

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,
Metalúrgica e de Materiais (PPGEM)

SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA USANDO
***LATIN HYPERCUBE SAMPLING*:**
ESTUDO DE CASO MINÉRIO DE FERRO CARAJÁS

Evandro Lino Batiston

Dissertação para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, RS
2010

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,
Metalúrgica e de Materiais (PPGEM)

SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA USANDO
***LATIN HYPERCUBE SAMPLING*:**
ESTUDO DE CASO MINÉRIO DE FERRO CARAJÁS

Evandro Lino Batiston

Engenheiro de Minas

Dissertação realizada no Laboratório de Pesquisa Mineral e Planejamento Mineiro da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral

Porto Alegre, RS

2010

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração Metalurgia Extrativa / Tecnologia Mineral, e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador:

Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Banca examinadora:

Prof. Dr. Jair Carlos Koppe

Prof. Dr. Paulo Salvadoretti

Prof. Dr. Luis Eduardo de Souza

Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann

Coordenador do PPGEM

“O futuro dependerá daquilo
que fizermos no presente”.

Ghandi

À minha família e amigos,
pelo apoio e incentivo.

AGRADECIMENTO

Ao Prof. Dr. João Felipe C. L. Costa, pela orientação durante o mestrado e elaboração desse trabalho.

Aos Engenheiros de Minas Gustavo Pilger e Diego Machado Marques pelas valiosas contribuições para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos Engenheiros de Minas Lucio Cavalli, Marcio Borelli e Daniel Chausson pelo apoio e incentivo no desenvolvimento do mestrado, sem os quais este não seria possível.

A todos os colegas e amigos do LPM e da Vale S.A. que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Minas (DEMIN) e do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM).

À Vale S.A. pela disponibilização dos dados para este estudo e autorização para publicação dos resultados.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa concedida no início do mestrado.

Índice

| | |
|--|------|
| Lista de figuras | x |
| Lista de tabelas | xv |
| Resumo | xvi |
| Abstract | xvii |
| | |
| Capítulo 1 | 18 |
| Introdução | 18 |
| 1.1 Indicadores de planejamento mineiro | 19 |
| 1.2 Algoritmos de amostragem aleatória..... | 20 |
| 1.4 Meta | 21 |
| 1.5 Objetivos | 21 |
| 1.6 Metodologia | 22 |
| 1.7 Organização..... | 23 |
| | |
| Capítulo 2 | 24 |
| Análise Exploratória | 24 |
| 2.1 Conceitos de geoestatística | 24 |
| 2.2 Banco de dados | 26 |
| 2.2.1 Litologias | 28 |
| 2.2.2 Amostras | 29 |
| 2.2.3 Desagrupamento..... | 30 |
| 2.2.4 Estatística básica | 32 |
| 2.3 Modelo MultiGaussiano..... | 33 |
| 2.3.1 Anamorfose gaussiana | 34 |
| 2.3.2 Multinormalidade..... | 36 |
| 2.5 Continuidade espacial..... | 38 |
| 2.6 Comentários dos dados..... | 39 |

| | |
|--|----|
| Capítulo 3..... | 42 |
| Simulação Geoestatística..... | 42 |
| 3.1 Estimativa versus simulação..... | 42 |
| 3.3 Espaço de incerteza..... | 43 |
| 3.4 Funções de transferência..... | 45 |
| 3.4.1 Índices locais de incerteza..... | 46 |
| 3.4.1.1 Variância Condicional..... | 46 |
| 3.4.1.2 Coeficiente de variação..... | 47 |
| 3.4.1.3 Intervalo entre quartis..... | 47 |
| 3.5 Simulação condicional seqüencial..... | 47 |
| 3.6 Simulação Seqüencial Gaussiana..... | 49 |
| 3.6.1 Algoritmo de <i>Simple Random Sampling</i> (SRS)..... | 50 |
| 3.6.2 Algoritmo de <i>Latin Hypercube Sampling</i> (LHS)..... | 51 |
| 3.6.3 Software SIMIRREG-LHS..... | 52 |
| Capítulo 4..... | 54 |
| Análise da Incerteza dos Teores..... | 54 |
| 4.1 Modelo de incerteza..... | 54 |
| 4.1.1 Estratégia de busca..... | 54 |
| 4.1.2 Modelo de blocos..... | 55 |
| 4.2 Aplicação de simulação seqüencial Gaussiana..... | 55 |
| 4.2.1 Resultados do algoritmo <i>Simple Random Sampling</i> (SRS)..... | 55 |
| 4.2.2 Resultados do algoritmo <i>Latin Hypercube Sampling</i> (LHS)..... | 59 |
| 4.3 Resultados dos algoritmos de simulação..... | 63 |
| 4.3 Funções de transferência..... | 65 |
| 4.3.1 Curva de parametrização..... | 65 |
| 4.3.1.1 Parametrização do teor de ferro..... | 66 |
| 4.3.1.2 Parametrização do teor de sílica..... | 66 |
| 4.3.1.2 Parametrização do teor de fósforo..... | 68 |
| 4.3.1.3 Parametrização do teor de alumina..... | 69 |
| 4.3.1.3 Parametrização do teor de manganês..... | 70 |
| 4.3.2 Seqüenciamento de lavra..... | 71 |
| 4.3.2.1 Seqüenciamento do teor de ferro..... | 71 |
| 4.3.2.2 Seqüenciamento do teor de sílica..... | 72 |

| | |
|--|----|
| 4.3.2.3 Seqüenciamento do teor de fósforo..... | 73 |
| 4.3.2.4 Seqüenciamento do teor de alumina | 74 |
| 4.3.2.5 Seqüenciamento do teor de manganês | 75 |
| 4.4 Síntese dos resultados..... | 76 |
| 4.5 Desempenho dos algoritmos SRS e LHS | 77 |
| | |
| Capítulo 5..... | 78 |
| | |
| Conclusões e Recomendações..... | 78 |
| 5.1 Conclusões | 78 |
| 5.2 Recomendações | 79 |
| | |
| Referências bibliográficas | 81 |
| | |
| Anexo I..... | 88 |
| | |
| Software SIMIRREG-LHS | 88 |

Lista de figuras

| | |
|--|----|
| Figura 1. Representação esquemática da metodologia adotada. | 23 |
| Figura 2. Distribuição condicional local de probabilidade do teor de um bloco de lavra (Godoy, 1998). | 26 |
| Figura 3. Mapa de localização das amostras, destacando os corpos de minério que formam a jazida de N5..... | 27 |
| Figura 4. Gráfico de correlação de quantis entre os teores das espécies químicas analisadas na hematitita friável e compacta. | 28 |
| Figura 5. Histograma do comprimento das (a) amostras e (b) compostas do banco de dados da Mina de N5. | 29 |
| Figura 6. Tamanho de célula (x,y) versus teor médio para diferentes alturas de célula (z) para a Mina de N5..... | 31 |
| Figura 7. Histograma das variáveis da Mina de N5 dos dados (a) originais e (b) desagrupados..... | 32 |
| Figura 8. Histograma das variáveis da Mina de N5 dos dados (a) originais e (b) desagrupados..... | 33 |
| Figura 9. Representação gráfica da função de anamorfose típica da variável (a) Fe e (b) SiO ₂ | 34 |
| Figura 10. Funções de repartição F(z) e G(y) típica da variável Fe. | 35 |
| Figura 11. Histograma das variáveis da Mina de N5 dos dados normalizados..... | 36 |
| Figura 12. Teste de binormalidade dos atributos do depósito de N5. | 37 |
| Figura 13. Relação qualitativa da continuidade geológica em função do teor do minério, destacando a posição do minério de ferro (adaptado de Sinclair e Blackwell, 2004). | 40 |
| Figura 14. Homogeneidade da mineralização versus teor do minério destacando a posição do minério de ferro (adaptado de Sinclair e Blackwell, 2004)..... | 41 |

| | |
|--|----|
| Figura 15. Flutuações ergódicas no histograma (a) e variograma (b), comparando-se as realizações com os dados experimentais (teor de ferro da cava de N5W)..... | 44 |
| Figura 16. Comparativo entre a distribuição dos dados experimentais e as realizações da simulação do modelo completo de N5 (a) e da simulação de uma área em particular (b). | 45 |
| Figura 17. Arquivo de parâmetros do software SIMIRREG-LHS..... | 53 |
| Figura 18. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Fe na Mina de N5 utilizando SSG-SRS. | 56 |
| Figura 19. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável SiO ₂ na Mina de N5 utilizando SSG-SRS. | 57 |
| Figura 20. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável P na Mina de N5 utilizando SSG-SRS. | 57 |
| Figura 21. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Al ₂ O ₃ na Mina de N5 utilizando SSG-SRS. | 58 |
| Figura 22. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável MnO na Mina de N5 utilizando SSG-SRS. | 58 |
| Figura 23. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Fe na Mina de N5 utilizando SSG-LHS..... | 60 |
| Figura 24. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável SiO ₂ na Mina de N5 utilizando SSG-LHS. | 61 |

| | |
|---|----|
| Figura 25. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável P na Mina de N5 utilizando SSG-LHS..... | 61 |
| Figura 26. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Al_2O_3 na Mina de N5 utilizando SSG-LHS. | 62 |
| Figura 27. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Mn na Mina de N5 utilizando SSG-LHS. | 62 |
| Figura 28. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável Fe na Mina de N5. | 64 |
| Figura 29. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável SiO_2 na Mina de N5. | 64 |
| Figura 30. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável P na Mina de N5. | 64 |
| Figura 31. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável Al_2O_3 na Mina de N5. | 64 |
| Figura 32. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável Mn na Mina de N5. | 64 |
| Figura 33. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável Fe na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS. | 66 |
| Figura 34. Curva de parametrização da tonelagem da variável Fe na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b). | 66 |
| Figura 35. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável SiO_2 na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS. | 67 |

- Figura 36. Curva de parametrização da tonelagem da variável SiO_2 na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b). 67
- Figura 37. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável P na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS. 68
- Figura 38. Curva de parametrização da tonelagem da variável P na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b). 68
- Figura 39. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável Al_2O_3 na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS. 69
- Figura 40. Curva de parametrização da tonelagem da variável Al_2O_3 na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b). 69
- Figura 41. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável Mn na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS. 70
- Figura 42. Curva de parametrização da tonelagem da variável Mn na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b). 70
- Figura 43. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável Fe na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS. 71
- Figura 44. Variabilidade mensal do teor da variável Fe na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b). 72
- Figura 45. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável SiO_2 na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS. 72

- Figura 46. Variabilidade mensal do teor da variável SiO_2 na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b)..... 73
- Figura 47. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável P na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS..... 73
- Figura 48. Variabilidade mensal do teor da variável P na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b)..... 74
- Figura 49. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável Al_2O_3 na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS..... 74
- Figura 50. Variabilidade mensal do teor da variável Al_2O_3 na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b)..... 75
- Figura 51. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável Mn na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS..... 75
- Figura 52. Variabilidade mensal do teor da variável Mn na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b)..... 76

Lista de tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 1. Comparação das estatística entre os atributos das compostas da Mina de N5..... | 30 |
| Tabela 2. Parâmetro do modelo de variograma dos dados originais da Mina de N5..... | 39 |
| Tabela 3. Parâmetro do modelo de variograma dos dados normalizados da Mina de N5..... | 39 |
| Tabela 4. Síntese dos resultados do comparativo entre SRS e LHS..... | 76 |

Resumo

A utilização de modelos de incerteza geológica é fundamental para a quantificação e avaliação da flutuação dos atributos analisados pelos departamentos de planejamento da indústria mineira. O método de simulação seqüencial Gaussiana (SSG) é amplamente utilizado para a construção destes modelos. O SSG caracteriza-se por representar adequadamente o espaço de incerteza da variável aleatória (VA) $Z(u)$, desde que o número de realizações L seja adequado para reproduzi-lo. Existem dois algoritmos implementados em SSG que efetuam a tiragem aleatória da distribuição condicional local de probabilidade (dclp) cumulativa, visando gerar as realizações que vão compor a simulação. O algoritmo clássico, baseado na tiragem simples por Monte Carlo, denomina-se *Simple Random Sampling* (SRS), enquanto que o método alternativo é denominado *Latin Hypercube Sampling* (LHS). Esta dissertação compara a eficiência destes dois algoritmos, como forma de caracterizar o espaço de incerteza de algumas funções de transferência usadas na indústria mineral. O estudo de caso envolveu a análise do número de realizações necessárias para caracterizar adequadamente a variabilidade da resposta destas funções, como mecanismo para comparação, para um banco de dados de minério de ferro da Província Mineral de Carajás. Observou-se que o método LHS ofereceu maior eficiência na caracterização do espaço de incerteza da VA $Z(u)$, estratificando a dclp de acordo com cada realização, proporcionando menor número de realizações e melhor cobertura da dclp, na construção do modelo de incerteza. Estes benefícios facilitam a implementação da técnica de SSG nas rotinas de planejamento, de forma que os modelos de incerteza serão menores e mais fáceis de manipular.

Abstract

Assessing geological uncertainty is of paramount importance in mining industry risk analysis. Sequential Gaussian Simulation (SGS) is widely used for building such models, especially when mapping grade uncertainty. SGS is commonly used for mapping the uncertainty space of a random variable (RV) $Z(u)$, and the number of realizations L to adequately characterize this space is possibly large. Two algorithms were herein implemented combined with SGS for random drawing from the conditional cumulative distribution function (ccdf). The classical algorithm, based on Monte Carlo simple drawing known as Simple Random Sampling (SRS), whereas the alternative method, Latin Hypercube Sampling (LHS). The present dissertation compares the efficiency of these two algorithms checking their efficiency in characterizing the uncertainty space of some transfer functions employed in the mineral industry. Through a case study it was checked the number of necessary realizations to adequately characterize the variability of these response functions, as a mechanism for comparison. The dataset comes from an iron ore mine at the Carajás Mineral Province. It was observed that the LHS method is more efficient in characterizing uncertainty space of RV $Z(u)$, by stratifying the ccdf according to each realization. Such characteristic of LHS requires fewer realizations to properly build the uncertainty model. These benefits facilitate the implementation of simulations into the routines of planning, using smaller and easier to manipulate uncertainty models.

Capítulo 1

Introdução

A incerteza geológica é um elemento presente em qualquer empreendimento mineiro. Nas operações de lavra, um dos grandes problemas é o controle da flutuação do teor do metal e dos contaminantes na alimentação da usina. Essa dificuldade afeta diretamente a produtividade, pois decisões fundamentadas em informações deficientes podem ocasionar em mudanças inesperadas durante a operação, comprometendo o desempenho esperado do projeto.

Tendo em vista que a viabilidade de um projeto de mineração está associada a determinadas condições técnicas que o tornam interessante, como teor, tonelagem e relação estéril/minério, é preciso identificar os riscos associados a estes parâmetros. A utilização de métodos probabilísticos permite quantificar o espaço de incerteza dos atributos geológicos de interesse em um depósito mineral, fornecendo informações importantes para a análise de risco do projeto. O emprego destes métodos possibilita quantificar a variabilidade de um determinado atributo geológico, como o teor, auxiliando as decisões de planejamento de lavra, regularização de teores (homogeneização ou lavra seletiva), e melhorando o controle sobre a planta de beneficiamento.

A utilização de técnicas de simulação geoestatística remonta os anos 60 com Matheron (1963, 1970) e Journel (1974), e sua aplicação na mineração mostra tendência de crescimento. Entretanto, a aplicação destas técnicas pode ser dificultada por limitações práticas, em função das dimensões da área a ser avaliada (modelos de blocos 3D com grande número de informações), do número de dados condicionantes, ou das características dos dados (dependência espacial ou variabilidade). Estas limitações associadas ao caráter dinâmico da indústria no desenvolvimento de projetos podem dificultar a

execução do número adequado de realizações, acarretando em falha na quantificação da variabilidade do atributo geológico estudado (Pilger *et al* 2004).

Atualmente, observam-se aplicações de simulação geostatística em situações cotidianas, mas limitadas a depósitos de pequenas dimensões, modelos geológicos com poucas variáveis e em situações que permitem condicionamento em 2D. Nos demais casos, os estudos são desenvolvidos com cronograma estendido e forte suporte computacional, possibilitando a geração das realizações adequadas para a correta quantificação da incerteza.

Pilger *et al* (2004) propõe um algoritmo eficiente para geração das realizações usando Simulação Seqüencial e *Latin Hypercube Sampling* (LHS). Esse algoritmo, implementado no método de Simulação Seqüencial Gaussiana (SSG), permite reduzir o tempo computacional e o espaço virtual necessários para sua aplicação. Os resultados demonstraram vantagens em relação ao algoritmo tradicional de *Simple Random Sampling* (SRS) ou Amostragem Aleatória Simples. Verificou-se que utilizando LHS é possível desenvolver as simulações utilizando menos realizações para caracterizar o espaço de incerteza, reduzindo tempo computacional e espaço de armazenamento de resultados.

1.1 Indicadores de planejamento mineiro

As operações mineiras empregam os resultados da avaliação de incerteza geológica, visando quantificar os riscos associados à tomada de decisão nas operações de lavra e beneficiamento. As situações de aplicação podem ser as mais diversas, como por exemplo:

- i. controle de teores (Isaaks, 1990; Srivastava *et al.*, 1992; Glacken, 1996);
- ii. determinação de unidades seletivas de lavra (Remacre, 1992);
- iii. custos de diluição mediante variações de parâmetros de lavra (Dimitrakopoulos, 1997);
- iv. planejamento de lavra (Blackwell *et al.*, 1999; Bonato *et al*, 2000; Gambin *et al.*, 2005);
- v. planejamento a curto prazo (Costa *et al.*, 1997);

- vi. reservas recuperáveis (Costa, 1997);
- vii. determinação de cava ótima (Rossi & Van Brunt, 1997; Whittle & Bozorgebrahimi, 2005);
- viii. programas de sondagem adicional (Pilger, 2000; Koppe, 2009);
- ix. análise de risco financeiro (Ravenscroft, 1992; Rossi, 1999);
- x. dimensionamento de pilhas de homogeneização (Gambim, 2003; Marques, 2010).

1.2 Algoritmos de amostragem aleatória

McKay *et al.* (1979) descrevem e comparam três métodos de amostragem aleatória de distribuições de probabilidade acumulada, baseados em simulação por Monte Carlo. Foram examinadas duas variações de amostragem como alternativa à utilização de Monte Carlo, utilizada somente no método de *Simple Random Sampling* (SRS). Os métodos estudados foram:

- *Simple Random Sampling*;
- *Latin Hypercube Sampling*;
- *Stratified Sampling*.

O método de *Simple Random Sampling* (SRS) baseia-se na utilização direta da técnica de amostragem aleatória por Monte Carlo. Este método consiste na amostragem aleatória de L valores da VA $Z(u)$ a partir da dclp. Assim, fornece L valores para a estimativa de L realizações, que caracterizam o espaço de incerteza do fenômeno geológico estudado.

Segundo McKay *et al.* (1979), a aplicação do método *Latin Hypercube Sampling* (LHS) garante que toda a dclp seja representada, reproduzindo a média e variância da simulação, com menos iterações em relação ao método de *Simple Random Sampling* (SRS) que se baseia apenas na busca simples pelo método de Monte Carlo. O LHS consiste na amostragem aleatória estratificada sem substituição, de M valores da VA $Z(u)$ a partir das dclp. Esses M valores devem ser oriundos de M classes equiprováveis distintas, ou seja, cada dclp é dividida em M classes, onde cada classe é individualmente amostrada aleatoriamente fornecendo um valor para a tiragem da realização.

Segundo McKay *et al.* (1979), na técnica de *simple random sampling* (SRS), as variáveis de entrada X_1, \dots, X_n , descritas por uma função $F(x)$, são amostradas aleatoriamente de forma direta. Na técnica de *stratified sampling* (SS) todas as áreas do espaço amostral de X são representados, onde o espaço amostral S de X é particionado em L estratos S_L . Estes estratos por sua vez são individualmente amostrados aleatoriamente.

As diferenças básicas entre as técnicas de SS e LHS ocorrem na forma de estratificação. Na técnica SS a estratificação ocorre no espaço amostral dos dados, enquanto que na LHS tem-se a estratificação equiprovável, ou seja, em intervalos iguais de probabilidade.

Estes planos de amostragem foram propostos visando aperfeiçoar a utilização da técnica de Monte Carlo na determinação da variância e média da função de distribuição empírica. Verificou-se que o método LHS obteve melhor desempenho, atingindo mais rapidamente a condição de monotonicidade, sendo recomendado para tiragem aleatória de valores de entrada em simulações estocásticas.

1.4 Meta

Esta dissertação avalia a técnica proposta por Pilger *et al.* (2004) e Pilger (2005) em um estudo de caso de mineração. O objeto de estudo foram os corpos de minério hematíticos, da Mina de N5, pertencentes ao Complexo Carajás, localizados no estado do Pará. Analisou-se o desempenho do método de Simulação Seqüencial Gaussiana (SSG), baseado no algoritmo de *Latin Hypercube Sampling* (LHS), comparando-se à mesma técnica de SSG baseada no algoritmo tradicional de *Simple Random Sampling* (SRS), além de testar a viabilidade de aplicação de simulação geoestatística como rotina dos trabalhos de planejamento longo prazo.

1.5 Objetivos

Com base na análise do estudo de caso, esta dissertação propõe atingir a sua meta cumprindo os seguintes objetivos específicos:

- avaliação geoestatística de uma jazida mineral do Complexo Carajás (N5);
- aplicação de simulação geoestatística para análise da variabilidade dos teores *in situ* das variáveis químicas globais (Fe, SiO₂, P, Al₂O₃ e Mn);
- analisar o impacto da variabilidade dos teores no planejamento de lavra;
- aplicação do algoritmo de LHS no software SIMIRREGⁱ implementado em linguagem Fortran90;
- comparar os resultados do algoritmo tradicional com o LHS.

1.6 Metodologia

Visando atingir aos objetivos propostos foi empregada a metodologia descrita na Figura 1, subdivididas em duas etapas fundamentais.

Na primeira etapa, o algoritmo de LHS proposto por Pilger (2005) e implementado originalmente no software SGSIM foi aplicado no software SIMIRREG visando gerar as realizações respeitando o domínio geológico das hematitas friável e compacta. Este também foi atualizado de Fortran77 para Fortran90 para possibilitar a simulação de depósitos de grandes dimensões.

A segunda etapa consistiu do trabalho desta dissertação propriamente dito, onde foi adotada a metodologia proposta por Pilger (2005) além de aplicações utilizadas na indústria mineral. Pilger (2005) propõe a utilização de índices locais de incerteza para avaliação da eficiência entre os métodos de simulação seqüencial, dentre os quais podem-se citar a variância condicional e o coeficiente de variação.

ⁱ O SIMIRREG é um aperfeiçoamento do SGSIM (GSLIB) proposto por Peroni (2002) que respeita o limite do domínio geológico durante o processo de simulação.

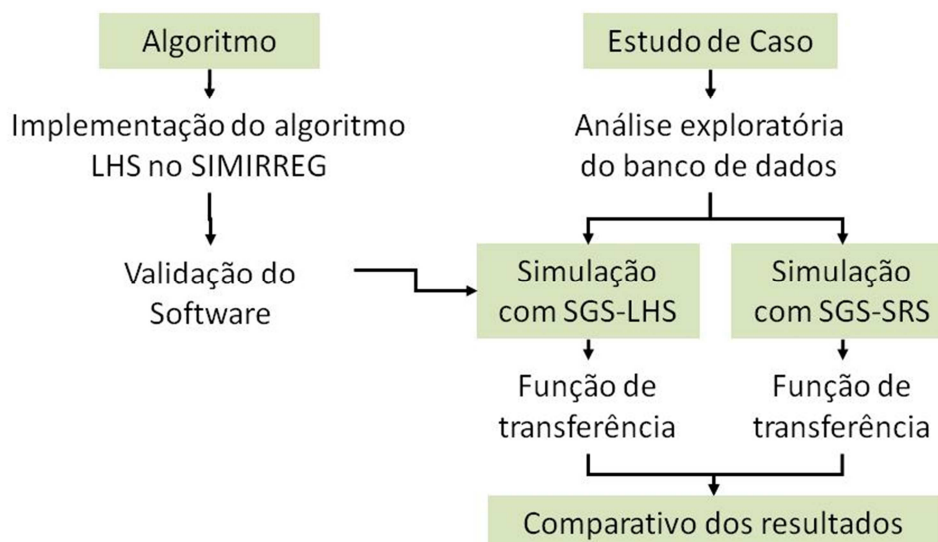


Figura 1. Representação esquemática da metodologia adotada.

1.7 Organização

Essa dissertação foi estruturada em cinco capítulos, organizados da seguinte forma:

- o capítulo 2 apresenta os conceitos fundamentais da geoestatística, introduzindo o banco de dados e descrevendo a análise estatística e de continuidade espacial;
- o capítulo 3 revisa a teoria de simulação seqüencial gaussiana, descrevendo o algoritmo clássico (*Simple Random Sampling - SRS*) e o *Latin Hypercube Sampling* (LHS). São apresentadas as validações do método clássico e LHS para as simulações dos depósitos;
- o capítulo 4 analisa os resultados obtidos com a técnica de SSG clássica e a LHS no estudo de caso. São abordados os comparativos entre as duas técnicas empregando-se índices locais de incerteza e funções de transferência utilizadas na indústria mineral;
- o capítulo 5 apresenta comentários, conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Análise Exploratória

Esse capítulo tem o objetivo de apresentar os conceitos fundamentais de geoestatística, buscando aplicá-los no estudo de caso do minério de ferro de Carajás. Será apresentado o banco de dados utilizado nesta dissertação bem como as considerações adotadas no estudo. Desenvolve-se a análise do método de desagrupamento amostral empregado, partindo-se para a descrição da transformação da distribuição para o espaço normal, finalizando com o estudo de continuidade espacial.

2.1 Conceitos de geoestatística

A geoestatística esta fundamentada na “Teoria das Variáveis Regionalizadas” (Matheron, 1965, 1970) que busca descrever fenômenos naturais com variações espaciais e ou temporais, caracterizando-os por meio de modelos determinísticos e ou probabilísticos.

Na mineração, os métodos determinísticos descrevem os atributos médios dos depósitos, por exemplo, o teor estimado por métodos de vizinho mais próximo ou inverso da distância. Enquanto que os probabilísticos consideram as incertezas associadas, por exemplo, a estimativa por krigagem e a variabilidade obtida por métodos de simulação.

Nos modelos probabilísticos, o valor esperado para a posição não amostrada u^i , é considerado uma realização particular $z^*(u)^{iii}$ de uma variável aleatória (VA) $Z(u)$. Sendo que o conjunto de todas essas VAs constitui uma

ⁱⁱ O vetor de coordenadas \vec{u} encontra-se representado apenas por u .

ⁱⁱⁱ $z(u)$ representa o valor da amostra na posição u , enquanto que $z^*(u)$ é o valor estimado na posição u .

função aleatória (FA). A distribuição espacial dos atributos constitui uma realização do modelo da FA que caracteriza o fenômeno natural (Matheron, 1963).

Segundo Deutsch & Journel (1998), a função aleatória FA $Z(u)$ permite a modelagem do grau de dependência espacial entre qualquer número de variáveis aleatórias VA $Z(u)$. Onde a continuidade espacial entre os valores de $Z(u)$ é caracterizada pela função de correlação espacial $C(h)$ (covariância) da FA $Z(u)$.

A variável aleatória $Z(u)$ assume determinados valores de acordo com uma função de distribuição de probabilidade (fdp) cumulativa multivariada. A fdp $F(u; z)$ é função da localização u , e dos valores das amostras z , sendo expressa por:

$$F(u; z) = Prob\{Z(u) \leq z\}$$

Quando a fdp é específica para determinadas informações particulares, como por exemplo, um determinado número de dados amostrais usados no cálculo, a notação “condicional local (n)” é utilizada, definindo a distribuição condicional local de probabilidade (dclp) cumulativa $F(u; z|(n))$, expressa por:

$$F(u; z|(n)) = Prob\{Z(u) \leq z|(n)\}$$

onde (n) representa o conjunto de dados condicionantes dentro da vizinhança de (u).

A dclp indica a probabilidade das VAs $Z(u)$ assumirem valores inferiores ou iguais a determinados limites de z , ou seja, forma uma curva de distribuição acumulada. A dclp $F(u; z|(n))$ é função da localização u , do tamanho da amostra e configuração geométrica (localização dos dados u_α , $\alpha = 1, \dots, n$), e dos valores das amostras $z(u_\alpha)$. O conceito da VA permite tal modelagem e atualização *a priori* da fdp, em dclp *a posteriori*, ou seja, a fdp caracteriza a distribuição de probabilidade cumulativa geral do depósito, enquanto que a dclp é a distribuição condicional local de probabilidade cumulativa, que é atualizada *a posteriori* à cada visita no ponto a ser estimado. A dclp, calculada à partir do modelo de variabilidade e da estimativa por

krigagem, juntamente com os valores resultantes da tiragem por Monte Carlo é a essência dos algoritmos de simulação estocástica.

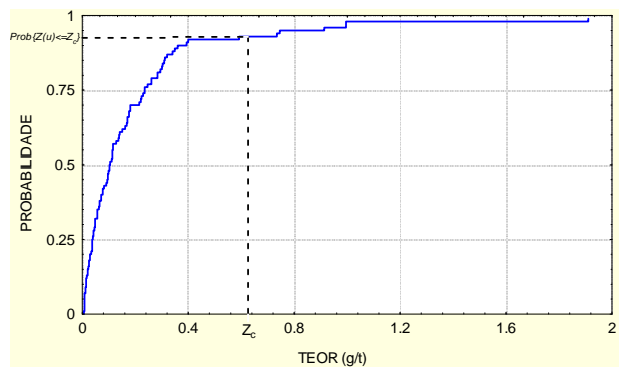


Figura 2. Distribuição condicional local de probabilidade do teor de um bloco de lavra (Godoy, 1998).

Ao contrário da estatística clássica, que supõe uma FA estacionária (não varia por translação), a geoestatística baseia-se na hipótese intrínseca (Matheron, 1971). A hipótese intrínseca supõe que a média e variância dos incrementos da FA $\{Z(u+h) - Z(u)\}$ existam e que sejam independentes da localização u . Desta forma, a variância dos incrementos da FA pode ser escrita em termos de uma função dependente do vetor \vec{h} , denominada semi-variograma $\{\gamma(h)\}$.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z_i(u) - z_j(u+h)]^2$$

O variograma é a ferramenta, que permite descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado (Huijbregts, 1975). As variáveis regionalizadas são funções de distribuição espacial, com continuidade aparente, mas cujas variações não podem ser representadas por funções determinísticas. São caracterizadas por possuírem localização espacial, suporte amostral, continuidade e anisotropia.

2.2 Banco de dados

Os dados do estudo de caso são provenientes dos depósitos de minério de ferro das Minas de N5, em situação de operação de lavra. Os depósitos pertencem ao Complexo Carajás, localizados no estado do Pará, pertencentes à Vale S.A.

O minério de ferro de Carajás é constituído por hematititas formadas pelo enriquecimento hidrotermal de BIF's (*banded iron formation*). Devido à sua característica química, as hematititas (Fe_2O_3) possuem alto teor de ferro em sua composição, podendo chegar a 67% de Fe. As litologias de minério de Carajás são compostas por hematitita compacta, hematitita friável, hematitita manganésifera e uma parcela de canga. Os principais elementos contaminantes presentes na hematitita e que são controlados pelo sistema de qualidade são P, SiO_2 , Al_2O_3 , Mn, e perda ao fogo (perda por calcinação). A qualidade das análises é garantida atendendo ao balanço estequiométrico (totalizando 100%), conforme a equação abaixo:

$$ESTEQ = (fe * 1,429729) + si + (p * 2,291357) + al + (mn * 1,291216) + pf$$

Nesta dissertação, foram avaliadas as variáveis Fe, P, SiO_2 , Al_2O_3 e Mn, das amostras globais analisadas a partir de furos de sondagem de longo prazo. A análise das simulações consistiu no estudo das principais litologias de minério, hematititas compacta e friável, do depósito de N5. Na Figura 3, temos a localização das amostras, destacando os corpos de minério avaliados.

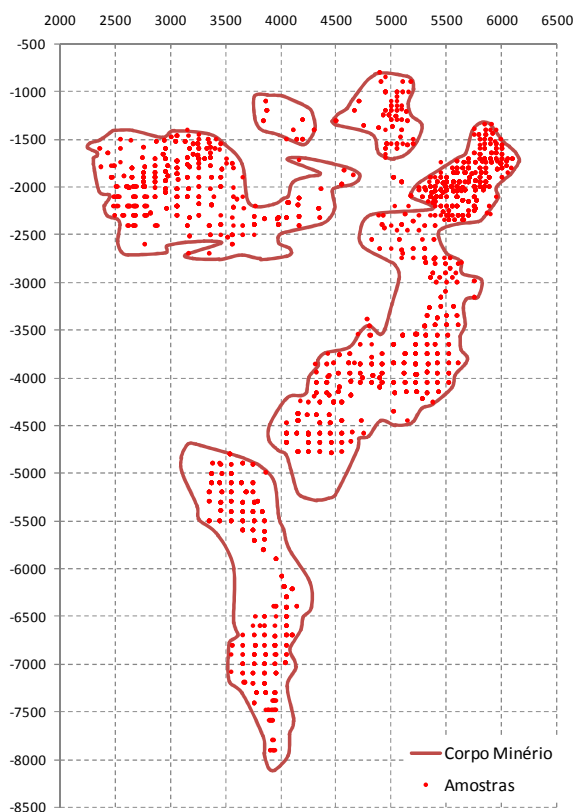


Figura 3. Mapa de localização das amostras, destacando os corpos de minério que formam a jazida de N5.

2.2.1 Litologias

As hematititas compacta e friável diferenciam-se por características mineralógica, que afetam sua granulometria. Tendo em vista que nesta dissertação não são abordados os aspectos granuloquímicos, buscou-se simplificar a análise agrupando-as. Contudo, o agrupamento de litologias requer a análise da distribuição de teores das variáveis de controle. A análise de correlação dos quantis da distribuição de probabilidade acumulada (dp) das litologias envolvidas permite avaliar seu grau de correlação, possibilitando avaliar a possibilidade de agrupamento, conforme visto na Figura 4.

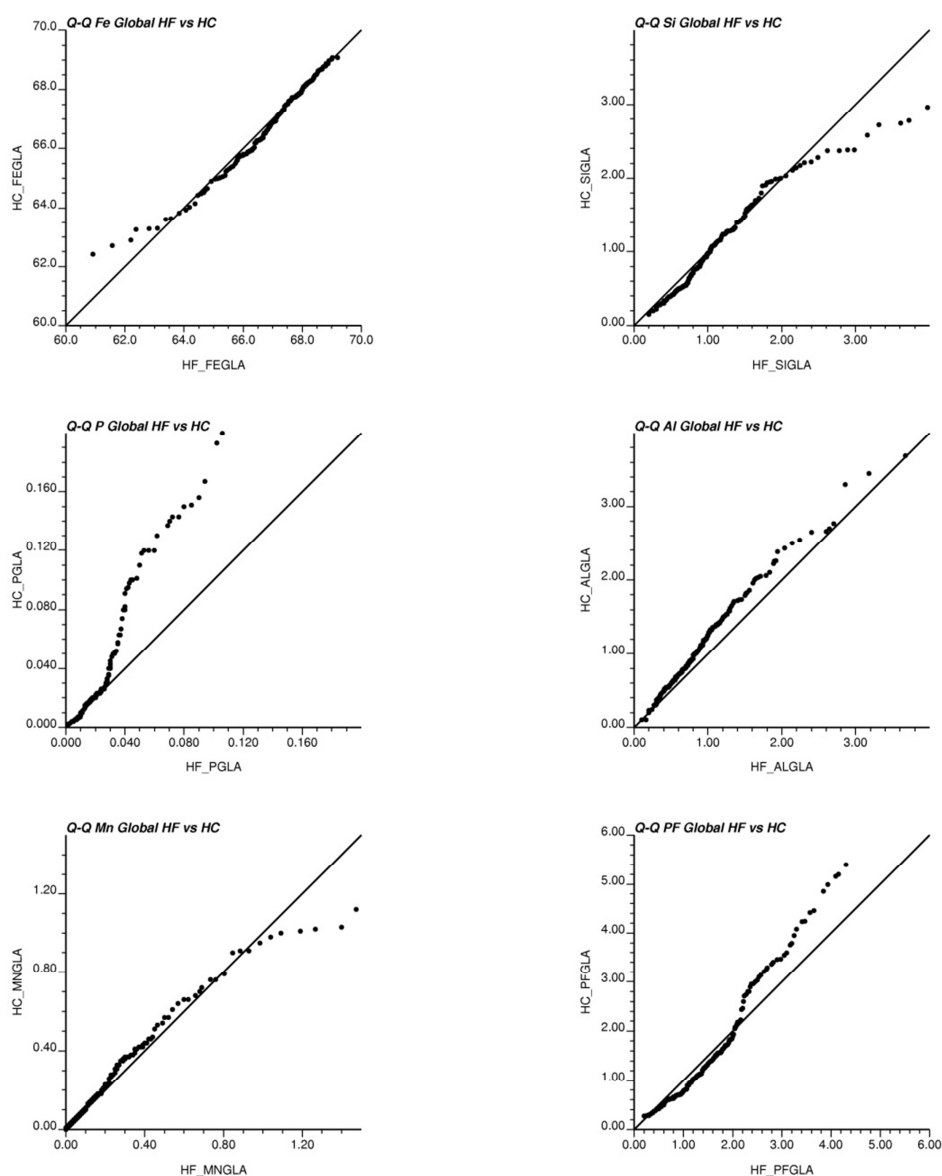


Figura 4. Gráfico de correlação de quantis entre os teores das espécies químicas analisadas na hematitita friável e compacta.

Analisando a Figura 4, onde é mostrado o gráfico de correlação de quantis para as variáveis globais (Fe, P, SiO₂, Al₂O₃ e Mn) entre a hematita friável e a compacta, observa-se que as variáveis apresentam boa correlação (com exceção do elemento fósforo e perda ao fogo), assim torna-se possível agrupá-las. A presença de valores extremos afeta a boa correlação das litologias.

2.2.2 Amostras

Os furos de sondagem estão distribuídos numa malha de 100x100m com adensamentos locais de 50x50m. As amostras analisadas dos furos de sondagem possuem comprimento médio de 7m.

A regularização das amostras procura atender à critérios operacionais, de seletividade de lavra, e homogeneização do suporte amostral. As minas de Carajás são projetadas com bancos de 15m, assim o modelo de blocos e a regularização das amostras seguem este parâmetro.

Na regularização, foram respeitados os contatos geológicos, iniciando-se uma nova composta a cada mudança de litologia. Os segmentos residuais com comprimentos inferiores a 5m, localizados no final do furo e em zonas de contato, foram desprezados, tendo em vista que estes possuem suporte amostral pequeno.

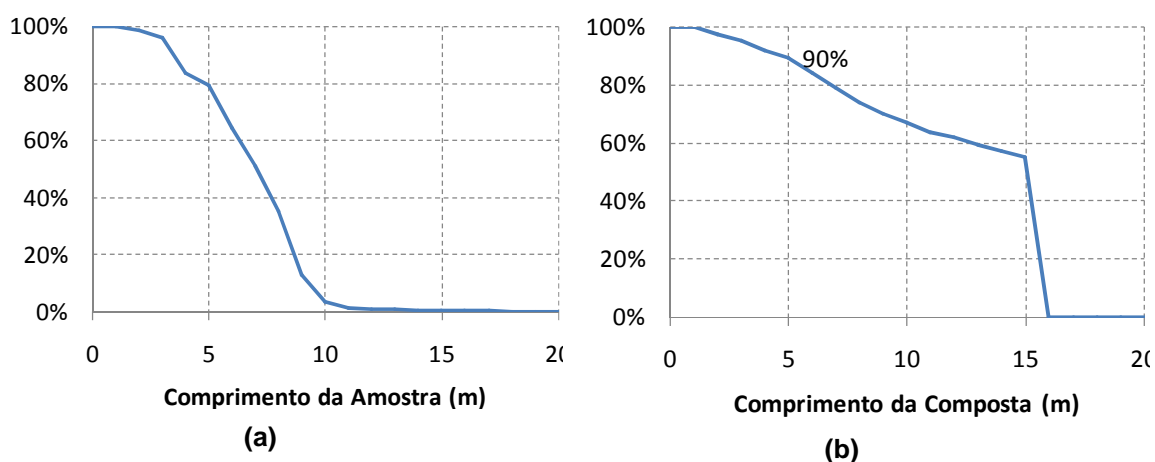


Figura 5. Histograma do comprimento das (a) amostras e (b) compostas do banco de dados da Mina de N5.

Na Figura 5, mostra-se o histograma do comprimento da amostra dos furos de sondagem e o comprimento resultante da regularização. Verifica-se

que a regularização gerou mais de 50% das compostas com suporte menor do que 15m, e apenas 10% dos dados, inferiores a 5m.

Comparando-se a estatística dos atributos das compostas de comprimentos superiores com os inferiores à 5m, verificam-se pequenas diferenças na média, mas significativas na variância dos dados, conforme visto na Tabela 1. Esta diferença na variância é explicada pela diferença na dimensão do suporte amostral. Assim, as compostas com comprimento inferior à 5m não deveriam ser utilizadas de forma direta na estimativa de teor, sendo desprezadas nesta dissertação.

Tabela 1. Comparação das estatística entre os atributos das compostas da Mina de N5.

| Comprimento da Composta | Momento Estatístico | Atributos | | | | |
|-------------------------|---------------------|-----------|------------------|-------|--------------------------------|------|
| | | Fe | SiO ₂ | P | Al ₂ O ₃ | Mn |
| (a) ≥ 5m | Média | 67.20 | 1.27 | 0.028 | 0.85 | 0.25 |
| | Variância | 2.02 | 1.23 | 0.001 | 0.56 | 0.12 |
| (b) < 5m | Média | 66.65 | 1.63 | 0.029 | 1.10 | 0.31 |
| | Variância | 3.83 | 3.02 | 0.002 | 1.21 | 0.18 |
| Diferença (b - a) / a | Média | -1% | 29% | 1% | 29% | 24% |
| | Variância | 90% | 147% | 45% | 116% | 53% |

A metragem de amostras de sondagem de hematita friável e compacta totalizam cerca de 39.505m, sendo utilizadas na estimativa 38.288m (97%) de amostras compostas acima de 5m, e descartados 1.218m (3%).

2.2.3 Desagrupamento

O adensamento amostral em determinadas áreas pode afetar a função de distribuição de probabilidade (fdp) cumulativa, incorporando tendência nos intervalos com forte presença nestas localizações. A utilização de técnicas de desagrupamento visa minimizar este efeito, atribuindo pesos distintos aos dados analisados em função do grau de proximidade com as demais amostras no entorno. O objetivo deste procedimento é ajustar os dados amostrais à média e variância real do depósito.

Os métodos de krigagem não são afetados pelo agrupamento amostral, tendo em vista que consideram este agrupamento no cálculo dos pesos e na estimativa, enquanto que os métodos de simulação sofrem interferência do agrupamento, pois almejam reproduzir a distribuição de probabilidade (fdp) cumulativa dos dados originais.

Existem duas técnicas de desagrupamento para depósitos em três dimensões (3D), o método de células móveis e a utilização de pesos de krigagem.

O método de células móveis requer o estudo da média dos valores em função do tamanho de célula, definindo-se através deste gráfico o tamanho de célula mais adequado para a definição dos pesos. Este método pode apresentar dificuldades para a definição do tamanho de célula mais adequado.

A utilização dos pesos de krigagem apresenta vantagens em relação à técnica de células móveis, mostrando coerência entre a média das estimativas e a média desagrupada, além de considerar a continuidade espacial. Por outro lado, esta técnica requer o modelamento da variabilidade espacial, tornando-se vantajosa somente quando a estimativa por krigagem fizer parte do estudo, pois os pesos são subprodutos da estimativa e este modelamento acarretaria em trabalho adicional.

Nesta dissertação, optou-se pela utilização da técnica de desagrupamento por pesos de krigagem, tendo em vista que os resultados obtidos pelo método de células móveis não apresentavam a mesma confiabilidade que os pesos de krigagem. Na Figura 6, observa-se o comportamento indefinido do gráfico do tamanho de célula (x,y,z) versus teor médio para diferentes alturas de célula.

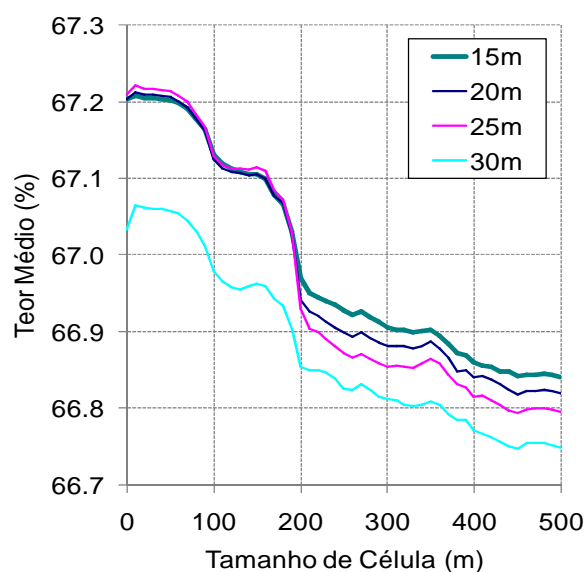


Figura 6. Tamanho de célula (x,y) versus teor médio para diferentes alturas de célula (z) para a Mina de N5.

2.2.4 Estatística básica

Embora sejam verificados agrupamentos preferenciais nas áreas mineralizadas (Figura 3), oriundos de adensamentos na malha de sondagem, os histogramas não mostram variações significativas na distribuição de freqüência e na média do teor de ferro e dos contaminantes. Na Figura 7 e Figura 8, temos o exemplo da Mina de N5, que demonstra esta constatação.

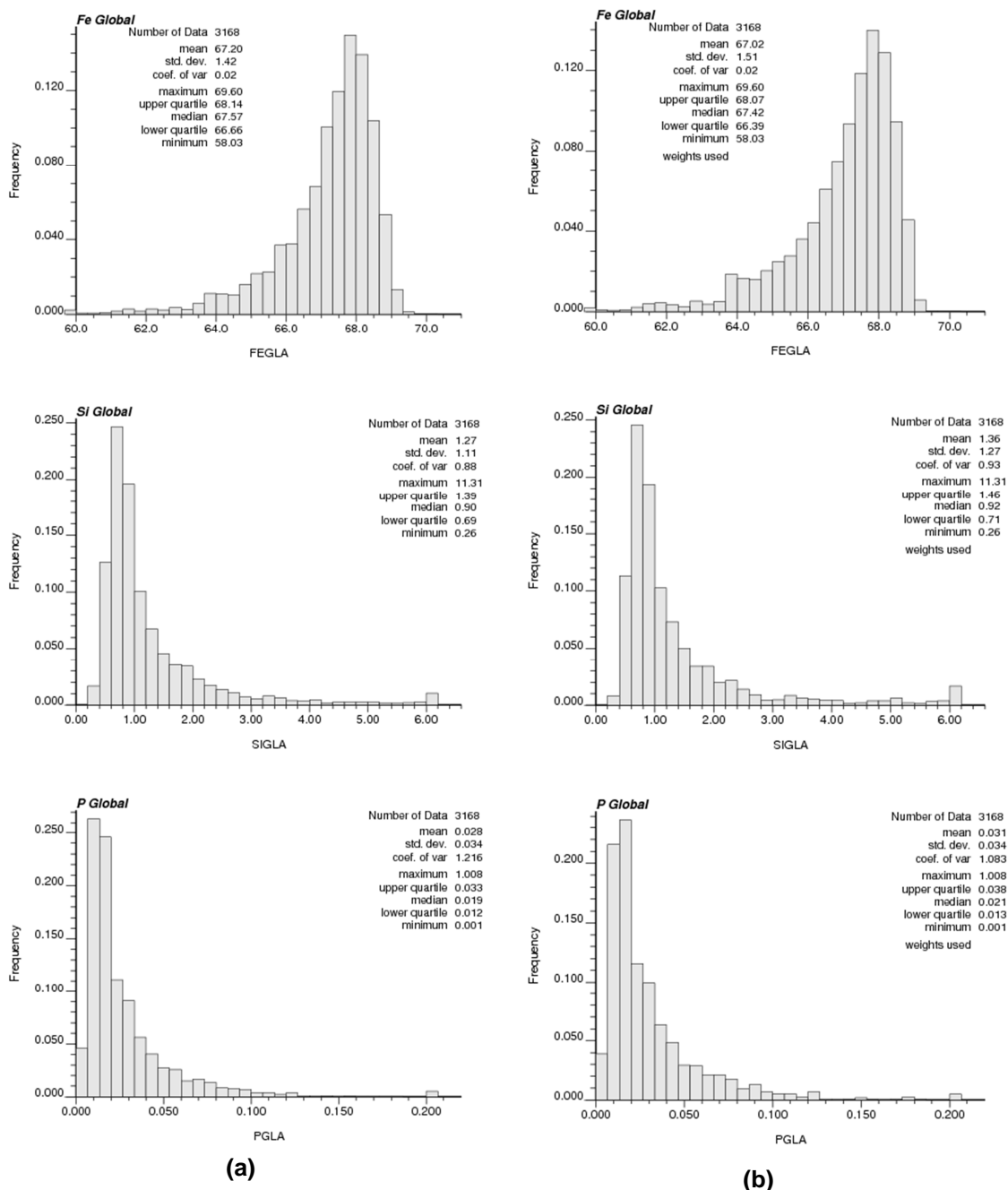


Figura 7. Histograma das variáveis da Mina de N5 dos dados (a) originais e (b) desagrupados.

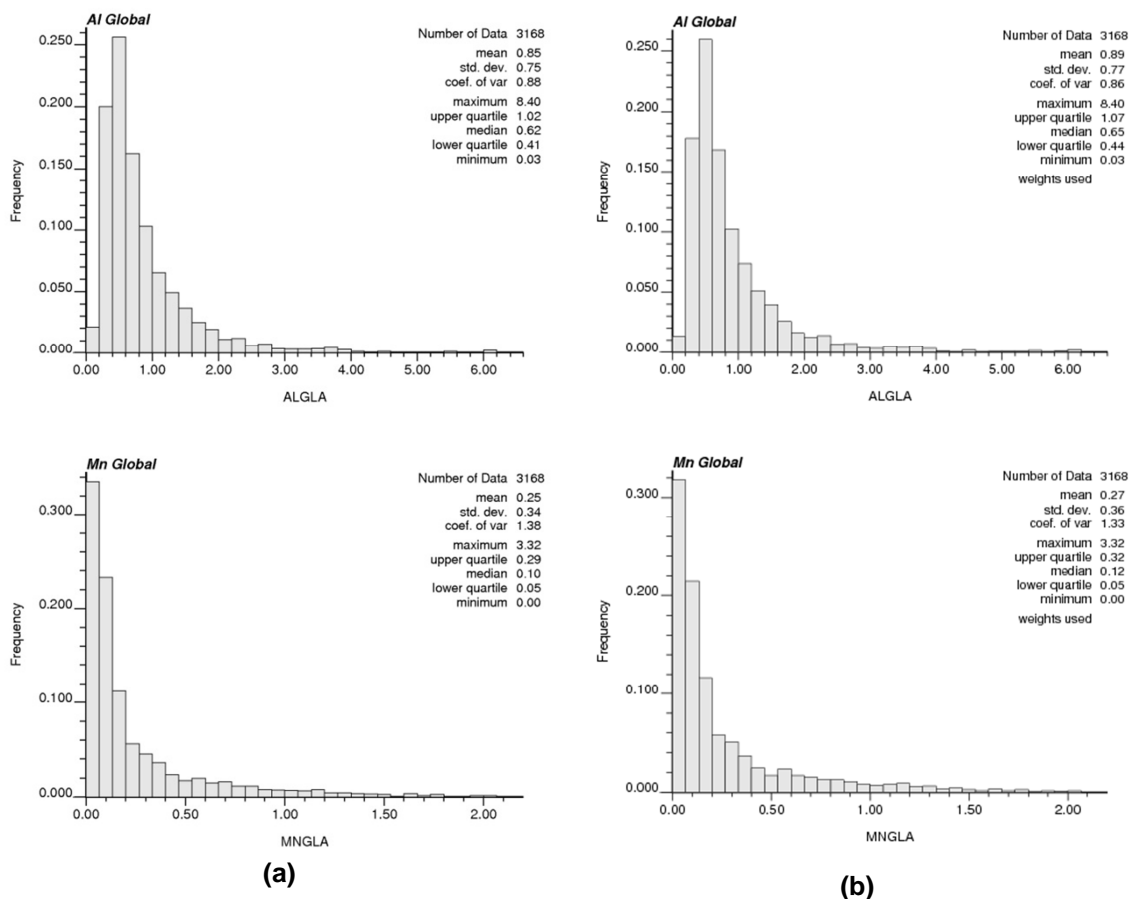


Figura 8. Histograma das variáveis da Mina de N5 dos dados (a) originais e (b) desagrupados.

2.3 Modelo MultiGaussiano

Se a variável aleatória VA $Z(u)$ é multivariada Gaussiana, então a sua estimativa $\hat{y}^*(u)$ por krigagem simples (KS) e sua variância estimada $\alpha_{KS^2}(u)$ caracterizam a média e variância da dclp, onde $\hat{y}^*(u)$ e $\alpha_{KS^2}(u)$ são calculados a partir das $n(u)$ informações $y(u_\alpha)$ ($\alpha = 1, \dots, n$) circunvizinhas de u (Journel e Huijbregts, 1978).

Contudo, a utilização do modelo multivariado Gaussiano para a construção da dclp exige que a distribuição dos dados $z(u_\alpha)$ ($\alpha = 1, \dots, n$) possua comportamento Gaussiano, ou seja, que sua distribuição seja centrada no valor médio e simétrica em torno deste, caracterizando uma distribuição normal.

2.3.1 Anamorfose gaussiana

O modelo multiGaussiano exige que a VA $Z(u)$ apresente distribuição normal, entretanto em geociências este comportamento não ocorre na maior parte dos casos. Assim, é necessário efetuar uma transformação na distribuição dos dados originais, denominada normalização. Esta transformação é realizada por meio de uma função normal, chamada função de anamorfose Gaussiana. A partir da distribuição dos dados experimentais de n valores $z(u_\alpha)$ ($\alpha = 1, \dots, n$), é realizada a mudança por meio da função de transformação normal $\varphi(y(u_\alpha))$ conforme a expressão abaixo:

$$z(u_\alpha) = \varphi(y(u_\alpha))$$

Esta transformação é fundamental para a determinação da dclp, onde são ajustados os momentos estatísticos da média e variância, necessários para a aplicação na determinação da dclp, conforme mostrado a seguir:

Média: $E\{Y(u)\} = m = 0$

Variância: $VAR\{Y(u)\} = \sigma^2 = 1$

A função de anamorfose $Z(u)$ incorpora todas as irregularidades que a distribuição experimental apresenta. Na Figura 9, mostra-se a função típica da variável ferro e sílica dos depósitos de Carajás, notando-se as discrepâncias características da distribuição impressas na curva que a distanciam de uma distribuição normal.

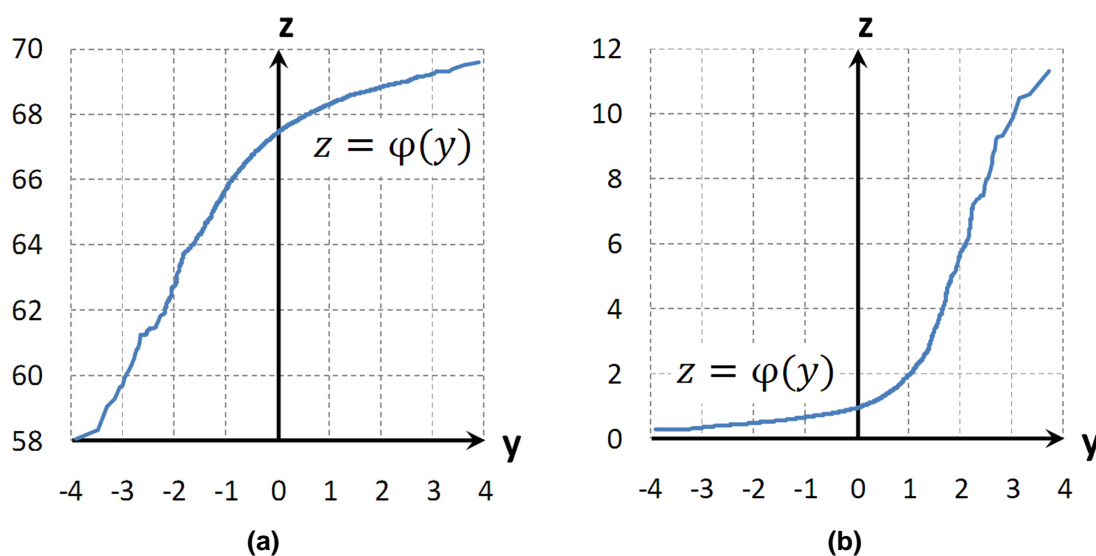


Figura 9. Representação gráfica da função de anamorfose típica da variável (a) Fe e (b) SiO_2 .

A função anamorfose Gaussiana é monotônica crescente, assim a distribuição da variável original pode ser diretamente acessada, pois as duas VAs $Z(u)$ e $Y(u)$ apresentam a mesma probabilidade cumulativa para os mesmos quartis (Figura 10). Desta forma, a transformação do modelo multiGaussiano pode ser expressa por:

$$F(u; z|(n)) = Prob\{Z(u) \leq z|(n)\} = Prob\{Y(u) \leq y|(n)\} = G(u; \varphi(z)|(n))$$

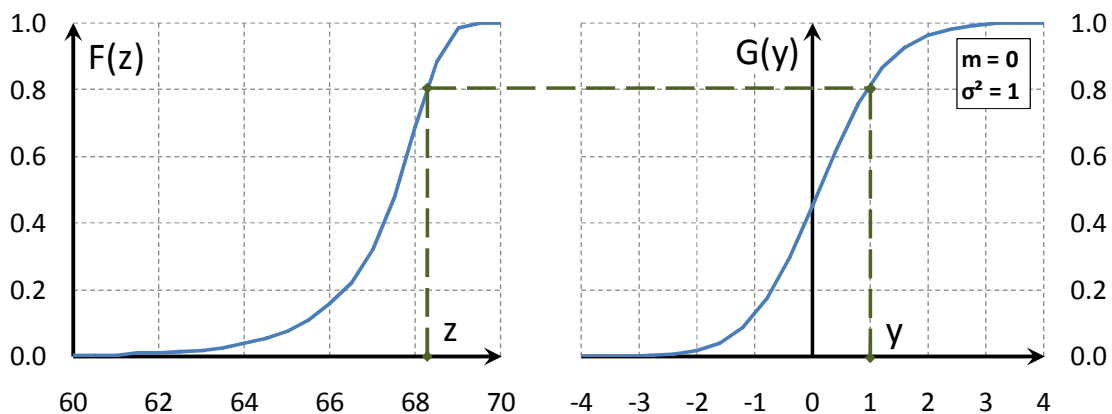


Figura 10. Funções de repartição $F(z)$ e $G(y)$ típica da variável Fe.

Segundo Pilger (2005), a anamorfose Gaussiana pode ser adequadamente empregada somente quando os histogramas das distribuições experimentais revelarem comportamento contínuo e não muito assimétrico tendo em vista que a ocorrência de valores nulos na distribuição acarretaria em estimativas fortemente tendenciosas ou até aleatórias, comprometendo os resultados. Além disso, poderia degradar a biGaussianidade ou multiGaussianidade teoricamente assumida.

A Figura 11 apresenta os dados normalizados das variáveis químicas da Mina de N5, onde se verifica que a média e variância encontra-se em zero e um respectivamente, atendendo à condição necessária para a determinação da dclp. Esta transformação foi efetuada considerando-se os pesos de desagrupamento, assim os histogramas da Figura 11 mantêm os momentos estatísticos em zero e um mediante a utilização destes pesos.

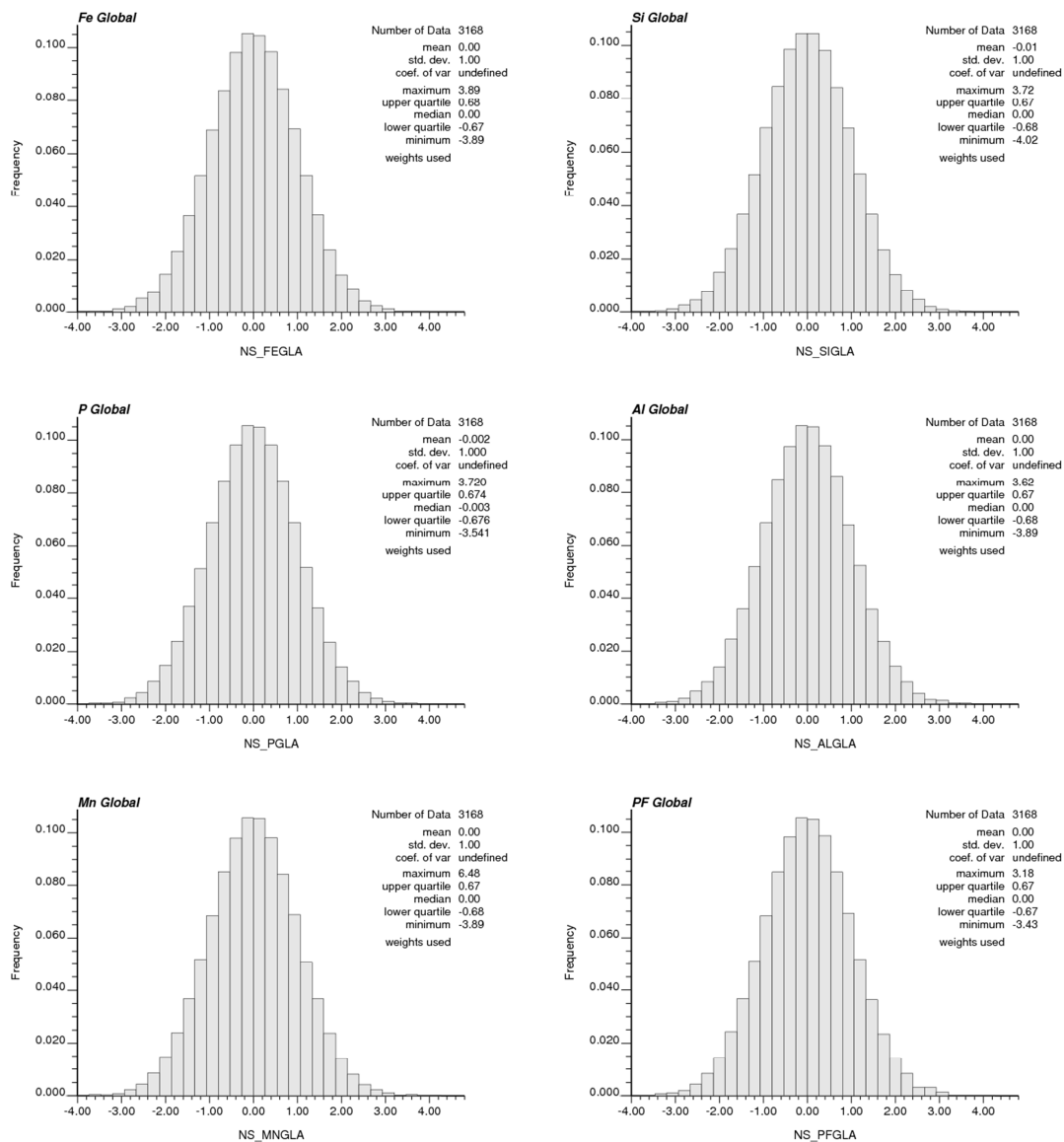


Figura 11. Histograma das variáveis da Mina de N5 dos dados normalizados.

2.3.2 Multinormalidade

A normalização dos dados originais não é suficiente para garantir o comportamento do multivariado Gaussiano, pois garante somente a normalidade univariada da FA. Deve-se verificar também a condição de multinormalidade das distribuições bivariadas, assegurando que elas possuam comportamento Gaussiano.

Matheron (1982) propôs um teste baseado na relação semi-madograma/semi-variograma. Esta relação deve apresentar valores próximos da constante 0,564 verificando-se diversas distâncias representando h passos.

$$\frac{\gamma_1(h)}{\sqrt{\gamma_2(h)}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,564$$

onde:

$$\gamma_1(h) = \frac{1}{2} E[|Y(u+h) - Y(u)|] \quad \text{Semi-Madograma}$$

$$\gamma_2(h) = \frac{1}{2} E\{|Y(u+h) - Y(u)|\}^2 \quad \text{Semi-Variograma}$$

Deutsh e Journel (1998) propõem uma forma de validar experimentalmente a condição de multinormalidade. O método consiste em verificar a distribuição linear entre quaisquer pares de y separados por um vetor h . Desta forma, a distribuição constituída por $Y(u) - Y(u+h)$ também deverá ser normal para garantir a multinormalidade.

A Figura 12 apresenta o teste de binormalidade segundo a técnica proposta por Matheron para os atributos do depósito de N5. Os resultados foram satisfatórios para os atributos avaliados, embora o Mn esteja um pouco abaixo do esperado. Portanto, os resultados demonstram que a condição de binormalidade da distribuição Gaussiana é válida.

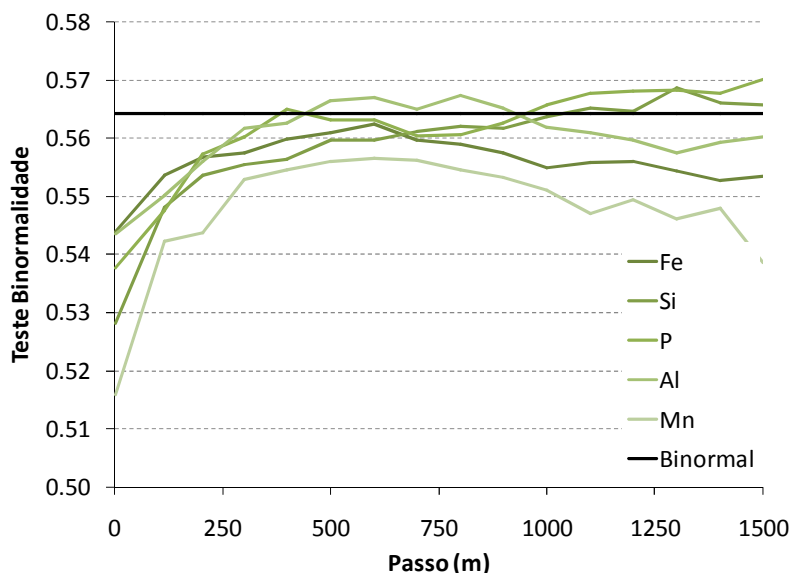


Figura 12. Teste de binormalidade dos atributos do depósito de N5.

2.5 Continuidade espacial

Os modelos de variabilidade espacial associados às hematititas constituem-se de três estruturas variográficas: efeito pepita e duas estruturas esféricas. Os corpos de hematitita são descontínuos ao longo da direção principal da formação ferrífera, truncados muitas vezes por diques e *sills* de rochas máficas (Souza, 2008).

A modelagem da continuidade espacial foi desenvolvida em duas etapas:

- Modelagem do efeito pepita;
- Modelagem das estruturas do variograma e análise das direções de continuidade espacial.

O efeito pepita foi determinado a partir do variograma gerado ao longo do furo, por meio do variograma experimental onidirecional, calculado com passo de 15m. Este procedimento busca capturar a variabilidade intrínseca dos dados para o atributo analisado, representado pela variabilidade entre as amostras em distâncias próximas.

O comportamento espacial do fenômeno foi modelado estudando os variogramas experimentais direcionais, onde foi avaliada a de direção maior, menor e intermediária continuidade dos atributos analisados. A direção foi determinada inicialmente a partir da análise da variável ferro, sendo posteriormente validada entre os demais atributos, procurando manter uniformidade na direção.

O parâmetro de busca para construção dos variogramas experimentais foi baseado na malha amostral média (100m) e no tamanho da composta (15m). Assim, na direção principal e intermediária utilizou-se passo de 100m com largura e espessura de banda de 50m e 7,5m respectivamente, enquanto que na direção de menor continuidade o passo foi de 15m.

De forma genérica, a equação abaixo descreve o modelo de variabilidade espacial utilizado nos depósitos de Carajás.

$$\gamma(h) = C0 + \left\{ C1. Sph \left(\frac{Ang1}{Alc1}, \frac{Ang2}{Alc2}, \frac{Ang3}{Alc3} \right) + C2. Sph \left(\frac{Ang1}{Alc1}, \frac{Ang2}{Alc2}, \frac{Ang3}{Alc3} \right) \right\}$$

onde: $\gamma(h)$ - função semi-variograma
 C0 - efeito pepita
 Cn - patamar da estrutura n
 Ang - direção preferencial (1), intermediária (2) e menor (3)
 Alc - alcance do variograma na respectiva direção
 Sph - modelo esférico

Na Tabela 2 e Tabela 3, temos os parâmetros dos modelos de variogramas obtidos na análise de continuidade espacial dos dados originais e normalizados, respectivamente.

Tabela 2. Parâmetro do modelo de variograma dos dados originais da Mina de N5.

| Var. | C0 | Estrutura #1 | | | | | | Estrutura #2 | | | | | | | | | |
|--------------------------------|------|--------------|--------|----|---|---------|-----|--------------|---------|--------|------|----|---------|---|------|------|-----|
| | | Mod. C1 | Ângulo | | | Alcance | | | Mod. C2 | Ângulo | | | Alcance | | | | |
| | | | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | | |
| Fe | 0.25 | 1 | 0.80 | 90 | 0 | 0 | 150 | 100 | 70 | 1 | 0.90 | 90 | 0 | 0 | 1100 | 750 | 180 |
| SiO ₂ | 0.10 | 1 | 0.60 | 90 | 0 | 0 | 150 | 200 | 70 | 1 | 0.52 | 90 | 0 | 0 | 1500 | 700 | 90 |
| P | 0.00 | 1 | 0.00 | 90 | 0 | 0 | 250 | 350 | 50 | 1 | 0.00 | 90 | 0 | 0 | 1e6 | 350 | 60 |
| Al ₂ O ₃ | 0.05 | 1 | 0.20 | 90 | 0 | 0 | 100 | 100 | 50 | 1 | 0.31 | 90 | 0 | 0 | 600 | 400 | 250 |
| Mn | 0.01 | 1 | 0.05 | 90 | 0 | 0 | 150 | 150 | 60 | 1 | 0.06 | 90 | 0 | 0 | 800 | 1500 | 140 |

Tabela 3. Parâmetro do modelo de variograma dos dados normalizados da Mina de N5.

| Var. | C0 | Estrutura #1 | | | | | | Estrutura #2 | | | | | | | | | |
|--------------------------------|------|--------------|--------|----|---|---------|-----|--------------|---------|--------|------|----|---------|---|------|------|-----|
| | | Mod. C1 | Ângulo | | | Alcance | | | Mod. C2 | Ângulo | | | Alcance | | | | |
| | | | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | | |
| Fe | 0.13 | Sph | 0.50 | 90 | 0 | 0 | 100 | 100 | 50 | Sph | 0.37 | 90 | 0 | 0 | 700 | 550 | 250 |
| SiO ₂ | 0.08 | Sph | 0.49 | 90 | 0 | 0 | 60 | 60 | 80 | Sph | 0.43 | 90 | 0 | 0 | 700 | 450 | 120 |
| P | 0.10 | Sph | 0.25 | 90 | 0 | 0 | 100 | 100 | 100 | Sph | 0.65 | 90 | 0 | 0 | 500 | 500 | 100 |
| Al ₂ O ₃ | 0.10 | Sph | 0.60 | 90 | 0 | 0 | 100 | 150 | 70 | Sph | 0.30 | 90 | 0 | 0 | 700 | 350 | 250 |
| Mn | 0.10 | Sph | 0.40 | 90 | 0 | 0 | 100 | 100 | 140 | Sph | 0.50 | 90 | 0 | 0 | 1100 | 1100 | 140 |

Os parâmetros de continuidade espacial, assim como a análise estatística dos dados, foram determinados com base exclusiva nos dados das variáveis geoquímicas, podendo assim possuir diferenças dos modelos de continuidade espacial utilizados pela Vale que empregam informações mais detalhadas, como a geologia estrutural e tratamento de valores extremos.

2.6 Comentários dos dados

Demonstrou-se na análise estatística que os depósitos hematíticos de Carajás são caracterizados pela baixa variabilidade no teor de ferro e contaminantes, apresentam alto teor de ferro, característica dos minérios hematíticos, e baixo teor de elementos contaminantes.

Os corpos mineralizados possuem alta continuidade espacial, conforme visto na análise dos variogramas, e também na geometria da mineralização que apresenta corpos contínuos espessos com presença de lentes de minério contaminado.

Na Figura 13, é ilustrada a relação qualitativa da continuidade geológica em função do teor do minério, enquanto que na Figura 14 temos a homogeneidade da mineralização, destacando-se em as ambas figuras a posição do estudo de caso desta dissertação no contexto geológico.

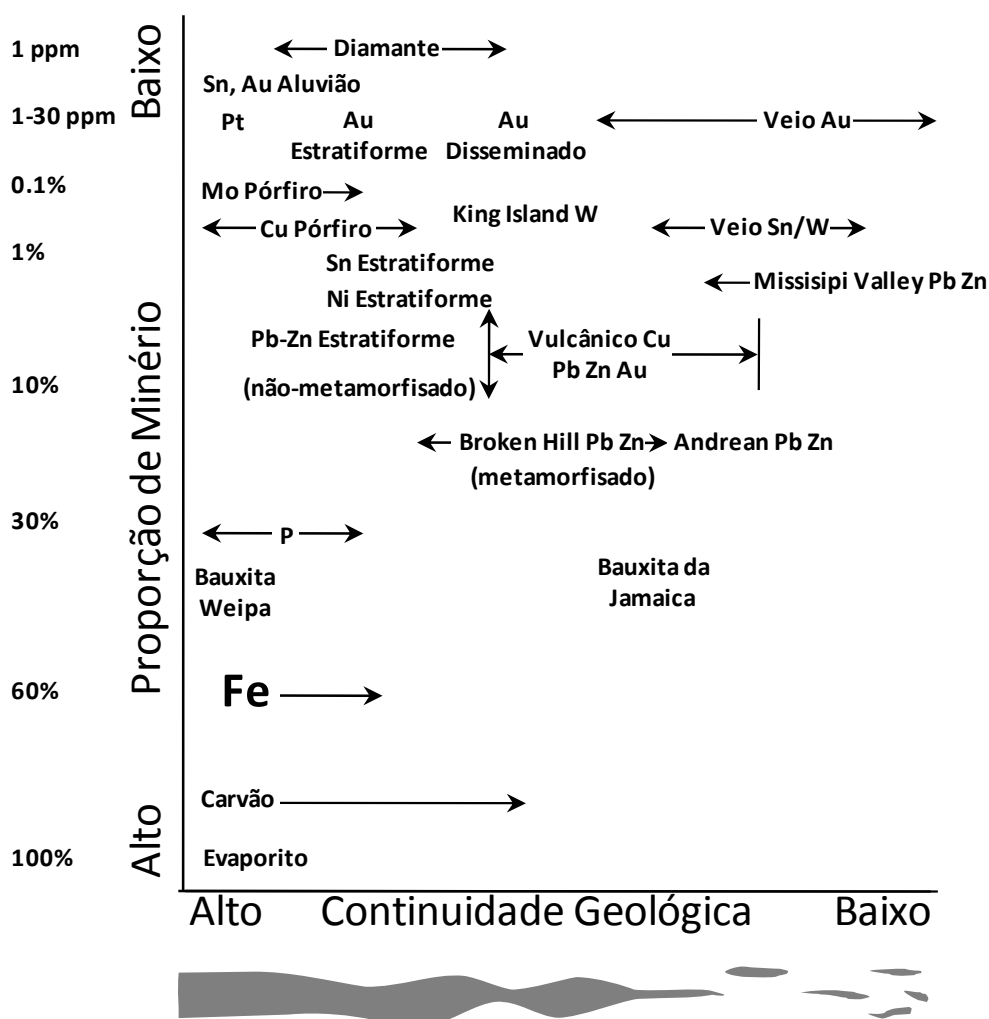
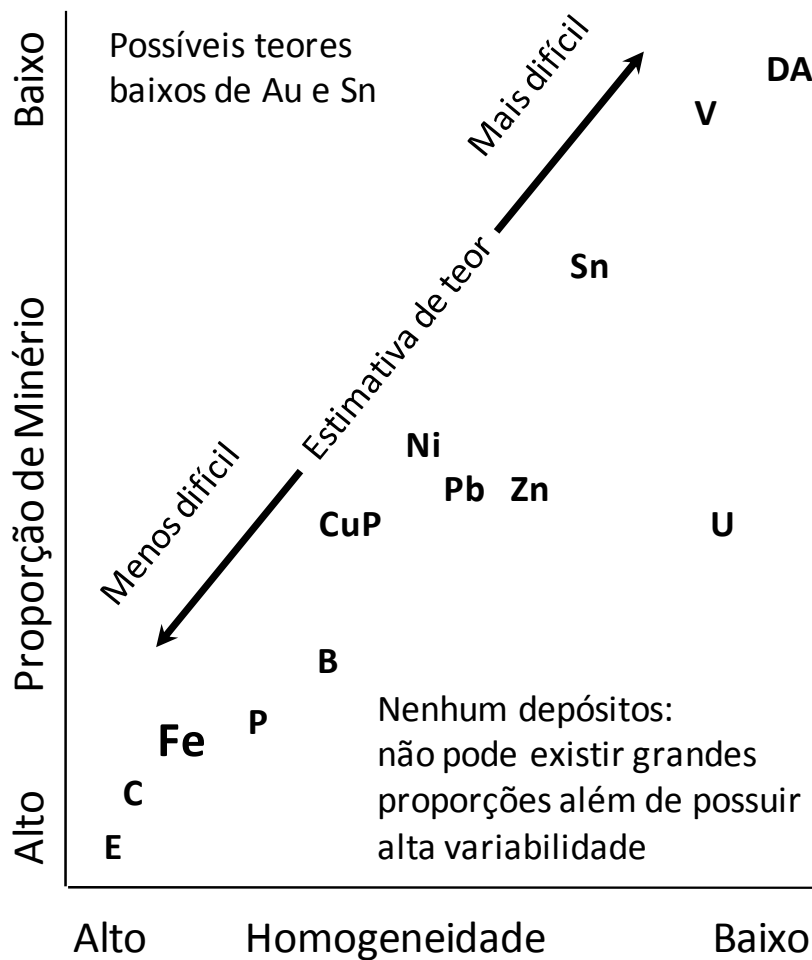


Figura 13. Relação qualitativa da continuidade geológica em função do teor do minério, destacando a posição do minério de ferro (adaptado de Sinclair e Blackwell, 2004).



E= Evaporito; C= Carvão; Fe= Minério Ferro; P=Fosfato;
B=Bauxita; PbZn=Chumbo-zinco estratiforme; Ni=Ni
estratiforme; SSn=Estanho estratiforme; CP=Cobre
pórfiro; VSn=Veio estanho; V=Veio de ouro e prata;
U=Uranio; D=Diamante; DA=diamante de aluvião

Figura 14. Homogeneidade da mineralização versus teor do minério destacando a posição do minério de ferro (adaptado de Sinclair e Blackwell, 2004).

Capítulo 3

Simulação Geoestatística

Esse capítulo apresenta os fundamentos de Simulação Seqüencial Gaussiana (SSG), descrevendo os métodos e técnicas utilizadas para sua aplicação na indústria mineral. Será ilustrado um comparativo entre estimativa determinística e simulação estocástica. Descrevem-se os principais fatores que controlam as flutuações ergódicas das realizações. Mostram-se as principais funções de transferência onde se usam os modelos obtidos por simulação. São revisados os conceitos dos algoritmos de amostragem aleatória e os princípios da Simulação Seqüencial Gaussiana (SSG), empregando os algoritmos de *Simple Random Sampling* (SRS) e *Latin Hypercube Sampling* (LHS), baseados na técnica de Monte Carlo.

3.1 Estimativa versus simulação

Segundo Journel & Huijbregts (1978), a principal diferença entre simulação estocástica e estimativa está nos seus objetivos. O objetivo da estimativa é fornecer, em determinada posição (u), um valor estimado $z^*(u)$ que seja o mais próximo possível do teor verdadeiro $z(u)$. Enquanto que a simulação estocástica visa reproduzir, em suas realizações, a variabilidade espacial do atributo de interesse. Desta forma, o resultado de uma simulação é uma distribuição de probabilidades acerca do teor provável, atribuído a um determinado suporte.

A estimativa por krigagem busca minimizar a variância local do erro $E\{[z(u)-z^*(u)]^2\}$, assim uma boa estimativa é caracterizada pela ausência de viés e mínimo erro médio quadrático. Conseqüentemente, a minimização da variância na estimativa resulta na suavização da verdadeira dispersão do

atributo. Tipicamente, se verifica que ocorre suavização nos teores extremos, onde valores baixos são superestimados, enquanto que valores altos são subestimados. Esta suavização não é uniforme, mostrando-se mínima próxima dos dados (localmente) e aumentando progressivamente com o afastamento dos mesmos.

Os métodos de simulação estocástica foram inicialmente desenvolvidos para corrigir o efeito da suavização e outros ruídos produzidos por krigagem (Deutsch & Journel, 1998). Os resultados obtidos por simulação visam reproduzir a distribuição dos dados (histograma) e sua variabilidade (variograma experimental), na construção de modelos com características mais realísticas comparando-se a outro obtido por estimativa. O conceito da simulação estocástica propõe gerar várias realizações do modelo de FA $Z(u)$ por meio de tiragens aleatórias (Monte Carlo) de valores a partir da função de densidade de probabilidade (fdp) cumulativa multivariada da FA $Z(u)$.

Assim sendo, devido às características particulares dos métodos, a estimativa por krigagem é preferível para estimativa de recurso e reserva, enquanto que o método de simulação condicional é empregado nos estudos que requerem a quantificação da incerteza dos teores e/ou do risco geológico.

3.3 Espaço de incerteza

Os métodos de simulação geoestatística visam gerar L realizações equiprováveis do modelo estacionário Gaussiano FA $Z(u)$. Assim, espera-se que cada realização reproduza o histograma e o variograma da distribuição experimental. Porém, esta reprodutibilidade é raramente atingida devido a toda a variedade de feições e padrões estatísticos encontrados, bem como pelo fato dos modelos estatísticos encontrados, bem como pelo fato dos modelos serem inferidos a partir de amostras limitadas em tamanho e número. Essas discrepâncias entre o modelo e as realizações são referidas como flutuações ergódicas (Deutsch & Journel, 1998). A Figura 15 mostra as flutuações ergódicas encontradas no histograma e variograma, onde se comparam as flutuações das realizações com os dados experimentais e modelo de variograma.

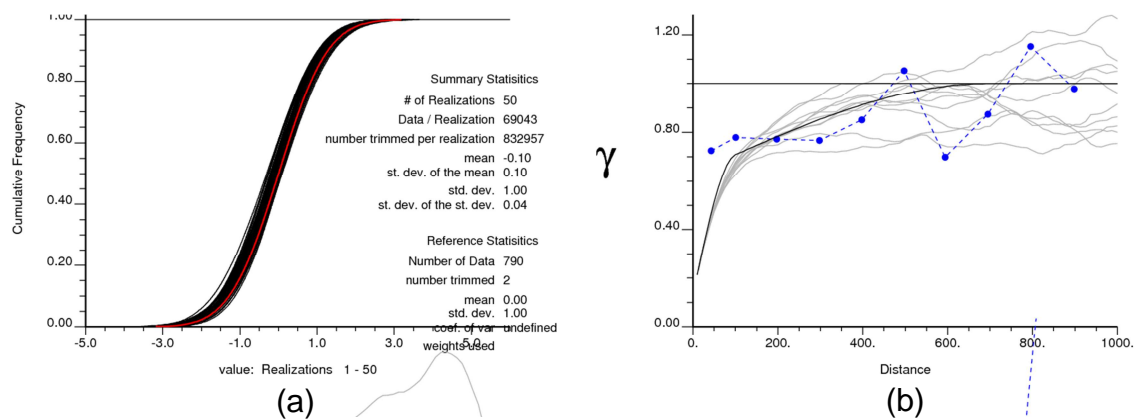


Figura 15. Flutuações ergódicas no histograma (a) e variograma (b), comparando-se as realizações com os dados experimentais (teor de ferro da cava de N5W).

Diversos fatores controlam a magnitude das flutuações ergódicas exibidas pelas realizações (Goovaerts, 1997 e Deutsch & Journel, 1998):

i. Algoritmo empregado

Os algoritmos de simulação seqüencial reproduzem o modelo de continuidade espacial dos dados, mas necessitam de várias realizações para reproduzir em média o modelo dos dados.

A garantia que a teoria de simulação prevê é que esses parâmetros sejam reproduzidos pela combinação de um grande número de simulações; quanto menos ergódica for a FA em questão, mais realizações serão necessárias para atingir o valor esperado (Deutsch & Journel, 1998).

ii. Número de informações experimentais

A similaridade entre as distribuições dos dados e das realizações aumenta com o número de informações condicionantes, desde que o modelo utilizado possua a mesma característica dos dados.

iii. Modelo de continuidade espacial

A magnitude das flutuações ergódicas das realizações no modelo de continuidade espacial é significativa quando o alcance do modelo variográfico é relativamente grande em relação à dimensão da área a ser simulada, principalmente se a proporção do efeito pepita em relação ao patamar for pequena.

As flutuações ergódicas das realizações na distribuição (histograma) também são influenciadas pelo alcance do modelo de continuidade espacial em

relação à área a ser simulada. Conforme visto na Figura 16 onde é apresentada a distribuição das realizações da simulação do modelo completo comparando-se com a simulação de uma área em particular do depósito.

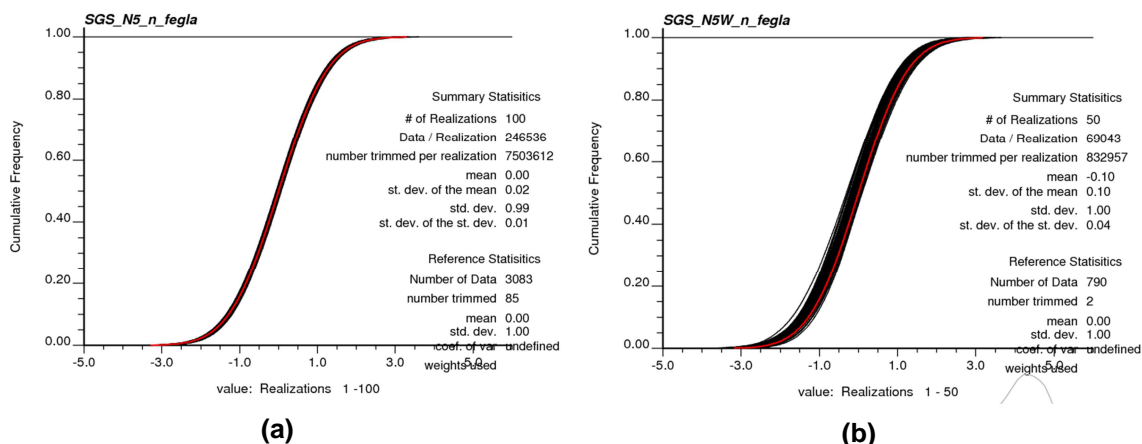


Figura 16. Comparativo entre a distribuição dos dados experimentais e as realizações da simulação do modelo completo de N5 (a) e da simulação de uma área em particular (b).

iv. Número de realizações

O número de realizações deve permitir mapear a incerteza do atributo em estudo, assim deve-se avaliar o incremento de realizações de forma a garantir que os momentos estatísticos sejam caracterizados como ergódicos e que a variabilidade do atributo seja atingida (Bonato, 2000). Costa (1997) propõe analisar a variância das médias das realizações buscando definir o número de realizações, a partir da análise da estacionarização da variância, que atinge um determinado patamar limite.

3.4 Funções de transferência

O processo de avaliação da incerteza geológica necessita fundamentalmente dos modelos obtidos por meio de simulação estocástica, entretanto a análise somente é possível compilando os resultados através de uma função de transferência (FT). As funções de transferência são alimentadas pelos modelos de incerteza que deverão auxiliar no processo de tomada de decisão.

De acordo com Isaaks (1990), uma FT se caracteriza como um modelo numérico ou analítico que descreve ou representa algum sistema ou operação real. Assim, uma operação de lavra pode ser considerada uma FT, onde os

atributos analisados e quantificados por meio de simulação produzem respostas que subsidiam as decisões na operação mineira.

Nesta dissertação, as funções de transferência utilizadas foram:

- índices locais de incerteza;
- indicadores de planejamento mineiro (mina e usina).

3.4.1 Índices locais de incerteza

Os índices locais de incerteza procuram avaliar a magnitude da incerteza por meio dos resultados obtidos pela simulação estocástica. A estimativa da dclp a partir de métodos de simulação estocástica permite que a variabilidade local seja quantificada. Os principais índices de incerteza são:

- i. variância condicional;
- ii. coeficiente de variação;
- iii. intervalo entre quartis (IEQ).

3.4.1.1 Variância Condicional

A variância condicional mede o espalhamento da dclp em torno da média, que por sua vez é dependente da média das classes \bar{z}_k . A expressão numérica da variância condicional $\sigma^2(u)$ é definida por:

$$\sigma^2(u) \cong \sum_{k+1}^{K+1} [\bar{z}_k - z^*_E(u)]^2 \cdot [F(u; z_k | (n)) - F(u; z_{k+1} | (n))]$$

onde:

- $z^*_E(u)$ média esperada da dclp (E-Type da $Z(u)$);
- $z_k, k = 1, \dots, K$ valores limite (K) discretizando o intervalo de variação da VA $Z(u)$;
- \bar{z}_k média aritmética da classe (z_{k-1}, z_k);
- $F(u, z_k | (n))$ função densidade de probabilidade local da VA $Z(u)$;
- $| (n)$ expressa o condicionamento local (circunvizinhos ao ponto simulado).

3.4.1.2 Coeficiente de variação

O coeficiente de variação (CV) é mais robusto em relação à variância condicional, apresentando-se como a razão entre a raiz quadrada da variância condicional e a média dos dados, podendo ser expressa em notação percentual (%).

$$CV = \frac{\sqrt{\sigma^2(u)}}{z^*_E(u)} \cong \frac{\sqrt{\sum_{k+1}^{K+1} [\bar{z}_k - z^*_E(u)]^2 \cdot [F(u; z_k|(n)) - F(u; z_{k+1}|(n))]}{\sum_{k+1}^{K+1} \bar{z}_k \cdot [F(u; z_k|(n)) - F(u; z_{k+1}|(n))]}$$

onde os termos da equação foram apresentados anteriormente.

3.4.1.3 Intervalo entre quartis

O intervalo entre quartis (IEQ) se apresenta como um método de avaliação da incerteza mais robusto do que os anteriores. O IEQ é principalmente indicado para medidas de espalhamento local de distribuições assimétricas porque não considera os valores extremos (classes extremas). O uso desse método permite que o contraste entre áreas de alta variabilidade esperada e áreas de baixa variabilidade esperada seja mais evidente (Goovaerts, 1997 e Pilger, 2000).

O IEQ é definido como a diferença entre os quartis superior e inferior da dclp, ou seja:

$$IEQ(u) = q_{0.75}(u) - q_{0.25}(u)$$

Este índice de incerteza também pode ser adaptado para quaisquer diferenças entre quantis, como por exemplo, a diferença entre os quantis P10 e P90 da dclp de uma determinada FA $Z(u)$.

3.5 Simulação condicional seqüencial

O princípio dos métodos de simulação seqüencial estocástica fundamenta-se na determinação de um modelo de incerteza estocástico FA $Z(u)$, conhecendo-se previamente o modelo teórico de incerteza (dclp) por meio de krigagem.

Os métodos de simulação seqüencial são baseados na decomposição de uma função de distribuição de probabilidade (fdp) cumulativa multivariada

do modelo de FA $Z(u)$ em uma seqüência de distribuições condicionais. A fdp multivariada $f(u_1, \dots, u_N; z_1, \dots, z_N)$ pode ser expressa como um produto de N distribuições condicionais univariadas (Isaaks, 1990):

$$\begin{aligned} f(u_1, \dots, u_N; z_1, \dots, z_N) &= f(u_1, z_1) \\ &* f(u_2, z_2 | Z(u_1) = z_1) \\ &* \dots \\ &* f(u_N, z_N | Z(u_j) = z_j, j = 1, \dots, N - 1) \end{aligned}$$

onde: z_j valor atribuído a VA $Z(u_j)$;
 u_j localização do valor z_j ;
 j localização do modelo a ser simulada ($j=1, \dots, N$).

Uma realização da FA $Z(u)$ é construída por meio de uma seqüência de tiragens aleatórias de cada distribuição condicional univariada. Cada valor obtido da seleção aleatória é usado para condicionar a próxima distribuição univariada. O processo termina quando a última distribuição univariada é condicionada e aleatoriamente amostrada.

A distribuição univariada da primeira etapa será condicionada aos n dados experimentais originais ($z(u_\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, n$). Assim, na localização não amostrada u_1 , uma realização da VA $Z(u_1)$ será aleatoriamente amostrada da distribuição $f(u_1, z_1 | Z(u_\alpha) = z_\alpha, \alpha=1, \dots, n)$. Subseqüentemente, as distribuições univariadas de todas as demais localizações u_j ($j = 2, \dots, N$) seriam condicionadas aos dados amostrais e às realizações precedentes das VA $Z(u_j)$.

Segundo Pilger (2005), o algoritmo seqüencial é implementado na prática sobre distribuições condicionais locais de probabilidade (dclp) cumulativas $F(u; z|(n))$. Essas funções caracterizam e governam as distribuições condicionais univariadas locais [$f(u; z|(n))$] das VAs $Z(u)$ referidas no algoritmo seqüencial, pois:

$$\int_{-\infty}^z f(u; z|(n)) dz = F(u; z|(n)) = Prob\{Z(u) \leq z|(n)\}$$

O conjunto de valores simulados $\{z(u_j), j = 1, \dots, N\}$, representa uma realização da FA $Z(u)$ no domínio definido pelas informações geoposicionadas originais $z(u_\alpha)$ ($\alpha = 1, \dots, n$). A repetição de L vezes desse algoritmo garante a geração de L realizações equiprováveis do modelo de FA $Z(u)$ $\{z^{(l)}(u_j), j =$

$1, \dots, N; l = 1, \dots, L$). Logo, em cada localização u_j ($j = 1, \dots, N$), o processo de simulação gera uma distribuição, composta por L valores, que pode ser considerada uma aproximação numérica (método estocástico) da distribuição condicional local de probabilidade (dclp) cumulativa, ou seja:

$$F(u; z | (n)) \approx \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L i^{(l)}(u; z)$$

O valor da VA Z em cada localização u_j ($j = 1, \dots, N$) é simulado dentro do domínio de variação da VA $Z(u)$, por meio de um procedimento aleatório, a partir das $F(u; z | (n))$ que caracterizam as $f(u; z | (n))$. O algoritmo seqüencial utiliza simulação de Monte Carlo para efetuar as tiragens aleatórias que caracterizam os valores simulados. Nesse processo, são sorteados números, definidos no domínio $[0;1]$, que representam probabilidades p . Essas probabilidades alimentam as funções inversas $F^{-1}(u; p | (n))$ para a obtenção dos valores simulados $z(u)$, ou seja:

$$F^{-1}(u; p | (n)) = z(u)$$

3.6 Simulação Seqüencial Gaussiana

O método de simulação seqüencial Gaussiana (SSG) é uma extensão do algoritmo de simulação condicional seqüencial baseado em um modelo de função aleatória com distribuição multivariada Gaussiana. Desta forma, a sua aplicação exige que a distribuição dos dados da VA $Z(u)$ seja transformada para uma distribuição Gaussiana VA $Y(u)$. Faz-se necessário verificar a condição de multinormalidade desta transformação, que permitiria utilizar os métodos de krigagem na derivação dos modelos de incerteza (dclp).

O SSG é caracterizado por construir as realizações buscando reproduzir a média, variância e covariância, conforme descrito abaixo:

$$\text{Média:} \quad E\{Y(u)\} = m = 0$$

$$\text{Variância:} \quad VAR\{Y(u)\} = \sigma^2 = 1$$

$$\text{Covariância:} \quad E\{Y(u_1)Y(u_2)\} - m^2 = Cov(u_2, u_1)$$

Na SSG, utiliza-se a krigagem simples (KS) na geração da distribuição condicional univariada, pois a FA é multivariada Gaussiana, visando reproduzir

a média e variância característica do modelo Gaussiano. No entanto, nos casos onde for encontrado um número grande de dados originais vizinhos ao ponto onde será feita a estimativa, pode-se usar krigagem ordinária (KO), sem o risco de expandir os valores das estimativas além do intervalo dos dados originais. Nesta dissertação, foi utilizada a KS na construção da distribuição condicional univariada.

3.6.1 Algoritmo de *Simple Random Sampling* (SRS)

O método tradicional de simulação seqüencial Gaussiana utiliza a técnica de simulação baseada no algoritmo de *Simple Random Sampling* (SRS), que é baseado na aplicação direta da busca aleatória por Monte Carlo.

Nessa técnica, os modelos de incerteza (dclp) da VA Z nas localizações u_j ($j = 1, \dots, N$) são amostradas aleatoriamente L vezes, construindo o conjunto de valores simulados $\{z^{(l)}(u_j) \mid j = 1, \dots, N \text{ e } l = 1, \dots, L\}$. Assim, o número L de realizações é determinante para a caracterização do espaço de incerteza da VA $Z(u)$. Quanto maior for o número L , maior o número de amostras disponíveis para a construção dos modelos estocásticos, que caracterizam o espaço de incerteza. O número mínimo de realizações necessárias para se caracterizar suficientemente bem o espaço de incerteza, depende das características intrínsecas dos dados e do objetivo de pesquisa. Existem casos em que L precisa ser tão elevado que essa técnica pode se tornar computacionalmente muito intensa, exigindo muito tempo de processamento e espaço em disco (Pilger, 2005).

O algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana está implementado para obter o valor simulado $y^{(l)}(u_j)$ por meio da seguinte equação:

$$Y^{(l)} = xp^{(l)}(u_j) \cdot \sigma_{ks}(u_j) + y^*_{ks}(u_j) \quad u_j = 1, \dots, N \text{ e } l = 1, \dots, L$$

onde:

| | |
|--------------------|------------------------------------|
| $\sigma_{ks}(u_j)$ | desvio padrão de krigagem simples; |
| $y^*_{ks}(u_j)$ | estimativa por krigagem simples; |
| $xp^{(l)}(u_j)$ | valor Gaussiano. |

O valor Gaussiano é obtido derivando a distribuição de probabilidade Gaussiana padrão $G(y)$, associado à localização u_j , ou seja:

$$xp^{(l)}(u_j) = [G^{-1}(u_j, p)] \quad u_j = 1, \dots, N \text{ e } l = 1, \dots, L$$

3.6.2 Algoritmo de *Latin Hypercube Sampling* (LHS)

Pilger (2005) propõe a aplicação do algoritmo de LHS na tiragem dos números aleatórios e independentes R_{ik} da distribuição uniforme $U[0;1]$. A proposta consiste em realizar a tiragem de M valores da VA Gaussiana padrão $Y [Y \sim N(0;1)]$, a partir da distribuição $G(y)$, de forma aleatória, sem substituição e de M classes equiprováveis distintas. Isto é, primeiramente a distribuição $G(y)$ é dividida em M classes equiprováveis disjuntivas, e a partir daí, são tirados, aleatoriamente, um valor de cada classe M , de cada localização u_j ($j = 1, \dots, N$) para cada realização L ($l = 1, \dots, L$). O procedimento de tiragem respeita a equação abaixo:

$$xp_{lhs}^{(l)}(u_j) = [G^{-1}(u_j, phls^{(i)}(u_j))] \quad j = 1, \dots, N; i = 1, \dots, M \text{ e } l = 1, \dots, L$$

onde:

$$xp_{lhs}^{(l)}(u_j) \quad \text{valor Gaussiano (análogo ao } xp^{(l)}(u_j)\text{)}.$$

A probabilidade de classes distintas representada por $phls^{(i)}$ pode ser definida como:

$$phls^{(i)}(u_j) = M^{-1} \cdot [\pi_i(u_j) + R_i(u_j)] \quad j = 1, \dots, N \text{ e } i, \dots, M$$

onde:

| | |
|-------------------|--|
| $phls^{(i)}(u_j)$ | probabilidade da i -ésima realização, associada à localização u_j |
| M | número total de classes |
| $\pi_i(u_j)$ | representa as M permutações de classes, associadas à localização u_j |
| $R_i(u_j)$ | é um número aleatório independente e uniforme distribuído no domínio $[0;1]$ |

Destaca-se, que o valor i é aleatório, podendo assumir qualquer valor inteiro no intervalo $[1, M]$, enquanto que l é seqüencial, iniciando em 1 e avançando até o número L de realizações estabelecidas para a simulação.

O número de classes M deve ser igual ao número de realizações que discretiza a distribuição $G(y)$, para que sejam sorteados os valores Gaussianos $x_{p_{lhs}}^{(l)}$ em cada classe.

O método implementado por Pilger (2005), prevê que de acordo com um caminho (ordem) aleatório, cada localização u_j ($j = 1, \dots, N$) seja visitada para a resolução de um sistema de KS visando a obtenção dos valores de $\sigma_{KS}(u_j)$ e $y_{KS}^*(u_j)$. A partir daí, uma classe M é aleatoriamente sorteada, sem substituição, e um valor é tirado aleatoriamente (técnica de Monte Carlo) dessa classe. Esse valor representa a probabilidade $p_{lhs}^{(l)}$, para a determinação do valor Gaussianos $x_{p_{lhs}}^{(l)}(u_j)$. Esse valor Gaussianos, juntamente com aqueles calculados por KS é substituído na equação abaixo para se obter os valores simulados $y^{(l)}(u_j)$ ($j = 1, \dots, N$ e $l = 1, \dots, L$).

$$Y^{(l)} = xp_{lhs}^{(l)}(u_j) \cdot \sigma_{KS}(u_j) + y_{KS}^*(u_j) \quad u_j = 1, \dots, N \text{ e } l = 1, \dots, L$$

onde os termos envolvidos foram previamente definidos.

Pilger (2005) descreve, que para uma dada precisão, a aplicação do método LHS garante que toda a dclp (teórica) seja representada, reproduzindo a construção do conjunto de L valores simulados $\{z^{(l)}(u_j) \mid j = 1, \dots, N \text{ e } l = 1, \dots, L\}$, com menos realizações e consumindo menos tempo que o método de SRS (Monte Carlo). Conseqüentemente, a redução de L proporciona arquivos menores, que por sua vez ocuparão menos espaço em disco e serão mais fáceis de manipular.

3.6.3 Software SIMIRREG-LHS

O algoritmo LHS proposto por Pilger (2005) foi originalmente aplicado no software SGSIM, que pertence ao pacote de rotinas geoestatística GSLIB, na versão Fortran77. O software SIMIRREG é um aperfeiçoamento do SGSIM, proposto por Peroni (2002), que respeita o limite do domínio geológico durante o processo de simulação, através da utilização do sólido do modelo geológico.

O software SIMIRREG-LHS foi preparado com base no SGSIM, na versão Fortran90, que incorporou a melhoria proposta por Peroni (2002) e o algoritmo de LHS desenvolvido por Pilger (2005). Na Figura 17, temos o

arquivo de parâmetros do software SIMIRREG-LHS. No anexo I, está apresentado o programa fonte

```

1      | | | | | Parameters for SIMIRREG-LHS
2      | | | | | *****
3
4  START OF PARAMETERS:
5  ../data/cluster.dat      -file with data
6  1 2 0 3 5 0             - columns for X,Y,Z,vr,wt,sec.var.
7  -1.0 1.0e21             - trimming limits
8  ../data/template.dat    -file with template data
9  -1.0      1.0e21        - trimming limits
10 1                         -transform the data (0=no, 1=yes)
11 simirreg.trn             - file for output trans table
12 0                         - consider ref. dist (0=no, 1=yes)
13 histsmth.out            - file with ref. dist distribution
14 1 2                       - columns for vr and wt
15 0.0 15.0                - zmin,zmax(tail extrapolation)
16 1      0.0              - lower tail option, parameter
17 1      15.0             - upper tail option, parameter
18 1                         -debugging level: 0,1,2,3
19 simirreg.dbg             -file for debugging output
20 simirreg.out             -file for simulation output
21 1                         -number of realizations to generate
22 50 0.5 1.0              -nx,xmn,xsiz
23 50 0.5 1.0              -ny,ymn,ysiz
24 1 0.5 1.0              -nz,zmn,zsiz
25 69069                    -random number seed
26 100                       -number of classes
27 0 8                       -min and max original data for sim
28 12                        -number of simulated nodes to use
29 1                         -assign data to nodes (0=no, 1=yes)
30 1 3                       -multiple grid search (0=no, 1=yes),num
31 0                         -maximum data per octant (0=not used)
32 10.0 10.0 10.0          -maximum search radii (hmax,hmin,vert)
33 0.0 0.0 0.0             -angles for search ellipsoid
34 51 51 11                -size of covariance lookup table
35 0 0.60 1.0              -ktype: 0=SK,1=OK,2=LVM,3=EXDR,4=COLC
36 ../data/ydata.dat        - file with LVM, EXDR, or COLC variable
37 4                         - column for secondary variable
38 1 0.1                    -nst, nugget effect
39 1 0.9 0.0 0.0 0.0        -it,cc,ang1,ang2,ang3
40 | | | | | 10.0 10.0 10.0 -a_hmax, a_hmin, a_vert

```

Figura 17. Arquivo de parâmetros do software SIMIRREG-LHS.

Capítulo 4

Análise da Incerteza dos Teores

Esse capítulo apresenta os resultados obtidos a partir do estudo de caso, utilizando o método de simulação seqüencial Gaussiana (SSG) comparando os algoritmos de *Simple Random Sampling* (SRS) e *Latin Hypercube Sampling* (LHS). Os comparativos analisam a média dos teores e o coeficiente de variação dos atributos analisados com diferentes números de realizações utilizadas para a simulação. Empregaram-se também funções de transferência comumente utilizadas na indústria mineira para demonstrar as diferenças entre as técnicas.

4.1 Modelo de incerteza

Conforme descrito anteriormente, os métodos de simulação condicional seqüencial utilizam o modelo de variabilidade espacial da variável aleatória normalizada VA $Y(u)$, para simular cenários equiprováveis a partir dos dados amostrais. O algoritmo de SSG utiliza a estimativa por krigagem na construção do modelo teórico de incerteza local (dclp), assim faz-se necessário definir previamente a estratégia de busca dos dados (originais e estimados) para a krigagem de cada bloco da realização.

4.1.1 Estratégia de busca

A definição da estratégia de busca é importante para o processo de simulação, pois afeta significativamente o resultado. Utilizando-se mais dados condicionantes obtêm-se melhor acuracidade da média e variância além de reproduzir melhor o variograma. Por outro lado, com muitos dados aumenta o efeito de eclipsamento (*screen effect*) dos dados mais afastados pelos mais próximos, levando ao aparecimento de pesos negativos na estimativa por

krigagem. Usando poucos dados reduz-se a ênfase na suposição da estacionaridade. (Deutsch, 2007).

Analisando-se experimentos realizados com o estudo de caso, determinou-se a estratégia de busca mais adequada para a simulação deste estudo. A configuração definida utilizou elipsóide buscando 3 amostras por octante (totalizando 24 amostras), empregando no mínimo 3 e no máximo 24 dados, permitindo utilizar 12 amostras previamente simuladas. A dimensão e direção do elipsóide de busca foram equivalentes à geometria do modelo de continuidade espacial.

4.1.2 Modelo de blocos

A simulação foi construída com suporte amostral de 12,5x12,5x15m, visando condicionar o modelo de blocos de 25x25x15m, discretizando assim o modelo com 4 amostras por bloco.

O modelo de blocos de N5 possui 4.820.880 blocos, com 212 blocos na direção leste, 379 blocos na direção norte e 60 blocos na elevação^{iv}. Destes, cerca de 75.000 são blocos de minério das litologias hematítico friável e compacto.

4.2 Aplicação de simulação seqüencial Gaussiana

O estudo de caso foi desenvolvido utilizando-se o método de simulação seqüencial Gaussiana com os algoritmos *Simple Random Sampling* (SRS) e *Latin Hypercube Sampling* (LHS), de acordo com a meta proposta para esta dissertação.

4.2.1 Resultados do algoritmo *Simple Random Sampling* (SRS)

Foram geradas 100 realizações empregando o algoritmo tradicional de SSG-SRS, visando avaliar o espaço de incerteza da variável de interesse. Conforme descrito no capítulo 3.3, faz-se necessário validar as realizações visando avaliar se as flutuações ergódicas respeitam a estatística e a continuidade espacial das amostras.

^{iv} As coordenadas se referem à direção leste, norte e elevação, respectivamente como: X, Y e Z.

As realizações dos atributos simulados apresentaram baixas flutuações ergódicas no histograma, provavelmente devido ao tamanho da área estimada em relação ao modelo do variograma ser relativamente grande. O número de dados condicionantes também poderia estar contribuindo para este resultado, pois a malha amostral é bastante regular e bem adensada. Estas hipóteses do comportamento das flutuações ergódicas encontram-se descritas no capítulo 3.3.

Foram construídos histogramas cumulativos de todas as realizações, além de variogramas de 10 realizações quaisquer e comparados com os dados experimentais. Através da Figura 18 à Figura 22, verifica-se que as simulações dos atributos Fe, SiO₂, P, Al₂O₃ e Mn reproduziram adequadamente o modelo de continuidade espacial. O histograma das realizações está englobando o histograma dos dados originais e os variogramas das realizações mostram-se aderentes ao variograma modelado e experimental, dentro dos limites das flutuações esperadas. Assim, as simulações são consideradas válidas, podendo ser utilizadas para descrever o espaço de incerteza dos teores do depósito.

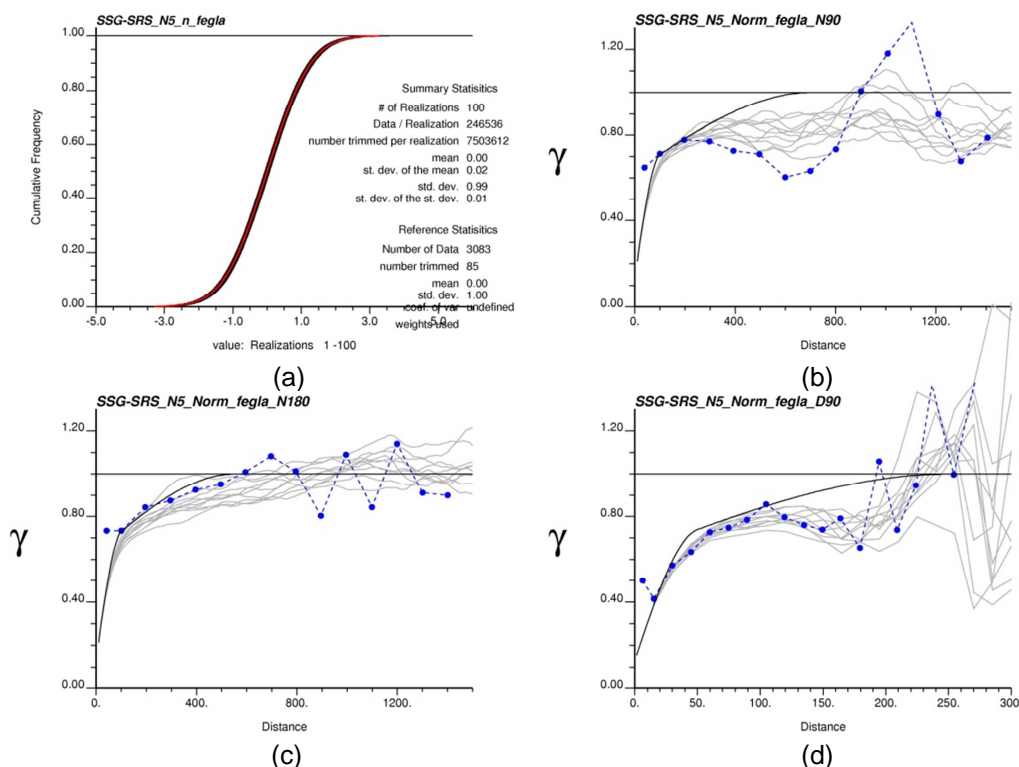


Figura 18. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Fe na Mina de N5 utilizando SSG-SRS.

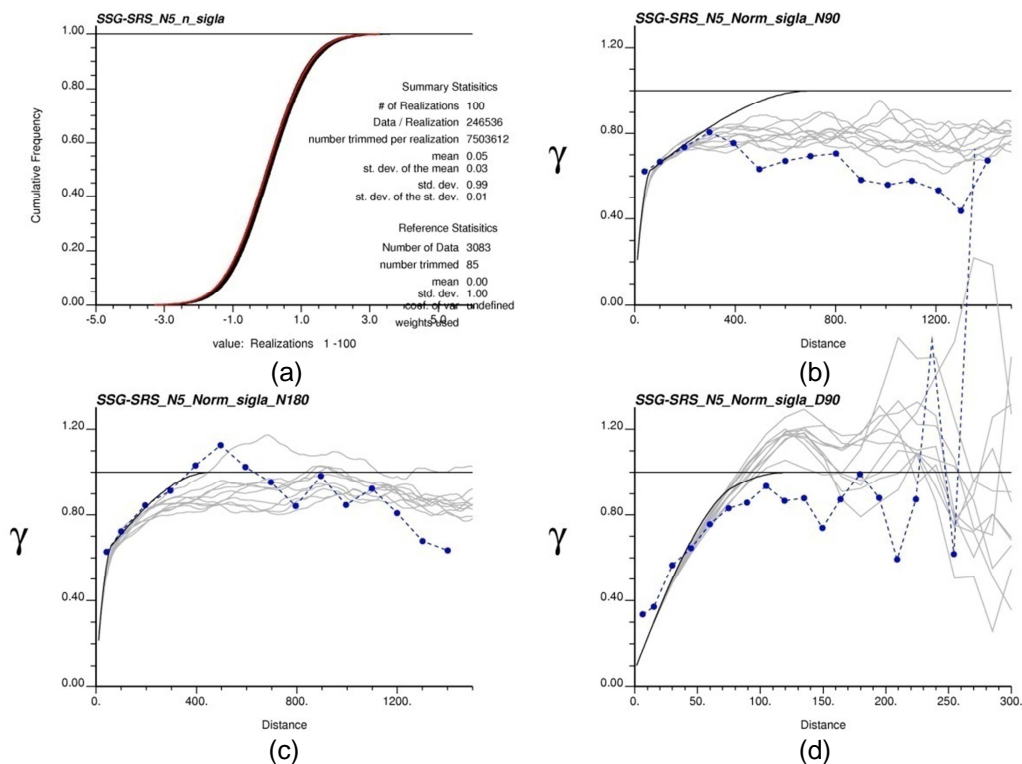


Figura 19. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável SiO₂ na Mina de N5 utilizando SSG-SRS.

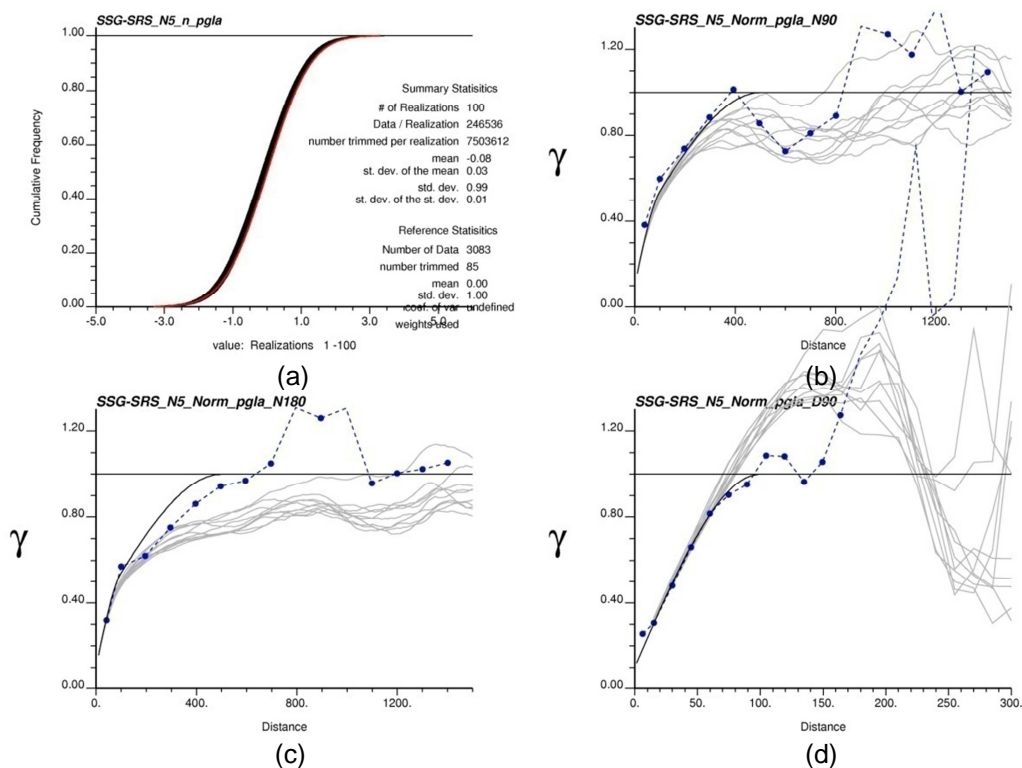


Figura 20. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável P na Mina de N5 utilizando SSG-SRS.

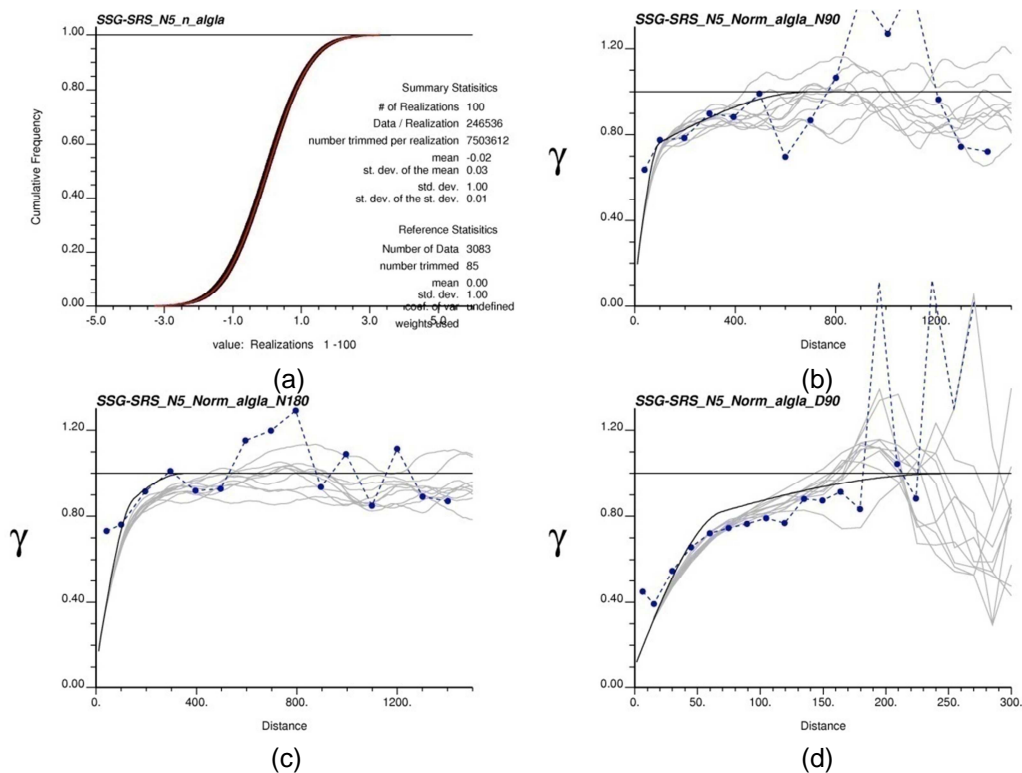


Figura 21. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Al_2O_3 na Mina de N5 utilizando SSG-SRS.

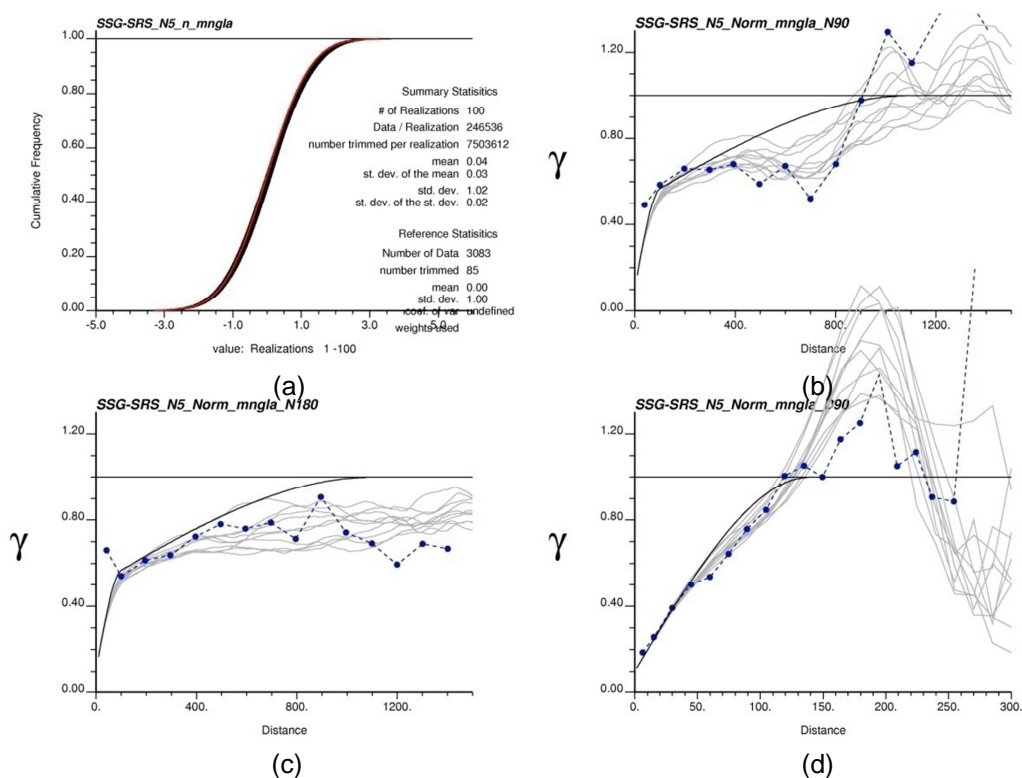


Figura 22. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediária (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável MnO na Mina de N5 utilizando SSG-SRS.

4.2.2 Resultados do algoritmo Latin Hypercube Sampling (LHS)

O desempenho do algoritmo SSG-LHS foi avaliado a partir de vários graus de discretização da distribuição de probabilidade Gaussiana $G(y)$, ou seja, foram testados vários números de classes (M) como salientado anteriormente, na simulação utilizando o método LHS, o número de classes (M) deve ser igual ao número de realizações (L), pois cada realização vai amostrar uma classe específica da distribuição $G(y)$. Assim, utilizando-se LHS todas as realizações devem ser utilizadas na análise da simulação, pois elas representam parcelas da distribuição condicional local de probabilidade (dclp) cumulativa.

No algoritmo SRS, foi executado um processo de simulação com 100 realizações, que pode ser analisado de forma fracionada (analisando-se grupos com 10, 15, 20 e 25 realizações), pois as realizações são independentes e não relacionadas. Enquanto, que utilizando LHS, são necessários executar quatro processos de simulação, que devem ser utilizados agrupados de acordo com as respectivas realizações que compõe a sua simulação, pois as realizações são dependentes e relacionadas através da classe da dclp que representam.

A abordagem realizada por Pilger (2005) constrói várias realizações entre os algoritmos SRS e LHS, comparando curvas geradas com mesmo número de realizações. Por exemplo, foram geradas 100 realizações no método de SRS para efetuar comparações em intervalos de 5 realizações, no método LHS serão necessárias realizar cerca de 1050 realizações para gerar o mesmo gráfico com 5, 10, 20,...,100 realizações. Esta metodologia tem caráter acadêmico, e sua implementação na indústria mineira inviabiliza a aplicação do algoritmo, pois requer um esforço computacional muito intenso, e os bancos de dados e modelos de blocos são de grande escala.

No estudo desenvolvido por Pilger (2005), descreve-se que a técnica LHS mostra vantagens no intervalo de 10 a 20 realizações. A partir de 30 realizações os métodos LHS e SRS apresentam resultados equivalentes, tornando a aplicação do algoritmo LHS desnecessária.

Nesta dissertação, foram avaliadas quatro simulações com LHS, representadas por quatro discretizações de classe: $M = 10, 15, 20$ e 25

classes, onde $L=M$. As quatro simulações realizadas com LHS foram comparadas com 50 realizações com SRS, visando avaliar o comportamento da utilização das realizações de LHS com um valor exaustivo de realizações de SRS. Este procedimento procurou identificar potenciais ganhos empregando o algoritmo de LHS, em relação à técnica clássica de SRS, dentro do intervalo descrito por Pilger (2005).

Da mesma forma que no algoritmo SRS, foram construídos histogramas cumulativos de todas as realizações além de variogramas de apenas 10 realizações e comparados com os dados experimentais. Os resultados foram muito semelhantes ao algoritmo SRS, e da Figura 23 a Figura 27 verifica-se que as simulações dos atributos Fe, SiO₂, P, Al₂O₃ e Mn, foram adequadamente condicionadas ao modelo de continuidade espacial e aos dados. O histograma das realizações está englobando o histograma dos dados originais e os variogramas das realizações mostram-se aderentes ao variograma modelado e experimental, com as flutuações esperadas e aceitáveis. Assim, as simulações são aceitas como válidas, podendo ser utilizadas para descrever o espaço de incerteza dos teores do depósito.

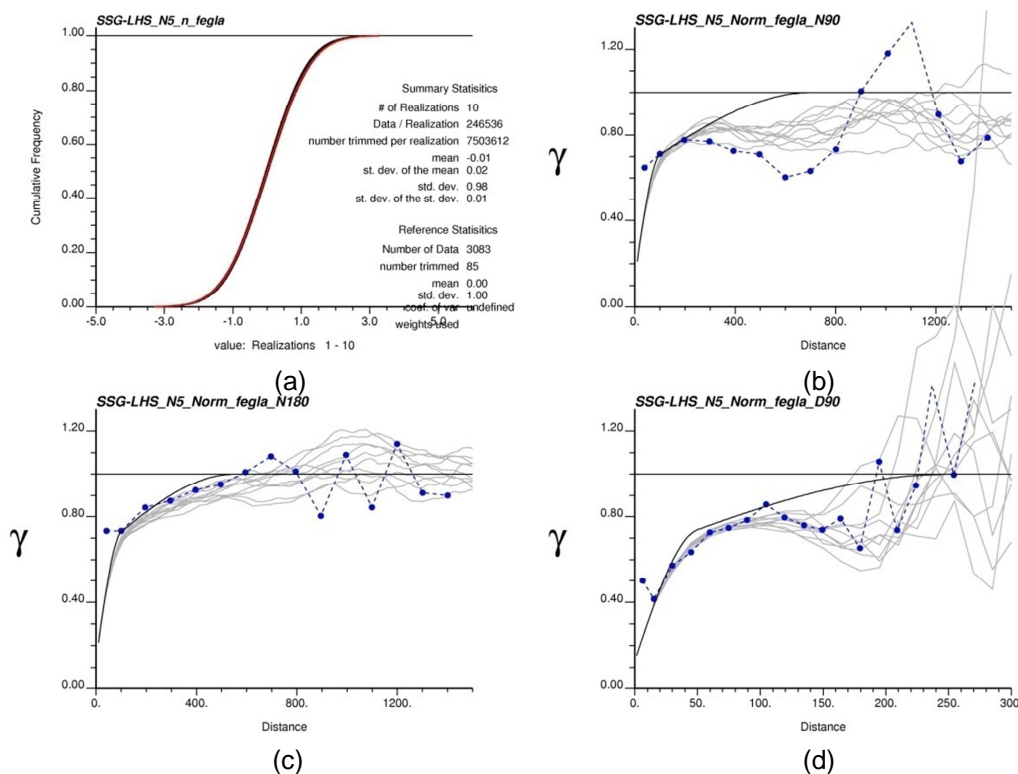


Figura 23. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Fe na Mina de N5 utilizando SSG-LHS.

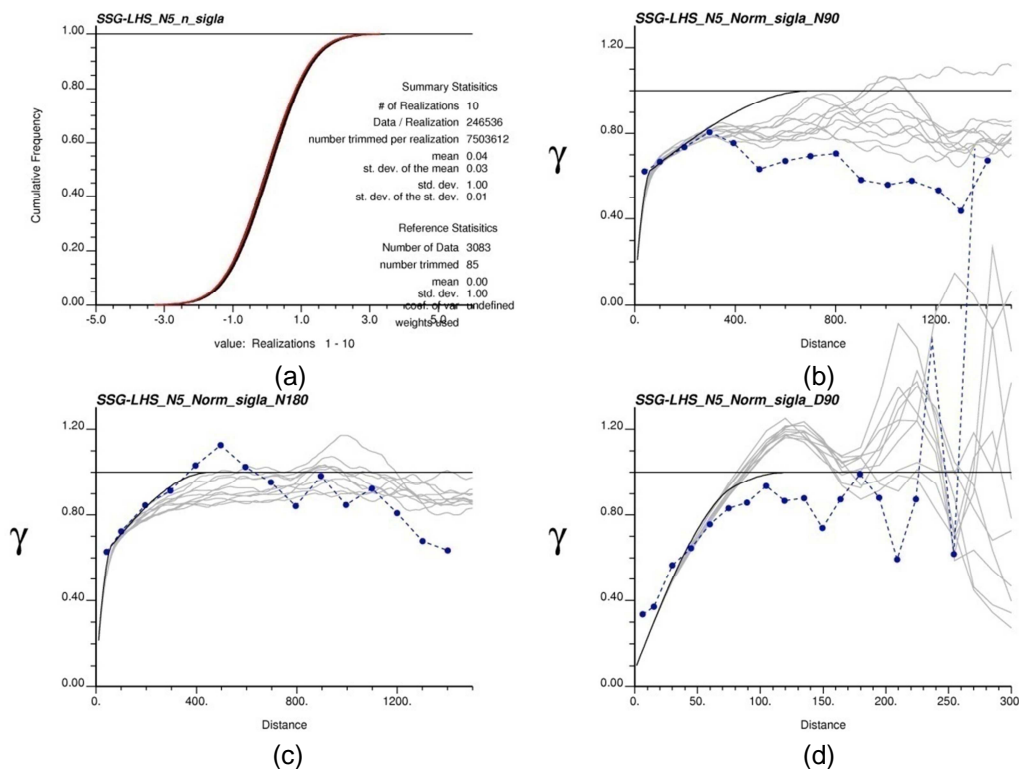


Figura 24. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável SiO₂ na Mina de N5 utilizando SSG-LHS.

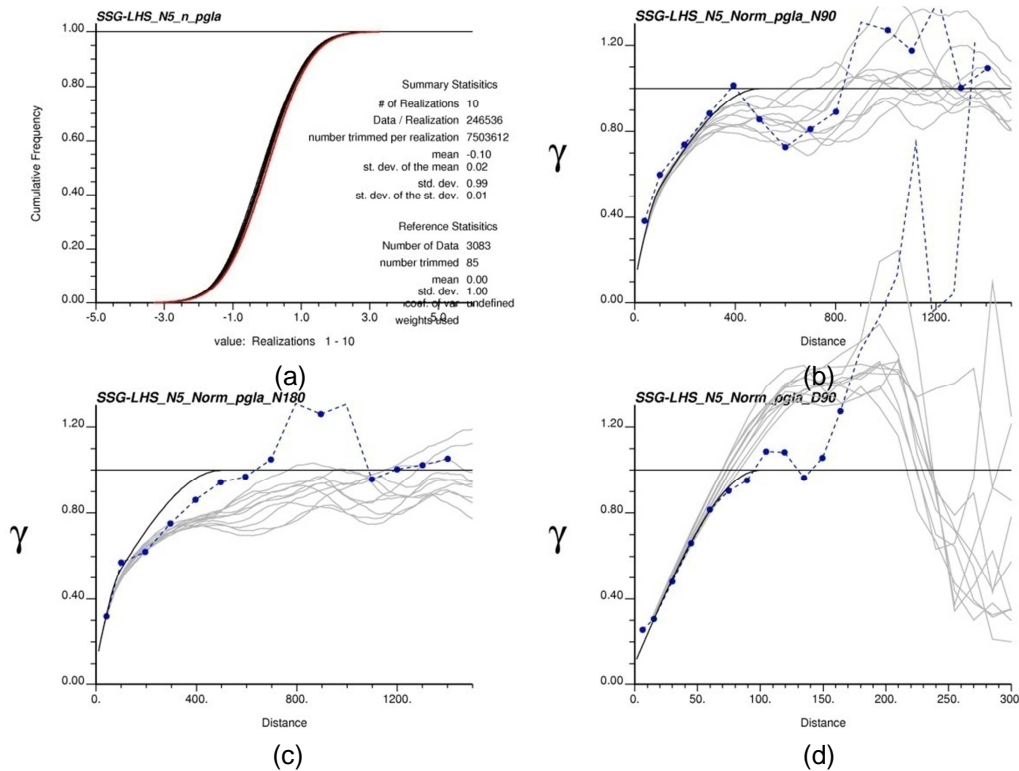


Figura 25. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável P na Mina de N5 utilizando SSG-LHS.

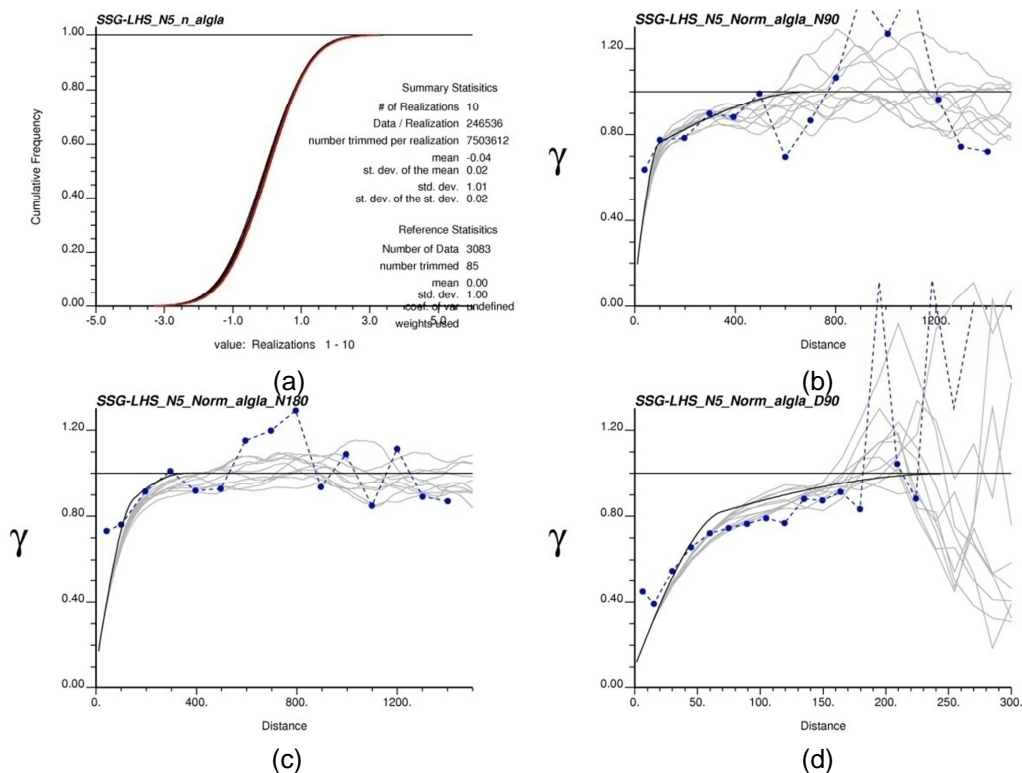


Figura 26. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Al_2O_3 na Mina de N5 utilizando SSG-LHS.

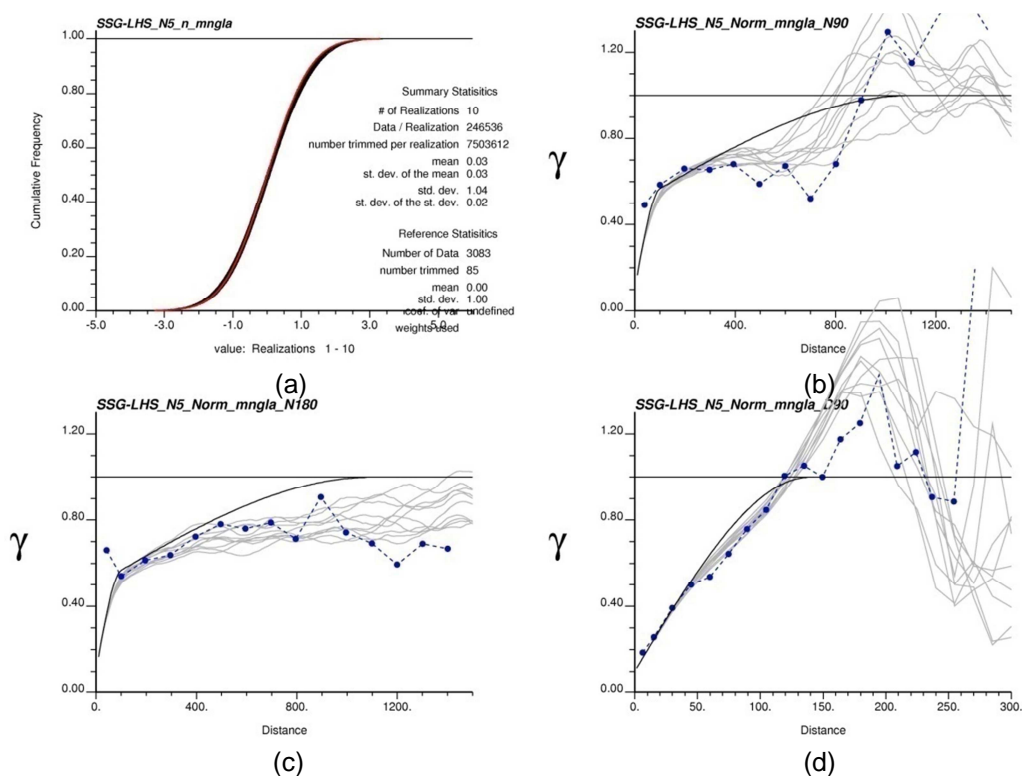


Figura 27. Histograma (a) e variogramas direcionais de maior preferência (b), intermediário (c) e de menor continuidade (d), das realizações da variável Mn na Mina de N5 utilizando SSG-LHS.

4.3 Resultados dos algoritmos de simulação

Os resultados obtidos por meio do algoritmo de simulação LHS foram comparados com o algoritmo SRS, por meio de gráficos que procuram comparar o desempenho dos algoritmos em relação à caracterização do espaço de incerteza da variável aleatória.

Costa (1997) propõe que o número adequado de realizações para compor a simulação é determinado a partir da análise do coeficiente de variação da média e a média das médias das realizações dos atributos avaliados (teores). Nesta análise, procura-se avaliar o ponto onde estes indicadores atingem um patamar onde as flutuações se tornam de baixa amplitude e seguem um ciclo constante.

Com o objetivo de identificar o patamar e definir o número adequado de realizações, foram geradas 100 realizações empregando o algoritmo clássico de SRS. Enquanto que com o algoritmo LHS, foram construídos 4 realizações (10, 15, 20 e 25) visando analisar o impacto da utilização desta técnica em relação à forma clássica de SRS.

Nas simulações efetuadas com o algoritmo de SRS, os atributos avaliados (Fe, SiO₂, P, Al₂O₃ e Mn), apresentam estabilização do CV e média das médias a partir de 30 a 40 realizações, conforme mostrado na Figura 28 a Figura 32.

As simulações desenvolvidas com o algoritmo LHS, apresentam valores mais estáveis do CV das médias para os atributos Fe, SiO₂ e Mn, enquanto que para P e Al₂O₃ demonstram maior flutuação, conforme mostrado da Figura 28a a Figura 32a. O comportamento da média das médias mostrou-se de pouca relevância na identificação do patamar estável tendo em vista que as flutuações foram de pequena magnitude.

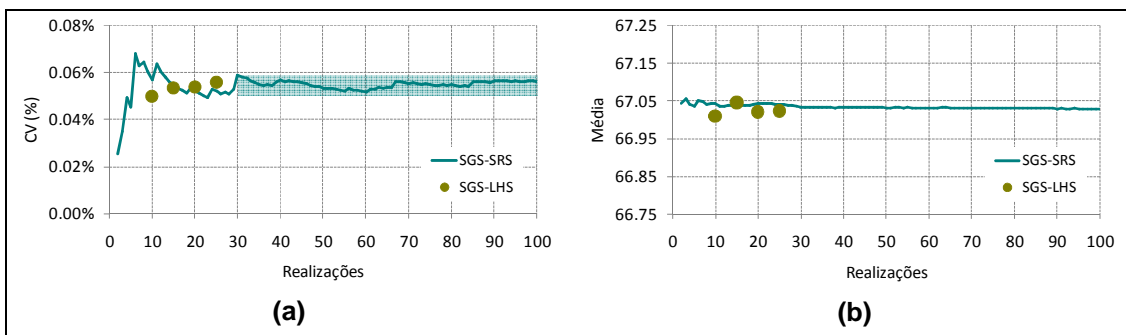


Figura 28. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável Fe na Mina de N5.

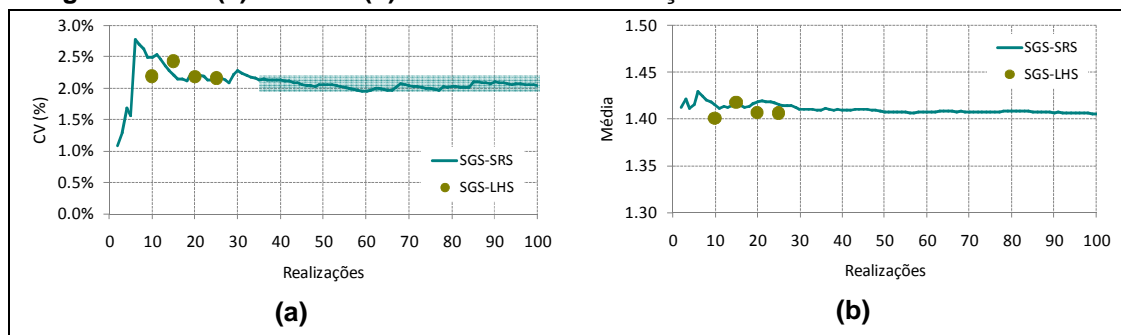


Figura 29. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável SiO₂ na Mina de N5.

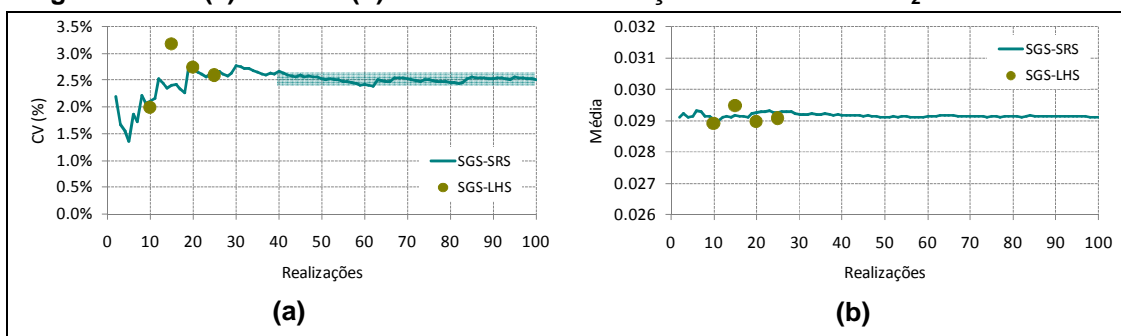


Figura 30. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável P na Mina de N5.

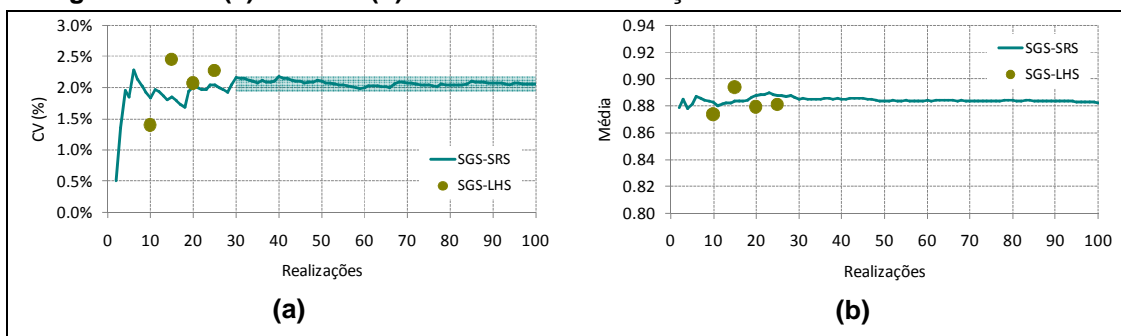


Figura 31. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável Al₂O₃ na Mina de N5.

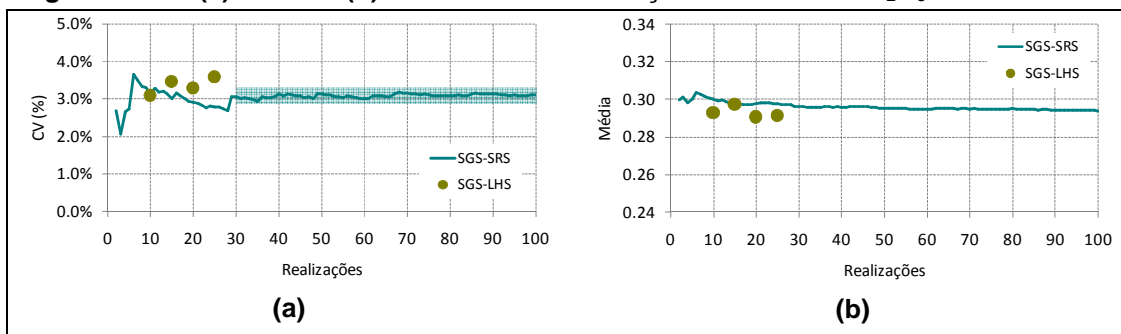


Figura 32. CV (a) e média (b) da média das realizações da variável Mn na Mina de N5.

4.3 Funções de transferência

Por meio de funções de transferência, o modelo de incerteza gerado por simulação geoestatística é empregado na análise da variabilidade dos atributos úteis na análise de risco usados pela indústria mineira. De acordo com as características químicas, mineralógicas e geométricas do depósito, determinam-se quais serão as funções de transferência mais adequadas para a avaliação do empreendimento mineiro.

Os depósitos de Carajás são reconhecidos mundialmente pela qualidade do seu minério, assim, o controle do teor dos contaminantes é fundamental na geração do produto. A mineralização da jazida também apresenta uma característica interessante, sendo constituída essencialmente por hematitos de alto teor, formando corpos regulares espessos.

Desta forma, a função de transferência escolhida para a avaliação da variabilidade do estudo de caso de Carajás consiste na análise do controle de teores, que pode ser determinada pela curva de parametrização e análise da flutuação dos teores no planejamento de lavra.

A análise do valor presente líquido (VPL) não mostrou flutuações significativas em função do modelo de incerteza, pois a distribuição dos teores de ferro do depósito é alta e encontra-se num intervalo estreito. Assim, essa função não foi abordada nesta dissertação.

4.3.1 Curva de parametrização

Por meio da curva de parametrização, analisou-se o espaço de variabilidade caracterizado pelos algoritmos de simulação. Foram avaliadas duas situações, comparando 10 e 20 realizações geradas com o algoritmo SRS e LHS, com 50 realizações geradas com o algoritmo SRS. Todos os teores do estudo de caso foram analisados.

Utilizaram-se duas formas de parametrização do teor, mostrando-se o impacto do teor de corte no coeficiente de variação (CV) das realizações e na tonelagem acumulada.

4.3.1.1 Parametrização do teor de ferro

Verifica-se que o teor de ferro não mostra diferenças significativas quando comparado as situações com 10 realizações construídas com o algoritmo SRS e LHS e também com 50 realizações com SRS. Na Figura 33 evidencia-se esta característica, que se deve à baixa variabilidade da variável ferro. Na Figura 34, observa-se que a curva gerada com 50 realizações apresenta uma variância ligeiramente maior em relação a 10 realizações, mas num intervalo bastante restrito, sendo não significativo na prática.

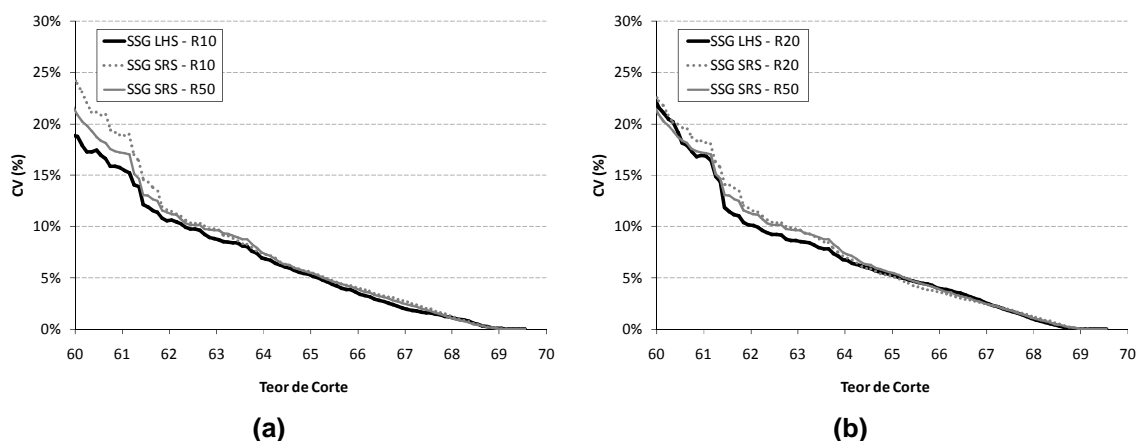


Figura 33. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável Fe na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS.

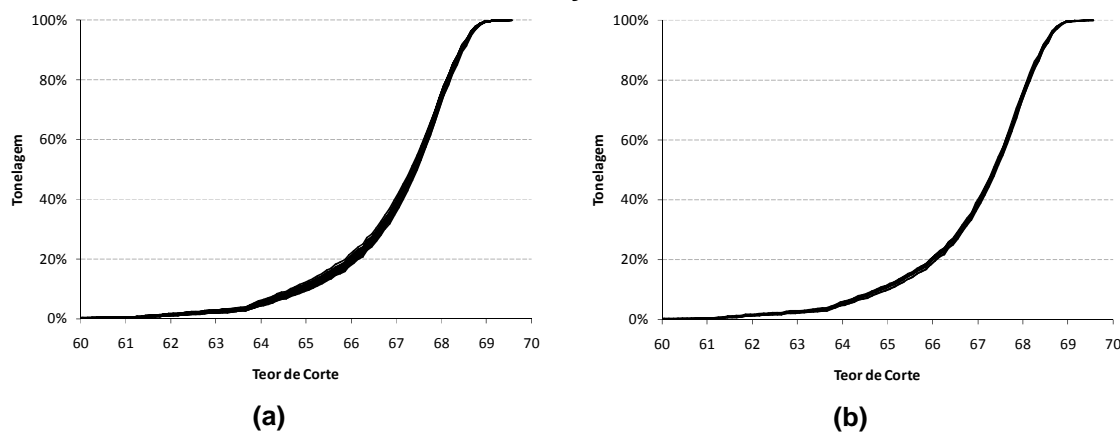


Figura 34. Curva de parametrização da tonelagem da variável Fe na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b).

4.3.1.2 Parametrização do teor de sílica

O espaço de incerteza da variável sílica, determinado pelo algoritmo LHS com 10 realizações, apresenta comportamento equivalente aos resultados do algoritmo SRS com 50 realizações, estando diferente do resultado do SRS com 10 realizações, conforme mostrado na Figura 35a. Esta diferença

demonstra ganho do LHS em relação ao SRS, onde é possível obter o mesmo desempenho do SRS com várias realizações utilizando LHS com poucas realizações. Na Figura 35b, verifica-se que o SRS com 20 realizações tende a se aproximar da curva com 50 realizações, conforme esperado.

A faixa de teor de SiO_2 entre 2 a 5% corresponde a cerca de 20% da massa de minério, localizando-se em áreas onde a incerteza nos teores é mais expressiva. Estas regiões têm grande impacto na qualidade indicada no plano de lavra, sendo mais sensíveis a flutuações. Os teores acima de 5% apresentam poucas amostras sendo difícil caracterizá-los.

Na Figura 36, observa-se que a flutuação dos teores na curva de parametrização apresenta resultados bastante semelhantes entre o algoritmo SRS com 50 realizações e o algoritmo LHS com 10 realizações.

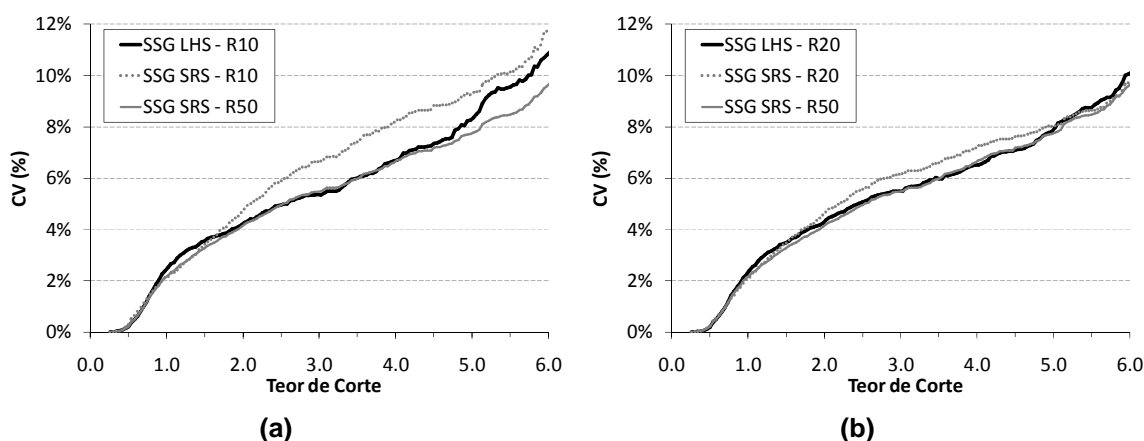


Figura 35. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável SiO_2 na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS.

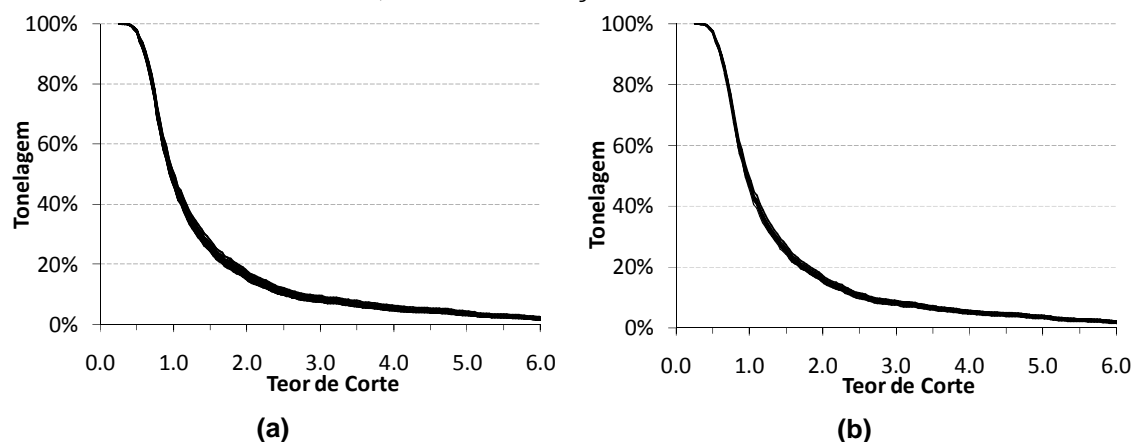


Figura 36. Curva de parametrização da tonelagem da variável SiO_2 na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b).

4.3.1.2 Parametrização do teor de fósforo

O algoritmo LHS não apresentou ganhos na caracterização do espaço de incerteza dos teores de fósforo, onde a convergência foi alcançada com 20 realizações da mesma forma que o algoritmo SRS, conforme mostrado na Figura 37. Os teores acima de 0.13 possuem poucas amostras na estimativa e por isso são mais erráticos.

Através da Figura 38, verifica-se que a flutuação dos teores na curva de parametrização com 50 realizações de SRS é maior em relação a 10 realizações de LHS.

O fósforo caracteriza-se por localizar-se na parte superior do minério, em contato com a canga que aflora na superfície. Sua distribuição é preferencialmente horizontalizada, mas irregular, mostrando teores elevados concentrados em bolsões na superfície.

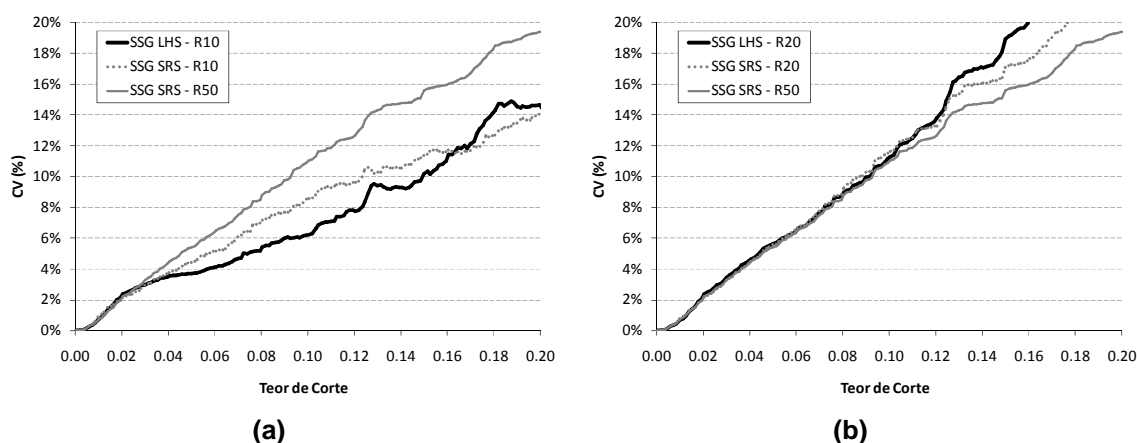


Figura 37. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável P na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS.

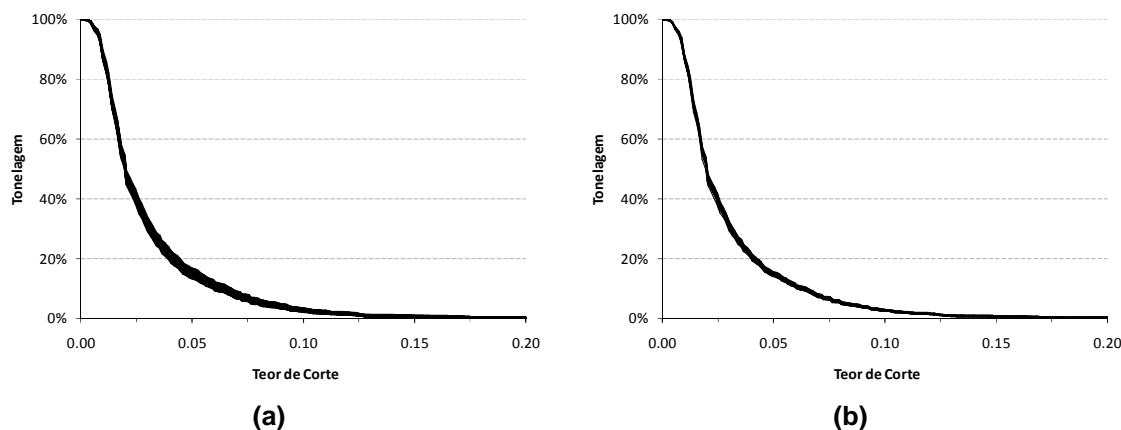


Figura 38. Curva de parametrização da tonelagem da variável P na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b).

4.3.1.3 Parametrização do teor de alumina

A caracterização do espaço de incerteza da alumina ocorre com 20 realizações do algoritmo LHS, conforme mostrado na Figura 39. Entretanto o algoritmo SRS apresenta resultado próximo do LHS com 20 realizações quando comparado com 50 realizações com SRS. A faixa de teor de 3 a 4% é representativa no contexto de lavra, assim a utilização do LHS ainda é válida em relação a SRS.

Na Figura 40, observa-se que a utilização de 10 realizações com LHS mostra variabilidade dos teores mais baixa em relação a 50 realizações com SRS.

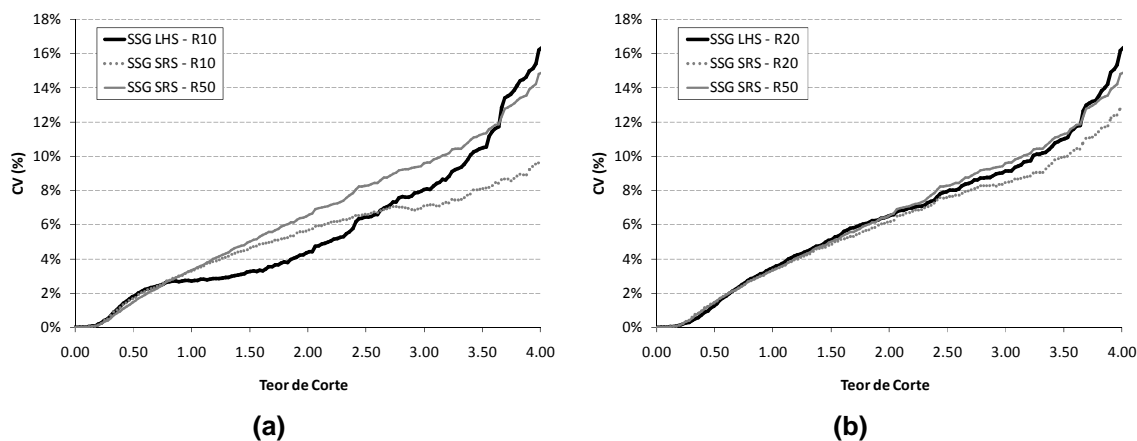


Figura 39. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável Al_2O_3 na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS.

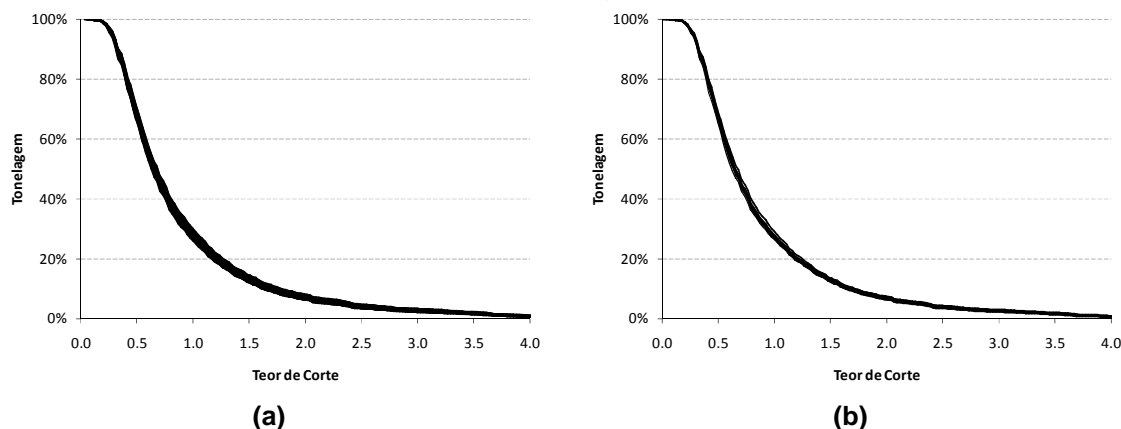


Figura 40. Curva de parametrização da tonelagem da variável Al_2O_3 na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b).

4.3.1.3 Parametrização do teor de manganês

A faixa de teor representativa para o manganês limita-se a 1,2%, pois a partir deste valor têm-se poucas amostras para representá-lo, resultando em alta variabilidade na estimativa destes locais. Ressalta-se que são classificados separadamente os teores elevados em manganês na litologia hematítico manganesífero.

Assim sendo, o espaço de incerteza do manganês é adequadamente caracterizado nos algoritmos de LHS e SRS com 10 realizações, conforme mostrado na Figura 41.

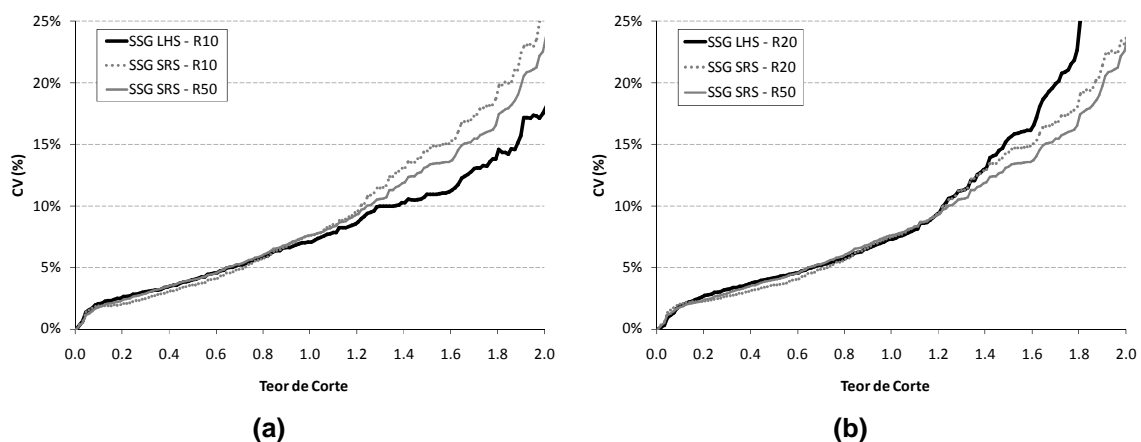


Figura 41. Curva de parametrização mostrando o coeficiente de variação da variável Mn na Mina de N5, analisando 10 (a) e 20 (b) realizações do algoritmo de SSG-LHS e SSG-SRS, com 50 realizações de SSG-SRS.

Na Figura 42, observa-se que a apesar a variabilidade dos teores de Mn estarem caracterizada com 10 realizações, a curva de parametrização com 50 realizações com SRS apresenta-se com flutuações ligeiramente maiores em relação às 10 realizações com LHS.

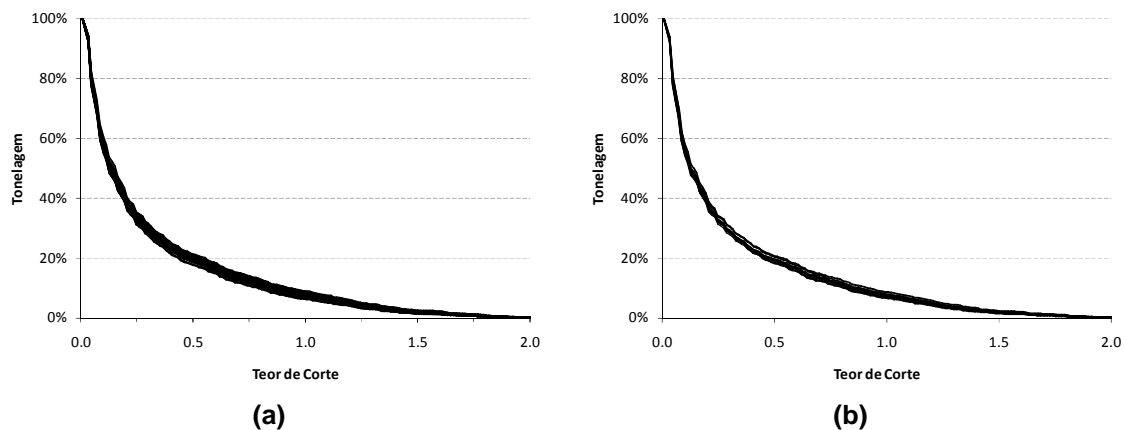


Figura 42. Curva de parametrização da tonelagem da variável Mn na Mina de N5, contemplando 50 realizações geradas com SSG-SRS (a) e 10 realizações geradas com SSG-LHS (b).

4.3.2 Seqüenciamento de lavra

O controle dos teores no seqüenciamento é fundamental para a garantia da qualidade do ROM que alimenta a usina. Tradicionalmente, procura-se manter a lavra segundo uma rota de valores médios.

A partir de um modelo de incerteza, que fornece a variabilidade dos teores, pode-se aprimorar o controle dos planos de lavra. Assim, podem-se utilizar ferramentas estatísticas para determinar os limites que os valores podem oscilar, empregando: percentis, quartis, mediana, mínimo e máximo.

Nesta dissertação, optou-se pela utilização dos percentis P10 e P90 visando quantificar os limites superiores e inferiores de probabilidade dos teores. Foram avaliados dois anos de produção com intervalos mensais, visando comparar o desempenho do algoritmo LHS com SRS, utilizando 10 realizações em ambos os algoritmos e 50 realizações com SRS.

4.3.2.1 Seqüenciamento do teor de ferro

As flutuações dos teores obtidas com 10 realizações do algoritmo LHS mostram-se equivalentes às obtidas com 50 realizações com SRS, conforme visto na Figura 43. Apesar das flutuações estarem em intervalos de valores baixos, e ter sido indicado na curva de parametrização que os resultados entre os algoritmos são equivalentes, verifica-se que o LHS apresenta resultados melhores do que o SRS com o mesmo número de realizações.

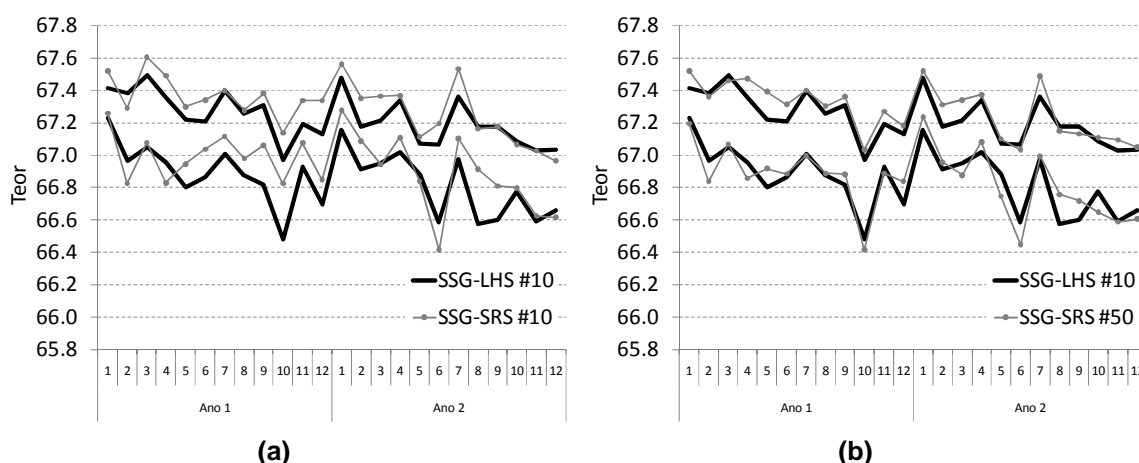


Figura 43. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável Fe na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS.

Na Figura 44, observa-se que a nuvem de teores gerada com 10 realizações com LHS é semelhante à gerada por 50 realizações com SRS. Entretanto, se for necessário descrever a distribuição de probabilidade do período de um mês, a utilização de mais realizações faz-se necessária.

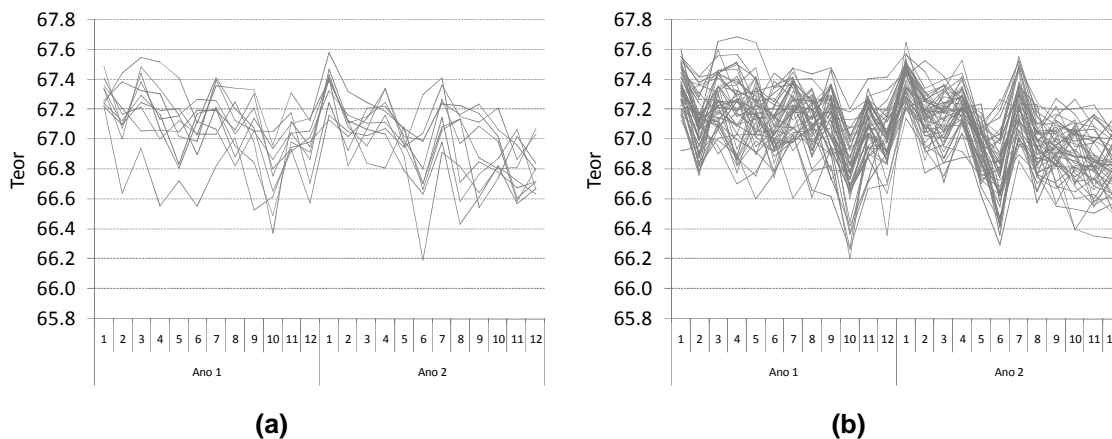


Figura 44. Variabilidade mensal do teor da variável Fe na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b).

4.3.2.2 Seqüenciamento do teor de sílica

O espaço de incerteza, representado pelas flutuações dos teores obtidas com 10 realizações do algoritmo LHS mostram-se equivalentes às obtidas com 50 realizações com SRS, conforme visto na Figura 45, enquanto que 10 realizações com SRS mostram a mesma regularidade nos resultados. Da mesma forma que observado na curva de parametrização, os resultados continuam mostrando que o algoritmo LHS apresenta melhor desempenho na determinação da incerteza da sílica.

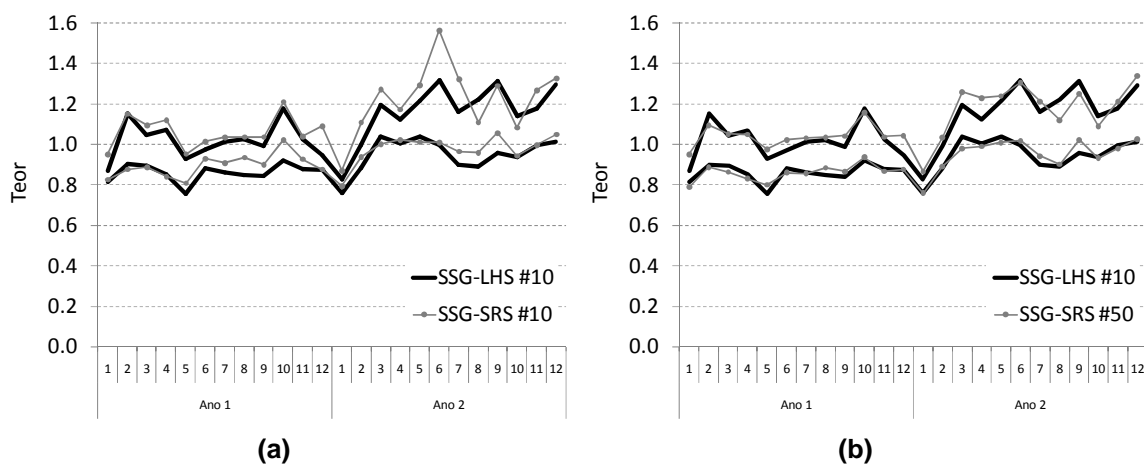


Figura 45. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável SiO_2 na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS.

Da mesma forma que ocorreu na variável ferro, observa-se na Figura 46 que a nuvem de teores gerada com 10 realizações com LHS é semelhante à gerada por 50 realizações com SRS. Entretanto, se for necessário descrever a distribuição de probabilidade do período de um mês, a utilização de mais realizações faz-se necessária.

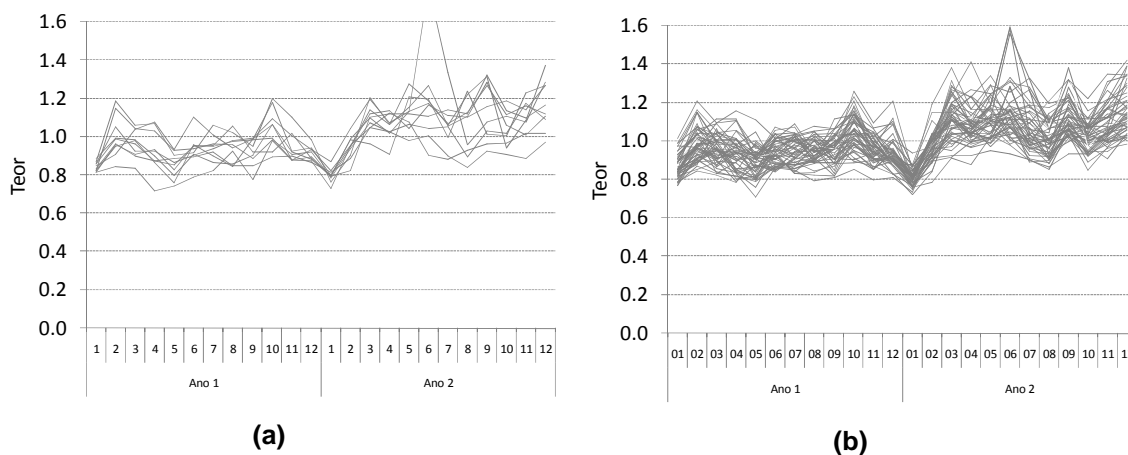


Figura 46. Variabilidade mensal do teor da variável SiO_2 na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b).

4.3.2.3 Seqüenciamento do teor de fósforo

As flutuações obtidas pelos algoritmos LHS e SRS não apresentam diferenças significativas para as três situações avaliadas com 10 e 50 realizações, conforme visto na Figura 47, embora tenha sido verificado que a com 20 realizações ambos os métodos teriam obtido convergência na curva de parametrização.

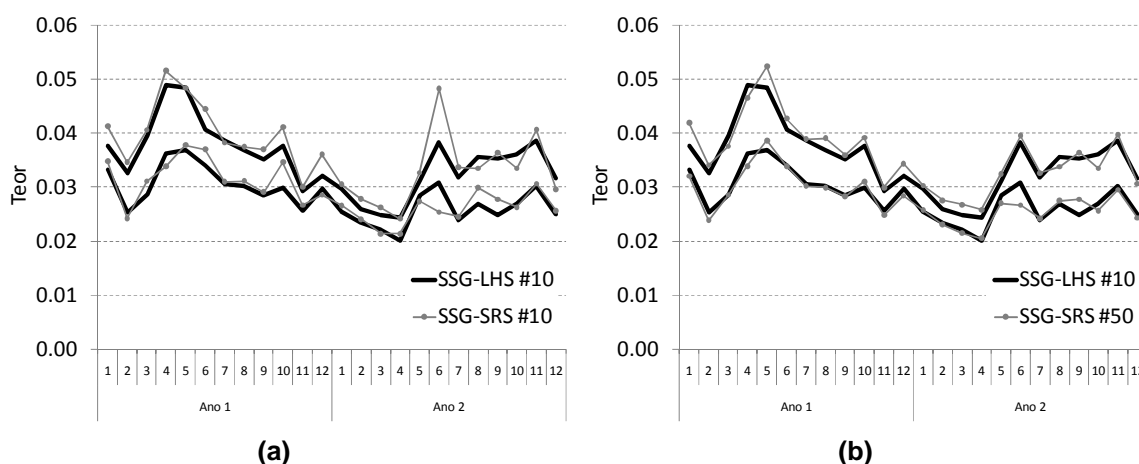


Figura 47. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável P na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS.

Este comportamento poderia ser justificado pela forma de distribuição dos teores ao longo da mineralização, que possui teores elevados na superfície, e o avanço da lavra tende a ser descendente.

Na Figura 48, temos as flutuações das realizações obtidas com 10 realizações com LHS e 50 realizações com SRS.

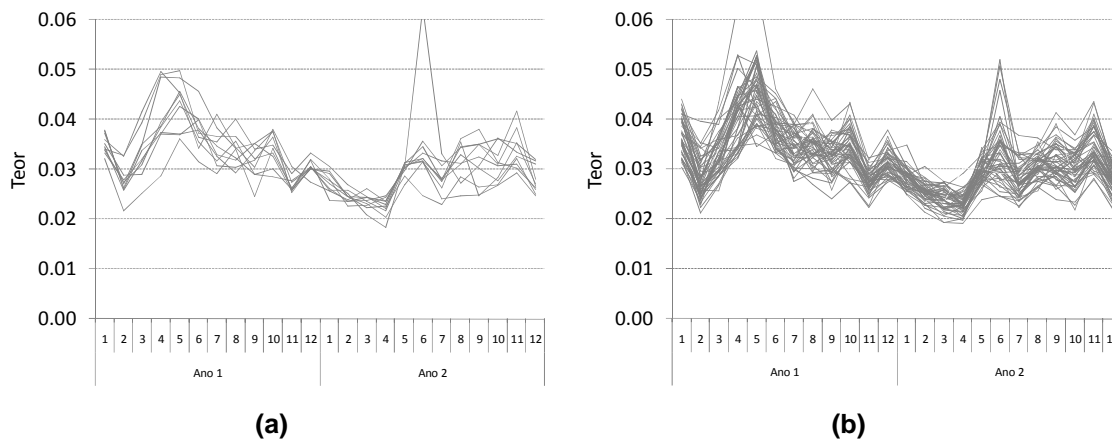


Figura 48. Variabilidade mensal do teor da variável P na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b).

4.3.2.4 Seqüenciamento do teor de alumina

As flutuações obtidas com 10 realizações pelos algoritmos LHS e SRS não apresentam boa aderência a 50 realizações com SRS, embora o LHS apresente melhores resultados do que o SRS, conforme visto na Figura 49. Este resultado se assemelha ao resultado observado na curva de parametrização, onde se verificou que com 20 realizações o LHS convergia para a situação considerada estacionária e não com 10 realizações.

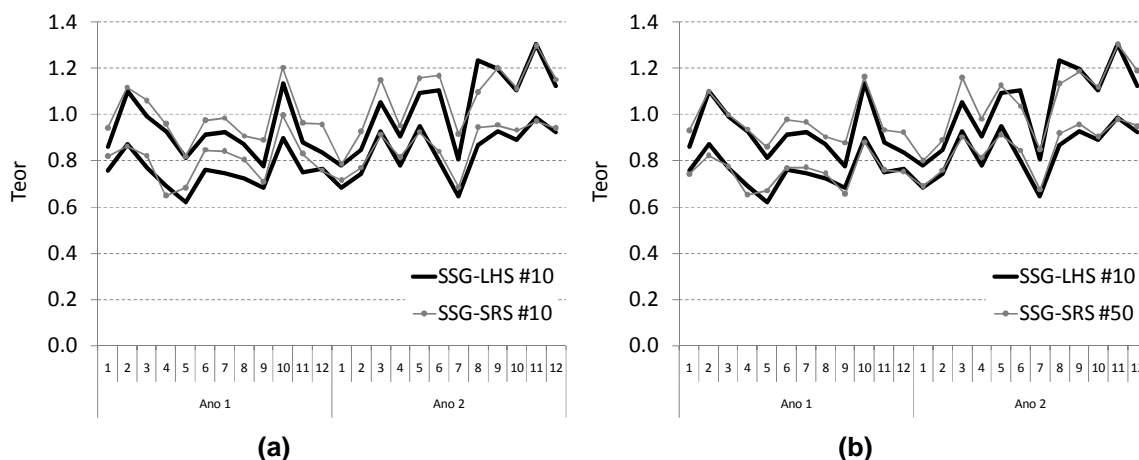


Figura 49. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável Al_2O_3 na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS.

Na Figura 50, temos as flutuações das realizações obtidas com 10 realizações com LHS e 50 realizações com SRS.

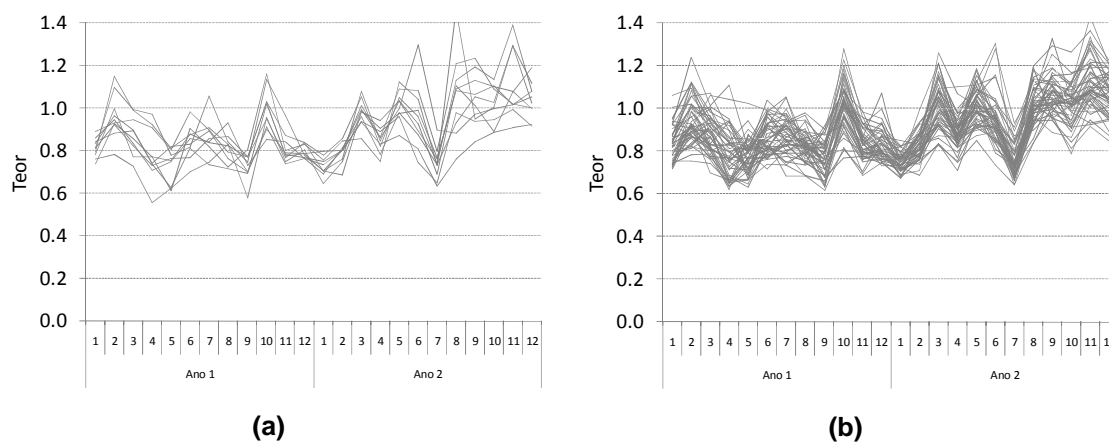


Figura 50. Variabilidade mensal do teor da variável Al_2O_3 na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b).

4.3.2.5 Seqüenciamento do teor de manganês

As flutuações obtidas com 10 realizações pelos algoritmos LHS e SRS não apresentam boa aderência a 50 realizações com SRS, conforme visto na Figura 51. Este resultado diverge da observação na curva de parametrização, onde se verificou que com 10 realizações o LHS convergia para a situação considerada estacionária, considerando os teores abaixo de 1,2%.

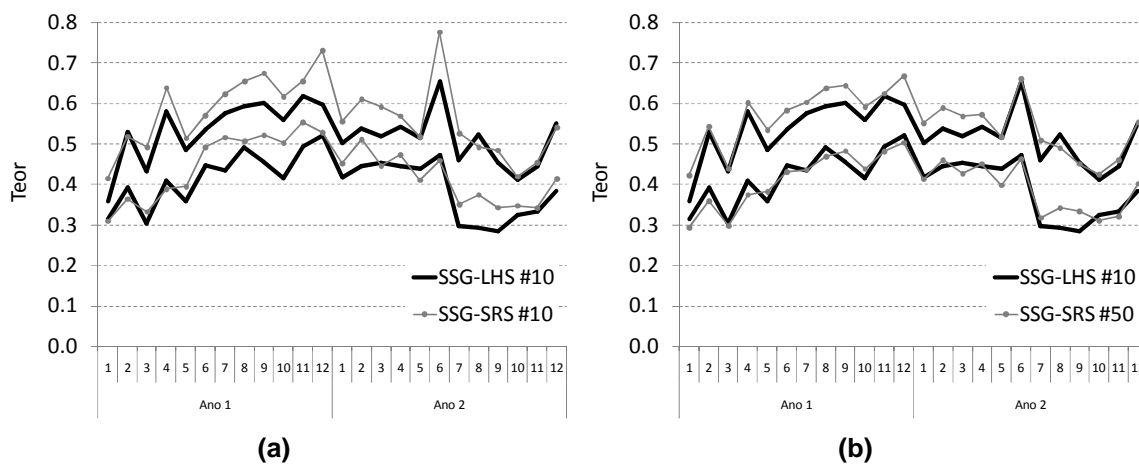


Figura 51. Variabilidade mensal dos percentis (P10 e P90) do teor da variável Mn na Mina de N5, comparando-se 10 realizações geradas por SSG-LHS com 10 (a) e 50 (b) realizações geradas por SSG-SRS.

Na Figura 52, tem-se as flutuações obtidas com 10 realizações com LHS e 50 realizações com SRS.

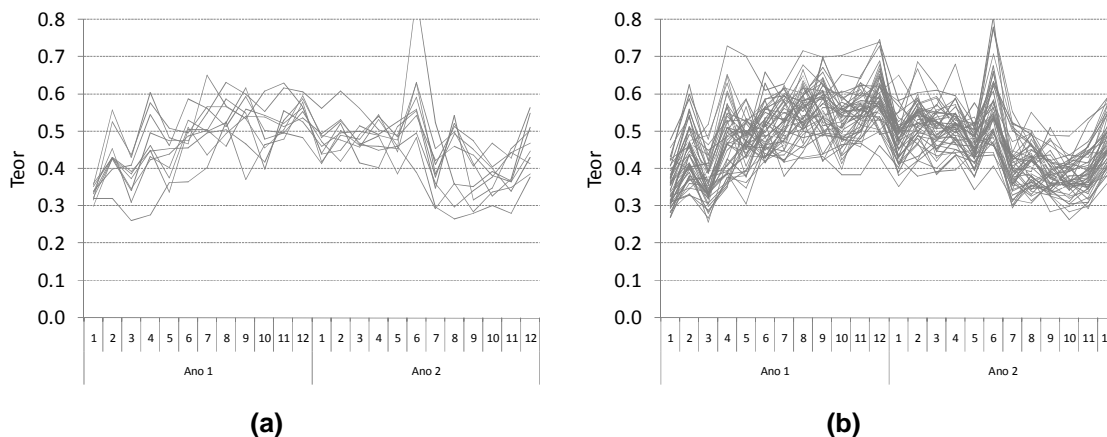


Figura 52. Variabilidade mensal do teor da variável Mn na Mina de N5, obtida com 10 realizações geradas por SSG-LHS (a) e 50 realizações geradas por SSG-SRS (b).

4.4 Síntese dos resultados

No capítulo 4.3, os modelos de incerteza das variáveis geoquímicas gerados pela técnica de SSG com os algoritmos de SRS e LHS foram aplicados a funções de transferência e comparados visando avaliar seu desempenho, neste capítulo encontram-se a síntese dos resultados obtidos, conforme mostrado na Tabela 4.

Tendo em vista que as variáveis possuem relação de dependência, a variável que possuir a maior demanda de realizações determinará o número de realizações do modelo de incerteza. Assim sendo, verificou-se que dentre as funções de transferência avaliadas o algoritmo de LHS apresenta resultados melhores do que o SRS, sendo necessárias 20 realizações com LHS enquanto que com SRS precisam-se de 40 realizações.

Tabela 4. Síntese dos resultados do comparativo entre SRS e LHS.

| | CV Realizações | Param. CV | Param. Massa | Seq. Lavra P10 e P90 |
|------------------|----------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--|
| objetivo: | estacionarização do CV das | equivalência do CV das realizações | flutuação na curva de parametrização | comparar LHS#10 vs SRS#50 |
| Ferro | SRS: #30 LHS: + estável | Equivalentes #10 e #20 | LHS #20 ~ SRS #50 | LHS adequado |
| Sílica | SRS: #35 LHS: ± estável | LHS #10 | LHS #10 ~ SRS #50 | LHS adequado |
| Fósforo | SRS: #40 LHS: - estável | Equivalentes #20 | LHS #20 ~ SRS #50 | LHS adequado |
| Alumina | SRS: #30 LHS: - estável | Equivalentes #20 | LHS #20 ~ SRS #50 | LHS adequado |
| Manganês | SRS: #30 LHS: ± estável | Equivalentes #10 | LHS #10 ~ SRS #50 | LHS adequado |
| RESULTADO | SRS: #40 | LHS: #20 | LHS: #20 | LHS oferece resultados mais adequados do que SRS |

4.5 Desempenho dos algoritmos SRS e LHS

O desempenho computacional dos algoritmos SRS e LHS é semelhante no quesito tempo de processamento, no qual se verificou que para uma situação com mesmo número de variáveis e realizações a simulação levou o mesmo tempo em ambos. Entretanto, o algoritmo LHS obtém vantagens devido à necessidade de construção de menos realizações, economizando tempo e espaço em disco.

O algoritmo LHS proposto por Pilger (2005) prevê a necessidade de alocação de mais memória virtual do que o SRS. Tendo em vista que o princípio do método prevê a criação de hipercubos latinos, onde cada realização da simulação está interligada, devido à estratificação da dclp. Assim, enquanto que o algoritmo SRS aloca uma matrix [1 x n], o algoritmo LHS aloca uma matrix m x n, onde n é o número de localizações estimadas e m o número de classes.

Como referência, o modelo de incerteza gerado no estudo de caso consumiu cerca de 8.26Gb para o armazenamento de 50 realizações com 6 variáveis, para um modelo de blocos de dimensão 25x25x15 com cerca de 5.000.000 de blocos, no software MineSight.

O tempo de geração e processamento das simulações, incluindo a validação das realizações (histograma e variograma) e tratamento dos dados para importação no MineSight, consumiu cerca de 30 horas, utilizando um notebook com 3Gb de RAM e processador de 2GHz Intel Core 2 Duo. O modelo de blocos de N5 que foi utilizado no SIMIRREG foi reduzido a 250.000 blocos, contemplando apenas os blocos de minério e alguns blocos de estéril adjacentes. No caso de utilizar a caixa completa do modelo de blocos, o tempo de processamento se elevaria consideravelmente.

Capítulo 5

Conclusões e Recomendações

Neste capítulo, são apresentadas as conclusões obtidas sobre as técnicas analisadas e sua aplicabilidade, bem como algumas recomendações para trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

A meta dessa dissertação foi avaliar o algoritmo proposto por Pilger (2005), no estudo de caso do minério hematítico do Complexo Carajás. Para alcançar esta meta, foi estudado o corpo mineral de N5, aplicando a técnica de simulação seqüencial Gaussiana clássica, baseada no algoritmo de *Simple Random Sampling* (SRS), e comparando-se com o algoritmo de *Latin Hypercube Sampling* (LHS). Ambos os algoritmos são baseadas no método de busca aleatória de Monte Carlo.

A reprodução do histograma e variograma das realizações mostraram as flutuações ergódicas esperadas para os algoritmos LHS e SRS, estando adequadas para a caracterização da incerteza do modelo de teores avaliado.

O algoritmo LHS apresentou resultados mais satisfatórios na caracterização da incerteza dos teores, em relação ao algoritmo SRS, nas situações em que foi realizado o mesmo número de realizações. Demonstrou-se que 10 realizações construídas com LHS podem substituir 50 realizações geradas com SRS, em atributos que apresentem variabilidade significativa, ou seja, quando é necessário gerar simulações com mais de 30 realizações.

Verificou-se por meio das funções de transferência que o algoritmo LHS precisa de menor número de realizações que SRS.

As simulações avaliadas com LHS (10, 15, 20 e 25) apresentaram o coeficiente de variação estacionário para os parâmetros de maior variabilidade (SiO_2 e Mn) e importância (Fe), em relação às obtidas com SRS. Esta característica corrobora com a eficiência do LHS. Entretanto verificaram-se maiores flutuações nos gráficos da média das médias das realizações em todas as variáveis, porém a amplitude da variação é pequena, não servindo como um bom indicador de desempenho.

O modelo de incerteza dos depósitos de Carajás deve respeitar a estequiometria das variáveis, assim todos os atributos precisam possuir o mesmo número de realizações. Desta forma, verificou-se que para a caracterização do espaço de incerteza são necessárias 20 realizações empregando-se LHS, enquanto que com SRS seriam necessárias acima de 40 realizações.

5.2 Recomendações

A aplicação do algoritmo de LHS em simulação seqüencial mostrou-se eficiente na sua aplicação no método de simulação seqüencial Gaussiana. Assim, recomenda-se estudar sua aplicação em outros métodos que fazem uso da amostragem por Monte Carlo, como simulação seqüencial dos indicadores.

Recomenda-se estudar a aplicação do método de simulação seqüencial Gaussiana utilizando LHS em outros estudos de caso, visando avaliar os benefícios proporcionados pela técnica. Estudos que apresentam alta variabilidade poderiam obter ganhos com a aplicação do algoritmo de LHS.

O algoritmo de LHS poderia contribuir em situações da indústria mineira aonde o fluxo de caixa é sensível a oscilações na estimativa de teor do minério.

Aprimorar o algoritmo do LHS visando privilegiar a amostragem de determinadas classes, ou até mesmo a estratificação diferenciada, visando avaliar com maior precisão determinadas faixas de teor de maior incerteza, ou seja, privilegiar a estratificação em áreas com teores que apresentam menor freqüência na curva de distribuição, que por sua vez são mais erráticos.

Adicionar a opção no algoritmo do LHS para seleção determinística das classes a partir do histograma experimental no espaço original. Em determinados estudos de caso esta funcionalidade pode ser de grande importância, principalmente nos depósitos que possuem teores com distribuição lognormal bastante acentuada.

O controle da diluição e caracterização da incerteza geológica das litologias é importante para serem avaliadas no estudo de caso de Carajás. Recomenda-se avaliar a aplicação de técnicas de simulação não-paramétrica, como simulação seqüencial dos indicadores ou simulação multi-pontos para a determinação destas funções de transferência importantes para o Planejamento de Lavra.

Referências bibliográficas

- BONATO, F. S., 2000. Planejamento de Lavra com Auxílio de Simulação Geoestatística. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 87p.
- BONATO, F. S.; COSTA, J. F. C. L.; KOPPE, J. C., 2000. Planejamento de lavra baseado na variabilidade de atributos geológicos. REM – Revista da Escola de Minas de Ouro Preto, Ouro Preto, vol. 53, no. 4, pp. 275-284.
- CHILÈS, J.P. & DELFINER, P. 1999. Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty. John Wiley & Sons Ltd., New York, 695p.
- CLARK, I. & WHITE, B. 1976. Geostatistical Modelling of An Orebody as An Aid to Mine Planning. Proceedings, 14th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A., p 1004-1012.
- CLARK, I. 1979. Practical Geostatistics. Applied Science Publishers Ltd., London, 129p.
- COSTA, J.F.C.L. 1997. Developments in Recoverable Reserves and Ore Body Modeling. PhD Thesis, WH Bryan Mining Geology Research Centre, The University of Queensland, 333p.
- COSTA, J. F., KOPPE, J. C. AND ZINGANO, A. C., 1997. Uncertainty Analysis of Stripping Ratio and Enhanced Coal Mine Planning. IN: Proceedings of the MinelIT'97 - First International Conference on Information Technologies in the Minerals Industry (Internet), Athens, Greece.
- COSTA, J. F. C. L. ; MARQUES, D.M. ; PILGER, G. G. ; KOPPE, J. C. ; RIBEIRO, D. T. ; BATISTON, E. L. ; COSTA, M. S. A. 2007. Incorporating in situ grade variability into blending piles design using geostistical simulation. Proceedings, Third World Conference on Sampling and Blending. Porto Alegre, Brasil, p. 378-390.

- COSTA, J.F.C.L. ; MARQUES, D.M. ; BATISTON, E.L. ; PILGER, G. ; KOPPE, J. C. ; RIBEIRO, D.T.. Aperfeiçoamento da estratégia de homogeneização em pilhas chevron utilizando simulação geoestatística. Revista da Escola de Minas, v. 61, p. 291-296, 2008.
- DAVID, M., 1988. Handbook of Applied Advanced Geostatistical Ore Reserve Estimation, Elsevier Scientific Publisher, Developments in Geomathematics 6, Amsterdam, Netherlands, 216p.
- DEUTSCH, C. V., 1992. Annealing Techniques Applied to Reservoir Modeling and Integration of Geological and Engineering (Well Test) Data, PhD Thesis, Stanford University, Stanford, USA, 304p.
- DEUTSCH, C.V., JOURNEL, A.G., 1998. GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide, Oxford University Press, New York, 360p.
- DEUTSCH, C.V., 2005, A short note on: The uncertainty matrix for assessment of risk and uncertainty. University of Alberta, Canada, 15p.
- DIMITRAKOPOULOS, R., 1997. Conditional Simulations: Tools for Modelling Uncertainty in Open Pit Optimisation., In Proceedings of Optimising with Whittle 97, Perth, 8-9 April., pp. 32-49.
- DIMITRAKOPOULOS, R. 1998. Conditional simulation algorithms for modelling orebody uncertainty in open pit optimization. International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, no. 12, pp. 173-179.
- GAMBIN, F. 2003. Aperfeiçoamento da Estratégia de Homogeneização de Minérios Utilizando Simulação Geoestatística. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 96p.
- GAMBIN, F. & COSTA, J.F.C.L. & KOPPE, J.C. 2005. Estratégia de controle de qualidade de minério na lavra usando simulação geoestatística. REM - Revista Escola de Minas, Vol. 58, Nº 4, p. 193-200.

- GLACKEN, I. M., 1996. Change of support by direct conditional block simulation, Master Thesis, Stanford University, USA, 124p.
- GODOY, M., DIMITRAKOPOULOS, R.; COSTA, J. F., 2001. Economic functions and geostatistical simulation applied to grade control: in Edwards, A.C. (Ed.) Mineral Resource and Ore Reserve Estimation - The AusIMM Guide to Good Practice. AusIMM., Melbourne, pp 591-599.
- GODOY, M. C., 2002. The effective management of geological risk in long-term production scheduling of open pit mines, PhD. Thesis, University of Queensland, Australia, 256p.
- GODOY, M. C., 1998. Minimização de perdas em operações de lavra seletiva incorporando a incerteza da estimativa no controle de teores, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 91p.
- GOOVAERTS, P., 1997. Geostatistics for Natural Resources Evaluation, Oxford University Press, New York, 464p.
- HUIJBREGTS, C. J.; MATHERON, G., 1970. Universal Kriging - an Optimal Approach to Trend Surface Analysis. In: Decision Making in Mineral in Mineral Industry, Special vol. no. 12, CIMM, Montreal, pp. 159-169.
- HUIJBREGTS, C.J. 1975. Regionalized variables and quantitative analysis of spatial data. In: DAVIS, J.C. & MCCULLAGH, M.J. (ed) Display and analysis of spatial data. New York, John Wiley. p.38-53.
- ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA M. R., 1989. An Introduction to Applied Geostatistics, Oxford University Press, New York, 561p.
- ISAAKS, E., H., 1990. The Application of Monte Carlo Methods to the Analysis of Spatially Correlated Data, Ph.D. Thesis, Stanford University, USA, 213p.
- JOURNEL, A. G., 1974. Geostatistics for conditional simulation of ore bodies. Economic Geology, vol. 69, no. 5, pp. 673-687.

- JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, C. J., 1978. Mining Geostatistics. Academic Press, London, 600 p.
- JOURNEL, A. G., 1986. Geostatistics: models and tools for the earth sciences. *Mathematical Geology*, vol. 18, no. 1, pp. 119-140.
- KYRIAKIDIS, P.C. 2004. Sequential spatial simulation using latin hypercube sampling. *Proceedings, Seventh International Geostatistics Congress*. Alberta, Canada, 10p.
- LANTUEJOL, C., 2002. *Geostatistical Simulation: Models and Algorithms*, Springer, New York, 256p.
- MANTEUFEL, R. D., 2000. Parameter Importance Coupled with Latin Hypercube Sampling, in *Proceedings, 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability*, University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana, July 24-26, 2000. paper PMC2000-109, 6 pages.
- MARQUES, D.M. 2010. Desenvolvimento de um algoritmo para simular a variabilidade do minério em pilhas de homogeneização. *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 110p.
- MATHERON, G. 1963. Principles of geostatistics. *Economic Geology*, Volume 58, pp. 1246-1266.
- MATHERON, G., 1965. *Les variables régionalisées et leur estimation: une application de la théorie des fonctions aléatoires aux sciences de la nature*. Masson, Paris, 305p.
- MATHERON, G., 1970. *La théorie des variables régionalisées et ses applications*. Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique, Fascicule 5, Ecole des Mines de Paris, Fontainebleau, 212p.

- MATHERON, G., 1971. La théorie des fonctions aléatoires intrinsèques généralisées. Publication N-252, Centre de Géostatistique, Ecole des Mines de Paris, Fontainebleau.
- MATHERON, G., 1972. Quelques aspects de la montée. Publication N-271, Centre de Géostatistique, Ecole des Mines de Paris, Fontainebleau.
- MATHERON, G., 1973. The intrinsic random functions and their applications. *Advances in Applied Probability*, no.5, pp. 439-468.
- MATHERON, G., 1982. Pour une analyse krigéante des données régionalisées. Rapport N-732, Centre de Géostatistique, Fontainebleau, França.
- MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J., 1979. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, vol. 21, pp. 239-245.
- RAVENSCROFT, P. J., 1992. Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation, *Transcripts of Institution of Mining and Metallurgy*, no. 101, pp. A104-A108.
- REMACRE, A. Z., FEITOSA V. N., PIRES, J. S., 1992. Conditional Simulation as a Tool for Mine Planning. In: *Proceedings of the 23rd APCOM (International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industry, Tucson, USA, SME-AIME, Littleton, CO, USA, pp. 259-266.*
- PERONI, R.L. 2002. Análise da sensibilidade do seqüenciamento de lavra em função da incerteza do modelo geológico. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 126p.
- PILGER, G. G., 2000. Critérios para Locação Amostral Baseados em Simulação Estocástica, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 127p.

- PILGER, G.G., COSTA, J.F.C.L., KOPPE, J.C. 2004. Improving the efficiency of the sequential simulation algorithm using latin hypercube sampling. Proceedings, Seventh International Geostatistics Congress. Alberta, Canada, 11p.
- PILGER, G.G. 2005. Aumento da eficiência dos métodos seqüenciais de simulação condicional. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 229p.
- RAVENSCROFT, P.J. 1992. Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. Institution of Mining and Metallurgy, Vol. 101, p. A104-A108.
- ROSSI, M.E.; VAN BRUNT, B. H., 1997. Optimizing conditionally simulated orebodies with Whittle 4D. In: Proceedings of Optimizing with Whittle 97, Perth, 8-9 April., pp. 102-118.
- SALIBY, E., 1990. Descriptive Sampling: A better Approach to Monte Carlo Simulation. Journal of the Operational Research Society, vol. 41, pp. 1133-1142.
- SALIBY, E., 1997. Descriptive sampling: an improvement over latin hypercube sampling, in Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference (WSC' 97), Atlanta, December 1997, ed. S. Andradóttir, K. J. Healy, D. H. Withers, and B. L. Nelson, pp. 230-233.
- SINCLAIR, A.J., BLACKWELL, G.H. 2004. Applied mineral inventory estimation. Cambridge University Press, United Kingdom, 381p.
- SOUZA, L.E. 2007. Proposição Geoestatística Para Quantificação do Erro em Estimativas de Tonelagens e Teores. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 193p.
- SOUZA, L.E. 2008. Avaliação e classificação de recursos de minério de ferro: Modelamento geoestatístico da Mina de N4E. Relatório interno. Vale S.A.. 83p.

- SRIVASTAVA, R. M., HARTZELL, D .R. AND DAVIS, B. M., 1992. Enhanced Metal Recovery Through Improved Grade Control. In: Proceedings of the 23rd APCOM (International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industry), (Kim, Y.C., ed.), SME-AIME, Littleton, CO, USA, pp. 243-249.
- STEIN, M. 1987. Large sample properties of simulation using latin hypercube sampling. *Technometrics*, vol. 29, n^o 2, pp 143-151.
- VEACH, E. 1997. Robust Monte Carlo methods for light transport simulation. Msc Thesis, Stanford University, Stanford, USA, 406p.
- WHITTLE, D., BOZORGEBRAHIMI, A., 2005. Hybrid pits – linking conditional simulation and Lerschs-Grossmann through set theory. In: *Orebody modeling and strategic mine planning: uncertainty and risk management models*. AusIMM. Australia, Spectrum series n^o 14, pp 37-42.
- XU, C., HE, H.S., HU, Y, CHANG, Y. 2004. Latin hypercube sampling and geostatistical modeling of spatial uncertainty in a spatially explicit forest landscape model simulation. *Ecological modeling* 185, pp 255-269.

Anexo I

Software SIMIRREG-LHS

O presente apêndice disponibiliza para avaliação o software SIMIRREG-LHS, utilizado nesta dissertação. O SIMIRREG-LHS foi compilado a partir do software SGSIM, escrito em linguagem Fortran 90, pertencendo este ao pacote GSLIB. A versão original do SIMIRREG foi desenvolvida por Peroni (2002), a partir do software SGSIM escrito em linguagem Fortran 77, onde foi adicionada a opção de simulação respeitando os limites geológicos para o do modelo de blocos.

Na versão desenvolvida para esta dissertação, foram integrados os algoritmos do SIMIRREG, que emprega a técnica de Monte Carlo por amostragem simples, e o algoritmo de *Latin Hypercube Sampling*, desenvolvido por Pilger (2005).

O software SIMIRREG-LHS foi validado confrontando-se seus resultados, com os softwares SIMIRREG e SGSIM-LHS, a partir de simulações geradas com parâmetros equivalentes com as versões antigas.

O SIMIRREG-LHS não é um produto comercial e não fornece qualquer tipo de garantia, suporte ou manutenção. Devido ao caráter acadêmico, o autor não se responsabiliza pelo seu emprego ou pelos resultados obtidos com fins comerciais.