

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

**VALUE AT RISK COMO MÉTODO DE MENSURAÇÃO E GERENCIAMENTO
DE RISCOS DE MERCADO: UMA ANÁLISE DE MODELOS
PARAMÉTRICOS**

EDUARDO MATHIAS HINTERHOLZ

Porto Alegre

2010

EDUARDO MATHIAS HINTERHOLZ

**VALUE AT RISK COMO MÉTODO DE MENSURAÇÃO E GERENCIAMENTO
DE RISCOS DE MERCADO: UMA ANÁLISE DE MODELOS
PARAMÉTRICOS**

Monografia apresentada como requisito parcial para a obtenção de grau de bacharel do Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício Tourrucôo

Porto Alegre

2010

RESUMO

A utilização de modelos paramétricos para mensurar *Value at Risk* tem, como elemento fundamental, a estimação da volatilidade da série de retornos do ativo/portfólio em questão. Para isto, neste trabalho este parâmetro foi obtido da série de retornos do Índice Bovespa (IBOV), através de modelos que pressupõem sua constância ao longo do tempo e outros que se baseiam em sua dependência e, em seguida, aplicados a fim de gerar medidas de Value at Risk para um horizonte de um dia, sendo os mesmos devidamente testados através de métodos de Backtesting. Conclui-se que os modelos de variância condicionada são bastante mais sensíveis a oscilações do mercado, refletindo com melhor precisão a situação presente e, quanto mais aderem aos dados, melhores estimativas de *Value at Risk* geram.

Palavras-chave: Backtesting. Modelos paramétricos. *Value at Risk*. Variância.

ABSTRACT

Measuring Value at Risk using parametric models has its fundamental issue centered in the estimation of the variance of the asset/portfolio return series. This parameter is obtained herein from the series of returns of the Bovespa Index (IBOV) through models based on the assumption of constant variance and others that allow for conditional variance. Subsequently, these models are applied in order to generate one day Value at Risk estimates, which are put subject to Backtesting methods. The results lead to the conclusion that conditional variance models are considerably more sensible to market volatility, reflecting current market situations with greater precision and, the more adherent to actual data the estimations, the better the measures of Value at Risk.

Key words: Backtesting. Parametric Models. Value at Risk. Variance.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	4
1.1	Definição do Problema	4
1.2	Justificativa	5
1.3	Objetivos.....	5
1.3.1	Primário	5
1.3.2	Secundários.....	5
1.4	Metodologia.....	6
2	MOTIVAÇÃO AO ESTUDO DE RISCOS DE MERCADO.....	7
2.1	Conceituando risco	7
2.2	Por que estudar risco?	8
2.3	O gerenciamento de riscos	9
2.4	Value at Risk (VaR) como ferramenta de mensuração de risco	10
2.5	Distribuição da variável aleatória	13
2.5.1	A distribuição Normal	13
2.5.2	A distribuição t-Student.....	14
2.6	Estimação da volatilidade	15
2.7	Backtesting como forma de validação de modelos.....	15
3	ESTIMAÇÃO VIA MODELOS PARAMÉTRICOS	17
3.1	Considerações acerca da série utilizada.....	18
3.2	Estimação pressupondo homocedasticidade.....	19
3.3	Modelos Heterocedásticos	21
3.3.1	Características de Retornos de Séries Financeiras	21
3.3.2	O modelo ARCH	22
3.3.3	Os modelos da família GARCH	24
4	ANÁLISE EMPÍRICA E VALIDAÇÃO DE MODELOS	27
4.1	Aplicação do modelo homocedástico	27
4.2	Aplicação dos modelos heterocedásticos.....	36
4.2.1	A estimação via modelos heterocedásticos	39
5	CONCLUSÃO.....	57
6	REFERÊNCIAS	59
7	ANEXO	61

1 INTRODUÇÃO

Seja na busca por retornos ótimos para um típico tomador de decisões (avesso ao risco, segundo a teoria econômica moderna) ou pela estabilidade nos mercados financeiros globais (sob a ótica de reguladores), possuir a habilidade de quantificar os riscos decorrentes das operações realizadas resulta em melhores subsídios para que possam ser utilizadas estratégias de proteção (*hedge*) contra oscilações ou favorecer-se de momentos mais conturbados nos mercados.

A avaliação da volatilidade dos ativos financeiros desempenha papel fundamental para consecução dos objetivos explicitados acima. Para tanto, a utilização de modelos paramétricos para a mensuração da variação ocorrida é fundamental, sendo que a qualidade desta estimativa responderá pela qualidade dos modelos de *Value at Risk* (VaR). Modelos mais precisos trarão maior mobilidade e segurança ao investidor, na medida em que menor esforço precisará ser despendido para tomada de posições de *hedge* exageradas, estando o mesmo seguro de que as oscilações não excederão (com algum nível de significância) os valores resultantes do modelo.

Para desenvolver esta avaliação este trabalho utilizará o retorno logarítmico de uma série histórica com 2557 observações dos valores do Índice Bovespa (IBOV), iniciadas em 03 de janeiro de 2000 e com término em 05 de maio de 2010, em detrimento dos valores em si, visto que uma série de retornos possui propriedades estatísticas mais desejáveis. O uso de retornos logarítmicos garante a continuidade da composição da série, sendo estatisticamente mais tratável do que o retorno aritmético simples.

1.1 Definição do Problema

Como encontrar formas apropriadas de mensuração da volatilidade do mercado para que possam ser geradas medidas de VaR condizentes com a real exposição do portfólio do investidor/instituição.

1.2 Justificativa

Medidas de VaR exageradamente altas¹ levam o investidor a realocar seus investimentos de forma a proteger-se de exposições de seu portfólio, evitando perdas indesejadas. Por outro lado, um VaR exageradamente baixo incentivará o investidor a aumentar a exposição dos seus ativos às oscilações do mercado (o que também gera custos de transação) buscando retornos mais atraentes².

Em ambos os casos descritos acima haveria custos operacionais. Ademais, no primeiro haveria um “engessamento” do capital, diminuindo a capacidade de busca de novos investimentos e maiores retornos, já que os esforços estariam concentrados em fazer o *hedge* da posição. No segundo caso o investidor estaria arriscando, inconscientemente, mais do que estaria disposto, o que poderia gerar perdas substancialmente graves em suas operações.

Para que ambas situações indesejadas não ocorram, é importante que a informação fornecida pelo modelo de VaR seja a mais condizente possível com a situação atual de mercado.

1.3 Objetivos

1.3.1 Primário

Encontrar modelos paramétricos que sejam capazes de refletir a volatilidade atual dos mercados, gerando medidas de VaR que possam ser confiáveis tanto para os investidores quanto para os organismos regulatórios.

1.3.2 Secundários

Mensurar a volatilidade do mercado brasileiro, através do índice Bovespa, encontrando a exposição (teórica) de um investidor que estivesse comprado no índice durante o período entre 03 de janeiro de 2000 e 05 de maio de 2010.

¹ Tomando como base o nível de risco aceitável para cada investidor, que dependerá do seu grau de aversão ao risco.

² Seguindo a lógica de que retornos maiores apenas serão observados a maiores riscos, relação estudada

² Seguindo a lógica de que retornos maiores apenas serão observados a maiores riscos, relação estudada na academia desde a criação da teoria da otimização das carteiras de Markowitz (1952).

1.4 Metodologia

O assunto será abordado, nos primeiros capítulos, de uma forma bastante expositiva. Logo após esta primeira seção introdutória, o segundo capítulo criará as bases conceituais sobre riscos, a importância do seu gerenciamento e modelos de VaR sob uma perspectiva generalizada a modelos paramétricos.

O terceiro capítulo – também de cunho conceitual – tratará da explanação acerca da utilização de modelos paramétricos para a estimação da volatilidade do mercado, apresentando fatos estilizados de séries financeiras, características da amostra utilizada e conceituação de modelos homocedásticos e modelos da família ARCH/GARCH para mensuração da volatilidade condicionada.

O capítulo 4 analisará os resultados de VaR obtidos pressupondo variância constante, testando-os contra retornos efetivamente ocorridos para o horizonte calculado. Em um segundo momento – ainda no capítulo 4 – o mesmo procedimento será adotado com modelos de variância dependente, com o cuidado de realizar testes para a validação estatística dos mesmos.

Por fim, o quinto e último capítulo trará as conclusões acerca da problemática levantada e dos testes realizados no decorrer do trabalho.

2 MOTIVAÇÃO AO ESTUDO DE RISCOS DE MERCADO

2.1 Conceituando risco

Trade-offs fazem parte do cotidiano: as tomadas de decisões, necessariamente, geram um custo de oportunidade ao agente que, ao escolher a ação/bem “A” para perseguir seu objetivo, abre mão de possuir/fazer “B”. Os métodos escolhidos para trilhar este caminho são passíveis de intrincadas análises para medir a eficiência e a probabilidade de sucesso na sua aplicação. Contudo, séculos de evolução e estudos foram necessários para que pudéssemos chegar ao patamar de entendimento e progresso no que diz respeito à capacidade de entendermos e mensurarmos situações em que perdas (substanciais ou não) são possíveis. Conforme cita Johnathan Mun (2006, p. 11), até meados do século XV os seres humanos entendiam serem passivos da ocorrência de fenômenos randômicos para a sorte de seus futuros: os riscos eram inevitáveis e a impotência quanto a eles predominava. Foi então que por volta de 1654 começava a criar corpo, através de Pascal e Fermat, a teoria da probabilidade e análise combinatória, tornando possíveis os primeiros estudos acerca de riscos nas ações dos indivíduos.

Holton (2004), ao definir risco, argumenta que é necessário que haja incerteza quanto aos resultados a serem obtidos, mas que estes sejam relevantes em termos de expectativa sobre a utilidade a ser gerada. Mun (2006, p. 12) vai mais além, dizendo que as incertezas passam a ser riscos a partir do momento que estas são capazes de afetar, de uma forma também desconhecida, o resultado/comportamento do cenário em questão e estas mudanças são passíveis de mensuração.

Apesar da enorme discussão a respeito do conceito de risco, fica evidente que estamos sujeitos a estes desde o momento em que fazemos escolhas: o indivíduo que sai da sua casa dirigindo um automóvel está consciente de que poderá sofrer algum acidente ou ter problemas mecânicos em seu veículo e, mesmo assim, prefere aceitar a situação a andar até seu objetivo. A forma com que devemos tratá-lo, contudo, é distinta e dependente de sua natureza, a qual é frequentemente dividida em três segmentos:

1. Riscos Operacionais

São todos aqueles referentes à possibilidade de ocorrência de falha quando da operacionalização dos afazeres, seja por negligência, despreparo, falha mecânica ou até mesmo sabotagem.

2. Riscos de Crédito

Decorrem da incerteza quanto à incapacidade da parte terceira no que tange ao cumprimento das obrigações firmadas. A avaliação de risco de crédito é de suma importância para o bom funcionamento do mercado financeiro, garantindo que seus participantes atuem no mercado de forma racional. Assim sendo, evita-se a quebra de contratos de dívida, bem como a correta discriminação (via preços) quanto a emprestar para empresas de melhor ou pior saúde financeira, otimizando o fornecimento da liquidez necessária para o bom funcionamento da economia.

3. Riscos de Mercado

São os riscos associados à oscilação dos preços dos ativos, sejam eles financeiros ou não financeiros. A esta classe de riscos será dada maior ênfase no desenrolar do trabalho.

2.2 Por que estudar risco?

A ampliação de mercados produtores e consumidores, bem como a sofisticação de sistemas financeiros e de informação, trouxeram consigo uma maior interligação a nível mundial. No mercado financeiro (pano de fundo para a análise a ser seguida no trabalho) estas mudanças possibilitaram enormes benefícios, como a diminuição dos custos de transação e, em contrapartida, aumentaram a exigência quanto à transparência e regulação sobre o funcionamento dos mercados. Este maior acesso a informações permite que o investidor possa melhor precificar seus ativos e avaliar cenários que possam ser adversos a seu portfólio, cabendo a ele evitá-los, neutralizá-los ou até mesmo aceitá-los em busca de um maior retorno. A criação de novos veículos financeiros, por outro lado, trouxe maiores possibilidades de especulações, trazendo maior volatilidade aos mercados.

Já dizia Milton Friedman, referindo-se à economia como um todo, que não há almoço grátis. Sua célebre (e simples) frase remete à idéia de que não há retorno

possível sem algum sacrifício inicial e tal fato estilizado abrange desde a teoria de relações mais básica até o intrincado mundo das finanças. Assim, como explica Mun (2006, p. 14), a moderna teoria financeira nos mostra que, normalmente, retornos acima da média são possíveis apenas com cargas de risco mais elevadas. Em outras palavras, quando o investidor se depara com duas oportunidades distintas com o mesmo retorno esperado, é racional que este escolha aquela que lhe apresentar menor risco.

O estudo dos riscos inerentes, portanto, permite melhores escolhas pelo agente. As informações disponíveis permitem que ele possa prever com melhor exatidão seus resultados, impactando nas suas expectativas. Expectativas estáveis possibilitam (através de escolhas ótimas) relações de trocas e, principalmente, contratos de longo prazo, gerando, a um nível macro, maior estabilidade nos mercados.

Em finanças (assim como no cotidiano), o conhecimento dos fatores que proporcionam maior volatilidade permite que sejam tomadas medidas para evitar retornos indesejados. Considerando apenas riscos de mercado – segundo Dowd (2002, p. 1), o risco de perda derivado de mudanças nos preços ou taxas do mercado – há, historicamente, períodos de forte volatilidade de preços de commodities, taxas de juros e taxas de câmbio – Jorion (2001) – o que sinalizou para a necessidade de criação de novos instrumentos para o controle destas oscilações. Isto foi possível também, de acordo com o mesmo autor, devido à evolução tecnológica nas comunicações, mercados e na teoria financeira. Avaliando o cenário corporativo, por exemplo, variações nos preços citados pelo autor podem afetar de forma bastante substancial os resultados de cada empresa, podendo até mesmo determinar a continuidade, ou não, dos seus negócios.

Estes fatores, conjuntamente, criaram um cenário para uma crescente atividade: a administração de riscos.

2.3 O gerenciamento de riscos

Uma breve reflexão acerca das condições econômicas até o período feudal nos traz pouca ou nenhuma informação a respeito de práticas de gestão de riscos de mercado (como definidos em seção anterior). Estas são bastante visíveis, no entanto, a partir das grandes navegações dos séculos XV e XVI, onde os custos de financiamento das

viagens eram elevados e as possibilidades comerciais se apresentavam sob o mesmo adjetivo. Criava-se, então, um cenário propício para o surgimento de mercados futuros, em que navegadores europeus iniciavam suas viagens tendo vendido (de antemão) todos os produtos antes mesmo da entrega dos mesmos. Assim evitavam que as mercadorias fossem trazidas das “novas terras” e não encontrassem demanda devido a fatores não passíveis de seu controle (crises econômicas internas, p.ex.) e os compradores garantiam as mesmas ao preço inicialmente acordado, financiando a viagem dos navegadores.

A evolução do comércio e o crescimento econômico propiciaram maiores fluxos transacionais e, com isto também maior volatilidade aos mercados. Em contrapartida a evolução tecnológica propiciou melhor dispersão de informações com cada vez mais qualidade. Com isto puderam ser criados instrumentos financeiros para controle de exposições indesejadas, as quais também tiveram sua evolução.

Jorion (2001) sugere que, a partir da sofisticação do mercado financeiro, aumentou-se o escopo de possibilidades operacionais e formas de auferimento de lucros, bem como a quantidade de instrumentos que possibilitam a proteção do portfólio do investidor.

Para que esta proteção à volatilidade dos mercados pudesse se tornar efetiva, foram desenvolvidos métodos que pudessem mensurar a exposição do investidor ao risco de perda de valor do seu portfólio. Para isto, medidas de valor em risco passaram a ser utilizadas em larga escala, inclusive sendo texto constante em legislações de caráter regulatório.

2.4 Value at Risk (VaR) como ferramenta de mensuração de risco

Segundo Jorion (2003, p. 246). Em suma, VaR mede a perda máxima a ser esperada em um horizonte específico, a determinado nível de confiança.

“In practice, VaR measures are based on a *risk factor mapping* of the portfolio (...)” Alexander (2008, p. 25). Todo modelo de VAR, portanto, é explicado sobre as possíveis fontes de variação nos valores de portfólios ou ativos. É aí que se encontra a maior utilidade gerada por um modelo desta natureza: eles possuem a capacidade de resumir, em um único número, o risco de um portfólio, mesmo sabendo que inúmeros

são os fatores a que este está exposto e que podem alterar o seu valor. Por este motivo, esta metodologia é largamente utilizada na quase totalidade das mesas de operações, agências reguladoras, bancos, instituições financeiras e as mais variadas corporações.

Formalmente, podemos explicitar VaR como sendo:

$$VaR_{t+h,\alpha} = \Phi^{-1}(1 - \alpha)\sigma_h$$

Onde:

- $0 < \alpha < 1$
- $\Phi^{-1}(1 - \alpha)$ é a função de distribuição da variável no quantil $(1 - \alpha)$ ³
- $\sigma_h = \sigma\sqrt{h}$, o desvio padrão da variável multiplicado pelo horizonte temporal⁴

Como visto acima, apenas 2 são os parâmetros necessários para o cômputo do VaR:

1. Um nível de significância, doravante denominado α (ou nível de confiança: $1-\alpha$)
2. Um horizonte de tempo.

O horizonte de tempo pode ser escolhido de acordo com o período no qual se pretende manter a composição do portfólio fixa, por exemplo. Muitas vezes, no entanto, ele é fixado por agências regulatórias. O acordo de Basiléia II estabeleceu que a medida fosse avaliada para um horizonte de 10 dias.

O nível de significância será estabelecido como forma de validação do modelo. Em outras palavras, o investidor, ao mensurar o VaR, aponta que está $(1-\alpha)$ confiante de que seu modelo estará correto. Melhor dito: segundo seu modelo, as perdas incorridas excederão o valor medido em apenas α vezes. É de vital importância, porém, que o analista/regulador tenha sensibilidade quanto ao nível de confiança exigido dos modelos: o acordo de Basiléia II estabelece que o modelos internos de VaR para mensuração de risco para reservas de capital seja medido ao nível de significância de 1% (Alexander 2008, p. 14). Podemos dizer que este nível é um tanto quanto conservador se comparados ao nível comumente utilizado no mercado (5% e 10%), já que, formalmente:

³ A função de distribuição será dependente da distribuição a ser utilizada.

⁴ A constante h é determinada de acordo com a convenção da contagem de dias. No mercado financeiro, normalmente utiliza-se o número de dias no ano em que ocorrem negociações.

$$P(X < x_\alpha) = \alpha$$

Onde:

- $0 < \alpha < 1$
- $P(\cdot)$ denota probabilidade
- X é uma variável aleatória qualquer
- x_α é um número real qualquer que denota o quantil α da distribuição da variável aleatória X

Quando $\alpha \rightarrow 0$, $x_\alpha \rightarrow -\infty$ e, quando $\alpha \rightarrow 1$, $x_\alpha \rightarrow \infty$. Isto é facilmente argumentável (além de matematicamente intuitivo) na definição de modelos, os quais procuram retratar a realidade de forma aproximada, ou seja, de forma “imperfeita”, sendo que para que tenhamos um nível de confiança de 100% na medida do VaR a única frase passível de ser formulada pelo aplicador do modelo é a seguinte:

“Estou 100% confiante de que a perda de valor do portfólio em questão não excederá, no período de “h” dias, o total em carteira”.⁵

O que se quer demonstrar com isto é o grau de tolerância quanto à quantidade de capital a ser destinado a “cobrir” perdas porventura existentes: um mesmo portfólio, em um mesmo período terá um VaR mais elevado a um nível de 1% do que a 5% de significância, por exemplo. Isto ocorre porque, no último caso, há maior tolerância quanto a resultados negativos fora da estimativa do modelo. Já para o primeiro caso, a busca de que o modelo seja contrariado negativamente em número relativamente menor de observações (considerando, obviamente, mesmos modelos de distribuição e métodos de estimativas de momentos) resulta em estimativas mais conservadoras quanto às possibilidades de perdas, para que as mesmas tenham maior probabilidade de estarem corretas.

Escolhidos horizonte temporal e nível de significância (seja por decisão do analista ou órgão regulatório) surgem dois outros problemas, de caráter econométrico, que merecem maior atenção para a atividade. Na verdade, como são os únicos “variantes” dentro dos modelos paramétricos, sendo elementos cruciais para que sejam

⁵ Considerando portfólio sem utilização de instrumentos que possibilitem perda maior do que 100% do próprio patrimônio.

obtidos modelos otimizados, que possam cumprir o papel de forma mais precisa: a distribuição das observações e a estimação da volatilidade da série.

2.5 Distribuição da variável aleatória

A observação dos quatro primeiros momentos estatísticos (média, variância, skewness e curtose) desempenha papel fundamental na escolha da distribuição mais apropriada para estimação dos modelos. Uma série com distribuição leptocúrtica (distribuição com “caudas pesadas”), por exemplo, apresenta eventos extremos com frequência mais elevada quando comparada a uma distribuição normal.

A distribuição Gaussiana (Normal) é largamente utilizada no dia-a-dia do usuário de modelos de VaR, dada sua simplicidade e facilidade de aplicação. Contudo, ela deve ser entendida apenas como uma mera aproximação (para a qual a série tenderá à medida que o número de observações tende ao infinito, segundo o Teorema do Limite Central, de Laplace) e, em casos onde há níveis elevados de leptocurtose, a utilização de uma distribuição normal no modelo em detrimento de outra que englobe este comportamento (Student's t, por exemplo), aumenta as chances de apresentar erros do tipo II, subestimando o risco a que o investidor está exposto. Um dos pontos importantes para a criação de um bom modelo paramétrico, portanto, passa por utilizar a distribuição que melhor se adapte à série em questão.

A discussão toda é de grande importância devido ao fato estilizado e largamente observado na literatura atual de que a distribuição condicional dos retornos das séries financeiras não apresenta distribuição normal, mas sim certo grau de leptocurtose. Este sintoma, porém, deve ser analisado caso a caso, já que em muitas vezes a estimação de modelos pressupondo distribuição normal gera resultados satisfatórios.

2.5.1 A distribuição Normal

A grande conveniência da distribuição normal se dá pela simplicidade da sua estimação: a distribuição é inteiramente caracterizada por apenas dois momentos estatísticos, média e variância, representados por $N(\mu, \sigma^2)$. Segundo Jorion (2001) estes momentos representam a localização e a dispersão dos dados, respectivamente e a

distribuição é completamente descrita por sua função de densidade probabilística (doravante denotada pela sigla pdf, do inglês “probability density function”):

$$f(x) = \theta(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{[-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2]}$$

Considerando

$$E(X) = \mu = \sum p_i x_i$$

onde p_i representa o peso da observação x_i na amostra

A medida da dispersão da série deverá ser dada por sua variância, formalmente definida por:

$$V(x) = \sigma^2 = \sum p_i [x_i - E(X)]^2$$

2.5.2 A distribuição t-Student

Ao passo que a distribuição normal é satisfeita com apenas os dois primeiros momentos (média e variância), é largamente aceita a hipótese de que a distribuição de retornos de séries financeiras apresenta “caudas pesadas” (leptocurtose) e, em alguns casos, assimetria da dispersão no entorno da média (skewness). Skewness é definida como:

$$\gamma = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^3 f(x) dx \right\} / \sigma^3$$

Em uma distribuição normal, a medida de Skewness é igual a 0. Medidas acima deste valor sugerem que a distribuição é positivamente assimétrica, demonstrando concentração das observações na cauda direita da distribuição. Caso esta medida resulte em número inferior a 0, a distribuição é dita negativamente assimétrica, concentrando os valores na cauda negativa. Ou seja, a maior frequência de retornos negativos quando não bem modelada pode levar à falsa medida (a menor) do risco corrido pelo investidor, diminuindo a utilidade do modelo utilizado.

O quarto momento (curtose) é formalmente descrito por:

$$\delta = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^4 f(x) dx \right\} / \sigma^4$$

E, em uma distribuição normal tem valor 3. Uma série que apresente curtose maior do que 3 é dita leptocúrtica, ou seja, apresenta eventos extremos (tanto positivos quanto negativos) com maior probabilidade de ocorrência. A distribuição t-Student captura este tipo de comportamento e é descrita por sua pdf:

$$f(x) = \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{\Gamma(\frac{n}{2})} \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{1}{(1+x^2/n)^{(n+1)/2}}$$

Com n sendo definido como graus de liberdade e a função gama, assim como em Jorion *apud* Mood et. al. (2001, p. 93), definida por:

$$\Gamma = \int_0^{+\infty} x^{n-1} e^{-x}$$

É importante ressaltar que, à medida que os graus de liberdade aumentam, a pdf da distribuição t-Student se aproxima da função de densidade da distribuição probabilística normal, já que os graus de liberdade são responsáveis pelo formato das caudas da distribuição ($n \rightarrow \infty \therefore$ *caudas menos pesadas*).

2.6 Estimação da volatilidade

A qualidade de uma estimativa de VaR está intimamente ligada à qualidade da estimação da volatilidade da série. Diferentes formas de estimação projetarão medidas mais ou menos sensíveis a choques, serão submetidas a backtesting e terão a resposta se foram capazes de seguir a real movimentação do mercado, produzindo resultados mais desejáveis ao analista.

2.7 Backtesting como forma de validação de modelos

Como tudo o que é feito em ciência deve ser devidamente testado (caso contrário vira simples crença), estimativas de VaR também devem ser colocadas sob este escopo. Afinal, as mesmas só possuem alguma utilidade quando produzem resultados

satisfatoriamente condizentes com a realidade. Backtesting é um dos métodos largamente utilizados para medir a eficácia dos modelos produzidos.

A metodologia deste tipo de teste é bastante intuitiva, consistindo na verificação da frequência que foram violados os valores estimados dos modelos de VaR. Assim é possível avaliar a utilidade de cada modelo, ponderando a necessidade de refinamentos ou até abandono do método utilizado.

3 ESTIMAÇÃO VIA MODELOS PARAMÉTRICOS

O dia-a-dia dos usuários de modelos de VaR os confronta com métodos distintos para a sua estimação. Há uma clara separação, contudo, no que tange a modelos de natureza paramétrica e outros chamados de não paramétricos. No segundo grupo encontra-se o método de simulação histórica, o qual carece apenas que se assuma que a distribuição dos retornos seja constante ao longo da amostra. Este modelo usa da premissa de que todos os retornos possíveis de acontecerem no futuro encontram correspondente no passado. Assim, a única necessidade é apresentar a distribuição assinalando o percentil α de retornos, o qual será o VaR. Percebe-se, claramente a séria dependência deste tipo de modelo com relação ao tamanho amostral, o que não permite ao profissional utilizar-se de resultados refinados de acordo com as características dos retornos dos ativos.

Os modelos paramétricos, no entanto, encontram maior popularidade em sua forma analítica, encontrada na literatura como modelos de Variância-Covariância. A grande virtude deste tipo de modelo é basear-se em medidas de volatilidade e na correlação dos ativos do portfólio em questão, formulando hipóteses a respeito da distribuição dos retornos. A distribuição normal se faz presente em larga escala nos trabalhos, representando uma aproximação (muitas vezes satisfatória) de mais fácil usabilidade no que diz respeito aos retornos observados. Contudo, conforme citado nos primeiros capítulos, séries financeiras normalmente apresentam certo grau de leptocurtose (caudas pesadas), fenômeno não capturado por uma simples distribuição normal. Esta “falha” pode levar a ocorrência de erros do tipo II (resultados de valor em risco mais baixos do que realmente deveriam ser), devido ao fato de a ocorrência de eventos extremos ser mais freqüente do que previsto pela normalidade dos retornos. Pode-se contornar este “problema”, no entanto, utilizando-se distribuições que levem em conta este tipo de comportamento da série em questão, como a distribuição “t de Student”.

A qualidade de um modelo paramétrico passa, certamente, pela correta observação da distribuição. Entretanto, muito dela se deve à forma como a volatilidade dos retornos é mensurada. O decorrer do capítulo discorre a respeito de alguns métodos a serem utilizados na análise econométrica do capítulo seguinte, sobre os retornos do

IBOV. A ênfase maior se dará com o que diz respeito às diferenças dos modelos onde será assumida homocedasticidade da série histórica dos retornos em relação aos que aceitam a existência de dependência serial entre a variância retornos da série, resultando em medidas de volatilidade dependentes das passadas.

3.1 Considerações acerca da série utilizada

Utilizando r_t como variável que represente o retorno logarítmico observado no período t , a definimos como:

$$r_t = \log P_t - \log P_{t-1} = \log \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

onde P_t representa o preço do ativo em t e P_{t-1} é o preço no período imediatamente anterior.

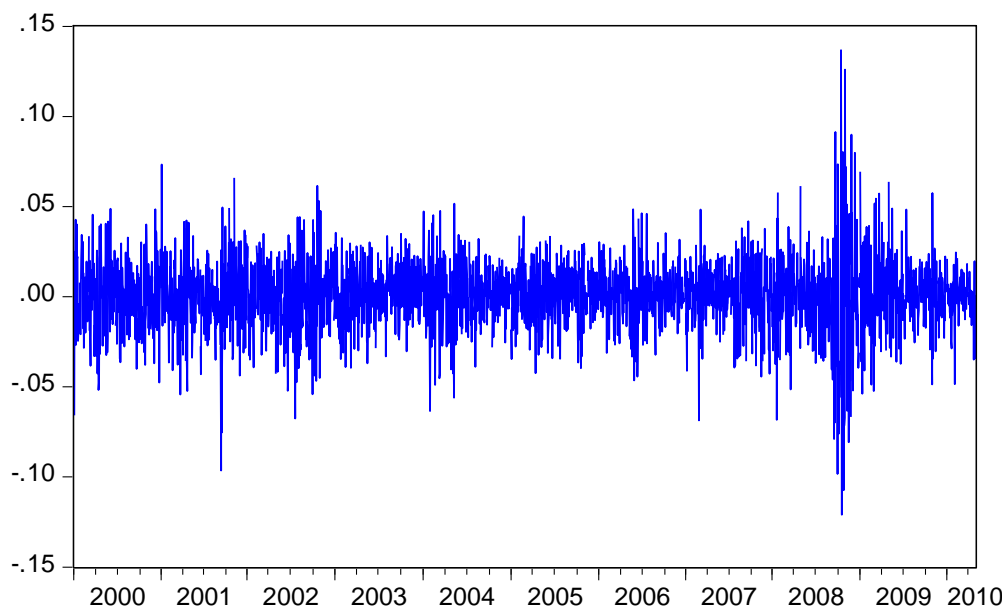
As análises serão feitas sobre uma série de retornos logarítmicos do IBOV com 2557 observações do nível de fechamento diário, iniciando em 03 de janeiro de 2000 e sendo finalizada em 05 de maio de 2010. O gráfico 1, abaixo, demonstra a distribuição dos retornos ao longo do tempo. Visualmente podemos observar que os retornos evoluem no entorno de uma média constante, refletindo estacionariedade da série⁶, mas de forma não homogênea, nem dentro de uma banda de variação. Estatisticamente, esta estacionariedade pode ser comprovada através do teste ADF (*augmented Dickey-Fuller*), o qual descartou a presença de raiz unitária nesta série de retornos.

Esta simples observação de aglomerações de variações sugere, portanto, que a série dos retornos do IBOV apresenta heterocedasticidade⁷, sendo necessária a utilização de modelos que possibilitem a observância deste fenômeno para a mais correta estimação da volatilidade da série.

⁶ Segundo Moretin (2006), uma série é estacionária quando se desenvolve no tempo ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável.

⁷ Variância não constante durante o período amostral.

Figura 1. Retornos do IBOV – 03/01/2000 a 05/05/2010



Fonte: www.bmfbovespa.com.br – elaborado pelo autor utilizando o software Eviews 7

3.2 Estimação pressupondo homocedasticidade

Denomina-se uma variável aleatória homocedástica aquela que apresenta a mesma variância finita para sua série de observações. Dito de outra forma, é a suposição de que a medida da variância se mantém constante ao longo de todo o período amostral, sendo definida por muitos autores como independente do tempo.

Neste sentido, o retorno dos ativos segue uma distribuição simétrica (a formalização se dará sobre a distribuição normal, mas a mesma metodologia pode ser utilizada com a distribuição t-Student, por exemplo), com retornos independentes e identicamente distribuídos (iid).

Considerando-se X como a variável aleatória dos retornos, a mesma será homocedástica se:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Assim, utilizando a variável normal padronizada, o passo-a-passo para medirmos VaR será dado por:

$$P(X < x_\alpha) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma}\right)$$

onde $Z \sim N(0,1)$. Definindo $P(X < x_\alpha) = \alpha$ e, por definição, $P(Z < \Phi^{-1}(\alpha)) = \alpha$, temos que:

$$\frac{x_\alpha - \mu}{\sigma} = \Phi^{-1}(\alpha) = -\Phi^{-1}(1 - \alpha)$$

Rearranjando os termos:

$$VaR_\alpha = \Phi^{-1}(1 - \alpha)\sigma - \mu$$

Como a esperança dos retornos embutida no modelo é computados em excesso do retorno livre de risco e, teoricamente, a expectativa do excesso de retorno (em relação ao livre de risco) é 0 ($E(X) = \mu = 0$),

$$VaR_\alpha = \Phi^{-1}(1 - \alpha)\sigma$$

A simplicidade e a facilidade do modelo estimado com variância constante, contudo, traz consigo algumas implicações indesejadas para o bom desempenho do mesmo. Segundo Alexander (2008, p. 20), isto se deve ao fato de que este tipo de modelo não é capaz de dispersar choques ao longo do tempo, sofrendo de um “efeito fantasma”, como denominado pela autora. Conforme Alexander (2008, p. 20), “As a result, VaR will remain high for exactly T periods following one large extreme return, where T is the number of observations in the sample. Then it jumps down T periods later, even though nothing happened recently.”

Seguindo a linha de pensamento de Alexander (2008, p. 20), à medida que T aumenta o modelo se torna menos sensível ao risco, ou seja, menos passivo às condições atuais de mercado. O profissional, portanto, deve utilizar-se da sua experiência para a utilização de um número apropriado de observações para que os resultados por ele obtidos não sejam viesados por eventos passados que possam não ter relevância nos retornos presentes, mas para que também não perca informações importantes em seu trabalho.

3.3 Modelos Heterocedásticos

Este subitem do capítulo versará a respeito de modelos que assumem heterocedasticidade, sendo, para isto, necessárias algumas conceituações a respeito das características das séries de retornos de ativos financeiros, com foco maior em sua volatilidade. Para isto, uma releitura do capítulo 3 de Tsay (2005) é realizada como parte preponderante desta seção, sendo a estrutura do capítulo do autor reproduzida nas partes de interesse.

Ademais, em se tratando especificamente da utilização deste tipo de modelo para estimação de VaR, a fórmula do mesmo será adaptada para que seja utilizado o desvio padrão condicionado ao tempo, resultando no seguinte:

$$VaR_{t+1,\alpha} = \Phi^{-1}(1 - \alpha)\sigma_t$$

3.3.1 Características de Retornos de Séries Financeiras

Retornos de ativos financeiros possuem certas características comuns que fazem com que se faça necessário uma abordagem mais refinada no que tange à homocedasticidade dos retornos. Tal asserção se explica dado que, empiricamente, alguns pontos merecem ser estudados com mais atenção: períodos de aglomeração de volatilidade parecem ser a regra, não a exceção; na maioria dos casos, há aglomerações de volatilidade, o que significa dizer que períodos de grandes oscilações costumam ser seguidos por períodos de grandes oscilações; a volatilidade tende a se comportar de forma não simétrica para queda nos preços dos ativos (retornos positivos) e retornos negativos. Estas características são exemplos de comportamentos não englobados pelos modelos mais simples (apresentados no início deste capítulo) e que carecem de utilização de modelos que possibilitem internalizar estes movimentos.

“Let r_t be the log return of an asset at time index t . The basic idea behind volatility study is that the series r_t is either serially uncorrelated or with minor lower order serial correlations, but it is dependent” Tsay (2005, p. 81). Assim sendo, é de interesse avaliar a os retornos com respeito às observações passadas, não desprezando o nível de dependência recorrente. Formalmente, denotando $I_{t-1} = (r_{t-1}, r_{t-2}, r_{t-3}, \dots)$ como o conjunto de informação disponível até o período $t-1$, temos:

$$\mu_t = E(r_t | I_{t-1}), \quad \sigma_t^2 = \text{Var}(r_t | I_{t-1}) = E((r_t - \mu_t)^2 | I_{t-1})$$

Podemos descrever a média do retorno condicionada à informação passada por um simples modelo de séries de tempo como o ARMA(p,q):

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad \mu_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i},$$

onde ε_t é o erro aleatório iid.

Do dito acima podemos inferir que:

$$\sigma_t^2 = \text{Var}(\varepsilon_t | I_{t-1})$$

Os modelos vistos a seguir pretendem acompanhar a evolução condicional da variância na série temporal para que a medida de VaR seja a mais próxima da realidade possível.

3.3.2 O modelo ARCH

A utilização de modelos de variância condicional que pudessem incorporar as características descritas anteriormente podem ser consideradas como tendo seu embrião no artigo seminal de Engle (1982), o qual estudou o comportamento da inflação no Reino Unido através do modelo ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity). Tal modelo (aplicado ao mercado financeiro) indica que os retornos dos ativos são serialmente não correlacionados, mas apresentam certo grau de dependência entre si. Tsay (2005) afirma que esta dependência é descrita por uma forma quadrática simples dos retornos defasados. O modelo assume que o erro aleatório pode ser descrito por:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

onde z_t é uma variável aleatória iid com média 0 e desvio padrão 1 e,

$$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

Para que possam ser asseguradas características estatísticas desejáveis, assegurando variância finita

$$\alpha_0 > 0 \text{ e } \alpha_i \geq 0 \text{ para todo e qualquer } i > 0$$

Outra característica importante se dá quando da caracterização dos momentos superiores do modelo⁸:

Assumindo estacionariedade nos resíduos, temos que $E(\varepsilon_t) = 0, Var(\varepsilon_t) = Var(\varepsilon_{t-1}) = E(\varepsilon_{t-1}^2)$. Matematicamente encontramos que $Var(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)}$, levando à constatação de que, como a variância do modelo deve assumir valores positivos, $0 \leq \alpha_1 < 1$. Por tratar-se de um modelo com distribuição residual simétrica, é irrelevante estudarmos seu terceiro momento. Contudo, é importante que o quarto momento apresente-se como número finito. Assumindo normalidade dos erros:

$$E(\varepsilon_t^4 | I_{t-1}) = 3[E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1})]^2 = 3(\alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2)^2$$

Após algumas manipulações matemáticas, assumindo $m_4 = E(\varepsilon_t^4 | I_{t-1})$, conclui-se que, condicionalmente:

$$m_4 = \frac{3\alpha_0^2(1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)}$$

que, como definido α_1 positivo menor do que 1, será um quarto momento positivo. Contudo, para que seja finito é necessário que $(1 - 3\alpha_1^2) > 0 \rightarrow 0 \leq \alpha_1^2 < 1/3$.

A curtose não condicionada será dada por:

$$\frac{E(\varepsilon_t^4)}{[Var(\varepsilon_t)]^2} = 3 \frac{1 - \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2} > 3$$

Pela sua estrutura, o modelo ARCH parece lidar bem a captura de aglomerações de volatilidade em séries temporais, visto que um choque de valor qualquer ε ocorrido no passado produzirá um efeito positivo na variância presente. Ademais, internamente o modelo pressupõe (tanto condicionalmente quanto incondicionalmente) leptocurtose.

⁸ Caracterização sobre o modelo ARCH(1) por motivos de simplificação matemática. A generalização para o modelo ARCH(q) segue o mesmo raciocínio, mas assume forma menos didática para exposição no trabalho.

Neste sentido, grandes choques no passado tendem a ser acompanhados de outro choque subsequente e a frequência de eventos extremos maior do que pressuposta em um modelo de distribuição normal também são capturados em um ARCH(q).

Contudo, apesar destas características desejáveis para uma boa modelagem de riscos de mercado, o modelo ARCH, segundo Tsay (2005, p. 93), é bastante limitado, já que choques positivos e negativos são entendidos como de mesma magnitude (quando empiricamente sabemos que choques negativos tendem a trazer maior quando comparados a choques positivos) e a restrição matemática quanto aos possíveis valores dos parâmetros (para que os momentos sejam finitos) dificultam a utilização de modelos ARCH de maior ordem. Isto pode ser um grande complicador, já que, segundo a mesma referência, a variância condicional só é capturada de forma satisfatória em modelos de maior grau “q”, demonstrando que, para a série histórica de retornos logarítmicos do índice S&P500, apenas um modelo ARCH(9) é capaz de modelar a volatilidade. Ordens mais altas trazem consigo maior número de parâmetros a serem estimados, dificultando a aplicabilidade do modelo.

3.3.3 Os modelos da família GARCH

Notadamente, os modelos ARCH, apesar de simples, podem ser pouco aplicáveis dadas as limitações sistemáticas dos mesmos. Bollerslev (1986), no entanto, procurou generalizar os modelos ARCH propostos por Engle, solucionando o problema da utilização de número de parâmetros muito elevada ao criar o que hoje é conhecido na literatura como modelos GARCH (general autoregressive conditional heteroskedasticity). Sua forma geral GARCH(p,q) é descrita por:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

onde z_t é uma variável aleatória iid com média 0 e desvio padrão 1 e,

$$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Onde, $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$ e $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$. Segundo Tsay (2005), a última restrição descrita acima é responsável por que a variância incondicional seja finita:

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i)}$$

Mais uma vez, para fins de simplificação matemática, a observância de características estatísticas se dará sobre o modelo GARCH(1,1), que apresenta forma mais tratável do que seus pares de maior ordem. Este modelo é descrito por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Desta forma analítica a primeira conclusão a ser tirada é que grandes variações (positivas ou negativas) ocorridos no passado vão gerar grandes variações no presente, capturando bem o fenômeno de aglomeração de volatilidade. Seguindo o raciocínio de Tsay (2005), se $1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 > 0$, então a curtose é definida por:

$$\frac{E(\varepsilon_t^4)}{[E(\varepsilon_t^2)]^2} = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3$$

Este resultado demonstra que, assim como para os modelos ARCH, os processos descritos por GARCH pressupõem caudas mais pesadas em relação à normal.

Encontrar valores fora da amostra num modelo GARCH segue a mesma sistemática de qualquer modelo de séries temporais, como um ARMA. Para um GARCH(1,1), a previsão da variável l períodos no futuro é encontrada por, após simplificações e rearranjo de termos:

$$\sigma_t^2(l) = \frac{\alpha_0 [1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1}]}{1 - \alpha_1 - \beta_1} + (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1} \sigma_t^2$$

Então, podemos presumir que:

$$\sigma_t^2(l) \rightarrow \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \text{ quando } l \rightarrow \infty$$

Traduzindo para palavras, a variância condicional do modelo tende à variância incondicional quando a previsão for feita para períodos cada vez mais temporalmente

distantes. Assim sendo, podemos dizer (informalmente) que os modelos GARCH incorporam uma medida de variância de longo prazo, para a qual a medida condicionada tenderá no futuro.

Mesmo com todos os ajustes que fazem do GARCH um modelo mais aplicável quando comparado ao ARCH ainda há problemas comuns a ambos: assim como no ARCH, os modelos generalizados não respondem ao fato de que notícias boas e ruins têm diferentes impactos nos retornos das séries financeiras.

Uma tentativa de captar estes efeitos assimétricos (com boa aceitação entre os analistas) foi formulada por Nelson (1991) em o que foi chamado de modelo GARCH Exponencial (ou EGARCH), que é descrito por:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \left(\alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2)$$

Onde γ é o parâmetro que responderá pelo efeito assimétrico entre choques negativos e positivos. O interesse é testar a significância de $\gamma < 0$, já que os valores negativos deste parâmetro geram o efeito alavancagem (choques negativos têm maior intensidade na medida da variância).

Não há necessidade de fazer restrições a respeito dos parâmetros dos modelos EGARCH, já que a transformação logarítmica garante que as estimações da variância dos modelos sejam não negativas.

4 ANÁLISE EMPÍRICA E VALIDAÇÃO DE MODELOS

A partir da conceituação realizada nos capítulos anteriores, serão aplicados os modelos homocedástico e heterocedásticos para a mensuração de VaR sobre o IBOV nos últimos 10 anos. Não faz parte do objetivo do trabalho analisar a significância dos parâmetros de cada modelo utilizado na especificação do VaR, visto que o interesse maior fica por conta de encontrar a forma de mensurar a volatilidade que resulte em medidas de risco que sejam violadas o menor número possível de vezes, dentro de uma margem aceitável α , o nível de significância. Pelas propriedades da série utilizada (descritas no capítulo 3 do trabalho), é possível inferir que modelos homocedásticos não possuirão propriedades estatísticas significantes, mas que podem ser de alguma valia para cômputo do VaR, como será testado nas sessões a seguir. Será feito um esforço no sentido de utilizar apenas modelos heterocedásticos significantes, que sigam com maior fidelidade as oscilações dos retornos da série para manter a qualidade das estimações da variância condicional.

4.1 Aplicação do modelo homocedástico

O cômputo do VaR a partir de modelos homocedásticos (o chamado modelo de VaR linear normal) segue uma rotina bastante simples, já que o único parâmetro não observável é o desvio padrão da série de dados com a qual se trabalha. Para isto, a simples verificação da dispersão dos dados através do desvio padrão e a observação do quantil com o qual deseja-se trabalhar são estimativas suficientes para a criação de todo o modelo de VaR linear normal.

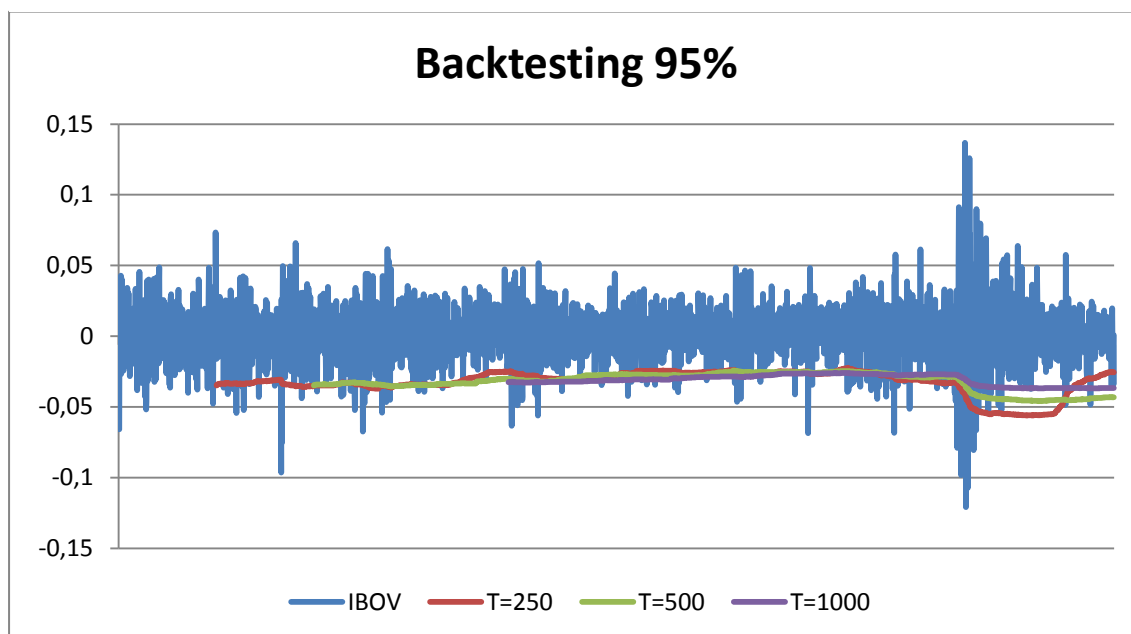
De acordo com as características da série, como descrita no capítulo 3, não é plausível a simples aplicação do valor do desvio padrão do resultado acima na fórmula derivada para VaR com 2556 observações, visando estimar o valor em risco para o próximo período, visto que a volatilidade da série não é constante ao longo do tempo. O resultado gerado a partir disto não possuiria nenhuma relevância prática, visto que choques passados possuem alta persistência, levando o modelo a sofrer de “efeito fantasma”, como chamado por Alexander (2008, p. 20).

O modelo homocedástico, no entanto, pode ser utilizado com maior relevância a partir da sistemática divisão da série em períodos amostrais mais curtos, capazes de serem impactados por choques mais recentes. Este método é chamado por Alexander (2008) como “rolling window”, e consiste, basicamente, em retirar os inputs para o cálculo do VaR de um período de “n” dias, fazendo a projeção para “n+h”. Exclui-se as “h” primeiras observações do período e adiciona-se as “h” subsequentes à sub amostra. Este método é repetido até que toda a amostra original seja considerada. O resultado é uma série temporal de valores em risco consideravelmente mais sensíveis a oscilações recentes sem a perda de informações, dado que todo o período deverá ser considerado.

Por ser uma rotina bastante simplificada, foi utilizado o software Microsoft Office Excel para que pudessem ser gerados resultados de VaR, utilizando o método *rolling window* para amostras de tamanho $T=250$, $T=500$ e $T=1000$. Os valores obtidos foram contrapostos com a série de retornos do índice estudado, a fim de encontrar a quantidade de violações sofridas pelos modelos homocedásticos.

Para o nível de significância de 5%, os seguintes resultados foram gerados:

Figura 2. Retornos do IBOV contra estimativas de VaR de 1 dia, a 95% de confiança, a diferentes tamanhos amostrais.



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

Percebe-se, apenas com a observação do gráfico, que este tipo de modelo apresenta pouca sensibilidade quanto à volatilidade apresentada pela série. Apesar disto, nota-se diferenças nas suas graduações, sendo que as estimativas feitas com períodos menores apresentaram alguma maior sensibilidade. Ademais, esta observação é confirmação empírica, sobre os retornos do Ibovespa, do que versa a teoria: quanto menor o valor de T (no caso, período amostral de onde vai ser calculada a volatilidade para input do modelo de VaR) mais sensível a oscilações será o modelo linear normal de VaR estimado.

Com estimações para um horizonte temporal de 1 dia, todos os modelos foram violados com frequências maiores do que esperadas, como demonstrado na tabela 1 abaixo.

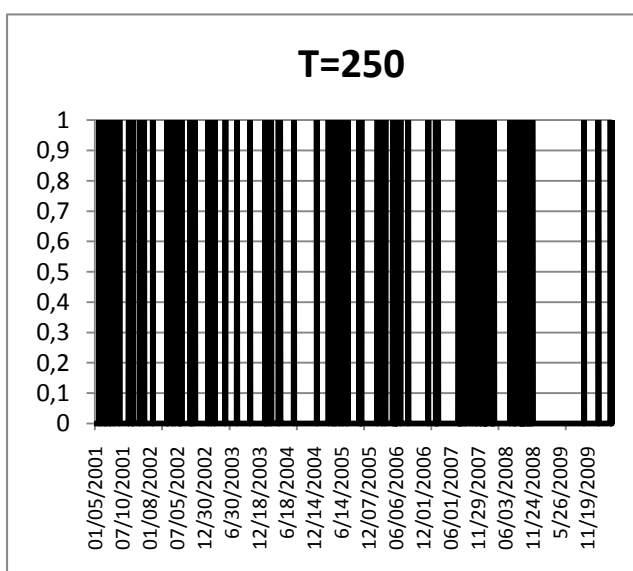
Tabela 1. Violações de modelos estimados com homocedasticidade a $\alpha = 5\%$

$\alpha = 5\%$	250	500	1.000
Quantidade de estimativas	2.306	2.056	1.556
Quantidade de violações esperada	115,30	102,80	77,80
Quantidade de violações observadas	125	119	102

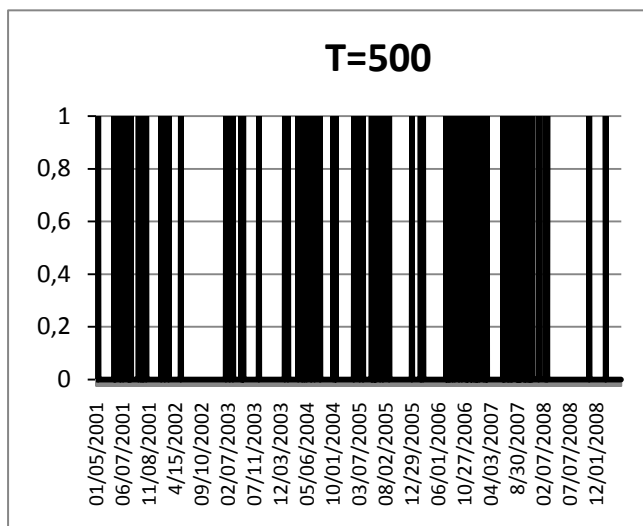
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

A título de ilustração, os gráficos 3 (a), (b) e (c) plotam os pontos onde as estimativas do modelo foram excedidas pelas perdas sofridas no IBOV.

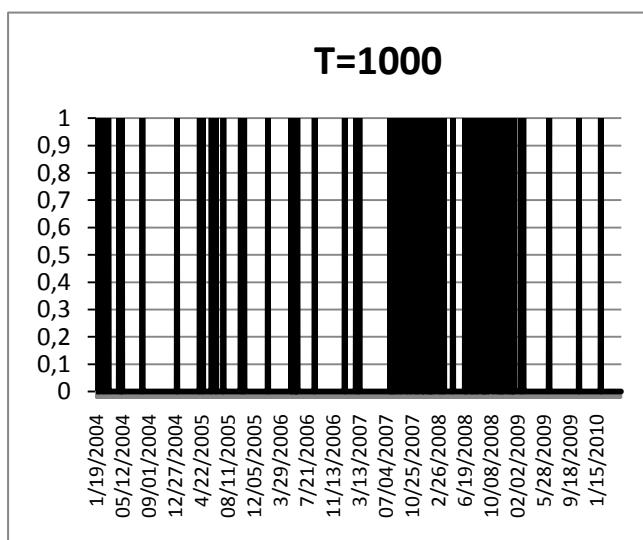
Figura 3. Distribuição das violações – modelos homocedásticos de $\alpha = 5\%$



(a)



(b)



(c)

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

Mais do que isto: sustentando a idéia contida em Alexander (2008, p. 338), a dispersão das violações não é simétrica, havendo períodos onde uma violação ocorre de maneira subsequente à outra e períodos (relativamente longos) onde não há observação de exceções. Cabe destacar, também, que o período onde boa parte das exceções é observada está contido em épocas de grande volatilidade na série, principalmente onde ocorrem os *clusters* de volatilidade. Tais observações vêm a demonstrar ainda mais a falta de sensibilidade do modelo VaR linear normal às oscilações do mercado.

A partir destes dados, foi gerada uma função indicadora (I) para a captação da quantidade de violações ocorridas sobre as estimações realizadas. Tal função é definida

por assumir valor 1 quando o retorno no período t+1 é menor do que o VaR projetado em t para t+1:

$$I = \begin{cases} 1, & \text{se } r_t < VaR_t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Segundo Alexander (2008, p. 334), se o modelo de VaR estiver bem especificado, a função indicadora seguirá um processo independente e identicamente distribuído (iid) de Bernoulli, com probabilidade de sucesso α em qualquer período t. Com n observações, são esperados $n\alpha$ sucessos. A partir daí, considerando-se uma variável aleatória qualquer $X_{n,\alpha}$, que segue uma distribuição binomial com parâmetros n e α , a esperança desta variável será dada por:

$$E(X_{n,\alpha}) = n\alpha$$

Já a variância será descrita por:

$$Var(X_{n,\alpha}) = n\alpha(1 - \alpha) = (\sqrt{n\alpha(1 - \alpha)})^2 = (\text{Desvio padrão } (X_{n,\alpha}))^2$$

Portanto, a medida da dispersão da frequência de violações esperadas deve ser levada em consideração quando da validação de um modelo, já que – segundo Alexander (2008, p. 335) – o erro de amostragem mostra-se como grande empecilho para uma expectativa pontual para a frequência de exceções obtidas, sendo recomendável o uso de um intervalo de confiança onde o modelo pode ser válido.

Defina-se:

- O intervalo de confiança a 95% para as exceções do modelo linear com T=250 por IC_1
- O intervalo de confiança a 95% para as exceções do modelo linear com T=250 por IC_2
- O intervalo de confiança a 95% para as exceções do modelo linear com T=250 por IC_3

Para os casos acima, poderíamos ter os seguintes intervalos de confiança:

$$IC_1 = (115,3 - 1,96\sqrt{115,3 \cdot 0,95}; 115,3 + 1,96\sqrt{115,3 \cdot 0,95})$$

$$IC_1 = (94; 135)$$

Seguindo a mesma metodologia, é simples descrever:

$$IC_2 = (84; 122)$$

$$IC_3 = (61; 94)$$

Tais intervalos de confiança mudariam os resultados quanto à aceitação dos modelos com T=250 e T=500 de rejeitados para modelos aceitáveis para mensuração de valor em risco. Contudo, mesmo com a maior abrangência quanto às exceções, o modelo com T=1000 foi violado em 102 observações, estando fora do IC_3 , fazendo com que este modelo seja rejeitado.

Segundo Alexander (2008, p.335-337), esta forma de backtesting é largamente utilizada por organismos reguladores, os quais atribuem escalas de eficácia dos modelos de acordo com os resultados sobre o intervalo de confiança. Há, contudo, formas mais sofisticadas de lidar com estes testes.

A pioneira delas é conhecida como “Modelo de Cobertura Incondicional”, desenvolvido por Kupiec em 1995. Segundo o autor, é possível definir uma região de aceitação para o VaR a partir de uma razão de verossimilhança (*Likelihood Ratio*) denotada por:

$$LR_{CI} = \frac{\pi_{exp}^{n_1} (1 - \pi_{exp})^{n_0}}{\pi_{obs}^{n_1} (1 - \pi_{obs})^{n_0}}$$

onde π_{exp} é a proporção esperada de violações; π_{obs} é a proporção observada; n_1 é o número de violações ocorridas; n é o número de estimações testadas e $n_0 = n - n_1$. A literatura indica que $-2 \ln LR_{uc}$ segue uma distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade. Para as estimações acima, podemos calcular os valores de 1,2327 para T=250; 1,8980 para T=500 e 6,1226 para T=1000. Sendo os valores críticos da distribuição Qui-Quadrado com 1 grau de confiança dados em 1% por 6,63 e em 5% por 3,84, aceitamos a hipótese nula de que o modelo de VaR está bem estimado para T=250 e T=500 para 5%.

O teste de Kupiec, no entanto, tem fraco poder de teste, podendo aceitar a hipótese nula mesmo quando o modelo estiver mal estimado, já que o mesmo não leva

em conta as ocorrências de violações aglomeradas. Na verdade, a ocorrência de aglomerações é observada quando as violações não são independentes entre si, sendo o modelo de VaR pouco sensível às variações de mercado, fato observado neste modelo linear normal até mesmo no menor tamanho de amostra, já que a tendência é a ocorrência de perdas maiores do que o esperado pelo modelo em períodos mais voláteis, como no ano de 2008.

Para circundar o problema da independência, Christoffersen elaborou o que foi denominado “Modelo de Cobertura Condicional”, que pode ser formalizado da seguinte forma:

Definindo n_{ij} como o número de ocorrências com função indicador i , seguidas por ocorrências de indicador j , e:

$$\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} \quad e \quad \pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}},$$

Podemos testar a independência da seguinte forma:

$$LR_{ind} = \frac{\pi_{obs}^{n_1} (1 - \pi_{obs})^{n_0}}{\pi_{01}^{n_{01}} (1 - \pi_{01})^{n_{00}} \pi_{11}^{n_{11}} (1 - \pi_{11})^{n_{10}}}$$

Juntando o teste incondicional com o teste da independência, chegamos ao teste da cobertura condicional, formalizado por:

$$LR_{CC} = \frac{\pi_{exp}^{n_1} (1 - \pi_{exp})^{n_0}}{\pi_{01}^{n_{01}} (1 - \pi_{01})^{n_{00}} \pi_{11}^{n_{11}} (1 - \pi_{11})^{n_{10}}}$$

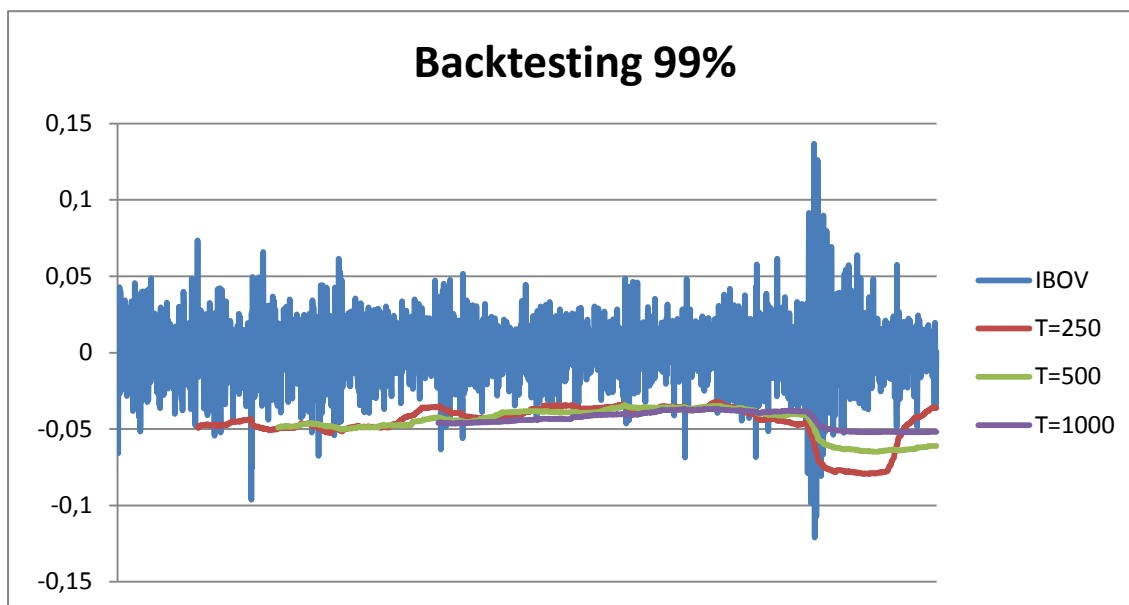
Conforme Alexander (2008, p. 337), $-2 \ln LR_{CC}$ segue uma distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade, sendo que a relação entre os três testes é dada por:

$$-2 \ln LR_{CC} = -2 \ln LR_{ind} - 2 \ln LR_{CI}$$

Os testes realizados para independência rejeitam a hipótese de que os eventos sejam independentes até mesmo a 1%, para os três tamanhos de amostra. Os testes de cobertura condicional também rejeitam os três modelos, sendo a dependência entre as ocorrências o fator primordial para esta decisão.

Estimando um modelo de VaR linear com horizonte de um dia com os mesmos dados, mas agora com 99% de confiança, obtemos o seguinte gráfico:

Figura 4. Retornos do IBOV contra estimativas de VaR de 1 dia, a 99% de confiança, com diferentes tamanhos amostrais.



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

Mais uma vez computamos a quantidade de violações observadas na tabela 2:

Tabela 2. Violações de modelos estimados com homocedasticidade a $\alpha = 1\%$

$\alpha = 1\%$	250	500	1.000
Quantidade de estimativas	2.306	2.056	1.556
Quantidade de violações esperada	23,06	20,56	15,56
Quantidade de violações observadas	44	37	32

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

Assim como para o caso de $\alpha = 5\%$, o modelo seria rejeitado, já que há mais violações do que a quantidade esperada. Seguindo a mesma metodologia anterior, construímos os intervalos a 5% de confiança IC_1 , IC_2 e IC_3 para T=250, T=500 e T=1000 respectivamente:

$$IC_1 = (14; 32)$$

$$IC_2 = (11; 29)$$

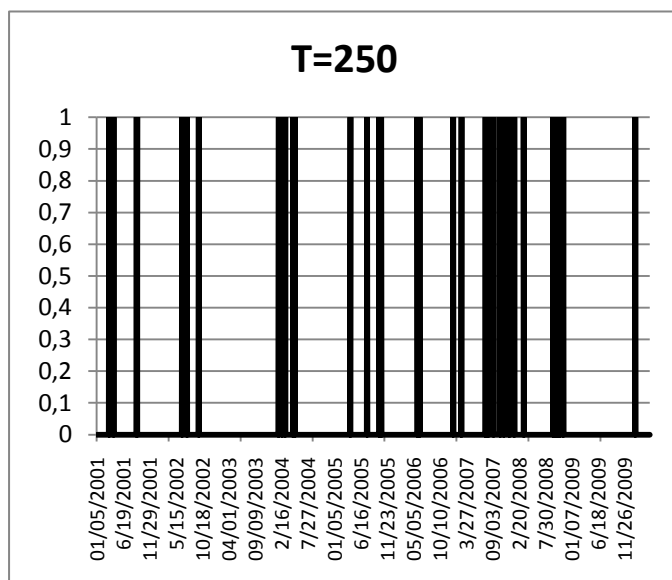
$$IC_3 = (7; 23)$$

Os três modelos especificados não são validados a um intervalo de 95% de confiança. Um simples esforço matemático mostra que, nem mesmo a 1%, teríamos número de excessos dentro dos intervalos de confiança. Apenas a título de reafirmarmos o resultado de descarte do modelo, obtido acima, podemos realizar o teste de Kupiec.

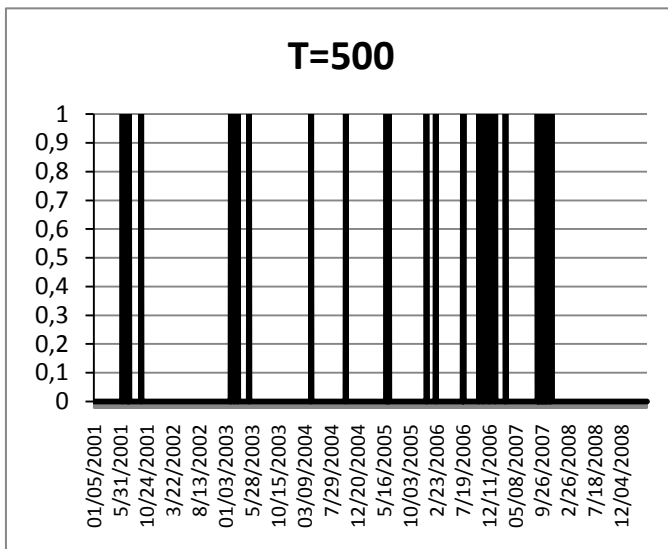
Os resultados gerados pelo teste indicam rejeição da hipótese nula aos níveis de $\alpha = 1\%$ e $\alpha = 5\%$ para os três tamanhos de amostra. Ou seja, a probabilidade de aceite do modelo é consideravelmente menor que 1%, já que os valores gerados pela razão de verossimilhança foram, respectivamente para os tamanhos $T=250$, $T=500$ e $T=1000$, $-2 \ln LR_{CI} = 15,169$, $-2 \ln LR_{CI} = 10,733$ e $-2 \ln LR_{CI} = 13,442$ e os valores críticos para a distribuição Qui-Quadrado com 1 grau de liberdade dados por 3,84 para $\alpha = 5\%$ e 6,64 para $\alpha = 1\%$.

Apesar de as violações se apresentarem em aglomerações, como mostram as figuras abaixo, não é necessário fazer os testes de independência e de cobertura condicional, já que os modelos já foram rejeitados pelo teste acima (a preocupação com o resultado de Kupiec reside na ocorrência de erros do tipo II, devido ao seu fraco poder de rejeição de modelos mal especificados).

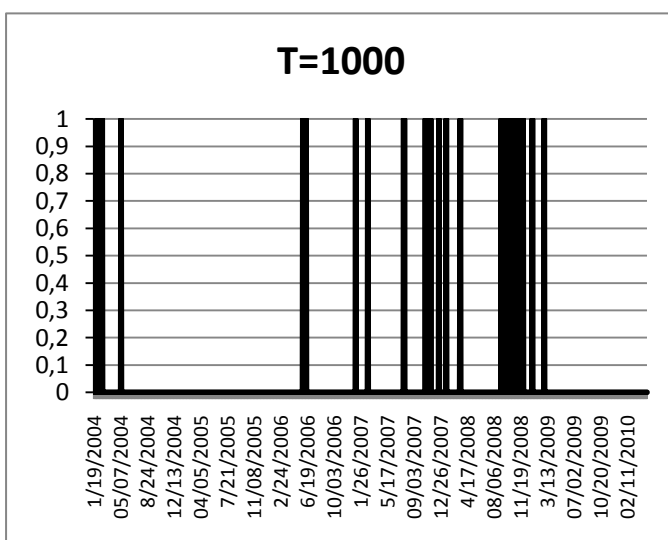
Figura 5. Distribuição das violações – modelos homocedásticos de $\alpha = 1\%$



(a)



(b)



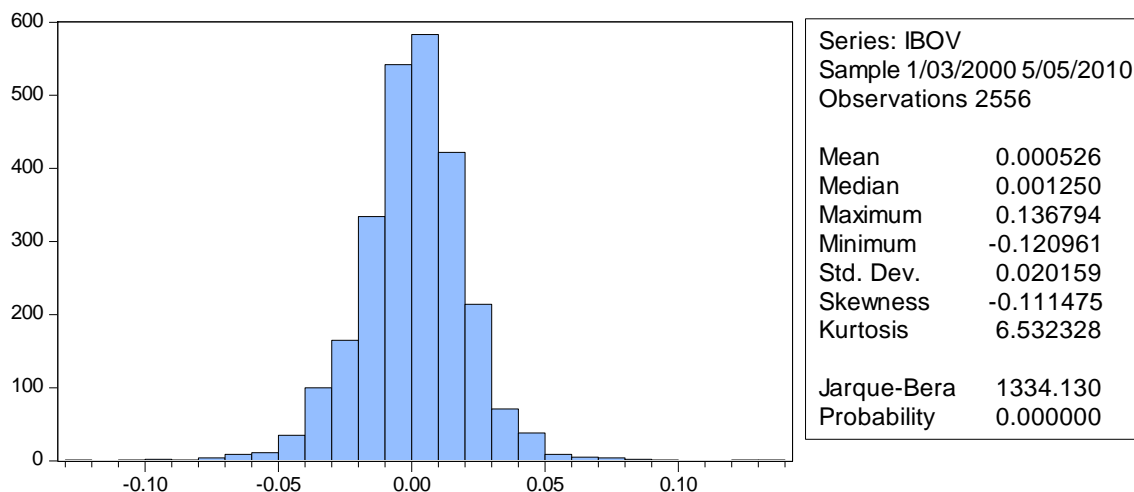
(c)

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

4.2 Aplicação dos modelos heterocedásticos

Uma breve análise acerca dos dados de retornos utilizados é importante para percebermos a necessidade de uso de modelos heterocedásticos. Tomemos o histograma da série de retornos como ponto inicial:

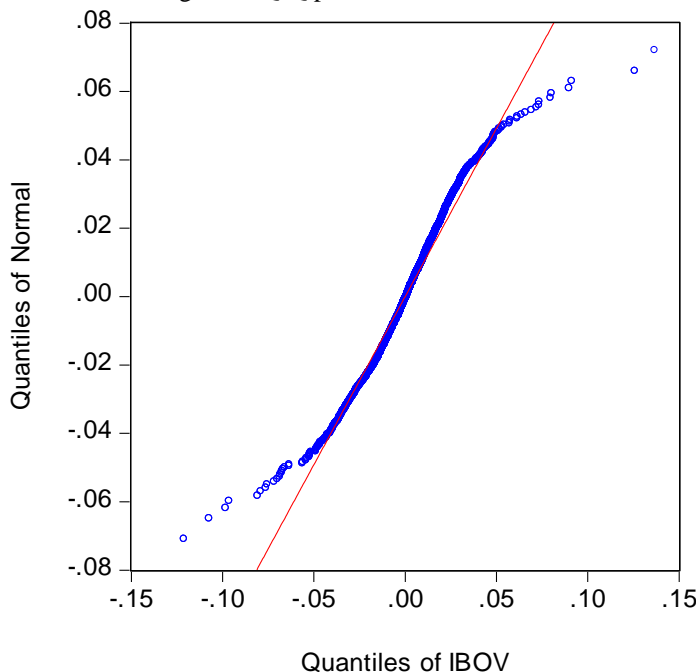
Figura 6. Histograma dos retornos do IBOV



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software Eviews 7.

As estatísticas descritivas da série nos mostram claramente que não se trata de um processo com distribuição normal, mas que apresenta assimetria (*Skewness*) negativa e leptocurtose (caudas pesadas). Ademais, a estatística Jarque-Bera descarta a possibilidade de um processo normal descrever a série. Esta observação ainda pode ser reforçada por um teste Q-Q plot:

Figura 7. Q-Q plot

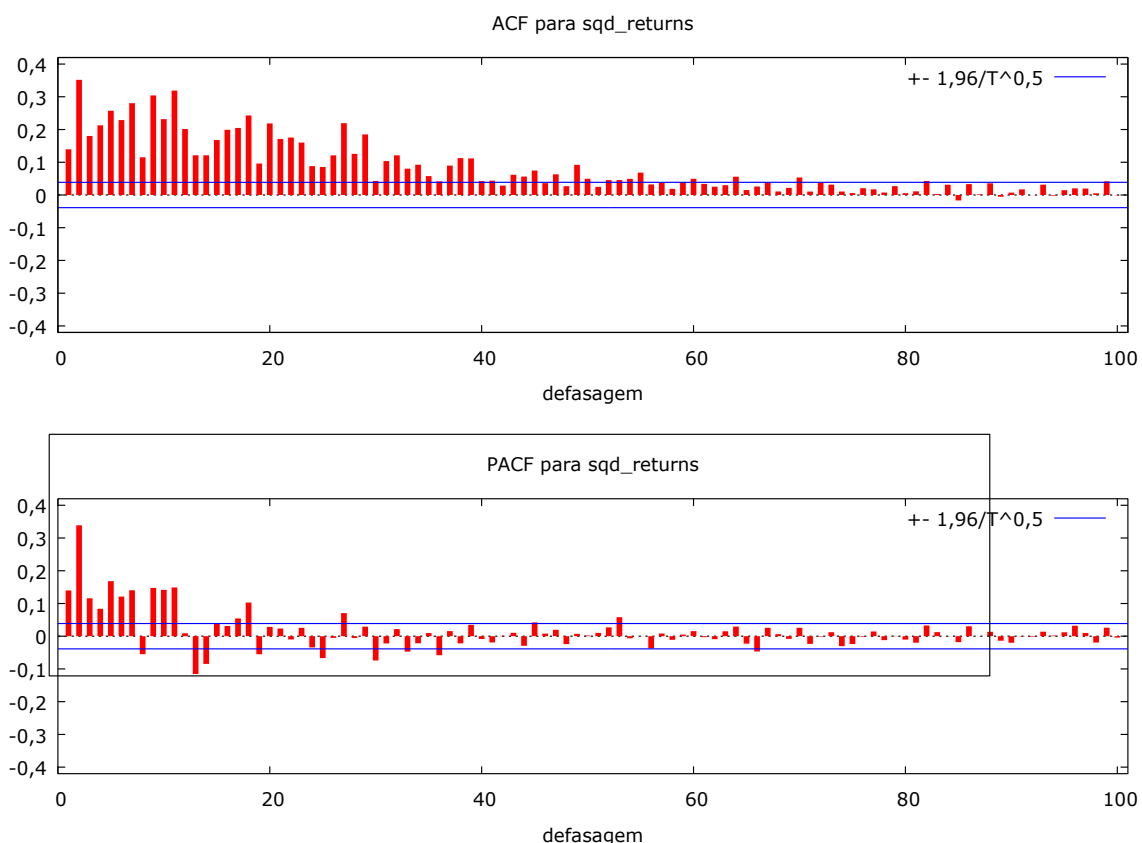


Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software Eviews 7

o qual deveria plotar os dados (em azul) sobre a linha vermelha para que pudéssemos aceitar a distribuição como sendo normal. Contudo, os desvios da linha vermelha fazem com que descartemos esta hipótese.

Se na observância do correlograma dos retornos não encontramos valores significativamente diferentes de 0, ao observarmos o correlograma da série de retornos ao quadrado (figura 8), percebemos a clara dependência entre os retornos, sugerindo que estes não são descritos por um processo iid (ACF cresce exponencialmente e, em seguida, decresce da mesma forma, até apresentar valores estatisticamente nulos) e, portanto, a variância não é constante ao longo do tempo, sendo necessário um modelo heterocedástico para descrevê-la.

Figura 8. Correlograma dos retornos do IBOV ao quadrado



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software GRET.L.

4.2.1 A estimação via modelos heterocedásticos

Através do software Eviews 7 foram geradas estimações de modelos da família GARCH a fim de capturar as oscilações do mercado através da variância condicional da série de retornos do IBOV. Foram utilizados dois critérios para a validação dos modelos, que são a significância dos parâmetros (aceitos até um nível de 5%) e o teste do multiplicador de Lagrange para verificar a presença de heterocedasticidade nos resíduos após estimado o modelo. As saídas do modelo gerado podem ser encontradas no anexo do trabalho. Assim, foram estimados os modelos GARCH (1,1), GARCH (1,2), GARCH (2,1), GARCH (2,2), EGARCH (1,1), EGARCH (1,2), EGARCH (2,1) e EGARCH (2,2), pressupondo distribuição normal e t-Student para os erros, visto que, segundo a literatura, a heterocedasticidade dos resíduos é bem capturada em modelos de ordem baixa.

Os modelos com todos parâmetros significativos a 5% foram os GARCH (1,1), GARCH (1,2), EGARCH (1,1) e EGARCH (2,1) com distribuição normal dos erros e GARCH (1,1), GARCH (1,2) e EGARCH (1,1) com distribuição t-student. O restante dos modelos foi descartado para qualquer tipo de análise, por não apresentarem coeficientes significantes a 5%.

Após rodado o teste do multiplicador de Lagrange, descartamos também os modelos EGARCH (1,1) com ambas distribuições, já que seus p-valores sugeriram má especificação dos modelos.

4.2.1.1 Modelo GARCH (1,1) – Distribuição Normal

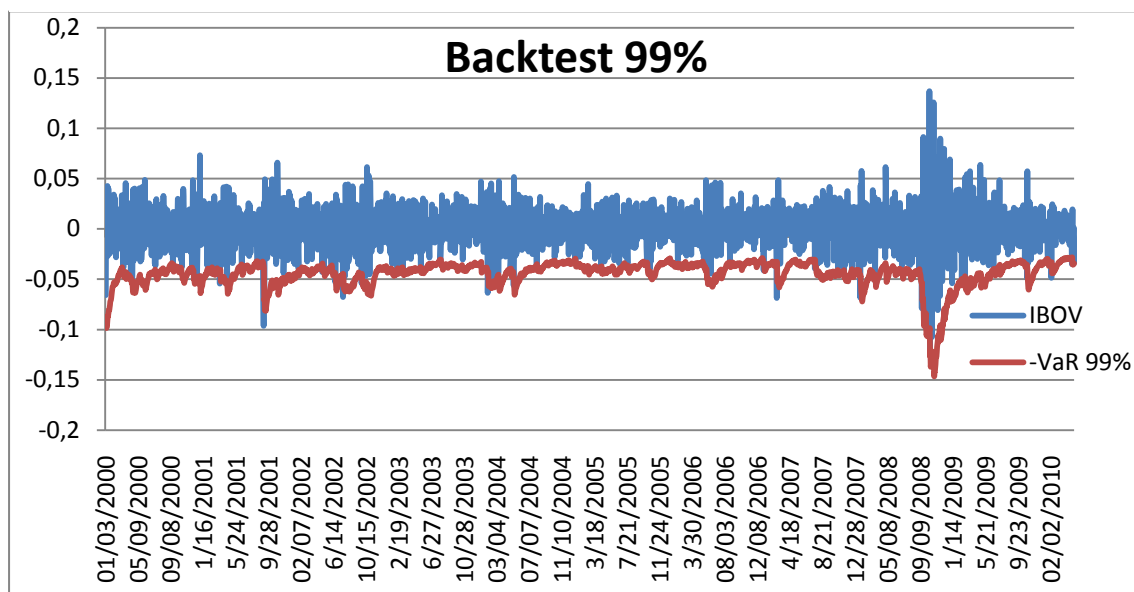
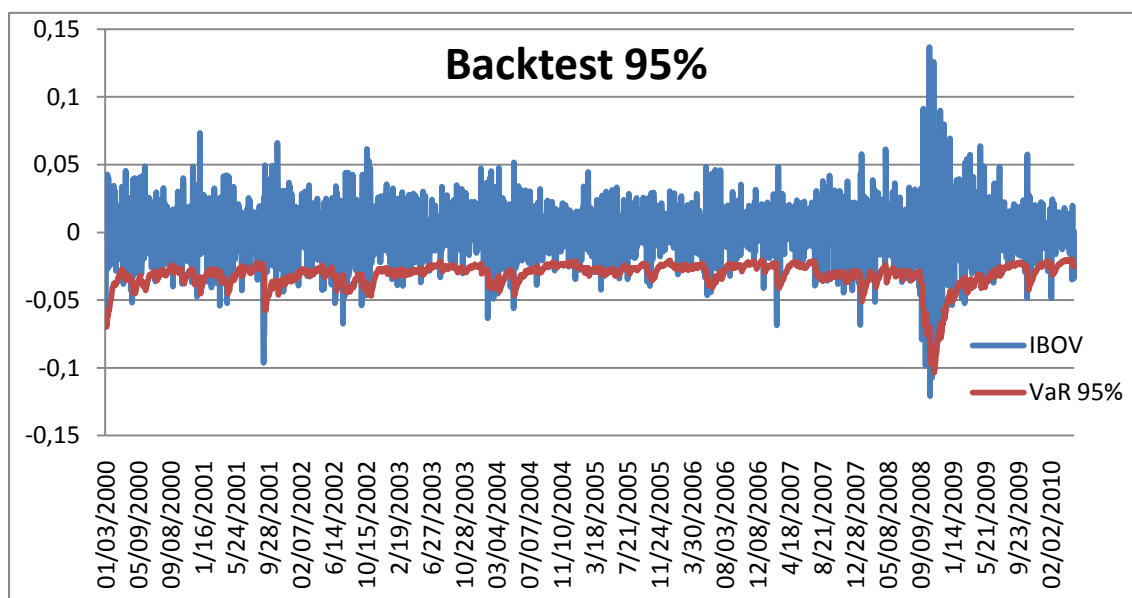
O modelo GARCH (1,1) estimado apresenta a seguinte forma:

$$\text{GARCH} = 1.07\text{E-}05 + 0.070995*\text{RESID}(-1)^2 + 0.899785*\text{GARCH}(-1)$$

A um nível de 95% de confiança, todos os parâmetros são significativos. O teste LM para heterocedasticidade, que gerou a estatística $p = 0,0791$, dá a idéia de que há suficientemente boa especificação neste modelo ao mesmo nível. Ademais, o modelo indica persistência de aproximadamente 90% dos choques imediatamente anteriores.

A especificação dos modelos de VaR para 1 dia, a 95% e 99% de confiança geraram os seguintes resultados:

Figura 9. Retornos do IBOV contra -VaR estimado com GARCH (1,1)

(a) Com $\alpha = 1\%$ (b) Com $\alpha = 5\%$

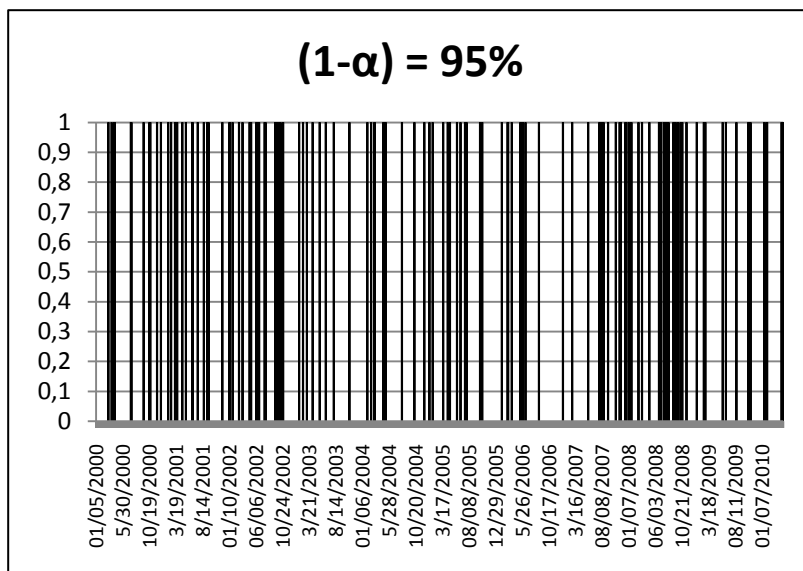
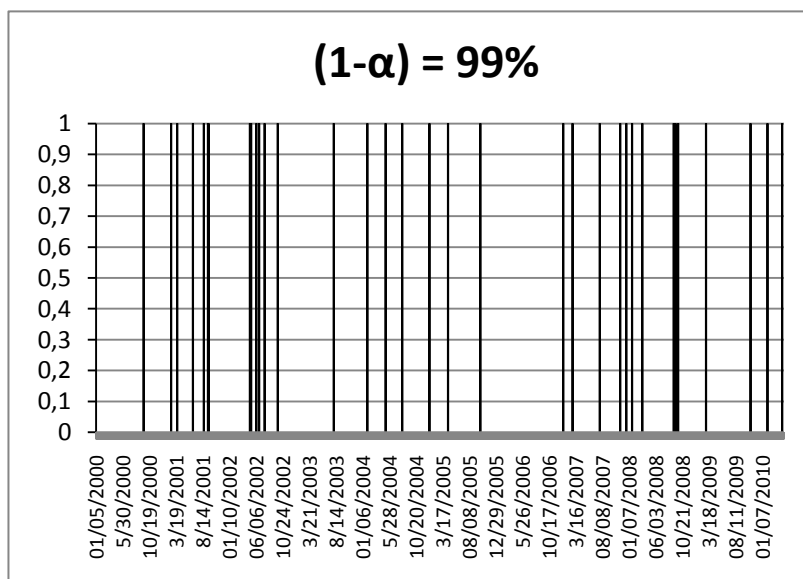
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

e a distribuição das violações, descrita pela tabela 3 e pelos gráficos 10 (a) e (b) :

Tabela 3. Violações de modelos estimados com GARCH (1,1)

	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Quantidade de estimativas	2.555	2.555
Quantidade de violações esperada	127,75	25,55
Quantidade de violações observadas	138	36

Figura 10. Distribuição das violações – modelo GARCH (1,1)

(a) com $\alpha = 5\%$ (b) com $\alpha = 1\%$

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

A título de comparação, é notável a diferença entre a quantidade de aglomerações de excessos entre modelos de VaR estimados com variância condicional e com variância constante, sendo que os primeiros parecem muito mais sensíveis a condições de mercado presentes do que os últimos, quando considerada esta simples análise.

Assim como para a estimação de VaR linear normal, criamos um intervalo de 95% de confiança dentro do qual a quantidade de violações – descritas pela função indicadora que segue um processo iid de Bernoulli – é aceitável:

$$IC_{5\%} = (106; 149)$$

$$IC_{1\%} = (15; 35)$$

onde $IC_{5\%}$ e $IC_{1\%}$ correspondem aos intervalos de 95% de confiança para a quantidade de violações nos modelos de VaR com $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$, respectivamente.

Como diagnóstico, aceitamos a previsão de VaR de um dia com 5% de significância, estimado com o modelo GARCH (1,1), mas não com 1%.

4.2.1.2 Modelo GARCH (1,2) – Distribuição Normal

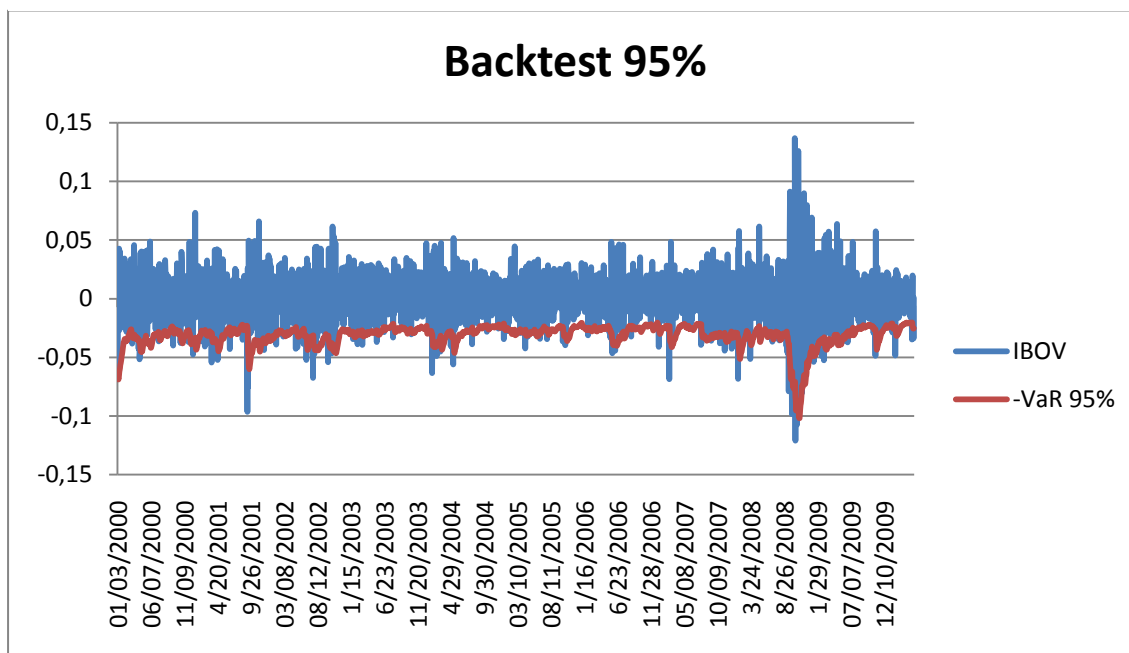
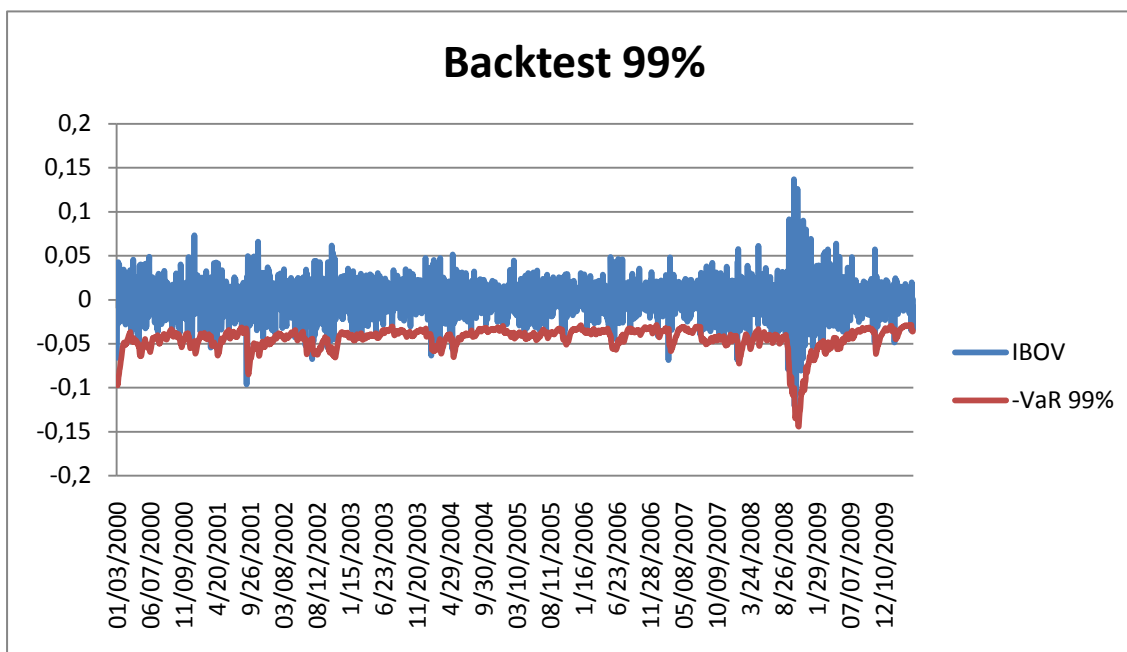
O modelo GARCH (1,2) estimado apresenta a seguinte forma:

$$\text{GARCH} = 8.07\text{E-}06 + 0.049983 * \text{RESID}(-1)^2 + 1.310794 * \text{GARCH}(-1) + -0.382757 * \text{GARCH}(-2)$$

A um nível de 95% de confiança, todos os parâmetros são significativos. O teste LM para heterocedasticidade gerou a estatística $p = 0,3348$, reforçando a idéia de que há boa especificação do modelo.

De forma análoga ao que foi apresentado pelo modelo GARCH (1,1), os resultados da estimação do VaR com o modelo GARCH (1,2) a 1% e 5% de significância são demonstrados a seguir:

Figura 11. Retornos do IBOV contra -VaR estimado com GARCH (1,2)

(a) com $\alpha = 5\%$ (b) com $\alpha = 1\%$

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o softwar MS Office Excel

e a quantidade de violações descritas pela tabela 4:

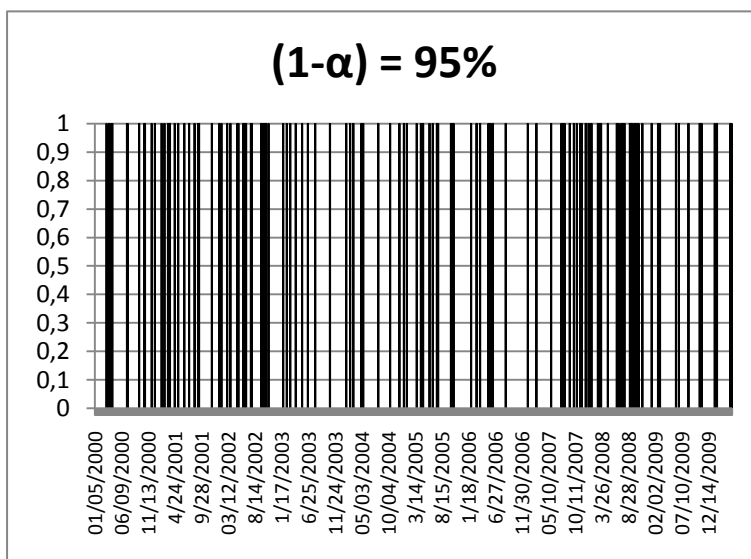
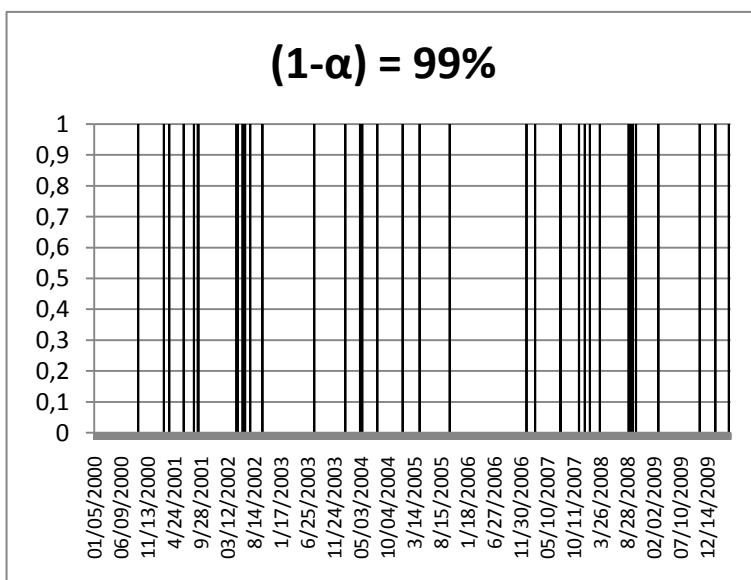
Tabela 4. Violações do modelo estimado com GARCH (1,2)

	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Quantidade de estimativas	2.555	2.555
Quantidade de violações esperada	127,75	25,55
Quantidade de violações observadas	138	40

Fonte: elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

que estão distribuídas da seguinte forma:

Figura 12. Distribuição das violações – modelo GARCH (1,2)

(a) com $\alpha = 5\%$ (b) com $\alpha = 1\%$

A quantidade de violações observadas no modelo de VaR com variância condicional estimada pelo modelo de GARCH (1,2) excedeu as expectativas. No entanto, sendo gerado um intervalo de confiança a 95% para as variáveis indicadoras que seguem uma distribuição binomial obtemos que, a 5% de significância temos quantidades satisfatórias de violações, conforme o cálculo:

$$IC_{5\%} = (106; 149)$$

e este modelo é passível de ser aceito.

Contudo, o intervalo de confiança a 95% gerado para o VaR estimado com GARCH (1,2) e $\alpha = 1\%$ não compreende a quantidade de violações observada, causando o descarte deste modelo para uma boa previsão de risco.

4.2.1.3 Modelo EGARCH (2,1) – Distribuição Normal

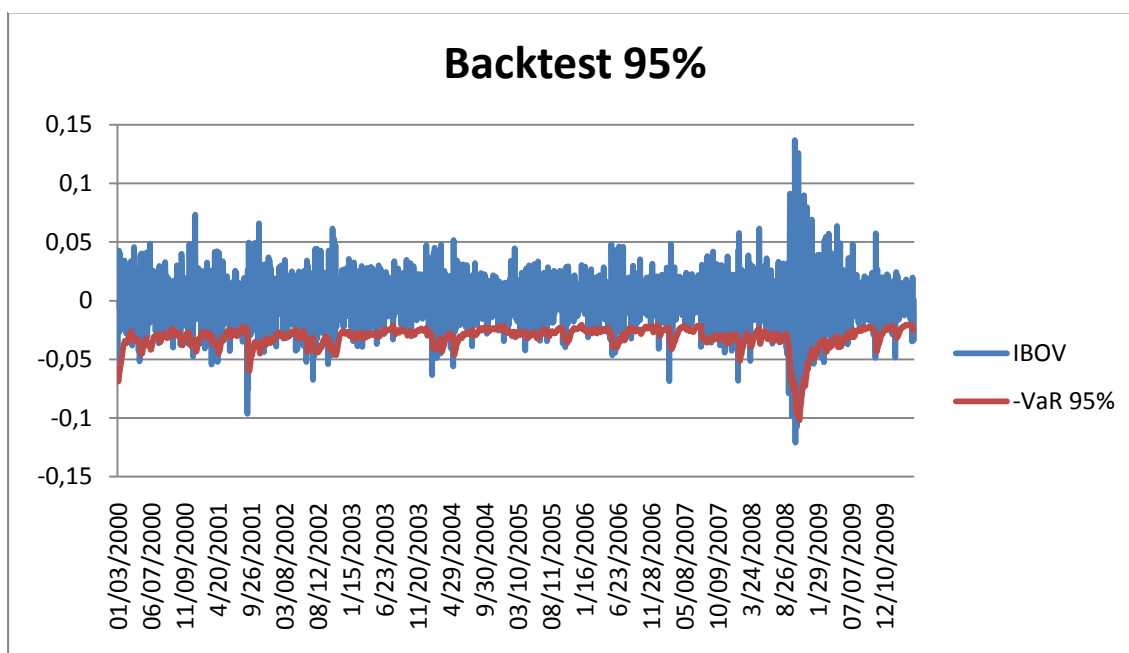
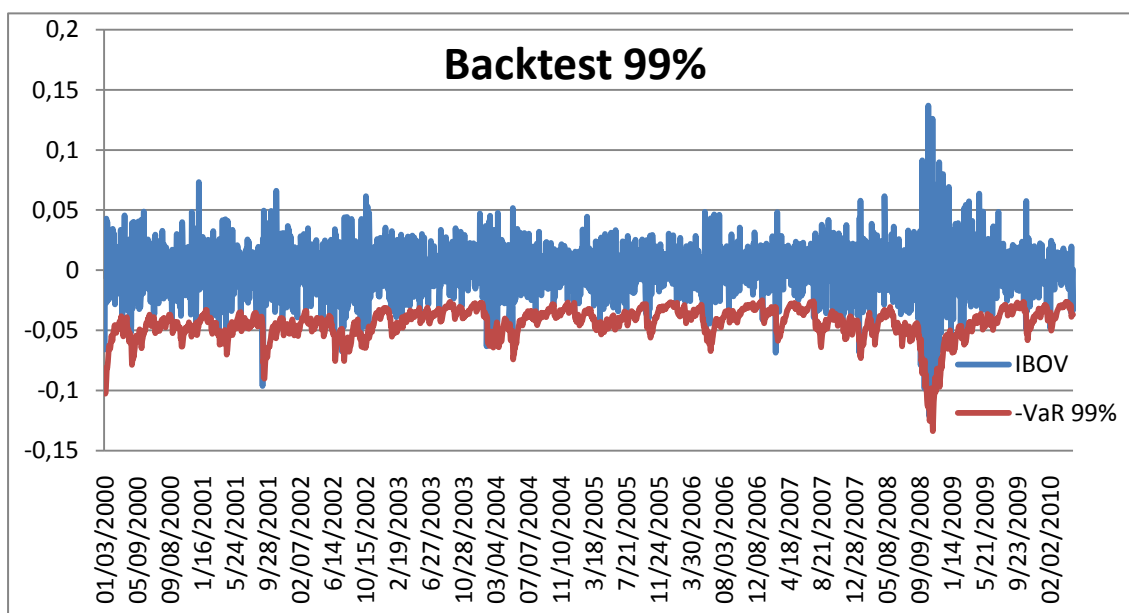
Os modelos EGARCH são bastante utilizados para a captura do efeito de assimetria ocorrido nas oscilações do mercado financeiro (o chamado *leverage effect*), onde choques negativos têm impacto maior do que choques positivos.

Para a série de retornos logarítmicos do IBOV, o seguinte modelo foi gerado:

$$\begin{aligned} \text{LOG}(\text{GARCH}) = & -0.509678 - 0.078490 * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \\ & 0.224919 * \text{ABS}(\text{RESID}(-2) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-2))) - 0.120124 * \text{RESID}(-1) / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) \\ & + 0.950332 * \text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) \end{aligned}$$

A estimação do coeficiente de assimetria negativo (-0,120124) nos oferece a informação de que efeitos de alavancagem (*leverage effects*) são capturados, sim, pelo modelo, de modo que a assimetria se dará por choques negativos serem mais impactantes do que os positivos. Ademais, modelo indica uma persistência de 95,03% dos choques imediatamente anteriores, o que é considerado pela literatura como um choque bastante persistente.

A estimativa de VaR com este modelo gerou os seguintes resultados, descritos pelo gráfico 12:

Figura 13. Retornos do IBOV contra $-VaR$ estimado com EGARCH (2,1)(a) com $\alpha = 5\%$ (b) com $\alpha = 1\%$

A respeito das violações, temos que:

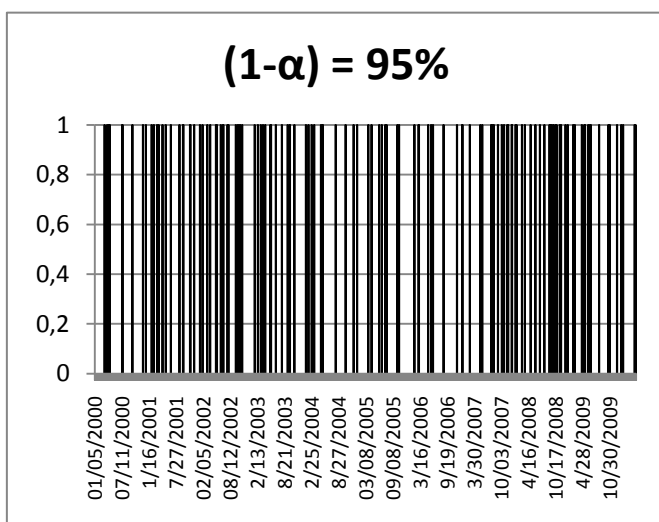
Tabela 5. Violações do modelo estimado com EGARCH (2,1)

	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Quantidade de estimativas	2.555	2.555
Quantidade de violações esperada	127,75	25,55
Quantidade de violações observadas	136	32

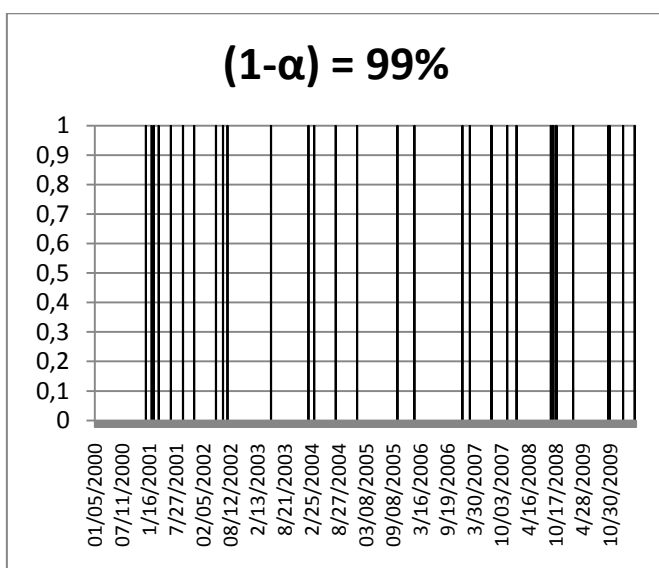
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

Estas estão distribuídas da seguinte forma:

Figura 14. Distribuição das violações – Modelo EGARCH (2,1)



(a) com $\alpha = 5\%$



(b) com $\alpha = 1\%$

Assim como no exemplo anterior, este modelo gerou violações acima do esperado. No entanto, a criação de um intervalo de 95% de confiança leva a aceitarmos os modelos de VaR com $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$, já que há uma frequência de exceções “aceitável”, como mostram os seguintes intervalos:

$$IC_{5\%} = (106; 149)$$

$$IC_{1\%} = (15; 35)$$

4.2.1.4 Modelo GARCH (1,1) – Distribuição t-Student

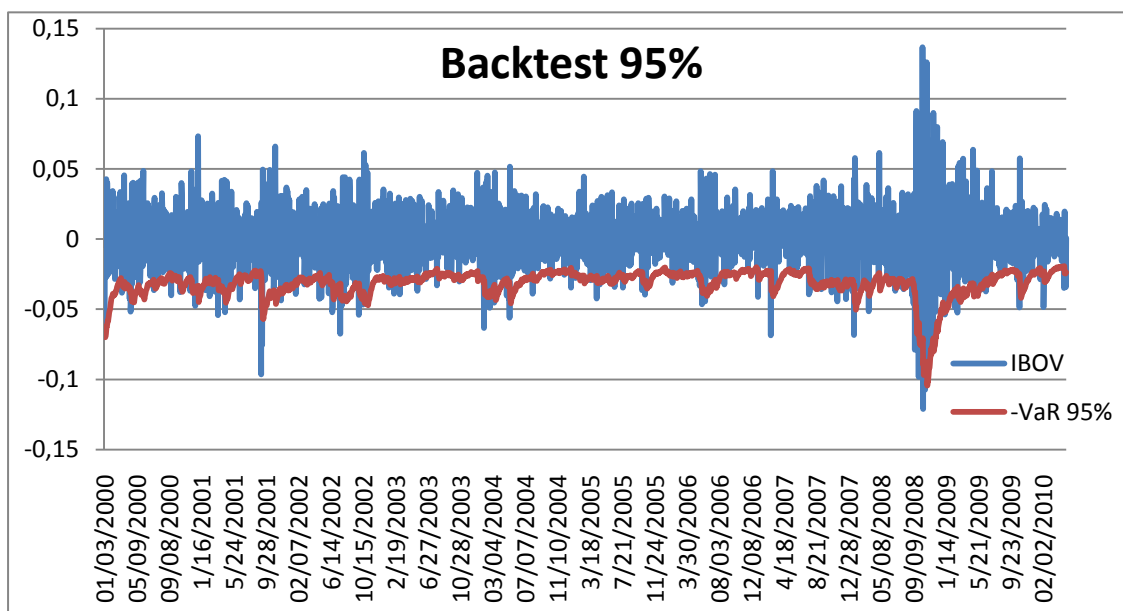
Este modelo, estimado sobre a série de retornos do IBOV, é dado por:

$$\text{GARCH} = 8.53\text{E-}06 + 0.067739 \cdot \text{RESID}(-1)^2 + 0.909161 \cdot \text{GARCH}(-1)$$

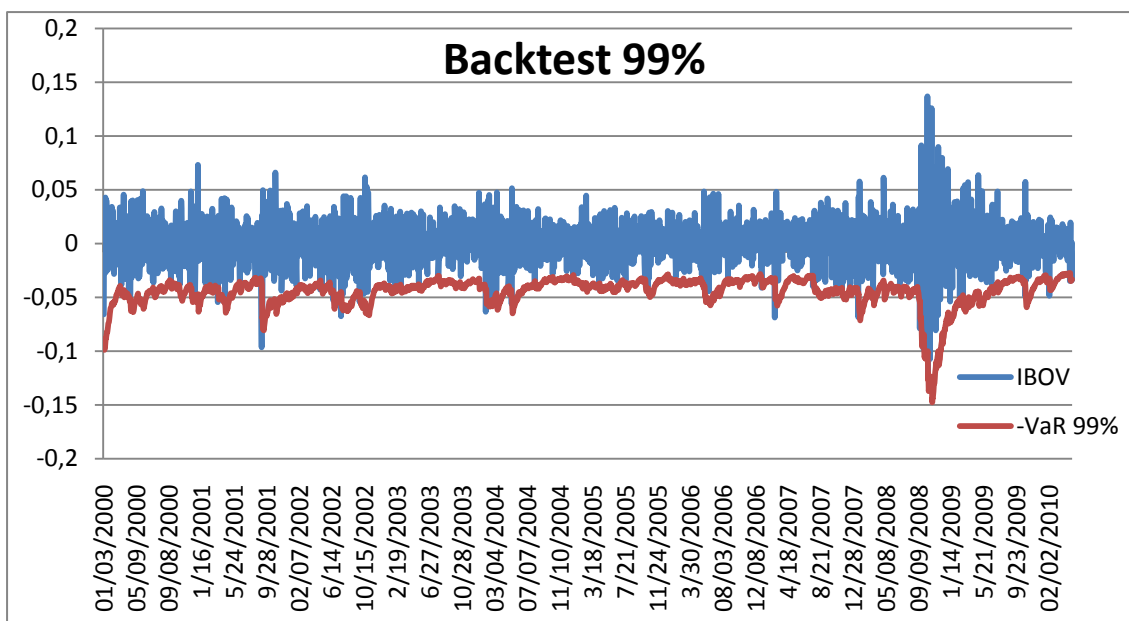
O mesmo indica a persistência dos efeitos da variância imediatamente anterior em 90,91% na variância atual. Todos os parâmetros foram significativos a 95% de confiança, sendo sua estatística do LM Test dada por 0.1183, o que demonstra uma relativamente boa especificação do modelo.

O gráfico 15, abaixo, mostra as violações durante o período de 10 anos:

Figura 15. Retornos do IBOV contra – VaR estimado com GARCH (1,1) com distribuição t-Student



(a) Com $\alpha = 5\%$

(b) com $\alpha = 1\%$

Fonte: Elaborado pelo autor, utilizando o software MS Office Excel

As violações:

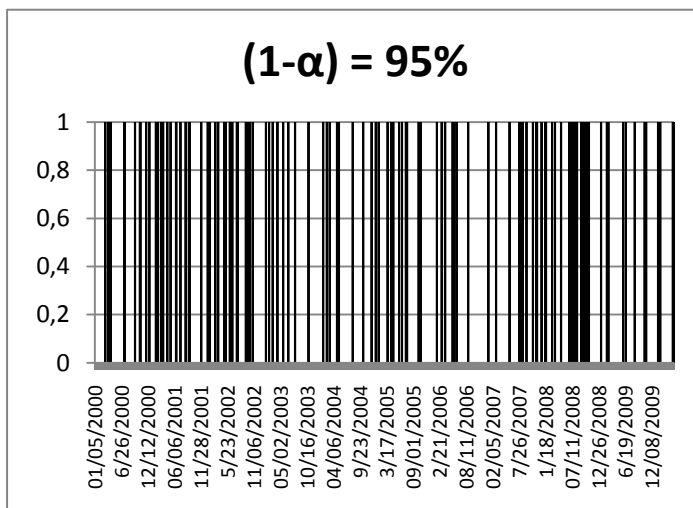
Tabela 6. Violações do modelo estimado com GARCH (1,1) com distribuição t-student

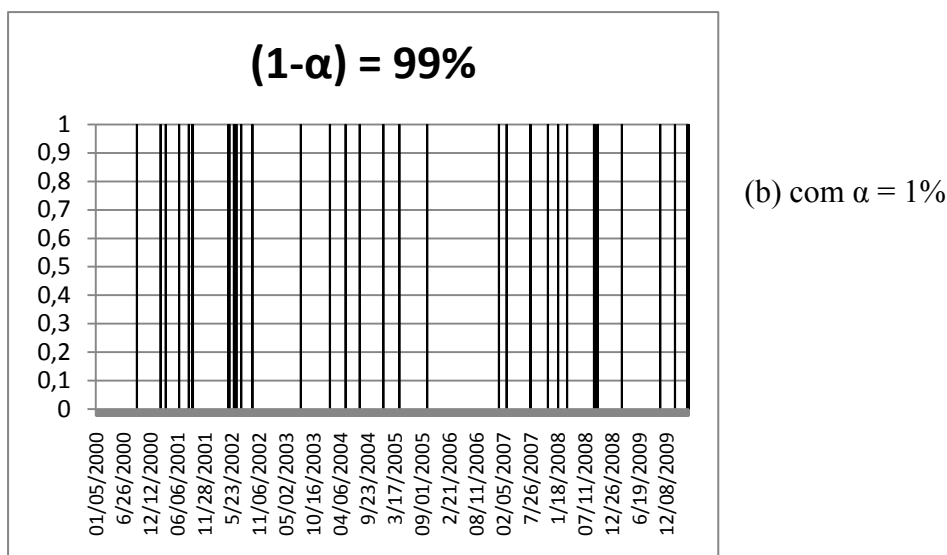
	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Quantidade de estimativas	2.555	2.555
Quantidade de violações esperada	127,75	25,55
Quantidade de violações observadas	134	37

Fonte: Elaborada pelo autor, utilizando o softwar MS Office Excel

são distribuídas no período amostral conforme mostra o gráfico 16:

Figura 16. Distribuição das violações – modelo GARCH (1,1) com distribuição t-Student

(a) com $\alpha = 5\%$



Fonte: Elaborado pelo autor, utilizando o software MS Office Excel

Violações acima da expectativa, a criação de intervalos de confiança permite verificarmos o seguinte:

$$IC_{5\%} = (106; 149)$$

$$IC_{1\%} = (15; 35)$$

O modelo de VaR, portanto, é bem especificado com $\alpha = 5\%$, já que o número de violações está contido dentro do intervalo de 95% de confiança. Já o modelo com $\alpha = 1\%$ não possui nível aceitável de violações, sendo, portanto, rejeitado.

4.2.1.5 Modelo GARCH (1,2) – Distribuição t-Student

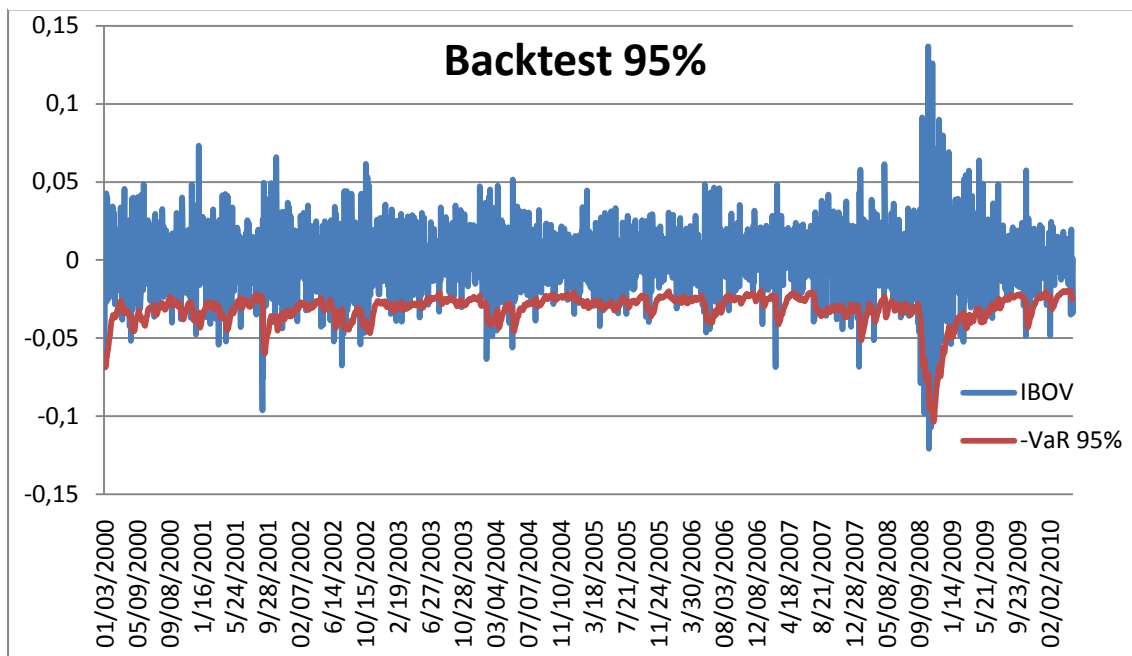
Este modelo é especificado por:

$$\text{GARCH} = 6.12\text{E-}06 + 0.045040 \cdot \text{RESID}(-1)^2 + 1.376356 \cdot \text{GARCH}(-1) - 0.437771 \cdot \text{GARCH}(-2)$$

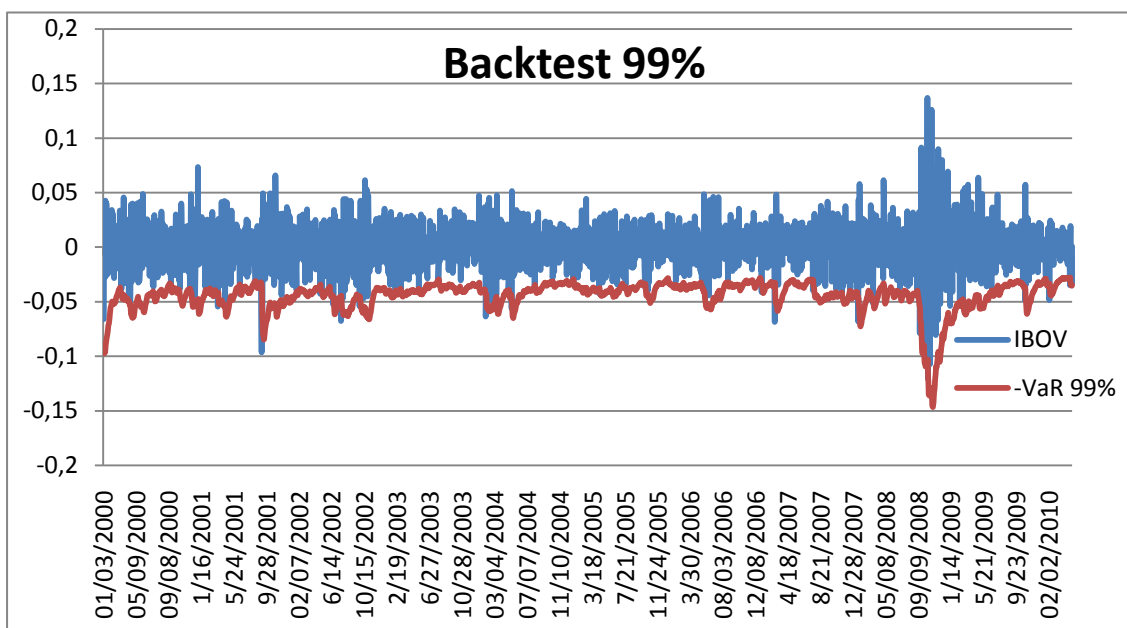
Assim como nos modelos anteriores, todos os parâmetros são significativos ao nível de 5% e o LM test sugere uma ótima adequação aos dados, com a estatística $p = 0.5049$.

A aplicação da variância condicional do Modelo GARCH (1,2), com erros distribuídos conforme uma distribuição t-Student, a um modelo de VaR gera as seguintes observações:

Figura 17. Retornos do IBOV contra – VaR estimado com GARCH (1,2), com distribuição t-Student



(a) com $\alpha = 5\%$



(b) com $\alpha = 1\%$

Fonte: Elaborado pelo autor, utilizando o software MS Office Excel

A ocorrência de violações acontece na seguinte magnitude:

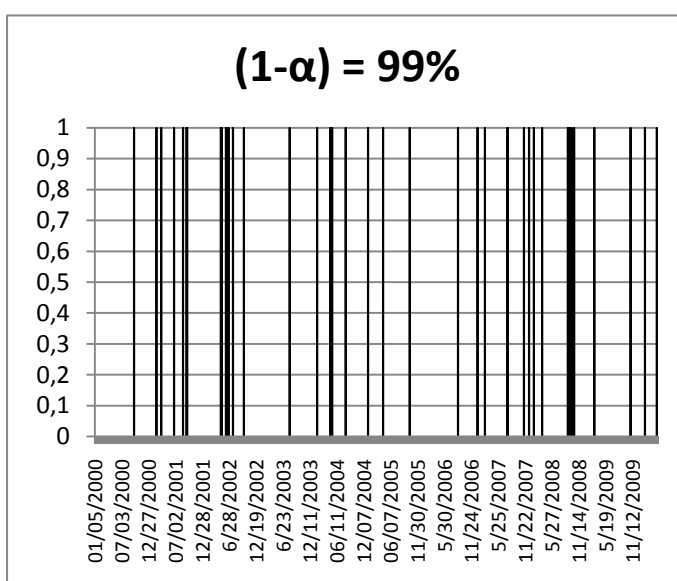
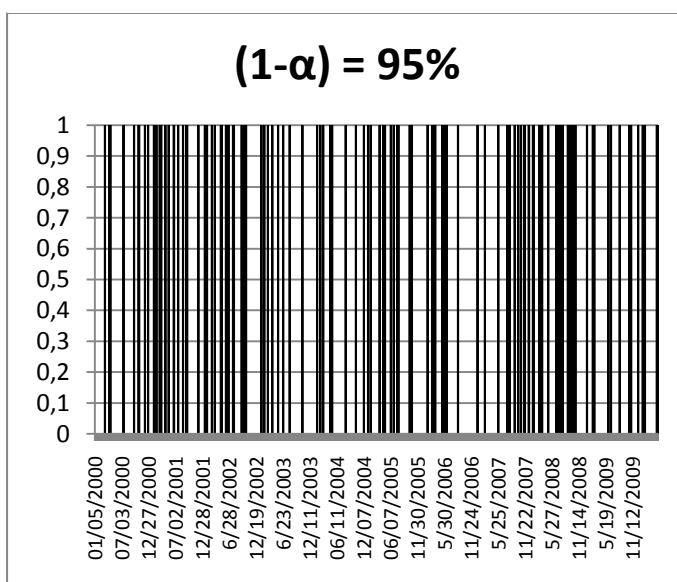
Tabela 7. Violações do modelo estimado com GARCH (1,2) com distribuição t-student

	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Quantidade de estimativas	2.555	2.555
Quantidade de violações esperada	127,75	25,55
Quantidade de violações observadas	136	41

Fonte: Elaborada pelo autor, utilizando o software MS Office Excel

Estes excessos estão distribuídos da seguinte forma ao longo do tempo:

Figura 18. Distribuição das violações – modelo GARCH (1,2) com distribuição t-Student



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

Os intervalos de confiança que devem compreender a quantidade de violações ficam descritos como:

$$IC_{5\%} = (106; 149)$$

$$IC_{1\%} = (15; 35)$$

A conclusão, portanto, é de que este modelo tem o poder de especificar um VaR aceitável a 5% de significância, porém não a 1%,

4.2.1.6 Modelo EGARCH (1,1) – Distribuição t-Student

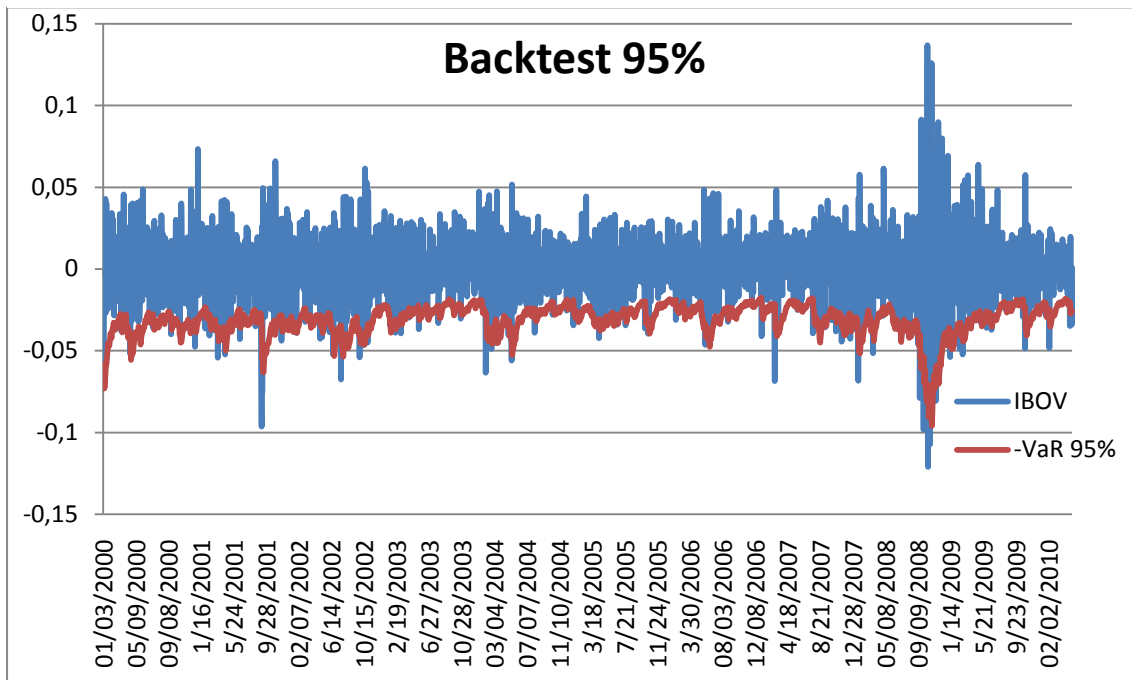
Especificação:

$$\text{LOG}(\text{GARCH}) = -0.357314 + 0.118932 * \text{ABS}(\text{RESID}(-1) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) - 0.096812 * \text{RESID}(-1) / @\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + 0.966699 * (\text{LOG}(\text{GARCH}(-1)))$$

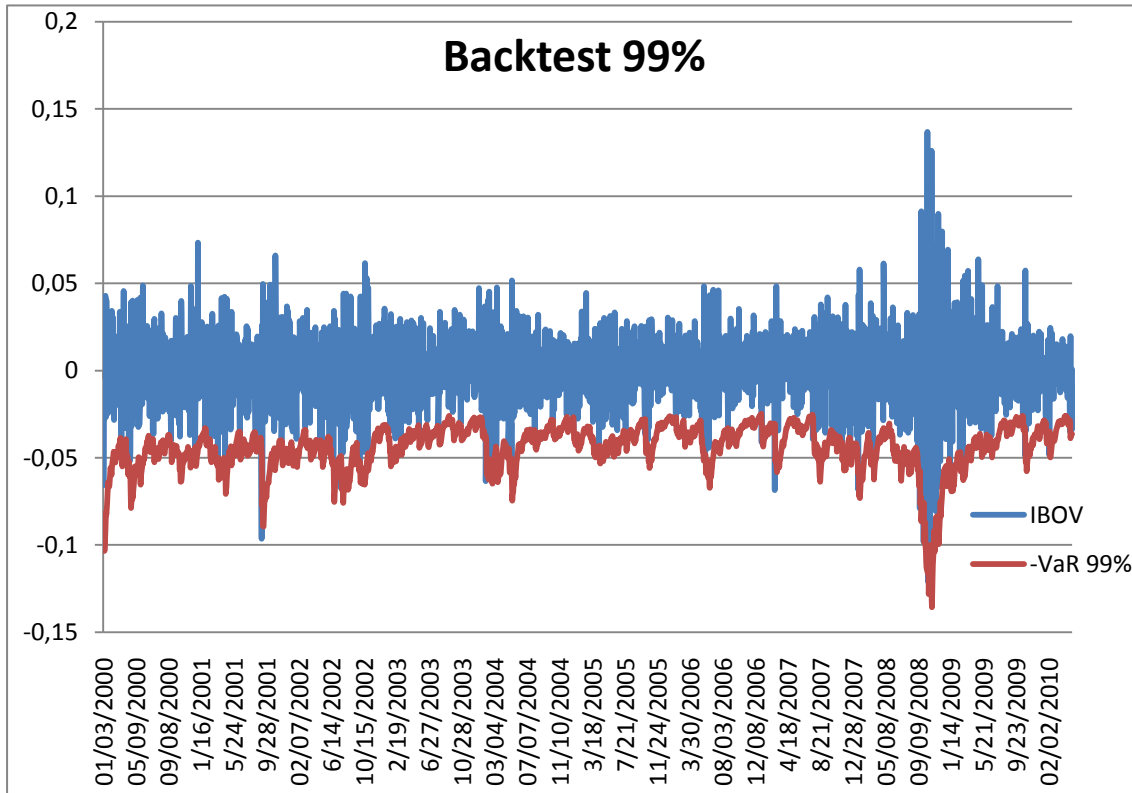
A persistência da observação passada na variância presente é da magnitude de 96,67%. O *leverage effect* é capturado através do parâmetro negativo -0,0968, dando maior peso para choques negativos do que choques positivos.

O resultado da utilização do modelo para medir VaR na amostra de 10 anos do IBOV é o seguinte:

Figura 19. Rotornos do IBOV contra -VaR estimado com EGARCH (1,1) com distribuição t-Student



(a) com $\alpha = 5\%$



(b) com $\alpha = 1\%$

Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

A quantidade de violações e encontrada na tabela 8:

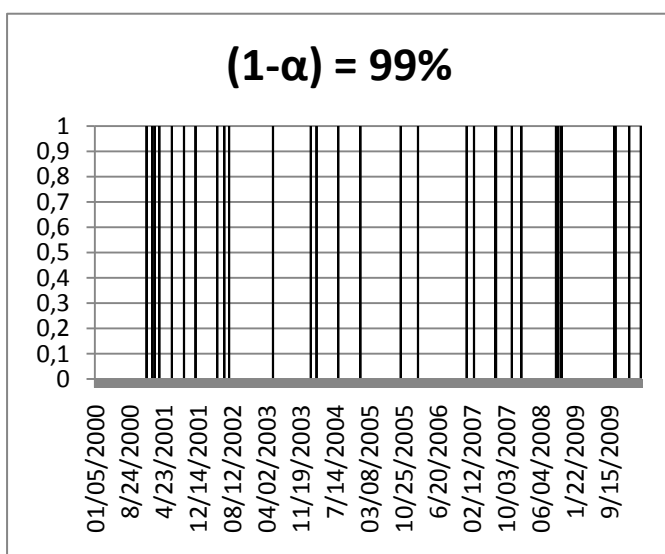
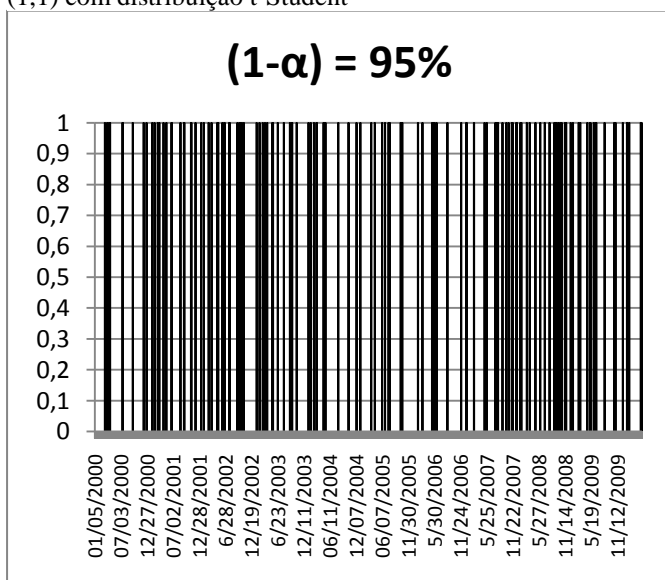
Tabela 8. Violações do modelo estimado com EGARCH (1,1) com distribuição t-Student

	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Quantidade de estimativas	2.555	2.555
Quantidade de violações esperada	127,75	25,55
Quantidade de violações observadas	137	31

Fonte: Elaborada pelo autor utilizando o software MS Office Excel

Sendo a sua distribuição no tempo demonstrada pelos gráficos 20 (a) e (b):

Figura 20. Distribuição das violações – Modelo EGARCH (1,1) com distribuição t-Student



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o software MS Office Excel

A frequência de perdas maiores do que o VaR para ambos os níveis de significância está dentro de um intervalo confiável, conforme demonstrado abaixo, fazendo com que seja aceita a hipótese de que o modelo de VaR está bem estimado:

$$IC_{5\%} = (106; 149)$$

$$IC_{1\%} = (15; 35)$$

4.2.1.7 Considerações adicionais

Uma breve análise das saídas dos modelos GARCH não descartados (tabelas presentes no anexo deste trabalho) permite a observação do critério de Akaike. Esta estatística demonstra, basicamente, a qualidade da aderência dos dados estimados em relação às observações amostrais, sendo que, segundo Bueno (2008), valores menores são preferíveis:

Tabela 9. Teste de Akaike

AKAIKE TEST	Distribuição	
	Normal	t-Student
GARCH (1,1)	-5,140743	-5,153863
GARCH (1,2)	-5,141622	-5,155133
EGARCH (1,1)	Descartado	-5,173551
EGARCH (2,1)	-5,174507	Descartado

Fonte: Elaborado pelo autor, utilizando software Eviews 7

A relação que pode ser observada a partir dos estudos realizados nos itens anteriores deste capítulo com a tabela 9, dos critérios de Akaike, é a de que modelos com estimações que aderem melhor aos dados tendem a gerar estimativas de VaR mais consistentes, passíveis de serem aceitas a níveis de significância mais baixos, assim como ocorre com os modelos EGARCH (1,1) com distribuição normal e EGARCH (2,1) com distribuição t-Student.

5 CONCLUSÃO

As análises realizadas durante o trabalho permitem concluir que a série de retornos do Ibovespa no período analisado não pode ser descrita como sendo normalmente distribuída, sendo sua volatilidade variante no tempo. Os testes de Jarque-Bera e QQ-Plot descartam a normalidade da série. Isto ocorre, como estatisticamente comprovado pela análise do correlograma dos retornos e dos retornos ao quadrado, devido ao fato de que a variância é serialmente não correlacionada, mas temporalmente dependente. Devido a esta característica, é preferível, quando, como no caso, é desejável que o modelo apresente sensibilidade às variações das condições de mercado, utilizar modelos como os da família GARCH, que são capazes de capturar a variância condicional e *clusters*, que ocorrem principalmente em períodos de grandes choques no mercado, como é o caso da observação da crise que teve seu início em meados de 2008 e trouxe volatilidade aos mercados até meados de 2009.

A respeito dos modelos de VaR, a falta de sensibilidade a oscilações do mercado demonstrou a fraca utilidade da suposição de homocedasticidade na série, sendo preferível a utilização de modelos da família GARCH para descrever a sua variância condicional e, assim, gerar estimações de VaR mais confiáveis. A utilização do critério estatístico de Akaike permitiu gerar a comparação de que os modelos GARCH analisados que trazem estimativas com maior aderência aos dados são preferíveis para o cálculo do VaR, dado que a quantidade de violações das perdas observadas nestes modelos recai em níveis aceitáveis a até mesmo 1% de significância.

Contudo, dos 16 modelos GARCH testados, 10 foram descartados a um nível de 95% de confiança devido ou à insignificância dos seus parâmetros ou à persistência de heterocedasticidade no modelo estimado, apurada pelo teste do multiplicador de Lagrange (*LM test*). Os modelos estatisticamente válidos, bem como os modelos homocedásticos, foram implementados para a mensuração do VaR de um dia e, em seguida, submetidos a validação por métodos de *backtest*.

Os resultados dos *backtests* levaram a ser rejeitados todos os modelos de VaR estimados com variância constante e nível de significância de 1%. Os modelos homocedásticos com $T=250$ e $T=500$ estimados com $\alpha = 5\%$ tiveram quantidade de

violações aceitáveis. Com $T=1000$ ambos os níveis foram descartados. Para os modelos homocedásticos, ainda, foram rodados testes de independência das violações e neles os 3 modelos foram descartados a 1%.

Para os modelos de VaR estimados variância temporalmente dependente e $\alpha = 5\%$, todos os modelos da família GARCH não rejeitados nos testes iniciais foram aceitos. Já para $\alpha = 1\%$, apenas os modelos EGARCH (2,1) com distribuição normal e EGARCH (1,1) com distribuição t-Student foram aceitos. A tabela 9 vem a contribuir para este resultado, já que demonstra uma evidência de que modelos GARCH que aderem com maior precisão aos dados possuem maior nível de confiança para o cômputo de medidas de VaR.

6 REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, C. Market risk analysis IV – value at risk models. Chichester: J. Wiley, 2008.
- ALEXANDER, C. Market models – a guide to financial data analysis. Chichester: J. Wiley, 2001.
- ANGELIDIS, T.; BENOS, A; DEGIANNAKIS, S. The use of GARCH models in VaR Estimation. Disponível em www.aislab.aueb.gr/hfaa/ar/Angelidis.pdf. Acesso em 24 nov. 2010.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics, n 31, páginas 307-327, 1986.
- BUENO, R. Econometria de séries temporais. São Paulo: Cengage Learning, 2008.
- CHRISTOFFERSEN, P. Elements of financial risk management. San Diego: Elsevier Science Academic Press, 2003.
- DAMODARAN, A. Strategic risk taking. Upper Saddle River: Wharton School Publishing, 2008.
- DOWD, K. An introduction to market risk measurement. Hoboken: J. Wiley, 2002.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. Econometrica, n. 50 (4), p. 987-1007, 1982.
- HENDRICKS, D. Evaluation of Value-at-Risk models using historical data. Disponível em http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1028807&###. Acesso em 24 nov. 2010.
- HOLTON, G. Defining risk. Financial analysts journal, n 60 (6), 19–25, 2004.
- HULL, J. Options futures & other derivatives. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.
- HUNT, P; KENNEDY, J. Financial derivatives in theory and practice. Hoboken: J. Wiley, 2004.

JORION, P. Financial risk manager handbook. Hoboken: J. Wiley, 2003.

JORION, P. Value at risk. New York: McGraw Hill, 2001.

KUPIEC, P. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. The Journal of Derivatives, n 3, páginas 73-84, 1995.

LIMA, W. Avaliação dos modelos de valor em risco do fundo de aplicação em cotas da Petrobrás. Dissertação (mestrado profissionalizante em Economia), IBMEC-RJ, Rio de Janeiro, 2010.

LOPES, D. Análise quantitativa da volatilidade entre os índices Dow Jones, Ibovespa e S&P 500. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada), UFRGS, Porto Alegre, 2006.

McNEIL, A. et al. Quantitative risk management – concepts techniques and tools. New Jersey: Princeton University Press, 2005.

MEUCCI, A. Risk and asset allocation. New York: Springer Heidelberg, 2009.

MORETTIN, P. Econometria financeira – um curso em séries temporais financeiras. São Paulo: Editora Blucher, 2008.

MUN, J. Modeling risk applying monte carlo simulation, real options analysis, forecasting and optimization techniques. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.

NELSON, D. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. Econometrica, n. 59, p. 347-370, 2001.

SILVA JUNIOR, J. Uma análise sobre a volatilidade do Ibovespa nos últimos 10 anos: estimativas utilizando modelos da família Garch. Trabalho acadêmico (Mestrado em Economia Aplicada), UFRGS, Porto Alegre, 2010.

TSAY, R. Analysis of financial time series. Roboken: J. Wiley, 2005.

7 ANEXO

As tabelas abaixo foram geradas pelo autor através do software Eviews 7. Estas consistem nas “saídas” das equações dos modelos de GARCH seguidas do teste para persistência de heterocedasticidade pós estimação, o chamado teste do multiplicador de Lagrange (*LM test*). Aqui serão demonstradas as saídas de todos os modelos, até mesmo os descartados, sendo os motivos para o descarte assinalados em amarelo. Os modelos que possuem parâmetros insignificantes foram descartados antes mesmo da realização do LM test e, por isto, este teste não é apresentado nestes casos.

GARCH (1,1)

$$\text{GARCH} = C(1) + C(2)*\text{RESID}(-1)^2 + C(3)*\text{GARCH}(-1)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.07E-05	2.08E-06	5.134532	0.0000
RESID(-1)^2	0.070995	0.008740	8.123306	0.0000
GARCH(-1)	0.899785	0.012027	74.81384	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.140743
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.133881
Log likelihood	6572.870	Hannan-Quinn criter.		-5.138255
Durbin-Watson stat	1.976107			

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	3.085017	Prob. F(1,2553)	0.0791
Obs*R-squared	3.083708	Prob. Chi-Square(1)	0.0791

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/12/10 Time: 01:33

Sample (adjusted): 1/05/2000 5/05/2010

Included observations: 2555 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.032113	0.038974	26.48233	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.034737	0.019777	-1.756422	0.0791
R-squared	0.001207	Mean dependent var		0.997429
Adjusted R-squared	0.000816	S.D. dependent var		1.699114
S.E. of regression	1.698421	Akaike info criterion		3.898057
Sum squared resid	7364.467	Schwarz criterion		3.902633
Log likelihood	-4977.768	Hannan-Quinn criter.		3.899717
F-statistic	3.085017	Durbin-Watson stat		1.996988
Prob(F-statistic)	0.079136			

GARCH (1,2)

$$\text{GARCH} = C(1) + C(2)*\text{RESID}(-1)^2 + C(3)*\text{GARCH}(-1) + C(4)*\text{GARCH}(-2)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	8.07E-06	1.86E-06	4.335379	0.0000
RESID(-1)^2	0.049983	0.010984	4.550465	0.0000
GARCH(-1)	1.310794	0.163852	7.999847	0.0000
GARCH(-2)	-0.382757	0.150977	-2.535199	0.0112
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.141622
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.132473
Log likelihood	6574.993	Hannan-Quinn criter.		-5.138304
Durbin-Watson stat	1.976107			

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.930463	Prob. F(1,2553)	0.3348
Obs*R-squared	0.930852	Prob. Chi-Square(1)	0.3346

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/12/10 Time: 01:35

Sample (adjusted): 1/05/2000 5/05/2010

Included observations: 2555 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.017052	0.039192	25.95018	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.019085	0.019786	-0.964605	0.3348
R-squared	0.000364	Mean dependent var		0.997986
Adjusted R-squared	-0.000027	S.D. dependent var		1.710645
S.E. of regression	1.710669	Akaike info criterion		3.912428
Sum squared resid	7471.066	Schwarz criterion		3.917004
Log likelihood	-4996.127	Hannan-Quinn criter.		3.914088
F-statistic	0.930463	Durbin-Watson stat		1.998132
Prob(F-statistic)	0.334834			

GARCH (2,1)

$$\text{GARCH} = C(1) + C(2)*\text{RESID}(-1)^2 + C(3)*\text{RESID}(-2)^2 + C(4)*\text{GARCH}(-1)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.54E-05	2.97E-06	5.180009	0.0000
RESID(-1)^2	0.017828	0.015205	1.172488	0.2410
RESID(-2)^2	0.073321	0.019788	3.705283	0.0002
GARCH(-1)	0.866882	0.016726	51.82780	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.143531
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.134382
Log likelihood	6577.432	Hannan-Quinn criter.		-5.140213
Durbin-Watson stat	1.976107			

GARCH (2,2)

$$\text{GARCH} = C(1) + C(2)*\text{RESID}(-1)^2 + C(3)*\text{RESID}(-2)^2 + C(4)*\text{GARCH}(-1) + C(5)*\text{GARCH}(-2)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.63E-05	4.13E-06	3.946553	0.0001
RESID(-1)^2	0.017364	0.016008	1.084770	0.2780
RESID(-2)^2	0.079910	0.029817	2.679998	0.0074
GARCH(-1)	0.774008	0.291011	2.659721	0.0078
GARCH(-2)	0.084231	0.264285	0.318713	0.7499
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.142805
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.131369
Log likelihood	6577.505	Hannan-Quinn criter.		-5.138658
Durbin-Watson stat	1.976107			

EGARCH (1,1)

$$\text{LOG}(\text{GARCH}) = C(1) + C(2)*\text{ABS}(\text{RESID}(-1)/\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + C(3)*\text{RESID}(-1)/\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + C(4)*\text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.378381	0.048745	-7.762478	0.0000
C(2)	0.118950	0.016820	7.071795	0.0000
C(3)	-0.098488	0.010389	-9.480385	0.0000
C(4)	0.964053	0.005147	187.2928	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.165546
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.156397
Log likelihood	6605.568	Hannan-Quinn criter.		-5.162228
Durbin-Watson stat	1.976107			

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	9.366767	Prob. F(1,2553)	0.0022
Obs*R-squared	9.339837	Prob. Chi-Square(1)	0.0022

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/12/10 Time: 01:48

Sample (adjusted): 1/05/2000 5/05/2010

Included observations: 2555 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.058548	0.037704	28.07526	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.060452	0.019752	-3.060517	0.0022
R-squared	0.003656	Mean dependent var		0.998144
Adjusted R-squared	0.003265	S.D. dependent var		1.626511
S.E. of regression	1.623853	Akaike info criterion		3.808263
Sum squared resid	6732.004	Schwarz criterion		3.812839
Log likelihood	-4863.056	Hannan-Quinn criter.		3.809923
F-statistic	9.366767	Durbin-Watson stat		1.997089
Prob(F-statistic)	0.002233			

EGARCH (1,2)

LOG(GARCH) = C(1) + C(2)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(3)

*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(4)*LOG(GARCH(-1)) + C(5)

*LOG(GARCH(-2))

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.364562	0.075882	-4.804312	0.0000
C(2)	0.114758	0.026832	4.276942	0.0000
C(3)	-0.093534	0.018524	-5.049353	0.0000
C(4)	1.019553	0.203242	5.016452	0.0000
C(5)	-0.054168	0.197789	-0.273868	0.7842
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.164803
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.153367
Log likelihood	6605.618	Hannan-Quinn criter.		-5.160656
Durbin-Watson stat	1.976107			

EGARCH (2,1)

$$\begin{aligned} \text{LOG}(\text{GARCH}) = & C(1) + C(2)*\text{ABS}(\text{RESID}(-1)/\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + C(3) \\ & * \text{ABS}(\text{RESID}(-2)/\text{SQRT}(\text{GARCH}(-2))) + C(4)*\text{RESID}(-1) \\ & / \text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + C(5)*\text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) \end{aligned}$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.509678	0.059663	-8.542587	0.0000
C(2)	-0.078490	0.039659	-1.979109	0.0478
C(3)	0.224919	0.040199	5.595075	0.0000
C(4)	-0.120124	0.011612	-10.34475	0.0000
C(5)	0.950332	0.006457	147.1889	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.174507
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.163071
Log likelihood	6618.021	Hannan-Quinn criter.		-5.170360
Durbin-Watson stat	1.976107			

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.072400	Prob. F(1,2553)	0.7879
Obs*R-squared	0.072455	Prob. Chi-Square(1)	0.7878

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/12/10 Time: 02:20

Sample (adjusted): 1/05/2000 5/05/2010

Included observations: 2555 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.993516	0.037801	26.28279	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	0.005324	0.019788	0.269072	0.7879
R-squared	0.000028	Mean dependent var		0.998840
Adjusted R-squared	-0.000363	S.D. dependent var		1.627768
S.E. of regression	1.628064	Akaike info criterion		3.813442
Sum squared resid	6766.961	Schwarz criterion		3.818018
Log likelihood	-4869.673	Hannan-Quinn criter.		3.815102
F-statistic	0.072400	Durbin-Watson stat		1.999527
Prob(F-statistic)	0.787896			

EGARCH (2,2)

$$\begin{aligned} \text{LOG}(\text{GARCH}) &= \text{C}(1) + \text{C}(2)*\text{ABS}(\text{RESID}(-1)/\text{@SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + \text{C}(3) \\ & * \text{ABS}(\text{RESID}(-2)/\text{@SQRT}(\text{GARCH}(-2))) + \text{C}(4)*\text{RESID}(-1)/ \\ & \text{@SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(5)*\text{LOG}(\text{GARCH}(-1)) + \text{C}(6)*\text{LOG}(\text{GARCH}(-2)) \end{aligned}$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.572356	0.081722	-7.003718	0.0000
C(2)	-0.081590	0.040808	-1.999353	0.0456
C(3)	0.249208	0.045533	5.473108	0.0000
C(4)	-0.140222	0.017012	-8.242781	0.0000
C(5)	0.746402	0.143123	5.215092	0.0000
C(6)	0.198127	0.138656	1.428910	0.1530
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.174953
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.161230
Log likelihood	6619.590	Hannan-Quinn criter.		-5.169976
Durbin-Watson stat	1.976107			

GARCH (1,1) t-student

$$\text{GARCH} = \text{C}(1) + \text{C}(2)*\text{RESID}(-1)^2 + \text{C}(3)*\text{GARCH}(-1)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	8.53E-06	2.46E-06	3.465097	0.0005
RESID(-1)^2	0.067739	0.010814	6.264223	0.0000
GARCH(-1)	0.909161	0.014327	63.45854	0.0000
T-DIST. DOF	11.95582	2.256329	5.298794	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.153863
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.144715
Log likelihood	6590.638	Hannan-Quinn criter.		-5.150546
Durbin-Watson stat	1.976107			

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	2.441093	Prob. F(1,2553)	0.1183
Obs*R-squared	2.440672	Prob. Chi-Square(1)	0.1182

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/12/10 Time: 02:23

Sample (adjusted): 1/05/2000 5/05/2010

Included observations: 2555 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.029703	0.039216	26.25732	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.030904	0.019780	-1.562400	0.1183
R-squared	0.000955	Mean dependent var		0.998804
Adjusted R-squared	0.000564	S.D. dependent var		1.712212
S.E. of regression	1.711729	Akaike info criterion		3.913668
Sum squared resid	7480.333	Schwarz criterion		3.918244
Log likelihood	-4997.711	Hannan-Quinn criter.		3.915327
F-statistic	2.441093	Durbin-Watson stat		1.997050
Prob(F-statistic)	0.118318			

GARCH (1,2) t-student

$$\text{GARCH} = C(1) + C(2)*\text{RESID}(-1)^2 + C(3)*\text{GARCH}(-1) + C(4)*\text{GARCH}(-2)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	6.12E-06	2.40E-06	2.552100	0.0107
RESID(-1)^2	0.045040	0.015885	2.835409	0.0046
GARCH(-1)	1.376356	0.230342	5.975266	0.0000
GARCH(-2)	-0.437771	0.210835	-2.076371	0.0379
T-DIST. DOF	11.96523	2.239220	5.343481	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.155133
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.143697
Log likelihood	6593.260	Hannan-Quinn criter.		-5.150986
Durbin-Watson stat	1.976107			

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.444830	Prob. F(1,2553)	0.5049
Obs*R-squared	0.445101	Prob. Chi-Square(1)	0.5047

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/12/10 Time: 02:23

Sample (adjusted): 1/05/2000 5/05/2010

Included observations: 2555 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.013293	0.039531	25.63258	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.013197	0.019788	-0.666956	0.5049
R-squared	0.000174	Mean dependent var		1.000081
Adjusted R-squared	-0.000217	S.D. dependent var		1.729026
S.E. of regression	1.729214	Akaike info criterion		3.933994
Sum squared resid	7633.935	Schwarz criterion		3.938570
Log likelihood	-5023.677	Hannan-Quinn criter.		3.935653
F-statistic	0.444830	Durbin-Watson stat		1.998446
Prob(F-statistic)	0.504860			

GARCH (2,1) t-Student

$$\text{GARCH} = C(1) + C(2)*\text{RESID}(-1)^2 + C(3)*\text{RESID}(-2)^2 + C(4)*\text{GARCH}(-1)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.28E-05	3.44E-06	3.716266	0.0002
RESID(-1)^2	0.009215	0.019943	0.462089	0.6440
RESID(-2)^2	0.081743	0.024886	3.284684	0.0010
GARCH(-1)	0.874866	0.019734	44.33386	0.0000
T-DIST. DOF	11.98999	2.200294	5.449266	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.157315
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.145878
Log likelihood	6596.048	Hannan-Quinn criter.		-5.153168
Durbin-Watson stat	1.976107			

GARCH (2,2) t-student

$$\text{GARCH} = C(1) + C(2)*\text{RESID}(-1)^2 + C(3)*\text{RESID}(-2)^2 + C(4)*\text{GARCH}(-1) + C(5)*\text{GARCH}(-2)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.26E-05	4.75E-06	2.657100	0.0079
RESID(-1)^2	0.009216	0.019970	0.461478	0.6445
RESID(-2)^2	0.080391	0.035737	2.249540	0.0245
GARCH(-1)	0.896134	0.355425	2.521305	0.0117
GARCH(-2)	-0.019470	0.321080	-0.060640	0.9516
T-DIST. DOF	11.98103	2.219990	5.396888	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.156535
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.142812
Log likelihood	6596.052	Hannan-Quinn criter.		-5.151558
Durbin-Watson stat	1.976107			

EGARCH (1,1) t-student

$$\text{LOG}(\text{GARCH}) = C(1) + C(2)*\text{ABS}(\text{RESID}(-1)/\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1))) + C(3)*\text{RESID}(-1)/\text{SQRT}(\text{GARCH}(-1)) + C(4)*\text{LOG}(\text{GARCH}(-1))$$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.357314	0.055929	-6.388710	0.0000
C(2)	0.118932	0.020032	5.936954	0.0000
C(3)	-0.096812	0.013095	-7.392959	0.0000
C(4)	0.966699	0.006015	160.7272	0.0000
T-DIST. DOF	14.98583	3.415930	4.387043	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.173551
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.162114
Log likelihood	6616.798	Hannan-Quinn criter.		-5.169403
Durbin-Watson stat	1.976107			

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	9.113755	Prob. F(1,2553)	0.0026
Obs*R-squared	9.088451	Prob. Chi-Square(1)	0.0026

Test Equation:

Dependent Variable: WGT_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 11/12/10 Time: 02:25

Sample (adjusted): 1/05/2000 5/05/2010

Included observations: 2555 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.058993	0.037811	28.00737	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	-0.059633	0.019753	-3.018900	0.0026
R-squared	0.003557	Mean dependent var		0.999336
Adjusted R-squared	0.003167	S.D. dependent var		1.632041
S.E. of regression	1.629455	Akaike info criterion		3.815151
Sum squared resid	6778.529	Schwarz criterion		3.819727
Log likelihood	-4871.855	Hannan-Quinn criter.		3.816810
F-statistic	9.113755	Durbin-Watson stat		1.997147
Prob(F-statistic)	0.002562			

EGARCH (1,2) t-student

LOG(GARCH) = C(1) + C(2)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(3)

*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(4)*LOG(GARCH(-1)) + C(5)

*LOG(GARCH(-2))

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.338239	0.089811	-3.766118	0.0002
C(2)	0.113005	0.033106	3.413449	0.0006
C(3)	-0.089578	0.023935	-3.742604	0.0002
C(4)	1.047351	0.252689	4.144816	0.0000
C(5)	-0.078825	0.246167	-0.320210	0.7488
T-DIST. DOF	14.96030	3.408146	4.389571	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.172839
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.159116
Log likelihood	6616.889	Hannan-Quinn criter.		-5.167863
Durbin-Watson stat	1.976107			

EGARCH (2,1) t-student

LOG(GARCH) = C(1) + C(2)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(3)
 *ABS(RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2))) + C(4)*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))
 + C(5)*LOG(GARCH(-1))

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.494665	0.069217	-7.146557	0.0000
C(2)	-0.091539	0.047804	-1.914893	0.0555
C(3)	0.241458	0.049285	4.899170	0.0000
C(4)	-0.118529	0.014338	-8.266778	0.0000
C(5)	0.952567	0.007612	125.1358	0.0000
T-DIST. DOF	15.23922	3.477536	4.382188	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.182430
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.168707
Log likelihood	6629.146	Hannan-Quinn criter.		-5.177454
Durbin-Watson stat	1.976107			

EGARCH (2,2) t-student

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-0.544012	0.092498	-5.881341	0.0000
C(2)	-0.092975	0.048535	-1.915632	0.0554
C(3)	0.260733	0.053511	4.872523	0.0000
C(4)	-0.135964	0.021079	-6.450348	0.0000
C(5)	0.776784	0.167962	4.624746	0.0000
C(6)	0.171325	0.162990	1.051138	0.2932
T-DIST. DOF	15.58387	3.629623	4.293525	0.0000
R-squared	-0.000681	Mean dependent var		0.000526
Adjusted R-squared	-0.000289	S.D. dependent var		0.020159
S.E. of regression	0.020162	Akaike info criterion		-5.182452
Sum squared resid	1.039023	Schwarz criterion		-5.166441
Log likelihood	6630.173	Hannan-Quinn criter.		-5.176646
Durbin-Watson stat	1.976107			