

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**ÍNDICES DE AVALIAÇÃO DE PROCESSOS:
ABORDAGEM UNIVARIADA E
MULTIVARIADA**

Luiz Alberto Amaral de Castro Rodrigues

Porto Alegre, 2001

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**ÍNDICES DE AVALIAÇÃO DE PROCESSOS: ABORDAGEM
UNIVARIADA E MULTIVARIADA**

Luiz Alberto Amaral de Castro Rodrigues

Flávio Sanson Fogliatto, Dr.
Orientador

Banca Examinadora:

João Riboldi, Dr.

Prof. Depto. Estatística / UFRGS

Carla Schwengber Ten Caten, Dra.

Profa. PPGEF / UFRGS

José Luis Duarte Ribeiro, Dr.

Prof. PPGEF / UFRGS

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
Produção como requisito parcial à obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Área de concentração: Qualidade, Gerência da Produção ou Sistemas de Transportes

Porto Alegre, março de 2001

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

Prof. Orientador Flávio Sanson Fogliatto

Dr. Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Prof. José Luis Duarte Ribeiro, Dr.

Coordenador PPGEF/UFRGS

Banca Examinadora:

João Riboldi, Dr.

Prof. Depto. Estatística / UFRGS

Carla Schwengber Ten Caten, Dra.

Prof. PPGEF / UFRGS

José Luis Duarte Ribeiro, Dr.

Prof. PPGEF / UFRGS

*Dedico em especial a meus pais, **Luiz M. de Castro Rodrigues** e **Yolanda M. do Amaral Rodrigues**, que sempre foram meus incentivadores.*

*Dedico também a minha esposa, **Lisiane Barcellos Rodrigues** pela paciência. A meu filho **Luiz Eduardo**, que soube, por vezes, entender a minha falta; e a meus familiares **Marisa, Manuel José, Marília e Laura**.*

AGRADECIMENTOS

Manifesto meus sinceros agradecimentos:

Ao Prof. José Antônio Valle Antunes Júnior, pelo apoio incondicional dado para o início desta jornada e, sobretudo, pela forma libertária de pensar e agir. O comportamento questionador serviu como modelo na busca pelo conhecimento;

Ao Prof. Flávio Fogliatto, por suas orientações seguras;

Ao Prof. José Luis Duarte Ribeiro, por proporcionar a oportunidade de desenvolver meus estudos;

Ao Prof. Cláudio Luiz Turatto, pelo apoio irrestrito e incondicional recebido;

Ao Grupo Randon e Freios Master, instituições profundamente comprometidas com a busca da qualidade e satisfação dos seus clientes;

Aos Eng^{os} Rodrigo Souto, Ricardo Wastovsky, Marlise Wastovsky, Miguel Afonso Sellitto, Sérgio Falcão, Eduardo Cruz e Adroaldo Endres pelas atividades em conjunto e amizade;

Ao elenco de professores, colegas e colaboradores do PPGEP-UFRGS.

***“Quando se elimina o impossível, o que quer que
sobre, embora improvável, deve ser verdade”.***

Personagem Sherlock Holmes
Arthur Conan Doyle

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VIII
LISTA DE TABELAS.....	X
RESUMO	XII
ABSTRACT	XIII
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 TEMA	1
1.2 JUSTIFICATIVA DA PESQUISA	2
1.3 OBJETIVOS DA PESQUISA	4
1.4 MÉTODO DE PESQUISA.....	4
1.5 DELIMITAÇÕES DA PESQUISA.....	5
1.6 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	6
2 ÍNDICES DE AVALIAÇÃO DE PROCESSO: ABORDAGEM UNIVARIADA	8
2.1 INTRODUÇÃO	8
2.2 ABORDAGEM UNIVARIADA – DADOS NORMAIS.....	13
2.2.1 Índices de Capacidade e Índices de Desempenho.....	13
2.2.2 Índices de Capacidade Potencial e de Desempenho Potencial	17
2.2.2.1 C_P e P_P	17
2.2.2.2 C_{PM} e P_{PM}	31
2.2.3 Índices de Capacidade Efetiva e de Desempenho Efetivo	40
2.2.3.1 C_{PK} e P_{PK}	40
2.2.3.2 C_{PMK} e P_{PMK}	54
2.3 MEDIDAS GLOBAIS DE PROCESSO SOB A ÓTICA UNIVARIADA.....	58
2.3.1 C_{PK} e P_{PK} Médios.....	58
2.3.2 Índices de Produto	59
3 ÍNDICES DE AVALIAÇÃO DE PROCESSO: ABORDAGEM MULTIVARIADA	61
3.1 INTRODUÇÃO	61
3.2 ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO MC_{pm}	63

3.3	AVALIAÇÃO DE PROCESSOS ATRAVÉS DA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS	67
3.3.1	Análise de Componentes Principais	67
3.3.2	Autovalores, Autovetores e Componentes Principais	69
3.3.2.1	<i>Número de Componentes Principais</i>	<i>77</i>
3.3.3	Índices de Avaliação de Processo.....	78
3.3.3.1	<i>Índices de Capacidade Multivariados – Dados Multivariados Normais</i>	<i>79</i>
3.3.3.2	<i>Índices de Capacidade Multivariados – Dados Multivariados Não-Normais ..</i>	<i>82</i>
3.4	MÉTODO PARA AVALIAÇÃO DE PROCESSOS MULTIVARIADOS.....	84
3.4.1	Estudo de Capacidade	84
3.4.2	Contribuição Média Padronizada das Variáveis de Processo aos Escores dos Componentes Principais	85
4	ESTUDO DE CASO	88
4.1	INTRODUÇÃO	88
4.2	PROCESSO	89
4.3	VARIÁVEIS DE PROCESSO E ESTRUTURA DE CORRELAÇÕES	92
4.4	VERIFICAÇÃO DA NORMALIDADE UNIVARIADA	97
4.5	RESULTADOS DOS ÍNDICES UNIVARIADOS DE AVALIAÇÃO DE PROCESSO	98
4.5.1	Índices de Produto	100
4.6	RESULTADOS DOS ÍNDICES MULTIVARIADOS DE AVALIAÇÃO DE PROCESSO	100
4.6.1	<i>MC_{pm} (Taam et al., 1993)</i>	<i>100</i>
4.6.2	Análise através dos Componentes Principais	101
4.6.3	Índices de Produto	106
4.6.4	Contribuição das VP nos Escores dos PC	107
4.7	COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS	113
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	117
5.1	CONCLUSÕES	117
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	119
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121
	ANEXOS	125
	APÊNDICES.....	132

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Capacidade mínima exigida para uma característica com especificação bilateral	9
FIGURA 2 - Capacidade mínima exigida para uma característica com limite de especificação inferior (a) e limite de especificação superior (b).....	9
FIGURA 3 - Representação do desempenho de um processo estável como função de seus valores passados e futuros.....	10
FIGURA 4 - Função de perda segundo a doutrina da ‘goleira de futebol americano’	12
FIGURA 5 - Função de perda segundo a proposta de Taguchi.....	13
FIGURA 6 - Diferenças entre as medidas de dispersão usadas no cálculo dos ICP e dos IDP	14
FIGURA 7 - Gráfico comparativo entre a estimativa pontual de C_p e seu limite de confiança inferior considerando-se diversos tamanhos de amostra	21
FIGURA 8 – Gráfico comparativo entre a estimativa pontual de P_p e seu limite de confiança inferior considerando-se diversos tamanhos de amostra	21
FIGURA 9 - Comparação entre processos que apresentam o mesmo percentual de não conformes.....	23
FIGURA 10 - Tolerância ajustada	26
FIGURA 11 - Comportamento de C'_{PL} em função da média do processo.....	29
FIGURA 12 - Comportamento de C'_{PU} em função da média do processo	29
FIGURA 13 - Comparação entre vários processos segundo a função de perda.....	32
FIGURA 14 - Gráfico comparativo entre a estimativa pontual de P_{PM} e seu limite de confiança inferior considerando-se diversos tamanhos de amostra.	35
FIGURA 15 - Intervalo de localização da média do processo quando $C_{PM} = 1$	37
FIGURA 16 - Estrutura de perda monetária associada às características tipo maior-é-melhor	40
FIGURA 17 - Gráfico comparativo entre a estimativa pontual de P_{PK} e seu limite de confiança inferior considerando-se diversos tamanhos de amostra.	44
FIGURA 18 - Comparação entre processos com comportamentos distintos, mas um mesmo valor de C_{PK}	48
FIGURA 19 - Relação entre a descentralização do processo e índices de capacidade	49
FIGURA 20 - Região elíptica Região elíptica que contém os dados de duas características positivamente correlacionadas.....	61

FIGURA 21 - Região de especificação modificada, considerando-se duas características em estudo ..	64
FIGURA 22 - Representação de duas variáveis de processo – largura e espessura.....	66
FIGURA 23 - Novos eixos resultantes do giro dos eixos originais em relação à média de um conjunto de dados	68
FIGURA 24 - Co-senos diretores do exemplo numérico	73
FIGURA 25 - Freio Master decomposto. O componente “spider” aparece em vermelho	89
FIGURA 26 - Fluxograma parcial do processo de produção do “spider”	89
FIGURA 27 - Identificação da estruturas modificadas na operação de fresamento	90
FIGURA 28 - Identificação da estruturas modificadas na operação de mandrilagem (1ª parte).....	90
FIGURA 29 - Identificação da estruturas modificadas na operação de mandrilagem (2ª parte).....	91
FIGURA 30 - Identificação da estrutura modificada na operação de facear segundo lado	91
FIGURA 31 - Variáveis controladas na operação de fresamento	92
FIGURA 32 - Variáveis controladas na operação de mandrilar (1ª operação)	93
FIGURA 33 - Variáveis controladas na operação de mandrilar (2ª operação)	94
FIGURA 34 - Variável controlada na operação facear segundo lado	94
FIGURA 35 - Estrutura de correlações entre as VP sob análise	96
FIGURA 36 - Gráfico ilustrativo das contribuições médias das VP aos 145 escores com sinal de fora de controle dos PC	108
FIGURA 37 - Gráfico ilustrativo das contribuições médias das VP aos 380 escores sem sinal de fora de controle dos PC	109
FIGURA 38 - Gráfico ilustrativo das contribuições médias das VP aos 525 escores dos PC	109
FIGURA 39 - Gráfico comparativo das contribuições de cada variável associadas aos escores dos PC selecionados.....	111

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Valores de b_f em função do tamanho da amostra, n	19
TABELA 2 – Diferença percentual entre as estimativas pontual e intervalar (limite de confiança inferior) de C_P e P_P	22
TABELA 3 - Percentual mínimo de peças não conformes associado a vários valores de C_P	24
TABELA 4 - Escala de classificação para vários valores de C_P	24
TABELA 5 - Diferença percentual entre a estimativa pontual e o limite de confiança inferior de P_{PM}	35
TABELA 6 - Intervalo de localização da média para vários valores de C_{PM}	38
TABELA 7 - Valores esperados de \bar{P}_{PK} , quando $\mu = M$, considerando-se diversos tamanhos de amostra	42
TABELA 8 - Diferença percentual entre a estimativa pontual e o limite de confiança inferior de P_{PK}	44
TABELA 9 - Diversos valores mínimos de P_{PK} que asseguram o alcance dos valores alvo em $100 \times (1 - \alpha)\%$ dos casos	45
TABELA 10 - Proporção de não conformes associada a valores de C_{PK}	46
TABELA 11 - Associação entre valores de C_{PK} e PPM considerando-se tolerância bilateral	47
TABELA 12 - Escala de classificação do grau do acurácia de um processo	50
TABELA 13 - Metas de C_{PK} para alguns tipos de processo.....	50
TABELA 14 - Intervalo de localização da média para vários valores de C_{PMK}	56
TABELA 15 - Resultados obtidos nos cálculos dos autovetores normalizados do exemplo numérico.	73
TABELA 16 - Resultados dos componentes principais	81
TABELA 17 - Valores dos índices	82
TABELA 18 - Equações dos IDP – abordagem multivariada.....	85
TABELA 19 - Matriz de Correlação das VP	95
TABELA 20 - Teste de Ajuste à Distribuição Normal	97
TABELA 21 - Índices de Capacidade de Processo	98
TABELA 22 - Índices de Desempenho de Processo.....	99

TABELA 23 - Valores do fator k associados aos índices de desempenho de processo	100
TABELA 24 - PC, Autovalores, Variância Percentual e Acumulada	101
TABELA 25 - Correlações VP x PC Selecionados.....	102
TABELA 26 - Coeficientes das variáveis de processo que compõem cada Componente Principal Selecionado.....	103
TABELA 27 - Teste de Ajustamento à Distribuição Normal	104
TABELA 28 - Especificações e Média Amostral dos Componentes Principais Selecionados.....	104
TABELA 29 - Índices de Capacidade de Processo dos PC Selecionados	105
TABELA 30 - Índices de Desempenho de Processo dos PC Selecionados	105
TABELA 31 - Índice de capacidade global de processo a partir de PPM	106
TABELA 32 - Índice de desempenho global de processo a partir de PPM	107
TABELA 33 - Contribuição média das VP aos escores dos PC	108
TABELA 34 - Classificação das VP quanto a suas contribuições aos escores dos PC.....	110
TABELA 35 - Valores totais e proporções das contribuições das VP na constituição dos escores dos PC.....	112
TABELA 36 - Comparação entre os resultados dos índices univariados de processo.....	113
TABELA 37 - Classificação das VP quanto ao PPM calculados a partir dos ICP e IDP univariados.....	114
TABELA 38 - Classificação em ordem crescente das VP quanto aos resultados dos índices univariados.....	115
TABELA 39 - Índices Globais de Processo	115
TABELA 40 - Comparativo entre índices globais de processo	116

RESUMO

Esta dissertação versa sobre índices de avaliação de processo nas suas abordagens univariada e multivariada. Analisa-se a utilização da Análise de Componentes Principais (ACP) como ferramenta no desenvolvimento de índices capazes de avaliar processos multivariados. O trabalho apresenta uma revisão teórica sobre os índices univariados de aplicação mais comum na indústria (C_P/P_P , C_{PK}/P_{PK} , C_{PM}/P_{PM} e C_{PMK}/P_{PMK}), o índice multivariado MC_{pm} e sobre os índices MC_P , MC_{PK} , MC_{PM} e MC_{PMK} , associados a ACP. Os índices de avaliação de processo são analisados quanto à sua adequação ao uso, através de um estudo de caso na indústria de componentes automotivos. Para tanto, examina-se o processo de fabricação de um componente do freio de veículos médios e pesados, denominado *spider*, em que doze variáveis de processo são controladas por meio de controle estatístico de processo.

Através do estudo de caso, faz-se uma comparação entre os resultados dos índices univariados e multivariados; pressupõe-se que através da Análise de Componentes Principais poder-se-á concluir sobre a capacidade e o desempenho de processos multivariados. Por fim, a partir da análise univariada dos componentes principais, apresenta-se uma técnica complementar para quantificar a contribuição das variáveis controladas à variabilidade de processos multivariados.

ABSTRACT

This thesis deals with process evaluation indices in their univariate and multivariate approaches. The use of Principal Components Analysis (PCA) is analyzed as a tool in the development of methods capable of evaluating the capacity and performance of multivariate processes. The work presents a theoretical review of univariate indices more commonly applied in manufacturing (C_P/P_P , C_{PK}/P_{PK} , C_{PM}/P_{PM} and C_{PMK}/P_{PMK}), the multivariate index MC_{pm} and of the indexes MC_P , MC_{PK} , MC_{PM} and MC_{PMK} , associated with PCA. The process evaluation indices are analyzed regarding their adequacy of use through a case study in the automotive components industry. To that purpose, the production process of a given component, denominated spider, which is part of the brake of medium and heavy vehicles, is examined in its twelve Process Variables which are controlled through statistical process control.

Through the case study, a comparison is made between the results of univariate and multivariate indices; it is assumed that, through the PCA, a conclusion may be reached as to the capability and performance of multivariate processes. Finally, a complementary technique is presented to quantify the contribution of controlled variables to the variability of multivariate processes, whose origin is the univariate analysis of the principal components.

1 INTRODUÇÃO

1.1 TEMA

Nas últimas décadas, vem acontecendo um conjunto de transformações na ordem política e econômica mundial chamado Globalização. O ponto central da mudança é a integração dos mercados em uma "aldeia-global", explorada pelas grandes corporações internacionais. A partir dessa perspectiva, os Estados abandonam gradativamente as barreiras tarifárias que protegem sua produção da concorrência dos produtos estrangeiros e abrem-se ao comércio e ao capital internacional. Sob tal contexto, a concorrência entre as empresas é cada vez mais acirrada.

Frente a essas transformações, o grande desafio das empresas é encontrar novas tecnologias e métodos de gerenciamento, que sejam suficientes para alavancarem uma vantagem competitiva que as consolidem nos mercados em disputa. A satisfação das necessidades do cliente deve nortear o relacionamento das empresas com seus fornecedores para que haja um ganho de competitividade e lucros, os quais possibilitem o enfrentamento concorrencial. A capacidade de um fornecedor de prover um determinado produto ou serviço é fundamental nesse contexto.

Segundo Wheeler (1999, p.2), ocorre um “jogo de capacidade” entre empresas e fornecedores, em que as empresas exigem de seus fornecedores qualidade assegurada; por sua vez, os fornecedores afirmam que os produtos estão em conformidade com as solicitações da empresa. No entanto, os resultados das inspeções de recebimento contrariam tais afirmações. Os valores dos índices de capacidade de processo, apresentados pelos fornecedores, sempre parecem bons, porém os produtos não apresentam a qualidade propugnada. Nesse jogo, quando os fornecedores são pressionados a atingir metas de capacidade, rapidamente aprendem a distorcer os dados para tornar a situação mais favorável a eles.

Os índices de capacidade de processo, desenvolvidos a partir da década de 70, no Japão (Kotz, Lovelace, 1998), receberam destaque nas décadas de 80 e 90 quando muitos artigos foram publicados tendo-os como objeto de estudo. Tiveram rápida aceitação na indústria por resumirem em um só valor uma grande quantidade de dados de processo. Há de se destacar a crítica de Pignatiello, Ramberg (1993) quanto ao uso desses índices sem qualquer preocupação com os seus pré-requisitos estatísticos. O mau entendimento sobre os pressupostos básicos à sua utilização, bem como as tentativas de ajustar a natureza do processo a esses pré-requisitos causam muita confusão.

Tendo em vista o exposto, o tema desta dissertação versará sobre índices de avaliação de processos.

1.2 JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

A produção teórica sobre os índices que avaliam a capacidade e o desempenho de processos, nas décadas de 80 e 90, levou a uma profusão de índices, terminologias e notações. Verificou-se, em todos os artigos estudados, a falta de uma melhor caracterização das diferenças entre a avaliação de capacidade e a avaliação de desempenho de processo. Na relação cliente-fornecedor, os índices de desempenho têm mais valor ao cliente; ao fornecedor, em contrapartida, é mais interessante medir os processos em termos da sua capacidade.

Os índices mais usados na indústria automotiva (C_p/P_p , C_{pk}/P_{pk} , C_{pm}/P_{pm} e C_{pmk}/P_{pmk}) não apresentam um nível de dificuldade alto nos seus cálculos e são funções da média e do desvio padrão amostrais. A facilidade de cálculo levou à adoção da estimativa pontual como padrão, desconsiderando qualquer medida de confiabilidade de que o valor alvo seja atingido. Esse procedimento traz descrédito ao uso desses índices, uma vez que não considera a quantidade de incerteza que os estimativas dos parâmetros de processo apresentam em função do tamanho de amostra. Nesse enfoque, os processos que apresentam índices com estimativas pontuais iguais recebem a mesma classificação, mesmo que os tamanhos de amostra, nos quais basearam-se, sejam significativamente diferentes. No entanto, quanto menor o tamanho da amostra tanto menos segura será sua classificação. Dessa forma, um processo classificado como muito bom pode apresentar resultados muito ruins.

Os índices de avaliação de processo foram originalmente desenvolvidos para avaliar processos estáveis, cujos dados se ajustassem a uma distribuição normal e com as

características em estudo não correlacionadas. Avaliar-se-ia cada característica de processo individualmente, de forma univariada. Dessa forma, a natureza de processos multivariados, isto é, processos que apresentassem várias características a controlar, não era adequadamente estudada, uma vez que não se considerava a relação entre essas características.

Até hoje, conforme a pesquisa bibliográfica deste trabalho, a produção teórica foi insuficiente para oferecer índices, denominados multivariados, que avaliem globalmente a capacidade e o desempenho de processos multivariados; não existe um consenso sobre a habilidade dos índices multivariados em quantificar eficazmente a capacidade e desempenho de processos.

A partir da proposta de Wang, Chen (1998), que utiliza a Análise de Componentes Principais como meio para avaliação de processos, passou-se a ter uma ferramenta poderosa de análise de capacidade e desempenho, que não é limitada pela quantidade de variáveis em estudo, muito menos por estruturas de correlações complexas. Nesta abordagem, contudo, não houve até hoje, em nosso conhecimento, qualquer desenvolvimento para quantificar a contribuição de cada característica em estudo à variabilidade apresentada pelo processo.

Portanto, justifica-se o tema desta dissertação pelos seguintes argumentos:

- a) Faz-se necessária a caracterização das diferenças entre índices de capacidade e índices de desempenho de processo, assim como unificar as suas notações;
- b) A estimativa pontual de qualquer índice não apresenta um nível de confiabilidade de que o valor alvo seja atingido. O uso da estimativa intervalar, neste trabalho o limite de confiança inferior (unilateral), deve ser enfatizado;
- c) Necessita-se de índices capazes de avaliar processos que tenham variáveis correlacionadas (processos multivariados);
- d) Em um contexto de combinações lineares e correlações significativas entre as características em estudo, é importante identificar quais características apresentam maior contribuição à variabilidade do processo;

1.3 OBJETIVOS DA PESQUISA

O objetivo global deste trabalho é apresentar um procedimento racional para obtenção de índices que meçam a capacidade e desempenho de processos multivariados e identificar, entre as características em estudo, qual ou quais são responsáveis pela variabilidade desse conjunto.

O objetivo global desdobra-se nos seguintes objetivos específicos:

- a) Distinguir as diferenças entre índices de capacidade e índices de desempenho de processo, adequando notação das medidas mais usadas em um sistema único;
- b) Destacar os pré-requisitos ao uso dos índices de avaliação de processo;
- c) Apresentar as fórmulas que estimam o limite de confiança inferior de cada índice, assim como o menor resultado observado que assegure, com um nível de confiabilidade preestabelecido, o alcance do valor alvo;
- d) Destacar a Análise de Componentes Principais como meio para avaliar processos multivariados.

1.4 MÉTODO DE PESQUISA

Patton (*apud* Roesch, 1994) apresenta cinco alternativas de pesquisa, classificadas de acordo com o seu propósito: Pesquisa Básica, Pesquisa Aplicada, Avaliação de Resultados, Avaliação Formativa e Pesquisa-Ação. Essa tipologia é organizada ao longo de um continuum que varia desde uma pesquisa básica que visa o desenvolvimento da teoria e do conhecimento em si, até uma pesquisa altamente orientada à ação, que busca a solução de problemas imediatos no tempo mais breve possível, pesquisa-ação.

Esta dissertação enquadra-se, preponderantemente, como Avaliação de Resultados, uma vez que compara o uso da Análise de Componentes Principais (ACP) como ferramenta para avaliar a capacidade de processos multivariados com os métodos univariados tradicionais. Este trabalho apresenta características de Pesquisa Aplicada, visto que a partir da análise dos métodos que avaliam a capacidade de processos no ambiente fabril, passou-se a buscar alternativas frente às limitações que os mesmos apresentam. Como resultado,

apresenta-se um método que quantifica, em processos multivariados, as contribuições das variáveis que os definem.

Na revisão teórica encontrou-se a abordagem proposta por Wang, Chen (1998) e Wang, Du (2000) que utiliza a ACP para obter índices que avaliam processos multivariados. A título de comparação, estendeu-se a relação entre o percentual de peças não conformes e os índices de avaliação de processo no contexto dos componentes principais às variáveis de processo em estudo.

A ACP tem como foco principal as variâncias das variáveis em estudo, bem como as correlações entre elas. Através da ACP pode-se reduzir o número de variáveis sob análise a um subconjunto delas representativo cujos elementos são chamados Componentes Principais (PC). Nesta pesquisa, presumi-se que, através da ACP, poder-se-á inferir sobre a variabilidade das variáveis originais, assim como, sobre índices globais de processo.

Analisa-se a aplicação dos métodos pesquisados em uma indústria de componentes automotivos. No estudo de caso, busca-se uma avaliação sistêmica de processo, uma vez que a análise univariada de variáveis que compõem um processo multivariado, sem a utilização de um tratamento multivariado, poderá conduzir a conclusões incorretas. Neste contexto, quanto maior a complexidade e dimensionalidade de um processo mais necessário faz-se a análise do processo como um todo.

1.5 DELIMITAÇÕES DA PESQUISA

Esta dissertação versa sobre índices de avaliação de processos e desenvolve um método para quantificar a participação das características de processo na variabilidade apresentada por sistemas multivariados. Os seguintes itens, embora pertinentes ao assunto, não fazem parte do escopo deste trabalho:

- a) a avaliação de variáveis discretas;
- b) a avaliação de características cujos dados não se ajustam a uma distribuição normal;
- c) os métodos de verificação de normalidade, ainda que se apresente os resultados dessa verificação;

- d) a verificação de estabilidade de processo e os gráficos de controle univariados e multivariados, não obstante, exigir-se o seu conhecimento e aplicação em determinados momentos;
- e) as técnicas estatísticas multivariadas; exclusivamente, apresenta-se a utilização da Análise de Componentes Principais como meio para avaliar processos multivariados;
- f) a análise dos resíduos entre a estimativa das variáveis de processo – a partir dos Componentes Principais – e seus valores observados.

O método para quantificar a contribuição de cada característica em estudo à variabilidade do processo, baseado na análise univariada dos Componentes Principais, pretende ser suficientemente genérico para ser utilizado em qualquer estudo de capacidade de processo multivariado.

As conclusões sobre o processo examinado no estudo de caso têm um caráter inicial.

1.6 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Primeiramente, no **Capítulo 1**, são definidos o tema, justificativa, objetivo, método, delimitações e estrutura do presente trabalho.

No **Capítulo 2** apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre os índices de avaliação de processo conforme a abordagem univariada. Os índices mais empregados na indústria automotiva são definidos, assim como os pré-requisitos à sua utilização. São também apresentadas os estimadores pontuais e intervalares de cada índice.

No **Capítulo 3**, faz-se uma revisão bibliográfica sobre os índices de avaliação de processo segundo a abordagem multivariada. A utilização da Análise de Componentes Principais como meio para avaliar processos multivariados é destacada. Propõem-se um método para quantificar a participação das variáveis de processo à variabilidade de sistemas multivariados.

O **Capítulo 4** relata um estudo de caso, a partir do qual faz-se uma análise comparativa entre os resultados obtidos pelas abordagens univariada e multivariada.

No **capítulo 5**, são elencadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

No único **Anexo** são apresentados os gráficos de controle dos componentes principais selecionados. Nos **Apêndices** encontrar-se-ão diversas tabelas.

2 ÍNDICES DE AVALIAÇÃO DE PROCESSO: ABORDAGEM UNIVARIADA

2.1 INTRODUÇÃO

A capacidade de um processo pode ser, de modo amplo, conceituada como a sua habilidade em satisfazer as exigências estabelecidas por um cliente. O princípio básico é comparar o que um processo deveria fazer com o que o realmente faz. Assim, toma-se o intervalo de variação permitido ao processo (limites de especificação) como padrão e compara-se com a variação apresentada pelo processo (Kane, 1986). Os limites de especificação de engenharia podem ser bilaterais ou unilaterais, implicando em diferentes formas de avaliação de capacidade para cada caso.

O critério mínimo para um processo ser considerado capaz, no caso de uma característica de interesse com especificação bilateral, é que pelo menos 99,73% de seus produtos estejam dentro dos limites de especificação ou que o processo gere, no máximo, 0,27% de peças não conformes (Kane, 1986). A Figura 1 representa um processo com especificação bilateral que produz 0,27% de peças não conformes igualmente distribuídas abaixo e acima das especificações. O valor 99,73% foi originalmente escolhido por corresponder a uma área sob a curva normal compreendida entre $\mu \pm 3\sigma$, onde μ e σ são, respectivamente, a média e o desvio padrão do processo.

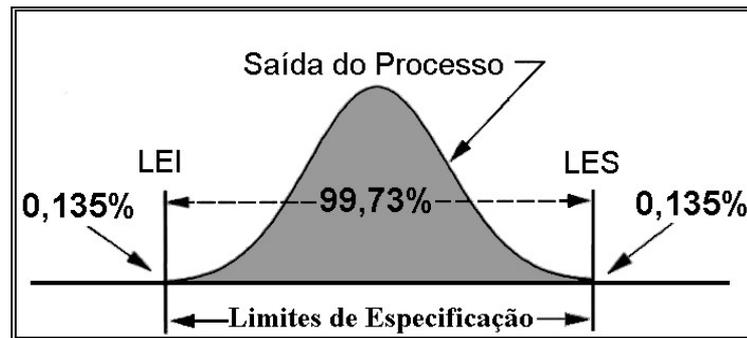


FIGURA 1 - Capacidade mínima exigida para uma característica com especificação bilateral
 Fonte: Bothe, 1997, p. 54

Ao processo, cuja característica controlada possui especificação unilateral, é permitido que no máximo 0,135% de suas peças fiquem fora de especificação. Este percentual, associado à distribuição normal, corresponde à área abaixo de $\mu - 3\sigma$, quando houver apenas o limite de especificação inferior – *LEI* – (Fig. 2a), ou à área acima de $\mu + 3\sigma$, quando houver apenas o limite de especificação superior – *LES* – (Fig. 2b).

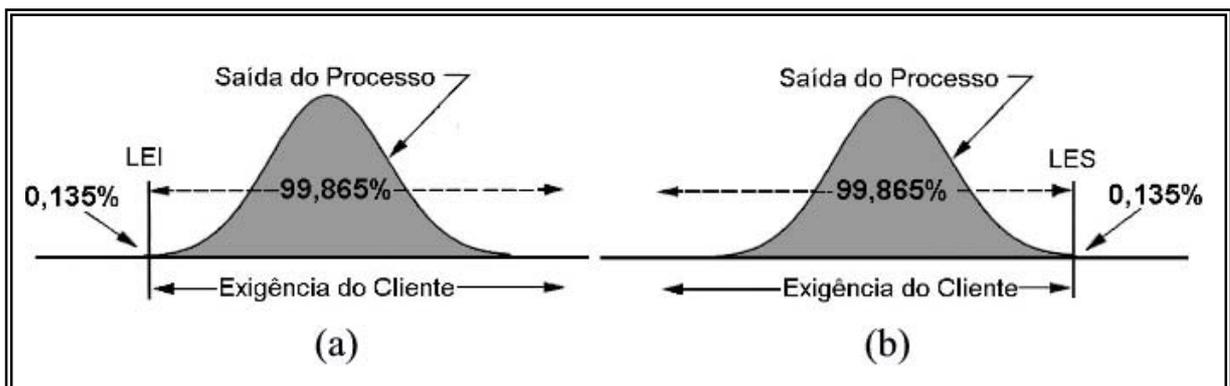


FIGURA 2 - Capacidade mínima exigida para uma característica com limite de especificação inferior (a) e limite de especificação superior (b)
 Fonte: Bothe, 1997, p. 55

A avaliação da capacidade de um processo deve servir como uma previsão de seu estado futuro. Logo, existe a necessidade de que seu comportamento seja estável e previsível. Dessa forma, espera-se que o desempenho atual do processo se repita futuramente. Quanto maior a estabilidade, maior o grau de confiabilidade em que sua capacidade futura não será diferente da sua capacidade passada (Fig. 3).

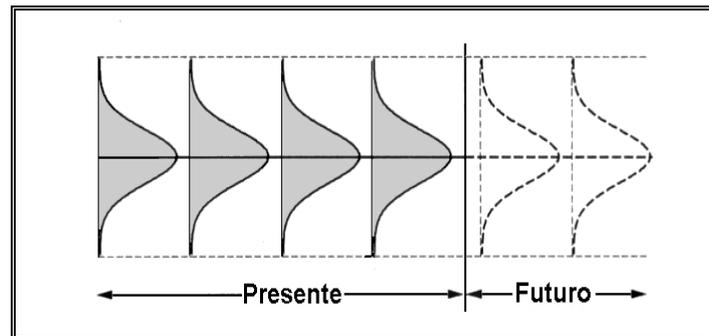


FIGURA 3 - Representação do desempenho de um processo estável como função de seus valores passados e futuros

Fonte: Bothe, 1997, p.6

Quando um processo apresenta-se instável e, portanto imprevisível, tal situação frustrará qualquer tentativa de caracterizá-lo. “Uma forma mais adequada de caracterizá-lo é relatar o percentual de peças não conformes, com a advertência de que o passado não é uma orientação confiável para o futuro” Wheeler (1999, p. 50).

Um processo é considerado estável quando a sua variação se deve somente ao aparecimento de causas comuns, não-assinaláveis. Causas comuns têm sua origem nos elementos básicos do processo industrial, quais sejam, matéria prima, máquina, método, mão-de-obra, meio ambiente e medição. As causas assinaláveis de variação originam-se fora das condições esperadas de operação. A estabilidade de um processo pode ser verificada através de gráficos de controle. A aparência de um padrão não aleatório nos gráficos fornece um indício forte de que variações de fontes assinaláveis estão presentes no processo. Diz-se que um processo está sob controle quando sua variação se deve unicamente a causas comuns. Ao processo, cujo comportamento não está normal, evidenciando a presença de causas assinaláveis, diz-se que está fora de controle (Bothe, 1997). Outra condição para que a capacidade de processo seja avaliada corretamente é a independência entre os dados coletados. Se as observações estiverem autocorrelacionadas¹, a variação do processo não será adequadamente calculada, sendo subestimada quando houver uma correlação positiva; e sobrestimada quando houver uma correlação negativa. A autocorrelação é eventualmente chamada de correlação serial, visto que ocorre em uma série temporal de observações. A

¹ Os efeitos da autocorrelação sobre os índices de capacidade não serão abordados neste trabalho, porém o interessado poderá obter informações devidamente detalhadas em Amin e Lee (1999) e Zhang (1998).

distorção causada pela autocorrelação não é significativa quando o tamanho da amostra é maior que 100 unidades (Ryan, 2000).

Os dados amostrais devem, também, se ajustar à distribuição normal, visto que, para avaliar a capacidade de um processo, utilizam-se tabelas que nela se baseiam. Os Índices de Capacidade de Processo (ICP) – C_P , C_{PK} , C_{PM} e C_{PMK} – foram originalmente projetados para serem usados em dados normalmente distribuídos. Assim, todas as suas estimativas pontuais, intervalos de confiança, testes de hipóteses, propriedades estatísticas dos seus estimadores e suas associações ao número de peças não conformes dependem dessa pressuposição. Embora a normalidade seja um fundamento importante, a sua inexistência não é um impeditivo à avaliação da capacidade de processo, porque existem índices equivalentes que poderão ser utilizados na ocorrência de não normalidade. Importante é o correto diagnóstico sobre os dados da característica controlada para definir quais os índices que mais adequadamente expressarão a capacidade do processo.

Enquanto os índices de capacidade de processo medem a capacidade de um processo que está sob controle, os Índices de Desempenho de Processo (IDP) – P_P , P_{PK} , P_{PM} e P_{PMK} – verificam o desempenho de um processo a partir do conjunto formado por todos os dados amostrais, “estando o processo sob controle ou fora de controle” (Pignatiello, Ramberg, 1993, p. 101). Assim, os ICP e os IDP tenderão para um mesmo valor quando a variação entre subgrupos se aproximar de zero. No cálculo dos IDP, utiliza-se a variação entre todos os dados amostrais – variação total (σ_{LT}) – enquanto que, no cálculo dos ICP, utiliza-se a variação dentro dos subgrupos amostrais (σ_{ST}). O procedimento de se retirar da amostra dados anormais, após a identificação da causa geradora, aumenta a diferença entre os resultados dos ICP e IDP. Os IDP têm como pré-requisitos a normalidade e a independência dos dados amostrais (Bothe, 1997; Ryan, 2000).

Os índices de avaliação de processo podem ser divididos em duas categorias, relativamente ao tipo de função de perda que orientou a sua concepção: (i) Função de perda tipo “goleira de futebol americano”, que deu origem aos índices C_P , P_P , C_{PK} , P_{PK} e (ii) Função de perda de Taguchi, que deu origem aos índices C_{PM} , P_{PM} , C_{PMK} e P_{PMK} .

A partir da utilização da função em (i), considera-se boa (sem perda associada) toda a peça cujo valor da(s) característica(s) mensurada(s) encontra(m)-se dentro dos limites de especificação. Em contrapartida, toda a peça que estiver fora desses limites é considerada

ruim (com perda associada) e sujeita a sucateamento ou retrabalho. Esta doutrina é comumente chamada de “goleira de futebol americano”, numa analogia à regra do futebol americano que aceita como boa, isto é, gol, todas as bolas que passam entre as traves da goleira, não importando se pelo meio ou esbarrando na trave; a Figura 4 ilustra este conceito de perda. Os custos associados ao sucateamento e ao retrabalho serão, neste momento, considerados iguais.

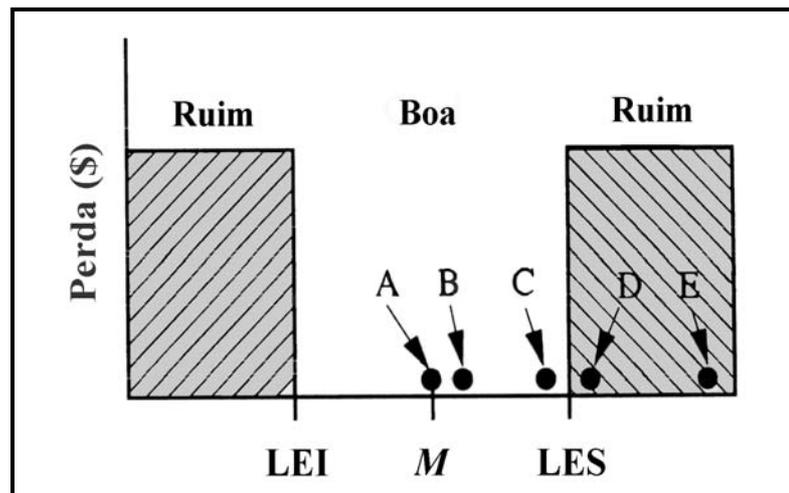


FIGURA 4 - Função de perda segundo a doutrina da ‘goleira de futebol americano’
Fonte: Bothe, 1997, p. 278

No exemplo da Figura 4, as peças representadas nos pontos A, B e C, que estão dentro dos limites de especificação, são consideradas boas e não representam perdas. Porém, a peça em A (no valor alvo) é melhor do que as peças em B e C que, também, são aceitas pelo cliente. A diferença entre D e C é menor do que a diferença entre A e C; no entanto, D é rejeitada e C aceita. Tanto D quanto E são rejeitadas e, portanto, representam perdas.

De acordo com a função de perda de Taguchi, toda a peça produzida sobre o valor alvo é boa e não existe perda associada a ela. À medida em que a média do processo se afasta do valor alvo, diminuirá a satisfação do cliente e perdas econômicas ocorrerão na proporção do quadrado desse desvio do alvo. A Figura 5 representa a função perda de Taguchi aplicada ao exemplo anterior.

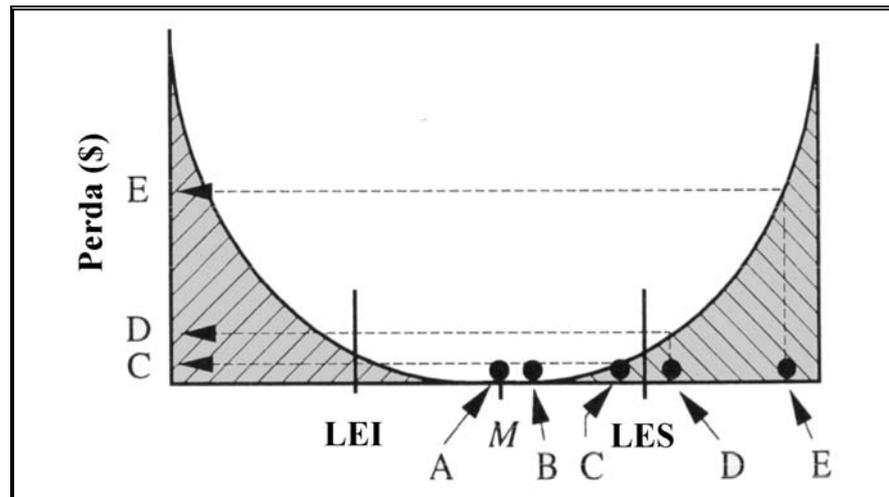


FIGURA 5 - Função de perda segundo a proposta de Taguchi
 Fonte: Bothe, 1997, p. 280

No exemplo da Figura 5, as peças produzidas no ponto A são consideradas perfeitas e não possuem perda associada. As peças produzidas em B e C, mesmo aceitas pelo cliente por estarem dentro dos limites de especificação, apresentam perdas que são proporcionais ao quadrado do desvio do alvo. Conforme o modelo, a perda monetária no ponto E é maior do que em D, que é maior do que em C e do que em B. A meta é produzir todas as peças sem qualquer perda econômica ou insatisfação do cliente, ou seja, este modelo incentiva a produção de peças com características de interesse no valor alvo, no exemplo, o alvo corresponde ao centro da faixa de especificações (ponto M).

A proposta de Taguchi diferencia-se da concepção da “goleira de futebol americano” por incentivar a produção sobre o valor alvo (o centro da goleira), enquanto que à outra basta que a produção esteja dentro dos limites de especificação. Dessa forma Taguchi fomenta a contínua melhoria do processo (Bothe, 1997).

2.2 ABORDAGEM UNIVARIADA – DADOS NORMAIS

2.2.1 Índices de Capacidade e Índices de Desempenho

Os índices de capacidade de processo (ICP) e os índices de desempenho de processo (IDP) pertencem originalmente ao universo univariado, em que o objeto de análise é a variação de uma característica individualmente, sem considerar-se a sua estrutura de correlação com outras características. ICP e IDP diferenciam-se pela abrangência e natureza do conceito de variabilidade usados nos seus cálculos; assim, nos primeiros, considera-se a

variabilidade apenas dentro dos subgrupos amostrais e inexistem dados atípicos; nos últimos, considera-se a variabilidade total, dentro e entre subgrupos, considerando-se todos os dados coletados. Na Figura 6, apresentam-se as diferenças entre os conceitos de variação usados nos ICP e IDP.

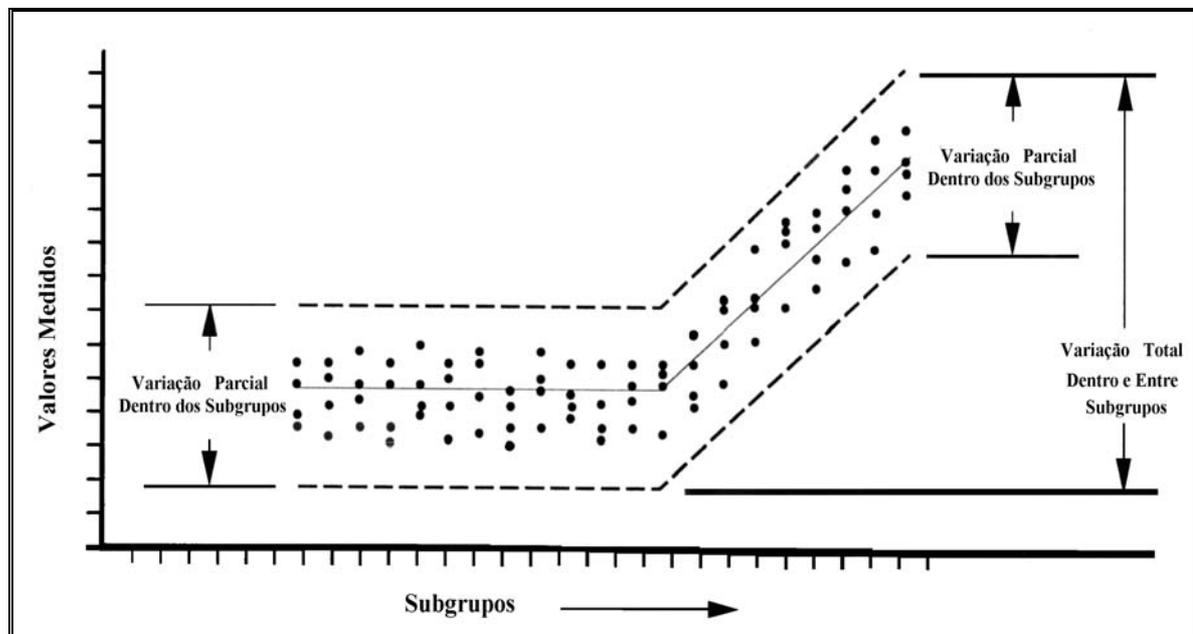


FIGURA 6 - Diferenças entre as medidas de dispersão usadas no cálculo dos ICP e dos IDP
Fonte: Bothe, 1997, p.34

No cálculo dos ICP, utiliza-se o desvio padrão, σ_{ST} , calculado a partir da variação parcial da amostra (dentro dos subgrupos amostrais), na qual os dados atípicos são eliminados após a identificação da causa geradora e implementação de medidas corretivas, quando conveniente. A utilização dos ICP pressupõe processo estável e dados independentes e normalmente distribuídos.

No cálculo dos IDP, utiliza-se o desvio padrão, σ_{LT} , calculado a partir da variação total da amostra (dentro e entre subgrupos amostrais), ou seja, a variação entre todas as observações coletadas, não importando se o processo está sob controle ou não; exige-se, para tanto, que a distribuição da variável em estudo se ajuste à distribuição normal.

Nota-se, pela Figura 6, que a variação parcial será sempre menor ou, no máximo, igual à variação total; $\sigma_{ST} \leq \sigma_{LT}$. Desta forma, os valores dos IDP serão sempre menores ou, no máximo, iguais aos índices de capacidade.

Na maioria dos processos, o desvio padrão, σ_{ST} ou σ_{LT} , é desconhecido e precisa ser estimado. No caso de σ_{ST} , a estimação usa dados oriundos das cartas de controle que correspondem a valores médios dos subgrupos amostrais; no caso de σ_{LT} a estimação é feita a partir de todos os dados coletados. Os estimadores de σ_{ST} e de σ_{LT} serão designados por $\hat{\sigma}_{ST}$ e $\hat{\sigma}_{LT}$, respectivamente. Calcula-se $\hat{\sigma}_{ST}$ da seguinte forma (Bothe, 1997, p. 36):

- Se a carta de controle for do tipo \bar{X}, R ou \bar{X}, R ,

$$\hat{\sigma}_{ST} = \hat{\sigma}_{\bar{R}} = \frac{\bar{R}}{d_2}, \quad (1)$$

onde

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}; \quad (2)$$

- Se a carta de controle for do tipo \bar{X}, S

$$\hat{\sigma}_{ST} = \hat{\sigma}_{\bar{S}} = \frac{\bar{S}}{c_{4kn}}, \quad (3)$$

onde

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^k S_i}{k}; \quad (4)$$

- Se a carta de controle for para valores individuais

$$\hat{\sigma}_{ST} = \hat{\sigma}_{\overline{MR}} = \frac{\overline{MR}}{1,128}, \quad (5)$$

onde

$$MR = |x_i - x_{i-1}| \quad (6)$$

e

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} MR_i}{k-1}; \quad (7)$$

k corresponde ao número de subgrupos amostrais, n é o tamanho dos subgrupos; \bar{R} e \bar{S} são, respectivamente, a amplitude média e o desvio padrão médio dos subgrupos amostrais; os valores dos índices d_2 e c_{4kn} encontram-se nas tabelas 1 e 2 do Apêndice A. O desvio padrão, σ_{LT} , usado no cálculo dos IDP, é estimado a partir de (Bothe, 1997, p. 39):

$$\hat{\sigma}_{LT} = \frac{S_{TOT}}{c_{4kn}}, \quad (8)$$

onde

$$S_{TOT} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{kn} (x_i - \hat{\mu})^2}{kn-1}}. \quad (9)$$

O valor de c_{4kn} também pode ser aproximado por:

$$c_{4kn} \cong \frac{(4kn-4)}{(4kn-3)}. \quad (10)$$

Nota-se que à medida em que o número de observações aumenta, c_{4kn} tende a 1, o que permite a simplificação

$$\hat{\sigma}_{LT} \cong S_{TOT}.$$

Os ICP e IDP possuem duas categorias: (i) medidas de potencial que mostram a capacidade e o desempenho possíveis de serem atingidos (C_P/P_P , C_{PM}/P_{PM}); (ii) medidas de efetividade que mostram a capacidade e o desempenho que o processo está atingindo (C_{PK}/P_{PK} , C_{PMK}/P_{PMK}). Pode-se comparar os índices de capacidade com os índices de desempenho que pertençam a uma mesma categoria, isto é capacidade potencial com desempenho potencial ou capacidade efetiva com desempenho efetivo; caso sejam muito

diferentes, significa que o processo não atinge sua potencialidade. Os IDP fornecem “uma avaliação mais realista do processo produtivo” (Pignatiello, Ramberg, 1993, p.101), e “têm um valor maior para o cliente” do que os ICP (Herman *apud* Kotz, Johnson, 1993, p. 41).

De outra forma, pode-se agrupar os índices de avaliação de processos segundo suas concepções criadoras: (i) a filosofia da “goleira de futebol americano”, na qual o produto está conforme se o valor da característica em estudo estiver dentro dos limites de especificação ($C_P / P_P - C_{PK} / P_{PK}$); (ii) a lógica da função de perda de Taguchi, na qual um produto não apresenta perda associada se o valor da característica em estudo estiver sobre o valor alvo ($C_{PM} / P_{PM} - C_{PMK} / P_{PMK}$).

2.2.2 Índices de Capacidade Potencial e de Desempenho Potencial

O foco dessas medidas está na relação entre a variação permitida (limites de especificação) ao processo e sua variação natural (6σ ou 6τ).

2.2.2.1 C_P e P_P

O índice C_P (P_P) mostra a capacidade (desempenho) de um processo quando sua média corresponder a um valor alvo (T), localizado no ponto médio (M) entre os limites de especificação. De acordo com Kane (1986, p.41), o índice C_P é definido como:

$$C_P = \frac{LES - LEI}{6\sigma_{ST}}, \quad (11)$$

onde LES e LEI representam os limites de especificação superior e inferior estabelecidos à característica em estudo no processo; σ_{ST} é o desvio padrão parcial.

O índice P_P , de acordo com Kotz e Johnson (1993, p.41)², é definido como:

$$P_P = \frac{LES - LEI}{6\sigma_{LT}} \quad (12)$$

² Embora Kotz, Johnson (1993) façam duas citações aos índices de desempenho (p. 41 e 55), P_P e P_{PK} , propostos por Herman (1989), na sua obra não diferenciam entre índices de capacidade e índices de desempenho, como encontrado em Bothe (1997). De outra forma, Kotz e Lovelace (1998, p. 252) criticam o uso dos IDP quando o processo não estiver em situação de sob controle. Neste trabalho, adotou-se a notação proposta por Bothe.

onde σ_{LT} , o desvio padrão total observado àquela característica. As equações 3 e 4 podem, também, ser assim representadas:

$$C_p = \frac{\frac{1}{2}(LES - LEI)}{3\sigma_{ST}} = \frac{d}{3\sigma_{ST}}, \quad (13)$$

$$P_p = \frac{\frac{1}{2}(LES - LEI)}{3\sigma_{LT}} = \frac{d}{3\sigma_{LT}}. \quad (14)$$

Os estimadores pontuais de C_p e P_p , representados por \hat{C}_p e \hat{P}_p , são calculados a partir de $\hat{\sigma}_{ST}$ e $\hat{\sigma}_{LT}$, respectivamente. Chan *et al.* (*apud* Kotz, Lovelace, 1998) provaram que de \hat{P}_p se origina uma estimativa tendenciosa, porém quando o tamanho da amostra tende ao infinito, perde tal propriedade.

A estimativa pontual de P_p , proposta por Pearn *et al.* (1993, p.219)³, é obtida através de:

$$\hat{P}_p^\# = \frac{\hat{P}_p}{b_f}, \quad (15)$$

onde b_f é o fator que elimina a tendenciosidade de \hat{P}_p e é calculado da seguinte forma:

$$b_f = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)}, \quad (16)$$

onde $\Gamma(\bullet)$ denota a função gama, uma integral indefinida tabelada em Elsayed (1996, p.737), entre outros e $f = n - 1$. Os autores apresentam a seguinte expressão como sendo uma boa aproximação de b_f , quando $f > 14$ ($n > 15$)

³ Salienta-se que Pearn *et al.* (1993) apresentam C_p sendo calculado a partir de σ_{LT} , desvio padrão total, que corresponde a P_p na notação deste trabalho.

$$b_f = \frac{3}{4} f^{-1} . \quad (17)$$

A Tabela 1 mostra valores de b_f para vários valores de n .

TABELA 1 - Valores de b_f em função do tamanho da amostra, n

n	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
b_f	0,798	0,914	0,945	0,960	0,968	0,974	0,978	0,981	0,983	0,985	0,986	0,987

Fonte: Pearn *et al.* (1992, p. 219)

“Qualquer estimativa por pontos de um parâmetro não possui uma medida do possível erro cometido na estimação. Uma forma de expressar a precisão da estimação é estabelecer limites, que com certa probabilidade incluam o verdadeiro valor do parâmetro da população” Morettin (2000, p.43), ou seja, a estimação por intervalos⁴. A estimativa intervalar dos índices de avaliação de processo propõem-se seja do tipo unilateral tal como $x \geq L$, onde L é o limite de confiança inferior (unilateral) a partir do qual o verdadeiro valor do parâmetro deve encontrar-se, considerando-se um nível de significância de $\alpha\%$. Justifica-se a unilateralidade do intervalo em função de ser crítica a situação em que os valores dos índices encontram-se abaixo dos valores mínimos definidos pelo cliente. Não existem valores nominais pré-determinados aos índices, somente os mínimos definidos pelo cliente, a partir dos quais, quanto maior–melhor. Assim, o limite de confiança inferior de C_P e P_P , considerando-se um nível de confiabilidade igual a $(1 - \alpha)\%$ é calculado como segue (Bothe, 1997, p. 632):

$$\tilde{C}_{P,(1-\alpha)} \cong \hat{C}_P \sqrt{\frac{\chi_{v,(1-\alpha)}^2}{v}} , \quad (18)$$

$$\tilde{P}_{P,(1-\alpha)} \cong \hat{P}_P \sqrt{\frac{\chi_{v,(1-\alpha)}^2}{v}} . \quad (19)$$

⁴ A estimação por intervalos consiste na fixação de dois valores tais que $(1 - \alpha)$ seja a probabilidade de que o intervalo, por eles determinado, contenha o verdadeiro valor do parâmetro. α será chamado de nível de significância e $(1 - \alpha)$ de nível de confiabilidade.

onde $\chi^2_{\nu, (1-\alpha)}$ corresponde ao valor da distribuição Qui Quadrado com ν graus de liberdade e nível de confiabilidade igual a $(1 - \alpha)$; o número de graus de liberdade (ν) é calculado da seguinte forma (Bothe, 1997, p. 609 e 614):

- Quando o desvio padrão é estimado a partir da média dos desvios padrões dos subgrupos da amostra ($\hat{\sigma}_{\bar{s}}$), então,

$$\nu \cong f_n k(n-1) \quad (20)$$

onde os valores do fator f_n encontram-se na tabela 3 do Apêndice A;

- Quando o desvio padrão é estimado a partir da média das amplitudes dos subgrupos da amostra ($\hat{\sigma}_{\bar{R}}$) e o tamanho do subgrupo varia entre 2 e 6 unidades, então,

$$\nu \cong 0,9k(n-1) \quad (21)$$

- Quando o desvio padrão é estimado a partir de todos os dados da amostra ($\hat{\sigma}_{LT}$), então,

$$\nu \cong (kn-1) \quad (22)$$

Nas Figuras 7 e 8, apresentam-se, respectivamente, gráficos comparativos entre a estimativa pontual de C_P e P_P e o, pertinente, limite de confiança inferior, considerando-se que: (i) a estimativa pontual dos índices seja igual a 1,33; (ii) um nível de confiabilidade de 95%; (iii) $\tilde{C}_{P, (1-\alpha)}$ seja calculado a partir de $\hat{\sigma}_{\bar{R}}$ e com um tamanho de subgrupo igual a 5; (iv) o tamanho da amostra varia de 10 até 810 unidades. Como o limite de confiança inferior é unilateral, tem-se que o verdadeiro valor do índice situar-se-á, em 95% dos casos, no intervalo $[\tilde{C}_{P, (1-\alpha)}; +\alpha)$ e $[\tilde{P}_{P, (1-\alpha)}; +\alpha)$, ficando abaixo desses intervalos nos 5% restantes. O destaque em amarelo representa a diferença entre a estimativa pontual do índice e seu limite de confiança inferior considerando-se vários tamanhos de amostra.

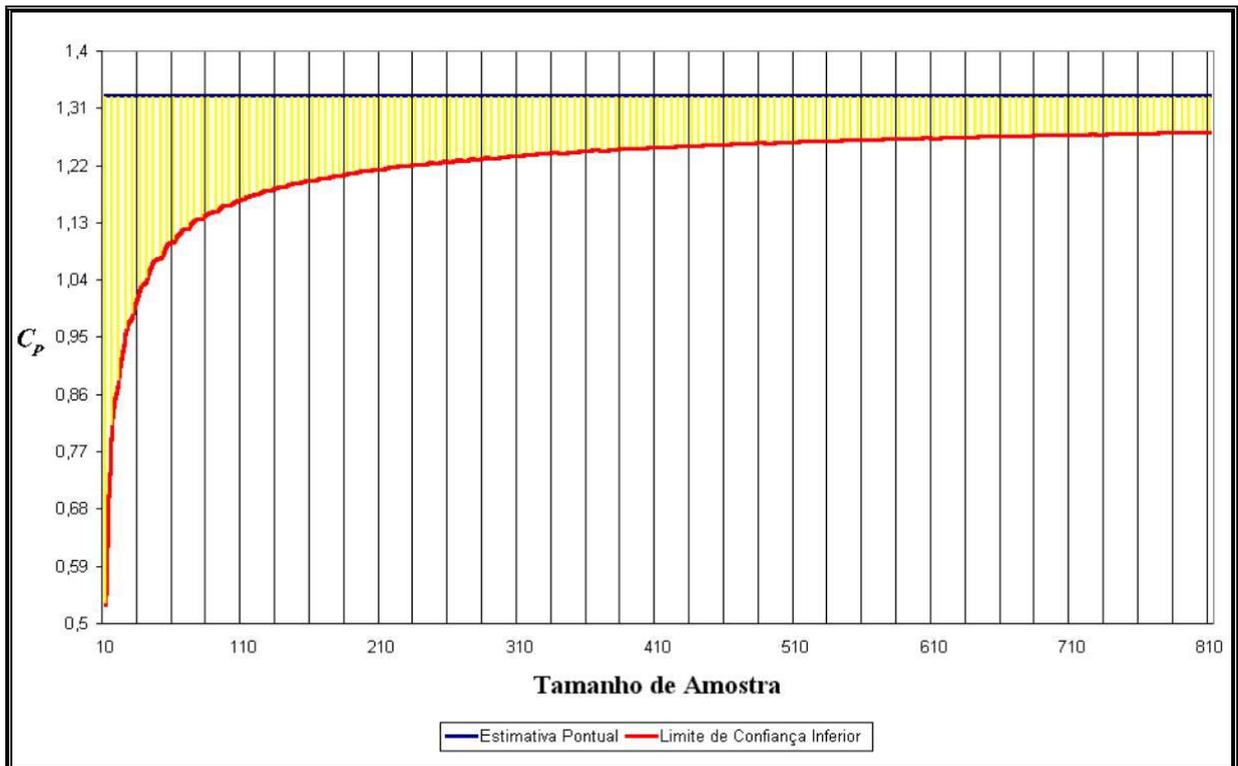


FIGURA 7 – Gráfico comparativo entre a estimativa pontual de C_P e seu limite de confiança inferior considerando-se diversos tamanhos de amostra

Fonte: Pesquisador

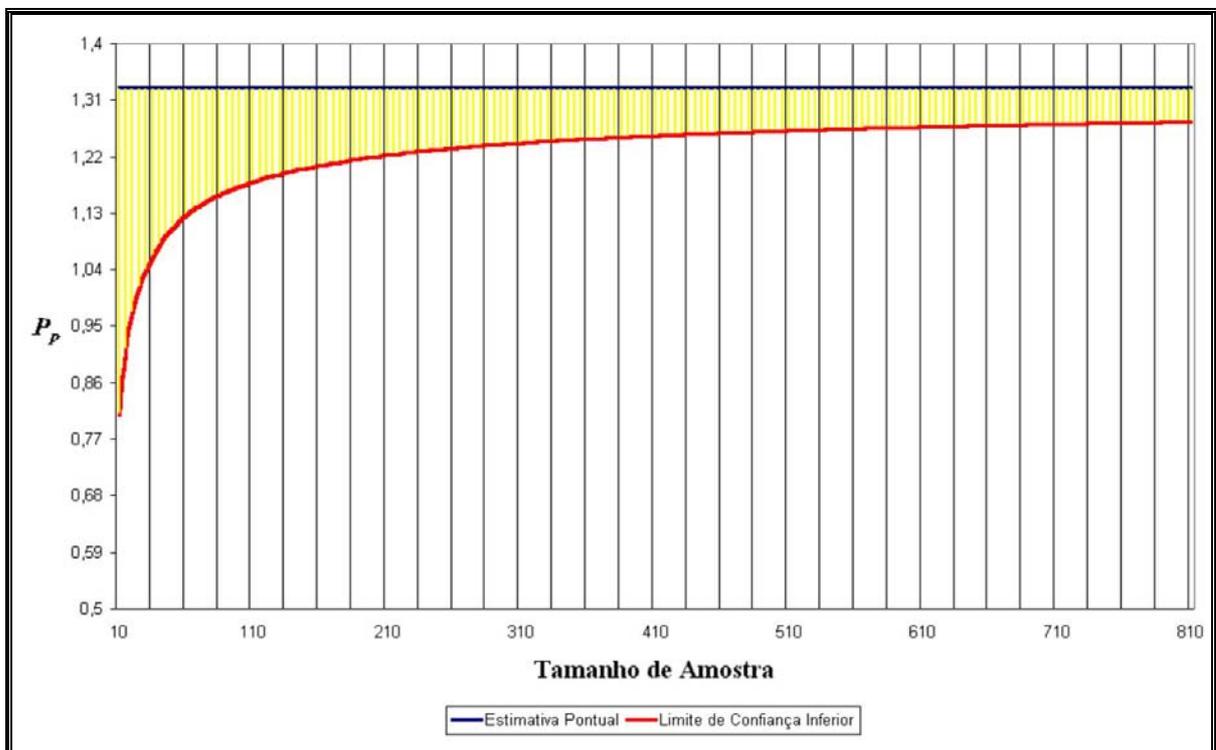


FIGURA 8 – Gráfico comparativo entre a estimativa pontual de P_P e seu limite de confiança inferior considerando-se diversos tamanhos de amostra

Fonte: Pesquisador

Na Tabela 2, apresenta-se a diferença percentual entre a estimativa pontual e o limite de confiança inferior de C_P e P_P considerando-se um nível de confiabilidade de 95%.

TABELA 2 – Diferença percentual entre as estimativas pontual e intervalar (limite de confiança inferior) de C_P e P_P

Tamanho de Amostra	$\left(\frac{C_P - C_{P,1-\alpha}}{\tilde{C}_P} \right)$	$\left(\frac{P_P - P_{P,1-\alpha}}{\tilde{P}_P} \right)$
10	60,3%	39,2%
25	27,8%	24,0%
50	19,1%	16,8%
75	14,8%	13,6%
100	13,0%	11,8%
250	8,0%	7,4%
500	5,6%	5,2%

Fonte: Pesquisador

Verifica-se pela Tabela 2 que: (i) quanto menor o tamanho de amostra, tanto maior a diferença entre a estimativa pontual e a intervalar; (ii) a diferença percentual associada à C_P é maior do que a de P_P diminuindo a medida em que o tamanho de amostra aumenta; (iii) a diferença percentual diminui a medida em que o tamanho de amostra aumenta.

O menor valor observado de C_P e P_P que assegura, com um nível de confiabilidade $(1 - \alpha)$, o alcance do valor alvo é definido como (Bothe, 1997, p. 632):

$$C_{P,(1-\alpha)} \cong C_{P,Meta} \sqrt{\frac{v}{2} \chi_{v,(1-\alpha)}^2}, \quad (23)$$

$$P_{P,(1-\alpha)} \cong P_{P,Meta} \sqrt{\frac{v}{2} \chi_{v,(1-\alpha)}^2}. \quad (24)$$

Os pré-requisitos ao uso de C_P são: (i) o valor alvo (T) deve corresponder ao ponto médio (M) entre os limites de especificação ($T = M$); (ii) o processo deve apresentar-se estável; (iii) os dados não devem se apresentar autocorrelacionados, ajustando-se à distribuição normal. A utilização do índice P_P pressupõe um valor T igual a M e dados de processo ajustados a uma distribuição normal.

Quanto maiores os valores de C_P e P_P , tanto menor é a variância do processo. Estes índices consideram apenas a dispersão do processo, isto é, sua precisão, não importando a sua

localização, ou seja, sua acurácia. Assim, um processo que tenha um índice alto pode apresentar um percentual de peças não conformes também alto. Mesmo que todos os pré-requisitos à utilização de C_p sejam atendidos, não se deve fazer uma associação direta entre o valor do índice e o percentual de partes não conformes emergentes do processo; tal associação deve ser usada apenas como referência. Quanto ao índice de desempenho potencial, tal associação é ainda mais duvidosa, pois, no cálculo de P_p , o processo em estudo pode estar em uma condição fora de controle.

Na Figura 9, comparam-se dois processos (A, B); $C_{p,A} = 1,0$ é menor que $C_{p,B} = 2,0$, no entanto os dois apresentam o mesmo percentual de não conformes. Tal discrepância ocorre devido ao parâmetro de localização do processo (μ) não ser considerado nas fórmulas dos índices C_p e P_p .

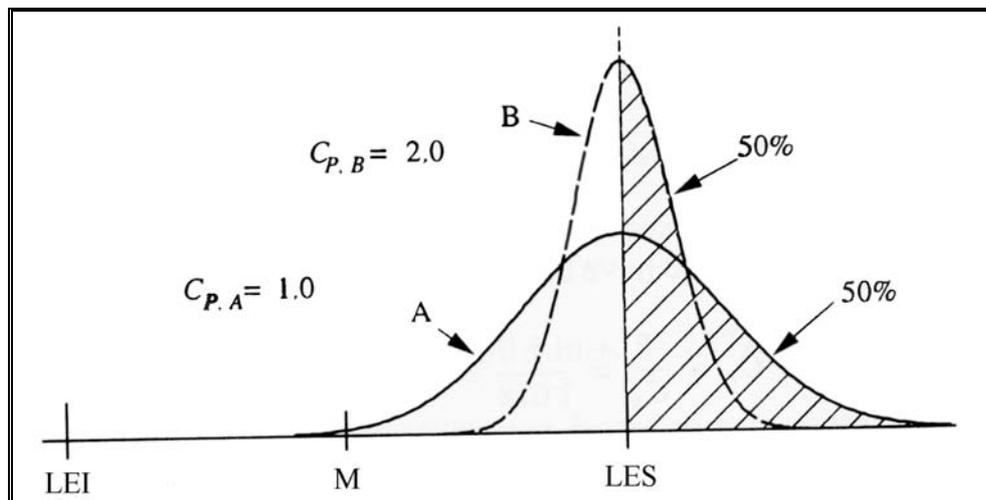


FIGURA 9 - Comparação entre processos que apresentam o mesmo percentual de não conformes

Fonte: Bothe, 1997, p. 138

Apesar das limitação do índice C_p , mencionada nos parágrafos anteriores, a sua associação ao percentual de peças não conformes é determinada da seguinte forma (Kotz, Johnson, 1993, p. 39),

$$p_{C_p} = 2\Phi(-3C_p) \quad (25)$$

onde $\Phi(\bullet)$ é a função de distribuição da distribuição normal padronizada, $N(0, 1)$.

A Tabela 3 relaciona C_P ao percentual de peças não conformes, considerando-se a situação ideal em que a média do processo encontra-se sobre o ponto médio entre os limites de especificação, o processo é estável e seus dados ajustam-se à distribuição normal.

TABELA 3 - Percentual mínimo de peças não conformes associado a vários valores de C_P

Quantidade de dados do processo dentro do intervalo de especificação	C_P	% mínimo de Peças Não conformes
6σ	1,00	0,27%
8σ	1,33	0,006334%
10σ	1,67	0,00005733%
12σ	2,00	0,0000001973%

Fonte: Kotz, Lovelace, 1998, p. 36

Bothe (1997, p. 130-131) interpreta os valores de C_P e P_P da seguinte maneira:

- Se menor que 1: processo não atinge o potencial mínimo exigido (99,73% peças conformes);
- Se igual a 1: processo atende minimamente ao potencial exigido;
- Se maior que 1: processo ultrapassa ao potencial mínimo exigido.

Na Tabela 4, apresenta-se a escala de classificação de C_P proposta por Juran *et al.* *apud* Bothe (1997).

TABELA 4 - Escala de classificação para vários valores de C_P

Amplitude de C_P	Avaliação da Capacidade
$2,00 \leq C_P$	Excelente
$1,67 \leq C_P < 2,00$	Muito Boa
$1,33 \leq C_P < 1,67$	Boa
$1,00 \leq C_P < 1,33$	Moderada
$0,67 \leq C_P < 1,00$	Fraca
$0,00 \leq C_P < 0,67$	Ruim

Fonte: Bothe, 1997, p. 133

Montgomery (1996) recomenda como valor mínimo $C_P = 1,50$ aos novos processos e aos existentes, $C_P = 1,33$. Kotz e Johnson (1993) recomendam como valor mínimo para processos novos $C_P = 1,67$ e para processos existentes $C_P = 1,50$. Koons (1992) propõe o uso de $C_P = 4,00$ para características importantes e valores superiores a $C_P = 10,00$ para

características críticas, a fim de evitar a produção de peças não conformes mesmo que o processo torne-se instável.

No caso em que o alvo do processo (T) não coincide com o ponto médio da tolerância (M), o índice C_P superestima o verdadeiro valor da capacidade potencial do processo. Suponha, por exemplo, uma tolerância igual a seis ($LEI = 7$ e $LES = 13$), um valor alvo igual a dez ($T = 10$) e uma variação natural do processo igual a seis ($6\sigma = 6$); neste caso $C_P = 1,0$ e o processo atende às exigências mínimas. Porém, se o alvo for deslocado para onze ($T' = 11$), parte dos 6 sigmas da variação natural (1 sigma) ultrapassarão o LES , determinando a incapacidade do processo; no entanto, C_P continuará igual a 1, superestimando, assim, a capacidade do processo. Para contornar este problema, Bothe (1997) apresenta o seguinte índice alternativo:

$$C_P^* = \text{Min}(C_{PL}^T, C_{PU}^T) = \text{Min}\left(\frac{T - LEI}{3\sigma_{ST}}, \frac{LES - T}{3\sigma_{ST}}\right), \quad (26)$$

$$P_P^* = \text{Min}(P_{PL}^T, P_{PU}^T) = \text{Min}\left(\frac{T - LEI}{3\sigma_{LT}}, \frac{LES - T}{3\sigma_{LT}}\right). \quad (27)$$

Os índices C_P^* e P_P^* representam, respectivamente, a capacidade e o desempenho possíveis de serem atingidos quando o processo estiver centrado sobre o alvo. Estes índices podem, também, ser apresentados como:

$$C_P^* = \frac{\text{Tolerância Ajustada}}{6\sigma_{ST}}, \quad (28)$$

$$P_P^* = \frac{\text{Tolerância Ajustada}}{6\sigma_{LT}}, \quad (29)$$

onde

$$\text{Tolerância Ajustada} = \begin{cases} 2 \times (T - LEI) & \text{se } (T - LEI) < (LES - T) \\ 2 \times (LES - T) & \text{se } (T - LEI) > (LES - T) \end{cases} \quad (30)$$

A Figura 10 apresenta um exemplo do cálculo da tolerância ajustada, onde $LES = 100$, $LEI = 50$ e $T = 65$. A valor da *Tolerância Ajustada* é 30, o novo limite de especificação superior (LES_T), 80, e o inferior (LEI_T), 50. Considerando-se $\sigma = 4$, o índice C_P apresenta o valor de 2,08 – superestimado – e o índice alternativo C_P^* o valor de 1,25. Observa-se que a tolerância ajustada será sempre menor que a tolerância original, logo $C_P^* < C_P$.

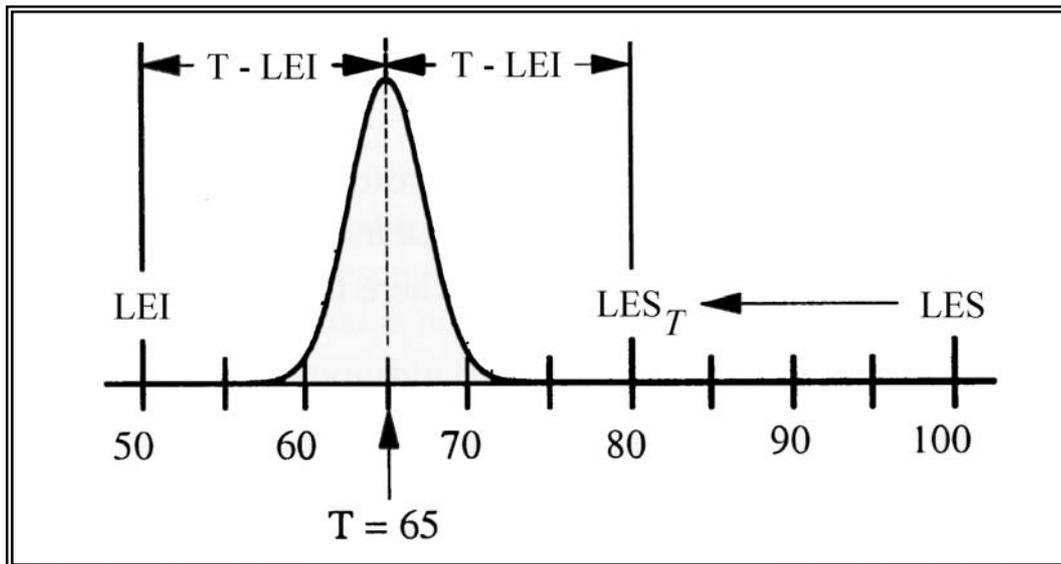


FIGURA 10 - Tolerância ajustada

Fonte: Bothe, 1997, p. 141

O estimador intervalar, neste caso o limite de confiança inferior (unilateral), de C_P^* e P_P^* , designado por $\tilde{C}_{P,(1-\alpha)}^*$ e $\tilde{P}_{P,(1-\alpha)}^*$ – que estabelece o limite inferior para o verdadeiro valor do índice, com um nível de confiabilidade igual a $(1 - \alpha)$ – é calculado como segue (Bothe, 1997, p. 641):

$$\tilde{C}_{P,(1-\alpha)}^* \cong \mathbf{t}_{P, \nu}^* \sqrt{\frac{\chi_{\nu,(1-\alpha)}^2}{\nu}}, \quad (31)$$

$$\tilde{P}_{P,(1-\alpha)}^* \cong \mathbf{F}_{P, \nu}^* \sqrt{\frac{\chi_{\nu,(1-\alpha)}^2}{\nu}}, \quad (32)$$

onde $\chi^2_{\nu, (1-\alpha)}$ corresponde ao valor da distribuição Qui Quadrado com ν graus de liberdade e nível de confiabilidade igual a $(1 - \alpha)$; o número de graus de liberdade (ν) é calculado conforme apresentado nas equações (20), (21) e (22).

O menor valor observado de C^*_P e P^*_P que assegura, a um nível de confiabilidade $(1 - \alpha)$, a obtenção do valor alvo é definido como (Bothe, 1997, p. 641-642):

$$C^*_{P, (1-\alpha)} \cong C^*_{P, Meta} \sqrt{\frac{\nu}{\chi^2_{\nu, (1-\alpha)}}}, \quad (33)$$

$$P^*_{P, (1-\alpha)} \cong P^*_{P, Meta} \sqrt{\frac{\nu}{\chi^2_{\nu, (1-\alpha)}}}, \quad (34)$$

onde $\chi^2_{\nu, (1-\alpha)}$ corresponde ao valor da distribuição Qui Quadrado com ν graus de liberdade e nível de confiabilidade igual a $(1 - \alpha)$; o número de graus de liberdade (ν) é calculado conforme apresentado nas equações (20), (21) e (22).

Quando a característica em estudo apresenta somente especificação unilateral, o índice C_P é modificado da seguinte forma (Bothe, 1997, p. 144):

- Quando somente existir o *LES*,

$$C'_{PU} = \text{Max}(C^T_{PU}, C_{PU}) \quad (35)$$

onde

$$C_{PU} = \frac{(LES - \mu)}{3\sigma_{ST}} \quad (36)$$

- Quando somente existir o *LEI*,

$$C'_{PL} = \text{Max}(C^T_{PL}, C_{PL}) \quad (37)$$

onde

$$C_{PL} = \frac{(\mu - LEI)}{3\sigma_{ST}} . \quad (38)$$

O índice P_P , à semelhança de C_P , transforma-se em:

$$P'_{PU} = \text{Max}(P_{PU}^T, P_{PU}), \quad (39)$$

$$P'_{PL} = \text{Max}(P_{PL}^T, P_{PL}) , \quad (40)$$

onde

$$P_{PU} = \frac{(LES - \mu)}{3\sigma_{LT}} \quad (41)$$

e,

$$P_{PL} = \frac{(\mu - LEI)}{3\sigma_{LT}} . \quad (42)$$

Por incorporarem aos respectivos numeradores o parâmetro de localização do processo μ , os índices C_{PL}/C_{PU} compõem a categoria dos índices de capacidade efetiva; analogamente, P_{PL}/P_{PU} são os índices de desempenho efetivo. Verifica-se que quando $\mu \geq T$, o índice C'_{PL} é igual a C_{PL} ; da mesma forma, P'_{PL} será igual a P_{PL} . Os índices C'_{PL} e P'_{PL} são índices híbridos: no primeiro, tem-se uma mistura de medida de capacidade potencial (C_{PL}^T) com medida de capacidade efetiva (C_{PL}); no segundo, tem-se uma mistura de medidas de desempenho potencial (P_{PL}^T) com medidas de desempenho efetivo (P_{PL}). Como pode-se observar nas Figuras 11 e 12:

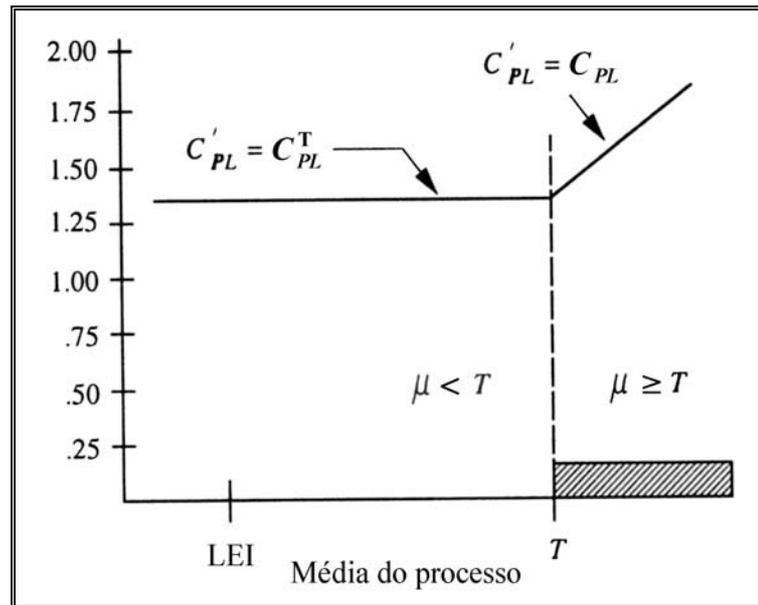


FIGURA 11 - Comportamento de C'_{PL} em função da média do processo
 Fonte: Bothe, 1997, p. 148

O comportamento do índice C'_{PU} em função da média do processo é apresentado na Figura 12; o índice P'_{PU} também se ajusta a este padrão. Constatase que C'_{PU} é constante enquanto a média é maior do que o valor alvo ($C'_{PU} = C_{PU}^T$) e aumenta a partir de $\mu \leq T$ ($C'_{PU} = C_{PU}$), ou seja, quanto maior o valor ($T - \mu$), maior o valor do índice. Esta disparidade entre o critério de avaliação dos índices unilaterais C'_{PU} / P'_{PU} e as definições de engenharia se repetem nos índices C'_{PL} / P'_{PL} , como pode ser verificado através da Figura 11.

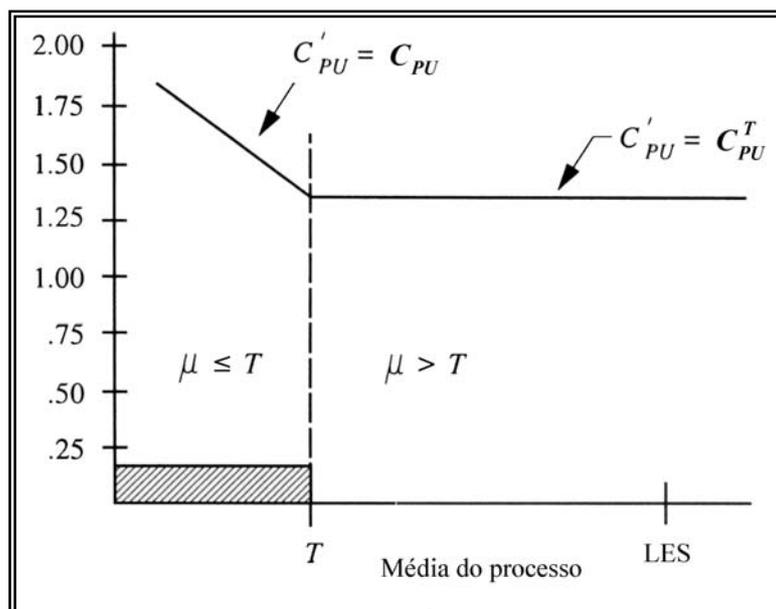


FIGURA 12 - Comportamento de C'_{PU} em função da média do processo
 Fonte: Bothe, 1997, p. 147

Bothe (1997, p. 145) interpreta a C'_{PL} / C'_{PU} e a P'_{PL} / P'_{PU} da seguinte forma:

- “Se menor que 1: processo não atinge o potencial mínimo exigido (99,865% peças conformes);
- Se igual a 1: processo atende minimamente ao potencial exigido;
- Se maior que 1: processo ultrapassa o potencial mínimo exigido”.

Os limites de confiança inferior dos índices, cujos processos possuem apenas *LEI*, C'_{PL} e P'_{PL} , serão designados por $\underset{\sim}{C}'_{PL,(1-\alpha)}$ e $\underset{\sim}{P}'_{PL,(1-\alpha)}$; assim sendo:

- Quando $\mu < T$, $C'_{PL} = C^T_{PL}$ e $P'_{PL} = P^T_{PL}$, considerando-se um nível de confiabilidade igual a $(1 - \alpha)$, os limites de confiança inferior são calculados como segue (Bothe, 1997, p. 643):

$$\underset{\sim}{C}'_{PL,(1-\alpha)} \cong \hat{C}^T_{PL} \sqrt{\frac{\chi^2_{\nu,(1-\alpha)}}{\nu}}, \quad (43)$$

$$\underset{\sim}{P}'_{PL,(1-\alpha)} \cong P^T_{PL} \sqrt{\frac{\chi^2_{\nu,(1-\alpha)}}{\nu}}, \quad (44)$$

onde ν é calculado como nas equações (20), (21) e (22).

- Quando $\mu \geq T$, $C'_{PL} = C_{PL}$ e $P'_{PL} = P_{PL}$. De acordo com a pesquisa bibliográfica realizada neste trabalho, não existem fórmulas desenvolvidas para os intervalos de confiança de índices de capacidade efetiva (C_{PL} e C_{PU}); no entanto, existem para os índices de desempenho efetivo (P_{PL} e P_{PU}) e a fórmula para determinação do limite de confiança inferior de P'_{PL} é (Bothe, 1997, p. 653):

$$\underset{\sim}{P}'_{PL,(1-\alpha)} \cong \hat{P}_{PL} - Z_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{9kn} + \frac{(\hat{P}_{PL})^2}{2(kn-1)}}. \quad (45)$$

Os limites de confiança inferior dos processos que possuem somente *LES*, de C'_{PU} e P'_{PU} , serão notados por $\tilde{C}'_{PU,(1-\alpha)}$ e $\tilde{P}'_{PU,(1-\alpha)}$; assim sendo:

- Quando $\mu > T$, $C'_{PU} = C^T_{PU}$ e $P'_{PU} = P^T_{PU}$; considerando-se um nível de confiabilidade igual a $(1 - \alpha)$, os limites de confiança inferior são calculados como segue (Bothe, 1997, p. 644):

$$\tilde{C}'_{PU,(1-\alpha)} \cong \hat{C}^T_{PU} \sqrt{\frac{\chi^2_{\nu,(1-\alpha)}}{\nu}}, \quad (46)$$

$$\tilde{P}'_{PU,(1-\alpha)} \cong \hat{P}^T_{PU} \sqrt{\frac{\chi^2_{\nu,(1-\alpha)}}{\nu}}, \quad (47)$$

onde ν é calculado como nas equações (20), (21) e (22).

- Quando $\mu \leq T$, $C'_{PU} = C_{PU}$ e $P'_{PU} = P_{PU}$ e o intervalo de confiança inferior de P'_{PU} é apresentado como (Bothe, 1997, p. 653):

$$\tilde{P}'_{PU,(1-\alpha)} \cong \hat{P}_{PU} - Z_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{9kn} + \frac{(\hat{P}_{PU})^2}{2(kn-1)}}. \quad (48)$$

2.2.2.2 C_{PM} e P_{PM}

Os índices C_{PM} e P_{PM} foram criados segundo a concepção de perda de Taguchi, a qual estimula a constante redução da variação do processo em torno de um valor alvo (T), normalmente o ponto médio (M) entre os limites de especificação. Um produto é considerado conforme se o valor da característica controlada coincide com o valor alvo. Por outro lado, existe uma perda imposta ao cliente e/ou sociedade quando o valor da característica se afasta do valor alvo; tal perda é proporcional ao quadrado do desvio entre a média do processo e o seu valor alvo. (Taguchi *et al.*, 1990).

Na Figura 13, apresentam-se três processos (A, B, e C); o processo C tem menor perda que B, que tem perda menor que A.

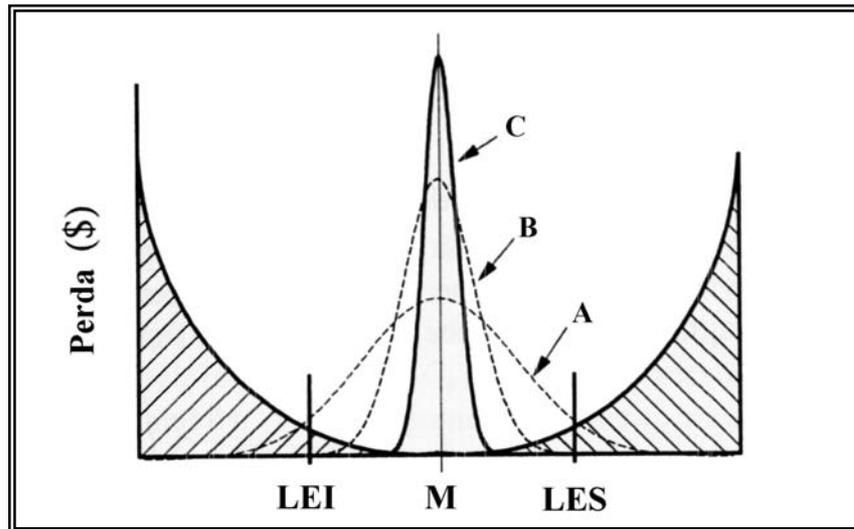


FIGURA 13 - Comparação entre vários processos segundo a função de perda
 Fonte: Bothe, 1997, p. 147

O índice C_{PM} é definido pela relação (Spiring, 1991 p.59):

$$C_{PM} = \frac{(LES - LEI)}{6\tau_{ST}}, \quad (49)$$

onde

$$\tau_{ST} = \sqrt{\sigma_{ST}^2 + (\mu - T)^2}. \quad (50)$$

O índice P_{PM} é definido pela relação (Bothe, 1997 p.276):

$$P_{PM} = \frac{(LES - LEI)}{6\tau_{LT}}, \quad (51)$$

onde

$$\tau_{LT} = \sqrt{\sigma_{LT}^2 + (\mu - T)^2}. \quad (52)$$

O índice C_{PM} pode ser apresentado da seguinte forma:

$$C_{PM} \frac{LES - LEI}{6 \times \sqrt{\sigma_{ST}^2 + (\mu - T)^2}} = \frac{(LES - LEI)/6\sigma_{ST}}{\sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma_{ST}^2}}} = \frac{C_P}{D} \quad (53)$$

onde

$$D = \sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma_{ST}^2}}. \quad (54)$$

Assim, C_P verifica a variabilidade e D a descentralização do processo. Nas equações de P_{PM} utiliza-se σ_{LT} em substituição a σ_{ST} nas expressões (53) e (54).

Verifica-se que τ é uma função do desvio padrão do processo e do quadrado do desvio que a média do processo apresenta do seu valor alvo. Assim, τ mede tanto a precisão quanto a acurácia do processo. C_{PM} e P_{PM} diferenciam-se de C_P e P_P por penalizarem qualquer desvio do alvo. Se $\mu = T$, então $C_{PM} = C_P$ e $P_{PM} = P_P$; além disso, em qualquer processo estudado, $C_{PM} \leq C_P$ e $P_{PM} \leq P_P$.

Nos índices C_{PM} e P_{PM} , os parâmetros de processo a serem estimados são o desvio padrão e a média; assim, nas equações dos seus estimadores pontuais, \hat{C}_{PM} e \hat{P}_{PM} , substitui-se σ por $\hat{\sigma}_{ST}$ ou $\hat{\sigma}_{LT}$ e μ pela média amostral \bar{x} . Boyles (1991)⁵ apresenta o seguinte estimador não tendencioso de τ :

$$\hat{\tau}^2 = \hat{\sigma} + (\bar{x} - T)^2. \quad (55)$$

Assim, utilizando-se $\hat{\tau}^2$ na fórmula de P_{PM} , obtém-se o seu melhor estimador, notado por \hat{P}_{PM} .

De acordo com a pesquisa bibliográfica realizada neste trabalho, o limite de confiança inferior foi desenvolvido somente para o índice P_{PM} , sendo designado por $\tilde{P}_{PM, (1-\alpha)}$ e calculado como segue (Bothe, 1997 p.672):

$$\tilde{P}_{PM, (1-\alpha)} \cong \hat{P}_{PM} \sqrt{\frac{\chi_{v, (1-\alpha)}^2}{v}} \quad (56)$$

onde

$$v = \frac{kn(1+b^2)^2}{1+2b^2} \quad (57)$$

e

$$b = \frac{\hat{\mu} - M}{\hat{\sigma}_{LT}}. \quad (58)$$

Na Figura 14, apresenta-se um gráfico comparativo entre a estimativa pontual de P_{PM} e seu limite de confiança inferior, considerando-se que: (i) P_{PM} seja igual a 1,33; (ii) a média do processo é igual ao valor alvo (M); (iii) um nível de confiabilidade de 95% . O tamanho da amostra varia de 10 até 810 unidades. Como o limite de confiança inferior é unilateral, tem-se que o verdadeiro valor do índice situar-se-á, em 95% dos casos, no intervalo $\left[\underset{\sim}{P}_{PM, (1-\alpha)}; +\alpha \right)$ e será menor do que o valor de $\underset{\sim}{P}_{PM, (1-\alpha)}$ nos 5% restantes. O destaque em amarelo representa a diferença entre a estimativa pontual de P_{PM} e seu limite de confiança inferior considerando-se vários tamanhos de amostra.

⁵ Boyles (1991), assim como Kotz e Johnson (1993), não diferencia índices de capacidade de índices de desempenho, usando a notação C , mesmo quando o desvio padrão total σ_{LT} é utilizado. Neste trabalho, todavia, adequou-se a notação desses autores ao padrão apresentado por Bothe.

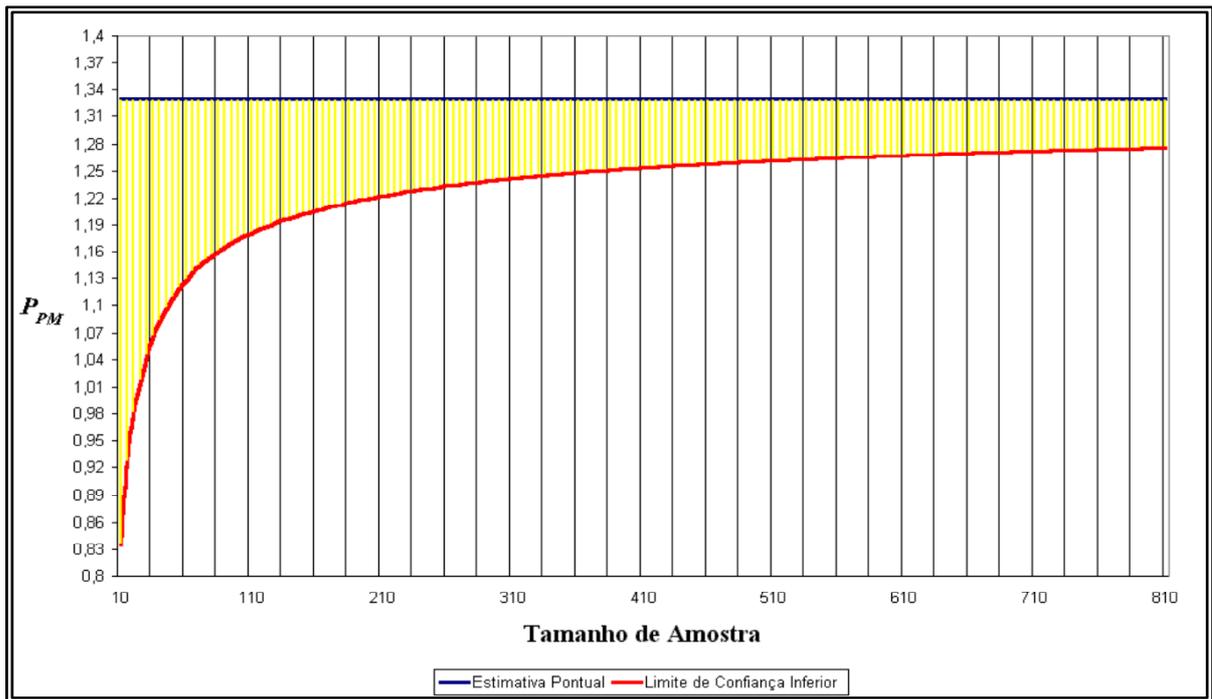


FIGURA 14 – Gráfico comparativo entre a estimativa pontual de P_{PM} e seu limite de confiança inferior considerando-se diversos tamanhos de amostra.

Fonte: Pesquisador

Na Tabela 5, apresenta-se a diferença percentual entre a estimativa pontual e o limite de confiança inferior de P_{PM} considerando-se a média do processo é igual ao valor alvo (M) e um nível de confiabilidade de 95%.

TABELA 5 – Diferença percentual entre a estimativa pontual e o limite de confiança inferior de P_{PM}

Tamanho de Amostra	$\frac{(\hat{P}_{PM} - \hat{P}_{PM, (1-\alpha)})}{\hat{P}_{PM}}$
10	37,2%
25	23,6%
50	16,6%
75	13,5%
100	11,7%
250	7,4%
500	5,2%

Fonte: Pesquisador

O menor valor observado de P_{PM} que assegura, ao nível de confiabilidade $(1 - \alpha)$, o alcance do valor alvo é definido como:

$$\hat{P}_{PM,(1-\alpha)} \cong P_{PM,Meta} \sqrt{\frac{\nu}{2 \chi_{\nu,(1-\alpha)}}}, \quad (59)$$

onde ν é calculado pelas equações (57) e (58).

Os pré-requisitos ao uso de C_{PM} são: (i) o valor alvo deve ser o ponto médio entre os limites de especificação ($T = M$); (ii) a função de perda deve ser simétrica em relação a T ; (iii) o processo deve apresentar-se estável; (iv) os dados devem mostrar-se independentes e ajustados a uma distribuição normal.

Na década de 70, um produto era considerado conforme se suas características de qualidade estivessem dentro do intervalo formado pelos limites de especificação. A incorporação da função de perda no cálculo dos índices de avaliação de processo, a partir de 1985, implicou numa evolução; assim, um produto está conforme, sem perda associada à sua produção, desde que suas características de qualidade atinjam o valor alvo. Esta lógica desconsidera associações entre índices e percentuais de peças não conformes.⁶

Embora C_{PM} e P_{PM} sejam um avanço em relação à C_P e P_P , por serem funções do desvio padrão, da média e do valor alvo do processo, eles apresentam resultados insatisfatórios. Quando os limites de especificação são simétricos em relação ao valor alvo, um mesmo valor do índice pode corresponder diferentes desvios do alvo, como pode ser visto em Pearn *et al.* (1992, p. 225). Esta deficiência é potencializada quando os limites de especificação não são simétricos, uma vez que suas fórmulas não consideram a relação entre a média e os limites de especificação.

Os índices C_{PM} e P_{PM} não possuem uma escala de classificação, pois o conceito de função perda de Taguchi enfatiza a melhoria contínua através da redução da variação em torno do valor alvo. Desse modo, esses índices devem sempre aumentar não importando qual o valor atual. Entretanto, é útil tomar-se como referência as metas estabelecidas para C_P e P_P .

⁶ Aos interessados, Kotz e Lovelace (1998) e Kotz e Johnson (1993) analisam C_{PM} em função do percentual de não conformes.

A relação entre C_{PM} e o desvio do alvo é (Bothe, 1997 p.296):

$$|\mu - M| < \frac{\text{Tolerância}}{6C_{PM}}. \quad (60)$$

Então, se o processo apresentar um $C_{PM} = 1$, a média situar-se-á em um intervalo de $\pm 1/6$ da tolerância, cujo centro é o ponto médio entre os limites de especificação. Na Figura 15, apresenta-se, como exemplo, o intervalo onde a média do processo deverá localizar-se, caso $C_{PM} = 1$ e $(LES - LEI) = 6$.

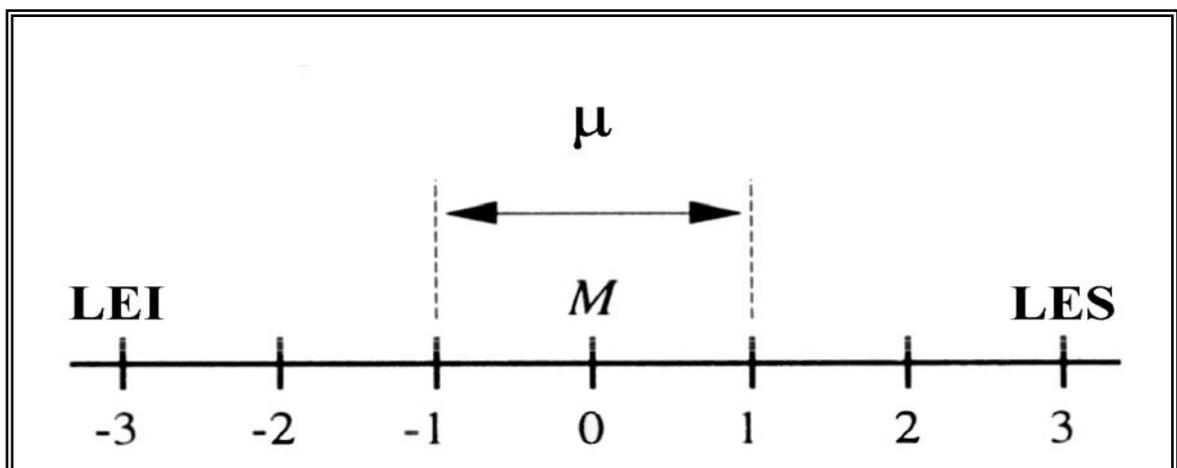


FIGURA 15 - Intervalo de localização da média do processo quando $C_{PM} = 1$

Fonte: Bothe, 1997, p. 297

Na Tabela 6, apresenta-se a relação entre valores de C_{PM} e o intervalo onde encontrar-se-á a média do processo; o intervalo está centrado no ponto médio entre os limites de especificação.

TABELA 6 - Intervalo de localização da média para vários valores de C_{PM}

C_{PM}	Intervalo de localização da Média
0,25	$\pm 1,33 \times \text{Tolerância}$
0,33	$\pm 1,00 \times \text{Tolerância}$
0,50	$\pm 0,667 \times \text{Tolerância}$
0,60	$\pm 0,556 \times \text{Tolerância}$
0,67	$\pm 0,500 \times \text{Tolerância}$
0,75	$\pm 0,444 \times \text{Tolerância}$
1,00	$\pm 0,333 \times \text{Tolerância}$
1,33	$\pm 0,250 \times \text{Tolerância}$
1,50	$\pm 0,222 \times \text{Tolerância}$
1,67	$\pm 0,200 \times \text{Tolerância}$
2,00	$\pm 0,167 \times \text{Tolerância}$
2,33	$\pm 0,143 \times \text{Tolerância}$
2,67	$\pm 0,125 \times \text{Tolerância}$
3,00	$\pm 0,111 \times \text{Tolerância}$

Fonte: Bothe, 1997, p. 297

No caso em que o alvo do processo (T) não coincida com o ponto médio (M) entre os limites de especificação ou quando a característica em estudo apresentar limite de especificação unilateral, Chan *et al.* (1988) apresentam a seguinte alternativa à C_{PM} :

$$C_{PM}^* = \text{Min} \left(\frac{T - LEI}{3\tau_{ST}}, \frac{LES - T}{3\tau_{ST}} \right), \quad (61)$$

$$P_{PM}^* = \text{Min} \left(\frac{T - LEI}{3\tau_{LT}}, \frac{LES - T}{3\tau_{LT}} \right). \quad (62)$$

Estes índices podem, também, ser apresentados como:

$$C_{PM}^* = \frac{\text{Tolerância Ajustada}}{6\tau_{ST}}, \quad (63)$$

$$P_{PM}^* = \frac{\text{Tolerância Ajustada}}{6\tau_{LT}}. \quad (64)$$

onde a *Tolerância Ajustada* foi definida pela equação (30).

O limite de confiança inferior para P_{PM}^* é encontrado como segue:

$$\tilde{P}_{PM,(1-\alpha)}^* \cong \hat{P}_{PM}^* \sqrt{\frac{\chi_{\nu,(1-\alpha)}^2}{\nu}}, \quad (65)$$

onde ν é calculado da mesma forma como nas equações (56) e (57).

O menor valor observado de P_{PM}^* que assegura, ao nível de confiabilidade $(1 - \alpha)$, o alcance do valor alvo é definido como:

$$\hat{P}_{PM,(1-\alpha)}^* \cong P_{PM,Meta}^* \sqrt{\frac{\nu}{\chi_{\nu,(1-\alpha)}^2}}. \quad (66)$$

Assim como C_{PM} e P_{PM} , C_{PM}^* e P_{PM}^* não devem ser associados ao percentual de não conformes, tampouco possuem uma escala de classificação, visto que devem sempre aumentar, não importando o seu valor atual. Entretanto, é útil tomar-se como referências as metas estabelecidas para C_P e P_P .

Em situações cujo limite de especificação é unilateral, C_{PM}^* pode ser aplicado, embora com resultados nem sempre satisfatórios, conforme mostra o seguinte exemplo (Bothe, 1997, p. 318). Suponha uma característica de interesse, como tensão de ruptura, para a qual exista apenas $LEI = 200$ Kgf e um valor alvo (T) de pelo menos 250 Kgf, conforme Figura 16. Partindo-se do $LEI = 200$ Kgf, C_{PM}^* aumenta até atingir o valor alvo de 250 Kg; a partir desse ponto, o índice passa a diminuir. A característica avaliada é do tipo maior-é-melhor, ou seja, quanto maior a tensão, maior a satisfação do cliente, porém, à medida que o valor da característica torna-se maior que T , menor será o valor de C_{PM}^* .

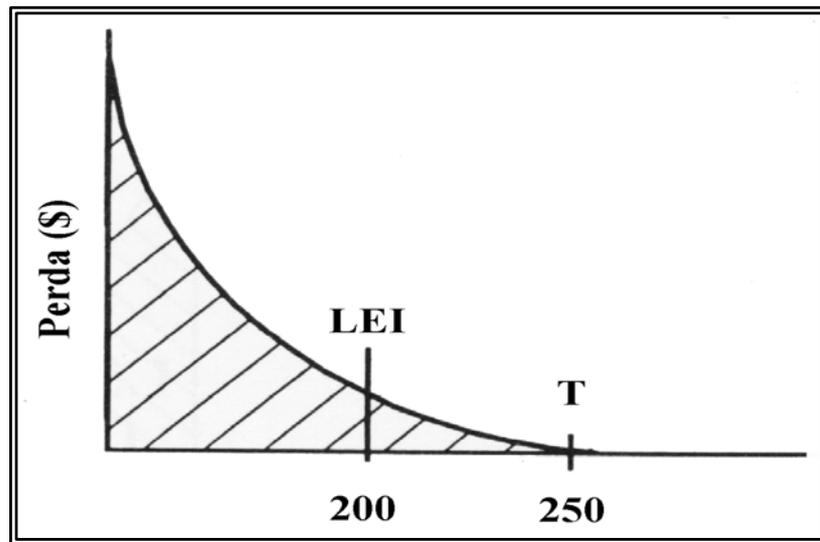


FIGURA 16 - Estrutura de perda monetária associada às características tipo maior-é-melhor
 Fonte: Bothe, 1997 p. 318

2.2.3 Índices de Capacidade Efetiva e de Desempenho Efetivo

2.2.3.1 C_{PK} e P_{PK}

Os índices C_{PK} e P_{PK} podem ser apresentados como (Bothe, 1997, p. 219):

$$C_{PK} = \text{Min}(C_{PL}, C_{PU}), \quad (67)$$

$$P_{PK} = \text{Min}(P_{PL}, P_{PU}), \quad (68)$$

onde C_{PU} , C_{PL} , P_{PU} e P_{PL} foram definidos pelas equações (36), (38), (41) e (42), respectivamente.

C_{PK} e P_{PK} podem, também, ser expressos por:

$$C_{PK} = \frac{d - |\mu - M|}{3\sigma_{ST}}, \quad (69)$$

$$P_{PK} = \frac{d - |\mu - M|}{3\sigma_{LT}}, \quad (70)$$

onde $d = \frac{(LES - LEI)}{2}$ é a metade do comprimento do intervalo formado pelos limites de especificação e $M = \frac{(LES + LEI)}{2}$ é o ponto médio entre os limites de especificação. Outra forma de apresentação desses índices é:

$$C_{PK} = \frac{1}{3} Z_{Min} = \frac{1}{3} \text{Min}(Z_{LEI,ST}, Z_{LES,ST}), \quad (71)$$

$$P_{PK} = \frac{1}{3} Z_{Min} = \frac{1}{3} \text{Min}(Z_{LEI,LT}, Z_{LES,LT}), \quad (72)$$

onde

$$Z_{LEI,ST} = \frac{(\mu - LEI)}{\sigma_{ST}}, \quad (73)$$

$$Z_{LES,ST} = \frac{(LES - \mu)}{\sigma_{ST}}, \quad (74)$$

$$Z_{LEI,LT} = \frac{(\mu - LEI)}{\sigma_{LT}}, \quad (75)$$

$$Z_{LES,LT} = \frac{(LES - \mu)}{\sigma_{LT}}, \quad (76)$$

Z representa o desvio normal padronizado.

Burke *et al.* (*apud* Kotz, Lovelace, 1998, p. 54) “destacam que \hat{P}_{PK} é um estimador tendencioso quando a média de processo está sobre o alvo, mesmo que o valor alvo seja o ponto médio (M) entre os limites de especificação”. Quando o verdadeiro valor de P_{PK} for 1,33 e a média do processo estiver sobre o alvo, para tamanhos de amostra entre 40 e 120, tem-se 58% de chance de se obter um \hat{P}_{PK} menor que 1,33. Quando o tamanho da amostra tende ao infinito, \hat{P}_{PK} tende ao verdadeiro valor de P_{PK} . A Tabela 7 apresenta tal comportamento.

TABELA 7 - Valores esperados de \hat{P}_{PK} , quando $\mu = M$, considerando-se diversos tamanhos de amostra

Tamanho da amostra	Valor esperado de \hat{P}_{PK}
10	1,002
20	0,980
30	0,977
60	0,978
80	0,980
100	0,981
200	0,985
400	0,989
600	0,990
2200	0,995
3200	0,996
5400	0,997
10800	0,998
30500	0,999
79500	1,000

Fonte: Kotz, Johnson, 1993, p. 63

Kotz e Johnson (1993, p. 56) desenvolveram as seguintes fórmulas para o primeiro momento (a média) e segundo momento (a variância) de \hat{P}_{PK} , a partir de uma distribuição normal “dobrada” na direção de $+\infty$ (‘folded’ upwards normal distribution).

$$E[\hat{P}_{PK}] = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{kn-1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{kn-2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{kn-1}{2}\right)} \left[\begin{array}{l} \frac{d}{\sigma_{LT}} \\ -\sqrt{\frac{2}{\pi kn}} \exp\left\{-\frac{kn\left\{\mu - \frac{1}{2}(LEI + LES)\right\}^2}{2\sigma_{LT}^2}\right\} \\ -\frac{\left|\mu - \frac{1}{2}(LEI + LES)\right|}{\sigma_{LT}} \left\{1 - 2\Phi\left(\frac{-\sqrt{kn}\left|\mu - \frac{1}{2}(LEI + LES)\right|}{\sigma_{LT}}\right)\right\} \end{array} \right], \quad (77)$$

$$Var[\hat{P}_{PK}] = \frac{kn-1}{9(kn-3)} \left[\left(\frac{d}{\sigma_{LT}} \right)^2 + \frac{2d}{\sigma_{LT}} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi kn}} \exp \left\{ -\frac{kn \left\{ \mu - \frac{1}{2}(LEI + LES) \right\}^2}{2\sigma_{LT}^2} \right\} + \frac{\left| \mu - \frac{1}{2}(LEI + LES) \right|}{\sigma_{LT}} \right] \times \left\{ 1 - 2\Phi \left(\frac{-\sqrt{kn} \left| \mu - \frac{1}{2}(LEI + LES) \right|}{\sigma_{LT}} \right) \right\} + \frac{\left\{ \mu - \frac{1}{2}(LEI + LES) \right\}^2}{\sigma_{LT}^2} + \frac{1}{kn} \right] - \left\{ E[\hat{P}_{PK}] \right\}^2. \quad (78)$$

Bissell (1990) desenvolveu a seguinte fórmula para o limite de confiança inferior de \hat{P}_{PK} :

$$\hat{P}_{PK,1-\alpha} = \hat{P}_{PK} - Z_{\alpha} \left(\frac{1}{9kn} + \frac{\left(\hat{P}_{PK} \right)^2}{2(kn-1)} \right)^{1/2}. \quad (79)$$

Na Figura 17, apresenta-se o limite inferior do índice P_{PK} , considerando-se uma amostra genérica com uma estimativa pontual do índice igual a 1,33, tamanho de subgrupo 5, o número de subgrupos variando de 2 até 30 e nível de confiabilidade de 95% . O destaque em amarelo representa a diferença entre a estimativa pontual de P_{PK} e seu limite de confiança inferior considerando-se vários tamanhos de amostra

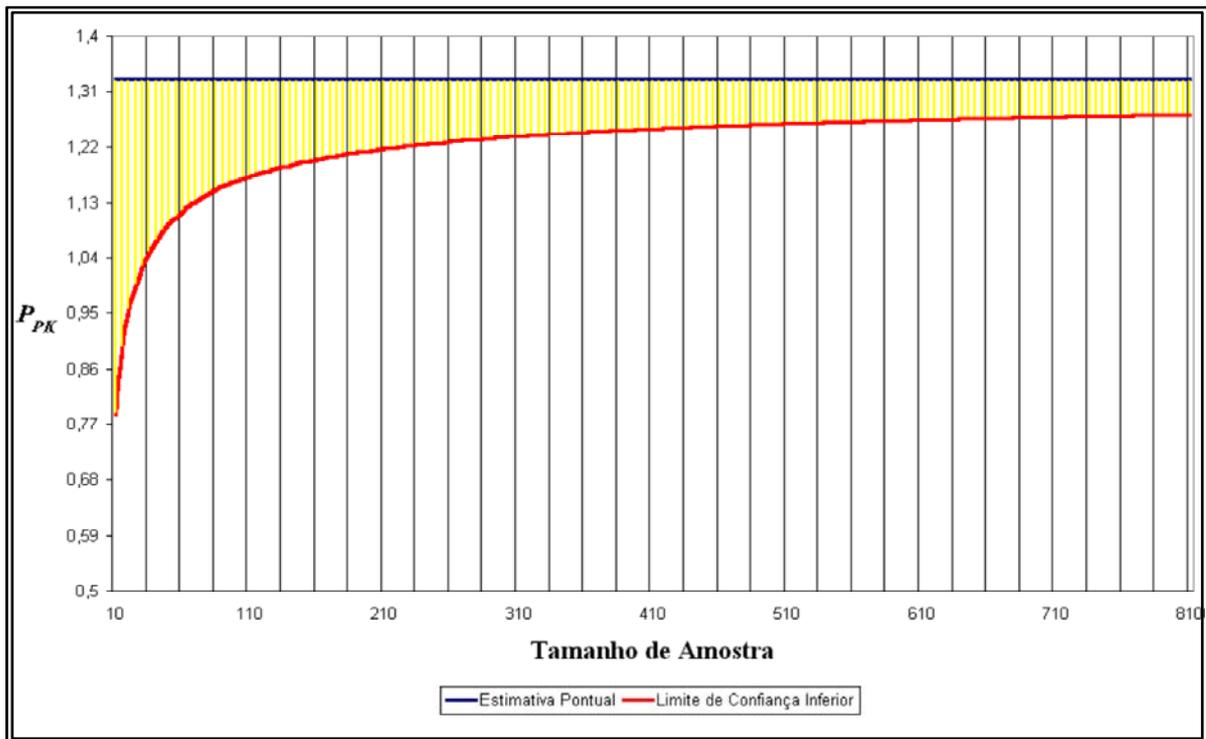


FIGURA 17 – Gráfico comparativo entre a estimativa pontual de P_{PK} e seu limite de confiança inferior considerando-se diversos tamanhos de amostra.

Fonte: Pesquisador

Na Tabela 8, apresenta-se a diferença percentual entre a estimativa pontual e o limite de confiança inferior de P_{PK} , considerando-se um nível de confiabilidade de 95%.

TABELA 8 – Diferença percentual entre a estimativa pontual e o limite de confiança inferior de P_{PK}

Tamanho de Amostra	$\frac{(\hat{P}_{PK} - \hat{P}_{PK, (1-\alpha)})}{\hat{P}_{PK}}$
10	40,9%
25	25,1%
50	17,6%
75	14,3%
100	12,4%
250	7,8%
500	5,5%

Fonte: Pesquisador

A menor resultado admissível de P_{PK} para que o valor alvo seja alcançado, considerando-se um nível de confiabilidade $(1 - \alpha)$, é (Bothe, 1997, p. 655):

$$\hat{P}_{PK,(1-\alpha)} \cong \frac{P_{PK,Meta}}{1 - Z_{\alpha} \left(\frac{1}{2(kn-1)} \right)^{1/2}}. \quad (80)$$

Na Tabela 9, apresentam-se valores de P_{PK} mínimo para que o valor alvo (1,00 – 1,33 – 1,50 – 1,67 – 2,00) seja atingido, conforme o tamanho da amostra ($k \times n$); nas células onde houver três valores empilhados, o valor mais ao alto reflete um nível de significância (α) de 1%, o número ao centro α de 5% e o mais abaixo a significância de 10%.

TABELA 9 - Diversos valores mínimos de P_{PK} que asseguram o alcance dos valores alvo em $100 \times (1 - \alpha)\%$ dos casos

$k \times n$	P_{PK} Meta				
	1,00	1,33	1,50	1,67	2,00
20	1,60	2,13	2,41	2,67	3,21
	1,36	1,82	2,05	2,27	2,73
	1,26	1,68	1,89	2,10	2,52
40	1,36	1,81	2,03	2,26	2,71
	1,23	1,64	1,84	2,05	2,46
	1,17	1,56	1,75	1,95	2,34
60	1,27	1,70	1,91	2,12	2,54
	1,18	1,57	1,77	1,96	2,36
	1,13	1,51	1,70	1,89	2,27
80	1,23	1,64	1,84	2,04	2,45
	1,15	1,53	1,73	1,92	2,30
	1,11	1,48	1,67	1,86	2,23
100	1,20	1,60	1,80	2,00	2,39
	1,13	1,51	1,70	1,89	2,26
	1,10	1,47	1,65	1,83	2,20
125	1,17	1,56	1,76	1,95	2,35
	1,12	1,49	1,67	1,86	2,23
	1,09	1,45	1,63	1,81	2,18
150	1,16	1,54	1,73	1,93	2,31
	1,11	1,47	1,66	1,84	2,21
	1,08	1,44	1,62	1,80	2,16

Fonte: Bothe, 1997, p. 656

Os pré-requisitos ao uso de C_{PK} são: (i) o valor alvo do processo deve ser o ponto médio entre os limites de especificação ($T = M$); (ii) o processo deve apresentar-se estável; (iii) os dados devem se ajustar a uma distribuição normal; (iv) autocorrelações não são admissíveis e (v) as características em estudo não devem se correlacionar.

Os índices C_{PK} e P_{PK} comparam o comprimento dos intervalos formados pelos limites de especificação e a média - ($\mu - LEI$) e ($LES - \mu$) - com a metade da amplitude de variação admissível ao processo (3σ), como apresentado nas equações (67) e (68); o pior resultado é estendido a todo o processo da variável estudada. Portanto, o percentual real de peças não conformes que emerge do processo não será representado por esses índices. Finley (*apud* Kotz, Lovelace, 1998) apresentou uma estimativa do percentual de peças não conformes – reproduzida na Tabela 10 – considerando que a “melhor metade” dos dados amostrados tenha 100% de peças conformes. Tais valores devem ser usados apenas como referência.

TABELA 10 - Proporção de não conformes associada a valores de C_{PK}

C_{PK}	Peças Fora de Especificação
0,25	16 em 100
0,50	7 em 100
1,00	13 em 10.000
1,33	3 em 100.000
1,67	1 em 1.000.000
2,00	1 em 1.000.000.000

Fonte: Kotz, Lovelace, 1998, p. 51

A Tabela 11 relaciona valores de C_{PK} com o número de peças não conformes por milhão (PPM), considerando variáveis com tolerância bilateral e processo centrado, ou seja, a proporção de não conformes é igual tanto acima do limite de especificação superior quanto abaixo o inferior. Nesta situação, $C_{PK} = C_P$ e o valor de PPM associado será considerado máximo.

TABELA 11 - Associação entre valores de C_{PK} e PPM considerando-se tolerância bilateral

C_{PK}	Número de Peças Não Conformes Por Milhão
	Tolerância Bilateral
0,33	317.400
0,43	200.000
0,50	133.600
0,55	100.000
0,67	45.600
0,78	20.000
0,86	10.000
1,00	2.700
1,03	2.000
1,10	1000
1,24	200
1,30	100
1,33	63
1,40	27
1,42	20
1,50	7
1,58	2
1,67	0,6
1,73	0,2
1,78	0,1
1,87	0,02
1,91	0,01
2,00	0,002

Fonte: Bothe, 1997, p. 267

Kotz (2000) comenta que nem C_{PK} tampouco C_P , individualmente, são suficientes para determinarem o percentual de peças não conformes (p'); no entanto, p' pode ser especificado pela avaliação em conjunto desses índices da seguinte forma:

$$p' = \Phi(-3(2C_P - C_{PK})) + \Phi(-3C_{PK}), \quad (81)$$

guardada a relação

$$C_{PK} \leq C_P,$$

onde $\Phi(\bullet)$ é a função de distribuição da distribuição normal padronizada $N(0,1)$.

A relação de C_{PK} e C_P com p' aplica-se a P_{PK} e P_P , ressaltando-se as diferenças entre ICP e IDP. No Apêndice B, encontra-se uma tabela que apresenta o número de peças não conformes por milhão associado a valores de C_{PK} e C_P entre $\pm 4,00$.

O limite superior de p' é dado por:

$$p' \leq 2\Phi(-3C_{PK}), \quad (82)$$

onde $\Phi(\bullet)$ é a função distribuição acumulada da distribuição normal padronizada $N(0,1)$.

Os índices C_{PK} e P_{PK} são definidos como função dos parâmetros de localização e escala da população em estudo. Por isso, um mesmo valor de C_{PK} ou P_{PK} pode ajustar-se a processos em situações bastante diferentes. A Figura 18 mostra três processos (A, B e C), que apresentam o mesmo valor de C_{PK} . Note-se que em todos os processos tanto o parâmetro de localização como o de escala são diferentes; enquanto o desvio do alvo aumenta no sentido de A para C, a dispersão diminui no sentido de C para A, mantendo a mesma proporção em todos os processos. A, B e C apresentam o mesmo C_{PK} ; porém, em A, existe um problema de dispersão; em C, um problema de centralidade; e, em B, um problema tanto de dispersão quanto de centralidade, cada situação exigindo medidas corretivas distintas.

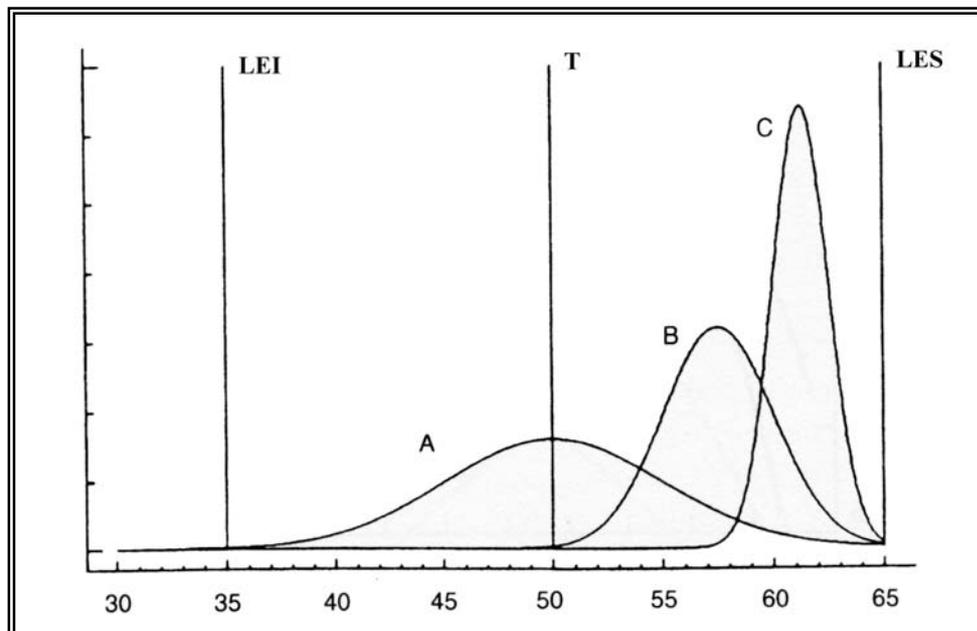


FIGURA 18 - Comparação entre processos com comportamentos distintos, mas um mesmo valor de C_{PK}

Fonte: Boyles, 1991, p. 19

C_{PK} e C_P , assim como P_{PK} e P_P , são associados através de um fator k , adimensional, que quantifica a descentralização do processo (ou seja, a distância entre a média do processo e seu valor alvo). O fator k é dado por (Kane, 1986, p.46):

$$k = \frac{|T - \mu|}{\left(\frac{LES - LEI}{2}\right)}, \quad (83)$$

sendo utilizado para descrever a relação entre C_{PK} (P_{PK}) e C_P (P_P) da seguinte forma:

$$C_{PK} = C_P(1 - k), \quad (84)$$

$$P_{PK} = P_P(1 - k). \quad (85)$$

A distância entre a média do processo e seu valor alvo (T), neste caso o ponto médio (M) entre os limites de especificação, é padronizada através da comparação com a metade da distância entre os limites de especificação. Na Figura 19, apresenta-se a relação entre a descentralização e índices de capacidade.

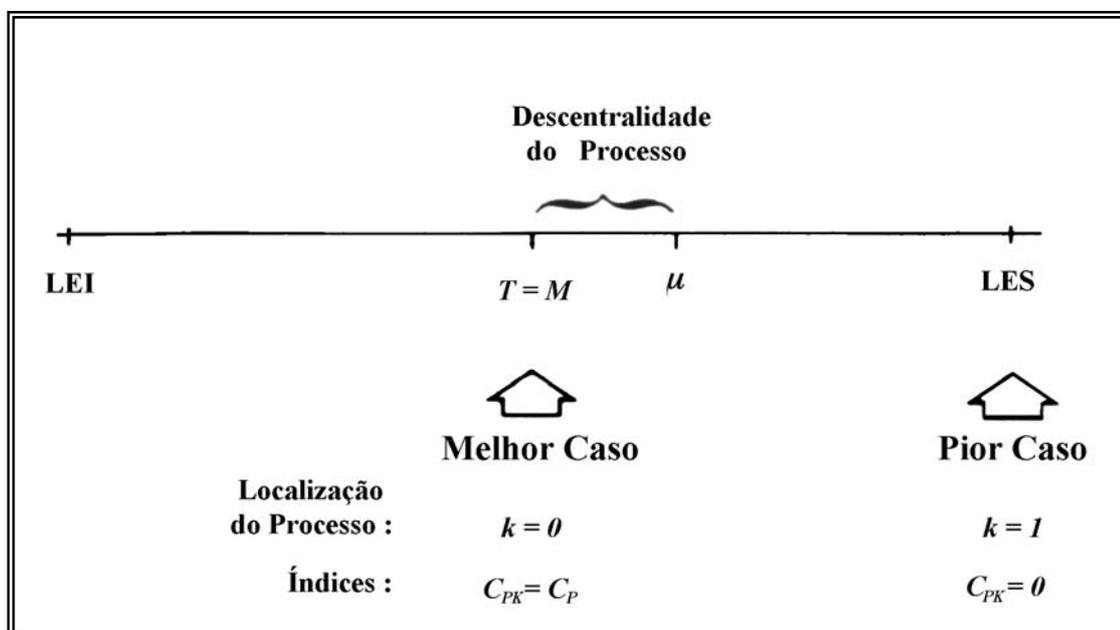


FIGURA 19 - Relação entre a descentralização do processo e índices de capacidade
 Fonte: Kane, 1986, p. 46

Na mesma proporção em que a média se distancia do alvo, o valor de k aumenta e o valor de C_{PK} ou P_{PK} diminui. Assim $(1 - k)$ quantifica a acurácia do processo, ao passo em

que C_P quantifica a sua precisão. Avaliando-se separadamente esses dois componentes de C_{PK} ou P_{PK} , pode-se determinar onde os esforços para melhoria do processo devem ser concentrados: se na centralização do processo – quando o problema for falta de acurácia – ou na redução da variação – quando o problema for falta de precisão.

A Tabela 12 apresenta uma classificação do grau de acurácia do processo para diferentes valores do fator k (Fon *apud* Bothe, 1997).

TABELA 12 - Escala de classificação do grau do acurácia de um processo

Amplitude de k	Classificação da Acurácia
$k \leq 0,125$	Muito Boa
$0,125 < k \leq 0,250$	Boa
$0,250 < k \leq 0,500$	Moderada
$0,500 < k \leq 0,750$	Fraca
$0,750 < k$	Péssima

Fonte: Bothe, 1997, p. 231

Note que quando $k = 0$, $C_{PK} = C_P$ ($P_{PK} = P_P$), ou seja, a capacidade (desempenho) efetiva será, no máximo, igual à capacidade (desempenho) potencial. Teoricamente, é possível $k > 1$, ou seja, a média do processo situar-se além dos limites de especificação, logo, $C_{PK} < 0$ ($P_{PK} < 0$); porém, durante esta pesquisa não foi encontrado qualquer exemplo prático com índice de capacidade (desempenho) negativo, ou seja, processo completamente descentrado.

Montgomery (1996, p. 441) propõe metas para C_{PK} , apresentadas na Tabela 13, baseadas numa tipificação de processo.

TABELA 13 - Metas de C_{PK} para alguns tipos de processo

Tipo de Processo	Metas C_{PK}
	Tolerância Bilateral
Já Existente	1,33
Novos	1,50
Já Existentes, mas associados a características que necessitem maior grau de confiabilidade em função das conseqüências associadas à falha da peça	1,50
Novos associados a características que necessitem maior grau de confiabilidade em função das conseqüências associadas à falha da peça	1,67

Fonte: Montgomery, 1996, p. 441

O conjunto de requisitos e manuais de referência do sistema da qualidade QS-9000, desenvolvido para monitorar os sistemas da qualidade de montadoras automotivas, apresenta o requisito “Estudos Preliminares de Capabilidade de Processo”. A finalidade deste requisito é determinar se um processo de produção poderá produzir produtos que atendam as especificações de um cliente. Nele, é apresentado um quadro com interpretações de alguns valores de referência dos índices P_{PK} e P_P , assim como procedimentos básicos associados à indústria automotiva. Destaca-se do referido quadro (Manual de Processo de Aprovação de Peças para Produção – QS-9000):

- P_{PK} e $P_P > 1,67$: o processo provavelmente atende aos requisitos do cliente;
- $1,33 \leq (P_{PK} \text{ e } P_P) \leq 1,67$: o processo pode não atender aos requisitos do cliente. Após aprovação da peça, iniciar produção com atenção adicional às características até que um $C_{PK} > 1,33$ seja atingido.
- $(P_{PK} \text{ e } P_P) < 1,33$: o processo está abaixo do padrão no atendimento dos requisitos do cliente. Deverá ser dada prioridade à melhoria do processo, e documentada em um plano de ação corretiva. Normalmente, será necessário aumentar a inspeção ou ensaios até que um índice $C_{PK} = 1,33$ seja obtido. Um Plano de Controle revisado para essas ações temporárias deverá ser analisado criticamente e aprovado pelo cliente.

Em casos que o alvo do processo (T) não coincide com o ponto médio entre os limites de especificação (M), uma forma de estimular a produção sobre T é criar limites simétricos em relação ele. Dessa forma, Bothe (1997, p. 255) apresenta a seguinte alternativa aos índices C_{PK} e P_{PK} :

$$C_{PK}^* = \text{Min}(C_{PL}^*, C_{PU}^*) = \text{Min}\left(\frac{\mu - LEI_T}{3\sigma_{ST}}, \frac{LES_T - \mu}{3\sigma_{ST}}\right), \quad (86)$$

$$P_{PK}^* = \text{Min}(P_{PL}^*, P_{PU}^*) = \text{Min}\left(\frac{\mu - LEI_T}{3\sigma_{LT}}, \frac{LES_T - T}{3\sigma_{LT}}\right), \quad (87)$$

onde os novos limites de especificação (LEI_T , LES_T) configuram a *Tolerância Ajustada*, definida pela equação (30).

O fator k da equação (83), nesta situação, pode ser obtido da seguinte forma:

$$k^* = \frac{|T - \mu|}{\left(\frac{LES_T - LEI_T}{2}\right)}. \quad (88)$$

A relação entre C_{PK}^* e C_P^* , utilizando k^* será dada por:

$$C_{PK}^* = C_P^*(1 - k^*), \quad (89)$$

$$P_{PK}^* = P_P^*(1 - k^*). \quad (90)$$

O limite de confiança inferior para P_{PK}^* é o menor valor entre os limites de confiança inferior de P_{PL}^* e P_{PU}^* ,

$$P_{PK, (1-\alpha)}^* \cong \underset{\sim}{\text{Min}}\left(\underset{\sim}{P}_{PL, (1-\alpha)}^*, \underset{\sim}{P}_{PU, (1-\alpha)}^*\right), \quad (91)$$

onde

$$\underset{\sim}{P}_{PL, (1-\alpha)}^* \cong \hat{P}_{PL}^* - Z_\alpha \sqrt{\frac{1}{9kn} + \frac{(\hat{P}_{PL}^*)^2}{2(kn-1)}}, \quad (92)$$

$$\underset{\sim}{P}_{PU, (1-\alpha)}^* \cong \hat{P}_{PU}^* - Z_\alpha \sqrt{\frac{1}{9kn} + \frac{(\hat{P}_{PU}^*)^2}{2(kn-1)}}; \quad (93)$$

assim como o menor resultado admissível de P_{PK}^* para que o valor alvo seja alcançado, considerando-se um nível de confiabilidade $(1 - \alpha)$, é o menor valor entre $P_{PL, (1-\alpha)}^*$ e $P_{PU, (1-\alpha)}^*$.

$$P_{PK, (1-\alpha)}^* \cong \underset{\sim}{\text{Min}}\left(P_{PL, (1-\alpha)}^*, P_{PU, (1-\alpha)}^*\right), \quad (94)$$

onde

$$P_{PL, (1-\alpha)}^* \cong \frac{P_{PL, Meta}^*}{1 - Z_\alpha \left(\frac{1}{2(kn-1)}\right)^2} \quad (95)$$

e

$$P^*_{PU,(1-\alpha)} \cong \frac{P^*_{PU,Meta}}{1 - Z_\alpha \left(\frac{1}{2(kn-1)} \right)^2}. \quad (96)$$

Quando o limite de especificação é unilateral, uma forma de estimular a produção sobre o valor alvo (T) é criar limites simétricos em relação ele. Dessa forma, os índices C_{PK} e P_{PK} são modificados da seguinte forma (Bothe, 1997, p. 237):

- Para características que apresentem somente o limite de especificação inferior:

$$C'_{PK} = C'_{PL}(1 - k'_L), \quad (97)$$

$$P'_{PK} = P'_{PL}(1 - k'_L), \quad (98)$$

onde C'_{PL} e P'_{PL} são índices híbridos apresentados em (37) e (40) e o valor do fator k'_L é definido como:

$$k'_L = \begin{cases} 0 & , \quad \text{se } \mu \geq T \\ \frac{|T - \mu|}{T - LEI} & , \quad \text{se } \mu < T \end{cases} \quad (99)$$

- Para características que apresentem somente limite de especificação superior:

$$C'_{PK} = C'_{PU}(1 - k'_U), \quad (100)$$

$$P'_{PK} = P'_{PU}(1 - k'_U). \quad (101)$$

onde C'_{PU} e P'_{PU} são índices híbridos apresentados em (35) e (39) e o valor do fator k'_U é definido como:

$$k'_U = \begin{cases} 0 & , \text{ se } \mu \leq T \\ \frac{|T - \mu|}{LES - T} & , \text{ se } \mu > T \end{cases} \quad (102)$$

2.2.3.2 C_{PMK} e P_{PMK}

O índice C_{PMK} é considerado como pertencente à terceira geração de índices de avaliação de processos⁷ (Pearn *et al.*, 1992, p. 221), sendo definido como:

$$C_{PMK} = \text{Min} \left(\frac{\mu - LEI}{3\tau_{ST}}, \frac{LES - \mu}{3\tau_{ST}} \right), \quad (103)$$

onde τ_{ST} foi definido pela equação (50).

O índice P_{PMK} é definido como (Bothe, 1997, p. 325):

$$P_{PMK} = \text{Min} \left(\frac{\mu - LEI}{3\tau_{LT}}, \frac{LES - \mu}{3\tau_{LT}} \right), \quad (104)$$

onde τ_{LT} foi definido pela equação (52).

Os índices C_{PMK} e P_{PMK} podem também ser definidos como função de C_{PM} e P_{PM} ; isto é,

$$C_{PMK} = C_{PM}(1 - k) \quad (105)$$

e

$$P_{PMK} = P_{PM}(1 - k), \quad (106)$$

onde k foi definido pela equação (83).

Chen e Hsu (1995, p.1286) afirmam que o estimador consistente e não tendencioso de P_{PMK} é:

⁷ C_P e C_{PK} são consideradas a primeira geração, enquanto que C_{PM} a segunda geração.

$$\hat{P}_{PMK} = \text{Min} \left(\frac{\bar{X} - LEI}{3\sqrt{(\bar{\sigma}_{LT})^2 + (\bar{X} - T)^2}}, \frac{LES - \bar{X}}{3\sqrt{(\bar{\sigma}_{LT})^2 + (\bar{X} - T)^2}} \right). \quad (107)$$

Quando $\mu = M = T$, $C_{PMK} = C_{PM}$ e $P_{PMK} = P_{PM}$; neste contexto, o limite de confiança inferior de C_{PMK} e de P_{PMK} são iguais aos de C_{PM} e P_{PM} , Chen e Hsu (1995, p.1287).

Os pré-requisitos ao uso do índice C_{PMK} são: (i) o processo deve ser estável; (ii) o valor alvo da característica em estudo deve ser o ponto médio entre os limites de especificação ($T = M$); (iii) os dados não devem se apresentar autocorrelacionados, se ajustando a uma distribuição normal.

C_{PMK} (P_{PMK}) é mais sensível a desvios do valor alvo, se comparado os outros índices. Isto se dá por duas razões: (i) por estender a avaliação de capacidade da “pior metade” dos dados, isto é, aquela cuja distância entre a média e o limite de especificação é a menor, a todo o processo; e (ii) por agregar o quadrado do desvio do alvo à variância do processo em seu denominador.

Os índices C_{PMK} e P_{PMK} , da mesma forma que C_{PM} e P_{PM} , não possuem uma escala de classificação, pois o conceito de função perda de Taguchi enfatiza a melhoria contínua através da redução da variação em torno do valor alvo. Assim, C_{PMK} e P_{PMK} devem sempre aumentar, não importando qual o valor atual. Entretanto, é útil tomar-se como referência as metas estabelecidas para C_P e P_P .

A relação entre C_{PMK} e o desvio do alvo é dada por (Bothe, 1997, p. 342):

$$|\mu - M| < \frac{\text{Tolerância}}{6C_{PMK} + 2}. \quad (108)$$

Na Tabela 14, apresenta-se a relação entre C_{PM} e o intervalo onde encontrar-se-á a média do processo; o intervalo tem como centro o ponto médio entre os limites de especificação.

TABELA 14 - Intervalo de localização da média para vários valores de C_{PMK}

C_{PMK}	Intervalo de localização da Média
0,00	$\pm 1,00 \times \text{Tolerância}$
0,17	$\pm 0,667 \times \text{Tolerância}$
0,33	$\pm 0,500 \times \text{Tolerância}$
0,50	$\pm 0,400 \times \text{Tolerância}$
0,67	$\pm 0,333 \times \text{Tolerância}$
1,00	$\pm 0,250 \times \text{Tolerância}$
1,33	$\pm 0,200 \times \text{Tolerância}$
1,67	$\pm 0,167 \times \text{Tolerância}$
2,00	$\pm 0,143 \times \text{Tolerância}$
2,33	$\pm 0,125 \times \text{Tolerância}$
2,67	$\pm 0,111 \times \text{Tolerância}$
3,00	$\pm 0,100 \times \text{Tolerância}$

Fonte: Bothe, 1997, p. 330

No caso em que o alvo do processo (T) não coincide com o ponto médio entre os limites de especificação (M), Bothe (1997, p. 334) apresenta a seguinte alternativa aos índices C_{PMK} e P_{PMK} :

$$C_{PMK}^* = \text{Min} \left(\frac{T - LEI_T}{3\tau_{ST}^*}, \frac{LES_T - T}{3\tau_{ST}^*} \right), \quad (109)$$

$$P_{PMK}^* = \text{Min} \left(\frac{T - LEI_T}{3\tau_{LT}^*}, \frac{LES_T - T}{3\tau_{LT}^*} \right), \quad (110)$$

onde os novos limites de especificação (LEI_T , LES_T), que configuram a *Tolerância Ajustada*, foram apresentados pela equação (30) e,

$$\tau_{ST}^* = \sqrt{\sigma_{ST}^2 + (\mu - T)^2}, \quad (111)$$

$$\tau_{LT}^* = \sqrt{\sigma_{LT}^2 + (\mu - T)^2}. \quad (112)$$

Estes índices podem, também, ser definidos como função de C_{PM}^* e P_{PM}^* , isto é:

$$C_{PMK}^* = C_{PM}^* (1 - k^*) \quad (113)$$

$$P_{PMK}^* = P_{PM}^* (1 - k^*) \quad (114)$$

onde k^* foi definida pela Equação (88).

Quando o processo apresenta-se descentrado, $\mu \neq M$, Chen e Hsu (1995, p. 1287) definiram o seguinte intervalo de confiança para P_{PMK} :

$$\hat{P}_{PMK} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\hat{\sigma}_{PMK}}{\sqrt{n}}, \quad (115)$$

onde

$$\hat{\sigma}_{PMK}^2 = \left(\frac{1}{9(1+\lambda^2)} + \frac{2\lambda}{3(1+\lambda^2)^{3/2}} \right) \hat{P}_{PMK} + \frac{144\lambda^2 + (LES - LEI) \left(\frac{m_4}{S_n^4} - 1 \right)}{144(1+\lambda^2)} (\hat{P}_{PMK})^2 \quad (116)$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{n} \quad (117)$$

e

$$\lambda = \frac{\bar{X}_n - T}{S_n}, \quad (118)$$

onde S_n é o desvio padrão calculado sobre todos os n dados do processo.

Os pré-requisitos ao uso de C_{PMK}^* são: (i) o processo deve apresentar-se estável; (ii) os dados devem ajustar-se à distribuição normal; (iii) os dados não devem se apresentar autocorrelacionados.

Assim como C_{PMK} e P_{PMK} , C_{PMK}^* e P_{PMK}^* não devem ser associados ao percentual de não conformes, tampouco possuem uma escala de classificação, visto que devem sempre aumentar, não importando qual o valor atual. Entretanto, é útil tomar-se como referência as metas estabelecidas para C_P e P_P .

2.3 MEDIDAS GLOBAIS DE PROCESSO SOB A ÓTICA UNIVARIADA

Na ocorrência de várias características a controlar, pode-se usar uma abordagem univariada que avalie cada variável a partir dos seus percentuais de peças não conformes e, posteriormente, faz-se uma combinação desses percentuais. Assim, podemos avaliar a capacidade média de processos (C_{PK} Médio e P_{PK} Médio), cujos fluxos dividem-se em diferentes equipamentos que produzem a mesma peça. Esta abordagem não exige que os dados se ajustem à distribuição normal, tampouco que as características não sejam correlacionadas, sendo a estabilidade do processo a única imposição (Bothe, 1997).

Através de uma abordagem semelhante, pode-se avaliar a capacidade de toda uma linha de produção (C_P Produto, P_P Produto, C_{PK} Produto e P_{PK} Produto), no entanto, as variáveis devem ser independentes e os processos estáveis.

2.3.1 C_{PK} e P_{PK} Médios

Estes índices aplicam-se a todos os processos que se dividem em várias estações e produzem a mesma característica, como injeção de plástico em várias máquinas com moldes da mesma peça; a média e o desvio padrão podem ser diferentes, porém cada ponto deve ser estável e previsível.

A estimação dos índices C_{PK} e P_{PK} Médios deve ser feita da seguinte forma (Bothe, 1997, p. 722):

1. Determine o número de peças não conformes⁸ produzidas abaixo do LEI para cada estação ou posto de trabalho.
2. Multiplique cada quantidade encontrada no primeiro passo pelo total de peças produzidas na respectiva estação e faça o somatório desses valores.
3. Divida o valor encontrado no passo anterior pelo total de peças produzidas em todas as estações multiplicado por 10^{+6} . Obtém-se, assim, o percentual total de peças não conformes abaixo do $LEI - p'_{LEI}$.

⁸ Bothe estima o percentual de não conformes a partir do desvio padrão amostral e dos valores da distribuição normal padronizada. Se o processo não se ajusta à distribuição normal o autor indica o gráfico da probabilidade normal (p. 725) como fonte para estimar o percentual de não conformes.

4. Calcule $\hat{Z}_{LEI} = Z(p'_{LEI})$ a partir de uma tabela da curva normal padronizada.
5. Repita os procedimentos (1), (2), (3) e (4) considerando o *LES* e encontre o $\hat{Z}_{LES} = Z(p'_{LES})$.
6. Determine \hat{Z}_{Min} , dado pelo menor valor entre \hat{Z}_{LEI} e \hat{Z}_{LES} .
7. Calcule os índices médios através das expressões: (i) quando o desvio padrão total for a forma de estimar a dispersão dos dados use o índice de desempenho médio $\hat{P}_{PK}Médio = \hat{Z}_{Min,LT} \times (1/3)$; (ii) caso contrário, utilize o índice de capacidade média $\hat{C}_{PK}Médio = \hat{Z}_{Min,ST} \times (1/3)$.

2.3.2 Índices de Produto

Este procedimento é recomendado para situações em que não exista correlação entre as características de qualidade (Bothe, 1997, p. 728).

1. Determine o percentual de peças não conformes abaixo da *LEI* de cada uma das *l* característica de qualidade, através da equação (73) ou (75) – de acordo com a forma usada para estimar o desvio padrão – e de uma tabela da distribuição normal padronizada;
2. Determine o percentual de peças não conformes acima da *LES* de cada uma das *l* característica de qualidade, através da equação (74) ou (76) – de acordo com a forma usada para estimar o desvio padrão – e de uma tabela da distribuição normal padronizada;
3. Determine o percentual total de peças não conformes (p'_i) de cada característica de qualidade e, posteriormente, o respectivo percentual de peças conformes (p_i).
4. Calcule o produtório dos *l* percentuais de peças conformes $\left(p_i = \prod_{i=1}^l p_i \right)$.
5. Calcule o percentual total de peças não conformes (p'_i) .

6. Encontre o valor de Z correspondente p'_t .
7. Calcule os índices de desempenho, caso tenha usado o desvio padrão total (σ_{LT}) nos dois primeiros passos,

$$\hat{P}_p \text{ Prod} = \frac{Z\left(\frac{p'_t}{2}\right)}{3} \quad (119)$$

e

$$\hat{P}_{PK} \text{ Prod} = \frac{Z(p'_t)}{3} ; \quad (120)$$

caso contrário, calcule os índices de capacidade:

$$\hat{C}_p \text{ Prod} = \frac{Z\left(\frac{p'_t}{2}\right)}{3} \quad (121)$$

e

$$\hat{C}_{PK} \text{ Prod} = \frac{Z(p'_t)}{3} . \quad (122)$$

Os principais índices de avaliação de processo foram neste capítulo apresentados. Kotz e Lovelace (1998) apresentam, no seu capítulo “The Avalanche”, outros índices menos conhecidos e de aplicação mais trabalhosa e/ou restrita.

3 ÍNDICES DE AVALIAÇÃO DE PROCESSO: ABORDAGEM MULTIVARIADA

3.1 INTRODUÇÃO

“Quando eventos especiais ocorrem nos processos, eles afetam não somente a magnitude de variação das variáveis, mas também suas correlações, isto é, a direção da variação” (Kourti, MacGregor, 1996, p. 409). Nesse contexto, as técnicas estatísticas multivariadas são utilizadas para monitorar as mudanças no comportamento de cada característica, assim como na estrutura de correlação existente entre estas.

Presumindo-se que duas características, cujos dados ajustem-se a uma distribuição normal, apresentem-se positivamente correlacionadas e que o processo esteja em uma situação de sob controle, então, o conjunto de dados dessas variáveis conformar-se-á a uma região elíptica, como representado na Figura 20. Nessa Figura, associa-se tal região a uma região retangular, cujos limites são os limites de controle superior e inferior (LCI e LCS) oriundos do gráfico de controle univariado para média.

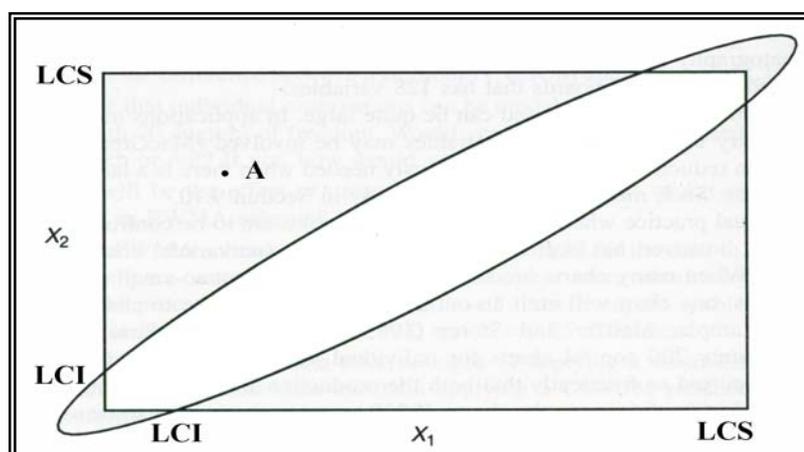


FIGURA 20 - Região elíptica que contém os dados de duas características positivamente correlacionadas

Fonte: Ryan (2000, p.254)

O ponto que se situar fora da elipse indica que houve uma mudança na correlação entre as características, logo, o processo encontra-se em uma situação de fora de controle, mesmo que este ponto esteja dentro do retângulo de controle. A abordagem univariada é insuficiente para sinalizar a situação de fora de controle do ponto A na Figura 20, uma vez que a estrutura de correlações entre variáveis não é objeto de acompanhamento.

Taam *et al.* (1993) propuseram o índice de capacidade multivariado MC_{pm} , no qual utiliza-se a mesma relação entre intervalo de variação permitido ao processo e variação natural do processo usada na abordagem univariada dos índices C_{PM} , porém, ampliada para um conjunto de variáveis em estudo. Dessa forma, a relação entre os intervalos de especificação e da variação natural do processo na abordagem univariada é transformada em uma relação entre áreas (no caso bivariado – duas variáveis) ou volumes (no caso trivariado – três variáveis).

Considerando-se um processo – supostamente sob controle – no qual exista apenas uma variável em estudo que se ajusta a uma distribuição normal e apresenta índices iguais a 1, logo, a probabilidade de um dado qualquer apresentar-se em situação de fora de controle é de 0,27%. À medida que o número de variáveis e a magnitude de suas correlações aumenta, torna-se mais difícil analisar o conjunto de dados e índices delas derivados. Aumentando-se de um para vinte o número de variáveis em estudo, a probabilidade de um dado qualquer apresentar-se em situação de fora de controle aumenta para 5,3%⁹; caso o número de variáveis aumente para duzentos, a probabilidade será de 41,8%. Nessa conjuntura, o tempo despendido e a quantidade de recursos humanos envolvidos na análise de situações atípicas tornam-se significativos.

Wang, Chen (1999) e Wang, Du (2000) propuseram índices a partir da utilização da Análise de Componentes Principais (ACP). Tal técnica rearranja linearmente as variáveis originais em novas variáveis, não-correlacionadas, chamadas Componentes Principais (PC), mantendo a variação apresentada pelas variáveis originais. Através da ACP, pode-se reduzir o número de variáveis, selecionando-se um subconjunto dos PC que, adequadamente, capturem a maior parte da variação original. A redução do universo de variáveis, mantendo-se a variação das características originais, facilita a avaliação do processo. O emprego desta técnica pode

⁹ $(1-(1-0,0027)^{20})$

ocorrer em dados que se ajustem ou não à distribuição multivariada normal, porém exige-se que os processos sejam estáveis.

O estudo de capacidade de processos (univariado ou multivariado) deve indicar qual característica em estudo demonstra um desempenho não satisfatório. Kourti, MacGregor (1996) apresentaram Gráficos de Contribuição, associados ao estudo de estabilidade de processos, como método de identificação dessas características num contexto multivariado. Apresentar-se-á, no item 3.3.4, uma extensão do desenvolvimento de Kourti, MacGregor (1996) focado na análise univariada dos PC. Este método complementa as propostas de Wang, Chen (1998) e de Wang, Du (2000), pois, classifica as variáveis de processo quanto a suas contribuições à formação dos escores nos PC.

As matrizes, nas considerações que seguem, são notadas por letras maiúsculas em negrito, por exemplo, \mathbf{A} , e suas transpostas por \mathbf{A}^T ; vetores são identificados por letras minúsculas em negrito, por exemplo, \mathbf{a} ; o determinante de uma matriz será notado por $|*|$.

3.2 ÍNDICE DE CAPACIDADE MULTIVARIADO MC_{pm}

Taam *et al.* (1993) idealizaram o seguinte índice de capacidade multivariado:

$$MC_{pm} = \frac{Vol.(R_1)}{Vol.(R_2)}, \quad (123)$$

onde R_1 é uma região de especificação modificada, que é definida como a maior elipsóide centrada no vetor alvo \mathbf{t} e inserida na região de tolerância inicial. R_2 corresponde a 99,73% da região de processo escalonada pelo erro quadrático médio do processo. Se a distribuição normal multivariada ajusta-se ao conjunto de dados, então R_2 apresentar-se-á como uma região elíptica representada pela forma quadrática $(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \times (\boldsymbol{\Sigma}_T)^{-1} \times (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \leq K(p)$, onde \mathbf{x} representa o vetor de observações, $\boldsymbol{\mu}$ o vetor de médias, $\boldsymbol{\Sigma}_T = E[(\mathbf{x} - \mathbf{t})(\mathbf{x} - \mathbf{t})^T]$ é a matriz dos erros quadráticos médios, $K(p)$ é o percentil 0,9973 da distribuição χ_p^2 e p é o número de variáveis. Na Figura 21, tais conceitos são representados considerando-se duas variáveis de processo (espessura e largura).

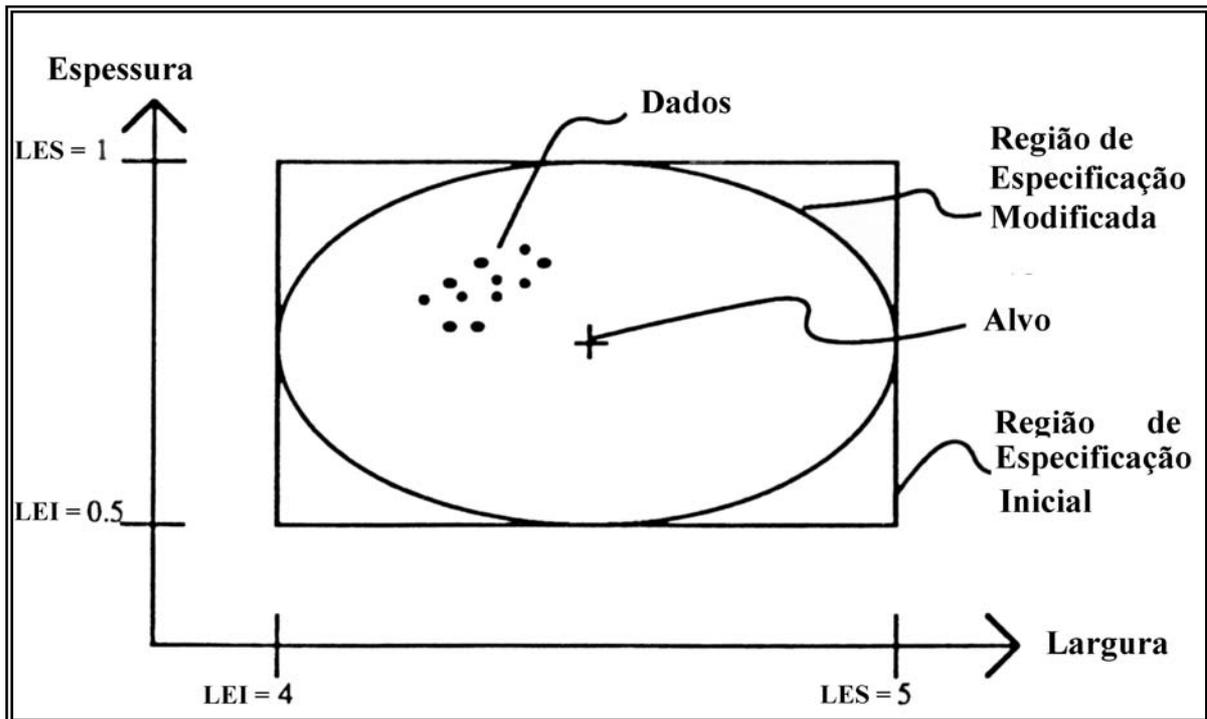


FIGURA 21 - Região de especificação modificada, considerando-se duas características em estudo

Fonte: Taam *et al.*, 1993, p. 343

Neste caso, o índice de capacidade é escrito como:

$$MC_{pm} = \frac{\text{volume região tolerância modificada}}{\text{volume } \left((\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}_T^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) \leq \chi_{p, 0.0027}^2 \right)} \quad (124)$$

O volume do elipsóide no denominador do índice MC_{pm} em (124) pode ser expresso como o produto de dois termos (Taam *et al.*, 1993, p. 342):

$$\text{Volume } (R_2) = \left\{ \frac{|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2} (\pi \chi_{p, 0.0027}^2)^{p/2}}{\left[\Gamma\left(\frac{p}{2} + 1\right) \right]} \right\} \times \left[1 + (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{t})^T (\boldsymbol{\Sigma})^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{t}) \right]^{1/2}, \quad (125)$$

onde o primeiro termo à direita da igualdade, que será notado como R_3 , é a região que contém 99,73% do conjunto de dados e $\Gamma(\bullet)$ representa a função gama; o segundo termo à direita da

igualdade, que será notado como \mathcal{D}^{10} , representa o desvio que o processo apresenta do alvo e Σ é a matriz de covariâncias, dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1 - \mu_1 \\ x_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ x_p - \mu_p \end{bmatrix} \times [x_1 - \mu_1, x_2 - \mu_2, \dots, x_p - \mu_p]. \quad (126)$$

e $|\Sigma|$ é o determinante de Σ .

Assim, considerando-se verdadeira a hipótese de que os dados se ajustem à distribuição normal multivariada, o índice MC_{pm} da equação (124) pode ser reescrito como:

$$MC_{pm} = \frac{\text{volume}(R_1)}{\left(\frac{|\Sigma|^{1/2} (\pi \chi_{p,0,0027}^2)^{p/2}}{\left[\Gamma\left(\frac{p}{2} + 1\right) \right]} \right)} \times \frac{1}{\sqrt{1 + (\mu - \mathbf{t})^T (\Sigma)^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{t})}} = C_p \times \frac{1}{D}. \quad (127)$$

MC_{pm} , de forma análoga ao índice univariado C_{PM} , definido na equação (53), é função de dois componentes. \mathcal{C} representa a variabilidade do processo associada à região de especificação modificada e \mathcal{D} , o desvio que o processo apresenta do alvo \mathbf{t} (Taam *et al.*, 1993, p. 342).

O estimador de MC_{pm} , \hat{MC}_{pm} , é definido da seguinte forma (Taam *et al.*, 1993, p. 344):

$$\hat{MC}_{pm} = \frac{\text{volume}(R_1)}{\left(\frac{|\hat{\Sigma}|^{1/2} (\pi \chi_{p,0,0027}^2)^{p/2}}{\left[\Gamma\left(\frac{p}{2} + 1\right) \right]} \right)} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{n}{n-1} (\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{t})^T (\hat{\Sigma})^{-1} (\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{t})}} \quad (128)$$

¹⁰ A notação apresentada por Taam *et al.* (1993), em uma analogia ao índice univariado C_{PM} , foi mantida.

MC_{pm}^{11} foi projetado, assim como todos os ICP, para que o valor 1,00 represente uma situação em que 99,73% dos dados situem-se dentro da região de especificação. Kotz e Lovelace (1998) enfatizam que um mesmo valor de MC_{pm} pode corresponder a percentuais de peças não conformes significativamente diferentes quando as médias não atingem os valores alvo.

Taam *et al.* (1993) apresentaram o seguinte exemplo de utilização do índice MC_{pm} , definido pela equação (128), no qual duas variáveis de processo (espessura e largura) de um circuito integrado eram estudadas (vide Figuras 21 e 22) objetivando-se garantir a condutividade. Os valores alvo correspondem ao centro do intervalo entre as especificações $t = [4,5, 0,75]$.

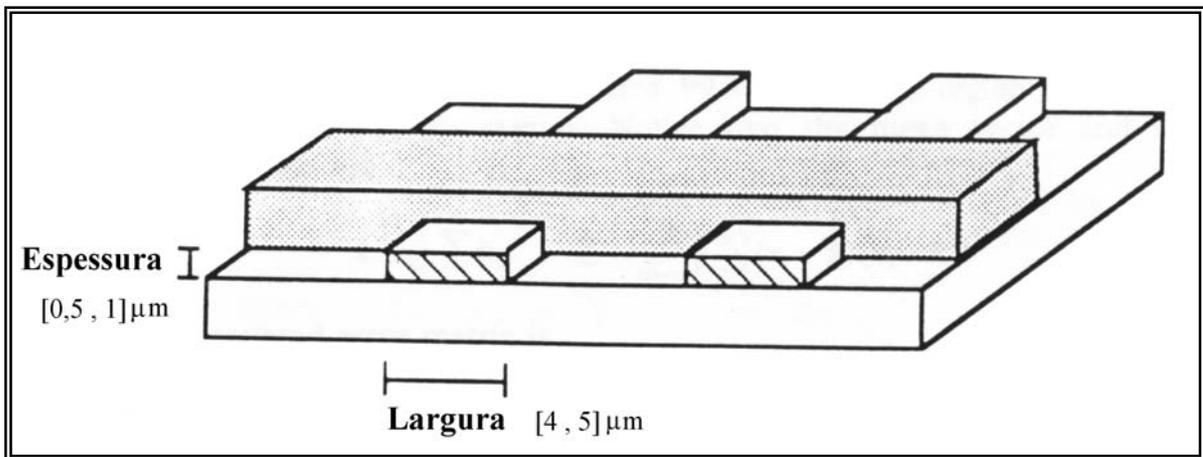


FIGURA 22 – Representação de duas variáveis de processo – largura e espessura

Fonte: Taam *et al.*, 1993, p. 343

A partir de dados simulados, os autores obtiveram 50 observações que forneceram os seguintes resultados:

$$\bar{\mathbf{x}} = [4,3, 0,8] \text{ e } \hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,02 & 0,009 \\ 0,009 & 0,006 \end{bmatrix};$$

$$\chi_{2,0,0027}^2 = 11,829, \quad |\hat{\Sigma}| = 3,90 \times 10^{-5} \text{ e } (\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{t})^T (\hat{\Sigma})^{-1} (\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{t}) = 12,0513; \text{ então:}$$

¹¹ Caso sejam utilizados todos os dados obtidos do processo, sem qualquer tipo de depuração, MC_{pm} medirá o desempenho potencial; caso contrário, a capacidade potencial.

$$C_p = \frac{\pi \left(\frac{0,5}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right)}{\pi \left| \Sigma \right|^{1/2} \chi_{2,0,0027}^2} = 1,6921$$

e

$$D = \left(1 + \frac{50}{49} (12,0513) \right)^{1/2} = 3,6466 .$$

Logo,

$$MC_{pm} = \frac{1,6921}{3,6466} = 0,464 .$$

$MC_{pm} < 1$ indica que o processo não é capaz de atingir seu objetivo; $C_p > 1$ significa que a variação do processo é menor do que a amplitude especificada e $D > 1$ significa que o processo está afastado do alvo. Taam *et al.* (1993) observam que o valor 1 é apenas uma referência que auxilia na interpretação dos resultados obtidos a partir de MC_{pm} .

3.3 AVALIAÇÃO DE PROCESSOS ATRAVÉS DA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

3.3.1 Análise de Componentes Principais

A Análise de Componentes Principais (ACP) é uma técnica cujo foco são correlações entre as variáveis em estudo. Quando se estudam várias características de qualidade de um mesmo produto, poderemos encontrar diversas magnitudes de correlações entre elas. Correlações significativas implicam em problemas de *multicolinearidade*, tornando difícil a identificação da(s) característica(s) responsável(is) por um efeito indesejável no processo, uma vez que existem combinações lineares entre as características em estudo (Tabachnick, Fidell, 2001). A ACP usa combinações lineares das características correlacionadas para criar um novo conjunto de variáveis ortogonais, isto é, não correlacionadas, ditas Componentes Principais (PC), que retêm a variabilidade das características originais numa forma ordenada e

conveniente à análise do conjunto de dados. O número de PC obtidos numa análise é sempre igual ao número de variáveis originais estudadas (Wickens, 1995).

A maior parte da variabilidade das características originais tende a se concentrar nos primeiros PC. Então, a fim de facilitar a análise, podemos utilizar somente os primeiros PC, sem perda significativa de informação (isto é, podemos definir o número de PC em função da quantidade de variabilidade que eles representam) (Wickens, 1995).

Geometricamente, a ACP é uma técnica utilizada para encontrar as direções em que os dados mais se expandem. Conhecendo estas direções, podemos obter a maioria das informações sem a distorção devido às correlações. Na Figura 23, os dois eixos (U_1, U_2) representam a rotação dos eixos originais (X_1, X_2) em relação à média do conjunto de dados na direção da sua máxima variabilidade (isto é, onde as observações estão mais dispersas). O eixo U_1 fornece a direção na qual o conjunto de dados mais se dispersa; o segundo eixo, U_2 , a segunda (no caso, última) direção de maior variabilidade, ortogonal ao primeiro eixo. O primeiro PC representa a projeção das variáveis originais no eixo U_1 e o segundo PC, no eixo U_2 . Salienta-se que a origem do sistema inicial, onde X_1 intercepta X_2 , (0,0) no novo sistema passa a ser dada pela média das variáveis originais (\bar{X}_1, \bar{X}_2). No exemplo da Figura 23, as origens são coincidentes.

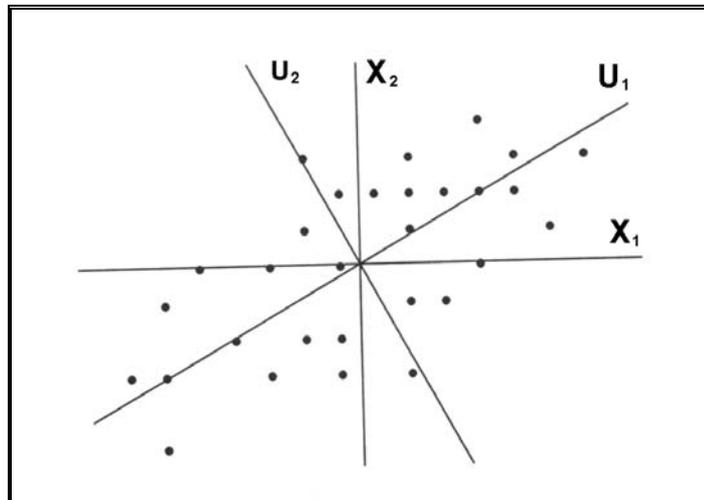


FIGURA 23 - Novos eixos resultantes do giro dos eixos originais em relação à média de um conjunto de dados

Fonte: Wickens, 1995, p. 133

Características correlacionadas e normalmente distribuídas apresentam seu conjunto de dados na forma elíptica (caso bivariado) ou em formas equivalentes em dimensões

superiores. Assim, o primeiro PC originar-se-á do eixo principal da elipse ou equivalente, o segundo PC do eixo secundário ortogonal ao primeiro e assim por diante.

Os PC são encontrados calculando-se os autovetores (também chamados de vetores próprios, vetores característicos ou vetores latentes) da matriz de covariâncias ou correlações do conjunto de dados (Jackson, 1991). Estes vetores fornecem as direções de variação dos dados; os elementos que compõem os autovetores são co-senos diretores dos novos eixos em relação aos antigos. As projeções dos dados nos autovetores são os PC. Os autovalores (também chamados de valores próprios, raízes características ou raízes latentes, bem como valores ou raízes característicos) são as raízes da *equação característica*¹² de uma matriz, neste caso, matriz de covariâncias ou de correlações, e indicam da quantidade de informação das variáveis originais que os componentes principais concentram. O componente principal que apresenta o maior autovalor concentra a maior quantidade de informações das características em estudo (Tong, 1990).

Quando as características de qualidade apresentam unidades diferentes, tais como milímetro e metro, a variabilidade da primeira será 1.000 vezes menor que a variabilidade da última, tornando a matriz de covariâncias sem sentido, visto que a variância maior estará sobrevalorizada, desqualificando qualquer relação entre elas. Nestas situações, deve-se padronizar os dados. Assim, todas as variáveis terão variâncias unitárias e a matriz de covariâncias transforma-se na matriz de correlações. Jackson (1991) propõe substituir a matriz de covariâncias pela matriz de correlações quando as unidades ou mesmo variâncias diferem significativamente, mesmo quando as variáveis originais possuírem a mesma escala. Quanto maior a diferença entre variâncias tanto maior as diferenças entre PC oriundos das matrizes de covariâncias e de correlações. O uso da matriz de covariâncias produz PC na mesma unidade das características sob estudo.

3.3.2 Autovalores, Autovetores e Componentes Principais

Seja \mathbf{X} uma matriz de dados amostrais, $n \times p$, onde p representa o número de características de qualidade (X_1, X_2, \dots, X_p) observadas em um produto e n representa o

¹² “O polinômio $f(\lambda) = |\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}|$ é chamado de *polinômio característico* (ou *secular*) e a equação $f(\lambda) = 0$ de *equação característica* (ou *secular*) da matriz \mathbf{A} ($p \times p$). Os *autovalores* de \mathbf{A} são os escalares λ para os quais $\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ possui soluções não-nulas. As soluções não-nulas correspondentes \mathbf{x} são os *autovetores* de \mathbf{A} . Os autovalores e os autovetores juntamente são chamados *auto-sistema de \mathbf{A}* ” (Noble, Daniel, 1986, p.212).

número de peças avaliadas. Cada linha de \mathbf{X} é um vetor, \mathbf{x}'_n , formado pela enésima observação de cada uma das p características, de dimensão $(1 \times p)$, ou seja:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{np} \end{bmatrix}.$$

Seja \mathbf{S} a matriz de covariâncias, de dimensão $(p \times p)$, associada à matriz de características de qualidade, isto é:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1^2 & s_{12} & \dots & s_{1p} \\ s_{21} & s_2^2 & \dots & s_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{p1} & s_{p2} & \dots & s_p^2 \end{bmatrix},$$

onde s_i^2 representa a variância da $i^{\text{ésima}}$ característica e s_{ij} representa a covariância entre a $i^{\text{ésima}}$ e a $j^{\text{ésima}}$ característica. As variáveis estão correlacionadas, logo $s_{ij} \neq 0$; a força desta relação é dada pelo coeficiente de correlação $r_{ij} = \frac{s_{ij}}{(s_i s_j)}$.

Considere a igualdade,

$$\mathbf{S}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}, \quad (129)$$

onde λ é um escalar e \mathbf{x} um vetor coluna..

A expressão (129) pode ser reescrita como:

$$(\mathbf{S} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad (130)$$

que é um sistema homogêneo de equações, onde \mathbf{I} é a *matriz identidade*. Portanto, para soluções não triviais¹³,

¹³ Solução não trivial contém pelo menos uma solução não nula

$$|\mathbf{S} - \lambda \mathbf{I}| = 0. \quad (131)$$

Emerge do determinante acima uma equação polinomial de ordem p chamada de *equação característica* da matriz \mathbf{S} . As p raízes desta equação são chamadas de *autovalores* (λ) de uma matriz quadrada, \mathbf{S} , de ordem p . A seqüência $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ é chamada de *espectro dos autovalores*, e o maior autovalor de *raio espectral*. Uma vez determinado um autovalor (λ_i), existirá um *autovetor* \mathbf{u}_i que é encontrado substituindo-se λ_i na equação (130) (Daniel, Noble, 1986).

O cálculo dos autovalores e autovetores é exemplificada como segue.

Considere duas variáveis positivamente correlacionadas, que apresentem a seguinte matriz de covariâncias:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,7986 & 0,6793 \\ 0,6793 & 0,7343 \end{bmatrix}.$$

A equação característica correspondente é

$$|\mathbf{S} - \lambda \mathbf{I}| = \begin{vmatrix} (0,7986 - \lambda) & 0,6793 \\ 0,6793 & (0,7343 - \lambda) \end{vmatrix} = \lambda^2 - 1,5329\lambda + 0,124963 = 0,$$

com solução dada por:

$$\lambda_1 = 1,4465 \quad ; \quad \lambda_2 = 0,0864.$$

Como descrito anteriormente, cada autovalor representa uma quantidade de variabilidade das características em estudo; então, o $i^{\text{ésimo}}$ componente principal PC_i representará $\frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p}$ do total da variabilidade. No exemplo acima, $PC_1 = 94,36\%$ e $PC_2 = 5,64\%$.

O autovetor associado ao $i^{\text{ésimo}}$ autovalor pode ser encontrado resolvendo-se a equação (130) para o autovalor específico. No exemplo acima, para $\lambda_1 = 1,4465$:

$$(\mathbf{S} - 1,4465 \mathbf{I}) \mathbf{x} = 0,$$

ou seja,

$$\begin{bmatrix} (0,7986 - 1,4465) & 0,6793 \\ 0,6793 & (0,7343 - 1,4465) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

que resulta em:

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,9538 \end{bmatrix}.$$

O primeiro componente (x_{11}) de \mathbf{x}_1 foi arbitrariamente definido como sendo 1. A magnitude deste vetor pode ser normalizada¹⁴ à dimensão unitária através de (Jackson, 1991, p. 8):

$$\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{x}_i}{\sqrt{\mathbf{x}_i' \mathbf{x}_i}} \quad (132)$$

Então,

$$\mathbf{u}_1 = \frac{\mathbf{x}_1}{\sqrt{\mathbf{x}_1' \mathbf{x}_1}} = \frac{1}{\sqrt{1,9097}} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0,9538 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7236 \\ 0,6902 \end{bmatrix}.$$

\mathbf{x}_1 e \mathbf{u}_1 são autovetores correspondentes ao mesmo autovalor λ_1 , diferindo apenas pela normalização. Geometricamente, $u_{11} = 0,7236$ é o valor do co-seno diretor do primeiro eixo novo com o primeiro eixo antigo, tendo como origem o ponto (\bar{X}_1, \bar{X}_2) , logo $\theta_{11} = 43^\circ 65'$; igualmente, $u_{21} = 0,6902$ implica em $\theta_{21} = 46^\circ 35'$, ou seja, o primeiro eixo novo distancia-se $46^\circ 35'$ do segundo eixo antigo, como pode ser visto na Figura 24.

¹⁴ Um vetor não nulo diz-se normalizado quando se encontra multiplicado pelo inverso da sua norma; uma norma de um vetor é uma medida do seu comprimento ou magnitude e existem normas alternativas para medir a magnitude de um vetor; utilizaremos a norma euclidiana.

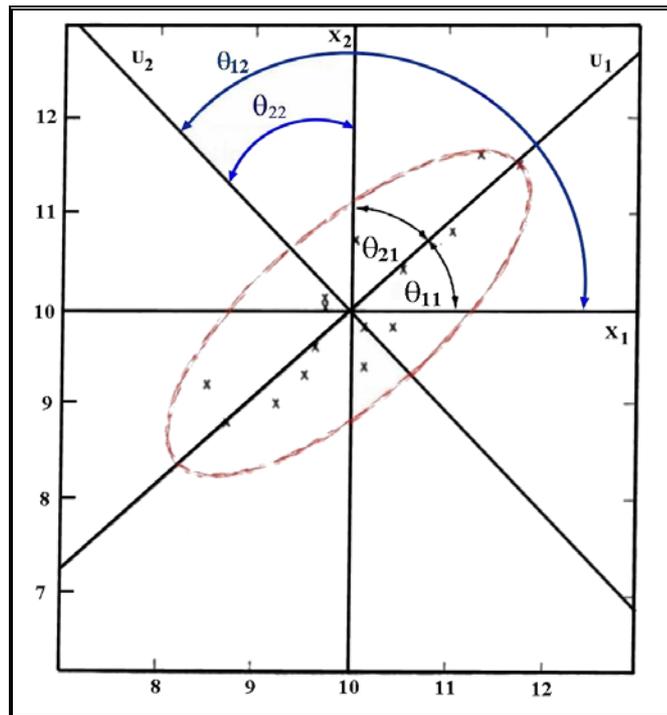


FIGURA 24 - Co-senos diretores do exemplo numérico

Fonte: Adaptado de Jackson, 1991, p. 9-10

A Tabela 15 apresenta os resultados obtidos para os autovalores $\lambda_1 = 1,4465$ e $\lambda_2 = 0,0864$ do exemplo numérico.

TABELA 15 - Resultados obtidos nos cálculos dos autovetores normalizados do exemplo numérico

$\lambda_1 = 1,4465$	$\lambda_2 = 0,0864$
$\begin{bmatrix} (0,7986 - 1,4465) & 0,6793 \\ 0,6793 & (0,7343 - 1,4465) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0,7986 - 0,0864) & 0,6793 \\ 0,6793 & (0,7343 - 0,0864) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,9538 \end{bmatrix}$	$\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} -0,95378 \\ 1 \end{bmatrix}$
$\mathbf{u}_1 = \frac{\mathbf{x}_1}{\sqrt{\mathbf{x}'_1 \mathbf{x}_1}} = \frac{1}{\sqrt{1,9097}} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0,9538 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7236 \\ 0,6902 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_2 = \frac{\mathbf{x}_2}{\sqrt{\mathbf{x}'_2 \mathbf{x}_2}} = \frac{1}{\sqrt{1,9097}} \times \begin{bmatrix} -0,95378 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6902 \\ 0,7236 \end{bmatrix}$
$\begin{pmatrix} \theta_{11} = 43^\circ 65' \\ \theta_{21} = 46^\circ 35' \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \theta_{12} = 133^\circ 65' \\ \theta_{22} = 43^\circ 65' \end{pmatrix}$

Fonte: Pesquisador

Os autovetores de uma matriz são vetores ortogonais, não correlacionados, linearmente independentes, logo apresentam as seguintes propriedades (Jackson, 1991, p. 9):

$$(i) \mathbf{u}'_1\mathbf{u}_1 = 1 \text{ e } \mathbf{u}'_2\mathbf{u}_2 = 1; \quad (133)$$

$$(ii) \mathbf{u}'_1\mathbf{u}_2 = 0. \quad (134)$$

Conforme Daniel e Noble (1986, p. 220), se uma matriz \mathbf{S} ($p \times p$) tiver um conjunto linearmente independente de p autovetores, existirá uma matriz não singular \mathbf{U} e uma matriz diagonal \mathbf{L} tal que,

$$\mathbf{L} = \mathbf{U}^T\mathbf{S}\mathbf{U} \quad (135)$$

neste caso, \mathbf{S} é uma matriz de covariâncias que pode ser reduzida a uma matriz diagonal \mathbf{L} pela multiplicação por \mathbf{U}^T e, posteriormente, por \mathbf{U} . As colunas de $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_p]$ podem ser tomadas como os autovetores de \mathbf{S} associados respectivamente com os elementos de \mathbf{L} que são os autovalores ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) de \mathbf{S} . Esta decomposição é dita *Decomposição Espectral*. Usando os dados do exemplo anterior,

$$\begin{bmatrix} 0,7236 & 0,6902 \\ -0,6972 & 0,7236 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,7986 & 0,6793 \\ 0,6793 & 0,7343 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,7236 & -0,6902 \\ 0,6972 & 0,7236 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1,4465 & 0 \\ 0 & 0,0864 \end{bmatrix} \cong \mathbf{L}$$

confirma-se a independência linear dos PC. Os valores dos coeficientes dos vetores \mathbf{u} estarão entre ± 1 independente da unidade ou escala das variáveis originais.

A ACP, exemplificada acima, através da mudança dos eixos principais, transformou p características de qualidade correlacionadas, X_1, X_2, \dots, X_p , em p variáveis não correlacionadas, PC_1, PC_2, \dots, PC_p .

O valor (*escore*) do $i^{\text{ésimo}}$ PC, PC_i , será (Jackson, 1991, p. 11):

$$PC_i = \mathbf{u}'_i[\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}], \quad (136)$$

onde \mathbf{x} é um vetor de observações de dimensão ($p \times 1$) das características de qualidade e $\bar{\mathbf{x}}$ o seu vetor de médias. PC_i tem média zero e variância λ_i .

O *escore* do primeiro PC, no exemplo numérico, anterior será:

$$PC_1 = [0,7236 \quad 0,6902] \times \begin{bmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 \\ x_{12} - \bar{x}_2 \end{bmatrix},$$

onde x_{11} e x_{12} correspondem a primeira observação da característica X_1 e X_2 , respectivamente. Então,

$$PC_1 = 0,7236(x_{11} - \bar{x}_1) + 0,6902(x_{12} - \bar{x}_2),$$

$$PC_2 = -0,6902(x_{11} - \bar{x}_1) + 0,7236(x_{12} - \bar{x}_2).$$

A correlação entre o $i^{\text{ésimo}}$ PC, PC_i , e a $j^{\text{ésima}}$ característica de qualidade, X_j , pode ser determinada por (Jackson, 1991, p.14):

$$r_{ij} = \frac{u_{ji} \sqrt{\lambda_i}}{s_j} \quad (137)$$

onde u_{ji} é o coeficiente da $j^{\text{ésima}}$ característica de qualidade (X_j) no $i^{\text{ésimo}}$ PC (PC_i), λ_i é o autovalor do $i^{\text{ésimo}}$ PC e s_j a variância da $j^{\text{ésima}}$ característica de qualidade. Por exemplo, a correlação entre PC_1 e X_1 no exemplo numérico é:

$$r_{11} = \frac{u_{11} \sqrt{\lambda_1}}{s_1} = \frac{0,7236 \sqrt{1,4465}}{\sqrt{0,7986}} = 0,974 ;$$

as demais correlações para o exemplo são:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,974 & 0,227 \\ 0,969 & 0,248 \end{bmatrix}.$$

Constata-se que as correlações entre o primeiro PC e as características de qualidade são mais fortes do que as de PC_2 , mesmo porque, PC_1 representa 94,36% da variabilidade do processo.

Cabe salientar algumas propriedades dos PC (Jackson, 1991, p. 13-14):

- O determinante de uma matriz de covariâncias, $|\mathbf{S}|$, chamada *variância generalizada*, apresenta o valor da sua raiz quadrada proporcional à área ou volume gerado pelo

conjunto de dados. A variância generalizada será determinada pelo produtório dos autovalores. $|\mathbf{S}| = \lambda_1 \times \lambda_2 \times \dots \times \lambda_p$.

- O somatório das variâncias das variáveis originais, $s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_p^2 = \text{Tr}(\mathbf{S})$, chamado traço de \mathbf{S} , é igual ao somatório dos autovalores dos PC.

Os componentes principais são mais significativos quando todas as variáveis são medidas na mesma unidade e têm variâncias de mesma magnitude. Por essa razão, os componentes principais são freqüentemente calculados a partir da matriz de correlações \mathbf{R} ao invés da matriz de covariância \mathbf{S} (Bilodeau, Brenner, 1999). A matriz de correlações (\mathbf{R}) das variáveis em estudo pode ser obtida, sem padronizar os dados originais, pela seguinte relação (Jackson, 1991, p. 66):

$$\mathbf{R} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{S}\mathbf{D}^{-1} \quad (138)$$

onde \mathbf{D} é uma matriz diagonal de desvios padrões das características originais, \mathbf{S} a matriz de covariâncias e \mathbf{R} a matriz de correlações.

Neste contexto, os vetores \mathbf{u} são obtidos, também, a partir da equação (130). Os resultados dessa modificação no exemplo numérico anterior são:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,7986 & 0,6793 \\ 0,6793 & 0,7343 \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0,8936 & 0 \\ 0 & 0,8936 \end{bmatrix}; \mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} 1,1191 & 0 \\ 0 & 1,1670 \end{bmatrix}; \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0,8871 \\ 0,8871 & 1 \end{bmatrix}.$$

A equação característica origina-se em

$$|\mathbf{R} - \lambda\mathbf{I}| = \begin{vmatrix} (1 - \lambda) & 0,8871 \\ 0,8871 & (1 - \lambda) \end{vmatrix} = 0,$$

com solução dada por:

$$\lambda_1 = 1,8871 \quad ; \quad \lambda_2 = 0,1129.$$

Os PC, calculados a partir destes autovalores, concentrarão a mesma quantidade de variabilidade das características de qualidade ($PC_1 = 94,36\%$, $PC_2 = 5,64\%$) que os anteriormente encontrados, visto que as escalas não diferem significativamente. Assim,

efetuando-se a normalização pela equação (132) sobre os dados do exemplo numérico, obtém-se:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0,7071 & -0,7071 \\ 0,7071 & 0,7071 \end{bmatrix}.$$

Com um primeiro PC dado por:

$$PC_1 = [0,7071 \quad 0,7071] \times \begin{bmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 \\ x_{12} - \bar{x}_2 \end{bmatrix}.$$

O valor (*escore*) do $i^{\text{ésimo}}$ PC, PC_i , é calculado pela equação (136). Caso as variáveis originais tenham sido padronizadas, logo, seus desvios padrões e média serão iguais a uma unidade e zero, respectivamente, reduzindo a equação (136) a:

$$PC_i = \mathbf{u}'_i \mathbf{x}. \quad (139)$$

3.3.2.1 Número de Componentes Principais

Como apresentado anteriormente, ACP rearranja linearmente as variáveis originais em novas variáveis não-correlacionadas, mantendo a variação apresentada pelas primeiras. Através da ACP, pode-se reduzir o número de variáveis, selecionando-se um subconjunto dos componentes principais, que adequadamente representem a maior parte da variação original presente nos dados. A redução do universo de variáveis mantendo-se a variação das características originais, facilita a avaliação da capacidade de processo. Para tanto, faz-se necessário um critério para determinar o número de PC a ser utilizado na análise.

Bartlett (*apud* Jackson, 1991) apresentou um teste estatístico para identificar os componentes significativos. Testa-se a hipótese de igualdade entre os últimos e menores k autovalores, $H_0: \lambda_{k+1} = \lambda_{k+2} = \dots = \lambda_p$. O teste, modificado por Anderson (1963), é dado por:

$$\chi^2 = -(n-1) \sum_{j=k+1}^p \ln(\lambda_j) + (n-1)(p-k) \ln \left(\frac{\sum_{j=k+1}^p \ln \lambda_j}{p-k} \right), \quad (140)$$

onde χ^2 é a distribuição Qui Quadrado com $\nu = (1/2)(p - k - 1)(p - k + 2)$ graus de liberdade e $(n - 1)$ representa o número de graus de liberdade associado à matriz de covariâncias. Se a hipótese nula for verdadeira para os $(p - k)$ últimos autovalores, então o mesmo procedimento é realizado, considerando-se os $(p - k + 1)$ últimos autovalores até que um autovalor apresente-se significativamente diferente; então, retêm-se todos os demais autovalores (ainda não incluídos no teste) a partir deste. Este critério é válido quando se utiliza a matriz de covariâncias na ACP.

Outro critério é o do autovalor médio. Como visto anteriormente, a variância total apresentada pelas variáveis originais é igual ao somatório dos autovalores, ou seja, igual ao somatório das variâncias dos PC (Jobson, 1992). Então, pode-se utilizar a média dos autovalores como critério para definição do número de PC. Assim, selecionam-se todos os PC cujos autovalores sejam maiores que a média aritmética. O resultado deste juízo deve ser entendido como um limite inferior para o número de PC a serem retidos e não como a quantidade de PC que melhor representa as variáveis originais. Este critério é válido para situações em que a matriz de covariâncias é usada na ACP. No caso da utilização da matriz de correlações na ACP, $\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \lambda_i = 1$, e selecionam-se todos os componentes principais cujos autovalores são maiores que 1. Jobson (1992) apresenta, também, o critério da média geométrica em substituição à média aritmética, visto que ela é útil para calcular a média de um conjunto de dados que contém alguns extremos.

Não existe um critério geral que melhor defina o número de PC. Jackson (1991) apresenta uma comparação entre os resultados obtidos por diversos critérios. A definição do número de PC pode ser realizada a partir do teste de Bartlett e do autovalor médio em conjunto com um critério qualitativo. O critério qualitativo baseia-se em selecionar o número de PC suficiente para representar uma porcentagem específica da variância total, por exemplo, 70% da variância total das variáveis originais¹⁵.

3.3.3 Índices de Avaliação de Processo

Os métodos apresentados abaixo foram propostos por Wang, Chen (1998) e Wang, Du (2000). Considere \mathbf{X} uma matriz de dados amostrais, $n \times p$, onde p representa o número de

¹⁵ Outros métodos podem ser encontrados em Jobson (1992) e Jackson (1991).

características de qualidade (X_1, X_2, \dots, X_p) observadas em um produto e n representa o número de peças avaliadas. Cada linha de \mathbf{X} contém p observações, representadas por um vetor \mathbf{x}'_h , $h = 1, \dots, n$, de dimensão $(1 \times p)$. Seja \bar{X}_i a média aritmética das observações da característica i , $i = 1, 2, \dots, p$ e \mathbf{S} a matriz de covariâncias de \mathbf{X} , não singular e simétrica, de dimensão $(p \times p)$. Os limites de especificação inferior e superior são fornecidos para cada característica de qualidade e \mathbf{lei} e \mathbf{les} são seus respectivos vetores. O vetor \mathbf{t} representa o vetor de valores alvo das p características. Wang, Chen (1998), obtém os autovalores dos PC a partir da equação (135) e os escores pela equação (139). Os limites de especificação dos PC_i e seus valores alvo são:

$$LEI_{CP_i} = \mathbf{u}'_i \mathbf{lei} \quad (141)$$

$$LES_{CP_i} = \mathbf{u}'_i \mathbf{les} \quad (142)$$

$$T_{CP_i} = \mathbf{u}'_i \mathbf{t} \quad (143)$$

onde $i = 1, 2, \dots, p$.

3.3.3.1 Índices de Capacidade Multivariados – Dados Multivariados Normais

Wang, Chen (1998) e Wang, Du (2000) apresentam como pré-requisitos à utilização deste método o ajustamento dos dados do processo à distribuição normal multivariada. Dessa forma, os PC ajustar-se-iam a uma distribuição normal univariada e se apresentariam não correlacionados. Uma vez que os PC apresentam a mesma quantidade de variabilidade que as variáveis originais, a partir deles poder-se-ia avaliar o processo.

Pela proposta, avalia-se – por serem linearmente independentes – cada PC de forma univariada e, posteriormente, efetua-se a média geométrica desses resultados obtendo-se, assim, um índice global do processo. O índice de capacidade para processos multivariados proposto por Wang, Chen (1998) e Wang, Du (2000) é:

$$MC_P = \left(\prod_{i=1}^p C_{P,PC_i} \right)^{1/p}, \quad (144)$$

onde C_{P,PC_i} representa o índice de capacidade potencial do $i^{\text{ésimo}}$ PC.

Uma vez que os PC ajustam-se a uma distribuição normal univariada, então os índices deles oriundos possuem as mesmas propriedades estatísticas dos univariados C_P , C_{PK} , C_{PM} e C_{PMK} . Então,

$$\hat{MC}_{PK} = \left(\prod_{i=1}^p C_{PK;PC_i} \right)^{1/p}, \quad (145)$$

$$\hat{MC}_{PM} = \left(\prod_{i=1}^p C_{PM;PC_i} \right)^{1/p}, \quad (146)$$

$$\hat{MC}_{PMK} = \left(\prod_{i=1}^p C_{PMK;PC_i} \right)^{1/p}, \quad (147)$$

com intervalos de confiabilidade¹⁶ $100(1 - \alpha)\%$ dados por:

$$\left(\prod_{i=1}^p \mathbf{e}_{P,PC_i} \sqrt{\frac{\chi^2_{(1-\alpha/2),(n-1)}}{n-1}} \right)^{1/p} \leq MC_P \leq \left(\prod_{i=1}^p \mathbf{e}_{P,PC_i} \sqrt{\frac{\chi^2_{(\alpha/2),(n-1)}}{n-1}} \right)^{1/p} \quad (148)$$

e

$$\left(\prod_{i=1}^p \mathbf{e}_{PK,PC_i} \left[1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\mathbf{e}_{PK,PC_i}} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \right)^{1/p} \leq MC_{PK} \leq \left(\prod_{i=1}^p \mathbf{e}_{PK,PC_i} \left[1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\mathbf{e}_{PK,PC_i}} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \right)^{1/p}, \quad (149)$$

onde χ^2 é a distribuição Qui Quadrado com $(n - 1)$ graus de liberdade.

Wang, Du (2000) apresentaram uma demonstração deste método na qual analisaram três características de qualidade, profundidade (D), comprimento (L) e largura (W) de um produto plástico. Cinquenta observações foram coletadas. Os limites de especificação para D, L e W são [2,1, 2,3], [304,5, 305,1] e [304,5, 305,1], respectivamente. O vetor dos valores

¹⁶ Por fidelidade aos autores, a forma original dos intervalos de confiança – bilateral – foi mantida.

alvo \mathbf{t}' é [2,2, 304,8, 304,8]. O vetor de médias amostrais e a matriz de covariâncias são dadas por:

$$\bar{\mathbf{x}}' = [2,16, 304,72, 304,77]$$

e

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,0021 & 0,0008 & 0,0007 \\ 0,0008 & 0,0017 & 0,0012 \\ 0,0007 & 0,0012 & 0,0020 \end{bmatrix}$$

Na Tabela 16, são apresentados os autovalores, os coeficientes (\mathbf{u}_i) dos componentes principais e as correlações entre as variáveis originais e os PC.

TABELA 16 - Resultados dos componentes principais

	PC ₁		PC ₂		PC ₃	
	Coefficientes	Correlações	Coefficientes	Correlações	Coefficientes	Correlações
D	0,5222	0,7022	0,8385	0,7067	- 0,1558	- 0,0833
L	0,5824	0,8560	- 0,2172	- 0,2001	0,7834	0,4654
W	0,6230	0,8413	- 0,4998	- 0,4231	- 0,6017	- 0,3296
Autovalor	0,0037		0,0015		0,0006	
Variabilidade Explicada	63,93%		25,11%		10,96%	

Fonte: Pesquisador

O teste de hipótese, $H_0: \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$, apresentado na seção 3.3.2.1, resultou em um valor de $\chi^2_5 = 37,96$, significativo ao nível de 95% de confiabilidade; ou seja, a hipótese de que todos os autovalores são iguais é rejeitada. A hipótese $H_0: \lambda_2 = \lambda_3$ apresentou um valor $\chi^2_2 = 9,94$, significativo ao nível de 95% de confiabilidade; ou seja, a hipótese de que os dois últimos autovalores são iguais é rejeitada. Os dois primeiros PC foram selecionados para representar o processo trivariado por concentrarem 89,04% da variabilidade do processo e estarem correlacionados significativamente às variáveis originais.

De acordo com os autores, os limites de especificação de PC_1 serão [368,1409 368,9686] enquanto os de PC_2 serão [-216,8282 -216,5657]. O valor alvo de PC_1 será 368,5548 e de PC_2 , -216,6969. $PC_1 \sim N(368,4686 \ 0,0037)$ e $PC_2 \sim N(-216,698 \ 0,0015)$.

Os resultados obtidos por Wang, Du (2000) são apresentados na Tabela 17.

TABELA 17 – Valores dos índices

Índices de Capacidade Univariados	PC_1	PC_2	Índices Globais de Processo
C_P	2,27	1,13	$MC_P = (C_{P;PC_1} \times C_{P;PC_2})^{1/2} = 1,60$
C_{PK}	1,80	1,14	$MC_{PK} = (C_{PK;PC_1} \times C_{PK;PC_2})^{1/2} = 1,43$
C_{PM}	1,31	1,13	$MC_{PM} = (C_{PM;PC_1} \times C_{PM;PC_2})^{1/2} = 1,22$
C_{PMK}	1,16	1,14	$MC_{PMK} = (C_{PMK;PC_1} \times C_{PMK;PC_2})^{1/2} = 1,15$

Fonte: Pesquisador

Os autores apresentaram, somente, os seguintes resultados sobre os intervalos de confiança, considerando um nível de significância de 5%:

$$MC_P = [1,28; 1,91],$$

e

$$MC_{PK} = [1,36; 1,51].$$

3.3.3.2 Índices de Capacidade Multivariados – Dados Multivariados Não-Normais

Wang, Du (2000) afirmam que quando os dados das características de qualidade em estudo não se ajustam à distribuição normal multivariada, os PC serão mutuamente independentes, porém não se ajustarão a uma distribuição normal. Neste caso, o índice de capacidade de processo tem por base Luceño (1996), que apresentou o seguinte índice univariado:

$$C_{PC} = \frac{LES - LEI}{6\sqrt{\frac{\pi}{2}}c}, \quad (150)$$

onde

$$c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i - M| \quad (151)$$

M é o ponto médio entre os limites de especificação e c o desvio que o processo apresenta do alvo. Este índice univariado foi projetado para fornecer estimativa pontual e intervalar insensível a desvios da normalidade (Kotz, Lovelace, 1998, p.118).

Wang, Du (2000, p. 9-10), a partir da proposta de Luceño (1996), apresentam a seguinte extensão multivariada:

$$\hat{MC}_{PC} = \left(\prod_{i=1}^p \hat{C}_{PC;PC_i} \right)^{1/p}, \quad (152)$$

onde

$$\hat{C}_{PC;PC_i} = \frac{LES_{PC_i} - LEI_{PC_i}}{6\sqrt{\frac{\pi}{2}}\bar{c}_i} \quad (153)$$

e

$$\bar{c}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |PC_{ij} - M_{PC_i}|. \quad (154)$$

O intervalo de confiança $100(1 - \alpha)\%$ para o índice proposto é:

$$\left(\prod_{j=1}^p \frac{\hat{C}_{PC;PC_j}}{1 + t_{\alpha,(n-1)} \frac{S_{c_j}}{c_j \sqrt{n}}} \right)^{1/p} \leq MC_{PC;PC_j} \leq \left(\prod_{j=1}^p \frac{\hat{C}_{PC;PC_j}}{1 - t_{\alpha,(n-1)} \frac{S_{c_j}}{c_j \sqrt{n}}} \right)^{1/p} \quad (155)$$

onde

$$S_{c_i}^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{j=1}^n |PCi_j - M_{PCi_j}|^2 - n \left(\bar{c}_i \right)^2 \right) \quad (156)$$

e t é a distribuição t de Student com $(n-1)$ graus de liberdade e nível de significância α .

3.4 MÉTODO PARA AVALIAÇÃO DE PROCESSOS MULTIVARIADOS

3.4.1 Estudo de Capacidade

A proposta original de Wang, Chen (1998) e Wang, Du (2000) foi modificada visto que: (i) a análise de componentes principais pode ser aplicada a um conjunto de variáveis independente de ajustarem-se ou não a uma distribuição normal multivariada; (ii) os componentes principais apresentar-se-ão não correlacionados não importando qual seja a distribuição que melhor ajusta os dados das variáveis originais. As mudanças na proposição original são:

inexiste pressuposição de normalidade multivariada às variáveis originais, sendo exigido, que cada PC selecionado se ajuste a uma distribuição normal;

os índices propostos para dados normais foram ajustados a notação proposta neste trabalho;

na Tabela 18 apresentam-se as equações corrigidas dos IDP – abordagem multivariada – dado que cada PC selecionado juste-se a uma distribuição normal.

TABELA 18 – Equações dos IDP¹⁷ – abordagem multivariada

Estimativa Pontual Global	Limite de Confiança Inferior de cada PC selecionado	Limite de Confiança Inferior Global
$\hat{MP}_P = \left(\prod_{i=1}^p \hat{P}_{P;PC_i} \right)^{1/p}$	$\hat{P}_{P,(1-\alpha)} = \hat{P}_P \sqrt{\frac{\chi_{\nu,(1-\alpha)}^2}{\nu}}$	$\hat{MP}_{P,(1-\alpha)} = \left(\prod_{i=1}^p \hat{P}_{P;PC_i} \right)^{1/p}$
$\hat{MP}_{PK} = \left(\prod_{i=1}^p \hat{P}_{PK;PC_i} \right)^{1/p}$	$\hat{P}_{PK,(1-\alpha)} = \hat{P}_{PK} - Z_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{9kn} + \frac{\hat{P}_{PK}^2}{2(kn-1)}}$	$\hat{MP}_{PK,(1-\alpha)} = \left(\prod_{i=1}^p \hat{P}_{PK;PC_i} \right)^{1/p}$
$\hat{MP}_{PM} = \left(\prod_{i=1}^p \hat{P}_{PM;PC_i} \right)^{1/p}$	$\hat{P}_{PM,(1-\alpha)} = \hat{P}_{PM} \sqrt{\frac{\chi_{\nu,(1-\alpha)}^2}{\nu}}$	$\hat{MP}_{PM,(1-\alpha)} = \left(\prod_{i=1}^p \hat{P}_{PM;PC_i} \right)^{1/p}$
$\hat{MP}_{PMK} = \left(\prod_{i=1}^p \hat{P}_{PMK;PC_i} \right)^{1/p}$	$\hat{P}_{PMK,(1-\alpha)} = \hat{P}_{PMK} - Z_{\alpha} \frac{\hat{\sigma}_{PMK}}{\sqrt{kn}}$	$\hat{MP}_{PMK,(1-\alpha)} = \left(\prod_{i=1}^p \hat{P}_{PMK;PC_i} \right)^{1/p}$

Fonte: Pesquisador

3.4.2 Contribuição Média Padronizada das Variáveis de Processo aos Escores dos Componentes Principais

Kourti, MacGregor (1996) estudaram a aplicação de gráficos de controle estatístico de processo para monitorar medições multivariadas. Os autores apresentaram um método, baseada em gráficos de contribuição, para detectar a variável que causou um sinal de fora de controle em um gráfico multivariado.

A partir dos gráficos de contribuição em um contexto multivariado apresentados por Kourti, MacGregor (1996), propõe-se um método para quantificar a contribuição média das variáveis de processo aos escores dos componentes principais a partir da análise univariada dos PC. Os critérios de seleção dos PC foram apresentados no item 3.3.2.1. Considerando-se que os PC tenham como origem variáveis de processo padronizadas ou sua matriz de correlações, a contribuição média de cada variável original na composição dos escores que apresentam sinais de fora de controle nos PC é obtida da seguinte forma:

¹⁷ As equações das estimativas pontuais, univariadas, de um CP são as mesmas apresentadas no Capítulo 2. O número de graus de liberdade, ν , é obtido conforme equações (20), (21), (22), (57) e (58), bem como $\hat{\sigma}_{PMK}$, por (116), (117) e (118).

1. Implemente um gráfico de controle tipo $\bar{X} - s$ em cada PC selecionado. A média de cada PC deve ser zero e a variância igual ao respectivo autovalor do PC. O tamanho do subgrupo k é o mesmo utilizado nos gráficos de controle das variáveis originais; por exemplo $k = 5$. Identifique os pontos que apresentam sinais de fora de controle e os escores a eles associados. Calcule o número de escores (e) selecionados em cada PC.

2. Calcule a contribuição de cada variável original aos escores acima identificados em cada PC multiplicando o coeficiente u_{ji} da $j^{\text{ésima}}$ variável original (X_j) no $i^{\text{ésimo}}$ PC (PC_i) pelo valor da $h^{\text{ésima}}$ observação da respectiva variável original (X_j). Um escore é o somatório dessas contribuições, ou seja, o terceiro escore do $PC1$, por exemplo, é o resultado da multiplicação do autovetor \mathbf{u}_1 pelo vetor das terceiras observações das variáveis originais. Então, a contribuição da $j^{\text{ésima}}$ variável original ao $h^{\text{ésimo}}$ escore do $i^{\text{ésimo}}$ PC pode ser representada como:

$$C_{jhi} = \mathbf{u}_{ji} \times \mathbf{x}_{hj} \quad (157)$$

3. Calcule o quadrado do desvio que cada contribuição das variáveis originais apresenta em relação ao valor médio de contribuições em cada escore identificado e os divida pela variância das contribuições do respectivo escore a que pertença. Essa contribuição padronizada da $j^{\text{ésima}}$ variável original ao $h^{\text{ésimo}}$ escore do $i^{\text{ésimo}}$ PC pode ser representada como:

$$Cont_{jhi} = \frac{\left(C_{jhi} - \bar{C}_{hi} \right)^2}{S_{hi}} \quad (158)$$

4. Calcule a média das contribuições padronizadas de cada variável original em todos os PC considerando-se o número total de escores (e) selecionados no primeiro passo. Assim obtém-se o quanto cada variável de processo contribuiu em média para o aparecimento de situações de fora de controle nos PC. A contribuição média da $j^{\text{ésima}}$ variável original aos escore atípicos dos PC pode ser apresentada como:

$$ContGlobal_j = \frac{1}{e} \sum_{h=1}^e Cont_{jhi} \quad (159)$$

A contribuição de cada variável a um escore dos PC pode apresentar valores com sinal positivo ou negativo. Por isso, escolheu-se na equação (158), o quadrado do desvio como instrumento para determinar o erro.

A variância apresentada pelas contribuições que compõem cada escore foi escolhida na equação (158) para padronizar o desvio quadrado de cada contribuição. Dessa forma, o desvio quadrado é ponderado pela variação observada dentro de cada escore.

A contribuição média de cada variável objetiva quantificar a influência de cada variável original na composição dos escores selecionados dos PC. Uma vez que, os componentes principais concentram a maior parte da variabilidade apresentada pelas variáveis originais, a identificação das variáveis que mais contribuíram nos seus escores que sinalizaram situação de fora de controle deve indicar as responsáveis pela variabilidade do processo.

Um gráfico de barras pode ser utilizado para estratificar o conjunto de variáveis originais conforme suas contribuições médias aos escores dos PC e, assim, direcionar o estudo sobre as origens da variabilidade apresentada pelo processo. Esses gráficos das contribuições médias, assim como os gráficos de contribuições em medições multivariadas, “não revelam as causas da variabilidade, no entanto, indicam as variáveis de processo que estão em desacordo com as condições normais de operação”(Kourti, MacGregor, 1996, p. 417).

4 ESTUDO DE CASO

4.1 INTRODUÇÃO

A empresa Master Sistemas Automotivos Ltda., com sede em Caxias do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil, é uma *joint-venture* das Indústrias ArvinMeritor, fornecedora de sistemas e componentes automotivos. A ArvinMeritor atua em dois segmentos: (a) sistemas para veículos pesados, no qual é fornecedora líder internacional de sistemas e componentes para caminhões médios e pesados; (b) sistemas para veículos leves, em que é um dos principais fornecedores de tetos solares, portas, controles de acesso e sistemas de ajustes de poltronas, sistemas de suspensão e rodas para automóveis de passeio, caminhões leves e utilitários.

A Master produz freios a ar, câmaras de serviço e ajustadores de freios para Volkswagen, Ford, General Motors do Brasil-Colômbia-Venezuela, Randon, International e Agrale. Apresenta o seguinte histórico de destaques: (a) em 1996, recebeu a certificação ISO 9001, nível “Q1”, da Ford e Mérito à Qualidade FIERGS/CIERGS; (b) em 1997, recebeu a certificação QS 9000 (primeira empresa da Região Sul do Brasil a ser certificada) e nível “A” de qualidade Volkswagen; (c) em 1998, recebeu o prêmio de Qualidade Volkswagen e Mérito Qualidade Randon - Ouro; (d) em 1999, recebeu a certificação ISO 14001, Auto-certificação Iveco Argentina e Prêmio RS – Troféu Bronze PGQP; (v) em 2000, recebeu Nível “A” da Volvo e Prêmio RS – Troféu Prata PGQP.

Neste capítulo, analisaremos o processo de fabricação de um componente dos freios Master, chamado “spider”, em que doze Variáveis de Processo (VP) são controladas através de CEP. O “spider” é o componente central ao qual todas as outras peças do freio são acopladas; é uma peça fundida. Na Figura 25, apresenta-se o freio montado e decomposto, cujo destaque em vermelho é o componente “spider”.



FIGURA 25 - Freio Master decomposto. O componente “spider” aparece em vermelho
 Fonte: Adaptado do Catálogo do Produto

4.2 PROCESSO

Na Figura 26, apresenta-se o fluxograma de processo das fases de produção do “spider” controladas por CEP; abaixo de cada operação, encontra-se o número de VP sob análise.

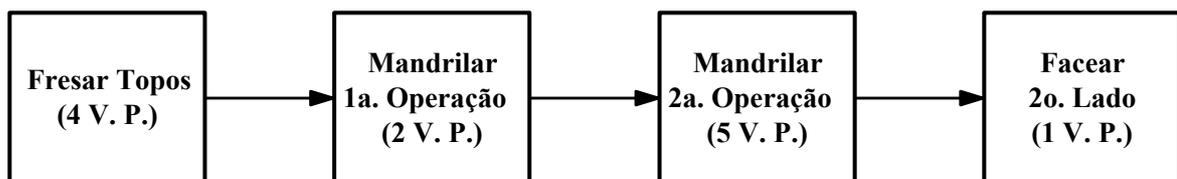


FIGURA 26 - Fluxograma parcial do processo de produção do “spider”
 Fonte: Adaptado do Fluxograma de Processo (Material da Empresa)

Na primeira operação, Fresar Topos, o operário recebe o fundido com suas dimensões especificadas e a informação do tipo de freio a que se destina, desbasta a face de apoio e ajusta a peça na fresa. Quando a fresa entra em funcionamento, a peça é levada de encontro a dois discos circulares que reduzem a espessura da ancoragem até sua medida padrão; posteriormente, o operário retira manualmente a peça e a ajusta, em outro suporte, para que a espessura do came seja trabalhada da mesma forma que a espessura da ancoragem o foi. Na Figura 27, apresentam-se as estruturas modificadas na operação de fresamento.

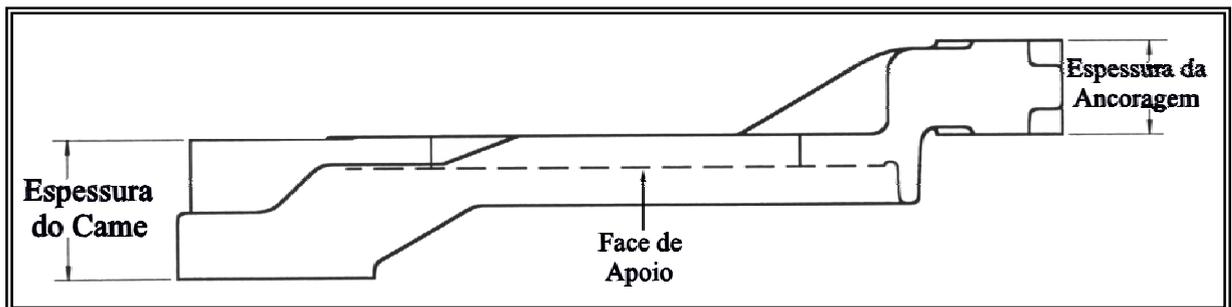


FIGURA 27 - Identificação da estruturas modificadas na operação de fresamento

Fonte: Adaptado do Plano de Controle (Material da Empresa)

Na segunda fase, Mandrilar – 1ª operação, o operário centra a peça na máquina-ferramenta. Esta possui um eixo que desbasta o diâmetro interno do came e executa o diâmetro final do rebaixo do suporte, assim como sua profundidade. Na Figura 28, apresentam-se as estruturas modificadas na operação mandrilagem (1ª operação).

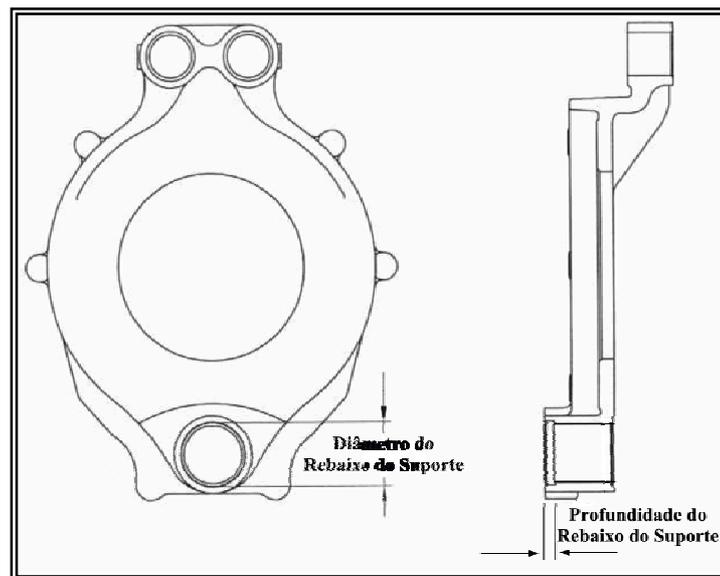


FIGURA 28 - Identificação da estruturas modificadas na operação de mandrilagem (1ª parte)

Fonte: Adaptado do Plano de Controle (Material da Empresa)

Na terceira fase, mandrilar – 2ª operação, a peça é centrada em outra mandriladora que possui três eixos; um executará a abertura do diâmetro final do came e o diâmetro final do rebaixo do retentor e a sua profundidade; os outros dois eixos procedem a abertura dos diâmetros finais da ancoragem esquerda e da ancoragem direita; os três fusos trabalham simultaneamente. Na Figura 29, apresentam-se as estruturas modificadas na operação mandrilagem (2ª operação).

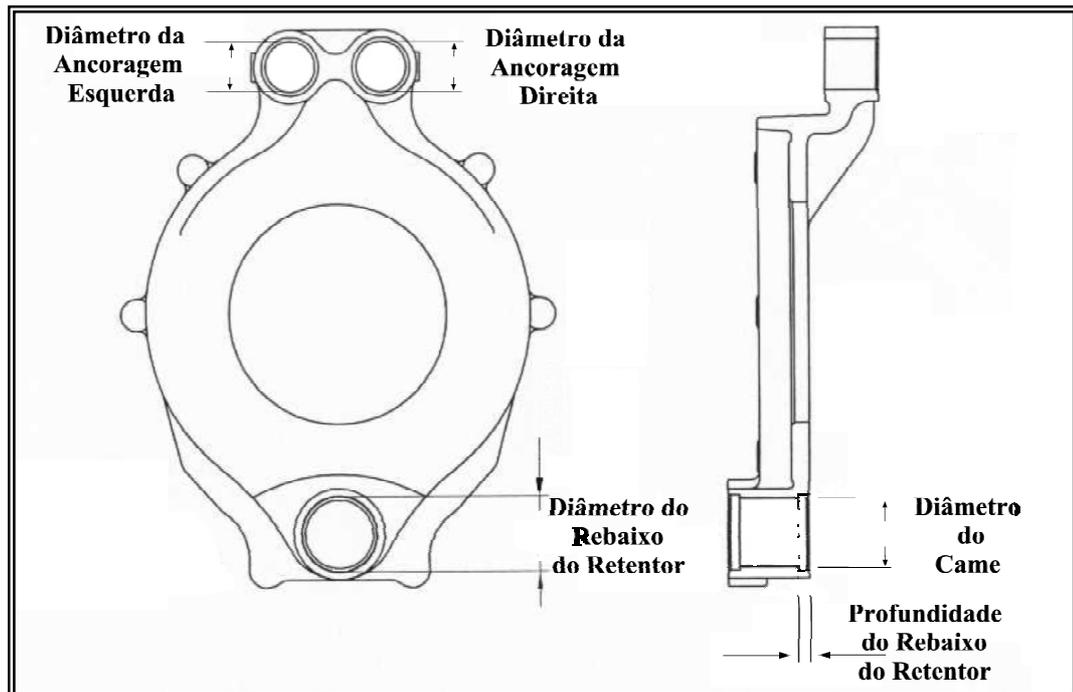


FIGURA 29 - Identificação da estruturas modificadas na operação de mandrilagem (2ª parte)
Fonte: Adaptado do Plano de Controle (Material da Empresa)

Na última operação, Facear 2º lado, a altura da face de apoio é reduzida pelo lado mais próximo da ancoragem, como pode ser visto na Figura 30.

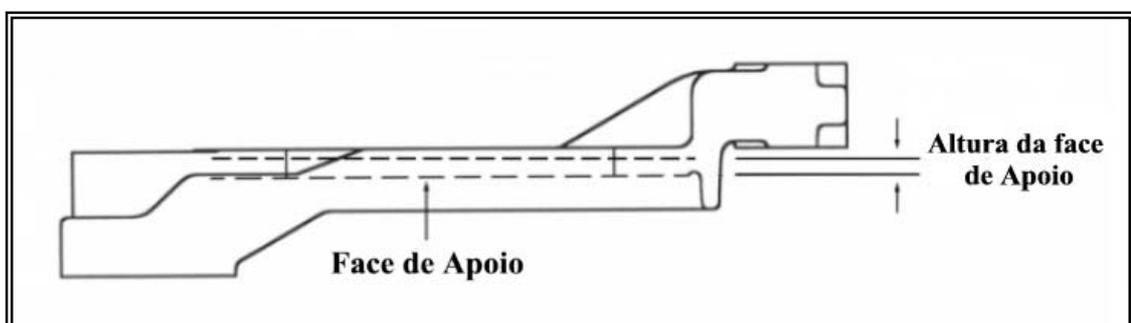


FIGURA 30 - Identificação da estrutura modificada na operação de facear segundo lado
Fonte: Adaptado do Plano de Controle (Material da Empresa)

4.3 VARIÁVEIS DE PROCESSO E ESTRUTURA DE CORRELAÇÕES

Todas as variáveis apresentam especificações bilaterais e valor alvo no ponto médio entre os limites de especificações. Foram colhidos 105 dados de cada variável de processo, os quais encontram-se no Apêndice C.

As variáveis da operação de fresamento (Figura 31) são:

- *VP1*: Altura da Face de Apoio até a Ancoragem. Método de avaliação: traçador digital. Especificações: $62,992 \pm 0,380$ mm.
- *VP2*: Altura da Ancoragem até o Came. Método de avaliação: traçador digital. Especificações: $51,054 \pm 0,380$ mm.
- *VP3*: Espessura do Came. Método de avaliação: calibrador de boca. Especificações: $56,388 \pm 0,381$ mm.
- *VP4*: Espessura de Ancoragem. Método de avaliação: calibrador de boca com relógio. Especificações: $37,592 \pm 0,254$ mm.

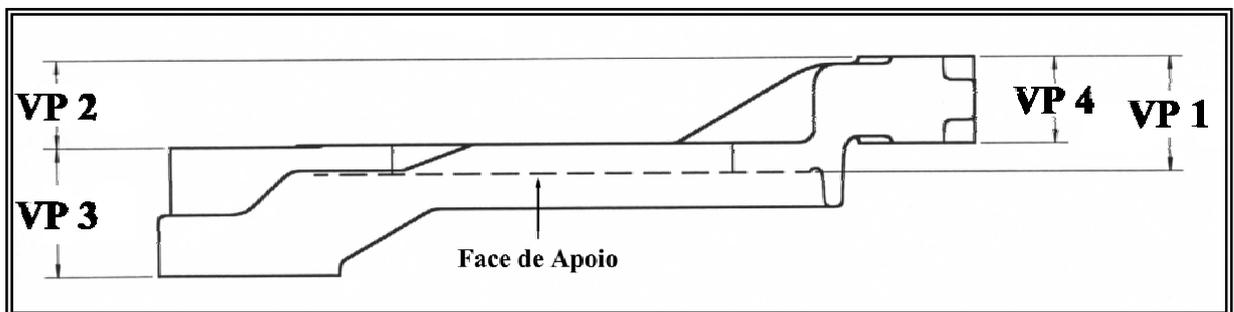


FIGURA 31 - Variáveis controladas na operação de fresamento

Fonte: Adaptado do Plano de Controle (Material da Empresa)

No processo de mandrilagem (1ª operação), duas variáveis de processo (Figura 32) são controladas através de controle estatístico de processo:

- *VP5*: Diâmetro do Rebaixo do Suporte. Método de avaliação: coluna eletrônica. Especificações: $52,26 \pm 0,06$ mm.
- *VP6*: Profundidade do Rebaixo do Suporte. Método de avaliação: paquímetro. Especificações: $7,924 \pm 0,380$ mm.

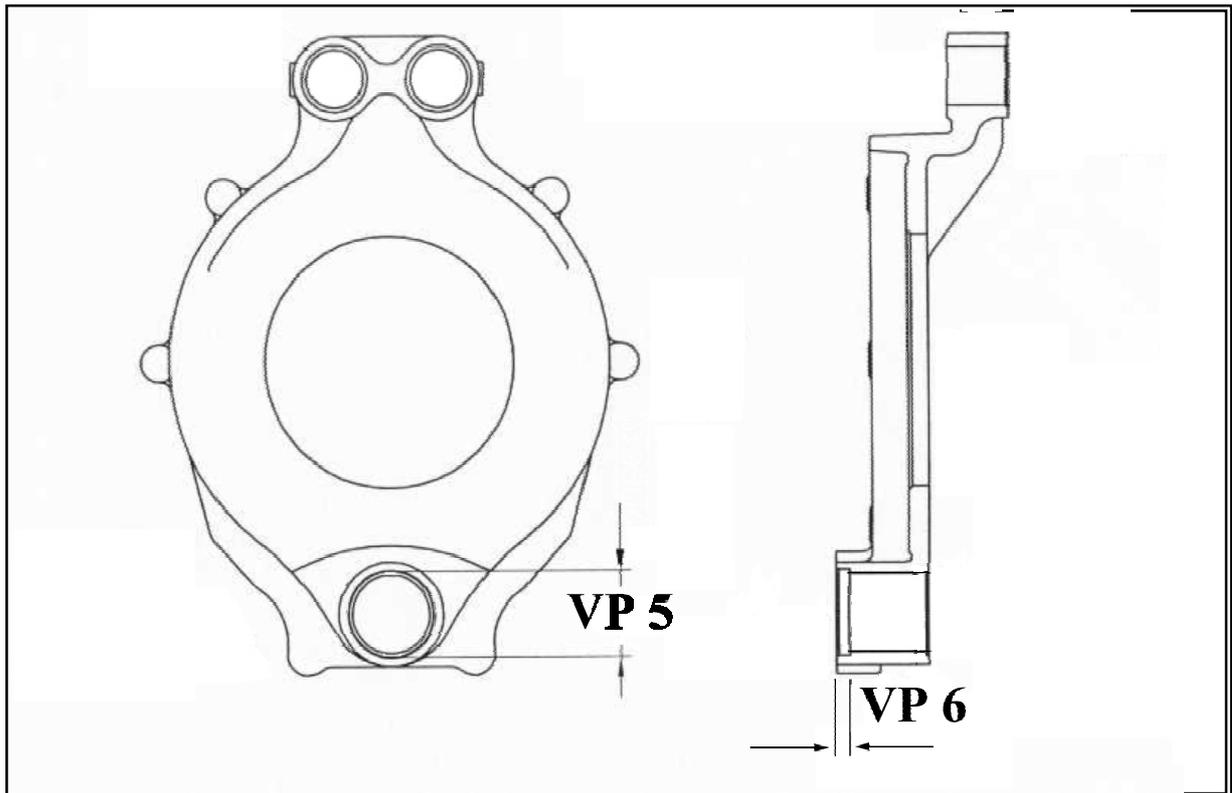


FIGURA 32 - Variáveis controladas na operação de mandrilar (1ª operação)

Fonte: Adaptado do Plano de Controle (Material da Empresa)

No processo de mandrilagem (2ª operação), cinco variáveis de processo (Figura 33) são controladas através de controle estatístico de processo:

- *VP7*: Diâmetro do Rebaixo do Retentor. Método de avaliação: coluna eletrônica. Especificações: $52,26 \pm 0,06$ mm.
- *VP8*: Profundidade do Rebaixo Retentor. Método de avaliação: paquímetro. Especificações: $8,712 \pm 0,380$ mm.
- *VP9*: Diâmetro do Came. Método de avaliação: coluna eletrônica. Especificações: $47,625 \pm 0,038$ mm.
- *VP10*: Diâmetro da Ancoragem Esquerda. Método de avaliação: coluna eletrônica. Especificações: $34,917 \pm 0,032$ mm.
- *VP11*: Diâmetro da Ancoragem Direita. Método de avaliação: coluna eletrônica. Especificações: $34,917 \pm 0,032$ mm.

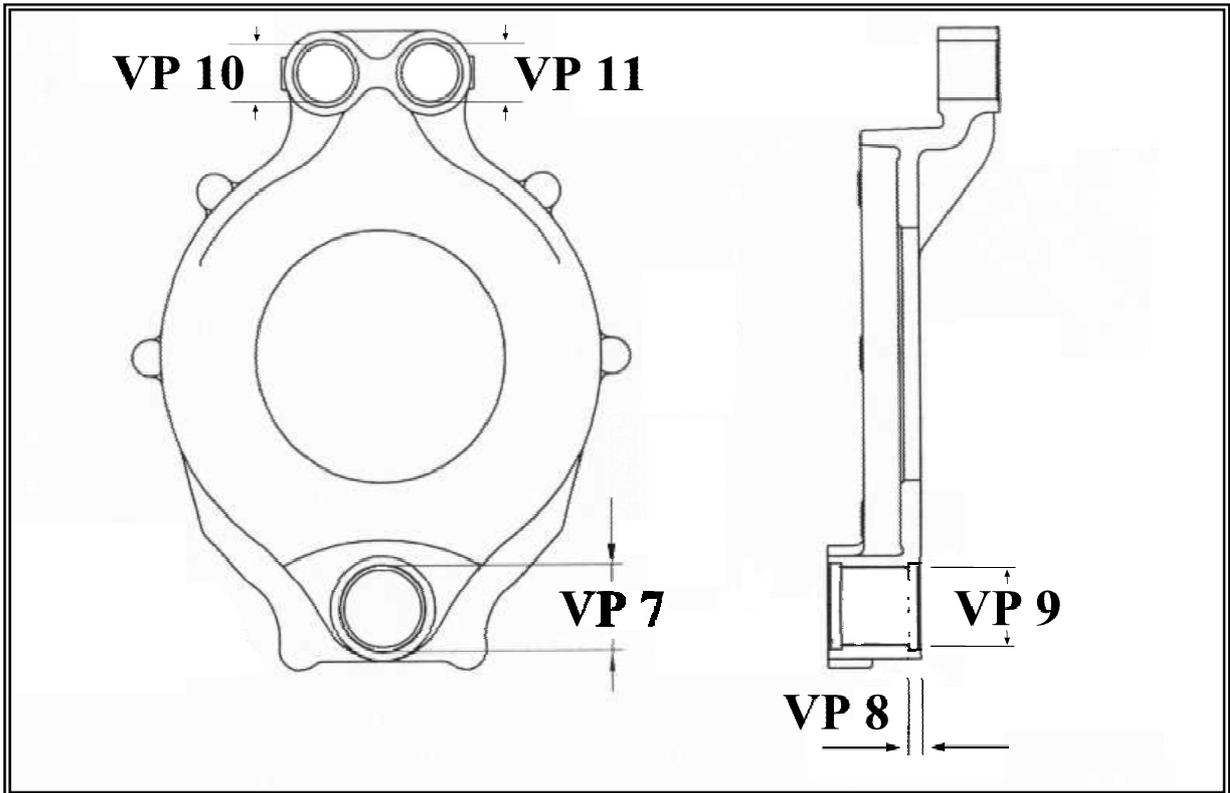


FIGURA 33 - Variáveis controladas na operação de mandrilar (2ª operação)
 Fonte: Adaptado do Plano de Controle (Material da Empresa)

No processo de faceamento, uma única variável de processo é controlada (Figura 34) através de controle estatístico de processo:

- *VP12*: Espessura Final da Face de Apoio. Método de avaliação: paquímetro.
 Especificações: $11,494 \pm 0,393$ mm.

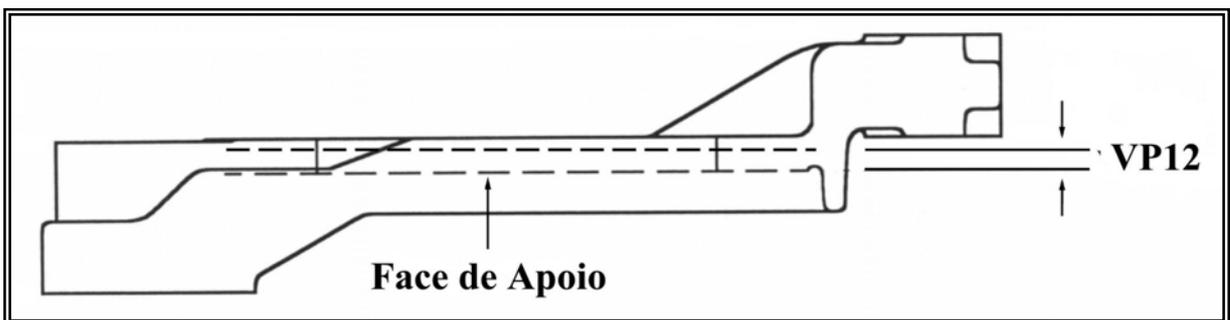


FIGURA 34 - Variável controlada na operação facear segundo lado
 Fonte: Adaptado do Plano de Controle (Material da Empresa)

Os resultados da verificação de correlações entre as VP são apresentados na Tabela 19; esses foram obtidos através do programa SPSS (1999). Os destaques em vermelho e verde denotam correlações significativas ao nível de significância de 0,01 e 0,05, respectivamente.

TABELA 19 - Matriz de Correlação das VP

	<i>VP2</i>	<i>VP3</i>	<i>VP4</i>	<i>VP5</i>	<i>VP6</i>	<i>VP7</i>	<i>VP8</i>	<i>VP9</i>	<i>VP10</i>	<i>VP11</i>	<i>VP12</i>
<i>VP1</i>	0,4002 (0,01)	0,1547	0,0595	0,1360	0,1191	0,1508	-0,0337	-0,0208	-0,1198	-0,1694	0,1507
<i>VP2</i>		0,3550 (0,01)	0,1656	0,0624	0,2300 (0,05)	0,1764	-0,1141	0,0042	-0,0146	-0,0527	0,0035
<i>VP3</i>			0,3632 (0,01)	0,0102	-0,0954	0,3567 (0,01)	-0,0023	0,2085 (0,05)	-0,1391	-0,1992 (0,05)	-0,1945 (0,05)
<i>VP4</i>				-0,1035	0,0051	0,3432 (0,01)	0,0010	0,0835	-0,2290 (0,05)	-0,2012 (0,05)	-0,1499
<i>VP5</i>					-0,1455	0,3077 (0,01)	-0,1463	-0,0642	0,1069	0,1228	-0,1272
<i>VP6</i>						-0,0642	-0,0836	0,0777	-0,0920	-0,1804	0,1233
<i>VP7</i>							-0,1685	-0,0004	0,0471	0,0321	-0,3260 (0,01)
<i>VP8</i>								0,0635	-0,0755	-0,0568	-0,0202
<i>VP9</i>									0,1965 (0,05)	0,1273	0,0231
<i>VP10</i>										0,9281 (0,01)	0,1389
<i>VP11</i>											0,1191

Fonte: Pesquisador

A estrutura de correlações das VP é apresentada na Figura 35. Os conectores nas cores azul e vermelho significam correlações positivas e negativas, respectivamente. O tamanho da seta é diretamente proporcional em nível de significância da correlação (0,01 – 0,05). A cor no interior das elipses representa um tipo de operação; assim, a cor verde representa Fresar Topos, amarelo representa Mandrilar (1ª Operação), e a cor turquesa e rosa claro representam, respectivamente, Mandrilar (2ª Operação) e Facear 2º Lado. A inexistência de conector entre elipses denota correlação não significativa entre as variáveis que representam.

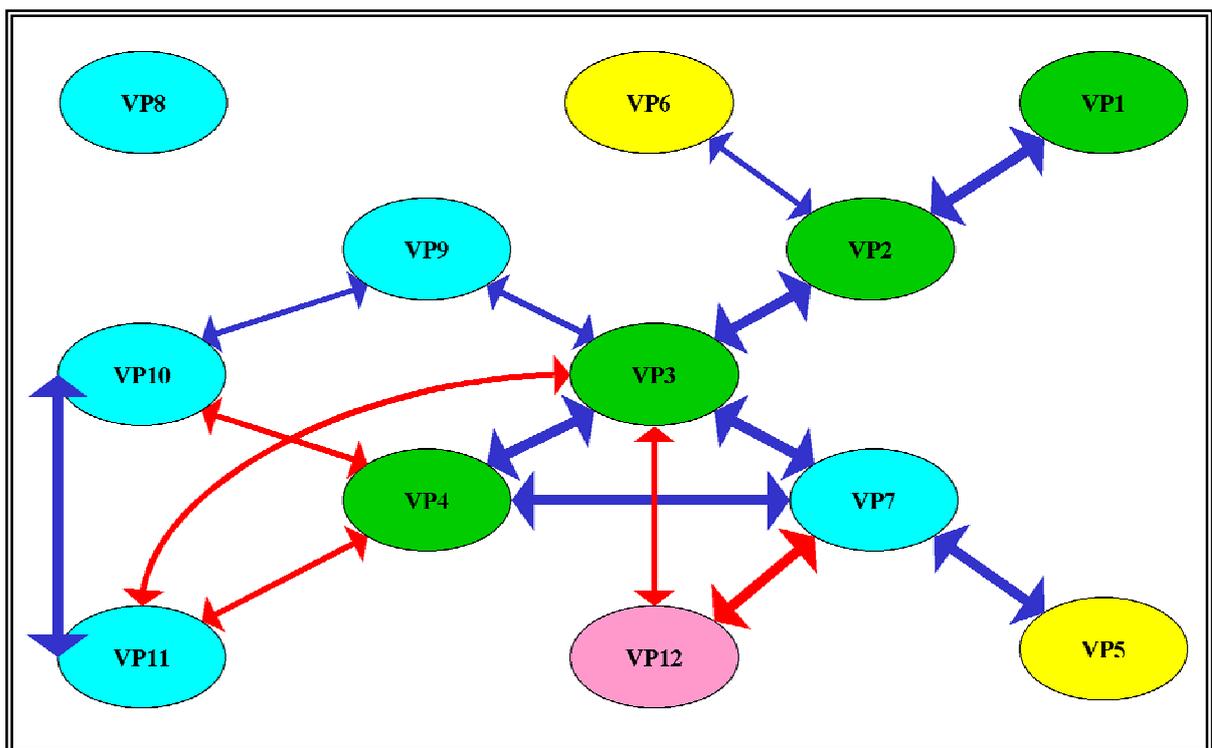


FIGURA 35 - Estrutura de correlações entre as VP sob análise

Fonte: Pesquisador

Os desenhos do componente “spider” revelam a existência de combinações lineares entre alturas e espessuras, ainda que, na amostra estudada, não tenham sido detectadas pelos coeficientes de correlação apurados. As relações físicas entre as VP indicam a existência de variações simultâneas de diâmetros, rebaxos e profundidades da peça em estudo. Destaca-se a correlação existente entre as variáveis *VP10* e *VP11*.

4.4 VERIFICAÇÃO DA NORMALIDADE UNIVARIADA

Na Tabela 20, apresentam-se os resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov, que verifica o ajuste dos dados a uma distribuição normal. Os resultados foram obtidos através do programa Statgraphics 2.1 (1995).

TABELA 20 - Teste de Ajuste à Distribuição Normal

Variáveis de Processo	Distância Mínima	Valor de p	Classificação
<i>VP1</i>	0,0734984	0,621892	Normal
<i>VP2</i>	0,0892293	0,376991	Normal
<i>VP3</i>	0,0802008	0,522587	Normal
<i>VP4</i>	0,0894861	0,373339	Normal
<i>VP5</i>	0,0986905	0,258947	Normal
<i>VP6</i>	0,113969	0,13076	Normal
<i>VP7</i>	0,0660494	0,749419	Normal
<i>VP8</i>	0,0689589	0,70019	Normal
<i>VP9</i>	0,0974666	0,272385	Normal
<i>VP10</i>	0,0728324	0,633381	Normal
<i>VP11</i>	0,0877077	0,399162	Normal
<i>VP12</i>	0,108089	0,172045	Normal

Fonte: Pesquisador

Nota-se que todas as variáveis de processo apresentam um valor de p maior que 0,10, logo não se pode rejeitar, com 90% de confiabilidade, a hipótese de que cada variável se ajusta a uma distribuição normal.

4.5 RESULTADOS DOS ÍNDICES UNIVARIADOS DE AVALIAÇÃO DE PROCESSO

Considerando-se que não se pode rejeitar a hipótese de que todas as variáveis se ajustam à distribuição normal e que o valor meta para os índices é de pelo menos 1,33, na Tabela 21, mostram-se os resultados dos índices univariados de capacidade de processo.

TABELA 21 - Índices de Capacidade de Processo

Variáveis de Processo	C_P		C_{PK}	C_{PM}		C_{PMK}	k
	Estimativa Pontual	Limite Inferior	Estimativa Pontual	Estimativa Pontual	Limite Inferior	Estimativa Pontual	Estimativa Pontual
<i>VP1</i>	3,47	2,95	3,42	3,44	2,92	3,39	0,01
<i>VP2</i>	2,43	2,05	2,09	1,71	1,44	1,47	0,14
<i>VP3</i>	3,29	2,78	3,24	3,26	2,75	3,21	0,01
<i>VP4</i>	1,90	1,61	1,84	1,87	1,59	1,81	0,03
<i>VP5</i>	2,60	2,19	2,58	2,60	2,19	2,58	0,01
<i>VP6</i>	1,83	1,58	1,75	1,78	1,54	1,70	0,04
<i>VP7</i>	2,86	2,42	2,75	2,70	2,28	2,59	0,04
<i>VP8</i>	1,89	1,63	1,77	1,78	1,54	1,67	0,06
<i>VP9</i>	2,38	2,00	2,35	2,37	2,00	2,35	0,01
<i>VP10</i>	2,16	1,80	1,84	1,57	1,31	1,34	0,15
<i>VP11</i>	2,45	2,03	2,14	1,79	1,48	1,56	0,13
<i>VP12</i>	3,53	2,89	3,19	2,48	2,03	2,24	0,10

Fonte: Pesquisador

Os valores dos índices de capacidade, que constam na Tabela 21, são considerados excelentes. O limite de confiança inferior de C_P e C_{PK} da *VP6*, que apresenta os piores resultados, indicam a produção de, no máximo, 1 peça não conforme a cada 85.000 produzidas ($\alpha = 5\%$).

Os valores do fator k das variáveis *VP1*, *VP3*, *VP5*, *VP9*, *VP7*, *VP6*, *VP8* e *VP12* são considerados muito bons ($k \leq 0,125$), conforme a escala de classificação de *Fon* (1980). Os

valores para $VP10$, $VP2$ e $VP11$ são considerados bons ($0,125 < k \leq 0,250$). Avaliando-se C_P e k , conclui-se que não existem problemas quanto a descentralização de processo ou mesmo quanto a amplitude de variação.

Os valores de C_{PM} e C_{PMK} , que aparecem na Tabela 21, devem ser comparados com resultados anteriores e com os que os sucederão, de acordo princípios da contínua melhoria.

Apresentam-se, na Tabela 22, os índices univariados de desempenho de processo.

TABELA 22 - Índices de Desempenho de Processo

Variáveis de Processo	P_P		P_{PK}		P_{PM}		P_{PMK}	
	Estimativa Pontual	Limite Inferior						
$VP1$	2,58	2,28	2,49	2,20	2,49	2,20	2,41	2,24
$VP2$	1,59	1,41	1,41	1,24	1,39	1,23	1,22	1,18
$VP3$	1,98	1,75	1,97	1,74	1,98	1,75	1,97	1,75
$VP4$	1,38	1,22	1,36	1,20	1,38	1,22	1,36	1,22
$VP5$	1,74	1,54	1,65	1,46	1,68	1,49	1,60	1,47
$VP6$	1,56	1,38	1,51	1,33	1,54	1,37	1,50	1,37
$VP7$	1,87	1,65	1,85	1,63	1,86	1,65	1,85	1,65
$VP8$	1,55	1,37	1,45	1,28	1,49	1,31	1,39	1,27
$VP9$	1,41	1,25	1,36	1,19	1,39	1,23	1,34	1,23
$VP10$	1,09	0,97	1,05	0,92	1,08	0,96	1,04	0,96
$VP11$	1,08	0,96	1,01	0,88	1,05	0,93	0,98	0,93
$VP12$	1,60	1,42	1,53	1,35	1,57	1,39	1,49	1,39

Fonte: Pesquisador

Os valores menores que 1,33 foram destacados em vermelho. As variáveis $VP10$ e $VP11$ apresentam um desempenho insuficiente; as variáveis $VP2$, $VP4$, $VP8$ e $VP9$ apresentam estimativas pontuais satisfatórias; no entanto, seus limites de confiança inferiores ($\alpha = 5\%$) estão abaixo do valor de referência.

Apresentam-se, na Tabela 23, os valores do fator k considerando os índices univariados de desempenho de processo.

TABELA 23 – Valores do fator k associados aos índices de desempenho de processo

Variável de Processo	VP2	VP11	VP8	VP5	VP10	VP12	VP9	VP6	VP1	VP4	VP7	VP3
k (Estimativa Pontual)	0,121	0,083	0,066	0,052	0,052	0,049	0,048	0,036	0,035	0,016	0,012	0,006

Fonte: Pesquisador

Os valores do fator k para todas as variáveis são considerados muito bons ($k \leq 0,125$). Avaliando-se P_P e k , conclui-se que não existem problemas quanto a descentralização de processo, porém, quanto a amplitude de variação, as variáveis $VP10$, $VP11$, $VP4$ e $VP9$ apresentam indícios de problemas for falta de precisão.

Os valores de P_{PM} e P_{PMK} , que aparecem na Tabela 23, devem ser comparados com resultados anteriores e com os que os sucederão, de acordo princípios da contínua melhoria.

4.5.1 Índices de Produto

Este método é recomendado para situações em que não exista correlação entre as características de qualidade; logo, não pode ser aplicado às VP deste estudo de caso. Porém, será usado na avaliação dos componentes principais, visto que os PC apresentam-se não correlacionados e com, aproximadamente, a mesma variabilidade das VP.

4.6 RESULTADOS DOS ÍNDICES MULTIVARIADOS DE AVALIAÇÃO DE PROCESSO

4.6.1 MC_{pm} (Taam *et al.*, 1993)

A aplicação do índice multivariado MC_{pm} , definida pela equação (128), neste estudo de caso, é impraticável, uma vez que o cálculo da região de especificação modificada (R_I) é possível para até três dimensões, isto é, no máximo três variáveis em estudo; o “spider” possui doze variáveis controladas, o que torna impossível a aplicação deste índice.

4.6.2 Análise através dos Componentes Principais

A análise de componentes principais foi realizada com os dados das variáveis em estudo padronizados, visto que possuem escalas diferentes (o mesmo resultado pode ser obtido usando-se a matriz de correlação). Os resultados dos PC, obtidos através do software Statgraphics 2.1 (1995), são apresentados na Tabela 24.

TABELA 24 – PC, Autovalores, Variância Percentual e Acumulada

Componentes Principais	Autovalor	Variância Percentual	Percentual Acumulado
<i>PC1</i>	2,41377	20,115	20,115
<i>PC2</i>	1,93425	16,119	36,234
<i>PC3</i>	1,51880	12,657	48,890
<i>PC4</i>	1,32805	11,067	59,957
<i>PC5</i>	1,00308	8,359	68,316
<i>PC6</i>	0,850409	7,087	75,403
<i>PC7</i>	0,79986	6,666	82,068
<i>PC8</i>	0,710002	5,917	87,985
<i>PC9</i>	0,550503	4,588	92,573
<i>PC10</i>	0,485556	4,046	96,619
<i>PC11</i>	0,34475	2,873	99,492
<i>PC12</i>	0,0609726	0,508	100,000

Fonte: Pesquisador

Serão escolhidos os PC cujos autovalores são maiores do que 1. Assim, os primeiros cinco PC, que capturam cerca de 70% da variabilidade das variáveis de processo, são retidos às análises que seguem.

As correlações entre os PC selecionados e as variáveis em estudo são apresentadas na Tabela 25. Os destaque em vermelho e verde indicam correlações significativas ao nível α de 0,01 e 0,05, respectivamente. Os resultados foram obtidos através do programa SPSS (1999).

TABELA 25 - Correlações VP x PC Selecionados

Variáveis de Processo	<i>PC1</i>	<i>PC2</i>	<i>PC3</i>	<i>PC4</i>	<i>PC5</i>
<i>VP1</i>	0,3939	0,1470	0,5740	-0,2191	0,4342
<i>VP2</i>	0,4496	0,3326	0,5661	0,0072	0,0834
<i>VP3</i>	0,6124	0,3785	-0,0575	0,3518	0,1408
<i>VP4</i>	0,5795	0,1786	-0,1616	0,3465	-0,1634
<i>VP5</i>	0,0144	0,4851	-0,0930	-0,5757	0,2003
<i>VP6</i>	0,1576	-0,2178	0,5834	0,0779	-0,4911
<i>VP7</i>	0,4276	0,6531	-0,2089	-0,1326	-0,1202
<i>VP8</i>	-0,0383	-0,2860	-0,2024	0,3912	0,6583
<i>VP9</i>	-0,0428	0,2321	0,1111	0,6911	-0,0395
<i>VP10</i>	-0,7036	0,6144	0,1575	0,1736	-0,0156
<i>VP11</i>	-0,7330	0,5944	0,0715	0,1284	0,0084
<i>VP12</i>	-0,3197	-0,2261	0,6031	0,0615	0,1736

Fonte: Pesquisador

Uma vez que os autovalores dos PC não selecionados (*PC6*, *PC7*, *PC8*, *PC9*, *PC10*, *PC11* e *PC12*) são menores do que 1 e que a variância das VP é unitária, as correlações PC(não selecionados) x VP, definidas pela equação (132), deixam de ser significativas.

Na Tabela 26, apresentam-se os coeficientes dos autovetores que associam os componentes principais selecionados às variáveis em estudo. Os valores foram obtidos através do programa Statgraphics 2.1 (1995).

TABELA 26 – Coeficientes das Variáveis de Processo que compõem cada Componente Principal Selecionado

Variáveis de Processo	<i>PC1</i>	<i>PC2</i>	<i>PC3</i>	<i>PC4</i>	<i>PC5</i>
<i>VP1</i>	0,2535470	0,1056990	0,4657400	-0,1901000	0,43357000
<i>VP2</i>	0,2893620	0,2391650	0,4593170	0,0062477	0,08328000
<i>VP3</i>	0,3941690	0,2721260	-0,0466427	0,3052860	0,14055900
<i>VP4</i>	0,3730010	0,1284130	-0,1310880	0,3006400	-0,16311900
<i>VP5</i>	0,0092642	0,3488110	-0,0754500	-0,4995580	0,19998600
<i>VP6</i>	0,1014210	-0,1565830	0,4733750	0,0675993	-0,49031200
<i>VP7</i>	0,2752030	0,4696020	-0,1695270	-0,1150310	-0,11998900
<i>VP8</i>	-0,0246620	-0,2056420	-0,1642000	0,3394720	0,65726600
<i>VP9</i>	-0,0275303	0,1668810	0,0901096	0,5997330	-0,03948520
<i>VP10</i>	-0,4528700	0,4417710	0,1278080	0,1506600	-0,01558440
<i>VP11</i>	-0,4717900	0,4273540	0,0580313	0,1114170	0,00839726
<i>VP12</i>	-0,2057490	-0,1626050	0,4893420	0,0533436	0,17334500

Fonte: Pesquisador

Nas colunas da Tabela 26, excetuando-se a primeira, são apresentados os autovetores dos PC. De outra forma, cada linha dessa tabela, excetuando-se a primeira, contém os coeficientes dos PC que formam uma VP. Os escores de *PC1*, por exemplo, são calculados a partir de $0,2535470 \times VP1 + 0,2893620 \times VP2 + \dots - 0,205749 \times VP12$. Da mesma forma, as observações de uma VP serão totalmente recuperadas a partir dos escores dos 12 PC. Os componentes principais não apresentam correlações entre si.

A hipótese de que os PC se ajustam a uma distribuição normal não é rejeitada pela teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S), ao nível de confiabilidade de 90%. Os resultados obtidos através do programa Statgraphics 2.1 (1995) podem ser vistos na Tabela 27.

TABELA 27 - Teste de Ajustamento à Distribuição Normal

Componentes Principais	Distância Máxima	Valor P
<i>PC1</i>	0,0758733	0,581195
<i>PC2</i>	0,054398	0,915178
<i>PC3</i>	0,0623605	0,808825
<i>PC4</i>	0,723907	0,641011
<i>PC5</i>	0,0625441	0,805891

Fonte: Pesquisador

Os limites de especificação e os valores alvo de todas as variáveis de processo em estudo foram, inicialmente, padronizados e, posteriormente, ajustados aos componentes principais. No cálculo do LEI de cada PC, foram usados os LEI de todas as variáveis em estudo, ponderados pelos coeficientes dos autovetores dos PC. Na Tabela 28, apresentam-se os limites de especificação, valores alvo e a média de cada PC selecionado.

TABELA 28 - Especificações e Média Amostral dos Componentes Principais Selecionados

Componentes Principais	LEI	Valor Alvo	LES	Média
<i>PC1</i>	-4,754	0,301	5,357	0,000
<i>PC2</i>	-9,643	-0,015	9,613	0,000
<i>PC3</i>	-8,413	0,016	8,446	0,000
<i>PC4</i>	-3,757	0,138	4,033	0,000
<i>PC5</i>	-5,975	-0,287	5,402	0,000

Fonte: Pesquisador

Os resultados dos ICP e índices globais de capacidade são apresentados na Tabela 29. Os limites inferiores foram calculados considerando um nível de significância de 5%. Os gráficos de controle univariados tipo $\bar{X} - s$ dos PC em estudo encontram-se no anexo deste trabalho. O valor do índice de capacidade global é excelente. O valor do fator k associado ao índice de capacidade global é considerado muito bom ($k \leq 0,125$). Avaliando-se MC_P e k ,

conclui-se que não existem problemas quanto a descentralização de processo ou mesmo quanto a amplitude de variação.

TABELA 29 - Índices de Capacidade de Processo dos PC Selecionados

Componentes Principais	C_P		C_{PK}	C_{PM}		C_{PMK}
	Estimativa Pontual	Limite Inferior	Estimativa Pontual	Estimativa Pontual	Limite Inferior	Estimativa Pontual
<i>PC1</i>	2,53	2,09	2,19	1,79	1,48	1,56
<i>PC2</i>	3,98	3,33	3,69	2,99	2,51	2,78
<i>PC3</i>	3,68	3,11	3,46	3,07	2,59	2,88
<i>PC4</i>	1,86	1,57	1,80	1,83	1,54	1,77
<i>PC5</i>	2,12	1,82	2,05	2,08	1,79	2,02
Capacidade Global	2,71	2,28	2,53	2,29	1,93	2,14

Fonte: Pesquisador

Os resultados dos IDP e índices globais de desempenho são apresentados na Tabela 30. Os limites inferiores foram calculados considerando um nível de significância de 5%. O valor do índice de desempenho global é considerado muito bom. O valor do fator k associado ao índice de capacidade global é classificado como muito bom ($k \leq 0,125$). Avaliando-se MP_P e k , conclui-se que não existem problemas quanto a descentralização de processo ou mesmo quanto a amplitude de variação.

TABELA 30 - Índices de Desempenho de Processo dos PC Selecionados

Componentes Principais	P_P		P_{PK}		P_{PM}		P_{PMK}	
	Estimativa Pontual	Limite Inferior						
<i>PC1</i>	1,08	0,96	1,02	0,89	1,06	0,94	1,00	0,94
<i>PC2</i>	2,31	2,04	2,30	2,04	2,31	2,04	2,30	2,04
<i>PC3</i>	2,28	2,02	2,28	2,01	2,28	2,02	2,28	2,02
<i>PC4</i>	1,13	1,00	1,09	0,95	1,12	0,99	1,08	0,99
<i>PC5</i>	1,89	1,68	1,80	1,59	1,82	1,61	1,73	1,57
Desempenho Global	1,65	1,46	1,60	1,42	1,63	1,44	1,58	1,43

Fonte: Pesquisador

4.6.3 Índices de Produto

Este método pode ser aplicado aos PC, visto que apresentam, aproximadamente, a mesma variabilidade das VP e por não estarem correlacionados. Dessa forma, conclusões sobre as VP podem ser feitas a partir dos PC.

No entanto, a planilha de cálculo Microsoft Excel (1997) revelou-se incapaz de oferecer resultados à variável normal padronizada (Z) considerando o percentual de peças conformes deste estudo. Os resultados foram obtidos a partir das tabelas em Bothe (1997). Na Tabela 31, apresentam-se os resultados obtidos a partir de PPM calculado por σ_{ST} .

TABELA 31 – Índice de capacidade global de processo a partir de PPM

PC	$Z_{LEI,ST}$	$P[PC_i < LEI]$	$Z_{LES,ST}$	$P[PC_i > LES]$	p'	P
PC1	7,12	$1,277 \times 10^{-12}$	8,03	-	$1,277 \times 10^{-12}$	0,999999999998723
PC2	13,24	-	13,20	-	-	1
PC3	11,03	-	11,07	-	-	1
PC4	5,40	$3,664 \times 10^{-08}$	5,78	$4,437 \times 10^{-09}$	$4,1077 \times 10^{-08}$	0,999999958923000
PC5	6,86	$6,664 \times 10^{-12}$	6,20	$3,835 \times 10^{-10}$	$3,9016 \times 10^{-10}$	0,99999999609836
P[todas as peças estarem dentro dos limites de especificação] =						0,999999958531559
PPM =						0,04168
$C_P Prod =$						1,83
$C_{PK} Prod =$						1,79

Fonte: Pesquisador

O valor do índice de capacidade global é excelente. O valor do fator k associado ao índice de capacidade global é considerado muito bom ($k \leq 0,125$). Avaliando-se MC_P e k , conclui-se que não existem problemas quanto à descentralização de processo ou mesmo quanto à amplitude de variação.

Na Tabela 32, apresentam-se os resultados obtidos a partir de PPM calculado por σ_{LT} .

TABELA 32 – Índice de desempenho global de processo a partir de PPM

PC	$Z_{LEI,ST}$	$P[PC_i < LEI]$	$Z_{LEI,ST}$	$P[PC_i > LES]$	p'	P
PC1	3,06	$1,107 \times 10^{-03}$	3,45	$2,826 \times 10^{-04}$	$1,389 \times 10^{-03}$	0,9986107683494
PC2	6,93	$2,065 \times 10^{-12}$	6,91	$2,407 \times 10^{-12}$	$4,472 \times 10^{-12}$	0,9999999999955
PC3	6,83	$4,375 \times 10^{-12}$	6,85	$3,630 \times 10^{-12}$	$8,005 \times 10^{-12}$	0,9999999999920
PC4	3,26	$5,574 \times 10^{-04}$	3,50	$2,332 \times 10^{-04}$	$7,906 \times 10^{-04}$	0,9992094432411
PC5	5,97	$1,219 \times 10^{-09}$	5,39	$3,468 \times 10^{-08}$	$3,590 \times 10^{-08}$	0,9999999640996
P[todas as peças estarem dentro dos limites de especificação] =						0,9978212740223
PPM =						2179
$P_p Prod =$						1,02
$P_{PK} Prod =$						0,95

Fonte: Pesquisador

O valor dos índices de desempenho globais são considerados de moderados a fracos. O valor do fator k associado aos índices de desempenho é considerado muito bom ($k \leq 0,125$). Avaliando-se MP_p e k , conclui-se que o processo está centrado no alvo, no entanto, existem problemas quanto à amplitude de variação.

4.6.4 Contribuição das VP nos Escores dos PC

Apresenta-se, na Tabela 33, os resultados da aplicação do método para quantificar as contribuições das VP aos escores dos PC – considerando-se todos os dados amostrais.

TABELA 33 - Contribuição média das VP aos escores dos PC

Variáveis de Processo	Contribuição Média às Situações de Fora de Controle	Contribuição Média às Situações de Sob Controle	Contribuição Média Global
<i>VP1</i>	0,99	1,35	1,25
<i>VP2</i>	0,90	0,81	0,84
<i>VP3</i>	0,79	0,81	0,81
<i>VP4</i>	0,67	0,79	0,76
<i>VP5</i>	0,91	0,94	0,93
<i>VP6</i>	0,76	1,36	1,19
<i>VP7</i>	0,80	0,78	0,79
<i>VP8</i>	0,88	1,48	1,31
<i>VP9</i>	1,10	0,73	0,83
<i>VP10</i>	1,06	0,70	0,80
<i>VP11</i>	1,10	0,56	0,71
<i>VP12</i>	1,03	0,67	0,77

Fonte: Pesquisador

Os resultados mostrados na Tabela 33 são apresentados nas Figuras 36, 37 e 38.

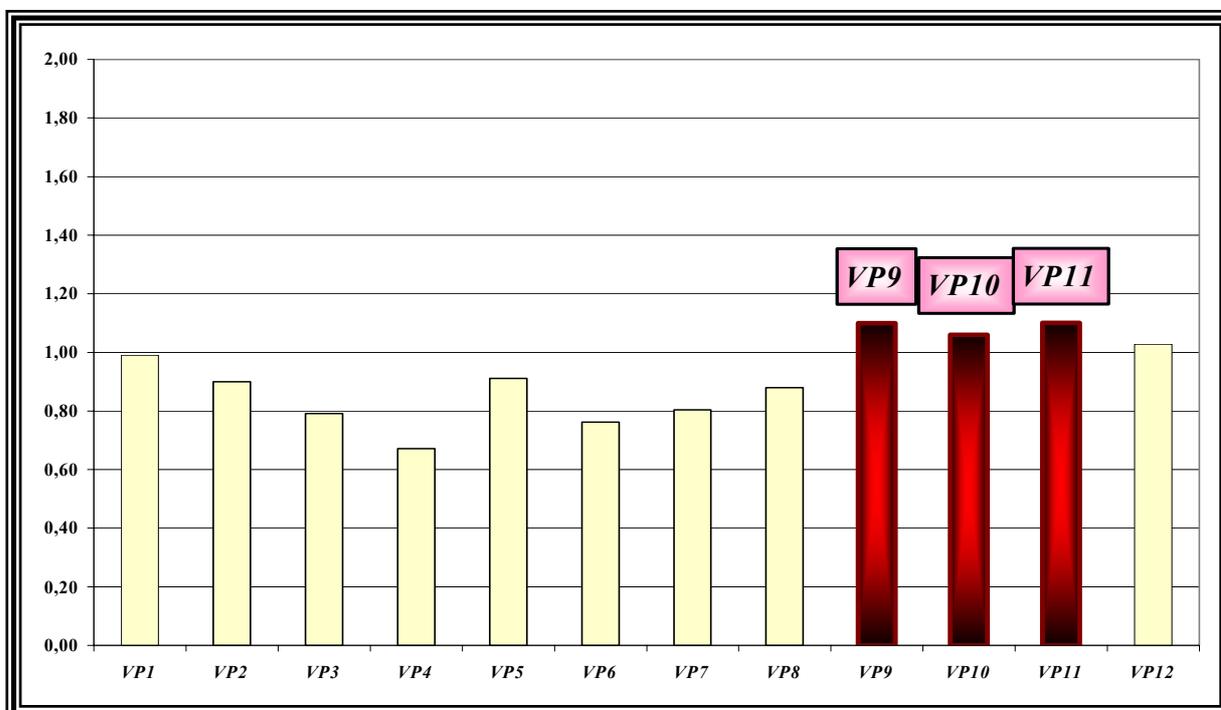


FIGURA 36 – Gráfico ilustrativo das contribuições médias das VP aos 145 escores com sinal de fora de controle dos PC

Fonte: Pesquisador

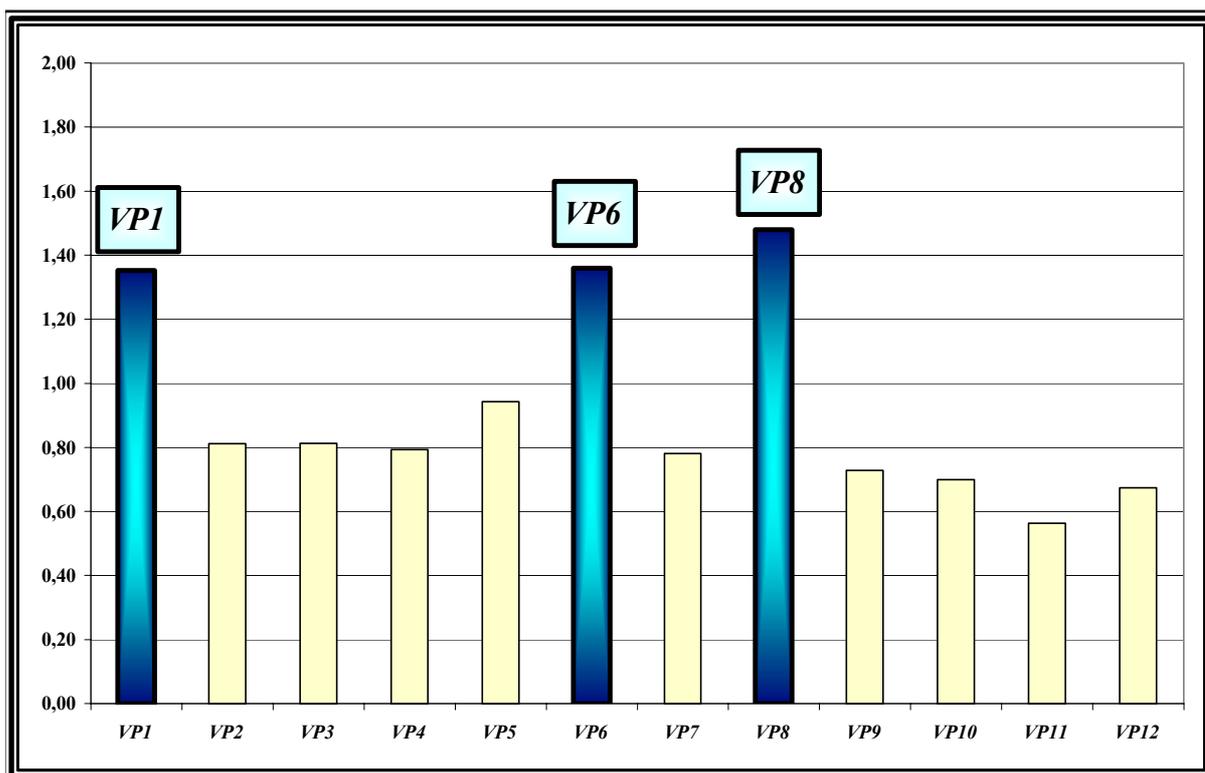


FIGURA 37 – Gráfico ilustrativo das contribuições médias das VP aos 380 escores sem sinal de fora de controle dos PC

Fonte: Pesquisador

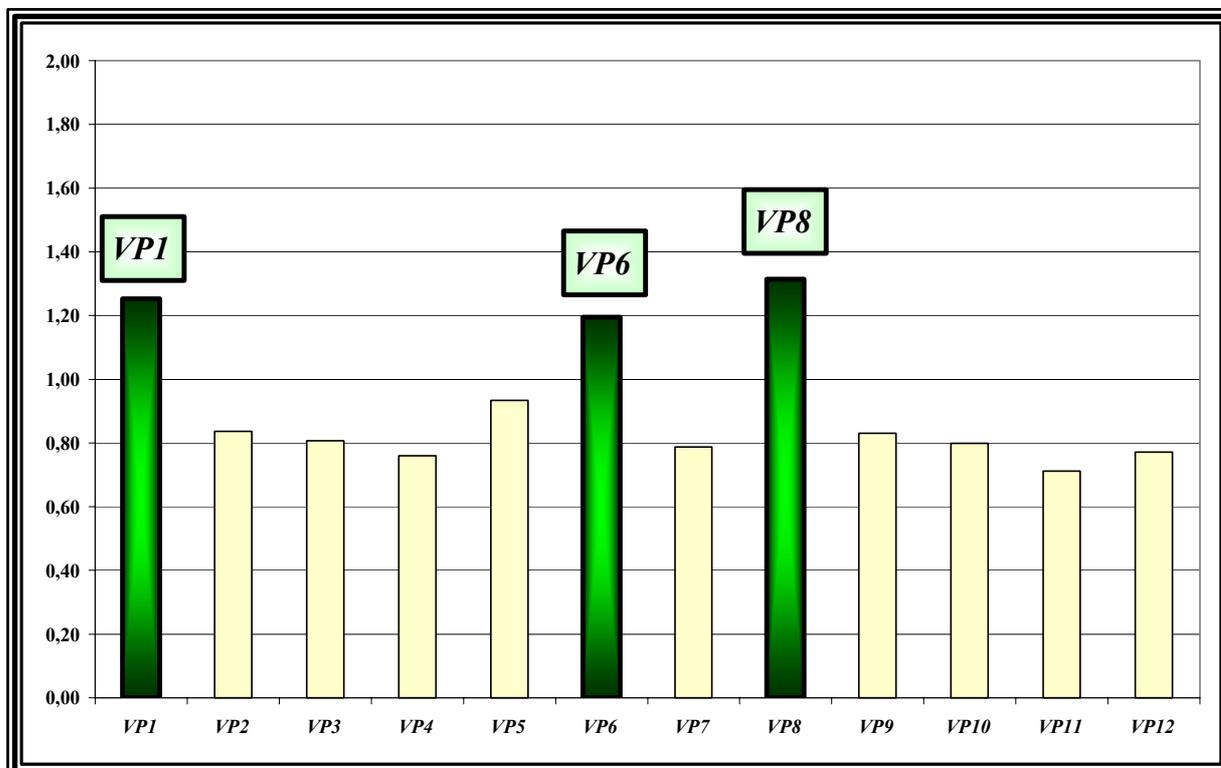


FIGURA 38 – Gráfico ilustrativo das contribuições médias das VP aos 525 escores dos PC

Fonte: Pesquisador

A classificação das VP quanto a suas contribuições apresenta dois cenários distintos. No primeiro, Figura 36, as variáveis de processo que, em média, mais contribuíram à formação dos escores com sinal de fora de controle nos PC são: *VP9*, *VP10* e *VP11*.

O segundo cenário, Figura 37, as variáveis de processo que, em média, mais contribuíram à formação dos escores sem sinal de fora de controle nos PC são: *VP8*, *VP6* e *VP1*.

No que tange, às contribuições médias globais, Figura 38, as variáveis *VP8*, *VP1* e *VP6* mais se destacaram. As contribuições aos escores sem sinal de fora de controle foram suficientemente fortes para manter no topo da lista as VP, que nessa categoria mais se destacaram.

Na Tabela 34, apresenta-se a classificação, em ordem decrescente, das variáveis de processo quanto a suas contribuições à variabilidade dos PC.

TABELA 34 – Classificação das VP quanto a suas contribuições aos escores dos PC

Escala de Classificação	Contribuição Média às Situações de Fora de Controle	Contribuição Média às Situações de Sob Controle	Contribuição Média Global
1°	<i>VP11</i>	<i>VP8</i>	<i>VP8</i>
2°	<i>VP9</i>	<i>VP6</i>	<i>VP1</i>
3°	<i>VP10</i>	<i>VP1</i>	<i>VP6</i>
4°	<i>VP12</i>	<i>VP5</i>	<i>VP5</i>
5°	<i>VP1</i>	<i>VP3</i>	<i>VP2</i>
6°	<i>VP5</i>	<i>VP2</i>	<i>VP9</i>
7°	<i>VP2</i>	<i>VP4</i>	<i>VP3</i>
8°	<i>VP8</i>	<i>VP7</i>	<i>VP10</i>
9°	<i>VP7</i>	<i>VP9</i>	<i>VP7</i>
10°	<i>VP3</i>	<i>VP10</i>	<i>VP12</i>
11°	<i>VP6</i>	<i>VP12</i>	<i>VP4</i>
12°	<i>VP4</i>	<i>VP11</i>	<i>VP11</i>

Fonte: Pesquisador

Considerando-se que as *VP8* e *VP6* apresentam os piores resultados nos índices C_p e C_{PK} ; entender-se-á que, neste estudo de caso, a avaliação univariada de capacidades está associada à variabilidade média apresentada nos escores sem sinal de fora de controle, não

obstante $VP1$ apresentar o maior C_{PK} . Suas variações têm como origem causas comuns, aleatórias.

Considerando-se que as variáveis $VP10$ e $VP11$ apresentam os piores resultados nos índices P_P e P_{PK} ; entender-se-á que, neste estudo de caso, a avaliação univariada de desempenho está associado à variabilidade média apresentada nos escores com sinal de fora de controle. Causas assinaláveis incidem sobre o comportamento dessas VP e devem ser investigadas.

Sugere-se que a operação mandrilar (2ª operação) seja, prioritariamente, estudada para se identificar quais fatores estão influenciando na variabilidade de $VP10$ e $VP11$. Posteriormente, um outro estudo de capacidade e de desempenho de processo deve ser realizado para verificar os resultados das ações implementadas, assim como a mudança na estrutura de correlações.

Na Figura 39, a partir da contribuição total (100%) de cada variável, identificam-se as contribuições associadas aos escores com e sem sinal de fora de controle dos PC selecionados.

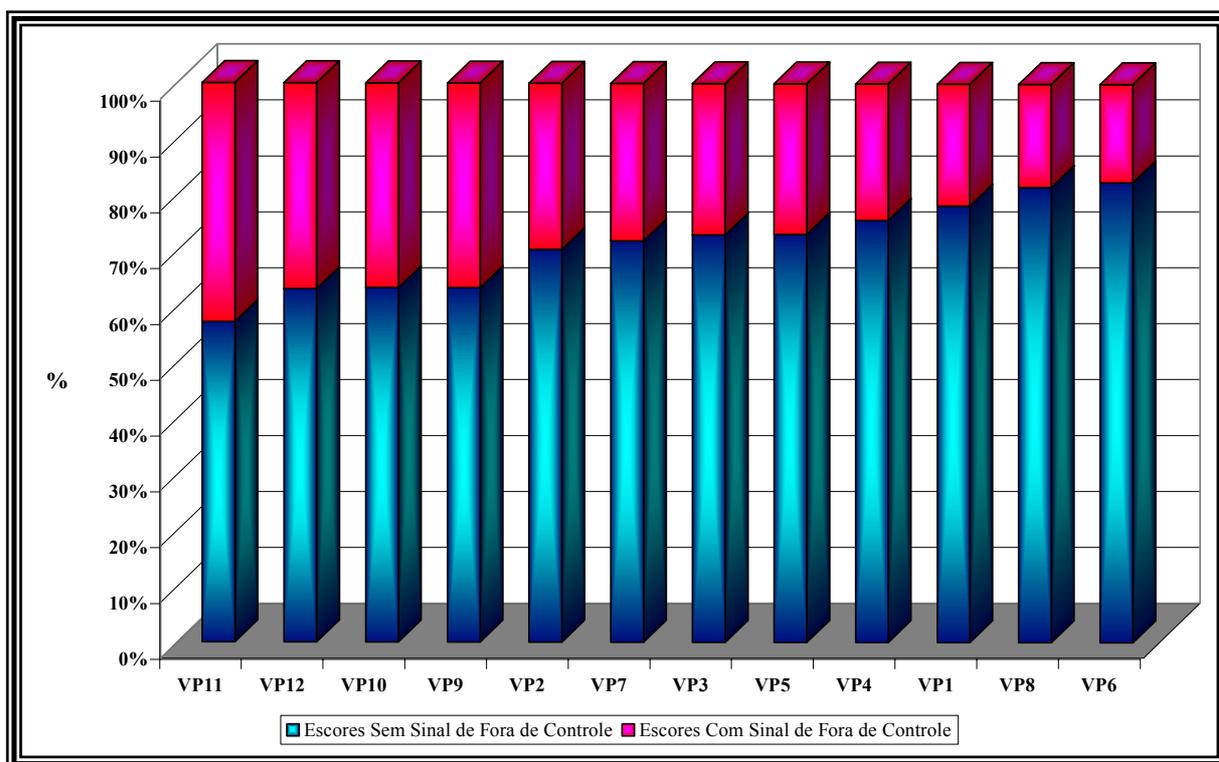


FIGURA 39 – Gráfico comparativo das contribuições de cada variável associadas aos escores dos PC selecionados

Fonte: Pesquisador

Verifica-se que, da contribuição total de *VP11*, 42,7% estão ligadas aos escores com sinal de fora de controle; aproximadamente 37% das contribuições de *VP12*, *VP10* e *VP9* estão associadas a esses escores. Cabe ressaltar que 27,6% do total das contribuições estão relacionados aos escores com sinal de fora de controle, enquanto 72,4% a outras. Na Tabela 35, apresentam-se valores e proporções das contribuições das VP à formação dos escores dos PC selecionados.

TABELA 35 – Valores totais e proporções das contribuições das VP na constituição dos escores dos PC

Variáveis de Processo	Contribuição Total	Contribuição aos Escores Sem Sinal de Fora Controle		Contribuição aos Escores Com Sinal de Fora Controle	
		Total	%	Total	%
<i>VP11</i>	373,64	213,95	57,3%	159,69	42,7%
<i>VP12</i>	404,96	255,87	63,2%	149,09	36,8%
<i>VP10</i>	419,56	265,87	63,4%	153,69	36,6%
<i>VP9</i>	436,06	276,53	63,4%	159,54	36,6%
<i>VP2</i>	439,26	308,72	70,3%	130,54	29,7%
<i>VP7</i>	413,63	297,04	71,8%	116,59	28,2%
<i>VP3</i>	423,85	309,09	72,9%	114,76	27,1%
<i>VP5</i>	490,53	358,32	73,0%	132,21	27,0%
<i>VP4</i>	399,03	301,61	75,6%	97,42	24,4%
<i>VP1</i>	657,42	513,90	78,2%	143,53	21,8%
<i>VP8</i>	689,86	562,31	81,5%	127,55	18,5%
<i>VP6</i>	627,20	516,79	82,4%	110,41	17,6%
Totais	5775,00	4180,00	72,4%	1595,00	27,6%

Fonte: Pesquisador

4.7 COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS

A comparação entre os resultados dos índices de univariados é apresentada na Tabela 36.

TABELA 36 - Comparação entre os resultados dos índices univariados de processo

Variáveis de Processo	Potencial (Estimativas Pontuais)				Efetivos (Estimativas Pontuais)			
	C_P	P_P	C_{PM}	P_{PM}	C_{PK}	P_{PK}	C_{PMK}	P_{PMK}
<i>VP1</i>	3,47	2,58	3,44	2,49	3,42	2,49	3,39	2,41
<i>VP2</i>	2,43	1,59	1,71	1,39	2,09	1,41	1,47	1,22
<i>VP3</i>	3,29	1,98	3,26	1,98	3,24	1,97	3,21	1,97
<i>VP4</i>	1,90	1,38	1,87	1,38	1,84	1,36	1,81	1,36
<i>VP5</i>	2,60	1,74	2,60	1,68	2,58	1,65	2,58	1,60
<i>VP6</i>	1,83	1,56	1,78	1,54	1,75	1,51	1,70	1,50
<i>VP7</i>	2,86	1,87	2,70	1,86	2,75	1,85	2,59	1,85
<i>VP8</i>	1,89	1,55	1,78	1,49	1,77	1,45	1,67	1,39
<i>VP9</i>	2,38	1,41	2,37	1,39	2,35	1,36	2,35	1,34
<i>VP10</i>	2,16	1,09	1,57	1,08	1,84	1,05	1,34	1,04
<i>VP11</i>	2,45	1,08	1,79	1,05	2,14	1,01	1,56	0,98
<i>VP12</i>	3,53	1,60	2,48	1,57	3,19	1,53	2,24	1,49

Fonte: Pesquisador

A diferença entre ICP e IDP, ou seja, a variabilidade entre subgrupos, requer um exame detalhado para determinar sua origem, se devido a causas comuns ou a assinaláveis.

A classificação, em ordem decrescente, das VP quanto ao PPM calculado a partir dos índices é apresentada na Tabela 37.

TABELA 37 – Classificação das VP quanto ao PPM calculados a partir dos ICP e IDP univariados

Variáveis de Processo	← PPM (Capacidade de Processo)	PPM → (Desempenho de Processo)	Variáveis de Processo
<i>VP6</i>	0,080	1503	<i>VP11</i>
<i>VP8</i>	0,060	1166	<i>VP10</i>
<i>VP4</i>	0,020	36	<i>VP4</i>
<i>VP10</i>	0,020	28	<i>VP9</i>
<i>VP2</i>	0,0002	12	<i>VP2</i>
<i>VP11</i>	0,0001	7	<i>VP8</i>
<i>VP9</i>	0,000001	4	<i>VP6</i>
<i>VP5</i>	0,00000001	2	<i>VP12</i>
<i>VP7</i>	0,00000000010	0,4	<i>VP5</i>
<i>VP12</i>	0	0,02	<i>VP7</i>
<i>VP3</i>	0	0,003	<i>VP3</i>
<i>VP1</i>	0	0,0000004	<i>VP1</i>

Fonte: Pesquisador

Verifica-se, novamente, que as variáveis *VP6* e *VP8* estão associadas aos menores índices de capacidade; enquanto que, as variáveis *VP10* e *VP11* aos menores índices de desempenho. Salienta-se que as últimas apresentam-se altamente correlacionadas, enquanto que as primeiras, as correlações mais fracas do conjunto de variáveis em análise.

Na Tabela 38, apresentam-se as variáveis de processo classificadas em ordem crescente quanto aos resultados das estimativas pontuais dos índices univariados.

TABELA 38 – Classificação das VP, em ordem decrescente, quanto aos valores dos índices univariados

Classificação	\hat{C}_P	\hat{C}_{PK}	\hat{C}_{PM}	\hat{C}_{PMK}	\hat{P}_P	\hat{P}_{PK}	\hat{P}_{PM}	\hat{P}_{PMK}
1°	VP6	VP6	VP10	VP10	VP11	VP11	VP11	VP11
2°	VP8	VP8	VP2	VP2	VP10	VP10	VP10	VP10
3°	VP4	VP4	VP11	VP11	VP4	VP9	VP4	VP2
4°	VP10	VP10	VP6	VP8	VP9	VP4	VP2	VP4
5°	VP9	VP2	VP8	VP6	VP8	VP2	VP9	VP9
6°	VP2	VP11	VP4	VP4	VP6	VP8	VP8	VP8
7°	VP11	VP9	VP9	VP12	VP2	VP6	VP6	VP6
8°	VP5	VP5	VP12	VP9	VP12	VP12	VP12	VP12
9°	VP7	VP7	VP5	VP5	VP5	VP5	VP5	VP5
10°	VP3	VP12	VP7	VP7	VP7	VP7	VP7	VP7
11°	VP1	VP3	VP3	VP3	VP3	VP3	VP3	VP3
12°	VP12	VP1	VP1	VP1	VP1	VP1	VP1	VP1

Fonte: Pesquisador

Quanto aos ICP, à medida em que a penalização pelo afastamento do valor alvo cresce, as variáveis *VP10*, *VP2* e *VP11* são alçadas às primeiras posições. No que concerne aos IDP, o efeito desta penalização é menor e as variáveis *VP11*, *VP10* e *VP4* mantêm-se no alto da lista.

Na Tabela 39, comparam-se os resultados dos índices globais de processo.

TABELA 39 - Índices Globais de Processo

Potencial (Estimativa Pontual)				Efetivos (Estimativa Pontual)			
MC_P	MP_P	MC_{PM}	MP_{PM}	MC_{PK}	MP_{PK}	MC_{PMK}	MP_{PMK}
2,71	1,65	2,29	1,63	2,53	1,60	2,14	1,58

Fonte: Pesquisador

Os índices MC_P e MC_{PK} indicam que o processo é potencialmente e efetivamente capaz. O índice MC_{PM} , em uma analogia à relação entre C_{PM} e o desvio do alvo, indica que a composição de médias do processo não se distancia dos valores alvo das VP mais do que 7,29% do valor da respectiva tolerância.

Os valores dos índices MP_P e MP_{PK} , em uma analogia aos índices P_P e P_{PK} , são considerados bons. No entanto, verifica-se uma diferença significativa entre os valores dos índices globais de capacidade e os índices globais de desempenho, denotando a existência de uma variação anormal entre os subgrupos amostrais levando o processo a não atingir à sua capacidade plena.

Na Tabela 40, apresentam-se os resultados dos índices globais obtidos através das abordagens de Bothe (1997), Wang, Chen (1998) e Wang, Du (2000).

TABELA 40 – Comparativo entre índices globais de processo

Capacidade (Estimativa Pontual)				Desempenho (Estimativa Pontual)			
MC_P	$C_P Prod$	MC_{PK}	$C_{PK Prod}$	MP_P	$P_P Prod$	MP_{PK}	$P_{PK Prod}$
2,71	1,82	2,53	1,79	1,65	1,02	1,60	0,95

Fonte: Pesquisador

A magnitude das diferenças observadas entre os índices de mesma categoria, na Tabela 40, pode ser atribuída a: (i) os índices de produto que utilizam o percentual total de peças fora de especificação; (ii) a utilização da média geométrica nos cálculos dos índices propostos por Wang, Chen (1998), que os torna menos sensíveis a valores extremos; (iii) o uso da ACP.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 CONCLUSÕES

Os Índices de Desempenho de Processo (IDP) apresentados neste trabalho configuram-se como uma importante ferramenta de avaliação de processos. A utilização dos IDP em conjunto com os Índices de Capacidade de Processo (ICP) possibilita uma melhor caracterização dos processos. A diferença entre ICP e IDP fornece uma medida de estabilidade (ou da falta de estabilidade) do processo em estudo, desde que os pré-requisitos à utilização desses índices sejam satisfeitos..

Importante é identificar e corrigir as origens da variação entre subgrupos, se devida a causas especiais ou causas comuns; à medida em que elementos os básicos do processo industrial – matéria-prima, máquina, método, mão-de-obra, meio ambiente e medição – operem, de forma estável, dentro das condições esperadas, tais diferenças tendem a diminuir.

A adoção das estimativas intervalares como padrão é fundamental, visto que oferece um nível de confiança acerca do atendimento do valor alvo. A correta quantificação dos graus de liberdade do processo de amostragem estabelece a base para essa inferência. A diferença entre as estimativas pontuais e as intervalares é maior nos ICP do que nos IDP, porque o número de graus de liberdade usado no cálculo das estimativas intervalares dos ICP é menor do que o dos IDP

Os índices de avaliação de processo usados mais na indústria estão restritos à análise univariada, sendo, entretanto, aplicados em todas as situações em que uma medida de capacidade e desempenho é exigida. Esta prática desconsidera os pressupostos básicos à utilização desses índices e pode induzir a conclusões e decisões erradas.

O índice multivariado proposto por Taam *et al.* (1993) apresenta as seguintes limitações quanto ao seu emprego: (i) não existe razão para utilizar a maior elipsóide centrada no vetor alvo e inserida na região de tolerância inicial como sendo a amplitude permitida de variação às VP; e (ii) é limitado a análise de até três VP.

Em um contexto multivariado, habitualmente encontrado na indústria automotiva, a Análise dos Componentes Principais pode ser usada para condensar as informações contidas nas variáveis de processo em novas variáveis, sem perda significativa de informações. A redução do universo de variáveis a um subconjunto dele representativo facilita a análise do processo.

A Análise de Componentes Principais possibilita, na medida em que os PC não se mostram correlacionados e apresentam, aproximadamente, a mesma variabilidade das VP, a quantificação da capacidade e do desempenho de processos multivariados, utilizando-se as abordagens propostas em Bothe (1997), Wang, Chen (1998) e Wang, Du (2000). Algumas considerações, todavia, são pertinentes.

O método apresentado por Bothe (1997) não considera adequadamente a distribuição de probabilidade que melhor ajusta os dados da característica em estudo, visto que o percentual de peças não-conformes é estimado a partir de Z , uma variável normal padronizada ou através do gráfico de probabilidade da distribuição normal, ou seja, presume-se que os dados sob análise se ajustam a uma distribuição normal. Contudo, pequenos desvios da normalidade têm um forte impacto no erro associado ao uso de C_P e C_{PK} para estimar o número de peças não conformes por milhão (Somerville, Montgomery, 1996); portanto, se a premissa de normalidade não estiver satisfeita, provavelmente conclusões, baseadas nesses índices, serão incorretas.

No cálculo dos índices C_{PK}/P_{PK} de produto, utiliza-se o percentual total de peças fora de especificação. No entanto, os índices C_{PK}/P_{PK} devem estender a avaliação da “pior metade” dos dados a todo o processo. Coerente com essa definição, seria mais adequada a utilização do valor $\min(Z_{LEI}, Z_{LES})$ para estimar o valor desses índices.

Considerando-se que a utilização dos índices de produto é temerária no universo univariado – associam índices a percentuais de não conformes – no universo multivariado ela torna-se um contra-senso.

A identificação das variáveis que mais contribuíram à variabilidade do processo foi possível através do método das contribuições médias globais. A apresentação gráfica facilitou a análise do conjunto de variáveis.

A utilização da abordagem univariada em processos que apresentam múltiplas variáveis, com correlações significativas e combinações lineares entre essas, pode induzir a conclusões incorretas, no entanto, os resultados do presente estudo não sustentam tal premissa. As VP que apresentaram os menores índices univariados de capacidade foram, neste estudo de caso, associadas às maiores participações na composição dos escores sem sinal de fora controle; assim como as de menores índices univariados de desempenho foram, no estudo de caso, associadas às maiores participações na composição dos escores com sinal de fora controle.

Qualquer resultado obtido a partir da ACP dependerá da correta definição da estrutura de correlação entre as variáveis em estudo. Caso a amostra não seja representativa do universo em análise ou este apresentar-se não estável, o estudo terá um caráter exploratório, inicial, e suas conclusões não poderão ser extrapoladas para prever o seu desempenho futuro.

Há de se destacar que não é de nosso conhecimento a existência de um critério que confirme o resultado encontrado através da ACP, senão o próprio efeito das modificações implementadas no processo. Esta é uma das principais limitações à utilização do método (Tabachnick, Fidell, 2001).

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho mostrou os índices de avaliação de processo mais usados na indústria automotiva. A ACP foi apresentada como uma ferramenta para análise univariada de processos multivariados. Para investigações futuras, sugere-se o seu estudo a partir da estimativa intervalar dos autovalores.

Observando-se que o resultado da aplicação do método da contribuição média global é a hierarquização das variáveis conforme a magnitude de sua contribuição à variabilidade do processo, pode-se realizar um outro estudo para verificar o valor relativo dessas contribuições, isto é, a utilização de testes estatísticos para comparar resultados.

Em estudos futuros sobre a aplicação da ACP aos cálculos dos índices de avaliação de processo, sugere-se a utilização de técnicas de simulação a fim de obter-se conclusões mais abrangentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 AMIN, R.W.; LEE, S. J. The Effects of Autocorrelation and Outliers on Two-Sided Tolerance Limits. *Journal of Quality Technology*, 31(3), 1999.
- 2 ASQ Statistics Division. *Glossary and Tables for Statistical Quality Control*. Third Edition. Milwaukee, Wisconsin: ASQ Quality Press, 1996.
- 3 BILODEAU, M.; BRENNER, D. *Theory of Multivariate Statistics*. New York: Springer, 1999.
- 4 BISSELL, A. F. How Reliable is Your Capability Index? *Applied Statistics*, 39(3), 1990.
- 5 BOTHE, D. R. *Correspondência Pessoal* – comentários sobre os índices de capacidade. 03/25/2000.
- 6 BOTHE, D. R. *Measuring Process Capability – Techniques and Calculations for Quality and Manufacturing Engineers*. McGraw-Hill, 1997.
- 7 CHAN, L. K.; CHENG, S. W.; SPIRING, F. A. A New Measure of Process Capability: C_{pm} . *Journal of Quality Technology*
- 8 CHEN, H. A Multivariate Process Capability Index Over A Rectangular Solid Tolerance Zone. *Statistica Sinica*, 4, 1994.
- 9 CHEN, S-M; HSU, N-F. The asymptotic distribution of the process capability index C_{PMK} . *Communications in Statistics – Theory Methods*, 24(5), 1995.
- 10 CHOU, Y-M.; POLANSKY, A. M.; MASON, R. L. Transforming Non-Normal Data to Normality is Statistical Process Control. *Journal of Quality Technology*, 30(2), 1998.
- 11 CLEMENTS, J. A. Process capability calculations for non-normal distributions. *Quality Progress*, Sept. 1989.
- 12 DANIEL, J. W.; NOBLE, B. *Álgebra Linear Aplicada*. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1986.
- 13 DIELMAN, T. E. *Applied Regression Analysis*. Boston: PWS-Kent Publishing Company, 1991.

- 14 ELSAYED, E. A. *Reliability Engineering*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1996.
- 15 ENGLISH JR.; TAYLOR, G. D. *Process Capability Analysis – a robustness study*. Manuscript, Dept. Industr. Eng., Univ. of Arkansas, Fayetteville, 1990.
- 16 GIBBONS, J. D.; CHAKRABORTI, S. *Nonparametric Statistical Inference*. 3^a ed. Rev., New York: Marcel Dekker, 1992.
- 17 HAIR, Jr. J. F.; ANDERSON, R. E., *et al.* *Multivariate Data Analysis*. 5^a ed. New York: Prentice Hall, 1998.
- 18 HSIANG, T. C.; TAGUCHI G. *A tutorial on quality control and assurance – The Taguchi methods*. ASA Annual Meeting, Las Vegas, Nevada, 1985.
- 19 JOBSON, J. D. *Applied Multivariate data Analysis*. New York: Springer-Verlag New York Inc, 1992.
- 20 KANE, V. E. Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 18(1), Jan. 1986.
- 21 KOONS, G. F. *Indices of Capability: Classical Six Sigma Tools*. Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Co., 1992.
- 22 KOTZ, S.; JOHNSON, N. L. *Process Capability Indices – A Review 1992/2000*, coleção de anotações pessoais.
- 23 KOTZ, S.; JOHNSON, N. L. *Process Capability Indices*. London: Chapman & Hall, 1993.
- 24 KOTZ, S.; LOVELACE, C. R. *Process Capability Indices in Theory and Practice*, New York: Arnold, 1998.
- 25 KOURTI, T.; MACGREGOR, J. F. Multivariate SPC Methods for Process and Product Monitoring. *Journal of Quality Technology*, 28(4), 1996.
- 26 MEYER, P. L. *Probabilidade – Aplicações à Estatística*. 2.ed. [s.l.]: Editora Livros Técnicos e Científicos, 1984.
- 27 MICROSOFT EXCEL: *Planilha de cálculo*. Microsoft Corporation. 1997. Cd-room. Windows.
- 28 MONTGOMERY, D. C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 1996.
- 29 MONTGOMERY, D. C.; HINES, W. W. *Probability and Statistics in Engineering and Management Science*. 2.ed. John Wiley & Sons, 1980.
- 30 MORETTIN, L. G. *Estatística Básica – Inferência*. São Paulo: Makron Books, 2000, v.2.
- 31 MUNESHIKA, M. *Evaluation of Process Capability for Skew Distributions*. Proceedings of the 30th European Organization of Quality Annual Conference, 1986.

- 32 MURTEIRA, B. J. F. *Probabilidades e Estatística*. 2.ed. v.1. São Paulo: McGraw-Hill, 1990.
- 33 MURTEIRA, B. J. F. *Probabilidades e Estatística*. 2.ed. v.2. São Paulo: McGraw-Hill, 1990.
- 34 NANNI, L. F. *Análise estatística de dados com uso de técnicas computacionais*. *Cadernos de Engenharia*, 30/81, ed. rev., CPGEC/UFRGS, Porto Alegre, Brasil, 1986.
- 35 PEARN, W. L.; KOTZ, S. Application of Clements' method for calculating second and third generation process capability indices for non-normal Pearsonian populations. *Quality Engineering*, 7(1), 1994.
- 36 PEARN, W. L.; KOTZ, S.; JOHNSON, N. L. Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 24(4), 1992.
- 37 PIGNATIELLO Jr., J. J.; RAMBERG, J. S. Process Capability Indices: Just say "No!". Transaction of ASQC 47^o. Boston. *Annual Quality Congress*, 1993, p.92-104.
- 38 *PROCEDIMENTO para Processo de Aprovação de Peça para Produção*, 2.ed. Instituto da Qualidade Automotiva, 1997.
- 39 PYZDEK, T. Process Capability Analysis Using Personal Computers. *Quality Engineering*, 22(4), 1989.
- 40 RIVERA, L. A. R.; HUBELE, N. F.; LAWRENCE, F. P. *Cpk Index Estimation Using Data transformation*. Industrial and Management Systems Engineering Department, Arizona State University, Tempe, AZ.
- 41 ROESCH, S. M. A. *A Dissertação de Mestrado em Administração: Proposta de uma Tipologia*. Série de Documentos para Estudo no. 14/94, UFRGS-PPGA, 1994.
- 42 RODRIGUEZ, R. N. Recent Developments in Process Capability Analysis. *Journal of Quality Technology*, 24(4), 1992.
- 43 RYAN, T. P. *Statistical Methods for Quality Improvement*. Wiley-Interscience, Second Edition, 2000.
- 44 SHAPIRO, S. S. *How To Test Normality and Other Distributional Assumptions*. American Society for Quality – Statistics Division, 1990.
- 45 SHORE, H. Process Capability Analysis When Data Are Autocorrelated. *Quality Engineering*, 9(4): 615-626, 1997.
- 46 SOMERVILLE, S. E.; MONTGOMERY, D. C. Process Capability Indices and Non-Normal Distributions, *Quality Engineering*, 9(2): 305-316, 1996-1997.
- 47 SPIEGEL, M. R. *Estatística*. São Paulo: McGraw-Hill, 1977.
- 48 SPIEGEL, M. R. *Probabilidade e Estatística*. São Paulo: McGraw-Hill, 1978.

- 49 SPSS, versão 10: *Controle estatístico de processos*. SPSS Inc. Chicago, Illinois, 1999. CD-room. Windows.
- 50 STATGRAPHICS, versão 2.1: *Controle estatístico de processos*. Manugistics Inc.. Rockville, Maryland, 1995. 5 disquetes 3,5". Windows.
- 51 TAAM, W.; SUBBAIAH, P.; LIDDY, J. W. A Note on Multivariate Capability Indices. *Journal of Applied Statistics*, 20(3), 1993.
- 52 TABACHNICK, B. G.; FIDELL, L. S. *Using Multivariate Statistics*. 4. ed. Boston: Allyn & Bacon, 2001.
- 53 TAGUCHI, G.; ELSAYED, A. E.; HSIANG, T. *Engenharia da Qualidade em Sistemas de Produção*. São Paulo: McGraw-Hill, 1990.
- 54 WANG, F. K.; CHEN, J. C. Capability Index Using Principal Components Analysis. *Quality Engineering*, 11(1), 1998-99.
- 55 WANG, F. K.; DU, T. C. T. Using Principal Component Analysis in Process Performance for Multivariate Data. *Journal Omega*, The international journal of management science, 28(2), 2000.
- 56 WANG, F. K.; HUBELE, N. F.; LAWRENCE, F. P. *et al.* Comparison of Three Multivariate Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 32(3), 2000.
- 57 WEISBERG, S. *Applied Linear Regression*. Second edition. New York: John Wiley & Sons, 1985.
- 58 WHEELER, D. J. *Beyond Capability Confusion – The Average Cost-of-Use*. Knoxville, Tennessee, SPC Press, 1999.
- 59 WHEELER, D. J. *The Process Evaluation Handbook*. Knoxville, Tennessee, SPC Press, 2000.
- 60 WICKENS, T. D. *The Geometry of Multivariate Statistics*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1995.
- 61 ZHANG, N. F. Estimating Process Capability Indexes for Autocorrelated Data. *Journal of Applied Statistics*, 25(4), 1998.

Anexos

Gráficos de Controle dos Componentes Principais

Os gráficos, tipo $\bar{X}-s$, foram obtidos através do software StatGraphics 2.1 (1995) usando dados padronizados

PC1

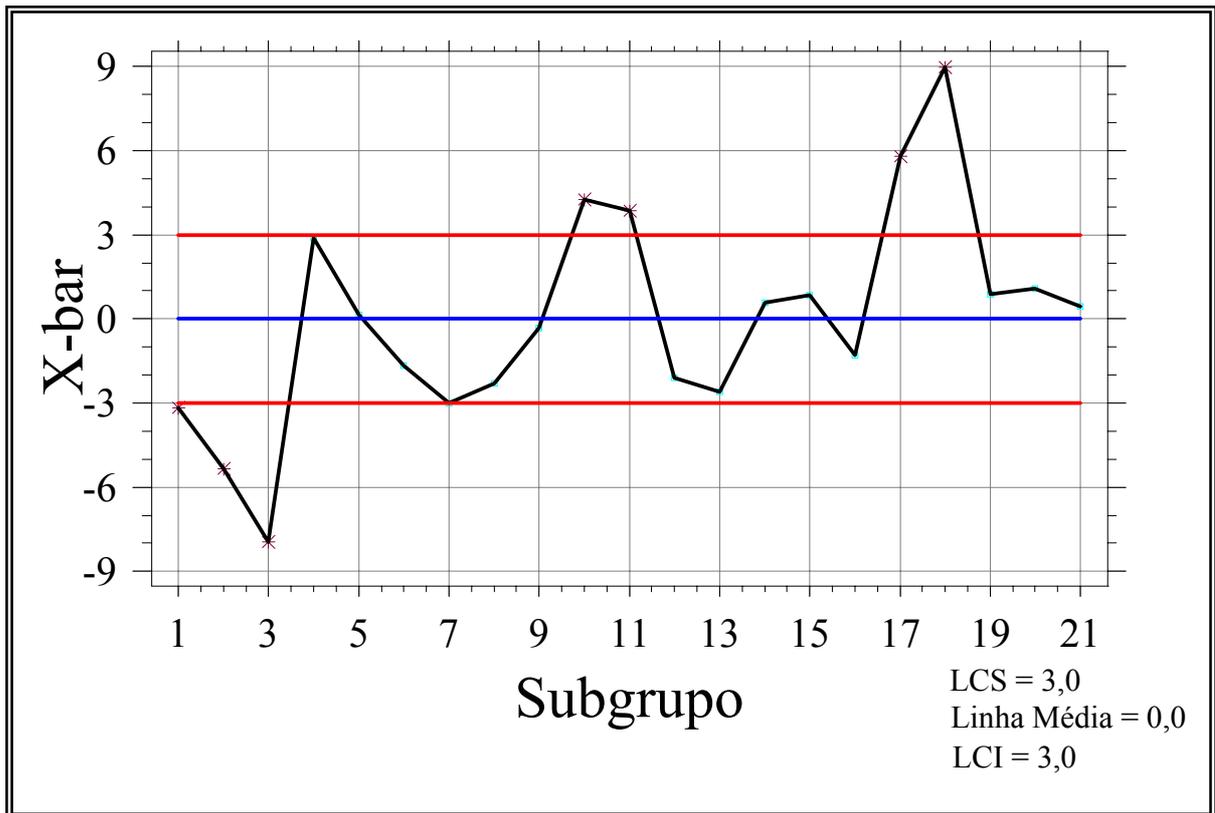


FIGURA 40 – Gráfico de controle das médias da variável PC1

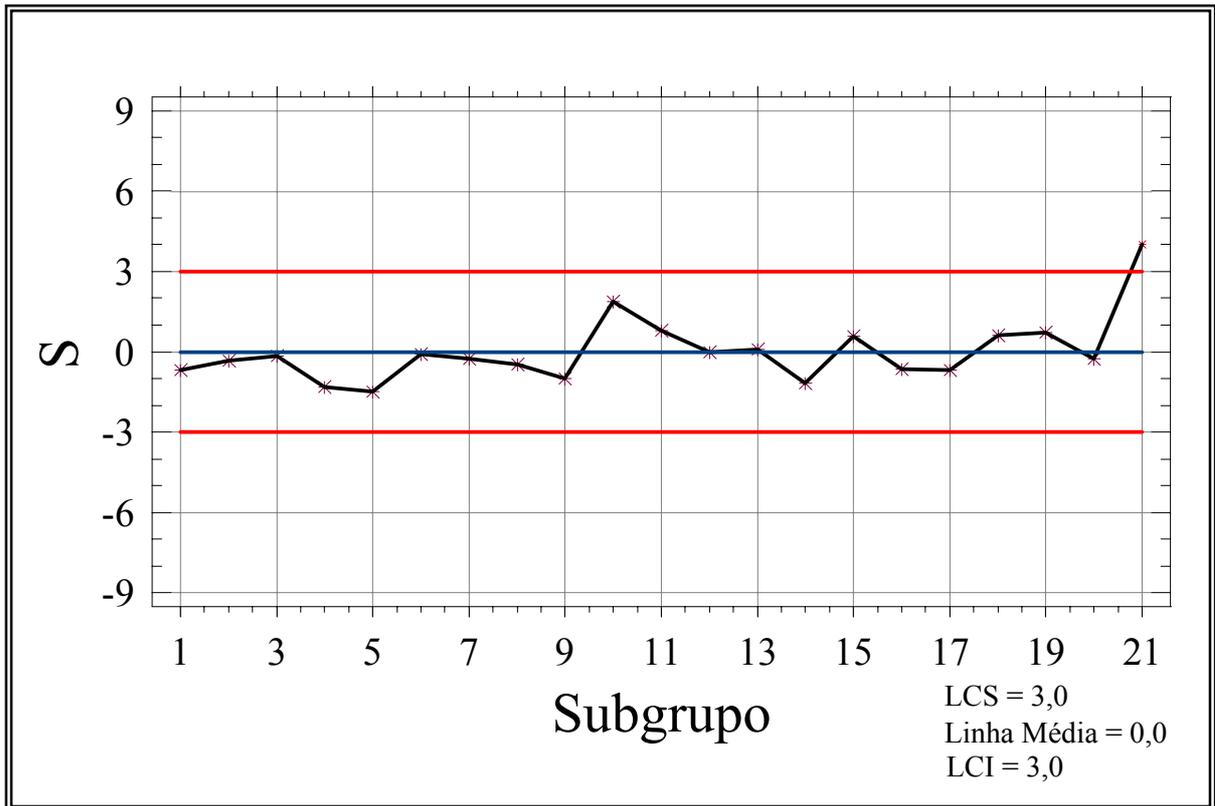


FIGURA 41 – Gráfico de controle do desvio padrão da variável *PCI*

PC2

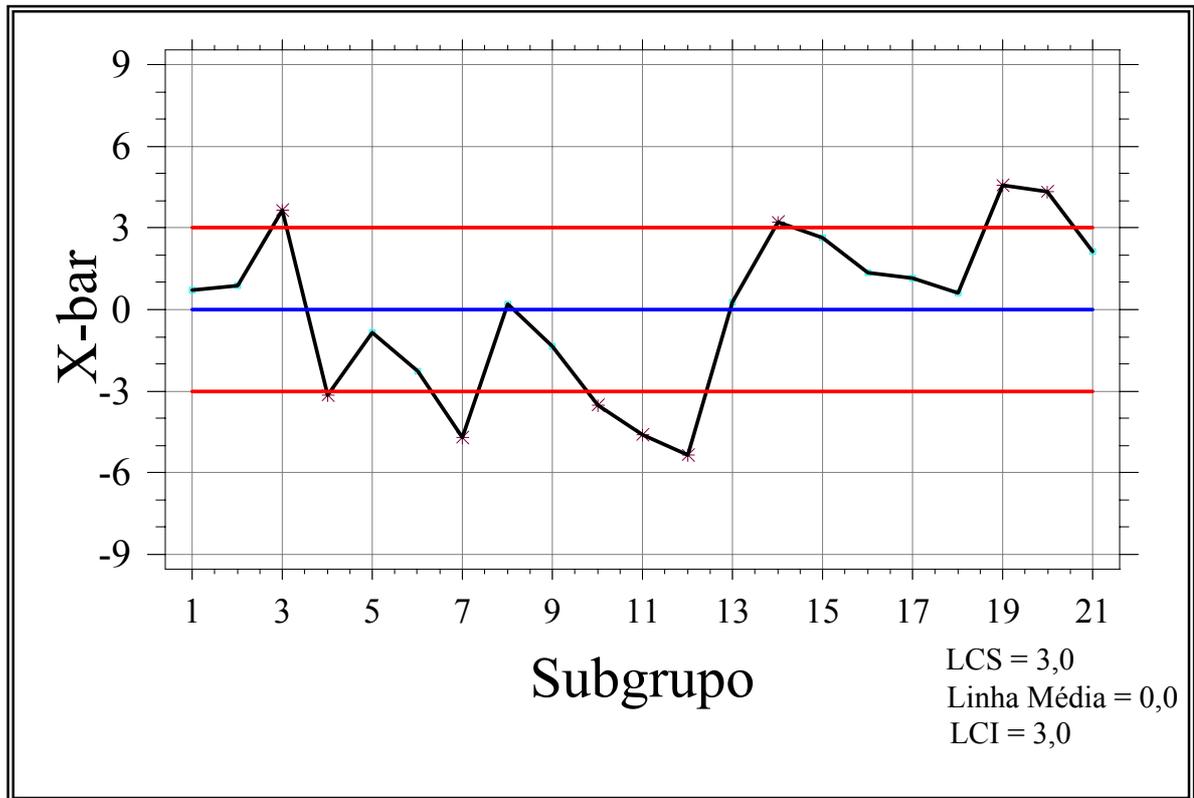


FIGURA 42 - Gráfico de controle da média da variável PC2

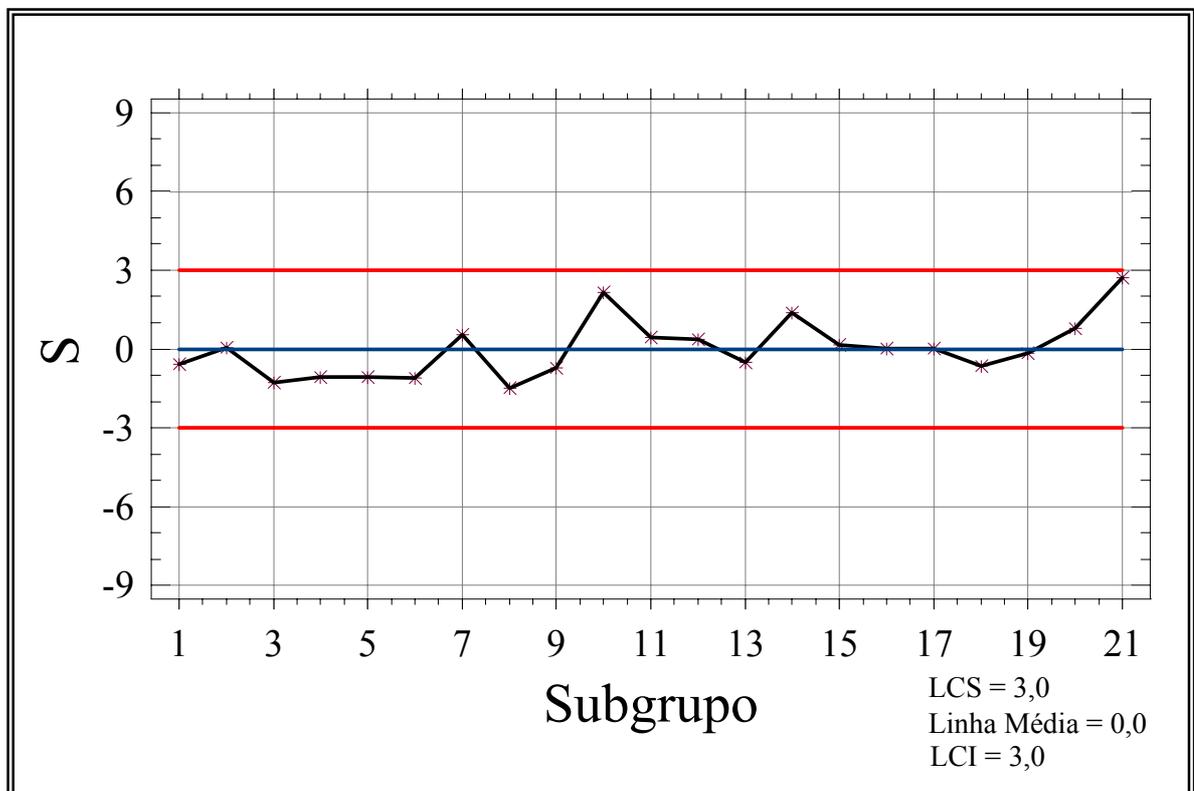


FIGURA 43 - Gráfico de controle do desvio padrão da variável PC2

PC3

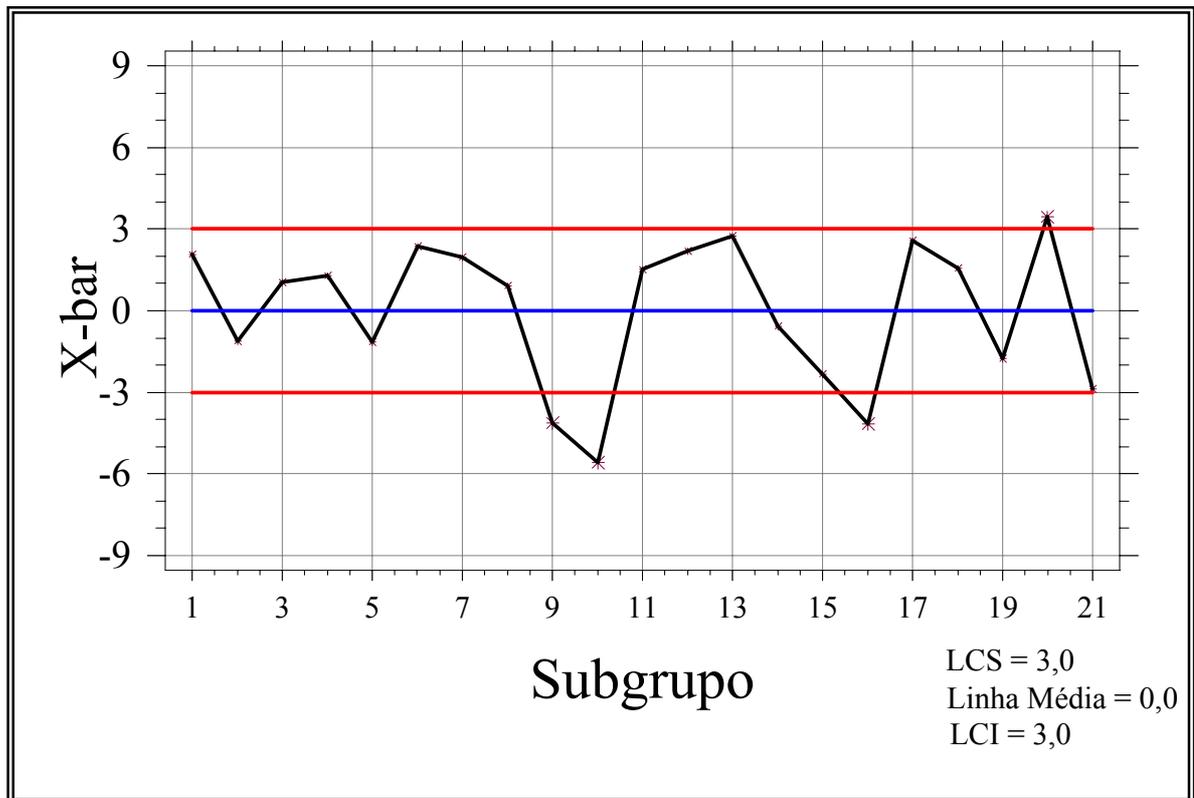


FIGURA 44 - Gráfico de controle da média da variável PC3

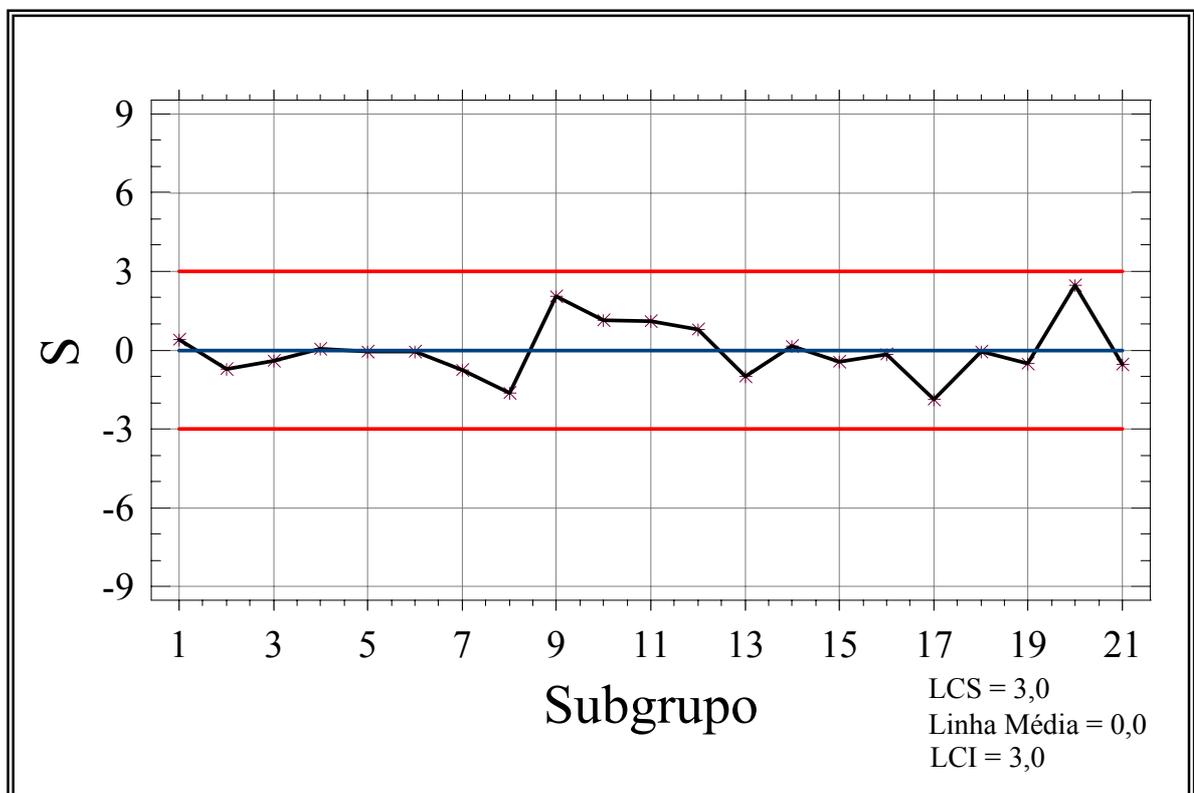


FIGURA 45 - Gráfico de controle do desvio padrão da variável PC3

PC4

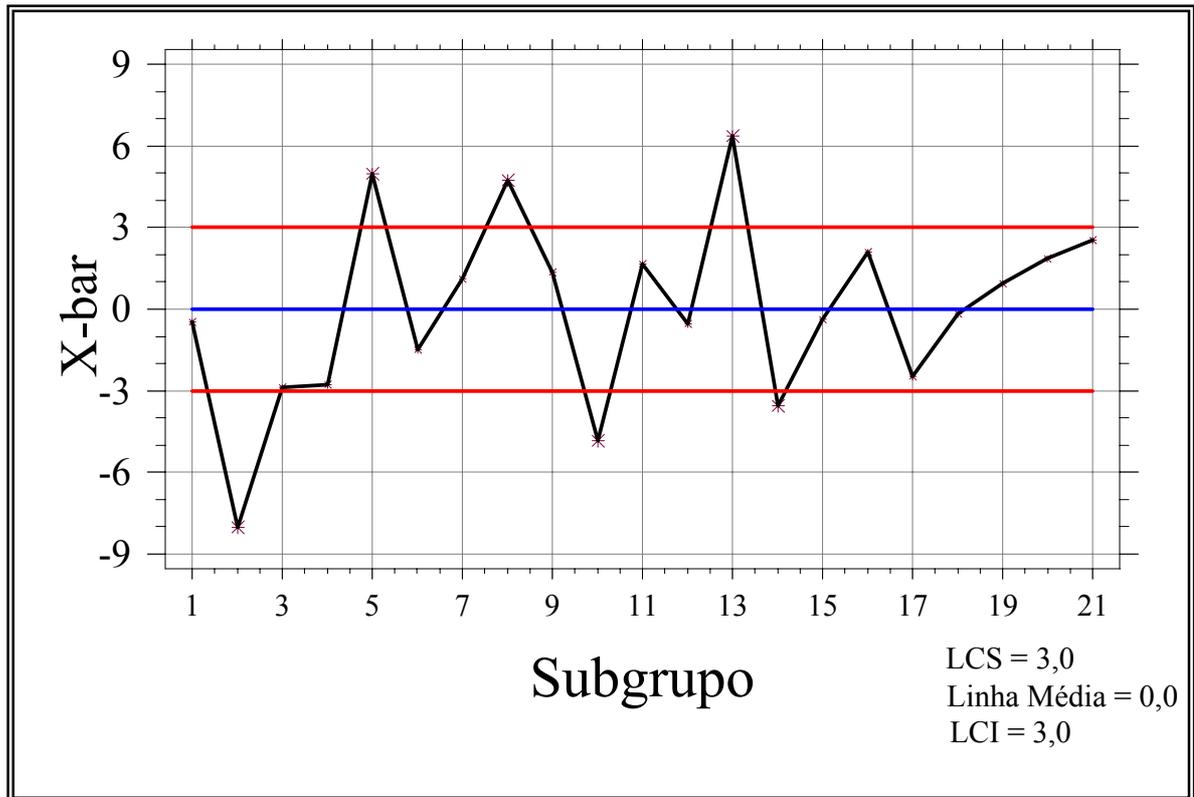


FIGURA 46 - Gráfico de controle da média da variável PC4

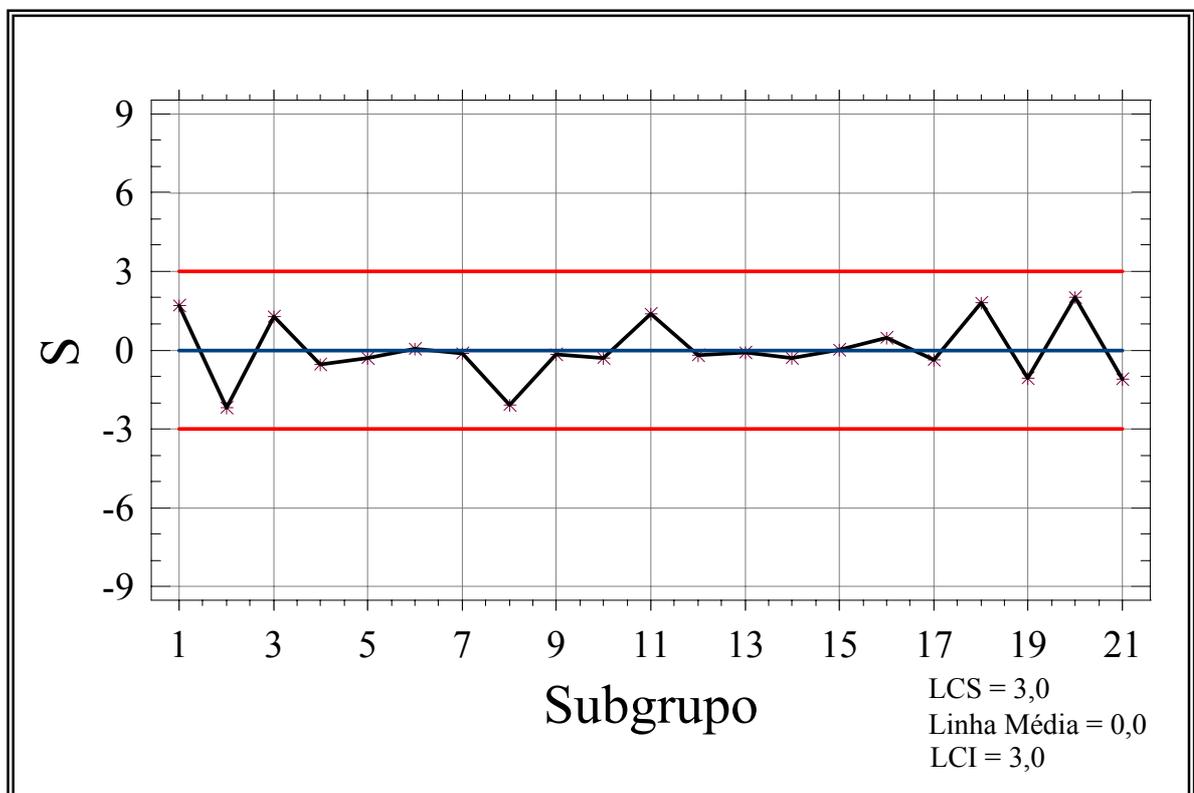
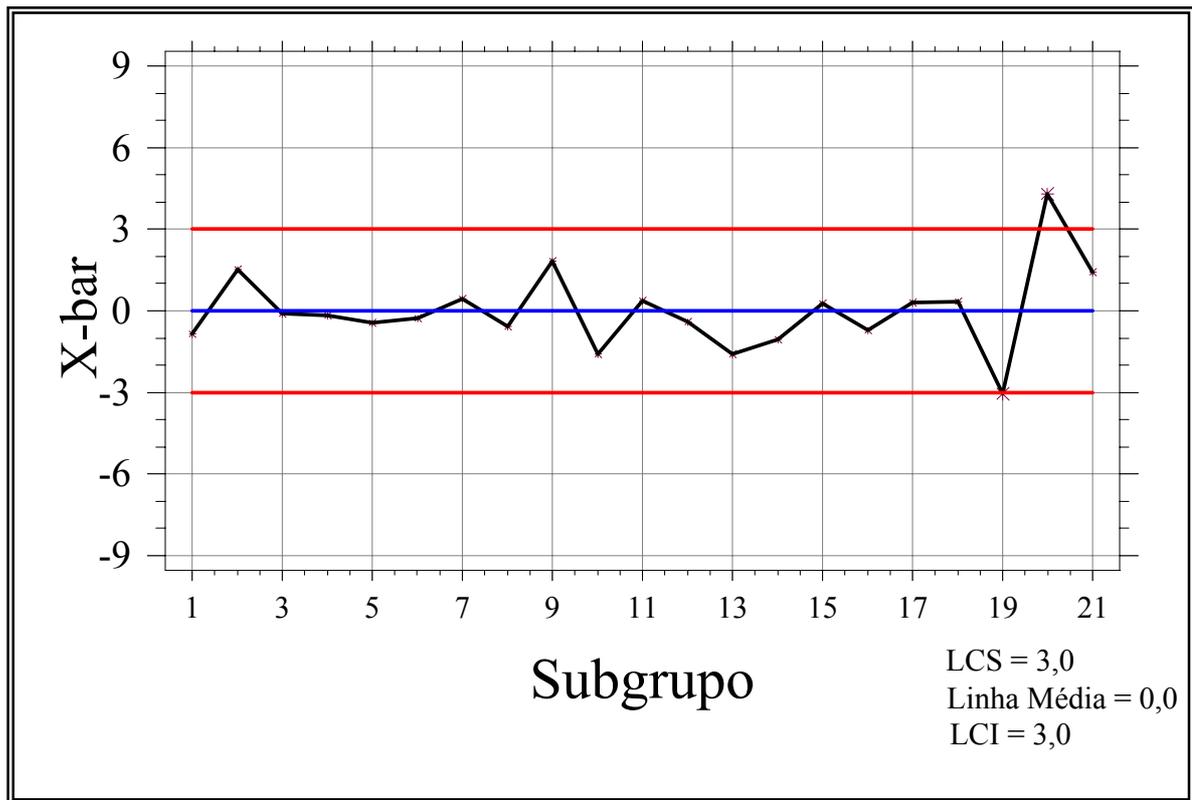
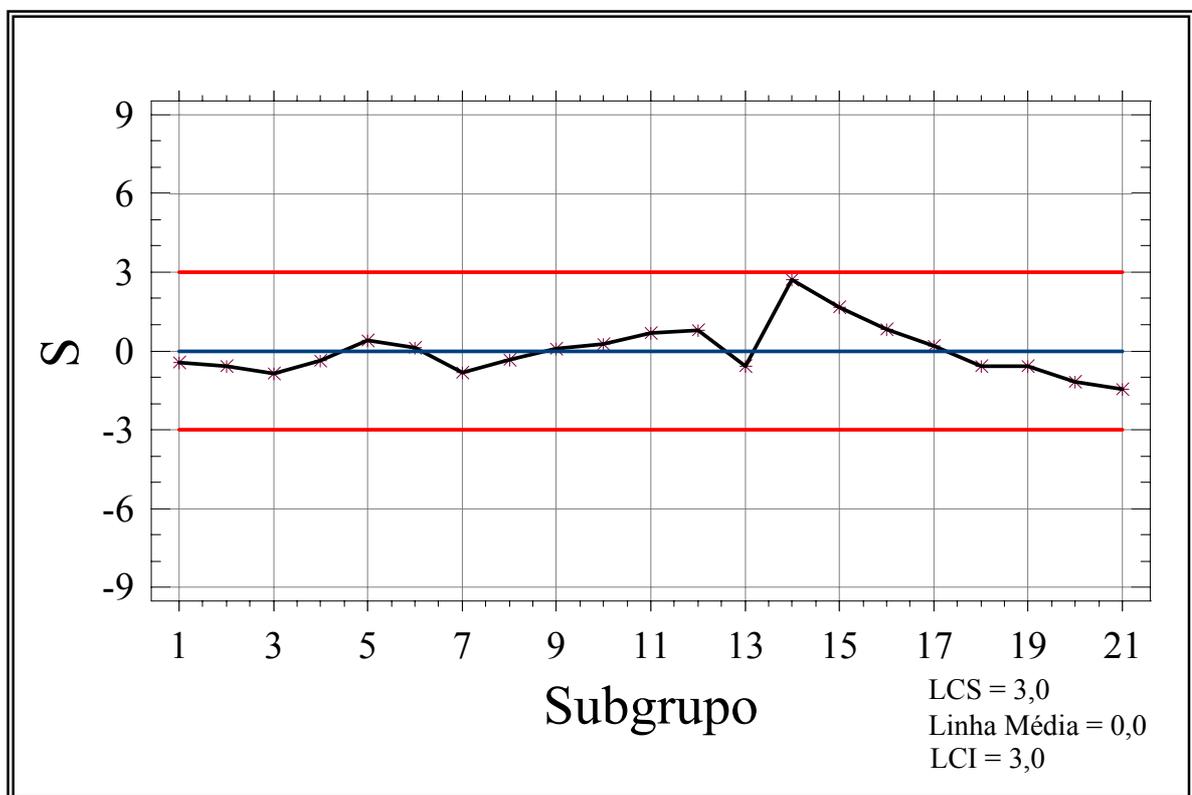


FIGURA 47 - Gráfico de controle do desvio padrão da variável PC4

PC5

FIGURA 48 - Gráfico de controle da média da variável $CP5$ FIGURA 49 - Gráfico de controle do desvio padrão da variável $PC5$

Apêndices

APÊNDICE A - FATORES DIVERSOS

APÊNDICE B - PPM EM FUNÇÃO DE C_{PK} E C_P

APÊNDICE C - DADOS DE VP

Apêndice A

Fatores Diversos

Tabela 1 – Valores de d_2 conforme o tamanho do subgrupo

n	d_2
1	-
2	1,128
3	1,693
4	2,059
5	2,326
6	2,534
7	2,704
8	2,847
9	2,970
10	3,078

Tabela 2 - Valores de c_4 para $kn = 2$ até 500

kn	C_4	kn	C_4	kn	C_4
1	-	46	0,9945	92 até 95	0,9973
2	0,7979	47	0,9946		
3	0,8862	48	0,9947	96 até 98	0,9974
4	0,9213	49	0,9948		
5	0,9400	50	0,9949	99 até 102	0,9975
6	0,9515	51	0,9950		
7	0,9594	52	0,9951	103 até 107	0,9976
8	0,9650	53	0,9952		
9	0,9693	54	0,9953	108 até 111	0,9977
10	0,9727	55	0,9954		
11	0,9754	56	0,9955	112 até 117	0,9978
12	0,9776	57	0,9955		
13	0,9794	58	0,9956	118 até 122	0,9979
14	0,9810	59	0,9957		
15	0,9823	60	0,9958	123 até 129	0,9980
16	0,9835	61	0,9958		
17	0,9845	62	0,9959	130 até 136	0,9981
18	0,9854	63	0,9960		
19	0,9862	64	0,9960	137 até 143	0,9982
20	0,9869	65	0,9961		
21	0,9876	66	0,9962	144 até 152	0,9983
22	0,9882	67	0,9962		
23	0,9887	68	0,9963	153 até 162	0,9984
24	0,9892	69	0,9963		
25	0,9896	70	0,9964	163 até 173	0,9985
26	0,9901	71	0,9964		
27	0,9904	72	0,9965	174 até 186	0,9986
28	0,9908	73	0,9965		
29	0,9911	74	0,9966	187 até 200	0,9987
30	0,9914	75	0,9966		
31	0,9917	76	0,9967	201 até 218	0,9988
32	0,9920	77	0,9967		
33	0,9922	78	0,9968	219 até 238	0,9989
34	0,9925	79	0,9968		
35	0,9927	80	0,9968	239 até 264	0,9990
36	0,9929	81	0,9969		
37	0,9931	82	0,9969	265 até 294	0,9991
38	0,9933	83	0,9970		
39	0,9934	84	0,9970	295 até 334	0,9992
40	0,9936	85	0,9970		
41	0,9938	86	0,9971	335 até 385	0,9993
42	0,9939	87	0,9971		
43	0,9941	88	0,9971	386 até 455	0,9994
44	0,9942	89 até 91	0,9972		
45	0,9943				

Tabela 3 - Valores do fator f_n para tamanho de subgrupo variando entre 1 e 10.

n	f_n
2	0,88
3	0,92
4	0,94
5	0,95
6	0,96
7	0,96
8	0,97
9	0,97
10	0,98

Apêndice B

PPM em função de C_{PK} e C_P

		C_P							
		4,00	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40
C_{PK}	-4,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-3,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,90	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,80	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,70	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,60	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,50	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,40	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,30	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,20	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,10	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-2,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-1,90	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-1,80	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-1,70	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
	-1,60	999999	999999	999999	999999	999999	999999	999999	999999
	-1,50	999997	999997	999997	999997	999997	999997	999997	999997
	-1,40	999987	999987	999987	999987	999987	999987	999987	999987
	-1,30	999952	999952	999952	999952	999952	999952	999952	999952
	-1,20	999841	999841	999841	999841	999841	999841	999841	999841
-1,10	999517	999517	999517	999517	999517	999517	999517	999517	
		4,00	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40

C_P

	4,00	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40
-1,00	998650	998650	998650	998650	998650	998650	998650	998650
-0,90	996533	996533	996533	996533	996533	996533	996533	996533
-0,80	991802	991802	991802	991802	991802	991802	991802	991802
-0,70	982136	982136	982136	982136	982136	982136	982136	982136
-0,60	964070	964070	964070	964070	964070	964070	964070	964070
-0,50	933193	933193	933193	933193	933193	933193	933193	933193
-0,40	884930	884930	884930	884930	884930	884930	884930	884930
-0,30	815940	815940	815940	815940	815940	815940	815940	815940
-0,20	725747	725747	725747	725747	725747	725747	725747	725747
-0,10	617911	617911	617911	617911	617911	617911	617911	617911
0,00	500000	500000	500000	500000	500000	500000	500000	500000
0,10	382089	382089	382089	382089	382089	382089	382089	382089
0,20	274253	274253	274253	274253	274253	274253	274253	274253
0,30	184060	184060	184060	184060	184060	184060	184060	184060
0,40	115070	115070	115070	115070	115070	115070	115070	115070
0,50	66807	66807	66807	66807	66807	66807	66807	66807
0,60	35930	35930	35930	35930	35930	35930	35930	35930
0,70	17864	17864	17864	17864	17864	17864	17864	17864
0,80	8198	8198	8198	8198	8198	8198	8198	8198
0,90	3467	3467	3467	3467	3467	3467	3467	3467
1,00	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350
	4,00	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40

C_P

	4,00	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40
1,10	483	483	483	483	483	483	483	483
1,20	159	159	159	159	159	159	159	159
1,30	48	48	48	48	48	48	48	48
1,40	13	13	13	13	13	13	13	13
1,50	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
1,60	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79
1,70	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
1,80	0,033	0,033	0,033	0,033	0,033	0,033	0,033	0,033
1,90	0,0060	0,0060	0,0060	0,0060	0,0060	0,0060	0,0060	0,0060
C_{PK} 2,00	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010
2,10	0,00015	0,00015	0,00015	0,00015	0,00015	0,00015	0,00015	0,00015
2,20	0,000021	0,000021	0,000021	0,000021	0,000021	0,000021	0,000021	0,000021
2,30	0,0000026	0,0000026	0,0000026	0,0000026	0,0000026	0,0000026	0,0000026	0,0000026
2,40	0,00000030	0,00000030	0,00000030	0,00000030	0,00000030	0,00000030	0,00000031	0,00000061
2,50	0,000000032	0,000000032	0,000000032	0,000000032	0,000000032	0,000000033	0,000000064	
2,60	0,0000000031	0,0000000031	0,0000000031	0,0000000031	0,0000000031	0,0000000062		
2,70	0,00000000033	0,00000000033	0,00000000033	0,00000000033	0,00000000067			
2,80	0	0	0	0				
2,90	0	0	0					
3,00	0	0						
4,00	0							
	4,00	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40

C_P

	2,30	2,20	2,10	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60
-4,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-3,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,90	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,80	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,70	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,60	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,50	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,40	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,30	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,20	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,10	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,90	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,80	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,70	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,60	999999	999999	999999	999999	999999	999999	999999	999999
-1,50	999997	999997	999997	999997	999997	999997	999997	999997
-1,40	999987	999987	999987	999987	999987	999987	999987	999987
-1,30	999952	999952	999952	999952	999952	999952	999952	999952
-1,20	999841	999841	999841	999841	999841	999841	999841	999841
-1,10	999517	999517	999517	999517	999517	999517	999517	999517
	2,30	2,20	2,10	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60

 C_{PK}

C_P

	2,30	2,20	2,10	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60
-1,00	998650	998650	998650	998650	998650	998650	998650	998650
-0,90	996533	996533	996533	996533	996533	996533	996533	996533
-0,80	991802	991802	991802	991802	991802	991802	991802	991802
-0,70	982136	982136	982136	982136	982136	982136	982136	982136
-0,60	964070	964070	964070	964070	964070	964070	964070	964070
-0,50	933193	933193	933193	933193	933193	933193	933193	933193
-0,40	884930	884930	884930	884930	884930	884930	884930	884930
-0,30	815940	815940	815940	815940	815940	815940	815940	815940
-0,20	725747	725747	725747	725747	725747	725747	725747	725747
C_{PK} -0,10	617911	617911	617911	617911	617911	617911	617911	617911
0,00	500000	500000	500000	500000	500000	500000	500000	500000
0,10	382089	382089	382089	382089	382089	382089	382089	382089
0,20	274253	274253	274253	274253	274253	274253	274253	274253
0,30	184060	184060	184060	184060	184060	184060	184060	184060
0,40	115070	115070	115070	115070	115070	115070	115070	115070
0,50	66807	66807	66807	66807	66807	66807	66807	66807
0,60	35930	35930	35930	35930	35930	35930	35930	35930
0,70	17864	17864	17864	17864	17864	17864	17864	17864
0,80	8198	8198	8198	8198	8198	8198	8198	8198
0,90	3467	3467	3467	3467	3467	3467	3467	3467
1,00	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350
	2,30	2,20	2,10	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60

		C_P							
		2,30	2,20	2,10	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60
C_{PK}	1,10	483	483	483	483	483	483	483	483
	1,20	159	159	159	159	159	159	159	159
	1,30	48	48	48	48	48	48	48	48
	1,40	13	13	13	13	13	13	13	13
	1,50	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,6
	1,60	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,80	0,83	1,6
	1,70	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,18	0,34	
	1,80	0,033	0,033	0,033	0,033	0,034	0,067		
	1,90	0,0060	0,0060	0,0060	0,0062	0,012			
	2,00	0,0010	0,0010	0,0010	0,0020				
	2,10	0,00015	0,00015	0,00030					
	2,20	0,000021	0,000041						
	2,30	0,0000052							
	2,40								
	2,50								
	2,60								
	2,70								
	2,80								
	2,90								
	3,00								
4,00									
		2,30	2,20	2,10	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60

C_P

	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80
-4,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-3,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,90	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,80	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,70	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,60	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,50	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,40	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,30	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
C_{PK} -2,20	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,10	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,90	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,80	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,70	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,60	999999	999999	999999	999999	999999	999999	999999	999999
-1,50	999997	999997	999997	999997	999997	999997	999997	999997
-1,40	999987	999987	999987	999987	999987	999987	999987	999987
-1,30	999952	999952	999952	999952	999952	999952	999952	999952
-1,20	999841	999841	999841	999841	999841	999841	999841	999841
-1,10	999517	999517	999517	999517	999517	999517	999517	999517
	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80

C_p

	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80
-1,00	998650	998650	998650	998650	998650	998650	998650	998650
-0,90	996533	996533	996533	996533	996533	996533	996533	996533
-0,80	991802	991802	991802	991802	991802	991802	991802	991802
-0,70	982136	982136	982136	982136	982136	982136	982136	982136
-0,60	964070	964070	964070	964070	964070	964070	964070	964070
-0,50	933193	933193	933193	933193	933193	933193	933193	933193
-0,40	884930	884930	884930	884930	884930	884930	884930	884930
-0,30	815940	815940	815940	815940	815940	815940	815940	815940
-0,20	725747	725747	725747	725747	725747	725747	725747	725747
C_{PK} -0,10	617911	617911	617911	617911	617911	617911	617911	617912
0,00	500000	500000	500000	500000	500000	500000	500000	500001
0,10	382089	382089	382089	382089	382089	382089	382089	382092
0,20	274253	274253	274253	274253	274253	274253	274254	274266
0,30	184060	184060	184060	184060	184060	184060	184063	184108
0,40	115070	115070	115070	115070	115070	115071	115083	115229
0,50	66807	66807	66807	66807	66807	66811	66855	67291
0,60	35930	35930	35930	35930	35931	35944	36089	37280
0,70	17864	17864	17864	17865	17868	17912	18348	21331
0,80	8198	8198	8198	8198	8211	8357	9547	16395
0,90	3467	3467	3467	3470	3515	3951	6934	
1,00	1350	1350	1351	1363	1509	2700		
	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80

		C_P							
		1,50	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80
C_{PK}	1,10	483	484	487	532	967			
	1,20	159	160	172	318				
	1,30	48	52	96					
	1,40	14	27						
	1,50	6,8							
	1,60								
	1,70								
	1,80								
	1,90								
	2,00								
	2,10								
	2,20								
	2,30								
	2,40								
	2,50								
	2,60								
2,70									
2,80									
2,90									
3,00									
4,00									
		1,50	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80

C_P

	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,00
-4,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-3,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,90	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,80	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,70	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,60	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,50	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,40	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,30	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,20	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,10	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-2,00	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,90	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,80	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,70	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000	1000000
-1,60	999999	999999	999999	999999	999999	999999	999999	1000000
-1,50	999997	999997	999997	999997	999997	999997	999997	1000000
-1,40	999987	999987	999987	999987	999987	999987	999987	1000000
-1,30	999952	999952	999952	999952	999952	999952	999955	1000000
-1,20	999841	999841	999841	999841	999841	999842	999854	1000000
-1,10	999517	999517	999517	999517	999517	999520	999565	1000000
	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,00

 C_{PK}

C_P

		0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,00
C_{PK}	-1,00	998650	998650	998650	998650	998651	998663	998809	1000000
	-0,90	996533	996533	996533	996533	996536	996581	997016	1000000
	-0,80	991802	991802	991803	991803	991816	991962	993152	1000000
	-0,70	982136	982136	982136	982139	982184	982619	985603	1000000
	-0,60	964070	964070	964071	964083	964229	965420	972267	1000000
	-0,50	933193	933193	933196	933241	933676	936660	951057	1000000
	-0,40	884930	884931	884944	885089	886280	893128	920861	1000000
	-0,30	815940	815943	815988	816423	819407	833804	882747	1000000
	-0,20	725748	725760	725906	727097	733944	761677	840817	1000000
	-0,10	617915	617959	618395	621378	635776	684719	801971	1000000
	0,00	500013	500159	501350	508198	535930	615070	774253	1000000
	0,10	382137	382572	385556	399953	448896	566149	764177	
	0,20	274412	275603	282451	310183	389323	548506		
	0,30	184544	187527	201924	250867	368120			
	0,40	116420	123267	151000	230139				
	0,50	70274	84672	133614					
	0,60	44128	71861						
	0,70	35729							
	0,80								
0,90									
1,00									
		0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,00

Apêndice C

Dados de VP

<i>VP1</i>	<i>VP2</i>
63.070, 62.950, 63.060, 63.050, 63.030, 63.020, 63.040, 63.010, 63.000, 62.980, 62.990, 62.980, 62.990, 62.930, 62.950, 63.040, 63.070, 62.950, 62.980, 63.040, 62.960, 62.960, 62.990, 63.030, 62.960, 63.000, 62.940, 63.080, 62.950, 63.020, 63.060, 63.050, 62.970, 63.000, 63.020, 62.980, 62.970, 63.000, 62.970, 62.950, 63.090, 63.030, 62.940, 62.910, 62.980, 63.030, 63.000, 63.010, 62.890, 62.980, 62.990, 62.980, 63.000, 62.990, 63.030, 63.030, 62.990, 63.050, 62.990, 63.000, 63.000, 62.980, 63.050, 62.970, 62.990, 63.030, 63.000, 63.050, 63.020, 63.010, 62.960, 63.010, 63.020, 63.020, 63.020, 62.970, 62.930, 62.960, 62.910, 62.930, 63.070, 63.030, 63.110, 63.030, 63.060, 63.050, 63.020, 63.080, 63.030, 63.090, 62.950, 62.980, 63.050, 62.960, 62.960, 63.130, 63.070, 63.070, 63.130, 63.100, 62.960, 63.030, 62.950, 62.920, 62.960;	50.950, 50.880, 51.020, 51.060, 50.930, 50.910, 50.930, 50.960, 50.970, 50.900, 51.070, 51.070, 50.980, 50.970, 51.010, 50.970, 50.960, 51.070, 51.090, 51.090, 50.940, 50.970, 50.970, 51.030, 50.950, 51.070, 51.030, 51.100, 51.090, 50.920, 50.970, 50.930, 50.990, 50.900, 50.970, 51.010, 51.060, 51.080, 51.030, 51.030, 50.900, 51.040, 50.850, 50.800, 50.890, 51.090, 50.950, 51.150, 50.800, 50.910, 50.980, 50.920, 51.040, 51.060, 51.090, 50.880, 50.870, 51.040, 51.010, 51.030, 51.040, 51.050, 51.090, 50.970, 50.970, 51.060, 50.960, 51.030, 51.010, 51.060, 50.940, 51.050, 50.940, 50.950, 50.930, 50.930, 51.010, 51.030, 51.010, 50.950, 51.080, 51.050, 51.120, 51.070, 51.110, 51.140, 51.070, 51.060, 51.110, 51.200, 50.970, 51.030, 51.090, 51.050, 50.990, 51.220, 51.040, 51.180, 50.990, 51.060, 51.090, 51.090, 51.020, 51.060, 50.960;
<i>VP3</i>	<i>VP4</i>
34.924, 34.926, 34.923, 34.923, 34.923, 34.930, 34.927, 34.922, 34.932, 34.932, 34.937, 34.939, 34.936, 34.940, 34.937, 34.909, 34.908, 34.907, 34.906, 34.907, 34.918, 34.921, 34.918, 34.919, 34.918, 34.911, 34.918, 34.921, 34.921, 34.924, 34.909, 34.913, 34.914, 34.925, 34.923, 34.927, 34.920, 34.923, 34.931, 34.927, 34.913, 34.914, 34.910, 34.921, 34.923, 34.897, 34.908, 34.908, 34.903, 34.901, 34.905, 34.901, 34.908, 34.907, 34.901, 34.918, 34.918, 34.917, 34.913, 34.919, 34.930, 34.927, 34.925, 34.927, 34.927, 34.917, 34.917, 34.924, 34.931, 34.921, 34.904, 34.924, 34.914, 34.923, 34.923, 34.922, 34.921, 34.925, 34.926, 34.922, 34.905, 34.906, 34.914, 34.914, 34.912, 34.908, 34.906, 34.902, 34.911, 34.904, 34.919, 34.927, 34.927, 34.940, 34.939, 34.934, 34.931, 34.928, 34.923, 34.918, 34.925, 34.912, 34.923, 34.921, 34.920;	34.923, 34.926, 34.924, 34.923, 34.924, 34.919, 34.927, 34.922, 34.932, 34.930, 34.938, 34.940, 34.937, 34.940, 34.936, 34.905, 34.911, 34.909, 34.902, 34.909, 34.921, 34.918, 34.924, 34.921, 34.918, 34.908, 34.919, 34.921, 34.918, 34.924, 34.910, 34.913, 34.915, 34.925, 34.922, 34.921, 34.926, 34.921, 34.931, 34.929, 34.919, 34.913, 34.917, 34.915, 34.911, 34.897, 34.907, 34.907, 34.903, 34.901, 34.899, 34.901, 34.908, 34.901, 34.909, 34.912, 34.915, 34.912, 34.915, 34.912, 34.929, 34.925, 34.923, 34.929, 34.929, 34.916, 34.914, 34.927, 34.923, 34.910, 34.903, 34.923, 34.914, 34.923, 34.924, 34.913, 34.919, 34.919, 34.927, 34.919, 34.908, 34.907, 34.914, 34.916, 34.913, 34.911, 34.905, 34.903, 34.906, 34.904, 34.919, 34.931, 34.923, 34.935, 34.929, 34.935, 34.926, 34.929, 34.924, 34.919, 34.923, 34.916, 34.924, 34.919, 34.925;

<i>VP5</i>	<i>VP6</i>
<p>47.629, 47.631, 47.634, 47.631, 47.631, 47.603, 47.605, 47.612, 47.609, 47.605, 47.628, 47.617, 47.623, 47.607, 47.617, 47.621, 47.618, 47.617, 47.617, 47.617, 47.629, 47.626, 47.633, 47.629, 47.625, 47.612, 47.616, 47.613, 47.629, 47.618, 47.632, 47.622, 47.622, 47.632, 47.621, 47.629, 47.634, 47.629, 47.630, 47.637, 47.629, 47.620, 47.625, 47.623, 47.622, 47.606, 47.616, 47.615, 47.614, 47.609, 47.631, 47.615, 47.620, 47.638, 47.624, 47.611, 47.628, 47.624, 47.623, 47.609, 47.637, 47.633, 47.631, 47.637, 47.637, 47.624, 47.618, 47.635, 47.636, 47.620, 47.631, 47.633, 47.637, 47.635, 47.638, 47.627, 47.627, 47.628, 47.635, 47.628, 47.616, 47.615, 47.622, 47.624, 47.620, 47.613, 47.627, 47.619, 47.626, 47.617, 47.614, 47.620, 47.610, 47.613, 47.608, 47.617, 47.636, 47.637, 47.632, 47.627, 47.631, 47.624, 47.628, 47.628, 47.634;</p>	<p>8.520, 8.770, 8.700, 8.590, 8.700, 8.840, 8.730, 8.720, 8.640, 8.680, 8.730, 8.710, 8.710, 8.650, 8.650, 8.680, 8.700, 8.690, 8.630, 8.760, 8.830, 8.840, 8.680, 8.790, 8.860, 8.750, 8.680, 8.820, 8.700, 8.800, 8.840, 8.770, 8.800, 8.730, 8.820, 8.770, 8.810, 8.810, 8.800, 8.790, 8.710, 8.780, 8.760, 8.820, 8.790, 8.710, 8.670, 8.780, 8.700, 8.720, 8.700, 8.810, 8.870, 8.670, 8.720, 8.860, 8.880, 8.690, 8.710, 8.690, 8.630, 8.640, 8.730, 8.750, 8.720, 8.610, 8.660, 8.560, 8.590, 8.900, 8.610, 8.600, 8.750, 8.830, 8.830, 8.840, 8.620, 8.680, 8.770, 8.740, 8.750, 8.690, 8.680, 8.670, 8.730, 8.840, 8.840, 8.670, 8.640, 8.720, 8.680, 8.630, 8.610, 8.650, 8.750, 8.740, 8.880, 8.820, 8.810, 8.800, 8.760, 8.820, 8.750, 8.930, 8.820;</p>
<i>VP7</i>	<i>VP8</i>
<p>52.252, 52.266, 52.255, 52.263, 52.253, 52.266, 52.257, 52.259, 52.265, 52.249, 52.248, 52.261, 52.261, 52.246, 52.258, 52.254, 52.267, 52.264, 52.243, 52.246, 52.268, 52.261, 52.267, 52.252, 52.253, 52.259, 52.257, 52.257, 52.257, 52.257, 52.249, 52.239, 52.267, 52.249, 52.251, 52.253, 52.252, 52.246, 52.258, 52.260, 52.263, 52.254, 52.255, 52.266, 52.256, 52.251, 52.274, 52.277, 52.261, 52.248, 52.253, 52.249, 52.249, 52.255, 52.251, 52.249, 52.254, 52.246, 52.256, 52.233, 52.251, 52.250, 52.251, 52.246, 52.249, 52.270, 52.260, 52.280, 52.280, 52.260, 52.271, 52.272, 52.270, 52.263, 52.265, 52.264, 52.260, 52.258, 52.265, 52.260, 52.270, 52.269, 52.277, 52.269, 52.273, 52.264, 52.281, 52.272, 52.270, 52.276, 52.283, 52.279, 52.277, 52.281, 52.277, 52.274, 52.273, 52.252, 52.275, 52.261, 52.273, 52.272, 52.259, 52.243, 52.273;</p>	<p>52.276, 52.265, 52.251, 52.275, 52.252, 52.280, 52.274, 52.279, 52.284, 52.278, 52.267, 52.278, 52.282, 52.277, 52.271, 52.265, 52.257, 52.257, 52.273, 52.265, 52.249, 52.250, 52.255, 52.256, 52.258, 52.259, 52.257, 52.257, 52.257, 52.258, 52.250, 52.239, 52.267, 52.249, 52.250, 52.256, 52.259, 52.257, 52.257, 52.261, 52.266, 52.257, 52.258, 52.258, 52.260, 52.251, 52.274, 52.273, 52.260, 52.247, 52.240, 52.268, 52.274, 52.270, 52.255, 52.246, 52.268, 52.272, 52.249, 52.252, 52.246, 52.250, 52.246, 52.249, 52.247, 52.271, 52.283, 52.286, 52.271, 52.277, 52.272, 52.277, 52.270, 52.286, 52.286, 52.258, 52.264, 52.267, 52.263, 52.265, 52.266, 52.267, 52.273, 52.266, 52.266, 52.248, 52.258, 52.282, 52.265, 52.268, 52.249, 52.241, 52.249, 52.258, 52.255, 52.276, 52.270, 52.261, 52.269, 52.254, 52.275, 52.281, 52.254, 52.259, 52.272;</p>

<i>VP9</i>	<i>VP10</i>
<p>7.980, 8.030, 7.880, 7.970, 7.810, 7.860, 7.960, 7.940, 7.820, 7.880, 7.900, 7.970, 7.850, 7.890, 7.890, 7.800, 7.970, 7.950, 7.980, 8.040, 8.000, 7.960, 8.030, 7.970, 7.850, 8.050, 7.940, 8.000, 7.970, 8.000, 7.960, 8.070, 7.960, 7.970, 8.020, 7.960, 8.090, 7.870, 7.990, 8.050, 7.730, 7.910, 7.840, 7.810, 7.850, 7.900, 7.930, 7.870, 7.930, 7.860, 8.010, 7.820, 7.980, 8.000, 8.060, 7.910, 7.960, 8.010, 8.090, 8.000, 8.000, 7.820, 7.950, 7.980, 8.050, 7.810, 7.970, 8.030, 7.990, 7.780, 8.010, 7.900, 7.890, 7.920, 7.840, 7.750, 7.940, 7.790, 7.890, 7.880, 8.060, 7.950, 7.870, 8.090, 7.970, 7.990, 7.950, 7.990, 8.040, 7.960, 7.970, 7.920, 7.880, 7.890, 7.900, 7.970, 7.930, 7.870, 7.990, 7.840, 7.930, 7.980, 7.740, 7.980, 7.820;</p>	<p>56.340, 56.354, 56.330, 56.365, 56.321, 56.348, 56.328, 56.308, 56.398, 56.288, 56.438, 56.288, 56.348, 56.318, 56.298, 56.418, 56.388, 56.428, 56.438, 56.318, 56.438, 56.378, 56.418, 56.338, 56.468, 56.340, 56.330, 56.350, 56.370, 56.358, 56.310, 56.326, 56.315, 56.330, 56.328, 56.328, 56.408, 56.408, 56.388, 56.348, 56.488, 56.398, 56.438, 56.438, 56.388, 56.438, 56.288, 56.348, 56.298, 56.388, 56.438, 56.358, 56.388, 56.468, 56.488, 56.218, 56.328, 56.298, 56.208, 56.298, 56.478, 56.408, 56.368, 56.378, 56.398, 56.354, 56.345, 56.332, 56.322, 56.336, 56.458, 56.378, 56.408, 56.418, 56.408, 56.368, 56.388, 56.448, 56.428, 56.358, 56.468, 56.458, 56.468, 56.438, 56.438, 56.448, 56.508, 56.498, 56.438, 56.458, 56.408, 56.418, 56.468, 56.408, 56.438, 56.448, 56.468, 56.488, 56.398, 56.408, 56.538, 56.518, 56.428, 56.328, 56.368;</p>
<i>VP11</i>	<i>VP12</i>
<p>37.550, 37.543, 37.564, 37.549, 37.578, 37.522, 37.512, 37.492, 37.482, 37.512, 37.522, 37.492, 37.532, 37.522, 37.592, 37.522, 37.662, 37.592, 37.532, 37.593, 37.662, 37.622, 37.622, 37.592, 37.672, 37.535, 37.530, 37.526, 37.540, 37.520, 37.518, 37.520, 37.525, 37.530, 37.510, 37.672, 37.572, 37.622, 37.542, 37.552, 37.572, 37.522, 37.642, 37.592, 37.612, 37.572, 37.592, 37.682, 37.522, 37.592, 37.532, 37.592, 37.622, 37.722, 37.662, 37.632, 37.632, 37.722, 37.602, 37.572, 37.682, 37.652, 37.552, 37.552, 37.602, 37.621, 37.613, 37.598, 37.589, 37.633, 37.532, 37.542, 37.612, 37.582, 37.582, 37.572, 37.542, 37.662, 37.632, 37.592, 37.622, 37.532, 37.572, 37.642, 37.622, 37.642, 37.712, 37.702, 37.594, 37.712, 37.712, 37.632, 37.672, 37.702, 37.652, 37.542, 37.672, 37.472, 37.592, 37.582, 37.592, 37.672, 37.602, 37.462, 37.572;</p>	<p>11.560, 11.550, 11.530, 11.570, 11.590, 11.510, 11.530, 11.500, 11.550, 11.520, 11.470, 11.620, 11.550, 11.590, 11.590, 11.540, 11.580, 11.540, 11.540, 11.550, 11.520, 11.500, 11.470, 11.490, 11.550, 11.550, 11.540, 11.570, 11.610, 11.530, 11.550, 11.570, 11.600, 11.550, 11.520, 11.520, 11.410, 11.530, 11.450, 11.550, 11.660, 11.440, 11.560, 11.500, 11.380, 11.300, 11.340, 11.370, 11.280, 11.320, 11.650, 11.620, 11.580, 11.620, 11.600, 11.680, 11.580, 11.610, 11.610, 11.600, 11.560, 11.570, 11.500, 11.650, 11.520, 11.430, 11.490, 11.440, 11.460, 11.500, 11.430, 11.500, 11.420, 11.390, 11.490, 11.550, 11.500, 11.330, 11.480, 11.390, 11.450, 11.620, 11.550, 11.520, 11.490, 11.490, 11.490, 11.500, 11.550, 11.470, 11.450, 11.470, 11.480, 11.510, 11.500, 11.610, 11.400, 11.620, 11.540, 11.420, 11.330, 11.380, 11.500, 11.470, 11.490;</p>