

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E  
DIDÁTICA: TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

**Fábio Gomes Linck**

**MUSICA E MATEMÁTICA:**  
EXPERIÊNCIAS DIDÁTICAS EM DOIS  
DIFERENTES CONTEXTOS

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E  
DIDÁTICA: TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

**Fábio Gomes Linck**

**MUSICA E MATEMÁTICA:  
EXPERIÊNCIAS DIDÁTICAS EM DOIS  
DIFERENTES CONTEXTOS**

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Vera Clotilde V. Garcia.

Porto Alegre

2010



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

**MUSICA E MATEMÁTICA:**  
EXPERIÊNCIAS DIDÁTICAS EM DOIS  
DIFERENTES CONTEXTOS

**Fábio Gomes Linck**

**Comissão examinadora**

Profa. Dra. Vera Clotilde V. Garcia.  
Orientadora

Prof. Dr. Vilmar Trevisan



Dedico este trabalho especialmente a Cristiane por me incentivar no prosseguimento de meus estudos e em todos os períodos de realização do curso.

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer a professora Vera Clotilde pelos momentos em que se colocou a disposição para me orientar na construção deste trabalho.

Agradeço também aos alunos Nilo e Karen por se voluntariarem a participar na segunda parte deste trabalho.

## RESUMO

O presente trabalho tem como proposta estabelecer relações entre a música e a Matemática, com uma proposta didática para ensino de algumas funções trigonométricas, que utiliza diferentes recursos tecnológicos. O texto traz uma “engenharia”, neste tema, em suas diferentes etapas: estudos e reflexões prévias sobre o conteúdo matemático, o ensino usual e dificuldades de aprendizagem; plano de ensino e relato da prática pedagógica, que ocorreu com alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Dr. Silvio Ribeiro na cidade de Santana do Livramento/RS no ano de 2010. As reflexões posteriores trazem críticas e revisões do plano, análise da prática e do desempenho dos alunos.

Palavras-chave: Música e Matemática; Uso de recursos digitais.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Monocórdio, o invento de Pitágoras .....	12
Figura 02 – som 1 .....	15
Figura 03 – som 2.....	15
Figura 04 – nota fa .....	16
Figura 05 – nota sol .....	16
Figura 06 – Representação temporal de uma onda sonora periódica produzida pela viola	17
Figura 07 – onda senoidal .....	20
Figura 08 – Interface do equalizador enquanto a música Vai Sacudir, Vai Abalar, da Banda Cheiro de Amor tocava.	21
Figura 09 – Interface do equalizador enquanto a Nona Sinfonia de <i>Beethoven</i> tocava.	22
Figura 10 – Interface do Software com uma frequência de 440 Hz .....	22
Figura 11 – Interface do Software com uma frequência de 2000 Hz .....	23
Figura 12 – Interface do software com um volume de 30 decibéis (dB).....	23
Figura 13 – Interface do software com um volume de 40 decibéis (dB).....	23
Figura 14 – Interface do <i>software GeoGebra</i> , representando a função seno.	23
Figura 15 - Interface do Aplicativo <i>Mathlet</i> .....	25
Figura 16 - Disposição dos computadores .....	36
Figura 17 - Gráfico produzido .....	41
Figura 18 - Alunos trabalhando .....	43
Figura 19 - Construção realizada no <i>GeoGebra</i> .....	43
Figura 20 - Alunos trabalhando .....	56
Figura 21 - Quadro da sala .....	57
Figura 22 - Computador utilizado .....	57
Figura 23 - Curvas construídas no <i>GeoGebra</i> .....	58

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO PARA A PROPOSTA .....</b>	<b>11</b>
2.1 A MÚSICA E A MATEMÁTICA.....	11
2.1.1 O SOM .....	11
2.1.2 HISTÓRIA E NOTAS MUSICAIS .....	12
2.1.3 ONDAS SONORAS.....	14
2.1.4 MODELO MATEMÁTICO.....	18
2.2 RECURSOS TECNOLÓGICOS .....	20
2.3. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	25
2.4. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	26
<b>3. EXPERIÊNCIA DIDÁTICA I .....</b>	<b>28</b>
3.1 A ESCOLA .....	28
3.2 A PRÁTICA .....	29
3.3 OBJETIVO GERAL/JUSTIFICATIVA .....	30
3.4 HIPÓTESES/PRESSUPOSTOS .....	30
3.5 PLANO DE ENSINO .....	31
3.6 ESTRATÉGIAS PARA COLETA DE DADOS.....	34
3.7 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PRÁTICA .....	34
3.8 ANÁLISE DAS HIPÓTESES .....	39
3.9 AVALIAÇÃO FINAL E CRÍTICA .....	45
<b>4 EXPERIÊNCIA DIDÁTICA II .....</b>	<b>48</b>
4.1. OBJETIVO GERAL E JUSTIFICATIVA.....	48
4.2. OS SUJEITOS.....	49
4.3. A PRÁTICA .....	49
4.4 HIPÓTESES E PRESSUPOSTOS.....	50
4.5 ATIVIDADES E ESTRATÉGIAS DE ENSINO.....	51
4.6. ANÁLISE DAS HIPÓTESES .....	55
<b>5 CONCLUSÕES E REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA.....</b>	<b>60</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>65</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Sou músico profissional do Exército Brasileiro e tenho pouca experiência em sala de aula: estágios da graduação, obtida na Universidade do Vale do Rio do Sinos (UNISINOS) e atuação em cursos profissionalizantes da minha cidade, Santana do Livramento.

Nesta cidade lecionei, nos anos de 2008 e 2009, na Escola Exattus – Educação Profissional, com alunos do curso Técnico em Gestão Empresarial na disciplina de Matemática Financeira. Além desta, atuei em cursos preparatórios para o ingresso nas Escolas Militares.

Santana do Livramento é uma cidade que se caracteriza pela cultura fronteiriça, por localizar-se na fronteira entre o Brasil e o Uruguai, onde o maior atrativo são os *free shops* da cidade vizinha Rivera. A principal fonte de emprego está no comércio, pois a cidade não possui nenhuma grande indústria, e na agropecuária. Por isto os alunos, em geral, após concluírem o Ensino Médio, evadem da cidade em busca de oportunidades de emprego.

As pessoas que migram para a cidade são principalmente funcionários públicos e, ultimamente, devido à implantação da Universidade Federal do Pampa, é comum encontrarmos alunos de várias partes do Brasil.

Devido ao fato de não estar atuando na escola básica, procurei uma colega, prof. Joseane Gandin, para aplicar o projeto com seus alunos, na Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Silvio Ribeiro.

O objetivo deste trabalho é descrever duas experiências didáticas: uma delas com uma turma de alunos do nível médio, e outra, com dois alunos voluntários, desta turma, com conhecimentos de música, sujeitos de um novo plano, elaborado após ter refletido sobre a prática inicial. Ambas relacionam meus conhecimentos de música e matemática, utilizando recursos tecnológicos, e visam proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais significativa de conceitos de trigonometria. O foco está na construção gráfica da família de funções  $y = A \operatorname{sen}(bx)$ , consideradas modelo matemático adequado para representar as ondas sonoras. A idéia é associar onda sonora com curva senóide e os parâmetros  $A$  e  $b$  com as características do som e com a forma da senóide. O trabalho com as funções  $y = A \operatorname{sen}(bx + c) + D$  não foi

feito, mas poderia ser posterior, explorando apenas a visualização dos gráficos no Geogebra.

Neste texto, primeiramente, elaboro um capítulo a respeito da fundamentação do trabalho, do ponto de vista da relação música – trigonometria, dos recursos tecnológicos utilizados, do conceito de aprendizagem significativa e do conceito de modelo matemático.

No segundo capítulo, relato a experiência desenvolvida na escola, com a utilização de recursos didáticos sugeridos no Curso de Especialização que trata do tripé Matemática, Mídias Digitais e Didática.

Após, descrevo a proposta desenvolvida em outro contexto, com dois alunos da turma que participaram da primeira experiência.

E finalmente, traço conclusões gerais, sobre o conjunto das experiências e dos estudos efetuados.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO PARA A PROPOSTA

O principal objetivo do projeto foi dar significado ao ensino das funções seno e cosseno, relacionando-as com os sons musicais. Nessa perspectiva, abordei este conteúdo matemático interligando-o a outras áreas do conhecimento, proporcionando um trabalho interdisciplinar.

### 2.1 A MÚSICA E A MATEMÁTICA<sup>1</sup>

#### 2.1.1 O Som

O som é uma onda longitudinal, que só se propaga em meios materiais (sólidos, líquidos ou gases). Não é possível perceber o som se não existir um meio material entre o corpo que vibra e o nosso ouvido. É gerado pela vibração de um corpo, exerce pressão sobre o ar, e propaga-se por esse meio em forma de ondas. Dessa forma, o som chega aos nossos ouvidos, onde há uma estrutura que recebe essas vibrações, interpreta-as e envia-as ao cérebro, gerando a percepção que temos do som.

O entendimento do comportamento do som passa pelo estudo do comportamento das ondas e de como nosso organismo as recebe. As partículas presentes no meio onde uma onda se propaga não acompanham o movimento da onda, elas apenas vibram localmente e transmitem as vibrações às partículas vizinhas pelo contato.

Para Priolli (1987, p. 63), o som é definido por três propriedades:

- a) “a altura consiste na maior ou menor elevação do som, e depende do maior ou menor número de vibrações executadas num tempo dado”;

---

<sup>1</sup> Leia mais em:

<[http://www.dirsom.com.br/index\\_htm\\_files/Intensidade%20Frequencia%20e%20Timbre.pdf](http://www.dirsom.com.br/index_htm_files/Intensidade%20Frequencia%20e%20Timbre.pdf)>.  
<<http://www.reinorpg.com/forum/index.php?topic=5078.0>>.

- b) “a intensidade consiste no grau de força com que se apresenta o som e depende da amplitude das vibrações”;
- c) “o timbre é a personalidade do som. Se ouvirmos um mesmo som produzido por vozes ou instrumentos diferentes, é por meio do timbre que reconhecemos esta ou aquela voz, ou ainda qual o instrumento que o produziu.

Em outras palavras, a *Intensidade* é a propriedade que o som tem de ser mais forte ou mais fraco; a *Altura* é a propriedade que o som tem de ser mais grave ou mais agudo; e o *Timbre* é a qualidade do som. Pode-se dizer também que é a “cor” do som que permite reconhecer sua origem.

Pelas descrições, percebemos que a vibração está presente em cada uma das propriedades. Por vibração entende-se o movimento de um ponto que oscila em torno de outro ponto ou linha de referência.

### 2.1.2 História e Notas Musicais

Por volta do século VI a.C, o filósofo e matemático Pitágoras realizou uma das mais belas descobertas científicas envolvendo a Música e a Matemática. Segundo Abdounur (2003), Pitágoras foi quem, possivelmente, inventou o monocórdio, instrumento composto por uma corda, assim como a harpa, esticada entre dois cavaletes. Foi através do monocórdio que Pitágoras estabeleceu várias relações entre frações e o som emitido por este seu invento.



**Figura 1** – Monocórdio, o invento de Pitágoras

Realizando essa experiência, ele comprovou que, pressionando a corda em diferentes pontos, ouviam-se sons diferentes. O que ele fez, mais precisamente, foi friccionar a corda nos pontos situados a  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{1}{2}$  do comprimento da corda. Então, se vibrarmos a corda com seu comprimento inicial, com a redução da corda nestas porções, ouviremos fá, sol e o dó com o dobro de oscilações com relação ao som original e mais agudo.

Abdounur (2003) evidencia a experiência afirmando que se o comprimento inicial da corda for 12, então se reduzirmos para 9 escutaremos o fá, para 8 o sol, e para 6 o dó mais agudo, ou seja, quanto menor o tamanho da corda, mais agudo será o som emitido por ela.

No clavicórdio, percebe-se que quanto menor o tamanho da corda, mais agudo será o som. Esta relação entre tamanho e som também pode ser verificada entre dois instrumentos musicais de tamanhos diferentes. Ao compararmos dois tambores com volumes distintos, percebemos que o menor sempre produzirá um som mais agudo do que o maior, ou seja, o número de oscilações, produzidas pela vibração do tambor menor, é maior do que no tambor maior, num mesmo intervalo de tempo.

A descoberta realizada por Pitágoras, em muito, contribuiu para a evolução da música. Porém, como em todas as ciências, na música também ocorreram transformações. Ao longo dos anos, estudiosos musicais buscaram desenvolver novas teorias, procurando uma aproximação mais precisa entre os sons e a matemática. Em sua obra *Matemática e Música: pensamento analógico na construção de significados*, Abdounur (2003) apresenta várias teorias sobre o desenvolvimento da formação dos sons, tratando das descobertas realizadas ao longo dos tempos relacionadas à matemática e à música.

Os sons que escutamos em cada instrumento são denominados de notas musicais, e estas são classificadas em dó, ré, mi, fá, sol, lá e si. É claro que não existem apenas sete tipos de sons diferentes, mas sim sete notas musicais.

### 2.1.3 Ondas Sonoras

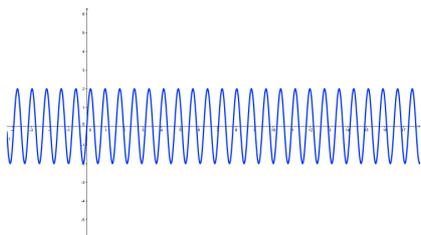
Quando o som propaga-se no ar, as ondas sonoras consistem simplesmente numa série de variações de pressão. O diafragma de um microfone pode captar estas variações, movendo-se em resposta às mudanças de pressão. O movimento do diafragma é então convertido num sinal elétrico. Usando um microfone e uma interface – o equalizador – é possível “visualizar” as ondas sonoras.

As três características do som – intensidade, altura e timbre – podem ser vistas, observando o aspecto físico do comportamento da onda: amplitude da onda, que corresponde a intensidade do som; frequência da onda, que corresponde a altura do som; e espectro de frequências da onda, que corresponde ao timbre.

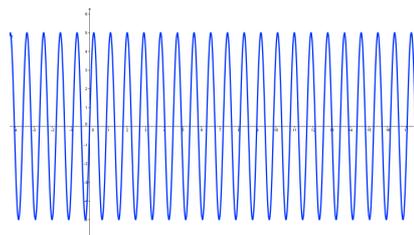
#### 2.1.3.1 Amplitude

A amplitude da onda corresponde a intensidade do som: a pressão do ar oscila acima e abaixo de um valor médio, que é a pressão do ar na sala onde nos encontramos. O módulo da variação máxima, em relação a esse valor médio, chama-se amplitude da onda de pressão; o seu valor está relacionado com o volume ou intensidade sonora. Em termos espaciais, o deslocamento das partículas da onda sonora é muito pequeno, da ordem de frações de milímetros. Para quantizar a intensidade do som, utilizamos uma medida chamada decibel (dB), que é o logaritmo da pressão exercida pela vibração no ar.

A amplitude é a intensidade do som e, graficamente, é a altura da onda com relação ao ponto médio. Quanto maior a intensidade sonora, maior será a amplitude da onda da função que a representa. A imagem a seguir representa a diferença entre dois sons distintos.



**Figura 2 – som 1**



**Figura 3 – som 2**

As representações gráficas mostram que o som representado na figura 4 é um som menos intenso do que o representado na figura 5, pois sua amplitude é menor.

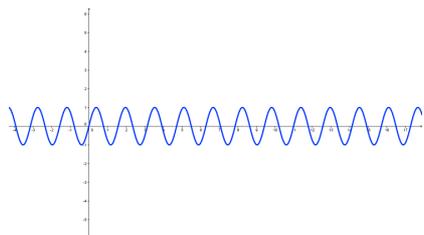
As partes mais altas da onda são chamadas cristas, são os pontos de maior compressão de partículas. As partes mais baixas são chamadas vales, são pontos de menor compressão de partículas.

### 2.1.3.2 *Freqüência*

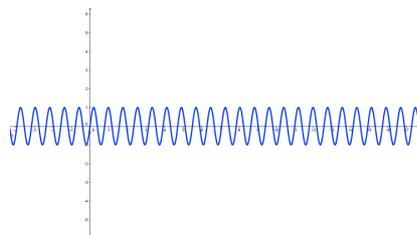
A freqüência da onda corresponde a altura do som: é o número de vezes que a partícula completa seu movimento vibratório e volta ao seu estado inicial em uma determinada unidade de tempo. A unidade de freqüência mais utilizada é Hertz (Hz), ou número de ciclos por segundo. A freqüência é interpretada como a altura do som. O termo altura é freqüentemente confundido com volume. A diferença de volume refere-se a quanto um som é mais forte ou fraco que outro, enquanto a diferença de altura refere-se a quanto um som é mais agudo ou grave que outro.

O período é o tempo necessário para que a partícula complete seu movimento vibratório e volte ao seu estado inicial. A unidade de medida do período, na Física, é segundo. A freqüência é o inverso do período, por isso  $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$ .

A imagem a seguir representa graficamente ondas sonoras, conforme a nota musical, em diferentes alturas e freqüências. A nota fá é mais grave e a nota sol é mais aguda.



**Figura 4-** nota fá



**Figura 5 –** nota sol

Quem determina a altura – mais grave ou mais agudo - é o número de oscilações dessas vibrações por unidade de tempo, ou seja, a frequência. Nosso ouvido percebe, capta esses distúrbios e transmite a informação ao nosso cérebro que, por sua vez, entende o som.

Segundo Ratton (2002), o ouvido humano só pode perceber sons que tenham de 20 até 20.000 hertz (oscilações por segundo). Por outro lado, dentro da faixa dos sons audíveis, aqueles que têm oscilações mais baixas, de 20 a 200 oscilações por segundo, são chamados de graves, enquanto os que têm oscilações mais altas, de 5.000 a 20.000, são chamados de agudos; os sons na faixa intermediária são chamados de médios. Sons abaixo de 20 Hz são infra-sons e acima de 20 kHz são ultra-sons.

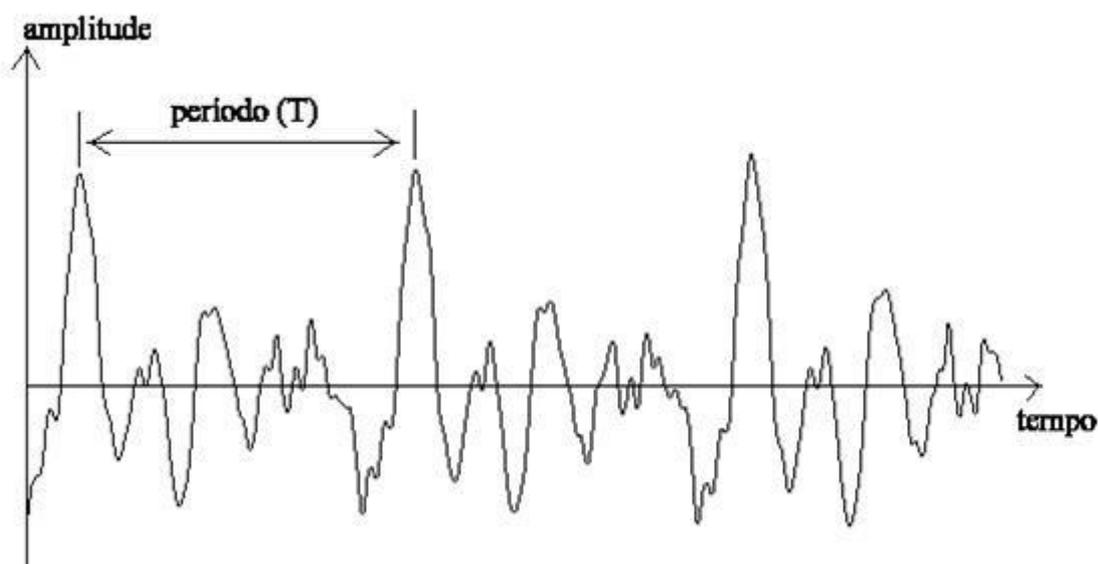
Para ser um pouco mais claro, vamos usar o exemplo de uma harpa, instrumento de cordas dedilháveis. Podemos perceber que cada corda da harpa emite um som diferente do outro, ou seja, o número de oscilações produzidas por segundo, em cada corda, varia de uma para outra, dependendo do tamanho da corda. Entende-se por oscilação o movimento periódico, ou seja, que se repete no decorrer do tempo.

### *2.1.3.3 Espectro de Frequência*

O espectro de frequências da onda corresponde ao timbre: raramente um som é composto de uma única frequência, geralmente ele é uma combinação de vibrações em várias frequências diferentes simultaneamente. O espectro de frequências determina quais as frequências que compõem o som, e quais suas

intensidades. Interpretamos essa característica como o *timbre do som*, e isso é o que diferencia as fontes sonoras. Dessa forma, se uma mesma nota musical é tocada em um violino ou em uma flauta, podemos distinguir o instrumento em que a nota é tocada por seu timbre, ou seja, pela intensidade das diferentes freqüências que compõem o som gerado pelo instrumento.

Para identificar os diversos sons produzidos tanto por instrumentos musicais como por outras fontes, utilizamos uma qualidade auditiva que chamamos de *timbre*, ou *cor sonora*, que é um atributo muito importante da acústica musical. Essa qualidade está correlacionada com a forma da onda sonora que pode ser complexa.



**Figura 6** – Representação temporal de uma onda sonora periódica produzida pela viola.

Fonte:< [http://www.fisica.net/ondulatória/elementos\\_de\\_acustica.pdf](http://www.fisica.net/ondulatória/elementos_de_acustica.pdf)>

É interessante observar que esta onda complexa também mostra um movimento *periódico*, ou seja, sons se repetem em um espaço de tempo. Essa característica significa que, para a nossa percepção, tanto o som senoidal, quanto o som do instrumento em questão vão possuir *alturas definidas*. Ou seja, em termos simples, sons periódicos são relacionados com instrumentos *afinados*, e a freqüência dos ciclos inteiros de onda, que define a altura de determinada nota, vai ser chamada de freqüência fundamental. Existem é claro, os sons instrumentais ou não, que não têm altura definida. Para esses, em geral, veremos que a sua forma de

onda é *aperiódica*, ou seja, que não possui um padrão audível de repetição. Por essas razões, esses sons não vão possuir uma frequência fundamental audível, e por conseqüência, nenhuma altura definida.

Podemos falar também sobre *ritmo*. O ritmo está mais presente na vida do ser humano do que se possa imaginar, de uma maneira natural e muitas vezes até inconsciente. Em uma música, são as variações do número de pulsações que determinam os diferentes ritmos musicais que conhecemos. Um frevo, por exemplo, tem um ritmo mais acelerado do que uma marcha rancho. Ou seja, o número de pulsações, em um intervalo de tempo (minuto), é maior no frevo.

Então, o andamento de cada música, ou seja, sua velocidade, depende exclusivamente do número de pulsações que encontramos durante um minuto, e esta relação, pulsos por minuto, pode muito bem ser representada por uma fração matemática.

Se analisarmos o que acontece com o ritmo de uma escola de samba, percebemos que cada tipo de instrumento toca de uma maneira diferente. Ou seja, obedece a uma divisão rítmica diferente do outro quando estão tocando em conjunto.

E essa divisão rítmica é o que caracteriza o estilo de cada música. No exemplo da marcha rancho, cada parte é dividida em duas pulsações (tempos) iguais, e a cada conjunto destas duas pulsações chamamos de compasso. Todo o ritmo, portanto, nada mais é do que a organização matemática de som e de silêncio, dentro de uma pulsação regular.

#### **2.1.4 Modelo Matemático<sup>2</sup>**

Os fenômenos ondulatórios podem ser estudados em sua forma mais simples, para se ganhar um entendimento dos seus constituintes mais básicos. A forma mais simples de onda sonora tem um modelo matemático muito simples, funções que possuem uma característica periódica, isto é, repetem-se em um certo intervalo de tempo.

---

<sup>2</sup> Baseado em [http://www.fisica.net/ondulatória/elementos\\_de\\_acustica.pdf](http://www.fisica.net/ondulatória/elementos_de_acustica.pdf).

As notas puras, sem superposição de outros sons, são representadas por ondas do tipo senoidal. No estudo de ondulatória, o conceito de *onda senoidal* é apresentado como primeiro exemplo de onda. A fórmula geral de uma onda senoidal é representada pela função mostrada a seguir.

$$Y = A \text{ sen } (bx + c)$$

No caso do som, que se propaga no ar como uma onda longitudinal:

a) “y” refere-se à variação de pressão a cada momento, com relação à pressão normal do ambiente, sem vibração. A unidade é Pascal ou Joule.

b) “A” é a amplitude máxima da onda, “A” é um multiplicador simples que escala os valores máximos e mínimos que a curva pode tomar. A *curva senóide normal* tem equação  $y = \text{sen}x$ , com amplitude 1, ou seja a curva varia entre -1 e +1.

A *amplitude* de uma onda de pressão correlaciona-se diretamente com a nossa percepção de intensidades sonoras, por exemplo, sons mais intensos serão resultado de uma maior amplitude de variação da pressão do meio (ou seja um deslocamento maior das moléculas).

c) “b” =  $2\pi \cdot f$ , onde “f” é a frequência. O modelo poderia ser reescrito, como

$$Y = A \text{ sen } (2\pi fx + c) \text{ ou}$$

$$Y = A \text{ sen } ((2\pi/P)x + c)$$

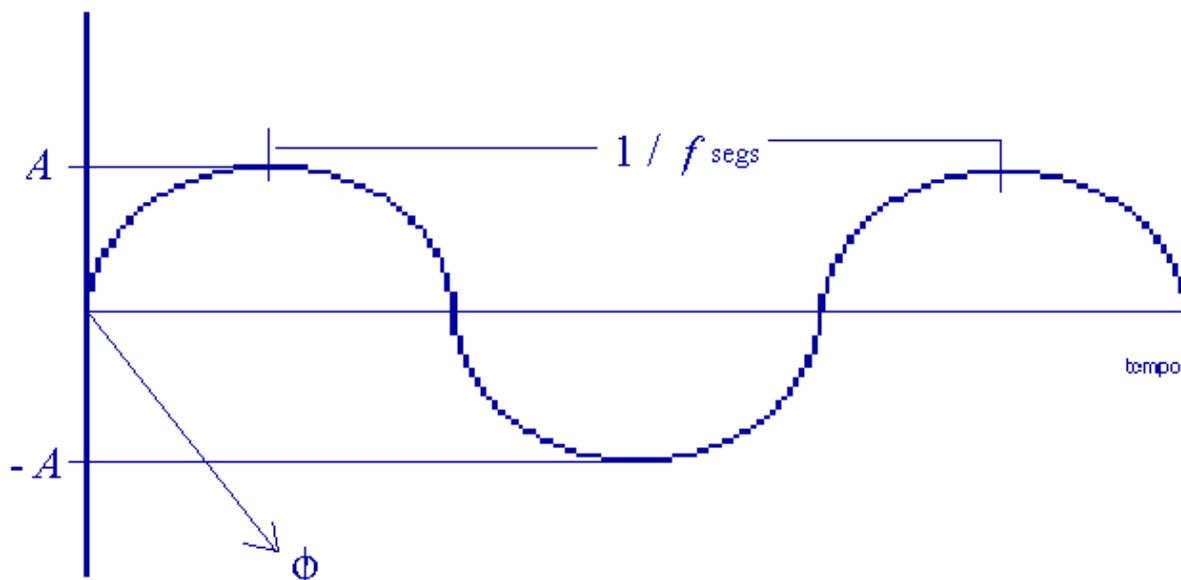
Com f de frequência e P de período, pois  $f = 1/P$ .

A *freqüência*, e por conseqüência o *período* e o *comprimento de onda*, relacionam-se com a percepção de alturas (ou seja, o quão grave ou agudo um som é). Certos valores de freqüências são convencionalmente equivalentes às notas musicais ocidentais, por exemplo, 440 Hz é o lá de concerto, usado para a afinação de instrumentos. Em ondas sonoras mais complexas, a correlação entre freqüência e altura é mais problemática.

d) “x” representa o tempo, em segundos;

e) “c” representa a fase.

A *fase* é o momento em que se inicia a curva senóide, isto é, fase é o valor de x para o qual  $y = 0$  e a função é crescente. A fase determina a posição inicial da onda, ou a posição do começo do movimento. A unidade é segundos.



**Figura 7** – Onda senoidal

Nesta figura, a fase é zero, em  $x = 0$ ; a amplitude é  $A$ , o período é o tempo decorrido entre duas cristas. Na nossa simbologia,  $1/f = P$  segundos.

Portanto, uma onda de pressão senoidal com *amplitude*  $A$ , *freqüência*  $f$ , e desvio de *fase*  $c$ .

No presente trabalho exploramos apenas o modelo  $Y = A \text{ sen } (bx)$ , pois consideramos que as noções de altura e volume de som pré-existem nos alunos, enquanto que a idéia de fase é desconhecida, de difícil explicação e visualização,

## 2.2 RECURSOS TECNOLÓGICOS

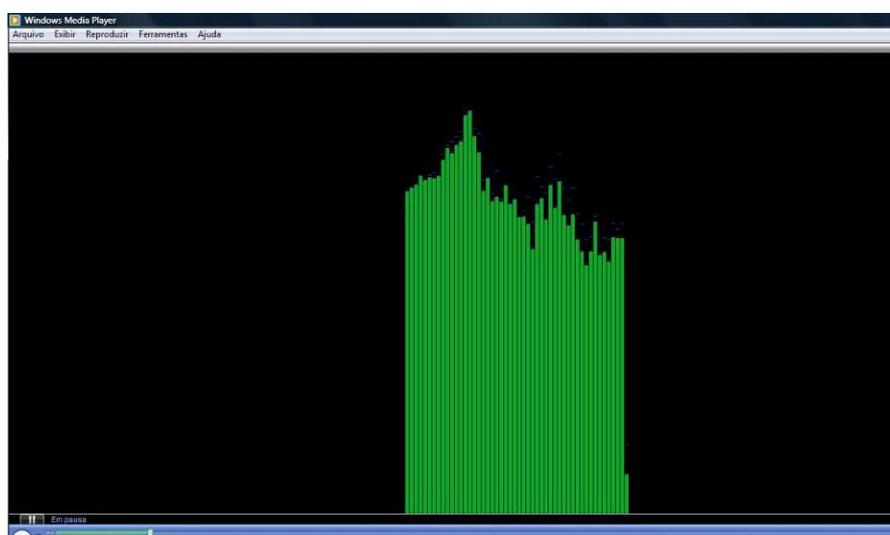
Escolhi trabalhar com Trigonometria, para poder explorar estas ligações com a música. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), o estudo de Trigonometria está diretamente ligado à aprendizagem de matemática com o desenvolvimento de diferentes habilidades, sendo que entre os aspectos mais importantes estão o estudo das funções trigonométricas e de seus gráficos.

Para instigar os alunos, iniciei o trabalho com a utilização do vídeo de sensibilização “A Matemática da Música”, de autoria do Ministério da Educação. Este

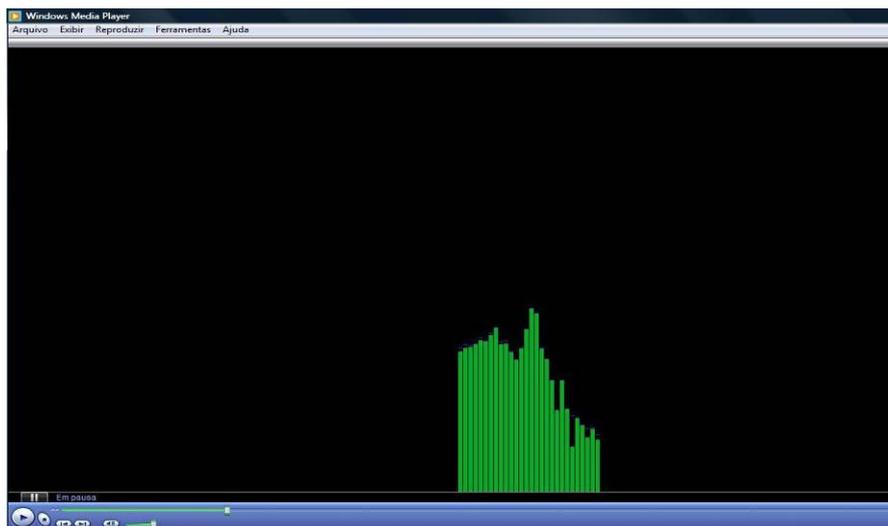
vídeo, de forma geral, apresenta as relações entre a matemática e os sons, e está disponível em:

[http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select\\_actio n=&co\\_obra=20816](http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_actio n=&co_obra=20816)

Esse vídeo foi escolhido porque aborda vários temas, como a história, a cultura, a música e a matemática, possibilitando trabalhar de uma forma globalizada. Acredito que, como a música faz parte do cotidiano dos alunos, ela tenha contribuído no entendimento do conteúdo matemático. Em seguida usei o equalizador do *Windows*, para dar uma primeira visualização do som.

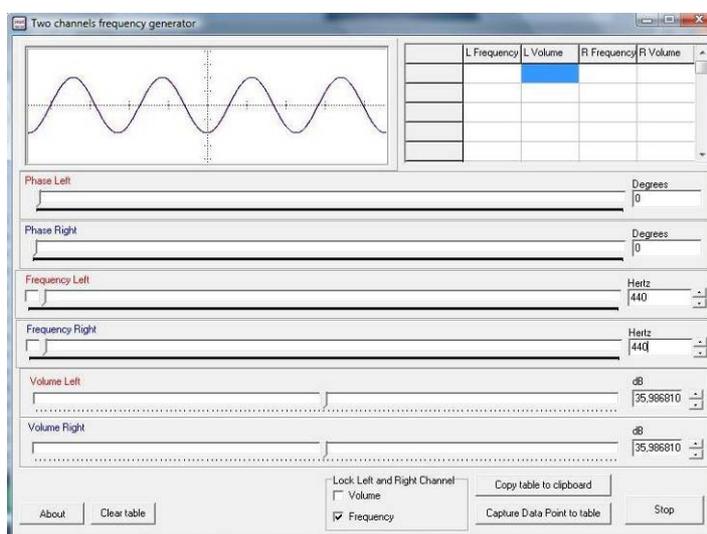


**Figura 8** - Interface do equalizador enquanto a música Vai Sacudir, Vai Abalar, da Banda Cheiro de Amor tocava.



**Figura 9** - Interface do equalizador enquanto a Nona Sinfonia de *Beethoven* tocava.

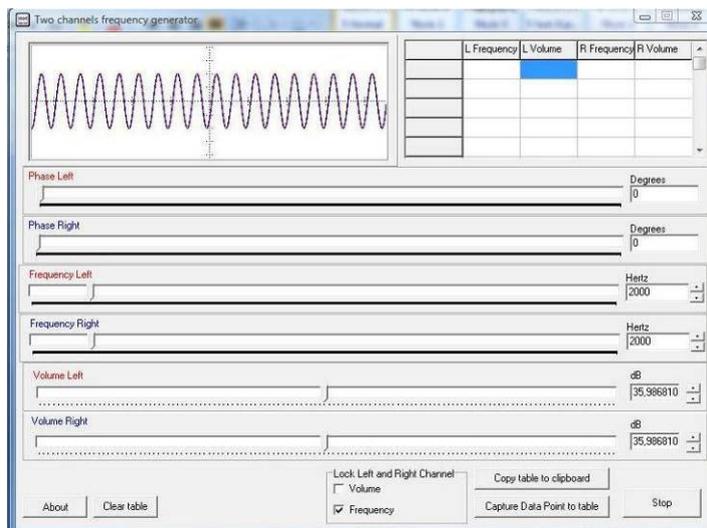
Com o mesmo objetivo, utilizei o *software Frequency Generation*<sup>3</sup> que cria ondas senóides, a partir da manipulação de botões que determinam a frequência, a amplitude e a fase de ondas sonoras associadas a notas puras, sem superposições<sup>4</sup>



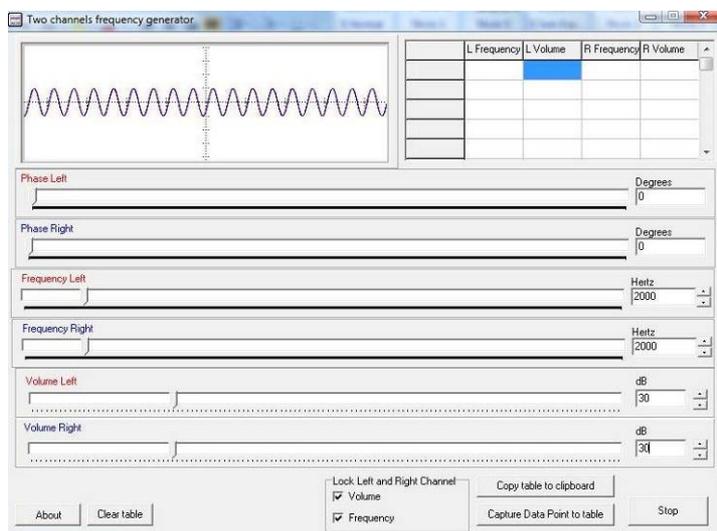
**Figura 10** – Interface do Software com uma frequência de 440 Hz.

<sup>3</sup> É um software. Existem vários disponíveis em <http://www.diffusionsoftware.com/sinegen.php> e <http://www.downv.com/Windows-software-download/sine-wave>.

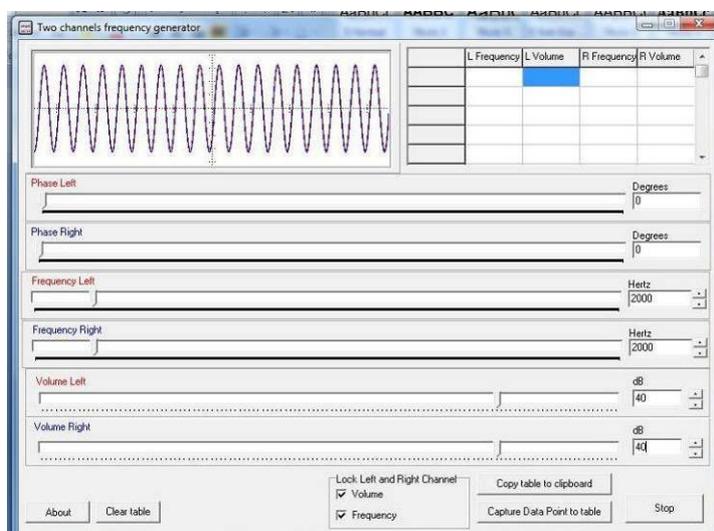
<sup>4</sup> Não tratei do conceito de fase.



**Figura 11** – Interface do Software com uma frequência de 2000 Hz.



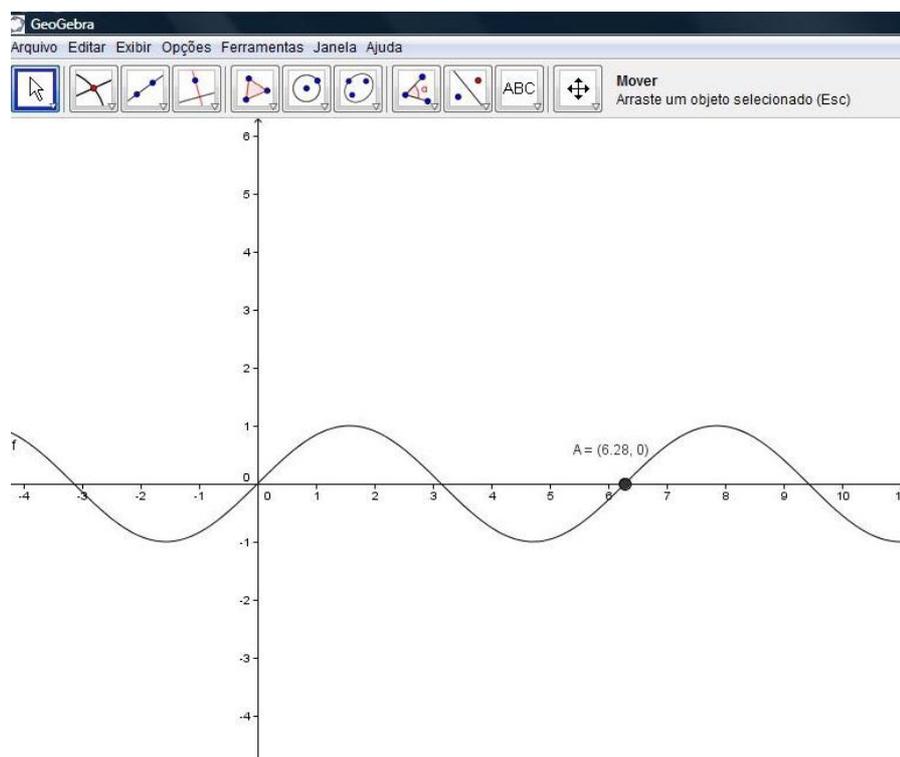
**Figura 12** – Interface do software com um volume de 30 decibéis (dB).



**Figura 13** – Interface do software com um volume de 40 decibéis (dB).

O *GeoGebra* é um software de matemática educativo, ou seja, produzido especialmente para ser utilizado no ensino, e gratuito. Foi criado por Markus Howenwarter, e seu nome vem de GEOMETRIA e álGEBRA. Ele possibilita a construção de diversas formas geométricas planas e, ainda, contribui na compreensão de conteúdos como a trigonometria, o estudo de gráficos de funções e tópicos de geometria analítica. O *GeoGebra* recebeu várias premiações internacionais na área educacional.

O uso do *software GeoGebra* segue as sugestões de Oliveira (2006). O autor afirma que o aprendizado exige abstração por parte do aluno, mas pode ser facilitado com a utilização de atividades manipulativas.



**Figura 14** – Interface do *software GeoGebra*, representando a função seno.

Na segunda experiência, recorri ao aplicativo Mathlet, para concretizar o conceito de seno, disponível em [http://www.walter-fendt.de/m14pt/sincostan\\_pt.htm](http://www.walter-fendt.de/m14pt/sincostan_pt.htm).

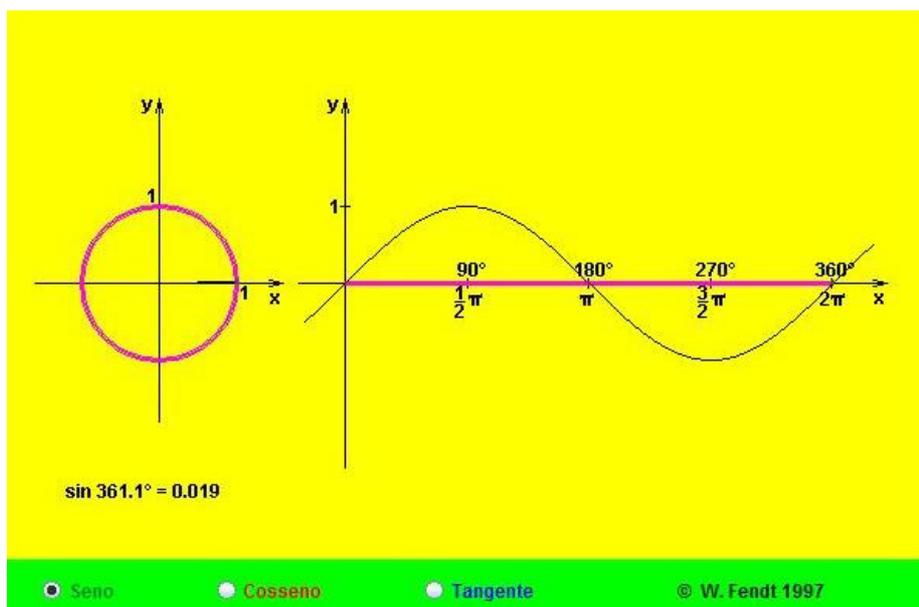


Figura 15 – Interface do Aplicativo *Mathlet*

### 2.3. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Considero que esta proposta, com relações entre a Matemática e a Música, vem ao encontro do problema do desinteresse dos alunos para a aprendizagem, o que acarreta, com freqüência, o fracasso escolar que encontramos nos dias atuais. Muitos acreditam que esse quadro deve-se à má preparação, à falta de motivação e à desvalorização dos professores. Outros vão além, e atribuem a questões e aos interesses políticos de nossos governantes, muitas vezes, preocupados com seus próprios interesses e “esquecendo-se” de investir na educação. Mas, nós como professores de matemática, devemos estar dispostos a intervir e modificar esta realidade.

Nessa perspectiva, busquei atividades para promover “*aprendizagem significativa*”, um processo no qual uma nova informação relaciona-se a um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Em outras palavras, os novos conhecimentos que se adquirem relacionam-se com o conhecimento prévio que o aluno possui.

Supondo que as noções sobre música, sons graves e agudos, com maior ou menor volume, são conhecimentos já incorporados pelo aluno, parti daí para desenvolver conhecimentos matemáticos – as características gráficas da função  $y =$

Asen(bx). A idéia foi ligar estes conceitos e habilidades, facilitando a compreensão das novas informações, para dar significado real ao conhecimento matemático novo. A teoria da aprendizagem significativa sugere que idéias novas só podem ser aprendidas e retidas de maneira útil caso refiram-se a conceitos e proposições já disponíveis, que proporcionam as âncoras conceituais.

No meu caso, as âncoras estavam nas características e na visualização das ondas sonoras.

Segundo Moreira (1997), o conhecimento prévio que os alunos possuem é a variável crucial para que a aprendizagem significativa ocorra. Da mesma forma, Silva (2006) nos apresenta a teoria de Ausubel sobre a aprendizagem significativa. Segundo ele, o que mais influencia a aprendizagem significativa é o conhecimento que o aluno traz consigo, cabendo ao professor identificar este conhecimento e ensinar de acordo com a realidade do aluno. E, como é possível admitirmos que todo o ser humano ‘conhece’ música intuitivamente – os conceitos de som grave, agudo, forte e fraco são parte da nossa bagagem cultural – explorar suas relações com a matemática parece ser um modo de incentivar a construção do conhecimento de forma significativa.

#### 2.4. MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Menna Barreto (2007), a Matemática Aplicada é uma atividade em que a Matemática é aplicável fora de seus próprios interesses, é uma área interdisciplinar, lugar onde a Matemática se oferece como ferramenta e método para resolver problemas das outras ciências, como a Física, a Química ou a Biologia. A metodologia de produção de conhecimentos, nesta área, é a modelagem.

Um modelo matemático nada mais é do que uma representação na linguagem da Matemática de um fenômeno não matemático. Modelagem é um processo de tradução de um fenômeno do mundo físico em uma equação ou um sistema de equações. É um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado e cuja importância reside na linguagem concisa, que expressa as idéias de maneira clara e sem ambigüidades. Para que um modelo

seja eficiente deve permitir fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender o fenômeno a ser modelado.

A obtenção do modelo matemático pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta, sem ambigüidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos de linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa. Com isto, transpõe-se o problema de alguma realidade para a Matemática onde será tratado através de teorias e técnicas próprias desta Ciência.

As ondas sonoras correspondentes a notas puras são graficamente visualizadas como ondas senóides, e a família de funções  $y = A\text{sen}(bx+c)$  é um modelo adequado para este fenômeno. Partindo deste conhecimento – a função seno é um bom modelo para as ondas sonoras – pode-se desenvolver uma atividade de modelagem com os alunos, proporcionando aprendizagem significativa, num processo ativo e participativo.

Menna Barreto (2007) sugere o termo modelação (modelagem em educação) quando refere-se à modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. Neste caso, o fenômeno modelado serve mais de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria Matemática, valorizando-se mais o processo utilizado do que a validação do modelo. Uma metodologia de ensino que envolve modelos apresenta-se como uma possibilidade de intermediação entre o mundo não matemático e o matemático, e propicia a criação de um ambiente de aprendizagem que valoriza as interações com o meio, assim como desenvolve a percepção da utilidade da Matemática.

Além disso, o uso de aplicações em sala de aula pode criar predisposição para aprender Matemática por que o aluno passou de algum modo a compreendê-la e a valorizá-la, vindo ao encontro das minhas expectativas de despertar o interesse pela disciplina, melhorando a compreensão dos conceitos desenvolvidos.

### 3. EXPERIÊNCIA DIDÁTICA I

Esta experiência foi desenvolvida na disciplina de matemática, com 09 alunos, entre os 17 e 24 anos, pertencentes a 3ª série do ensino médio noturno, da Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Silvio Ribeiro no Município de Santana do Livramento, RS.

#### 3.1 A ESCOLA

A escola atende a população de um bairro muito pobre. A grande maioria vem das mais diversas escolas da cidade e da zona rural. Alguns alunos que chegam no 1º ano do ensino médio, mal sabem ler e escrever. Para se ter uma idéia, em Matemática, apresentam dificuldades na tabuada, não dividem números exatos, muito menos decimais, pouco já trabalharam com geometria e percebe-se que eram incentivados a fazerem exercícios repetitivos no Ensino Fundamental.

A faixa etária é bastante variada, pois existem alunos que há muitos anos pararam de estudar e estão retornando. O principal objetivo é o de concluir o ensino médio para conseguir um emprego melhor. Não se observa alunos com “sonhos”, nem interesse ou motivação para continuar os estudos.

A evasão escolar é alarmante. Para constar, basta analisarmos a lista com 22 alunos no 3º ano, destes apenas 11 estão freqüentando as aulas. Os motivos são os mais diversos possíveis: baixo rendimento escolar, pouco tempo para estudar e realizar as tarefas de aula, incompatibilidade entre o horário da escola e do trabalho.

Quanto ao acesso à tecnologia, existem poucos computadores na escola, e estes apresentam muitos problemas. Devido às dificuldades financeiras dos alunos, a maioria não possui computador em casa.

O laboratório da escola conta com 11 computadores, porém, só conseguimos instalar o *software* desejado (*GeoGebra*) em cinco deles (seis não funcionavam). A escola conta com acesso a internet, porém, no período em que realizei a prática, ela não estava conectada. O espaço físico tem condições de atender plenamente a necessidade da comunidade escolar, pois é amplo e bem estruturado, as paredes

pintadas, as carteiras e o quadro verde com ótimo aspecto. Assim, podemos dizer que, no conjunto, tem-se uma estrutura com boas condições para a prática escolar. No entanto, é um local não utilizado pelos professores, que mantêm formas tradicionais de ensino.

### 3.2 A PRÁTICA

A prática ocorreu nos meses de junho e julho do presente ano e teve a duração total de 09 hs/aula.

Iniciei com o vídeo vídeo sensibilizador citado anteriormente. Após assistirem-no, os alunos trabalharam com o programa *Windows Media Player*<sup>5</sup> que apresenta as variações, através de um gráfico, da intensidade e da altura dos diferentes sons musicais combinados. O objetivo de mostrar o comportamento do equalizador do *Media Player* foi mostrar que: o gráfico mostra uma superposição de ondas; quanto maior a intensidade sonora, maiores são os picos que aparecem na telinha; a composição de sons dos instrumentos diversos resulta na superposição de varias curvas senóides.

O uso do *software Frequency Generator* teve o objetivo de mostrar representações gráficas de notas puras, que são visualizadas como uma só onda. Aumentando o volume do som, a amplitude da onda aumenta, diminuindo o volume, a amplitude diminui. Já quando se aumenta a freqüência do som, ele fica mais agudo e o período da função diminui, da mesma forma que quando diminui a freqüência sonora, e o som fica mais grave, o período da onda aumenta, pois estas duas grandezas são inversamente proporcionais.

O uso do *Geogebra* teve o objetivo de identificar estas características da onda sonora com os parâmetros da família de funções  $y = A \sin bx$ . A análise de diferentes gráficos, obtidos com mudanças de valores de “A” e “b”, proporciona a generalização desejada: “A” corresponde à amplitude; “b” corresponde ao período e, ao mesmo tempo, à freqüência.

---

<sup>5</sup> Programa de computador que executa arquivos conteúdo multimídia em geral como: MP3, WMA, WAV, MPEG, VCDs, DVDs, etc.  
Fonte: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Media\\_player](http://pt.wikipedia.org/wiki/Media_player)>.

### 3.3 OBJETIVO GERAL/JUSTIFICATIVA

O principal objetivo da experiência foi dar significado aos gráficos da família de funções seno  $y = A \sin(bx)$  explorando as relações entre os parâmetros e as características do som e das ondas sonoras. Para alcançar este objetivo, tracei alguns objetivos específicos:

- a) instigar os alunos, através de um vídeo sensibilizador que trata das relações existentes entre a matemática e a música;
- b) relacionar onda sonora com sua representação gráfica, visualizada no *Windows Media Player*;
- c) relacionar características da onda sonora com alterações da sua representação gráfica, usando o *software Frequency Generation*;
- d) relacionar onda sonora com curva senóide e com seu modelo matemático  $y = A \sin(bx)$ ;
- e) dar significado aos gráficos das funções:  $y = A \sin(bx)$ , focalizando os parâmetros “A” e “b”, associando-os a características da onda sonora;
- f) relacionar mudanças nos gráficos da função seno com mudanças destes parâmetros A e b, através da construção das senóides no *software* educativo *Geogebra*.

### 3.4 HIPÓTESES/PRESSUPOSTOS

Parto da hipótese de que os alunos têm conhecimento das principais características do som: altura e volume. Por fazer parte do cotidiano dos alunos, creio que a música possa contribuir na construção da aprendizagem de matemática. Acredito que a música, na aula de matemática, além de ser algo novo, possibilite um ambiente de interação entre o objeto de estudo da aula, o professor e os alunos.

Além dos aspectos comuns encontrados na matemática e na música, também é possível relacionar a música com outros campos do saber, como por exemplo, a história e a física. Espero despertar o interesse dos alunos para a Matemática, apresentando-a como modelo de fenômenos reais.

Como os alunos desta turma já trabalharam com o *software Geogebra*, espero que tenham facilidade em manipulá-lo. Já tive experiências anteriores<sup>6</sup> com esses alunos e eles se demonstraram motivados e empolgados com o uso do *software*, por isso creio que novamente serão receptivos com a proposta deste trabalho.

Por fim, espero que as atividades que serão realizadas neste trabalho facilitem a construção dos conceitos em foco: os gráficos das funções:  $y = A \sin(bx)$ , correspondentes a mudanças dos parâmetros A e b.

### 3.5 PLANO DE ENSINO

O quadro a seguir apresenta cada momento da prática que foi realizada, mostrando os objetivos, as ações e os recursos que foram utilizados. Em seguida são apresentados os questionamentos que serviram como avaliação das atividades dos alunos.

OBJETIVO	AÇÃO	RECURSO
Instigar e mostrar aos alunos as relações existentes entre a matemática e a música.	Assistir um vídeo sensibilizador que trata das relações existentes entre a matemática e a música.	Vídeo

<sup>6</sup> Da vez anterior, iniciei a prática docente a partir de um problema disparador. Este problema, proposto por Lima et al. (2005, p. 122) diz o seguinte: “Ao soltar uma pipa, um menino já usou toda a linha de seu carretel, que tem 100 metros de linha. O ângulo que a linha forma com a horizontal é igual a  $18^\circ$ . A que Altura está a pipa?”. Tal problema teve por objetivo instigar, provocar e deixar os alunos curiosos para encontrar a solução. O principal objetivo desta intervenção foi tratar dos conceitos relacionados aos sinais e aos intervalos de crescimento e decrescimento do seno e do cosseno. Para se alcançar estes objetivos, tracei os seguintes objetivos específicos:

a) a partir dos conhecimentos adquiridos por eles até então, resignificar os conceitos relacionados com o círculo trigonométrico, sinais do seno e do cosseno em cada quadrante e os intervalos onde o seno e cosseno são crescentes ou decrescentes;

b) dar sentido a esses conceitos, aplicando o uso do software educativo Geogebra.

Durante a realização das atividades com o Geogebra, ficou evidente o interesse e a satisfação dos alunos, pois se mantiveram atentos e curiosos, pois tudo era novidade para eles.

Mostrar para os alunos a relação entre onda sonora e a curva senóide.	Apresentar para os alunos o <i>software</i> , e pedir para eles prestarem atenção na música, tentando perceber e interpretar de uma forma crítica o que está ocorrendo com o equalizador.	<i>Windows Media Player</i>
Relacionar características da onda sonora com alterações da forma da senóide.	Os alunos irão manipular o <i>software</i> e verificar o que acontece quando aumenta ou diminui a frequência sonora, assim como quando aumenta ou diminui o volume do som.	<i>Software Frequency Generator</i>
Relembrar os sinais e os valores das funções seno e cosseno.	Os alunos irão manipular o círculo trigonométrico já construído por eles, numa prática anterior, observar e apontar os sinais e os valores das funções seno e cosseno.	<i>Software Geogebra</i>
Identificar entre os parâmetros dos gráficos das funções $y = A \sin (bx + c) + d$ e quais os que correspondem à onda sonora.	Os alunos irão construir, em um mesmo gráfico, diferentes funções do tipo: $y = A \sin (bx + c) + d$	<i>Software Geogebra</i>
Analisar as mudanças dos parâmetros das funções trigonométricas e relacionar com os diferentes tipos de som.	Os alunos irão modificar os parâmetros das funções que construíram anteriormente.	<i>Software Geogebra</i>
Verificar a aprendizagem dos alunos ao final das atividades que serão realizadas.	Os alunos irão realizar uma avaliação sobre o conteúdo que estudaremos neste período.	<i>Software Geogebra</i> e material escrito.

### Questões propostas durante o trabalho

- 1) O que você achou do vídeo que assistimos? Já tinha ouvido falar algo a respeito do que foi mostrado no filme?

- 2) Ao observar o equalizador do *Windows Media Player* enquanto a música toca, o que você pode afirmar? A forma do gráfico lembra o que?
- 3) No *software Frequency Generator*, o que acontece com o gráfico quando você aumenta ou diminui o volume do som?
- 4) Da mesma forma, o que acontece quando você aumenta ou diminui a frequência sonora?
- 5) O que podemos afirmar ao relacionarmos o período da função e a frequência sonora?
- 6) Como modificar a curva  $y = \text{sen}x$  para representar o som mais alto? Qual parâmetro da função  $y = A\text{sen}(bx)$  devemos alterar? Dê um exemplo.
- 7) Como modificar a curva  $y = \text{sen}x$  para representar o som mais baixo? E mais grave? Qual parâmetro da função  $y = A\text{sen}(bx)$  alteramos? Dê um exemplo?
- 8) Como modificar a curva  $y = \text{sen}x$  para representar o som mais agudo? E mais grave? Qual parâmetro da função  $y = A\text{sen}(bx+c)+d$  devemos alterar? Dê um exemplo?
- 9) Para cada uma das funções que você construiu, observar seu comportamento e responder as seguintes questões:
  - a) Qual seu domínio?
  - b) Qual sua imagem?
  - c) Qual o período?
  - d) Qual a frequência?

### **Avaliação**

- 1) Observando o comportamento das funções seno e cosseno, responda:
  - a) Ao multiplicarmos as funções periódicas por uma constante o que acontece com o domínio? E com a imagem? E com o seu período? O domínio e o período não se alteram, já a imagem aumenta.
  - b) Ao multiplicarmos a variável independente da função por uma constante o que acontece com o domínio? E com a imagem? E com o seu período?
- 2) Determine o período, a frequência e a amplitude das seguintes funções:
  - a)  $y = 2 \text{sen} x$

b)  $y = \text{sen } 40 x$

c)  $y = 10 \cos 4x$

$y = \cos 2\pi x$

3) Qual a sua opinião sobre as atividades que foram desenvolvidas?

4) Quais os pontos positivos e negativos quanto a forma em que este conteúdo foi abordado?

### 3.6 ESTRATÉGIAS PARA COLETA DE DADOS

Para fazer os relatos e análises posteriores à experiência, coletei dados, durante a prática. Organizei um diário, onde foram registradas as informações, julgadas como fundamentais para fornecer argumentos para reflexão e avaliação. Dentre elas podemos destacar as seguintes:

- a) dia, local e hora;
- b) atividades desenvolvidas;
- c) aspectos observados durante a realização da atividade;
- d) participação dos alunos durante a realização da atividade;
- e) comentários pessoais e reflexões após cada atividade.

Além disso, fotografei os alunos durante a ação, capturei a tela do computador com a imagem e os arquivos das suas produções.

Outra forma de coletar os dados se deu através de gravações das falas dos alunos durante as aulas. As avaliações escritas também serviram como um instrumento útil para a coleta de dados.

### 3.7 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PRÁTICA

Neste capítulo faço um relato da prática realizada, comparando os resultados obtidos com as hipóteses anteriormente formuladas.

Realizei a prática na escola onde leciona a colega do curso prof. Joseane Gandin. Ela colocou uma de suas turmas do terceiro ano a minha disposição. O

laboratório da escola conta com 09 computadores, mas como estava passando por uma reforma, os computadores encontravam-se instalados na biblioteca. As nove horas de prática se subdividiram em sete encontros ao longo de três semanas.

### **Encontro 1**

Iniciei a prática no dia 14 de junho de 2010, com a duração de duas horas, com a presença de oito alunos. Neste dia o encontro se deu na sala de projeção da escola, um local amplo, onde há um aparelho de projeção, um reproduzidor de vídeo, caixas de som e várias cadeiras de plástico, ou seja, um local que oferece boas condições para se trabalhar com o uso do vídeo. Em um primeiro momento apresentei a turma meus objetivos, a forma de trabalho que pretendia colocar em prática e comentei sobre algumas regras de convivência para o bom andamento do trabalho.

Iniciei o trabalho apresentando o vídeo, dizendo aos alunos que a escola possui um exemplar dele e que também é possível encontrá-lo no *site* do Ministério da Educação. Durante a apresentação os alunos mantiveram-se atentos na maior parte do tempo. E, principalmente, quando era tratado das relações entre os sons e a matemática, era possível ver o interesse da classe. Procurei não interromper o filme, deixando para fazer comentários e abrir espaço ao final deste. Dentre os principais aspectos que foram tratados durante o documentário, e que foram destacados por mim, foi a descoberta realizada por Pitágoras relacionado a formação dos sons e suas relações com frações matemáticas. O documentário tratou também dos diversos ritmos e estilos musicais, como o samba, o canto gregoriano, o *jazz* e a música erudita. Uma crítica que se deve fazer é uma explicação sobre ritmo musical que é feita por um músico norte americano. Com isso, apesar de haver uma legenda da fala deste músico, os alunos não conseguiram compreender a explicação que foi dada.

Em um segundo momento, pedi aos alunos que se reunissem em trios, para que juntos, discutissem e respondessem aos seguintes questionamentos:

- 1) O que você achou do vídeo que assistimos? Já tinha ouvido falar algo a respeito do que foi mostrado no filme?
- 2) Quais conteúdos matemáticos, e em geral, você lembrou ao assistir o filme?

Neste momento percebi que estavam empolgados, houve interação entre eles, comentando sobre o filme que haviam assistido. Pelas respostas obtidas,

percebi que a maioria dos alunos não conhecia as relações matemáticas presentes na música. Porém todos comentavam sobre instrumentos musicais, sobre a vontade de aprender música, enfim, percebi que a música trouxe motivação durante esta aula.

### **Encontro 2**

O segundo encontro, no dia 17, teve a duração de 1 hora e ocorreu na biblioteca da escola (devido à reforma no laboratório de informática). Estavam presentes cinco alunos, destes, apenas um não esteve na aula anterior.

Chegando à escola me dirigi até a biblioteca para verificar o funcionamento dos computadores. Das seis máquinas, duas não estavam ligando. Foi preciso trocar estabilizadores. As mesas com os computadores encontravam-se encostadas na parede na sala, o que dificultou a interação entre os alunos e o professor. A imagem a seguir é do local onde os alunos realizaram as atividades.



**Figura 16** – Disposição dos computadores

O objetivo desta aula era mostrar para os alunos a relação entre onda sonora e a curva senóide através do *software Windows Media Player*. Entretanto, nenhuma máquina possuía caixas de som. Foi preciso colocar em uma máquina as caixas de um computador da sala dos professores. Também levei um fone de ouvido, para que assim, os alunos pudessem escutar as músicas.

Após apresentar aos alunos o *software*, pedi que observassem o comportamento do gráfico, enquanto a música *One Love*, da Banda Irlandesa U2<sup>7</sup> estava sendo reproduzida. Logo em seguida, entreguei a eles uma folha com a seguinte questão:

---

<sup>7</sup> Banda de rock formada em Dublin, Irlanda no ano de 1976.

- Ao observar o equalizador do *Windows Media Player* enquanto a música toca, o que você pode afirmar? A forma do gráfico lembra o que?

Também pedi que traçassem um gráfico que melhor representasse a situação que observaram.

Durante a realização da atividade, percebi que muitos alunos falavam as seguintes palavras: som, frequência, seno, onda, forte, etc. Com isso, percebia que meu objetivo estava sendo alcançado. Porém, ao analisar as respostas dos alunos após a entrega de seus trabalhos, percebi que nenhum deles citou que o gráfico representava a curva senóide e nenhum desenhou uma curva deste tipo, representaram apenas cópias da curva mostrada na tela.

Chamou-me a atenção o fato de uma aluna, que após escutar, por certo tempo, a música do grupo U2, enquanto realizava a tarefa, encontrou uma música erudita no próprio *software* e deixou esta tocando enquanto acabava a atividade proposta na aula.

### **Encontro 3**

Esse encontro foi realizado no dia cinco de julho, com duração de duas horas. O objetivo principal da aula foi mostrar aos alunos o comportamento da senóide durante a execução de diferentes sons.

Iniciei com a apresentação do *software Frequency Generation*. Com ele, mostrei a relação entre a onda sonora, o volume e a frequência. Esta apresentação se deu em um computador, o único que possuía caixa de som. Neste momento percebi que os alunos mantiveram-se atentos e respondiam com precisão a questionamentos que eu fazia durante minha explanação e também nas questões propostas a eles por mim. Depois da apresentação, pedi aos alunos que ocupassem cada um seu computador e manipulassem o *software* a fim de responderem a questionamentos sobre as relações dos sons com a senóide que o *software* representa. Analisando as respostas, percebi que alguns deles se confundiram, relacionando o volume com a frequência, por exemplo.

Logo após entregarem a folha com os questionamentos, pedi a eles para analisarem o círculo trigonométrico (construído na prática realizada anteriormente). O objetivo foi relembrar o comportamento do seno e do cosseno desta construção.

Como estávamos na biblioteca e nela não existe quadro, fomos discutir a construção da senóide na sala de aula. Neste momento relembrei o conceito de função, montei uma tabela relacionando o seno e o cosseno de alguns ângulos.

Assim construímos o gráfico da função e retomamos o conceito de amplitude de onda, de período da senoíde e suas relações com o volume e a frequência sonora.

#### **Encontro 4**

No dia oito de julho aconteceu o quarto encontro. Este teve como objetivo a análise dos parâmetros da função trigonométrica  $y=A \text{ sen}(bx)$ , com o *software GeoGebra*, relacionando-os aos sons musicais. Neste dias estiveram presentes apenas cinco alunos. No momento em que pedi a eles para acessarem o *software* percebi uma grande empolgação do grupo. Mostrei a eles, passo a passo, como construir a função seno, pedi para que determinassem várias funções em um mesmo gráfico, alterando os parâmetros das mesmas. Enquanto construía as funções do tipo:  $y = A \text{ sen } bx$ , eu os questionava sobre a relação das mudanças dos parâmetros A e b que representam as mudanças de volume e frequência sonora. Em seguida entreguei aos alunos uma folha sobre questionamentos envolvendo o conteúdo da aula e pedi para me entregarem. Como a aula era de um só período, alguns não conseguiram concluir a atividade, com isso, deixei-os concluir na próxima aula.

#### **Encontro 5**

No dia nove de julho aconteceu mais um encontro. Neste, os alunos acabaram a atividade proposta na aula anterior e também complementaram respondendo questões envolvendo o domínio, a imagem, o período e a frequência das funções trigonométricas que haviam construído no *GeoGebra*.

#### **Encontro 6**

O último encontro ocorreu em doze de julho. Neste dia os alunos realizaram uma avaliação sobre os conteúdos trabalhados com auxílio do *GeoGebra*. Além de responderem questões sobre os conteúdos, os alunos também puderam expor suas opiniões sobre as atividades.

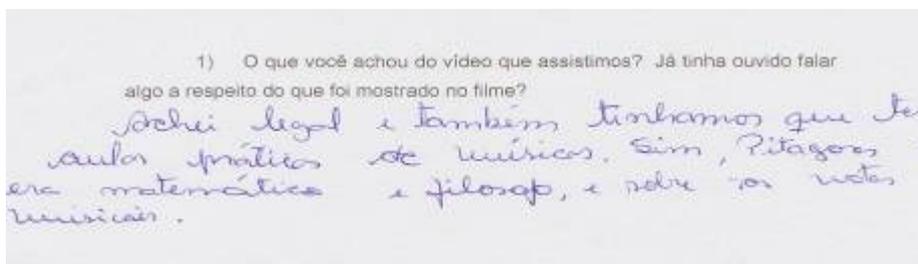
No final da aula falei sobre minha satisfação em ter trabalhado com eles mais uma vez, agradei a professora titular pela oportunidade novamente e me coloquei a disposição da escola.

### 3.8 ANÁLISE DAS HIPÓTESES

Neste momento inicio uma reflexão sobre as hipóteses apontadas inicialmente.

Na aula em que os alunos assistiram ao vídeo percebi, durante a discussão que realizamos em grupo, o quanto a música faz parte de suas vidas. Alguns tinham familiares ou amigos músicos e gostavam de escutar música. A música, como já era de se esperar, faz parte do cotidiano dos alunos, e isto contribuiu na construção do conhecimento dos conteúdos trabalhados durante este período, o que foi observado durante as aulas e nas avaliações realizadas com a turma. Os depoimentos a seguir demonstram o entusiasmo dos alunos ao trabalharem com música na aula de matemática.

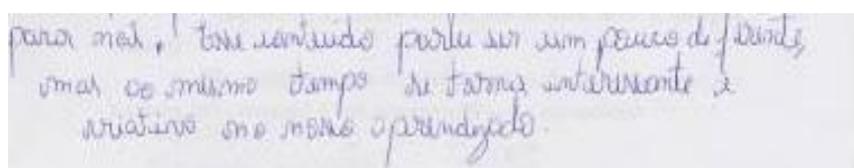
- 1) O que você achou do vídeo que assistimos? Já tinha ouvido falar algo a respeito do que foi mostrado no filme?
- 2) Quais conteúdos matemáticos, e em geral, você lembrou ao assistir o filme?



*“Achei legal e também tínhamos que ter aulas práticas de músicas. Sim, Pitágoras, era matemático e filósofo, e sobre as notas musicais”.*

Infelizmente são poucas as escolas que possuem a disciplina de música em seu currículo. Acredito que atividades com a utilização de instrumentos musicais poderiam desenvolver vários aspectos educativos no contexto escolar.

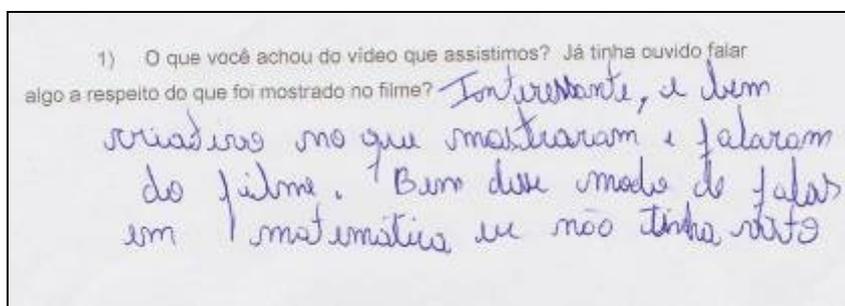
- 3) Qual a sua opinião sobre as atividades que realizamos?



*“Para nós, este conteúdo parece ser um pouco diferente, mas ao mesmo tempo se tornou interessante e criativo no nosso aprendizado”.*

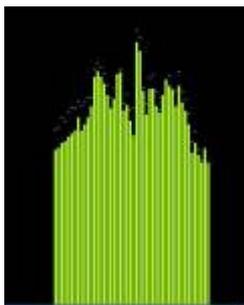
Fica evidente que os alunos acharam diferente a forma de se abordar o conteúdo, fazendo com que se interessassem pelas aulas.

A música e suas relações com a matemática foi algo novo para estes alunos, por isto, possibilitou um ambiente de interação entre o objeto de estudo, no caso as funções trigonométricas, o professor e os alunos. A afirmação a seguir é de uma aluna, e que expressa que a maneira como abordamos a matemática foi nova para eles.



*“Interessante, e bem criativo no que mostraram e falaram do filme. Bem desse modo de falar em matemática eu não tinha visto”.*

Além dos aspectos comuns encontrados na matemática e na música, também é possível relacionar a música com outros campos do saber, como por exemplo, a história e a física. Na aula em que os alunos manipularam o *software Windows Media Player*, através das falas, foi possível perceber as diversas formas que relacionaram a música com outros saberes. A imagem a seguir foi capturada da tela de um dos computadores enquanto os alunos trabalhavam: representa o comportamento do gráfico enquanto a música da Banda U2, tocava. É uma imagem em movimento. Os picos ocorrem quando o som aumenta de volume; o serrilhado torna-se mais apertado quando o som é mais agudo; a composição resultada da superposição de sons de instrumentos diversos, resultando na superposição de diferentes curvas senóides.



**Figura 17** – Gráfico produzido

Cabe aqui citar as idéias de duas alunas sobre a relação entre os sons e o gráfico apresentado. A primeira na atividade com o *Windows Media Player* a segunda ao observar o *Frequency Generation*.

4) Ao observar o equalizador do *Windows Media Player* enquanto a música toca, o que você pode afirmar? A forma do gráfico lembra o que?

*“As variações dos sons a cada momento se modificam, certo momento ele vai para cima, outro momento ele desce. Quando as notas são altas, sobe o gráfico, quando aumenta as notas, aumenta a potência do som que eles estão tocando, por exemplo, quando batem na bateria”.*

Na verdade, temos picos quando o som aumenta de volume. Aparece aqui a confusão entre altura e volume do som, mas também aparece a relação entre o que a aluna ouve e o que ela vê, numa primeira aproximação para a representação gráfica das ondas sonoras.

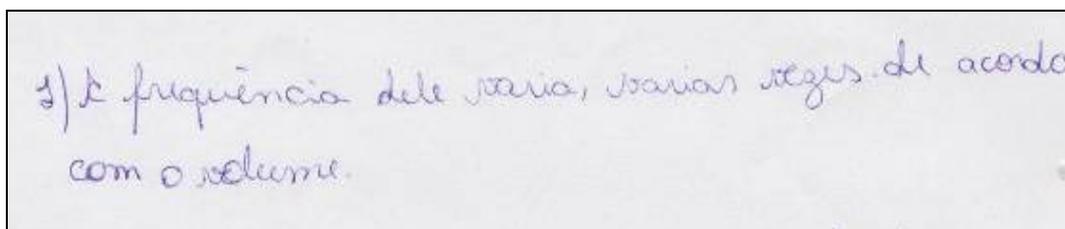
5) No *software Frequency Generator*, o que acontece com o gráfico quando você aumenta ou diminui o volume do som? Da mesma forma, o que acontece quando você aumenta ou diminui a frequência sonora?

*“Inicialmente ambas encontram-se em duas linhas retas, conforme aumento o volume elas começam a ondular, até chegar a ondulação máxima no gráfico. Conforme aumento as frequências as ondas aproximam-se umas das outras, conforme vou aumentando as ondas das frequências vão intercalando umas as outras”.*

Na afirmação deste aluno ele cita o termo ondulação máxima, o que não é correto, da mesma forma que as ondas das frequências vão intercalando-se. O mais correto seria afirmar que a medida que aumentamos o volume do som, a amplitude do gráfico também aumenta. Já ao aumentarmos a frequência, o período do gráfico

diminui inversamente proporcional. Também aparece a confusão com o termo “onda”, para ele, cada crista é uma onda e “as ondas aproximam-se”. Não ficou claro o conceito de “onda sonora” e de “representação gráfica da onda”.

A confusão entre altura e volume do som é repetida, quando pedi aos alunos para relacionarem o volume do som com o gráfico da senóide.



*“A freqüência dele varia varias vezes de acordo com o volume”.*

6) Como modificar a curva para representar o som mais alto? Qual parâmetro da função  $y = \text{sen } x$  devemos alterar? Dê um exemplo?

Resposta do aluno:

A)  $f(x) = \text{sen } 8x$ , que representa um som menos grave.

B)  $f(x) = \text{sen } x$ , que representa um som mais grave

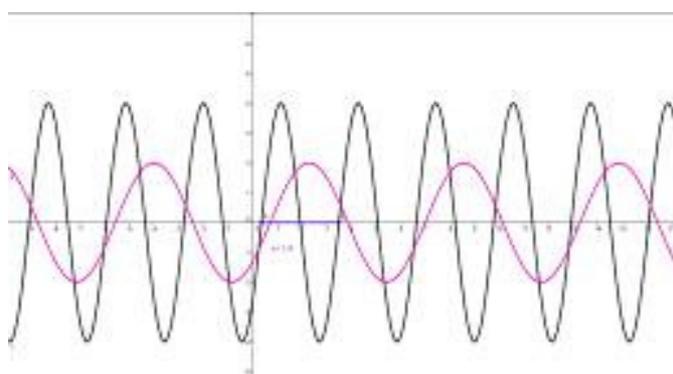
Nota-se que o aluno não conseguiu mudar o parâmetro para obter um som mais grave, porque não teve clareza de que o parâmetro “b” em  $y = \text{sen } x$  é igual a 1, e para diminuí-lo teria que utilizar  $b = 0,5$  ou  $b = 1/3$ . Isto não ocorreu.

Esta questão foi respondida com auxílio do Geogebra. Como esperava, os alunos tiveram facilidade em manipulá-lo e mostraram-se motivados e receptivos com a proposta deste trabalho. A imagem a seguir mostra duas alunas enquanto trabalhavam nas atividades propostas.



**Figura 18** – Alunos trabalhando

Com isso, conseguiram observar as diferenças entre as senóides, associando as mudanças de parâmetros delas com os sons musicais. Através do gráfico também definiram com facilidade o período, a amplitude, o domínio e a imagem das funções seno e cosseno. A imagem e as respostas apresentadas a seguir mostram uma das construções e conclusões que os alunos obtiveram através do trabalho que realizaram com o software *GeoGebra*.



**Figura 19** – Construção realizada no *GeoGebra*

7) Para cada uma das funções que você construiu, observar seu comportamento e responder as seguintes questões:

Funções construídas:

Função a)  $4 \text{ sen } (2x)$

Função b)  $2 \text{ sen } (2x)$

a) Qual seu domínio?

“O domínio destas funções são todos os números reais”.

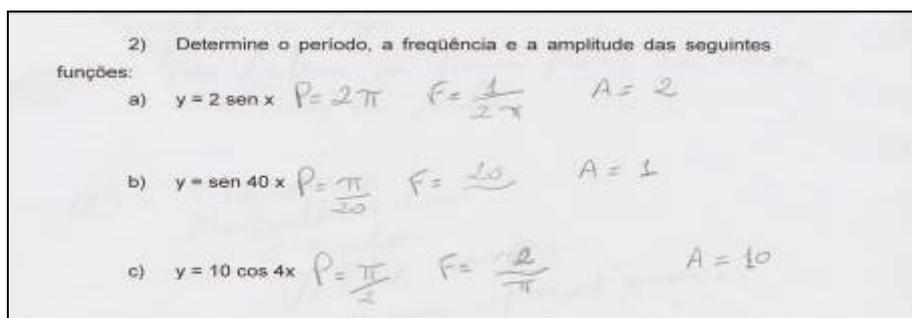
b) Qual sua imagem? Função a)  $[-4, 4]$  função b)  $[-2, 2]$

c) Qual o período domínio?  $\pi$

d) Qual a frequência?  $\frac{1}{\pi}$

Nota-se que os alunos deram respostas usando radianos. Neste momento, parece-me, não estavam mais relacionando os gráficos com sons, mas sim com os conhecimentos de trigonometria que foram lembrados na minha exposição oral.

As atividades realizadas neste trabalho deram novos significados aos conceitos que foram trabalhados com estes alunos, mas, na avaliação realizada com eles no último dia de aula, creio que foi mobilizado o conhecimento anterior de trigonometria.



1) Determine o período, a frequência e a amplitude das seguintes funções:

a)  $y = 2 \operatorname{sen} x$

Período:  $2\pi$ . Frequência:  $\frac{1}{2\pi}$ , Amplitude: 2

b)  $y = \operatorname{sen} 40 x$

Período:  $\frac{\pi}{20}$ , Frequência: 20. Amplitude: 1

c)  $y = 10 \cos 4x$

Período:  $\frac{\pi}{2}$ , Frequência:  $\frac{2}{\pi}$ , Amplitude: 10

Na relação com os sons musicais, só foi possível trabalhar com amplitude, frequência e período das funções seno e cosseno. Através do *software GeoGebra* seria possível ir além, abordando os parâmetros  $c$  e  $d$  das funções  $y = A \operatorname{sen}(bx + c) + d$  e funções  $y = A \cos(bx + c) + d$ . Porém, devido ao curto espaço de tempo disponível na execução desta prática pedagógica e pelo fato deste não ser o principal objetivo, me detive apenas na análise dos parâmetros  $A$  e  $b$  e sua relação com os diferentes sons musicais.

### 3.9 AVALIAÇÃO FINAL E CRÍTICA

Ao final desta experiência dei-me conta que tinham hipóteses implícitas, não muito claras para mim: eu supunha que os alunos conheciam:

- 1) as características do som – altura e volume, distinguindo os termos grave, agudo, forte e fraco, alto e baixo;
- 2) o fato do som ser uma onda cuja representação gráfica lembra uma curva senóide;
- 3) o gráfico da função seno.

Na verdade, os alunos já conheciam os termos alto e baixo e usavam-nos para referir-se ao volume do som, o que causou muitas confusões. Os alunos não tinham nenhuma noção sobre onda sonora, nunca tinham observado o comportamento de um equalizador e não fizeram relação espontânea entre as curvas sonoras vistas no *software Frequency Generator* com gráficos da função seno. As relações tiveram que ser feitas por mim, em intervenções e na aula dada sobre a função seno.

Estas hipóteses, não formuladas, estão expressas, no modo como planejei as atividades.

OBJETIVO	AÇÃO	RECURSO
Instigar e mostrar aos alunos as relações existentes entre a matemática e a música.	Assistir um vídeo sensibilizador que trata das relações existentes entre a matemática e a música.	<i>Vídeo</i>
Mostrar para os alunos a relação entre onda sonora e a curva senóide.	Apresentar para os alunos o software, e pedir para eles prestarem atenção na música, tentando perceber e interpretar de uma forma crítica o que está ocorrendo com o equalizador.	<i>Windows Media Player</i>
Relacionar características da onda sonora com alterações da forma da senóide.	Os alunos irão manipular o <i>software</i> e verificar o que acontece quando aumenta ou diminui a frequência sonora, assim como quando aumenta ou diminui o volume do som.	<i>Software Frequency Generator</i>

Relembrar os sinais e os valores das funções seno e cosseno e outros conceitos importantes: período, gráfico, domínio, imagem.	Os alunos irão manipular o círculo trigonométrico já construído por eles, numa prática anterior.	Software Geogebra
Identificar entre os parâmetros dos gráficos das funções $y = A \sin(bx)$ quais os que correspondem à onda sonora.	Os alunos irão construir, em um mesmo gráfico, diferentes funções do tipo: $y = A \sin(bx)$	Software Geogebra
Analisar as mudanças dos parâmetros das funções trigonométricas e relacionar com os diferentes tipos de som.	Os alunos irão modificar os parâmetros das funções que construíram anteriormente.	Software Geogebra
Verificar a aprendizagem dos alunos ao final das atividades que serão realizadas.	Os alunos irão realizar uma avaliação sobre o conteúdo que estudaremos neste período.	Software Geogebra e material escrito.

Observa-se que, bem no início, coloquei o objetivo de: mostrar para os alunos a relação entre onda sonora e a curva senóide, como se estes dois conceitos já fossem conhecidos. O próximo objetivo foi: relacionar características da onda sonora com alterações da forma da senóide. Estas características foram explicadas muito ligeiramente, com auxílio do software Frequency Generator. Em seguida, relembrei o círculo trigonométrico, as funções seno e cosseno, e outros conceitos importantes: período, gráfico, domínio, imagem.

O principal objetivo da experiência foi dar significado aos gráficos da família de funções seno  $y = A \sin(bx)$  explorando as relações entre os parâmetros e as características do som e das ondas sonoras.

Para alcançar este objetivo, tracei alguns objetivos específicos:

- a) instigar os alunos, através de um vídeo sensibilizador que trata das relações existentes entre a matemática e a música;
- b) relacionar onda sonora com sua representação gráfica, visualizada no *Windows Media Player*;

- c) relacionar características da onda sonora com alterações da sua representação gráfica, *usando o software Frequency Generation*;
- d) relacionar onda sonora com curva senóide e com seu modelo matemático  $y = A \sin(bx)$ ;
- e) dar significado aos gráficos das funções  $y = A \sin(bx)$ , focalizando os parâmetros “A” e “b”, associando-os a características da onda sonora;
- f) relacionar mudanças nos gráficos da função seno com mudanças destes parâmetros A e b, através da construção das senóides no software educativo GeoGebra.

A ordenação destes objetivos levaria os alunos a concluir que  $y = A \sin(bx)$ , é um modelo matemático adequado para representar as ondas sonoras e daria significado à construção dos gráficos destas funções, com mudanças de parâmetro. Mas isto não ocorreu, pois, recorrendo ao meu hábito de professor, eu decidi “dar uma aula”, lembrando círculo trigonométrico, função seno, período, gráfico, domínio e imagem. Na avaliação, como resultado, as respostas não mostram uma construção, fruto das relações com a música, mas sim as respostas numéricas usuais para exercícios numéricos tradicionais. Um exemplo disto é que os períodos são dados em unidades de  $\pi$  radianos, quando, se a relação com a música for feita, deveriam ser dados em números decimais, pois a unidade é segundos.

Com esta avaliação, decidi refazer o planejamento e realizar outra experiência, com menos alunos, mantendo e explicitando a hipótese: os alunos conhecem as características do som – altura e volume, distinguindo os termos grave, agudo, forte e fraco, alto e baixo.

## 4 EXPERIÊNCIA DIDÁTICA II

Esta experiência foi desenvolvida com dois alunos, também pertencentes a 3ª série do ensino médio noturno, da Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Silvio Ribeiro no Município de Santana do Livramento, RS.

### 4.1. OBJETIVO GERAL E JUSTIFICATIVA

O objetivo maior da prática foi favorecer a construção de conceitos da trigonometria – função seno e a família de funções  $y = A \sin(bx)$ , traçado dos gráficos, variação dos parâmetros e análise do período e da frequência – a partir do estudo de conceitos relativos ao som – onda sonora, representação gráfica da onda sonora, características do som e da onda sonora. A idéia-chave foi chegar à função seno entendendo-a como modelo matemático<sup>8</sup> para representar a onda sonora. Com esta trajetória, esperava uma aprendizagem significativa<sup>9</sup> dos gráficos da família  $y = A \sin(bx)$ .

Para alcançar este objetivo, tracei alguns objetivos específicos:

- a) trabalhar com alunos voluntários, que tenham noções sobre música;
- b) discutir sobre o conceito de som e onda sonora;
- c) representar graficamente sons musicais, resultantes de superposições de ondas sonoras, usando o *Windows Media Player*;
- d) relacionar características da onda sonora, de notas puras, com alterações da sua representação gráfica, usando o *software Frequency Generation*;
- e) dar significado aos gráficos das funções  $y = A \sin(bx)$ , apresentando-as como modelos adequados para as ondas sonoras que representam notas puras;
- f) analisar as mudanças dos parâmetros “A” e “b”, em construções de curvas senóides no *software* educativo *GeoGebra*;
- g) Relembrar o círculo trigonométrico e relacionar o período  $2\pi$  com os períodos observados no *Geogebra*, em números decimais e com a frequência.

---

<sup>8</sup> Conceito já apresentado no capítulo 2.

<sup>9</sup> Conceito já apresentado no capítulo 2.

## 4.2. OS SUJEITOS

Os alunos foram voluntários para participarem desta experiência. A professora titular da turma apresentou a proposta de trabalho, um menino e uma menina se dispuseram. Tratarei o menino de aluno A e a menina de aluna B.

O aluno A trabalha na rede hoteleira da cidade, enquanto a aluna B atua como vendedora em uma loja de calçados. Segundo eles, ao concluírem o Ensino Médio, pretendem continuar trabalhando, e provavelmente, não continuarão seus estudos, pois para eles o trabalho é a prioridade.

Ambos já participaram da extinta Banda Marcial da Escola, na qual ela tocou prato e ele tambor. Tem conhecimentos rudimentares de música, conhecendo os conceitos de altura e volume do som, distinguindo sons graves, agudos, fortes e fracos, de altos e baixos.

## 4.3. A PRÁTICA

A prática ocorreu no dia 08 de outubro e teve a duração total de 03 hs/aula. O encontro ocorreu na sala de artes da escola, um espaço amplo, que possui classes e um quadro verde. As atividades foram realizadas em meu computador.

Iniciei falando do objetivo maior desta nova intervenção. Em seguida conversamos um pouco sobre a música em suas vidas. Na oportunidade comentaram suas experiências na referida Banda da Escola, a motivação para participarem mais uma vez de uma prática envolvendo a Matemática e a Música.

Em seguida trabalharam com o programa *Windows Media Player*. Neste momento iniciei com a observação do gráfico enquanto a música Vai Sacudir, Vai Abalar, da Banda Cheiro de Amor. Após, troquei para a Nona Sinfonia de *Beethoven*. Neste momento aproveitei para questioná-los sobre as diferenças entre cada música, e como o gráfico se comportava em cada uma delas. Também definimos o conceito de som e onda sonora, utilizando material adequado.

A próxima atividade se deu com o *software Frequency Generation*. Neste, trabalhamos com as notas puras. Desta forma foi possível observar o

comportamento da onda conforme cada som musical. Com isto abordei o conceito de frequência, dando exemplos de notas musicais com diferentes frequências, assim conceituamos sons graves e sons agudos, período e ciclo da onda. Também foi possível modificar a intensidade sonora, e, portanto, conceituar sons mais fortes e mais fracos, abordando assim o conceito de amplitude da onda.

No *software GeoGebra*, os alunos identificaram a função cujo gráfico melhor representa a onda sonora, a função seno e a curva senóide. Conversamos sobre a noção de modelo matemático. Durante as atividades com o programa, identificaram os parâmetros da função  $y = A \sin(bx)$  que se relacionam com a frequência e com a intensidade sonora. A partir de uma função apresentada a eles, os alunos apresentaram exemplos de funções que representavam sons diferentes. Também determinaram o período, a frequência e a amplitude de algumas funções que apresentei a eles. Utilizamos o aplicativo *Mathlet* disponível na internet ([http://www.walter-fendt.de/m14pt/sincostan\\_pt.htm](http://www.walter-fendt.de/m14pt/sincostan_pt.htm)) para ver o círculo trigonométrico, o que é período e relacionar o período obtido no gráfico, em números decimais, com o número  $2\pi$ .

#### 4.4 HIPÓTESES E PRESSUPOSTOS

1) O fato dos alunos já terem tocado algum instrumento musical, pode contribuir na aprendizagem. Espero que eles conheçam e diferenciem as características do som - grave, agudo; forte, fraco – e não façam confusão entre altura e volume/intensidade.

2) Desta vez, creio que os alunos não terão problemas, como na atividade anterior, realizada em um local não muito adequado e com equipamentos apresentando defeitos.

3) Com este novo plano, acredito que possa ocorrer e ser visível a construção dos conceitos trabalhados com os alunos.

#### 4.5 ATIVIDADES E ESTRATÉGIAS DE ENSINO

Dei ênfase à análise dos sons musicais e suas relações com o gráfico da senóide e às funções  $y = A \sin bx$ , com mudanças dos parâmetros “A” e “b”, associados à onda sonora.

As atividades foram realizadas através dos recursos apresentados em seguida, e as conclusões dos alunos foram apresentadas através de questionamentos feitos a eles. Os alunos, entre si, discutiram suas conclusões.

O quadro a seguir apresenta cada momento da prática realizada, mostrando os objetivos, as ações e os recursos utilizados. Após são apresentados os questionamentos que serviram como avaliação das atividades dos alunos.

OBJETIVO	AÇÃO	RECURSO
Observar relações entre sons e sua forma gráfica	Analisar representações gráficas de músicas, utilizando o equalizador. <b>Material 1</b>	<i>Windows Media Player</i>
Relacionar características da onda sonora com alterações da curva que a representa	Manipular e responder questões sobre o <i>software Frequency Generator</i> ; verificar o que acontece quando aumenta ou diminui a frequência sonora, assim como quando aumenta ou diminui o volume do som. <b>Material 2</b>	<i>Software Frequency Generator</i>
Relacionar a representação gráfica da onda sonora com gráfico da função $y = A \sin (bx)$ . Analisar gráficos com números decimais e ausência do número $\pi$ .	Traçar gráficos das funções $y = A \sin(bx)$ com o <i>software GeoGebra</i> , relacionando os parâmetros com as características do som. <b>Material 3</b>	<i>Software GeoGebra</i>
Relacionar os parâmetros dos gráficos das funções $y = A \sin (bx)$ com as características da onda sonora.	Os alunos irão responder questões, utilizando o <i>GeoGebra</i> . <b>Material 3 – Atividade 1</b>	<i>Software GeoGebra</i> e Material escrito.

Relembrar a noção de período da função $y = \text{sen}bx$ .	Uso de um aplicativo <b>Material 3 – Atividade 2</b>	Mathlet
Encontrar período e frequência das funções $y = \text{sen}(bx)$ . Relacionar período e frequência.	Questões com observação de gráficos. <b>Material 3 – Atividades 3 e 4</b>	Software <i>GeoGebra</i> e material escrito.

### **Material 1 – Análise das Imagens do Equalizador**

Pra começar nada mais natural que ouvir uma música. A música vai tocar no *Windows Media Player*.

Pergunta: As formas e a maneira que aparecem podem ligar a algo na música?

O som conforme mais forte e agitado, ou calmo e baixo, muda o que nas imagens que o equalizador nos mostra?

Prestem atenção no que o equalizador vai mostrar quando entra a bateria.

### **Material 2 – Análise do *Software Frequency Generator***

Nesse software podemos analisar o som e algumas de suas particularidades. Vamos ver como funciona.

O gráfico que vimos durante a música, no equalizador, resulta de uma superposição de sons, é uma composição de diferentes curvas.

Nosso objetivo agora é mostrar que notas puras, sem superposições, resultam na imagem gráfica de uma só curva. Esta curva é uma “senóide”.

A senóide é a forma mais simples de representar graficamente as ondas sonoras. Dessa maneira podemos identificar e analisar conceitos mais facilmente.

As partes mais altas da onda são chamadas cristas, são os pontos de maior compressão de partículas. As partes mais baixas são chamadas vales, são pontos de menor compressão de partículas. Estão vendo que a senóide parece estar repetindo sempre a mesma coisa (vai e vem). Isso que ela está repetindo é um *ciclo*. O número de ciclos a cada segundo é a *frequência*.

Vamos ver no *software* o que acontece se eu aumentar, e se eu diminuir a frequência. E o que acontece com o som quando eu aumento ou diminuo a

freqüência. Vou fazer novamente e vocês prestem atenção e tentem identificar as mudanças.

A unidade da freqüência é o hertz (Hz). Comparar a nota Lá (430 Hz) com a nota Mi (320 Hz), e também a nota Dó (256 Hz) com a nota Si (480 Hz).

Vocês sabiam que o ouvido humano distingue vibrações de aproximadamente 20 ciclos por segundo (20 Hz) a 20.000 ciclos por segundo (20.000 Hz ou 20 kHz), vamos testar no programa?

Sons abaixo de 20 Hz são infra-sons e acima de 20 kHz são ultra-sons.

Existe também o *período*, que é o tempo gasto para que um ciclo seja completado. Vamos ver no *software* o que acontece quando modificamos o período.

Alguém notou o que aconteceu? O que aconteceu?

Se o período é aumentado, a freqüência diminui (menos ciclos completos em 1 segundo) e o som fica mais *grave*.

Se ao invés disso deixarmos o período menor, a freqüência vai ser maior (mais ciclos completos, em 1 segundo) e o som vai ficar mais *agudo*.

Devemos observar que conforme aumentamos o período a freqüência diminui e vice versa, se diminuimos o período a freqüência aumenta.

Outra característica das ondas sonoras é a *amplitude*. A amplitude é a altura da onda.

Vamos ver no *software* o que acontece quando eu modifico a amplitude? Prestem atenção. O que aconteceu? Aumentar e diminuir a amplitude. Então a amplitude nos dá a intensidade do som, isto é, o volume.

## COMENTÁRIOS

A velocidade de propagação das ondas é constante para um determinado meio.

O timbre é a qualidade que nos permite distinguir os sons de mesma altura e de mesma intensidade, mas emitidos por fontes diferentes.

A freqüência da onda depende somente de quem a emitiu.

Alguém tem mais alguma pergunta?

Agora que já sabemos bastante sobre o som, vamos ver como funciona matematicamente.

### Material 3 – Estudo do Som no *software Geogebra*

Modelo matemático é uma simplificação da realidade.

O som pode ser representado por uma onda e essa onda pode ser estudada usando expressões e gráficos da matemática. Existe uma função matemática, cujo gráfico corresponde a essa curva, o modelo matemático para o som.

Vamos estudar o seguinte *software*: *GeoGebra*. Com ele podemos traçar diferentes gráficos de funções matemáticas:  $y = x$  e  $y = x^2$ .

Observem que estes gráficos não correspondem à onda sonora.

Vamos traçar o gráfico da função cuja equação é  $y = \sin x$ .

Observe a forma desse gráfico.

Encontre o período (em decimais); e a frequência. Esta curva chama-se senoidal ou sinusoidal.

Esta função matemática é o modelo adequado para as ondas sonoras.

Neste *software*, podemos fazer transformações sobre esta curva.

#### Atividade 1

Questão 1: Como modificar a curva para representar o som mais alto ou mais baixo, isto é, como alterar o volume do som?

Questão 2: Como modificar a curva para representar frequência, tanto maior quanto menor, ou seja mudar o tom do som, para mais agudo ou mais grave?

#### Atividade 2

Vamos utilizar um aplicativo disponível na internet para ver o círculo trigonométrico, o que é período e relacionar o período obtido no gráfico, em números decimais com o número  $2\pi$ .

- *Mathlet*, disponível em <[http://www.walter-fendt.de/m14pt/sincostan\\_pt.htm](http://www.walter-fendt.de/m14pt/sincostan_pt.htm)>.

#### Exercícios

Trace o gráfico da função  $y = 2 \sin (6,28x)$

- Qual é a amplitude?
- Qual é o período?
- Qual é a frequência?

Quais parâmetros podem ser mudados para que a nova curva retrate uma onda sonora com som:

- mais grave

- b) mais agudo
- c) mais alto
- d) mais alto e mais agudo
- e) mais alto e mais grave

### Atividade 3

Análise do período e da frequência da função  $y = \sin(bx)$ .

1) Trace a função  $y = \sin x$ . Observe o gráfico. Qual é o período (em decimais). Qual é a frequência?

### Atividade 4

1) Trace as funções  $y = \sin(2\pi x)$ ,  $y = \sin(4\pi x)$  e  $y = \sin(2\pi/3)x$ . Encontre o período no gráfico. Encontre a frequência.

2) Analise  $y = \sin x$ ,  $y = \sin 2x$ . Observe que no primeiro caso o período é  $2\pi$ , pois  $2\pi/1 = 2\pi$  e no segundo caso o período é  $\pi$  pois  $(2\pi/2) = \pi$ .

3) Faça outro teste para  $y = \sin x/2$ . Observe que neste caso o período é  $4\pi$  pois  $(2\pi / (1/2)) = 4\pi$ .

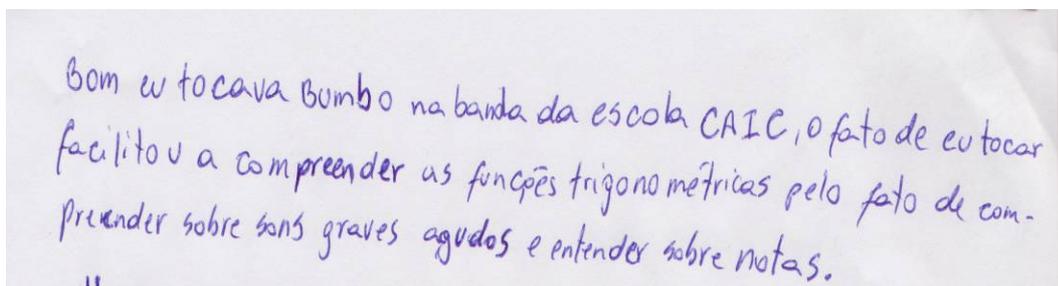
Já vimos que frequência é o número de ciclos completos, da curva senóide, que ocorrem num intervalo de 1 unidade. Podemos deduzir que a frequência é o inverso do período? Analise todas as suas respostas e verifique que  $(\text{frequência}) = 1/(\text{período})$ .

## 4.6. ANÁLISE DAS HIPÓTESES

1) O fato dos alunos já terem tocado algum instrumento musical, pode contribuir na aprendizagem. Espero que eles conheçam e diferenciem as características do som – grave, agudo; forte, fraco – e não façam confusão entre altura e volume/intensidade.

Em seus depoimentos os alunos afirmaram que o que mais os motivou a participar desta experiência, foi o fato de que ela envolveu música, e por eles já terem tocado na Banda da escola. E isto os fez compreender as relações entre os

sons musicais e o conteúdo que estudamos. Observe o depoimento de um aluno a seguir:



*“Bom eu tocava bumbo na banda da escola CAIC, o fato de eu tocar facilitou a compreender as funções trigonométricas pelo fato de compreender sobre sons graves agudos e entender sobre notas.”*

2) Desta vez, creio que os alunos não terão problemas, como na atividade anterior, realizada em um local não muito adequado e com equipamentos apresentando defeitos.

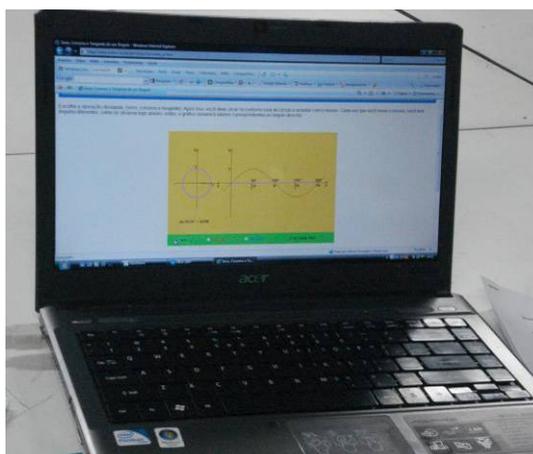
O fato dos alunos já terem realizado a atividade anteriormente facilitou o desenvolvimento desta vez. Segundo eles, o que mais contribuiu foi a atenção dada somente aos dois. Também citaram o fato de que as atividades, na vez anterior, ocorreram na biblioteca de maneira improvisada, e os computadores não estavam funcionando muito bem. As imagens a seguir mostram o ambiente onde foi realizado e o equipamento utilizado nas atividades.



**Figura 20** – Alunos Trabalhando



**Figura 21-** Quadro da sala



**Figura 22 –** Computador utilizado

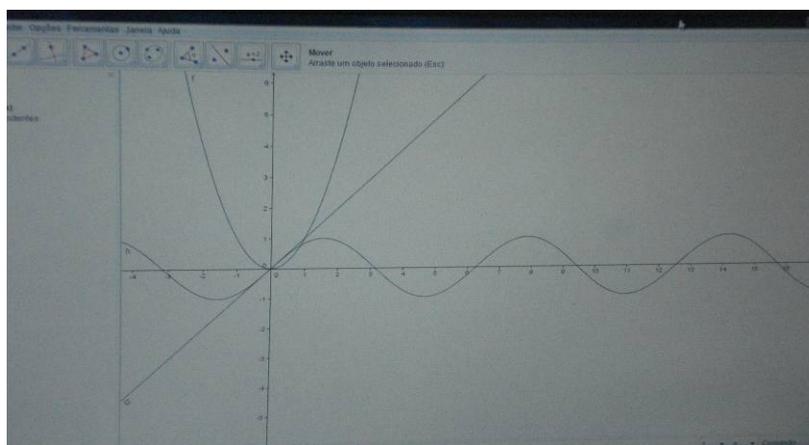
Segundo os alunos, os professores não realizam atividades semelhantes. O que observam, são aulas nas quais o professor apresenta um exemplo e em seguida uma série de exercícios repetitivos, causando assim desinteresse, pois não conseguem relacionar ao seu dia-a-dia.

3) Com este novo plano, acredito que possa ocorrer e ser visível a construção dos conceitos trabalhados com os alunos.

O trabalho com o *Windows Media Player* contribuiu para estabelecerem relações entre o som e sua representação gráfica: sons fortes correspondem a cristas altas; em sons agudos, as cristas ficam mais próximas

O trabalho com o *software Frequency Generator* favoreceu a conclusão de que a frequência ( $f$ ) é inversamente proporcional ao período ( $P$ ). Ou seja, aumentavam a frequência e o período diminuía, conseguiram calcular um em função do outro. Com vários exemplos, houve uma generalização e foi adotado este conceito ( $f = 1/P$ ).

As mudanças feitas no primeiro plano de ensino contribuíram na construção dos conceitos trabalhados. Através das construções realizadas no *GeoGebra* os alunos conseguiram identificar o modelo da curva que representa um som musical, conforme imagem a seguir.



**Figura 23** – Curvas construídas no *GeoGebra*

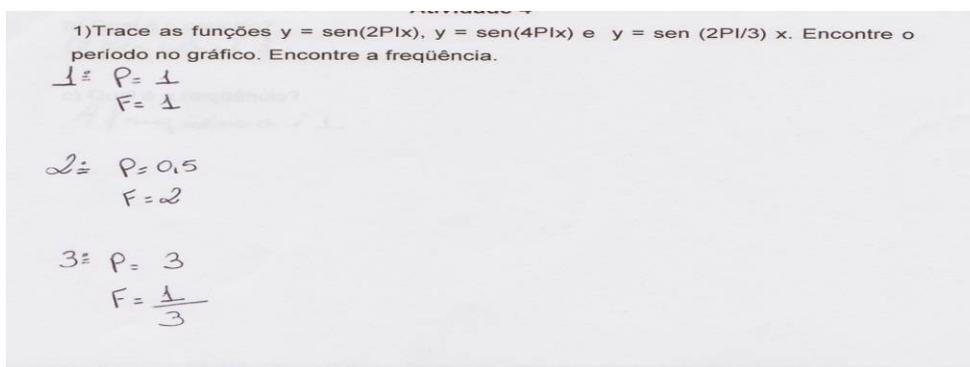
O trabalho com o Geogebra tornou possível a passagem do mundo dos sons para o mundo matemático. Ali os alunos trabalharam com o modelo matemático, num primeiro momento, associando os parâmetros da família  $y = A\text{sen}(bx)$  com as características da onda sonora, visualizadas na atividade anterior.

Posteriormente, o trabalho ficou restrito à matemática, utilizando-se os conhecimentos anteriores.

Os gráficos obtidos com o Geogebra, tem o eixo das abscissas marcado de 1 em 1. Construindo gráficos para funções da família  $y = A\text{sen}(bx)$ , os alunos visualizaram períodos, em números decimais.

Após traçarem a curva  $y = \sin 2\pi x$ , visualizaram que o período e a frequência são iguais a 1. Após traçarem a curva  $y = \sin 4x$ , visualizaram que o período é “quase 1,5” e a frequência pode ser obtida na calculadora, “mais ou menos 0,7”.

O entendimento ficou evidente através de exercícios realizados com o uso do *software*. Nestes, os alunos apresentaram um desempenho altamente satisfatório, conforme comprovação a seguir. Observa-se que os períodos são dados em números decimais ou fracionários. O trabalho com o aplicativo foi importante para a formalização da matemática que já estava sendo usada. Ali foi visto que o período 6,28 corresponde ao período  $2\pi$ .



**Figura 24:** Produção de um aluno

## 5 CONCLUSÕES E REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA

Este trabalho traz sugestões para o ensino das funções trigonométricas relacionando-as com os sons musicais.

Duas experiências foram realizadas, com alunos do 3º ano do ensino médio.

Nos intervenções desenvolvidas foram utilizados: um vídeo educativo, os softwares *GeoGebra*, *Windows Media Player* e *Frequency Generation* e um aplicativo. Com estas mídias foi possível tratar das relações entre os sons musicais e os gráficos da senoide, tendo como principal objetivo dar significado ao ensino da família de funções  $y = A \sin(bx)$  e de seus gráficos, através de suas relações com a música.

A utilização do vídeo foi a forma de introduzir um novo conteúdo, despertando a curiosidade e motivando os alunos. Este recurso pode mostrar cenários desconhecidos por eles. O vídeo neste caso, além de sensibilizador também foi educativo, pois aborda vários temas, como a história, a cultura, a música e a matemática, possibilitando, assim, trabalhar-se de forma interdisciplinar e de ilustração. Ressalto que apesar do filme estar à disposição da maioria das escolas e também no Portal Domínio Público (<http://www.dominiopublico.gov.br>), os professores da escola onde desenvolvi esta prática afirmaram que sabem de sua existência, mas que nunca haviam utilizado.

Antes de iniciar a prática, no nível médio, acreditava que, por fazer parte do cotidiano dos alunos, a música pudesse contribuir para a aprendizagem significativa da matemática, que além de ser algo novo, possibilitaria um ambiente de interação entre o objeto de estudo da aula, o professor e os alunos. Com isso, esperava alunos interessados durante as aulas. O interesse realmente aconteceu, mas alguns conceitos básicos sobre o som, que são necessários, como âncora deste trabalho, não eram do conhecimento dos alunos (o que foi sanado, na segunda experiência). Mas, mesmo assim, a utilização da música e das mídias foi empolgante para todos. O fato de eu ser músico e dos alunos gostarem de música, certamente contribuiu na interação entre nós.

É claro que o novo sempre traz medo ao professor, porém, além de ter possibilitado a interação, o projeto mostrou-me que é possível investir em novas maneiras de se abordar determinado conteúdo dando significado ao mesmo.

Como os alunos desta turma já trabalharam com o *software GeoGebra*, em experiências anteriores, tiveram facilidade em manipulá-lo, mostrando motivação. No momento em que falei que iríamos trabalhar com o *software*, percebi o entusiasmo da turma. Após cada construção que realizavam, era visível a satisfação dos alunos.

Parti também do pressuposto de que as atividades realizadas nesta intervenção pedagógica facilitariam a construção dos conceitos trabalhados com estes alunos.

Neste ponto, houve problema na primeira experiência. Pressupus que eram necessários conhecimentos prévios sobre funções trigonométricas e não havia. Isso me fez interromper a experiência e voltar ao hábito tradicional de “dar aulas”, retomando conceitos, tais como o comportamento do seno e do cosseno no círculo trigonométrico. Esta estratégia tornou-se um problema que levou-me a fazer mudanças no plano e reaplicá-lo.

Outra dificuldade que tivemos, na primeira experiência, foi em relação ao local onde se desenvolveu o trabalho. A biblioteca da escola não é um local apropriado para a prática pedagógica, e a disposição dos computadores dificultou a interação entre eu e os alunos. Já na segunda intervenção, com os alunos voluntários este problema não ocorreu, pois ocupamos um local amplo, onde o computador encontrava-se de maneira que facilitou a interação entre nós.

É preciso salientar a importância do uso de recursos tecnológicos, não só para despertar o interesse dos alunos, mas também para dar novas abordagens para o ensino, como ocorreu com uso do aplicativo, na segunda experiência, que teve um efeito muito mais positivo do que minha aula tradicional, da primeira. Os *softwares* contribuíram para o entendimento do conteúdo trabalhado, e possibilitaram retomar a conteúdos anteriores, suprimindo lacunas no entendimento.

Quanto ao planejamento, algumas inclusões poderiam ser realizadas. O vídeo trata de assuntos relacionados a várias áreas do conhecimento e poderia ter sido mais explorado. Percebi que seria viável questionar os alunos sobre estes temas, de um modo mais amplo, para cultura geral, pois não estão ligados apenas à matemática.

No encontro em que trabalhei com os diferentes tipos de sons, resolvi solicitar aos próprios alunos que trouxessem seus instrumentos musicais para analisarmos os efeitos produzidos por estes instrumentos. Eles não trouxeram, mas estes instrumentos poderiam fazer parte do acervo da escola.

Creio que também seria possível criar um ambiente de interatividade entre eu e os alunos, talvez com a criação de um *blog* com orientações sobre as atividades que realizamos, assim, possibilitaria a mediação entre nós. O uso de blogs não pode ser desprezado pela escola, pois são muitos consultados pelos alunos. Os professores poderiam criar blogs educacionais que, bem planejados, poderiam auxiliar muito no processo de ensino aprendizagem. Ali, os alunos encontrariam sugestões de sites, programas, leituras e avaliação das atividades. Isso pode tornar os alunos mais autônomos e facilitar a interação entre professores e alunos.

Após a reflexão sobre a primeira intervenção, foi constatado que certos ajustes eram necessários para que resultados melhores fossem atingidos. E conforme análise realizada no capítulo anterior, após as devidas correções, o ensino e a aprendizagem dos alunos ocorreu de forma mais construtiva.

Antes mesmo de iniciar a prática, e até o seu início propriamente dito, tive algumas preocupações. Uma delas era se os objetivos traçados nos planejamentos seriam alcançados e, principalmente, como a turma reagiria diante da proposta de trabalhar música nas aulas de matemática. Porém, no decorrer das atividades me senti mais à vontade e mais seguro. Estas práticas proporcionaram uma visão ampla das possibilidades de abordar-se o estudo de funções trigonométricas utilizando a música e os recursos tecnológicos.

É correto também afirmar certas coincidências entre elas e o estudo teórico que realizei. Através deste, Oliveira (2006) afirma que o aprendizado exige abstração por parte do aluno, mas pode ser facilitado com a utilização de atividades manipulativas. Nestas práticas todas as atividades foram manipulativas, através do uso dos *softwares* citados anteriormente. Através da música, os alunos também desenvolveram a percepção, que tem ligação com o corpo e com o movimento que, na maioria das vezes, são esquecidos pela escola.

Quanto ao conceito de aprendizagem significativa, segundo o qual a construção do conhecimento novo baseia-se na compreensão do conhecimento atual dos estudantes, ficou evidente que os alunos possuem um conhecimento, não profundo, mas mínimo de música, que pode ser âncora de novas aprendizagens, se houver um trabalho anterior.

O estudo de Barbosa (2009) afirma que não basta apenas uma boa seqüência de ensino, a interação entre alunos e professores e a participação nas atividades propostas são os principais instrumentos para que se tenha uma

aprendizagem significativa em uma perspectiva construtivista. E realmente o que observamos nestas intervenções foi uma participação ativa de todos os alunos, deles comigo e com a professora titular da turma, que esteve presente e participou com muita empolgação.

Quero aqui destacar a atitude de uma aluna, que durante a aula em que os alunos observavam o gráfico do *Windows Media Player*, enquanto a música da Banda *U2* tocava, resolveu trocar para uma música erudita. Neste sentido, Campbell, Campbell e Dickinson (2000), defendem o uso da música durante as atividades escolares. Segundo eles, Inicialmente deve-se atender ao interesse dos alunos, propondo que tragam músicas que façam parte do seu cotidiano e, ao mesmo tempo, oferecer a oportunidade de escutarem outros estilos musicais. Aqueles que, segundo os especialistas, atuam mais diretamente no emocional do aluno, para acalmá-los, como a música erudita. Cabe então aos professores utilizarem-se de músicas enquanto realizam atividades em sala de aula.

Na maioria das atividades percebi que a principal dificuldade dos alunos está na comunicação escrita. Muitos expressavam verbalmente idéias corretas, cometendo erros no trabalho escrito. Parece-me que é preciso insistir em questões em que o aluno deva escrever sua resposta e insistir na correção gramatical, em todas as disciplinas do currículo.

A professora titular da turma comentou comigo sobre a forma diferente que os alunos se comportam em suas aulas e nas atividades que realizei com eles. Segundo ela, a maioria dos professores não estimula os alunos a usarem o computador no processo de ensino e de aprendizagem, por falta de conhecimento, ou por falta de profissionais capacitados para trabalharem no laboratório de informática. Entretanto, como ela também é aluna do curso de especialização que estou realizando, continuará o trabalho com o *GeoGebra* com esta turma, em diferentes atividades.

Destaco aqui um trabalho que venho realizando com um grupo de professores, fruto destas experiências. O projeto desenvolve atividades com o uso de diferentes recursos digitais, e está sendo oferecido para professores de matemática da Rede Pública de Ensino, no município de Santana do Livramento. A ação pretendida é composta pela elaboração e implementação de um curso de 40 horas-aula para um público em torno de 14 professores, tendo como tema gerador o ensino de frações e das funções trigonométricas e suas relações com a música.

Através de ações com este foco pretendemos contribuir para a inserção do uso de recursos tecnológicos na prática de ensino de professores da educação básica.

A cada semana, após serem realizadas as atividades apresentadas anteriormente, os professores desenvolvem tais atividades com seus alunos e postam os resultados em um *blog* do curso.

Entendo que atividades como esta são fundamentais para a disseminação de idéias que venham contribuir na formação de professores inovadores.

Diante de tudo o que foi relatado, creio que esta experiência cumpriu com os objetivos didáticos, e também conseguiu dar significado ao conteúdo trabalhado, fugindo das formas tradicionais que os alunos estavam acostumados a trabalhar.

## REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e Música**: o pensamento analógico na construção de significados. 3. ed. São Paulo: Escrituras, 2003

BARBOSA, Américo Augusto. **Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem Relacionadas às Razões e as Funções Trigonométricas, Visando uma Perspectiva Construtivista**. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

BARRETO, MENNA Marina. **Matemática e Educação Sexual**: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários. Dissertação de Mestrado no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da UFRGS, Porto Alegre, 2007. Disponível em: <<http://143.54.226.61/~vclotilde/>>. Acesso em: 10 set. 2010.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio. Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias Brasília, 1998.

CAMPBELL, Linda; CAMPBELL, Bruce; DICKINSON, Dee. **Ensino e Aprendizagem por meio das Inteligências Múltiplas**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

MOREIRA, M.A., CABALLERO, M.C. E RODRÍGUEZ, M.L. **Actas Del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo**. Burgos, España. pp. 19-44. 1997.

OLIVEIRA, Francisco Canindé de. **Dificuldades no Processo Ensino Aprendizagem de Trigonometria por meio de Atividades**. 2006. Dissertação apresentada ao Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006.

PRIOLLI, Maria Luiza de Matos. **Princípios Básicos da Música para a Juventude**: 1. Vol. Rio de Janeiro: Casa Oliveira de Músicas, 1995.

PRIOLLI, Maria Luiza de Matos. **Princípios Básicos da Música para a Juventude**: 2. Vol. Rio de Janeiro: Casa Oliveira de Músicas, 1987

RATTON, Miguel. **A Relação Harmoniosa entre Sons e Números**. [2002]. Disponível em: <[www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/](http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/)>. Acesso em: 10 set. 2010.



## ÍNDICE