{2} K_{20L} (x_1 - H_b \operatorname{sen} \psi_1 + L_t \operatorname{sen} \alpha_1 - x_5 + (D_b \operatorname{sen} \alpha_3 - D_w \operatorname{sen} \alpha_5) - (H_t \operatorname{sen} \psi_3 + H_s \operatorname{sen} \psi_5))^2 \quad (4.76)$$

$$V_{GIB7} = \frac{1}{2} K_{GIB} \delta_7 (x_1 - H_b \operatorname{sen} \psi_1 + L_t \operatorname{sen} \alpha_1 - x_5 - GIB)^2 \quad (4.77)$$

$$V_{GIB8} = \frac{1}{2} K_{GIB} \delta_8 (x_1 - H_b \operatorname{sen} \psi_1 + L_t \operatorname{sen} \alpha_1 - x_5 + GIB)^2 \quad (4.78)$$

onde  $\delta_7$  e  $\delta_8 = 1$  ou  $0$  dependendo da folga  $GIB$  entre a travessa do truque e a coluna da lateral do truque. Se não existir folga, duas molas de elevada rigidez ( $K_{GIB}$ ) são adicionadas em paralelo a  $K_{17L}$ ,  $K_{18L}$ ,  $K_{19L}$  e  $K_{20L}$ , para representar o contato entre travessa do truque e a coluna da lateral.

g) Energia potencial para as molas da via (truque dianteiro)

A partir da

Figura 4.10 as energias potenciais das molas associadas com as molas da via são respectivamente:

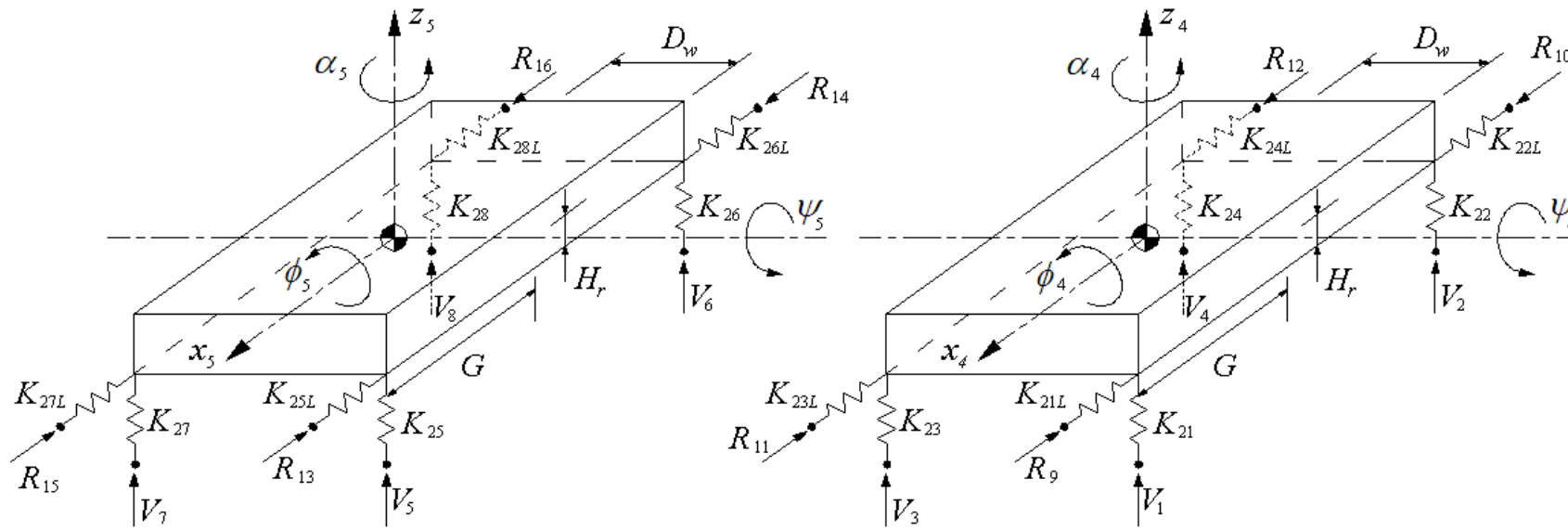
Molas verticais

$$V_{21} = \frac{1}{2} K_{21} (z_4 - G \operatorname{sen} \psi_4 + D_w \operatorname{sen} \phi_4 - V_1)^2 \quad (4.79)$$

$$V_{22} = \frac{1}{2} K_{22} (z_4 + G \operatorname{sen} \psi_4 + D_w \operatorname{sen} \phi_4 - V_2)^2 \quad (4.80)$$

$$V_{23} = \frac{1}{2} K_{23} (z_4 - G \operatorname{sen} \psi_4 - D_w \operatorname{sen} \phi_4 - V_3)^2 \quad (4.81)$$

$$V_{24} = \frac{1}{2} K_{24} (z_4 + G \operatorname{sen} \psi_4 - D_w \operatorname{sen} \phi_4 - V_4)^2 \quad (4.82)$$



MOLAS DA VIA PERMANENTE  
NO TRUQUE TRASEIRO

MOLAS DA VIA PERMANENTE  
NO TRUQUE DIANTEIRO

Figura 4.10 – Molas da via atuando nos truques dianteiro e traseiro

Molas laterais

$$V_{21L} = \frac{1}{2} K_{21L} (x_4 - D_w \operatorname{sen} \alpha_4 - H_r \operatorname{sen} \psi_4 + R_9)^2 \quad (4.83)$$

$$V_{22L} = \frac{1}{2} K_{22L} (x_4 - D_w \operatorname{sen} \alpha_4 - H_r \operatorname{sen} \psi_4 - R_{10})^2 \quad (4.84)$$

$$V_{23L} = \frac{1}{2} K_{23L} (x_4 + D_w \operatorname{sen} \alpha_4 - H_r \operatorname{sen} \psi_4 + R_{11})^2 \quad (4.85)$$

$$V_{24L} = \frac{1}{2} K_{24L} (x_4 + D_w \operatorname{sen} \alpha_4 - H_r \operatorname{sen} \psi_4 - R_{12})^2 \quad (4.86)$$

h) Energia potencial para as molas da via (truque traseiro)

Similarmente, pode ser considerado:

Molas verticais

$$V_{25} = \frac{1}{2} K_{25} (z_5 - G \operatorname{sen} \psi_5 + D_w \operatorname{sen} \phi_5 - V_5)^2 \quad (4.87)$$

$$V_{26} = \frac{1}{2} K_{26} (z_5 + G \operatorname{sen} \psi_5 + D_w \operatorname{sen} \phi_5 - V_6)^2 \quad (4.88)$$

$$V_{27} = \frac{1}{2} K_{27} (z_5 - G \operatorname{sen} \psi_5 - D_w \operatorname{sen} \phi_5 - V_7)^2 \quad (4.89)$$

$$V_{28} = \frac{1}{2} K_{28} (z_5 + G \operatorname{sen} \psi_5 - D_w \operatorname{sen} \phi_5 - V_8)^2 \quad (4.90)$$

Molas laterais

$$V_{25L} = \frac{1}{2} K_{25L} (x_5 - D_w \operatorname{sen} \alpha_5 - H_r \operatorname{sen} \psi_5 + R_{13})^2 \quad (4.91)$$

$$V_{26L} = \frac{1}{2} K_{26L} (x_5 - D_w \operatorname{sen} \alpha_5 - H_r \operatorname{sen} \psi_5 - R_{14})^2 \quad (4.92)$$

$$V_{27L} = \frac{1}{2} K_{27L} (x_5 + D_w \operatorname{sen} \alpha_5 - H_r \operatorname{sen} \psi_5 + R_{15})^2 \quad (4.93)$$

$$V_{28L} = \frac{1}{2} K_{28L} (x_5 + D_w \operatorname{sen} \alpha_5 - H_r \operatorname{sen} \psi_5 - R_{16})^2 \quad (4.94)$$

i) Energia potencial para molas torcionais e de balanço dos truques

A energia potencial das molas associadas com a rigidez torcional entre travessa e truque com rigidez  $K_{T24}$  e  $K_{T35}$  e com a rigidez de balanço entre travessa e truque com rigidez  $K_{P24}$  e  $K_{P35}$  são respectivamente:

$$V_{T24} = \frac{1}{2} K_{T24} (\alpha_2 - \alpha_4)^2 \quad (4.95)$$

$$V_{T35} = \frac{1}{2} K_{T35} (\alpha_3 - \alpha_5)^2 \quad (4.96)$$

$$V_{P24} = \frac{1}{2} K_{P24} (\phi_2 - \phi_4)^2 \quad (4.97)$$

$$V_{P35} = \frac{1}{2} K_{P35} (\phi_3 - \phi_5)^2 \quad (4.98)$$

j) Energia potencial gravitacional do sistema

A energia potencial gravitacional do sistema é dada através da soma da energia potencial gravitacional de cada massa sob a ação da aceleração da gravidade a uma determinada altura.

$$V_G = m_1 g z_1 + m_2 g z_2 + m_3 g z_3 + m_4 g z_4 + m_5 g z_5 \quad (4.99)$$

k) Energia potencial total do sistema

A energia potencial total do sistema é a soma da energia potencial das molas e a energia potencial gravitacional do sistema inteiro.

$$\begin{aligned} V = & V_1 + V_2 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 + V_{11} + V_{12} + V_{13} + V_{14} + V_{15} + V_{16} + V_{BOM9} + V_{BOM10} \\ & + V_{17} + V_{18} + V_{19} + V_{20} + V_{BOM11} + V_{BOM12} + V_{13L} + V_{14L} + V_{15L} + V_{16L} + V_{GIB5} + V_{GIB6} \\ & + V_{17L} + V_{18L} + V_{19L} + V_{20L} + V_{GIB7} + V_{GIB8} + V_{21} + V_{22} + V_{23} + V_{24} + V_{21L} + V_{22L} + V_{23L} \\ & + V_{24L} + V_{25} + V_{26} + V_{27} + V_{25L} + V_{26L} + V_{27L} + V_{28L} + V_{T24} + V_{T35} + V_{P24} + V_{P35} + V_G \end{aligned} \quad (4.100)$$

### 4.5.3 Energia de dissipação do sistema

A energia é dissipada através dos vários amortecedores do sistema. Os amortecedores são considerados como viscosos, assim a força de amortecimento é proporcional a velocidade da ação de amortecimento, ou seja, da forma  $c\dot{x}$  e a energia dissipada é:

$$D = \frac{1}{2} C \dot{x}^2 \quad (4.101)$$

onde:

$C$  : constante de amortecimento viscoso equivalente, N s/m

$\dot{x}$  : velocidade do amortecedor, m/s

Considerando a Figura 4.8 e a Figura 4.9, as energias dissipadas pelos amortecedores verticais e laterais do sistema são respectivamente:

$$D_1 = \frac{1}{2} C_{13} \left( \dot{z}_2 - \dot{z}_4 - S_f (\cos \psi_2 \dot{\psi}_2 - \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) + (D_b \cos \phi_2 \dot{\phi}_2 - D_w \cos \phi_4 \dot{\phi}_4) \right)^2 \quad (4.102)$$

$$D_2 = \frac{1}{2} C_{14} \left( \dot{z}_2 - \dot{z}_4 + S_f (\cos \psi_2 \dot{\psi}_2 - \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) + (D_b \cos \phi_2 \dot{\phi}_2 - D_w \cos \phi_4 \dot{\phi}_4) \right)^2 \quad (4.103)$$

$$D_3 = \frac{1}{2} C_{15} \left( \dot{z}_2 - \dot{z}_4 - S_f (\cos \psi_2 \dot{\psi}_2 - \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) - (D_b \cos \phi_2 \dot{\phi}_2 - D_w \cos \phi_4 \dot{\phi}_4) \right)^2 \quad (4.104)$$

$$D_4 = \frac{1}{2} C_{16} \left( \dot{z}_2 - \dot{z}_4 + S_f (\cos \psi_2 \dot{\psi}_2 - \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) - (D_b \cos \phi_2 \dot{\phi}_2 - D_w \cos \phi_4 \dot{\phi}_4) \right)^2 \quad (4.105)$$

$$D_5 = \frac{1}{2} C_{17} \left( \dot{z}_3 - \dot{z}_5 - S_f (\cos \psi_3 \dot{\psi}_3 - \cos \psi_5 \dot{\psi}_5) + (D_b \cos \phi_3 \dot{\phi}_3 - D_w \cos \phi_5 \dot{\phi}_5) \right)^2 \quad (4.106)$$

$$D_6 = \frac{1}{2} C_{18} \left( \dot{z}_3 - \dot{z}_5 + S_f (\cos \psi_3 \dot{\psi}_3 - \cos \psi_5 \dot{\psi}_5) + (D_b \cos \phi_3 \dot{\phi}_3 - D_w \cos \phi_5 \dot{\phi}_5) \right)^2 \quad (4.107)$$

$$D_7 = \frac{1}{2} C_{19} \left( \dot{z}_3 - \dot{z}_5 - S_f (\cos \psi_3 \dot{\psi}_3 - \cos \psi_5 \dot{\psi}_5) - (D_b \cos \phi_3 \dot{\phi}_3 - D_w \cos \phi_5 \dot{\phi}_5) \right)^2 \quad (4.108)$$

$$D_8 = \frac{1}{2} C_{20} \left( \dot{z}_3 - \dot{z}_5 + S_f (\cos \psi_3 \dot{\psi}_3 - \cos \psi_5 \dot{\psi}_5) - (D_b \cos \phi_3 \dot{\phi}_3 - D_w \cos \phi_5 \dot{\phi}_5) \right)^2 \quad (4.109)$$

$$D_9 = \frac{1}{2} (C_{13L} + C_{14L}) \left( \dot{x}_1 - H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 - L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_4 - (D_b \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2 - D_w \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4) - (H_t \cos \psi_2 \dot{\psi}_2 + H_r \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) \right)^2 \quad (4.110)$$

$$D_{10} = \frac{1}{2} (C_{15L} + C_{16L}) \left( \dot{x}_1 - L_t \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 - L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_4 + (D_b \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2 - D_w \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4) - (H_t \cos \psi_2 \dot{\psi}_2 + H_r \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) \right)^2 \quad (4.111)$$

$$D_{11} = \frac{1}{2} (C_{17L} + C_{18L}) \left( \dot{x}_1 - H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 + L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_5 - (D_b \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3 - D_w \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5) - (H_t \cos \psi_3 \dot{\psi}_3 + H_r \cos \psi_5 \dot{\psi}_5) \right)^2 \quad (4.112)$$

$$D_{12} = \frac{1}{2}(C_{19L} + C_{20L})(\dot{x}_1 - H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 + L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_5 + (D_b \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3 - D_w \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5) - (H_t \cos \psi_3 \dot{\psi}_3 + H_r \cos \psi_5 \dot{\psi}_5))^2 \quad (4.113)$$

A energia de dissipação total do sistema é dada através da soma da energia de dissipação de cada amortecedor:

$$D = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_8 + D_9 + D_{10} + D_{11} + D_{12} \quad (4.114)$$

#### 4.5.4 Equação de Lagrange

As equações de movimento são mostradas no Apêndice F.

#### 4.5.5 Programa PADVF

O programa PADVF programado em linguagem MATLAB é apresentado no Apêndice G.

## 5. COMPARAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

De acordo com Dukkipati e Amyot, 1988, o processo de comparação de um modelo consiste da verificação que o modelo produz uma representação válida do sistema real. Seria impossível selecionar um padrão absoluto para comparação do modelo que seja aplicável em todos os modelos e sobre todas as circunstâncias. Para um modelo particular ser válido ou não, depende de seu propósito de uso. O processo de comparação procura correlacionar resultados de testes e resultados do modelo.

### 5.1 Métodos de comparação

Os dois principais métodos de comparação considerados em estudos deste tipo são:

- a) Correlacionar as respostas da simulação computacional do modelo com dados de teste gerados através de pesquisa no campo.
- b) Correlacionar as respostas da simulação computacional do modelo com as respostas de outro programa já validado, considerando o mesmo modelo.

Considerando o primeiro método pode-se afirmar que, o processo de planejamento, testes em via, redução de dados e análise necessária para a comparação de um modelo são etapas complicadas e que requerem tempo, esforço e despesas elevadas [Dukkipati e Amyot, 1988].

O segundo método de comparação apresenta maiores facilidades, uma vez que programas de dinâmica de veículos ferroviários já foram validados por dados de testes e normas da área. Estes também possuem critérios de desempenho disponíveis nas análises e podem ser utilizados como parâmetros de comparação, além da comparação das respostas de saída em ambos os programas.

Neste estudo, o modelo matemático do veículo ferroviário (PADVF) será validado contra dois modelos desenvolvidos, validados e já utilizados. O primeiro modelo consolidado é o modelo desenvolvido pela *Stucki Company* [Wiebe, 1974], o qual foi desenvolvido para estudar as exigências de amortecimento para o controle de movimentos verticais e de ângulo de *roll* de vagões de carga. Este modelo foi validado com dados de testes, e alguns resultados baseados neste modelo foram publicados e podem ser utilizados para o propósito de comparação. O segundo é o modelo desenvolvido por Willis e Shum, 1977, consistindo de um



modelo matemático não linear incluindo o acoplamento entre elemento de carga, corpo do veículo, movimentos de truque e características da via. Este modelo, conhecido como modelo IIT, foi correlacionado com dados de testes em campo gerados por pesquisadores da AAR.

## 5.2 Critérios de comparação

Os critérios de comparação são um conjunto de relações que são definidos e utilizados exclusivamente para decidir se as previsões de um modelo são próximas e suficientes aos resultados de testes para o modelo ser considerado validado. Antes de prosseguir com o processo de comparação, os critérios de comparação devem ser selecionados com base na finalidade do modelo [Dukkipati e Amyot, 1988].

A seleção dos critérios de comparação envolve as seguintes considerações:

- a) Quais variáveis devem ser comparadas?
- b) Quais medidas e tolerâncias de cada variável devem ser utilizadas?

As variáveis escolhidas devem ser as variáveis principais que são mais importantes para o uso final de um modelo e as variáveis intermediárias que podem revelar as suas deficiências. A escolha das variáveis intermediárias é dependente de uma compreensão do modelo e do comportamento físico do veículo alvo. Alguns exemplos de variáveis de resposta primária e intermediária, que podem ser utilizados como critérios de comparação de modelos de diferentes processos dinâmicos são apresentados na Tabela 5.1.

As tolerâncias podem ser diferentes para as diferentes variáveis. Os valores medidos podem ser comparados com os valores previstos do modelo de referência por uma ou mais das seguintes relações:

- a) Diferença máxima de amplitude
- b) Diferença de frequência, fase ou tempo

Tabela 5.1 Variáveis de resposta para os critérios de comparação do modelo

Parâmetros	Variáveis de resposta primária	Variáveis de resposta intermediária
Estabilidade Lateral ( <i>Hunting</i> )	Velocidade crítica e frequências críticas, deslocamentos lateral e de <i>yaw</i> do truque e razões de amortecimento.	Ângulos de contato roda trilho e forças, deslocamentos, forças e acelerações da suspensão.
Guinada e rolagem ( <i>Twist e roll</i> )	Ângulo de <i>roll</i> do corpo do veículo, duração de levantamento da roda, deslocamento da suspensão e razões <i>L/V</i> .	Acelerações do corpo do veículo, forças roda-trilho, cargas no prato pião e ampara balanço, frequências naturais e razões de amortecimento.
Resposta lateral forçada ( <i>Yaw e Sway</i> )	Deslocamentos roda-trilho, forças roda-trilho, ângulo de <i>yaw</i> do corpo do veículo e acelerações.	Deslocamentos da suspensão, acelerações dos truques, razões <i>L/V</i> , frequências naturais e razões de amortecimento.
Resposta vertical forçada ( <i>Pitch e Bounce</i> )	Acelerações verticais e de <i>pitch</i> do corpo do veículo, razões <i>L/V</i> e carga na roda.	Deslocamentos da suspensão, acelerações dos truques, carga no prato pião e ampara balanço, frequências naturais e razões de amortecimento.

Fonte: adaptada de Garg e Dukkipati, 1984

### 5.3 Comparação do modelo matemático PADVF com outros modelos

Na ausência de dados de teste para comparar o modelo PADVF, as comparações serão realizadas com dois modelos validados. Algumas respostas típicas de veículos são utilizadas para avaliar a credibilidade do modelo.

A comparação entre os modelos validados e o modelo proposto (PADVF) deve ser iniciada pela apresentação das características básicas, similaridades e diferenças entre os modelos, conforme mostra a Tabela 5.2.

Os modelos Stucki e IIT foram desenvolvidos nos EUA, e são baseados no sistema inglês de unidades e medidas, logo as figuras apresentadas nesta comparação (Figura 5.1 até Figura 5.19) permanecem com este sistema em suas ordenadas e abscissas. A bitola da via considerada nas simulações é o padrão americano, 1,435 m (56,5 in). Os gráficos no modelo PADVF seguem estas referências neste capítulo.

Tabela 5.2 Comparação entre os modelos

Parâmetros	Modelo Stucki	Modelo IIT	Modelo PADVF
Graus de liberdade	20	27	24
Objetivo avaliado	<i>Bounce e Roll</i> do veículo	Dinâmica do elemento de carga	Dinâmica do veículo e truques
Corpo rígido do veículo	1 massa	1 massa	1 massa
Modelo de amortecimento	Fricção e viscoso	Fricção e viscoso	Equivalente viscoso
Entrada da via permitida	Vertical	Vertical, Lateral	Vertical, Lateral
Tipo de veículo	<i>Hopper</i> – 100 t	<i>Boxcar</i> – 70 t	<i>Boxcar</i> – 70 t / 100 t
Distância entre centro dos truques	13,7 m (45 ft)	11,9 m (39 ft)	12,04 m (39,5 ft) / 14,02 m (46,0 ft)
Velocidade crítica <i>Twist</i>	24,1 km/h (15 mph)	28,1 km/h (17,5 mph)	28,0 km/h (17,4 mph) / 23,0 km/h (14,3 mph)

Os modelos utilizados na comparação possuem dados e respostas publicados para muitas das variáveis de resposta, mas não todas. Logo a comparação é feita para os modos disponíveis, sendo estes: *Twist* e *Roll*, seguido de *Pitch* e *Bounce*.

### 5.3.1 Comparação do modelo matemático PADVF com Modelo IIT

A comparação entre os modelos PADVF e IIT considera os dois veículos do tipo *Boxcar* 70 t e demais características mostradas na Tabela 5.2. As repostas do modelo IIT são comparadas com o modelo PADVF caso a caso.

#### 5.3.1.1 Comparação para *Twist* e *Roll* – Modelo IIT x Modelo PADVF

Os itens avaliados na comparação dos modelos para o regime de *Twist* e *Roll* são:

- Roll* do corpo do veículo – Figura 5.2.
- Aceleração lateral do corpo do veículo – Figura 5.3.
- Reação lateral da travessa do truque dianteiro – Figura 5.4.
- Carga total nas duas rodas esquerda do truque dianteiro – Figura 5.5.

(e) Reação vertical no prato pião dianteiro – Figura 5.6.

Diferentes velocidades do veículo foram simuladas para identificar a velocidade crítica, 28.0 km/h (17.4 mph), sendo esta muito próxima ao modelo IIT.

As simulações são executadas considerando a entrada da via como uma onda de seno retificada com uma variação máxima de superfície de 19,05 mm (0,75 in) e comprimento de trilhos de 11,8 m (39 ft), conforme mostra a Figura 5.1.

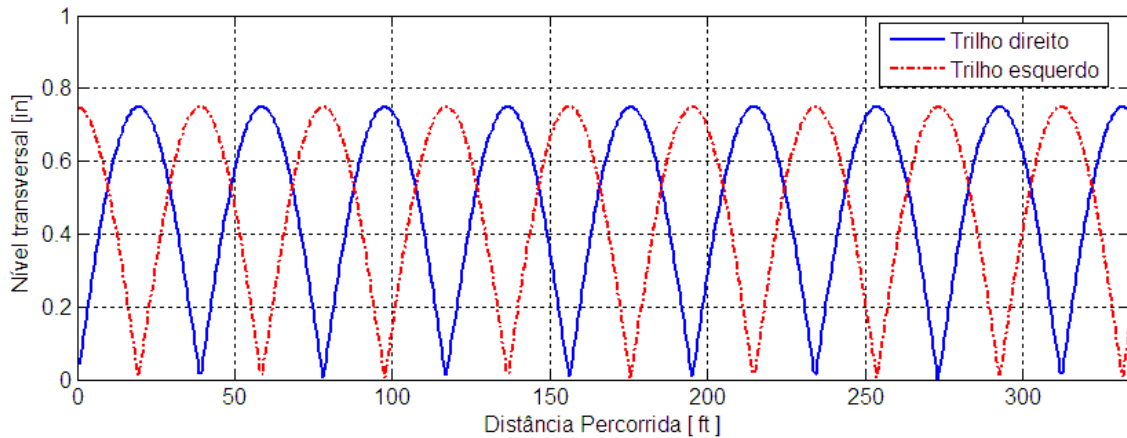


Figura 5.1 – Variação do nível transversal da via para *Twist e Roll*

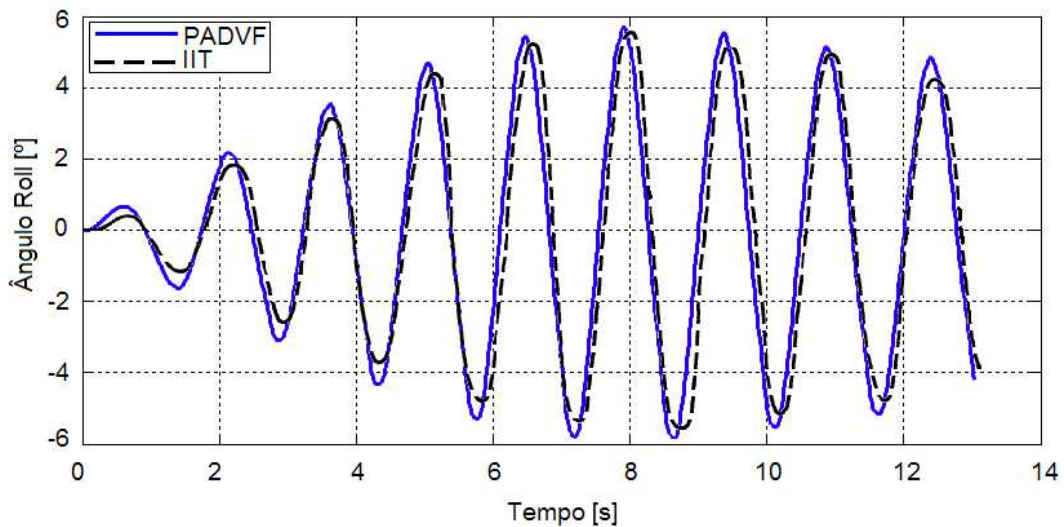


Figura 5.2 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo: Modelo IIT x Modelo PADVF

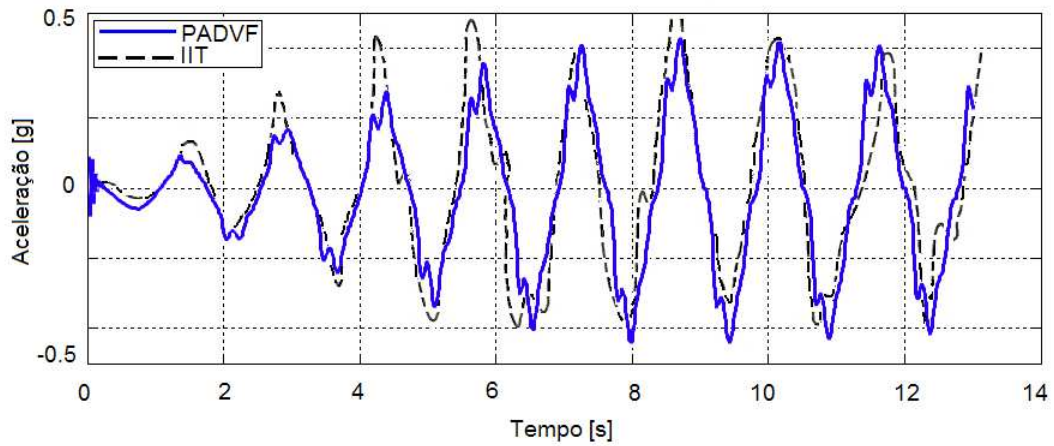


Figura 5.3 – Aceleração lateral do corpo do veículo: Modelo IIT x Modelo PADVF

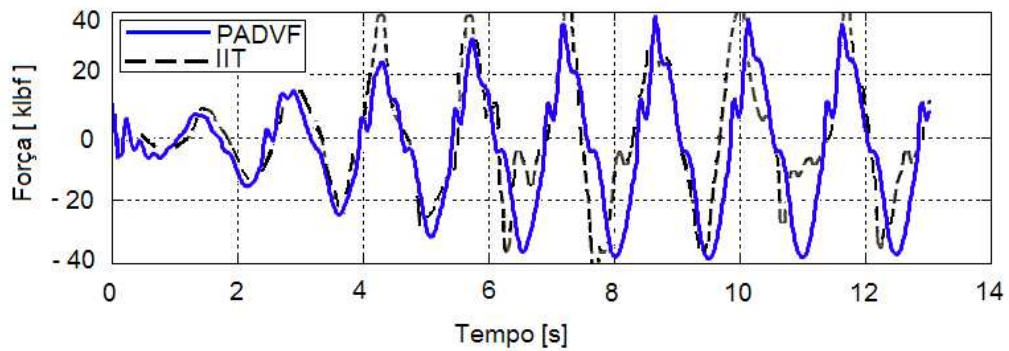


Figura 5.4 – Reação lateral na travessa do truque dianteiro: Modelo IIT x Modelo PADVF

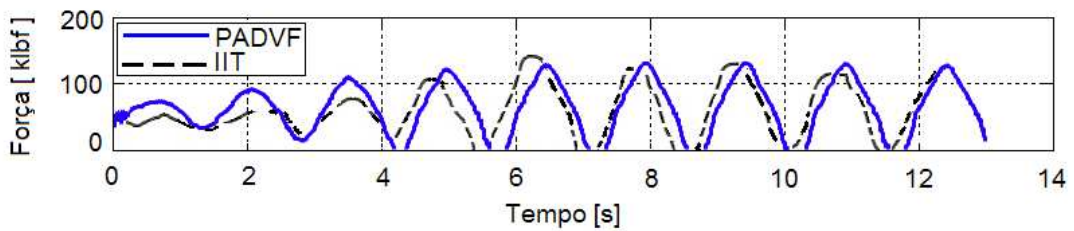


Figura 5.5 – Carga total rodas esquerdas do truque dianteiro: Modelo IIT x Modelo PADVF

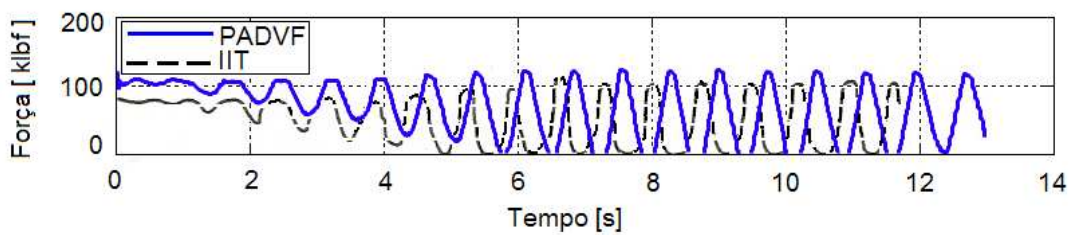


Figura 5.6 – Reação vertical no prato pião dianteiro: Modelo IIT x Modelo PADVF

Os principais resultados das simulações apresentadas anteriormente são resumidos e apresentados na Tabela 5.3. A discussão destes resultados é apresentada na seção 5.4.

Tabela 5.3 Comparação entre os modelos IIT e PADVF para *Twist* e *Roll*

Parâmetros	Modelo IIT	Modelo PADVF	Diferença
Máximo ângulo <i>Roll</i> do veículo	11,4° (pico a pico)	11,65° (pico a pico)	2,2 %
Máxima aceleração lateral do veículo	0,5 g (8,6 s)	0,43 g (8,6 s)	14 %
Máxima reação lateral da travessa frontal	45 klbf	38 klbf	15,6 %
Máxima carga nas duas rodas esquerda do truque dianteiro	138 klbf	123,8 klbf	10,3 %
Primeira ocorrência de levantamento da roda	5,4 s	4,2 s	22,2 %
Duração do fenômeno de levantamento das rodas	0,2 – 0,4 s	0,2 – 0,45 s	25%
Máxima carga no prato pião dianteiro	120 klbf	123,8 klbf	3,2 %
Primeira ocorrência de separação do prato pião	5,0 s	5,7 s	14,0 %

### 5.3.1.2 Comparação para *Pitch* e *Bounce* – Modelo IIT x Modelo PADVF

As simulações neste modo são executadas considerando a via com juntas em fase e com a particularidade de o veículo ter de passar por dois *Bumps* (saliências) de amplitude de 38,1 mm (1.5 in) e após continuar em via plana, conforme mostra a Figura 5.7. A velocidade do veículo para a simulação é de 96.4 km/h (60 mph).

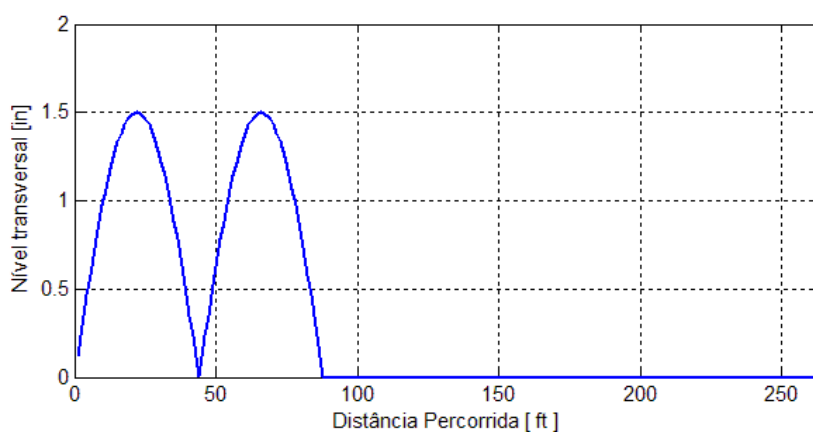


Figura 5.7 – Variação do nível transversal da via para *Pitch* e *Bounce*

Os itens avaliados na comparação dos modelos para o regime de *Pitch* e *Bounce* são:

- (a) Reação vertical no prato pião dianteiro – Figura 5.6.
- (b) Compressão do grupo de molas no truque dianteiro lado direito – Figura 5.9.
- (c) Reação vertical no prato pião traseiro – Figura 5.10.
- (d) Compressão do grupo de molas no truque traseiro lado direito – Figura 5.11

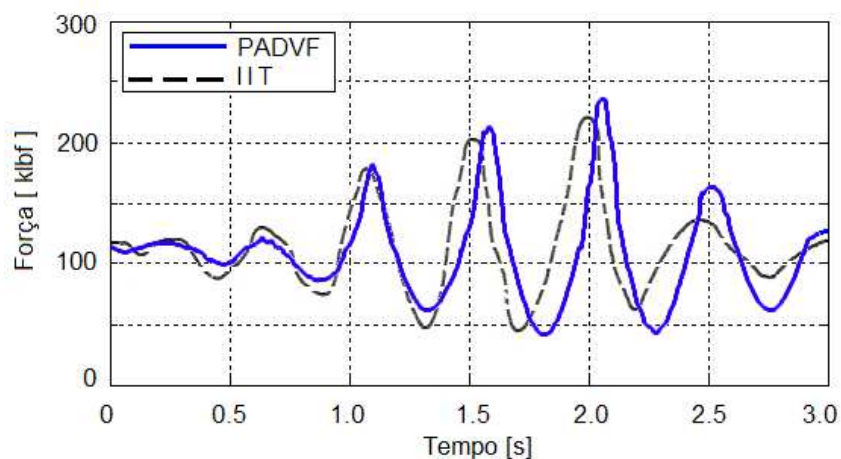


Figura 5.8 – Reação vertical no prato pião dianteiro: Modelo IIT x Modelo PADVF

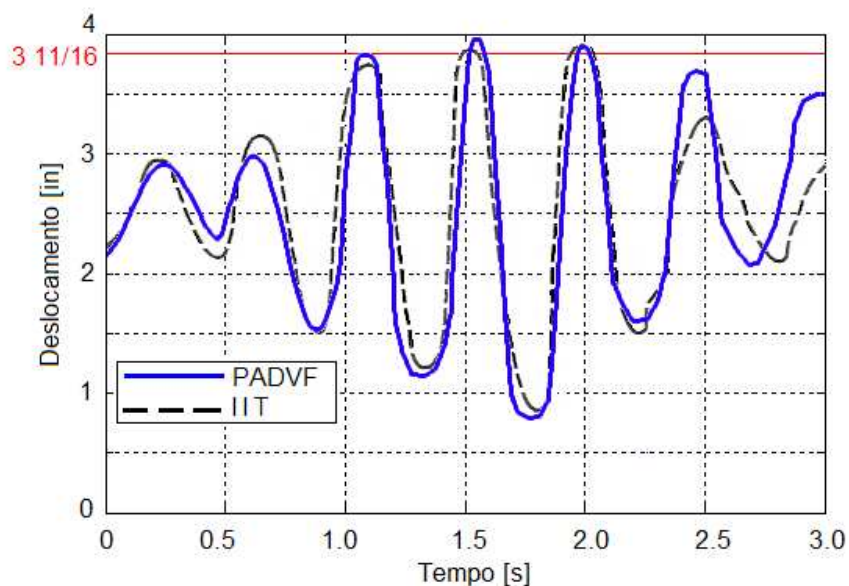


Figura 5.9 – Compressão do grupo de molas no truque dianteiro lado direito: Modelo IIT x Modelo PADVF

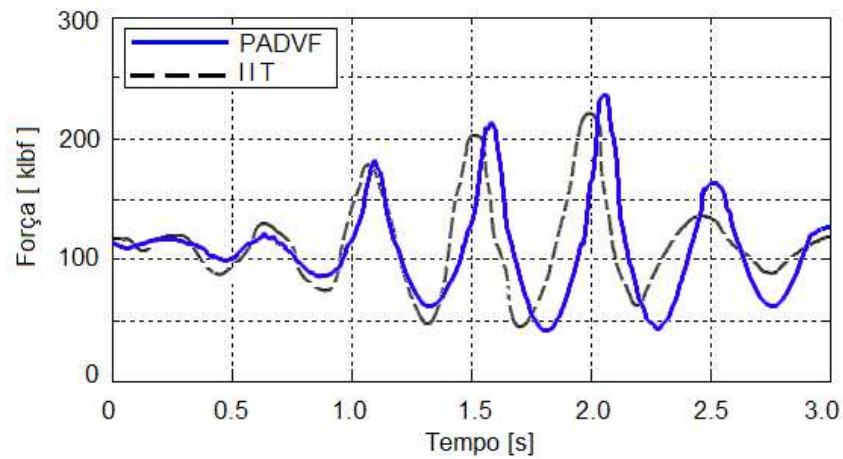


Figura 5.10 – Reação vertical no prato pião traseiro: Modelo IIT x Modelo PADVF

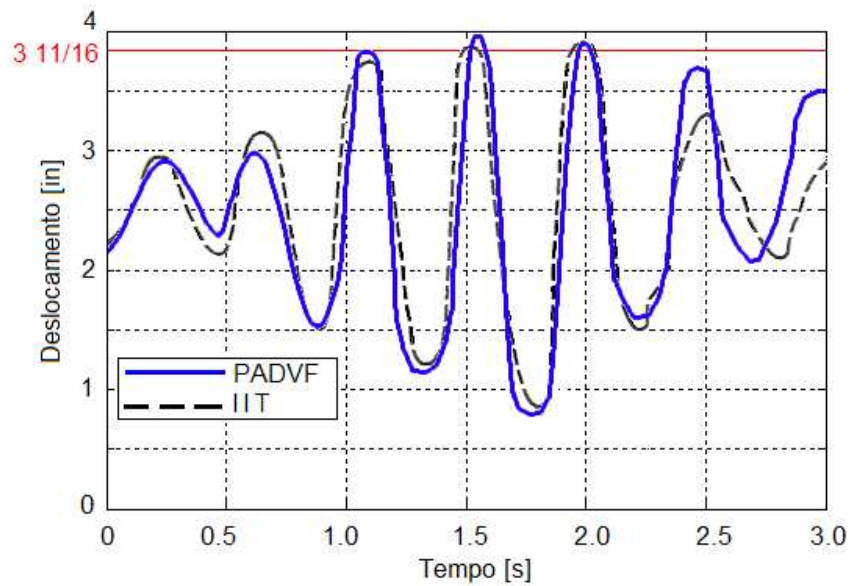


Figura 5.11 – Compressão do grupo de molas no truque traseiro lado direito: Modelo IIT x Modelo PADVF

Os principais resultados das simulações apresentadas anteriormente são resumidos e apresentados na

Tabela 5.4. A discussão destes resultados é apresentada na seção 5.4.



Tabela 5.4 Comparação entre os modelos IIT e PADVF para *Pitch* e *Bounce*

Parâmetros	Modelo IIT	Modelo PADVF	Diferença
Máxima carga no prato pião dianteiro	217 klbf	229,4 klbf	5,7 %
Nº de ciclos da simulação	6	6	0 %
Máxima carga no prato pião traseiro	205 klbf	204 klbf	0,5 %
Nº de ciclos da simulação	6	6	0 %
Ocorrências de compressão das molas truque dianteiro	2	2	0 %
Ocorrências de compressão das molas truque traseiro	2	2	0 %
Intervalo entre compressão das molas – truque dianteiro	0,47 s	0,45 s	4,3 %
Intervalo entre compressão das molas – truque traseiro	0,47 s	0,45 s	4,3 %

### 5.3.2 Comparação do modelo matemático PADVF com Modelo Stucki

A comparação entre os modelos PADVF e Stucki considera os dois veículos do tipo *Boxcar* 100 t e demais características mostradas na Tabela 5.2. As repostas do modelo Stucki são comparadas com o modelo PADVF caso a caso.

#### 5.3.2.1 Comparação para *Twist* e *Roll* – Modelo Stucki x Modelo PADVF

Os itens avaliados na comparação dos modelos para o regime de *Twist* e *Roll* são:

- (a) *Roll* do corpo do veículo – Figura 5.12.
- (b) Aceleração lateral do corpo do veículo – Figura 5.13.
- (c) Reação lateral da travessa do truque dianteiro – Figura 5.14.
- (d) Carga total nas duas rodas esquerda do truque dianteiro – Figura 5.15.
- (e) Reação vertical no prato pião dianteiro – Figura 5.16.

Para o modelo de 100 t a velocidade crítica encontrada foi de 23,0 km/h (14,3 mph), um pouco inferior ao modelo Stucki.

As simulações são executadas considerando a entrada da via como uma onda de seno retificada com uma variação máxima de superfície de 19,05 mm (0,75 in) e comprimento de trilhos de 11,8 m (39 ft), conforme mostra a Figura 5.1.

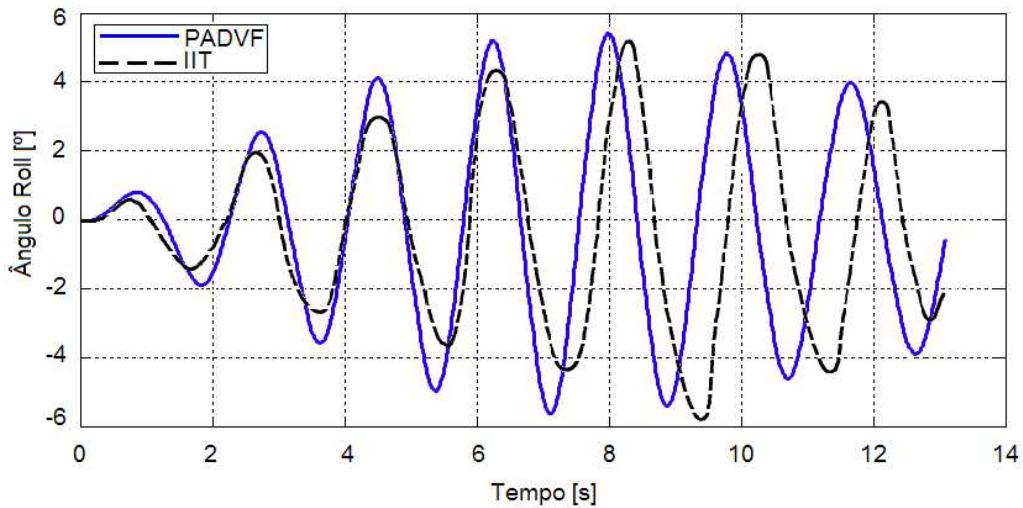


Figura 5.12 – Ângulo *Roll* do corpo do veículo: Modelo Stucki x Modelo PADVF

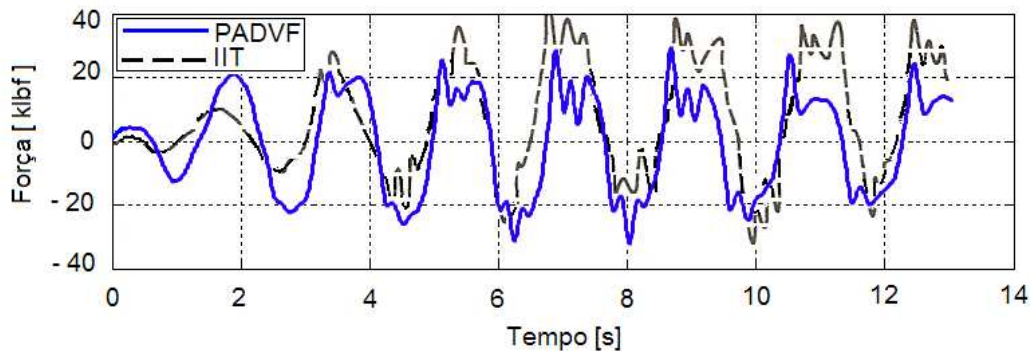


Figura 5.13 – Reação lateral na travessa do truque dianteiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF

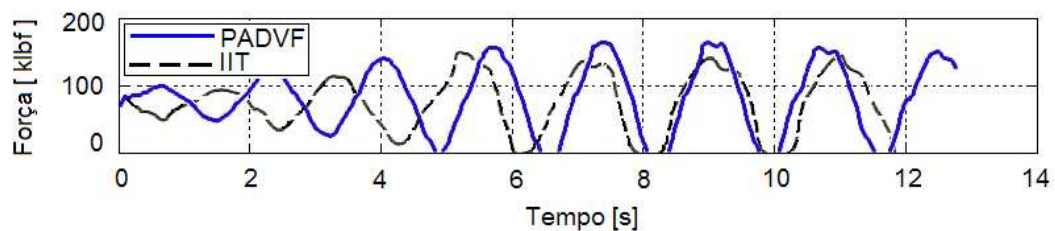


Figura 5.14 – Carga total nas duas rodas esquerda do truque dianteiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF

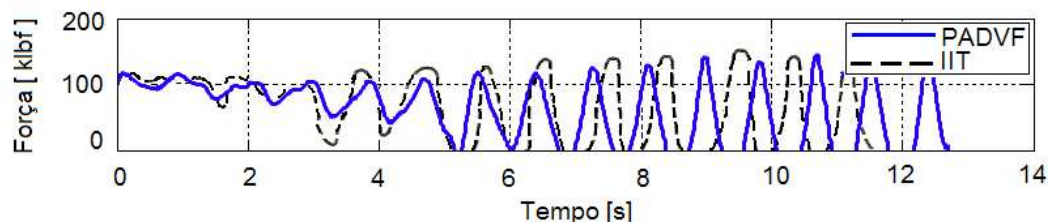


Figura 5.15 – Reação vertical no prato pião dianteiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF

Os principais resultados das simulações apresentadas anteriormente são resumidos e apresentados na Tabela 5.5. A discussão destes resultados é apresentada na seção 5.4.

Tabela 5.5 Comparação entre os modelos Stucki e PADVF para *Twist* e *Roll*

Parâmetros	Modelo Stucki	Modelo PADVF	Diferença
Máximo ângulo <i>Roll</i> do veículo	11,5° (pico a pico)	11,0° (pico a pico)	4,3 %
Máxima reação lateral da travessa frontal	40 klbf	35,2 klbf	12,0 %
Máxima carga nas duas rodas esquerda do truque dianteiro	160 ,lbf	162,9 klbf	1,8 %
Primeira ocorrência de levantamento da roda	6,0 s	5,0 s	16,7 %
Duração do fenômeno de levantamento das rodas	0,3 – 0,5 s	0,3 – 0,5 s	0 %
Máxima carga no prato pião dianteiro	168 klbf	152,4 klbf	9,3 %
Primeira ocorrência de separação do prato pião	5,2 s	5,27 s	1,3 %s

### 5.3.2.2 Comparação para *Pitch* e *Bounce* – Modelo Stucki x Modelo PADVF

As simulações neste modo são executadas considerando a via com juntas em fase e com a particularidade de o veículo ter de passar por dois *Bumps* (saliências) de amplitude de 38,1 mm (1,5 in) e após continuar em via plana, conforme mostra a Figura 5.7. A velocidade do veículo para a simulação é de 96,4 km/h (60 mph).

Os itens avaliados na comparação dos modelos para o regime de *Pitch* e *Bounce* são:

- (a) Reação vertical no prato pião dianteiro – Figura 5.16.
- (b) Compressão do grupo de molas no truque dianteiro lado direito – Figura 5.17.
- (c) Reação vertical no prato pião traseiro – Figura 5.18.
- (d) Compressão do grupo de molas no truque traseiro lado direito – Figura 5.19.

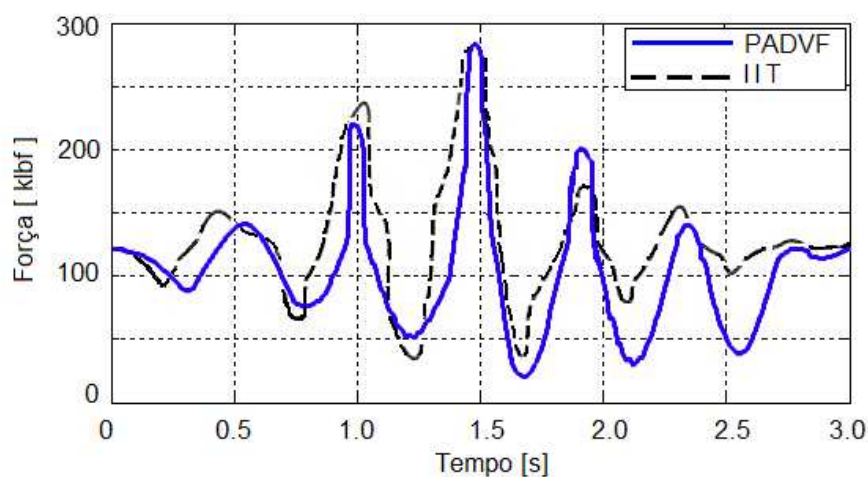


Figura 5.16 – Reação vertical no prato pião dianteiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF

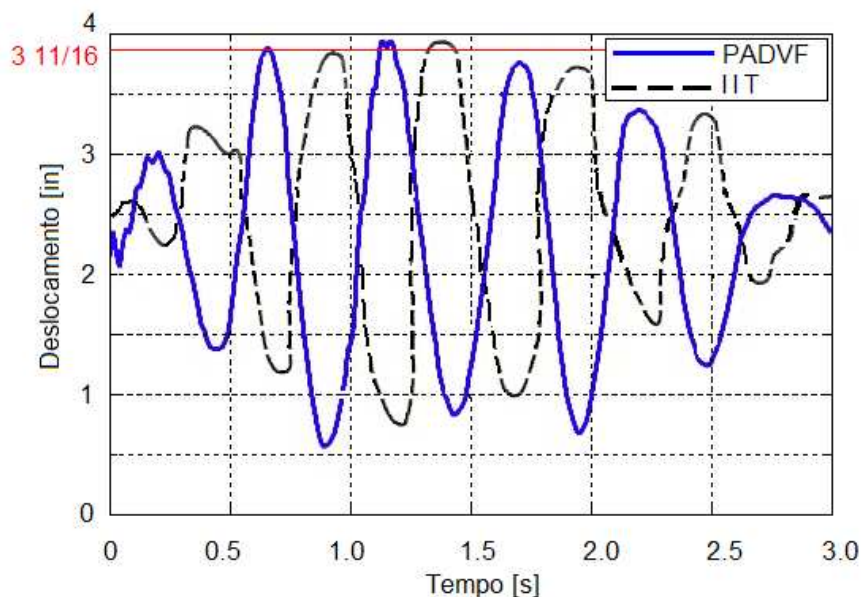


Figura 5.17 – Compressão do grupo de molas no truque dianteiro lado direito: Modelo Stucki x Modelo PADVF

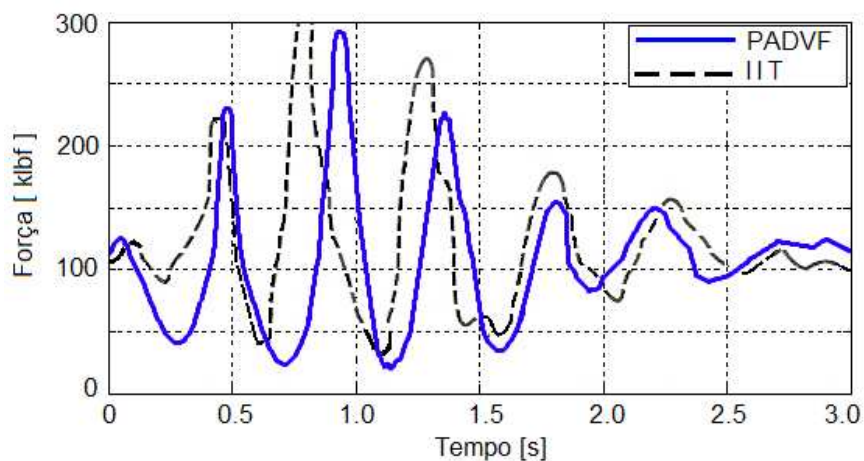


Figura 5.18 – Reação vertical no prato pião traseiro: Modelo Stucki x Modelo PADVF

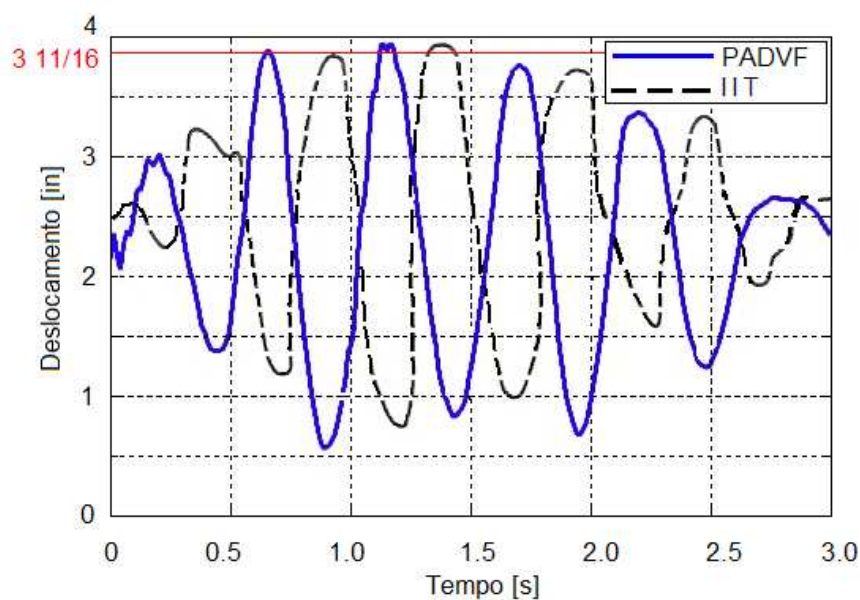


Figura 5.19 – Compressão do grupo de molas no truque traseiro lado direito: Modelo Stucki x Modelo PADVF

Os principais resultados das simulações apresentadas anteriormente são resumidos e apresentados na Tabela 5.6. A discussão destes resultados é apresentada na seção 5.4.

Tabela 5.6 Comparação entre os modelos Stucki e PADVF para *Pitch* e *Bounce*

Parâmetros	Modelo Stucki	Modelo PADVF	Diferença
Máxima carga no prato pião dianteiro	290 klbf	290,5 klbf	0,2 %
Nº de ciclos da simulação	6	6	0 %
Máxima carga no prato pião traseiro	312 klbf	295 klbf	5,4 %
Nº de ciclos da simulação	6	6	0 %
Ocorrências de compressão das molas truque dianteiro	2	2	0 %
Ocorrências de compressão das molas truque traseiro	2	2	0 %
Intervalo entre compressão das molas – truque dianteiro	0,45 s	0,48 s	6,7 %
Intervalo entre compressão das molas – truque traseiro	0,45 s	0,48 s	6,7 %

#### 5.4 Avaliação dos resultados das comparações

A comparação entre os modelos IIT e PADVF foi realizada com veículos de características similares e apresentou resultados equivalentes, sendo que a diferença máxima foi encontrada na duração do fenômeno de levantamento das rodas (25%). No entanto esta diferença percentual torna-se alta devido ao curto tempo da duração de levantamento da roda (0,25 s). Ambos os veículos são do tipo *Boxcar* de 70 t e distância entre centros dos truques muito próximas do comprimento do trilho, ou seja, próximo ao comprimento de onda da via.

Na simulação de *Twist* e *Roll*, esta relação resulta em um severo ângulo de *roll* do corpo do veículo (11,65°) na velocidade crítica de 28 km/h. A aceleração lateral, carga no prato pião e o instante em que ocorre o primeiro levantamento da roda apresentaram concordância entre os resultados de pico, os quais podem ser vistos na Tabela 5.3. No entanto a reação vertical no prato pião dianteiro (Figura 5.6) apresentou uma diferença de fase entre as curvas devido à diferença de distância entre centro dos truques nos veículos modelados.

A simulação de *Bounce* e *Pitch*, devido a entrada da via, apresenta resultados de carga no prato pião amplificados (1020,4 kN - 229,4 klbf no prato pião frontal) e o deslocamento do grupo de molas alcança o comprimento sólido das molas (93,6 mm - 3 11/16 in), fenômeno

este que ocorre em situações de *Bounce*, a simulação também apresentou uma boa resposta do programa avaliado, sendo que a diferença máxima foi encontrada na carga do prato pião dianteiro (5,7%).

A comparação entre os modelos Stucki e PADVF também foi realizada com veículos de características similares e apresentou resultados semelhantes, a diferença máxima foi encontrada no tempo de ocorrência do primeiro levantamento da roda (16,7%). Os dois veículos são do tipo *Boxcar* de 100 t e distância entre centros dos truques é maior que o comprimento do trilho. Este fator faz com que o veículo seja menos solicitado no ângulo de *Roll* ( $11^\circ$ ) na velocidade crítica de 23 km/h. A aceleração lateral, carga no prato pião e o instante em que ocorre o primeiro levantamento da roda mostram uma boa relação entre os programas, os quais podem ser vistos na Tabela 5.5.

A simulação de *Bounce* e *Pitch* mostra que apesar do veículo ser mais pesado a compressão do grupo de molas foi similar a de um veículo de 70 t, pois ambos os veículos apresentaram duas ocorrências de compressão das molas e alcançaram o comprimento sólido das molas (93,6 mm - 3 11/16 in). Isto se deve em parte a distância entre centros dos truques ser maior que o comprimento dos trilhos e assim o movimento de *bounce* não ser tão severo. Os resultados de carga no prato pião apresentam valores muito próximos, sendo que a diferença máxima foi encontrada na reação vertical no prato pião traseiro (5,4%). Os resultados de deslocamento do grupo de molas apresentaram o mesmo número de ocorrências de compressão das molas e alcançaram o comprimento sólido das molas (93,6 mm - 3 11/16 in) com uma diferença de 6,7% no intervalo de tempo. A compressão do grupo de molas dos truques (Figura 5.17 e Figura 5.19) apresentou uma diferença de fase entre as curvas que pode ser creditada devido à diferença de distância entre centro dos truques (Stucki: 13,7 m / PADVF: 14 m) e também devido às diferentes velocidades (Stucki: 24,1 km/h / PADVF: 23 km/h) nos veículos avaliados.

## 6. ESTUDO DE CASOS

O PADVF é utilizado para simular dois veículos ferroviários *Boxcar* com diferentes capacidades em situações de operação previstas na norma AAR e outros casos também importantes. O veículo de 70 t é o mais utilizado em ferrovias com bitola métrica (1,0 m) e o veículo de 100 t é utilizado exclusivamente em ferrovias com a bitola larga (1,6 m), devido a sua maior carga por roda.

As simulações para os casos da norma AAR são realizadas iniciando com uma velocidade de 20 km/h sendo incrementadas até alcançar 120 km/h. No Brasil a velocidade média dos trens (em vias de bom desempenho) operando carregado é de 30 a 40 km/h e operando em vazio é de 50 a 60 km/h [CNT, 2010]. As simulações realizadas para as vias com irregularidades aperiódicas são realizadas na velocidade de 40 km/h.

A Tabela 6.1 mostra os casos estudados nas simulações dinâmicas dos veículos ferroviários. Os quatro primeiros casos são recomendados pela norma AAR quando se está avaliando o comportamento dinâmico de um veículo em via tangente. Os três últimos casos consideram uma via tangente com irregularidades aperiódicas mais comuns em ferrovias [Hamid et al, 1983].

Tabela 6.1 Casos avaliados em via tangente

Caso	Critério avaliado com veículo vazio	Critério avaliado com veículo carregado
Norma AAR - <i>Hunting</i>	Mínima velocidade crítica Máxima aceleração lateral [g]	-
Norma AAR – <i>Twist e Roll</i>	Mínimo ângulo <i>Roll</i> Máxima razão <i>L/V</i> soma eixo Mínima carga vertical roda	Mínimo ângulo <i>Roll</i> Máxima razão <i>L/V</i> soma eixo Mínima carga vertical roda
Norma AAR – <i>Pitch e Bounce</i>	Mínima carga vertical roda	Mínima carga vertical roda
Norma AAR – <i>Yaw e Sway</i>	-	Máxima razão <i>L/V</i> lateral truque Máxima razão <i>L/V</i> soma eixo
Irregularidades aperiódicas – <i>Cusp</i>	-	Mínima carga vertical roda
Irregularidades aperiódicas – <i>Jog</i>	-	Mínima carga vertical roda



## 6.1 Estudo de casos conforme norma AAR

### 6.1.1 Avaliação em regime de *Hunting* em via tangente não perturbada

O fenômeno do *hunting* é avaliado pela norma AAR, 2007, por dois critérios: a mínima velocidade crítica e a máxima aceleração lateral para o veículo vazio.

A mínima velocidade crítica é determinada através da análise cinemática da ação cônica das rodas e das forças elásticas de contato entre roda e trilho. A análise está descrita na secção 3.4.5.7, Equação (3.49) e os dados necessários para o cálculo são apresentados no Apêndice C. A Figura 6.1, mostra a relação entre velocidade crítica e carga no eixo para dois tipos de conicidade mais utilizados nas rodas ferroviárias.

A carga para um eixo do veículo de 70 t vazio é 52.592 N e as respectivas velocidades críticas para esta carga são de 64 km/h para conicidade 1/20 e 90 km/h para conicidade 1/40.

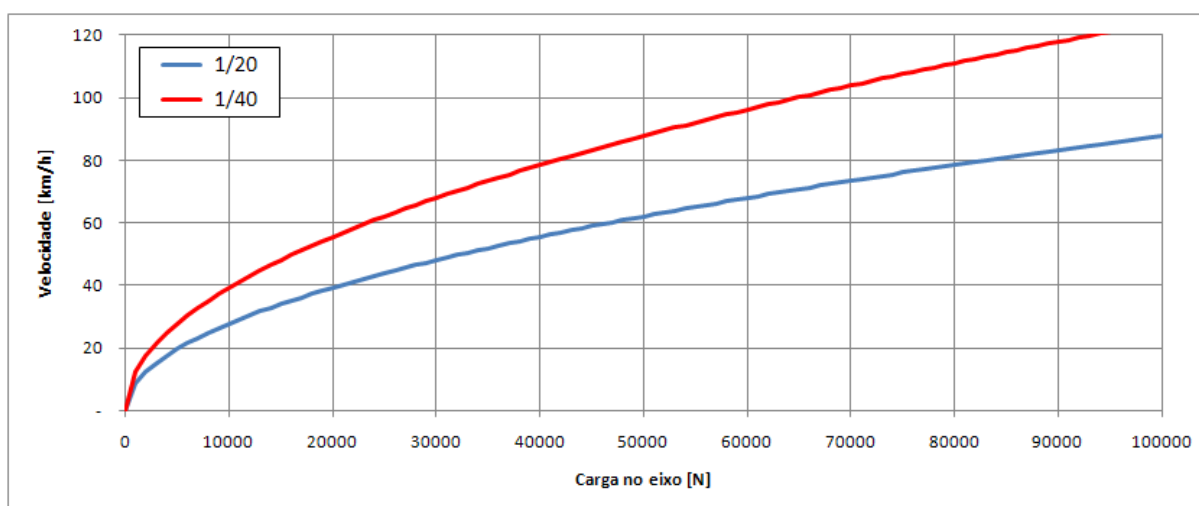


Figura 6.1 – Velocidade crítica de *hunting* – *Boxcar* 70 t

Ambas as velocidades críticas são inferiores à mínima determinada pela norma que é de 113 km/h. A roda com conicidade de 1/40 é a mais recomendada para este tipo de veículo, embora não alcance a condição especificada, mas está mais próxima.

A Figura 6.2, mostra a relação entre velocidade crítica e carga no eixo para um veículo de 100 t. A carga para um eixo do veículo de 100 t vazio é 71.050 N e as respectivas velocidades críticas para esta carga são de 78 km/h para conicidade 1/20 e 110 km/h para conicidade 1/40.

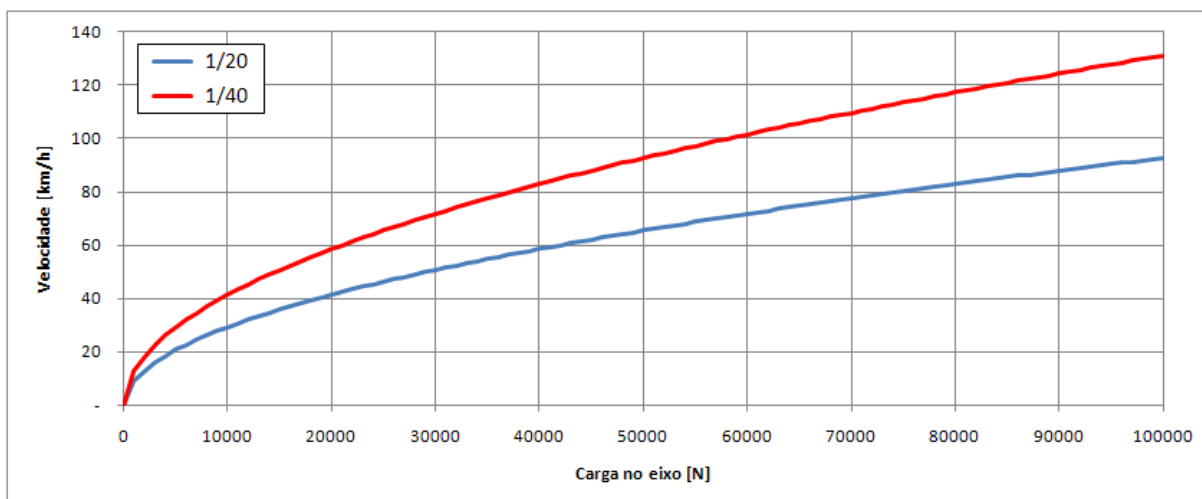


Figura 6.2 – Velocidade crítica de *hunting* – *Boxcar* 100 t

A velocidade crítica para a roda com conicidade de 1/20 é inferior à mínima velocidade determinada pela norma e a roda com conicidade de 1/40 fornece uma velocidade crítica mais adequada ao limite determinado pela norma, fornecendo assim maior segurança nas operações.

O segundo critério de avaliação para *Hunting* determina que a máxima aceleração lateral do corpo do veículo não seja maior que 1,5g de pico a pico. A Figura 6.3 mostra os resultados de máxima aceleração lateral nas duas velocidades críticas para o veículo de 70 t. Na Figura 6.4 são apresentados os resultados para o veículo de 100 t. A conicidade das rodas não é levada em consideração no PADVF devido à complexidade do contato roda-trilho.

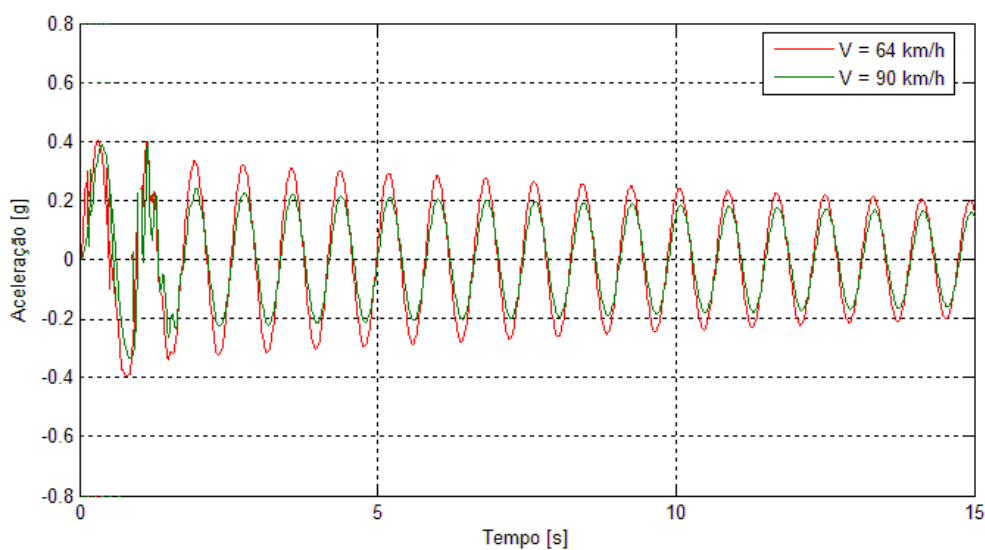


Figura 6.3 – Aceleração lateral do corpo do veículo *Boxcar* 70 t

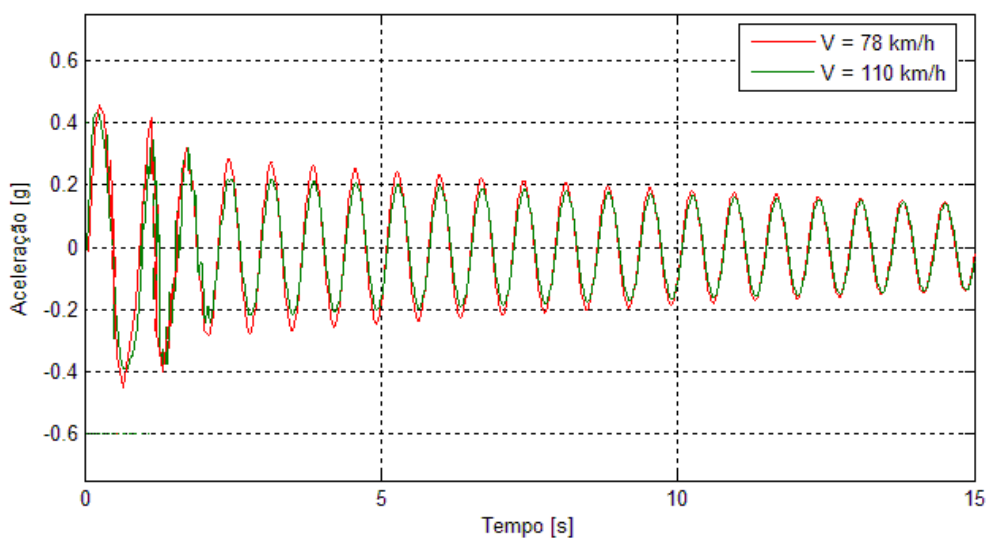


Figura 6.4 – Aceleração lateral do corpo do veículo *Boxcar* 100 t

A Tabela 6.2 mostra os resultados de cada simulação comparando com o valor recomendado pela norma.

Tabela 6.2 Avaliação de critérios - *Hunting*

Modelo	Mínima velocidade crítica – 113 km/h	Máxima aceleração lateral – 1,5 g
<i>Boxcar</i> 70 t – conicidade 1/40	90 km/h	0,73 g
<i>Boxcar</i> 70 t – conicidade 1/20	64 km/h	0,80 g
<i>Boxcar</i> 100 t – conicidade 1/40	110 km/h	0,81 g
<i>Boxcar</i> 100 t – conicidade 1/20	78 km/h	0,88 g

Estes resultados confirmam que quanto maior a conicidade da roda, menor será a velocidade crítica e para veículos mais pesados a velocidade crítica é maior. As velocidades embora estejam abaixo do recomendado pela norma ainda estão na faixa descrita na literatura onde com rodas novas deve-se esperar que o *hunting* ocorra na região de 88 a 104 km/h (55 a 65 mph) e ainda pode ocorrer para velocidades mais baixas ainda como 56 km/h (35 mph). A aceleração lateral do veículo está a abaixo do limite máximo e isto se deve em parte a via tangente não perturbada.

### 6.1.2 Avaliação em regime de *Twist e Roll*

As respostas avaliadas para *twist* e *roll* pela norma AAR são o máximo ângulo de *roll*, que define a velocidade crítica, a soma das razões  $L/V$  nos eixos e a mínima carga vertical nas rodas. As simulações são realizadas conforme as entradas da via descritas no Apêndice E, para este regime.

A Figura 6.5 representa as convenções de orientação e nomenclaturas para os rodeiros e lados direito e esquerdo adotados no veículo. O truque dianteiro é constituído dos rodeiros 1 e 2 e o truque traseiro é constituído dos rodeiros 3 e 4.

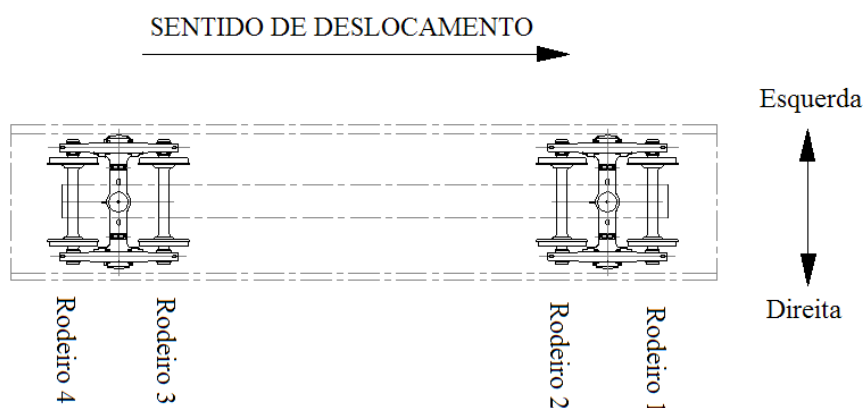


Figura 6.5 – Nomenclatura e orientação para os rodeiros do modelo

Cada roda do rodeiro é modelada através de uma mola vertical e uma mola lateral, como mostrado na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 Representação matemática das rodas do veículo ferroviário

Rodeiro		Mola Vertical	Mola Lateral
Rodeiro 1	Roda direita	$K_{21}$	$K_{21L}$
	Roda esquerda	$K_{22}$	$K_{22L}$
Rodeiro 2	Roda direita	$K_{23}$	$K_{23L}$
	Roda esquerda	$K_{24}$	$K_{24L}$
Rodeiro 3	Roda direita	$K_{25}$	$K_{25L}$
	Roda esquerda	$K_{26}$	$K_{26L}$
Rodeiro 4	Roda direita	$K_{27}$	$K_{27L}$
	Roda esquerda	$K_{28}$	$K_{28L}$

### 6.1.2.1 Avaliação do veículo ferroviário de 70 t vazio

De acordo com a Figura 6.6, a velocidade crítica para este regime é de 80 km/h, alcançando um ângulo de *roll* de 12,3° de pico a pico, valor superior ao determinado pela norma (6°). A Figura H.1 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, onde o ângulo de *roll* é de respectivamente 2,4° e 4,6°.

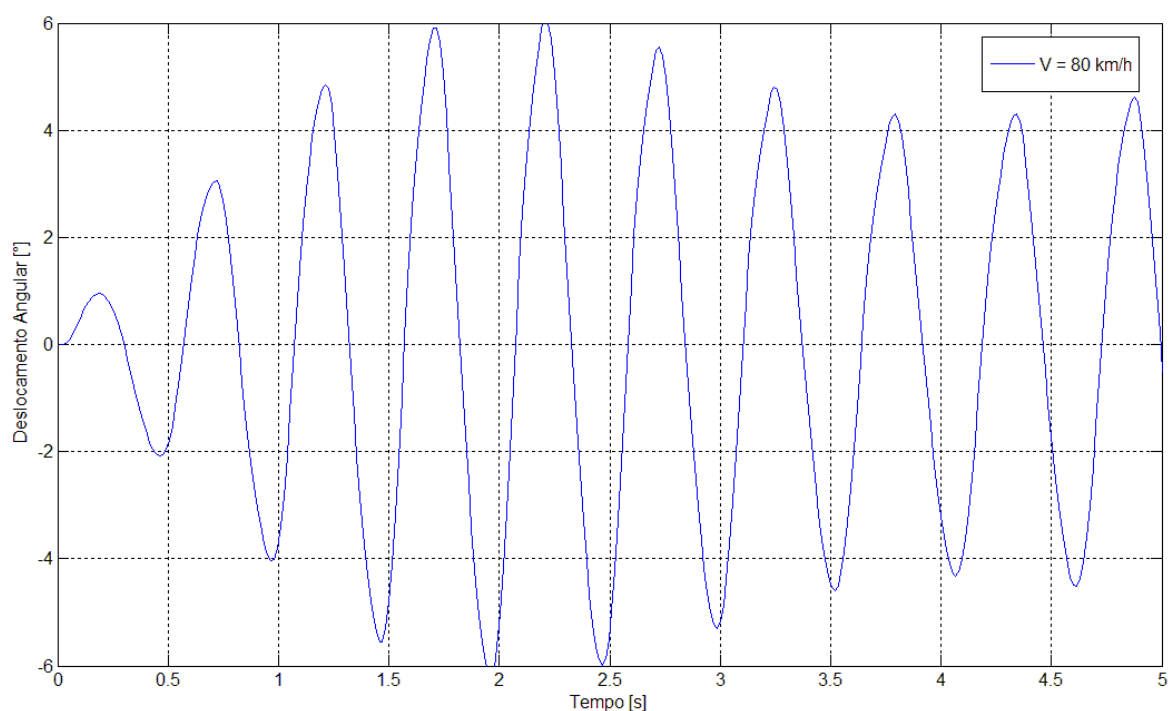


Figura 6.6 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo na velocidade crítica.

A Figura H.2 no Apêndice H mostra os valores da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo na velocidade crítica. O valor limite da norma para este critério é de 1,5. Apresenta-se em destaque o valor onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor máximo da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo. Para esta simulação em alguns instantes os valores excederam o limite, mas por uma distância inferior a recomendada (0,91 m) e, portanto são desconsiderados.

A Tabela 6.4 apresenta o valor máximo e média para a soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo.

Tabela 6.4 Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo - *Boxcar* 70 t vazio

Rodeiro	Valor Máximo	Valor Médio
Rodeiro 1	1,08	0,12
Rodeiro 2	1,03	0,16
Rodeiro 3	1,10	0,08
Rodeiro 4	1,35	0,29

A Figura H.3 e a Figura H.4 no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 70 t vazio e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 26.312N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.5 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.5 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 70 t vazio

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	19,55	17,19
Rodeiro 2	21,44	20,05
Rodeiro 3	23,62	25,19
Rodeiro 4	26,14	18,43

### 6.1.2.2 Avaliação do veículo ferroviário de 70 t carregado

De acordo com a Figura 6.7, a velocidade crítica para este regime é de 30 km/h, alcançando um ângulo de *roll* de 14° de pico a pico, valor superior ao determinado pela norma (6°). A Figura H.5 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, onde o ângulo de *roll* é respectivamente de 2,4° e 1,0°.

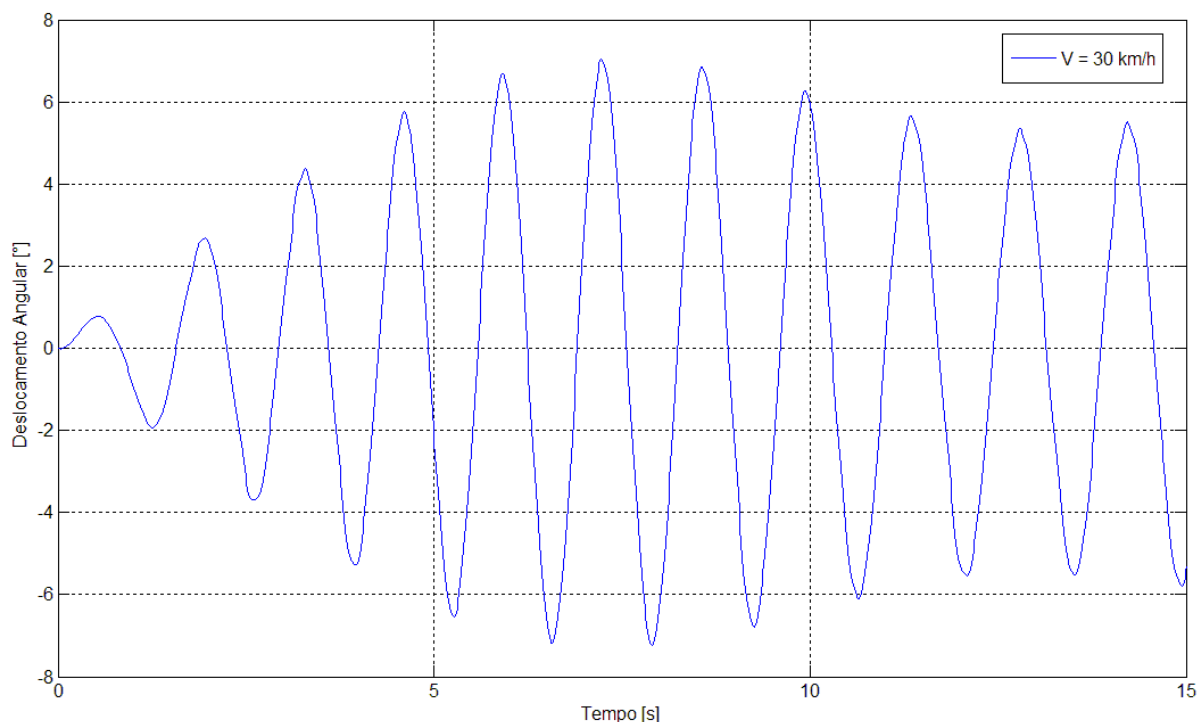


Figura 6.7 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo na velocidade crítica

A Figura H.6 no Apêndice H mostra os valores da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo na velocidade crítica. O valor limite da norma para este critério é de 1,5. Apresenta-se em destaque o valor onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor máximo da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo. Para esta simulação em alguns instantes os valores excederam o limite, mas por uma distância inferior a recomendada (0,91 m) e, portanto são desconsiderados.

A Tabela 6.6 apresenta o valor máximo e média para a soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo.

Tabela 6.6 Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo - *Boxcar* 70 t carregado

Rodeiro	Valor Máximo	Valor Médio
Rodeiro 1	1,05	0,31
Rodeiro 2	0,63	0,12
Rodeiro 3	1,40	0,41
Rodeiro 4	0,80	0,38

A Figura H.7 e a Figura H.8 no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 70 t carregado e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 126.936N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.7 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.7 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 70 t carregado

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	26,65	22,47
Rodeiro 2	9,46	14,09
Rodeiro 3	26,46	10,46
Rodeiro 4	30,99	26,56

### 6.1.2.3 Avaliação do veículo ferroviário de 100 t vazio

De acordo com a Figura 6.8, a velocidade crítica para este regime é de 80 km/h, alcançando um ângulo de *roll* de 10,9° de pico a pico, valor superior ao determinado pela norma (6°). A Figura H.9 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, onde o ângulo de *roll* é respectivamente de 1,8° e 4,5°.

A Figura H.10 no Apêndice H mostra os valores da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo na velocidade crítica. O valor limite da norma para este critério é de 1,5. Apresenta-se em destaque o valor onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor máximo da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo. Para esta simulação em alguns instantes os valores excederam o limite, mas por uma distância inferior a recomendada (0,91 m) e, portanto são desconsiderados.



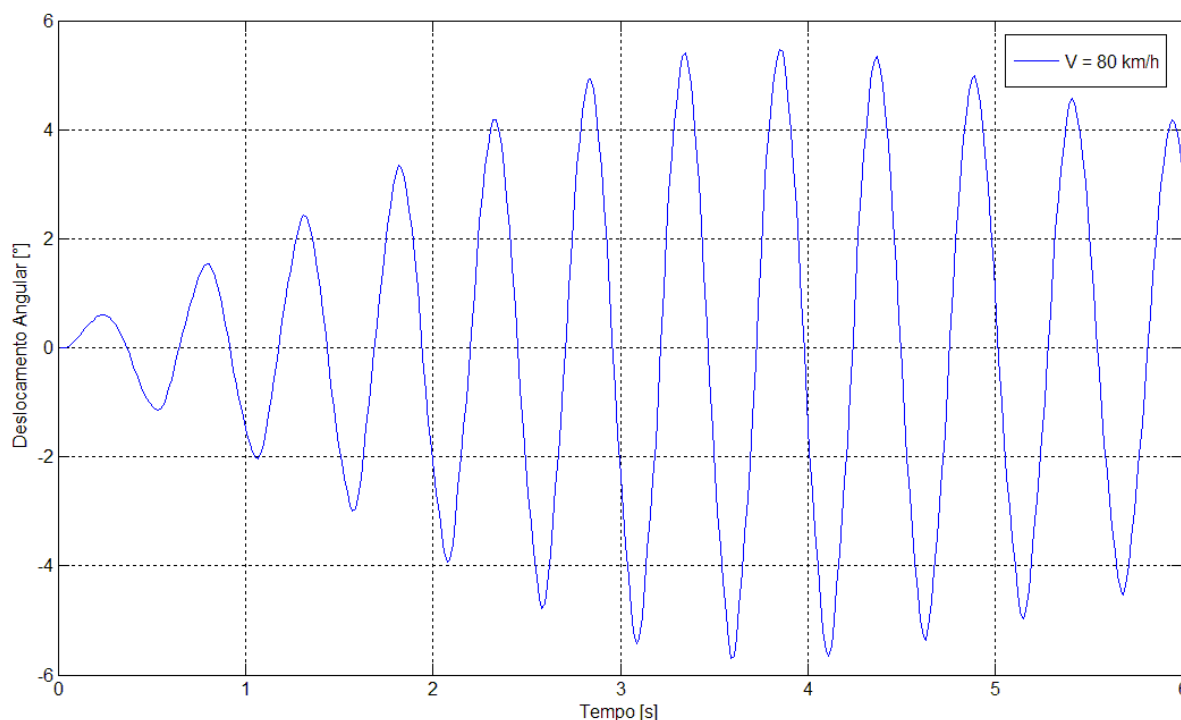


Figura 6.8 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo na velocidade crítica.

A Tabela 6.8 apresenta o valor máximo e média para a soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo.

Tabela 6.8 Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo - *Boxcar* 70 t carregado

Rodeiro	Valor Máximo	Valor Médio
Rodeiro 1	1,31	0,08
Rodeiro 2	1,06	0,24
Rodeiro 3	1,11	0,24
Rodeiro 4	1,46	0,29

A Figura H.11 e a Figura H.12 no Apêndice H mostram os valores para a mínima carga vertical em cada roda. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 100 t vazio e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 35.550 N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.9 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.9 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 100 t vazio

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	14,42	26,26
Rodeiro 2	18,81	15,91
Rodeiro 3	21,37	12,64
Rodeiro 4	20,66	12,15

#### 6.1.2.4 Avaliação do veículo ferroviário de 100 t carregado

De acordo com a Figura 6.9, a velocidade crítica para este regime é de 20 km/h, alcançando um ângulo de *roll* de 7,1° de pico a pico, valor superior ao determinado pela norma (6°). A Figura H.13 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, onde o ângulo de *roll* é respectivamente de 0,7° e 0,54°.

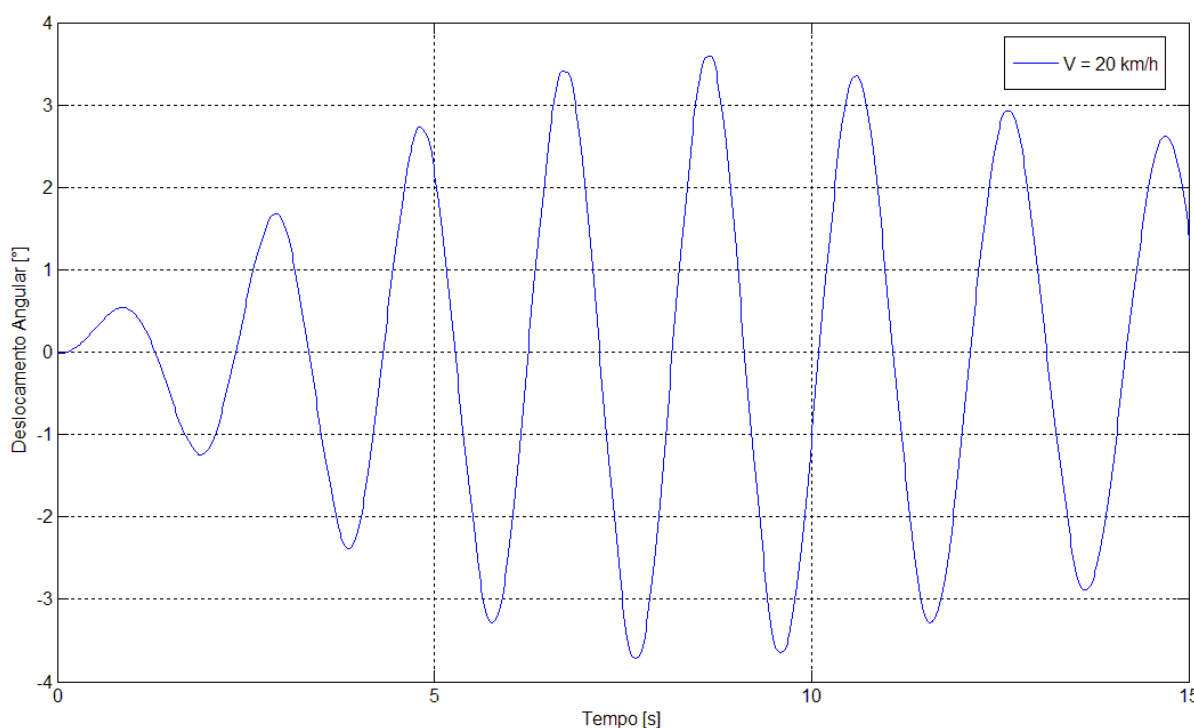


Figura 6.9 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo na velocidade crítica.

A Figura H.14 no Apêndice H mostra os valores da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo na velocidade crítica. O valor limite da norma para este critério é de 1,5. Apresenta-se em destaque o valor onde x é o tempo de simulação e y é o valor máximo da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo. Para esta simulação em alguns instantes

os valores excederam o limite, mas por uma distância inferior a recomendada (0,91 m) e, portanto são desconsiderados.

A Tabela 6.10 apresenta o valor máximo e média para a soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo.

Tabela 6.10 Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo - *Boxcar* 100 t carregado

Rodeiro	Valor Máximo	Valor Médio
Rodeiro 1	1,22	0,66
Rodeiro 2	0,73	0,13
Rodeiro 3	1,22	0,71
Rodeiro 4	1,28	0,83

A Figura H.15 e a Figura H.16 no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 100 t carregado e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 168.926 N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.11 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.11 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 100 t carregado

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	14,33	14,29
Rodeiro 2	23,09	23,83
Rodeiro 3	21,67	16,05
Rodeiro 4	15,57	23,42

### 6.1.3 Avaliação em regime de *Pitch* e *Bounce*

A resposta avaliada para *pitch* e *bounce* pela norma AAR é a mínima carga vertical nas rodas. As simulações são realizadas conforme as entradas da via descritas no Apêndice E, para este regime.

#### 6.1.3.1 Avaliação do veículo ferroviário de 70 t vazio

A Figura 6.10, mostra que a velocidade crítica para este regime é de 100 km/h, alcançando uma aceleração vertical máxima de 1,47 g de pico a pico. A Figura H.17 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, onde a aceleração vertical máxima é respectivamente de 0,28 g e 0,53 g.

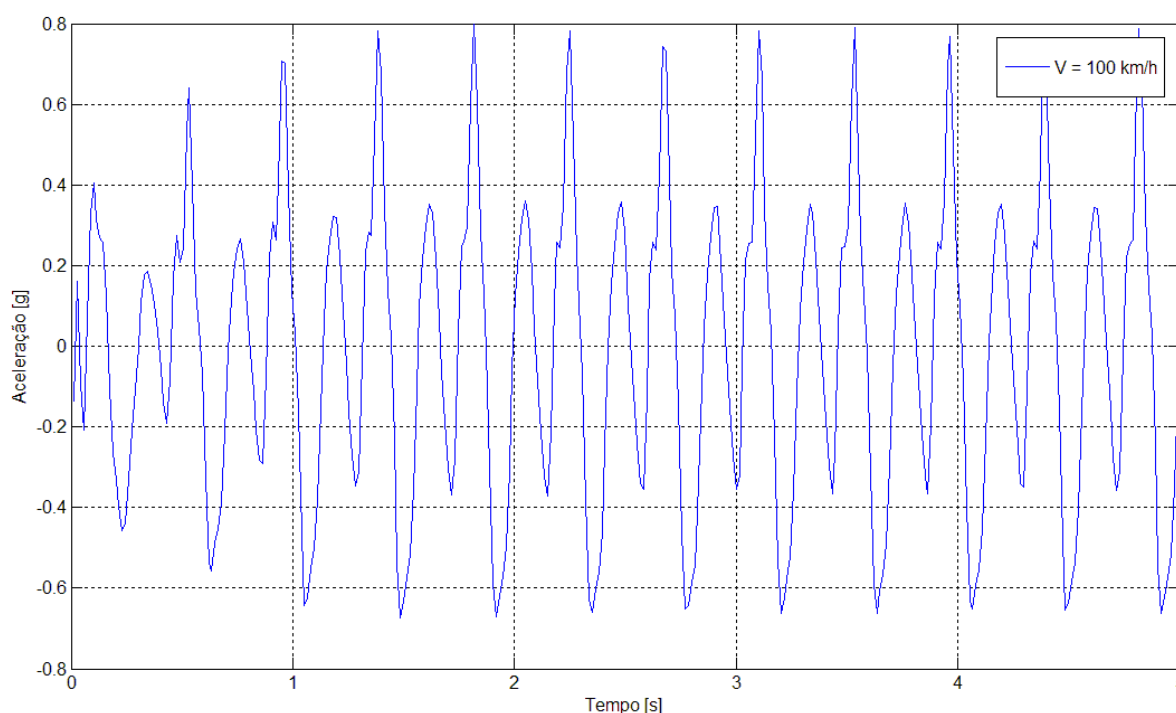


Figura 6.10 – Máxima aceleração vertical do corpo do veículo na velocidade crítica

A Figura H.18 e a Figura H.19 no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 70 t vazio e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 26.312N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.12 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.12 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 70 t vazio

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	19,55	21,91
Rodeiro 2	21,44	20,05
Rodeiro 3	23,62	25,19
Rodeiro 4	26,11	20,52

### 6.1.3.2 Avaliação do veículo ferroviário de 70 t carregado

A velocidade crítica para este regime é de 80 km/h, conforme mostra a Figura 6.11, alcançando uma aceleração vertical máxima de 2,46 g de pico a pico. A Figura H.20 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, onde a aceleração vertical máxima é respectivamente de 0,26 g e 0,46 g.

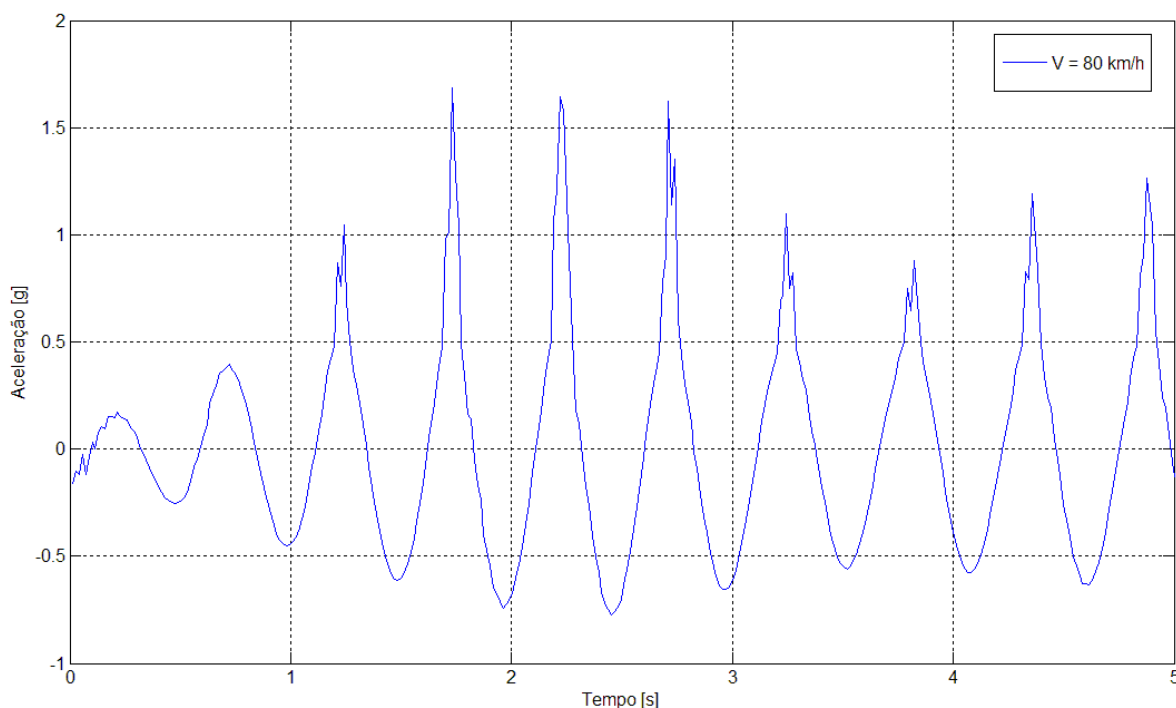


Figura 6.11 – Máxima aceleração vertical do corpo do veículo na velocidade crítica

A Figura H.21 e a Figura H.22 no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 70 t carregado e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 126.936N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.13 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.13 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 70 t carregado

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Esquerda	Direita
Rodeiro 1	17,95	16,84
Rodeiro 2	13,02	23,36
Rodeiro 3	12,18	22,95
Rodeiro 4	9,86	14,40

### 6.1.3.3 Avaliação do veículo ferroviário de 100 t vazio

A velocidade crítica para este regime é de 100 km/h, conforme mostra a Figura 6.12, alcançando uma aceleração vertical máxima de 0,96 g de pico a pico. A Figura H.23 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, onde a aceleração vertical máxima é respectivamente de 0,26 g e 0,27 g.

A Figura H.24 e a Figura H.25 no Apêndice H mostram os valores para a mínima carga vertical em cada roda. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 100 t vazio e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 35.550 N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.14 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

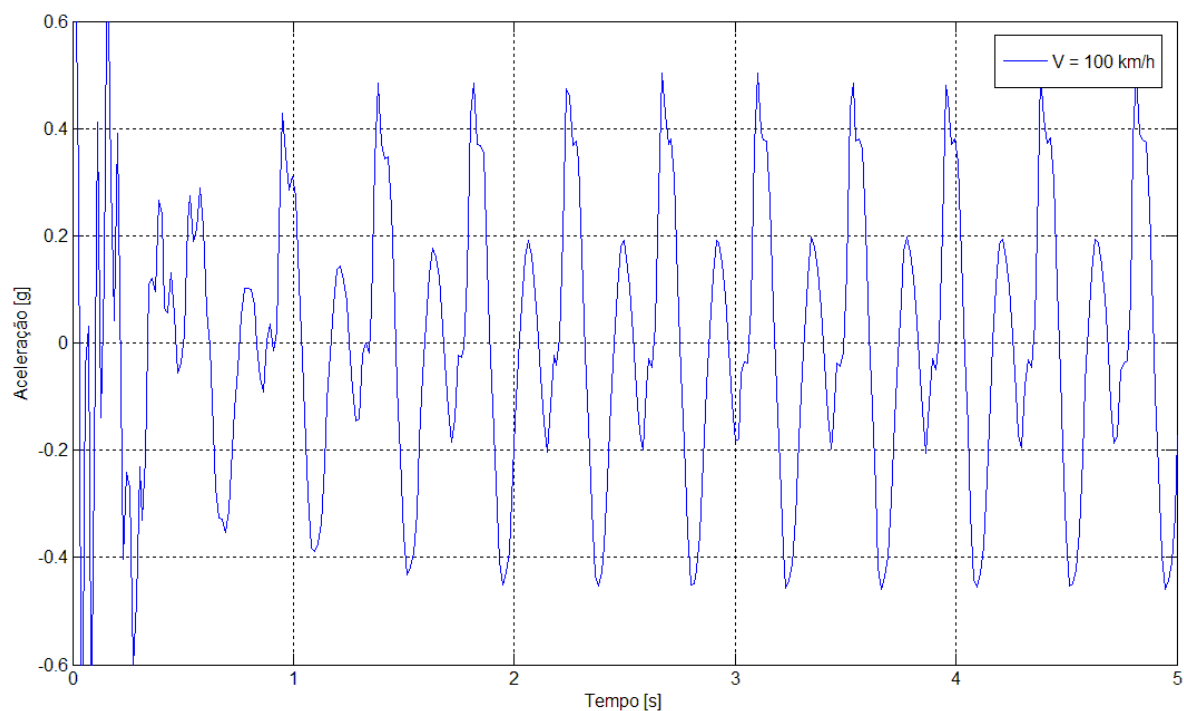


Figura 6.12 – Máxima aceleração vertical do corpo do veículo na velocidade crítica

Tabela 6.14 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 100 t vazio

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Esquerda	Direita
Rodeiro 1	10,22	11,72
Rodeiro 2	34,26	33,98
Rodeiro 3	20,94	21,37
Rodeiro 4	26,08	21,22

#### 6.1.3.4 Avaliação do veículo ferroviário de 100 t carregado

A velocidade crítica para este regime é de 80 km/h, conforme mostra a Figura 6.13, alcançando uma aceleração vertical máxima de 2,82 g de pico a pico. A Figura H.26 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, onde a aceleração vertical máxima é respectivamente de 0,21 g e 0,47 g.

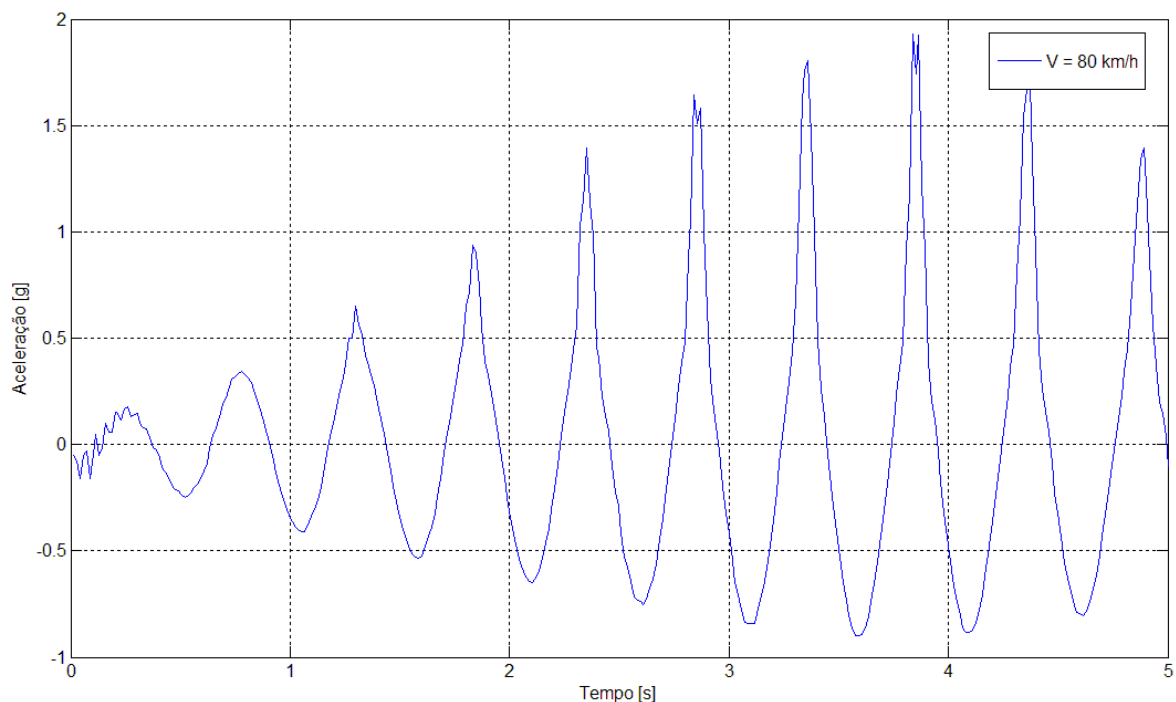


Figura 6.13 – Máxima aceleração vertical do corpo do veículo na velocidade crítica

A Figura H.27 e a Figura H.28 no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 100 t carregado e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 168.926 N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.15 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.15 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 100 t carregado

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Esquerda	Direita
Rodeiro 1	28,23	28,30
Rodeiro 2	25,88	30,25
Rodeiro 3	19,12	25,46
Rodeiro 4	23,05	29,71



### 6.1.4 Avaliação em regime de *Yaw* e *Sway*

As simulações são realizadas conforme as entradas da via para *Yaw* e *Sway* descritas no Apêndice E, para este regime.

#### 6.1.4.1 Avaliação do veículo ferroviário de 70 t carregado

Conforme mostra a Figura 6.14, a velocidade crítica para este regime é de 100 km/h (inferior a 113 km/h), velocidade na qual a amplitude do deslocamento lateral diminui lentamente ao longo do movimento.

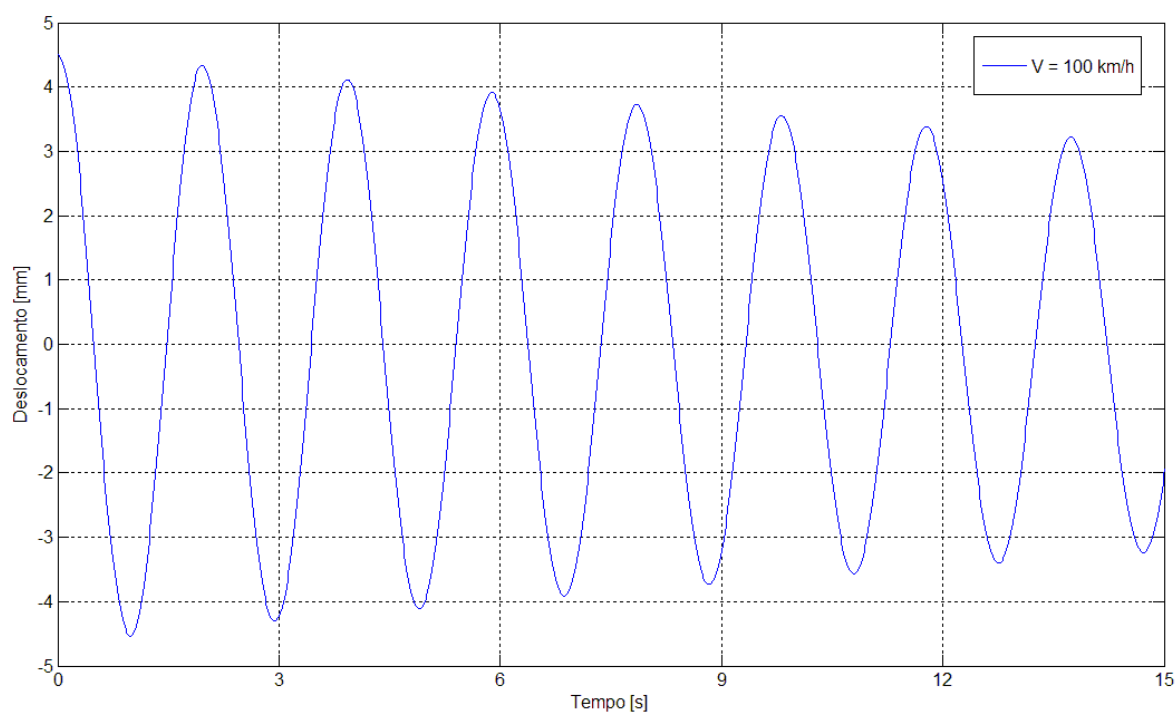


Figura 6.14 – Deslocamento lateral do corpo do veículo

A Figura H.29 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, aonde o deslocamento lateral vai perdendo amplitude ao longo do movimento rapidamente.

A Figura H.30 apresenta os resultados para a máxima razão  $L/V$  lateral do truque, sendo o valor limite 0,6. Praticamente todos os valores estão dentro do limite recomendado. A Figura H.31 mostra os valores da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo e o valor limite para este critério é de 1,5. Todos os valores estão dentro do limite admissível pela norma.

### 6.1.4.1 Avaliação do veículo ferroviário de 100 t carregado

Conforme mostra a Figura 6.15, a velocidade crítica para este regime é de 100 km/h (inferior a 113 km/h), velocidade na qual a amplitude do deslocamento lateral diminui lentamente ao longo do movimento.

A Figura H.32 no Apêndice H mostra as velocidades de operação de 40 e 60 km/h, aonde o deslocamento lateral perde menos amplitude ao longo do movimento, quando comparamos com o veículo de 70 t.

Quando comparamos os gráficos entre a Figura 6.14 e a Figura 6.15, percebemos uma diferença de fase entre os dois, isto é ocasionado pela distância entre centros dos truques. Para o veículo de 100 t esta distância é maior que no veículo de 70 t.

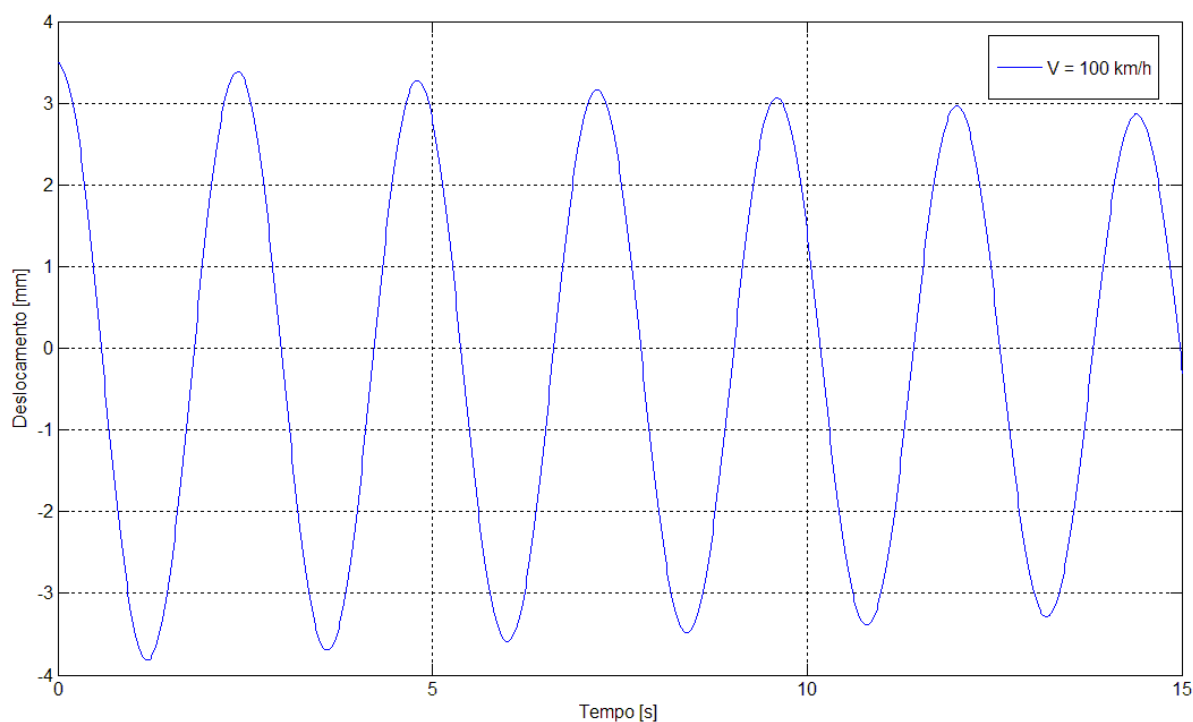


Figura 6.15 – Máxima deslocamento lateral do corpo do veículo

A Figura H.33 apresenta os resultados para a máxima razão  $L/V$  lateral do truque, sendo o valor limite 0,6. Praticamente todos os valores estão dentro do limite recomendado. A Figura H.34 mostra os valores da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo e o valor limite para este critério é de 1,5. Todos os valores estão dentro do limite admissível pela norma.

### 6.1.5 Comparação das simulações realizadas conforme norma AAR

Os resultados das simulações realizadas para o estudo de casos da norma AAR são apresentados na Tabela 6.16. Esta tabela mostra os valores dos critérios de avaliação de desempenho para o veículo trafegando em velocidade crítica. Estão inclusos os valores de alguns critérios de avaliação de desempenho para a velocidade de operação em 40 km/h e 60 km/h.

Para o regime de *yaw* e *sway* os resultados para a máxima razão  $L/V$  lateral do truque e a soma instantânea da razão absoluta  $L/V$  das rodas em um eixo não são apresentados na Tabela 6.16. No entanto estes resultados ficaram dentro dos limites recomendados pela norma AAR, 2007, de 0,6 para o primeiro e 1,5 para o segundo.

Tabela 6.16 Comparação de resultados para simulações da norma AAR

<i>Twist e Roll</i>				
Descrição	<i>Boxcar 70 t</i>		<i>Boxcar 100 t</i>	
	Vazio	Carregado	Vazio	Carregado
Mínima velocidade crítica [113 km/h]	80 km/h	30 km/h	80 km/h	20 km/h
Máximo ângulo de <i>roll</i> – vel. crítica [6°]	12,3°	14°	10,9°	7,1°
Máximo ângulo de <i>roll</i> – 40 km/h [6°]	2,4°	2,4°	1,8°	0,7°
Máximo ângulo de <i>roll</i> – 60 km/h [6°]	4,6°	1,0°	4,5°	0,54°
Média da soma $L/V$ eixo [1,5] – desconsidera picos	0,162	0,3	0,21	0,58
Mínima carga na roda [<10%]	-	Rodeiro 2 Roda esquerda	-	-
<i>Pitch e Bounce</i>				
Descrição	<i>Boxcar 70 t</i>		<i>Boxcar 100 t</i>	
	Vazio	Carregado	Vazio	Carregado
Mínima velocidade crítica [113 km/h]	100 km/h	80 km/h	100 km/h	80 km/h
Máxima aceleração vertical – vel. crítica	1,47 g	2,46 g	0,96 g	2,82 g
Máxima aceleração vertical – 40 km/h	0,28 g	0,26 g	0,26 g	0,21 g

Máxima aceleração vertical – 60 km/h	0,53 g	0,46 g	0,27 g	0,47 g
Mínima carga na roda [<10%]	-	Rodeiro 4 Roda direita	-	-

*Yaw e Sway*

Descrição	<i>Boxcar 70 t</i>		<i>Boxcar 100 t</i>	
	Vazio	Carregado	Vazio	Carregado
Mínima velocidade crítica [113 km/h]	-	100 km/h	-	100 km/h
Deslocamento lateral – vel. crítica	-	-3,2 mm t = 14,7 s	-	-2,8 mm t = 14,4 s
Deslocamento lateral – 40 km/h	-	-1,8 mm t = 14,7 s	-	-2,1 mm t = 14,7 s
Deslocamento lateral – 60 km/h	-	-2,5 mm t = 14,7 s	-	-2,5 mm t = 14,7 s

## 6.2 Estudos de caso para irregularidades aperiódicas da via permanente

Conforme exposto na seção 3.3.1, uma via pode ter certas variações chamadas de irregularidades aperiódicas que são representadas usando funções. O Anexo I apresenta os principais tipos de irregularidades aperiódicas utilizadas para representar as variações de alinhamento, nível transversal e seus respectivos parâmetros de cálculo.

Em 2009, a ANTF verificou que existem 2.659 passagens de níveis consideradas críticas nas ferrovias brasileiras [CNT, 2010]. Para representar estas passagens os principais tipos de irregularidades aperiódicas utilizadas são o *cusp* e o *jog*.

As simulações no PADVF são realizadas com uma velocidade de 40 km/h, velocidade média na qual os veículos ferroviários trafegam carregados nas vias de bom desempenho no Brasil [CNT, 2010].

### 6.2.1 Avaliação para irregularidades aperiódicas tipo *cusp*

Em geral, um *cusp* (pontas), mostrado na Figura 6.16, ocorre como uma irregularidade de nível transversal em juntas entre trilhos soldados e em desvios. A tendência para a utilização dos trilhos continuamente soldados (CWR), que devido à expansão e contração térmica cíclica formam o *cusp*, torna esta irregularidade importante para avaliação, uma vez que representa uma condição crítica que corre com muita frequência [CNT, 2010]. Os itens

avaliados na passagem sobre uma irregularidade aperiódica tipo *cusp* são a aceleração vertical do corpo do veículo e a carga nas rodas.

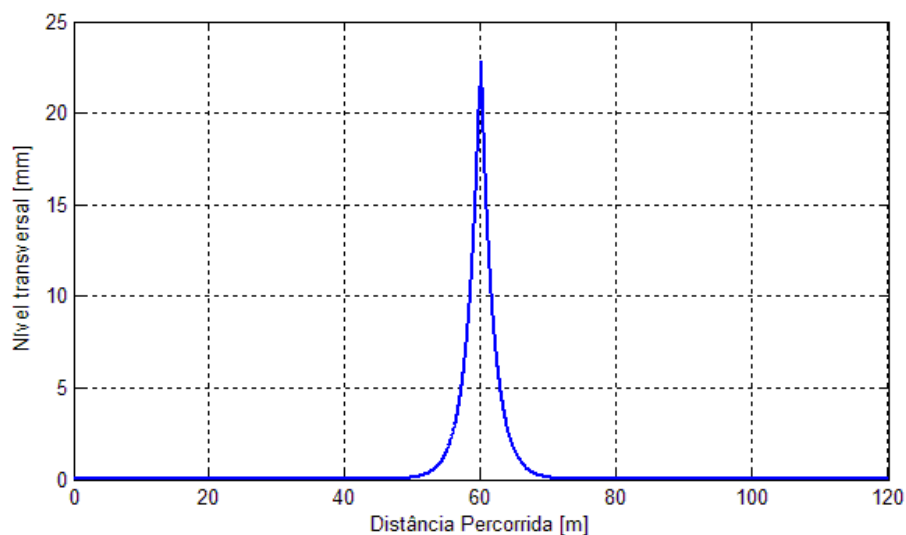


Figura 6.16 – Variação do nível transversal da via para irregularidade tipo *cusp*

### 6.2.1.1 Veículo ferroviário de 70 t carregado

A Figura 6.17 mostra a aceleração vertical do corpo do veículo durante a passagem sobre um *cusp*, que alcança um valor de 0,45 g de pico a pico, no instante de passagem pela irregularidade.

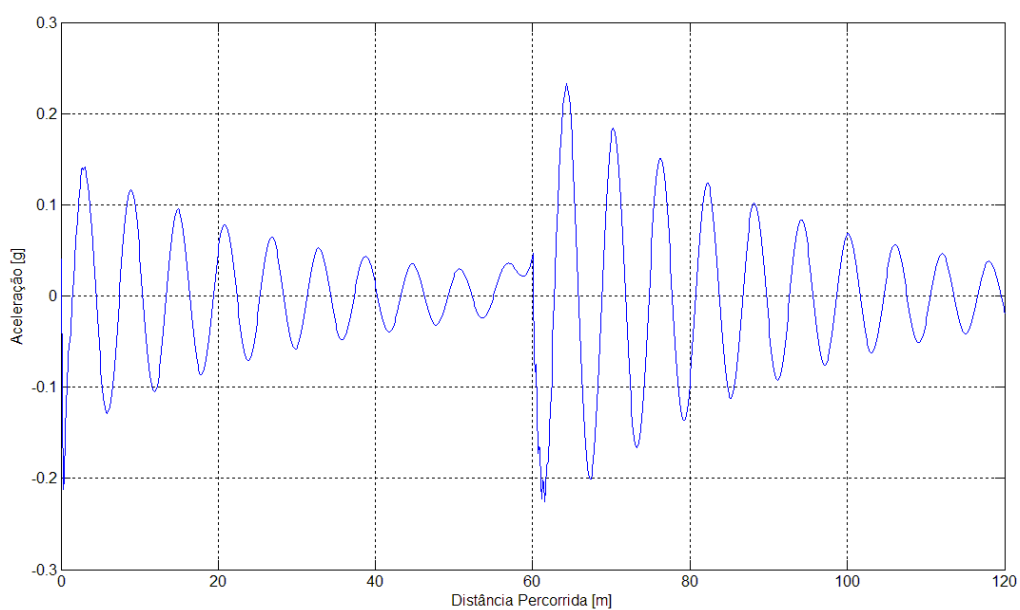


Figura 6.17 – Aceleração vertical do corpo do veículo de 70 t na passagem sobre um *cusp*

A Figura H.35 e a Figura H.36 no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 70 t carregado e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 126.936N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.17 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.17 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 70 t carregado

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	66	66
Rodeiro 2	66	66
Rodeiro 3	66	66
Rodeiro 4	66	66

### 6.2.1.2 Veículo ferroviário de 100 t carregado

A Figura 6.18 mostra a aceleração vertical do corpo do veículo durante a passagem sobre um *cusp*, que alcança um valor de 0,38 g de pico a pico, no instante de passagem pela irregularidade.

A Figura H.37 e Figura H.38 a no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde  $x$  é o tempo de simulação e  $y$  é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 100 t carregado e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 168.926 N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.18 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

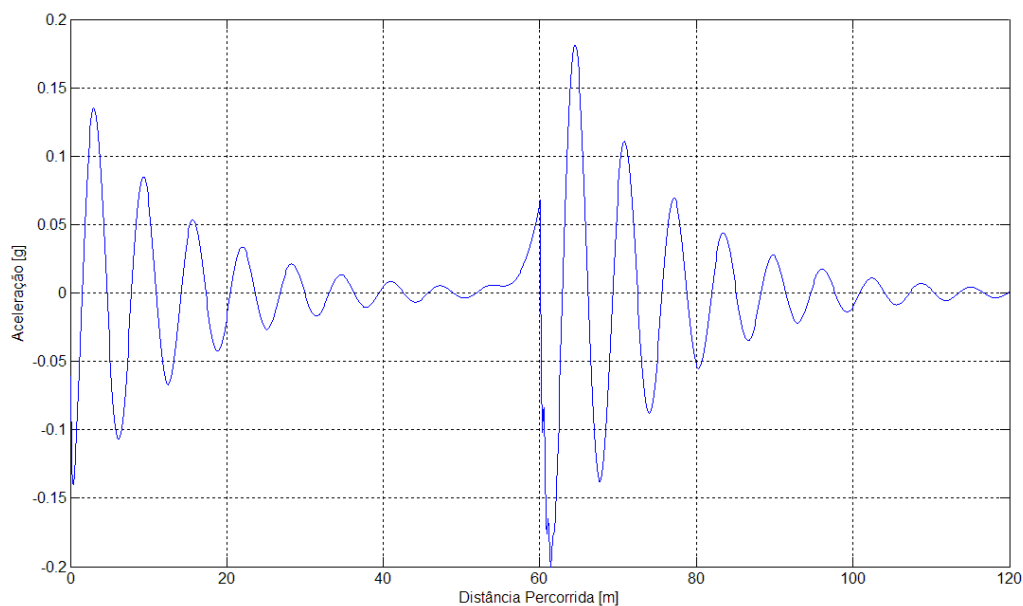


Figura 6.18 – Aceleração vertical do corpo do veículo de 100 t na passagem sobre um *cusp*

Tabela 6.18 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 100 t carregado

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	78	81
Rodeiro 2	80	81
Rodeiro 3	78	81
Rodeiro 4	80	81

### 6.2.2 Avaliação para irregularidades aperiódicas tipo *jog*

Um *jog* (desnível), mostrado na Figura 6.19, pode ocorrer devido a variações na rigidez da via, como no caso da conexão entre uma via muito flexível e uma ponte rígida.

Com o passar do tempo, os dormentes se enfraquecem e perdem o aperto sólido sobre o lastro, devido principalmente a falta de manutenção na via e a alta carga.

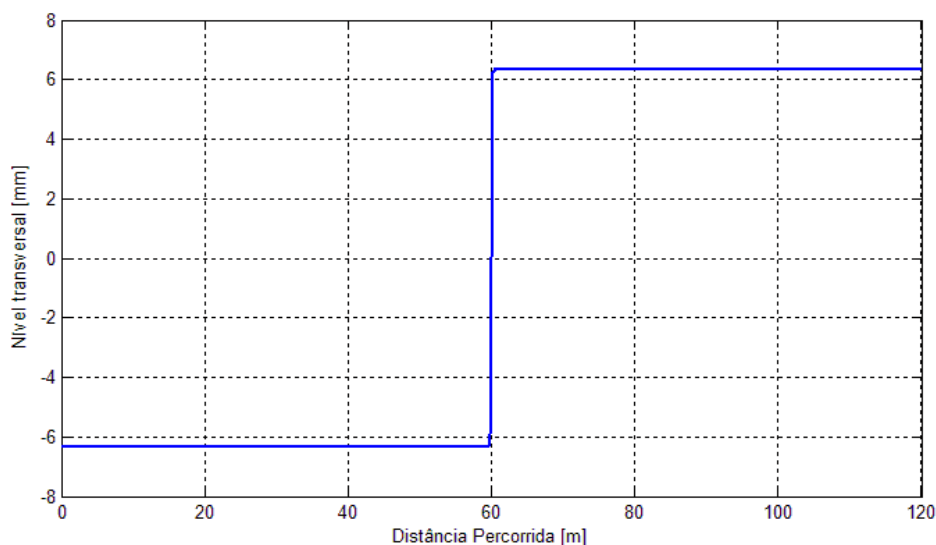


Figura 6.19 – Variação do nível transversal da via para irregularidade tipo *jog*

Muitos operadores ferroviários estão substituindo os dormentes de madeira por dormentes de concreto nas vias de carga excessiva, nas vias para trens de alta velocidade estes são quase que obrigatórios. No entanto converter as vias existentes para dormentes de concreto é muito caro e demorado, assim a irregularidade tipo *jog* é encontrada com certa frequência nas ferrovias, CNT, 2010 e torna-se importante simular os veículos nesta condição.

### 6.2.2.1 Veículo ferroviário de 70 t carregado

A Figura 6.20 mostra a aceleração vertical do corpo do veículo durante a passagem sobre um *jog*, que alcança um valor de 0,52 g de pico a pico, no instante de passagem pela irregularidade.

A Figura H.39 e a Figura H.40 no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde x é o tempo de simulação e y é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 70 t carregado e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 126.936N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.19 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.



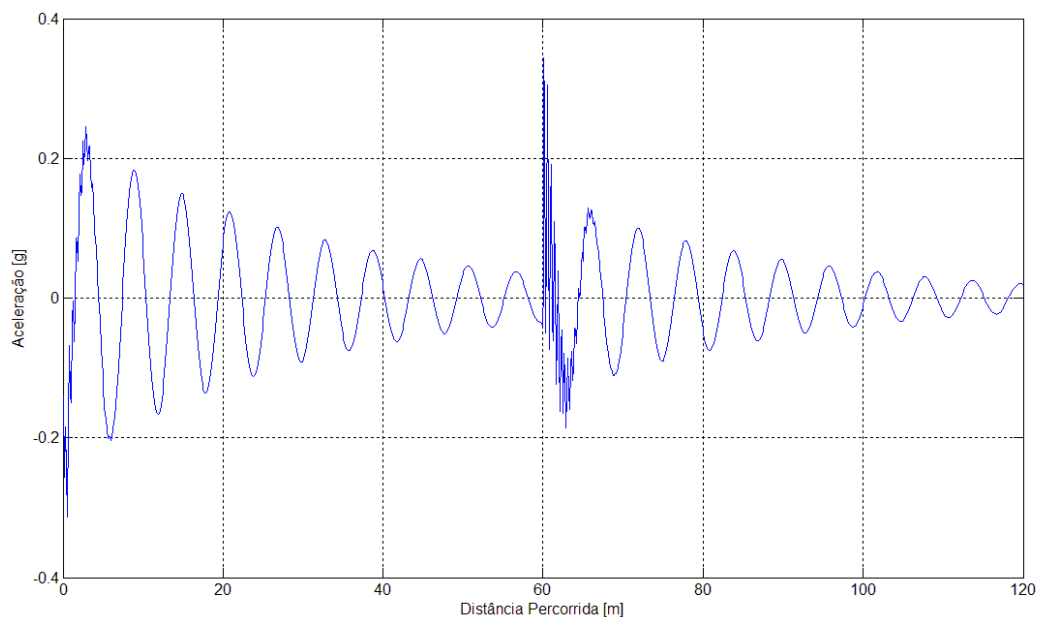


Figura 6.20 – Aceleração vertical do corpo do veículo de 70 t na passagem sobre um *jog*

Tabela 6.19 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 70 t carregado

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	0	0
Rodeiro 2	0	0
Rodeiro 3	0	0
Rodeiro 4	0	0

Observa-se que durante a passagem pelo *jog*, a roda sofre um salto e fica sem carga.

### 6.2.2.2 Veículo ferroviário de 100 t carregado

A Figura 6.21 mostra a aceleração vertical do corpo do veículo durante a passagem sobre um *jog*, que alcança um valor de 0,52 g de pico a pico, no instante de passagem pela irregularidade.

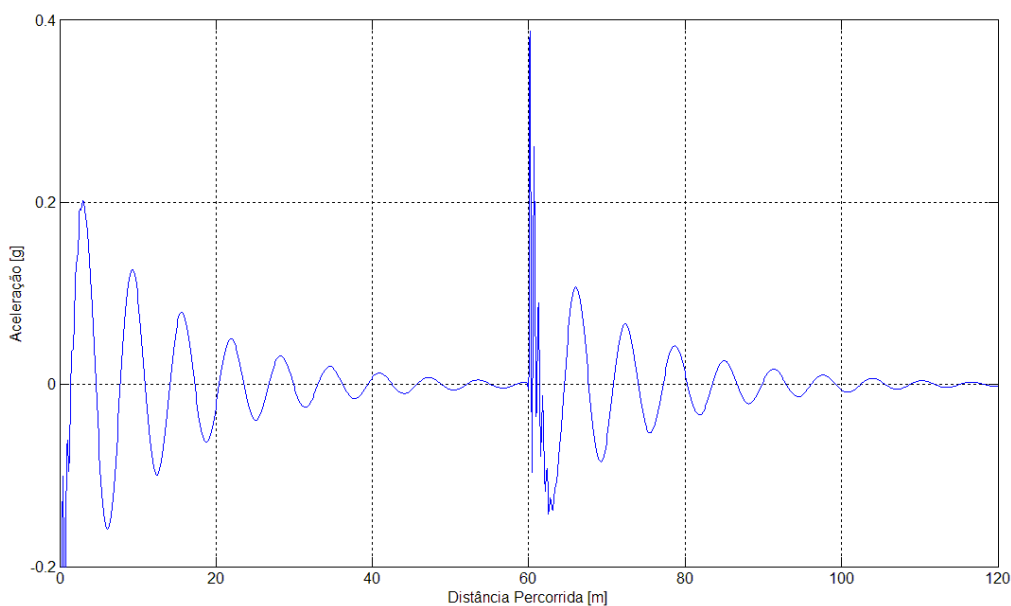


Figura 6.21 – Aceleração vertical do corpo do veículo de 100 t na passagem sobre um jog

A Figura H.41 e Figura H.42 a no Apêndice H mostram os valores para a carga vertical em cada roda na velocidade crítica. Apresenta-se em destaque o valor mínimo da carga na roda onde x é o tempo de simulação e y é o valor da mínima carga vertical na roda. Considerando o veículo de 100 t carregado e em equilíbrio cada roda tem uma carga de 168.926 N.

A norma determina que a mínima carga vertical em cada roda não seja inferior a 10% da carga estática. A Tabela 6.20 apresenta os valores percentuais para cada roda do valor mínimo encontrado pela simulação em relação ao valor de equilíbrio.

Tabela 6.20 Mínima carga vertical nas rodas - *Boxcar* 100 t carregado

Porcentagem entre carga vertical dinâmica e estática [%]		
Rodeiro	Direita	Esquerda
Rodeiro 1	45	46
Rodeiro 2	46	48
Rodeiro 3	30	30
Rodeiro 4	29	32

### 6.2.3 Comparação das simulações realizadas para irregularidades aperiódicas da via permanente

Os resultados das simulações realizadas para o estudo de casos para as irregularidades aperiódicas não possuem parâmetros para comparação em normas ou na literatura de referência. No entanto é possível fazer uma comparação dos valores de aceleração vertical e carga na roda para as simulações realizadas e assim realizar uma comparação entre os casos. A Tabela 6.21 apresenta os valores de aceleração vertical do corpo do veículo e valores de carga mínima na roda (considerando o pior caso das oito rodas).

Tabela 6.21 Comparação de resultados para simulações com irregularidades aperiódicas

<i>Cusp</i>		
Veículo	Aceleração vertical	Carga mínima na roda
<i>Boxcar 70 t</i>	0,45 g	66 %
<i>Boxcar 100 t</i>	0,38 g	78 %
<i>Jog</i>		
Veículo	Aceleração vertical	Carga mínima na roda
<i>Boxcar 70 t</i>	0,52 g	0 %
<i>Boxcar 100 t</i>	0,52 g	30%

A irregularidade mais severa é o *jog*, a qual faz o veículo de 70 t ficar com carga zero na roda no instante de passagem sobre a irregularidade. A irregularidade tipo *jog*, também causa uma maior aceleração vertical no corpo do veículo (0,52 g) quando comparado com o *cusp* (0,45 g).

O veículo *Boxcar 70 t* apresenta maior valor de aceleração vertical (0,45 g) na passagem sobre um *cusp* do que o veículo *Boxcar 100 t* (0,38 g) e menor percentual de carga na roda (66% - 78%). Isto é causado em parte pela menor massa do veículo de 70 t.

Na passagem sobre o *jog* o veículo ferroviário *Boxcar 70 t* também possui um menor percentual de carga na roda em relação ao veículo *Boxcar 100 t*.

## 7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Utilizando a metodologia para modelagem de sistemas multicorpos, foi possível representar matematicamente um veículo ferroviário com seus principais graus de liberdade, características geométricas, inércias, elementos de força e amortecimento. Foram utilizadas hipóteses simplificadoras para cada elemento mecânico do veículo de maneira a reproduzir o seu comportamento e possibilitar a realização de simulações dinâmicas para qualquer veículo do tipo *Boxcar*.

A verificação dos modos de vibração de *bounce* e *pitch* para os veículos em estudo foi realizada com um sistema simplificado de dois graus de liberdade, utilizando dados de massa, inércia e rigidez do veículo. Os resultados apresentam valores coerentes com os encontrados na literatura ferroviária.

Para avaliar os movimentos lateral, vertical, *roll*, *pitch* e *yaw* do veículo, um modelo com 24 graus de liberdade, denominado (Programa de Análise Dinâmica de Veículos Ferroviários) PADVF, foi implementado. O programa também possibilita a análise de critérios de avaliação de desempenho conforme o tipo de via permanente que excita o veículo.

Através da comparação do modelo PADVF com os modelos IIT e Stucki em veículos com bitola padrão americana verificou-se que o sistema multicorpos desenvolvido no trabalho apresenta resultados de variáveis de resposta que podem apresentar uma diferença de até 25 % em relação aos programas utilizados na comparação, como no caso da variável de resposta primária, a duração do fenômeno de levantamento da roda. Mas o fenômeno de levantamento das rodas tem a característica de durar muito pouco tempo, geralmente menos de um segundo e assim qualquer diferença quando avaliada percentualmente apresenta valores elevados. Na comparação do ângulo de *roll*, a diferença máxima foi de 4,3 % para o modelo Stucki. A aceleração lateral do veículo *Boxcar* 70 t (IIT) apresentou uma diferença máxima de 14 % e a carga total em duas rodas do truque dianteiro apresentou uma diferença máxima de 10,3 % para o veículo de 70 t (IIT). A carga no prato pião para simulações em regime de *Bounce* apresentou uma diferença máxima de 5,7 % para o veículo *Boxcar* 100 t (Stucki). Assim outros tipos de veículos *Boxcar* e configurações de vias tangentes podem ser testados com o uso do modelo PADVF.

Para representar o conjunto das ferrovias brasileiras, dois modelos de veículos são testados nas simulações, o primeiro um veículo *boxcar* de 70 t em via com bitola métrica e o segundo um veículo *boxcar* de 100 t em via com bitola larga.

A avaliação em regime de *Hunting* mostra que a roda com menor conicidade (1/40) é a mais adequada para os dois tipos de veículos, pois como a velocidade crítica é inversamente proporcional a conicidade da roda, conclui-se que veículos mais pesados alcançam a velocidade crítica (90 km/h - 70 t e 110 km/h - 100 t) em uma faixa mais afastada das velocidades de operação. A aceleração lateral ficou a abaixo do limite máximo recomendado (1,5 g), e o valor máximo encontrado foi 0,88 g para o veículo *Boxcar* 100 t com conicidade 1/20. Logo é conclusivo que a aceleração lateral do veículo é maior para rodas com conicidade maior.

A partir da avaliação do regime de *Twist* e *Roll* é possível concluir que os veículos mais leves (vazio), apresentam um severo ângulo de *roll* do corpo do veículo (12,3°/70 t e 10,9°/100 t) em altas velocidades (80 km/h) e os veículos mais pesados (carregado) sofrem uma maior rolagem (14°/70 t e 7,1°/100 t) em baixas velocidades (20 a 30 km/h). Este fenômeno é descrito na literatura e assim se verifica a coerência dos resultados quando os veículos operam carregados. Os valores de velocidade crítica estão a abaixo do limite recomendado pela norma de 113 km/h, mas a amplitude de excitação da via de 19,05 mm é considerada severa quando comparada com uma via de classe 6 para altas velocidades, onde a amplitude de excitação é 12,7 mm. A soma das razões  $L/V$  nos eixos e a mínima carga vertical nas rodas apresentam valores dentro do limite estabelecido pela norma AAR (1,5 e 10%).

É possível deduzir que ambos os veículos alcançam o regime de *Pitch* e *Bounce* em velocidades de 80 e 100 km/h, carregado e vazio respectivamente. A maior aceleração vertical ocorre para o veículo *Boxcar* 100 t carregado (2,82 g), pois este possui a maior massa. A menor aceleração vertical ocorre para o veículo *Boxcar* 100 t vazio (0,96 g), devido à menor massa e principalmente pela maior distância entre centro de truques, estando assim defasado em relação à entrada da via (comprimento dos trilhos), o que leva a um movimento de *bounce* menos severo e conseqüentemente menor aceleração vertical. Os valores para a mínima carga vertical em cada roda estão dentro do limite recomendado mínimo de 10% do valor da carga estática.

Durante o regime de *Yaw* e *Sway* a velocidade em que a amplitude do deslocamento lateral diminui lentamente ao longo do movimento é de 100 km/h para ambos os veículos, próxima ao limite recomendado. Assim pode-se concluir que devido ao menor amortecimento em altas velocidades o corpo do veículo perderá sua amplitude de movimento lateral lentamente sendo este fenômeno pouco dependente de sua massa. Os valores da soma instantânea da razão  $L/V$  das rodas em um eixo e da máxima razão  $L/V$  lateral do truque estão dentro do limite recomendado pela norma AAR (1,5 e 0,6).

Ao ultrapassar uma irregularidade aperiódica do tipo *jog*, o veículo *Boxcar* 70 t sofre a maior aceleração vertical do corpo do veículo (0,52 g) e conseqüentemente ficam sem carga nas rodas por um curto instante de tempo. Logo é possível concluir que esta é a irregularidade aperiódica mais severa entre as avaliadas, pois o veículo *Boxcar* de 70 t ao ultrapassar um *cusp* sofre uma aceleração vertical do corpo do veículo de 0,45 g e possui uma carga mínima na roda de 66%, ou seja, as reações são mais severas ao passar sobre um *jog*.

As sugestões para a evolução da pesquisa e trabalhos futuros são apresentadas a seguir:

Realizar uma simulação dinâmica do modelo matemático de 24 GDL em um programa comercial de sistemas multicorpos para comparar os resultados com o PADVF.

Validar o modelo matemático de 24 GDL com a realização de testes de campo com veículos do tipo *Boxcar*.

Representar o conjunto truque ferroviário como cinco massas interconectadas entre si (travessa, laterais e rodeiros), aumentando assim o número total de graus de liberdade do veículo ferroviário para 42 GDL.

Considerar a rigidez de flexão e torção do corpo do veículo ferroviário no modelo, possibilitando avaliar outros tipos de veículos ferroviários existentes.

Incluir no modelo matemático o contato roda-trilho possibilitando a representação do perfil do trilho, perfil da roda e do coeficiente de atrito entre ambos.

Modelar a via permanente considerando o amortecimento.

Incluir no modelo matemático elementos de rigidez e amortecimento que representem o acoplamento entre os vagões, tornando possível avaliar também a dinâmica longitudinal.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AAR, **Car and Locomotive Cyclopedia**, 5<sup>th</sup> ed., Omaha: Simmons-Boardman Books, 1984.

AAR, **Chapter XI section C part II**, Washington, D.C, EUA, 2007.

AAR, **Overview of America's Freight Railroads**, Disponível em: <<http://www.aar.org/PubCommon/Documents/AboutTheIndustry/Overview.pdf>>. Acesso em 26/09/2010, 2008.

Anon, **Track Safety Standards**; Washington, D.C, EUA, 1975.

Anon, **Track Train Dynamics – To improve Freight Train Performance**; Association of American Railroads, Report R-185, 2<sup>nd</sup> edn, Chicago, EUA, 1978.

ANTT, **Características do Transporte Ferroviário**, Disponível em: <[www.antt.gov.br/carga/ferroviario/ferroviario.asp](http://www.antt.gov.br/carga/ferroviario/ferroviario.asp)>. Acesso em 16/07/2010, 2010a.

ANTT, **Evolução do transporte ferroviário**, Disponível em: <[www.antt.gov.br/concessaofer/EvolucaoFerroviaria.pdf](http://www.antt.gov.br/concessaofer/EvolucaoFerroviaria.pdf)>. Acesso em 20/07/2010, 2010b.

Arslan, A. V., **Nonlinear Mathematical Model of a Six-Axle Locomotive on Tangent Track**, AAR, Report R-498, Chicago, EUA, 1981.

Arslan, A. V., **Evaluation of a Nonlinear Locomotive Model Using Perturbed Track Test Data**, AAR, Report R-499, Chicago, EUA, 1983.

ASF, **Maintenance & repair manual**; ASF-Keyste, Granite City, Illinois, EUA, 2002.

Barbosa, R. S., **Aplicação de Sistemas Multicorpos na Dinâmica de Veículos Guiados**, Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo, 198p., São Paulo, Brasil, 1999.

Barbosa, R. S., **Estudo da Dinâmica Longitudinal do Trem**, Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas, 119p, São Paulo, Brasil, 1993.

CNT, **Pesquisa CNT de Ferrovias 2009**, Disponível em: <[www.cnt.org.br/informacoes/pesquisas/ferroviaria/2009/arquivos/pdf/pesquisa\\_ferroviaria\\_2009.pdf](http://www.cnt.org.br/informacoes/pesquisas/ferroviaria/2009/arquivos/pdf/pesquisa_ferroviaria_2009.pdf)> . Acesso em 20/08/2010.

CNT e COPPEAD, **“TRANSPORTE DE CARGAS NO BRASIL”**, Disponível em: <[www.cnt.org.br/portal/\(F\(GrWtd0SGGk7rncgUssIm8a5OXAWejDSQr1YnGeH3c8VF\\_uYSGV0ysw5bR1vb3dNeRIAtygfTRCQC2edBWsfmEArPpYqujPi5o0xDiGkoTs1\)\)/arquivos/cnt/downloads/coppead\\_cargas.pdf](http://www.cnt.org.br/portal/(F(GrWtd0SGGk7rncgUssIm8a5OXAWejDSQr1YnGeH3c8VF_uYSGV0ysw5bR1vb3dNeRIAtygfTRCQC2edBWsfmEArPpYqujPi5o0xDiGkoTs1))/arquivos/cnt/downloads/coppead_cargas.pdf)> . Acesso em 06/01/2010.

DeLorenzo, M., **NUCARS Modeling of a Freight Locomotive with Steerable Trucks**, Thesis (Master Degree), Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, EUA, 1997.

DNIT, **DNIT - Ferroviário**, Disponível em: <<http://www1.dnit.gov.br/ferrovias/historico.asp>> . Acesso em 26/09/2010, 2010.

Dukkipati, R.V. e Amyot, J. R., **Computer-Aided Simulation in Railway dynamics**, Marcel-Dekker, New York, EUA, 1998.

Dukkipati, R.V., **Vehicle Dynamics**, CRC, Boca Rat, Florida, EUA, 2000.

Ehrenbeck, R., e Polcari, S., **Vehicle/Track Interaction Assessment Techniques**, U. S. Department of Transportation, Report N° DOT/FRA/ORD-84/01.2, 1984.

Garg, V.K. e Dukkipati, R.V., **Dynamics of Railway Vehicle Systems**, Academic Press, Toronto, Canada, 1984.

Hamid, A., Rasmussen, K., Baluja, M., e Yang, T.L., **Analytical Description of Track Geometry Variations**, FRA report DOT/FRA/ORD-83/03.1, USDOT, Federal Railroad Administration, Washington, DC, EUA, 1983.



Harder, R. F., **Dynamic Modeling and Simulation of Three-Piece North American Freight Vehicle Suspension with Non-Linear Frictional Behaviour Using ADAMS/Rail**, 5<sup>th</sup> ADAMS/Rail User's Conference, Harlem, EUA. 10 to 12 May 2000.

Hedrick, J. K. e Krolewski, S. M., **Freight Car Dynamic Curving Model**, Volume 1 – Technical Documentation, AAR, report R-557, Chicago, EUA, 1983.

Hedrick, J. K., Wormley D. N., Kim, R. R., **Performance Limits of Rail Vehicles: Conventional, Radial and Innovative Trucks**, U. S. Dept. of Transportation, Federal Rail Administration, report DOT/RSPA/DPB-50/81/28, Washington, EUA, 1982.

Houbolt, J. C., **Runway Roughness Studies in the Aeronautical Field**, Proceedings of the ASCE, Journal Air Transportation Division, Vol. 87 (AT1), 11-31.

Instituto de Pesquisas Tecnológicas, **Determinação do módulo de via na Estrada de Ferro Carajás**, Relatório IPT n.31.220, 53p, São Paulo, 1993.

Krolewski, S. M., **Model Development for Freight Car Dynamic Curving Simulation**; Massachusetts Institute of Technology, MS Thesis, Cambridge, EUA , 1982.

Lyon, D. e Remedios, N.C., **Resonance Testing of Railway Vehicles**; Proceedings of the 6<sup>th</sup> IAVSD-IUTAM Symposium on the Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, 233-247, Berlin, 1979a.

Lyon, D. e Remedios, N.C., **Determination of Vehicle Parameters from Track Testing Data**; Proceedings of the 6<sup>th</sup> IAVSD-IUTAM Symposium on the Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, 249-258, Berlin, 1979b.

Martin, G. C. e Tideman, H., Technical Documentation – Detailed Longitudinal Train Action Model, AAR, Report R-221, Chicago, EUA, 1977.

Martin, G. C. e Tse, Y. H., **Parametric Studies on a Railroad Freight Car Mathematical Model**, ASME Paper N° 75-WA/RT-11, Chicago, EUA, 1975.

Matsuidara, T., **UIC paper awarded prize in the competition sponsored by Office of Research and Experiment (ORE) of the International Union of Railways (UIC)**, ORE report RP2/SVA-C9, Utrecht, Netherlands, 1960.

Meirovitch, L., **Methods of analytical Dynamics**; Dover Publications, New York, EUA, 2003.

Miamlin, S. S., **Characteristics of 3-D Modeling of Railway Vehicle Dynamics**, Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Scientific Conference TRANSBALTICA 2009, Vilnius, Lithuania, 2009.

Nadal, M. J., **Locomotives a Vapeur, in Collection Encyclopédie Scientifique**, Bibliothèque de Mécanique Appliquée et Génie, Vol. 186, Paris, France, 1908.

Porto, T.G., **PRT 2501 - Ferrovias**, Apostila de aula, USP, São Paulo, 2004.

RailPictures.Net, **Freight Cars Figures**, Disponível em: <[www.railpictures.net](http://www.railpictures.net)>. Acesso em 29/07/2010.

RANDON, **Informações técnicas de vagões ferroviários - RANDON**; Caxias do Sul, RS, Brasil, 2010.

Roman, K. Q., Nikolay, L., Gennady Mikheev, **Freight car models and their computer-aided dynamic analysis**, Multibody System Dynamics Journal, 22, 399-423, 2009.

Shabana, A. A., Zaazaa, K. E., Sugiyama, H., **Railroad Vehicle Dynamics – A Computational Approach**, CRC, Boca Rat, Florida, EUA, 2008.

Sun, Y. Q. e Cole, C., **Vertical dynamic behavior of three-piece bogie suspensions with two types of friction wedge**, Multibody System Dynamics Journal, 19, 365-382, 2008.

Wickens, A. H., **The Dynamics of Railway Vehicles on Straight Track: Fundamental Considerations of Lateral Stability**, Proc. Inst. Mechanical Engineer, p.29, 1966.

Wiebe, D., **Damping Requirements to Control Vertical and Roll Motion of Freight Cars**, Rail Transportation Division, ASME Winter Annual Meeting, 1974.

Willis, T. and Shum, K.L., **A Nonlinear Mathematical Model of the Dynamics of a Railroad Freight Car/Freight Element**, ASME Paper N° 76-DE-42, 1977.

## 9. APÊNDICE A – RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DO TRUQUE

### A.1 – Cálculo das constantes de rigidez do truque de carga

Para determinar os valores de rigidez vertical do modelo matemático do truque de carga é necessário determinar valores de geometria e resistência do conjunto truque, também considerando as informações da seção 3.4.2.3.

Considerando os dados da Tabela A.1, podem ser determinados os parâmetros para o cálculo dos valores de rigidez:

Tabela A.1 Constantes para o cálculo dos valores de rigidez do truque

Descrição	Símbolo	Boxcar 70 t	Boxcar 100 t
Momento de inércia seção 1	$I_{yy(1)}$	2,08E8 mm <sup>4</sup> (500 in <sup>4</sup> )	2,29E8 mm <sup>4</sup> (551,6 in <sup>4</sup> )
Momento de inércia seção 2	$I_{yy(2)}$	3,37E8 mm <sup>4</sup> (810 in <sup>4</sup> )	3,58E8 mm <sup>4</sup> (861,3 in <sup>4</sup> )
Momento de inércia seção 3	$I_{yy(3)}$	5,95E8 mm <sup>4</sup> (1430 in <sup>4</sup> )	6,16E8 mm <sup>4</sup> (1481,3 in <sup>4</sup> )
Distância até seção 1 da travessa	$a$	0,171 m (6,75 in)	0,172 m (6,78 in)
Distância até seção 2 da travessa	$b$	0,73 m (28,75 in)	0,731 m (28,78 in)
Distância até o centro da travessa	$c$	0,984 m (38,75 in)	0,985 m (38,786 in)
Área da seção 1	$A_1$	0,024 m <sup>2</sup> (37,3 in <sup>2</sup> )	0,0247 m <sup>2</sup> (38,3 in <sup>2</sup> )
Área da seção 2	$A_2$	0,029 m <sup>2</sup> (46 in <sup>2</sup> )	0,03 m <sup>2</sup> (47 in <sup>2</sup> )
Área da seção 3	$A_3$	0,033 m <sup>2</sup> (51,8 in <sup>2</sup> )	0,034 m <sup>2</sup> (52,8 in <sup>2</sup> )
Módulo de elasticidade do aço	$E$	20,7E4 N/mm <sup>2</sup> (30E6 psi)	20,7E4 N/mm <sup>2</sup> (30E6 psi)
Mód. elasticidade transv. do aço	$G_T$	82,7E3 N/mm <sup>2</sup> (12E6 psi)	82,7E3 N/mm <sup>2</sup> (12E6 psi)
Cte cisalhamento Timoshenko	$K_T$	1,18	1,18
Rigidez do grupo de molas	$K_{GRUPO}$	7,44E-6 N/m (42490 lbf/in)	9,45E6 N/m (53965 lbf/in)
Rigidez travessa do truque	$K_{TRAVESSA}$	5,16E8 N/m (2,945E6 lbf/in)	5,38E8 N/m (3,07E6 lbf/in)
Rigidez vertical da mola ( $i$ )	$K_{(i)}$	1,824E6 N/m (10420 lbf/in)	2,31E6 N/m (13194 lbf/in)

## A.2 – Cálculo do coeficiente de amortecimento viscoso equivalente

Conforme mostrado na seção 3.4.3, o coeficiente de amortecimento viscoso é calculado a partir das forças atuantes no movimento da cunha do truque e parâmetros da dinâmica do veículo, como: velocidade do veículo e comprimento dos trilhos.

Considerando os dados da Tabela A.2, obtidos a partir de informações de fabricantes e parâmetros da simulação, podem ser determinados os parâmetros para o cálculo do amortecimento:

Tabela A.2 Parâmetros para o cálculo do coeficiente de amortecimento

Descrição	Símbolo	<i>Boxcar</i> 70 t	<i>Boxcar</i> 100 t
Coef. fricção superfície inclinada da cunha	$\mu_1$	0,5	0,5
Coef. fricção superfície vertical da cunha	$\mu_2$	0,37	0,37
Ângulo inclinação da superfície da cunha	$\theta$	35°	35°
Força da mola da cunha com pré-carga	$P$	14323 N (3220 lbf)	16903 N (3800 lbf)
Força ascendente	$F_{ASC}$	7362 N (1655 lbf)	8687 N (1953 lbf)
Força total	$F_T$	11325 N (2546 lbf)	13367 N (3005 lbf)
Amplitude do movimento da cunha	$A$	76,2 mm (3 in)	81,3 mm (3,2 in)
Comprimento dos trilhos	$R_L$	11,8 m (39 ft)	11,8 m (39 ft)

O coeficiente de amortecimento viscoso equivalente é dependente da velocidade do veículo, portanto para cada velocidade de operação o respectivo coeficiente de amortecimento deverá ser utilizado na simulação dinâmica, sendo este calculado pela equação (3.44). A Tabela A.3 apresenta a relação entre velocidade e coeficiente de amortecimento e a Figura A.1 mostra a relação inversamente proporcional entre velocidade e coeficiente de amortecimento.

Tabela A.3 Relação entre velocidade e coef. amortecimento viscoso equivalente

Velocidade	C – Veículo 70 t	C – Veículo 100 t
5 Km/h (3 mph)	252657 N s /m (1443 lbf s /in)	278483 N s /m (1590 lbf s /in)
10 Km/h (6 mph)	131008 N s /m (748 lbf s /in)	144399 N s /m (825 lbf s /in)
15 Km/h (9 mph)	86237 N s /m (493 lbf s /in)	95092 N s /m (543 lbf s /in)
20 Km/h (13 mph)	64313 N s /m (367 lbf s /in)	70887 N s /m (405 lbf s /in)
25 Km/h (16 mph)	51638 N s /m (295 lbf s /in)	56916 N s /m (325 lbf s /in)
30 Km/h (19 mph)	43137 N s /m (246 lbf s /in)	47546 N s /m (271 lbf s /in)
35 Km/h (22 mph)	37039 N s /m (211 lbf s /in)	40825 N s /m (233 lbf s /in)
40 Km/h (25 mph)	32303 N s /m (184 lbf s /in)	35605 N s /m (203 lbf s /in)
45 Km/h (28 mph)	28758 N s /m (164 lbf s /in)	31697 N s /m (181 lbf s /in)
50 Km/h (31 mph)	25819 N s /m (147 lbf s /in)	28458 N s /m (163 lbf s /in)
55 Km/h (34 mph)	25503 N s /m (134 lbf s /in)	25905 N s /m (148 lbf s /in)
60 Km/h (37 mph)	21568 N s /m (123 lbf s /in)	23773 N s /m (136 lbf s /in)
65 Km/h (40 mph)	19872 N s /m (113 lbf s /in)	21903 N s /m (125 lbf s /in)
70 Km/h (44 mph)	18471 N s /m (105 lbf s /in)	20359 N s /m (116 lbf s /in)
75 Km/h (47 mph)	17255 N s /m (99 lbf s /in)	19018 N s /m (109 lbf s /in)
80 Km/h (50 mph)	16152 N s /m (92 lbf s /in)	17803 N s /m (102 lbf s /in)
85 Km/h (53 mph)	15214 N s /m (87 lbf s /in)	16769 N s /m (96 lbf s /in)
90 Km/h (56 mph)	14379 N s /m (82 lbf s /in)	15849 N s /m (90 lbf s /in)
95 Km/h (59 mph)	13605 N s /m (78 lbf s /in)	14995 N s /m (86 lbf s /in)
100 Km/h (62 mph)	12933 N s /m (74 lbf s /in)	14255 N s /m (81 lbf s /in)
105 Km/h (65 mph)	12325 N s /m (70 lbf s /in)	13585 N s /m (78 lbf s /in)
110 Km/h (68 mph)	11752 N s /m (67 lbf s /in)	12953 N s /m (74 lbf s /in)
120 Km/h (70 mph)	10784 N s /m (65 lbf s /in)	11886 N s /m (68 lbf s /in)

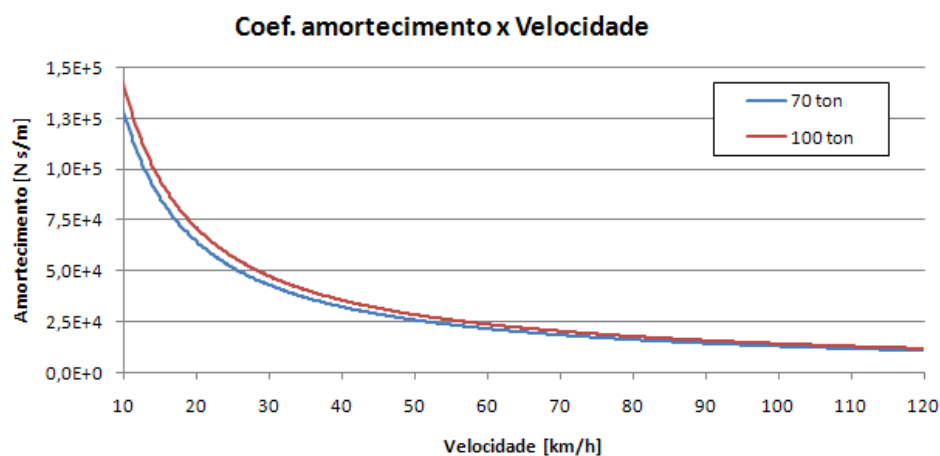


Figura A.1 – Coeficiente de amortecimento x Velocidade do veículo

## 10. APÊNDICE B – FREQUÊNCIAS RESSONANTES DO CORPO DO VEÍCULO

### B.1 – Cálculo das frequências naturais de *Bounce* e *Pitch*

O cálculo da frequência natural dos veículos ferroviários é calculado através de um modelo simplificado de 2 graus de liberdade descrito na seção 3.4.5.2.

O momento de inércia equivalente do veículo completo é determinado através do teorema dos eixos paralelos, onde as inércias das cinco massas são transformadas em uma inércia equivalente. A rigidez equivalente é determinada através da soma em paralelo e depois em série de todas as molas de um truque e mais as molas do prato pião e ampara balanço.

A Tabela B.1 fornece os parâmetros para realizar os cálculos da frequência natural.

Tabela B.1 Parâmetros para o cálculo da frequência natural

Descrição	Símbolo	<i>Boxcar</i> 70 t vazio	<i>Boxcar</i> 70 t carregado	<i>Boxcar</i> 100 t vazio	<i>Boxcar</i> 100 t carregado
Massa total do veículo	$m_t$	21466 kg (47323 lbs)	101106 kg (222900 lbs)	29000 kg (63934 lbs)	137806 kg (303810 lbs)
Momento de inércia equivalente	$I_E$	5,88E4 kg/m <sup>2</sup> (83,6 lb in <sup>2</sup> )	2,22E6 kg/m <sup>2</sup> (3157,6 lb in <sup>2</sup> )	6,98E5 kg/m <sup>2</sup> (992,8 lb in <sup>2</sup> )	3,68E6 kg/m <sup>2</sup> (5234,2 lb in <sup>2</sup> )
Soma da rigidez equivalente	$k_E$	5,02E7 N/m (2,86E5 lbf/in)	5,02E7 N/m (2,86E5 lbf/in)	5,03E7 N/m (2,88E5 lbf/in)	5,03E7 N/m (2,88E5 lbf/in)
Distância entre centro do veículo e truque	$L_1, L_2$	6,02 m (237 in)	6,02 m (237 in)	6,85 m (270 in)	6,85 m (270 in)

A Tabela B.2 mostra as frequências naturais dos modelos de veículos *Boxcar*.

Tabela B.2 Frequência natural

Descrição	Símbolo	<i>Boxcar</i> 70 t vazio	<i>Boxcar</i> 70 t carregado	<i>Boxcar</i> 100 t vazio	<i>Boxcar</i> 100 t carregado
<i>Bounce</i>	$f_1$	10,9 Hz	5,0 Hz	9,4 Hz	4,3 Hz
<i>Pitch</i>	$f_2$	12,5 Hz	6,4 Hz	13,1 Hz	5,7 Hz

O programa para cálculo das frequências naturais de sistemas de dois graus de liberdade, em linguagem MATLAB é apresentado a seguir.

## B.2 – Exemplo de cálculo de frequências naturais para sistemas de 2GDL

% Cálculo da Frequência Natural - 2 graus de liberdade - Veículo Ferroviário 100 t Vazio

clear all

% Dados de entrada

mt = 29000; % [kg]

Ie = 698020; % [kg\*m<sup>2</sup>]

ke = 50345993; % [N/m]

LT = 6.85; % [m]

% Matriz massa

g = 9.8; % [m/s<sup>2</sup>]

m = mt;

M = [m,0;0,Ie];

% Matriz Rigidez

K = [2\*ke,(LT-LT)\*ke;(LT-LT)\*ke,(LT^2+LT^2)\*ke];

% Cálculo de autovetores e autovalores

C = inv(M)\*K;

[V,D]=eig(C);

om\_1 = sqrt(D(1,1));

om\_2 = sqrt(D(2,2));

f\_1 = om\_1/(2\*pi);

f\_2 = om\_2/(2\*pi);

X1 = [V(1,1);V(2,1)];

X2 = [V(1,2);V(2,2)];

disp('Frequências naturais em Hz= ');

disp(f\_1)

disp(f\_2)



## 11. APÊNDICE C – VELOCIDADE CRÍTICA DE *HUNTING*

### C.1 – Cálculo da velocidade crítica de *Hunting*

Os parâmetros necessários para o cálculo da velocidade crítica descrita na seção 3.4.5.7 são apresentados na Tabela C.1

Tabela C.1 Parâmetros para cálculo da velocidade crítica de *Hunting*

Descrição	Símbolo	<i>Boxcar</i> 70 t <i>vazio</i>	<i>Boxcar</i> 100 t <i>vazio</i>
Bitola da via	$2G$	1,0 m (39,37 in)	1,6 m (63 in)
Raio de rolamento da roda	$R_0$	0,431 m (16,9 in)	0,483 m (19,0 in)
Conicidade da roda	$\gamma$	1/20 - 1 / 40	1/20 - 1 / 40
Carga no eixo do rodeiro	$W$	76205 N (17131 lbf)	96600 N (21716 lbf)
Fator de desgaste da roda e trilho	$a_f$	1	1
Momento de inércia do rodeiro	$I_w$	86,5 kg m <sup>2</sup> (2,955E5 lb in <sup>2</sup> )	102,2 kg m <sup>2</sup> (3,494E5 lb in <sup>2</sup> )
Massa do rodeiro	$m_w$	1103 kg (2432 lb)	1297 kg (2860 lb)

## 12. APÊNDICE D – CARACTERÍSTICAS DO VEÍCULO E TRUQUE

### D.1 – Veículo Ferroviário

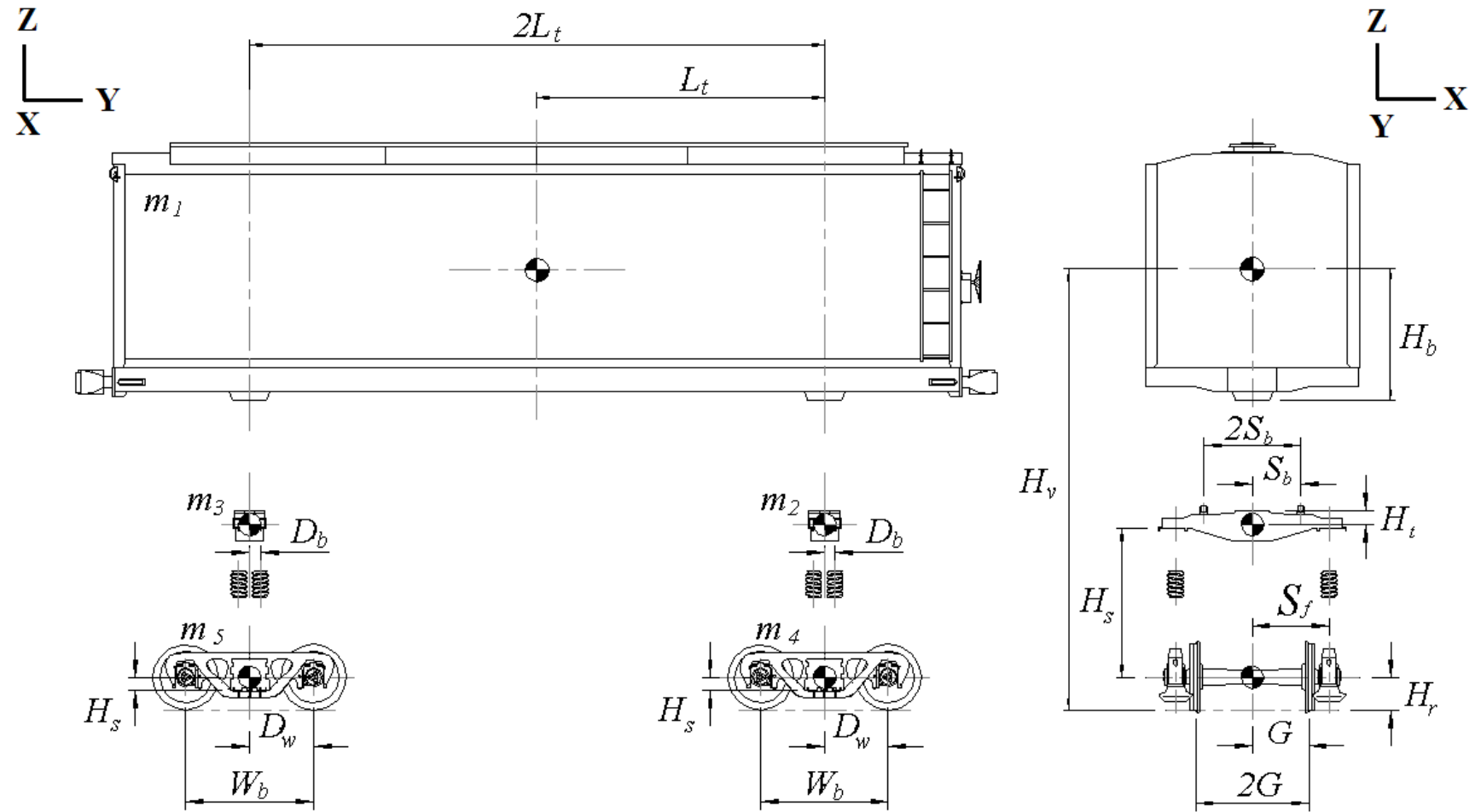


Figura D.1 – Características e dimensões de um veículo ferroviário tipo *Boxcar*

## D.2 – Truque Ferroviário

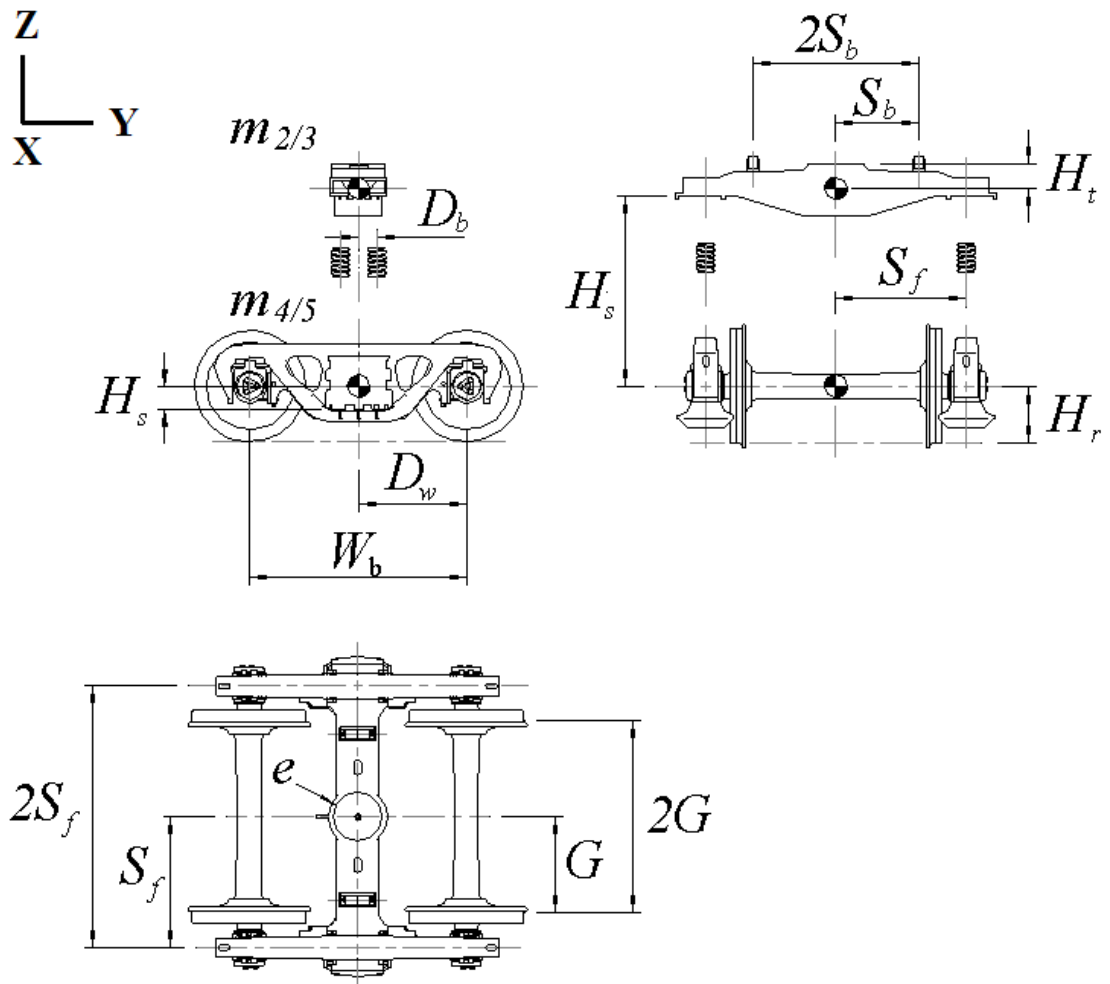


Figura D.2 – Características e dimensões de um truque ferroviário

### D.3 – Dados de entrada para simulação dinâmica de um veículo ferroviário

Tabela D.1 Dados de entrada de massa e inércia

MASSAS E INÉRCIAS					
Descrição	Símbolo	Boxcar 70 t		Boxcar 100 t	
		Vazio	Carregado	Vazio	Carregado
Massa total do veículo	$m_t$	21466 kg (47323 lbs)	101106 kg (222900 lbs)	29000 kg (63934 lbs)	137806 kg (303810 lbs)
Massa do corpo do veículo	$m_1$	13800 kg (30423 lbs)	93440 kg (206000 lbs)	18200 kg (40124 lbs)	127006 kg (280000 lbs)
Inércia longitudinal do corpo do veículo	$I_{y1}$	2,162E4 N m s <sup>2</sup> (1,91E5 lbf in s <sup>2</sup> )	1,456E5 N m s <sup>2</sup> (1,29E6 lbf in s <sup>2</sup> )	3,120E4 N m s <sup>2</sup> (2,760E5 lbf in s <sup>2</sup> )	2,485E5 N m s <sup>2</sup> (2,20E6 lbf in s <sup>2</sup> )
Inércia lateral do corpo do veículo	$I_{x1}$	2,721E5 N m s (2,41E6 lbf in s <sup>2</sup> )	1,881E6 N m s <sup>2</sup> (1,66E7 lbf in s <sup>2</sup> )	2,910E5 N m s <sup>2</sup> (2,580E6 lbf in s <sup>2</sup> )	3,254E6 N m s <sup>2</sup> (2,88E7 lbf in s <sup>2</sup> )
Inércia vertical do corpo do veículo	$I_{z1}$	2,746E5 N m s <sup>2</sup> (2,43E6 lbf in s <sup>2</sup> )	1,855E6 N m s <sup>2</sup> (1,64E7 lbf in s <sup>2</sup> )	2,840E5 N m s <sup>2</sup> (2,52E6 lbf in s <sup>2</sup> )	3,175E6 N m s <sup>2</sup> (2,81E7 lbf in s <sup>2</sup> )
Massa da travessa do truque	$m_2, m_3$	522 kg (1150 lbs)		690 kg (1520 lbs)	
Massa do conjunto rodeiros e laterais	$m_4, m_5$	3311 kg (7300 lbs)		4710 kg (10385 lbs)	
Inércia da travessa sobre o eixo longitudinal	$I_{y2,3}$	1,356E3 N m s <sup>2</sup> (1,20E4 lbf in s <sup>2</sup> )		1,491E3 N m s <sup>2</sup> (1,320E4 lbf in s <sup>2</sup> )	
Inércia da travessa sobre o eixo lateral	$I_{x2,3}$	298 N m s <sup>2</sup> (2640 lbf in s <sup>2</sup> )		316 N m s <sup>2</sup> (2800 lbf in s <sup>2</sup> )	
Inércia da travessa sobre o eixo vertical	$I_{z2,3}$	1,356E3 N m s <sup>2</sup> (1,20E4 lbf in s <sup>2</sup> )		1,491E3 N m s <sup>2</sup> (1,320E4 lbf in s <sup>2</sup> )	
Inércia do truque sobre o eixo longitudinal	$I_{y4,5}$	2169 N m s <sup>2</sup> (1,92E4 lbf in s <sup>2</sup> )		2,603E3 N m s <sup>2</sup> (2,304E4 lbf in s <sup>2</sup> )	
Inércia do truque sobre o eixo lateral	$I_{x4,5}$	1,356E6 N m s <sup>2</sup> (1,20E5 lbf in s <sup>2</sup> )		1,627E4 N m s <sup>2</sup> (1,440E5 lbf in s <sup>2</sup> )	
Inércia do truque sobre o eixo vertical	$I_{z4,5}$	1,356E6 N m s <sup>2</sup> (1,20E5 lbf in s <sup>2</sup> )		1,627E4 N m s <sup>2</sup> (1,440E5 lbf in s <sup>2</sup> )	
Aceleração da gravidade	$g$	9,81 m/s <sup>2</sup> (386,4 in/s <sup>2</sup> )			

Tabela D.2 Dados de entrada dimensionais

DIMENSÕES					
Descrição	Variável	Boxcar 70 t		Boxcar 100 t	
		Vazio	Carregado	Vazio	Carregado
Distância entre cg do veículo e trilhos	$H_v$	1,5 m (59 in)	2,5 m (98,5 in)	1,6 m (63 in)	2,6 m (102,3 in)
Distância entre cg do veículo e prato pião	$H_b$	0,84 m (33,1 in)	1,84 m (72,5 in)	1,54 m (60,6 in)	2,54 m (100 in)
Distância entre o prato pião e cg da travessa	$H_t$	0,114 m (4,5 in)		0,15 m (4,5 in)	
Distância entre cg do truque e trilhos	$H_r$	0,305 m (12 in)		0,35 m (13,8 in)	
Distância entre apoio travessa e cg do truque	$H_s$	0,241 m (9,5 in)		0,27 m (10,6 in)	
Distância long. entre centro dos truques	$2L_t$	12,04 m (474 in)		13,7 m (540 in)	
Distância entre centro do veículo e truque	$L_t$	6,02 m (237 in)		6,85 m (270 in)	
Distância long. entre cg travessa e molas	$D_b$	0,152 m (6 in)		0,177 m (7 in)	
Distância long. entre cg do truque e rodas	$D_w$	0,863 m (34 in)		0,889 m (35 in)	
Distância long. entre eixos do truque	$W_b$	1,727 m (68 in)		1,778 m (70 in)	
Raio do prato pião	$e$	0,178 m (7 in)		0,19 m (7,5 in)	
Distância entre centro das laterais do truque	$2S_f$	1,98 mm (78 in)		2,197 m (86,5 in)	
Distância entre centro do veículo e molas da suspensão	$S_f$	0,99 m (39 in)		1,098 m (43,25 in)	
Distância entre centro dos ampara balanços	$2S_b$	1,27 m (50 in)		1,397 m (55 in)	
Distância entre centro do veículo e ampara balanço	$S_b$	0,635 m (25 in)		0,6985 m (27,5 in)	
Bitola da via	$2G$	1,0 m (39,37 in)		1,6 m (63 in)	
Metade da bitola da via	$G$	0,5 m (19,8 in)		0,8 m (31,5 in)	
Afastamento entre ampara balanço e veículo	$GAPP$	6,35E-3 m (0,25 in)		6,35E-3 m (0,25 in)	
Afastamento entre lateral e travessa do truque	$GIB$	9,52E-3 m (0,375 in)		9,52E-3 m (0,375 in)	

Tabela D.3 Dados de entrada de rigidez e amortecimento

RIGIDEZ			
Descrição	Variável	Boxcar 70 t	Boxcar 100 t
Rigidez do prato pião dianteiro	$K_1, K_2$	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)
Rigidez do prato pião traseiro	$K_7, K_8$	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)
Rigidez do ampara balanço dianteiro	$K_5, K_6$	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)
Rigidez do ampara balanço traseiro	$K_{11}, K_{12}$	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)
Rigidez das molas verticais do truque dianteiro	$K_{13}, K_{14}$ $K_{15}, K_{16}$	1,824E6 N/m (1,042E4 lbf/in)	2,31E6 N/m (13194 lbf/in)
Rigidez das molas verticais do truque traseiro	$K_{17}, K_{18}$ $K_{19}, K_{20}$	1,824E6 N/m (1,042E4 lbf/in)	2,31E6 N/m (13194 lbf/in)
Rigidez das molas laterais do truque dianteiro	$K_{13L}, K_{14L}$ $K_{15L}, K_{16L}$	7,75E5 N/m (4425 lbf/in)	9,04E5 N/m (5161 lbf/in)
Rigidez das molas laterais do truque traseiro	$K_{17L}, K_{18L}$ $K_{19L}, K_{20L}$	7,75E5 N/m (4425 lbf/in)	9,04E5 N/m (5161 lbf/in)
Rigidez vertical da via – truque dianteiro	$K_{21}, K_{22}$ $K_{23}, K_{24}$	1,84E6 N/m (1,05E5 lbf/in)	1,84E6 N/m (1,05E5 lbf/in)
Rigidez vertical da via – truque traseiro	$K_{25}, K_{26}$ $K_{27}, K_{28}$	1,84E6 N/m (1,05E5 lbf/in)	1,84E6 N/m (1,05E5 lbf/in)
Rigidez lateral da via – truque dianteiro	$K_{21L}, K_{22L}$ $K_{23L}, K_{24L}$	1,226E7 N/m (7,00E4 lbf/in)	1,226E7 N/m (7,00E4 lbf/in)
Rigidez lateral da via – truque traseiro	$K_{25L}, K_{26L}$ $K_{27L}, K_{28L}$	1,226E7 N/m (7,00E4 lbf/in)	1,226E7 N/m (7,00E4 lbf/in)
Rigidez de comprimento sólido do grupo de molas	$K_{BOM}$	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)
Rigidez de contato entre travessa e lateral do truque	$K_{GIB}$	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)	1,166E8 N/m (6,66E5 lbf/in)
Comprimento sólido da mola	$T_L$	9,37E-2 m (3,69 in)	1,016E-1 m (4,0 in)
Rigidez torsional entre travessa e truque	$K_{T24}, K_{T35}$	2,993E7 N/rad (6,73E6 lbf/rad)	4,294E7 N/rad (9,654E6 lbf/rad)
Rigidez de balanço entre travessa e truque	$K_{P24}, K_{P35}$	1,868E7 N/rad (4,20E6 lbf/rad)	2,680E7 N/rad (6,03E6 lbf/rad)

### 13. APÊNDICE E – EQUAÇÕES DE ENTRADA DA VIA

As equações e modelagem dos três tipos de vias utilizadas para as simulações dinâmicas são descritas a seguir:

#### E.1 – Equações de entrada da via – *Twist e Roll*

Neste modo a modelagem da via permanente é considerada como sendo do tipo com juntas defasadas e variação vertical do nível da via, conforme a Figura E.1. As seções 3.3.1.1 e 3.6.2 fornecem a fundamentação teórica completa para este tipo de via.

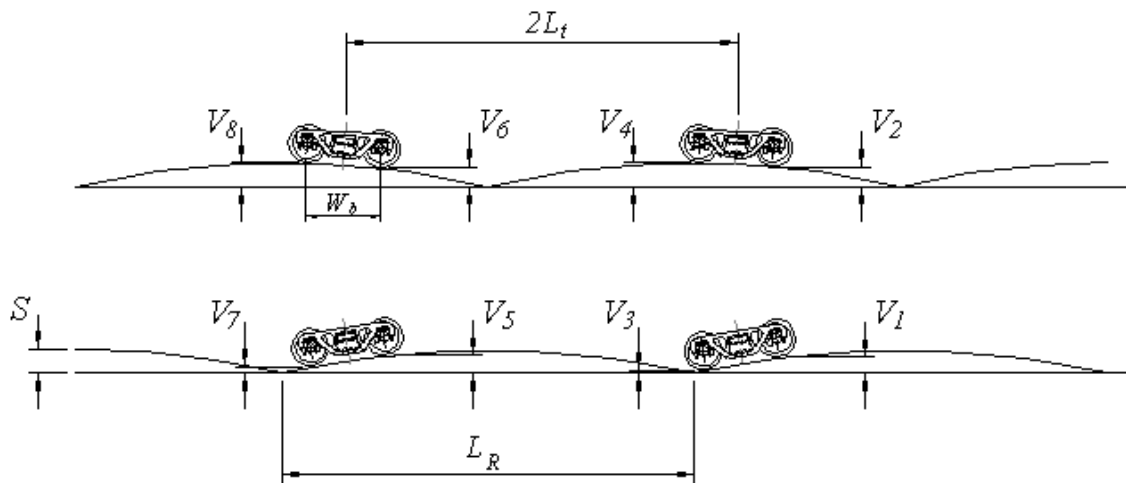


Figura E.1 – Perfil de via permanente para o modo *Twist e Roll*

$$V_1 = S|\text{sen}(\omega_v t)| \quad (\text{E.1})$$

$$V_2 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_1)| \quad (\text{E.2})$$

$$V_3 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_2)| \quad (\text{E.3})$$

$$V_4 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_2 - \varphi_1)| \quad (\text{E.4})$$

$$V_5 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_3)| \quad (\text{E.5})$$

$$V_6 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_4)| \quad (\text{E.6})$$

$$V_7 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_5)| \quad (\text{E.7})$$

$$V_8 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_5 - \varphi_1)| \quad (\text{E.8})$$

$$\varphi_1 = \pi/2 \quad (\text{E.9})$$

$$\varphi_2 = \pi W_b / R_L \quad (\text{E.10})$$

$$\varphi_3 = \pi 2L_t / R_L \quad (\text{E.11})$$

$$\varphi_4 = \varphi_1 + \varphi_3 \quad (\text{E.12})$$

$$\varphi_5 = \varphi_2 + \varphi_3 \quad (\text{E.13})$$

$$\omega_v = \frac{\pi V_v}{R_L} \quad (\text{E.14})$$

onde:

$V_{1,8}$ : é o deslocamento vertical da via para cada uma das rodas do veículo, em mm;

$\varphi_{1,5}$ : é o ângulo de defasagem, em rad;

$\omega_v$ : é a frequência de entrada da via permanente, em rad/s;

$V_v$ : é a velocidade do veículo, em m/s;

$R_L$ : é o comprimento dos trilhos, em m;

$W_b$ : distância longitudinal entre eixos do truque, em m;

$2L_t$ : distância longitudinal entre centro dos truques, em m;

$S$ : é o máximo nível transversal da via permanente, em m.

## E.2 – Equações de entrada da via – *Pitch e Bounce*

Neste modo a modelagem da via permanente é considerada como sendo do tipo com juntas em paralelo e variação vertical do nível da via, conforme a Figura E.2. As seções 3.3.1.1 e 3.6.3 fornecem a fundamentação teórica completa para este tipo de via.

$$V_1 = V_2 = S|\text{sen}(\omega_v t)| \quad (\text{E.15})$$

$$V_3 = V_4 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_2)| \quad (\text{E.16})$$

$$V_5 = V_6 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_3)| \quad (\text{E.17})$$

$$V_7 = V_8 = S|\text{sen}(\omega_v t - \varphi_5)| \quad (\text{E.18})$$



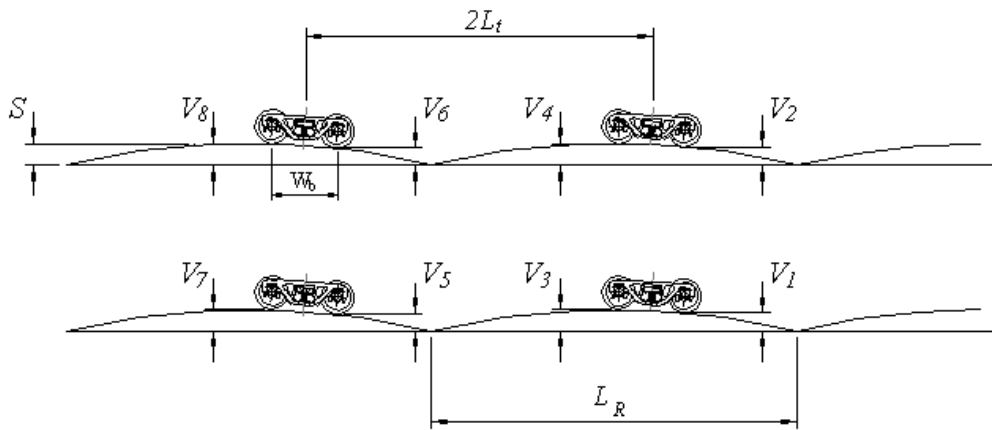


Figura E.2 – Perfil de via permanente para o modo *Pitch e Bounce*

### E.3 – Equações de entrada da via – *Yaw e Sway*

Neste modo a modelagem da via permanente é considerada como sendo do tipo com juntas em paralelo e variação lateral do alinhamento da via, conforme a Figura E.3. As seções 3.3.1.1 e 3.6.4 fornecem a fundamentação teórica completa para este tipo de via.

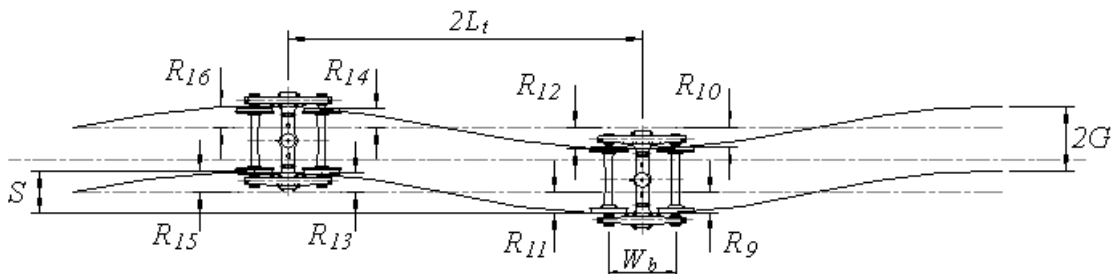


Figura E.3 – Perfil de via permanente para o modo *Yaw e Sway*

$$R_9 = S(\text{sen}(\omega_v t)) \quad (\text{E.19})$$

$$R_{10} = S(\text{sen}(\omega_v t - \varphi_1)) \quad (\text{E.20})$$

$$R_{11} = S(\text{sen}(\omega_v t - \varphi_2)) \quad (\text{E.21})$$

$$R_{12} = S(\text{sen}(\omega_v t - \varphi_2 - \varphi_1)) \quad (\text{E.22})$$

$$R_{13} = S(\text{sen}(\omega_v t - \varphi_3)) \quad (\text{E.23})$$

$$R_{14} = S(\text{sen}(\omega_v t - \varphi_4)) \quad (\text{E.24})$$

$$R_{15} = S(\text{sen}(\omega_v t - \varphi_5)) \quad (\text{E.25})$$

$$R_{16} = S(\text{sen}(\omega_v t - \varphi_5 - \varphi_1)) \quad (\text{E.26})$$

## 14. APÊNDICE F – EQUAÇÃO DE LAGRANGE

As 24 equações de movimento são mostradas a seguir, sendo que os termos mais utilizados nas equações, são agrupados para facilitar a organização e programação em linguagem MATLAB.

$$EAA = z_1 - z_2 \quad (\text{F.1})$$

$$EAB = \text{sen } \psi_1 - \text{sen } \psi_2 \quad (\text{F.2})$$

$$EAC = z_1 - z_3 \quad (\text{F.3})$$

$$EAD = \text{sen } \psi_1 - \text{sen } \psi_3 \quad (\text{F.4})$$

$$EAF = x_1 - H_b \text{sen } \psi_1 - L_t \text{sen } \alpha_1 - x_4 \quad (\text{F.5})$$

$$EAI = L_t \text{sen } \phi_1 \quad (\text{F.6})$$

$$EAM = z_2 - z_4 \quad (\text{F.7})$$

$$EAN = \dot{z}_2 - \dot{z}_4 \quad (\text{F.8})$$

$$EAO = \text{sen } \psi_2 - \text{sen } \psi_4 \quad (\text{F.9})$$

$$EAP = \cos \psi_2 \dot{\psi}_2 - \cos \psi_4 \dot{\psi}_4 \quad (\text{F.10})$$

$$EAQ = D_b \text{sen } \phi_2 - D_w \text{sen } \phi_4 \quad (\text{F.11})$$

$$EAR = D_b \cos \phi_2 \dot{\phi}_2 - D_w \cos \phi_4 \dot{\phi}_4 \quad (\text{F.12})$$

$$EAU = x_1 - H_b \text{sen } \psi_1 + L_t \text{sen } \alpha_1 - x_5 \quad (\text{F.13})$$

$$EBA = z_3 - z_5 \quad (\text{F.14})$$

$$EBB = \text{sen } \psi_3 - \text{sen } \psi_5 \quad (\text{F.15})$$

$$EBC = D_b \text{sen } \phi_3 - D_w \text{sen } \phi_5 \quad (\text{F.16})$$

$$EBD = \dot{z}_3 - \dot{z}_5 \quad (\text{F.17})$$

$$EBE = \cos \psi_3 \dot{\psi}_3 - \cos \psi_5 \dot{\psi}_5 \quad (\text{F.18})$$

$$EBF = D_b \cos \phi_3 \dot{\phi}_3 - D_w \cos \phi_5 \dot{\phi}_5 \quad (\text{F.19})$$

$$EBM = G \text{sen } \psi_4 \quad (\text{F.20})$$

$$EBN = D_w \text{sen } \phi_4 \quad (\text{F.21})$$

$$EBO = D_w \text{sen } \alpha_4 \quad (\text{F.22})$$

$$EBP = H_r \operatorname{sen} \psi_4 \quad (\text{F.23})$$

$$EBQ = G \operatorname{sen} \psi_5 \quad (\text{F.24})$$

$$EBR = D_w \operatorname{sen} \phi_5 \quad (\text{F.25})$$

$$EBS = D_w \operatorname{sen} \alpha_5 \quad (\text{F.26})$$

$$EBT = H_r \operatorname{sen} \psi_5 \quad (\text{F.27})$$

$$ECA = \dot{x}_1 - H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 - L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_4 - (D_b \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2 - D_w \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4) \\ - (H_t \cos \psi_2 \dot{\psi}_2 + H_s \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) \quad (\text{F.28})$$

$$ECB = \dot{x}_1 - H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 - L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_4 + (D_b \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2 - D_w \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4) \\ - (H_t \cos \psi_2 \dot{\psi}_2 + H_s \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) \quad (\text{F.29})$$

$$ECC = \dot{x}_1 - H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 + L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_5 - (D_b \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3 - D_w \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5) \\ - (H_t \cos \psi_3 \dot{\psi}_3 + H_s \cos \psi_5 \dot{\psi}_5) \quad (\text{F.30})$$

$$ECD = \dot{x}_1 - H_b \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 + L_t \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_5 + (D_b \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3 - D_w \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5) \\ - (H_t \cos \psi_3 \dot{\psi}_3 + H_s \cos \psi_5 \dot{\psi}_5) \quad (\text{F.31})$$

$$ECE = x_1 - H_b \operatorname{sen} \psi_1 - L_t \operatorname{sen} \alpha_1 - x_4 - (D_b \operatorname{sen} \alpha_2 - D_w \operatorname{sen} \alpha_4) \\ - (H_t \operatorname{sen} \psi_2 + H_s \operatorname{sen} \psi_4) \quad (\text{F.32})$$

$$ECF = x_1 - H_b \operatorname{sen} \psi_1 - L_t \operatorname{sen} \alpha_1 - x_4 + (D_b \operatorname{sen} \alpha_2 - D_w \operatorname{sen} \alpha_4) \\ - (H_t \operatorname{sen} \psi_2 + H_s \operatorname{sen} \psi_4) \quad (\text{F.33})$$

$$ECG = x_1 - H_b \operatorname{sen} \psi_1 + L_t \operatorname{sen} \alpha_1 - x_5 - (D_b \operatorname{sen} \alpha_3 - D_w \operatorname{sen} \alpha_5) \\ - (H_t \operatorname{sen} \psi_3 + H_s \operatorname{sen} \psi_5) \quad (\text{F.34})$$

$$ECH = x_1 - H_b \operatorname{sen} \psi_1 + L_t \operatorname{sen} \alpha_1 - x_5 + (D_b \operatorname{sen} \alpha_3 - D_w \operatorname{sen} \alpha_5) \\ - (H_t \operatorname{sen} \psi_3 + H_s \operatorname{sen} \psi_5) \quad (\text{F.35})$$

As 24 equações de movimento nas coordenadas generalizadas do sistema e visando a sua programação, na forma de estado, são:

Corpo do veículo

Para  $q_1 = x_1$

$$\begin{aligned}
& (m_1 + 2m_2) \ddot{x}_1 + 2m_2 H_b \operatorname{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1^2 - 2m_2 H_b \cos \psi_1 \ddot{\psi}_1 + (K_{13L} + K_{14L}) ECE \\
& + (K_{15L} + K_{16L}) ECF + (K_{17L} + K_{18L}) ECG + (K_{19L} + K_{20L}) ECH + (C_{13L} + C_{14L}) ECA \\
& + (C_{15L} + C_{16L}) ECB + (C_{17L} + C_{18L}) ECC + (C_{19L} + C_{20L}) ECD + K_{GIB} \delta_5 (EAF - GIB) \\
& + K_{GIB} \delta_6 (EAF + GIB) + K_{GIB} \delta_7 (EAU - GIB) + K_{GIB} \delta_8 (EAU + GIB) = 0
\end{aligned} \tag{F.36}$$

Para  $q_2 = y_1$

$$m_1 \ddot{y}_1 = 0 \tag{F.37}$$

Para  $q_3 = z_1$

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{z}_1 + K_1 (EAA - e EAB + EAI) + K_2 (EAA + e EAB + EAI) + K_5 \delta_1 (EAA - S_b EAB + EAI \\
+ GAPP) + K_6 \delta_2 (EAA + g_1 EAB + EAI + GAPP) + K_7 (EAC - e EAD - EAI) + K_8 (EAC \\
+ e EAD - EAI) + K_{11} \delta_3 (EAC - g_1 EAD - EAI + GAPP) + K_{12} \delta_4 \\
(EAC + S_b EAD - EAI + GAPP) + m_1 g = 0
\end{aligned} \tag{F.38}$$

Para  $q_4 = \psi_1$

$$\begin{aligned}
& (-2m_2 H_b \cos \psi_1) \ddot{x}_1 + (I_{x1} \operatorname{sen}^2 \alpha_1 + I_{y1} \cos^2 \alpha_1 + 2m_2 \cos^2 \psi_1 H_b^2) \ddot{\psi}_1 \\
& + 2m_2 H_b^2 \cos \psi_1 \dot{\psi}_1^2 \operatorname{sen} \psi_1 - 2m_2 \dot{x}_1 H_b \operatorname{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1^2 - 4m_2 H_b^2 \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 \operatorname{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1 \\
& + (I_{x1} - I_{y1}) \operatorname{sen} \alpha_1 \cos \alpha_1 \cos \psi_1 \ddot{\phi}_1 + I_{x1} \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 \\
& (\dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 + \dot{\psi}_1 \operatorname{sen} \alpha_1) + I_{x1} \operatorname{sen} \alpha_1 (-\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 \operatorname{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \operatorname{sen} \alpha_1 \dot{\alpha}_1 \\
& + \dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1) - I_{y1} \operatorname{sen} \alpha_1 \dot{\alpha}_1 (\dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \operatorname{sen} \alpha_1) + I_{y1} \cos \alpha_1 (-\dot{\psi}_1 \operatorname{sen} \alpha_1 \dot{\alpha}_1 \\
& + \dot{\phi}_1 \operatorname{sen} \alpha_1 \operatorname{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1) + I_{x1} \dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 \operatorname{sen} \psi_1 (\dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 + \dot{\psi}_1 \operatorname{sen} \alpha_1) \\
& - I_{y1} \dot{\phi}_1 \operatorname{sen} \alpha_1 \operatorname{sen} \psi_1 (\dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \operatorname{sen} \alpha_1) - I_{z1} \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 (\dot{\phi}_1 \operatorname{sen} \psi_1 + \dot{\alpha}_1) - K_1 e \cos \psi_1 \\
& (EAA - e EAB + EAI) + K_2 e \cos \psi_1 (EAA + e EAB + EAI) - K_5 \delta_1 S_b \cos \psi_1 (EAA - S_b EAB \\
& + EAI + GAPP) + K_6 \delta_2 S_b \cos \psi_1 (EAA + S_b EAB + EAI + GAPP) - K_7 e \cos \psi_1 \\
& (EAC - e EAD - EAI) + K_8 e \cos \psi_1 (EAC + e EAD - EAI) - K_{11} \delta_3 S_b \cos \psi_1 \\
& (EAC - S_b EAD - EAI + GAPP) + K_{12} \delta_4 S_b \cos \psi_1 (EAC + S_b EAD - EAI + GAPP) \\
& - (K_{13L} + K_{14L}) H_b \cos \psi_1 ECE - (K_{15L} + K_{16L}) H_b \cos \psi_1 ECF - (K_{17L} + K_{18L}) \\
& H_b \cos \psi_1 ECG - (K_{19L} + K_{20L}) H_b \cos \psi_1 ECH - K_{GIB} \delta_5 H_b \cos \psi_1 (EAF - GIB) \\
& - K_{GIB} \delta_6 H_b \cos \psi_1 (EAF + GIB) - K_{GIB} \delta_7 H_b \cos \psi_1 (EAU - GIB) - K_{GIB} \delta_8 H_b \cos \psi_1 \\
& (EAU + GIB) - (C_{13L} + C_{14L}) H_b \cos \psi_1 ECA - (C_{15L} + C_{16L}) H_b \cos \psi_1 ECB \\
& - (C_{17L} + C_{18L}) H_b \cos \psi_1 ECC - (C_{19L} + C_{20L}) H_b \cos \psi_1 ECD = 0
\end{aligned} \tag{F.39}$$

Para  $q_5 = \phi_1$

$$\begin{aligned}
& (I_{x1} - I_{y1}) \text{sen} \alpha_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 \ddot{\psi}_1 + (I_{x1} \cos^2 \psi_1 \cos^2 \alpha_1 + I_{y1} \cos^2 \psi_1 \text{sen}^2 \alpha_1 \\
& + I_{z1} \text{sen}^2 \psi_1) \ddot{\phi}_1 + I_{z1} \text{sen} \psi_1 \ddot{\alpha}_1 - I_{x1} \cos \alpha_1 \text{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1 (\dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 + \dot{\psi}_1 \text{sen} \alpha_1) \\
& - I_{x1} \cos \psi_1 \text{sen} \alpha_1 \dot{\alpha}_1 (\dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 + \dot{\psi}_1 \text{sen} \alpha_1) + I_{x1} \cos \psi_1 \\
& \cos \alpha_1 (-\dot{\phi}_1 \cos \alpha_1 \text{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \text{sen} \alpha_1 \dot{\alpha}_1 + \dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1) + I_{y1} \text{sen} \alpha_1 \text{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1 \\
& (\dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \text{sen} \alpha_1) - I_{y1} \cos \psi_1 \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 (\dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \text{sen} \alpha_1) \\
& - I_{y1} \cos \psi_1 \text{sen} \alpha_1 (-\dot{\psi}_1 \text{sen} \alpha_1 \dot{\alpha}_1 + \dot{\phi}_1 \text{sen} \alpha_1 \text{sen} \psi_1 \dot{\psi}_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \text{sen} \alpha_1) + I_{z1} \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 \\
& (\dot{\phi}_1 \text{sen} \psi_1 + \dot{\alpha}_1) + I_{z1} \text{sen} \psi_1 \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \dot{\psi}_1 + K_1 L_t \cos \phi_1 (EAA - e EAB + EAI) \\
& + K_2 L_t \cos \phi_1 (EAA + e EAB + EAI) + K_5 L_t \delta_1 \cos \phi_1 (EAA - S_b EAB + EAI + GAPP) \\
& + K_6 L_t \delta_2 \cos \phi_1 (EAA + S_b EAB + EAI + GAPP) - K_7 L_t \cos \phi_1 (EAC - e EAD - EAI) \\
& - K_8 L_t \cos \phi_1 (EAC + e EAD - EAI) - K_{11} L_t \delta_3 \cos \phi_1 (EAC - S_b EAD - EAI + GAPP) \\
& - K_{12} L_t \delta_4 \cos \phi_1 (EAC + S_b EAD - EAI + GAPP) = 0
\end{aligned} \tag{F.40}$$

Para  $q_6 = \alpha_1$

$$\begin{aligned}
& I_{z1} \text{sen} \psi_1 \ddot{\phi}_1 + (I_{z1} + 2m_2 L_t^2 \cos^2 \alpha_1) \ddot{\alpha}_1 + I_{z1} \cos \psi_1 \dot{\phi}_1 \dot{\psi}_1 - 4m_2 L_t^2 \cos \alpha_1 \text{sen} \alpha_1 \dot{\alpha}_1 \\
& - I_{x1} (-\dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \text{sen} \alpha_1 + \dot{\psi}_1 \cos \alpha_1) (\dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1 + \dot{\psi}_1 \text{sen} \alpha_1) - I_{y1} (-\dot{\psi}_1 \text{sen} \alpha_1 \\
& - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \cos \alpha_1) (\dot{\psi}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\phi}_1 \cos \psi_1 \text{sen} \alpha_1) + 2m_2 L_t^2 \cos \alpha_1 \text{sen} \alpha_1 \dot{\alpha}_1^2 \\
& - (K_{13L} + K_{14L}) L_t \cos \alpha_1 ECE - (K_{15L} + K_{16L}) L_t \cos \alpha_1 ECF + (K_{17L} + K_{18L}) \\
& L_t \cos \alpha_1 ECG + (K_{19L} + K_{20L}) L_t \cos \alpha_1 ECH - (C_{13L} + C_{14L}) L_t \cos \alpha_1 ECA \\
& - (C_{15L} + C_{16L}) L_t \cos \alpha_1 ECB + (C_{17L} + C_{18L}) L_t \cos \alpha_1 ECC + (C_{19L} + C_{20L}) \\
& L_t \cos \alpha_1 ECD - K_{GIB} \delta_5 L_t \cos \alpha_1 (EAF - GIB) - K_{GIB} \delta_6 L_t \cos \alpha_1 (EAF + GIB) \\
& + K_{GIB} \delta_7 L_t \cos \alpha_1 (EAU - GIB) + K_{GIB} \delta_8 L_t \cos \alpha_1 (EAU + GIB) = 0
\end{aligned} \tag{F.41}$$

Travessa dianteira

Para  $q_7 = z_2$

$$\begin{aligned}
& m_2 \ddot{z}_2 - K_1 (EAA - e EAB + EAI) - K_2 (EAA + e EAB + EAI) - K_5 \delta_1 (EAA \\
& - S_b EAB + EAI + GAPP) - K_6 \delta_2 (EAA + S_b EAB + EAI + GAPP) + K_{13} \\
& (EAM - S_f EAO + EAQ) + K_{14} (EAM + S_f EAO + EAQ) + K_{15} (EAM - S_f EAO - EAQ) \\
& + K_{16} (EAM + S_f EAO - EAQ) + m_2 g + C_{13} (EAN - S_f EAP + EAR) + C_{14} \\
& (EAN + S_f EAP + EAR) + C_{15} (EAN - S_f EAP - EAR) + C_{16} (EAN + S_f EAP - EAR) \\
& + K_{BOM} \delta_9 (EAM - S_f EAO + T_L) + K_{BOM} \delta_{10} (EAM + S_f EAO + T_L) = 0
\end{aligned} \tag{F.42}$$

Para  $q_8 = \psi_2$

$$\begin{aligned}
& (I_{x_2} \sin^2 \alpha_2 + I_{y_2} \cos^2 \alpha_2) \ddot{\psi}_2 + (I_{x_2} - I_{y_2}) \cos \psi_2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 \ddot{\phi}_2 \\
& + I_{x_2} \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2 (\dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2 + \dot{\psi}_2 \sin \alpha_2) + I_{x_2} \sin \alpha_2 (-\dot{\phi}_2 \cos \alpha_2 \sin \psi_2 \dot{\psi}_2 \\
& \quad - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \sin \alpha_2 \dot{\alpha}_2 + \dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2) - I_{y_2} \sin \alpha_2 \dot{\alpha}_2 \\
& (\dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \sin \alpha_2) + I_{y_2} \cos \alpha_2 (-\dot{\psi}_2 \sin \alpha_2 \dot{\alpha}_2 + \dot{\phi}_2 \sin \alpha_2 \sin \psi_2 \dot{\psi}_2 \\
& \quad - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2) + I_{x_2} \sin \psi_2 \dot{\phi}_2 \cos \alpha_2 (\dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2 + \dot{\psi}_2 \sin \alpha_2) \\
& - I_{y_2} \dot{\phi}_2 \sin \psi_2 \sin \alpha_2 (\dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \sin \alpha_2) - I_{z_2} \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 (\dot{\phi}_2 \sin \psi_2 + \dot{\alpha}_2) \\
& + K_1 e \cos \psi_2 (EAA - e EAB + EAI) - K_2 e \cos \psi_2 (EAA + e EAB + EAI) + K_5 \delta_1 S_b \cos \psi_2 \\
& (EAA - S_b EAB + EAI + GAPP) - K_6 \delta_2 S_b \cos \psi_2 (EAA + S_b EAB + EAI + GAPP) \\
& - K_{13} S_f \cos \psi_2 (EAM - S_f EAO + EAQ) + K_{14} S_f \cos \psi_2 (EAM + S_f EAO + EAQ) \\
& - K_{15} S_f \cos \psi_2 (EAM - S_f EAO - EAQ) + K_{16} S_f \cos \psi_2 (EAM + S_f EAO - EAQ) \\
& - (K_{13L} + K_{14L}) H_t \cos \psi_2 ECE - (K_{15L} + K_{16L}) H_t \cos \psi_2 ECF - K_{BOM} \delta_9 S_f \cos \psi_2 \\
& (EAM - S_f EAO + T_L) + K_{BOM} \delta_{10} S_f \cos \psi_2 (EAM + S_f EAO + T_L) - C_{13} S_f \cos \psi_2 \\
& (EAN - S_f EAP + EAR) + C_{14} S_f \cos \psi_2 (EAN + S_f EAP + EAR) - C_{15} S_f \cos \psi_2 \\
& (EAN - S_f EAP - EAR) + C_{16} S_f \cos \psi_2 (EAN + S_f EAP - EAR) - (C_{13L} + C_{14L}) \\
& \quad H_t \cos \psi_2 ECA - (C_{15L} + C_{16L}) H_t \cos \psi_2 ECB = 0
\end{aligned} \tag{F.43}$$

Para  $q_9 = \phi_2$

$$\begin{aligned}
& (I_{x_2} - I_{y_2}) \sin \alpha_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2 \ddot{\psi}_2 + (I_{x_2} \cos^2 \psi_2 \cos^2 \alpha_2 + I_{y_2} \cos^2 \psi_2 \sin^2 \alpha_2 \\
& \quad + I_{z_2} \sin^2 \psi_2) \ddot{\phi}_2 + I_{z_2} \sin \psi_2 \dot{\alpha}_2 - I_{x_2} \cos \alpha_2 \sin \psi_2 \dot{\psi}_2 \\
& (\dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2 + \dot{\psi}_2 \sin \alpha_2) - I_{x_2} \cos \psi_2 \sin \alpha_2 \dot{\alpha}_2 (\dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \\
& \cos \alpha_2 + \dot{\psi}_2 \sin \alpha_2) + I_{x_2} \cos \psi_2 \cos \alpha_2 (-\dot{\phi}_2 \cos \alpha_2 \sin \psi_2 \dot{\psi}_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \sin \alpha_2 \dot{\alpha}_2 \\
& \quad + \dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2) + I_{y_2} \sin \alpha_2 \sin \psi_2 \dot{\psi}_2 (\dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \sin \alpha_2) - I_{y_2} \cos \psi_2 \\
& \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2 (\dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \sin \alpha_2) - I_{y_2} \cos \psi_2 \sin \alpha_2 (-\dot{\psi}_2 \sin \alpha_2 \dot{\alpha}_2 + \dot{\phi}_2 \sin \alpha_2 \\
& \sin \psi_2 \dot{\psi}_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2) + I_{z_2} \cos \psi_2 \dot{\psi}_2 (\dot{\phi}_2 \sin \psi_2 + \dot{\alpha}_2) + I_{z_2} \sin \psi_2 \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \dot{\psi}_2 \\
& + K_{13} D_b \cos \phi_2 (EAM - S_f EAO + EAQ) + K_{14} D_b \cos \phi_2 (EAM + S_f EAO + EAQ) \\
& - K_{15} D_b \cos \phi_2 (EAM - S_f EAO - EAQ) - K_{16} D_b \cos \phi_2 (EAM + S_f EAO - EAQ) \\
& + K_{P24} (\phi_2 - \phi_4) + C_{13} D_b \cos \phi_2 (EAN - S_f EAP + EAR) + C_{14} D_b \cos \phi_2 (EAN + S_f EAP \\
& + EAR) - C_{15} D_b \cos \phi_2 (EAN - S_f EAP - EAR) - C_{16} D_b \cos \phi_2 (EAN + S_f EAP - EAR) = 0
\end{aligned} \tag{F.44}$$

Para  $q_{10} = \alpha_2$

$$\begin{aligned}
& I_{z_2}(\ddot{\phi}_2 \operatorname{sen} \psi_2 + \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \dot{\psi}_2 + \ddot{\alpha}_2) - I_{x_2}(-\dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \operatorname{sen} \alpha_2 + \dot{\psi}_2 \cos \alpha_2)(\dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \\
& \cos \alpha_2 + \dot{\psi}_2 \operatorname{sen} \alpha_2) - I_{y_2}(-\dot{\psi}_2 \operatorname{sen} \alpha_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \cos \alpha_2)(\dot{\psi}_2 \cos \alpha_2 - \dot{\phi}_2 \cos \psi_2 \operatorname{sen} \alpha_2) \\
& - (K_{13L} + K_{14L})D_b \cos \alpha_2 ECE + (K_{15L} + K_{16L})D_b \cos \alpha_2 ECF + K_{T24}(\alpha_2 - \alpha_4) - (C_{13L} + C_{14L}) \\
& D_b \cos \alpha_2 ECA + (C_{15L} + C_{16L})D_b \cos \alpha_2 ECB = 0
\end{aligned} \tag{F.45}$$

Travessa traseira

Para  $q_{11} = z_3$

$$\begin{aligned}
& m_3 \ddot{z}_3 - K_7(EAC - eEAD - EAI) - K_8(EAC + eEAD - EAI) - K_{11} \delta_3(EAC - g_1 EAD \\
& - EAI + GAPP) - K_{12} \delta_4(EAC + S_b EAD - EAI + GAPP) + K_{17}(EBA - S_f EBB + EBC) \\
& + K_{18}(EBA + S_f EBB + EBC) + K_{19}(EBA - S_f EBB - EBC) + K_{20}(EBA + S_f EBB - EBC) \\
& + m_3 g + K_{BOM} \delta_{11}(EBA - S_f EBB + T_L) + K_{BOM} \delta_{12}(EBA + S_f EBB + T_L) + C_{17}(EBD \\
& - S_f EBE + EBF) + C_{18}(EBD + S_f EBE + EBF) + C_{19}(EBD - S_f EBE - EBF) \\
& + C_{20}(EBD + S_f EBE - EBF) = 0
\end{aligned} \tag{F.46}$$

Para  $q_{12} = \psi_3$

$$\begin{aligned}
& (I_{x_3} \operatorname{sen}^2 \alpha_3 + I_{y_3} \cos^2 \alpha_3) \ddot{\psi}_3 + (I_{x_3} - I_{y_3}) \cos \psi_3 \cos \alpha_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \ddot{\phi}_3 + \\
& I_{x_3} \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3 (\dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \cos \alpha_3 + \dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3) + I_{x_3} \operatorname{sen} \alpha_3 \\
& (-\dot{\phi}_3 \cos \alpha_3 \operatorname{sen} \psi_3 \dot{\psi}_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \dot{\alpha}_3 + \dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3) - I_{y_3} \operatorname{sen} \alpha_3 \dot{\alpha}_3 \\
& (\dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3) + I_{y_3} \cos \alpha_3 (-\dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \dot{\alpha}_3 + \dot{\phi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \operatorname{sen} \psi_3 \dot{\psi}_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \\
& \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3) + I_{x_3} (\dot{\phi}_3 \cos \alpha_3 \operatorname{sen} \psi_3) (\dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \cos \alpha_3 + \dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3) - I_{y_3} \dot{\phi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \operatorname{sen} \psi_3 \\
& (\dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3) - I_{z_3} \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 (\dot{\phi}_3 \operatorname{sen} \psi_3 + \dot{\alpha}_3) + K_7 e \cos \psi_3 (EAC - e EAD \\
& - EAI) - K_8 e \cos \psi_3 (EAC + e EAD - EAI) + K_{11} \delta_3 S_b \cos \psi_3 (EAC - S_b EAD - EAI + GAPP) \\
& - K_{12} \delta_4 S_b \cos \psi_3 (EAC + S_b EAD - EAI + GAPP) - K_{17} S_f \cos \psi_3 (EBA - S_f EBB + EBC) \\
& + K_{18} S_f \cos \psi_3 (EBA + S_f EBB + EBC) - K_{19} S_f \cos \psi_3 (EBA - S_f EBB - EBC) \\
& + K_{20} S_f \cos \psi_3 (EBA + S_f EBB - EBC) - (K_{17L} + K_{18L}) H_t \cos \psi_3 ECG - (K_{19L} + K_{20L}) \\
& H_t \cos \psi_3 ECH - K_{BOM} \delta_{11} S_f \cos \psi_3 (EBA - S_f EBB + T_L) + K_{BOM} \delta_{12} S_f \cos \psi_3 (EBA + S_f EBB \\
& + T_L) - C_{17} S_f \cos \psi_3 (EBD - S_f EBE + EBF) + C_{18} S_f \cos \psi_3 (EBD + S_f EBE + EBF) - C_{19} S_f \\
& \cos \psi_3 (EBD - S_f EBE - EBF) + C_{20} S_f \cos \psi_3 (EBD + S_f EBE - EBF) - (C_{17L} + C_{18L}) H_t \\
& \cos \psi_3 ECC - (C_{19L} + C_{20L}) H_t \cos \psi_3 ECD = 0
\end{aligned} \tag{F.47}$$

Para  $q_{13} = \phi_3$

$$\begin{aligned}
& (I_{x_3} - I_{y_3}) \cos \psi_3 \cos \alpha_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \ddot{\psi}_3 + (I_{x_3} \cos^2 \psi_3 \cos^2 \alpha_3 + I_{y_3} \operatorname{sen}^2 \alpha_3 \cos^2 \psi_3 \\
& + I_{z_3} \operatorname{sen}^2 \psi_3) \ddot{\phi}_3 + I_{z_3} \operatorname{sen} \psi_3 \ddot{\alpha}_3 - I_{x_3} \cos \alpha_3 \operatorname{sen} \psi_3 \dot{\psi}_3 (\dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \cos \alpha_3 + \dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3) \\
& - I_{x_3} \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \dot{\alpha}_3 (\dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \cos \alpha_3 + \dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3) \\
& + I_{x_3} \cos \psi_3 \cos \alpha_3 (-\dot{\phi}_3 \cos \alpha_3 \operatorname{sen} \psi_3 \dot{\psi}_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \dot{\alpha}_3 + \dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3) \\
& + I_{y_3} \operatorname{sen} \alpha_3 \operatorname{sen} \psi_3 \dot{\psi}_3 (\dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3) - I_{y_3} \cos \psi_3 \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3 (\dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 \\
& - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3) - I_{y_3} \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3 (-\dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \dot{\alpha}_3 + \dot{\phi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3 \operatorname{sen} \psi_3 \dot{\psi}_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \\
& \cos \alpha_3 \dot{\alpha}_3) + I_{z_3} \cos \psi_3 \dot{\psi}_3 (\dot{\phi}_3 \operatorname{sen} \psi_3 + \dot{\alpha}_3) + I_{z_3} \operatorname{sen} \psi_3 \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \dot{\psi}_3 + K_{17} d_3 \cos \phi_3 \\
& (EBA - S_f EBB + EBC) + K_{18} D_b \cos \phi_3 (EBA + S_f EBB + EBC) - K_{19} D_b \cos \phi_3 \\
& (EBA - S_f EBB - EBC) - K_{20} D_b \cos \phi_3 (EBA + S_f EBB - EBC) \\
& + K_{P35} (\phi_3 - \phi_5) + C_{17} D_b \cos \phi_3 (EBD - S_f EBE + EBF) \\
& + C_{18} D_b \cos \phi_3 (EBD + S_f EBE + EBF) - C_{19} D_b \cos \phi_3 (EBD - S_f EBE - EBF) \\
& - C_{20} D_b \cos \phi_3 (EBD + S_f EBE - EBF) = 0
\end{aligned} \tag{F.48}$$

Para  $q_{14} = \alpha_3$

$$\begin{aligned}
& I_{z_3} (\ddot{\phi}_3 \operatorname{sen} \psi_3 + \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \dot{\psi}_3 + \ddot{\alpha}_3) - I_{x_3} (-\dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3 + \dot{\psi}_3 \cos \alpha_3) (\dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \\
& \cos \alpha_3 + \dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3) - I_{y_3} (-\dot{\psi}_3 \operatorname{sen} \alpha_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \cos \alpha_3) (\dot{\psi}_3 \cos \alpha_3 - \dot{\phi}_3 \cos \psi_3 \operatorname{sen} \alpha_3) \\
& - (K_{17L} + K_{18L}) D_b \cos \alpha_3 ECG + (K_{19L} + K_{20L}) D_b \cos \alpha_3 ECH + K_{T35} (\alpha_3 - \alpha_5) \\
& - (C_{17L} + C_{18L}) D_b \cos \alpha_3 ECC + (C_{19L} + C_{20L}) D_b \cos \alpha_3 ECD = 0
\end{aligned} \tag{F.49}$$

Truque dianteiro

Para  $q_{15} = x_4$

$$\begin{aligned}
& m_4 \ddot{x}_4 - (K_{13L} + K_{14L}) ECE - (K_{15L} + K_{16L}) ECF \\
& + K_{21L} (x_4 - EBO - EBP + R_9) + K_{22L} (x_4 - EBO - EBP - R_{10}) + K_{23L} (x_4 + EBO \\
& - EBP + R_{11}) + K_{24L} (x_4 + EBO - EBP - R_{12}) - (C_{13L} + C_{14L}) ECA - (C_{15L} + C_{16L}) ECB \\
& - K_{GIB} \delta_5 (EAF - GIB) - K_{GIB} \delta_6 (EAF + GIB) = 0
\end{aligned} \tag{F.50}$$



Para  $q_{16} = z_4$

$$\begin{aligned}
& m_4 \ddot{z}_4 - K_{13} (SAM - S_f SAO + SAQ) - K_{14} (SAM + S_f SAO + SAQ) - K_{15} (SAM - S_f SAO \\
& \quad - SAQ) - K_{16} (SAM + S_f SAO - SAQ) + K_{21} (z_4 - SBM + SBN - V_1) + K_{22} (z_4 + SBM \\
& \quad + SBN - V_2) + K_{23} (z_4 - SBM - SBN - V_3) + K_{24} (z_4 + SBM - SBN - V_4) - K_{BOM} \delta_9 \\
& (SAM - S_f SAO + TL) - K_{BOM} \delta_{10} (SAM + S_f SAO + TL) + m_4 g - C_{13} (SAN - S_f SAP + SAR) \\
& - C_{14} (SAN + S_f SAP + SAR) - C_{15} (SAN - S_f SAP - SAR) - C_{16} (SAN + S_f SAP - SAR) = 0
\end{aligned} \tag{F.51}$$

Para  $q_{17} = \psi_4$

$$\begin{aligned}
& (I_{x_4} \sin^2 \alpha_4 + I_{y_4} \cos^2 \alpha_4) \ddot{\psi}_4 + (I_{x_4} \sin \alpha_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4 - I_{y_4} \cos \alpha_4 \cos \psi_4 \sin \alpha_4) \ddot{\phi}_4 \\
& \quad I_{x_4} \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4 (\dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4 + \dot{\psi}_4 \sin \alpha_4) + I_{x_4} \sin \alpha_4 (-\dot{\phi}_4 \cos \alpha_4 \\
& \quad \sin \psi_4 \dot{\psi}_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \sin \alpha_4 \dot{\alpha}_4 + \dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4) + I_{y_4} \sin \alpha_4 \dot{\alpha}_4 \\
& \quad (\dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \sin \alpha_4) - I_{y_4} \cos \alpha_4 (-\dot{\psi}_4 \sin \alpha_4 \dot{\alpha}_4 \\
& \quad + \dot{\phi}_4 \sin \alpha_4 \sin \psi_4 \dot{\psi}_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4) + I_{x_4} \sin \psi_4 \dot{\phi}_4 \cos \alpha_4 (\dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \\
& \quad \cos \alpha_4 + \dot{\psi}_4 \sin \alpha_4) - I_{y_4} \sin \psi_4 \dot{\phi}_4 \sin \alpha_4 (\dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \sin \alpha_4) - I_{z_4} \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \\
& (\dot{\phi}_4 \sin \psi_4 + \dot{\alpha}_4) + K_{13} S_f \cos \psi_4 (EAM - S_f EAO + EAQ) - K_{14} S_f \cos \psi_4 (EAM + S_f EAO \\
& + EAQ) + K_{15} S_f \cos \psi_4 (EAM - S_f EAO - EAQ) - K_{16} S_f \cos \psi_4 (EAM + S_f EAO - EAQ) \\
& - (K_{13L} + K_{14L}) H_s \cos \psi_4 ECE - (K_{15L} + K_{16L}) H_s \cos \psi_4 ECF - K_{21} G \cos \psi_4 (z_4 - EBM \\
& + EBN - V_1) + K_{22} G \cos \psi_4 (z_4 + EBM + EBN - V_2) - K_{23} G \cos \psi_4 (z_4 - EBM - EBN - V_3) \\
& + K_{24} G \cos \psi_4 (z_4 + EBM - EBN - V_4) - K_{21L} H_r \cos \psi_4 (x_4 - EBO - EBP + R_9) - K_{22L} \\
& H_r \cos \psi_4 (x_4 - EBO - EBP - R_{10}) - K_{23L} H_r \cos \psi_4 (x_4 + EBO - EBP + R_{11}) - K_{24L} H_r \cos \psi_4 \\
& (x_4 + EBO - EBP - R_{12}) + K_{BOM} \delta_9 S_f \cos \psi_4 (EAM - S_f EAO + T_L) - K_{BOM} \delta_{10} S_f \\
& \cos \psi_4 (EAM + S_f EAO + T_L) + C_{13} S_f \cos \psi_4 (EAN - S_f EAP + EAR) - C_{14} S_f \cos \psi_4 \\
& (EAN + S_f EAP + EAR) + C_{15} S_f \cos \psi_4 (EAN - S_f EAP - EAR) - C_{16} S_f \cos \psi_4 (EAN \\
& + S_f EAP - EAR) - (C_{13L} + C_{14L}) H_s \cos \psi_4 ECA - (C_{15L} + C_{16L}) H_s \cos \psi_4 ECB = 0
\end{aligned} \tag{F.52}$$

Para  $q_{18} = \phi_4$

$$\begin{aligned}
& (I_{x_4} \text{sen} \alpha_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4 - I_{y_4} \text{sen} \alpha_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4) \ddot{\psi}_4 \\
& + (I_{x_4} \cos^2 \psi_4 \cos^2 \alpha_4 + I_{y_4} \text{sen}^2 \alpha_4 \cos^2 \psi_4 + I_{z_4} \text{sen}^2 \alpha_4) \ddot{\phi}_4 + I_{z_4} \text{sen} \psi_4 \ddot{\alpha}_4 \\
& - I_{x_4} \cos \alpha_4 \text{sen} \psi_4 \dot{\psi}_4 (\dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4 + \dot{\psi}_4 \text{sen} \alpha_4) - I_{x_4} \cos \psi_4 \text{sen} \alpha_4 \dot{\alpha}_4 (\dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \\
& \quad \cos \alpha_4 + \dot{\psi}_4 \text{sen} \alpha_4) + I_{x_4} \cos \psi_4 \cos \alpha_4 (-\dot{\phi}_4 \cos \alpha_4 \text{sen} \psi_4 \dot{\psi}_4 - \dot{\phi}_4 \\
& \quad \cos \psi_4 \text{sen} \alpha_4 \dot{\alpha}_4 + \dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4) + I_{y_4} \text{sen} \alpha_4 \text{sen} \psi_4 \dot{\psi}_4 (\dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \\
& \quad \text{sen} \alpha_4) - I_{y_4} \cos \psi_4 \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4 (\dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \text{sen} \alpha_4) - I_{y_4} \cos \psi_4 \text{sen} \alpha_4 \\
& \quad (-\dot{\psi}_4 \text{sen} \alpha_4 \dot{\alpha}_4 + \dot{\phi}_4 \text{sen} \alpha_4 \text{sen} \psi_4 \dot{\psi}_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4 \dot{\alpha}_4) + I_{z_4} \\
& \quad \cos \psi_4 \dot{\psi}_4 (\dot{\phi}_4 \text{sen} \psi_4 + \dot{\alpha}_4) + I_{z_4} \text{sen} \psi_4 (\dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \dot{\psi}_4) - K_{13} S_f \cos \phi_4 \\
& (EAM - S_f EAO + EAQ) - K_{14} D_w \cos \phi_4 (EAM + S_f EAO + EAQ) + K_{15} D_w \cos \phi_4 \\
& (EAM - S_f EAO - EAQ) + K_{16} D_w \cos \phi_4 (EAM + S_f EAO - EAQ) + K_{21} D_w \cos \phi_4 \\
& (z_4 - EBM + EBN - V_1) + K_{22} D_w \cos \phi_4 (z_4 + EBM + EBN - V_2) - K_{23} D_w \cos \phi_4 \\
& (z_4 - EBM - EBN - V_3) - K_{24} D_w \cos \phi_4 (z_4 + EBM - EBN - V_4) - K_{P24} (\phi_2 - \phi_4) \\
& - C_{13} D_w \cos \phi_4 (EAN - S_f EAP + EAR) - C_{14} D_w \cos \phi_4 (EAN + S_f EAP + EAR) + C_{15} \\
& D_w \cos \phi_4 (EAN - S_f EAP - EAR) + C_{16} D_w \cos \phi_4 (EAN + S_f EAP - EAR) = 0
\end{aligned} \tag{F.53}$$

Para  $q_{19} = \alpha_4$

$$\begin{aligned}
& I_{z_4} (\ddot{\phi}_4 \text{sen} \psi_4 + \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \dot{\psi}_4 + \ddot{\alpha}_4) - I_{x_4} (-\dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \text{sen} \alpha_4 + \dot{\psi}_4 \cos \alpha_4) (\dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \\
& \quad \cos \alpha_4 + \dot{\psi}_4 \text{sen} \alpha_4) - I_{y_4} (-\dot{\psi}_4 \text{sen} \alpha_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \cos \alpha_4) (\dot{\psi}_4 \cos \alpha_4 - \dot{\phi}_4 \cos \psi_4 \text{sen} \alpha_4) \\
& + (K_{13L} + K_{14L}) D_w \cos \alpha_4 ECE - (K_{15L} + K_{16L}) D_w \cos \alpha_4 ECF - K_{21L} D_w \cos \alpha_4 (x_4 - EBO \\
& - EBP + R_9) - K_{22L} D_w \cos \alpha_4 (x_4 - EBO - EBP - R_{10}) + K_{23L} D_w \cos \alpha_4 (x_4 + EBO - EBP \\
& + R_{11}) + K_{24L} D_w \cos \alpha_4 (x_4 + EBO - EBP - R_{12}) - K_{T24} (\alpha_2 - \alpha_4) + (C_{13L} + C_{14L}) D_w \cos \alpha_4 \\
& \quad ECA - (C_{15L} + C_{16L}) D_w \cos \alpha_4 ECB = 0
\end{aligned} \tag{F.54}$$

Truque traseiro

Para  $q_{20} = x_5$

$$\begin{aligned}
& m_5 \ddot{x}_5 - (K_{17L} + K_{18L}) ECG - (K_{19L} + K_{20L}) ECH + K_{25L} (x_5 - EBS - EBT + R_{13}) \\
& \quad + K_{26L} (x_5 - EBS - EBT - R_{14}) + K_{27L} (x_5 + EBS - EBT + R_{15}) \\
& \quad + K_{28L} (x_5 + EBS - EBT - R_{16}) - K_{GIB} \delta_7 (EAU - GIB) - K_{GIB} \delta_8 (EAU + GIB) \\
& \quad - (C_{17L} + C_{18L}) ECC - (C_{19L} + C_{20L}) ECD = 0
\end{aligned} \tag{F.55}$$

Para  $q_{21} = z_5$

$$\begin{aligned}
& m_5 \ddot{z}_5 - K_{17} (EBA - S_f EBB + EBC) - K_{18} (EBA + S_f EBB + EBC) - K_{19} (EBA \\
& - S_f EBB - EBC) - K_{20} (EBA + S_f EBB - EBC) + K_{25} (z_5 - EBQ + EBR - V_5) \\
& + K_{26} (z_5 + EBQ + EBR - V_6) + K_{27} (z_5 - EBQ - EBR - V_7) + K_{28} (z_5 + EBQ - EBR - V_8) \\
& + m_5 g - K_{BOM} \delta_{11} (EBA - S_f EBB + T_L) - K_{BOM} \delta_{12} (EBA + S_f EBB + T_L) - C_{17} (EBD - S_f \\
& EBE + EBF) - C_{18} (EBD + S_f EBE + EBF) - C_{19} (EBD - S_f EBE - EBF) \\
& - C_{20} (EBD + S_f EBE - EBF) = 0
\end{aligned} \tag{F.56}$$

Para  $q_{22} = \psi_5$

$$\begin{aligned}
& (I_{x_5} \sin^2 \alpha_5 + I_{y_5} \cos^2 \alpha_5) \ddot{\psi}_5 + (I_{x_5} \sin \alpha_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 - I_{y_5} \cos \alpha_5 \cos \psi_5 \sin \alpha_5) \ddot{\phi}_5 \\
& + I_{x_5} \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5 (\dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 + \dot{\psi}_5 \sin \alpha_5) + I_{x_5} \sin \alpha_5 (-\dot{\phi}_5 \cos \alpha_5 \sin \psi_5 \dot{\psi}_5 - \dot{\phi}_5 \\
& \cos \psi_5 \sin \alpha_5 \dot{\alpha}_5 + \dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5) - I_{y_5} \sin \alpha_5 \dot{\alpha}_5 (\dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \sin \alpha_5) + I_{y_5} \\
& \cos \alpha_5 (-\dot{\psi}_5 \sin \alpha_5 \dot{\alpha}_5 + \dot{\phi}_5 \sin \alpha_5 \sin \psi_5 \dot{\psi}_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5) + I_{x_5} \dot{\phi}_5 \cos \alpha_5 \sin \psi_5 \\
& (\dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 + \dot{\psi}_5 \sin \alpha_5) - I_{y_5} (\dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \sin \alpha_5) \dot{\phi}_5 \sin \psi_5 \sin \alpha_5 \\
& - I_{z_5} \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 (\dot{\phi}_5 \sin \psi_5 + \dot{\alpha}_5) + K_{17} S_f \cos \psi_5 (EBA - S_f EBB + EBC) - K_{18} S_f \cos \psi_5 \\
& (EBA + S_f EBB + EBC) + K_{19} S_f \cos \psi_5 (EBA - S_f EBB - EBC) - K_{20} S_f \cos \psi_5 (EBA + S_f \\
& EBB - EBC) - (K_{17L} + K_{18L}) H_s \cos \psi_5 ECG - (K_{19L} + K_{20L}) H_s \cos \psi_5 ECH - K_{25} G \cos \psi_5 \\
& (z_5 - EBQ + EBR - V_5) + K_{26} G \cos \psi_5 (z_5 + EBQ + EBR - V_6) - K_{27} G \cos \psi_5 (z_5 - EBQ \\
& - EBR - V_7) + K_{28} G \cos \psi_5 (z_5 + EBQ - EBR - V_8) - K_{25L} G \cos \psi_5 (x_5 - EBS - EBT \\
& + R_{13}) - K_{26L} H_r \cos \psi_5 (x_5 - EBS - EBT - R_{14}) - K_{27L} H_r \cos \psi_5 (x_5 + EBS - EBT + R_{15}) \\
& - K_{28L} H_r \cos \psi_5 (x_5 + EBS - EBT - R_{16}) + K_{BOM} \delta_{11} S_f \cos \psi_5 (EBA - S_f EBB + T_L) \\
& - K_{BOM} \delta_{12} S_f \cos \psi_5 (EBA + S_f EBB + T_L) + C_{17} S_f \cos \psi_5 (EBD - S_f EBE + EBF) \\
& - C_{18} S_f \cos \psi_5 (EBD + S_f EBE + EBF) + C_{19} S_f \cos \psi_5 (EBD - S_f EBE - EBF) \\
& - C_{20} S_f \cos \psi_5 (EBD + S_f EBE - EBF) - (C_{17L} + C_{18L}) H_s \cos \psi_5 ECC \\
& - (C_{19L} + C_{20L}) H_s \cos \psi_5 ECD = 0
\end{aligned} \tag{F.57}$$

Para  $q_{23} = \phi_5$

$$\begin{aligned}
& (I_{x_5} \text{sen} \alpha_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 - I_{y_5} \text{sen} \alpha_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5) \ddot{\psi}_5 \\
& + (I_{x_5} \cos^2 \psi_5 \cos^2 \alpha_5 + I_{y_5} \text{sen}^2 \alpha_5 \cos^2 \psi_5 + I_{z_5} \text{sen}^2 \alpha_5) \ddot{\phi}_5 + I_{z_5} \text{sen} \psi_5 \ddot{\alpha}_5 - I_{x_5} \cos \alpha_5 \\
& \text{sen} \psi_5 \dot{\psi}_5 (\dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 + \dot{\psi}_5 \text{sen} \alpha_5) - I_{x_5} \cos \psi_5 \text{sen} \alpha_5 \dot{\alpha}_5 (\dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 \\
& + \dot{\psi}_5 \text{sen} \alpha_5) + I_{x_5} \cos \psi_5 \cos \alpha_5 (-\dot{\phi}_5 \cos \alpha_5 \text{sen} \psi_5 \dot{\psi}_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \text{sen} \alpha_5 \dot{\alpha}_5 \\
& + \dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5) + I_{y_5} \text{sen} \alpha_5 \text{sen} \psi_5 \dot{\psi}_5 (\dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \text{sen} \alpha_5) - I_{y_5} \cos \psi_5 \\
& \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5 (\dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \text{sen} \alpha_5) - I_{y_5} \cos \psi_5 \text{sen} \alpha_5 (-\dot{\psi}_5 \text{sen} \alpha_5 \dot{\alpha}_5 + \dot{\phi}_5 \\
& \text{sen} \alpha_5 \text{sen} \psi_5 \dot{\psi}_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 \dot{\alpha}_5) + I_{z_5} \cos \psi_5 \dot{\psi}_5 (\dot{\phi}_5 \text{sen} \psi_5 + \dot{\alpha}_5) + I_{z_5} \\
& \text{sen} \psi_5 \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \dot{\psi}_5 - K_{17} D_w \cos \phi_5 (EBA - S_f EBB + EBC) - K_{18} D_w \cos \phi_5 \\
& (EBA + S_f EBB + EBC) + K_{19} D_w \cos \phi_5 (EBA - S_f EBB - EBC) + K_{20} D_w \cos \phi_5 \\
& (EBA + S_f EBB - EBC) + K_{25} D_w \cos \phi_5 (z_5 - EBQ + EBR - V_5) + K_{26} D_w \cos \phi_5 (z_5 \\
& + EBQ + EBR - V_6) - K_{27} D_w \cos \phi_5 (z_5 - EBQ - EBR - V_7) - K_{28} D_w \cos \phi_5 (z_5 + EBQ \\
& - EBR - V_8) - K_{P35} (\phi_3 - \phi_5) - C_{17} D_w \cos \phi_5 (EBD - S_f EBE + EBF) - C_{18} D_w \cos \phi_5 \\
& (EBD + S_f EBE + EBF) + C_{19} D_w \cos \phi_5 (EBD - S_f EBE - EBF) + C_{20} D_w \cos \phi_5 \\
& (EBD + S_f EBE - EBF) = 0
\end{aligned} \tag{F.58}$$

Para  $q_{24} = \alpha_5$

$$\begin{aligned}
& I_{z_5} (\ddot{\phi}_5 \text{sen} \psi_5 + \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \dot{\psi}_5 + \ddot{\alpha}_5) - I_{x_5} (-\dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \text{sen} \alpha_5 + \dot{\psi}_5 \cos \alpha_5) \\
& (\dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5 + \dot{\psi}_5 \text{sen} \alpha_5) - I_{y_5} (-\dot{\psi}_5 \text{sen} \alpha_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \cos \alpha_5) \\
& (\dot{\psi}_5 \cos \alpha_5 - \dot{\phi}_5 \cos \psi_5 \text{sen} \alpha_5) - K_{25L} D_w \cos \alpha_5 (x_5 - EBS - EBT + R_{13}) - K_{26L} D_w \\
& \cos \alpha_5 (x_5 - EBS - EBT - R_{14}) + K_{27L} D_w \cos \alpha_5 (x_5 + EBS - EBT + R_{15}) + K_{28L} D_w \\
& \cos \alpha_5 (x_5 + EBS - EBT - R_{16}) + (K_{17L} + K_{18L}) D_w \cos \alpha_5 ECG - (K_{19L} + K_{20L}) D_w \\
& \cos \alpha_5 ECH - K_{T35} (\alpha_3 - \alpha_5) + (C_{17L} + C_{18L}) D_w \cos \alpha_5 ECC - (C_{19L} + C_{20L}) \\
& D_w \cos \alpha_5 ECD = 0
\end{aligned} \tag{F.59}$$

O movimento do sistema é descrito pelas 24 equações anteriores. Avanços e melhorias podem ser realizados no modelo, como por exemplo, a inclusão de outros elementos mecânicos (amortecedores, ampara balanço de contato constante e enrijecedores) e os termos correspondentes de energia potencial e de dissipação podem ser derivados da mesma maneira para os novos componentes acrescentados.

## 15. APÊNDICE G – PROGRAMA PADVF

### G.1 – PADVF – Programa de Análise Dinâmica de veículos Ferroviários

```

%% VEICULO FERROVIARIO BOXCAR 70 ton - 24 DOF  %%
%% PROGRAMA PRINCIPAL  %%
clear all;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DADOS:
% INERCIAS
ly1=1.290E6; % [lb*in*s²] Car body rotational inertia longitudinal axis
lx1=1.660E7; % [lb*in*s²] Car body rotational inertia lateral axis
lz1=1.640E7; % [lb*in*s²] Car body rotational inertia vertical axis
ly2=12000; % [lb*in*s²] Truck bolster rotational inertia long. axis
lx2=2640; % [lb*in*s²] Truck bolster rotational inertia lateral axis
lz2=12000; % [lb*in*s²] Truck bolster rotational inertia vertical axis
ly3=12000; % [lb*in*s²] Truck bolster rotational inertia long. axis
lx3=2640; % [lb*in*s²] Truck bolster rotational inertia lateral axis
lz3=12000; % [lb*in*s²] Truck bolster rotational inertia vertical axis
ly4=19200; % [lb*in*s²] Truck set rotational inertia longitudinal axis
lx4=120000; % [lb*in*s²] Truck set rotational inertia lateral axis
lz4=120000; % [lb*in*s²] Truck set rotational inertia vertical axis
ly5=19200; % [lb*in*s²] Truck set rotational inertia longitudinal axis
lx5=120000; % [lb*in*s²] Truck set rotational inertia lateral axis
lz5=120000; % [lb*in*s²] Truck set rotational inertia vertical axis
% CARACTERISTICAS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO
K1=666000; % [lb/in], Center Plate Stiffness
K2=666000; % [lb/in], Center Plate Stiffness
K7=666000; % [lb/in], Center Plate Stiffness
K8=666000; % [lb/in], Center Plate Stiffness
K5=666000; % [lb/in], Side bearing Stiffness
K6=666000; % [lb/in], Side bearing Stiffness
K11=666000; % [lb/in], Side bearing Stiffness
K12=666000; % [lb/in], Side bearing Stiffness
K13=10420; % [lb/in], Suspension Spring Vertical Stiffness
K14=10420; % [lb/in], Suspension Spring Vertical Stiffness
K15=10420; % [lb/in], Suspension Spring Vertical Stiffness
K16=10420; % [lb/in], Suspension Spring Vertical Stiffness
K17=10420; % [lb/in], Suspension Spring Vertical Stiffness
K18=10420; % [lb/in], Suspension Spring Vertical Stiffness
K19=10420; % [lb/in], Suspension Spring Vertical Stiffness
K20=10420; % [lb/in], Suspension Spring Vertical Stiffness
K13L=4425; % [lb/in], Suspension Spring Lateral Stiffness
K14L=4425; % [lb/in], Suspension Spring Lateral Stiffness
K15L=4425; % [lb/in], Suspension Spring Lateral Stiffness
K16L=4425; % [lb/in], Suspension Spring Lateral Stiffness
K17L=4425; % [lb/in], Suspension Spring Lateral Stiffness
K18L=4425; % [lb/in], Suspension Spring Lateral Stiffness
K19L=4425; % [lb/in], Suspension Spring Lateral Stiffness
K20L=4425; % [lb/in], Suspension Spring Lateral Stiffness
K21=105000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K22=105000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K23=105000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K24=105000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K25=105000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K26=105000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K27=105000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K28=105000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K21L=70000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K22L=70000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K23L=70000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K24L=70000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K25L=70000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K26L=70000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K27L=70000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
K28L=70000; % [lb/in], Track Vertical Stiffness
KBOM=6.66E5; % [lb/in], Bottoming spring stiffness
KGIB=6.66E5; % [lb/in], Gib spring stiffness
KT24=6730425; % [lb/rad], Bolster and truck torsional spring stiffness

```

```

KT35=6730425; % [lb/rad], Bolster and truck torsional spring stiffness
KP24=4200000; % [lb/rad], Bolster and truck pitching spring stiffness
KP35=4200000; % [lb/rad], Bolster and truck pitching spring stiffness
TL=3.69;      % [in], Spring Travel to Solid
Clb=62;
C13=Clb;     % [lb*s/in], Damping Coeficient
C14=Clb;     % [lb*s/in], Damping Coeficient
C15=Clb;     % [lb*s/in], Damping Coeficient
C16=Clb;     % [lb*s/in], Damping Coeficient
C17=Clb;     % [lb*s/in], Damping Coeficient
C18=Clb;     % [lb*s/in], Damping Coeficient
C19=Clb;     % [lb*s/in], Damping Coeficient
C20=Clb;     % [lb*s/in], Damping Coeficient
C13L=Clb;    % [lb*s/in], Damping Coeficient
C14L=Clb;    % [lb*s/in], Damping Coeficient
C15L=Clb;    % [lb*s/in], Damping Coeficient
C16L=Clb;    % [lb*s/in], Damping Coeficient
C17L=Clb;    % [lb*s/in], Damping Coeficient
C18L=Clb;    % [lb*s/in], Damping Coeficient
C19L=Clb;    % [lb*s/in], Damping Coeficient
C20L=Clb;    % [lb*s/in], Damping Coeficient
% CARACTERISTICAS DIMENSIONAIS
Hb=72.5;     % [in] Empty car body center of gravity height above center plate
Ht=4.5;      % [in] Height of center plate above bolster center of gravity
Hs=9.5;      % [in] Height of CG Front/Rear Side Frame & Bottom Susp. Spring
Hr=12;       % [in] Distance between truck center of gravity and rail
Lt=237;      % [in] Distance between carbody CG and centerline of front bolster
Db=6;        % [in] Distance between bolster CG and suspension spring
Dw=34;       % [in] Distance between Truck center and center wheelset
e=7;         % [in] Center plate radius
Sb=25;       % [in] Side bearing spacing from car centerline
Sf=39;       % [in] Spring group spacing from car centerline
G=19.68;     % [in] Half rail gauge
GAPP=0.25;   % [in] Side bearing clearance (static)
GIB=0.375;   % [in] Bolster gib clearance
% Condiçoes iniciais
z1=-2.3728000; % [in] Initial condition m1 - static vertical displ.
z2=-2.2800000; % [in] Initial condition m2 - static vertical displ.
z4=-0.2221000; % [in] Initial condition m4 - static vertical displ.
z3=-2.2800000; % [in] Initial condition m3 - static vertical displ.
z5=-0.2221000; % [in] Initial condition m5 - static vertical displ.
m1=206000/(32.2*12); % [lb s^2/in] Carbody Mass
m2=1150/(32.2*12); % [lb s^2/in] Bolster Mass
m3=1150/(32.2*12); % [lb s^2/in] Bolster Mass
m4=7300/(32.2*12); % [lb s^2/in] Truck Mass
m5=7300/(32.2*12); % [lb s^2/in] Truck Mass
g=32.2*12; % [in/s^2] Gravity
%-----
tempo_simulacao=13; % [s]
divisoes=104000; % para t=13s
deltat=tempo_simulacao/divisoes % 0.000125
t0=0; % tempo inicial
% VALORES INICIAIS DE DESLOCAMENTO (IMPAR) E VELOCIDADE (PAR)
y0=zeros(1,48);
% Condiçoes iniciais - Estatico
y0(5)=z1; % [in]
y0(13)=z2; % [in]
y0(31)=z4; % [in]
y0(21)=z3; % [in]
y0(41)=z5; % [in]
%y=y0;
contador=0;
for tempo=t0:deltat:tempo_simulacao
% CALCULO DE ACELERAÇÕES
[x2p1,psi2p1,phi2p1,alpha2p1,psi2p2,phi2p2,alpha2p2,psi2p3,phi2p3,alpha2p3,psi2p4,phi2p4,alpha2p4,psi2p5,phi2p5,...
alpha2p5]=PADVF_ACEL(tempo,y0,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,...
K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,K25,K26,...
K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,C20,C13L,...
C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,m1,m2,...
m3,m4,m5,g);
% -----
% INICIALIZAÇÃO RUNGE-KUTTA
divi_intt=8;
intt=linspace(t0,deltat+t0,divi_intt);
%-----

```

```

%CRIANDO UM ARQUIVO PARA RUNGE-KUTTA
options = odeset('AbsTol',1e-4,'RelTol',1e-2); % Default relaxado
[t,y] = ode45(@PADVF_RK,intt,y0,options,ly1,lx1,lz1,ly2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,...
K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,...K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,K25,K26,...
K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,C20,C13L,...
C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,m1,m2,...
m3,m4,m5,g,psi2p1,x2p1,phi2p1,alpha2p1,phi2p2,psi2p2,alpha2p2,phi2p3,psi2p3,alpha2p3,phi2p4,psi2p4,alpha2p4,...
phi2p5,psi2p5,alpha2p5);
y0=y(divi_intt,:);
t0=t(divi_intt)
% Para plotagem posterior
contador=contador+1;
tsaida(contador)=t(divi_intt);
ysaida(contador,:)=y(divi_intt,:);
%% SUBROTINA GAPCAL - CALCULO FORCA REACAO NO AMPARA BALANCO %%
[RXN]=PADVF_GAPCAL(t(divi_intt),y(divi_intt,:),ly1,lx1,lz1,ly2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,...
K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,...K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,K25,...
K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,C20,...
C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,m1,...
m2,m3,m4,m5);
RXNsaida(contador)=RXN;

%% SUBROTINA PLATECAL - FORCA DE REACAO VERTICAL PRATOS PIAO %%
[RXNFT,RXNRR,RXT,RXT2]=PADVF_PLATECAL(t(divi_intt),y(divi_intt,:),ly1,lx1,lz1,ly2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,...
lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,...
K20L,K21,K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,...
C15,C16,C17,C18,C19,C20,C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,...
Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,m1,m2,m3,m4,m5,g);
RXNFTsaida(contador)=RXNFT;
RXNRRsaida(contador)=RXNRR;
RXTsaida(contador)=RXT;
RXT2saida(contador)=RXT2;

%% SUBROTINA WHEELCAL - FORCA LAT TRAVESSA FRENTE & CARGA RODAS %%
[RXNL,WHLDLF,WHLDRR]=PADVF_WHEELCAL(t(divi_intt),y(divi_intt,:),ly1,lx1,lz1,ly2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,...
lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,...
K20L,K21,K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,...
C15,C16,C17,C18,C19,C20,C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,...
Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,m1,m2,m3,m4,m5,g);
RXNLSaida(contador)=RXNL;
WHLDLFsaida(contador)=WHLDLF;%(divi_intt,:);
WHLDRRsaida(contador)=WHLDRR;%(divi_intt,:);

%% SUBROTINA GROUPCAL - CALCULO DE DEFLEXAO DAS MOLAS %%
[DP35,DP46,DP79,DP80]=PADVF_GROUPCAL(t(divi_intt),y(divi_intt,:),Sf,G);
DP35saida(contador)=DP35;
DP46saida(contador)=DP46;
DP79saida(contador)=DP79;
DP80saida(contador)=DP80;

%% SUBROTINA SPRINGCAL - FORCA NAS MOLAS %%
[FK1,FK2,FPRATO_D,FK7,FK8,FPRATO_T,FK5,FK6,FK11,FK12,FK13,FK14,FK15,FK16,FK17,FK18,FK19,FK20]=...
PADVF_SPRINGCAL(t(divi_intt),y(divi_intt,:),ly1,lx1,lz1,ly2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,...
K8,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,...
K25,K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,...
C20,C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,...
KP35,m1,m2,m3,m4,m5,g);
FK1saida(contador)=FK1;
FK2saida(contador)=FK2;
FPRATO_Dsaida(contador)=FPRATO_D;
FK7saida(contador)=FK7;
FK8saida(contador)=FK8;
FPRATO_Tsaida(contador)=FPRATO_T;
FK5saida(contador)=FK5;
FK6saida(contador)=FK6;
FK11saida(contador)=FK11;
FK12saida(contador)=FK12;
FK13saida(contador)=FK13;
FK14saida(contador)=FK14;
FK15saida(contador)=FK15;
FK16saida(contador)=FK16;
FK17saida(contador)=FK17;
FK18saida(contador)=FK18;
FK19saida(contador)=FK19;
FK20saida(contador)=FK20;

```

```

%% SUBROTINA M1LATCAL - CALCULO ACELERAÇÃO LATERAL MASSA 1 %%
[LAT_ACEL_M1]=PADVF_M1LATCAL(t(divi_intt),y(divi_intt,:),ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5, K1,...
K2,K5,K6,K7,K8,K11,K12,K13,K14,K15,K16,...K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,...
K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,...
C17,C18,C19,C20,C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,...
KT35,KP24,...,KP35,m1,m2,m3,m4,m5,g,psi2p1,x2p1,phi2p1,alpha2p1,phi2p2,psi2p2,alpha2p2,phi2p3,psi2p3,...
alpha2p3, phi2p4,psi2p4,alpha2p4,phi2p5,psi2p5,alpha2p5);
LAT_ACEL_M1saida(contador)=LAT_ACEL_M1;

%% SUBROTINA M1VERTCAL - CALCULO ACELERAÇÃO VERTICAL MASSA 1 %%
[VERT_ACEL_M1]=PADVF_M1VERTCAL(t(divi_intt),y(divi_intt,:),ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,...
K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,...
K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,...
C17,C18,C19,C20,C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,...
KT35, KP24,KP35,...,m1,m2,m3,m4,m5,g,psi2p1,x2p1,phi2p1,alpha2p1,phi2p2,psi2p2,alpha2p2,phi2p3,psi2p3,...
alpha2p3,phi2p4,psi2p4,alpha2p4,phi2p5,psi2p5,alpha2p5);
VERT_ACEL_M1saida(contador)=VERT_ACEL_M1;
end

%% SOLUÇÃO DO SISTEMA%%
figure(1);plot(tsaida,ysaida),legend('y(1)','y(2)','y(3)','y(4)','y(5)','y(6)','y(7)','y(8)','y(9)','y(10)','y(11)','y(12)','y(13)','y(14)','y(15)',...
'y(16)','y(17)','y(18)','y(19)','y(20)','y(21)','y(22)','y(23)','y(24)','y(25)','y(26)','y(27)','y(28)','y(29)','y(30)','y(31)','y(32)','y(33)','y(34)',...
'y(35)','y(36)','y(37)','y(38)','y(39)','y(40)','y(41)','y(42)','y(43)','y(44)','y(45)','y(46)','y(47)','y(48)');

%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOXCAR 70 ton - 24 DOF %%
%% SUBROTINA ACEL - CÁLCULO ACELERAÇÕES ACOPLADAS %%

function [x2p1,psi2p1,phi2p1,alpha2p1,psi2p2,phi2p2,alpha2p2,psi2p3,phi2p3,alpha2p3,psi2p4,phi2p4,alpha2p4,psi2p5,...
phi2p5,alpha2p5]=PADVF_ACEL(t,y,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,...
K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,K25,K26,...
K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,C20,C13L,...
C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,m1,m2,...
m3,m4,m5,g);

% INICIA EXCITAÇÃO -----
% TWIST Mode - rail joints rock
% Vertical Track Profile
[V1,V2,V3,V4,V5,V6,V7,V8]=PADVF_ZEXCIT(t);
% TWIST Mode - rail joints rock
% Horizontal Track Profile
[R9,R10,R11,R12,R13,R14,R15,R16]=PADVF_YEXCIT(t);

%% DESLOCAMENTOS E VELOCIDADES %%
%%
% SISTEMA DE EQUACOES DINAMICAS (de resposta)
% y(1) = deslocamento lateral (x1) Car Body
% y(3) = deslocamento longitudinal (y1) Car Body
% y(5) = deslocamento vertical (z1) Car Body
% y(7) = deslocamento angular do Roll (psi1) Car Body
% y(9) = deslocamento angular do Pitch (phi1) Car Body
% y(11) = deslocamento angular do Yaw (alpha1) Car Body
% y(13) = deslocamento vertical (z2) Front Bolster
% y(15) = deslocamento angular do Roll (psi2) Front Bolster
% y(17) = deslocamento angular do Pitch (phi2) Front Bolster
% y(19) = deslocamento angular do Yaw (alpha2) Front Bolster
% y(21) = deslocamento vertical (z3) Rear Bolster
% y(23) = deslocamento angular do Roll (psi3) Rear Bolster
% y(25) = deslocamento angular do Pitch (phi3) Rear Bolster
% y(27) = deslocamento angular do Yaw (alpha3) Rear Bolster
% y(29) = deslocamento lateral (x4) Front Truck
% y(31) = deslocamento vertical (z4) Front Truck
% y(33) = deslocamento angular do Roll (psi4) Front Truck
% y(35) = deslocamento angular do Pitch (phi4) Front Truck
% y(37) = deslocamento angular do Yaw (alpha4) Front Truck
% y(39) = deslocamento lateral (x5) Rear Truck
% y(41) = deslocamento vertical (z5) Rear Truck
% y(43) = deslocamento angular do Roll (psi5) Rear Truck
% y(45) = deslocamento angular do Pitch (phi5) Rear Truck
% y(47) = deslocamento angular do Yaw (alpha5) Rear Truck

% y(2) = velocidade lateral (x1p) Car Body
% y(4) = velocidade longitudinal (y1) Car Body
% y(6) = velocidade vertical (z1) Car Body

```



```

% y(8) = velocidade angular do Roll    (psi1) Car Body
% y(10) = velocidade angular do Pitch (phi1) Car Body
% y(12) = velocidade angular do Yaw   (alpha1) Car Body
% y(14) = velocidade vertical         (z2) Front Bolster
% y(16) = velocidade angular do Roll  (psi2) Front Bolster
% y(18) = velocidade angular do Pitch (phi2) Front Bolster
% y(20) = velocidade angular do Yaw   (alpha2) Front Bolster
% y(22) = velocidade vertical         (z3) Rear Bolster
% y(24) = velocidade angular do Roll  (psi3) Rear Bolster
% y(26) = velocidade angular do Pitch (phi3) Rear Bolster
% y(28) = velocidade angular do Yaw   (alpha3) Rear Bolster
% y(30) = velocidade lateral          (x4) Front Truck
% y(32) = velocidade vertical         (z4) Front Truck
% y(34) = velocidade angular do Roll  (psi4) Front Truck
% y(36) = velocidade angular do Pitch (phi4) Front Truck
% y(38) = velocidade angular do Yaw   (alpha4) Front Truck
% y(40) = velocidade lateral          (x5) Rear Truck
% y(42) = velocidade vertical         (z5) Rear Truck
% y(44) = velocidade angular do Roll  (psi5) Rear Truck
% y(46) = velocidade angular do Pitch (phi5) Rear Truck
% y(48) = velocidade angular do Yaw   (alpha5) Rear Truck

```

```

% Equações de movimento de Lagrange na forma de estado

```

```

EAA = y(5) - y(13);
EAB = sin(y(7)) - sin(y(15));
EAC = y(5) - y(21);
EAD = sin(y(7)) - sin(y(23));
EAF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29);
EAI = Lt * sin(y(9));
EAM = y(13) - y(31);
EAN = y(14) - y(32);
EAO = sin(y(15)) - sin(y(33));
EAP = cos(y(15))*y(16) - cos(y(33))*y(34);
EAQ = Db * sin(y(17)) - Dw * sin(y(35));
EAR = Db * cos(y(17))*y(18) - Dw * cos(y(35))*y(36);
EAU = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11))-y(39);
EBA = y(21) - y(41);
EBB = sin(y(23)) - sin(y(43));
EBC = Db * sin(y(25)) - Dw * sin(y(45));
EBD = y(22) - y(42);
EBE = cos(y(23))*y(24) - cos(y(43))*y(44);
EBF = Db * cos(y(25))*y(26) - Dw * cos(y(45))*y(46);
EBM = G * sin(y(33));
EBN = Dw * sin(y(35));
EBO = Dw * sin(y(37));
EBP = Hr * sin(y(33));
EBQ = G * sin(y(43));
EBR = Dw * sin(y(45));
EBS = Dw * sin(y(47));
EBT = Hr * sin(y(43));
ECA = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) - (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECB = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) + (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECC = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) - (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECD = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) + (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECE = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) - (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) + (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECG = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) - (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
ECH = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) + (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));

```

```

% Controlador GAPP

```

```

if (y(5)-y(13)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta1=1; % existe mola
else
    delta1=0; % não há mola
end

```

```

if (y(5)-y(13)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta2=1;
else
    delta2=0;
end

```

```

end

if (y(5)-y(21)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta3=1;
else
    delta3=0;
end

if (y(5)-y(21)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta4=1;
else
    delta4=0;
end

% Controlador GIB
if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) - GIB) <= 0
    SAFmenosGIB=-100;
else
    SAFmenosGIB=100;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) + GIB) < 0
    SAFmaisGIB=-200;
else
    SAFmaisGIB=200;
end

switch SAFmenosGIB
case -100
    delta5=0;

    switch SAFmaisGIB
    case -200
        delta6=1;
    case 200
        delta6=0;
    end
case 100
    delta5=1;
    delta6=0;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) - GIB) <= 0
    SAUmenosGIB=-300;
else
    SAUmenosGIB=300;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) + GIB) < 0
    SAUmaisGIB=-400;
else
    SAUmaisGIB=400;
end

switch SAUmenosGIB
case -300
    delta7=0;

    switch SAUmaisGIB
    case -400
        delta8=1;
    case 400
        delta8=0;
    end
case 300
    delta7=1;
    delta8=0;
end

% Controlador BOTTOM
if (y(13) - y(31) - Sf*(sin(y(15)) - sin(y(33))) + TL) < 0
    delta9=1;
else

```

```

delta9=0;
end

if (y(13) - y(31) + Sf*(sin(y(15)) - sin(y(33))) + TL) < 0
    delta10=1;
else
    delta10=0;
end

if (y(21) - y(41) - Sf*(sin(y(23)) - sin(y(43))) + TL) < 0
    delta11=1;
else
    delta11=0;
end

if (y(21) - y(41) + Sf*(sin(y(23)) - sin(y(43))) + TL) < 0
    delta12=1;
else
    delta12=0;
end

% AM1 (4x4) ==> x2p1, psi2p1, phi2p1, alpha2p1
AM1(1,1) = (m1 + 2 * m2);
AM1(1,2) = (- 2 * m2 * Hb * cos(y(7)));
AM1(2,1) = (-2 * m2 * Hb * cos(y(7)));
AM1(2,2) = (lx1 * sin(y(11))^2 + ly1 * cos(y(11))^2 + 2*m2 * Hb^2 * cos(y(7))^2);
AM1(2,3) = ((lx1 - ly1) * sin(y(11)) * cos(y(11)) * cos(y(7)));
AM1(3,2) = ((lx1 - ly1) * sin(y(11)) * cos(y(7)) * cos(y(11)));
AM1(3,3) = (lx1 * cos(y(7))^2 * cos(y(11))^2 + ly1 * cos(y(7))^2 * sin(y(11))^2 + lz1 * sin(y(7))^2);
AM1(3,4) = (lz1 * sin(y(7)));
AM1(4,3) = (lz1 * sin(y(7)));
AM1(4,4) = (lz1 + 2*m2*Lt^2 * (cos(y(11)))^2);

BB1(1,1) = ( 2 * m2 * Hb * sin(y(7))*y(8)^2 + (K13L + K14L) *ECE + (K15L + K16L) * ECF + (K17L + K18L) * ECG + (K19L + ...
    K20L) * ECH + (C13L + C14L) * ECA + (C15L + C16L) * ECB + (C17L + C18L) * ECC + (C19L + C20L) * ECD + KGIB ...
    * delta5 * (EAF - GIB) + KGIB * delta6 * (EAF + GIB) + KGIB * delta7 * (EAU - GIB) + KGIB * delta8 * (EAU + GIB) );

BB1(2,1) = ( lx1 * cos(y(11))* y(12) * (y(10) * cos(y(7)) * cos(y(11)) + y(8) * sin(y(11))) + lx1 * sin(y(11)) * (-y(10) * cos(y(11)) ...
    * sin(y(7)) * y(8) - y(10) * cos(y(7)) * sin(y(11)) * y(12) + y(8) * cos(y(11)) * y(12)) - ly1 * sin(y(11)) * y(12) * (y(8) * ...
    cos(y(11)) - y(10) * cos(y(7)) * sin(y(11))) + ly1 * cos(y(11)) * (-y(8) * sin(y(11)) * y(12) + y(10) * sin(y(11)) * sin(y(7)) * ...
    y(8) - y(10) * cos(y(7)) * cos(y(11)) * y(12)) + lx1 * y(10) * cos(y(11)) * sin(y(7)) * (y(10) * cos(y(7)) * cos(y(11)) + y(8) * ...
    sin(y(11))) - ly1 * y(10) * sin(y(11)) * sin(y(7)) * (y(8) * cos(y(11)) - y(10) * cos(y(7)) * sin(y(11))) - lz1 * y(10) * cos(y(7)) * ...
    * (y(10) * sin(y(7)) + y(12)) - K1*e * cos(y(7)) * (EAA - e*EAB + EAI) + K2*e * cos(y(7)) * (EAA + e*EAB + EAI) - K5 * ...
    delta1 * Sb * cos(y(7)) * (EAA - Sb * EAB + EAI + GAPP) + K6 * delta2 * Sb * cos(y(7)) * (EAA + Sb * EAB + EAI + ...
    GAPP) - K7*e * cos(y(7)) * (EAC - e*EAD - EAI) + K8*e * cos(y(7)) * (EAC + e*EAD - EAI) - K11 * delta3 * Sb * ...
    cos(y(7)) * (EAC - Sb * EAD - EAI + GAPP) + K12 * delta4 * Sb * cos(y(7)) * (EAC + Sb * EAD - EAI + GAPP) - (K13L ...
    + K14L) * Hb * cos(y(7)) * ECE - (K15L + K16L) * Hb * cos(y(7)) * ECF - (K17L + K18L) * Hb * cos(y(7)) * ECG - (K19L ...
    + K20L) * Hb * cos(y(7)) * ECH - KGIB * delta5 * Hb * cos(y(7)) * (EAF - GIB) - KGIB * delta6 * Hb * cos(y(7)) * (EAF + ...
    GIB) - KGIB * delta7 * Hb * cos(y(7)) * (EAU - GIB) - KGIB * delta8 * Hb * cos(y(7)) * (EAU + GIB) - (C13L + C14L) * Hb ...
    * cos(y(7)) * ECA - (C15L + C16L) * Hb * cos(y(7)) * ECB - (C17L + C18L) * Hb * cos(y(7)) * ECC - (C19L + C20L) * Hb ...
    * cos(y(7)) * ECD - 4 * m2 * Hb^2 * cos(y(7)) * y(8) * sin(y(7)) * y(8) + 2 * m2 * Hb^2 * cos(y(7)) * y(8) * sin(y(7)) - 2 * m2 * ...
    y(2) * Hb * sin(y(7)) * y(8));

BB1(3,1) = (-lx1 * cos(y(11)) * sin(y(7)) * y(8) * (y(10) * cos(y(7)) * cos(y(11)) + y(8) * sin(y(11))) - lx1 * cos(y(7)) * sin(y(11)) * ...
    y(12) * (y(10) * cos(y(7)) * cos(y(11)) + y(8) * sin(y(11))) + lx1 * cos(y(7)) * cos(y(11)) * (-y(10) * cos(y(11)) * sin(y(7)) * ...
    y(8) - y(10) * cos(y(7)) * sin(y(11)) * y(12) + y(8) * cos(y(11)) * y(12)) + ly1 * sin(y(11)) * sin(y(7)) * y(8) * (y(8) * ...
    cos(y(11)) - y(10) * cos(y(7)) * sin(y(11))) - ly1 * cos(y(7)) * cos(y(11)) * y(12) * (y(8) * cos(y(11)) - y(10) * cos(y(7)) * ...
    sin(y(11))) - ly1 * cos(y(7)) * sin(y(11)) * (-y(8) * sin(y(11)) * y(12) + y(10) * sin(y(11)) * sin(y(7)) * y(8) - y(10) * cos(y(7)) * ...
    * sin(y(11))) + lz1 * cos(y(7)) * y(8) * (y(10) * sin(y(7)) + y(12)) + lz1 * sin(y(7)) * y(10) * cos(y(7)) * y(8) + K1 * Lt * ...
    cos(y(9)) * (EAA - e*EAB + EAI) + K2 * Lt * cos(y(9)) * (EAA + e*EAB + EAI) + K5 * delta1 * Lt * cos(y(9)) * (EAA - Sb * ...
    EAB + EAI + GAPP) + K6 * delta2 * Lt * cos(y(9)) * (EAA + Sb * EAB + EAI + GAPP) - K7 * Lt * cos(y(9)) * (EAC - e * ...
    EAD - EAI) - K8 * Lt * cos(y(9)) * (EAC + e*EAD - EAI) - K11 * delta3 * Lt * cos(y(9)) * (EAC - Sb * EAD - EAI + GAPP) ...
    - K12 * delta4 * Lt * cos(y(9)) * (EAC + Sb * EAD - EAI + GAPP));

BB1(4,1) = ( lz1 * cos(y(7)) * y(10) * y(8) - 4 * m2 * Lt^2 * cos(y(11)) * y(12) * sin(y(11)) * y(12) - lx1 * (- y(10) * cos(y(7)) * ...
    sin(y(11)) + y(8) * cos(y(11))) * (y(10) * cos(y(7)) * cos(y(11)) + y(8) * sin(y(11))) - ly1 * (-y(8) * sin(y(11)) - y(10) * ...
    cos(y(7)) * cos(y(11))) * (y(8) * cos(y(11)) - y(10) * cos(y(7)) * sin(y(11))) + 2 * m2 * Lt^2 * cos(y(11)) * sin(y(11)) * ...
    y(12)^2 - (K13L + K14L) * Lt * cos(y(11)) * ECE - (K15L + K16L) * Lt * cos(y(11)) * ECF + (K17L + K18L) * Lt * ...
    cos(y(11)) * ECG + (K19L + K20L) * Lt * cos(y(11)) * ECH - (C13L + C14L) * Lt * cos(y(11)) * ECA - (C15L + C16L) * Lt ...
    * cos(y(11)) * ECB + (C17L + C18L) * Lt * cos(y(11)) * ECC + (C19L + C20L) * ..Lt * cos(y(11)) * ECD - KGIB * delta5 * ...
    Lt * cos(y(11)) * (EAF - GIB) - KGIB * delta6 * Lt * cos(y(11)) * (EAF + GIB) + KGIB * delta7 * Lt * (cos(y(11)) * (EAU - ...
    GIB) + KGIB * delta8 * Lt * cos(y(11)) * (EAU + GIB));

```

```
%XX1=AM1\(-BB1);
XX1=inv(AM1)*(-BB1);
%XX1=pinv(AM1)*BB1 % se AM for retangular
```

```
x2p1=XX1(1);
psi2p1=XX1(2);
phi2p1=XX1(3);
alpha2p1=XX1(4);
```

```
% AM2 (3x3) ==> psi2p2, phi2p2, alpha2p2
```

```
AM2(1,1) = ((lx2 * sin(y(19)))^2 + ly2 * cos(y(19)))^2);
AM2(1,2) = ((lx2 - ly2) * sin(y(19)) * cos(y(15)) * cos(y(19)));
AM2(2,1) = ((lx2 - ly2) * sin(y(19)) * cos(y(15)) * cos(y(19)));
AM2(2,2) = ((lx2*cos(y(15))^2*cos(y(19))^2 + ly2 * sin(y(19))^2 * cos(y(15))^2 + lz2 * sin(y(15))^2));
AM2(2,3) = (lz2 * sin(y(15)));
AM2(3,2) = (lz2 * sin(y(15)));
AM2(3,3) = (lz2);
```

```
BB2(1,1) = (lx2 * cos(y(19)) * y(20) * (y(18) * cos(y(15)) * cos(y(19)) + y(16) * sin(y(19))) + lx2 * sin(y(19)) * (-y(18) * ...
cos(y(19)) * sin(y(15)) * y(16) - y(18) * cos(y(15)) * sin(y(19)) * y(20) + y(16) * cos(y(19)) * y(20)) - ly2 * sin(y(19)) * ...
y(20) * (y(16) * cos(y(19)) - y(18) * cos(y(15)) * sin(y(19))) + ly2 * cos(y(19)) * (-y(16) * sin(y(19)) * y(20) + y(18) * ...
sin(y(19)) * sin(y(15)) * y(16) - y(18) * cos(y(15)) * cos(y(19)) * y(20)) + lx2 * sin(y(15)) * y(18) * cos(y(19)) * (y(18) * ...
cos(y(15)) * cos(y(19)) + y(16) * sin(y(19))) - ly2 * (y(18)) * sin(y(15)) * sin(y(19)) * (y(16) * cos(y(19)) - y(18) * ...
cos(y(15)) * sin(y(19))) - lz2 * (y(18)) * cos(y(15)) * (y(18) * sin(y(15)) + y(20)) + K1*e * cos(y(15)) * (EAA - e*EAB + ...
EAI) - K2*e * cos(y(15)) * (EAA + e*EAB + EAI) + K5 * delta1 * Sb * cos(y(15)) * (EAA - Sb * EAB + EAI + GAPP) - K6 * ...
delta2 * Sb * cos(y(15)) * (EAA + Sb * EAB + EAI + GAPP) - K13 * Sf * cos(y(15)) * (EAM - Sf * EAO + EAQ) + K14 * Sf * ...
* cos(y(15)) * (EAM + Sf * EAO + EAQ) - K15 * Sf * cos(y(15)) * (EAM - Sf * EAO - EAQ) + K16 * Sf * cos(y(15)) * (EAM ...
+ Sf * EAO - EAQ) - (K13L + K14L) * Ht * cos(y(15)) * ECE - (K15L + K16) * Ht * cos(y(15)) * ECF - ...KBOM * delta9 * ...
Sf * cos(y(15)) * (EAM - Sf * EAO + TL) + KBOM * delta10 * Sf * cos(y(15)) * (EAM + Sf * EAO + TL) - C13 * Sf * ...
cos(y(15)) * (EAN - Sf * EAP + EAR) + C14 * Sf * cos(y(15)) * (EAN + Sf * EAP + EAR) - C15 * Sf * cos(y(15)) * (EAN - ...
Sf * EAP - EAR) + C16 * Sf * cos(y(15)) * (EAN + Sf * EAP - EAR) - (C13L + C14L) * Ht * cos(y(15)) * ECA - (C15L + ...
C16L) * Ht * cos(y(15)) * ECB);
```

```
BB2(2,1) = (- lx2 * cos(y(19)) * sin(y(15)) * y(16) * (y(18) * cos(y(15)) * cos(y(19)) + y(16) * sin(y(19))) - lx2 * cos(y(15)) * ...
sin(y(19)) * y(20) * (y(18) * cos(y(15)) * cos(y(19)) + y(16) * sin(y(19))) + lx2 * cos(y(15)) * cos(y(19)) * (-y(18) * ...
cos(y(19)) * sin(y(15)) * y(16) - y(18) * cos(y(15)) * sin(y(19)) * y(20) + y(16) * cos(y(19)) * y(20)) + ly2 * sin(y(19)) * ...
sin(y(15)) * y(16) * (y(16) * cos(y(19)) - y(18) * cos(y(15)) * sin(y(19))) - ly2 * cos(y(15)) * cos(y(19)) * y(20) * (y(16) * ...
cos(y(19)) - y(18) * cos(y(15)) * sin(y(19))) - ly2 * cos(y(15)) * sin(y(19)) * (-y(16) * sin(y(19)) * y(20) + y(18) * ...
sin(y(19)) * sin(y(15)) * y(16) - y(18) * cos(y(15)) * cos(y(19)) * y(20)) + lz2 * cos(y(15)) * y(16) * (y(18) * sin(y(15)) + ...
y(20)) + lz2 * sin(y(15)) * y(18) * cos(y(15)) * y(16) + K13 * Db * cos(y(17)) * (EAM - Sf * EAO + EAQ) + K14 * Db * ...
cos(y(17)) * (EAM + Sf * EAO + EAQ) - K15 * Db * cos(y(17)) * (EAM - Sf * EAO - EAQ) - K16 * Db * cos(y(17)) * (EAM ...
+ Sf * EAO - EAQ) + KP24 * (y(17) - y(35)) + C13 * Db * cos(y(17)) * (EAN - Sf * EAP + EAR) + C14 * Db * cos(y(17)) * ...
(EAN + Sf * EAP + EAR) - C15 * Db * cos(y(17)) * (EAN - Sf * EAP - EAR) - C16 * Db * cos(y(17)) * (EAN + Sf * EAP - ...
EAR));
```

```
BB2(3,1) = (lz2 * (y(18) * cos(y(15)) * y(16)) - lx2 * (y(18) * cos(y(15)) * cos(y(19)) + y(16) * sin(y(19))) * (y(16) * cos(y(19)) - ...
y(18) * cos(y(15)) * sin(y(19))) - ly2 * (-y(16) * sin(y(19)) - y(18) * cos(y(15)) * cos(y(19))) * (y(16) * cos(y(19)) - y(18) * ...
cos(y(15)) * sin(y(19))) - (K13L + K14L) * Db * cos(y(19)) * ECE + (K15L + K16L) * Db * cos(y(19)) * ECF + KT24 * ...
(y(19) - y(37)) - (C13L + C14L) * Db * cos(y(19)) * ECA + (C15L + C16L) * Db * cos(y(19)) * ECB);
```

```
%XX2=AM2\BB2;
XX2=inv(AM2)*(-BB2);
%XX2=pinv(AM2)*BB2 % se AM for retangular
```

```
psi2p2=XX2(1);
phi2p2=XX2(2);
alpha2p2=XX2(3);
```

```
% AM3 (3x3) ==> psi2p3, phi2p3, alpha2p3
```

```
AM3(1,1) = ((lx3 * sin(y(27)))^2 + ly3 * cos(y(27)))^2);
AM3(1,2) = ((lx3 - ly3) * sin(y(27)) * cos(y(23)) * cos(y(27)));
AM3(2,1) = ((lx3 - ly3) * sin(y(27)) * cos(y(23)) * cos(y(27)));
AM3(2,2) = ((lx3 * cos(y(27))^2 * cos(y(23))^2 + ly3 * sin(y(27))^2 * cos(y(23))^2 + lz3 * sin(y(23))^2));
AM3(2,3) = (lz3 * sin(y(23)));
AM3(3,2) = (lz3 * sin(y(23)));
AM3(3,3) = (lz3);
```

```
BB3(1,1) = ( lx3 * cos(y(27)) * y(28) * (y(26) * cos(y(23)) * cos(y(27)) + y(24) * sin(y(27))) + lx3 * sin(y(27)) * (-y(26) * ...
cos(y(27)) * sin(y(23)) * y(24) - y(26) * cos(y(23)) * sin(y(27)) * y(28) + y(24) * cos(y(27)) * y(28)) - ly3 * sin(y(27)) * ...
y(28) * (y(24) * cos(y(27)) - y(26) * cos(y(23)) * sin(y(27))) + ly3 * cos(y(27)) * (-y(24) * sin(y(27)) * y(28) + y(26) * ...
sin(y(27)) * sin(y(23)) * y(24) - y(26) * cos(y(23)) * cos(y(27)) * y(28)) + lx3 * (y(26) * cos(y(27)) * sin(y(23))) * (y(26) * ...
cos(y(23)) * cos(y(27)) + y(24) * sin(y(27))) - ly3 * y(26) * sin(y(27)) * sin(y(23)) * (y(24) * cos(y(27)) - y(26) * cos(y(23))) ...
```

\* sin(y(27))) - lz3 \* y(26) \* cos(y(23)) \* (y(26) \* sin(y(23)) + y(28)) + K7 \* e \* cos(y(23)) \* (EAC - e \* EAD - EAI) - K8 \* e ...  
 \* cos(y(23)) \* (EAC + e \* EAD - EAI) + K11 \* delta3 \* Sb \* cos(y(23)) \* (EAC - Sb \* EAD - EAI + GAPP) - K12 \* delta4 \* ...  
 Sb \* cos(y(23)) \* (EAC + Sb \* EAD - EAI + GAPP) - K17 \* Sf \* cos(y(23)) \* (EBA - Sf \* EBB + EBC) + K18 \* Sf \* ...  
 cos(y(23)) \* (EBA + Sf \* EBB + EBC) - K19 \* Sf \* cos(y(23)) \* (EBA - Sf \* EBB - EBC) + K20 \* Sf \* cos(y(23)) \* (EBA + ...  
 Sf \* EBB - EBC) - (K17L + K18L) \* Ht \* cos(y(23)) \* ECG - (K19L + K20L) \* Ht \* cos(y(23)) \* ECH ... - KBOM \* delta11 \* ...  
 Sf \* cos(y(23)) \* (EBA - Sf \* EBB + TL) + KBOM \* delta12 \* Sf \* cos(y(23)) \* (EBA + Sf \* EBB + TL) - C17 \* Sf \* ...  
 cos(y(23)) \* (EBD - Sf \* EBE + EBF) + C18 \* Sf \* cos(y(23)) \* (EBD + Sf \* EBE + EBF) - C19 \* Sf \* cos(y(23)) \* (EBD - ...  
 Sf \* EBE - EBF) + C20 \* Sf \* cos(y(23)) \* (EBD + Sf \* EBE - EBF) - (C17L + C18L) \* Ht \* cos(y(23)) \* ECC - (C19L + ...  
 C20L) \* Ht \* cos(y(23)) \* ECD);

BB3(2,1) = (- lz3 \* cos(y(27)) \* sin(y(23)) \* y(24) \* (y(26) \* cos(y(23)) \* cos(y(27)) + y(24) \* sin(y(27))) - lz3 \* cos(y(23)) \* ...  
 sin(y(27)) \* y(28) \* (y(26) \* cos(y(23)) \* cos(y(27)) + y(24) \* sin(y(27))) + lz3 \* cos(y(23)) \* cos(y(27)) \* (-y(26) \* ...  
 cos(y(27)) \* sin(y(23)) \* y(24) - y(26) \* cos(y(23)) \* sin(y(27))) \* y(28) + y(24) \* cos(y(27)) \* y(28)) + ly3 \* sin(y(27)) \* ...  
 sin(y(23)) \* y(24) \* (y(24) \* cos(y(27)) - y(26) \* cos(y(23)) \* sin(y(27))) - ly3 \* cos(y(23)) \* cos(y(27)) \* y(28) \* (y(24) \* ...  
 cos(y(27)) - y(26) \* cos(y(23)) \* sin(y(27))) - ly3 \* cos(y(23)) \* sin(y(27)) \* (-y(24) \* sin(y(27)) \* y(28) + y(26) \* sin(y(27)) ...  
 \* sin(y(23)) \* y(24) - y(26) \* cos(y(23)) \* cos(y(27)) \* y(28)) + lz3 \* ...cos(y(23)) \* y(24) \* (y(26) \* sin(y(23)) + y(28)) + ...  
 lz3 \* sin(y(23)) \* y(26) \* cos(y(23)) \* y(24) + K17 \* Db \* cos(y(25)) \* (EBA - Sf \* EBB + EBC) + K18 \* Db \* cos(y(25)) \* ...  
 (EBA + Sf \* EBB + EBC) - K19 \* Db \* cos(y(25)) \* (EBA - Sf \* EBB - EBC) - K20 \* Db \* cos(y(25)) \* (EBA + Sf \* EBB - ...  
 EBC) + KP35 \* (y(25) - y(45)) + C17 \* Db \* cos(y(25)) \* (EBD - Sf \* EBE + EBF) + C18 \* Db \* cos(y(25)) \* (EBD + Sf \* ...  
 EBF + EBF) - C19 \* Db \* cos(y(25)) \* (EBD - Sf \* EBE - EBF) - C20 \* Db \* cos(y(25)) \* (EBD + Sf \* EBE - EBF);

BB3(3,1) = (lz3 \* (y(26) \* cos(y(23)) \* y(24)) - lz3 \* (-y(26) \* cos(y(23)) \* sin(y(27)) + y(24) \* cos(y(27))) \* (y(26) \* cos(y(23)) \* ...  
 cos(y(27)) + y(24) \* sin(y(27))) - ly3 \* (-y(24) \* sin(y(27)) - y(26) \* cos(y(23)) \* cos(y(27))) \* (y(24) \* cos(y(27)) - y(26) \* ...  
 cos(y(23)) \* sin(y(27))) - (K17L + K18L) \* Db \* cos(y(27)) \* ECG + (K19L + K20L) \* Db \* cos(y(27)) \* ECH + KT35 \* ...  
 (y(27) - y(47)) - (C17L + C18L) \* Db \* cos(y(27)) \* ECC + (C19L + C20L) \* Db \* cos(y(27)) \* ECD);

%XX3=AM3/BB3;  
 XX3=inv(AM3)\*(-BB3);  
 %XX3=pinv(AM3)\*BB3 % se AM for retangular

psi2p3=XX3(1);  
 phi2p3=XX3(2);  
 alpha2p3=XX3(3);

% AM4 (3x3) ==> psi2p4, phi2p4, alpha2p4

AM4(1,1) = (lx4 \* sin(y(37))^2 + ly4 \* cos(y(37))^2);  
 AM4(1,2) = (lx4 \* sin(y(37)) \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) - ly4 \* cos(y(37)) \* (cos(y(33)) \* sin(y(37))));  
 AM4(2,1) = (lx4 \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) \* sin(y(37)) - ly4 \* cos(y(33)) \* sin(y(37)) \* cos(y(37)));  
 AM4(2,2) = (lx4 \* cos(y(33))^2 \* cos(y(37))^2 + ly4 \* cos(y(33))^2 \* sin(y(37))^2 + lz4 \* sin(y(33))^2);  
 AM4(2,3) = (lz4 \* sin(y(33)));  
 AM4(3,2) = (lz4 \* sin(y(33)));  
 AM4(3,3) = (lz4);

BB4(1,1) = (lx4 \* cos(y(37)) \* y(38) \* (y(36) \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) + y(34) \* sin(y(37))) + lx4 \* sin(y(37)) \* (- y(36) \* ...  
 cos(y(37)) \* sin(y(33)) \* y(34) - y(36) \* cos(y(33)) \* ...sin(y(37)) \* y(38) + y(34) \* cos(y(37)) \* y(38)) + ly4 \* sin(y(37)) \* ...  
 y(38) \* (y(34) \* cos(y(37)) - y(36) \* cos(y(33)) \* sin(y(37))) - ly4 \* cos(y(37)) \* (- y(34) \* sin(y(37)) \* y(38) + y(36) \* ...  
 sin(y(37)) \* sin(y(33)) \* y(34) - y(36) \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) \* y(38)) + lx4 \* sin(y(33)) \* y(36) \* cos(y(37)) \* (y(36) \* ...  
 cos(y(33)) \* cos(y(37)) \* ... + y(34) \* sin(y(37))) - ly4 \* sin(y(33)) \* y(36) \* sin(y(37)) \* (y(34) \* cos(y(37)) - y(36) \* ...  
 cos(y(33)) \* sin(y(37))) - lz4 \* y(36) \* cos(y(33)) \* (y(36) \* sin(y(33)) + y(38)) + K13 \* Sf \* cos(y(33)) \* (EAM - Sf \* EAO + ...  
 EAQ) - K14 \* Sf \* cos(y(33)) \* (EAM + Sf \* EAO + EAQ) + K15 \* Sf \* cos(y(33)) \* (EAM - Sf \* EAO - EAQ) - K16 \* Sf \* ...  
 cos(y(33)) \* (EAM + Sf \* EAO - EAQ) - (K13L + K14L) \* Hs \* cos(y(33)) \* ECE - (K15L + K16L) \* Hs \* cos(y(33)) \* ECF ...  
 - K21 \* G \* cos(y(33)) \* (y(31) - EBM + EBN - V1) + K22 \* G \* cos(y(33)) \* (y(31) + EBM + EBN - V2) - K23 \* G \* ...  
 cos(y(33)) \* (y(31) - EBM - EBN - V3) + K24 \* G \* cos(y(33)) \* (y(31) + EBM - EBN - V4) - K21L \* Hr \* cos(y(33)) \* ...  
 (y(29) - EBO - EBP + R9) - K22L \* Hr \* cos(y(33)) \* (y(29) - EBO - EBP - R10) - K23L \* Hr \* cos(y(33)) \* (y(29) + EBO ...  
 - EBP + R11) - K24L \* Hr \* cos(y(33)) \* (y(29) + EBO - EBP - R12) + KBOM \* delta9 \* Sf \* cos(y(33)) \* (EAM - Sf \* ...  
 EAO + TL) - KBOM \* delta10 \* Sf \* cos(y(33)) \* (EAM + Sf \* EAO + TL) + C13 \* Sf \* cos(y(33)) \* (EAN - Sf \* EAP + ...  
 EAR) - C14 \* Sf \* cos(y(33)) \* (EAN + Sf \* EAP + EAR) + C15 \* Sf \* cos(y(33)) \* (EAN - Sf \* EAP - EAR) - C16 \* Sf \* ...  
 cos(y(33)) \* (EAN + Sf \* EAP - EAR) - (C13L + C14L) \* Hs \* cos(y(33)) \* ECA - (C15L + C16L) \* Hs \* cos(y(33)) \* ECB);

BB4(2,1) = (- lx4 \* cos(y(37)) \* sin(y(33)) \* y(34) \* (y(36) \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) + y(34) \* sin(y(37))) - lx4 \* cos(y(33)) \* ...  
 sin(y(37)) \* y(38) \* (y(36) \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) + y(34) \* sin(y(37))) + lx4 \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) \* (- y(36) \* ...  
 cos(y(37)) \* sin(y(33)) \* y(34) - y(36) \* cos(y(33)) \* sin(y(37)) \* y(38) + y(34) \* cos(y(37)) \* y(38)) + ly4 \* sin(y(37)) \* ...  
 sin(y(33)) \* y(34) \* (y(34) \* cos(y(37)) - y(36) \* cos(y(33)) \* sin(y(37))) - ly4 \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) \* y(38) \* (y(34) \* ...  
 cos(y(37)) - y(36) \* cos(y(33)) \* sin(y(37))) - ly4 \* cos(y(33)) \* sin(y(37)) \* (- y(34) \* sin(y(37)) \* y(38) + y(36) \* sin(y(37)) ...  
 \* sin(y(33)) \* y(34) - y(36) \* cos(y(33)) \* cos(y(37)) \* y(38)) + lz4 \* cos(y(33)) \* y(34) \* (y(36) \* sin(y(33)) + y(38)) + lz4 \* ...  
 sin(y(33)) \* (y(36) \* cos(y(33)) \* y(34)) - K13 \* Dw \* cos(y(35)) \* (EAM - Sf \* EAO + EAQ) - K14 \* Dw \* cos(y(35)) \* ...  
 (EAM + Sf \* EAO + EAQ) + K15 \* Dw \* cos(y(35)) \* (EAM - Sf \* EAO - EAQ) + K16 \* Dw \* cos(y(35)) \* (EAM + Sf \* ...  
 EAO - EAQ) + K21 \* Dw \* cos(y(35)) \* ... (y(31) - EBM + EBN - V1) + K22 \* Dw \* cos(y(35)) \* (y(31) + EBM + EBN - ...  
 V2) - K23 \* Dw \* cos(y(35)) \* (y(31) - EBM - EBN - V3) - K24 \* Dw \* cos(y(35)) \* (y(31) + EBM - EBN - V4) - KP24 \* ...  
 (y(17) - y(35)) - C13 \* Dw \* cos(y(35)) \* (EAN - Sf \* EAP + EAR) - C14 \* Dw \* cos(y(35)) \* (EAN + Sf \* EAP + EAR) + ...  
 C15 \* Dw \* cos(y(35)) \* ... (EAN - Sf \* EAP - EAR) + C16 \* Dw \* cos(y(35)) \* (EAN + Sf \* EAP - EAR) );

BB4(3,1) = (lz4 \* (y(36) \* cos(y(33)) \* y(34)) - lz4 \* (-y(36) \* cos(y(33)) \* sin(y(37)) + y(34) \* cos(y(37))) \* (y(36) \* cos(y(33)) \* ...  
 \* cos(y(37)) + y(34) \* sin(y(37))) - ly4 \* (-y(34) \* sin(y(37)) - y(36) \* cos(y(33)) \* cos(y(37))) \* (y(34) \* cos(y(37)) - y(36) \* ...

$\cos(y(33)) * \sin(y(37))) + (K13L + K14L) * Dw * \cos(y(37)) * ECE - (K15L + K16L) * Dw * \cos(y(37)) * ECF - K21L * Dw * \dots$   
 $\cos(y(37)) * (y(29) - EBO - EBP + R9) - K22L * Dw * \cos(y(37)) * (y(29) - EBO - EBP - R10) + K23L * Dw * \cos(y(37)) * \dots$   
 $(y(29) + EBO - EBP + R11) + K24L * Dw * \cos(y(37)) * (y(29) + EBO - EBP - R12) - KT24 * (y(19) - y(37)) + (C13L + \dots$   
 $C14L) * Dw * \cos(y(37)) * ECA - (C15L + C16L) * Dw * \cos(y(37)) * ECB);$

%XX4=AM4/BB4;  
 XX4=inv(AM4)\*(-BB4);  
 %XX4=pinv(AM4)\*BB4 % se AM for retangular

psi2p4=XX4(1);  
 phi2p4=XX4(2);  
 alpha2p4=XX4(3);

% AM5 (3x3) ==> psi2p5, phi2p5, alpha2p5

AM5(1,1) = (lx5 \* sin(y(47)))^2 + ly5 \* (cos(y(47)))^2;  
 AM5(1,2) = (lx5 \* sin(y(47)) \* cos(y(43)) \* cos(y(47)) - ly5 \* cos(y(47)) \* cos(y(43)) \* sin(y(47)));  
 AM5(2,1) = (lx5 - ly5) \* sin(y(47)) \* cos(y(43)) \* cos(y(47));  
 AM5(2,2) = (lx5 \* cos(y(47))^2 \* cos(y(43))^2 + ly5 \* sin(y(47))^2 \* cos(y(43))^2 + lz5 \* sin(y(43))^2);  
 AM5(2,3) = (lz5 \* sin(y(43)));  
 AM5(3,2) = (lz5 \* sin(y(43)));  
 AM5(3,3) = (lz5);

BB5(1,1) = (lx5 \* cos(y(47)) \* y(48) \* (y(46) \* cos(y(43)) \* cos(y(47)) + y(44) \* sin(y(47))) + lx5 \* sin(y(47)) \* (-y(46) \* ...  
 $\cos(y(47)) * \sin(y(43)) * y(44) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47)) * y(48) + y(44) * \cos(y(47)) * y(48) - ly5 * \sin(y(47)) * y(48) \dots$   
 $(y(44) * \cos(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) + ly5 * \cos(y(47)) * (-y(44) * \sin(y(47)) * y(48) + y(46) * \sin(y(47)) \dots$   
 $\sin(y(43)) * y(44) - y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) * y(48)) + lx5 * y(46) * \cos(y(47)) * \sin(y(43)) * (y(46) * \cos(y(43)) * \dots$   
 $\cos(y(47)) + y(44) * \sin(y(47))) - ly5 * y(46) * \sin(y(43)) * \sin(y(47)) * (y(44) * \cos(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) \dots$   
 $- lz5 * y(46) * \cos(y(43)) * (y(46) * \sin(y(43)) + y(48)) + K17L * Sf * \dots \cos(y(43)) * (EBA - Sf * EBB + EBC) - K18 * Sf * \dots$   
 $\cos(y(43)) * (EBA + Sf * EBB + EBC) + K19 * Sf * \cos(y(43)) * (EBA - Sf * EBB - EBC) - K20 * Sf * \cos(y(43)) * (EBA \dots$   
 $+ Sf * EBB - EBC) - (K17L + K18L) * Hs * \cos(y(43)) * ECG - (K19L + K20L) * Hs * \cos(y(43)) * ECH - K25 * G * \dots$   
 $\cos(y(43)) * (y(41) - EBQ + EBR - V5) + K26 * G * \cos(y(43)) * (y(41) + EBQ + EBR - V6) - K27 * G * \cos(y(43)) * (y(41) \dots$   
 $- EBQ - EBR - V7) + K28 * G * \cos(y(43)) * (y(41) + EBQ - EBR - V8) - K25L * Hr * \cos(y(43)) * (y(39) - EBS - EBT + \dots$   
 $R13) - K26L * Hr * \cos(y(43)) * (y(39) - EBS - EBT - R14) - K27L * Hr * \cos(y(43)) * (y(39) + EBS - EBT + R15) - K28L * \dots$   
 $Hr * \cos(y(43)) * (y(39) + EBS - EBT - R16) + KBOM * delta11 * Sf * \cos(y(43)) * (EBA - Sf * EBB + TL) - KBOM * \dots$   
 $delta12 * Sf * \cos(y(43)) * (EBA + Sf * EBB + TL) + C17 * Sf * \cos(y(43)) * (EBD - Sf * EBE + EBF) - C18 * Sf * \dots$   
 $\cos(y(43)) * (EBD + Sf * EBE + EBF) + C19 * Sf * \cos(y(43)) * (EBD - Sf * EBE - EBF) - C20 * Sf * \cos(y(43)) * (EBD + \dots$   
 $Sf * EBE - EBF) - (C17L + C18L) * Hs * \cos(y(43)) * ECC - (C19L + C20L) * Hs * \cos(y(43)) * ECD);$

BB5(2,1) = (- lx5 \* cos(y(47)) \* sin(y(43)) \* y(44) \* (y(46) \* cos(y(43)) \* cos(y(47)) + y(44) \* sin(y(47))) - lx5 \* cos(y(43)) \* ...  
 $\sin(y(47)) * y(48) * (y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) + y(44) * \sin(y(47))) + lx5 * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) * (-y(46) * \dots$   
 $\cos(y(47)) * \sin(y(43)) * y(44) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47)) * y(48) + y(44) * \cos(y(47)) * y(48) + ly5 * \sin(y(47)) * \dots$   
 $\sin(y(43)) * y(44) * (y(44) * \cos(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) - ly5 * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) * y(48) * (y(44) * \dots$   
 $\cos(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) - ly5 * \cos(y(43)) * \sin(y(47)) * (-y(44) * \sin(y(47)) * y(48) + y(46) * \sin(y(47)) \dots$   
 $\sin(y(43)) * y(44) - y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) * y(48)) + lz5 * \cos(y(43)) * y(44) * (y(46) * \sin(y(43)) + y(48)) + lz5 * \dots$   
 $\sin(y(43)) * y(46) * \cos(y(43)) * y(44) - K17 * Dw * \cos(y(45)) * (EBA - Sf * EBB + EBC) - K18 * Dw * \cos(y(45)) * (EBA + \dots$   
 $Sf * EBB + EBC) + K19 * Dw * \cos(y(45)) * (EBA - Sf * EBB - EBC) + K20 * Dw * \cos(y(45)) * (EBA + Sf * EBB - EBC) + \dots$   
 $K25 * Dw * \cos(y(45)) * (y(41) - EBQ + EBR - V5) + K26 * Dw * \cos(y(45)) * (y(41) + EBQ + EBR - V6) - K27 * Dw * \dots$   
 $\cos(y(45)) * (y(41) - EBQ - EBR - V7) - K28 * Dw * \cos(y(45)) * (y(41) + EBQ - EBR - V8) - KP35 * (y(25) - y(45)) - C17 * \dots$   
 $Dw * \cos(y(45)) * (EBD - Sf * EBE + EBF) - C18 * Dw * \cos(y(45)) * (EBD + Sf * EBE + EBF) + C19 * Dw * \cos(y(45)) * \dots$   
 $(EBD - Sf * EBE - EBF) + C20 * Dw * \cos(y(45)) * (EBD + Sf * EBE - EBF));$

BB5(3,1) = (lz5 \* (y(46) \* cos(y(43)) \* y(44)) - lx5 \* (-y(46) \* cos(y(43)) \* sin(y(47)) + y(44) \* cos(y(47))) \* (y(46) \* cos(y(43)) \* ...  
 $\cos(y(47)) + y(44) * \sin(y(47))) - ly5 * (-y(44) * \sin(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47))) * (y(44) * \cos(y(47)) - y(46) * \dots$   
 $\cos(y(43)) * \sin(y(47))) - K25L * Dw * \cos(y(47)) * (y(39) - EBS - EBT + R13) - K26L * Dw * \cos(y(47)) * (y(39) - EBS - \dots$   
 $EBT - R14) + K27L * Dw * \cos(y(47)) * (y(39) + EBS - EBT + R15) + K28L * Dw * \cos(y(47)) * (y(39) + EBS - EBT - \dots$   
 $R16) + (K17L + K18L) * Dw * \cos(y(47)) * ECG - (K19L + K20L) * Dw * \cos(y(47)) * ECH - KT35 * (y(27) - y(47)) + (\dots$   
 $C17L + C18L) * Dw * \cos(y(47)) * ECC - (C19L + C20L) * Dw * \cos(y(47)) * ECD);$

%XX5=AM5/BB5;  
 XX5=inv(AM5)\*(-BB5);  
 %XX5=pinv(AM5)\*BB5 % se AM for retangular

psi2p5=XX5(1);  
 phi2p5=XX5(2);  
 alpha2p5=XX5(3);

%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%  
 %%% SUBROTINA RK - CÁLCULO POSIÇÃO E VELOCIDADES - RUNGE KUTTA %%%

function yprime=PADVF\_RK(t,y,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,K12,K13,K14,...  
 K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K21L,...  
 K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,C20,C13L,C14L,C15L,...  
 C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,m1,m2,m3,m4,m5,...

g,psi2p1,x2p1,phi2p1,alpha2p1,phi2p2,psi2p2,alpha2p2,phi2p3,psi2p3,alpha2p3,phi2p4,psi2p4,alpha2p4,phi2p5,psi2p5,..  
alpha2p5);

% INICIA EXCITAÇÃO -----

% TWIST Mode - rail joints rock

% Vertical Track Profile

[V1,V2,V3,V4,V5,V6,V7,V8]=PADVF\_ZEXCIT(t);

% TWIST Mode - rail joints rock

% Horizontal Track Profile

[R9,R10,R11,R12,R13,R14,R15,R16]=PADVF\_YEXCIT(t);

%%%%%%%%% DESLOCAMENTOS E VELOCIDADES %%%%%%%%%%  
%%%

% SISTEMA DE EQUACOES DINAMICAS (de resposta)

% y(1) = deslocamento lateral (x1) Car Body  
% y(3) = deslocamento longitudinal (y1) Car Body  
% y(5) = deslocamento vertical (z1) Car Body  
% y(7) = deslocamento angular do Roll (psi1) Car Body  
% y(9) = deslocamento angular do Pitch (phi1) Car Body  
% y(11) = deslocamento angular do Yaw (alpha1) Car Body  
% y(13) = deslocamento vertical (z2) Front Bolster  
% y(15) = deslocamento angular do Roll (psi2) Front Bolster  
% y(17) = deslocamento angular do Pitch (phi2) Front Bolster  
% y(19) = deslocamento angular do Yaw (alpha2) Front Bolster  
% y(21) = deslocamento vertical (z3) Rear Bolster  
% y(23) = deslocamento angular do Roll (psi3) Rear Bolster  
% y(25) = deslocamento angular do Pitch (phi3) Rear Bolster  
% y(27) = deslocamento angular do Yaw (alpha3) Rear Bolster  
% y(29) = deslocamento lateral (x4) Front Truck  
% y(31) = deslocamento vertical (z4) Front Truck  
% y(33) = deslocamento angular do Roll (psi4) Front Truck  
% y(35) = deslocamento angular do Pitch (phi4) Front Truck  
% y(37) = deslocamento angular do Yaw (alpha4) Front Truck  
% y(39) = deslocamento lateral (x5) Rear Truck  
% y(41) = deslocamento vertical (z5) Rear Truck  
% y(43) = deslocamento angular do Roll (psi5) Rear Truck  
% y(45) = deslocamento angular do Pitch (phi5) Rear Truck  
% y(47) = deslocamento angular do Yaw (alpha5) Rear Truck

% y(2) = velocidade lateral (x1p) Car Body  
% y(4) = velocidade longitudinal (y1) Car Body  
% y(6) = velocidade vertical (z1) Car Body  
% y(8) = velocidade angular do Roll (psi1) Car Body  
% y(10) = velocidade angular do Pitch (phi1) Car Body  
% y(12) = velocidade angular do Yaw (alpha1) Car Body  
% y(14) = velocidade vertical (z2) Front Bolster  
% y(16) = velocidade angular do Roll (psi2) Front Bolster  
% y(18) = velocidade angular do Pitch (phi2) Front Bolster  
% y(20) = velocidade angular do Yaw (alpha2) Front Bolster  
% y(22) = velocidade vertical (z3) Rear Bolster  
% y(24) = velocidade angular do Roll (psi3) Rear Bolster  
% y(26) = velocidade angular do Pitch (phi3) Rear Bolster  
% y(28) = velocidade angular do Yaw (alpha3) Rear Bolster  
% y(30) = velocidade lateral (x4) Front Truck  
% y(32) = velocidade vertical (z4) Front Truck  
% y(34) = velocidade angular do Roll (psi4) Front Truck  
% y(36) = velocidade angular do Pitch (phi4) Front Truck  
% y(38) = velocidade angular do Yaw (alpha4) Front Truck  
% y(40) = velocidade lateral (x5) Rear Truck  
% y(42) = velocidade vertical (z5) Rear Truck  
% y(44) = velocidade angular do Roll (psi5) Rear Truck  
% y(46) = velocidade angular do Pitch (phi5) Rear Truck  
% y(48) = velocidade angular do Yaw (alpha5) Rear Truck

% Equações de movimento de Lagrange na forma de estado

EAA = y(5) - y(13);  
EAB = sin(y(7)) - sin(y(15));  
EAC = y(5) - y(21);  
EAD = sin(y(7)) - sin(y(23));  
EAF = y(1) - Hb \* sin(y(7)) - Lt \* sin(y(11)) - y(29);  
EAI = Lt \* sin(y(9));  
EAM = y(13) - y(31);  
EAN = y(14) - y(32);

```

EAO = sin(y(15)) - sin(y(33));
EAP = cos(y(15))*y(16) - cos(y(33))*y(34);
EAQ = Db * sin(y(17)) - Dw * sin(y(35));
EAR = Db * cos(y(17))*y(18) - Dw * cos(y(35))*y(36);
EAU = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11))-y(39);
EBA = y(21) - y(41);
EBB = sin(y(23)) - sin(y(43));
EBC = Db * sin(y(25)) - Dw * sin(y(45));
EBD = y(22) - y(42);
EBE = cos(y(23))*y(24) - cos(y(43))*y(44);
EBF = Db * cos(y(25))*y(26) - Dw * cos(y(45))*y(46);
EBM = G * sin(y(33));
EBN = Dw * sin(y(35));
EBO = Dw * sin(y(37));
EBP = Hr * sin(y(33));
EBQ = G * sin(y(43));
EBR = Dw * sin(y(45));
EBS = Dw * sin(y(47));
EBT = Hr * sin(y(43));
ECA = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) - (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*
y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECB = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) + (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))
*y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECC = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) - (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*
y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECD = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) + (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))
*y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECE = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) - (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) + (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECG = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) - (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
ECH = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) + (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));

% Controlador GAPP
if (y(5)-y(13)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta1=1; % existe mola
else
    delta1=0; % não há mola
end

if (y(5)-y(13)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta2=1;
else
    delta2=0;
end

if (y(5)-y(21)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta3=1;
else
    delta3=0;
end

if (y(5)-y(21)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta4=1;
else
    delta4=0;
end

% Controlador GIB
if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) - GIB) <= 0
    SAFmenosGIB=-100;
else
    SAFmenosGIB=100;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) + GIB) < 0
    SAFmaisGIB=-200;
else
    SAFmaisGIB=200;
end

switch SAFmenosGIB
case -100
    delta5=0;

    switch SAFmaisGIB

```



```

        case -200
            delta6=1;
        case 200
            delta6=0;
        end
    case 100
        delta5=1;
        delta6=0;
    end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) - GIB ) <= 0
    SAUmenosGIB=-300;
else
    SAUmenosGIB=300;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) + GIB ) < 0
    SAUmaisGIB=-400;
else
    SAUmaisGIB=400;
end

switch SAUmenosGIB
    case -300
        delta7=0;

        switch SAUmaisGIB
            case -400
                delta8=1;
            case 400
                delta8=0;
            end
        case 300
            delta7=1;
            delta8=0;
        end

% Controlador BOTTOM
if (y(13) - y(31) - Sf*(sin(y(15)) - sin(y(33))) + TL) < 0
    delta9=1;
else
    delta9=0;
end

if (y(13) - y(31) + Sf*(sin(y(15)) - sin(y(33))) + TL) < 0
    delta10=1;
else
    delta10=0;
end

if (y(21) - y(41) - Sf*(sin(y(23)) - sin(y(43))) + TL) < 0
    delta11=1;
else
    delta11=0;
end

if (y(21) - y(41) + Sf*(sin(y(23)) - sin(y(43))) + TL) < 0
    delta12=1;
else
    delta12=0;
end

%yprime=zeros(54,1);

% EQUAÇÕES DE ESTADO (de velocidade e aceleração)

yprime = [y(2);

-( 2 * m2 * Hb * sin(y(7))*y(8)^2 - (2 * m2 * Hb * cos(y(7)))*psi2p1 + (K13L + K14L) * ECE + (K15L + K16L) * ECF + (K17L + ...
K18L) * ECG + (K19L + K20L) * ECH + (C13L + C14L) * ECA + (C15L + C16L) * ECB + (C17L + C18L) * ECC + (C19L + ...
C20L) * ECD + KGIB * delta5 * (EAF - GIB) + KGIB * delta6 * (EAF + GIB) + KGIB * ...delta7 * (EAU - GIB) + KGIB * delta8 * ...
(EAU + GIB))/(m1 + 2* m2);

y(4);

```

-(0)/m1;

y(6);

$$-(K1 * (EAA - e^*EAB + EAI) + K2 * (EAA + e^*EAB + EAI) + K5 * \text{delta1} * (EAA - Sb * EAB + EAI + GAPP) + K6 * \text{delta2} * \dots \\ (EAA + Sb * EAB + EAI + GAPP) + K7 * (EAC - \dots e^*EAD - EAI) + K8 * (EAC + e^*EAD - EAI) + K11 * \text{delta3} * (EAC - Sb * \dots \\ EAD - EAI + GAPP) + K12 * \text{delta4} * (EAC + Sb * EAD - EAI + GAPP) + m1 * g)/m1;$$

y(8);

$$-((-2 * m2 * Hb * \cos(y(7))) * x2p1 + (lx1 - ly1) * \sin(y(11)) * \cos(y(11)) * \cos(y(7)) * \text{phi}2p1 + lx1 * \cos(y(11)) * y(12) * (y(10) * \dots \\ \cos(y(7)) * \cos(y(11)) + y(8) * \sin(y(11))) + lx1 * \sin(y(11)) * (-y(10) * \cos(y(11)) * \sin(y(7)) * y(8) - y(10) * \cos(y(7)) * \sin(y(11)) \dots \\ * y(12) + y(8) * \cos(y(11)) * y(12)) - ly1 * \sin(y(11)) * y(12) * (y(8) * \cos(y(11)) - y(10) * \cos(y(7)) * \sin(y(11))) + ly1 * \dots \\ \cos(y(11)) * (-y(8) * \sin(y(11)) * y(12) + y(10) * \sin(y(11)) * \sin(y(7)) * y(8) - y(10) * \cos(y(7)) * \cos(y(11)) * y(12)) + lx1 * y(10) \dots \\ * \cos(y(11)) * \sin(y(7)) * (y(10) * \cos(y(7)) * \cos(y(11)) + y(8) * \sin(y(11))) - ly1 * y(10) * \sin(y(11)) * \sin(y(7)) * (y(8) * \dots \\ \cos(y(11)) - y(10) * \cos(y(7)) * \sin(y(11))) - lz1 * y(10) * \cos(y(7)) * (y(10) * \sin(y(7)) + y(12)) - K1 * e * \cos(y(7)) * (EAA - e * \dots \\ EAB + EAI) + K2 * e * \cos(y(7)) * (EAA + e^*EAB + EAI) - K5 * \text{delta1} * Sb * \cos(y(7)) * (EAA - Sb * EAB + EAI + GAPP) + K6 * \dots \\ \text{delta2} * Sb * \cos(y(7)) * (EAA + Sb * EAB + EAI + GAPP) - K7 * e * \cos(y(7)) * (EAC - e^*EAD - EAI) + K8 * e * \cos(y(7)) * (EAC \dots \\ + e^*EAD - EAI) - K11 * \text{delta3} * Sb * \cos(y(7)) * (EAC - Sb * EAD - EAI + GAPP) + K12 * \text{delta4} * Sb * \cos(y(7)) * (EAC + Sb \dots \\ * EAD - EAI + GAPP) - (K13L + K14L) * Hb * \cos(y(7)) * ECE - (K15L + K16L) * Hb * \cos(y(7)) * ECF - (K17L + K18L) * Hb * \dots \\ \cos(y(7)) * ECG - (K19L + K20L) * Hb * \cos(y(7)) * ECH - KGIB * \text{delta5} * Hb * \cos(y(7)) * (EAF - GIB) - KGIB * \text{delta6} * Hb * \dots \\ \cos(y(7)) * (EAF + GIB) - KGIB * \text{delta7} * Hb * \cos(y(7)) * (EAU - GIB) - KGIB * \text{delta8} * Hb * \cos(y(7)) * (EAU + GIB) - (C13L \dots \\ + C14L) * Hb * \cos(y(7)) * ECA - (C15L + C16L) * Hb * \cos(y(7)) * ECB - (C17L + C18L) * Hb * \cos(y(7)) * ECC - (C19L + \dots \\ C20L) * Hb * \cos(y(7)) * ECD - 4 * m2 * Hb^2 * \cos(y(7)) * y(8) * \sin(y(7)) * y(8) + 2 * m2 * Hb^2 * \cos(y(7)) * y(8) * \sin(y(7)) \dots \\ - 2 * m2 * y(2) * Hb * \sin(y(7)) * y(8) / (lx1 * \sin(y(11))^2 + ly1 * \cos(y(11))^2 + 2 * m2 * Hb^2 * \cos(y(7))^2);$$

y(10);

$$-((lx1 - ly1) * \sin(y(11)) * \cos(y(7)) * \cos(y(11)) * \text{psi}2p1 + lz1 * \sin(y(7)) * \alpha2p1 - lx1 * \cos(y(11)) * \sin(y(7)) * y(8) * (y(10) \dots \\ * \cos(y(7)) * \cos(y(11)) + y(8) * \sin(y(11))) - \dots lx1 * \cos(y(7)) * \sin(y(11)) * y(12) * (y(10) * \cos(y(7)) * \cos(y(11)) + y(8) * \dots \\ \sin(y(11))) + lx1 * \cos(y(7)) * \cos(y(11)) * (-y(10) * \cos(y(11)) * \sin(y(7)) * y(8) - y(10) * \cos(y(7)) * \sin(y(11)) * y(12) + y(8) * \dots \\ \cos(y(11)) * y(12)) + ly1 * \sin(y(11)) * \sin(y(7)) * y(8) * (y(8) * \cos(y(11)) - y(10) * \cos(y(7)) * \sin(y(11))) - ly1 * \cos(y(7)) * \dots \\ \cos(y(11)) * y(12) * (y(8) * \cos(y(11)) - y(10) * \cos(y(7)) * \sin(y(11))) - ly1 * \cos(y(7)) * \sin(y(11)) * (-y(8) * \sin(y(11)) * y(12) + \dots \\ y(10) * \sin(y(11)) * \sin(y(7)) * y(8) - y(10) * \dots * \cos(y(7)) * \sin(y(11))) + lz1 * \cos(y(7)) * y(8) * (y(10) * \sin(y(7)) + y(12)) + lz1 * \dots \\ \sin(y(7)) * y(10) * \cos(y(7)) * y(8) + K1 * Lt * \cos(y(9)) * (EAA - e^*EAB + EAI) + K2 * Lt * \cos(y(9)) * (EAA + e^*EAB + EAI) + \dots \\ K5 * \text{delta1} * Lt * \cos(y(9)) * (EAA - Sb * EAB + EAI + GAPP) + K6 * \text{delta2} * Lt * \cos(y(9)) * (EAA + Sb * EAB + EAI + GAPP) \dots \\ - K7 * Lt * \cos(y(9)) * (EAC - e^*EAD - EAI) - K8 * Lt * \cos(y(9)) * (EAC + e * EAD - EAI) - K11 * \text{delta3} * Lt * \cos(y(9)) * (EAC - \dots \\ Sb * EAD - EAI + GAPP) - K12 * \text{delta4} * \dots * Lt * \cos(y(9)) * (EAC + Sb * EAD - EAI + GAPP) / (lx1 * \cos(y(7))^2 * \cos(y(11))^2 \dots \\ + ly1 * \cos(y(7))^2 * \sin(y(11))^2 + lz1 * \sin(y(7))^2);$$

y(12);

$$-(lz1 * \sin(y(7)) * \text{phi}2p1 + lz1 * \cos(y(7)) * y(10) * y(8) - 4 * m2 * Lt^2 * \cos(y(11)) * y(12) * \sin(y(11)) * y(12) - lx1 * (-y(10) * \dots \\ \cos(y(7)) * \sin(y(11)) + y(8) * \cos(y(11))) * (y(10) * \cos(y(7)) * \cos(y(11)) + y(8) * \sin(y(11))) - ly1 * (-y(8) * \sin(y(11)) - y(10) * \dots \\ \cos(y(7)) * \cos(y(11))) * (y(8) * \cos(y(11)) - y(10) * \cos(y(7)) * \sin(y(11))) + 2 * m2 * Lt^2 * \cos(y(11)) * \sin(y(11)) * y(12)^2 - \dots \\ (K13L + K14L) * Lt * \cos(y(11)) * ECE - (K15L + K16L) * Lt * \cos(y(11)) * ECF + (K17L + K18L) * Lt * \cos(y(11)) * ECG + \dots \\ (K19L + K20L) * Lt * \cos(y(11)) * ECH - (C13L + C14L) * Lt * \cos(y(11)) * ECA - (C15L + C16L) * Lt * \cos(y(11)) * ECB + \dots \\ (C17L + C18L) * Lt * \cos(y(11)) * ECC + (C19L + C20L) * Lt * \cos(y(11)) * ECD - KGIB * \text{delta5} * Lt * \cos(y(11)) * (EAF - \dots \\ GIB) - KGIB * \text{delta6} * Lt * \cos(y(11)) * (EAF + GIB) + KGIB * \text{delta7} * Lt * (\cos(y(11)) * (EAU - GIB) + KGIB * \text{delta8} * Lt * \dots \\ \cos(y(11)) * (EAU + GIB)) / (lz1 + 2 * m2 * Lt^2 * (\cos(y(11)))^2);$$

y(14);

$$-(K1 * (EAA - e^*EAB + EAI) - K2 * (EAA + e^*EAB + EAI) - K5 * \text{delta1} * (EAA - Sb * EAB + EAI + GAPP) - K6 * \text{delta2} * (EAA \dots \\ + Sb * EAB + EAI + GAPP) + K13 * (EAM - Sf * EAO + EAQ) + K14 * (EAM + Sf * EAO + EAQ) + K15 * (EAM - Sf * EAO - \dots \\ EAQ) + K16 * (EAM + Sf * EAO - EAQ) + m2 * g + C13 * (EAN - Sf * EAP + EAR) + C14 * (EAN + Sf * EAP + EAR) + C15 * \dots \\ (EAN - Sf * EAP - EAR) + C16 * (EAN + Sf * EAP - EAR) + KBOM * \text{delta9} * (EAM - Sf * EAO + TL) + KBOM * \text{delta10} * (EAM \dots \\ + Sf * EAO + TL) / m2;$$

y(16);

$$-((lx2 - ly2) * \sin(y(19)) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) * \text{phi}2p2 + lx2 * \cos(y(19)) * y(20) * (y(18) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) + y(16) * \dots \\ \sin(y(19))) + lx2 * \sin(y(19)) * (-y(18) * \cos(y(19)) * \sin(y(15)) * y(16) - y(18) * \cos(y(15)) * \sin(y(19)) * y(20) + y(16) * \dots \\ \cos(y(19)) * y(20)) - ly2 * \sin(y(19)) * y(20) * (y(16) * \cos(y(19)) - y(18) * \cos(y(15)) * \sin(y(19))) + ly2 * \cos(y(19)) * (-y(16)) \dots \\ * \sin(y(19)) * y(20) + y(18) * \sin(y(19)) * \sin(y(15)) * y(16) - y(18) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) * y(20)) + lx2 * \sin(y(15)) * y(18) * \dots \\ \cos(y(19)) * (y(18) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) + y(16) * \sin(y(19))) - ly2 * (y(18)) * \sin(y(15)) * \sin(y(19)) * (y(16) * \cos(y(19)) - \dots \\ y(18) * \cos(y(15)) * \sin(y(19))) - lz2 * (y(18)) * \cos(y(15)) * (y(18) * \sin(y(15)) + y(20)) + K1 * e * \cos(y(15)) * (EAA - e^*EAB + \dots \\ EAI) - K2 * e * \cos(y(15)) * (EAA + e^*EAB + EAI) + K5 * \text{delta1} * Sb * \cos(y(15)) * (EAA - Sb * EAB + EAI + GAPP) - K6 * \dots \\ \text{delta2} * Sb * \cos(y(15)) * (EAA + Sb * EAB + EAI + GAPP) - K13 * Sf * \cos(y(15)) * (EAM - Sf * EAO + EAQ) + K14 * Sf * \dots \\ \cos(y(15)) * (EAM + Sf * EAO + EAQ) - K15 * Sf * \cos(y(15)) * (EAM - Sf * EAO - EAQ) + K16 * Sf * \cos(y(15)) * (EAM + Sf * \dots \\ EAO - EAQ) - (K13L + K14L) * Ht * \cos(y(15)) * ECE - (K15L + K16) * Ht * \cos(y(15)) * ECF - KBOM * \text{delta9} * Sf * \cos(y(15)) \dots \\ * (EAM - Sf * EAO + TL) + KBOM * \text{delta10} * Sf * \cos(y(15)) * (EAM + Sf * EAO + TL) - C13 * Sf * \cos(y(15)) * (EAN - Sf * \dots \\ EAP + EAR) + C14 * Sf * \cos(y(15)) * (EAN + Sf * EAP + EAR) - C15 * Sf * \cos(y(15)) * (EAN - Sf * EAP - EAR) + C16 * Sf * \dots \\ \cos(y(15)) * (EAN + Sf * EAP - EAR) - (C13L + C14L) * Ht * \cos(y(15)) * ECA - (C15L + C16L) * Ht * \cos(y(15)) * ECB) / ((lx2 * \dots$$

$$\sin(y(19))^2 + ly2 * \cos(y(19))^2);$$

y(18);

$$\begin{aligned} & -((lx2 - ly2) * \sin(y(19)) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) * \psi_2p2 + lz2 * \sin(y(15)) * \alpha_2p2 - lx2 * \cos(y(19)) * \sin(y(15)) * y(16) * \dots \\ & (y(18) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) + y(16) * \sin(y(19))) - lx2 * \cos(y(15)) * \sin(y(19)) * y(20) * (y(18) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) + \dots \\ & y(16) * \sin(y(19))) + lx2 * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) * (-y(18) * \cos(y(19)) * \sin(y(15)) * y(16) - y(18) * \cos(y(15)) * \sin(y(19)) * \dots \\ & y(20) + y(16) * \cos(y(19)) * y(20)) + ly2 * \sin(y(19)) * \sin(y(15)) * y(16) * (y(16) * \cos(y(19)) - y(18) * \cos(y(15)) * \sin(y(19))) \dots \\ & - ly2 * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) * y(20) * (y(16) * \cos(y(19)) - y(18) * \cos(y(15)) * \sin(y(19))) - ly2 * \cos(y(15)) * \sin(y(19)) * \dots \\ & (-y(16) * \sin(y(19)) * y(20) + y(18) * \sin(y(19)) * \sin(y(15)) * y(16) - y(18) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) * y(20)) + lz2 * \cos(y(15)) * \dots \\ & y(16) * (y(18) * \sin(y(15)) + y(20)) + lz2 * \sin(y(15)) * y(18) * \cos(y(15)) * y(16) + K13 * Db * \cos(y(17)) * (EAM - Sf * EAO + \dots \\ & EAQ) + K14 * Db * \cos(y(17)) * (EAM + Sf * EAO + EAQ) - K15 * Db * \cos(y(17)) * (EAM - Sf * EAO - EAQ) - K16 * Db * \dots \\ & \cos(y(17)) * (EAM + Sf * EAO - EAQ) + KP24 * (y(17) - y(35)) + C13 * Db * \cos(y(17)) * (EAN - Sf * EAP + EAR) + C14 * Db * \dots \\ & * \cos(y(17)) * (EAN + Sf * EAP + EAR) - C15 * Db * \cos(y(17)) * (EAN - Sf * EAP - EAR) - C16 * Db * \cos(y(17)) * (EAN + Sf * \dots \\ & EAP - EAR) / ((lx2 * \cos(y(15))^2 * \cos(y(19))^2 + ly2 * \sin(y(19))^2 * \cos(y(15))^2 + lz2 * \sin(y(15))^2); \end{aligned}$$

y(20);

$$\begin{aligned} & -(lz2 * (\phi_2p2 * \sin(y(15)) + y(18) * \cos(y(15)) * y(16)) - lx2 * (y(18) * \cos(y(15)) * \cos(y(19)) + y(16) * \sin(y(19))) * (y(16) * \dots \\ & \cos(y(19)) - y(18) * \cos(y(15)) * \sin(y(19))) - ly2 * (-y(16) * \sin(y(19)) - y(18) * \cos(y(15)) * \cos(y(19))) * (y(16) * \cos(y(19)) - \dots \\ & y(18) * \cos(y(15)) * \sin(y(19))) - (K13L + K14L) * Db * \cos(y(19)) * ECE + (K15L + K16L) * Db * \cos(y(19)) * ECF + KT24 * \dots \\ & (y(19) - y(37)) - (C13L + C14L) * Db * \cos(y(19)) * ECA + (C15L + C16L) * Db * \cos(y(19)) * ECB) / (lz2); \end{aligned}$$

y(22);

$$\begin{aligned} & -(-K7 * (EAC - e * EAD - EAI) - K8 * (EAC + e * EAD - EAI) - K11 * \delta_3 * (EAC - Sb * EAD - EAI + GAPP) - K12 * \delta_4 * \dots \\ & (EAC + Sb * EAD - EAI + GAPP) + K17 * (EBA - Sf * EBB + EBC) + K18 * (EBA + Sf * EBB + EBC) + K19 * (EBA - Sf * EBB - \dots \\ & EBC) + K20 * (EBA + Sf * EBB - EBC) + m3 * g + KBOM * \delta_{11} * (EBA - Sf * EBB + TL) + KBOM * \delta_{12} * (EBA + Sf * \dots \\ & EBB + TL) + C17 * (EBD - Sf * EBE + EBF) + C18 * (EBD + Sf * EBE + EBF) + C19 * (EBD - Sf * EBE - EBF) + C20 * (EBD + \dots \\ & Sf * EBE - EBF) / (m3); \end{aligned}$$

y(24);

$$\begin{aligned} & -((lx3 - ly3) * \sin(y(27)) * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) * \phi_2p3 + lx3 * \cos(y(27)) * y(28) * (y(26) * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) + y(24) * \dots \\ & \sin(y(27))) + lx3 * \sin(y(27)) * (-y(26) * \cos(y(27)) * \sin(y(23)) * y(24) - y(26) * \cos(y(23)) * \sin(y(27)) * y(28) + y(24) * \dots \\ & \cos(y(27)) * y(28)) - ly3 * \sin(y(27)) * y(28) * (y(24) * \cos(y(27)) - y(26) * \cos(y(23)) * \sin(y(27))) + ly3 * \cos(y(27)) * (-y(24) * \dots \\ & \sin(y(27)) * y(28) + y(26) * \sin(y(27)) * \sin(y(23)) * y(24) - y(26) * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) * y(28)) + lx3 * (y(26) * \cos(y(27)) * \dots \\ & \sin(y(23))) * (y(26) * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) + y(24) * \sin(y(27))) - ly3 * y(26) * \sin(y(27)) * \sin(y(23)) * (y(24) * \cos(y(27)) - \dots \\ & y(26) * \cos(y(23)) * \sin(y(27))) - lz3 * y(26) * \cos(y(23)) * (y(26) * \sin(y(23)) + y(28)) + K7 * e * \cos(y(23)) * (EAC - e * EAD - \dots \\ & EAI) - K8 * e * \cos(y(23)) * (EAC + e * EAD - EAI) + K11 * \delta_3 * Sb * \cos(y(23)) * (EAC - Sb * EAD - EAI + GAPP) - K12 * \dots \\ & \delta_4 * Sb * \cos(y(23)) * (EAC + Sb * EAD - EAI + GAPP) - K17 * Sf * \cos(y(23)) * (EBA - Sf * EBB + EBC) + K18 * Sf * \dots \\ & \cos(y(23)) * (EBA + Sf * EBB + EBC) - K19 * Sf * \cos(y(23)) * (EBA - Sf * EBB - EBC) + K20 * Sf * \cos(y(23)) * (EBA + Sf * \dots \\ & EBB - EBC) - (K17L + K18L) * Ht * \cos(y(23)) * ECG - (K19L + K20L) * Ht * \cos(y(23)) * ECH - KBOM * \delta_{11} * Sf * \dots \\ & \cos(y(23)) * (EBA - Sf * EBB + TL) + KBOM * \delta_{12} * Sf * \cos(y(23)) * (EBA + Sf * EBB + TL) - C17 * Sf * \cos(y(23)) * (EBD \dots \\ & - Sf * EBE + EBF) + C18 * Sf * \cos(y(23)) * (EBD + Sf * EBE + EBF) - C19 * Sf * \cos(y(23)) * (EBD - Sf * EBE - EBF) + C20 * \dots \\ & Sf * \cos(y(23)) * (EBD + Sf * EBE - EBF) - (C17L + C18L) * Ht * \cos(y(23)) * ECC - (C19L + C20L) * Ht * \cos(y(23)) * ECD) / \dots \\ & ((lx3 * \sin(y(27))^2 + ly3 * \cos(y(27))^2); \end{aligned}$$

y(26);

$$\begin{aligned} & -((lx3 - ly3) * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) * \sin(y(27)) * \psi_2p3 + lz3 * \sin(y(23)) * \alpha_2p3 - lx3 * \cos(y(27)) * \sin(y(23)) * y(24) * \dots \\ & (y(26) * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) + y(24) * \sin(y(27))) - lx3 * \cos(y(23)) * \sin(y(27)) * y(28) * (y(26) * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) + \dots \\ & y(24) * \sin(y(27))) + lx3 * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) * (-y(26) * \cos(y(27)) * \sin(y(23)) * y(24) - y(26) * \cos(y(23)) * \sin(y(27)) * \dots \\ & y(28) + y(24) * \cos(y(27)) * y(28)) + ly3 * \sin(y(27)) * \sin(y(23)) * y(24) * (y(24) * \cos(y(27)) - y(26) * \cos(y(23)) * \sin(y(27))) \dots \\ & - ly3 * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) * y(28) * (y(24) * \cos(y(27)) - y(26) * \cos(y(23)) * \sin(y(27))) - ly3 * \cos(y(23)) * \sin(y(27)) * \dots \\ & (-y(24) * \sin(y(27)) * y(28) + y(26) * \sin(y(27)) * \sin(y(23)) * y(24) - y(26) * \cos(y(23)) * \cos(y(27)) * y(28)) + lz3 * \cos(y(23)) * \dots \\ & y(24) * (y(26) * \sin(y(23)) + y(28)) + lz3 * \sin(y(23)) * y(26) * \cos(y(23)) * y(24) + K17 * Db * \cos(y(25)) * (EBA - Sf * EBB + \dots \\ & EBC) + K18 * Db * \cos(y(25)) * (EBA + Sf * EBB - EBC) - K19 * Db * \cos(y(25)) * (EBA - Sf * EBB - EBC) - K20 * Db * \dots \\ & \cos(y(25)) * (EBA + Sf * EBB - EBC) + KP35 * (y(25) - y(45)) + C17 * Db * \cos(y(25)) * (EBD - Sf * EBE + EBF) + C18 * Db * \dots \\ & \cos(y(25)) * (EBD + Sf * EBF + EBF) - C19 * Db * \cos(y(25)) * (EBD - Sf * EBE - EBF) - C20 * Db * \cos(y(25)) * (EBD + Sf * \dots \\ & EBE - EBF) / ((lx3 * \cos(y(27))^2 * \cos(y(23))^2 + ly3 * \sin(y(27))^2 * \cos(y(23))^2 + lz3 * \sin(y(23))^2); \end{aligned}$$

y(28);

$$\begin{aligned} & -(lz3 * (\phi_2p3 * \sin(y(23)) + y(26) * \cos(y(23)) * y(24)) - lx3 * (-y(26) * \cos(y(23)) * \sin(y(27)) + y(24) * \cos(y(27))) * (y(26) * \dots \\ & \cos(y(23)) * \cos(y(27)) + y(24) * \sin(y(27))) - ly3 * (-y(24) * \sin(y(27)) - y(26) * \cos(y(23)) * \cos(y(27))) * (y(24) * \cos(y(27)) - \dots \\ & y(26) * \cos(y(23)) * \sin(y(27))) - (K17L + K18L) * Db * \cos(y(27)) * ECG + (K19L + K20L) * Db * \cos(y(27)) * ECH + KT35 * \dots \\ & (y(27) - y(47)) - (C17L + C18L) * Db * \cos(y(27)) * ECC + (C19L + C20L) * Db * \cos(y(27)) * ECD) / (lz3); \end{aligned}$$

y(30);

$$\begin{aligned} & -((-K13L + K14L) * ECE - (K15L + K16L) * ECF + K21L * (y(29) - EBO - EBP + R9) + K22L * (y(29) - EBO - EBP - R10) + K23L * \dots \\ & (y(29) + EBO - EBP + R11) + K24L * (y(29) + EBO - EBP - R12) - (C13L + C14L) * ECA - (C15L + C16L) * ECB - KGIB * \dots \\ & \delta_5 * (EAF - GIB) - KGIB * \delta_6 * (EAF + GIB)) / m4; \end{aligned}$$

y(32);

$$\begin{aligned} &-( -K13 * (EAM - Sf * EAO + EAQ) - K14 * (EAM + Sf * EAO + EAQ) - K15 * (EAM - Sf * EAO - EAQ) - K16 * (EAM + Sf * ... \\ &EAO - EAQ) + K21 * (y(31) - EBM + EBN - V1) + K22 * (y(31) + EBM + EBN - V2) + K23 * (y(31) - EBM - EBN - V3) + K24 * ... \\ &(y(31) + EBM - EBN - V4) - KBOM * delta9 * (EAM - Sf * EAO + TL) - KBOM * delta10 * (EAM + Sf * EAO + TL) + m4 * g - ... \\ &C13 * (EAN - Sf * EAP + EAR) - C14 * (EAN + Sf * EAP + EAR) - C15 * (EAN - Sf * EAP - EAR) - C16 * (EAN + Sf * EAP - ... \\ &EAR)) / m; \end{aligned}$$

y(34);

$$\begin{aligned} &-((lx4 * \sin(y(37)) * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) - ly4 * \cos(y(37)) * \cos(y(33)) * \sin(y(37))) * \phi2p4 + lx4 * \cos(y(37)) * y(38) * ... \\ &(y(36) * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) + y(34) * \sin(y(37))) + lx4 * \sin(y(37)) * (-y(36) * \cos(y(37)) * \sin(y(33)) * y(34) - y(36) * ... \\ &\cos(y(33)) * \sin(y(37)) * y(38) + y(34) * \cos(y(37)) * y(38)) - ly4 * \sin(y(37)) * y(38) * (y(34) * \cos(y(37)) - y(36) * \cos(y(33)) * ... \\ &\sin(y(37))) + ly4 * \cos(y(37)) * (-y(34) * \sin(y(37)) * y(38) + y(36) * \sin(y(37)) * \sin(y(33)) * y(34) - y(36) * \cos(y(33)) * ... \\ &\cos(y(37)) * y(38)) + lx4 * \sin(y(33)) * y(36) * \cos(y(37)) * (y(36) * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) + y(34) * \sin(y(37))) - ly4 * \sin(y(33)) * ... \\ &* y(36) * \sin(y(37)) * (y(34) * \cos(y(37)) - y(36) * \cos(y(33)) * \sin(y(37))) - lz4 * y(36) * \cos(y(33)) * (y(36) * \sin(y(33)) + y(38)) + ... \\ &K13 * Sf * \cos(y(33)) * (EAM - Sf * EAO + EAQ) - K14 * Sf * \cos(y(33)) * (EAM + Sf * EAO + EAQ) + K15 * Sf * \cos(y(33)) * ... \\ &(EAM - Sf * EAO - EAQ) - K16 * Sf * \cos(y(33)) * (EAM + Sf * EAO - EAQ) - (K13L + K14L) * Hs * \cos(y(33)) * ECE - (K15L + ... \\ &K16L) * Hs * \cos(y(33)) * ECF - K21 * G * \cos(y(33)) * (y(31) - EBM + EBN - V1) + K22 * G * \cos(y(33)) * (y(31) + EBM + ... \\ &EBN - V2) - K23 * G * \cos(y(33)) * (y(31) - EBM - EBN - V3) + K24 * G * \cos(y(33)) * (y(31) + EBM - EBN - V4) - K21L * Hr * ... \\ &\cos(y(33)) * (y(29) - EBO - EBP + R9) - K22L * Hr * \cos(y(33)) * (y(29) - EBO - EBP - R10) - K23L * Hr * \cos(y(33)) * (y(29) + ... \\ &EBO - EBP + R11) - K24L * Hr * \cos(y(33)) * (y(29) + EBO - EBP - R12) + KBOM * delta9 * Sf * \cos(y(33)) * (EAM - Sf * EAO ... \\ &+ TL) - KBOM * delta10 * Sf * \cos(y(33)) * (EAM + Sf * EAO + TL) + C13 * Sf * \cos(y(33)) * (EAN - Sf * EAP + EAR) - C14 * Sf * ... \\ &* \cos(y(33)) * (EAN + Sf * EAP + EAR) + C15 * Sf * \cos(y(33)) * (EAN - Sf * EAP - EAR) - C16 * Sf * \cos(y(33)) * (EAN + Sf * ... \\ &EAP - EAR) - (C13L + C14L) * Hs * \cos(y(33)) * ECA - (C15L + C16L) * Hs * \cos(y(33)) * ECB) / (lx4 * \sin(y(37))^2 + ly4 * ... \\ &\cos(y(37))^2); \end{aligned}$$

y(36);

$$\begin{aligned} &-((lx4 - ly4) * \sin(y(37)) * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) * \psi2p4 + lz4 * \sin(y(33)) * \alpha2p4 - lx4 * \cos(y(37)) * \sin(y(33)) * y(34) * ... \\ &(y(36) * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) + y(34) * \sin(y(37))) - lx4 * \cos(y(33)) * \sin(y(37)) * y(38) * (y(36) * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) + ... \\ &y(34) * \sin(y(37))) + lx4 * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) * (-y(36) * \cos(y(37)) * \sin(y(33)) * y(34) - y(36) * \cos(y(33)) * \sin(y(37)) * ... \\ &y(38) + y(34) * \cos(y(37)) * y(38)) + ly4 * \sin(y(37)) * \sin(y(33)) * y(34) * (y(34) * \cos(y(37)) - y(36) * \cos(y(35)) * \sin(y(37))) - ... \\ &ly4 * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) * y(38) * (y(34) * \cos(y(37)) - y(36) * \cos(y(33)) * \sin(y(37))) - ly4 * \cos(y(33)) * \sin(y(37)) * (-y(34) * ... \\ &* \sin(y(37)) * y(38) + y(36) * \sin(y(37)) * \sin(y(33)) * y(34) - y(36) * \cos(y(33)) * \cos(y(37)) * y(38)) + lz4 * \cos(y(33)) * y(34) * ... \\ &(y(36) * \sin(y(33)) + y(38)) + lz4 * \sin(y(33)) * (y(36) * \cos(y(33)) * y(34)) - K13 * Dw * \cos(y(35)) * (EAM - Sf * EAO + EAQ) - ... \\ &K14 * Dw * \cos(y(35)) * (EAM + Sf * EAO + EAQ) + K15 * Dw * \cos(y(35)) * (EAM - Sf * EAO - EAQ) + K16 * Dw * \cos(y(35)) * ... \\ &* (EAM + Sf * EAO - EAQ) + K21 * Dw * \cos(y(35)) * (y(31) - EBM + EBN - V1) + K22 * Dw * \cos(y(35)) * (y(31) + EBM + EBN ... \\ &- V2) - K23 * Dw * \cos(y(35)) * (y(31) - EBM - EBN - V3) - K24 * Dw * \cos(y(35)) * (y(31) + EBM - EBN - V4) - KP24 * (y(17) - ... \\ &y(35)) - C13 * Dw * \cos(y(35)) * (EAN - Sf * EAP + EAR) - C14 * Dw * \cos(y(35)) * (EAN + Sf * EAP + EAR) + C15 * Dw * ... \\ &\cos(y(35)) * (EAN - Sf * EAP - EAR) + C16 * Dw * \cos(y(35)) * (EAN + Sf * EAP - EAR) / (lx4 * \cos(y(33))^2 * \cos(y(37))^2 + ... \\ &ly4 * \cos(y(33))^2 * \sin(y(37))^2 + lz4 * \sin(y(33))^2); \end{aligned}$$

y(38);

$$\begin{aligned} &-((lz4 * (\phi2p4 * \sin(y(33)) + y(36) * \cos(y(33)) * y(34)) - lx4 * (-y(36) * \cos(y(33)) * \sin(y(37)) + y(34) * \cos(y(37))) * (y(36) * ... \\ &\cos(y(33)) * \cos(y(37)) + y(34) * \sin(y(37))) - ly4 * (-y(34) * \sin(y(37)) - y(36) * \cos(y(33)) * \cos(y(37))) * (y(34) * \cos(y(37)) - ... \\ &y(36) * \cos(y(33)) * \sin(y(37))) + (K13L + K14L) * Dw * \cos(y(37)) * ECE - (K15L + K16L) * Dw * \cos(y(37)) * ECF - K21L * Dw * ... \\ &* \cos(y(37)) * (y(29) - EBO - EBP + R9) - K22L * Dw * \cos(y(37)) * (y(29) - EBO - EBP - R10) + K23L * Dw * \cos(y(37)) * (y(29) ... \\ &+ EBO - EBP + R11) + K24L * Dw * \cos(y(37)) * (y(29) + EBO - EBP - R12) - KT24 * (y(19) - y(37)) + (C13L + C14L) * Dw * ... \\ &\cos(y(37)) * ECA - (C15L + C16L) * Dw * \cos(y(37)) * ECB) / (lz4); \end{aligned}$$

y(40);

$$\begin{aligned} &-((K17L + K18L) * ECG - (K19L + K20L) * ECH + K25L * (y(39) - EBS - EBT + R13) + K26L * (y(39) - EBS - EBT - R14) + ... \\ &K27L * (y(39) + EBS - EBT + R15) + K28L * (y(39) + EBS - EBT - R16) - KGIB * delta7 * (EAU - GIB) - KGIB * delta8 * (EAU ... \\ &+ GIB) - (C17L + C18L) * ECC - (C19L + C20L) * ECD) / (m5); \end{aligned}$$

y(42);

$$\begin{aligned} &-((K17 * (EBA - Sf * EBB + EBC) - K18 * (EBA + Sf * EBB + EBC) - K19 * (EBA - Sf * EBB - EBC) - K20 * (EBA + Sf * EBB - ... \\ &EBC) + K25 * (y(41) - EBQ + EBR - V5) + K26 * (y(41) + EBQ + EBR - V6) + K27 * (y(41) - EBQ - EBR - V7) + K28 * (y(41) + ... \\ &EBQ - EBR - V8) + m5 * g - KBOM * delta11 * (EBA - Sf * EBB + TL) - KBOM * delta12 * (EBA + Sf * EBB + TL) - C17 * (EBD ... \\ &- Sf * EBE + EBF) - C18 * (EBD + Sf * EBE + EBF) - C19 * (EBD - Sf * EBE - EBF) - C20 * (EBD + Sf * EBE - EBF)) / (m5); \end{aligned}$$

y(44);

$$\begin{aligned} &-((lx5 * \sin(y(47)) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) - ly5 * \cos(y(47)) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) * \phi2p5 + lx5 * \cos(y(47)) * y(48) * ... \\ &(y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) + y(44) * \sin(y(47))) + lx5 * \sin(y(47)) * (-y(46) * \cos(y(47)) * \sin(y(43)) * y(44) - y(46) * ... \\ &\cos(y(43)) * \sin(y(47)) * y(48) + y(44) * \cos(y(47)) * y(48)) - ly5 * \sin(y(47)) * y(48) * (y(44) * \cos(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * ... \\ &\sin(y(47))) + ly5 * \cos(y(47)) * (-y(44) * \sin(y(47)) * y(48) + y(46) * \sin(y(47)) * \sin(y(43)) * y(44) - y(46) * \cos(y(43)) * ... \\ &\cos(y(47)) * y(48)) + lx5 * y(46) * \cos(y(47)) * \sin(y(43)) * (y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) + y(44) * \sin(y(47))) - ly5 * y(46) * ... \\ &\sin(y(43)) * \sin(y(47)) * (y(44) * \cos(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) - lz5 * y(46) * \cos(y(43)) * (y(46) * \sin(y(43)) + ... \\ &y(48)) + K17L * Sf * \cos(y(43)) * (EBA - Sf * EBB + EBC) - K18 * Sf * \cos(y(43)) * (EBA + Sf * EBB + EBC) + K19 * Sf * ... \\ &\cos(y(43)) * (EBA - Sf * EBB - EBC) - K20 * Sf * \cos(y(43)) * (EBA + Sf * EBB - EBC) - (K17L + K18L) * Hs * \cos(y(43)) * ECG ... \end{aligned}$$

$$-(K19L + K20L) * Hs * \cos(y(43)) * ECH - K25 * G * \cos(y(43)) * (y(41) - EBQ + EBR - V5) + K26 * G * \cos(y(43)) * (y(41) + EBQ + EBR - V6) - K27 * G * \cos(y(43)) * (y(41) - EBQ - EBR - V7) + K28 * G * \cos(y(43)) * (y(41) + EBQ - EBR - V8) - \dots$$

$$K25L * Hr * \cos(y(43)) * (y(39) - EBS - EBT + R13) - K26L * Hr * \cos(y(43)) * (y(39) - EBS - EBT \dots - R14) - K27L * Hr * \dots$$

$$\cos(y(43)) * (y(39) + EBS - EBT + R15) - K28L * Hr * \cos(y(43)) * (y(39) + EBS - EBT - R16) + KBOM * \delta11 * Sf * \dots$$

$$\cos(y(43)) * (EBA - Sf * EBB + TL) - KBOM * \delta12 * Sf * \cos(y(43)) * (EBA + Sf * EBB + TL) + C17 * Sf * \cos(y(43)) * (EBD - \dots$$

$$Sf * EBE + EBF) - C18 * Sf * \cos(y(43)) * (EBD + Sf * EBE + EBF) + C19 * Sf * \cos(y(43)) * (EBD - Sf * EBE - EBF) - C20 * Sf * \dots$$

$$* \cos(y(43)) * (EBD + Sf * EBE - EBF) - (C17L + C18L) * Hs * \cos(y(43)) * ECC - (C19L + C20L) * Hs * \cos(y(43)) * ECD) / \dots$$

$$((lx5 * (\sin(y(47)))^2 + ly5 * (\cos(y(47)))^2));$$

y(46);

$$-((lx5 - ly5) * \sin(y(47)) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) * \psi2p5 + lz5 * \sin(y(43)) * \alpha2p5 - lx5 * \cos(y(47)) * \sin(y(43)) * y(44) * \dots$$

$$(y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) + y(44) * \sin(y(47))) - lx5 * \cos(y(43)) * \sin(y(47)) * y(48) * (y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) + \dots$$

$$y(44) * \sin(y(47))) + lx5 * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) * (-y(46) * \cos(y(47)) * \sin(y(43)) * y(44) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47)) * \dots$$

$$y(48) + y(44) * \cos(y(47)) * y(48)) + ly5 * \sin(y(47)) * \sin(y(43)) * y(44) * (y(44) * \cos(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) - \dots$$

$$ly5 * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) * y(48) * (y(44) * \cos(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) - ly5 * \cos(y(43)) * \sin(y(47)) * (-y(44) \dots$$

$$* \sin(y(47)) * y(48) + y(46) * \sin(y(47)) * \sin(y(43)) * y(44) - y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47)) * y(48)) + lz5 * \cos(y(43)) * y(44) * \dots$$

$$(y(46) * \sin(y(43)) + y(48)) + lz5 * \sin(y(43)) * y(46) * \cos(y(43)) * y(44) - K17 * Dw * \cos(y(45)) * (EBA - Sf * EBB + EBC) - \dots$$

$$K18 * Dw * \cos(y(45)) * (EBA + Sf * EBB + EBC) + K19 * Dw * \cos(y(45)) * (EBA - Sf * EBB - EBC) + K20 * Dw * \cos(y(45)) * \dots$$

$$(EBA + Sf * EBB - EBC) + K25 * Dw * \cos(y(45)) * (y(41) - EBQ + EBR - V5) + K26 * Dw * \cos(y(45)) * (y(41) + EBQ + EBR - \dots$$

$$V6) - K27 * Dw * \cos(y(45)) * (y(41) - EBQ - EBR - V7) - K28 * Dw * \cos(y(45)) * (y(41) + EBQ - EBR - V8) - KP35 * (y(25) - \dots$$

$$y(45)) - C17 * Dw * \cos(y(45)) * (EBD - Sf * EBE + EBF) - C18 * Dw * \cos(y(45)) * (EBD + Sf * EBE + EBF) + C19 * Dw * \dots$$

$$\cos(y(45)) * (EBD - Sf * EBE - EBF) + C20 * Dw * \cos(y(45)) * (EBD + Sf * EBE - EBF)) / (lx5 * \cos(y(47))^2 * \cos(y(43))^2 + \dots$$

$$ly5 * \sin(y(47))^2 * \cos(y(43))^2 + lz5 * \sin(y(43))^2);$$

y(48);

$$-(lz5 * (\phi2p5 * \sin(y(43)) + y(46) * \cos(y(43)) * y(44)) - lx5 * (-y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47)) + y(44) * \cos(y(47))) * (y(46) * \dots$$

$$\cos(y(43)) * \cos(y(47)) + y(44) * \sin(y(47))) - ly5 * (-y(44) * \sin(y(47)) - y(46) * \cos(y(43)) * \cos(y(47))) * (y(44) * \cos(y(47)) - \dots$$

$$y(46) * \cos(y(43)) * \sin(y(47))) - K25L * Dw * \cos(y(47)) * (y(39) - EBS - EBT + R13) - K26L * Dw * \cos(y(47)) * (y(39) - EBS - \dots$$

$$EBT - R14) + K27L * Dw * \cos(y(47)) * (y(39) + EBS - EBT + R15) + K28L * Dw * \cos(y(47)) * (y(39) + EBS - EBT - R16) \dots$$

$$+ (K17L + K18L) * Dw * \cos(y(47)) * ECG - (K19L + K20L) * Dw * \cos(y(47)) * ECH - KT35 * (y(27) - y(47)) + (C17L + C18L) \dots$$

$$* Dw * \cos(y(47)) * ECC - (C19L + C20L) * Dw * \cos(y(47)) * ECD) / (lz5);$$

%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%

%%%%%%%%%% SUBROTINA GAPCAL - CÁLCULO REAÇÃO NO AMPARA BALANÇO %%%%%%%%%%

function [RXN]=PADVF\_GAPCAL(t,y,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,K12,...  
K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,K25,K26,K27,...  
K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,C20,C13L,C14L,...  
C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KT35,KT35,m1,m2,m3,...  
m4,m5,g);

EAA = y(5) - y(13);

EAB = sin(y(7)) - sin(y(15));

EAC = y(5) - y(21);

EAD = sin(y(7)) - sin(y(23));

EAF = y(1) - Hb \* sin(y(7)) - Lt \* sin(y(11)) - y(29);

EAI = Lt \* sin(y(9));

EAM = y(13) - y(31);

EAN = y(14) - y(32);

EAO = sin(y(15)) - sin(y(33));

EAP = cos(y(15)) \* y(16) - cos(y(33)) \* y(34);

EAQ = Db \* sin(y(17)) - Dw \* sin(y(35));

EAR = Db \* cos(y(17)) \* y(18) - Dw \* cos(y(35)) \* y(36);

EAU = y(1) - Hb \* sin(y(7)) + Lt \* sin(y(11)) - y(39);

EBA = y(21) - y(41);

EBB = sin(y(23)) - sin(y(43));

EBC = Db \* sin(y(25)) - Dw \* sin(y(45));

EBD = y(22) - y(42);

EBE = cos(y(23)) \* y(24) - cos(y(43)) \* y(44);

EBF = Db \* cos(y(25)) \* y(26) - Dw \* cos(y(45)) \* y(46);

EBM = G \* sin(y(33));

EBN = Dw \* sin(y(35));

EBO = Dw \* sin(y(37));

EBP = Hr \* sin(y(33));

EBQ = G \* sin(y(43));

EBR = Dw \* sin(y(45));

EBS = Dw \* sin(y(47));

EBT = Hr \* sin(y(43));

ECA = y(2) - Hb \* cos(y(7)) \* y(8) - Lt \* cos(y(11)) \* y(12) - y(30) - (Db \* cos(y(19)) \* y(20) - Dw \* cos(y(37)) \* y(38)) - (Ht \* cos(y(15)) \*  
y(16) + Hs \* cos(y(33)) \* y(34));

ECB = y(2) - Hb \* cos(y(7)) \* y(8) - Lt \* cos(y(11)) \* y(12) - y(30) + (Db \* cos(y(19)) \* y(20) - Dw \* cos(y(37)) \* y(38)) - (Ht \* cos(y(15)) \*  
y(16) + Hs \* cos(y(33)) \* y(34));

```

ECC = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) - (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48) - (Ht * cos(y(23))*
y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44)));
ECD = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) + (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23)
)*y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECE = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) - (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) + (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECG = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) - (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
ECH = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) + (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));

% Controlador GAPP
if (y(5)-y(13)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta1=1; % existe mola
else
    delta1=0; % não há mola
end

if (y(5)-y(13)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta2=1;
else
    delta2=0;
end

if (y(5)-y(21)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta3=1;
else
    delta3=0;
end

if (y(5)-y(13)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta4=1;
else
    delta4=0;
end

SF1 = K5 * delta1 * (EAA - Sb * EAB + GAPP + EAI);
SF2 = K6 * delta2 * (EAA + Sb * EAB + GAPP + EAI);
SF3 = K11 * delta3 * (EAC - Sb * EAD + GAPP - EAI);
SF4 = K12 * delta4 * (EAC + Sb * EAD + GAPP - EAI);

RXN = -(SF1 + SF2 + SF3 + SF4)/1000;

%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%% SUBROTINA WHEELCAL - FORÇA LAT TRAVESSA FRENTE & CARGA RODAS %%%%%%%%%%%

function [RXNL,WHLDLF,WHLDRR]=PADVF_WHEELCAL(t,y,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,
K6,K7,K8,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,...
K24,K25,K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,...
C19,C20,C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,...
KP24,KP35,m1,m2,m3,m4,m5,g);

EAA = y(5) - y(13);
EAB = sin(y(7)) - sin(y(15));
EAC = y(5) - y(21);
EAD = sin(y(7)) - sin(y(23));
EAF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29);
EAI = Lt * sin(y(9));
EAM = y(13) - y(31);
EAN = y(14) - y(32);
EAO = sin(y(15)) - sin(y(33));
EAP = cos(y(15))*y(16) - cos(y(33))*y(34);
EAQ = Db * sin(y(17)) - Dw * sin(y(35));
EAR = Db * cos(y(17))*y(18) - Dw * cos(y(35))*y(36);
EAU = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11))-y(39);
EBA = y(21) - y(41);
EBB = sin(y(23)) - sin(y(43));
EBC = Db * sin(y(25)) - Dw * sin(y(45));
EBD = y(22) - y(42);
EBE = cos(y(23))*y(24) - cos(y(43))*y(44);
EBF = Db * cos(y(25))*y(26) - Dw * cos(y(45))*y(46);
EBM = G * sin(y(33));
EBN = Dw * sin(y(35));
EBO = Dw * sin(y(37));
EBP = Hr * sin(y(33));
EBQ = G * sin(y(43));

```

```

EBR = Dw * sin(y(45));
EBS = Dw * sin(y(47));
EBT = Hr * sin(y(43));
ECA = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) - (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*
y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECB = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) + (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*
*y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECC = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) - (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*
y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECD = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) + (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*
)*y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECE = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) - (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) + (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECG = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) - (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
ECH = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) + (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));

% Controlador GIB
if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) - GIB ) <= 0
    SAFmenosGIB=-100;
else
    SAFmenosGIB=100;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) + GIB ) < 0
    SAFmaisGIB=-200;
else
    SAFmaisGIB=200;
end

switch SAFmenosGIB
case -100
    delta5=0;

    switch SAFmaisGIB
    case -200
        delta6=1;
    case 200
        delta6=0;
    end
case 100
    delta5=1;
    delta6=0;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) - GIB ) <= 0
    SAUmenosGIB=-300;
else
    SAUmenosGIB=300;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) + GIB ) < 0
    SAUmaisGIB=-400;
else
    SAUmaisGIB=400;
end

switch SAUmenosGIB
case -300
    delta7=0;

    switch SAUmaisGIB
    case -400
        delta8=1;
    case 400
        delta8=0;
    end
case 300
    delta7=1;
    delta8=0;
end

% INICIA EXCITAÇÃO -----
% TWIST Mode - rail joints half-staggered, rectified sine wave
% Vertical Track Profile
[V1,V2,V3,V4,V5,V6,V7,V8]=PADVF_ZEXCIT(t);

```

```
% TWIST Mode - rail joints half-staggered, retified sine wave
% Horizontal Track Profile
[R9,R10,R11,R12,R13,R14,R15,R16]=PADVF_YEXCIT(t);
%-----
```

```
%% REAÇÃO FRONT BOLSTER LATERAL
SPFORL = (K13L + K14L) * ECE + (K15L + K16L) * ECF + KGIB * delta5 * (EAF - GIB) + KGIB * delta6 * (EAF + GIB);
RXNL = -SPFORL/1000;
%% CARGA NAS RODAS
SPFR21 = K21 * (y(31) - EBM + EBN - V1);
SPFR23 = K23 * (y(31) - EBM - EBN - V3);
WHLDLF = -(SPFR21 + SPFR23)/1000;
SPFR26 = K26 * (y(41) + EBQ + EBR - V6);
SPFR28 = K28 * (y(41) + EBQ - EBR - V8);
WHLDRR = -(SPFR26 + SPFR28)/1000;
```

```
%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%%
%%%%%%%% SUBROTINA PLATECAL - REAÇÃO VERTICAL NOS 2 PRATOS PEAO %%%%%%%%%
```

```
function [RXNFT,RXNRR,RXT,RXT2]=PADVF_PLATECAL(t,y,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5, K1,K2,...
K5,K6,K7,K8,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,...
K23,K24,K25,K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L, KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,...
C18,C19,C20,C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,...
KT35,KP24,KP35,m1,m2,m3,m4,m5,g);
```

```
EAA = y(5) - y(13);
EAB = sin(y(7)) - sin(y(15));
EAC = y(5) - y(21);
EAD = sin(y(7)) - sin(y(23));
EAF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29);
EAI = Lt * sin(y(9));
EAM = y(13) - y(31);
EAN = y(14) - y(32);
EAO = sin(y(15)) - sin(y(33));
EAP = cos(y(15))*y(16) - cos(y(33))*y(34);
EAQ = Db * sin(y(17)) - Dw * sin(y(35));
EAR = Db * cos(y(17))*y(18) - Dw * cos(y(35))*y(36);
EAU = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11))-y(39);
EBA = y(21) - y(41);
EBB = sin(y(23)) - sin(y(43));
EBC = Db * sin(y(25)) - Dw * sin(y(45));
EBD = y(22) - y(42);
EBE = cos(y(23))*y(24) - cos(y(43))*y(44);
EBF = Db * cos(y(25))*y(26) - Dw * cos(y(45))*y(46);
EBM = G * sin(y(33));
EBN = Dw * sin(y(35));
EBO = Dw * sin(y(37));
EBP = Hr * sin(y(33));
EBQ = G * sin(y(43));
EBR = Dw * sin(y(45));
EBS = Dw * sin(y(47));
EBT = Hr * sin(y(43));
ECA = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) - (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*
y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECB = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) + (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))
*y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECC = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) - (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*
y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECD = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) + (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))
*y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECE = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) - (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) + (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECG = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) - (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
ECH = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) + (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
```

```
SP12 = K1 * (EAA - e*EAB + EAI) + K2 * (EAA + e*EAB + EAI);
SP78 = K7 * (EAC - e*EAD - EAI) + K8 * (EAC + e*EAD - EAI);
RXNFT = -SP12/1000;
RXNRR = -SP78/1000;
RXNFTABS = abs(RXNFT);
RXNRRABS = abs(RXNRR);
RXT = abs(RXNFT+RXNRR);
RXT2 = (RXNFTABS+RXNRRABS);
```



%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%%  
 %%%%%%%%%%% SUBROTINA GROUPCAL - CÁLCULO DE DEFLEXÃO DAS MOLAS %%%%%%%%%%%

function [DP35,DP46,DP79,DP80]=PADVF\_GROUPCAL(t,y,Sf,G);

EAM = y(13) - y(31) ;  
 EAO = sin(y(15)) - sin(y(33));  
 EBA = y(21) - y(41);  
 EBB = sin(y(23)) - sin(y(43));  
 DP35 = EAM - Sf \* EAO; % RF RIGHT FRONT  
 DP46 = EAM + Sf \* EAO; % RR RIGHT REAR  
 DP79 = EBA - Sf \* EBB; % LF LEFT FRONT  
 DP80 = EBA + Sf \* EBB; % LR LEFT REAR

%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%%  
 %%%%%%%%%%% SUBROTINA SPRINGCAL - CÁLCULO FORÇA MOLAS %%%%%%%%%%%

function [FK1,FK2,FPRATO\_D,FK7,FK8,FPRATO\_T,FK5,FK6,FK11,FK12,FK13,FK14,FK15,FK16,FK17,FK18,FK19,FK20]=...  
 PADVF\_SPRINGCAL(t,y,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,K11,K12,K13,K14,...  
 K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K21L,...  
 K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,C20,C13L,C14L,C15L,...  
 C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,m1,m2,m3,m4,m5,g);

% INICIA EXCITAÇÃO -----

% TWIST Mode - rail joints half-staggered, retified sine wave

% Vertical Track Profile

[V1,V2,V3,V4,V5,V6,V7,V8]=PADVF\_ZEXCIT(t);

% TWIST Mode - rail joints half-staggered, retified sine wave

% Horizontal Track Profile

[R9,R10,R11,R12,R13,R14,R15,R16]=PADVF\_YEXCIT(t);

%-----

EAA = y(5) - y(13);

EAB = sin(y(7)) - sin(y(15));

EAC = y(5) - y(21);

EAD = sin(y(7)) - sin(y(23));

EAF = y(1) - Hb \* sin(y(7)) - Lt \* sin(y(11)) - y(29);

EAI = Lt \* sin(y(9));

EAM = y(13) - y(31) ;

EAN = y(14) - y(32);

EAO = sin(y(15)) - sin(y(33));

EAP = cos(y(15))\*y(16) - cos(y(33))\*y(34);

EAQ = Db \* sin(y(17)) - Dw \* sin(y(35));

EAR = Db \* cos(y(17))\*y(18) - Dw \* cos(y(35))\*y(36);

EAU = y(1) - Hb \* sin(y(7)) + Lt \* sin(y(11))-y(39);

EBA = y(21) - y(41);

EBB = sin(y(23)) - sin(y(43));

EBC = Db \* sin(y(25)) - Dw \* sin(y(45));

EBD = y(22) - y(42);

EBE = cos(y(23))\*y(24) - cos(y(43))\*y(44);

EBF = Db \* cos(y(25))\*y(26) - Dw \* cos(y(45))\*y(46);

EBM = G \* sin(y(33));

EBN = Dw \* sin(y(35));

EBO = Dw \* sin(y(37));

EBP = Hr \* sin(y(33));

EBQ = G \* sin(y(43));

EBR = Dw \* sin(y(45));

EBS = Dw \* sin(y(47));

EBT = Hr \* sin(y(43));

ECA = y(2) - Hb \* cos(y(7))\*y(8) - Lt \* cos(y(11))\*y(12) - y(30) - (Db \* cos(y(19))\*y(20) - Dw \* cos(y(37))\*y(38)) - (Ht \* cos(y(15))\*  
 y(16) + Hs \* cos(y(33))\*y(34));

ECB = y(2) - Hb \* cos(y(7))\*y(8) - Lt \* cos(y(11))\*y(12) - y(30) + (Db \* cos(y(19))\*y(20) - Dw \* cos(y(37))\*y(38)) - (Ht \* cos(y(15))  
 \*y(16) + Hs \* cos(y(33))\*y(34));

ECC = y(2) - Hb \* cos(y(7))\*y(8) + Lt \* cos(y(11))\*y(12) - y(40) - (Db \* cos(y(27))\*y(28) - Dw \* cos(y(47))\*y(48)) - (Ht \* cos(y(23))\*  
 y(24) + Hs \* cos(y(43))\*y(44));

ECD = y(2) - Hb \* cos(y(7))\*y(8) + Lt \* cos(y(11))\*y(12) - y(40) + (Db \* cos(y(27))\*y(28) - Dw \* cos(y(47))\*y(48)) - (Ht \* cos(y(23))  
 ) \* y(24) + Hs \* cos(y(43))\*y(44);

ECE = y(1) - Hb \* sin(y(7)) - Lt \* sin(y(11)) - y(29) - (Db \* sin(y(19)) - Dw \* sin(y(37))) - (Ht \* sin(y(15)) + Hs \* sin(y(33)));

ECF = y(1) - Hb \* sin(y(7)) - Lt \* sin(y(11)) - y(29) + (Db \* sin(y(19)) - Dw \* sin(y(37))) - (Ht \* sin(y(15)) + Hs \* sin(y(33)));

ECG = y(1) - Hb \* sin(y(7)) + Lt \* sin(y(11)) - y(39) - (Db \* sin(y(27)) - Dw \* sin(y(47))) - (Ht \* sin(y(23)) + Hs \* sin(y(43)));

ECH = y(1) - Hb \* sin(y(7)) + Lt \* sin(y(11)) - y(39) + (Db \* sin(y(27)) - Dw \* sin(y(47))) - (Ht \* sin(y(23)) + Hs \* sin(y(43)));

% Controlador GAPP

if (y(5)-y(13)-Sb\*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt\*sin(y(9)) + GAPP) < 0

delta1=1; % existe mola

```

else
    delta1=0; % não há mola
end

if (y(5)-y(13)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta2=1;
else
    delta2=0;
end

if (y(5)-y(21)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta3=1;
else
    delta3=0;
end

if (y(5)-y(21)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
    delta4=1;
else
    delta4=0;
end

% Controlador GIB
if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) - GIB ) <= 0
    SAFmenosGIB=-100;
else
    SAFmenosGIB=100;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) + GIB ) < 0
    SAFmaisGIB=-200;
else
    SAFmaisGIB=200;
end

switch SAFmenosGIB
case -100
    delta5=0;

    switch SAFmaisGIB
    case -200
        delta6=1;
    case 200
        delta6=0;
    end
case 100
    delta5=1;
    delta6=0;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) - GIB ) <= 0
    SAUmenosGIB=-300;
else
    SAUmenosGIB=300;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) + GIB ) < 0
    SAUmaisGIB=-400;
else
    SAUmaisGIB=400;
end

switch SAUmenosGIB
case -300
    delta7=0;

    switch SAUmaisGIB
    case -400
        delta8=1;
    case 400
        delta8=0;
    end
case 300
    delta7=1;
    delta8=0;
end

```

```

end

% Controlador BOTTOM
if (y(13) - y(31) - Sf*(sin(y(15)) - sin(y(33))) + TL) < 0
    delta9=1;
else
    delta9=0;
end

if (y(13) - y(31) + Sf*(sin(y(15)) - sin(y(33))) + TL) < 0
    delta10=1;
else
    delta10=0;
end

if (y(21) - y(41) - Sf*(sin(y(23)) - sin(y(43))) + TL) < 0
    delta11=1;
else
    delta11=0;
end

if (y(21) - y(41) + Sf*(sin(y(23)) - sin(y(43))) + TL) < 0
    delta12=1;
else
    delta12=0;
end

% PRATO PIÃO DIANTEIRO
FK1 = (K1 * (EAA - e*EAB + EAI)); % FORÇA NA MOLA K1
FK2 = (K2 * (EAA + e*EAB + EAI)); % FORÇA NA MOLA K2
FPRATO_D = FK1+FK2;

% PRATO PIÃO TRASEIRO
FK7 = (K7 * (EAC - e*EAD - EAI)); % FORÇA NA MOLA K7
FK8 = (K8 * (EAC + e*EAD - EAI)); % FORÇA NA MOLA K8
FPRATO_T = FK7+FK8;

% AMPARA BALANÇO DIANTEIRO
FK5 = (K5 * delta1 * (EAA - Sb*EAB + EAI + GAPP)); % FORÇA NA MOLA K5
FK6 = (K6 * delta2 * (EAA + Sb*EAB + EAI + GAPP)); % FORÇA NA MOLA K6

% AMPARA BALANÇO TRASEIRO
FK11 = (K11 * delta3 * (EAC - Sb*EAD - EAI + GAPP)); % FORÇA NA MOLA K11
FK12 = (K12 * delta4 * (EAC + Sb*EAD - EAI + GAPP)); % FORÇA NA MOLA K12

% TRUQUE DIANTEIRO VERTICAL
FK13 = (K13 * (EAM - Sf*EAO + EAQ)); % FORÇA NA MOLA K13
FK14 = (K14 * (EAM + Sf*EAO + EAQ)); % FORÇA NA MOLA K14
FK15 = (K15 * (EAM - Sf*EAO - EAQ)); % FORÇA NA MOLA K15
FK16 = (K16 * (EAM + Sf*EAO - EAQ)); % FORÇA NA MOLA K16

% TRUQUE TRASEIRO VERTICAL
FK17 = (K17 * (EBA - Sf*EBB + EBC)); % FORÇA NA MOLA K17
FK18 = (K18 * (EBA + Sf*EBB + EBC)); % FORÇA NA MOLA K18
FK19 = (K19 * (EBA - Sf*EBB - EBC)); % FORÇA NA MOLA K19
FK20 = (K20 * (EBA + Sf*EBB - EBC)); % FORÇA NA MOLA K20

%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%% SUBROTINA M1LATCAL - CÁLCULO ACELERAÇÃO LATERAL MASSA 1 %%%%%%%%%%%

function [LAT_ACEL_M1]=PADVF_M1LATCAL(t,y,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,K7,K8,...
    K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,K25,...
    K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,C20,...
    C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,KP35,...
    m1,m2,m3,m4,m5,g,psi2p1,x2p1,phi2p1,alpha2p1,phi2p2,psi2p2,alpha2p2,phi2p3,psi2p3,alpha2p3,phi2p4,psi2p4,...
    alpha2p4,phi2p5,psi2p5,alpha2p5);

%-----
EAF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29);
EAU = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11))-y(39);
ECA = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) - (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*
    y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));

```

```

ECB = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) + (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))
*y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECC = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) - (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*
y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECD = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) + (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))
)*y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECE = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) - (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) + (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECG = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) - (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
ECH = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) + (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));

% Controlador GIB
if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) - GIB ) <= 0
    SAFmenosGIB=-100;
else
    SAFmenosGIB=100;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) - Lt*sin(y(11)) - y(29) + GIB ) < 0
    SAFmaisGIB=-200;
else
    SAFmaisGIB=200;
end

switch SAFmenosGIB
case -100
    delta5=0;

    switch SAFmaisGIB
    case -200
        delta6=1;
    case 200
        delta6=0;
    end
case 100
    delta5=1;
    delta6=0;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) - GIB ) <= 0
    SAUmenosGIB=-300;
else
    SAUmenosGIB=300;
end

if (y(1) - Hb*sin(y(7)) + Lt*sin(y(11)) - y(39) + GIB ) < 0
    SAUmaisGIB=-400;
else
    SAUmaisGIB=400;
end

switch SAUmenosGIB
case -300
    delta7=0;

    switch SAUmaisGIB
    case -400
        delta8=1;
    case 400
        delta8=0;
    end
case 300
    delta7=1;
    delta8=0;
end

LAT_ACEL_M1 = -( 2 * m2 * Hb * sin(y(7))*y(8))^2 - 2 * m2 * Hb * cos(y(7))*psi2p1 + (K13L + K14L) * ECE + (K15L + K16L) ...
* ECF + (K17L + K18L) * ECG + (K19L + K20L) * ECH + (C13L + C14L) * ECA + (C15L + C16L) * ECB + (C17L + ...
C18L) * ECC + (C19L + C20L) * ECD + KGIB * delta5 * (EAF - GIB) + KGIB * delta6 * (EAF + GIB) + KGIB * delta7 * ...
(EAU - GIB) + KGIB * delta8 * (EAU + GIB) / (m1 + 2 * m2);

```

%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%%  
 %%%%%%%%%% SUBROTINA M1VERTCAL - CÁLCULO ACELERAÇÃO VERTICAL MASSA 1 %%%%%%%%%%

```
function [VERT_ACEL_M1]=PADVF_M1VERTCAL(t,y,ly1,lx1,lz1,ly2,lx2,lz2,ly3,lx3,lz3,ly4,lx4,lz4,ly5,lx5,lz5,K1,K2,K5,K6,...
  K7,K8,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,K18,K19,K20,K13L,K14L,K15L,K16L,K17L,K18L,K19L,K20L,K21,K22,K23,K24,...
  K25,K26,K27,K28,K21L,K22L,K23L,K24L,K25L,K26L,K27L,K28L,KBOM,KGIB,TL,C13,C14,C15,C16,C17,C18,C19,...
  C20,C13L,C14L,C15L,C16L,C17L,C18L,C19L,C20L,Hb,Ht,Hs,Lt,Db,Dw,e,Sb,GAPP,Sf,GIB,G,Hr,KT24,KT35,KP24,...
  KP35,m1,m2,m3,m4,m5,g,psi2p1,x2p1,phi2p1,alpha2p1,phi2p2,psi2p2,alpha2p2,phi2p3,psi2p3,alpha2p3,phi2p4,...
  psi2p4,alpha2p4,phi2p5,psi2p5,alpha2p5);
```

%-----

```
EAA = y(5) - y(13);
EAB = sin(y(7)) - sin(y(15));
EAC = y(5) - y(21);
EAD = sin(y(7)) - sin(y(23));
EAI = Lt * sin(y(9));
EAF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29);
EAU = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11))-y(39);
ECA = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) - (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*
  y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECB = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) - Lt * cos(y(11))*y(12) - y(30) + (Db * cos(y(19))*y(20) - Dw * cos(y(37))*y(38)) - (Ht * cos(y(15))*
  *y(16) + Hs * cos(y(33))*y(34));
ECC = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) - (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*
  y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECD = y(2) - Hb * cos(y(7))*y(8) + Lt * cos(y(11))*y(12) - y(40) + (Db * cos(y(27))*y(28) - Dw * cos(y(47))*y(48)) - (Ht * cos(y(23))*
  ) * y(24) + Hs * cos(y(43))*y(44));
ECE = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) - (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECF = y(1) - Hb * sin(y(7)) - Lt * sin(y(11)) - y(29) + (Db * sin(y(19)) - Dw * sin(y(37))) - (Ht * sin(y(15)) + Hs * sin(y(33)));
ECG = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) - (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
ECH = y(1) - Hb * sin(y(7)) + Lt * sin(y(11)) - y(39) + (Db * sin(y(27)) - Dw * sin(y(47))) - (Ht * sin(y(23)) + Hs * sin(y(43)));
```

% Controlador GAPP

```
if (y(5)-y(13)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
  delta1=1; % existe mola
```

```
else
  delta1=0; % não há mola
end
```

```
if (y(5)-y(13)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(15))) + Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
  delta2=1;
```

```
else
  delta2=0;
end
```

```
if (y(5)-y(21)-Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
  delta3=1;
```

```
else
  delta3=0;
end
```

```
if (y(5)-y(21)+Sb*(sin(y(7))-sin(y(23))) - Lt*sin(y(9)) + GAPP) < 0
  delta4=1;
```

```
else
  delta4=0;
end
```

```
VERT_ACEL_M1 = -(K1 * (EAA - e*EAB + EAI) + K2 * (EAA + e*EAB + EAI) + K5 * delta1 * (EAA - Sb * EAB + EAI + GAPP) ...
  + K6 * delta2 * (EAA + Sb * EAB + EAI + GAPP) + K7 * (EAC - e*EAD - EAI) + K8 * (EAC + e*EAD - EAI) + K11 * ...
  delta3 * (EAC - Sb * EAD - EAI + GAPP) + K12 * delta4 * (EAC + Sb * EAD - EAI + GAPP) + m1 * g)/m1;
```

%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%%  
 %%%%%%%%%% SUBROTINA YEXCIT - EQUAÇÕES DE ENTRADA DA VIA %%%%%%%%%%

% Track Input Equations  
 % TWIST Mode - rail joints half-staggered, retified sine wave

```
function [R9,R10,R11,R12,R13,R14,R15,R16]=PADVF_YEXCIT(t)
```

% Lateral Track Profile

```
S = 0.75*0; % [in] Max. Rail Surfation Variation
V = 75 * 17.6; % [in/s] Speed - 17.5 [mph]
LR = 39 * 12; % [in] Rail length - 39 [ft]
OMGA = pi*V/LR; % [rad/s] Frequencia
Wb = 68; % [in] Axle centers in each truck
DLt=39.5*12; % [in] Truck distance center
```

```

phi1=(pi/2);      % [rad]
phi2=(pi*Wb/LR); % [rad]
phi3=(pi*DLt/LR); % [rad]
phi4=phi1+phi3;  % [rad]
phi5=phi2+phi3;  % [rad]

R9 = 1/2* S * abs(sin(OMGA*t));
R10 = 0;
R11 = 1/2 * S * abs(sin(OMGA*t - phi2));
R12 = 0;
R13 = 1/2* S * abs(sin(OMGA*t - phi3));
R14 = 0;
R15 = 1/2* S * abs(sin(OMGA*t - phi5));
R16 = 0;

%%%%%%%%%% VEÍCULO FERROVIÁRIO BOX 70 ton - 24 DOF %%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%% SUBROTINA YEXCIT - EQUAÇÕES DE ENTRADA DA VIA %%%%%%%%%%%

% Track Input Equations
% TWIST Mode - rail joints half-staggered, retified sine wave

function [V1,V2,V3,V4,V5,V6,V7,V8]=PADVF_ZEXCIT(t)

% Vertical Track Profile

S = 0.75;          % [in] Max. Rail Surfation Variation
V = 75 * 17.6;    % [in/s] Speed - 17.5 [mph]
LR = 39 * 12;     % [in] Rail length - 39 [ft]
OMGA = pi*V/LR;  % [rad/s] Frequencia
Wb = 68;         % [in] Axle centers in each truck
DLt=39.5*12;     % [in] Truck distance center

phi1=(pi/2);      % [rad]
phi2=(pi*Wb/LR); % [rad]
phi3=(pi*DLt/LR); % [rad]
phi4=phi1+phi3;  % [rad]
phi5=phi2+phi3;  % [rad]

V1 = S * abs(sin(OMGA*t));
V2 = S * abs(sin(OMGA*t - phi1));
V3 = S * abs(sin(OMGA*t - phi2));
V4 = S * abs(sin(OMGA*t - phi2 - phi1));
V5 = S * abs(sin(OMGA*t - phi3));
V6 = S * abs(sin(OMGA*t - phi4));
V7 = S * abs(sin(OMGA*t - phi5));
V8 = S * abs(sin(OMGA*t - phi5 - phi1));

```

## 16. APÊNDICE H – FIGURAS ESTUDOS DE CASO

### H.1 – Veículo ferroviário de 70 t vazio – *Twist e Roll*

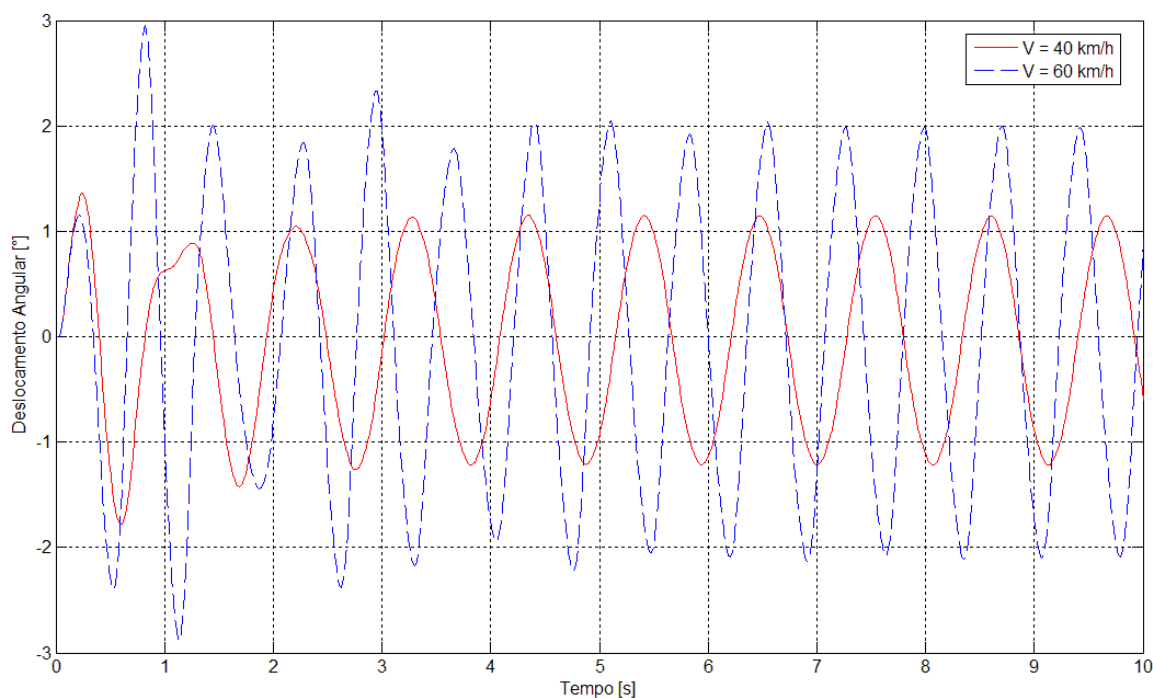


Figura H.1 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

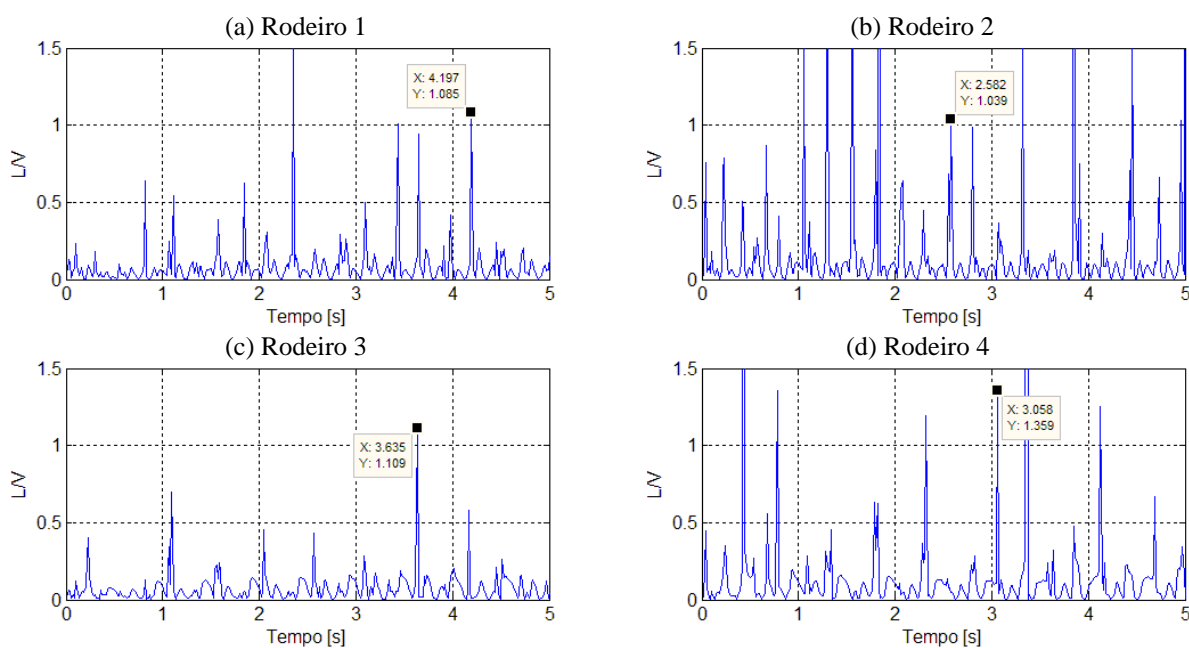


Figura H.2 – Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.

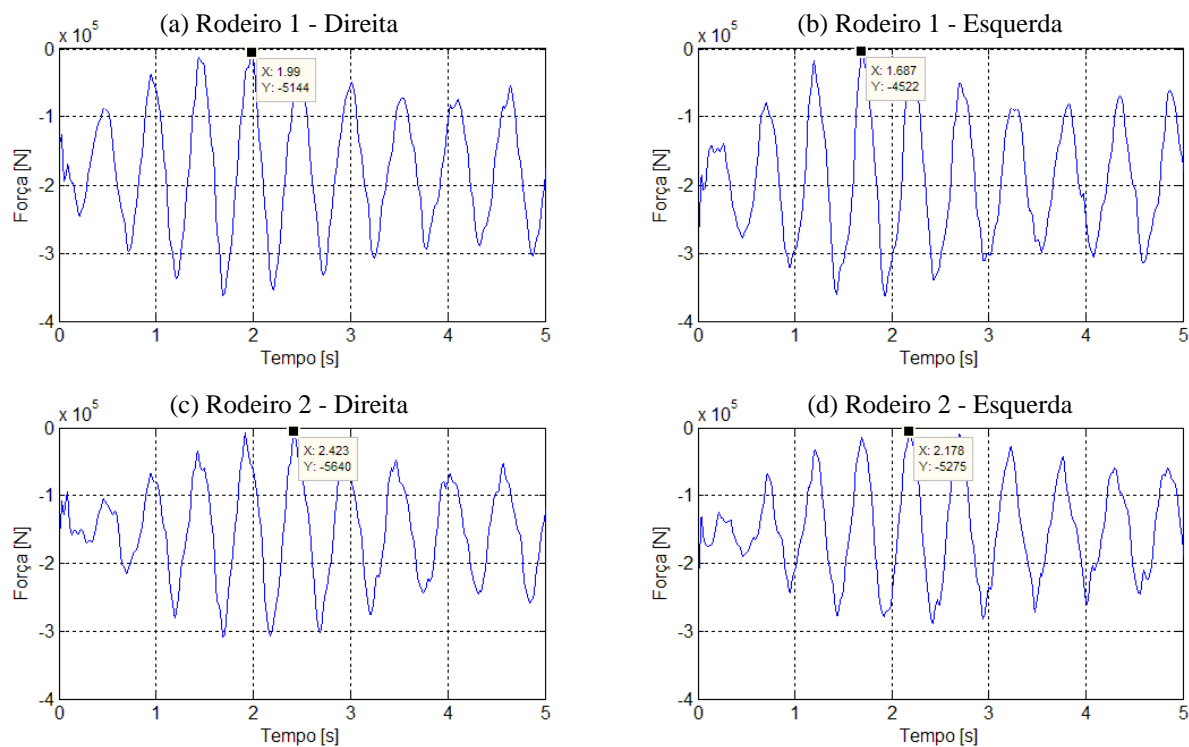


Figura H.3 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita; b) rodeiro 1 - roda esquerda; c) rodeiro 2 - roda direita; d) rodeiro 2 - roda esquerda.

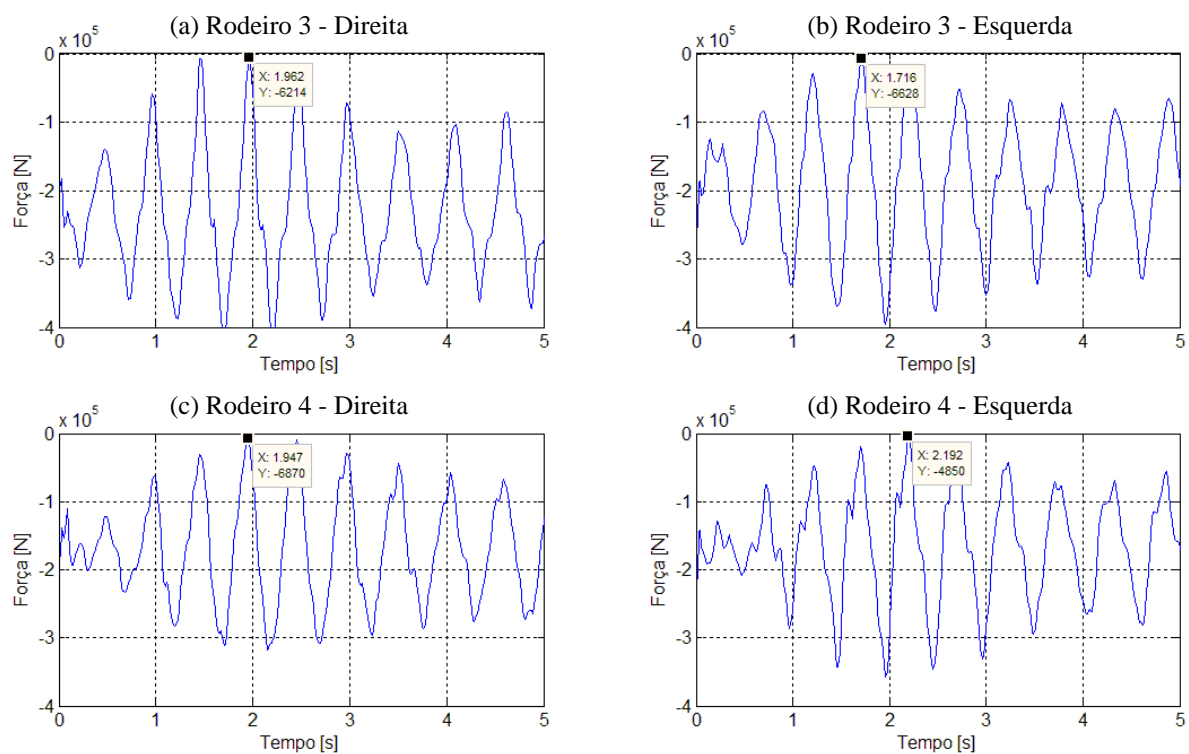


Figura H.4 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita; b) rodeiro 3 - roda esquerda; c) rodeiro 4 - roda direita; d) rodeiro 4 - roda esquerda.



## H.2 – Veículo ferroviário de 70 t carregado – *Twist e Roll*

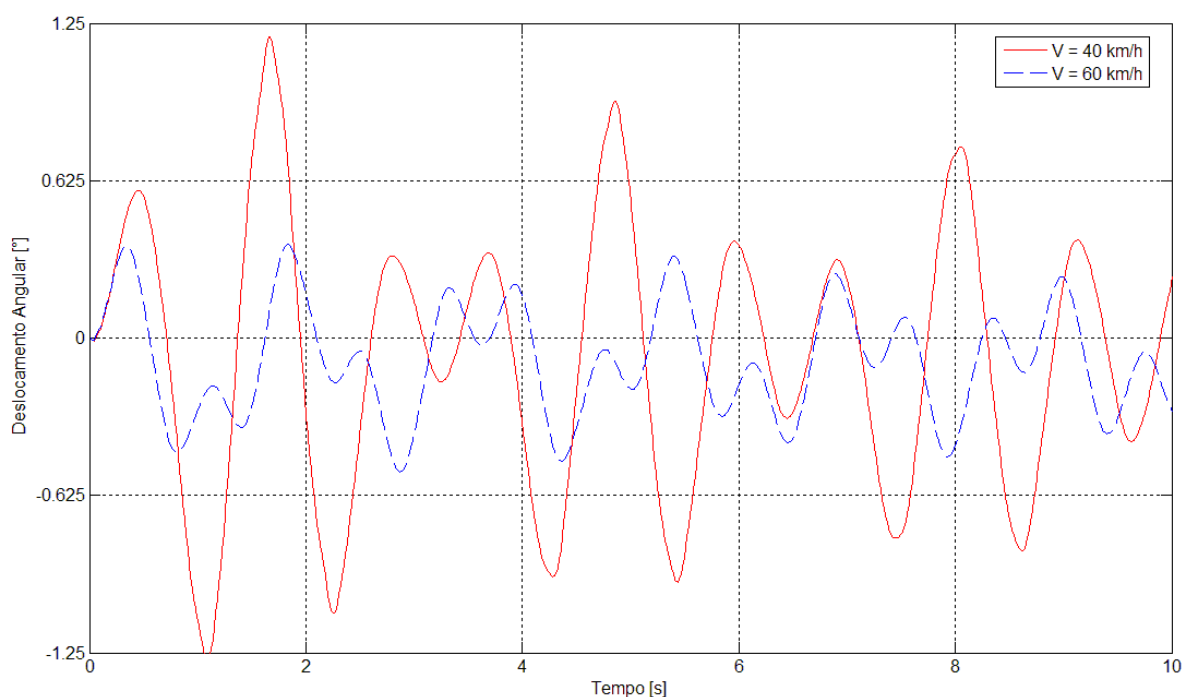


Figura H.5 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

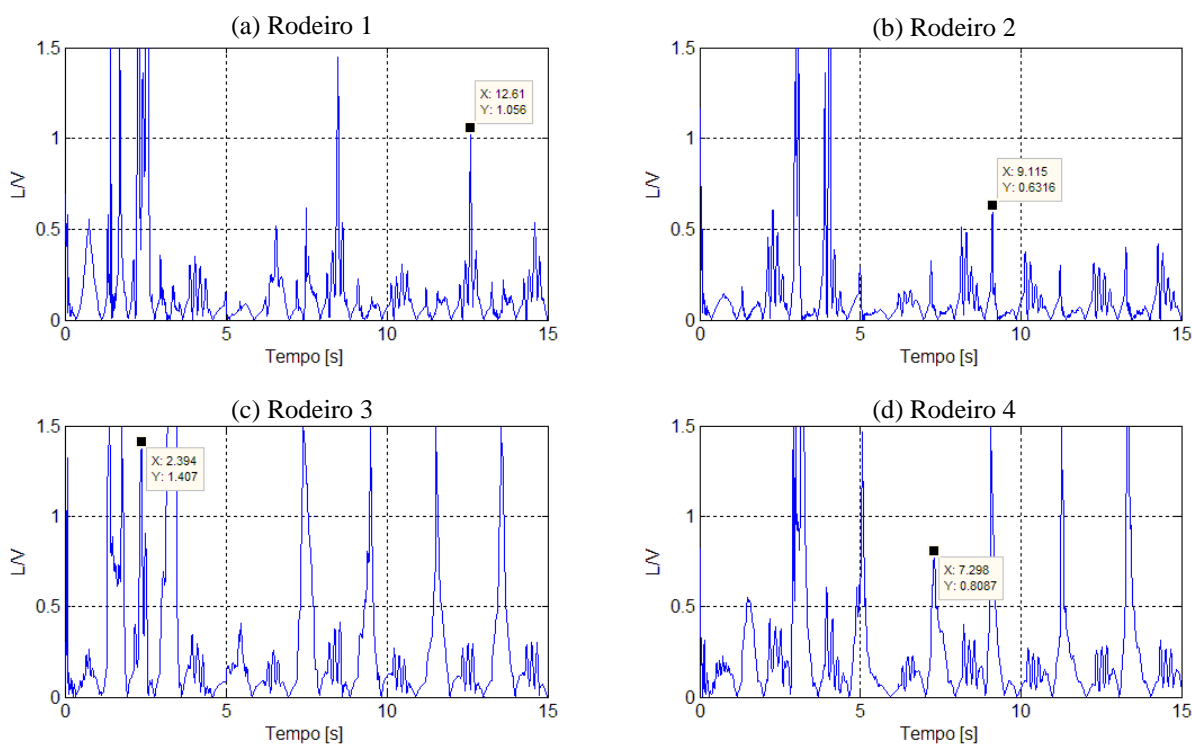


Figura H.6 – Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.

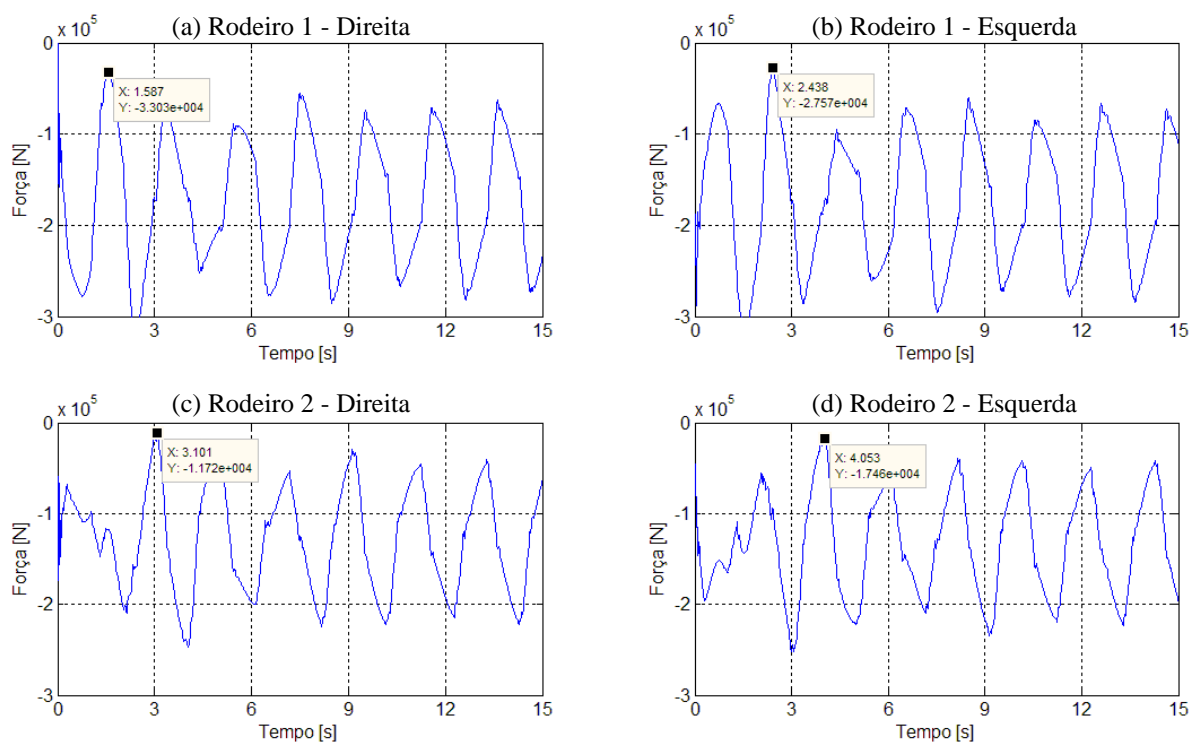


Figura H.7 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.

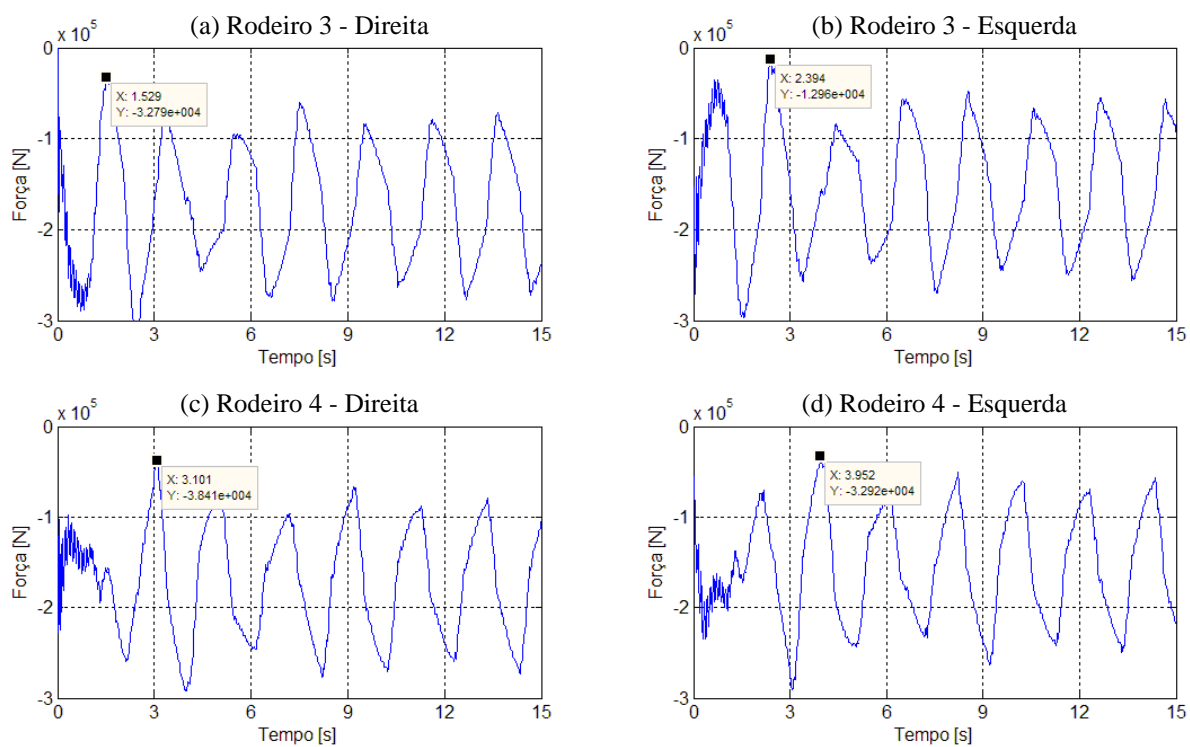


Figura H.8 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita, b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.

### H.3 – Veículo ferroviário de 100 t vazio – *Twist e Roll*

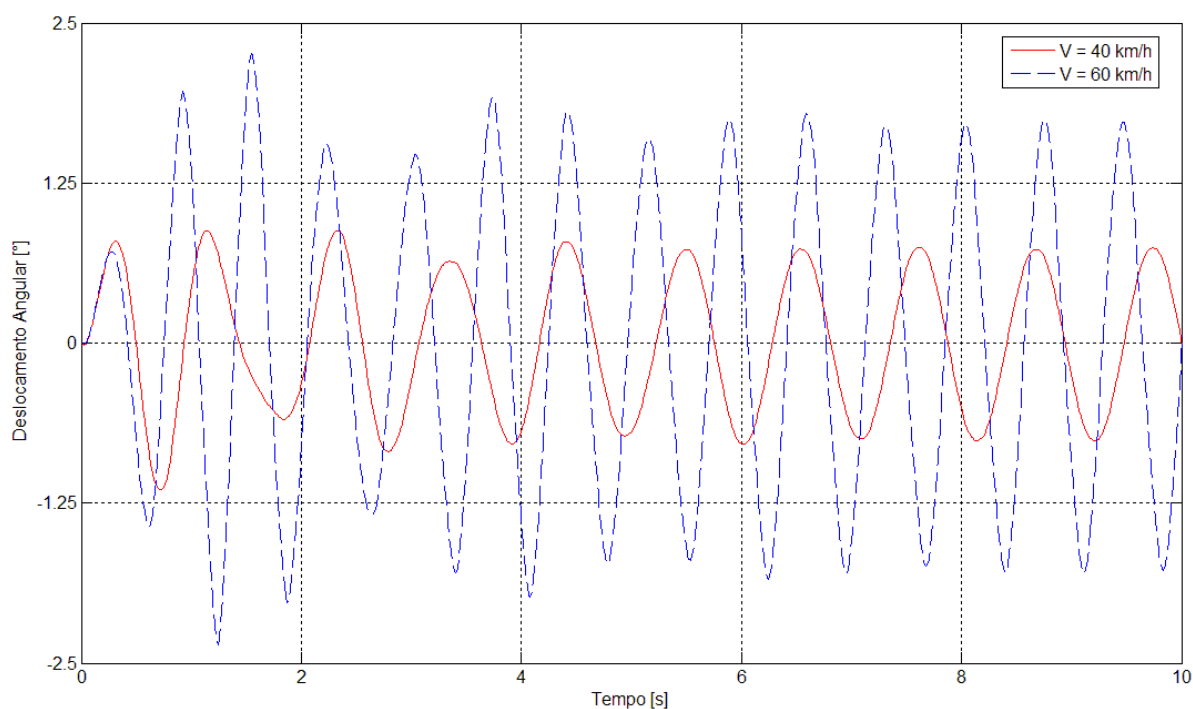


Figura H.9 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

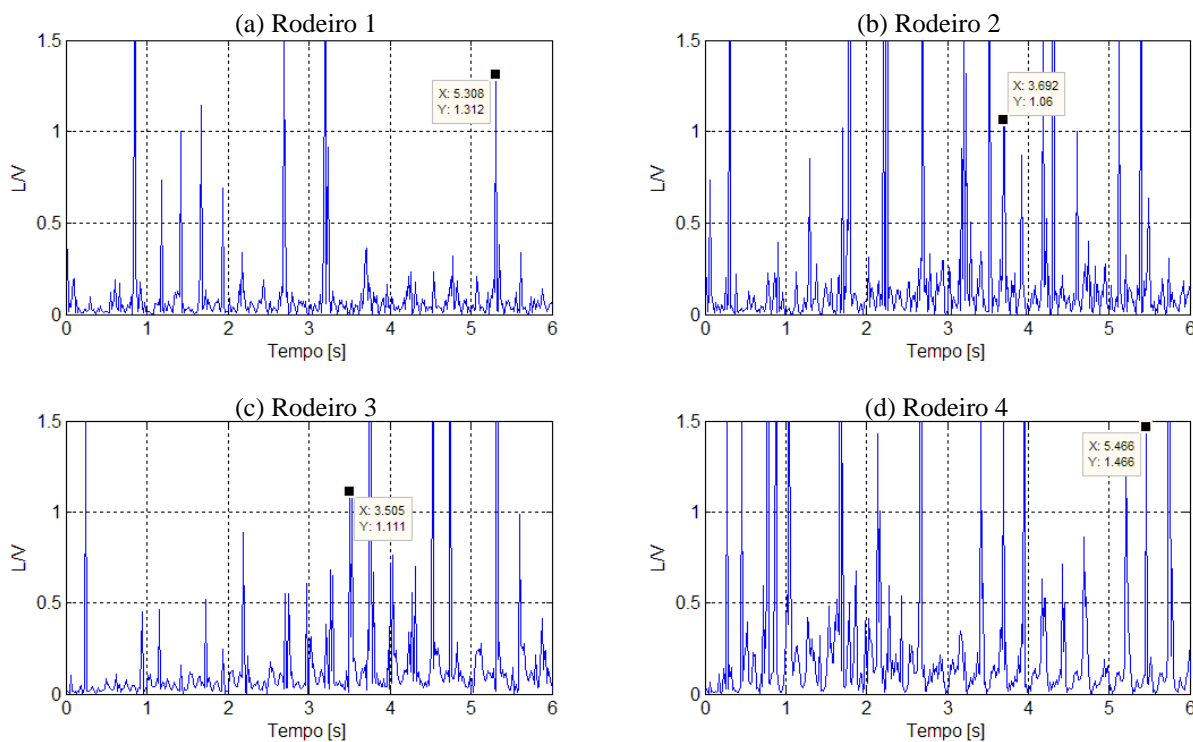


Figura H.10 – Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.

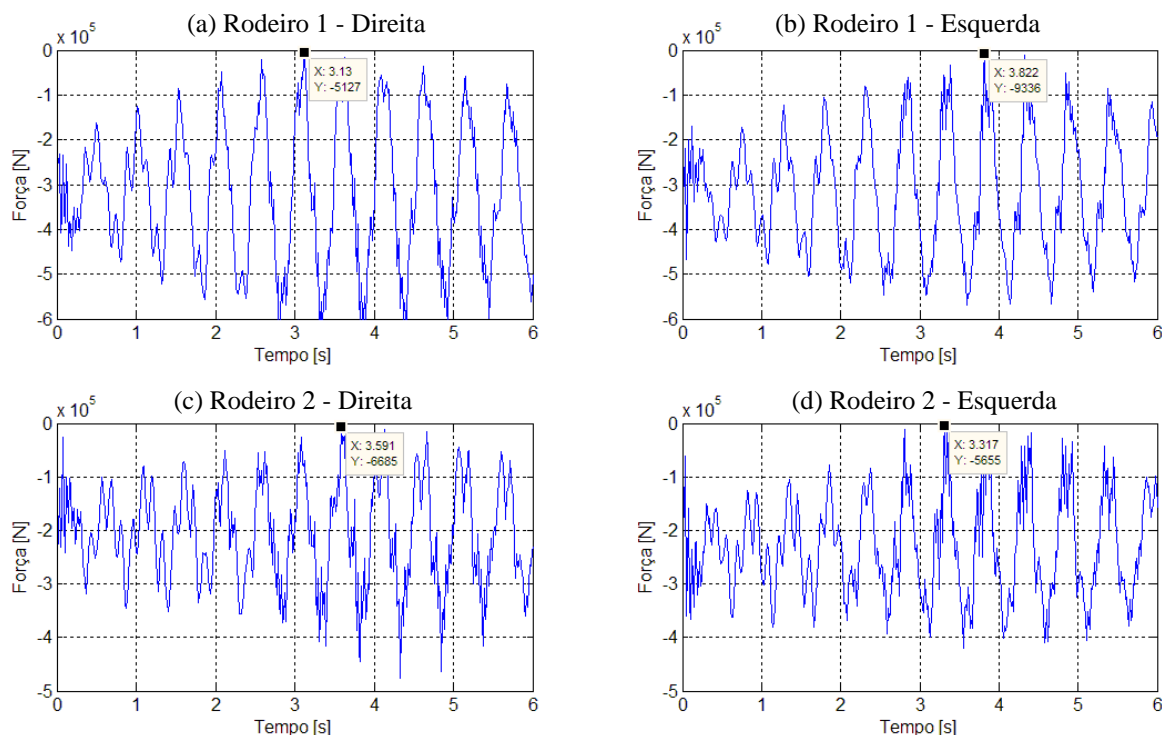


Figura H.11 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.

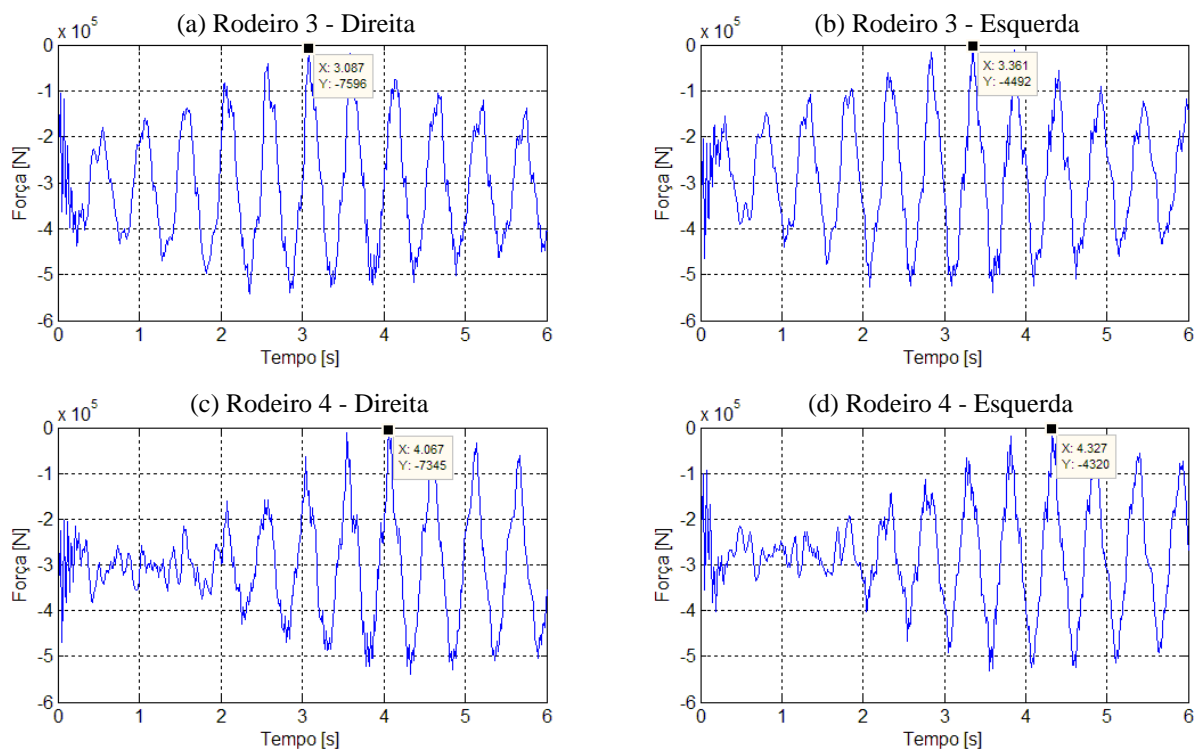


Figura H.12 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.

#### H.4 – Veículo ferroviário de 100 t carregado – *Twist e Roll*

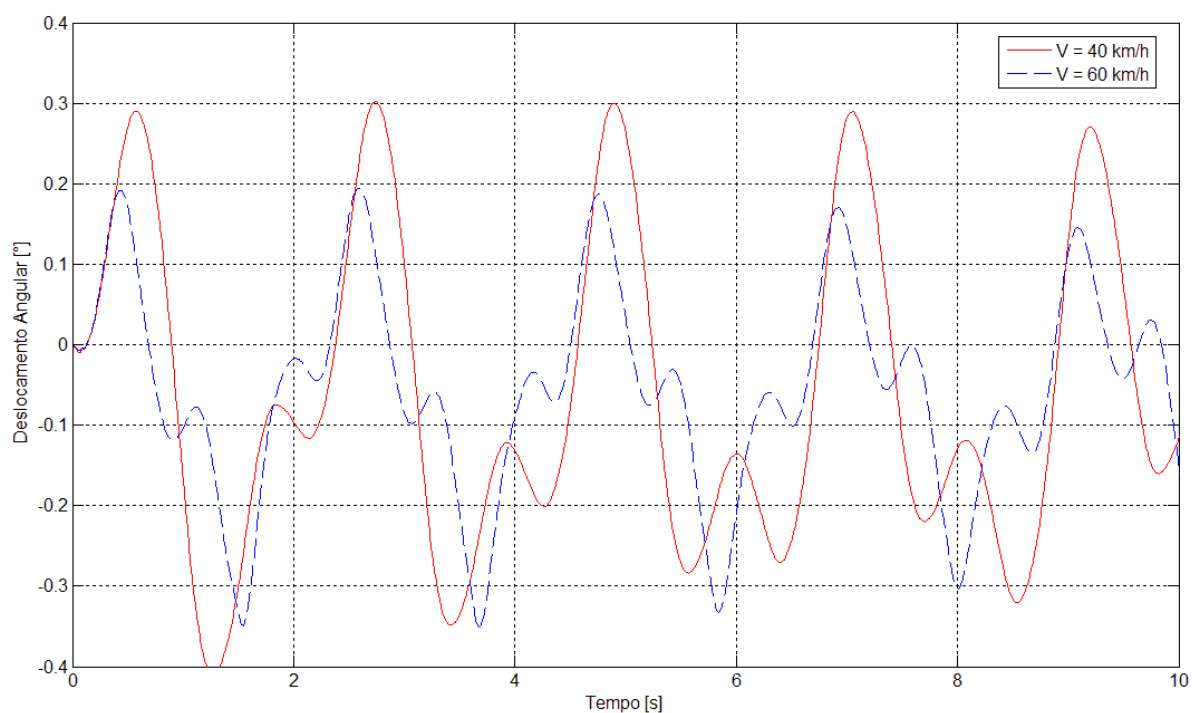


Figura H.13 – Ângulo de *Roll* do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

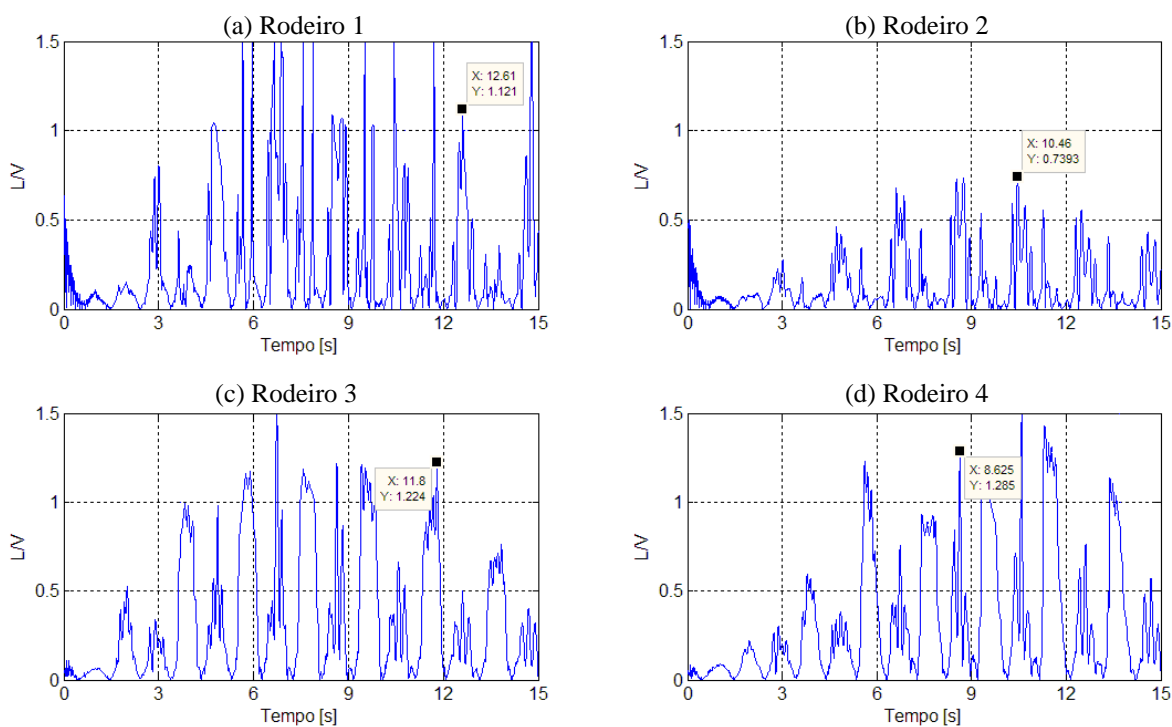


Figura H.14 – Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.

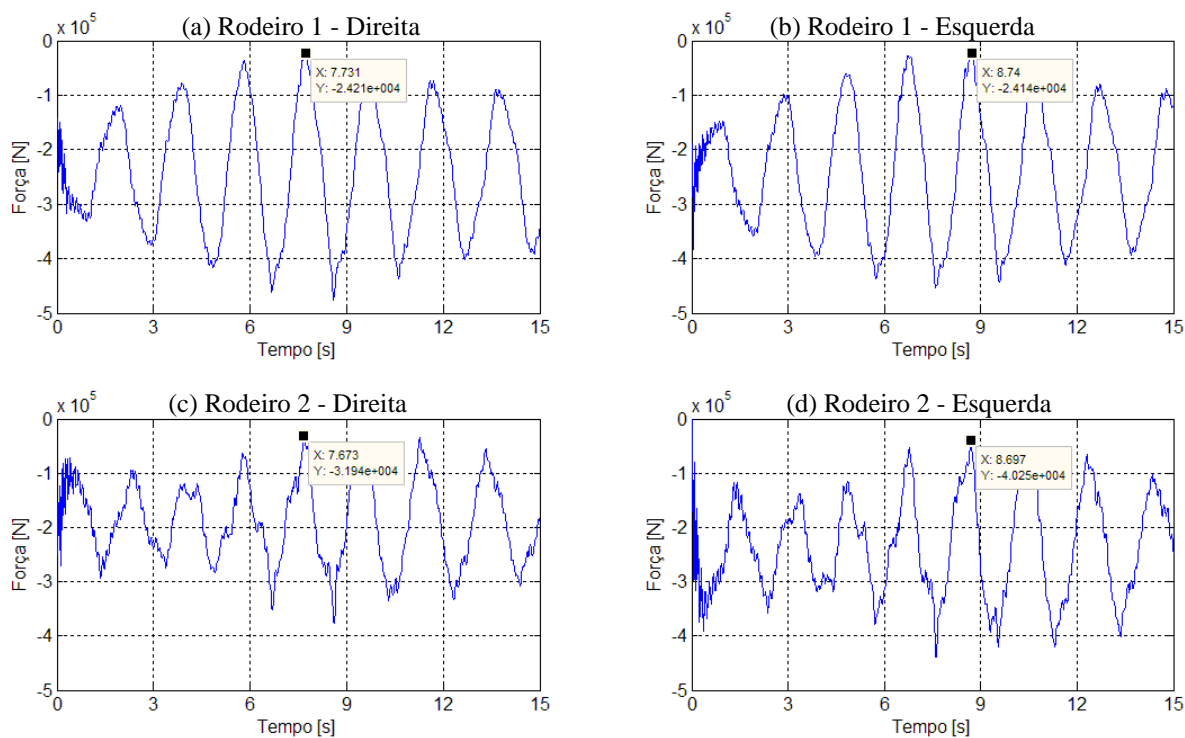


Figura H.15 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.

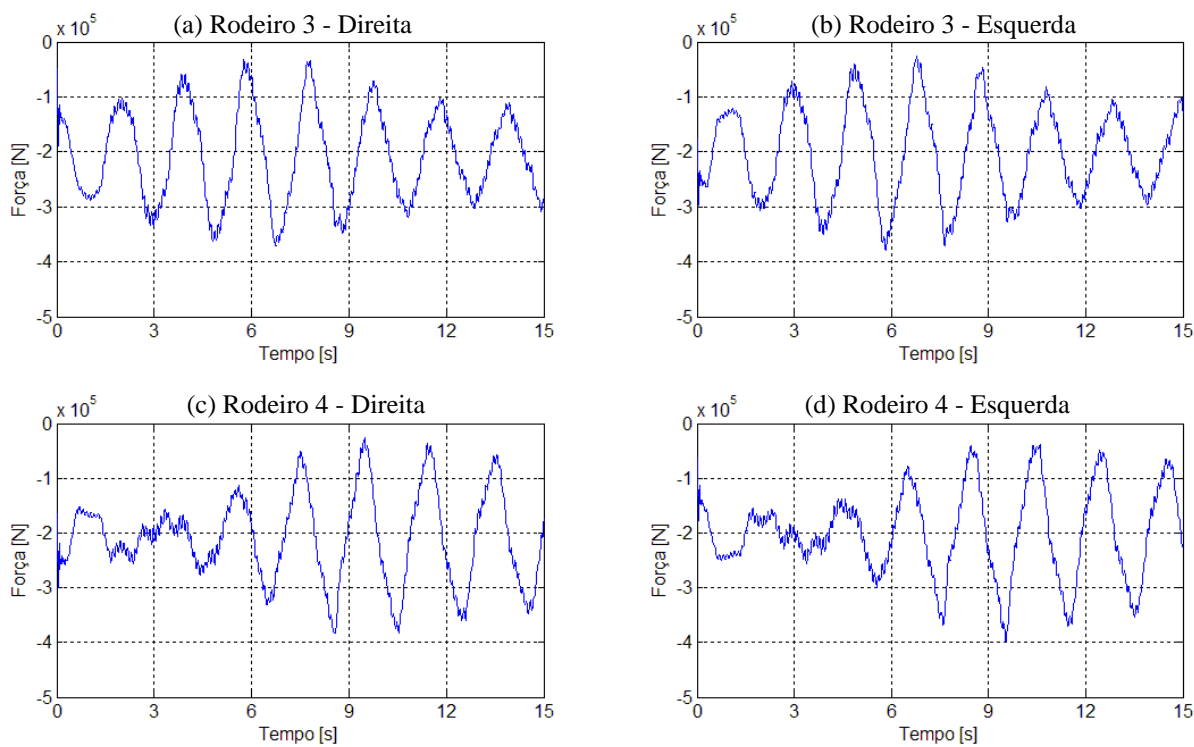


Figura H.16 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.

### H.5 – Veículo ferroviário de 70 t vazio – *Pitch e Bounce*

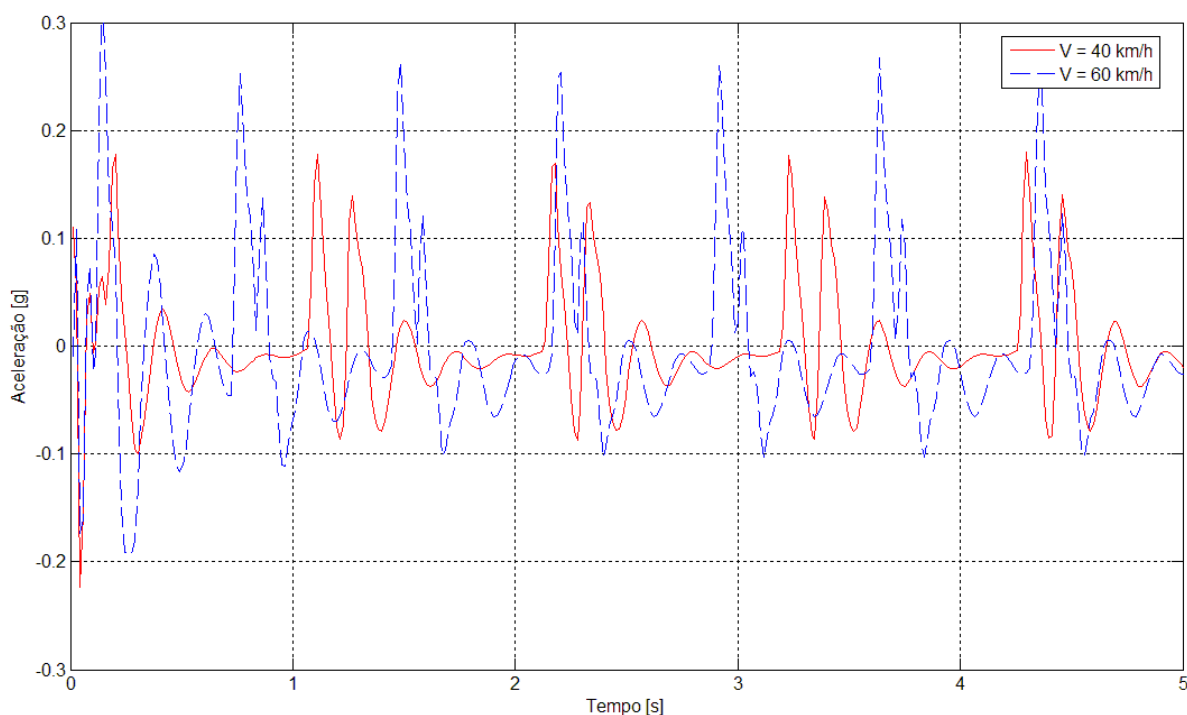


Figura H.17 – Máxima aceleração vertical do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

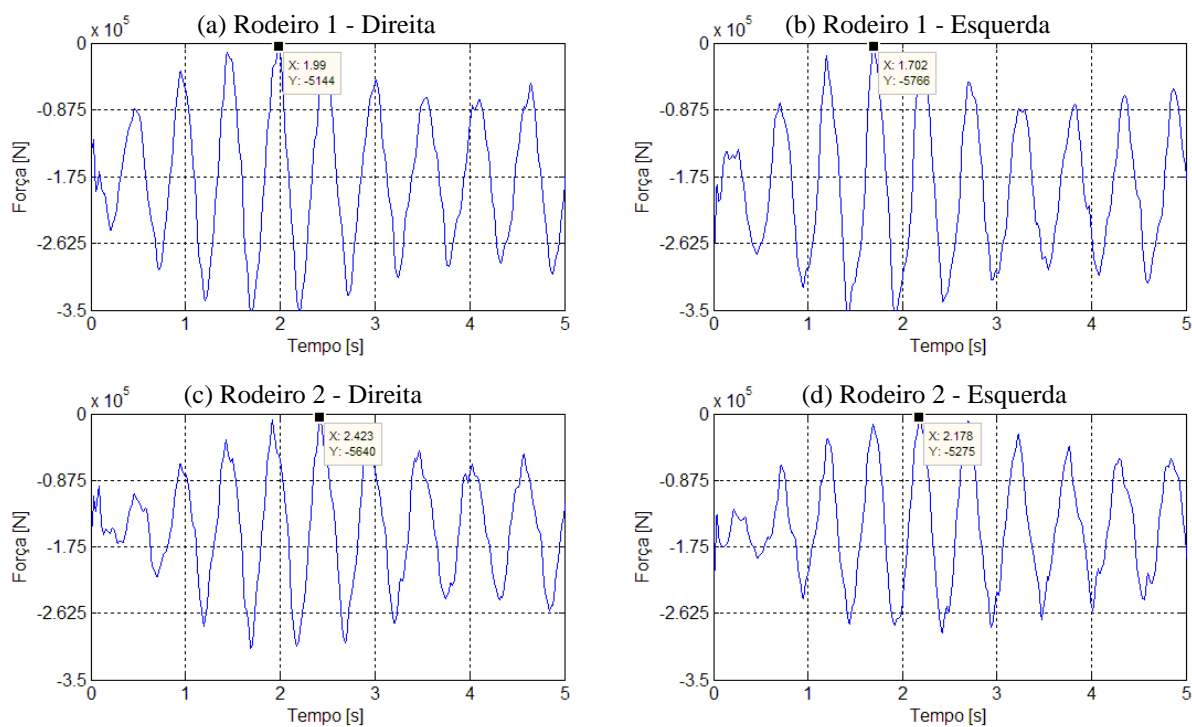


Figura H.18 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.

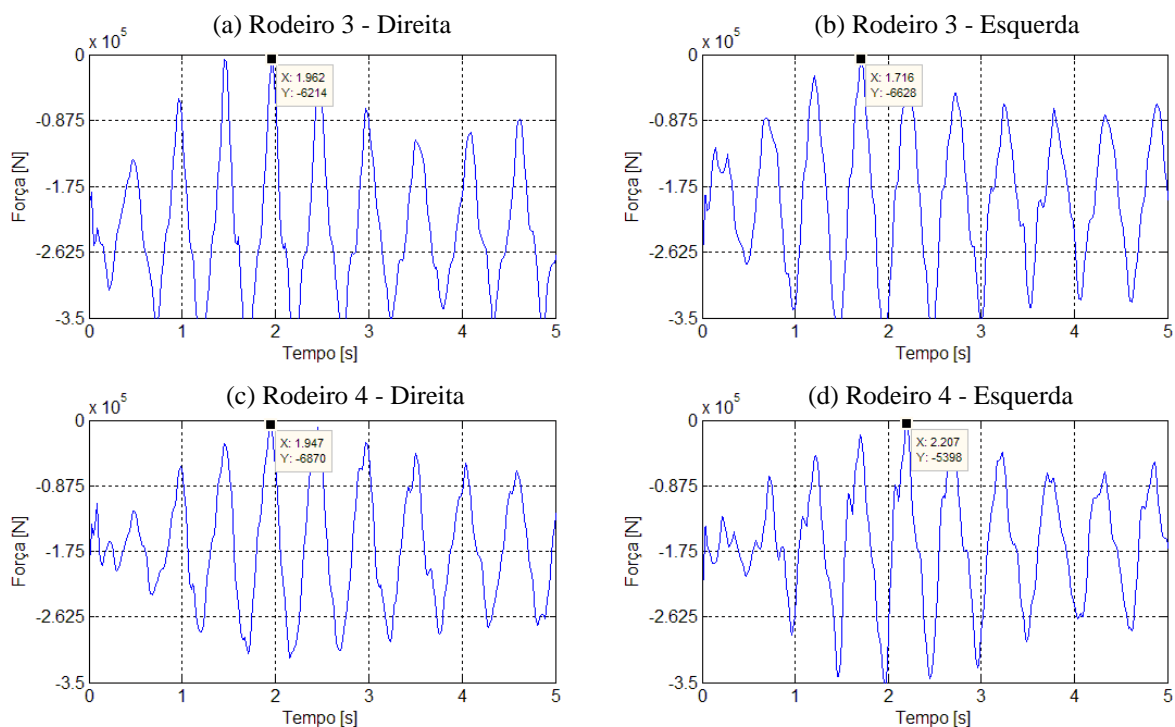


Figura H.19 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.

### H.6 – Veículo ferroviário de 70 t carregado – *Pitch e Bounce*

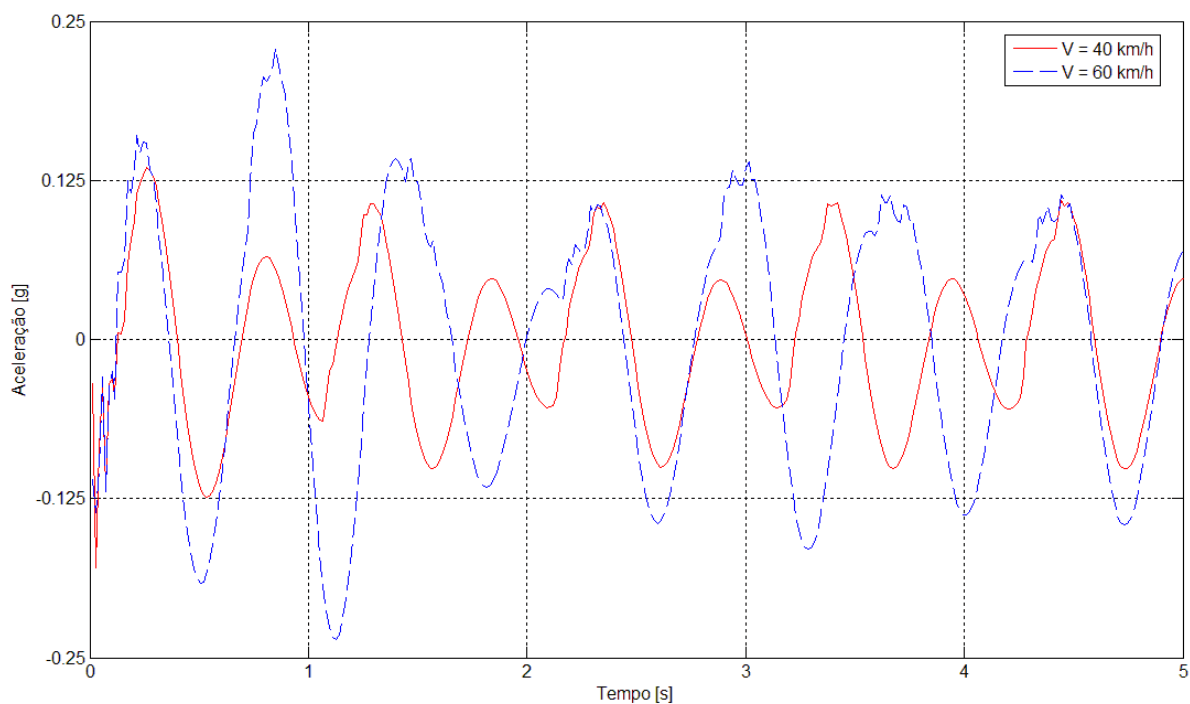


Figura H.20 – Máxima aceleração vertical do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h



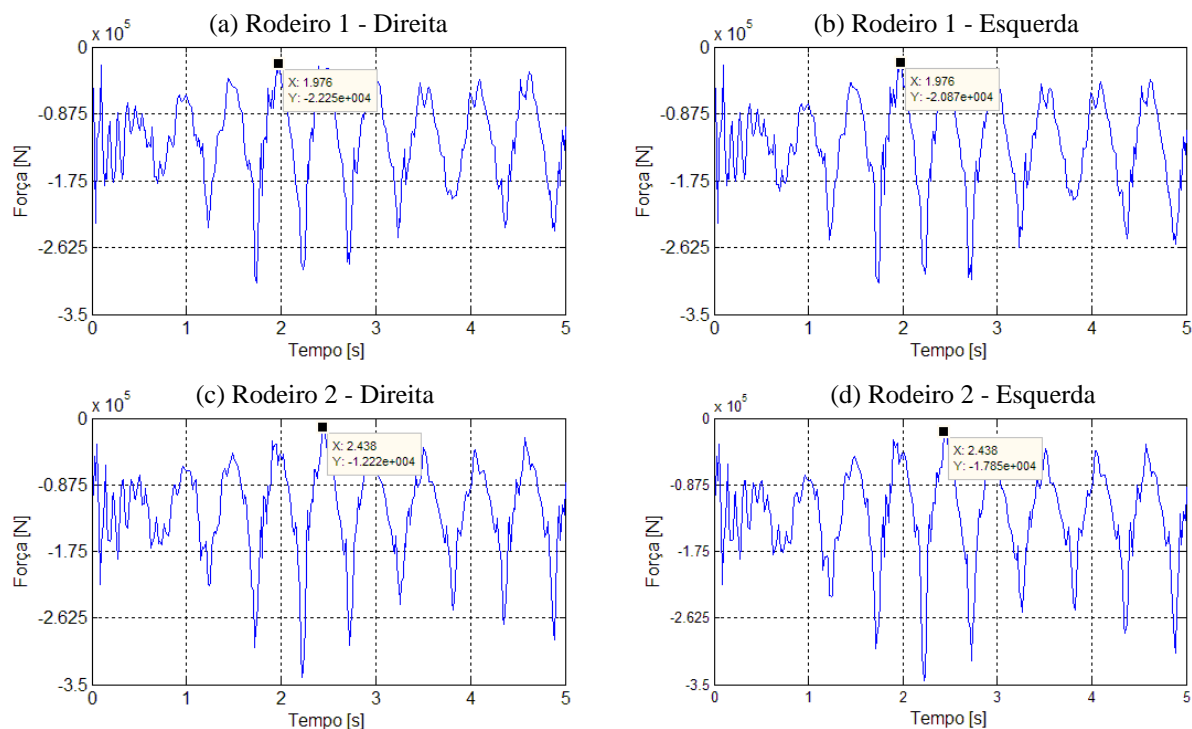


Figura H.21 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.

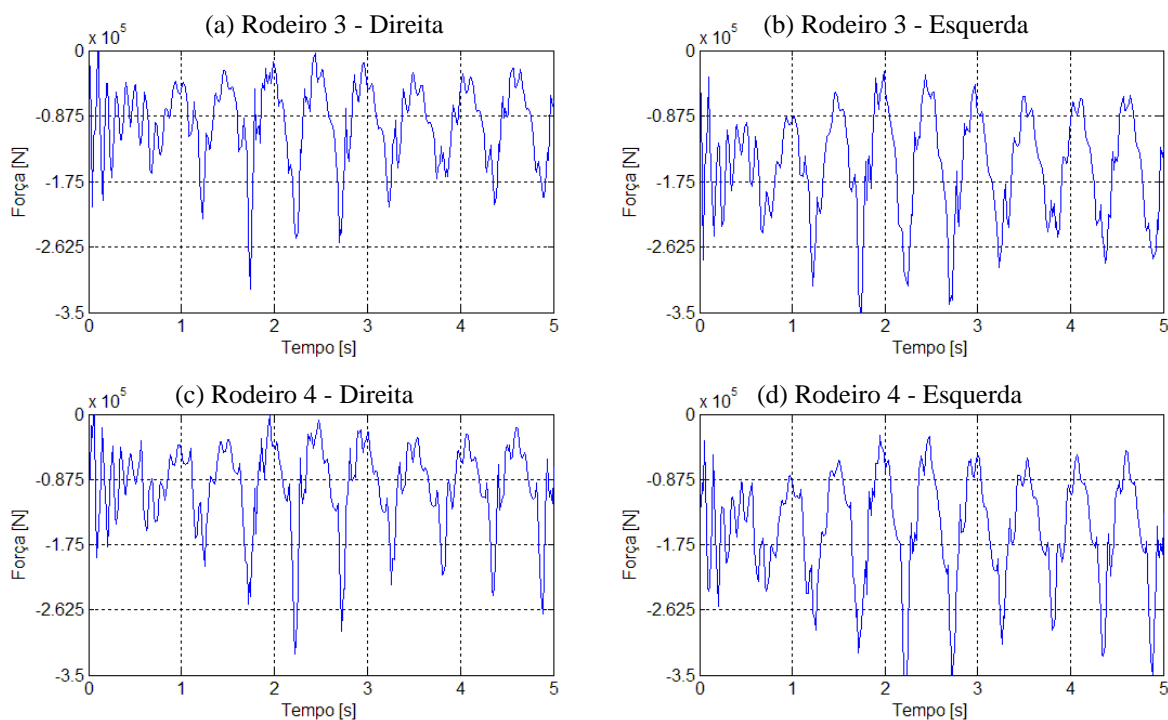


Figura H.22 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.

### H.7 – Veículo ferroviário de 100 t vazio – *Pitch e Bounce*

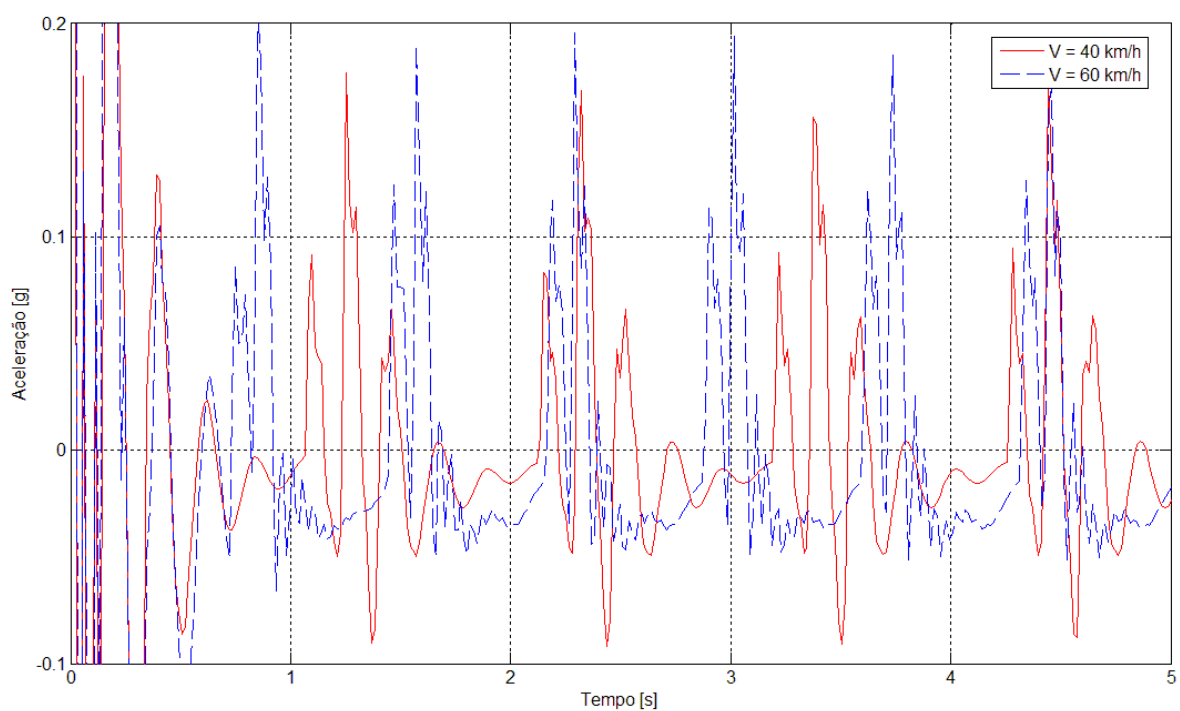


Figura H.23 – Máxima aceleração vertical do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

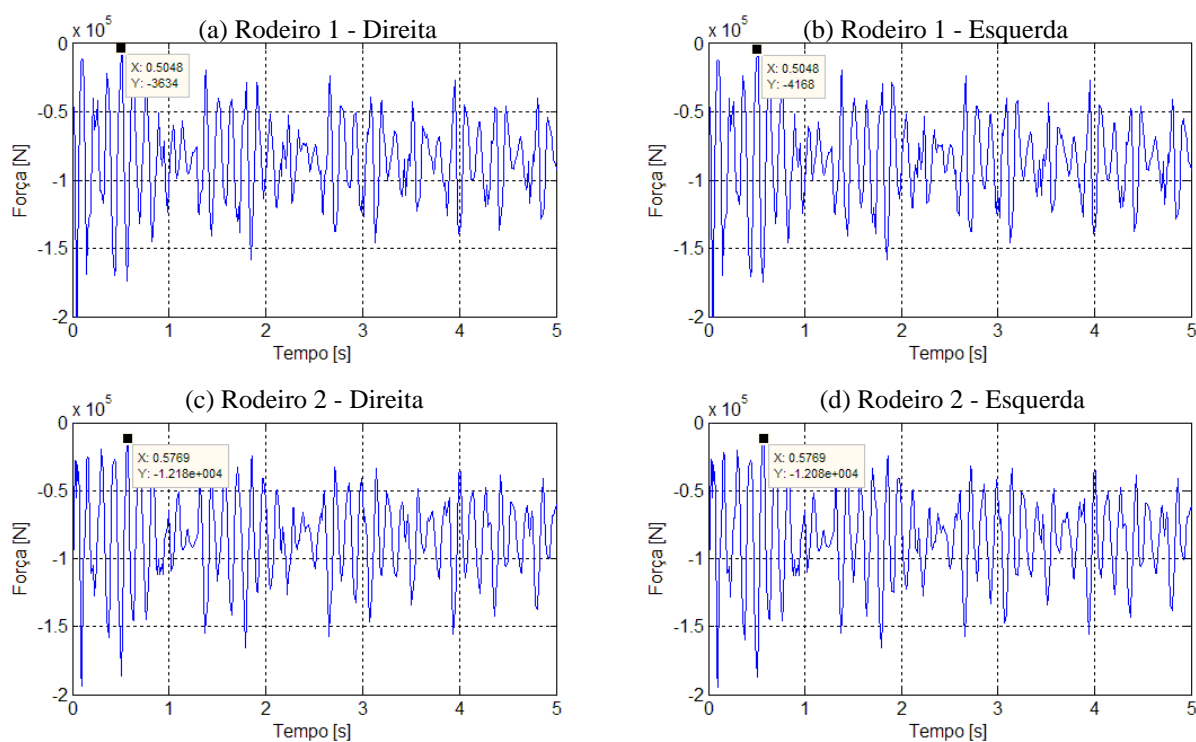


Figura H.24 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 – roda esquerda.

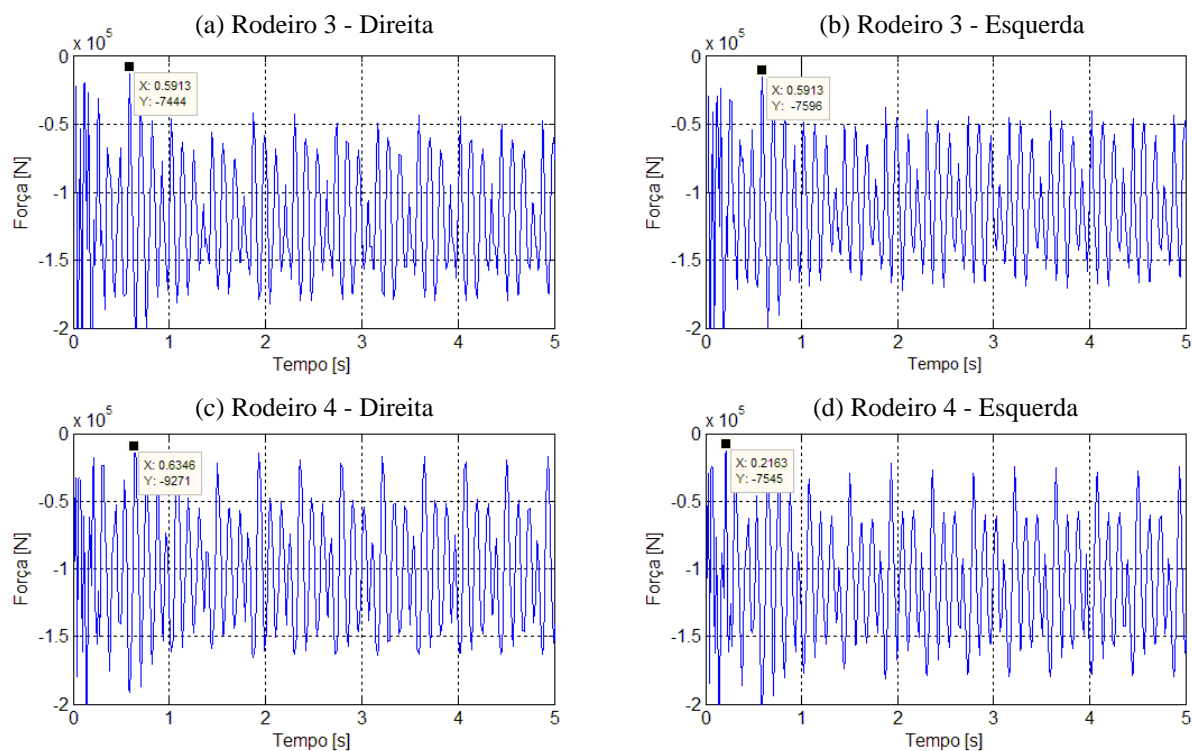


Figura H.25 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.

### H.8 – Veículo ferroviário de 100 t carregado – *Pitch e Bounce*

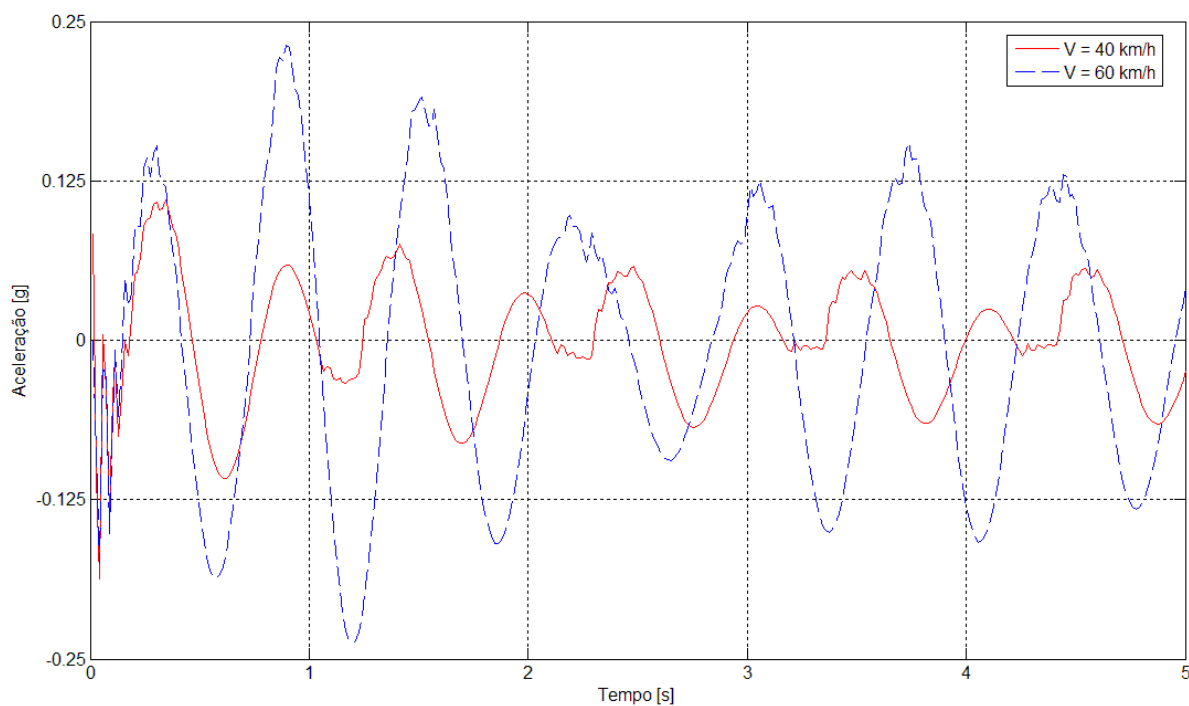


Figura H.26 – Máxima aceleração vertical do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

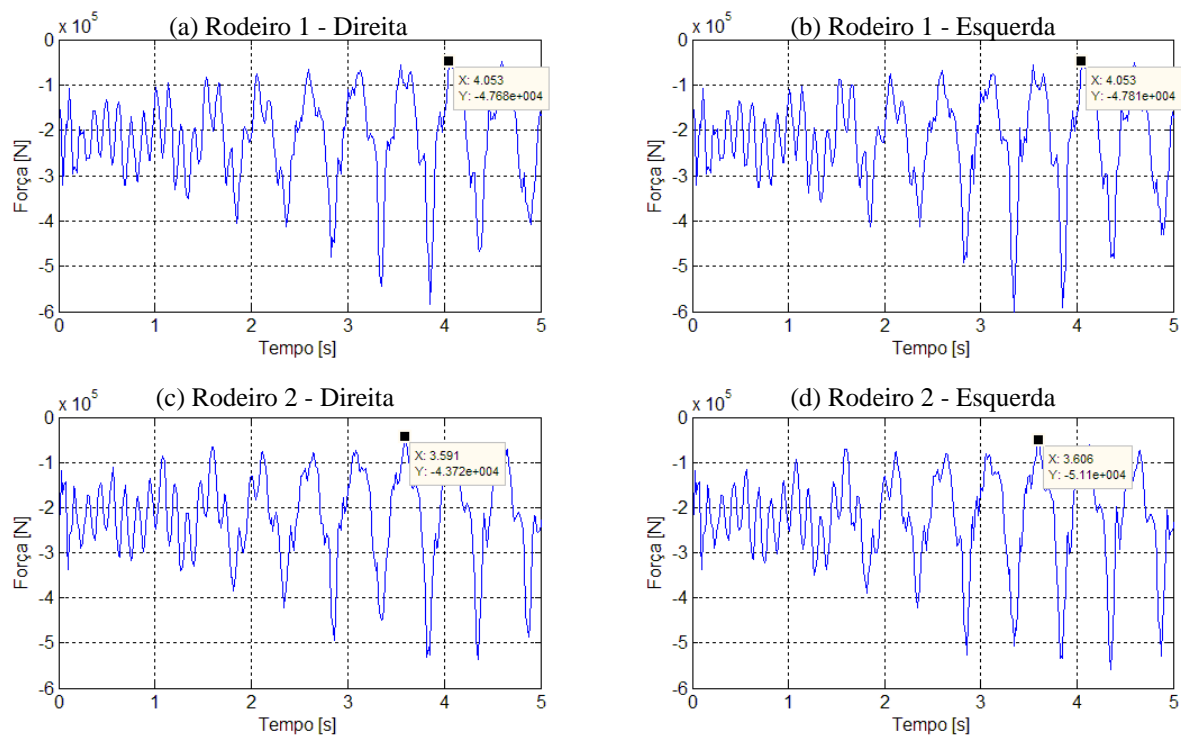


Figura H.27 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 – roda direita; b) rodeiro 1 – roda esquerda; c) rodeiro 2 – roda direita; d) rodeiro 2 roda esquerda.

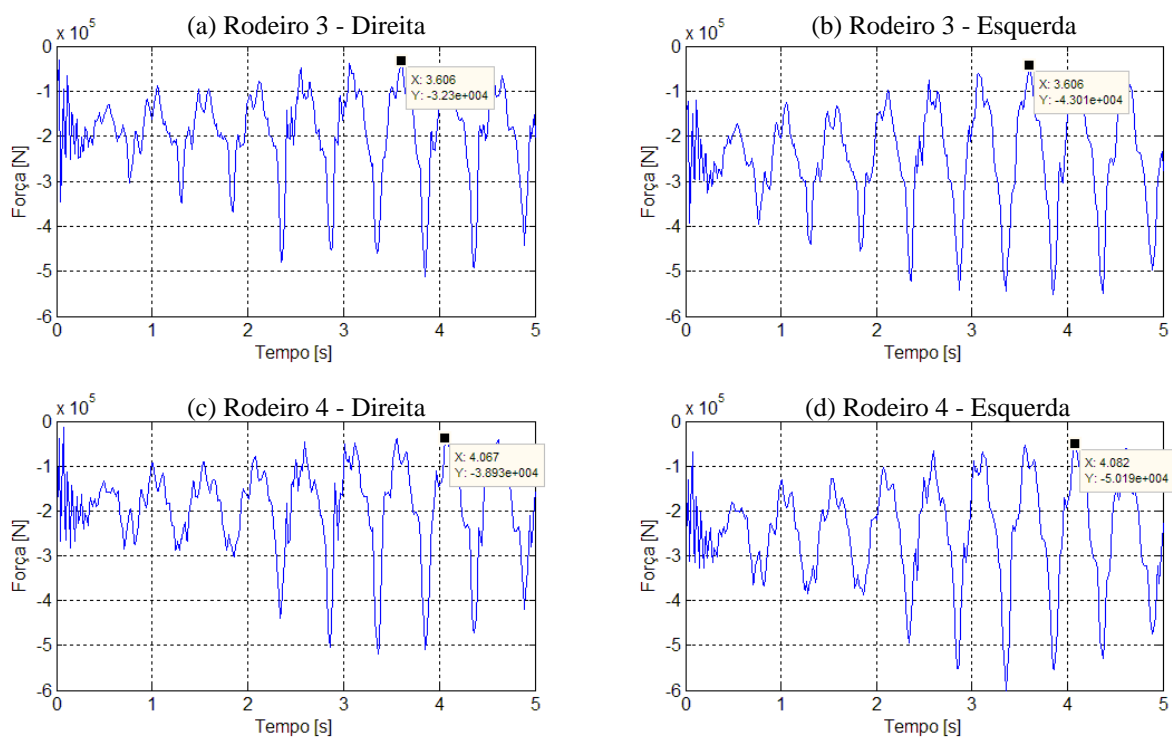


Figura H.28 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 – roda direita; b) rodeiro 3 – roda esquerda; c) rodeiro 4 – roda direita; d) rodeiro 4 roda esquerda.

### H.9 – Veículo ferroviário de 70 t carregado – *Yaw* e *Sway*

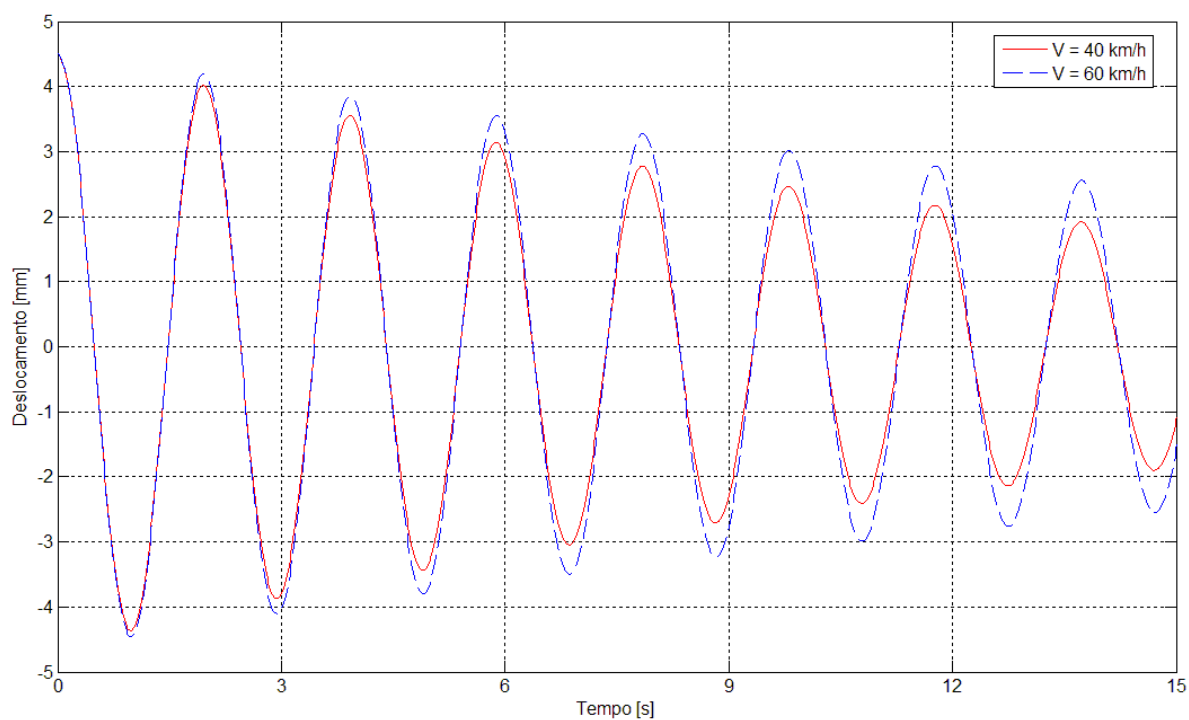


Figura H.29 – Deslocamento lateral do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

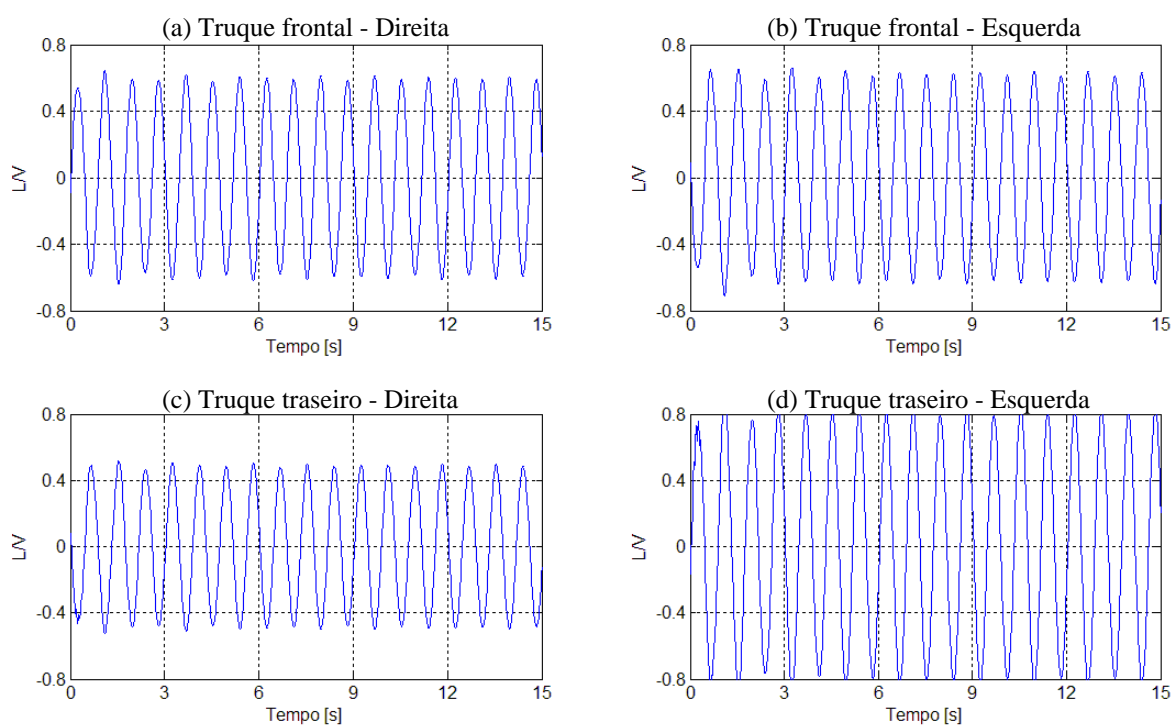


Figura H.30 – Máxima razão  $L/V$ : a) Truque frontal – lado direito, b) Truque frontal – lado esquerdo, c) Truque traseiro – lado direito, d) Truque traseiro – lado esquerdo.

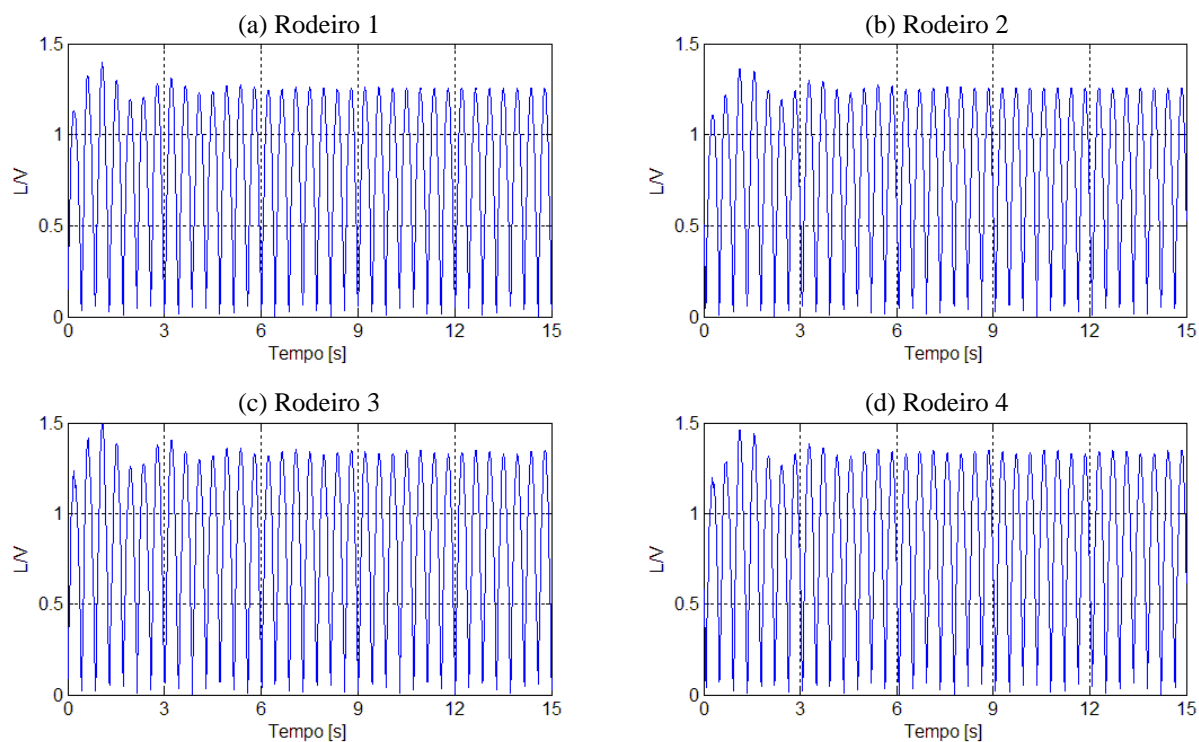


Figura H.31 – Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.

### H.10 – Veículo ferroviário de 100 t carregado – *Yaw* e *Sway*

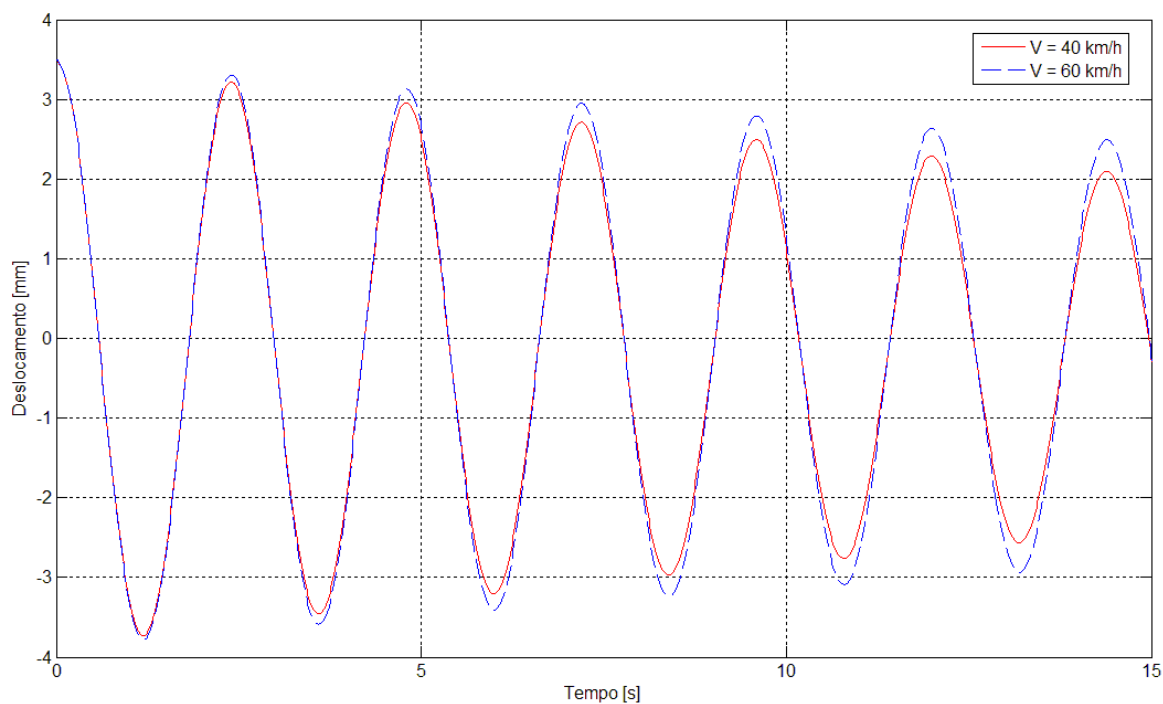


Figura H.32 – Deslocamento lateral do corpo do veículo para velocidades de 40 e 60 km/h

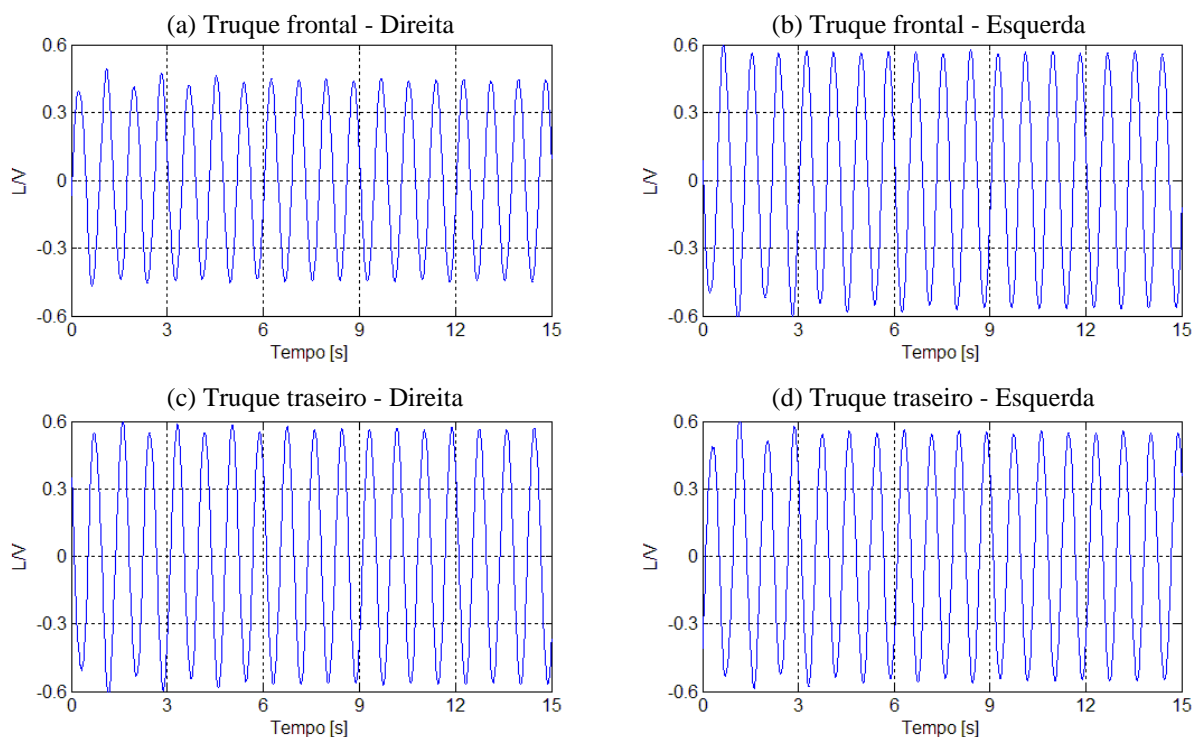


Figura H.33 – Máxima razão  $L/V$ : a) Truque frontal – lado direito, b) Truque frontal – lado esquerdo, c) Truque traseiro – lado direito, d) Truque traseiro – lado esquerdo.

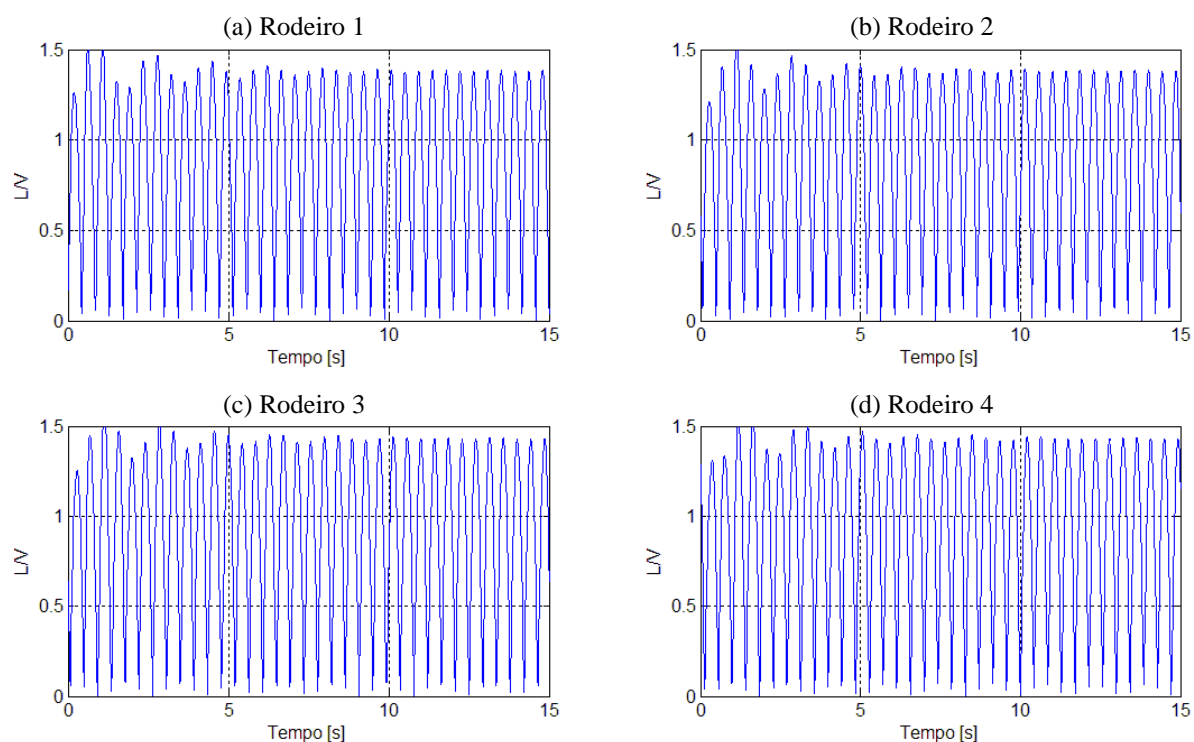


Figura H.34 – Máxima razão  $L/V$  das rodas em um eixo: a) rodeiro 1; b) rodeiro 2; c) rodeiro 3; d) rodeiro 4.

### H.11 – Veículo ferroviário de 70 t carregado - Irregularidade aperiódica tipo *Cusp*

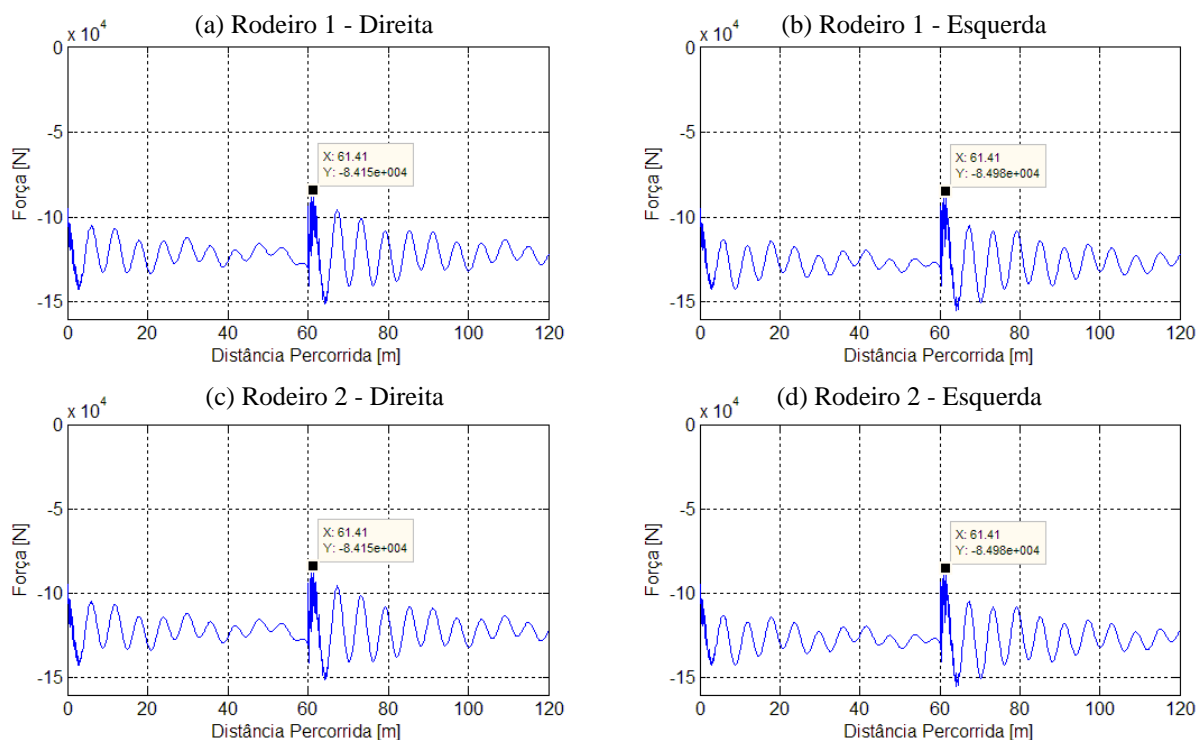


Figura H.35 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda.

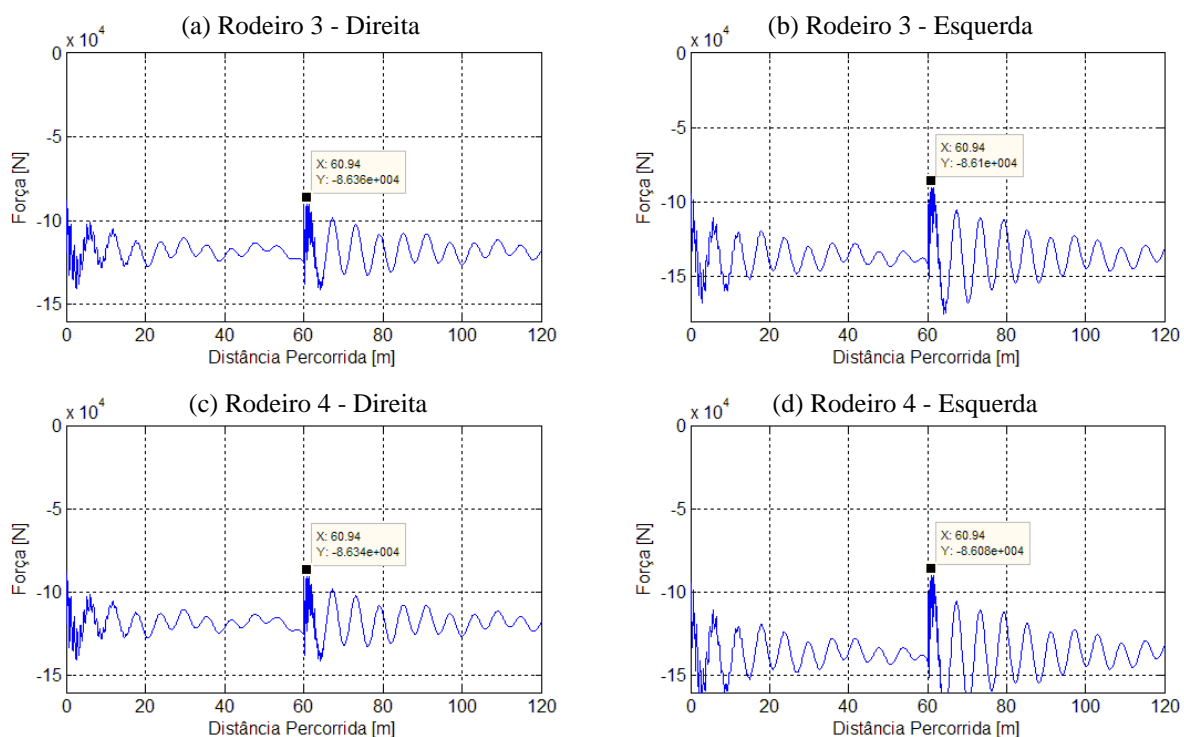


Figura H.36 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda.



## H.12 – Veículo ferroviário de 100 t carregado - Irregularidade aperiódica tipo *Cusp*

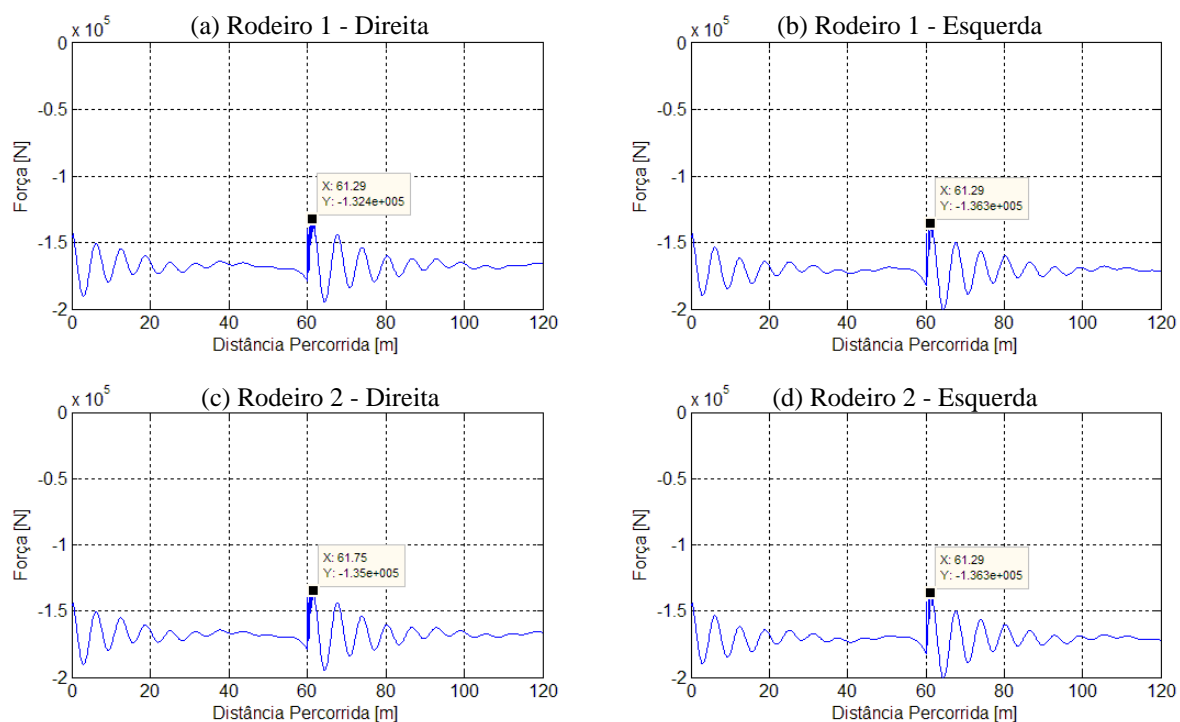


Figura H.37 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda.

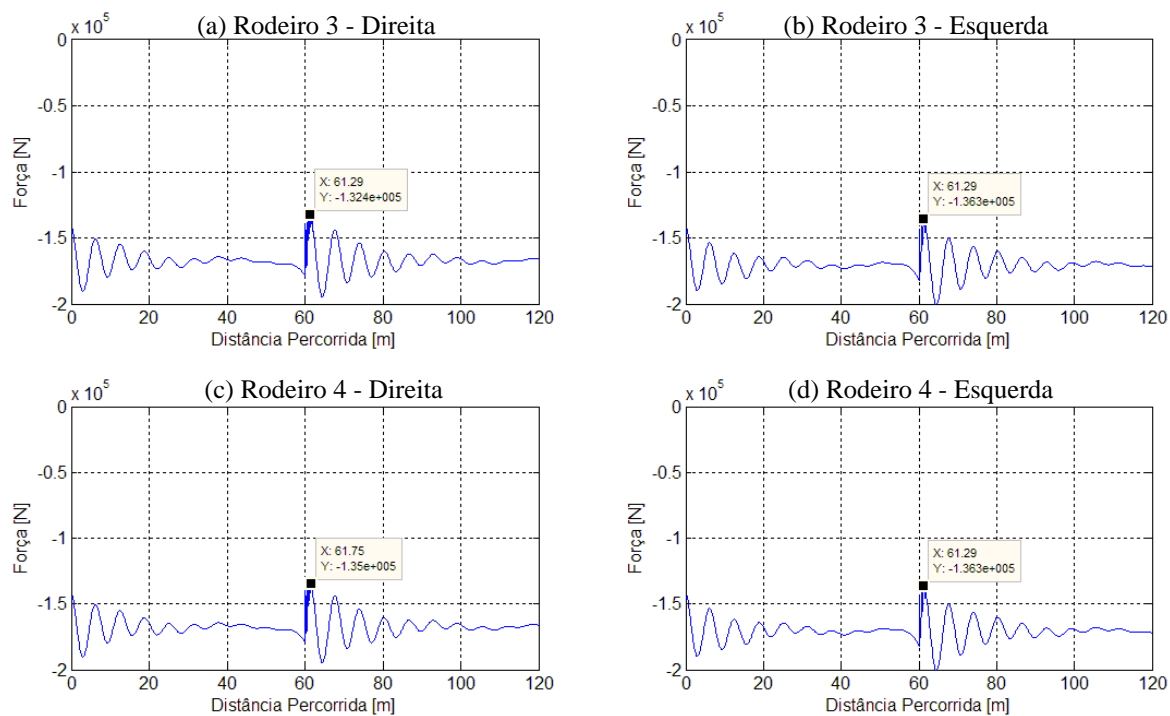


Figura H.38 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda.

### H.13 – Veículo ferroviário de 70 t carregado - Irregularidade aperiódica tipo *Jog*

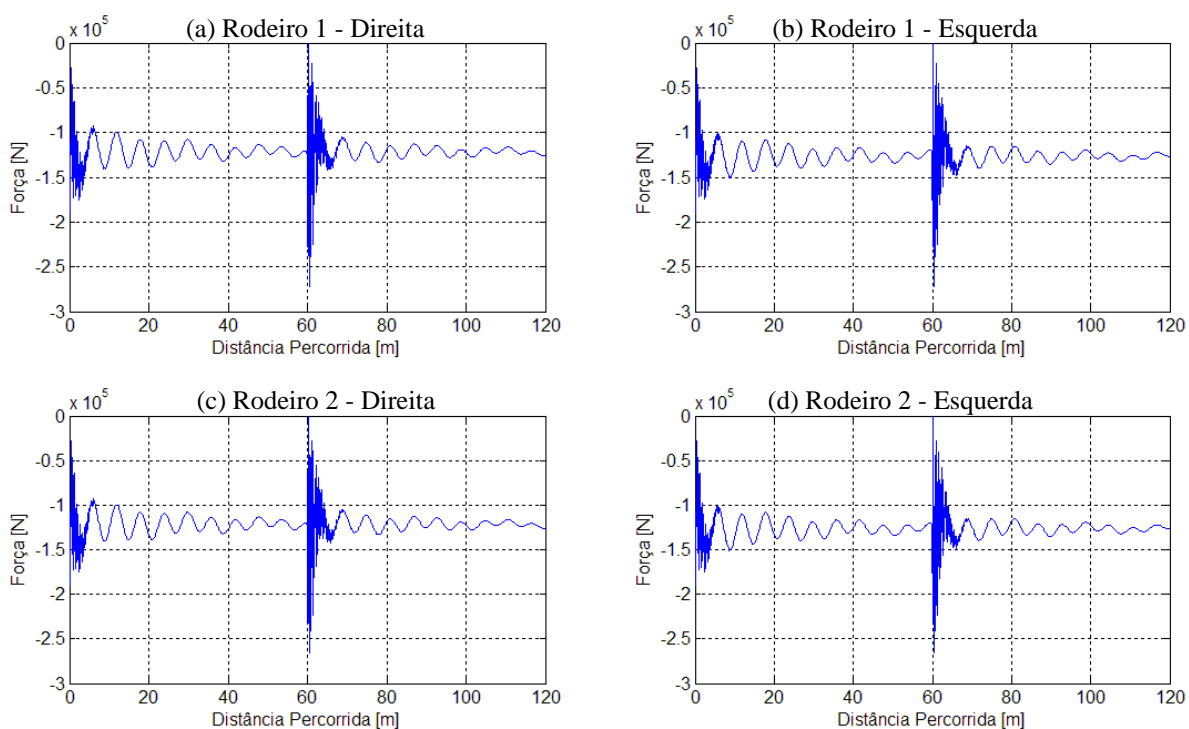


Figura H.39 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda.

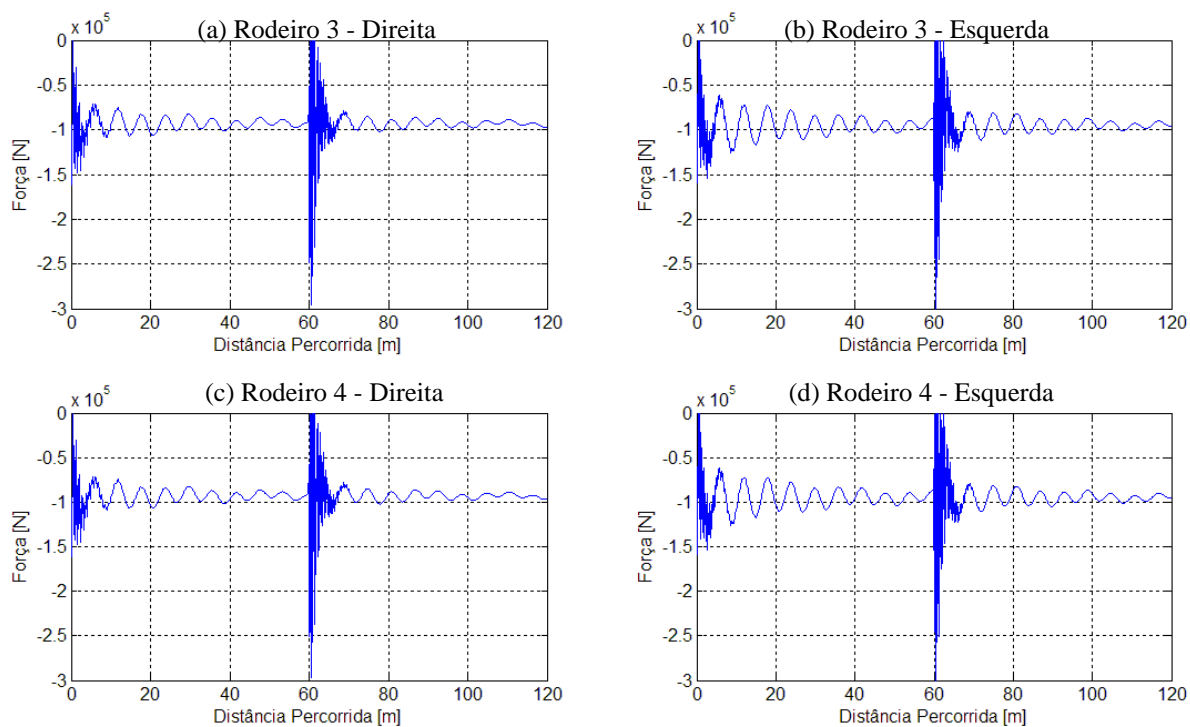


Figura H.40 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda.

### H.14 – Veículo ferroviário de 100 t carregado - Irregularidade aperiódica tipo *Jog*

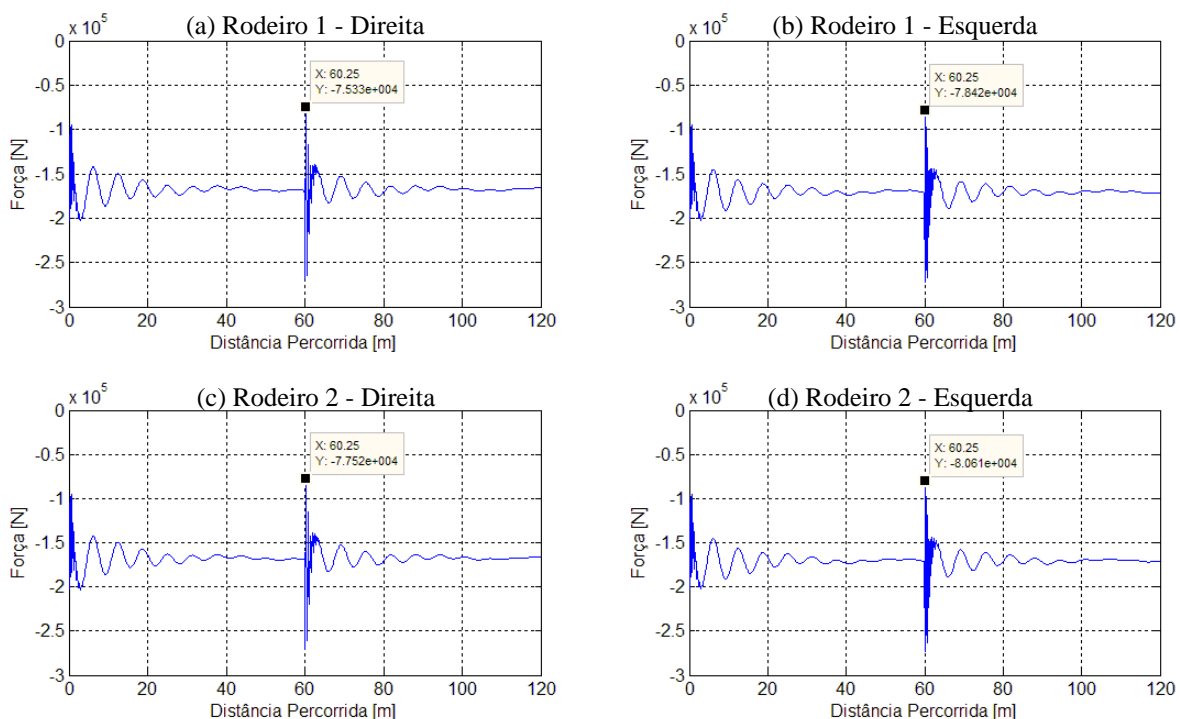


Figura H.41 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda.

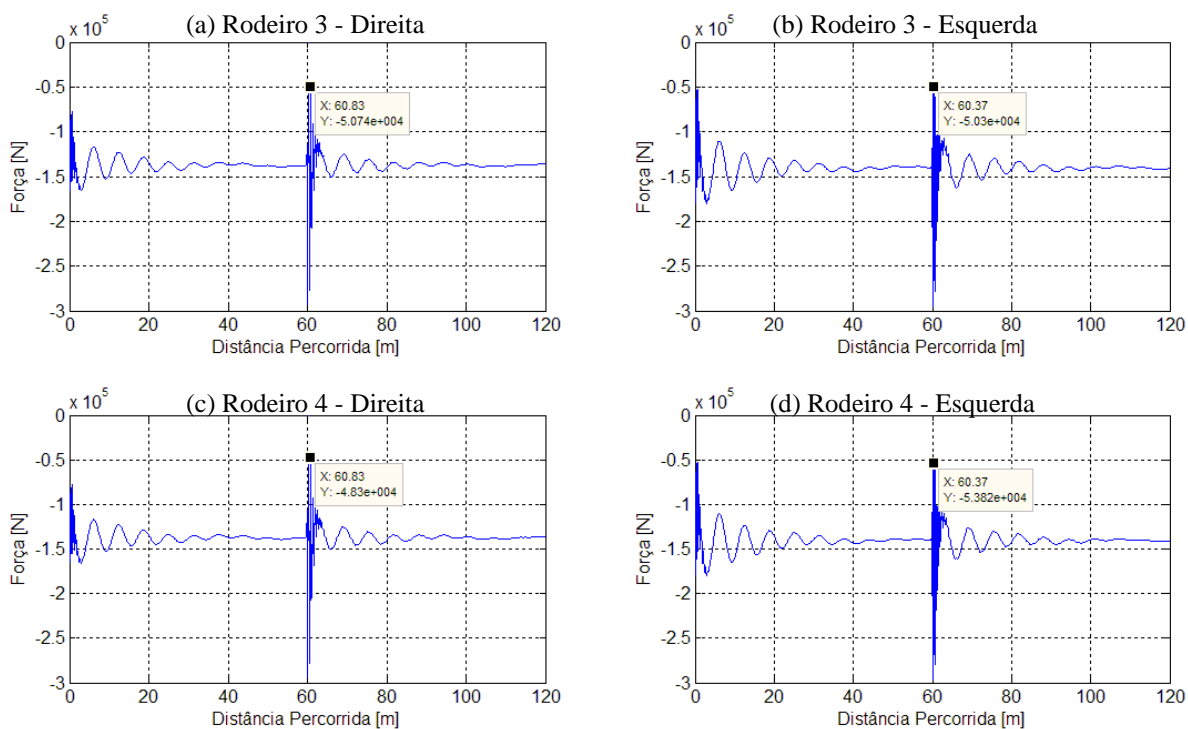


Figura H.42 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda.

### H.15 – Veículo ferroviário de 70 t carregado - Irregularidade aperiódica tipo *Trough*

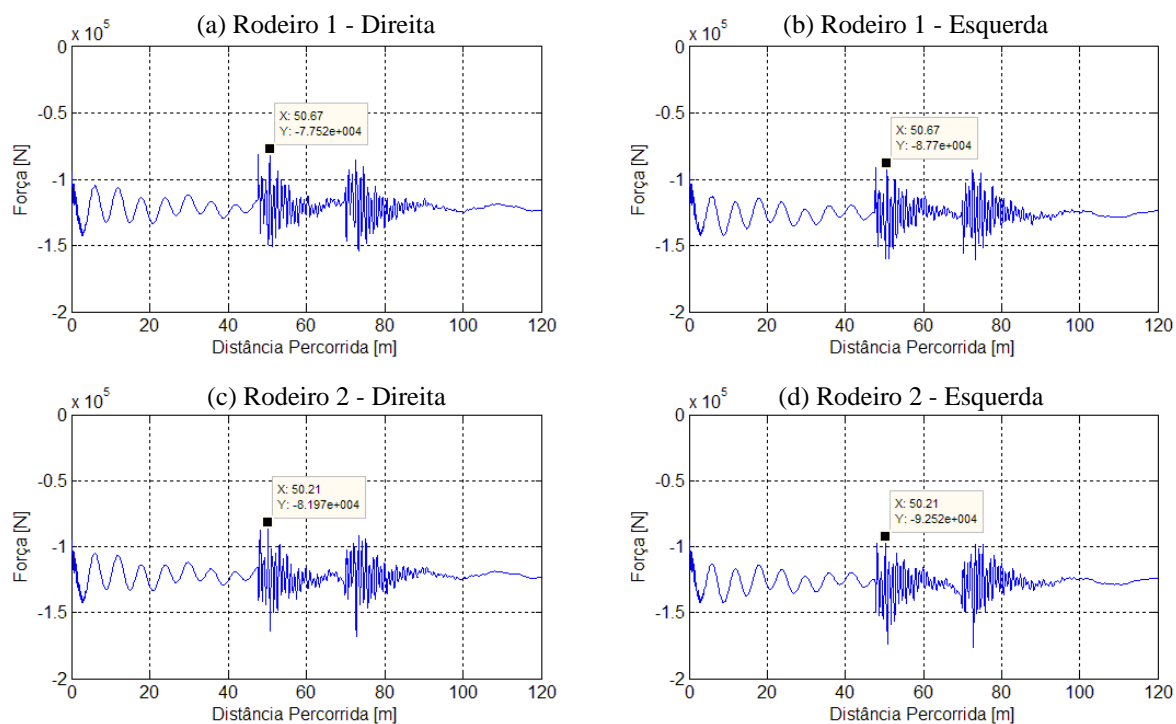


Figura H.43 – Carga nas rodas do truque dianteiro: a) rodeiro 1 - roda direita, b) rodeiro 1 - roda esquerda, c) rodeiro 2 - roda direita, d) rodeiro 2 - roda esquerda.

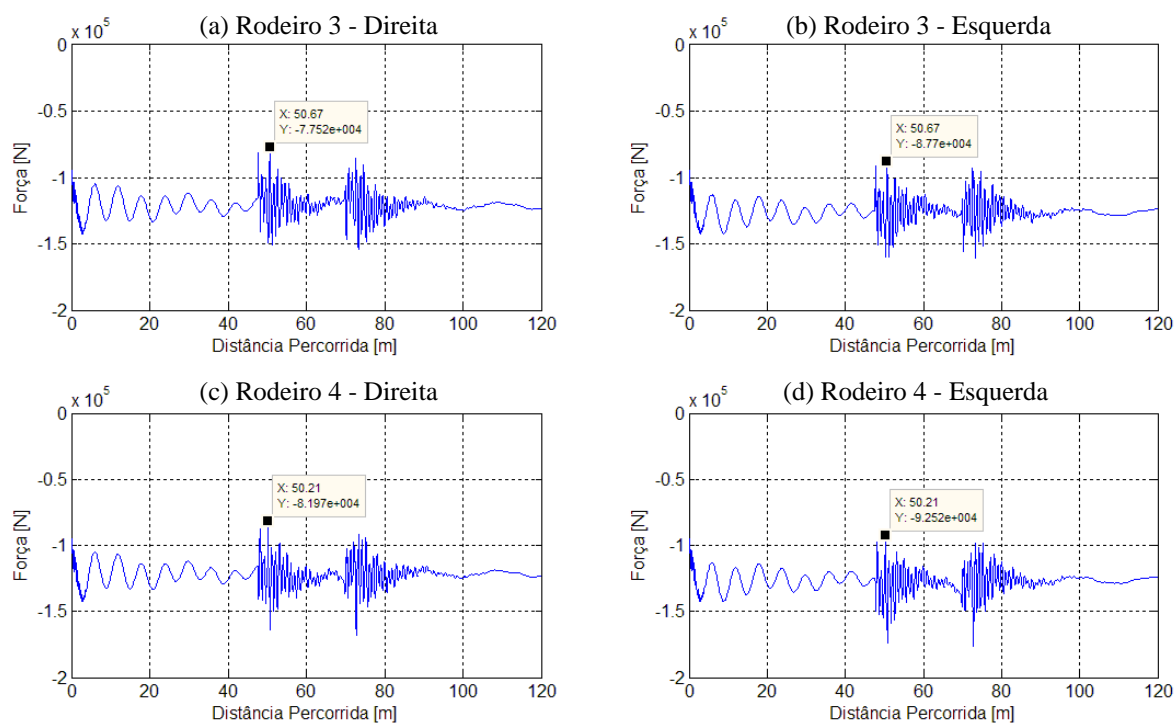
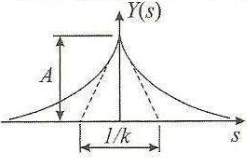
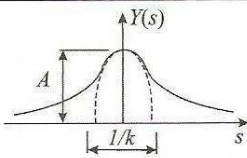
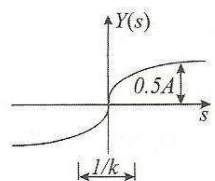
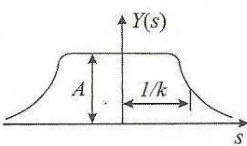
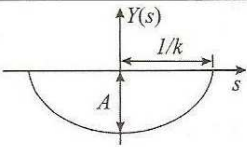
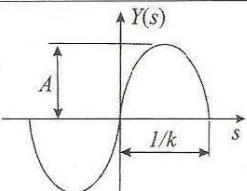
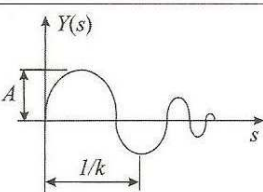


Figura H.44 – Carga nas rodas do truque traseiro: a) rodeiro 3 - roda direita, b) rodeiro 3 - roda esquerda, c) rodeiro 4 - roda direita, d) rodeiro 4 - roda esquerda.

## 17. ANEXO I – IRREGULARIDADES APERIÓDICAS

### I.1 – Irregularidades aperiódicas da via

Tabela I.1 Irregularidades aperiódicas da via [Adaptado: Shabana et al., 2008].

Deviation	Shape	Function
Cusp		$y = Ae^{-k s }$
Bump		$y = Ae^{-(1/2)(ks)^2}$
Jog		$y = \frac{Aks}{\sqrt{(1+4k^2s^2)}}$
Plateau		$y = \sqrt{\left(\frac{A^2}{1+(ks)^8}\right)}$
Trough		$y = Ak\sqrt{\left[\left(\frac{1}{k}\right)^2 - s^2\right]}$
Sinusoid		$y = A \sin \pi ks$
Damped Sinusoid		$y = Ae^{-ks} \cos \pi ks$

## I.2 – Parâmetros de representação analítica de irregularidades aperiódicas da via

Tabela I.2 Parâmetros de representação analítica de irregularidades [Adaptado: Shabana et al., 2008].

Deviation Function	Range of Values							
	Gage		Alignment		Cross Level		Profile	
	A (in.)	k (ft <sup>-1</sup> )	A (in.)	k (ft <sup>-1</sup> )	A (in.)	k (ft <sup>-1</sup> )	A (in.)	k (ft <sup>-1</sup> )
Cusp	0.8–1.4	0.016–0.061	0.5–0.3	0.011–0.103	0.9–3.0	0.031–0.095	0.9–3.0	0.016–0.095
Bump	0.8–1.4	0.031–0.040	0.5–2.8	0.009–0.083	1.0–3.0	0.017–0.031	0.5–4.0	0.013–0.065
Jog	...	...	0.5–3.3	0.006–0.025	1.6–2.8	0.020–0.05	0.5–5.0	0.008–0.045
Plateau	0.8–1.3	0.029–0.08	1.2–1.6	0.025–0.027	0.6–1.0	0.026–0.04	0.9–3.0	0.009–0.033
Trough	...	...	1.4–2.2	0.013–0.029	...	...	0.7–2.0	0.020–0.025
Sinusoid	...	...	0.8–1.2	0.033–0.020	...	...	1.0–1.5	0.020–0.025
Damped sinusoid	0.5–1.0	...	1.0–2.2	0.013–0.015	0.9–1.2	0.051–0.061	...	...

### I.3 – Padrões de segurança para vias tangentes

Tabela I.3 Padrões de segurança da FRA para vias tangentes [Fonte: Dukkipati, 2000].

Safety standard	Track class					
	1	2	3	4	5	6
<b>Speed Limits</b>						
Freight, km/h	16	40	64	96	128	176
(mph)	(10)	(25)	(40)	(60)	(80)	(110)
Passenger, km/h	24	48	96	128	144	176
(mph)	(15)	(30)	(60)	(80)	(90)	(110)
<b>Gauge, G</b>						
G ≥...cm	142.24	142.24	142.24	142.24	142.24	142.24
(in)	(56.00)	(56.00)	(56.00)	(56.00)	(56.00)	(56.00)
G ≤...cm	146.68	146.05	146.05	146.05	144.78	144.15
(in)	(57.75)	(57.50)	(57.50)	(57.50)	(57.00)	(56.75)
<b>Alignment*</b>						
$\epsilon_a \leq \dots$ cm	12.70	7.62	4.45	3.18	1.91	1.27
(in)	(5.00)	(3.00)	(1.75)	(1.25)	(0.75)	(0.50)
<b>Rail Profile*</b>						
$\epsilon_r \leq \dots$ cm	7.62	6.98	5.72	5.08	3.18	1.27
(in)	(3.00)	(2.75)	(2.25)	(2.00)	(1.25)	(0.50)
<b>Cross-level*</b>						
$\epsilon_c \leq \dots$ cm	7.62	5.08	4.45	3.18	2.54	1.27
(in)	(3.00)	(2.00)	(1.75)	(1.25)	(1.00)	(0.50)
$\delta_c \leq \dots$ cm	7.62	5.08	4.45	3.18	2.54	1.59
(in)	(3.00)	(2.00)	(1.75)	(1.25)	(1.00)	(0.625)

\* $\epsilon_a$ : Mid-offset of alignment from a 18.9 m (62 ft) chord touching the alignment at both chord-ends

$\epsilon_r$ : Mid-offset of a rail from a 18.9 m (62 ft) chord touching the rail at both chord-ends

$\delta_c$ : Deviation from zero cross level at any point along the track

$\delta_c$ : Difference in cross-level between any two points less than 18.9 m (62 ft) apart along the track



## I.4 – Padrões de segurança para vias curvas

Tabela I.4 Padrões de segurança da FRA para vias curvas [Fonte: Dukkipati, 2000].

Safety standard	Track class					
	1	2	3	4	5	6
<i>Speed Limits</i>						
Freight, km/h. (mph)	16 (10)	40 (25)	64 (40)	96 (60)	128 (80)	176 (110)
Passenger, km/h (mph)	24 (15)	48 (30)	96 (60)	128 (80)	144 (90)	176 (110)
<i>Gauge, G</i>						
G ≥ ...cm (in)	142.24 (56.00)	142.24 (56.00)	142.24 (56.00)	142.24 (56.00)	142.24 (56.00)	142.24 (56.00)
G ≤ ...cm (in)	146.68 (57.75)	146.68 (57.75)	146.68 (57.75)	146.05 (57.50)	146.05 (57.50)	144.78 (57.00)
<i>Alignment*</i>						
$\epsilon_a \leq \dots$ cm (in)	12.70 (5.00)	7.62 (3.00)	4.45 (1.75)	3.81 (1.50)	1.59 (0.625)	0.95 (0.375)
<i>Rail Profile*</i>						
$\epsilon_r \leq \dots$ cm (in)	8.89 (3.50)	7.62 (3.00)	5.08 (2.00)	3.81 (1.50)	2.54 (1.00)	1.27 (0.50)
$V_r \leq \dots$ cm (in)	4.45 (1.75)	3.81 (1.50)	3.18 (1.25)	2.54 (1.00)	1.94 (0.75)	1.27 (0.50)
<i>Cross-level*</i>						
$V_c \leq \dots$ cm (in)	5.08 (2.00)	4.45 (1.75)	3.18 (1.25)	2.54 (1.00)	1.91 (0.75)	1.27 (0.50)
$\epsilon_c \leq \dots$ cm (in)	7.62 (3.00)	5.08 (2.00)	4.45 (1.75)	3.18 (1.25)	2.54 (1.00)	1.27 (0.50)
$\delta_c \leq \dots$ cm (in)	7.62 (3.00)	5.08 (2.00)	4.45 (1.75)	3.18 (1.25)	2.54 (1.00)	1.59 (0.625)

\* $\epsilon_a$ : Mis-offset of alignment from a 18.9 m (62 ft) chord touching the alignment at both chord-ends

$\epsilon_r$ : Mid-offset of a rail from a 18.9 m (62 ft) chord touching the rail at both chord-ends

$\epsilon_c$ : Deviation from zero cross level at any point along the track

$V_r$ : Derivation from designated elevation on spirals

$V_c$ : Variation in cross-level on spirals in any 9.45 m (31 ft)

$\delta_c$ : Difference in cross-level between any two points less than 18.9 m (62 ft) apart along the track