

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Leandro Carvalho D'Ávila Dias

**ESTUDO DO EFEITO DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS E
COGUMELO MEDIANTE A UTILIZAÇÃO DE NORMAS
TÉCNICAS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

Porto Alegre
junho de 2009

LEANDRO CARVALHO D'ÁVILA DIAS

**ESTUDO DO EFEITO DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS E
COGUMELO MEDIANTE A UTILIZAÇÃO DE NORMAS
TÉCNICAS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil

Orientador: Roberto Domingo Rios

Porto Alegre
junho de 2009

LEANDRO CARVALHO D'ÁVILA DIAS

**ESTUDO DO EFEITO DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS E
COGUMELO MEDIANTE A UTILIZAÇÃO DE NORMAS
TÉCNICAS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, julho de 2009 (data da entrega da versão final pós-defesa)

Prof. Roberto Domingo Rios
Dr. pela UFRGS
Orientador

Prof.^a Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Virgínia Maria Rosito d'Avila (UFRGS)
Dr.^a pela UFRGS

Prof. Rubem Clecio Schwingel (UFRGS)
Msc. pela UFRGS

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela UFRGS

RESUMO

DIAS, L. C. D. **Estudo do Efeito de Punção em Lajes Lisas e Cogumelo mediante a utilização de Normas Técnicas e Resultados Experimentais**. 2009. 58 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande Sul, Porto Alegre.

O presente estudo objetiva a proposição de um modelo de dimensionamento e verificação de armaduras para resistirem ao efeito de punção, através da análise de diferentes normas, nacional e internacionais, da aquisição e interpretação de resultados experimentais obtidos por outros pesquisadores. Primeiramente, foram estudadas duas dissertações de mestrado, de Trautwein (2001) e de Coelho (1999), onde foram realizados um ensaio para cada uma das nove lajes, nos dois trabalhos. Foram estudadas também cinco normas, a NBR 6118/03, o ACI-318/95, o CEB-FIP MC90, o EC 2/92 e o BS 8110/85. A partir de dados coletados dos trabalhos dos pesquisadores, foi calculado o valor da carga resistente de projeto para cada laje. Analisando os valores obtidos nos cálculos, notou-se que o modelo do CEB-FIP é o mais preciso em relação à resistência ao efeito de punção em lajes lisas e cogumelo, maciças ou nervuradas, em concreto armado, para pilares internos com carregamento simétrico. Percebeu-se que a contribuição do concreto e da armadura de flexão, em relação aos valores das cargas de ruptura, atingiu valores de 67 a 96%. O modelo do CEB-FIP MC90 otimiza o cálculo da taxa de armadura de flexão e da área de influência do efeito de punção, dois fatores decisivos na precisão dos valores das cargas de projeto das lajes.

Palavras-chave: punção; laje lisa; laje cogumelo.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: desenho de pesquisa	14
Figura 2: perímetro crítico de acordo com o ACI – 318/95	18
Figura 3: perímetros apropriados para uma distribuição radial e em dupla cruz de acordo com o ACI – 318/95	20
Figura 4: perímetro crítico de acordo com o CEB-FIP MC90	21
Figura 5: perímetro crítico $u_{n,ef}$ – CEB-FIP MC90	25
Figura 6: perímetro crítico de acordo com o EC 2/92	26
Figura 7: perímetro crítico em pilares internos	32
Figura 8: perímetro crítico em pilares de borda	35
Figura 9: perímetro crítico em pilares de canto	36
Figura 10: perímetro crítico C''	38
Figura 11: vista em corte	39
Figura 12: vista em planta	40
Figura 13: esquema de distribuição das lajes 1, 4 e 9	41
Figura 14: esquema de distribuição das demais lajes	41
Figura 15: vista em corte	43
Figura 16: vista em planta	43
Figura 17: esquema de distribuição das lajes 3, 4 e 5	44
Figura 18: esquema de distribuição das demais lajes	45

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: valores de τ_{rd} – Eurocode 2	27
Quadro 2: valores de K	33
Quadro 3: características das lajes ensaiadas por Trautwein	42
Quadro 4: características das lajes ensaiadas por Coelho	45
Quadro 5: cálculo da verificação da diagonal comprimida	46
Quadro 6: cálculo pelo ACI – 318/95 do experimento de Trautwein	47
Quadro 7: cálculo pelo CEB-FIP MC90 do experimento de Trautwein	47
Quadro 8: cálculo pelo EC 2/92 do experimento de Trautwein	48
Quadro 9: cálculo pelo BS 8110/85 do experimento de Trautwein	48
Quadro 10: cálculo pela NBR 6118/03 do experimento de Trautwein	49
Quadro 11: cálculo pelo ACI – 318/95 do experimento de Coelho	49
Quadro 12: cálculo pelo CEB-FIP MC90 do experimento de Coelho	50
Quadro 13: cálculo pelo EC 2/92 do experimento de Coelho	50
Quadro 14: cálculo pelo BS 8110/85 do experimento de Coelho	51
Quadro 15: cálculo pela NBR 6118/03 do experimento de Coelho	51
Quadro 16: resultados dos cálculos e cargas dos ensaios de Trautwein	52
Quadro 17: diferenças entre os valores calculados e os experimentais de Trautwein	53
Quadro 18: resultados dos cálculos e cargas dos ensaios de Coelho	54
Quadro 19: diferenças entre os valores calculados e os experimentais de Coelho	55

LISTA DE SIGLAS

ACI: *American Building Code Requirements for Reinforced Concrete*

CEB: *Comité Euro-International du Beton*

EC: *Eurocode*

BS : *British Standards Institution*

NBR: Norma Brasileira

LISTA DE SÍMBOLOS

d : altura útil da laje

β_c : razão entre o comprimento do maior lado sobre o menor lado do pilar

f_c' : resistência à compressão do concreto

u_o : perímetro de controle do contorno C

C: lado do pilar ou área carregada

A_{sw} : área de armadura de cisalhamento em uma camada ao redor da coluna

s_r : espaçamento radial entre as camadas da armadura de cisalhamento

f_y : tensão específica de escoamento do aço

τ_{sd} : tensão de cisalhamento solicitante de cálculo

P_{sd} : carga concentrada de cálculo aplicada no perímetro de controle

τ_{rd} : tensão de cisalhamento resistente de cálculo

ρ : taxa de armadura de flexão

ρ_x e ρ_y : taxas nas duas direções ortogonais

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto

f_{cd2} : resistência à compressão de projeto para um concreto fissurado

f_{cd} : resistência à compressão de projeto do concreto

γ_c : coeficiente de ponderação do concreto

$P_{sd,ef}$: carga concentrada efetiva de cálculo aplicada no perímetro de controle

α : ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje

f_{ywd} : resistência da armadura de cisalhamento

ξ : coeficiente dado em função da altura da laje

$u_{n,ef}$: perímetro de controle traçado a uma distância $2,0d$ após a última camada da armadura de cisalhamento

β : coeficiente que leva em conta os efeitos da excentricidade da carga

u : perímetro de controle no contorno C'

k : coeficiente dado por $|1,6-d| \geq 1$

τ_{rd1} : tensão de cisalhamento resistente de cálculo limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante

f_{yd} : resistência de projeto da armadura

$s_{m\acute{a}x}$: espaçamento radial máximo

f_{cu} : resistência à compressão do concreto obtido através de corpos de prova cúbicos

f_{yv} : tensão de escoamento da armadura de cisalhamento

u_d : área da superfície crítica

d_x e d_y : alturas úteis nas duas direções ortogonais

u^* : perímetro crítico reduzido para pilares de borda ou de canto

C: contorno da área de aplicação de carga

C': contorno crítico, externo e distante $2,0d$ do contorno C, no plano da laje

K: coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar

M_{sd}^* : momento fletor de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar

M_{sd1} : momento fletor de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano perpendicular à borda livre

M_{sd2} : momento fletor de cálculo transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano paralelo à borda livre

W_p : parâmetro referente ao perímetro crítico u , definido como módulo de resistência plástica do perímetro crítico

α_q : coeficiente que depende do tipo e da natureza do carregamento

τ_{rd2} : tensão de cisalhamento resistente limite de cálculo para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje-pilar

$\tau_{sd,ef}$: tensão de cisalhamento de cálculo efetiva

W_{p1} : módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u

W_{p2} : módulo de resistência plástica paralela à borda livre, calculado para o perímetro u

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 MÉTODO DE PESQUISA	12
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	12
2.2 OBJETIVOS	12
2.2.1 Objetivo principal	12
2.2.2 Objetivos secundários	12
2.3 PRESSUPOSTOS	13
2.3 LIMITAÇÕES	13
2.4 DELIMITAÇÕES	13
2.5 DELINEAMENTO	13
2.5.1 Pesquisa bibliográfica	14
2.5.2 Análise inicial	14
2.5.3 Cálculo a partir dos modelos	15
2.5.4 Análise dos resultados obtidos pelos cálculo	15
2.5.5 Proposição do modelo final	15
2.5.6 Considerações finais e conclusões	15
3 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO	16
3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS CRITÉRIOS	16
3.2 CRITÉRIOS DO ACI – 318/95	17
3.2.1 Para laje sem armadura de cisalhamento	18
3.2.2 Para laje com armadura de cisalhamento	19
3.3 CRITÉRIOS DO CEB-FIP MC90	21
3.3.1 Zona adjacente à área carregada	23
3.3.2 Zona com armadura de cisalhamento	24
3.3.3 Zona externa à região de armadura de cisalhamento	25
3.4 CRITÉRIOS DO EC 2/92	26
3.4.1 Lajes sem armadura de cisalhamento	26
3.4.2 Lajes com armadura de cisalhamento	27
3.5 CRITÉRIOS DO BS 8110/85	28
3.6 CRITÉRIOS DA NBR 6118/03	30
3.6.1 Pilar interno com carregamento simétrico	31
3.6.2 Pilar interno com efeito de momento	32
3.6.3 Pilares de borda	34

3.6.4 Pilares de canto	36
3.6.5 Verificação da tensão resistente no contorno C	36
3.6.6 Verificação da tensão resistente no contorno C' sem armadura	37
3.6.7 Verificação da tensão resistente no contorno C' com armadura	37
3.6.8 Definição da superfície crítica C''	38
4 CARACTERIZAÇÃO DOS EXPERIMENTOS	39
4.1 EXPERIMENTO DE TRAUTWEIN	39
4.2 EXPERIMENTO DE COELHO	42
5 CÁLCULO DOS EXPERIMENTOS	46
5.1 CÁLCULO DO EXPERIMENTO DE TRAUTWEIN	46
5.1.1 Trautwein pelos critérios do ACI – 318/95	46
5.1.2 Trautwein pelos critérios do CEB-FIP MC90	47
5.1.3 Trautwein pelos critérios do EC 2/92	47
5.1.4 Trautwein pelos critérios do BS 8110/85	48
5.1.5 Trautwein pelos critérios da NBR 6118/03	48
5.2 CÁLCULO DO EXPERIMENTO DE COELHO	49
5.2.1 Coelho pelos critérios do ACI – 318/95	49
5.2.2 Coelho pelos critérios do CEB-FIP MC90	50
5.2.3 Coelho pelos critérios do EC 2/92	50
5.2.4 Coelho pelos critérios do BS 8110/85	51
5.2.5 Coelho pelos critérios da NBR 6118/03	51
6 ANÁLISE DOS RESULTADOS	52
6.1 ANÁLISE DOS MODELOS	52
6.2 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO	55
6.3 ANÁLISE DA ÁREA DE INFLUÊNCIA	55
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
REFERÊNCIAS	58

1 INTRODUÇÃO

O estudo do efeito de punção em lajes lisas e cogumelo justifica-se pelo aumento de edificações, principalmente comerciais, que estão utilizando esse sistema estrutural associado a outros sistemas, tais como, lajes nervuradas, lajes com vigas nas bordas e lajes em conjunto com elementos pré-moldados. Segundo Trautwein (2001, p. 1), esse sistema apresenta uma série de vantagens em relação ao tradicional (laje-viga-pilar), que se traduz, principalmente na diminuição do tempo de execução. Entre as possíveis vantagens deste tipo de estrutura destacam-se:

- a) simplificação na execução das formas e menor desperdício;
- b) detalhamento das armaduras de uma forma mais simples, possibilitando o uso de telas soldadas para compor a armadura de flexão;
- c) maior facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto, reduzindo a possibilidade de aparecer falhas, devido à dificuldade de acesso do vibrador, comum no sistema tradicional;
- d) diminuição dos revestimentos;
- e) redução da altura total do edifício;
- f) inexistência de vigas que propicia boas condições de adaptação da obra a diferentes finalidades durante a sua vida útil;
- g) área de exposição ao vento é menor (devido a menor altura do edifício), reduzindo os esforços laterais.

Uma desvantagem das lajes lisas e cogumelo, no entanto, é a possibilidade de uma ruptura por puncionamento, para uma carga menor do que seria a de flexão. Esta ruptura por punção ocorre repentinamente, com pequeno ou sem nenhum aviso prévio, com a estrutura sem apresentar praticamente ductibilidade, podendo levar a ruína toda a estrutura, por colapso progressivo (efeito dominó). Cargas excessivas aplicadas durante a concretagem, retirada precipitada do escoramento, mau posicionamento da armadura negativa ou da localização de aberturas na laje, utilização de materiais de baixa qualidade ou erro de projeto são algumas das causas que podem resultar numa ruptura por puncionamento e eventualmente levar a um

colapso generalizado da estrutura, por colapso progressivo (MELO, 1990 apud COELHO, 1999, p. 1).

Uma alternativa para se aumentar a resistência ao puncionamento é a utilização de uma armadura de cisalhamento eficiente. Vários tipos de elementos foram e vêm sendo utilizados com este intuito, como, por exemplo, os pinos com chapas de ancoragem soldadas nas extremidades, os *studs*, e elementos inclinados, como barras soldadas (COELHO, 1999, p. 1, grifo do autor).

O presente trabalho objetiva a proposição de um modelo mais preciso em relação ao dimensionamento e à verificação de armaduras de punção, bem como, apresentar uma análise de alguns modelos apresentados em normas, da influência na resistência ao puncionamento das taxas de armaduras de flexão e da área de influência do efeito de punção.

No capítulo 2, é descrito a metodologia utilizada neste trabalho. No capítulo 3, são descritos os modelos de cálculo da Norma brasileira e de outras 4 estrangeiras.

No capítulo 4, os experimentos dos dois autores pesquisados são caracterizados. No capítulo 5, são apresentados os cálculos realizados, pelos cinco modelos, a partir dos dados experimentais.

No capítulo 6, é feita uma análise dos resultados obtidos nos cálculos dos modelos, e no capítulo 7, são feitas as considerações do presente trabalho.

2 MÉTODO DE PESQUISA

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa do presente trabalho é: que modelo pode ser proposto para otimizar o cálculo do dimensionamento e da verificação de armaduras frente aos resultados do efeito de punção em experimentos?

2.2 OBJETIVOS

2.2.1 Objetivo principal

O objetivo principal deste trabalho é a proposição de um modelo de dimensionamento e verificação de armaduras para resistirem ao efeito de punção.

2.2.2 Objetivos secundários

Como objetivos secundários têm-se:

- a) análise das diferentes metodologias apresentadas em normas técnicas;
- b) análise da influência na resistência ao puncionamento da taxa de armadura longitudinal de flexão;
- c) análise da área de influência do efeito de punção.

2.3 PRESSUPOSTOS

Foram pressupostos do presente trabalho que os dados obtidos pelos autores pesquisados em seus respectivos experimentos são verdadeiros e que as normas técnicas que foram analisadas também contêm informações defensáveis.

2.4 DELIMITAÇÕES

O presente estudo é válido apenas ao funcionamento em lajes lisas e cogumelo, maciças ou nervuradas, em concreto armado, para pilares internos com carregamento simétrico.

2.3 LIMITAÇÕES

As deficiências do estudo são fundamentalmente as relativas ao número de normas que serão analisadas, algumas das quais não serão analisadas diretamente, à quantidade de experimentos pesquisados e a precisão da descrição dos modelos utilizados pelos pesquisadores.

2.5 DELINEAMENTO

Foram etapas do presente trabalho:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) análise inicial (experimentos e normas técnicas);
- c) cálculos a partir dos modelos;
- d) análise dos resultados obtidos pelos cálculos;
- e) proposição do modelo final;
- f) considerações finais e conclusões.

As etapas são detalhadas nos próximos itens e estão representadas na figura 1.

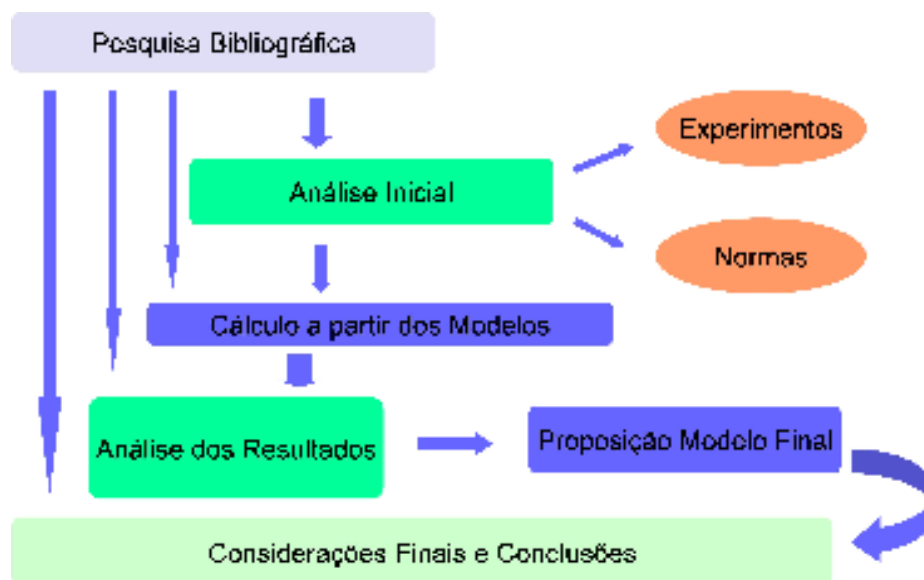


Figura 1: desenho de pesquisa

2.5.1 Pesquisa bibliográfica

A pesquisa bibliográfica deu-se ao longo de toda a realização do trabalho de diplomação com a função de ampliar os conhecimentos sobre o assunto, auxiliando na solução do problema de pesquisa e permitindo explorar uma série de modelos utilizados por pesquisadores e possibilitando uma análise acurada dos resultados.

2.5.2 Análise Inicial

A análise inicial se dividiu em:

- a) análise dos resultados experimentais pesquisados;
- b) análise dos diferentes modelos de cálculo, tanto da norma brasileira como das estrangeiras.

2.5.3 Cálculos a partir dos modelos

Foram realizados os cálculos dos resultados experimentais pesquisados a partir dos modelos estrangeiros e do brasileiro.

2.5.4 Análise dos resultados obtidos pelos cálculos

Os cálculos dos modelos foram analisados com o intuito de se verificar qual(is) parte(s) de cada modelo, ou até mesmo qual modelo, é mais preciso em relação aos resultados experimentais pesquisados.

2.5.5 Proposição do modelo final

Após feita a análise dos modelos de cálculo foi proposto um modelo final que deveria ser ou o modelo mais preciso em relação aos resultados experimentais ou a junção de partes dos modelos propostos em um único modelo.

2.5.6 Considerações finais e conclusões

Definição de considerações sobre a análise final dos resultados obtidos com a pesquisa e das conclusões sobre as modelos estudados.

3 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO

De um modo geral, tem-se como punção o nome que se dá ao efeito ocorrido nas seções em torno dos pilares, em lajes sem vigamento, ocasionado devido à grande concentração de tensões, decorrentes de cargas concentradas ou de reações de apoio (TRAUTWEIN, 2001, p. 2).

O uso de lajes cogumelo surgiu nos Estados Unidos, em 1905, por iniciativa de Turner. Seu método causou grande polêmica, devido à grande variação de taxas de armaduras obtidas em relação às de outros processos. Mas seus edifícios foram submetidos a provas de carga e apresentaram desempenho satisfatório. Esta técnica desenvolvida por Turner, só se difundiu pelo mundo após a construção de edifícios em Moscou, em 1908, e em Zurique, em 1910 (TAKEYA, 1981 apud TRAUTWEIN, 2001).

Talbot, em 1913, iniciou os estudos de punção, com ensaios de 197 sapatas sem armadura de cisalhamento, observando a ruína por punção em vinte delas. Desde então, muitas pesquisas sobre puncionamento têm sido realizadas, surgindo várias expressões empíricas em termos de tensão última de cisalhamento e um perímetro de controle estabelecido (TAKEYA, 1981 apud TRAUTWEIN, 2001).

Graff e Wheller, em 1936, iniciaram o uso de armadura de cisalhamento para prevenir a ruptura à punção. A primeira teoria racional sobre puncionamento foi publicada em 1960 por Kinnunen e Nylander, baseado em ensaios de lajes circulares sem armadura de cisalhamento (KINNUNEN; NYLANDER, 1960 apud TRAUTWEIN, 2001).

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS CRITÉRIOS

A carga de ruptura em lajes lisas e cogumelo pode ser prevista através do cálculo da tensão nominal de cisalhamento atuando em uma dada superfície de controle e comparando-se esta tensão com a resistência do concreto ao cisalhamento. A base das normas e modelos de cálculo é a superfície de controle (também chamada de superfície crítica). Basicamente a

diferença entre os modelos é a superfície que é considerada de controle por cada um (TRAUTWEIN, 2001).

A seguir serão apresentados, respectivamente, alguns critérios de dimensionamento desenvolvidos empiricamente apresentados em algumas normas:

- a) ACI - 318/95: *American Building Code Requirements for Reinforced Concrete* de 1995;
- b) CEB-FIP MC90: *Comité Euro-International du Beton – Model Code* de 1990;
- c) EC 2/92: *Eurocode 2: Design of Concrete Structures* de 1992;
- d) BS 8110/85: *British Standards Institution for the Design and Construction of Reinforced and Prestressed Concrete Structures* de 1985;
- e) NBR 6118/03: norma brasileira de Projeto de Estruturas de Concreto (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).

3.2 CRITÉRIOS DO ACI – 318/95

Segundo o *American Building Code Requirements for Reinforced Concrete* (ACI – 318/95) o perímetro crítico deve estar a uma distância da face do pilar de metade da altura útil da laje ($0,5d$) ou metade da face do pilar, como mostra a figura 2 (AMERICAN BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE, 1995 apud TRAUTWEIN, 2001).

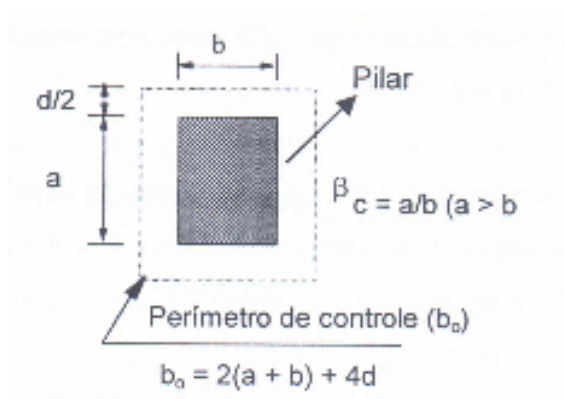


Figura 2: perímetro crítico de acordo com o ACI – 318/95 (AMERICAN BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE, 1995 apud TRAUTWEIN, 2001)

Esta Norma considera também que o cálculo da força cortante resistente dependerá da existência ou não de armadura de cisalhamento. A seguir serão detalhados os modelos para os dois casos de laje sob o efeito de punção.

3.2.1 Laje sem armadura de cisalhamento

Quando se está considerando uma laje sem armadura de cisalhamento, o valor da força cortante resistente (τ_{rd}) é dado pelo menor valor das três fórmulas a seguir (AMERICAN BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE, 1995 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$\tau_{rd} = \left(1 + \frac{2}{\beta c}\right) \cdot \frac{1}{6} \sqrt{f_c'} \cdot u_o \cdot d \quad (\text{fórmula 1})$$

$$\tau_{rd} = \left(2 + \frac{\alpha s d}{u_o}\right) \cdot \frac{1}{12} \sqrt{f_c'} \cdot u_o \cdot d \quad (\text{fórmula 2})$$

$$\tau_{rd} = \frac{1}{3} \sqrt{f_c'} \cdot u_o \cdot d \quad (\text{fórmula 3})$$

Onde:

βc = razão entre o comprimento do maior lado sobre o menor lado do pilar;

αs = 4,0 para pilar interno;

f_c' = resistência à compressão do concreto (MPa);

d = altura útil da laje (mm);

u_o = perímetro de controle (mm), $u_o = 4(c+d)$;

Onde:

c = lado do pilar ou área carregada.

3.2.2 Laje com armadura de cisalhamento

Para lajes com armadura de cisalhamento, a contribuição do concreto e da armadura de cisalhamento são dadas respectivamente pelas fórmulas 4 e 5 (AMERICAN BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE, 1995 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$\tau_{rd} = \frac{1}{6} \sqrt{f_c'} \cdot u_o \cdot d \quad (\text{fórmula 4})$$

$$\tau_{rd} = \frac{A_{sw} \cdot f_y \cdot d}{s_r} \quad (\text{fórmula 5})$$

Onde:

A_{sw} = área da armadura de cisalhamento (mm^2);

s_r = espaçamento radial da armadura de cisalhamento (mm);

f_y = tensão específica de escoamento do aço ≤ 420 (MPa).

O espaçamento radial dos elementos da armadura de cisalhamento não deve ser maior que $0,5d$. A figura 3 mostra o cálculo para o perímetro distante $0,5d$ da última camada da armadura de cisalhamento (AMERICAN BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE, 1995 apud TRAUTWEIN, 2001).

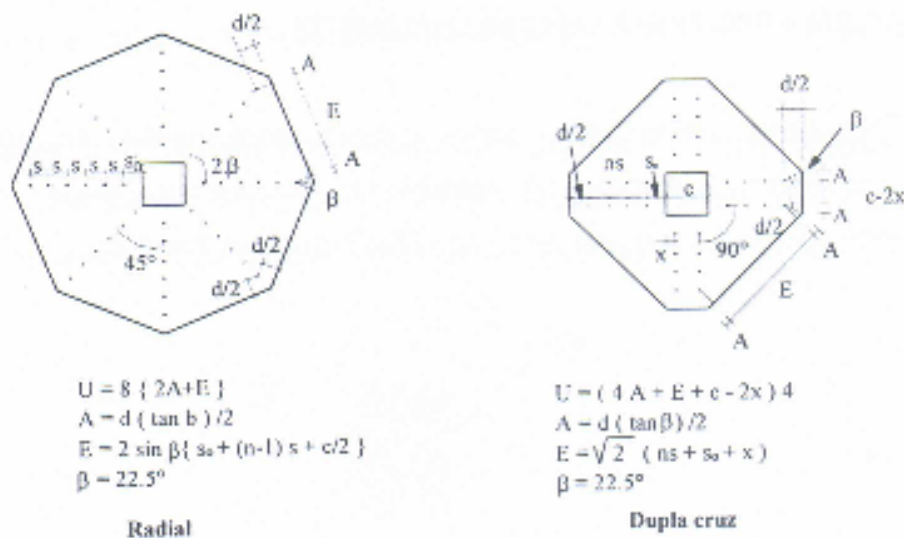


Figura 3: perímetros apropriados para uma distribuição radial e em dupla cruz de acordo com o ACI – 318/95
(AMERICAN BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE, 1995 apud TRAUTWEIN, 2001)

A soma das contribuições do concreto e da armadura de cisalhamento não devem exceder os valores obtidos a partir das fórmulas 6 e 7, respectivamente, o valor da força cortante resistente (\mathcal{T}_{rd}) na região adjacente ao pilar e a região externa à área armada (AMERICAN BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE, 1995 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$\frac{1}{2} \sqrt{f_c'} u_o d \quad (\text{fórmula 6})$$

$$\frac{1}{3} \sqrt{f_c'} u_o d \quad (\text{fórmula 7})$$

Onde:

f_c' = resistência à compressão do concreto (MPa);

d = altura útil da laje (mm);

u_o = perímetro de controle (mm), $u_o = 4(c+c')$;

3.3 CRITÉRIOS DO CEB-FIP MC90

Segundo o *Comité Euro-International du Béton – Model Code 1990* (CEB-FIP MC90) o perímetro crítico deve estar a uma distância $2d$ da face do pilar ou da área carregada, como mostra a figura 4 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001).

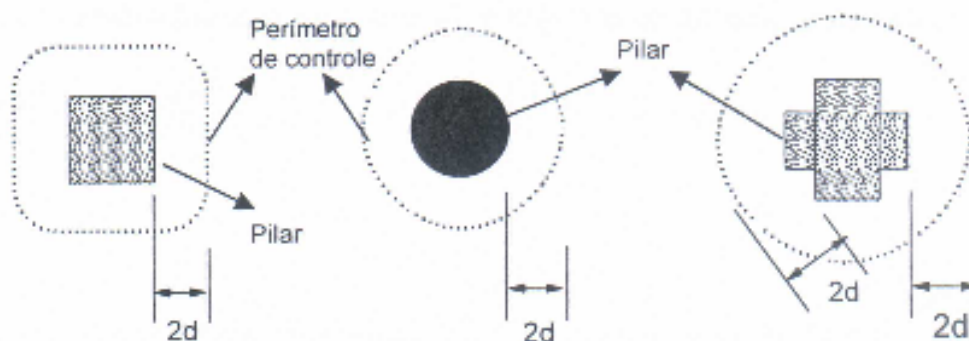


Figura 4: perímetro crítico de acordo com o CEB-FIP MC90 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001)

A tensão de cisalhamento atuante é determinada pela fórmula 8 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$\tau_{Sd} = \frac{P_{Sd}}{u d} \quad (\text{fórmula 8})$$

Onde:

τ_{sd} = tensão de cisalhamento;

u = perímetro de controle (mm);

d = altura útil da laje (mm);

P_{sd} = carga concentrada de cálculo aplicada no perímetro de controle.

Para lajes sem armadura de cisalhamento a tensão atuante (τ_{sd}) deve ser menor ou igual a tensão resistente (τ_{rd}), sendo τ_{rd} dado pela fórmula 9 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$\tau_{rd} = 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad (\text{fórmula 9})$$

Sendo que:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (\text{fórmula 10})$$

Onde:

ρ = taxa de armadura de flexão;

ρ_x e ρ_y = taxas nas duas direções ortogonais;

f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão (limitada em até 50 MPa);

E:

$$\xi = 1 + \sqrt{200/d} \quad (d \text{ em mm}) \quad (\text{fórmula 11})$$

Em cada direção (x e y), a taxa de armadura deve ser calculada para uma seção da laje com largura igual à dimensão do pilar ou área carregada (c), mais 3d para cada lado, como mostra

a fórmula 12, ou até atingir a borda se esta estiver situada a uma distância menor (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$\rho = \frac{A_{sw}}{(3d + c + 3d)d} \quad (\text{fórmula 12})$$

Para o caso de laje com armadura de cisalhamento, a punção deve ser verificada em três zonas: adjacente à área carregada, com armadura de cisalhamento e fora da armadura de cisalhamento (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001).

A Norma separa o cálculo da tensão de cisalhamento atuante em três zonas: a adjacente à área carregada, a com armadura de cisalhamento e a externa à armadura de cisalhamento. A seguir serão detalhados os modelos para as três zonas.

3.3.1 Zona adjacente à área carregada

Na zona adjacente à área carregada, a carga a ser considerada nos cálculos da tensão atuante de cisalhamento é limitada como mostra a fórmula 13 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$P_{sd, ef} \leq u_o \cdot d \cdot (0,5 \cdot f_{cd2}) \quad (\text{fórmula 13})$$

Onde:

u_o = comprimento do perímetro da área carregada ou do pilar;

f_{cd2} = resistência à compressão de projeto para um concreto fissurado que corresponde a:

$$f_{cd2} = 0,6 \left[1 - \left(\frac{f_{ck}}{250} \right) \right] \cdot f_{cd} \quad (\text{fórmula 14})$$

Onde:

f_{cd} = resistência à compressão de projeto igual a f_{ck}/γ_c (MPa);

$\gamma_c = 1,5$.

3.3.2 Zona com armadura de cisalhamento

Na zona com armadura de cisalhamento, a carga a ser considerada nos cálculos da tensão atuante de cisalhamento é limitada como mostram as fórmulas 15 e 16 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$P_{sd} \leq 0,09 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u \cdot d + 1,5 \left(\frac{d}{s_r} \right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha \quad (\text{fórmula 15})$$

$$1,5 \left(\frac{d}{s_r} \right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha \geq 0,03 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u \cdot d \quad (\text{fórmula 16})$$

Onde:

u = perímetro de controle situado a uma distância $2,0d$ a partir da face da coluna, $4(\pi d + c)$ para pilar retangular de lado c ;

A_{sw} = área de armadura de cisalhamento em uma camada ao redor da coluna (mm^2);

s_r = espaçamento radial entre as camadas da armadura de cisalhamento $\leq 0,75d$ (mm);

α = ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje;

f_{ywd} = resistência da armadura de cisalhamento ≤ 300 MPa.

3.3.3 Zona externa à região de armadura de cisalhamento

Na zona externa à região de armadura de cisalhamento, a carga a ser considerada nos cálculos da tensão atuante de cisalhamento é limitada como mostra a fórmula 17 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$P_{sd} \leq 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} u_{n,ef} \cdot d \quad (\text{fórmula 17})$$

Onde:

$u_{n,ef}$ = perímetro de controle traçado a uma distância $2,0d$ após a última camada da armadura de cisalhamento. Caso o espaçamento circunferencial da armadura de cisalhamento exceder $2,0d$, $u_{n,ef}$ é limitado conforme indica a figura 5.

O espaçamento radial (s_r) da armadura de cisalhamento não deve exceder $0,75d$.

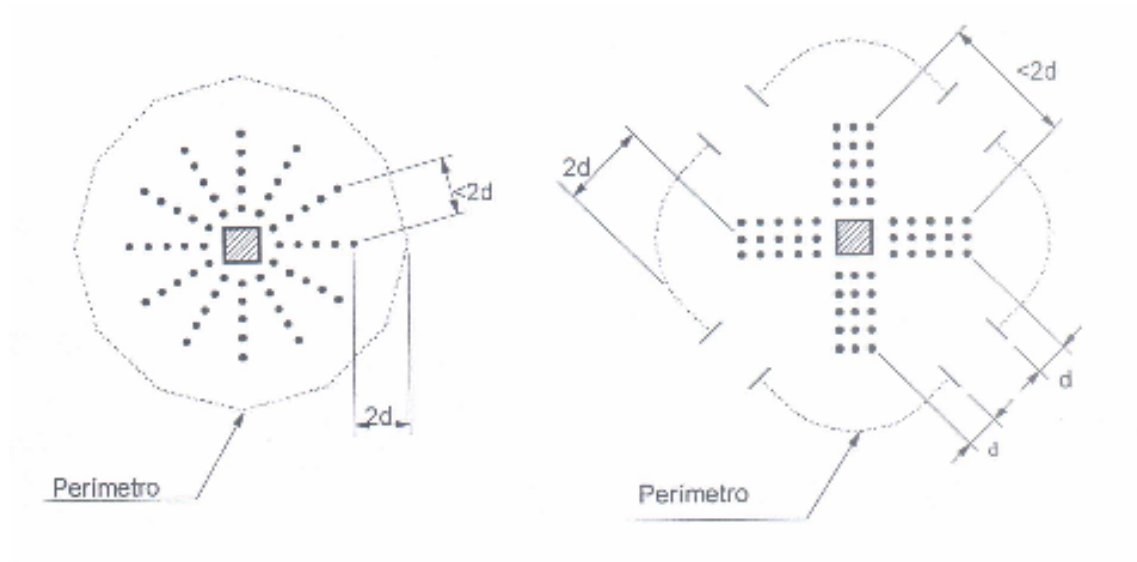


Figura 5: perímetro crítico $u_{n,ef}$ - CEB-FIP MC90 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON, 1990 apud TRAUTWEIN, 2001)

3.4 CRITÉRIOS DO EC 2/92

Segundo o *Eurocode 2: Design of Concrete Structures* (EC 2/92) o perímetro crítico deve estar a uma distância $1,5d$ da face do pilar ou da área carregada, como mostra a figura 6 (EUROCODE 2, 1992 apud TRAUTWEIN, 2001).

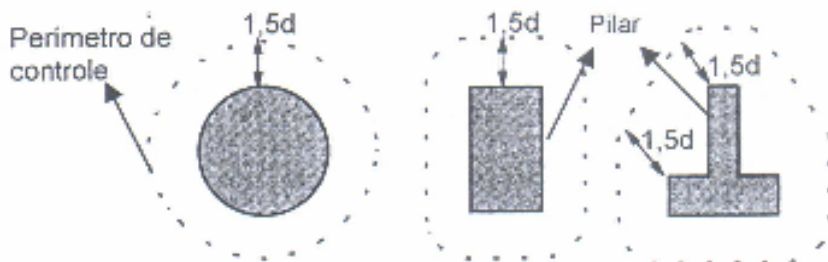


Figura 6: perímetro crítico de acordo com o EC 2/92 (EUROCODE 2, 1992 apud TRAUTWEIN, 2001)

O esforço cortante por comprimento, U_{sd} , devido à aplicação de uma carga concentrada, é dado pela fórmula 18:

$$U_{sd} = \frac{P_{sd} \cdot \beta}{u} \quad (\text{fórmula 18})$$

Onde:

U_{sd} = valor da carga concentrada;

β = coeficiente que leva em conta os efeitos da excentricidade da carga, no caso de não haver excentricidade pode ser tomado igual a 1;

u = perímetro de controle.

A Norma considera também que o cálculo da força cortante resistente dependerá se a laje terá ou não armadura de cisalhamento. A seguir serão detalhados os modelos para os dois casos de laje sob o efeito de puncionamento.

3.4.1 Lajes sem armadura de cisalhamento

Para lajes sem armadura de cisalhamento, o esforço cortante resistente de cálculo para uma laje sem armadura de punção é dado de acordo com a fórmula 19 (EUROCODE 2, 1992 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$\tau_{rd1} = \tau_{rd}.k.(1,2 + 40.\rho).d \quad (\text{fórmula 19})$$

Onde:

τ_{rd1} = esforço resistente de cálculo, dado por unidade de comprimento do perímetro crítico (u), para uma laje sem armadura de punção;

$k = |1,6-d| \geq 1$, (d em metros);

τ_{rd} = valores fornecidos pelo quadro 1.

f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50
τ_{rd} (MPa)	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48

Quadro 1: valores de τ_{rd} – (EUROCODE 2, 1992 apud TRAUTWEIN, 2001)

3.4.2 Lajes com armadura de cisalhamento

Para lajes com armadura de cisalhamento, a resistência de cálculo máxima e o esforço resistente de cálculo para uma laje com armadura de punção são dados de acordo com as fórmulas 20 e 21, respectivamente (EUROCODE 2, 1992 apud TRAUTWEIN, 2001):

$$\tau_{rd2} = 1,6.\tau_{rd1} \quad (\text{fórmula 20})$$

τ_{rd2} = resistência de cálculo máxima, dada por unidade de comprimento crítico.

$$\tau_{rd3} = \tau_{rd1} + \sum A_{sw} \cdot f_{yd} \frac{\text{sen } \alpha}{u} \quad (\text{fórmula 21})$$

τ_{rd3} = resistência de cálculo, dada por unidade de comprimento crítico, para lajes com armadura de punção.

Onde:

$\sum A_{sw} \cdot f_{yd} \frac{\text{sen } \alpha}{u}$ = soma dos componentes dos esforços de cálculo da armadura de punção na direção da aplicação da reação da laje, sendo α o ângulo entre a armadura e o plano médio da laje;

$f_{yd} \leq 400 \text{ N/mm}^2$;

Espaçamento máximo radial: $s_{\text{máx}} \leq 0,75d$.

Devem ser verificadas as seguintes relações:

$$\text{se } \tau_{rd2} \leq \tau_{rd3} \text{ então } \tau_{sd} \leq \tau_{rd2}$$

$$\text{se } \tau_{rd3} \leq \tau_{rd2} \text{ então } \tau_{sd} \leq \tau_{rd3}$$

O EC 2/92 recomenda ainda que a resistência à punção deverá ser verificada de forma que a superfície de ruptura seja externa à região com armadura de cisalhamento, calculando-se um novo perímetro crítico localizado a 1,5d da última camada da armadura de cisalhamento, comparando esta tensão com a tensão resistente nas lajes sem armadura de cisalhamento (TRAUTWEIN, 2001).

3.5 CRITÉRIOS DO BS 8110/85

Segundo o *British Standards Institution* (BS 8110/85) a tensão cisalhante v não deve exceder $0,8\sqrt{f_{cu}}$ ou 5 N/mm^2 . Seu valor máximo é dado pela fórmula 22 (BRITISH STANDARDS INSTITUTION, 1985 apud COELHO, 1999):

$$\tau_{\max} = \frac{P}{u_0 d} \quad (\text{fórmula 22})$$

Onde:

P = carga aplicada à laje;

u_0 = perímetro crítico coincidente com o contorno das faces do pilar.

A resistência de cálculo nominal à punção (τ_{rd}) é definida como o valor último de cálculo da carga concentrada (P) dividido pelo comprimento efetivo do perímetro externo da zona considerada (u) e pela altura útil (d), ou seja,

$$\tau_{rd} = \frac{P}{ud} \quad (\text{fórmula 23})$$

Se $\tau_{rd} \leq \tau_{sd}$ não há necessidade de armadura de cisalhamento.

A capacidade cisalhante de uma zona de ruptura desprovida de armadura de cisalhamento é dada pela fórmula 24 (BRITISH STANDARDS INSTITUTION, 1985 apud COELHO, 1999):

$$\tau_{rd} = 0,27(100 \cdot \rho \cdot f_{cu})^{1/3} \left(\frac{400}{d} \right)^{1/4} ud \quad (\text{fórmula 24})$$

Onde:

f_{cu} = resistência à compressão do concreto obtida através de corpos de prova cúbicos;

Se $\tau_{rd} > \tau_{sd}$ há necessidade de armadura de cisalhamento em lajes com altura acima de 0,2 m para aumentar a resistência ao cisalhamento de acordo com a fórmula 25 (BRITISH STANDARDS INSTITUTION, 1985 apud COELHO, 1999):

$$\sum A_{sw} \sin \alpha \geq \frac{(\tau_{rd} - \tau_{sd})ud}{0,87 f_{yv}} \quad (\text{fórmula 25})$$

Onde:

A_{sw} = área da armadura de cisalhamento (mm^2);

f_{yv} = tensão de escoamento da armadura de cisalhamento (N/mm^2);

$(\tau_{rd} - \tau_{sd})ud \geq 0,4 \text{ N/mm}^2$, sendo

$$\tau_{sd} = 0,79(100\rho)^{1/3} \left(\frac{400}{d} \right)^{1/4} \frac{1}{\gamma_m} \quad (\text{fórmula 26})$$

multiplica-se pelo termo $0,8\sqrt[3]{\frac{f_{cu}}{25}}$ se $f_{cu} \geq 25 \text{ N/mm}^2$

onde,

$\gamma_m = 1,25$;

$f_{cu} \leq 40 \text{ N/mm}^2$;

$100\rho \leq 3$;

$\left(\frac{400}{d} \right) \geq 1$.

A armadura de cisalhamento deve ser distribuída uniformemente ao redor de uma área de comprimento mínimo de dois perímetros. O espaçamento entre a face da área carregada e o primeiro perímetro não deve exceder $1,5d$. Entre os demais perímetros não deve ser maior que $0,75d$. A distância circunferencial entre os elementos da armadura de cisalhamento é limitada em $1,5d$ (BRITISH STANDARDS INSTITUTION, 1985 apud COELHO, 1999).

3.6 CRITÉRIOS DA NBR 6118/03

O modelo de cálculo da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003) corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas. Na primeira superfície crítica (contorno C), do pilar ou da carga concentrada deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através da tensão de cisalhamento.

Na segunda superfície crítica (contorno C') afastado $2d$ do pilar ou carga concentrada, deve ser verificada a capacidade de ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal. Esta verificação também se faz através de uma tensão de cisalhamento, no contorno C'. Caso haja necessidade, a ligação deve ser reforçada por armadura transversal. A terceira superfície crítica (contorno C'') apenas deve ser verificada quando for necessário colocar armadura transversal (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).

A Norma brasileira considera também que o cálculo da tensão cisalhante resistente dependerá se o pilar for interno com carregamento simétrico ou com momento, de borda ou de canto. A seguir serão detalhados os modelos para os quatro casos citados acima.

3.6.1 Pilar interno com carregamento simétrico

Quando se trata de um caso de pilar interno com carregamento simétrico a tensão de cisalhamento de solitação deve ser dada pela fórmula 27 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003):

$$\tau_{sd} = \frac{P_{sd}}{ud} \quad (\text{fórmula 27})$$

Onde:

d = altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' , externo ao contorno C da área de aplicação da força e deste distante $2d$ no plano da laje. Deve ser calculado como a média da soma das alturas úteis nas duas direções ortogonais (d_x e d_y);

u = perímetro do contorno crítico C' ;

u_d = área da superfície crítica;

P_{sd} = força ou a reação concentrada de cálculo.

A força de punção P_{sd} pode ser reduzida da força distribuída aplicada na face oposta da laje, dentro do contorno considerado na verificação, C ou C' , como mostra a figura 7.

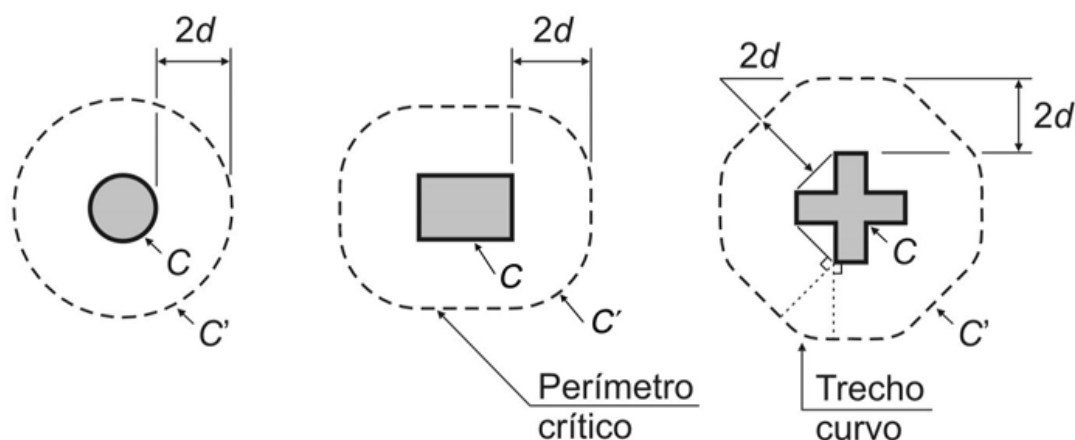


Figura 7: perímetro crítico em pilares internos
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

3.6.2 Pilar interno com efeito de momento

No caso de pilar interno com efeito de momento, além da força vertical existe transferência de momento da laje ao pilar, cujo efeito de assimetria deve ser considerado de acordo com a fórmula 28 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003):

$$\tau_{sd} = \frac{P_{sd}}{ud} + \frac{KM_{sd}}{W_p d} \quad (\text{fórmula 28})$$

Onde:

K = coeficiente que fornece a parcela do M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação entre os lados do pilar (C1 e C2).

O coeficiente K assume valores indicados no quadro 2.

C1/C2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80
C1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força C2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força				

Quadro 2: valores de K
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

Segundo a NBR 6118/03 os valores de W devem ser calculados para um pilar de seção retangular pela fórmula 29 e para um pilar de seção circular pela fórmula 30 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003):

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (\text{fórmula 29})$$

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad (\text{fórmula 30})$$

Onde:

D = diâmetro do pilar.

3.6.3 Pilares de borda

No caso de pilares de borda, quando não agir momento no plano paralelo à borda livre a tensão de cisalhamento de cálculo deve ser calculada conforme a fórmula 31 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003):

$$\tau_{sd} = \frac{P_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} \quad (\text{fórmula 31})$$

Sendo:

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad (\text{fórmula 32})$$

Onde:

P_{sd} = reação de apoio;

u^* = perímetro crítico reduzido;

M_{sd} = momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_{sd}^* = momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro reduzido u^* em relação ao centro do pilar;

W_{p1} = módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u .

A figura 8 mostra como deve ser o perímetro crítico para o caso de pilares de borda.

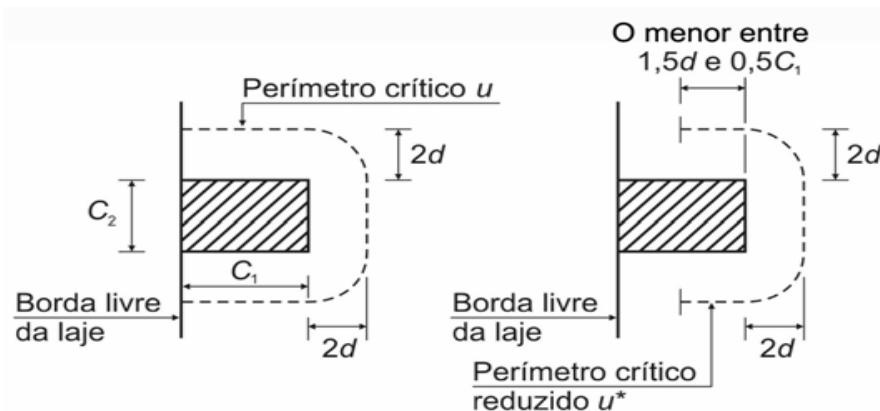


Figura 8: perímetro crítico em pilares de borda
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

Quando agir momento no plano paralelo à borda livre a tensão de cisalhamento de cálculo deve ser conforme a fórmula 33 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003):

$$\tau_{sd} = \frac{P_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d} \quad (\text{fórmula 33})$$

Onde:

M_{sd2} = momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

W_{p2} = módulo de resistência plástica paralela à borda livre, calculado para o perímetro u .

3.6.4 Pilares de canto

Quando os pilares são de canto, deve-se aplicar o disposto para o pilar de borda quando não age momento no plano paralelo à borda. Como o pilar de canto apresenta duas bordas livres, deve ser feita a verificação separadamente para cada uma delas, considerando o momento fletor cujo plano é perpendicular à borda livre adotada (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003). A figura 9 mostra como deve ser o perímetro crítico para o caso de pilares de canto.

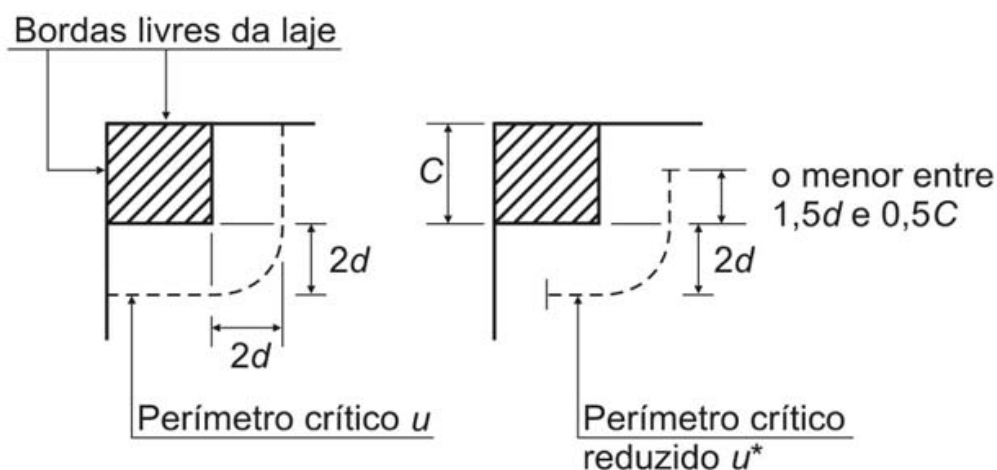


Figura 9: perímetro crítico em pilares de canto
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

3.6.5 Verificação da tensão resistente no contorno C

A tensão resistente no contorno C deve ser calculada conforme a fórmula 34 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd2} = 0,27 \alpha_y f_{cd} \quad (\text{fórmula 34})$$

Onde:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (\text{fórmula 35})$$

3.6.6 Verificação da tensão resistente no contorno C' sem armadura

A tensão resistente no contorno C' deve ser calculada para o caso de laje sem armadura de cisalhamento conforme a fórmula 36 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003):

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} \quad (\text{fórmula 36})$$

3.6.7 Verificação da tensão resistente no contorno C' com armadura

A tensão resistente no contorno C' deve ser calculada para o caso de laje com armadura de cisalhamento conforme a fórmula 37 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003):

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{ud} \quad (\text{fórmula 37})$$

Essa armadura deve ser preferencialmente constituída por três ou mais linhas de conectores tipo pino com extremidades alargadas, dispostas radialmente a partir do perímetro do pilar.

Cada uma dessas extremidades deve estar ancorada fora do plano da armadura de flexão correspondente (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).

3.6.8 Definição da superfície crítica C''

Quando for necessário utilizar armadura transversal ela deve ser estendida em contornos paralelos a C' até que, num contorno afastado 2d do último contorno armadura, a mesma não seja mais necessária, ou seja, $\tau_{sd} \leq \tau_{rd1}$ (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003). A figura 10 mostra como deve ser o perímetro crítico C''.

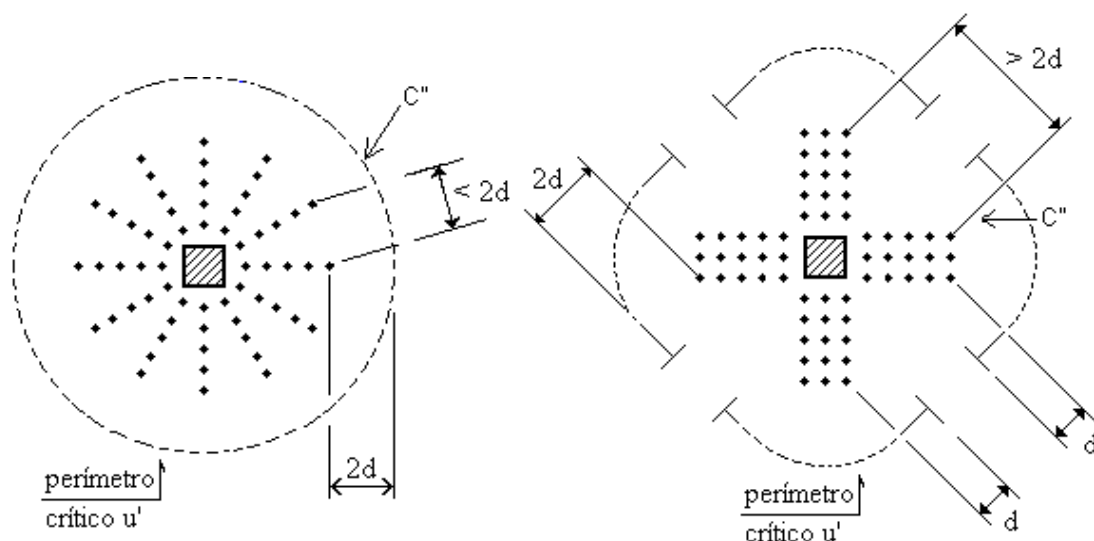


Figura 10: perímetro crítico C''
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

No caso da estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, deve ser prevista armadura de punção, mesmo que τ_{sd} menor que τ_{rd1} . Essa armadura deve equilibrar um mínimo de 50% de P_{sd} (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).

4 CARACTERIZAÇÃO DOS EXPERIMENTOS

No presente trabalho foram analisados dois experimentos de diferentes pesquisadores. Estes experimentos fizeram parte de um conjunto de ensaios realizados em duas dissertações de mestrado, respectivamente, de Leandro Mouta Trautwein, em 2001, e de Ana Elisa Godoy Coelho, em 1999, ambos na Universidade de Brasília.

Para o cálculo da taxa de armadura de flexão foi utilizada a fórmula 12, referente ao CEB-FIP MC90. A seguir, são descritos os experimentos de ambos pesquisadores.

4.1 EXPERIMENTO DE TRAUTWEIN

O experimento realizado por Trautwein consistiu de 1 ensaio para cada uma das 9 lajes de 3 metros de lado e 13 centímetros de altura, com a mesma armadura de flexão e submetidas a um carregamento aplicado no centro da laje através de uma placa metálica (20 x 20 cm), simulando um pilar de mesmas dimensões. As figuras 11 e 12 apresentam, respectivamente, uma vista em corte e outra em planta baixa do equipamento utilizado no ensaio (TRAUTWEIN, 2001).

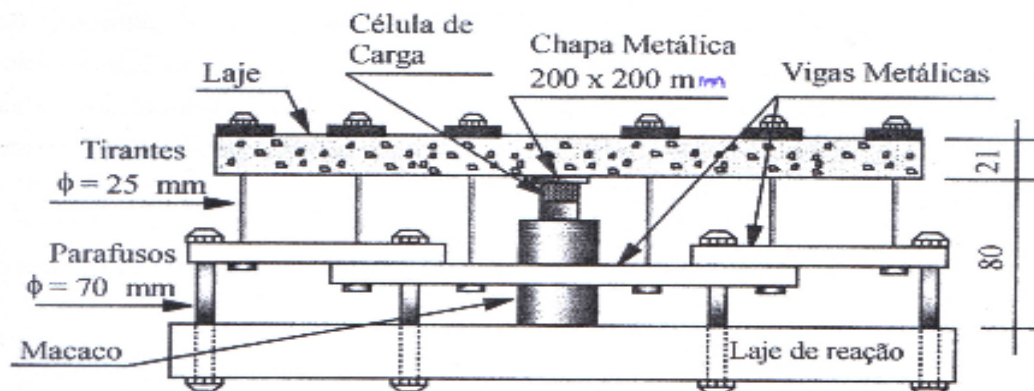


Figura 11: vista em corte (TRAUTWEIN, 2001, p. 45)

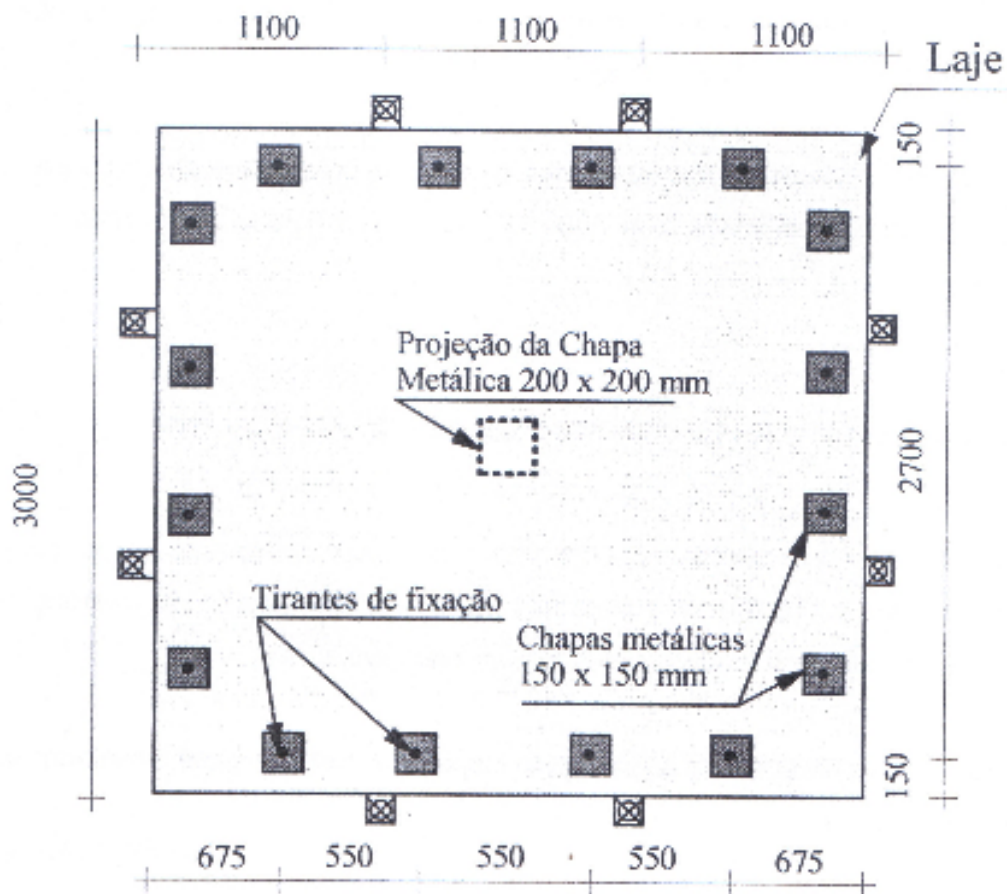


Figura 12: vista em planta (TRAUTWEIN, 2001, p. 45)

Como todas as lajes possuíam a mesma armadura de flexão, a taxa de armadura variou em torno de 1,2 %, com algumas variações devido as diferenças nas alturas úteis obtidas nos ensaios. A tensão de escoamento (f_y) do aço utilizado foi de 42 kN/cm². A resistência à compressão do concreto esperada foi de 40 MPa aos 14 dias (TRAUTWEIN, 2001).

As lajes 1, 4 e 9 apresentavam armadura de cisalhamento tipo *stud*, distribuídos radialmente em planta, com respectivos diâmetros das barras de 12,5, 16 e 10, em milímetros. O espaçamento radial (s_r) utilizado para a armadura foi de 6 centímetros (TRAUTWEIN, 2001).

A figura 13 mostra, em planta, o esquema de distribuição da armadura de cisalhamento das lajes 1, 4 e 9.

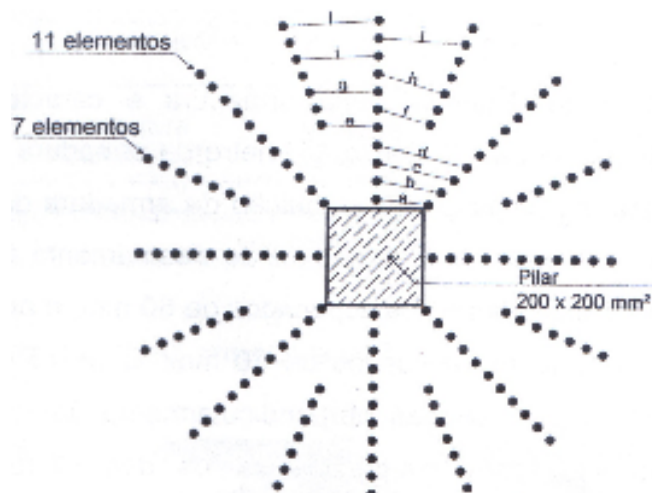


Figura 13: esquema de distribuição das lajes 1, 4 e 9
(TRAUTWEIN, 2001, p. 50)

As demais lajes possuíam a armadura de cisalhamento constituída por estribos inclinados a 60° , distribuídos radialmente em planta, com diâmetros de 5, 6,3 e 8 milímetros. O espaçamento radial utilizado para a armadura foi de 8 centímetros. A figura 14 mostra, em planta, o esquema de distribuição da armadura de cisalhamento das demais lajes (TRAUTWEIN, 2001).

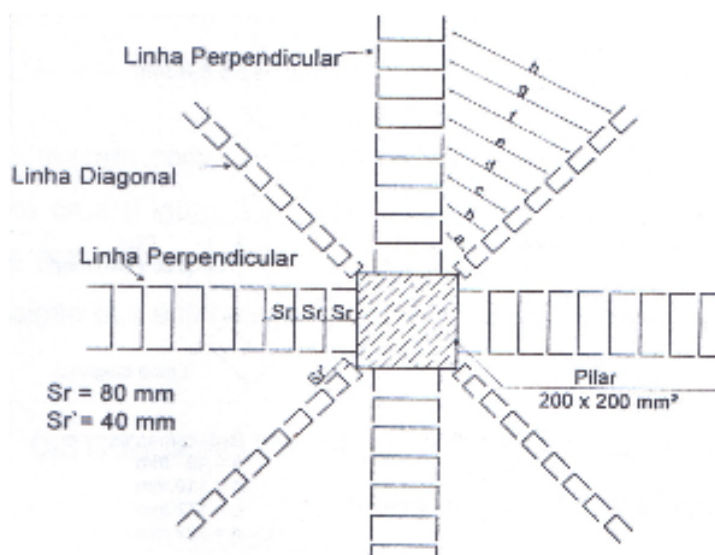


Figura 14: esquema de distribuição das demais lajes
(TRAUTWEIN, 2001, p. 56)

Após ensaios de compressão do concreto com corpos de prova cilíndricos, verificou-se que as resistências (f_c') variaram entre 36,8 e 47,9 MPa. As cargas últimas (P_u) obtidas nos ensaios variaram entre 650 e 1160 kN (TRAUTWEIN, 2001).

O quadro 3 apresenta, resumidamente, as características das lajes ensaiadas por Trautwein.

Laje	Estribos / Distr.	d (cm)	ρ (%)	ϕ (mm)	Camadas	f_c' (MPa)	P_u (kN)
1	Stud / Radial	15,9	1,21	12,5	11	36,8	1050
4	Stud / Radial	16,4	1,14	16,0	11	43,4	1038
9	Stud / Radial	15,4	1,28	10,0	11	39,4	933
2	Incl. 60° / Cruz	13,9	1,54	6,3	3	41,1	650
3	Incl. 60° / Cruz	16,4	1,14	8,0	3	45,7	999
5	Incl. 60° / Radial	15,9	1,21	6,3 / 8,0	4	43,4	979
6	Incl. 60° / Radial	15,9	1,21	8,0	7	47,9	1060
7	Incl. 60° / Radial	15,9	1,21	8,0	9	42,6	1160
8	Incl. 60° / Radial	15,4	1,28	5,0	7	40,6	975

Quadro 3: características das lajes ensaiadas por Trautwein (TRAUTWEIN, 2001)

4.2 EXPERIMENTO DE COELHO

O experimento realizado por Coelho consistiu de 1 ensaio para cada uma das 9 lajes de 1,8 metros de lado e 13 centímetros de altura, com a mesma armadura de flexão e submetidas a um carregamento aplicado no centro da laje através de uma placa metálica (12 x 12 cm), simulando um pilar de mesmas dimensões. As figuras 15 e 16 apresentam, respectivamente, uma vista em corte e outra em planta baixa do equipamento utilizado no ensaio (COELHO, 1999).

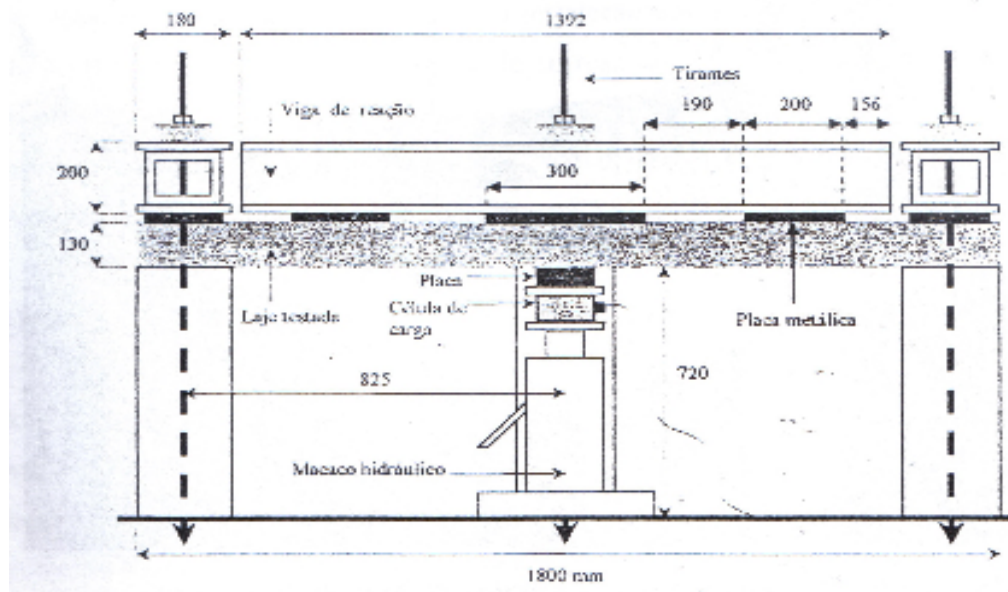


Figura 15: vista em corte (COELHO, 1999, p. 43)

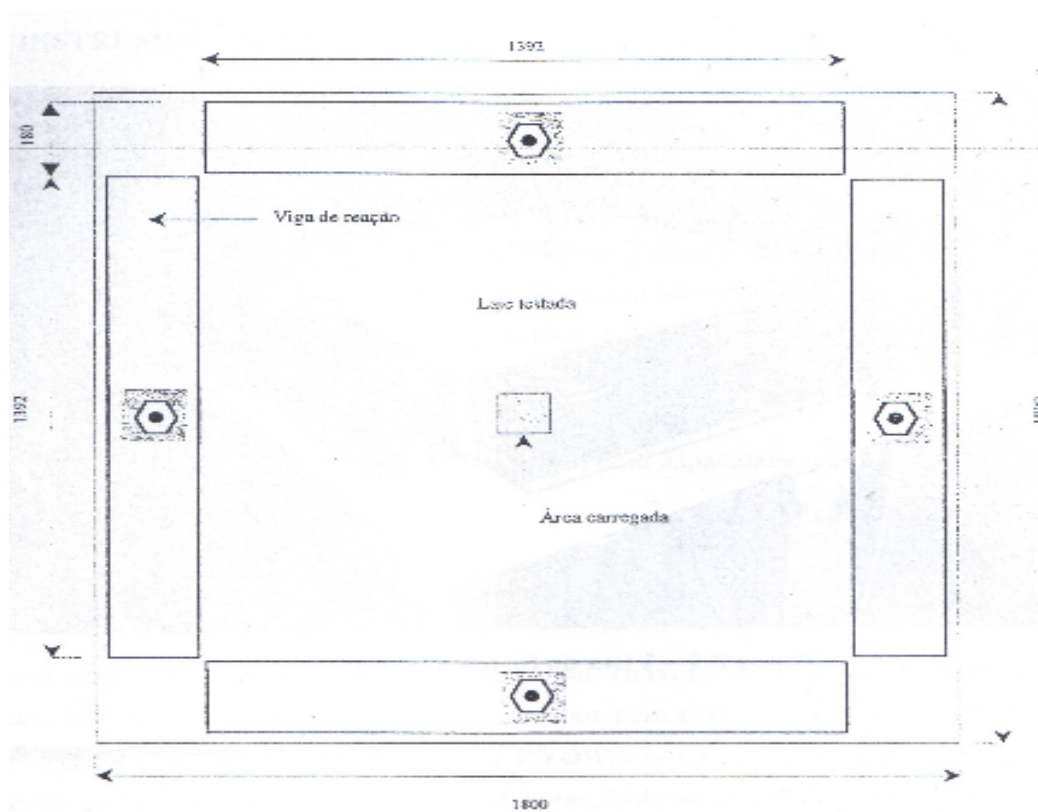


Figura 16: vista em planta (COELHO, 1999, p. 43)

Como todas as lajes possuíam a mesma armadura de flexão, a taxa de armadura variou em torno de 1,2 %, com algumas variações devido as diferenças nas alturas úteis obtidas nos ensaios. A tensão de escoamento (f_y) do aço utilizado foi de 46 kN/cm². A resistência à compressão do concreto esperada foi de 30 MPa aos 28 dias (COELHO, 1999).

As lajes 1 e 2 não apresentavam armadura de cisalhamento. As lajes 3, 4 e 5 apresentavam armadura de cisalhamento vertical, distribuídos em forma de cruz, com respectivos diâmetros das barras de 5 e 6,3 milímetros. O espaçamento radial (s_r) utilizado para a armadura foi de 7,5 centímetros (COELHO, 1999).

A figura 17 mostra, em planta, o esquema de distribuição da armadura de cisalhamento das lajes 3, 4 e 5.

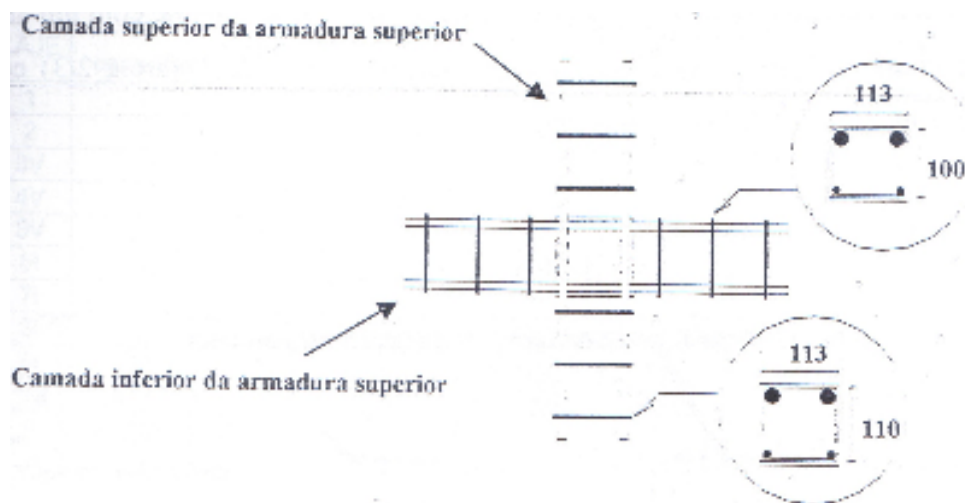


Figura 17: esquema de distribuição das lajes 3, 4 e 5 (COELHO, 1999, p. 37)

As demais lajes possuíam a armadura de cisalhamento constituída por estribos inclinados a 45°, distribuídos em forma de cruz, com diâmetros de 5 e 6,3 milímetros. O espaçamento radial utilizado para a armadura foi de 7,5 centímetros. A figura 18 mostra, em planta, o esquema de distribuição da armadura de cisalhamento das demais lajes (COELHO, 1999).

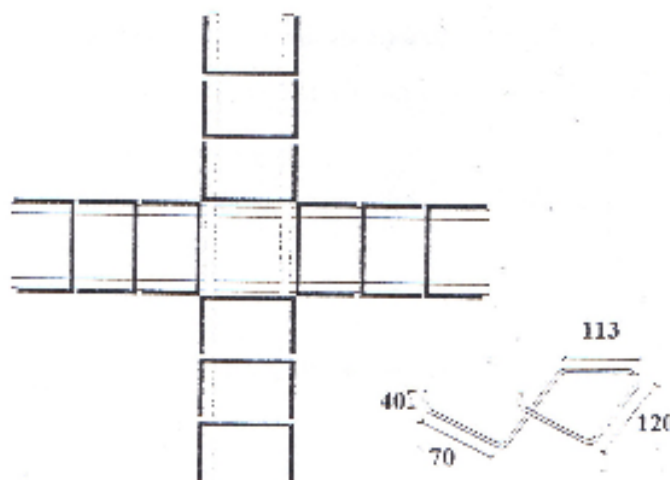


Figura 18: esquema de distribuição das demais lajes
(COELHO, 1999, p. 37)

Após ensaios de compressão do concreto com corpos de prova cilíndricos, verificou-se que as resistências (f_c') variaram entre 27,6 e 32,3 MPa. As cargas últimas (P_u) obtidas nos ensaios variaram entre 255 e 425,1 kN (COELHO, 1999).

O quadro 4 apresenta, resumidamente, as características das lajes ensaiadas por Coelho.

Laje	Estribos / Distr.	d (cm)	ρ (%)	ϕ (mm)	Camadas	f_c' (MPa)	P_u (kN)
1	-	10,9	1,16	-	-	28,7	316,0
2	-	10,8	1,18	-	-	28,7	255,0
3	Vertical / Cruz	10,7	1,20	5,0	2	30,8	337,3
4	Vertical / Cruz	10,6	1,23	6,3	2	32,0	326,4
5	Vertical / Cruz	10,8	1,18	6,3	3	32,0	330,5
6	Incl. 60° / Cruz	10,9	1,16	5,0	2	27,6	342,4
7	Incl. 60° / Cruz	10,7	1,20	6,3	2	29,4	361,1
8	Incl. 60° / Cruz	10,8	1,18	6,3	3	29,4	405,1
9	Incl. 60° / Cruz	10,7	1,20	6,3	4	32,3	425,1

Quadro 4: características das lajes ensaiadas por Coelho (COELHO, 1999)

5 CÁLCULO DOS EXPERIMENTOS

Foram realizados os cálculos dos dois experimentos, para cada uma das cinco normas, a partir dos dados descritos nos trabalhos de Trautwein (2001) e de Coelho (1999). A seguir, são apresentados os mesmos.

Primeiramente, foi realizado o cálculo da verificação da diagonal comprimida para cada uma das lajes, sendo esse o passo anterior ao da verificação do funcionamento. Para esse cálculo, apenas foi utilizada a formulação da Norma brasileira. A seguir, no quadro 5, são apresentados os resultados obtidos no cálculo da verificação da diagonal comprimida.

Coelho (1999)			Trautwein (2001)		
Laje	τ_{sd} (kN/cm ²)	τ_{rd} (kN/cm ²)	Laje	τ_{sd} (kN/cm ²)	τ_{rd} (kN/cm ²)
1	0,431	0,490	1	0,590	0,605
2	0,351	0,490	4	0,565	0,692
3	0,469	0,521	9	0,541	0,640
4	0,458	0,538	2	0,418	0,662
5	0,455	0,538	3	0,544	0,720
6	0,467	0,474	5	0,550	0,692
7	0,502	0,500	6	0,595	0,747
8	0,558	0,500	7	0,651	0,682
9	0,591	0,542	8	0,565	0,656

Quadro 5: cálculo da verificação da diagonal comprimida

5.1 CÁLCULO DO EXPERIMENTO DE TRAUTWEIN

Os cálculos realizados pelas cinco normas estão descritos conforme os dados coletados do trabalho de Trautwein (2001).

5.1.1 TRAUTWEIN PELOS CRITÉRIOS DO ACI - 318/95

Utilizando os critérios da Norma americana, que avalia pela tensão resistente da laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 6.

Laje	α_s	β_c	f_y (kN/cm ²)	u_o (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{rd} (kN)						
						Sem Arm. Cisal.			Com Arm. Cisal.			τ_{rd} (kN)
1	4,0	1,0	42,0	143,6	502,7	693	282	462	693	1324	1616	
4				145,6	504,4	787	321	524	787	2109	1817	787
9				141,6	501,1	684	278	456	684	905	1615	684
2				135,6	213,8	604	243	403	604	383	635	383
3				145,6	222,1	807	330	538	807	615	821	615
5				143,6	265,7	752	306	501	752	795	928	752
6				143,6	401,5	790	322	527	790	935	1473	790
7				143,6	492,0	745	303	497	745	920	1702	745
8	141,6	399,8	695	282	463	695	486	1308	486			

Quadro 6: cálculo pelo ACI – 318/95 do experimento de Trautwein

5.1.2 TRAUTWEIN PELOS CRITÉRIOS DO CEB-FIP MC90

Utilizando os critérios do CEB-FIP, que a avalia pela tensão solicitante na laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 7.

Laje	γ_c	ξ	f_{cd2} (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	u_o (cm)	u (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{sd} (kN)			τ_{sd} (kN)
								Sem	Com Arm.		
1	1,5	2,12	12,55	42,0	80	279,8	649,8	798	1766	931	798
4		2,10	14,35			286,1	655,7	941	2802	997	941
9		2,14	13,28			273,5	643,6	818	1208	940	818
2		2,20	13,74			254,7	389,8	764	523	570	523
3		2,10	14,94			286,1	421,1	980	796	651	651
5		2,12	14,35			279,8	460,7	912	1047	697	697
6		2,12	15,49			279,8	596,5	985	778	933	778
7		2,12	14,14			279,8	687,0	899	766	1034	766
8	2,14	13,60	273,5	590,2	838	473	870	473			

Quadro 7: cálculo pelo CEB-FIP MC90 do experimento de Trautwein

5.1.3 TRAUTWEIN PELOS CRITÉRIOS DO EC 2/92

Utilizando os critérios do EC 2, que a avalia pela tensão solicitante na laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 8.

Laje	k (cm)	τ_{rd} (MPa)	f_y (kN/cm ²)	u (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{sd} (kN)		τ_{sd} (kN)	
						Sem	Com Arm.		
1	1,44	0,384	42,0	229,9	611,3	906	545	1274	545
4	1,44	0,430		234,6	616,4	1034	630	1638	630
9	1,45	0,405		225,1	606,5	936	556	1172	556
2	1,46	0,417		211,0	344,5	529	519	623	519
3	1,44	0,446		234,6	368,1	640	652	791	652
5	1,44	0,430		229,9	413,5	686	610	808	610
6	1,44	0,463		229,9	564,3	1007	657	1158	657
7	1,44	0,426		229,9	664,7	1090	603	1241	603
8	1,45	0,414		225,1	559,5	882	568	941	568

Quadro 8: cálculo pelo EC 2/92 do experimento de Trautwein

5.1.4 TRAUTWEIN PELOS CRITÉRIOS DO BS 8110/85

Utilizando os critérios da Norma britânica, que a avalia pela tensão resistente da laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 9.

Laje	f_y (kN/cm ²)	f_{cu} (MPa)	u (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{rd} (kN)		τ_{rd} (kN)
					Sem	Com	
1	42,0	46,0	270,8	832,4	1716	2037	1716
4		54,3	276,8	838,4	1834	2360	1834
9		49,3	264,8	826,4	1735	1940	1735
2		51,4	246,8	472,4	991	963	963
3		57,1	276,8	502,4	1118	1073	1073
5		54,3	270,8	560,4	1221	1184	1184
6		59,9	270,8	752,4	1694	1649	1649
7		53,3	270,8	880,4	1906	1861	1861
8		50,8	264,8	746,4	1583	1565	1565

Quadro 9: cálculo pelo BS 8110/85 do experimento de Trautwein

5.1.5 TRAUTWEIN PELOS CRITÉRIOS DA NBR 6118/03

Utilizando os critérios do Norma brasileira, que a avalia pela tensão resistente da laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 10.

Laje	α_v	f_{cd} (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	u_o (cm)	u (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{rd} (kN)			τ_{rd} (kN)	
							C ou S	Sem	Com Arm.		
1	0,85	2,629	42,0	80,0	279,8	661,2	770	434	1799	1026	1026
4	0,83	3,100			286,1	667,9	908	471	2839	1100	1100
9	0,84	2,814			273,5	273,5	789	433	1241	433	433
2	0,84	2,936			254,7	389,8	737	403	554	617	554
3	0,82	3,264			286,1	421,1	945	479	833	705	705
5	0,83	3,100			279,8	460,7	880	459	718	756	718
6	0,81	3,421			279,8	596,5	950	474	815	1011	815
7	0,83	3,043			279,8	687,0	867	456	801	1120	801
8	0,84	2,900			273,5	590,2	808	437	506	943	506

Quadro 10: cálculo pela NBR 6118/03 do experimento de Trautwein

5.2 CÁLCULO DO EXPERIMENTO DE COELHO

Os cálculos realizados pelas cinco normas estão descritos conforme os dados coletados do trabalho de Coelho (1999).

5.2.1 COELHO PELOS CRITÉRIOS DO ACI - 318/95

Utilizando os critérios da Norma americana, que avalia pela tensão resistente da laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 11.

Laje	α_s	β_c	f_y (kN/cm ²)	u_o (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{rd} (kN)				τ_{rd} (kN)		
						Sem Arm. Cisol.		Com Arm. Cisol.				
1	4,0	1,0	46,0	91,6	-	267	110	178	-		110	
2				91,2	-	264	109	176	-		109	
3				90,8	153,2	270	111	180	270	193	303	193
4				90,4	153,1	271	112	181	271	252	306	252
5				91,2	196,2	279	115	186	279	258	400	258
6				91,6	142,9	262	108	175	262	192	273	192
7				90,8	142,3	263	108	176	263	251	275	251
8				91,2	185,1	267	110	178	267	254	361	254
9				90,8	227,1	276	114	184	276	256	460	256

Quadro 11: cálculo pelo ACI - 318/95 do experimento de Coelho

5.2.2 COELHO PELOS CRITÉRIOS DO CEB-FIP MC90

Utilizando os critérios do CEB-FIP, que avalia pela tensão solicitante na laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 12.

Laje	γ_c	ξ	f_{cd2} (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	u_o (cm)	u (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{sd} (kN)		τ_{sd} (kN)	
								Sem	Com Arm.		
1	1,5	-	10,16	46,0	48,0	-	-	266	-	-	266
2		-	10,16			-	-	263	-	-	263
3		2,37	10,80			182,5	255,3	277	277	259	259
4		2,37	11,16			181,2	254,0	284	357	261	261
5		2,36	11,16			183,7	298,9	289	363	307	289
6		2,35	9,82			185,0	247,0	257	277	242	242
7		2,37	10,38			182,5	244,1	266	356	244	244
8		2,36	10,38			183,7	287,7	269	359	287	269
9		2,37	11,25			182,5	328,9	289	360	339	289

Quadro 12: cálculo pelo CEB-FIP MC90 do experimento de Coelho

5.2.3 COELHO PELOS CRITÉRIOS DO EC 2/92

Utilizando os critérios do EC 2, que avalia pela tensão solicitante na laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 13.

Laje	k (m)	τ_{rd} (MPa)	f_y (kN/cm ²)	u (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{sd} (kN)		τ_{sd} (kN)	
						Sem	Com Arm.		
1	1,49	0,330	46,0	150,7	201,1	179	-	-	179
2	1,49	0,330		149,8	200,2	178	-	-	178
3	1,49	0,345		148,8	319,2	296	221	360	221
4	1,49	0,352		147,9	318,3	300	223	402	223
5	1,49	0,352		149,8	380,2	361	227	463	227
6	1,49	0,321		150,7	321,1	279	209	343	209
7	1,49	0,335		148,8	319,2	287	214	390	214
8	1,49	0,335		149,8	380,2	344	217	446	217
9	1,49	0,354		148,8	439,2	417	226	520	226

Quadro 13: cálculo pelo EC 2/92 do experimento de Coelho

5.2.4 COELHO PELOS CRITÉRIOS DO BS 8110/85

Utilizando os critérios da Norma britânica, que a avalia pela tensão resistente da laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 14.

Laje	f_y (kN/cm ²)	f_{cu} (MPa)	u (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{rd} (kN)		τ_{rd} (kN)
					Sem	Com	
1	46,0	35,9	178,8	-	253	-	253
2		35,9	177,6	-	251	-	251
3		38,5	176,4	336,4	485	542	485
4		40,0	175,2	335,2	489	579	489
5		40,0	177,6	397,6	582	671	582
6		34,5	178,8	323,2	451	432	432
7		36,8	176,4	320,8	456	425	425
8		36,8	177,6	382,0	543	513	513
9		40,4	176,4	440,8	646	616	616

Quadro 14: cálculo pelo BS 8110/85 do experimento de Coelho

5.2.5 COELHO PELOS CRITÉRIOS DA NBR 6118/03

Utilizando os critérios do Norma brasileira, que a avalia pela tensão resistente da laje, chegou-se aos valores que são explicitados através quadro 15.

Laje	α_v	f_{cd} (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	u_o (cm)	u (cm)	$u_{n,ef}$ (cm)	τ_{rd} (kN)				τ_{rd} (kN)
							C ou S	Sem	Com Arm.		
1	0,89	2,050	46,0	48,0	185,0	-	256	199	-	-	199
2	0,89	2,050			183,7	-	254	197	-	-	197
3	0,88	2,200			182,5	255,3	267	200	292	280	280
4	0,87	2,286			181,2	254,0	274	201	372	282	282
5	0,87	2,286			183,7	298,9	279	205	379	333	333
6	0,89	1,971			185,0	247,0	248	196	292	262	262
7	0,88	2,100			182,5	244,1	257	197	371	264	264
8	0,88	2,100			183,7	287,7	259	199	374	311	311
9	0,87	2,307			182,5	328,9	279	204	376	367	367

Quadro 15: cálculo pela NBR 6118/03 do experimento de Coelho

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a análise dos resultados, foi considerado que as cargas últimas obtidas nos ensaios deveriam ser minoradas com um coeficiente de segurança de 1,4, conforme recomendação da NBR 6118/03.

Como na verificação da diagonal comprimida, para as lajes 7, 8 e 9 do experimento de Coelho (1999), a tensão resistente é menor que a solicitante, não seria necessário fazer o cálculo da punção na laje, mas mesmo assim, foi calculado à título de comparação.

A seguir é feita uma análise geral das normas, e logo após, uma breve análise da influência da taxa de armadura de flexão e da área de influência do puncionamento.

6.1 ANÁLISE DOS MODELOS

A análise dos modelos foi realizada a partir da comparação entre os valores obtidos nos cálculos das normas e os valores de carga dos experimentos.

O quadro 16 apresenta os resultados obtidos pelos cálculos das normas e as cargas dos ensaios de Trautwein, já minoradas em 1,4.

Laje	$\tau_{rd\ ACI}$ (kN)	$\tau_{sd\ CEB}$ (kN)	$\tau_{sd\ EC}$ (kN)	$\tau_{rd\ BS}$ (kN)	$\tau_{rd\ NBR}$ (kN)	P_{sd} (kN)
1	693	798	545	1716	1026	750,0
4	787	941	630	1834	1100	741,4
9	684	818	556	1735	433	666,4
2	383	523	519	963	554	464,3
3	615	651	652	1073	705	713,6
5	752	697	610	1184	718	699,3
6	790	778	657	1649	815	757,1
7	745	766	603	1861	801	828,6
8	486	473	568	1565	506	696,4

Quadro 16: resultados dos cálculos e cargas dos ensaios de Trautwein

Pelo ACI - 318/95, os valores variaram desde 30% menores até 8% maiores. Em média, os valores obtidos foram menores do que as cargas experimentais, não sendo à favor da segurança.

Pelo CEB-FIP, os valores variaram desde 32% menores até 27% maiores, tendo até, para a laje 5, valores iguais. Em média, foi a Norma que menos variou, e em 7 lajes, à favor da segurança.

Pelo EC 2/92, os valores variaram desde 27% menores até 12% superior, no caso da laje 4, única que, conforme calculado, está à favor da segurança.

Pelo BS 8110/85, todos os valores obtidos nos cálculos foram superior aos obtidos nos ensaios, chegando à cargas de 50 até 160% maiores, sendo assim, à favor da segurança, porém, anti-econômico. Foi a Norma que mais se afastou dos valores experimentais.

Pela NBR 6118/03, os valores das cargas variaram de 1% menores a 48% maior para a laje 4. Porém, os valores, em média, foram mais próximos do que pelo BS, ACI e EC.

O quadro 17 apresenta as diferenças obtidas entre os valores dos cálculos das normas com os valores experimentais de Trautwein.

Laje	τ_{rd} ACI (%)	τ_{sd} CEB (%)	τ_{sd} EC (%)	τ_{rd} BS (%)	τ_{rd} NBR (%)
1	-8	6	-27	129	37
2	6	27	-15	147	48
3	3	23	-17	160	-35
4	-17	13	12	107	19
5	-14	-9	-9	50	-1
6	8	0	-13	69	3
7	4	3	-13	118	8
8	-10	-8	-27	125	-3
9	-30	-32	-18	125	-27
Média =	-7	3	-14	115	5

Quadro 17: diferenças entre os valores calculados e os experimentais de Trautwein

O quadro 18 apresenta os resultados obtidos pelos cálculos das normas e as cargas dos ensaios de Coelho, já minoradas em 1,4.

Laje	$\tau_{rd\ ACI}$ (kN)	$\tau_{sd\ CEB}$ (kN)	$\tau_{sd\ EC}$ (kN)	$\tau_{rd\ BS}$ (kN)	$\tau_{rd\ NBR}$ (kN)	P_{sd} (kN)
1	110	266	179	253	199	225,7
2	109	263	178	251	197	182,1
3	193	259	221	485	280	240,9
4	252	261	223	489	282	233,1
5	258	289	227	582	333	236,1
6	192	242	209	432	262	244,6
7	251	244	214	425	264	257,9
8	254	269	217	513	311	289,4
9	256	289	226	616	367	303,6

Quadro 18: resultados dos cálculos e cargas dos ensaios de Coelho

Pelo ACI - 318/95, os valores variaram desde 51% menores até 9% maiores. Em média, os valores obtidos foram menores do que as cargas experimentais, não sendo à favor da segurança.

Pelo CEB-FIP, os valores variaram desde 7% menores até 45% maiores. Em média, foi a Norma que menos variou. Para as lajes com estribos inclinados a 60°, atingiu valores contra a segurança, porém, próximos das cargas experimentais.

Pelo EC 2/92, os valores variaram desde 25 até 2% menores, sendo assim, todos valores contra à segurança. Porém, para as lajes 3, 4 e 5 obteve-se valores mais próximos das cargas experimentais.

Pelo BS 8110/85, todos os valores obtidos nos cálculos foram superior aos obtidos nos ensaios, chegando à cargas de 12 até 146% maiores, sendo assim, à favor da segurança, porém, anti-econômico. Foi a Norma que mais se afastou dos valores experimentais.

Pela NBR 6118/03, os valores das cargas variaram de 12% menor, para laje 1, a 41% maior para a laje 5. Porém, os valores, em média, foram mais próximos do que pelo BS, ACI e EC.

O quadro 19 apresenta as diferenças obtidas entre os valores dos cálculos das normas com os valores experimentais de Coelho.

Laje	$\tau_{rd\ ACI}$ (%)	$\tau_{sd\ CEB}$ (%)	$\tau_{sd\ EC}$ (%)	$\tau_{rd\ BS}$ (%)	$\tau_{rd\ NBR}$ (%)
1	-51	18	-21	12	-12
2	-40	45	-2	38	8
3	-20	7	-8	101	16
4	8	12	-4	110	21
5	9	23	-4	146	41
6	-21	-1	-14	76	7
7	-3	-6	-17	65	2
8	-12	-7	-25	77	8
9	-16	-5	-25	103	21
Média =	-16	9	-13	81	12

Quadro 19: diferenças entre os valores calculados e os experimentais de Coelho

6.2 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO

Para análise da influência na resistência ao puncionamento da taxa de armadura de flexão foram consideradas apenas as lajes 1 e 2 do experimento de Coelho, por serem as únicas lajes a não possuírem armadura de cisalhamento.

Comparando o valor da carga de ruptura da laje 1, percebeu-se que o valor é cerca de 96% das cargas das lajes 3, 4 e 5, com estribos verticais. Em comparação às cargas das lajes 6, 7, 8 e 9, com estribos inclinados, chegou em cerca de 83%.

Comparando o valor da carga de ruptura da laje 2, percebeu-se que o valor é cerca de 77% das cargas das lajes 3, 4 e 5, com estribos verticais. Em comparação às cargas das lajes 6, 7, 8 e 9, com estribos inclinados, chegou em cerca de 67%.

6.3 ANÁLISE DA ÁREA DE INFLUÊNCIA

Para análise da área de influência do efeito de punção, considerou-se o quanto aproximado dos valores experimentais de ruptura chegaram os valores calculados pelas normas, pois a

área de influência ou perímetro crítico é calculada por cada norma de um jeito diferente e é um fator que contribui decisivamente no valor da carga resistente de cálculo.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme os valores calculados, a partir dos dados fornecidos pelos experimentos de Trautwein (2001) e de Coelho (1999), pode-se perceber que o modelo do CEB-FIP MC90 é o mais preciso em relação à resistência ao efeito de punção em lajes lisas e cogumelo, maciças ou nervuradas, em concreto armado, para pilares internos com carregamento simétrico.

A NBR 6118/03 possui um modelo que conduz à valores quase tão próximo dos experimentais quanto o CEB-FIP MC90. Todavia, cabe salientar que a Norma brasileira foi baseada neste último e que os coeficientes de segurança variam para cada norma, ficando entre 1,3 e 1,7, aproximadamente.

Do ponto de vista da influência da taxa de armadura de flexão, percebe-se que, em relação aos valores das cargas de ruptura, para as duas lajes houve uma contribuição relevante do concreto e da armadura de flexão, chegando de 67 até 96% de contribuição.

Tendo em vista a precisão dos resultados calculados pelas normas em relação aos valores experimentais, a determinação da área de influência ou perímetro crítico é melhor explorada pelo CEB-FIP MC90. Este modelo também otimiza o cálculo da taxa de armadura de flexão, outro fator contribuinte à precisão do modelo.

Contudo, os valores obtidos não são conclusivos, pois foram ensaiadas uma vez cada laje, quando deveriam ser ensaiadas pelo menos 3 vezes, assim, obtendo-se uma média no valor das cargas de ruptura, da resistência do concreto e da altura útil da laje.

Como sugestão para trabalhos vindouros, podem ser feitas análises a partir de programas computacionais, para obter mais um parâmetro comparativo, ou ainda, realizar ensaios de lajes com e sem armadura de cisalhamento, pelo menos 3 ensaios para cada laje, para tentar ajustar um novo modelo.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6.118** – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

COELHO, A. E. G. **Puncionamento em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Resistência de 30 MPa e Armadura de Cisalhamento Vertical e Inclinada**. 1999. 133 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Faculdade de Tecnologia. Universidade de Brasília, Brasília.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento tipo “Stud” Interno e tipo Estribo Inclinado**. 2001. 165 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Faculdade de Tecnologia. Universidade de Brasília, Brasília.