UAB - UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

PPG - ENSINO DE MATEMÁTICA

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO À DISTÂNCIA PARA PROFESSORES

MATEMÁTICA - MÍDIAS DIGITAIS - DIDÁTICA

ILANIA ROHDE

ESTUDO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Rosário do Sul

2011

UAB - UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

PPG - ENSINO DE MATEMÁTICA

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO À DISTÂNCIA PARA PROFESSORES

MATEMÁTICA - MÍDIAS DIGITAIS - DIDÁTICA

Ilania Rohde

ESTUDO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Trabalho apresentado como requisito parcial da disciplina Mídias Digitais II – Prática Pedagógica III do curso de Especialização Mídias Digitais - Didática: Tripé para Formação do Professor de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

Profa. Drª. Márcia Rodrigues Notare
Orientadora

Profa. Drª. Maria Alice Gravina
Coordenadora do Curso

Rosário do Sul

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESTUDO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Ilania Rohde

Comissão examinadora

Profa. Dra. Márcia Rodrigues Notare

Orientadora

Prof. Dr. Rogério Steffenon

Avaliador

RESUMO

Este trabalho propõe uma iniciação ao estudo do Teorema de Pitágoras, destacando a importância de demonstrações e a necessidade de tecer relações deste conteúdo com situações-problema, vivenciadas pelo grupo de alunos de 7ª série, da Escola Estadual de Ensino Médio Professora Carolina Argemi Vazquez, com o propósito de levá-los a uma compreensão clara e aplicação correta desses conhecimentos, que são pré-requisitos para a 8ª série (9º ano). O embasamento teórico pesquisado e aprofundado, a análise crítica de livros didáticos e PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) e a utilização do programa Geogebra são ferramentas indispensáveis para a efetivação do processo ensino-aprendizagem. A metodologia é permeada por atividades concretas, de fácil compreensão. As intervenções constantes do professor são valiosas para promover a reflexão dos alunos, que sofrerão mudanças de paradigmas e de comportamento. Consequentemente, o processo ensino-aprendizagem é satisfatório porque traz uma prática ressignificada tanto para os alunos quanto para o docente, deixando mais atraente e real o ensino da Matemática.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras, Demonstração, Relação, Metodologia, Geogebra, Aprendizagem.

ABSTRACT

This paper proposes an introduction to the study of the Pythagorean Theorem, highlighting the importance of practical demonstrations and the need to establish relations of this content problem-situations experienced by the group of students from 7th grade, on the State High School Teacher Carolina Argemi Vazquez, with the purpose of leading them to a clear understanding and correct application of that knowledge, which are prerequisites for the 8th grade (current 9th grade). The theoretical researched and thorough, critical analysis of textbooks and the use of NCPs (National Curriculum Parameters) and Geogebra software are indispensable tools for the effective teaching-learning process. The methodology is filled with concrete activities, easily absorbed. The interventions listed are valuable for the teacher to promote students' reflection, which will change paradigms and behaviors. Consequently, the teaching-learning process is satisfying because it brings a new meaning practice both for students and for teachers, becoming more attractive and real the teaching of mathematics.

Keywords: Pythagorean Theorem, Demonstration, Value, Methodology, Geogebra, Learning.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho relata a prática pedagógica vivenciada por mim e pelos alunos da turma 72 (7ª série) da Escola Estadual de Ensino Médio Carolina Argemi Vazquez, em Rosário do Sul, cuja finalidade é compreender o teorema de Pitágoras, relacioná-lo com a realidade e transferi-lo para as situações cotidianas.

Este estudo pretende que o processo de ensino-aprendizagem aconteça de forma satisfatória, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio lógico e a partilha de saberes com o grupo. Para isso, foram utilizados materiais concretos, tais como vídeo, folhas de papel quadriculado, folhas de papel colorido, tesoura, régua, lápis, borracha, calculadora, peças do tangram, computador usando o programa Geogebra, em atividades variadas, levando os alunos à observação, ao desenvolvimento do pensamento lógico. Mariotti (2001) já fazia referência em seus estudos sobre o ensino da Matemática, destacando a importância das demonstrações. Acredita-se que, levando em conta os níveis do desenvolvimento cognitivo estabelecidos por Jean Piaget (concreto e abstrato), demonstrar o processo matemático se tornará simples e de fácil compreensão.

Deve-se, ainda, considerar a falta de competência dos estudantes em relação à linguagem, pois compreender os enunciados dos problemas de matemática e elaborar uma argumentação clara, com nexo e coerência é mais um obstáculo a ser removido. Segundo Nasser e Tinoco (2001), para isso é necessário um trabalho contínuo durante um longo período, para que haja um progresso sensível no nível de argumentação dos alunos, pois o desenvolvimento desta habilidade em matemática está estreitamente ligado ao domínio da língua materna e à atribuição de significado que os alunos dão aos conteúdos matemáticos.

Inicialmente, foi feita a contextualização do tema, justificando sua escolha, partindo da história biográfica de Pitágoras, a qual nos relata sua vida, suas descobertas e destaca sua contribuição notável no campo da matemática. Seu lema era: “Tudo é número”. Para Pitágoras era importante entender os números, suas relações e não meramente utilizá-los.

Definidos oralmente com os alunos, os objetivos da prática, os critérios de trabalho e os princípios da boa convivência estabelecidos em conjunto, foi o momento da fundamentação teórica, que embasou as análises, as interpretações e as conclusões a que chegaram. Dessa forma, pôde-se ampliar a visão destes conhecimentos pitagóricos, estimando-se que a compreensão do teorema de Pitágoras tenha diminuído o “medo” que os alunos tinham da disciplina de Matemática, bem como ofereceu ao professor um maior domínio em sua práxis e, consequentemente, favoreceu uma melhor aprendizagem.

Na metodologia, o plano de ensino foi executado. As atividades foram apresentadas à turma; após foi feito o levantamento de hipóteses, partindo de observações. Nessa fase, foram gerados conflitos que despertaram a busca pelas respostas corretas. Esta fase foi “a fase da caça ao tesouro”, à qual fez menção Kepler (1571-1630) referindo-se ao teorema de Pitágoras. Após as demonstrações com a utilização da fórmula e os experimentos a partir de situações reais, foi o momento das anotações conclusivas a respeito do que foi visto e também o momento de avaliar os conhecimentos, a fim de verificar a eficácia da aprendizagem, através de testes que apresentaram situações-problema. Os alunos foram convidados a expor oralmente seus novos saberes, como fechamento da unidade em estudo “O Teorema de Pitágoras”. Os alunos que demonstraram insegurança na resolução, dificuldades de compreensão e de fazer relação do teorema com sua realidade, tiveram um reforço com atividades-extra, com o intuito de dizimá-las, sob a orientação e mediação do professor e de colegas monitores.

O trabalho está organizado da seguinte forma: o capítulo 2 apresenta a Engenharia Didática, o Tema, o Ensino Usual, Dificuldades de Aprendizagem, Estudo Teórico e Demonstrações Pitagóricas; o capítulo 3 apresenta o Plano de Ensino, Atividades e Estratégias de Ensino, Hipóteses e Estratégias para Coleta de Dados; o capítulo 4 apresenta a Descrição da Prática onde serão relatadas as ações descritas no plano de ensino; o capítulo 5 apresenta a Análise das Hipóteses, Síntese do que foi feito; o capítulo 6 apresenta as Conclusões e Reflexões Pessoais e o capítulo 7 apresenta as Referências Bibliográficas.

2 APRESENTAÇÃO DA ENGENHARIA

Este capítulo apresenta a engenharia didática desenvolvida para alunos de 7ª série na Escola Estadual de Ensino Médio Professora Carolina Argemi Vazquez, na cidade de Rosário do Sul - RS.

2.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA

Este trabalho enfoca o estudo do Teorema de Pitágoras, para alunos da 7ª série do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Médio Professora Carolina Argemi Vazquez. Na realização deste trabalho, foi utilizado um vídeo sensibilizador. O vídeo selecionado foi "O barato de Pitágoras", um recurso metodológico produzido pela TV Escola – MEC, disponível em domínio público, no sítio da Internet "YouTube", com duração de seis minutos, disponível em: *http://www.youtube.com/watch?v=Nqjxroaxy8o*. O vídeo mostra uma sala de aula tradicional, uma professora tradicional que dá ênfase à 'decoreba', repetindo com os alunos incessantemente a fórmula do Teorema de Pitágoras. Anos mais tarde, uma aluna desta mesma professora, instigada pela fórmula que <u>não aprendeu</u> e <u>só decorou</u>, passa a refletir e procurar no seu cotidiano comprovações para o que estava tentando abstrair. A jovem demonstra na prática o teorema, faz relação entre *triângulo e três ângulos,* e entre *equi* e *igualdade,* fala que Geometria é o máximo, enquanto professores/Mestres mediam a 'demonstração' com colocações pertinentes sobre o assunto.

Escolhi este vídeo porque apresenta um paralelo entre o ensino tradicional e ensino com situações mais concretas. Apresenta demonstrações do Teorema de

Pitágoras através da área do quadrado, também apresenta algumas imagens históricas de Pitágoras. Acredito que poderá favorecer a motivação para o estudo e despertar o interesse dos alunos.

Vou trabalhar o conteúdo Teorema de Pitágoras na 7ª série, e uma avaliação inicial feita na turma revelou ‘dificuldades’, que precisam ser superadas antes de desenvolver uma prática diferenciada. Os alunos necessitam aprender a ouvir e a observar, antes de se preocuparem em copiar do livro ou do quadro mecanicamente, utilizando apenas a caneta, sem compreender o sentido do que escrevem. Além disso, a precariedade do material básico é um entrave. O aluno chega à Escola sem lápis, sem borracha, sem régua, sem vontade, sem manuseio deste material. É preciso estimulá-lo, prepará-lo para uma prática. Promover este estudo sobre fatos relacionados à História da Matemática, visando à percepção de que sem as contribuições matemáticas de culturas antigas, sem a herança cultural de gerações passadas, sem reflexão e contextualização, o atual avanço tecnológico não seria possível.

A seguir, apresenta-se uma pesquisa que foi desenvolvida com alguns professores de Matemática a respeito da forma com que eles introduzem o estudo do Teorema de Pitágoras no ensino Fundamental e, posteriormente, no ensino Médio. Ainda, apresenta-se uma análise de alguns livros didáticos.

2.2 ENSINO USUAL

Para melhor compreender como se encontra o ensino usual do Teorema de Pitágoras, realizou-se uma pequena pesquisa com professores do ensino fundamental e professores do ensino médio para verificar como é desenvolvido o conteúdo que envolve o teorema de Pitágoras. Eles relataram que, após a explicação do conteúdo no quadro, resolvem os problemas utilizando a fórmula de Pitágoras.

Não tenho ministrado este conteúdo, pois é o primeiro ano que trabalho com 7ª série, mas conversei com colegas e eles usam uma metodologia de ensino-aprendizagem voltada para definições, propriedades, exemplos e procedimentos, e reforçados com exercícios de fixação.

Com frequência são propostos problemas padronizados, muitos de formulação artificial, deixando assim desanimados os alunos. Esta metodologia adotada não estimula a participação do aluno na construção mais autônoma de seu conhecimento.

Fazendo uma análise em livros didáticos para verificar de que forma o Teorema de Pitágoras e sua demonstração são apresentados, percebe-se, que no livro “Matemática hoje é feita assim” do autor Antonio José Lopes Bigode, o aluno é incentivado a fazer deduções, com base em verificações experimentais, ou a confrontar suas conclusões com as dos colegas. Tais atividades contribuem de forma decisiva no desenvolvimento das competências para explorar, estabelecer relações, generalizar, argumentar, criticar, expressar e registrar ideias e procedimentos. No livro “Matemática: ideias e desafios” das autoras Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga, o tema é iniciado com situações que visam estimular o interesse dos alunos em explorar o texto através de atividades, mas apresenta um grande número de exercícios, o que não permite que o aluno reflita um pouco mais em realizar uma validação mais dedutiva em relação ao teorema. Outro livro analisado foi “Tudo é Matemática”, do autor Luiz Roberto Dante, onde os alunos trabalham primeiro com os procedimentos, sem a utilização de preceitos a serem memorizados – a intenção é obter sua compreensão. Dessa maneira, em todos os capítulos estimula-se o aluno a desempenhar papel ativo, com debates, trabalhos em equipe e confrontações de ideias e de procedimentos.

Duas outras referências para sala de aula, que a Escola adota e fazem parte da formação dos professores são os PCNs - que enfatizam o material concreto como desencadeador de processos que levem a justificativas formais - no caso do Teorema de Pitágoras, essa justificativa varia com base na congruência de figuras planas e no princípio da aditividade para as áreas, além da apropriação do conceito, e do estabelecimento de relações métricas dos triângulos retângulos (PCN, 1998, p. 127), e o Referencial Curricular – Lições do RS, onde a Geometria ganha papel de destaque e desencadeia todo o processo de construção Matemática, redimensionando conteúdos por série/ano.

2.3 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Esta seção apresenta uma pequena pesquisa com alunos e professores nas turmas de 8ª série do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio, numa conversa informal, para identificar as dificuldades que os alunos apresentam no estudo do Teorema de Pitágoras. Os alunos relataram que alguns percebem a solução do problema, mas têm dificuldade na formulação da resposta com argumentos precisos e daí o professor não considera válido. Isso mostra a dificuldade que os alunos apresentam em explicar e argumentar sobre suas ações. Eles até sabem resolver o problema, mas não conseguem justificar sobre os caminhos que levam a essa resolução. Constatei ainda que as maiores dificuldades que apresentam em relação ao teorema de Pitágoras são:

- a utilização do teorema para calcular o terceiro lado de um triângulo não retângulo;

- compreender os enunciados dos problemas de matemática e elaborar uma resposta com argumentos articulados dentro de um texto coerente.

Muitas vezes, o professor, com o intuito de obter um bom rendimento escolar, visando facilitar seu trabalho e as tarefas dos alunos, não dá ao conteúdo o seu devido 'valor', e o apresenta como mais um conteúdo a ser desenvolvido para o cumprimento do Plano de Trabalho, e fornece aos alunos o mínimo de informação, detendo-se a perguntas e respostas limitadas pelo livro didático, e também pelo seu despreparo em envolver-se numa boa prática de ensino e desenvolvê-la com competência. Diante desta realidade, a possibilidade de resolução de problemas com criatividade e análise reflexiva fica nula. Desse modo, os conhecimentos não se consolidam, pois o aluno não consegue compreender o assunto em questão; sua ação está vinculada às indicações fornecidas pelo professor.

2.4 ESTUDO TEÓRICO – UM POUCO DA HISTÓRIA

Pitágoras foi um importante matemático e filósofo grego. Nasceu no ano de 570 a. C. na ilha de Samos, na região da Ásia Menor. Embora sua biografia seja marcada por diversas lendas e fatos não comprovados pela História, temos muitos dados e informações importantes sobre sua vida.

Com 18 anos de idade, Pitágoras já conhecia e dominava muitos conhecimentos matemáticos e filosóficos da época. Através de estudos astronômicos, afirmava que o planeta Terra era esférico e suspenso no Espaço (ideia pouco conhecida na época). Encontrou certa ordem no universo, observando que as estrelas, assim como a Terra, giravam ao redor do Sol.

Pitágoras viajou muito e durante as peregrinações, ele absorveu muita informação matemática, mas também astronômicas e muitas ideias religiosas. Ao retornar, encontrou Samos sob domínio persa e decidiu então emigrar para Cratona, uma colônia grega situada no sul da Itália. Onde fundou a escola pitagórica, um centro de estudos de filosofia, matemática e ciências naturais, além disso, essa escola era também uma irmandade unida por rituais secretos.

O lema da escola pitagórica, “Tudo é número”, deixa transparecer uma forte afinidade com a Mesopotâmia. Segundo os historiadores, mesmo o teorema, ao qual o nome de Pitágoras está ligado tradicionalmente, já era conhecido dos egípcios e babilônios por mais de um milênio antes, calculavam por meio de “receitas”, que produziam respostas corretas e eram passadas de geração a geração, sem que ninguém perguntasse o porquê delas. Mas foram os pitagóricos a demonstrá-lo primeiro, e por isso que justificaria a denominação de “Teorema de Pitágoras”, como hoje é conhecido. Para eles era importante compreender os números, as suas relações e não somente utilizá-los.

Na época de Pitágoras não eram comuns às demonstrações, ele pode ter adquirido o conhecimento com Tales (600 a. C.). Como é provável que fosse 50 anos mais novos e morava perto de Mileto, é possível que tenha sido discípulo de Tales. Este último, segundo Boyer (1996) e Eves (2004), foi o primeiro grego com interesses científicos em matemática e o maior sábio da época. A ele se atribui o começo da organização dedutiva da geometria. Com isso, credita-se a prova dos seguintes teoremas: um ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo reto; um círculo é bissectado por um diâmetro; os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais; ângulos opostos pelo vértice são iguais; se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais respectivamente a dois ângulos e um lado de outro, então os triângulos são congruentes.

Segundo Boyer (1996), não há documento antigo que contenha o registro das provas desses teoremas por Tales.

Inclusive, pode ter sido na época em que era aluno de Tales, que Pitágoras obteve a prova do teorema.

Qual teria sido a demonstração dada por Pitágoras? Como ele não deixou trabalhos escritos, não se sabe ao certo, por isso, muitas conjeturas têm sido feitas quanto à demonstração que ele poderia ter dado. Uma dessas conjeturas é a de que Pitágoras deu uma demonstração por decomposição, baseada em comparação de área. Mas também poderia ser por semelhança de triângulos ou até mesmo outro tipo de demonstração.

Filho (2007) apresenta uma dissertação em que trata do Estudo sobre Argumentação e Prova envolvendo o teorema de Pitágoras, no Ensino Médio.

A dissertação teve como objetivo oportunizar a construção de suas próprias demonstrações. Conscientizar que a demonstração faz pensar e desenvolve o raciocínio.

A questão da origem ao trabalho é a dificuldade que os alunos têm em compreender a necessidade das demonstrações do Teorema de Pitágoras.

A metodologia é baseada em alguns elementos da engenharia didática, que são:

- primeira fase: análise preliminar;
- segunda fase: concepção da sequência didática e análise a priori;
- terceira fase: experimentação;
- quarta fase: análise a posteriori e validação de hipóteses.

O autor faz uma releitura do nascimento do método demonstrativo, que a visão estática do antigo Oriente, sobre as coisas, tornou-se insustentável com as mudanças e chegadas das novas civilizações nos últimos séculos antes de Cristo. Numa atmosfera de racionalismo crescente, o homem começou a indagar como e por quê. Indagações mais científicas e de um racionalismo mais crescente sob a forma dos por quês foram se fazendo necessárias. Por que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais? Por que o diâmetro de um círculo divide-o ao meio? O método Empírico dá lugar ao método Demonstrativo e experiências foram se substanciando. Nasce a matemática racional com bases sólidas. Tales e Pitágoras são seus precursores.

A Geometria possui dois grandes tesouros: um é o Teorema de Pitágoras, e o outro, a divisão de um segmento em média e extrema razão, disse Kepler (1571-1630). Segundo Boyer (1996) e Eves (2004) a relação $a^2 + b^2 = c^2$ já havia sido testada em determinados triângulos retângulos, por diversas culturas antigas. Egípcios e Babilônios muito antes dos Gregos conheciam casos particulares desse teorema. Nenhum dos povos citados sabia demonstrar o Teorema de Pitágoras, apenas o utilizavam por meio de ‘receitas’, que seguiam a risca sem ‘questionar’. Somente Pitágoras achou importante entender os números, suas relações e não apenas utilizá-los, partindo em busca de uma demonstração matemática para o teorema, daí o seu nome associado a ‘ele’. Demonstrações não eram comuns naquela época, e para Pitágoras, o ponto de partida pode ter sido, o conhecimento prévio dos seus antecessores, como Tales e outros sábios da época.

Ainda, outros estudiosos são referências para o conteúdo escolhido, entre eles.

a) Euclides de Alexandria, autor de Os Elementos, que disse “*não haver estrada real para a Geometria”*, quando questionado sobre um caminho mais curto para **ela**, do que, o estudo de Os Elementos.

b) Alexis Clairaut, anti-euclidiano, publica Elementos da Geometria sem o rigor da obra de Euclides, mais acessível ao aluno.

c) Legendre publica Éléments de Géométrie fazendo um aprimoramento pedagógico dos Elementos de Euclides.

d) Hilbert apresentou um sistema completo de hipóteses para a geometria euclidiana com a intenção de melhorar o trabalho de Euclides.

Ambos são firmes ao propósito de demonstrar o Teorema de Pitágoras, mas Clairaut se esforça para deixá-la interessante e inusitada, dizendo que *o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados construídos sobre os outros dois lados.*

Para Eves (2004), Hilbert aguçou o método matemático, levando-o da axiomática material dos tempos de Euclides à axiomática formal dos dias de hoje.

Um livro intitulado *The Pythagorean proposition*, publicado nos EUA em 1927 pelo professor de Matemática Elisha Scott Loomis, com 230 demonstrações do Teorema de Pitágoras na 1ª edição e 370 demonstrações na 2ª edição é passível de leitura e reflexão, e é citado por Rosa (1983) no texto ‘Mania de Pitágoras’ publicado na Revista do Professor de Matemática pela Sociedade Brasileira de Matemática. O texto diz ainda, que o professor Loomis classifica as demonstrações do Teorema de Pitágoras em basicamente dois tipos: “provas algébricas” (baseadas nas relações métricas nos triângulos retângulos) e “provas geométricas” (baseadas em comparações de áreas).

Para Gravina (2001), nem sempre a produção final de demonstrações se apresentou satisfatória; mas tentativas e insucessos são aspectos que participam do processo de criação em matemática. Uma das dificuldades consideradas por ela, no processo de aprendizagem da geometria, é o entendimento do sentido de demonstração, perceber a diferença entre argumento de natureza empírica e argumento de natureza dedutiva.

Como professor de Matemática fica fácil compreender as palavras de Kepler, e da grande importância atribuída ao Teorema de Pitágoras pela quantidade de situações em que se pode aplicá-lo. Ao mesmo tempo em que se percebe a dificuldade de entendimento de muitos colegas, quanto à ressignificação de conceitos, que nada mais é que uma leitura diferente da teoria aproximada pela prática.

O autor cita e descrevem quatro livros didáticos, todos enfatizando a história do teorema de Pitágoras e que são diferenciados na sua aplicação.

No livro ‘Matemática hoje é feita assim’, do autor Antonio José Lopes Bigode (2000), para 7ª série, se trabalha muito o recíproco ou contra-positivo, mais do que o teorema em si. Confunde o aluno, que pensa estar trabalhando o “teorema”.

No livro ‘Matemática hoje é feita assim’, do autor Antonio José Lopes Bigode (2000), para 8ª série, explora-se bem o teorema, mas não deixa o aluno pensar e construir conhecimentos, pois entrega todas as deduções.

O livro ‘Matemática Ideias e Desafios’, das autoras Iracema Mori e Dulce Satico Onaga (2002), para 7ª série, apresenta um brevíssimo histórico de Pitágoras, explorando o texto através de atividades, mas é caracterizado por apresentar grande número de exercícios, sem deixar o aluno refletir mais um pouco sobre a validação dedutiva em relação ao teorema.

O livro ‘Matemática Ideias e Desafios’ das autoras Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga (2002), para 8ª série, caracteriza-se por apresentar pouco texto e um grande número de exercícios. Não há preocupação com a argumentação do teorema e sim com a sua aplicação.

Entre os quatro livros citados acima, há apenas validações empíricas. Não é dada nenhuma oportunidade ao aluno de realizar por ele mesmo uma validação mais dedutiva. Os alunos são levados somente a fazer conjeturas por meio de questões postas nos exercícios.

O autor desenvolve a prática de um puzzle pré-fabricado no Cabri, onde o aluno deve relacionar as áreas dos quadrados construídos a partir dos lados do triângulo retângulo em questão. São utilizados nove triângulos diferentes para que os alunos possam ter opções diferentes de escolha, podendo até testar em vários deles. Ao perceber a relação pitagórica, o aluno será questionado sobre a confiabilidade e certeza desse experimento. Para fazer mais conjeturas, ele deve construir seu próprio triângulo retângulo no Cabri e procurar confirmar a relação obtida com o puzzle. Esta foi uma das atividades, outras se encontram nas páginas 73 até 78. Seus alunos eram da 1ª série do Ensino Médio.

Os alunos ao desenvolver um trabalho de Argumentação e Prova encontraram as seguintes dificuldades: perceber a necessidade de provar, quando uma figura já é o suficiente; encontrar um argumento inicial; de compreensão da linguagem utilizada no enunciado da questão proposta; distinguir validações dedutivas de validações empíricas; finalizar um argumento no cálculo algébrico. Além dessas dificuldades, eles colocam muitas barreiras, por não estarem habituados e por considerarem um trabalho muito difícil. Por isso tendem a desanimar e desistir, é necessário grande esforço para convencê-los a prosseguir. Como resolver esse problema? A resposta não parece tão simples, e encontrá-la, está além dos objetivos da pesquisa realizada.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) reconhecem e orientam que o currículo de matemática deve necessariamente contemplar atividades e experiências que possibilitem aos aprendizes o desenvolvimento e a comunicação efetiva de argumentos matematicamente válidos. Mas os livros didáticos, em sua maioria, ainda parecem estar longe de contemplar atividades e experiências desse tipo.

Esperamos que os resultados obtidos nesta pesquisa possam subsidiar as possíveis propostas interessadas em buscar soluções.

2.4.1 O Teorema de Pitágoras

O uso do teorema de Pitágoras, em tópicos de 7ª série, 8ª série e subsequentes, representa economia em termos de memorização de fórmulas, além de se constituir numa ferramenta eficaz para a resolução de problemas através de uma representação concreta. Por essa razão, serão apresentadas algumas demonstrações deste Teorema.

O teorema de Pitágoras é uma relação matemática entre os três lados de qualquer triângulo retângulo. Na geometria euclidiana, o teorema afirma que em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos.

Por definição, a hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto, e os catetos são os dois lados que o formam.

A geometria euclidiana relaciona comprimentos, mas o teorema também pode ser enunciado como uma relação entre áreas (Figura 1), onde em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados cujos lados são os catetos.

Para ambos os métodos, pode-se equacionar: $\mathbf{c^2 = b^2 + a^2}$, onde **c** representa o comprimento da hipotenusa, **a** e **b** representam os comprimentos dos outros dois lados.

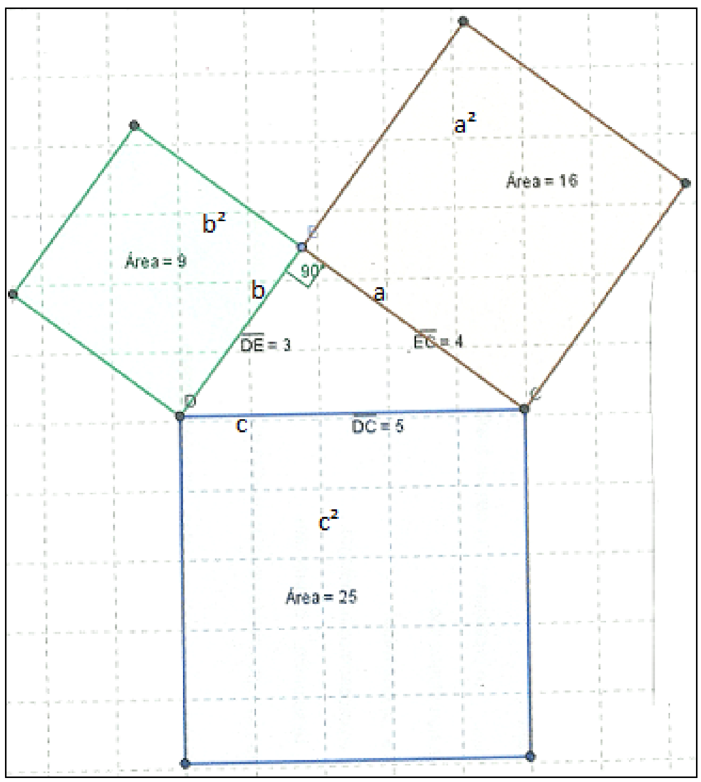


Figura 1 Teorema de Pitágoras demonstrado através da soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos (a e b), equivalentes à área do quadrado construído sobre a hipotenusa (c).

2.4.2 Demonstração por comparação de áreas

Existem mais de trezentas demonstrações do Teorema de Pitágoras. Vamos apresentar uma demonstração que faz uso da equivalência de áreas (Giovanni, 1992), conforme a seguir (Figura 2[1]):

- Desenha-se um quadrado de lado **b + c**;

- Traçam-se dois segmentos paralelos aos lados do quadrado;

- Divide-se cada um destes dois retângulos em dois triângulos retos, traçando as diagonais. Chama-se **a** o comprimento de cada diagonal;

- A área da região formada ao retirar os quatro triângulos retos é igual a $b^2 + c^2$;

- Desenha-se agora o mesmo quadrado de lado **b + c**, mas colocamos os quatro triângulos retos em outra posição;

- A área da região formada quando se retiram os quatros triângulos retos é igual a a^2

Como $b^2 + c^2$ representa a área do quadrado maior subtraída da soma das áreas dos triângulos retângulos, e a^2 representa a mesma área, então $a^2 = b^2 + c^2$. Ou seja: num triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. O segmento de medida **a** foi chamado de hipotenusa e os de medida **b** e **c** foram chamados de catetos.

[1] Esta Figura foi extraída do livro didático “A Conquista da Matemática” (José Ruy GIOVANNI; Benedito CASTRUCCI; José Ruy GIOVANNI JR. 1992, p.179).

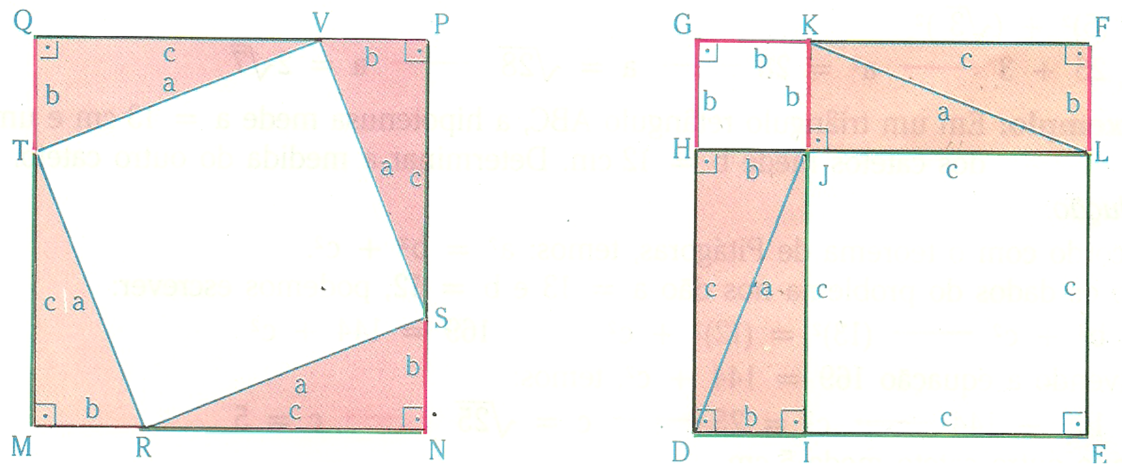


Figura 2 Teorema de Pitágoras demonstrado através da comparação de áreas.

2.4.3 Demonstração por semelhança de triângulos

Esta demonstração, representada na Figura 3, foi extraída do livro didático “A Conquista da Matemática” (Giovanni, 1992), se baseia na proporcionalidade dos lados de dois triângulos semelhantes, isto é, que a razão entre qualquer dos dois lados correspondentes de triângulos semelhantes é a mesma, não implica tamanho dos triângulos.

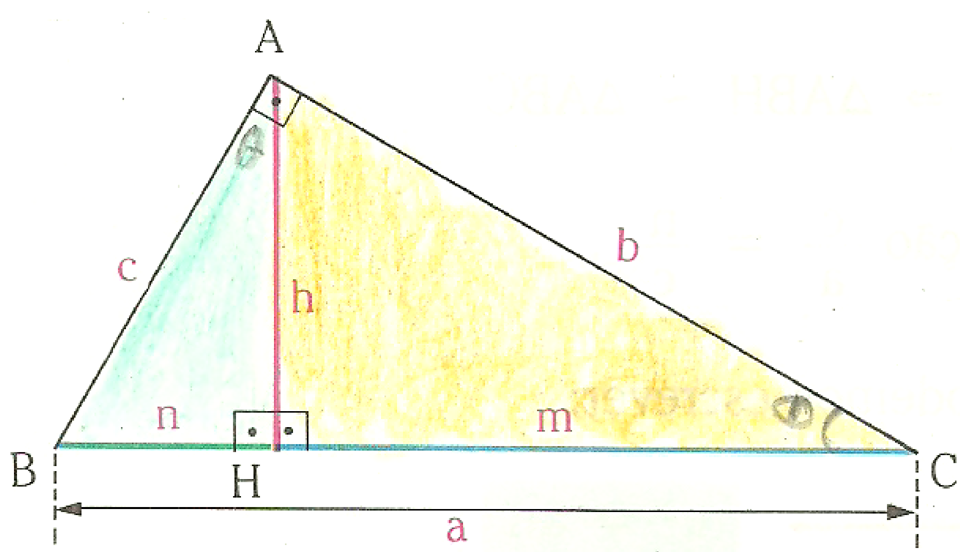


Figura 3 Demonstração do Teorema de Pitágoras por meio da semelhança de triângulos. Os triângulos ABC, ACH e CBH têm a mesma forma, diferindo apenas pelas suas posições e tamanhos.

Sendo *ABC* um triângulo retângulo, com o ângulo reto localizado em *A*, como mostrado na Figura 3. Desenha-se a altura com origem no ponto *A*, e chama-se *H* sua intersecção com o lado *BC*. O ponto *H* divide o comprimento da hipotenusa, *a*, nas partes *m* e *n*. O novo triângulo, *ABH*, é semelhante ao triângulo *ABC*, pois ambos têm um ângulo reto, e eles compartilham o ângulo *A*, significando que o terceiro ângulo é o mesmo em ambos os triângulos, também marcado como • na figura. Seguindo-se um raciocínio parecido, percebe-se que o triângulo *ACH* também é semelhante à *ABC*. A semelhança dos triângulos leva à igualdade das razões dos lados correspondentes:

$$\frac{b}{a} = \frac{m}{b} \quad \text{e} \quad \frac{c}{a} = \frac{n}{c}$$

de cada ângulo • e o segundo resultado é igual ao seno. O primeiro resultado é igual ao cosseno.

Estas relações podem ser escritas como:

$$b^2 = a \times m \qquad \text{e} \qquad c^2 = a \times n$$

Somando estas duas igualdades, obtém-se:

$$b^2 + c^2 = a \times m + a \times n = a(m + n) = a^2,$$

que reorganizando, é o teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

O capítulo 3 apresenta o Plano de Ensino, Atividades e Estratégias de Ensino, Hipóteses e Estratégias para Coleta de Dados.

3 PLANO DE ENSINO

A partir do estudo realizado, elaborou-se um plano de ensino, que tem como foco o estudo do Teorema de Pitágoras no ensino da Matemática para alunos da 7ª série do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Médio Professora Carolina Argemi Vazquez, do município de Rosário do Sul-RS, no período de 23 de junho de 2010 a 30 de junho de 2010, o que corresponde a 8 horas-aula.

O objetivo geral do plano é oportunizar a compreensão do Teorema de Pitágoras, fazendo a releitura histórica da sua evolução a partir da dissertação lida, até a aplicação do software Geogebra[2] na construção do Teorema.

3.1 ATIVIDADES E ESTRATÉGIAS DE ENSINO

O quadro a seguir apresenta as atividades elaboradas para este plano de ensino, com objetivos, ações e recursos utilizados em cada atividade.

Quadro 1 Atividades e estratégias.

Objetivo	Ação	Recurso
Despertar o interesse dos alunos pelo estudo do Teorema de Pitágoras.	Sensibilização e reflexão sobre o vídeo “O Barato de Pitágoras”; fazer questionamentos sobre o vídeo e a partir daí observar e coletar dados das formas triangulares existentes na Escola.	Vídeo, caderno, lápis, borracha.

[2] Geogebra é um software de geometria dinâmica desenvolvido por Markus Hhenwarter, da Universidade de Salzburg (Alemanha), para utilização nas escolas. Disponível em *http://www.geogebra.org/cms/pt_BR* . Vide também: *http://wwwp.fc.unesp.br/~mauri/Down/Geogebra.pdf*

Conhecer a evolução histórica do Teorema de Pitágoras Construir o Tangram de Pitágoras	Contextualização do teorema: construção a partir de um quadrado que será decomposto em sete peças; recortá-las e montar figuras.	Internet, livros didáticos e dissertação; folha de papel quadriculada, papel colorido, tesoura, lápis preto, borracha, régua.
Determinar que a área do quadrado de lado igual à hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados de lados iguais aos catetos. Resolver problemas.	Os alunos irão traçar; medir; calcular; usar as peças do Tangram e também encontrar a área construída sobre cada lado do triângulo para comprovar que todos quadradinhos dos quadrados menores cabem dentro do quadrado maior e assim demonstrando a relação de Pitágoras. Através de situações do dia a dia, como a diagonal traçada num portão de ripas formando dois triângulos retângulos, resolvendo o problema inserindo a demonstração do Teorema de Pitágoras.	Folha quadriculada, régua, lápis preto, lápis de cor, borracha e calculadora.
Utilizar o programa Geogebra.	Realizar no programa Geogebra a demonstração do teorema de Pitágoras e inserir um comentário sobre o que aprendeu ao fazer essa atividade.	Computador usando o programa Geogebra.

3.2 HIPÓTESES

A seguir, são apresentadas as hipóteses da pesquisa.

a) Os alunos têm noções de informática, mas não terão facilidade em utilizar o programa Geogebra, pois não tem aulas de informática regularmente;

b) Supõe-se que os alunos saibam medir segmentos e calcular áreas de figuras planas usando números decimais, pois são conteúdos já trabalhados;

c) Espera-se que os alunos percebam o ‘teorema’, como uma construção geométrica pensada, testada, representada por muitos; e que precisa ser contextualizada para ser compreendida;

d) Acredita-se que o material vai gerar certo interesse, porque a Matemática prática e não convencional atrai os alunos;

e) As atividades do Tangram e do programa Geogebra despertarão interesse em alguns alunos, pois são atividades diferentes do que normalmente estão acostumados;

f) Espera-se que esta atividade proporcione um melhor entendimento do Teorema de Pitágoras, visto que a sua compreensão se torna mais fácil quando trabalhamos com a sua demonstração e o seu significado.

g) Há boas expectativas, quanto ao desempenho e facilidades no que se refere ao uso da folha quadriculada, e o cálculo da área e perímetro, pois já trabalharam anteriormente;

h) As expectativas quanto à receptividade são que o conteúdo é pré-requisito para as séries seguintes, e que os alunos entendam a fórmula do teorema de Pitágoras, o processo, e que sejam capazes de utilizar este conhecimento na resolução de problemas;

i) A dificuldade existe na falta de recursos básicos, como réguas e lápis, tendo o professor, que providenciá-los;

3.3 ESTRATÉGIAS PARA COLETA DE DADOS

Para a coleta de dados, foram pensadas as seguintes estratégias:

a) Coletar material escrito pelos alunos, solicitando-lhes, que descrevam as atividades desenvolvidas;

b) Captar imagens desenvolvidas na prática de construção do Teorema de Pitágoras, no papel quadriculado e no Geogebra com o comando *print screen* da atividade na tela do computador e anexá-las ao trabalho;

c) Refletir sobre a evolução histórica do Teorema, problematizando com questionamentos – Por que o nome ‘Teorema de Pitágoras’? – Quem é Euclides? - Por que seu nome aparece em várias introduções do conteúdo? Em que situações reais tu percebes o triângulo retângulo? E coletar respostas;

d) Solicitar um relatório de conclusão sobre o quão válido foi o trabalho e se contribuiu para uma melhor e uma nova maneira de aprendizagem do conteúdo.

e) Redigir um relatório da aula, apontando dificuldades evidenciadas e aprendizagens construídas;

4 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA

O capítulo 4 apresenta a Descrição da Prática, onde serão relatadas as ações descritas no plano de ensino.

4.1 PRIMEIRA AÇÃO: 2 HORAS-AULA

Esta engenharia didática foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Médio Professora Carolina Argemi Vazquez, em Rosário do Sul-RS, numa turma de 20 alunos da 7ª série do Ensino Fundamental, no período de 23 de junho de 2010 a 30 de junho de 2010, envolvendo 8 horas-aula.

Os alunos foram sensibilizados e despertados para o conteúdo novo a partir de um vídeo que abordava Pitágoras e sua contribuição matemática. Eles ficaram atentos, demonstrando interesse. Quando terminaram de assistir ao vídeo, fizemos um questionamento oral e depois escrito.

As questões perguntadas oralmente foram:

- O que te chamou atenção no vídeo?

- Como tu analisas o ensino da professora apresentado no vídeo?

- Tu achas que é mais fácil decorar a fórmula e aplicá-la sem se importar em saber o porquê dela ser representada por $a^2 = b^2 + c^2$?

- Que diferenças tu vês entre as aulas do vídeo e a nossa aula?

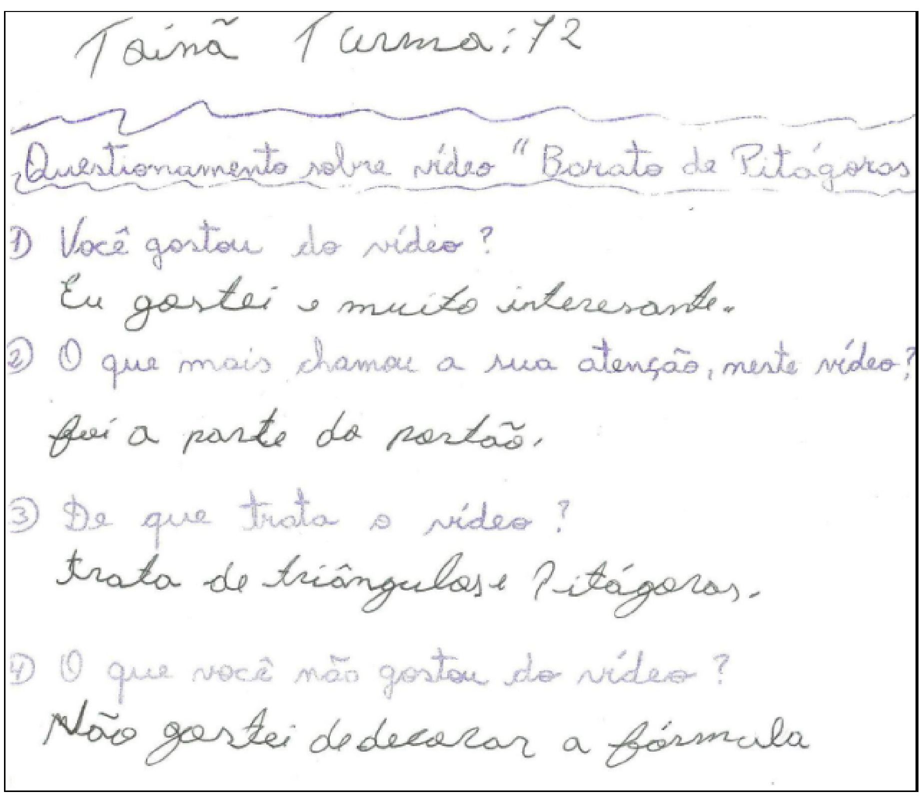
- O que podemos fazer para que nosso estudo em matemática fique melhor?

Voltando à sala de aula, comentamos sobre o que viram. Relacionaram com suas vivências, pois muitos deles ajudam seus pais a fazer construções, cercas, porteiras e telhados.

Foi bastante válido esse momento, porque puderam perceber que a matemática é mais real do que pensavam.

A Figura 4 ilustra o momento em que os alunos assistiam ao vídeo.

Figura 4 Alunos assistido ao vídeo.



Tainã Turma: 72

Questionamento sobre vídeo "Barato de Pitágoras

1) Você gostou do vídeo?
Eu gostei e muito interesante.

2) O que mais chamou a sua atenção, neste vídeo?
foi a parte do portão.

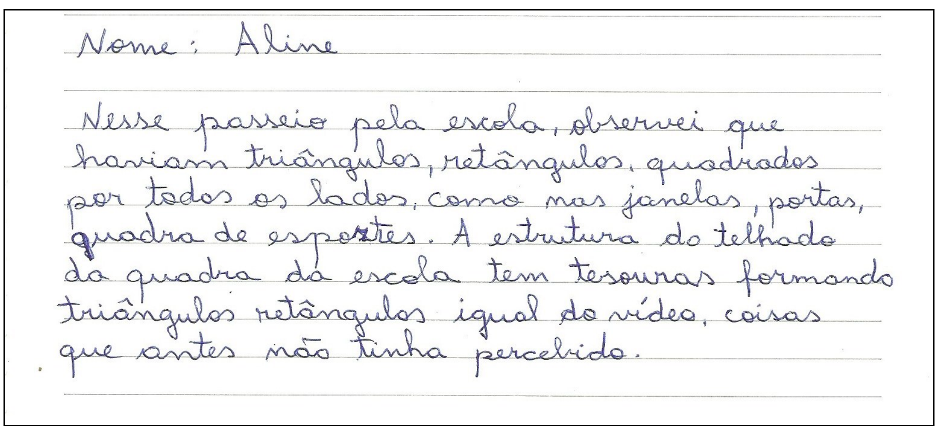
3) De que trata o vídeo?
trata de triângulos e Pitágoras.

4) O que você não gostou do vídeo?
Não gostei de decorar a fórmula

Figura 5 Respostas do questionamento sobre o vídeo.

A Figura 5 traz as respostas de um aluno sobre os questionamentos realizados após a exibição do vídeo. Analisando as respostas dos alunos, percebe-se que não foram satisfatórias, pois não justificaram seus pontos de vista, não fizeram comparações com eles mesmos em sala de aula. Na verdade, eles apresentam um comportamento passivo e respondem como tal.

Depois da exibição do vídeo, fomos observar nossa escola, caminhando por suas dependências e pátio, procurando visualizar as formas geométricas de que tratava o vídeo. Todos ficaram surpresos, pois nunca haviam tido esse “olhar” a respeito da sua estrutura. Anotaram tudo o que viram e ficaram curiosos para saber mais sobre Pitágoras (Figura 6).



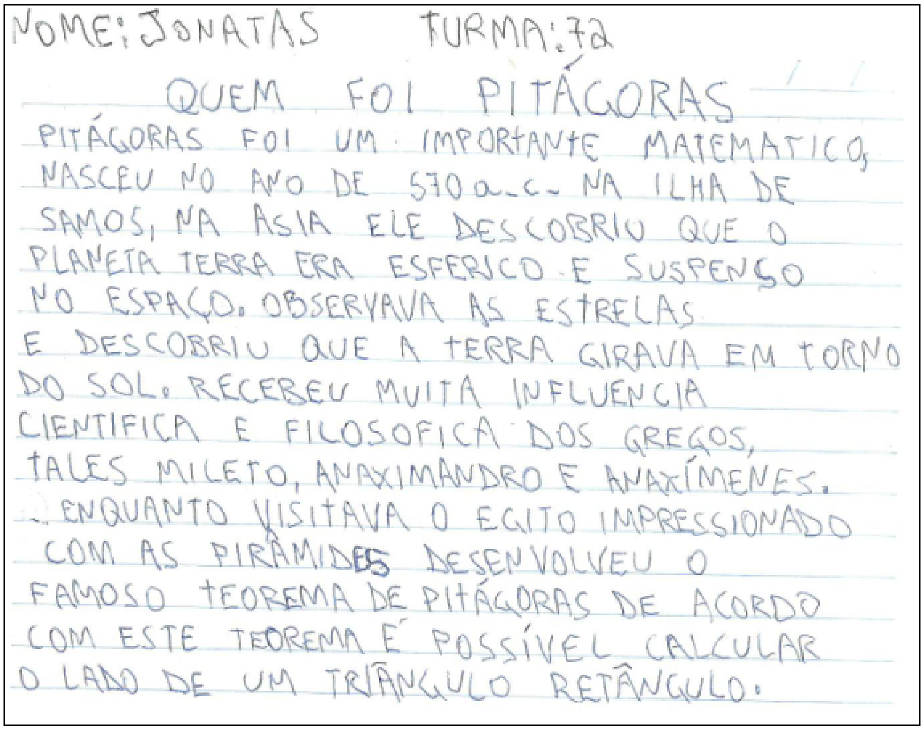
Nome: Aline

Nesse passeio pela escola, observei que haviam triângulos, retângulos, quadrados por todos os lados, como nas janelas, portas, quadra de esportes. A estrutura do telhado da quadra da escola tem tesouras formando triângulos retângulos igual do vídeo, coisas que antes não tinha percebido.

Figura 6 Aluna descrevendo passeio pelo pátio da escola.

4.2 SEGUNDA AÇÃO: 2 HORAS-AULA

Na seguinte aula, a turma foi para o laboratório de informática pesquisar sobre a vida de Pitágoras. Viajaram na história da Matemática e anotaram aspectos relevantes de sua vida e suas descobertas, elaborando um texto narrativo. A Figura 7 mostra o texto elaborado por um aluno sobre a vida de Pitágoras.



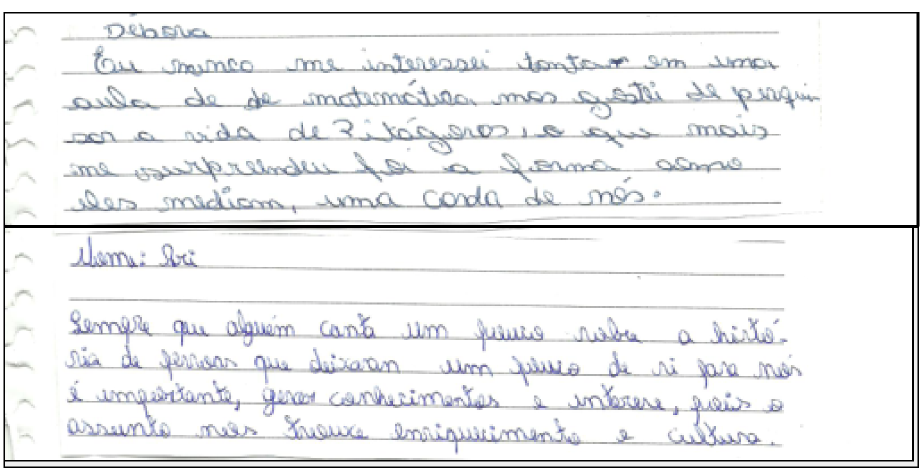
NOME: JONATAS TURMA: 72

QUEM FOI PITÁGORAS

PITÁGORAS FOI UM IMPORTANTE MATEMATICO, NASCEU NO ANO DE 570 a.C. NA ILHA DE SAMOS, NA ASIA ELE DESCOBRIU QUE O PLANETA TERRA ERA ESFERICO E SUSPENSO NO ESPAÇO. OBSERVAVA AS ESTRELAS E DESCOBRIU QUE A TERRA GIRAVA EM TORNO DO SOL. RECEBEU MUITA INFLUENCIA CIENTIFICA E FILOSOFICA DOS GREGOS, TALES MILETO, ANAXIMANDRO E ANAXÍMENES. ENQUANTO VISITAVA O EGITO IMPRESSIONADO COM AS PIRÂMIDES DESENVOLVEU O FAMOSO TEOREMA DE PITÁGORAS DE ACORDO COM ESTE TEOREMA É POSSÍVEL CALCULAR O LADO DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO.

Figura 7 Pesquisa sobre Pitágoras.

A Figura 8 mostra depoimentos de alunos sobre a pesquisa de Pitágoras.



Debora

Eu nunca me interessei tanto em uma aula de de matemática mas gostei de pesquisar a vida de Pitágoras, o que mais me surpreendeu foi a forma como eles mediam, uma corda de nós.

Nome: Iri

Sempre que alguém conta um pouco sobre a história de pessoas que deixaram um pouco de si para nós é importante, gera conhecimentos e interesse, pois o assunto nos trouxe enriquecimento e cultura.

Figura 8 Depoimentos dos alunos sobre a pesquisa de Pitágoras.

Os alunos relataram em seus depoimentos que estudar Matemática iniciando pela sua história, torna-se bem mais interessante, não somente pelos números, mas conhecendo como surgiu; em quais circunstâncias e como utilizá-la no dia a dia, torna o estudo mais prazeroso.

No segundo momento, trabalharam em grupos com folhas de cartolina colorida confeccionando o tangram, que foi decomposto em sete peças. Brincaram aleatoriamente criando figuras com as peças do tangram (Figura 9). Foi uma tarefa fácil, pois eles já haviam trabalhado em Educação Artística dessa maneira.

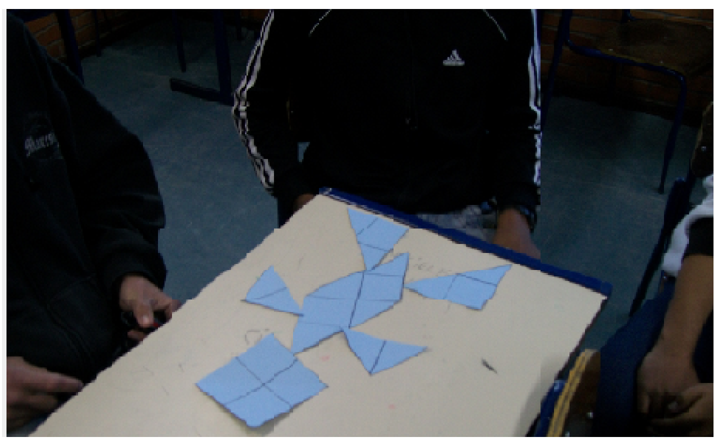


Figura 9 Alunos criando figuras com o tangram.

4.3 TERCEIRA AÇÃO: 2 HORAS-AULA

Para demonstrar o teorema de Pitágoras, os alunos usaram as peças do tangram. Observaram as peças, fizeram uma relação entre os três lados dos triângulos retângulos e perceberam que a hipotenusa é o lado oposto do ângulo reto e os catetos são os dois lados que o formam. Dessa forma, concluíram que em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados do comprimento dos catetos. A Figura 10 mostra o momento em que os alunos trabalham com o tangram.

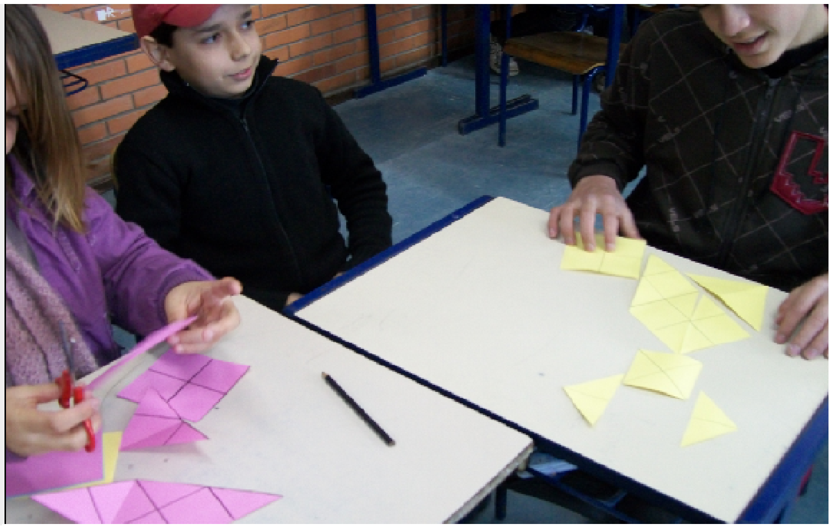


Figura 10 Alunos trabalhando com o tangram.

Outra maneira na qual os alunos puderam comprovar o teorema foi através da realização de um problema, a partir da observação do portão de uma casa em frente à escola, que era cortado por uma diagonal, mantendo sua estabilidade. A Figura 11 mostra os alunos observando um portão retangular, cortado por uma ripa em diagonal, formando dois triângulos retângulos.

Figura 11 Alunos observando o portão.

Usando papel quadriculado com as medidas indicadas, os alunos traçaram o triângulo e calcularam as áreas dos respectivos quadrados, constatando que os quadradinhos dos quadrados menores cabiam dentro do quadrado maior (Figura 12). Dessa forma, compreenderam a fórmula apresentada no vídeo na aula anterior: $c^2=b^2+a^2$.

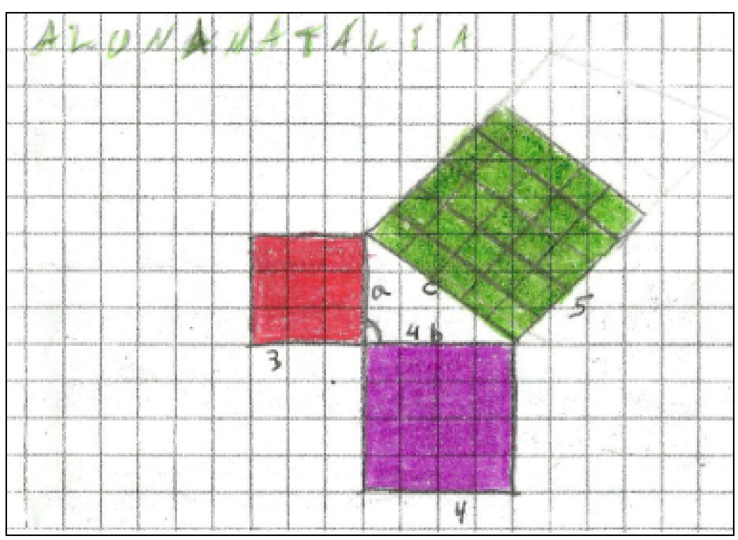


Figura 12 Teorema de Pitágoras construído no papel quadriculado.

Após a tarefa anterior, os alunos resolveram outras situações-problema, empregando o teorema de Pitágoras, como mostram as Figuras 13 e 14[3].

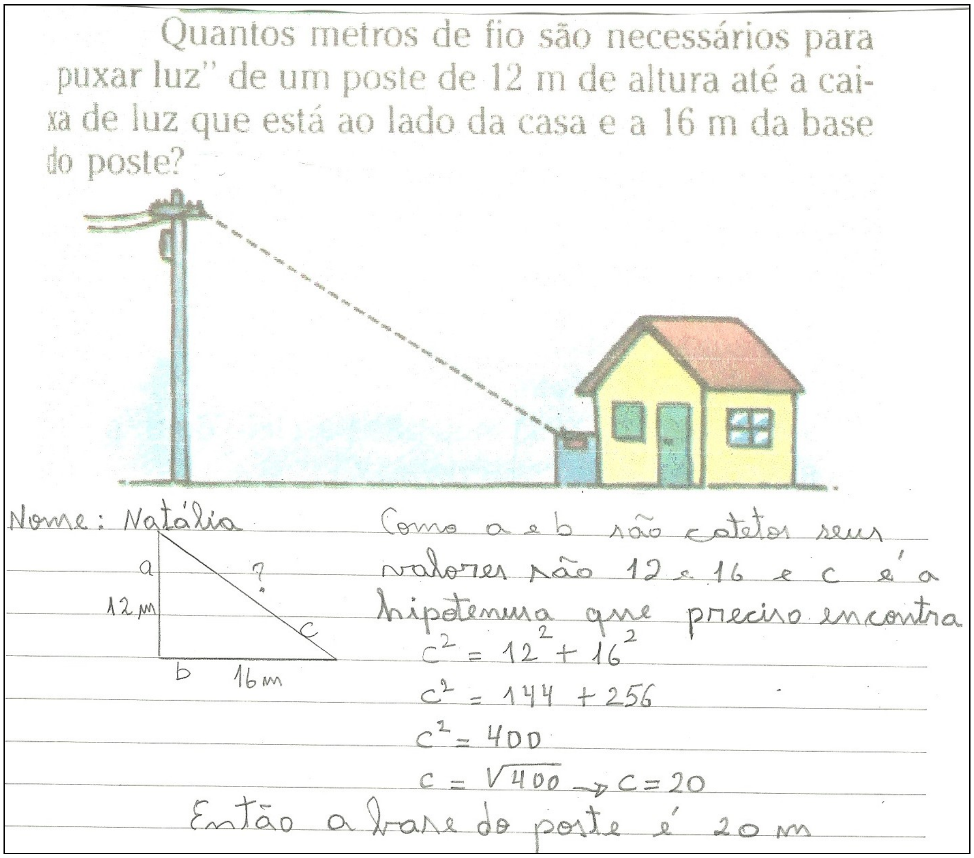


Figura 13 Resolução do problema

O objetivo dessa atividade foi verificar se, para o aluno, a igualdade pitagórica tem significado, o que permitiria identificar corretamente catetos e hipotenusa para resolver o problema. Nesse problema acima (Figura 13), constatei que obtiveram acertos com sucesso alguns alunos, outros erraram os cálculos com o radical, também teve um pequeno percentual que deixou em branco.

[3] Os problemas das Figuras 13 e 14 foram extraídos do livro didático "A Conquista da Matemática" (1992, p.183).

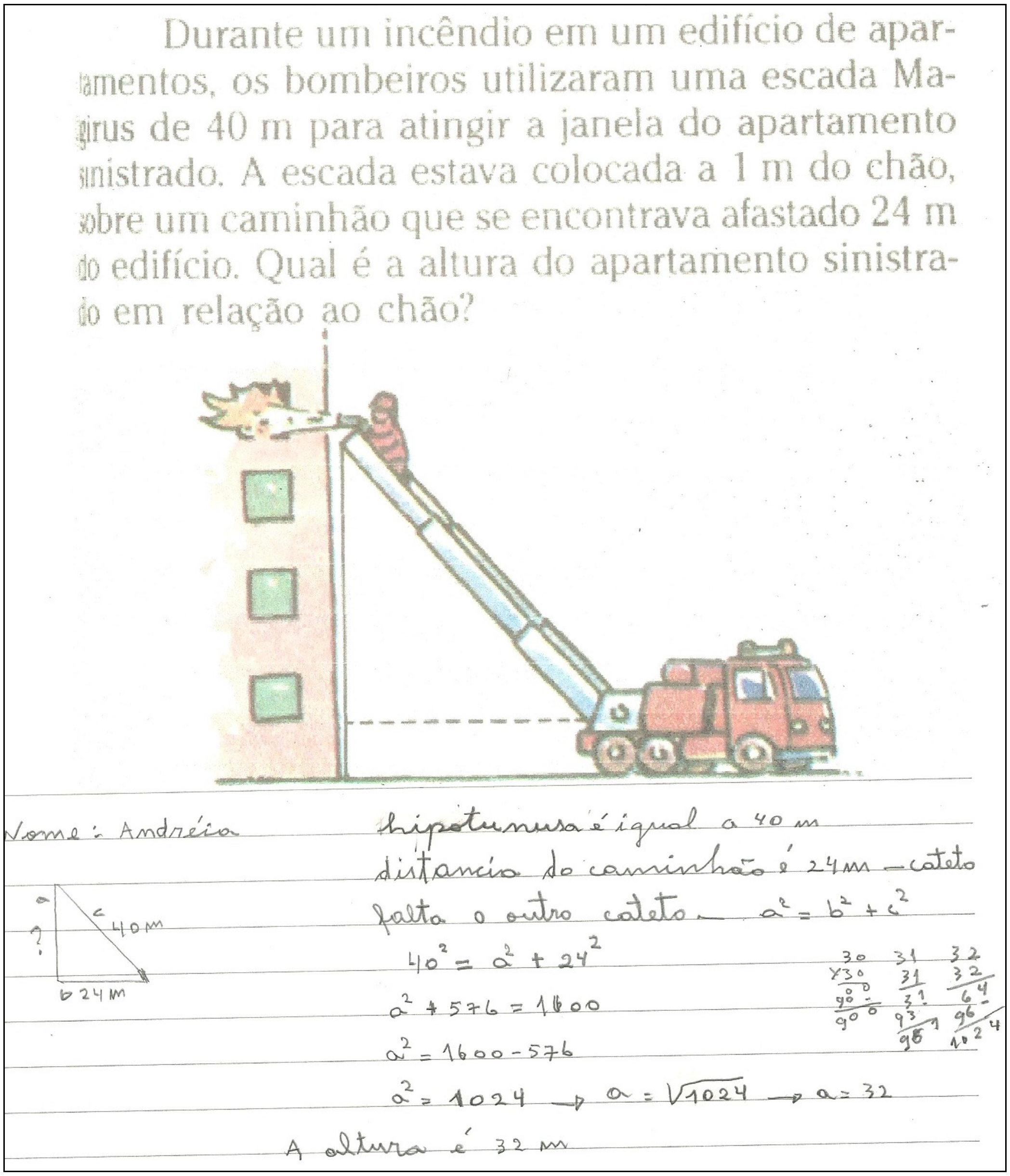


Figura 14 Resolução do problema.

Essa aluna que resolveu o problema (Figura 14) empregou corretamente o teorema de Pitágoras, mas não percebeu que a escada foi lançada a 1 metro do chão, talvez por falta de concentração. Alguns tiveram sucesso nas suas respostas, outros fizeram, mas erraram nos cálculos ou na radiciação.

4.4 QUARTA AÇÃO: 2 HORAS-AULA

Para efetivar a aprendizagem, levei os alunos ao laboratório de informática para conhecer e trabalhar com o programa Geogebra, fixando o teorema de Pitágoras.

Inicialmente, revisei com os alunos alguns comandos que aparecem na barra de ferramentas, deixando os alunos à vontade para se familiarizarem com o programa, construindo triângulos.

A primeira atividade foi a construção de um triângulo retângulo, usando letras adequadas para cada segmento, traçando uma reta definida por dois pontos A e B (janela 3), em seguida uma reta perpendicular (janela 4) clicando sobre a reta e posteriormente sobre o ponto A, logo após selecionando a ferramenta novo ponto (janela 1) clicando sobre a reta perpendicular para criar o ponto C, e por último foi usado a ferramenta polígono (janela 5) clicando sobre os pontos A, B, C e A (nesta ordem), e assim, concluindo a construção do triângulo retângulo (Figura 15).

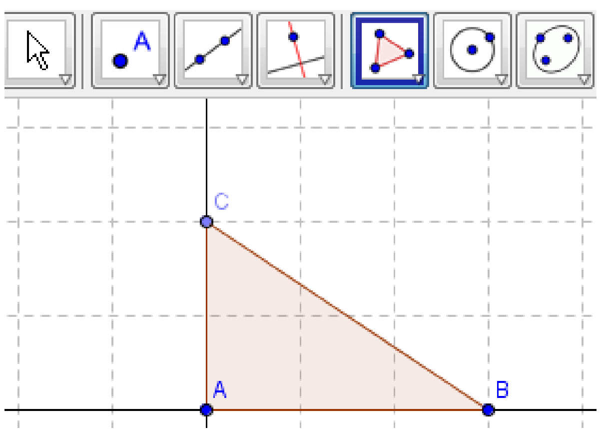


Figura 15 Tela do Geogebra com a construção do triângulo retângulo

Na segunda atividade, os alunos representaram a medida da hipotenusa do triângulo retângulo pela letra *a*, e por *b* e *c* as medidas de cada cateto. O objetivo aqui foi os alunos escreverem na linguagem algébrica, utilizando as letras *a, b* e *c* como respectivas medidas da hipotenusa, dos dois catetos e escrevessem corretamente a relação na forma $a^2 = b^2 + c^2$.

Na terceira atividade, utilizaram as malhas quadriculadas do Geogebra para demonstrar o teorema de Pitágoras, a partir dos segmentos de um triângulo retângulo, onde construíram um quadrado sobre a hipotenusa, dois quadrados sobre os catetos e calcularam as áreas respectivamente. O objetivo dessa atividade foi que os alunos percebessem que os quadrados construídos sobre os catetos se encaixam no quadrado construído sobre a hipotenusa (Figura 16).

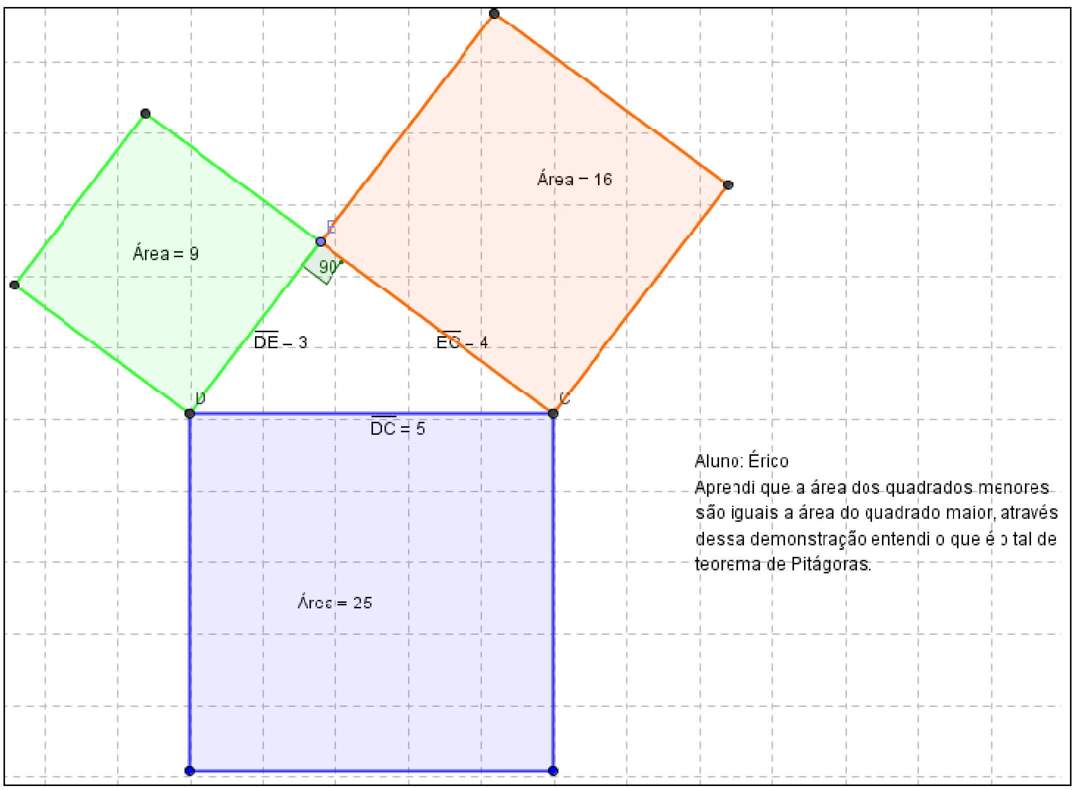


Figura 16 Tela do Geogebra com a construção do Teorema de Pitágoras.

.

O capítulo 5 apresenta a análise das Hipóteses e Síntese do que foi feito.

5 ANÁLISE DAS HIPÓTESES

Vamos, neste capítulo 5, analisar as hipóteses lançadas anteriormente.

a) Hipótese 1: pressupomos que, os alunos têm noções de informática, mas não terão facilidade em acessar o computador, pois não têm aulas de informática regularmente.

Esta hipótese foi validada porque, de fato, os alunos tiveram dificuldades para manusear o computador, uma vez que não há, na escola, um cronograma regular e constante para cada turma realizar este tipo de atividades (Figura 17). As primeiras tarefas foram realizadas com intuito de familiarizar os alunos com os comandos básicos do Geogebra. Aproveitamos esse momento para construir os diferentes tipos de triângulos: retângulo, acutângulo, obtusângulo, revisamos os conceitos básicos e seus diferentes ângulos, como mostra na Figura 18. Nessa atividade, os alunos não encontraram maiores dificuldades. Naquele momento, um aluno perguntou se poderia aplicar o teorema de Pitágoras em qualquer um desses triângulos. Foi interessante esse questionamento, pois gerou uma discussão, onde outros perceberam que precisava ter um ângulo reto para ser demonstrado.

Figura 17 Trabalhando com o software Geogebra

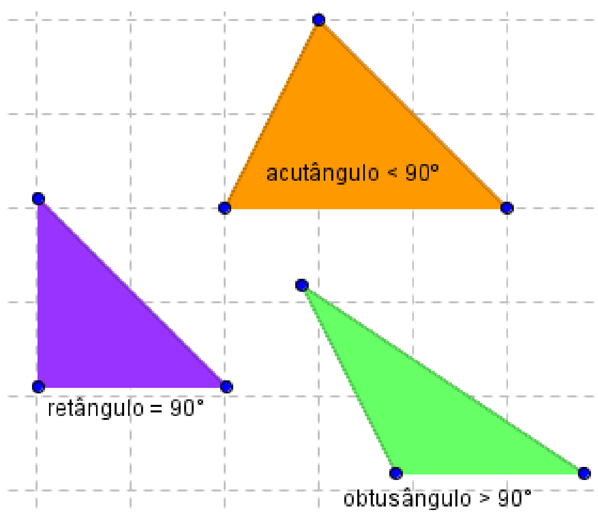


Figura 18 Construindo triângulos com software Geogebra

b) Hipótese 2: pressupomos que, os alunos saibam medir segmentos e calcular áreas de figuras planas usando números decimais, pois são conteúdos já trabalhados.

Foi observado claramente que os alunos dominavam o uso da régua e o cálculo de área. No momento que demonstravam o teorema de Pitágoras construído no papel quadriculado, usavam régua e calcularam a área dos quadrados construídos sobre os catetos e sobre a hipotenusa, como mostra a Figura 19.

Figura 19 Usando papel quadriculado.

c) Hipótese 3: pressupomos que os alunos percebam o “teorema” como uma construção geométrica pensada, testada e representada por muitos; e que precisa ser contextualizada para ser compreendida.

O teorema foi experienciado, construído, mas foi preciso relacioná-lo com situações reais, como o portão, para ser de fato elucidado. Os problemas que os alunos resolveram foram de fácil compreensão, ilustrados com figuras, onde a maioria não teve grandes dificuldades na aplicação do teorema de Pitágoras. Durante a resolução do problema da Figura 20, os alunos questionaram sobre a diagonal do portão, ou melhor, termo usado por eles foi “ripa que corta o portão”, não empregaram corretamente a linguagem Matemática, mas sabiam que essa diagonal dá estabilidade ao portão, com isso se obteve dois triângulos retângulos. Naquele momento, teve um aluno que se exaltou: “podemos usar o teorema de Pitágoras”. Aquele aluno se mostrou muito confiante e realizou a tarefa sem problemas. Enquanto os outros, sabendo que era esse o caminho, também conseguiram resultados positivos.

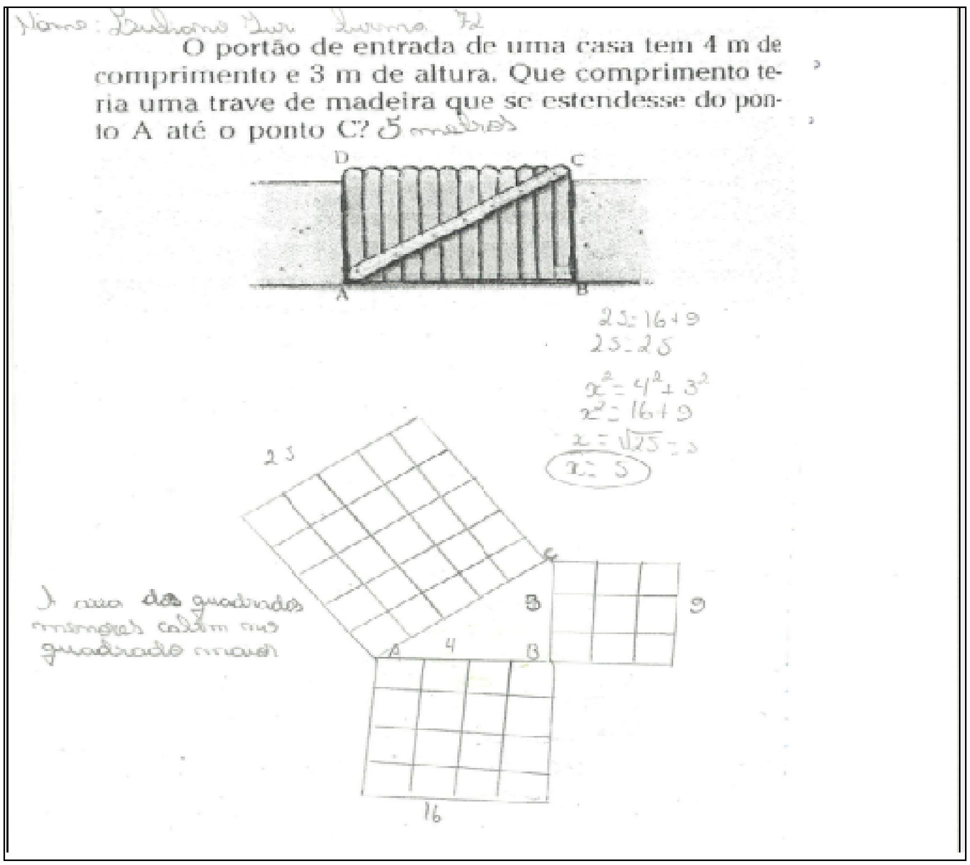
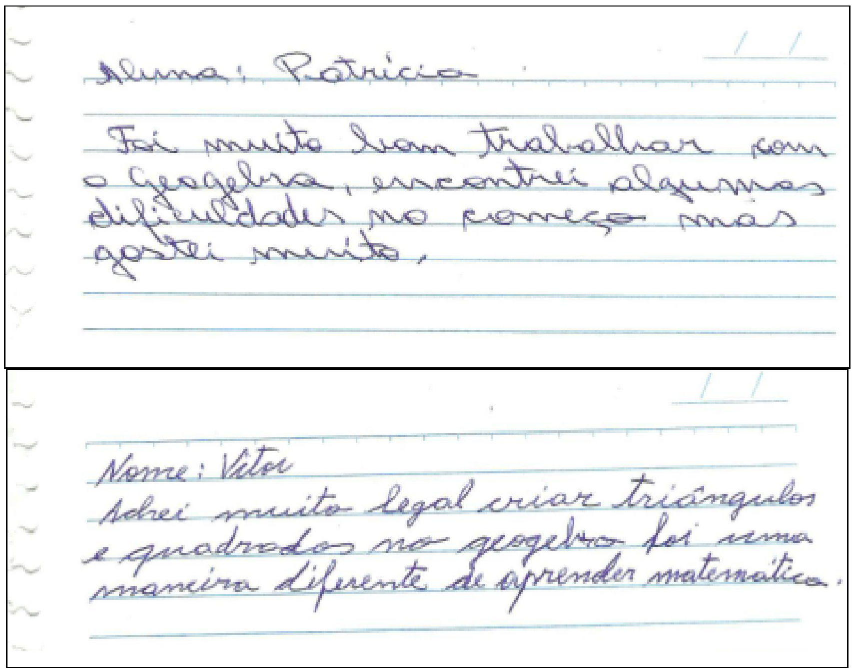


Figura 20 Resolução do problema.

d) Hipótese 4: pressupomos que o material vai gerar um certo interesse, porque a Matemática prática e não convencional atrai os alunos.

Os comentários dos alunos foram positivos. Eles salientaram que a aula foi diferente e assim se tornou bom aprender matemática. A Figura 21 traz depoimentos de alunos sobre as atividades realizadas.


Aluna: Patrícia
Foi muito bom trabalhar com o Geogebra, encontrei algumas dificuldades no começo mas gostei muito.

Nome: Vitor
Achei muito legal criar triângulos e quadrados no geogebra foi uma maneira diferente de aprender matemática.

Figura 21 Depoimentos dos alunos.

e) Hipótese 5: pressupomos que as atividades do tangram e do Geogebra despertarão interesse em alguns alunos, pois são atividades diferentes do que normalmente estão acostumados.

Gostaram de “brincar” com o tangram, demonstrando e analisando o teorema de Pitágoras. O objetivo foi usar as peças do tangram e formar um triângulo retângulo isóscele, que seus catetos congruentes são os lados dos quadrados pequenos e a hipotenusa é o lado do quadrado grande. Analisando a construção do aluno com as peças amarelas, percebemos que está correto. Já o aluno com as peças azuis não formou um triângulo retângulo isóscele, portanto está incorreto, como mostra na Figura 22.

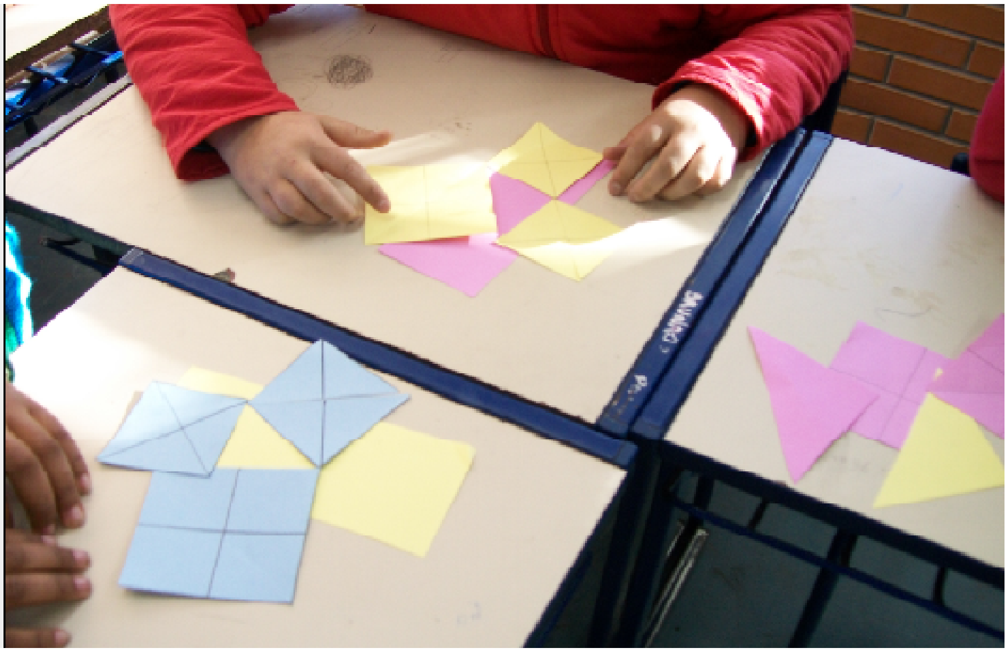


Figura 22 Demonstração do teorema de Pitágoras com tangram

Trabalharam no Geogebra com interesse, mas foi demorado, difícil e desafiador, pois não eram habituados a usar esse recurso virtual. Foram apresentadas aos alunos as atividades, onde o professor acompanhava a consecução das tarefas e orientava em caso de dúvidas ou dificuldades. A seguir, foi dado um roteiro relativo às atividades que seguem abaixo:

- construa um triângulo retângulo escaleno;

- utilizando a ferramenta polígono regular, construa três quadrados tendo como base os lados do triângulo;

- determine a área de cada um dos quadrados.

Qual a conclusão que esta construção permite enunciar?

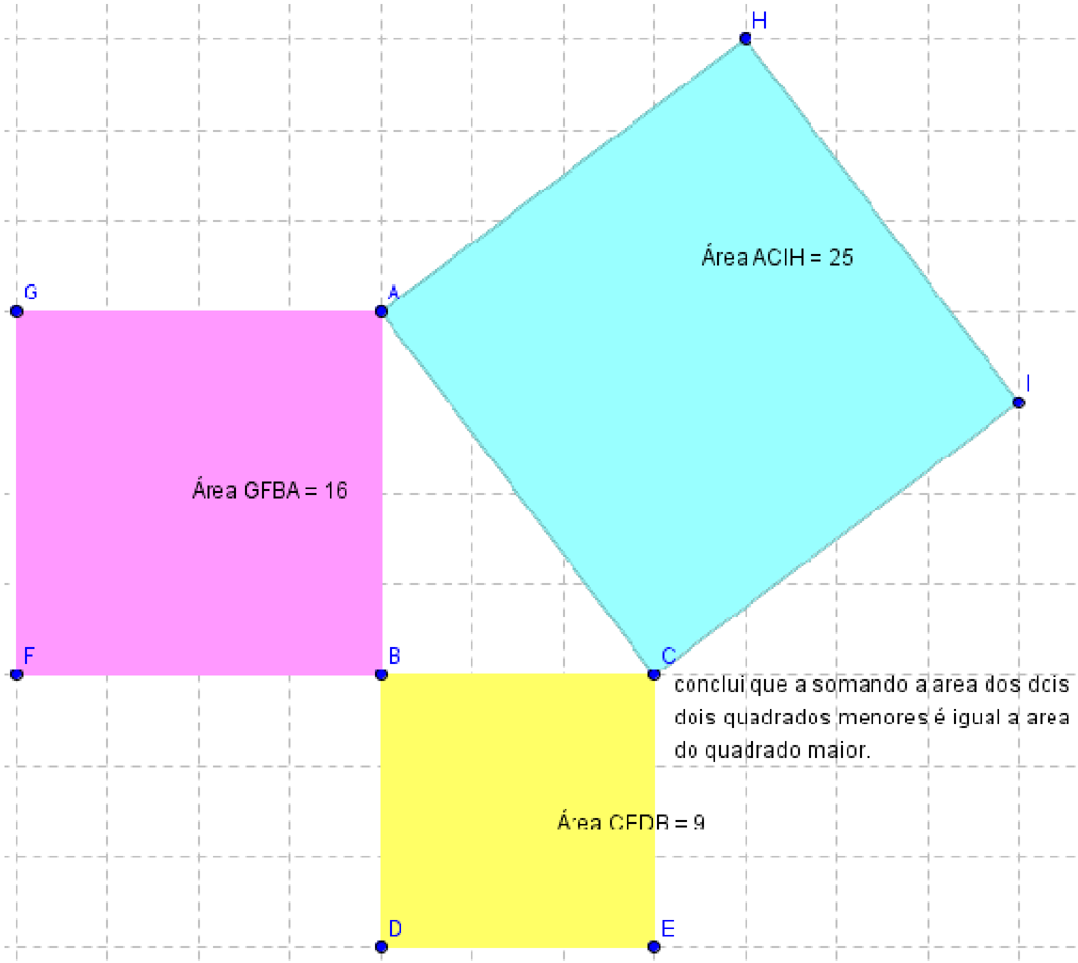


Figura 23 Demonstração feita com software Geogebra

O aluno que realizou a demonstração da Figura 23 conseguiu compreender os elementos da construção geométrica em questão, executando o roteiro da atividade com as ferramentas disponíveis do programa. Neste aspecto, pode se afirmar que o aluno abordado neste tópico dominou o recurso tecnológico, incorporou o mesmo e uniu ao conhecimento que possuía sobre o programa Geogebra, figuras planas e áreas numa prática proposta pela atividade. Mas ainda foram poucos que conseguiram chegar a conclusões próprias.

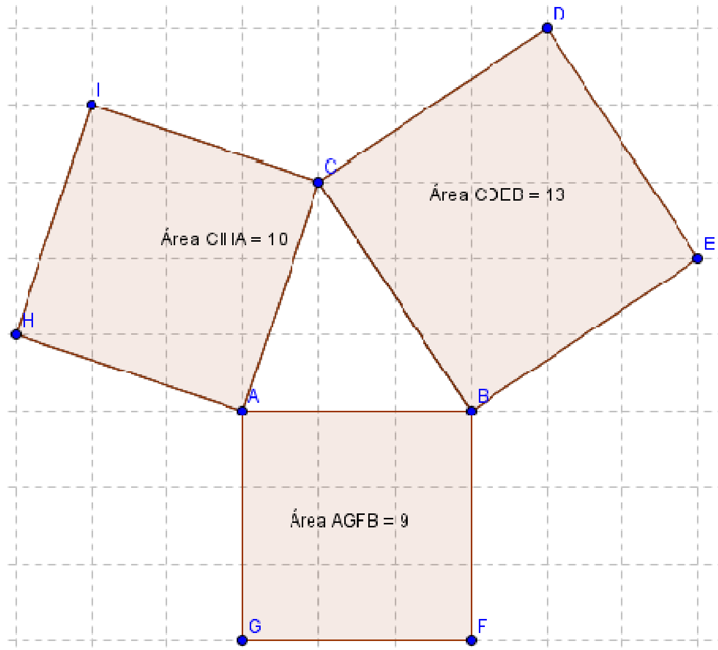


Figura 24 Demonstração feita com software Geogebra

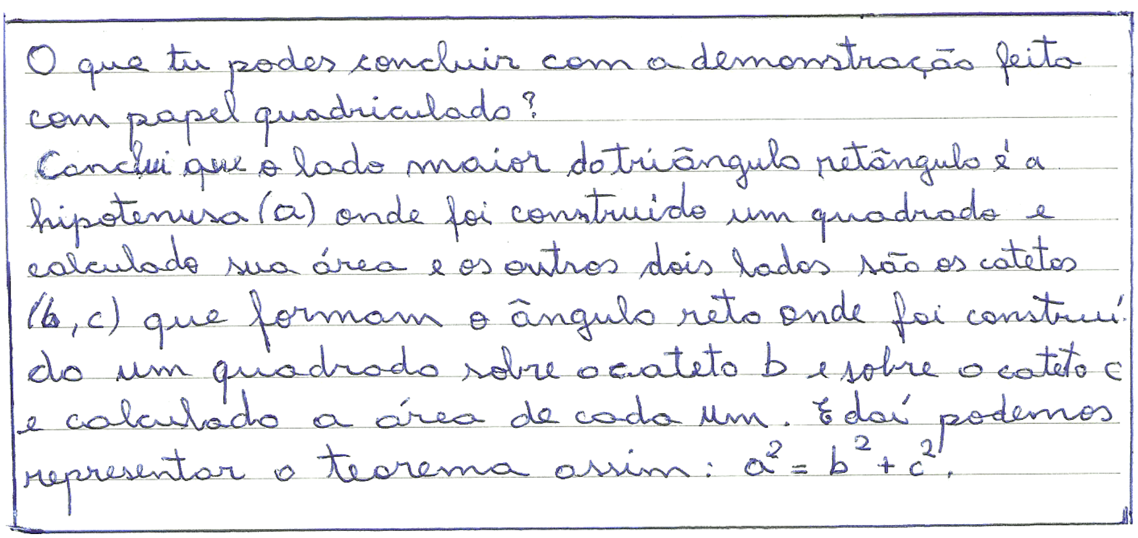
O aluno que realizou a demonstração da Figura 24 apresentou dificuldades conceituais em relação à classificação dos triângulos confundindo-se quanto ao ângulo que deveria ter sido de 90º. Em consequência disso, não respondeu de fato à questão, pois a atividade por ele realizada não corresponde à solução pedida, isso nos mostra que não conseguiu incorporar as tecnologias em seu fazer matemático.

Figura 25 Trabalhando com Geogebra.

f) Hipótese 6: Pressupomos que esta atividade proporcione um melhor entendimento do teorema de Pitágoras, visto que a sua compreensão se torna mais fácil quando trabalhamos com a sua demonstração e o seu significado.

De fato, é importante concretizar o abstrato. Compreender que $a^2 = b^2 + c^2$ se torna possível e fácil quando visualizaram a fórmula na prática como na Figura 26.

Figura 26 Comprovação da fórmula



O que tu podes concluir com a demonstração feita com papel quadriculado?
Conclui que o lado maior do triângulo retângulo é a hipotenusa (a) onde foi construido um quadrado e calculado sua área e os outros dois lados são os catetos (b, c) que formam o ângulo reto onde foi construí-do um quadrado sobre o cateto b e sobre o cateto c e calculado a área de cada um. E daí podemos representar o teorema assim: $a^2 = b^2 + c^2$.

Figura 27 Atividade do aluno

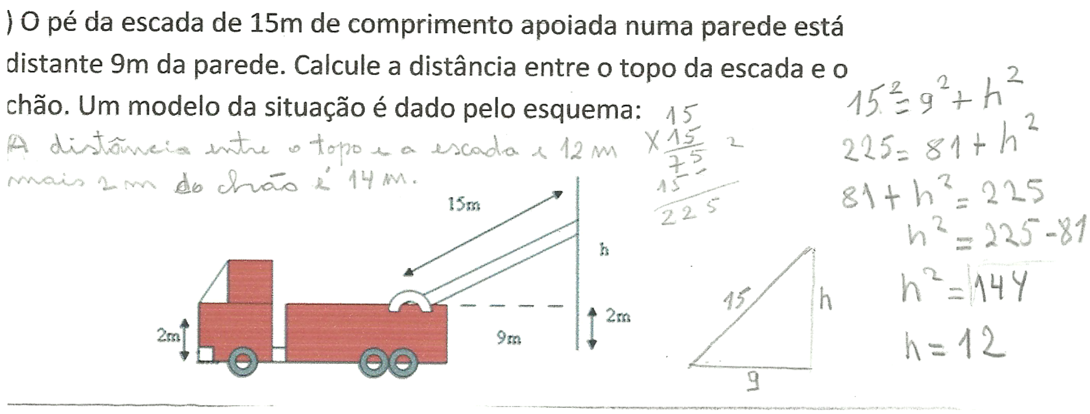


Figura 28 Resolução do problema

Analisando a atividade do aluno da Figura 27, que descreveu a construção feita no papel quadriculado, mas não especificou detalhadamente que a área calculada sobre os dois catetos é igual à área calculada sobre a hipotenusa, ou melhor, que o quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Verificando a atividade do aluno da Figura 28, onde a resolução do problema foi satisfatória, percebe-se que houve um bom entendimento entre a interpretação do problema com a aplicação do teorema de Pitágoras.

g) Hipótese 7: Pressupomos que há boas expectativas, quanto ao desempenho e facilidades no que se refere ao uso da folha quadriculada, e o cálculo da área e perímetro, pois já trabalharam anteriormente.

Os alunos já usaram esse recurso e não apresentaram dificuldades. A Figura 29 mostra a atividade da demonstração da fórmula do teorema de Pitágoras. Analisando os resultados dessa atividade, constatei que a maioria descreveu corretamente a demonstração, associando com o vídeo assistido no início da engenharia, onde havia uma demonstração semelhante e os alunos decoravam a fórmula sem entendê-la. Mas alguns alunos tiveram dificuldades em argumentar, colocar no papel, de se expressar corretamente. Um aluno escreveu “área dos catetos”, outro, por exemplo, escreveu: “área construída sobre a hipotenusa”.

Aproveitei essas pequenas falhas para discutir com a turma, esclarecendo que, hipotenusa e catetos são segmentos, portanto não tem área. Foi comentado de que forma poderiam ter se expressado e escrito. Houve discussão, mas chegamos à conclusão que não “construímos” e sim calculamos áreas.

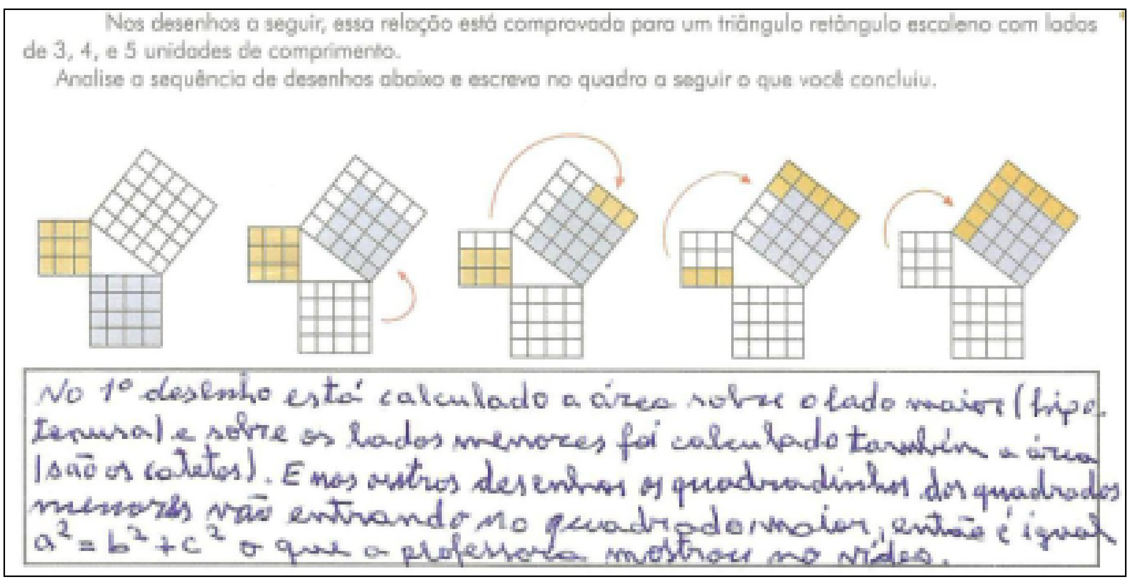


Figura 29 Atividades realizadas em sala de aula.

h) Hipótese 8: Pressupomos que o conteúdo é pré-requisito para as séries seguintes, e que os alunos entendam a fórmula do teorema de Pitágoras, o processo, e que sejam capazes de utilizar este conhecimento na resolução de problemas.

Esta hipótese foi validada, porque os alunos foram receptivos e até entusiasmados com o novo conteúdo, aplicando o teorema de Pitágoras em várias situações-problema. A atividade desenvolvida na Figura 30 estava relacionada com a realidade dos alunos, eles viram significado no que estavam estudando e associou a teoria com a prática, fundamental para a resolução desse problema.

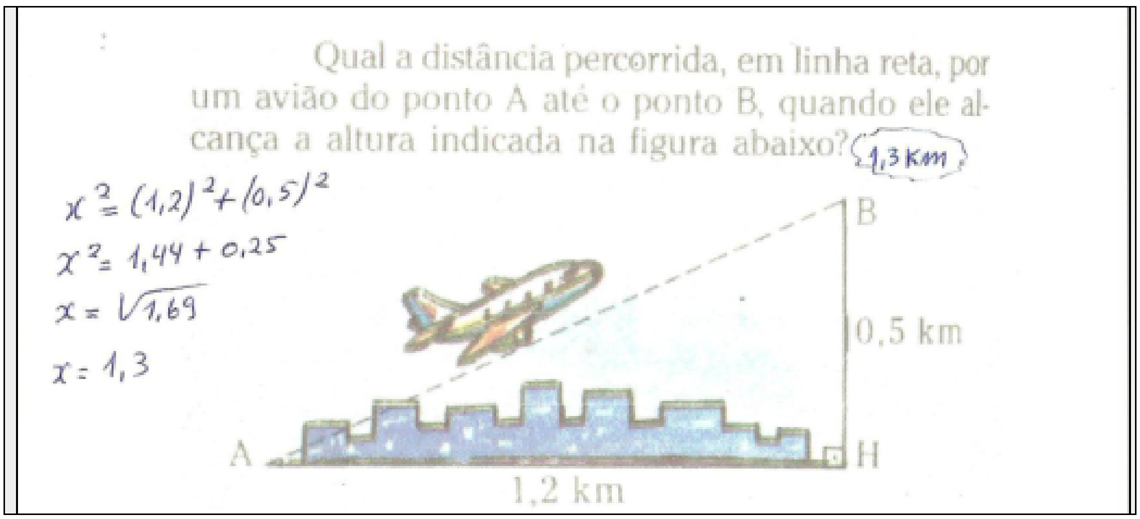


Figura 30 Resolução de situação-problema.

i) Hipótese: 9 Pressupomos que existe falta de recursos básicos, como réguas , lápis, borrachas, folhas quadriculadas e folhas coloridas, tendo o professor, que providenciá-los.

A comunidade escolar é bem carente de recursos básicos, o que torna o trabalho do professor às vezes frustrado. Foi necessário que eu mesma disponibilizasse folhas quadriculadas e réguas para que eles pudessem executar as tarefas.

5.1 SÍNTESE DO QUE FOI FEITO

Este trabalho tratou do ensino do Teorema de Pitágoras, voltado para o aluno do ensino fundamental, e utilizou como recurso didático: *software*, problemas e aplicativos.

Para tentar obter uma melhoria no cenário do ensino e da aprendizagem, foi desenvolvido um plano de ensino cujo principal objetivo foi oportunizar a compreensão do Teorema de Pitágoras.

Antes de iniciar a prática, foram formuladas nove hipóteses.

Os dados coletados na prática validaram todas as hipóteses.

O plano de ensino precisa ser reformulado, para que os alunos se familiarizem com o *software* Geogebra, por meio de construções que apresentem passo a passo suas diferentes aplicações, proporcionando dessa forma, um conhecimento maior do programa, que facilite a assimilação e efetiva aprendizagem do conteúdo a ser trabalhado.

O capítulo 6 apresenta as Conclusões e Reflexões Pessoais.

6 CONCLUSÕES E REFLEXÕES PESSOAIS

Com essa engenharia didática, foi possível melhorar a compreensão do tema e abrir novas janelas para encontrar respostas e achá-las bem próximas, no meio em que estamos inseridos, sendo possível constatar a vantagem do uso do *software* Geogebra, pois os alunos mostraram maior interesse, em relação ao trabalho usual em sala de aula, que nem sempre é atrativo. Dependendo da maneira como o conteúdo é explorado ou se ele é mal entendido, poderão ocorrer dificuldades de aprendizagem aos alunos.

É lamentável dizer que nós, professores, fomos ensinados a ‘comer o peixe’, sem nem mesmo distinguir seu sabor. Fomos alunos passivos, recipientes de um sistema educacional em que éramos meramente receptores de informação sem ousarmos questioná-las.

O professor deseja sempre obter o melhor rendimento escolar de seus alunos, então adota certas estratégias para facilitar o ensino-aprendizagem, levando o aluno à correta realização das atividades. Diante dessa postura, o professor sugere “certos” caminhos de resolução dos problemas, oferecendo-lhes o “peixe”, sem priorizar a pesca raciocinada.

Desse modo, os conhecimentos não se consolidam, pois os alunos não conseguem compreender o assunto em questão. Suas ações estão associadas às indicações fornecidas pelo professor e a memorização de procedimentos, sem a verdadeira compreensão. Isso acontece quando utilizam fórmulas ou usam de uma determinada técnica de resolução que distancia o verdadeiro saber a ser desenvolvido, inibindo sua criatividade.

Essa prática relaciona-se com o estudo teórico, no sentido histórico, conhecendo as ideias dos filósofos e matemáticos desde os tempos mais remotos até a atualidade, dando suas contribuições para a sociedade. Também a demonstração do teorema, que faz pensar e desenvolver o raciocínio, possibilitando uma melhor compreensão do conteúdo.

Ao iniciarmos nosso trabalho, lançamos mão do vídeo “O Barato de Pitágoras”, que foi um importante recurso no processo de motivação, o qual despertou interesse e curiosidade nos alunos.

A partir daí, os alunos pesquisaram a vida de Pitágoras em livros e na Internet, onde puderam constatar que ele foi um importante filósofo e matemático grego, que contribuiu muito no campo da matemática.

A utilização da mídia foi uma estratégia de ensino que contextualizou o saber e mostrou que os conceitos matemáticos são frutos de uma época histórica, inseridos num contexto social e político, que permearam o tempo e ainda hoje são empregados. Foi possível uma melhor compreensão por parte dos alunos, concluindo que essa ciência está sempre em construção e convive com erros e acertos, e entenderam que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural e científica de gerações passadas.

Este trabalho foi realizado numa turma de 7ª série, introduzindo o conteúdo do teorema de Pitágoras, portanto o que trabalharam nessa prática, os alunos não apresentaram maiores dificuldades e vai servir como pré-requisito para as séries seguintes.

A experiência vivenciada durante a prática pedagógica aqui relatada permitiu-nos refletir sobre o significado e a importância de um planejamento, a eficácia dos recursos certos a serem utilizados, bem como as novas tecnologias, que permitem “despertar” nos alunos a curiosidade e o interesse para garantir-lhes uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

Após a realização das demonstrações do teorema de Pitágoras, a maioria dos alunos conseguiu resolver as atividades propostas.

O aluno que apreendeu o conceito do teorema é capaz de transferi-lo para outras situações diferentes relacionadas ao cotidiano, como por exemplo, calcular a altura da escola com a respectiva sombra.

Quanto à repercussão na escola, esta engenharia foi uma grata surpresa em sua aplicação. Ouvi elogios da supervisora escolar, que comentou não ter visto alunos tão entusiasmados com um conteúdo de matemática. Foi relatada minha experiência em uma reunião pedagógica para compartilhá-la com os demais colegas, que, a partir daí, sentiram-se motivados a criar aulas mais interessantes e atraentes, de modo que a exploração do conteúdo seja mais real e palpável aos alunos.

Concluímos que os professores devem assumir seus papéis de mediadores no processo de ensino e aprendizagem, auxiliando os alunos na construção de conceitos e na busca de estratégias para a resolução das situações apresentadas, despertando os alunos à ação-reflexão, de maneira que os torne autônomos e sujeitos de sua aprendizagem, tornando-os cooperadores nas trocas de experiências nos grupos.

Com esse trabalho, foi possível conscientizar de que a Matemática deve ser uma disciplina formadora de pessoas questionadoras, com capacidade de raciocínio lógico, mas também cooperativas e que saibam trabalhar em grupo, para que o conhecimento adquirido possa ser socializado e aplicado em todas as situações de suas vidas.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FILHO, José Leôncio Ferreira. **Um estudo sobre Argumentação e Prova envolvendo o Teorema de Pitágoras.** Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007. Disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/jose_leoncio_ferreira_filho.pdf

Rio Grande do Sul. Secretaria de Estado da Educação. Departamento Pedagógico Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Lições do Rio Grande Matemática e suas Tecnologias/ Secretaria de Estado da Educação- Porto Alegre: SE/DP, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. Tudo é matemática: ensino fundamental: livro do professor / ; ilustradores Alcy Linares, Grafos. – São Paulo: Ática, 2005.

IMENES, Luiz Márcio. Matemática: Imenes & Lelis / Luiz Márcio Imenes, Marcelo Lelis.-1. ed. – São Paulo: Moderna, 2009.

BIGODE, A. J. L. Coleção: Matemática hoje é feita assim. Editora FTD. São Paulo, 2002.

MORI, Iracema. Matemática: Ideias e Desafios / Dulce Satiko Onaga. – 14. Ed. Reform. – São Paulo: Saraiva, 2005.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR, José Ruy. A conquista da Matemática. 8ª série. São Paulo: FTG, 1992.