UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

Fernanda Bartz de Sá

APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Porto Alegre

2011

Fernanda Bartz de Sá

APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Aprovado em: _______________

Banca examinadora:

Profa. Dra. Luisa Rodriguez Doering

Instituto de Matemática – UFRGS

Profa. Msc. Fabiana Fattore Serres

Colégio de Aplicação – UFRGS

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso – Orientador

Instituto de Matemática – UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe, por desde sempre incentivar os meus estudos, inclusive em nível superior, e me apoiar durante todo o curso, sendo a segunda maior responsável pelo seu término.

Agradeço também ao meu pai, pela compreensão da minha visão de mundo diferente da dele.

Agradeço ao Gustavo, por ter tornado mais prazerosos os dois últimos semestres da faculdade, me ajudando a passar por medos e angústias que essa inclui, e dividindo as alegrias comigo.

Agradeço as para sempre amigas Daiana Becker e Gabriela Martinelli, vulgo Sandy e Batera, parceiras de muitas conversas sobre os rumos da vida. Mesmo não chegando ao fim do curso juntas como planejado, sempre me estenderam a mão quando eu precisei.

Agradeço a querida tia Joceli, por ter me proporcionado um lugar em Porto Alegre, mais horas de sono e menos no ônibus.

Agradeço a tia Celi Beatriz Maninha, pelas dicas e algumas digitalizações presentes neste trabalho.

Agradeço ao Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso, por me incluir em suas turmas de Laboratório quando não havia mais vagas, e também por ter aceitado me orientar no desenvolvimento deste trabalho, fazendo-o com dedicação.

Agradeço a Profª. Liana Beatriz Costi Nácul, por ter sido ótima professora mostrando logo no meu primeiro semestre onde eu estava entrando, e fazendo-me perceber que tinha encontrado o meu lugar.

Agradeço ao Prof. Fernando Ripe, por ter possibilitado o meu estágio em Gravataí, facilitando muito a minha vida.

Agradeço a UFRGS, pelo ensino gratuito e de qualidade.

A todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a minha formação superior, seja em apoios, estímulos ou conselhos, fica o meu muito obrigada.

RESUMO

Partindo do visível déficit presente nos alunos em relação às formas de lidar com os números fracionários, o qual se estende por todos os anos do Ensino Fundamental e Médio, o presente estudo investigou questões sobre o ensino de frações, a primeira delas e desencadeadora das demais, se refere à forma que os alunos enxergam as frações e as idéias que eles associam aos números fracionários, assim como que rumos de aprendizagem ou tipos de atividades poderiam conduzir os alunos a terem um ensino de qualidade. Outra importante questão deste trabalho diz respeito à operação soma de frações e de como ela é ensinada na escola. Sabemos que o predomínio é o uso do algoritmo que utiliza o m.m.c. para os cálculos, onde muitas vezes o uso das frações equivalentes não fica evidenciado. Assim, apresentarei resultados para mostrar que é possível ensinar a somar frações sem seguir essa linha tradicional.

Palavras-Chave: Matemática. Frações. Ensino-Aprendizagem. Equivalência de Frações.

ABSTRACT

This work is motived by the students difficulties towards the different ways to deal with fractional numbers, which is noticed during all the Elementary and the High School, this study investigated some questions about the teaching of the fractions. The first one – which motivates the other questions – refers to the way that the students see the fractions and the ideas associated to fractional numbers, and the learning directions or kinds of activity which could make the comprehension of the students about these topics possible. Another important question in this work is about the sum of fractions and how it is usually taught at school. The algorithm that uses the l.c.f. (least common multiple) is the most common way to taught it, in this method, the utilization of the equivalent fractions is not exposed. This way, I will present some results to show that it is possible to teach the sum of fractions using other perspectives.

Keywords: Math. Fractions. Teaching. Learning. Equivalence of Fractions.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Após diversas experiências em ambientes de aprendizagem trabalhando com frações, e notando a aversão dos alunos a qualquer situação que as envolva, em razão das pendências referentes ao aprendizado das mesmas, surgiu o desejo de trazer esse conteúdo para uma sala de aula de forma a contribuir para um aprendizado significativo, o qual desenvolva competências e habilidades necessárias relacionadas à prática desses conhecimentos.

Para isso, acreditei ser pertinente analisar durante o desenvolvimento de minha pesquisa, quais formas de transmitir as idéias sobre o conteúdo de frações dificultariam ou auxiliariam mais os alunos, assim como quais métodos de ensino-aprendizagem seriam menos ou mais esclarecedores. Ao mesmo tempo, também foi importante verificar se dentre eles, aqueles que eu julgava eficientes, como por exemplo, o método via resolução de problemas, realmente desenvolveria habilidades para um bom entendimento do conteúdo que seria estudado, em outras palavras, se seriam realmente pertinentes na prática.

> É preciso encontrar caminhos para levar o aluno a identificar quantidades fracionárias em seu contexto cotidiano e a apropriar-se da idéia do número fracionário correspondente, usando-os de modo significativo. (BERTONI, 2009, p.16)

A citação acima mostra outra maneira de trabalharmos com o conceito de fração significativamente, e esse também se refere a um objetivo desse trabalho, utilizar o conceito de frações de maneira significativa, ou seja, entender o que se está manipulando. Por esse motivo, analisamos outro caminho para o aprendizado da soma de frações, caminho onde o aluno possa perceber por onde e porque o está percorrendo, possibilitando ao aluno usar os conceitos de fração de forma significativa.

Não abordarei nesse trabalho as diversas situações que as frações podem representar, como estudo de probabilidades, razões, proporções, divisão, etc. Segundo Nunes (2005), os professores devem avaliar quais formas de representação são mais acessíveis aos alunos quando há mais de uma possibilidade, em qualquer conteúdo, analisando idades e outras características do grupo de alunos, para saber como tratar o conceito em sala de aula.

Seguindo por essa linha, esse trabalho abrange somente a fração definida como relação parte-todo, e é possível que a raiz do problema tratado neste trabalho, possa estar em sua essência: o entendimento da definição. E para facilitar a busca por informações desse e dos demais tópicos importantes do conteúdo de frações, foram levantadas questões de investigação. Suas utilizações estarão descritas nos procedimentos metodológicos.

Acredito que a importância deste trabalho está em chegar ao final conseguindo mostrar, através da análise dos dados obtidos na pesquisa, as aprendizagens evidenciadas pelos estudantes, e se essas aprendizagens contribuíram para a compreensão do conteúdo de frações não aprendido anteriormente.

2 QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO

As sete questões a seguir, foram levantadas no decorrer deste trabalho, com o objetivo de estruturar a coleta e a análise dos dados.

i. O que os alunos pensam sobre as representações fracionárias? Eles têm a percepção de uma quantidade numérica? Eles enxergam elas inseridas na reta numérica?

ii. Como a relação geométrica auxilia ou atrapalha o desenvolvimento do aprendizado sobre frações?

iii. O que os alunos entendem como frações equivalentes? Apenas procuram divisores ou múltiplos comuns para a resolução do exercício exigido pelo professor ou enxergam mesmas quantidades?

iv. Aprender frações através de problemas pode ajudar a entender o sentido das mesmas?

v. Para simplificar uma fração, os alunos entendem que podem dividir diretamente numerador e denominador da fração, pelo m.d.c. entre o numerador e o denominador?

vi. Os livros didáticos induzem alunos e professores a preferirem somar frações usando o algoritmo com o m.m.c.? Eles explicam que o necessário é termos denominadores iguais e para isso precisamos de frações equivalentes?

vii. Quais são as dificuldades encontradas pelos alunos para trabalhar com as frações que os levam a repudiá-las?

3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE FRAÇÕES

> A seleção e organização de conteúdos deve levar em conta sua relevância social e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno e não deve ter como critério apenas a lógica interna da Matemática. (BRASIL, 1998, p. 57).

A citação acima, afirmada nos PCN, condiz com o fato de que o ensino-aprendizagem de frações deve obrigatoriamente ser levado para a sala de aula, por se tratar de um conteúdo que contribui para o desenvolvimento intelectual. Sendo assim, concordo com Bocalon (2008), o processo de estudo não deve proceder de forma superficial e passageira, de forma que o aluno consiga simular um falso aprendizado, enquanto que a importância dada pelo professor a esse acontecimento é simplória, justificada pelo não aprendizado dos anos anteriores, prosseguindo-o assim nos anos seguintes.

Bertoni (2009, p. 16) defende o aprendizado das frações na escola com a seguinte situação: ‘‘ao comparamos um terço de pizza com um quarto, é mais imediato pensar logo na divisão, na parte, e dizer que 1 quarto é menor do que 1 terço. Não seria prático passar para a notação decimal e comparar 0,333... com 0,25”. Outra situação que a autora nos propõe é a introdução da representação decimal, utilizando as frações para apoiar as ideias, por exemplo, introduzir 0,1 como representando naturalmente $\frac{1}{10}$ da unidade.

Marincek (2001) nos traz em sua obra “Aprender Matemática Resolvendo Problemas”, que existem educadores que defendem e outros que não vêem necessidade no ensino das frações, esses últimos acreditam que o ensino deve se dedicar apenas a habilitar alunos para a “matemática instrumental”, e não para conteúdos que fiquem fora das práticas cotidianas. Por outro lado, o outro grupo defende pelo seu valor formativo e instrumental dentro do conhecimento escolar, apontando uma reestruturação dos conhecimentos dos alunos, a qual é proporcionada no estudo das frações, pois os números racionais inserem novos “comportamentos” numéricos.

Como exemplo desses novos comportamentos, Marincek (2001, p. 78) cita uma frequente dúvida dos alunos: “Se 5+5 é 10, como $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$ não é $\frac{2}{10}$?” Esse é um erro comum no Ensino Fundamental, quando os estudantes não se apropriam corretamente do conceito de fração.

Pergunto-me, se eles não tiverem a oportunidade de aprender e corrigir esse tipo de erro na escola, como sugere o próximo autor, onde eles poderão aprender, visto que não são números frequentes em nosso cotidiano, como os números naturais.

D'Ambrósio (2002), quando relaciona os conteúdos de Matemática da escola, com a cidadania que deve estar incluída nela, descreve pontos positivos e negativos sobre a aprendizagem de frações, entre os positivos podemos citar que as frações mais simples despertam interesse nas crianças, por isso deve-se falar nessas nas séries iniciais de forma concreta, e não é necessário completar o estudo dos números inteiros para iniciar o dos números fracionários.

Por outro lado, D'Ambrósio (2002) comenta negativamente a respeito das operações de frações, quando cita que dificilmente são apresentadas justificativas para continuarem a ser ensinadas. O autor considera importante a fração como razão e proporção, e diz que têm se trabalhado menos com essas formas de representação por influência das operações com frações, as quais não há nenhuma importância, e deveriam ser realizadas apenas com o uso da calculadora.

Dessas afirmações negativas, a única que posso concordar é que o ensino de razões e proporções não pode ser deixado de lado para ser substituído por outro conteúdo. Mas discordo quando o autor propõe que as operações com frações não sejam mais ensinadas na escola, pois é uma parte do conteúdo utilizada em todo o Ensino Fundamental e Médio. Na álgebra, em funções, no cálculo de áreas e perímetros, em praticamente todos os conteúdos matemáticos trabalha-se com números racionais, por isso saber operar é imprescindível. O uso da calculadora nem sempre torna o trabalho menos braçal, e nem sempre correto.

Nunes (2005) argumenta a favor do ensino de frações na escola considerando que no cotidiano a maioria das pessoas ignora a representação fracionária para expressar quantidades ou medidas, como no uso do dinheiro, quando representamos dois reais e cinquenta centavos com dois números inteiros, e também ao medirmos um metro e noventa centímetros, a notação é dois números inteiros, as notações $1+\frac{1}{2}$ e $1+\frac{90}{100}$ dificilmente são vistas.

Nesse sentido, através de conteúdos que são poucos trabalhados fora da sala de aula, a escola se torna um meio cultural de aprendizagem, sendo a oportunidade para a familiarização com conceitos e práticas que terão poucas chances de acontecerem fora dela.

4 O ATUAL ENSINO DE FRAÇÕES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Bertoni (2009) aponta que a atuação ativa num mercado de trabalho que requer capacidade de resolver problemas, avaliar situações, propor soluções e ter versatilidade para novas funções, não pode ser alcançada apenas pelo exercício de um fazer mecânico, sem pensamento próprio e sem questionamento. Concordando com ela, penso que durante o seu período escolar, o aluno não deve aprender só conteúdos, mas através deles, maneiras de analisar a realidade, com isso criar a capacidade de resolver problemas, não com uma maneira pronta, mas pensando nas possibilidades e gerando novas idéias.

Nunes (1997) comprova em seus estudos sobre números racionais o que acontece diversas vezes com algumas crianças, o fato de elas trabalharem muito bem com as frações, usando corretamente os termos fracionários e resolvendo problemas, mas passarem pela escola sem dominar as dificuldades dessas, deixando escapar conceitos importantes, sem que ninguém perceba. Sendo assim, podemos inferir que os alunos estão, na verdade, aprendendo um trabalho mecânico, e não estão trabalhando a interpretação ou a manipulação de dados, através do conteúdo de frações.

Ainda no trabalho de Bertoni, encontramos a seguinte afirmação: "O conteúdo de Frações têm sido um dos temas mais difíceis no ensino fundamental. Avaliações e pesquisas atestam o baixo rendimento dos alunos no assunto". (BERTONI, 2009, p. 16). E ainda diz que apesar disso, é difícil encontrar novas propostas circulando no ensino, nos deparamos apenas com os métodos antigos, os quais dão prioridade a nomenclaturas e às figuras geométricas planas divididas e pintadas. Por ser um dos conteúdos mais difíceis, acredito que deveria ser dispensado um tempo maior a sua aprendizagem, e claro, maior dedicação por parte dos professores, mas isso não seria suficiente, os alunos precisam de novas práticas, pois como sabemos pela afirmação anterior, as que são usadas atualmente têm surtido um baixo efeito no aprendizado de nossos alunos.

Ao trabalhar em uma classe de Educação de Jovens e Adultos em uma escola pública de Porto Alegre, em 2008, durante a disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem de Matemática I do terceiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, convivi com uma turma onde todos os alunos já haviam estudado, em algum momento de suas vidas, os números racionais. Esse foi o meu primeiro contato com o ensino das frações, e aprendi logo de início a dificuldade que as pessoas têm de lidar com elas, nesse momento, apenas os jovens e adultos. Essa realidade era confirmada cada vez que algum deles, durante as atividades, preferia dividir o numerador pelo denominador das frações, para assim trabalharem com um número decimal, o que parecia ser mais cômodo, de fácil interpretação e manipulação.

Acredito que essa maior facilidade só se torna real, porque os números decimais são mais usados no dia a dia, mais trabalhados na sala de aula, e enfim, acabam sendo mais requisitados por parte dos alunos. Bertoni (2005) afirma que essas transformações frequentes nas salas de aula sugerem uma síndrome de evitamento das frações.

Reforçando essa ideia temos a afirmação de Pereira (2009), quando diz que boa parte dos alunos acaba o ensino básico sem dominar as noções de frações, e isso se tornará um problema quando esses precisarem utilizá-las para trabalhar com estatísticas, juros, probabilidades, etc.

Percebi que o aprendizado acontece de maneira diferente quando se procura inserir esse conteúdo na sala de aula de forma significativa para os alunos. O aprendizado daquele grupo de 2008 era dependente de outras propostas de ensino, como atividades e exercícios mais presentes em seus cotidianos, que fossem mais manipuláveis por parte dos alunos, e mais fáceis de estabelecer relações, o que quero dizer com isso, é que faltava despertar interesse sobre o assunto, e isso foi solucionado quando a turma passou a perceber onde as frações estavam inseridas em seus ambientes sócio-culturais.

Continuando a minha trajetória de laboratórios e estágios pertencentes ao curso de Matemática, o fato que as operações envolvendo frações sempre causam estranhamento a quem as encontra sempre se confirmou. Penso que quando os algoritmos são fortemente trabalhados, o aluno mostra segurança na resolução de exercícios e operações, levando para os anos seguintes e para o Ensino Médio. No entanto, apesar de saberem operar corretamente, ficam confusos quanto a questões de comparação, equivalência, etc.

Bertoni (2009, p. 20) diz que para mostrar que o conceito de número fracionário não é suficientemente construído, bastaria entrar em uma classe de 5º ou 6º ano e fazer as seguintes perguntas: “Quanto é 1 menos 1 quarto? Quanto dá metade de 1 meio? Em 1 litro e meio, quantos quartos de litros cabem?”. Pelo que presenciei em anos anteriores, essas questões poderiam ser levantadas em turmas de 7º, 8º, 9º ano ou Ensino Médio, e as respostas seriam as mesmas.

Nos subcapítulos seguintes, faço uma análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a fim de compreender como esse sugere os tópicos para o ensino de frações e as ideias a serem abordadas. Faço também um retrospecto sobre como é o ensino de frações como relação parte-todo, pois é com essa definição que trabalharemos na sala de aula mais tarde. No subcapítulo do ensino de frações através da resolução de problemas, verifico como ocorre esse método de trabalho na escola, mais especificamente com as frações, pois no decorrer da parte prática deste trabalho esse método de aprendizagem foi frequentemente utilizada.

Acrescento ainda uma análise de como os livros didáticos abordam a operação soma de frações, tendo em vista que esses são um recurso usado pelos professores para planejarem suas aulas. Sabendo do aproveitamento desses livros, seja para a explicação do conteúdo ou como banco de exercícios, busco intuir como as somas de frações são trabalhadas na escola, e mais tarde, se vão ao encontro com os dados obtidos na parte prática deste trabalho.

4.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o Ensino de Frações

Segundo os PCN, o problema em torno dos números racionais começa quando os alunos chegam ao terceiro ciclo (quinta série) ainda sem compreensão dos diferentes significados associado a esse tipo de número (BRASIL, 1998, p. 100).

Encontramos listadas nos PCN algumas dificuldades no ensino dos números racionais, nomeadas como obstáculos, mais especificamente sobre o ensino das frações, encontramos alguns itens que dizem respeito às rupturas que os alunos precisam se adaptar:

- As diferentes representações indicando mesma quantidade, como $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}$, ...
- A mudança na estratégia de comparação, pois no conjunto dos naturais os alunos aprendem que 3>2 e agora no novo conjunto devem entender que $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$.

- A mudança no resultado de algumas operações, como a multiplicação, que nos naturais sempre resultava em um produto maior que as parcelas, enquanto que ao multiplicarmos $\frac{1}{2}$ por 12, por exemplo, não teremos um produto maior que 12.

Relação parte/todo, divisão e razão, são os contextos onde as frações estão inseridas assumindo diferentes significados, como consta nos PCN (BRASIL, 1998). No primeiro contexto, a fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes equivalentes, no segundo, a fração é interpretada como um quociente de um inteiro por outro, e finalmente no terceiro, a fração é usada como um índice comparativo entre duas quantidades. Essas diferentes interpretações não devem ser isoladas, cada significado deve ser consolidado pelo aluno do sexto ao nono ano (ou quinta a oitava série).

Ainda no relato sobre números racionais, os PCN instruem que o estudo deve ter como objetivo levar os alunos a perceber que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações problema, o que vai ao encontro com um dos seus direcionamentos iniciais, que descrevem aquilo para o qual os alunos devem ser capacitados durante o Ensino Fundamental:

> Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1998, p. 8).

4.2 Retrospecto sobre o Ensino de Frações como Relação Parte-todo

Geralmente, por parecer uma maneira mais simples de aprender, o ensino é iniciado constituindo-se de muitas representações geométricas, onde figuras (na maioria planas) são divididas em n partes iguais e uma certa quantia dessas n partes é destacada, seguindo também o exemplo da maioria dos livros didáticos. (Santos, 2005). Essa forma de constituição do conceito de fração desenvolve no aluno uma habilidade um pouco diferente da desejada, que seria atribuir à fração uma quantidade, compará-la com um número natural, localizá-la na reta numérica, etc. Ao invés de seguir essa direção, essa forma de aprendizado desenvolve uma outra habilidade, chamada por Bertoni (2005) de atribuição de um signo numérico, a qual ocorre quando o indivíduo conta as partes n e m, e em seguida descreve-as abaixo e acima de um traço horizontal.

De acordo com Bertoni (2005, p. 2), "o signo numérico não chega a ser compreendido como um número, não adquire o status de um objeto matemático destinado a quantificar, não se incorpora ao universo dos números naturais, ampliando-o". Como conseqüência disso, os alunos não conseguem perceber que $\frac{5}{3}$ é maior que 1, simplesmente pelo fato de o numerador ser maior que o denominador, ou que $\frac{2}{5}$ é menor que $\frac{3}{4}$, quando facilmente poderia ser feita a relação com a fração $\frac{1}{2}$, por ser $\frac{2}{5}$ menor que a metade e $\frac{3}{4}$ maior.

Bocalon (2008) observa em sua pesquisa com professores do Ensino Fundamental, que as crianças não entendem a fração como uma divisão em partes iguais, o que resulta em erros conceituais, e ainda nos aponta que a maior das dificuldades encontradas é devida a falta de base matemática trazida das séries iniciais, problema esse classificado por ela, baseado na opinião dos professores entrevistados, como insuperável.

Segundo Nunes (2005, p. 159) "para que os alunos tenham bem claro como é importante que as partes sejam iguais, é necessário que eles estabeleçam a conexão entre o conceito de fração e a operação de divisão, pois essa produz sempre partes iguais". Penso que é impossível entender o conceito de fração sem estabelecer essa conexão, mas é preciso cuidado, pois os alunos apreciam dividir o numerador pelo denominador. Então faz-se necessário esclarecer que um inteiro é que deve ser dividido pelo denominador, enquanto o numerador representa as quantidades selecionadas.

Voltando para as figuras geométricas, Campos e Cols (1995, apud NUNES, 1997) nos mostram que dificilmente os alunos conseguem o mesmo sucesso quando precisam analisar um pouco mais as relações parte-todo presentes na figura, quando o processo de dupla contagem[1] não é suficiente. Durante uma etapa da pesquisa, apenas 16% dos alunos representaram corretamente a fração correspondente à figura apresentada, na qual duas das oito partes eram pintadas, mas

[1] Consiste em duas contagens para representar uma fração, conta-se o total de partes que a figura foi dividida, para ocupar o lugar do denominador, e em seguida conta-se o total de partes pintadas para ocupar o lugar de numerador.

essas estavam unidas, sendo que o aluno que não analisasse se as partes eram iguais, representaria a fração como $\frac{1}{7}$, e não como $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$. Isso sugere a hipótese que as crianças podem usar corretamente a linguagem de frações sem compreender a natureza da mesma.

4.3 O Ensino através das Resoluções de Problemas

Encontramos duas definições que se encaixam muito bem num perfil de ensino que busca motivar os alunos através da resolução de problemas, a primeira delas diz que "problema é toda situação em que os alunos necessitam pôr em prática tudo o que sabem, mas que contém também algo novo, para o qual ainda não têm resposta e que exige a busca de soluções." (MARINCEK, 2001, p. 15). A autora ainda explica que é através dessas imposições que novas relações serão criadas para a construção de alguns conhecimentos que irão modificar os anteriores.

A segunda definição se refere à solução de um problema, e diz que significa "concentrar-se em uma tarefa que revele alguma dificuldade e que obrigue a pessoa que o está resolvendo a um questionamento sobre qual seria o caminho a ser seguido com a intenção de alcançar uma meta". (ECHEVERRÍA, 1998 apud SILVA, 2008, p. 225)

Essas definições vêm ao encontro da parte prática deste trabalho, pois em minhas experiências docentes, noto que a motivação dos alunos no sentido de produzir em sala de aula se deve primeiramente ao fato de eles pensarem que sabem ou não trabalhar com tal conteúdo. Sendo assim, quando partimos de uma situação que parece ter possibilidade de solução, o ensino se torna mais fácil e prazeroso.

Em Lima (2007, p.184) vemos que "um procedimento que certamente desperta a atenção dos alunos é abrir cada novo tema com um problema que necessita dos conhecimentos que vão ali ser estudados a fim de ser resolvido." Sendo assim, a iniciação do conteúdo de frações através de problemas simples, onde os alunos acresçam seus conhecimentos de forma natural, é uma forma razoável de pensar o ensino de frações.

Estudos realizados por Carraher (1999) com crianças de 9 a 15 anos, através de testes formais e informais, obtiveram seus melhores resultados pela forma informal, quando os avaliados resolviam problemas matemáticos frequentes em seus contextos, e deram origem à seguinte afirmação:

> A análise lógica implicada na solução de um problema facilita a resolução do mesmo, pois o insere num sistema de significados bem compreendidos, ao invés de constituir uma habilidade isolada que é executada numa sequência de passos, os quais levariam à solução. (CARRAHER, 1999, p. 84).

Na citação acima, vemos que a autora faz um comparativo da resolução de problemas com a aplicação de algoritmos ou com a análise dos dados e da situação proposta, onde nesse caso o aluno deve procurar por possíveis saídas para a resolução. Além de auxiliar no acerto do problema, o segundo tipo de resolução possibilita o desenvolvimento lógico do aluno.

D'Ambrósio (2002) nos ensina que os desafios existem quando se precisa tomar decisões sobre imprevistos, em situações inesperadas, pois nas conhecidas e rotineiras basta a utilização de regras memorizadas, e como todos sabem, a matemática exige criatividade, ao mesmo tempo que fornece os instrumentos necessários para avaliarmos as conseqüências da decisão escolhida.

Quando desde os anos iniciais é priorizado o aprendizado de apenas procedimentos, e deixado de lado a construção de conceitos pelo aluno, Silva (2008) afirma que deixa-se de oferecer a possibilidade de uma convivência tranquila e satisfatória com a Matemática. Essa ideia é reforçada por Bertoni:

> Visa-se à formação do aluno-calculadora – não importando o que ele entenda ou não, mas bastando que consiga realizar qualquer operação com os números naturais, fracionários, decimais. Não se enfatiza nem mesmo como usar essas operações, ou como combiná-las, na resolução de problemas. (2009, p. 28, 29)

Em outro trabalho, Bertoni (200?) diz que por ser pouco comum o uso de cálculos com a representação fracionária em nossa cultura, se observa uma ênfase de nossos livros didáticos e propostas curriculares em desenvolver esses cálculos de modo mecânico, o que acaba por resultar em quase nenhum uso funcional autêntico.

Segundo Marincek (2001), as situações de resolução de problemas devem ser as mais diversificadas possíveis, pois quanto mais forem, mais chances os alunos terão de conseguir atribuir sentido à operação.

Podemos encerrar esse subcapítulo, deixando bem clara a importância da resolução de problemas para o ensino de frações e de outros conteúdos, através de uma citação da mesma autora: "A atividade de resolução de problemas está diretamente associada à atividade matemática. É buscando respostas para problemas não solucionados que os matemáticos avançam em direção a novas descobertas". (Marincek, 2001, p. 14).

4.4 A Operação Soma de Frações nos Livros Didáticos

Faremos aqui uma breve análise de três livros didáticos e do Referencial Curricular Lições do Rio Grande, a fim de conferir o modo como esses propõem o aprendizado da operação de soma envolvendo frações. Os livros didáticos analisados serão os do 6º ano das coleções: "Tudo é Matemática" (DANTE, 2010); "Matemática" (BIANCHINI, 2006) e "Matemática na Medida Certa" (CENTURIÓN, JAKUBOVIC, 2010); (JAKUBOVIC, LELLIS, CENTURIÓN, 1999) e (JAKUBOVIC, LELLIS, 1994).

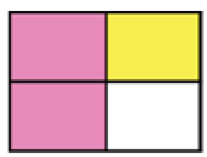
A importância em incluir este capítulo no trabalho se deve ao fato de em diversas situações os professores fazerem uso de livros didáticos no planejamento e implementação de suas aulas, seja por meio de explicações dos conteúdos ou pelo aproveitamento das definições e dos exercícios.

O objetivo desta análise está em verificar se os livros didáticos e o referencial curricular utilizam o algoritmo do m.m.c. para essa operação e, se utilizam, explicam a origem desse, ou seja, se um aluno ao ler o livro didático saberia que para somar duas ou mais frações a condição necessária e suficiente é que tenhamos denominadores iguais, e para isso devemos obter frações equivalentes.

4.4.1 Referencial Curricular Lições do Rio Grande

O Referencial Curricular Lições do Rio Grande é um documento que aborda estratégias para enfrentar o desafio de melhorar a qualidade das aprendizagens do ensino público do estado do Rio Grande do Sul. Este referencial indica as principais habilidades, conceitos estruturantes e situações de aprendizagens que devem ser vivenciados pelos alunos em cada etapa do Ensino Fundamental e Médio. Encontramos as orientações divididas em três partes, elas são destinadas à 5ª e 6ª séries, à 7ª e 8ª séries e a última aos três anos do Ensino Médio.

No decorrer da primeira parte, as frações são classificadas como homogêneas e heterogêneas, as primeiras possuem denominadores iguais, e as segundas, diferentes. A orientação é no sentido de estimularmos os alunos a juntar partes de um inteiro, mesmo que essas partes não sejam iguais, expressando o resultado por um único número.



$$\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

Figura 1: Exemplificando a soma com frações homogêneas. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 94)

Sendo assim, reconhecer que é necessário usar frações equivalentes para adicionar ou subtrair frações heterogêneas se apresenta como uma habilidade e/ou competência a ser atingida pelo aluno, assim como determinar as frações equivalentes que serão usadas para tal, analisando os denominadores. O procedimento então para a soma com frações heterogêneas, é dividir as partes diferentes para a obtenção de partes iguais.

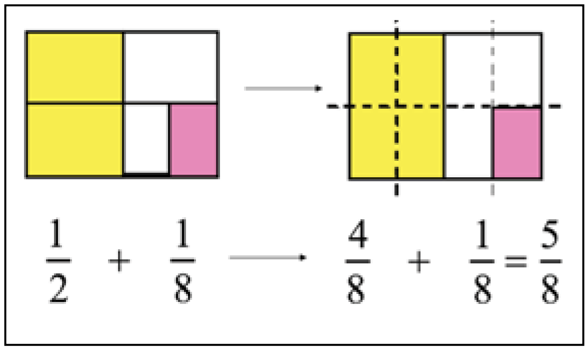


Figura 2: Exemplificando a soma com frações heterogêneas (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 94)

Podemos notar nas ilustrações acima a presença de um embasamento em figuras geométricas, e esses são os únicos exemplos de soma de frações que constam nessa parte do referencial. Apesar de explorar bastante anteriormente o conceito de frações equivalentes, acredito que seria interessante uma situação em que fosse difícil representar as frações por meio de desenhos, com a finalidade de somá-las.

Prosseguindo até a parte que aborda habilidades, conceitos estruturantes e situações de aprendizagens para a 7ª e 8ª séries, encontramos um item de retomada das operações com frações, e esse mais extenso que o item constante para a 5ª e 6ª séries.

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$$

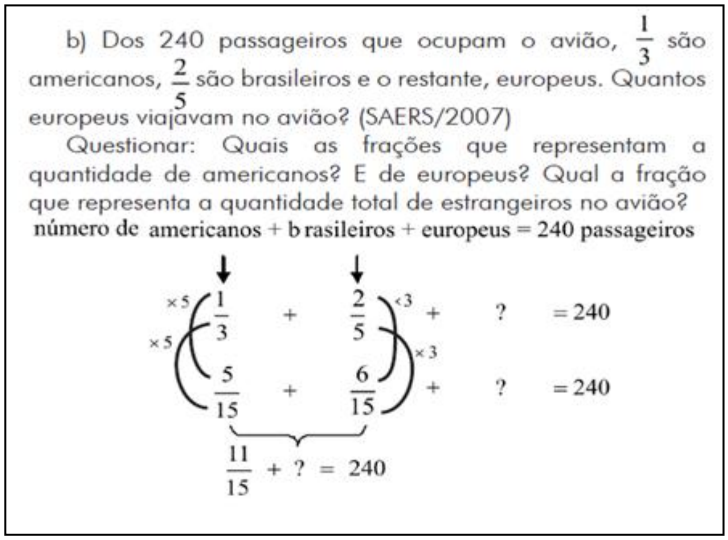
$$\left(\frac{1}{2}\right)=\left\{\frac{1}{2},\frac{2}{4},\frac{3}{6},\frac{4}{8},\cdots\right\}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)=\left\{\frac{2}{3},\frac{4}{6},\frac{6}{9},\cdots\right\}$$

Figura 3: Exemplo de estratégia para a resolução de uma soma. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 137)

Segundo o referencial: “É muito mais significativo encontrar frações equivalentes para adicioná-las e subtraí-las, do que fazer mecanicamente o procedimento do mmc e aquele tradicional ‘divide pelo debaixo e multiplica pelo de cima”. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 137)

Encontramos ainda nessa parte do referencial a presença de situações-problema, que necessitam de estratégias para a resolução, como a equivalência de frações.



b) Dos 240 passageiros que ocupam o avião, $\frac{1}{3}$ são americanos, $\frac{2}{5}$ são brasileiros e o restante, europeus. Quantos europeus viajavam no avião? (SAERS/2007)

Questionar: Quais as frações que representam a quantidade de americanos? E de europeus? Qual a fração que representa a quantidade total de estrangeiros no avião?

número de americanos + brasileiros + europeus = 240 passageiros

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + ? = 240$$

$$\frac{5}{15} + \frac{6}{15} + ? = 240$$

$$\frac{11}{15} + ? = 240$$

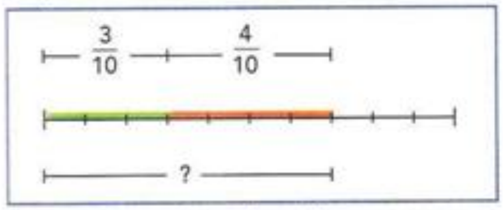
Figura 4: Situação-problema que explora a equivalência de frações. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 138)

Acredito que são os exercícios como o do exemplo acima que enriquecem o aprendizado, pois possibilitam uma análise real da utilização do conteúdo.

2.4.2 Livro didático “Tudo é Matemática”

Nesta coleção, de Luiz Roberto Dante, analisei somente o livro do 6º ano, por entender que a introdução do conteúdo soma de frações está somente aqui, nos demais anos ela é abordada como revisão, não contribuindo para essa análise. A abordagem da adição e subtração de frações ocorre em apenas uma página, de forma bem simples, através da resolução de quatro problemas, onde encontramos em dois deles frações com denominadores iguais, e denominadores diferentes nos outros dois.

Um caminhoneiro percorreu $\frac{3}{10}$ de uma distância de manhã e $\frac{4}{10}$ à tarde. Nos dois períodos, ele percorreu que fração dessa distância?



$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

Nos dois períodos, o caminhoneiro percorreu $\frac{7}{10}$ da distância.

Figura 5: Problema envolvendo frações com denominadores iguais. (DANTE, 2010, p. 171).

Apesar de a resolução estar bastante esclarecedora, ela deixa a impressão de estar faltando algo, por se tratar de uma explicação inicial.

Pela manhã um caminhoneiro percorreu $\frac{2}{3}$ de uma distância e à tarde, $\frac{1}{4}$. Que fração da distância ele percorreu nos dois períodos?

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = ?$$

Para efetuar essa adição usamos o mmc(3, 4) e determinamos frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$, com denominadores iguais.

$$\text{mmc}(3, 4) = 12$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

Nos dois períodos o caminhoneiro percorreu $\frac{11}{12}$ da distância.

Figura 6: Problema envolvendo frações com denominadores diferentes. (DANTE, 2010, p. 171).

É notável nessa abordagem a presença de uma resolução mais algorítmica, pois o autor não explica porque o denominador das frações equivalentes deve ser o m.m.c. entre os denominadores das frações originais. Mesmo que o aluno tenha um grande embasamento de frações equivalentes, penso que ficaria complicado para ele perceber de onde surgiram os novos numeradores.

No apêndice Manual do Professor, vemos dois exemplos mais detalhados de procedimentos para somar frações. O primeiro é acompanhado de quadrados separados em partes e algumas dessas pintadas, e exemplifica a soma quando os denominadores são iguais. O segundo não utiliza o mmc em sua resolução, tornando a resolução desnecessariamente longa.

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=?$$

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\boxed{\frac{5}{10}}=\ldots$$

$$\frac{2}{5}=\boxed{\frac{4}{10}}=\frac{3}{15}=\ldots$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=\frac{5}{10}+\frac{4}{10}=\frac{9}{10}$$

Figura 7: Resolução de uma soma de frações sem o uso do m.m.c. (DANTE, 2010, apêndice p. 70).

Esses dois exemplos deixam a impressão de que esse apêndice serve como suporte aos professores, para obterem alternativas de explicar o conteúdo do capítulo aos alunos, pois os exemplos estão mais desenvolvidos que os presentes no capítulo que trata do assunto. Sendo assim, acredito que esses se encaixariam melhor dentro do conteúdo do livro, para que os alunos também tivessem acesso no caso de não entender o uso do algoritmo, se dado pelo professor de maneira direta.

4.4.3 Livro Didático "Matemática"

Na coleção de Edwaldo Bianchini, uma característica marcante é a presença de fatos do cotidiano, bem como problemas que são propostos depois dos contextos em que podem se inserir. Os livros também são otimamente ilustrados.

A soma de frações com denominadores iguais possui um capítulo a parte dentro do capítulo de operações com números racionais na forma de fração. O autor inicia através de problemas, onde devemos calcular a quantidade de bolo vendida durante a semana a partir da seguinte tabela:

Dia da semana	segunda	terça	quarta	quinta	sexta
Parte de bolo vendida	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$

Figura 8: Tabela de frações para cada dia da semana. (BIANCHINI, 2006, p. 182)

Na resolução ainda encontramos uma explicação muito útil de como representar as frações impróprias através de figuras geométricas. Observe ainda que o autor mostra o significado da fração $\frac{11}{8}$ quando inclui a representação mista, e diz que a fração é maior que um, ou seja, é mais de um bolo.

Juntando todas as partes de bolo vendidas em cada dia, podemos saber a quantidade de bolo que foi vendida nessa semana. Isso pode ser registrado por meio de uma adição.

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}+\frac{2}{8}+\frac{4}{8}=\frac{11}{8}$$

A cantina vendeu $\frac{11}{8}$ de bolo nessa semana. Vendeu, então, mais de um bolo: 1 bolo e $\frac{3}{8}$ de outro bolo, ou seja, $1\frac{3}{8}$ de bolo.

Figura 9: Problema que exemplifica a soma de frações com denominadores iguais. (BIANCHINI, 2006, p. 183)

No final o autor então conclui que nesse caso específico, devemos somar os numeradores e conservar o denominador comum.

No segundo subcapítulo sobre as operações com frações, a soma com denominadores diferentes também se inicia com problemas. Aqui, o problema buscava somar duas frações representando quantidades de suco e de iogurte:

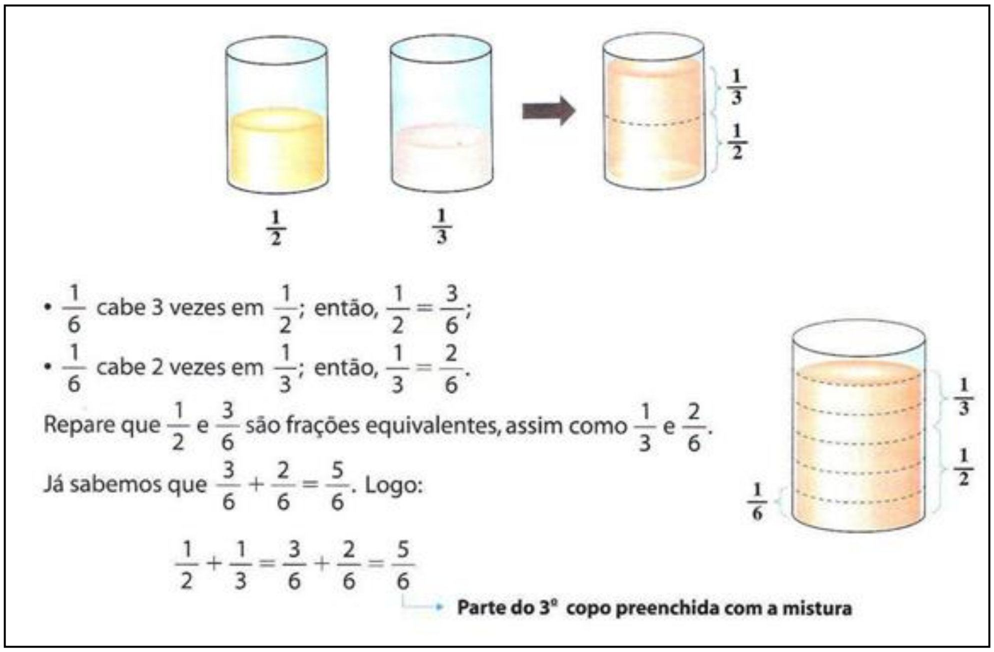


Figura 10: Problema para exemplificar a soma de frações com denominadores diferentes. (BIANCHINI, 2006, p. 186,187)

Esse problema foi resolvido nos mínimos detalhes, mas dificilmente esse tipo de resolução, sem um trabalho prévio, com o item $\frac{1}{6}$ cabe 3 vezes em $\frac{1}{2}$; então $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, poderia ser estendida, pois necessita do auxílio geométrico para visualização. Acredito que esse exemplo não se encaixa tão bem como o anterior, pois não traz nenhuma análise relevante, além de ser um pouco estranha a intenção de somar suco com iogurte, pois não sabemos se os líquidos se misturariam.

Ao final do capítulo, é proposto um bom método de somar frações, pois além de não utilizar o mínimo múltiplo comum e evidenciar o uso das frações equivalentes, é de fácil interpretação:

Para somar ou subtrair números representados por frações de denominadores diferentes, primeiro devemos substituí-las por frações equivalentes com denominadores iguais (múltiplo dos denominadores das frações dadas). Em seguida, somamos ou subtraímos essas frações equivalentes.

Figura 11: Como calcular frações com denominadores diferentes. (BIANCHINI, 2006, p. 188)

O autor finaliza com diversos exemplos de aplicação direta, com denominadores onde o máximo divisor comum é 1, diferente de 1, somando frações com números mistos, e subtraindo números naturais de frações. Nos exercícios ainda encontramos mais problemas contextualizados, outros com figuras geométricas e alguns somente de resolução direta.

4.4.4 Livro didático “Matemática na Medida Certa”

Encontramos neste livro, escrito por Marília Centurión e José Jakubovic, o auxílio ao ensino do livro didático iniciado por meio de uma figura geométrica, e no final generaliza para qualquer soma de frações que tenham mesmos denominadores. Em seguida, apresenta mais exemplos, nesse momento sem figuras.

No caso das frações com denominadores diferentes, o livro conta com um texto explicativo, o qual diz que nesse caso, não adianta representarmos as frações por meio de figuras geométricas, pois as partes seriam diferentes e não poderiam ser somadas. Ele utiliza a soma $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ para exemplificar, omitindo então a informação que poderíamos fazer a seguinte representação, por exemplo:

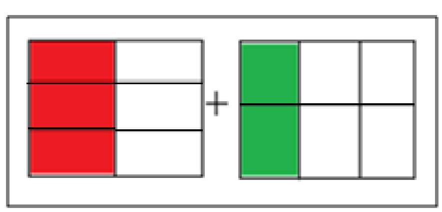
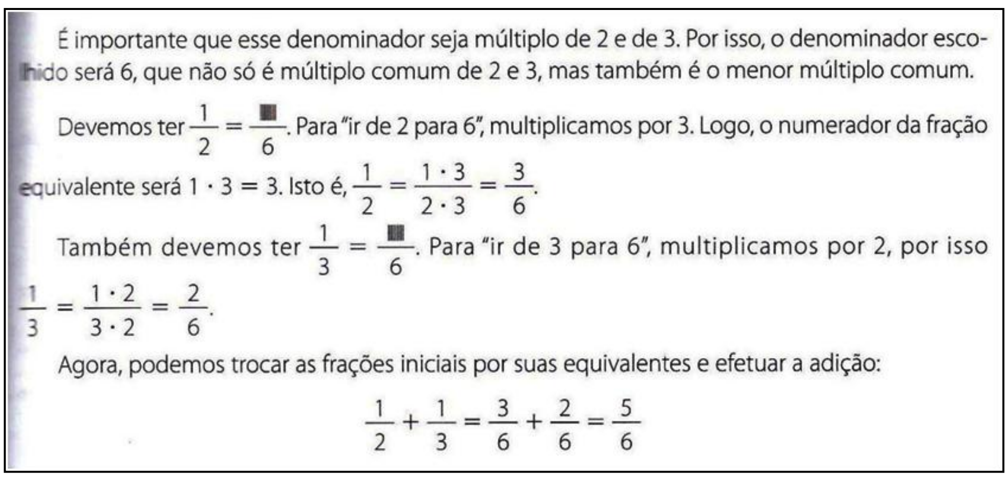


Figura 12: Exemplo de mudança no número de partes para a soma se tornar possível.

Dividindo $\frac{1}{2}$ em mais três partes e $\frac{1}{3}$ em mais duas partes, assim poderiam ser somadas sem nenhum problema. Não estou aqui sugerindo que essa explicação seria mais eficiente, apenas que o autor comete um equívoco quando diz que não é possível, estreitando os caminhos possíveis para o aluno entender.

A sugestão que o autor propõe é a troca por frações equivalentes, e o exemplo que ele apresenta está muito bem resolvido e explicado nos detalhes. Considero essa resolução a mais agradável de todos os livros analisados, pois o autor não inclui o termo mínimo múltiplo comum sem dizer para que esse serve, antes, explica que o novo denominador deve ser múltiplo dos outros dois antigos, e ainda o menor. Além disso, auxilia para encontrar também os novos numeradores.


É importante que esse denominador seja múltiplo de 2 e de 3. Por isso, o denominador escolhido será 6, que não só é múltiplo comum de 2 e 3, mas também é o menor múltiplo comum.

Devemos ter $\frac{1}{2} = \frac{\blacksquare}{6}$. Para "ir de 2 para 6", multiplicamos por 3. Logo, o numerador da fração equivalente será $1 \cdot 3 = 3$. Isto é, $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$.

Também devemos ter $\frac{1}{3} = \frac{\blacksquare}{6}$. Para "ir de 3 para 6", multiplicamos por 2, por isso $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$.

Agora, podemos trocar as frações iniciais por suas equivalentes e efetuar a adição:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Figura 13: Melhor resolução encontrada. (CENTURIÓN, JAKUBOVIC, 2010, p. 165)

Na resolução do exemplo seguinte é usado o m.m.c. mais explicitamente, mas não é dado um conjunto de regras sem sentido para calcular a soma, é apenas usado para facilitar a descoberta do novo denominador. Sendo assim, o termo não ficou perdido em meio à frase, como no livro "Tudo é Matemática", que analisamos anteriormente.

Como de costume, encontramos um resumo de como obter as somas de frações, e nesse caso, o autor usa a ideia de reduzir as frações até chegar em um denominador comum, penso que o termo "reduzir" indica simplificação de frações, o que pode acontecer ou não nesse procedimento, mas poderia gerar uma vinculação de informações equivocada para o aluno, pois ao multiplicarmos os numeradores e denominadores das frações não estaríamos reduzindo-as.

Na adição ou na subtração de frações de denominadores diferentes:

- reduzimos as frações ao menor denominador comum, obtendo frações equivalentes às iniciais;
- somamos ou subtraímos essas novas frações.

Figura 14: Como calcular frações com denominadores diferentes. (CENTURIÓN, JAKUBOVIC, 2010, p. 165)

Investigando as edições anteriores desse mesmo livro, um exercício chama a atenção pelas mudanças de cada ano em seu enunciado, quando na tentativa de mudar para melhor, notamos uma incoerência em seus dados. Encontramos na edição de 1999, o seguinte enunciado:

8. Estou viajando. Ontem percorri um quarto da estrada. Hoje percorri um terço do trecho que faltava.
Que fração da estrada me falta percorrer?

Sugestão:
Faça um desenho representando a estrada. Nele, indique os tempos percorridos ontem e hoje.

Figura 15: Enunciado com problemas. (JAKUBOVIC, LELLIS, CENTURIÓN, 1999, p.124)

Na sugestão que o problema propõe, ele pede que sejam indicados os tempos que a pessoa percorreu, mas não aponta em nenhum momento a relação que os tempos teriam com o percurso percorrido. O aluno que tentasse seguir a sugestão provavelmente pensaria em supor o tempo de viagem para um quarto e um terço da estrada.

Na edição de 1994, o mesmo problema era apresentado na página 134, da seguinte maneira:

8. Estou viajando. Ontem percorri um quarto da estrada. Hoje percorri um terço do trecho que faltava.
a) Faça um desenho representando a estrada. Nele, indique os trechos que percorri ontem e hoje.
b) Que fração da estrada me falta percorrer?

Figura 16: Mesmo exercício em uma edição anterior. (JAKUBOVIC, LELLIS, 1994, p. 134).

Vemos então que o problema era separado em itens (a) e (b), e não apresentava nenhum erro de coerência das informações. O item (a) contém a sugestão que estava no mesmo exercício na edição anterior, enquanto o item (b) era a pergunta central do problema.

Na edição de 2010, além da inclusão de uma ilustração, na sugestão vemos a troca da palavra tempos por trechos, facilitando então a resolução do exercício.

8 Estou viajando. Ontem percorri um quarto da estrada. Hoje percorri um terço do trecho que faltava. Que fração da estrada falta ser percorrida?

Estrada da Graciosa (PR).

Sugestão:

Faça um desenho representando a estrada. Nele, indique os trechos percorridos ontem e hoje.

Figura 17: Como se apresenta o exercício na edição atual. (CENTURIÓN, JAKUBOVIC, 2010, p. 128)

Analisando as mudanças desse exercício, concluímos que ao tentar melhorar o enunciado, o autor acabou embaraçando as ideias presentes nele. Outro fato recorrente que podemos afirmar agora, é que mesmo mudando as edições, os exercícios permanecem os mesmos, mudando apenas ilustrações e erros.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A natureza das questões investigadas nesse trabalho, bem como seus objetivos, direcionaram à realização de uma pesquisa de campo, segundo Fiorentini (2006), pois a coleta de dados foi feita exatamente onde o problema está, na sala de aula.

O objetivo foi obter respostas às questões de investigação, descritas na página 8, com as quais passamos a descobrir as possíveis carências que sofre o ensino-aprendizagem de frações, aquelas partes do conteúdo que faltaram ou foram desconsideradas, ou apenas precisaram ser vistas de uma forma rápida durante o aprendizado, assim como aquelas que talvez já caíram no esquecimento, partes essas essenciais para tornar claro o conhecimento do assunto.

Em busca dessas respostas trabalhei em três momentos distintos, variando os grupos de alunos. Primeiramente, estive em regência de uma classe de sexto ano (quinta série) do Ensino Fundamental, praticando o ensino das Frações, na Escola Municipal Santa Rita de Cássia, situada em Gravataí, no decorrer da disciplina de Estágio em Educação Matemática II. A turma 61, em que vivenciei o meu período de estágio, possui características bem marcantes, entre elas acredito ser importante destacar a faixa etária diversificada, a falta de comprometimento com os estudos, o desinteresse em aprender com as explicações expositivas dos professores no quadro, e uma forte busca por atendimento individual, o que se torna uma tarefa complicada mediante trinta alunos.

Essa etapa da pesquisa teve a duração de seis semanas, com 6 horas/aula em cada uma, com esse tempo disponível as aulas costumavam render bastante, mesmo sem apressar as atividades. Durante as aulas, procurei analisar respostas para as questões (i), (ii), (iii), (iv) e (vii).

Num segundo momento, após o término do período de estágio, selecionei dez alunos dessa mesma turma para participarem de uma última oficina, para aprofundar questões sobre relação parte-todo, representação de fração através de figuras geométricas, e também para colher um material mais descritivo a respeito das noções de frações de cada aluno. Por essa razão, os dados analisados desde o início da pesquisa com a turma 61 são referentes somente a esses dez alunos.

O critério de seleção utilizado foi de acordo com o interesse em aprender que notei em cada aluno, visto que foi notável a falta de atenção e de interesse de quase um terço da turma. Assim, esses dez alunos fazem parte do grupo que mostrou maior interesse, mas não necessariamente do grupo que obteve melhores resultados. O segundo momento visou auxiliar nas respostas para as questões (i), (ii) e (iv).

No terceiro momento, planejei uma oficina destinada a alunos de sexta e sétima séries (sétimo e oitavo anos), abordando a simplificação de frações, frações irredutíveis e soma de frações através de frações equivalentes, procurando responder às questões (v), (vi) e (vii). Essa oficina ocorreu na Escola Estadual Tuiuti, também situada em Gravataí, dentro do projeto Mais Educação, que visa aumentar a oferta educativa nas escolas públicas por meio de atividades optativas, estabelecendo assim um turno integral para os alunos da escola.

O público presente nessa oficina foi de dezoito alunos, mas apenas oito mostraram interesse em contribuir e aprender. Por essa razão, só considerei e analisei os dados referentes a esses alunos.

Com o intuito de descrever os sujeitos que participarão do estudo, nos dois diferentes grupos foi aplicado um questionário misto, contendo as seguintes questões:

1. Qual a sua idade?
2. Você está cursando o ano ou série em que está pela primeira vez?
3. Você gosta da forma como o seu professor de Matemática propõe as aulas? Por quê?
4. Com que freqüência você estuda Matemática em casa?

( ) Todos os dias   ( ) Uma vez por semana

( ) Em um dia sim e no outro não   ( ) Nunca

( ) Apenas próximo das provas

Esse questionário foi respondido ao final da pesquisa, para que os participantes pudessem se sentir à vontade para respondê-lo. A análise desse questionário encontra-se a seguir no perfil dos alunos participantes.

Outro instrumento de coleta de informações utilizado foi o diário de campo. De forma que esse permitiu salvar algumas informações importantes para os resultados deste trabalho do esquecimento. O diário também foi útil para a escrita dos resultados, quando por meio de relatos sobre o desenvolvimento das práticas e das respostas dos alunos a elas, as hipóteses foram provadas ou negadas.

Um dos procedimentos utilizados para cumprir com os objetivos do trabalho foram as avaliações, individuais e sem consultas, que foram usadas como registros de aproveitamentos de cada semana de aula. Por se tratar de uma turma de sexto ano, tive como alunos crianças que não estavam habituadas a estudar em casa, e às vezes nem mesmo na sala de aula, por esse motivo, e também por querer colher o resultado imediato de cada aula, optei por realizar avaliações semanais, para que assim eu fosse capaz de avaliar qual efeito surtia cada aula, cada exemplo, cada explicação diferente.

Também podemos citar como instrumento de coleta de informações, a constante observação dos alunos nas aulas, através dos relatos destes e das maneiras que trabalharam nas atividades propostas, sempre considerando o interesse e o comprometimento de cada um.

5.1 Perfil dos alunos participantes

Através do questionário aplicado no encerramento das atividades com cada grupo, tracei o perfil dos alunos que participaram da pesquisa.

Nos alunos da turma de sexto ano (61), a faixa etária se concentra nos 11 anos de idade, como podemos ver pelo gráfico a seguir:

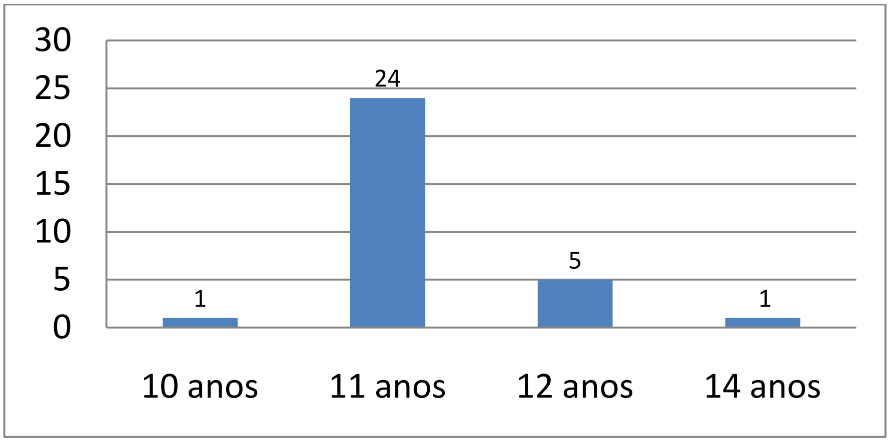


Gráfico da faixa etária dos alunos da turma 61

Quanto a repetência, apenas duas alunas estavam cursando o sexto ano pela segunda vez. Considero que essa característica contribuiu para os resultados da pesquisa, pois entendo que dessa forma, baseado nos referenciais teóricos, os alunos tinham pouco conhecimento sobre as frações.

Os alunos, em sua maioria, não foram muito sinceros ao responder a pergunta “com que freqüência você estuda Matemática em casa?” Noto que há divergência entre as respostas e a realidade que eu acompanhava.

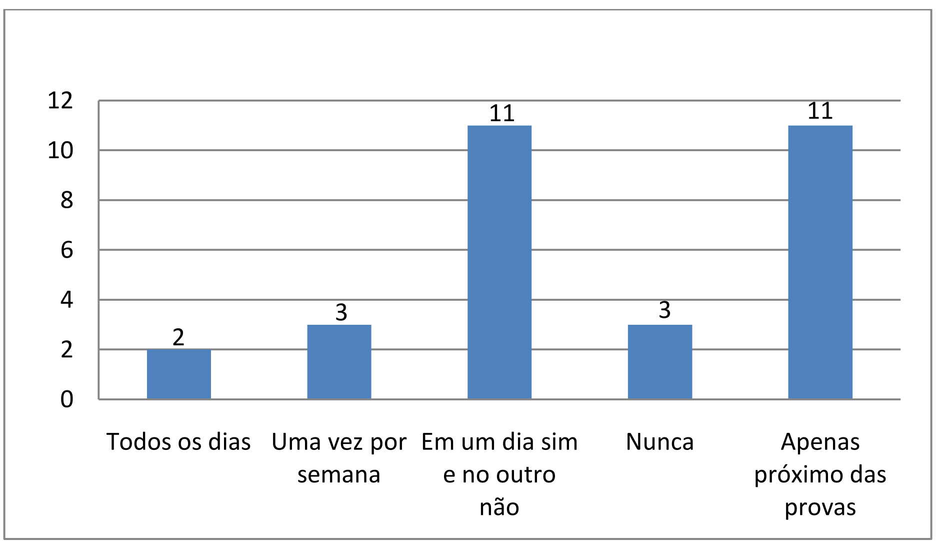
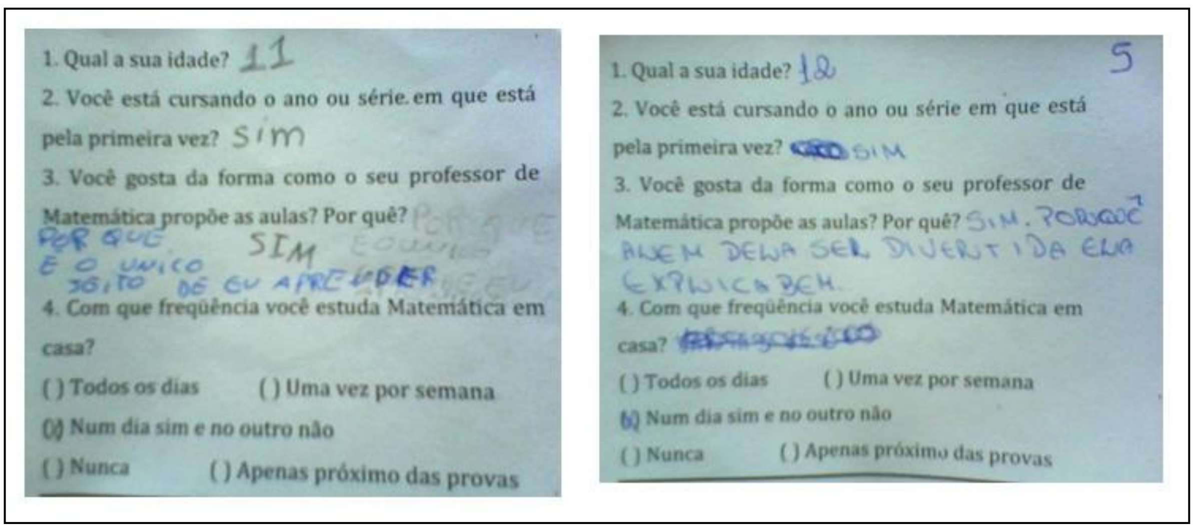


Gráfico da frequência de estudo dos alunos da turma 61

Como podemos ver pelo gráfico, onze alunos afirmaram estudar quase todos os dias e dois todos os dias, o que vai de encontro com as características da turma, pois quando eu observava os cadernos, não encontrava sinais de estudos em quase totalidade deles.

Ao analisar as respostas para a pergunta “Você gosta da forma como o seu professor de Matemática propõe as aulas?” fiquei surpresa com os 100% de respostas positivas nas duas turmas. Nas justificativas, os alunos atribuíram as qualidades legal, calmo e divertido, além disso, ainda consideraram o fato que eles aprendem e que o professor explica direito. Como podemos ver a seguir na figura 18.

A proximidade das respostas para esse item nas duas turmas, transmite uma fórmula dos alunos de como ser um bom professor, aquele que torna as aulas divertidas, é calmo, e tem o poder de explicar bem, fazendo eles entenderem a matéria proposta.


1. Qual a sua idade? 11
2. Você está cursando o ano ou série em que está pela primeira vez? sim
3. Você gosta da forma como o seu professor de Matemática propõe as aulas? Por quê? SIM POR QUE É O UNICO JEITO DE EU APRENDER
4. Com que frequência você estuda Matemática em casa?
( ) Todos os dias ( ) Uma vez por semana
(x) Num dia sim e no outro não
( ) Nunca ( ) Apenas próximo das provas

5
1. Qual a sua idade? 12
2. Você está cursando o ano ou série em que está pela primeira vez? SIM
3. Você gosta da forma como o seu professor de Matemática propõe as aulas? Por quê? SIM. PORQUE ALEM DELA SER DIVERTIDA ELA EXPLICA BEM.
4. Com que frequência você estuda Matemática em casa?
( ) Todos os dias ( ) Uma vez por semana
(x) Num dia sim e no outro não
( ) Nunca ( ) Apenas próximo das provas

Figura 18: Questionários de alunos da turma 61 e E, respectivamente.

Ao analisar os questionários dos alunos de sextas e sétimas séries (turma E), só considerei os dados obtidos daqueles que efetivamente participaram da oficina, e contribuíram para a pesquisa. A faixa etária não é relevante, visto que o objetivo era apenas que eles já tivessem trabalhado com o conteúdo de frações, mas os alunos analisados possuíam 12, 13 e 14 anos de idade.

Entre os oito participantes, três estavam cursando a série em que estavam pela segunda vez, e cinco pela primeira vez. Sobre a frequência com que estudam em casa, vemos no gráfico que a turma diversificou as respostas, sendo que três admitem que não têm o hábito do estudo, enquanto cinco variam entre uma vez por semana e todos os dias.

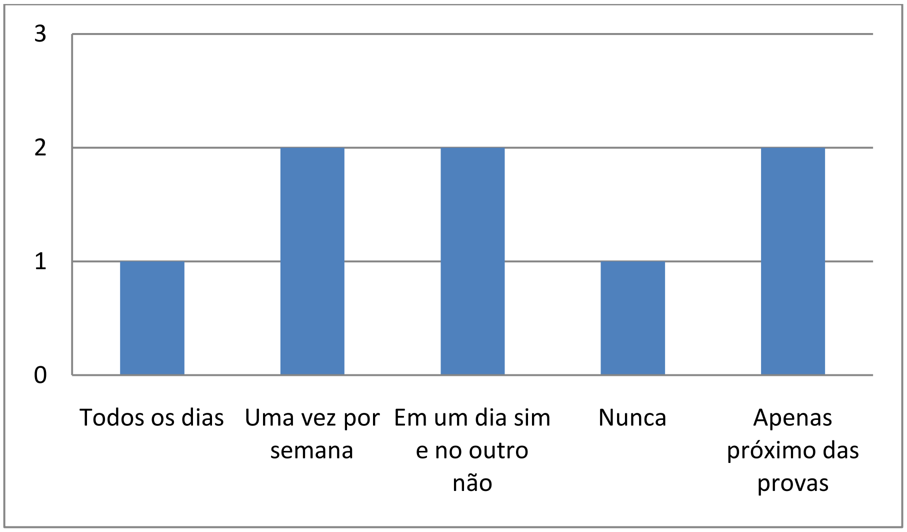


Gráfico da freqüência de estudo dos alunos da turma E

6 ANÁLISE DOS DADOS

Finalmente chegamos à parte prática do trabalho, onde poderei descrever quais das estratégias de ensino de frações aplicadas na pesquisa se mostraram ou não funcionais, confirmando ou negando assim, a hipótese de um aprendizado mais eficiente com determinados métodos de trabalho, os quais serão descritos a seguir, e que exigem menos da memória e mais do raciocínio.

6.1 Investigando a Intuição dos Alunos sobre a Definição de Fração

Na primeira semana de aula com a turma 61, tinha como objetivo trabalhar para que os alunos compreendessem a definição de fração como relação parte-todo, passassem a utilizar corretamente a nomenclatura para escrita e fala a respeito das frações, e ainda que pudessem aplicar a definição começando a resolver problemas. O primeiro problema proposto, para que eles pensassem intuitivamente, foi o seguinte:

"Na casa de Jorge tem 2 maçãs, mas ele precisa dividir IGUALMENTE com seus irmãos Mauro, Bruna e Cris, quanto cada irmão poderá comer"?

Como esperado, os alunos acharam muito fácil. O problema serviu para introduzir a nomenclatura que começaríamos a utilizar, trocamos a palavra metade por $\frac{1}{2}$, pois cada um poderia comer um pedaço de cada maçã, que haviam sido divididas em dois pedaços. Assim, ficou inicialmente claro que o total de partes corresponde ao denominador, e as partes selecionadas ao numerador.

Depois de trabalhar com mais dois problemas intuitivos, e abordar melhor como se lêem e escrevem as frações – o que não é relevante para este trabalho - escrevi no quadro a definição que usaríamos: **Fração é uma quantidade que representa uma parte de um todo**.

Antecipando a quinta aula, onde pedi aos alunos que entregassem uma lista de exercícios, já podemos analisar alguns resultados a respeito da intuição dos alunos sobre os problemas iniciais:

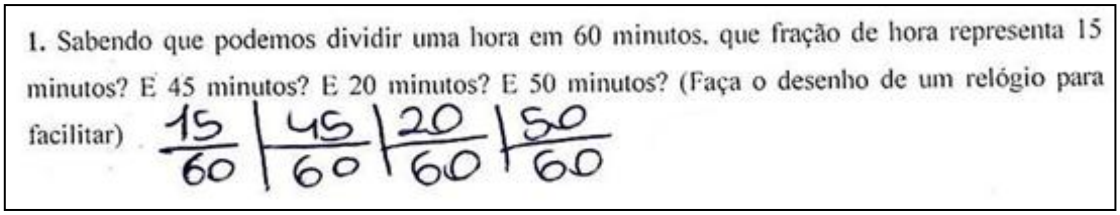

1. Sabendo que podemos dividir uma hora em 60 minutos, que fração de hora representa 15 minutos? E 45 minutos? E 20 minutos? E 50 minutos? (Faça o desenho de um relógio para facilitar) $\frac{15}{60}$ | $\frac{45}{60}$ | $\frac{20}{60}$ | $\frac{50}{60}$

Figura 19: Resolução correta de problema envolvendo relação parte/todo.

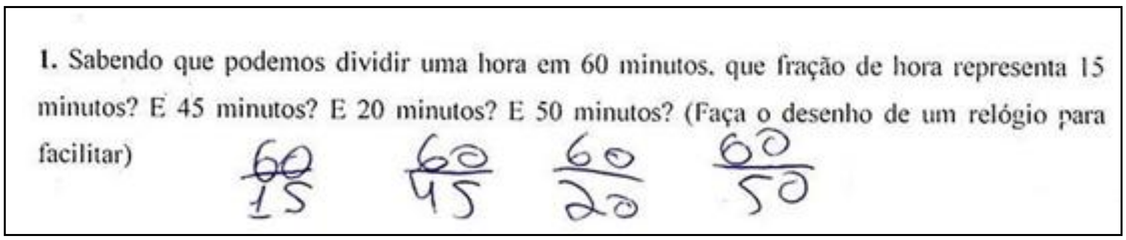

1. Sabendo que podemos dividir uma hora em 60 minutos, que fração de hora representa 15 minutos? E 45 minutos? E 20 minutos? E 50 minutos? (Faça o desenho de um relógio para facilitar) $\frac{60}{15}$ $\frac{60}{45}$ $\frac{60}{20}$ $\frac{60}{50}$

Figura 20: Conceitos ainda não apropriados.

Quando incluí a dica entre parênteses, gostaria que os alunos pensassem no espaço entre os números de um relógio analógico. Assim, as frações obtidas seriam: $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$ e $\frac{5}{6}$, todas irredutíveis, mas nenhum aluno pensou dessa forma. Aqueles que acertaram, escreveram as frações como as da primeira figura, sem desenhar o relógio.

Os exemplos refletem como a turma ficou dividida, uma boa parte se absteve do problema e deixou-o em branco, outra parte não teve dificuldades em montar as representações fracionárias, e apenas três alunos fizeram essa troca entre numerador e denominador.

Avançando nos problemas, na segunda aula passei a trabalhar na ordem inversa, fornecendo a fração e pedindo a quantidade que essa representa em relação ao todo. Os exemplos mais explorados foram com o uso do dinheiro, como o seguinte:

O salário de Daniel é de R$ 2.168,00. Veja como ele utiliza cada parte do seu salário e calcule o valor correspondente:

$\frac{2}{8}$ *do seu salário para pagar o aluguel da sua casa:*

$\frac{1}{8}$ *em passagens de ônibus:*

$\frac{3}{8}$ *com a pensão de seus filhos:*

$\frac{2}{8}$ *para colocar na poupança:*

Os alunos gostaram desse tipo de problemas, pois não tiveram dificuldade inicialmente em intuir que deviam dividir a quantia inteira pelo denominador, e no primeiro problema desse tipo isso bastava. Já no caso do problema acima, onde incrementei com numeradores diferentes de 1, apenas alguns concluíram que deveriam após a divisão multiplicar o quociente pelo denominador.

Ainda questionei-os se sobrava algum dinheiro do salário de Daniel. Com o que já haviam aprendido, eles não souberam responder. Mesmo assim, “chutaram” uma resposta. Diante dessa situação, introduzi as representações de frações utilizando figuras geométricas, de modo que se dividíssemos uma circunferência em 8 partes, como fizemos com o salário, iríamos pintar todas as partes, e teríamos o salário inteiro.

Essa explicação foi a chave para eles entenderem inicialmente que $\frac{8}{8} = 1$. Considero que esse tipo de problema em questão é importante de trabalhar com uma turma que está aprendendo frações, pois há inserido nele vários tópicos a serem levantados.

A fim de investigar as respostas dos alunos sobre a ideia que eles podiam me apresentar sobre frações, propus no nosso último encontro que eles descrevessem um problema envolvendo frações, e solucionassem o mesmo. Obtive alguns problemas pouco criativos, como os descritos a seguir:

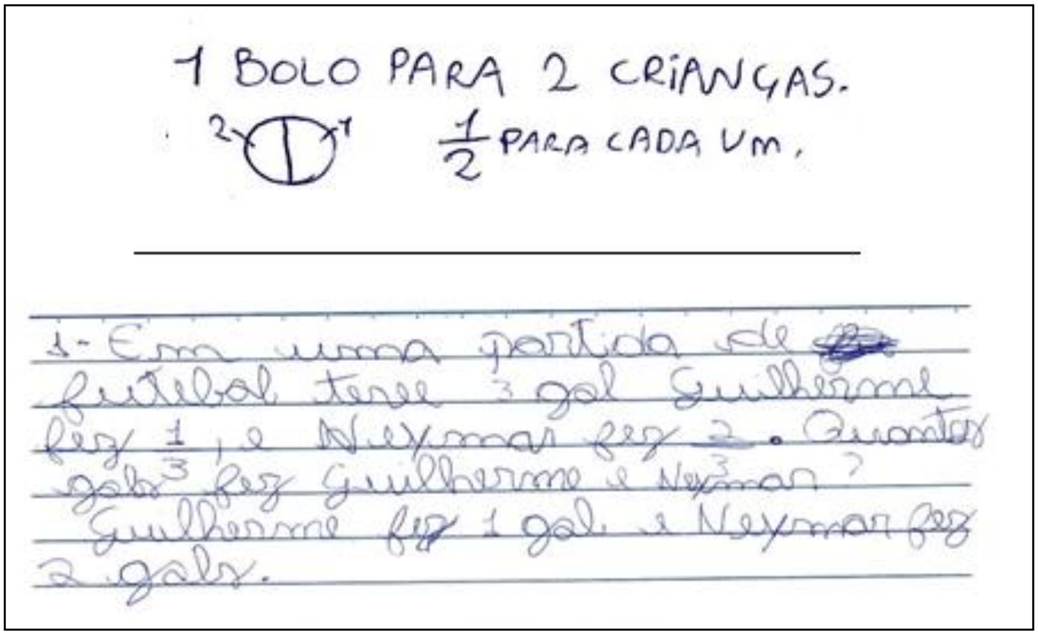


Figura 21: Problemas simples criados pelos alunos.

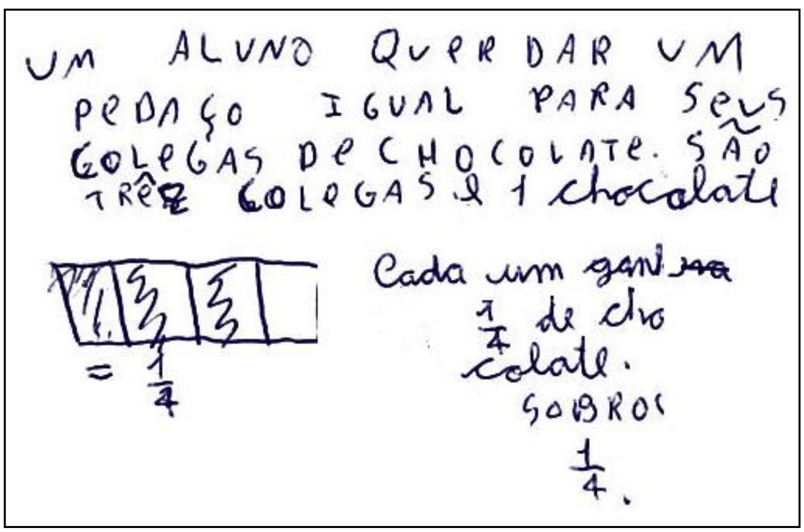


Figura 22: Problema com enunciado vago.

Os alunos que escreveram os problemas da figura 21 o fizeram de forma bem simples, provavelmente para que não tivessem trabalho depois na resolução. Já na figura 22, o aluno também tenta simplificar, e acaba deixando o seu problema bem vago. Quando ele diz que quer dar um pedaço de chocolate para os amigos, não diz que é todo e nem especifica o quanto, logo, qualquer única fração que ele tenha distribuído tornaria a solução correta. No final ele observa que sobrou $\frac{1}{4}$, então ele pode ter se incluído na divisão, ou não.

Nenhum aluno foi questionado sobre o problema que propôs, e sua resolução. Logo, as análises estão de acordo com a minha interpretação. Os três problemas acima, apesar da simplicidade com que foram escritos, apresentam coerência em suas resoluções, diferente dos próximos:

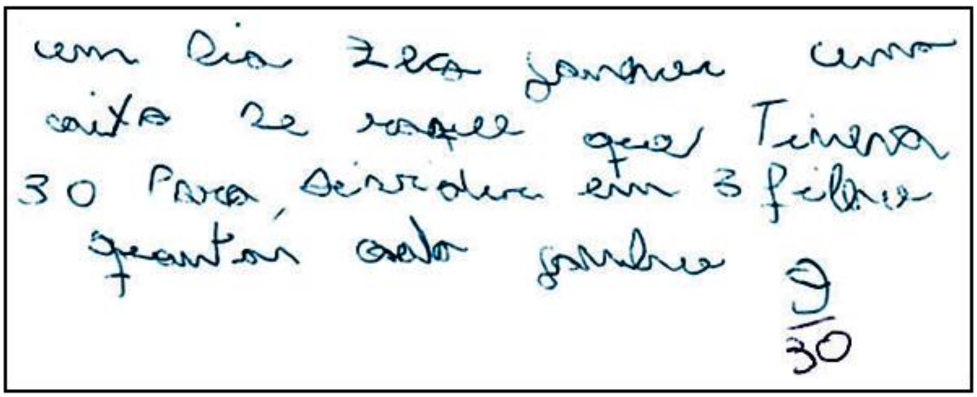


Figura 23: Problema solucionado de maneira duvidosa.

Independente do que o aluno descreveu que vinha 30 unidades nessa caixa, não faz sentido cada filho receber $\frac{3}{30}$, ele poderia descrever a quantidade que essa fração representa, 10 unidades, assim estaria correto, mas dessa forma ele demonstrou que não sabe o que significa $\frac{3}{30}$.

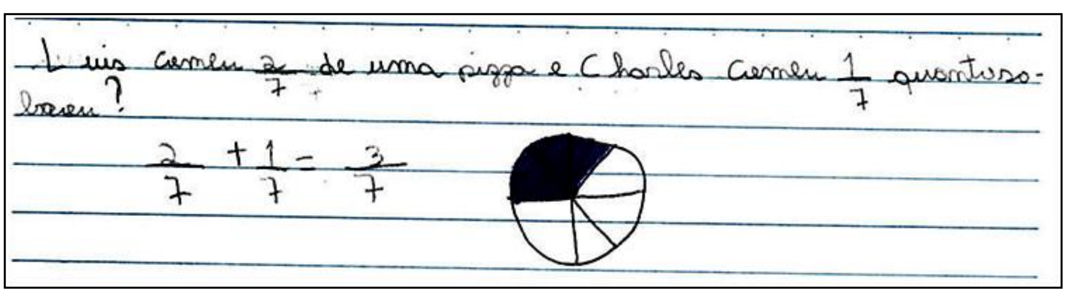


Figura 24: Problema solucionado de forma incompleta.

O modelo desse problema foi baseado em alguns propostos em aula, só faltou a aluna resolver como foi resolvido em aula. A figura que ela utiliza para representar a pizza não está dividida em partes iguais. A operação está correta, mas não indica a fração que sobrou de pizza, e sim a que já foi comida. Com o auxílio da figura, a aluna poderia contar as partes não pintadas, ainda que não iguais, e concluir que sobraria $\frac{4}{7}$ da pizza.

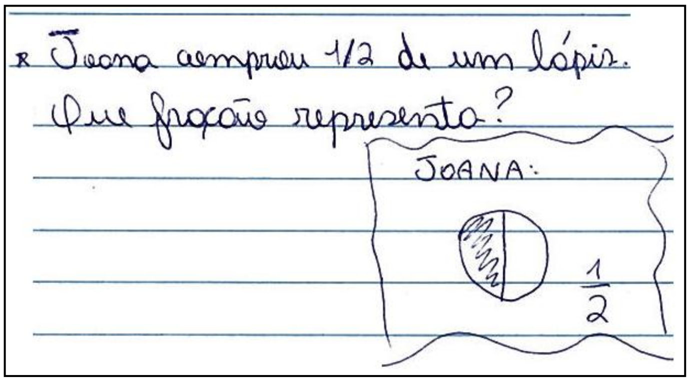


Figura 25: Problema com dados incoerentes.

A aluna não considera a análise lógica implicada no seu problema, pois não há motivos para alguém comprar só a metade de um lápis. O próximo problema apresenta uma situação criativa, além de uma correta resolução:

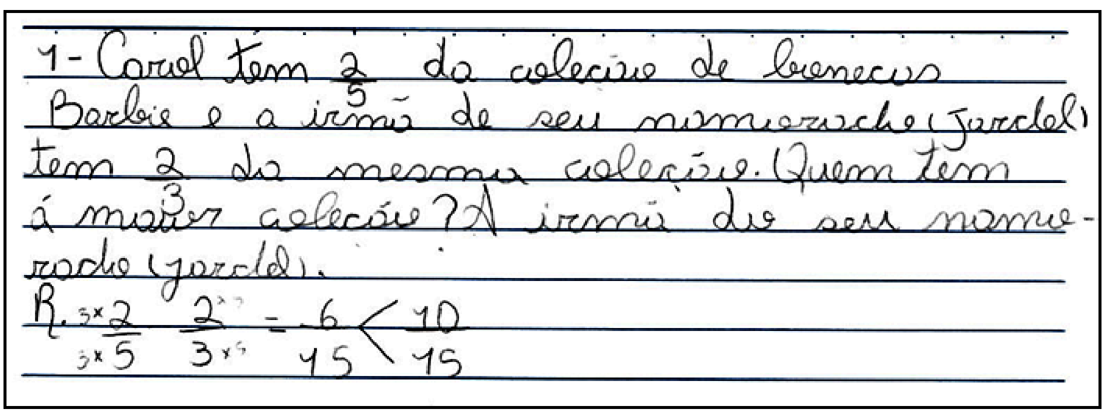


Figura 26: Problema escrito e resolvido corretamente.

Ao montar um problema de comparação, a aluna utiliza um todo em comum, tornando os dados do problema coerentes. Ao solucionar, ela não percebe que não precisaria transformar em frações equivalentes, pois elas possuem o mesmo numerador, logo bastaria analisar que 2 pedaços de um todo que foi dividido em 3, são maiores que 2 pedaços do mesmo todo dividido em 5. Existe também a possibilidade de ela saber desse fato, mas querer mostrar rigorosamente a veracidade da sua resposta.

Os problemas apresentados mostraram que poucos alunos ainda apresentavam problemas de conceituação de fração, a maioria soube expressar corretamente o que aprendeu.

6.2 As Figuras Geométricas Representando Frações

Mais tarde, foram trabalhados exercícios de representações fracionárias a partir de partes pintadas e partes não-pintadas de figuras geométricas dadas, como as seguintes:

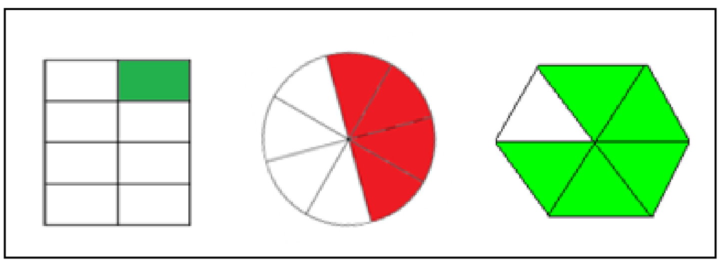


Figura 27: Figuras utilizadas nos exercícios.

Não foi trivial para os alunos que a quantidade de divisões representa o denominador enquanto a parte pintada ou a parte não pintada representa o numerador, aonde concluí que essa representação é algorítmica, apenas uma convenção. Eles não pensam em desenhar uma figura desse tipo para facilitar a resolução de problemas, apesar de eu ter resolvido alguns dessa maneira.

Observo ainda que na segunda figura nenhum deles utilizou a representação $\frac{1}{2}$, somente $\frac{4}{8}$. Na tentativa de antecipar a investigação sobre equivalências, a resposta que obtive não foi positiva.

Em um dos momentos da segunda semana de aula, construímos um varal de frações. Cada aluno recebeu um pedaço de cartolina, e deveria escolher uma fração para ali representar. As frações escolhidas foram todas próprias. Não ocorreu nenhum desenho criativo, todos escolheram circunferências e retângulos.

Durante o processo, precisei pedir a vários alunos para refazerem o desenho, pois as divisões das figuras não estavam em partes iguais. Mesmo nos retângulos eles traçavam as divisões com grande diferença. Nesse momento então ressaltei para a turma que se as partes não fossem iguais, aquela figura não era a representação de uma fração. Depois de prontos, fixei os trabalhos em um cordão no fundo da sala.[2]

Mais tarde, quando solicitado à turma durante uma avaliação, o mesmo tipo de exercício na questão: *Faça um desenho para representar a fração* $\frac{2}{6}$, os resultados não foram favoráveis para todos.

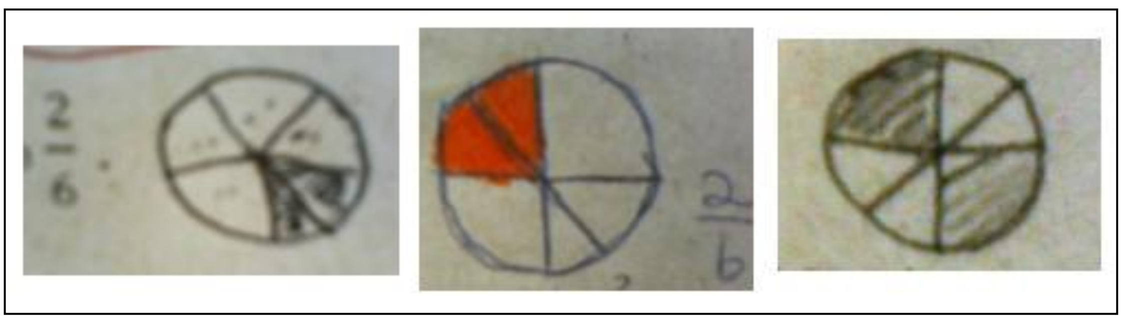


Figura 28: Circunferências feitas pelos alunos a fim de representarem a fração $\frac{2}{6}$.

Esses três alunos não deram importância ao critério de divisão em partes iguais, criando representações falsas. O primeiro desenho até acerta a divisão na parte de cima da circunferência, mas não mantém o acerto na parte de baixo. O segundo e o terceiro alunos não se deram conta que destacaram $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do desenho, respectivamente.

[2] Sugestão da banca: Solicitar aos alunos que ordenem as frações ao pendurá-las. Nesse momento já deve ter sido trabalhado a comparação de frações.

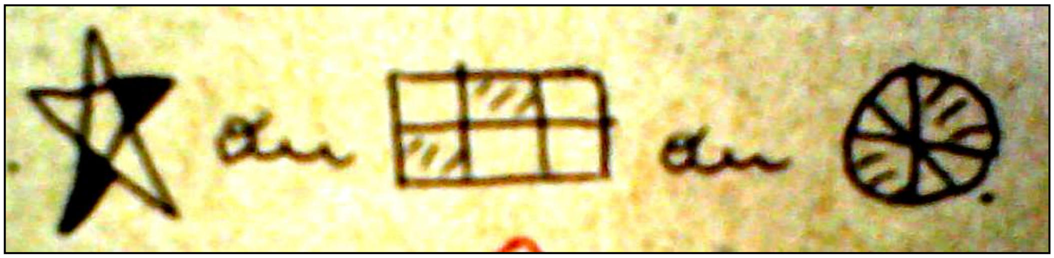


Figura 29: Desenhos traçados por um aluno tentando representar a fração $\frac{2}{6}$.

Esse aluno claramente mostra que esqueceu que a divisão da figura deveria ser feita em partes iguais, pois quando desenha uma estrela, ele até poderia supor que os pedacinhos são iguais, mas depois confirma o esquecimento com a circunferência, dividindo-a em duas metades e quatro pedaços de $\frac{1}{4}$.

Isso representa um dos artifícios usados pelos alunos para causarem a impressão que sabem trabalhar com frações, nesse caso por exemplo, se o aluno tivesse feito apenas o retângulo, acertaria a questão e pensaria que sabe representar frações corretamente. Isso mostra também que esse tipo de exercício pode servir como facilitador, mas não deve ser único no processo de aprendizagem.

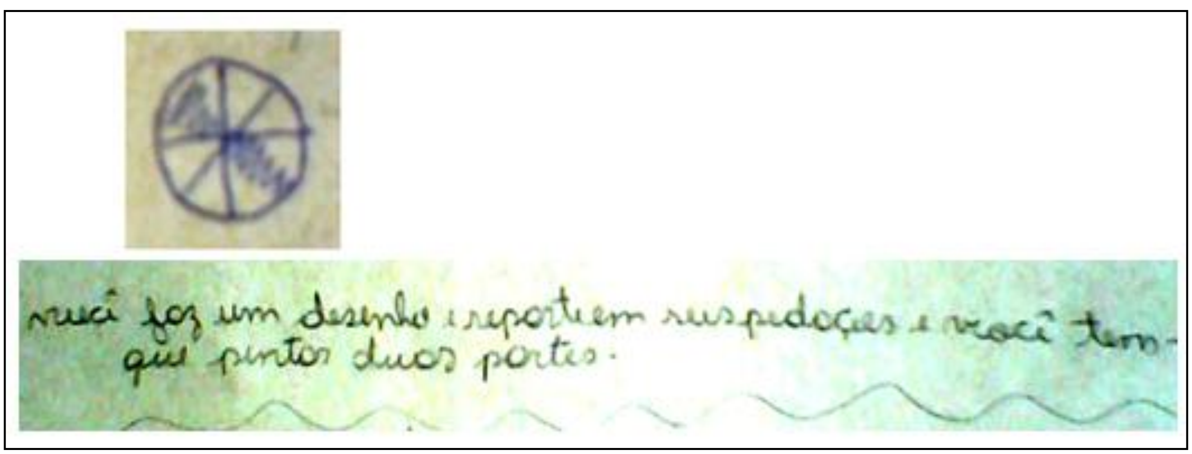


Figura 30: Figura e explicação de uma aluna para representar a fração $\frac{2}{6}$.

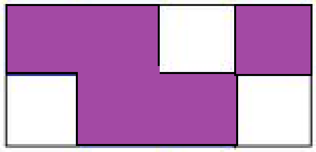
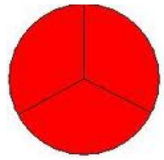
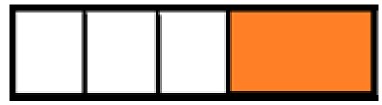
Nessa resolução, a aluna ainda explica como fez para desenhar a figura, mas vendo-a eu já poderia supor que ela se esqueceria de algum detalhe, pois também não traça uma divisão exata. Falta apenas a palavra “iguais” depois de pedaços.

Figura 31: Figuras corretas representando a fração $\frac{2}{6}$.

As figuras acima, apesar de estarem desproporcionais, parecem tentar descrever seis partes iguais, consideremos nos retângulos que os alunos não usaram régua, e nas circunferências, além de cada metade estar dividida em 3 partes, não há nenhuma representando $\frac{1}{4}$. Assim posso acreditar que esses alunos, entre outros, obtiveram sucesso do desenho de suas figuras.

No último encontro com a turma, procurei maneiras diferentes para analisar a ideia que essas figuras representam para eles. Realizei essa análise através de partes contínuas e número de partes igual ao total de partes. Na tabela a seguir, apresento as respostas dos alunos para a questão: *Represente a parte pintada* ***e a parte não pintada*** *das figuras por meio de frações*.

Tabela: Representações fracionárias sobre a parte pintada e a não pintada de cada figura.

Aluno(a)			
J1	$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{3}$
G1	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{5}{6}$
T	$\frac{5}{8}\ e\ \frac{3}{8}$	$\frac{3}{3}$ =1 inteiro	$\frac{2}{5}\ e\ \frac{3}{5}$
A	$\frac{5}{8}$	Inteiro $\frac{3}{3}$	$\frac{2}{5}$
G2	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{2}{4}$
J2	$\frac{5}{8}\ e\ \frac{3}{8}$	$\frac{3}{3}\ e\ \frac{3}{3}$	$\frac{3}{5}\ e\ \frac{2}{5}$
L	$\frac{5}{8}\ e\ \frac{3}{8}$	1	$\frac{2}{5}\ e\ \frac{3}{5}$
M1	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{1}{4}$
M2	$\frac{3}{8}\ e\ \frac{5}{8}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{5}\ e\ \frac{2}{5}$
N	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$

Podemos fazer as seguintes observações e tirar algumas conclusões a respeito desses resultados:

- A maioria dos alunos fez um traço na terceira figura dividindo a parte pintada em duas;

- A aluna J1 ainda faz uma inversão das posições relativas a numeradores e denominadores, pois desconsiderando essa troca ela acertaria na representação de partes não-pintadas;
- A terceira resposta da aluna G1 e a primeira do aluno M1 parecem ser resultado de alguma distração, pois não se encontra lógica nesses erros;
- Os dez alunos acertaram a representação da segunda figura, mas apenas três explicitaram que ela representa um inteiro;
- Apenas quatro alunos prestaram atenção à ordem do exercício, que pedia duas frações para cada figura;
- Os alunos G2, M1 e N se confundiram na representação da terceira figura, no sentido de não considerar que a parte pintada, apesar de única, representava mais de uma, ou seja, não souberam lidar com as partes contínuas.

6.3 Equivalência de Frações

Na primeira aula em que abordei as frações equivalentes com a turma 61, procurei fazê-lo de maneira dinâmica. Depois de distribuir uma folha A4 em branco para todos os alunos, pedi que eles a dobrassem na metade, gerando duas partes iguais, e pintassem uma dessas. Depois, pedi que dobrassem mais uma vez, o que gerou quatro partes, sendo que duas delas já estavam pintadas. Questionei-os então se a fração $\frac{1}{2}$ representava a mesma quantidade da fração $\frac{2}{4}$, e recebi uma resposta positiva. Depois de repetirem o procedimento mais duas vezes, encontrando $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$, os alunos já supuseram que a próxima fração seria $\frac{16}{32}$, e concluí com eles que dessa forma poderíamos encontrar infinitas frações equivalentes.

A segunda parte da atividade ocorreu com as seguintes instruções e gerou os seguintes questionamentos:

1. Divida o verso da mesma folha, dessa vez utilizando uma canetinha, em 3 partes iguais, e pinte apenas uma dessas partes. Que fração a parte pintada irá representar? $\frac{1}{3}$.

2. Divida agora em 6 partes iguais, pode ser com um traço horizontal ou separando cada parte em duas, que fração resulta das partes pintadas? $\frac{2}{6}$.
3. E se tivéssemos dividido em 9 partes, que fração resultaria? $\frac{3}{9}$.
4. Caso tivéssemos dividido cada parte inicial em 5 outras partes, teríamos 15 partes ao todo, quantas partes estariam pintadas? *5*
5. Você consegue estabelecer uma relação entre a fração inicial $\frac{1}{3}$ e as outras obtidas com mais divisões?

A partir da última questão, os alunos foram questionados sobre a possibilidade de haver outro procedimento para encontrarmos essas frações, sem a ajuda do papel. Eles notaram que havia uma relação de multiplicação entre elas, acertando os palpites com os numeradores, mas esquecendo dos denominadores. Nesse momento então, explicitei que para obtermos frações equivalentes, devemos em cada fração multiplicar ou dividir tanto o numerador quanto o denominador, por um mesmo número natural, caso usassem dois números diferentes, a fração originada não representaria a mesma quantidade, e então não seria equivalente. Essa explicação originou o seguinte resumo:

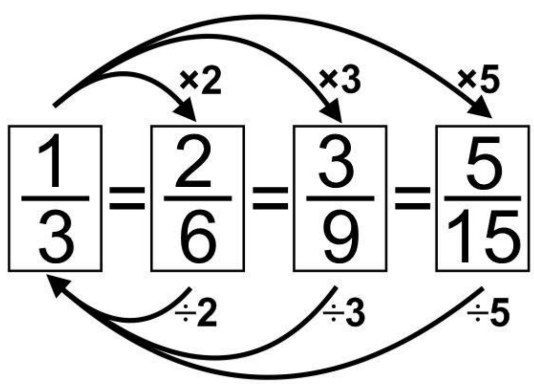


Figura 32: Processo para encontrar frações equivalentes.

Na primeira avaliação foi proposta a seguinte questão quanto à equivalência das frações: "*Verifique se as igualdades abaixo são verdadeiras ou falsas, e escreva nos parênteses (V) ou*

*(F). **Explique** como chegou à sua resposta".* Algumas soluções são apresentadas nas figuras abaixo:

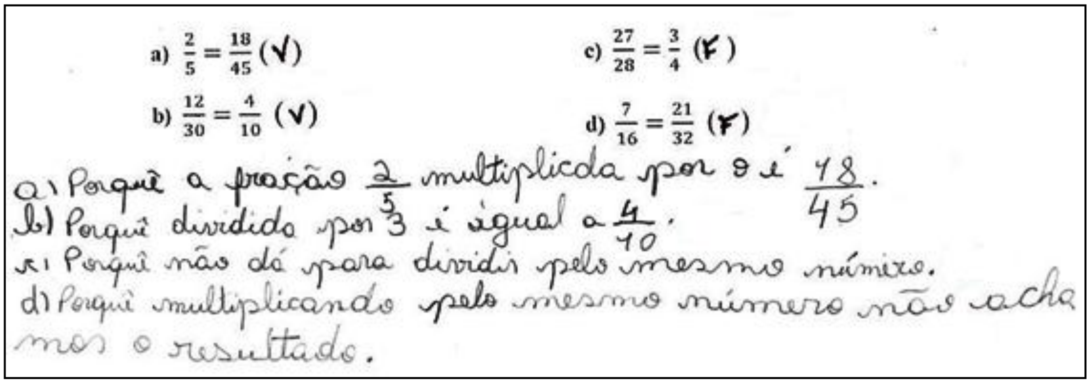


Figura 33: Bom aproveitamento nos conceitos de equivalência.

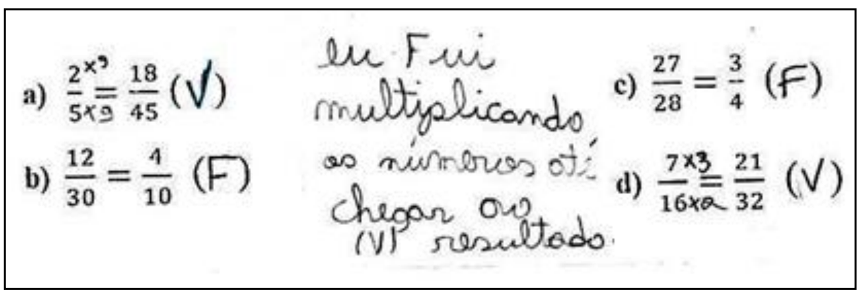


Figura 34: Conceitos de equivalência confusos.

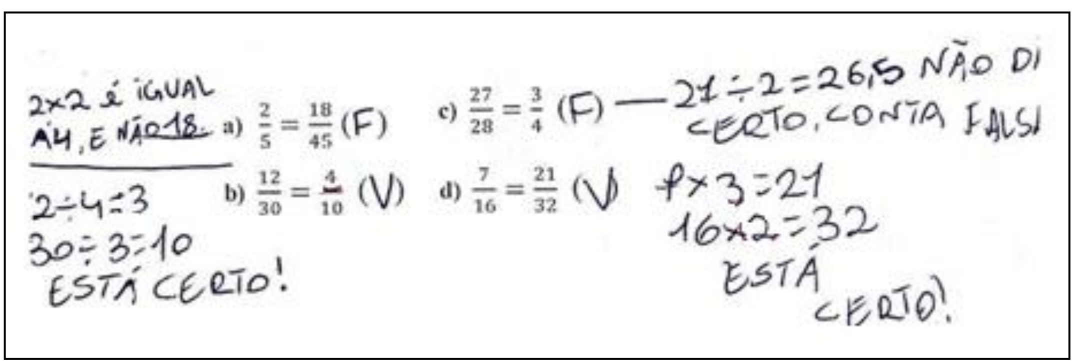


Figura 35: Equivalência de frações.

A figura 33 se refere à resolução de uma das alunas que apresentou praticamente 100% de rendimento no aprendizado de equivalências no momento da avaliação, considerando que a turma ainda não havia estudado multiplicação de frações por números naturais. Isto porque ela descreve explicações claras, e corretas se supormos que ela entende multiplicar uma fração por certo número como multiplicar o numerador e o denominador desta fração por este certo número.

Analisando a resposta dada pela aluna representada na figura 34, interpreto que a aluna parece pensar que frações equivalentes apenas são obtidas quando multiplica-se numerador e denominador por algum número natural, e não funciona quando divide-se. Isso porque, além de escrever na sua explicação que apenas “foi multiplicando até o resultado”, ela aponta como falsa as alternativas onde para irmos da primeira fração para a segunda, precisaríamos de uma divisão, se fossem verdadeiras.

Na figura 35, o aluno não apresenta habilidade de identificar um fator ou um dividendo em comum que poderia gerar uma fração equivalente, como podemos ver nos itens (a) e (c). Além disso, entende que podemos multiplicar ou dividir, mas não precisa ser pelo mesmo número, como aparece no item (d).

6.3.1 Simplificação de Frações e Fração Irredutível

Utilizei a seguinte definição de fração irredutível, antes de falar sobre a simplificação de frações na turma 61: **É uma fração onde não podemos dividir o numerador e o denominador por um mesmo número natural, ou seja, é a fração equivalente menor possível.** Optei por uma definição que não fizesse nenhuma relação com o m.d.c. entre numerador e denominador, pelo fato da turma ainda não tê-lo estudado no decorrente ano.

Trabalhando nessa definição, tentei discutir com a turma uma maneira para obtermos uma fração na sua forma “menor possível”. Não demoramos até chegar na divisão. Os primeiros exercícios eram voltados para a prática da simplificação, onde só se esgotaria na fração irredutível. Como o da figura a seguir:

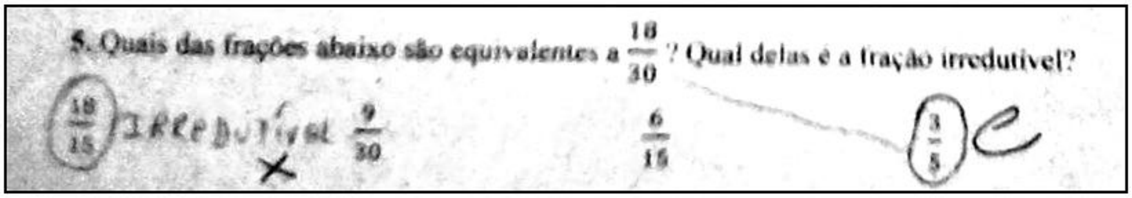


Figura 36: Exercício: Quais das frações abaixo são equivalentes a $\frac{18}{30}$? Qual delas é a fração irredutível?

Podemos notar que o aluno acerta quais frações são equivalentes, mas não qual é a irredutível. Abaixo, vemos algumas soluções encontradas por outros alunos, referentes ao exercício contendo o seguinte enunciado:

Sabendo que dividimos um ano em 12 meses, qual a fração de um ano que representa um trimestre? E qual a fração de um ano que representa dois trimestres? Essas frações são irredutíveis?

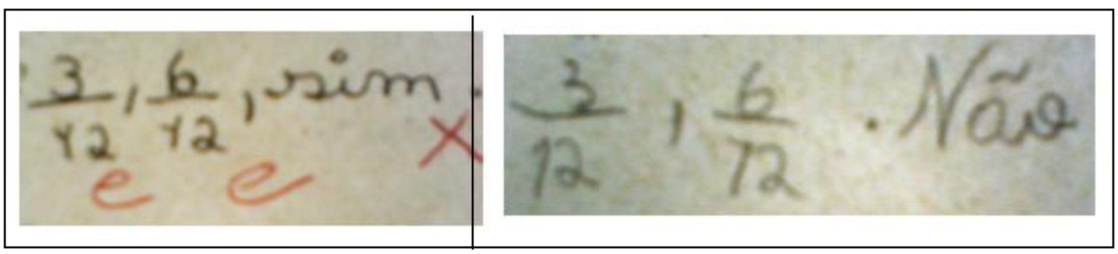


Figura 37: Soluções para o problema enunciado acima.

Como vemos nas figuras acima, a turma não teve dificuldades na primeira parte do problema, representando as frações de um trimestre e dois trimestres, mas ficaram divididos quanto à irredutibilidade das mesmas. Penso que esse fato aponta a má escolha da definição utilizada, pois essa gerou incertezas sobre quando uma fração está na sua forma irredutível ou não.

O modelo de exercício da figura 36 também foi aplicado na oficina com a turma E, com o objetivo de avaliar se os alunos de sexta e sétima séries sabem identificar uma fração irredutível. A seguir analisarei algumas soluções da questão: *Quais das frações abaixo são equivalentes a* $\frac{12}{40}$*?*

$$\frac{6}{20} \qquad \frac{24}{80} \qquad \frac{4}{20} \qquad \frac{3}{10} \qquad \frac{6}{10}$$

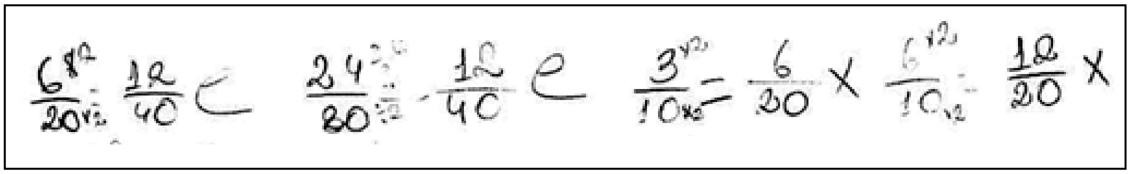


Figura 38: Soluções de exercício de simplificação.

Esse aluno adota as operações de divisão e multiplicação somente com o número dois como critério para decidir se a fração é equivalente ou não. Os certos e errados aos lados das frações foram escritos pelo próprio aluno, para identificar quando a fração é equivalente ou não, que nesse caso é quando a multiplicação do numerador e denominador pelo número dois não resulta $\frac{12}{40}$.

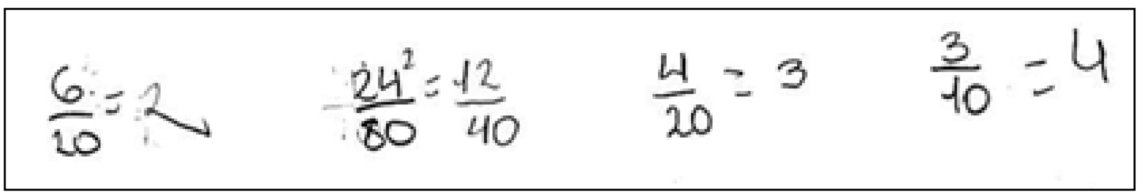


Figura 39: Mais soluções de exercício de simplificação.

Esse outro aluno utiliza uma notação não usual para o sinal de igual, e ainda não explicita qual operação ocasionou os números que encontrou. Por outro lado, com exceção da terceira fração, ele parece ter entendido quando uma fração é equivalente à outra, se observarmos que $\frac{6}{20}$ multiplicando numerador e denominador por 2 resulta em $\frac{12}{40}$, e $\frac{3}{10}$ por 4 resulta em $\frac{12}{40}$. Assim, apesar da notação, são mostrados conhecimentos de equivalência.

6.3.2 A Simplificação de Frações e o m.d.c.

Na oficina de frações preparada para a turma E, o primeiro objetivo era investigar se nos exercícios que exigem a simplificação de frações, os alunos entendem que podem dividir diretamente pelo m.d.c. entre o numerador e o denominador. Para cumprir com esse objetivo, resolvi alguns exemplos no quadro, conversando com eles sobre os procedimentos que eles usavam para simplificar as frações.

Quando eu perguntava por qual número eles preferiam começar a dividir, frequentemente a resposta era 2, salvo quando o número não era par. Depois de dividir o numerador e o denominador da fração $\frac{18}{54}$ uma vez por 2 e duas vezes por 3, questionei-os se não poderíamos ter dividido no início por 18. A resposta nesse momento foi sim, mas alguns alunos responderam que do outro jeito era mais fácil.

Deixando como escolha dos alunos a maneira de resolver, solicitei que me entregassem alguns dos exercícios que propus:

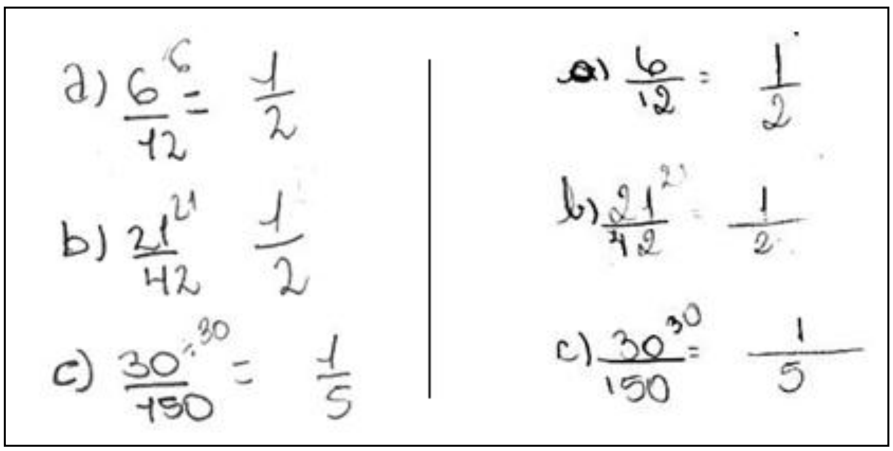


Figura 40: Maneira de simplificar frações diretamente.

De acordo com as resoluções dos dois alunos acima, eles tiveram um ótimo aproveitamento da oficina, entenderam a atividade proposta e solucionaram muito bem as questões.

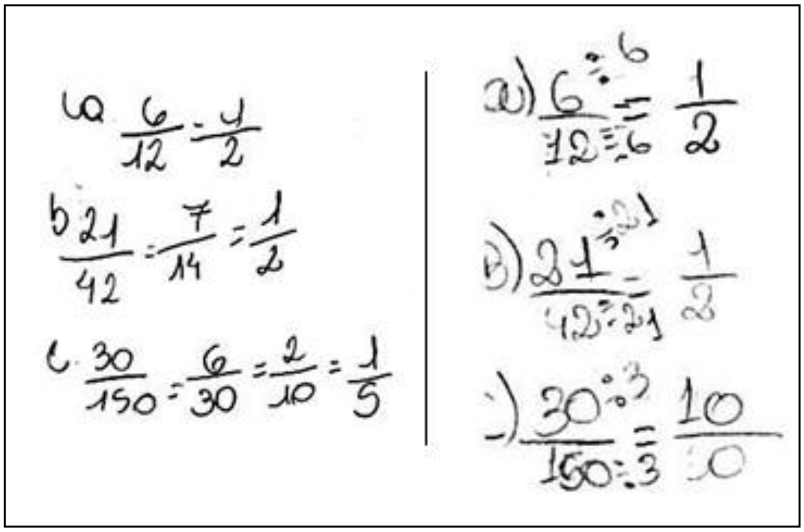


Figura 41: Falta de simplificações do zero.

Nessas resoluções, os dois alunos simplificaram direto apenas quando era muito claro, na visão deles, que podia ser feito. Nos outros casos, talvez eles não tenham analisado se poderiam proceder da mesma maneira. Observe ainda, que nenhum dos dois utilizou a simplificação dos zeros.

6.3.3 Comparando Frações

Para que os alunos do sexto ano começassem a pensar em comparar duas frações, propus que eles desenvolvessem dois problemas, a fim de motivá-los. O primeiro dizia o seguinte: *Numa festa, havia dois bolos do mesmo tamanho, um de chocolate e um de laranja. O bolo de chocolate foi dividido em 8 pedaços e o de laranja dividido em 5 pedaços. Então, qual dos dois bolos tem um pedaço maior, o de chocolate ou o de laranja?*

Inicialmente, quando pensaram apenas na resposta do problema, os alunos responderam que um pedaço do bolo de laranja era maior, e porque sim, então representamos a situação no quadro, usando frações, para termos a certeza do sim. Um pedaço do bolo de laranja poderia ser representado por $\frac{1}{5}$, enquanto um pedaço do bolo de chocolate por $\frac{1}{8}$. Então, o pedaço do bolo de laranja era maior, pois havia sido dividido em pedaços maiores. Logo, $\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$.

No segundo problema, a minha intenção era que os alunos precisassem de uma ajuda visual, então levantei a seguinte questão: *Um pintor já pintou* $\frac{3}{5}$ *de um muro. Isto significa que ele já pintou mais ou menos da metade?*

Dessa forma, eles desenhariam um muro qualquer e fariam as divisões, por exemplo, como na figura abaixo. Acreditei que se os alunos soubessem antes qual fração era maior, poderia facilitar a explicação da maneira geral de comparar duas frações, então, como nem sempre o apoio visual seria possível, aproveitei o problema para ensiná-los a comparação através de frações equivalentes.

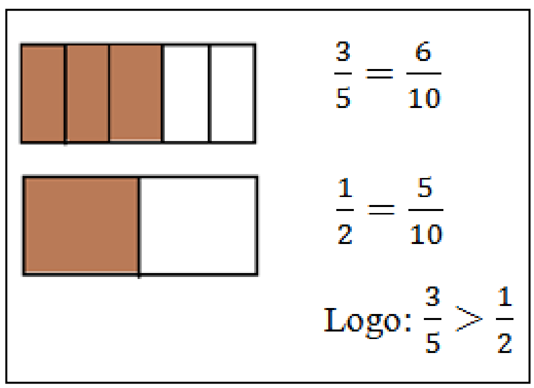


Figura 42: Resolução do problema de forma visual e geral.

Logo abaixo na figura 43, temos um exemplo do estilo de exercício que discuti com os alunos, nesse caso, como ou os numeradores ou os denominadores eram iguais, a aluna percebeu que não era necessário transformar em frações equivalentes, e obteve sucesso em suas respostas.

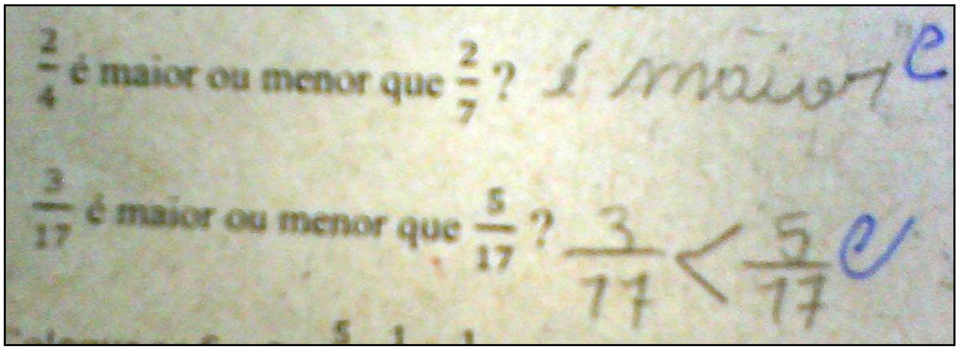


Figura 43: Comparando frações sem precisar de equivalentes.

Através dos exercícios de comparação, gostaria que a turma fosse capaz de colocar algumas frações em ordem crescente, assim como as inserissem na reta numérica. Mas foram poucos os que se interessaram em desenvolver tal habilidade, a maioria achou muito complicada a maneira de trabalhar. A figura abaixo mostra o único exercício desse estilo que motivei a trabalhar com a turma.

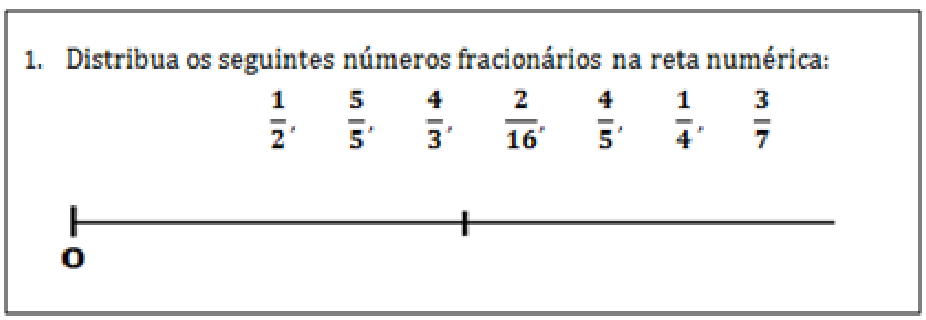


Figura 44: Inserir as frações na reta numérica.

Ao notar a dificuldade dos alunos em distribuir as frações na reta, decidi fazer a resolução do exercício junto com eles no quadro, e depois passei mais algumas para eles tentarem inserir sozinhos. Apenas alguns conseguiram.

Refletindo depois da aula, me convenci que fui precipitada em propor esse exercício naquele momento, pois havia nele muitas informações, mesmo as frações dadas sendo fáceis de manipular, como $\frac{5}{5} = 1$ e $\frac{4}{3}$ maior que 1, os alunos ficaram confusos. No final a reta ficou preenchida assim:

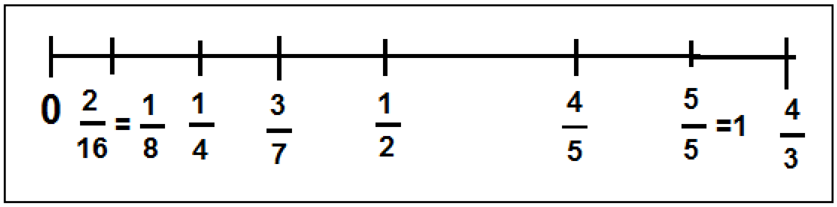


Figura 45: Inserir as frações na reta numérica.

Se prestarmos atenção, vemos que a única fração que precisava de equivalência para ser comparada era $\frac{3}{7}$. Não é difícil ver que ela representa menos de $\frac{1}{2}$, então bastava analisar se ela era maior ou menor que $\frac{1}{4}$, e que $\frac{1}{8}$, caso essa fosse a primeira escolha. Esse tipo de raciocínio com as frações era o que eu esperava inicialmente que os alunos aprendessem, mas eles ainda não estavam maduros para tal. Optei então por exercícios mais simples e com menos dados.

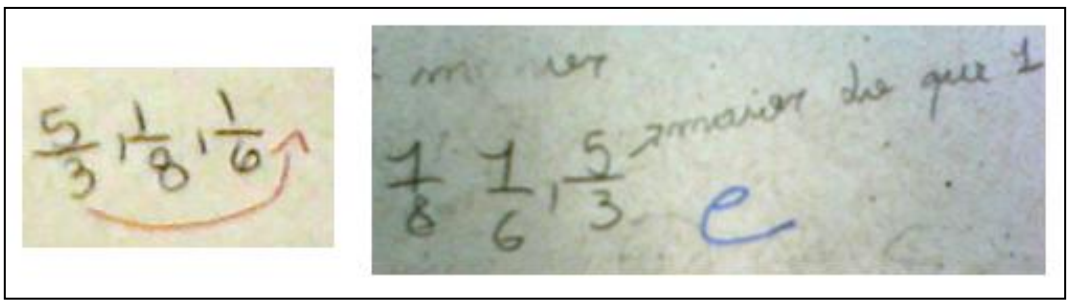


Figura 46: Resoluções de exercício de ordem crescente.

Na figura 46, temos as resoluções de dois alunos para o exercício: *Coloque as frações* $\frac{5}{3}$, $\frac{1}{6}$ *e* $\frac{1}{8}$ *em ordem crescente*. A única diferença entre elas está no conceito de fração imprópria, o aluno que resolveu na esquerda, não levou em consideração que elas são maiores que 1, detalhe que eu havia comentado várias vezes na aula, inclusive durante o exercício da reta numérica.

No geral, os exercícios de ordenar as frações tiveram resultados baixos, mostrando ser necessário um maior tempo de adaptação a esse conteúdo para os alunos. Inicialmente todos tiveram dificuldades de compreensão, mas aos poucos, aqueles que se mostraram interessados conseguiram se habituar à nova prática.

6.4 Soma e Subtração de Frações

Vamos observar primeiro os resultados obtidos na oficina com os alunos de sexta e sétima série, os quais já haviam aprendido a somar frações em anos anteriores. O objetivo era pesquisar de que forma eles operavam, e se entendiam os procedimentos que usavam. Antes de propor as questões para entregarem, resolvi alguns exemplos no quadro juntamente com eles, e solicitei que eles também relembrassem, fazendo outros sozinhos. Nesse momento já ficou claro que o m.m.c. era indispensável para realizar os cálculos, pois esse era sempre utilizado.

No primeiro exemplo, $\frac{3}{10}+\frac{9}{10}$, ao ser questionada sobre qual seria o primeiro passo para a operação, uma aluna respondeu: “Ver qual é o mmc entre os denominadores”. O que indica que alguns alunos não sabem o objetivo maior do algoritmo: transformar as duas parcelas em frações equivalentes.

Outra prova que consegui sobre esse fato, veio através da minha pergunta direta aos alunos: “Vocês sabem pra que serve o mínimo múltiplo comum?” Nenhum deles deu a ideia que não podemos somar frações com denominadores diferentes, ou mesmo que o m.m.c. era o denominador da fração equivalente que pode ser somada, a única resposta foi: “Para somar frações” [3].

O segundo exemplo que escolhi foi $\frac{9}{27}+\frac{5}{3}$, resolvi procurando fazer com que eles notassem que a primeira fração poderia ser simplificada para uma fração de denominador 3. Uma aluna mostrou ter ficado contente quando percebeu que o procedimento era muito simples, bastava tomar $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$, então $\frac{9}{27}+\frac{5}{3}$ seria igual a $\frac{1}{3}+\frac{5}{3}$, resultando assim em $\frac{6}{3}$, que é igual a 2. O comentário que ela fez foi: “É só isso?”

Enquanto eu continuava tentando ensinar aos alunos outra forma de somar as frações, operando a soma $\frac{6}{9}+\frac{5}{18}$ sem citar o m.m.c., alguns reclamavam dizendo que já tinham sido ensinados do outro jeito. Decidi então comparar as duas maneiras de operar.

---

[3] Na análise realizada pela banca examinadora a resposta dada à pergunta está correta. A banca sugeriu que a pergunta que deveria ter sido feita é a seguinte: Por que se usa o m.m.c. para somar frações?

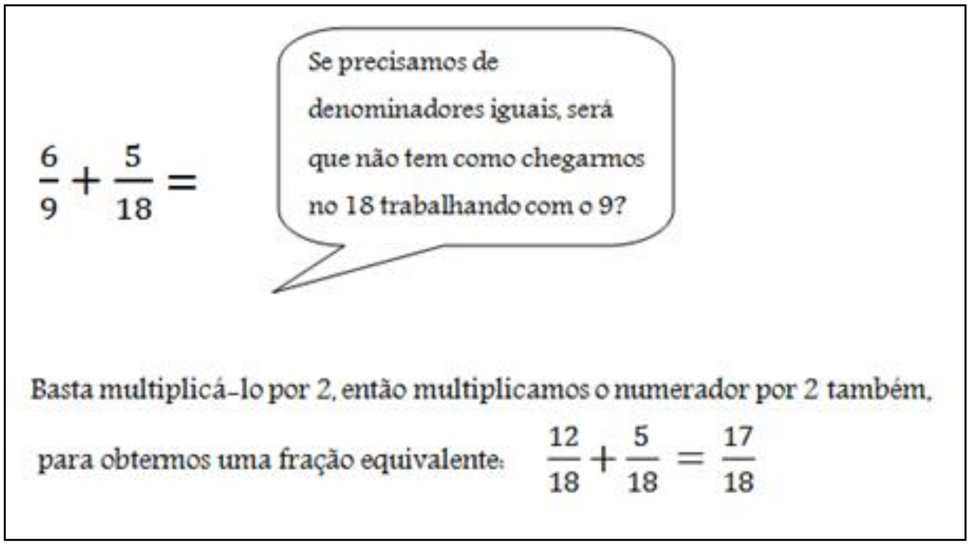


Figura 47: Somando frações sem calcular o explicitamente o m.m.c.

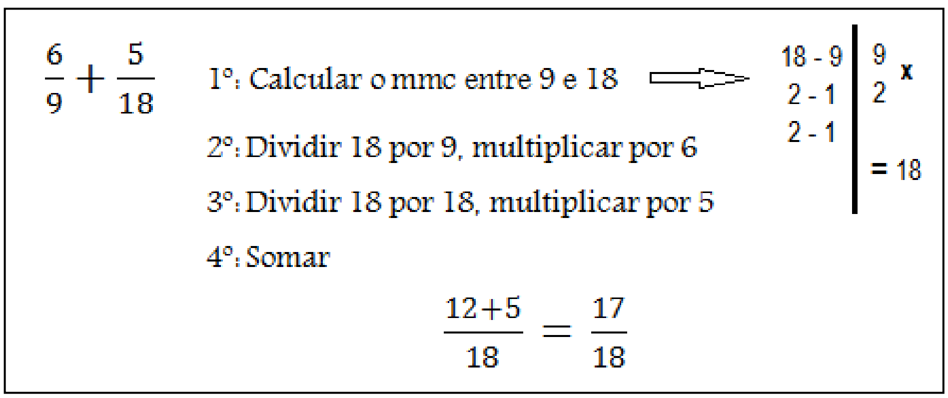


Figura 48: Passos para somar frações utilizando o algoritmo do m.m.c.

Após essa explicação, a turma ficou satisfeita em perceber que as duas formas eram praticamente iguais. Apenas dois alunos seguiram relutantes, reclamando que já haviam aprendido de outra forma, e que essa era melhor. Mas julgando de acordo com os encontros anteriores em que já havia trabalhado com esses alunos, penso que a preguiça foi um fator que atrapalhou.

A seguir vamos analisar o que os alunos conseguiram ou não aprender durante a oficina, através de algumas somas de frações resolvidas por eles que recolhi. As resoluções são de diferentes alunos.

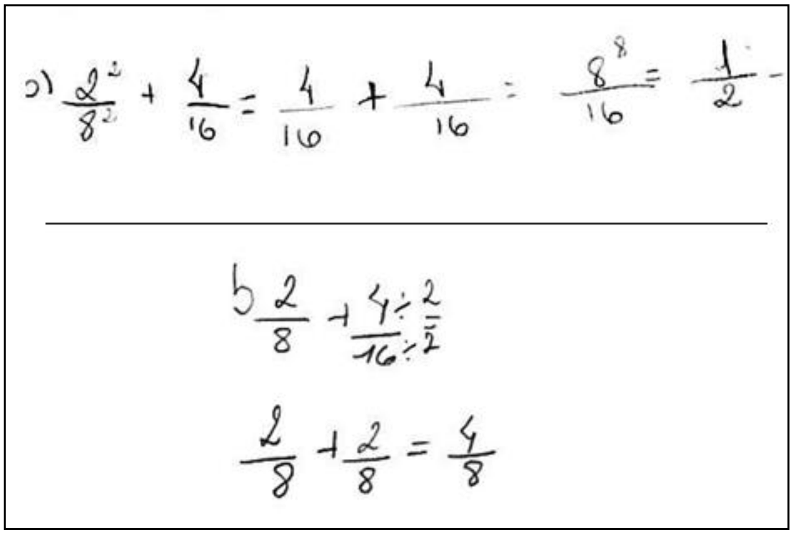


Figura 49: Como dois alunos passaram a somar frações.

Nas duas resoluções acima, podemos notar um bom aproveitamento do que lhes foi explicado, pois na primeira vemos o número 2 ao lado do numerador e denominador da primeira fração, mostrando que o aluno buscou uma fração equivalente de denominador 16, enquanto que na resolução abaixo, o aluno buscou uma equivalente de denominador 8, não simplificando o seu resultado.

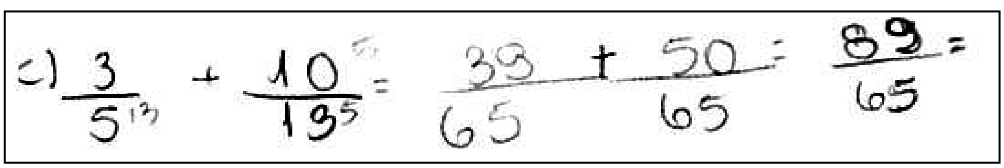


Figura 50: Mais trabalho, mas ainda sem m.m.c.

Na soma acima, o mdc entre os denominadores é 1, o que quer dizer que para somar as frações precisamos de duas outras equivalentes, não bastando apenas transformar uma delas. Podemos notar que o aluno multiplicou a primeira por 13 e a segunda por 5, obtendo frações na forma que ele precisava para poder somá-las.

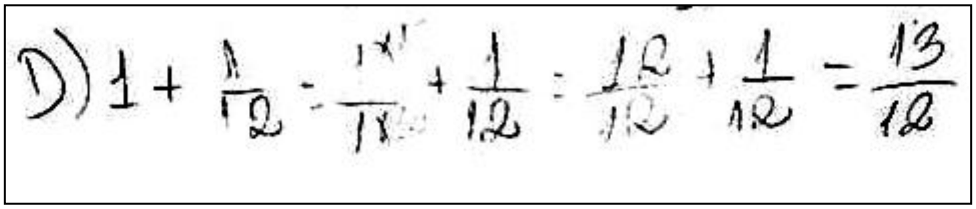


Figura 51: Soma de fração com número natural.

É recorrente nas escolas que os alunos aprendam que para operar um número natural com uma fração, supõe-se que o número natural é uma fração de denominador 1, e assim efetuamos os procedimentos necessários, como a aluna efetuou acima. Não usei a nomenclatura número misto.

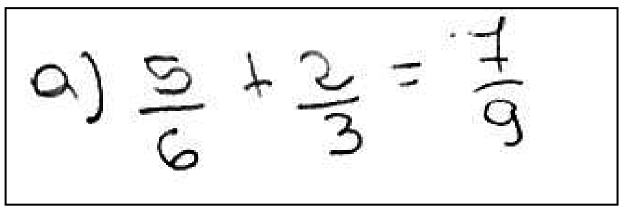


Figura 52: Como somar frações desconsiderando o que elas representam.

A figura acima mostra uma típica resolução presente em alunos de Ensino Fundamental e Médio. Dois alunos dessa turma operaram dessa forma em todos os itens propostos. Parece muito conveniente a alguns deles somar os numeradores, depois os denominadores, e assim a conta está pronta.

6.4.1 Quando o m.m.c. se Torna Dispensável

O ensino da soma de frações para os alunos da turma 61 foi construído em várias etapas. Listo-as abaixo, observando que nem sempre intitulei dessa maneira para os alunos.

1. Frações com denominadores iguais;
2. Frações com o máximo divisor comum dos denominadores diferente de 1;
3. Soma de frações com números naturais;
4. Frações com o máximo divisor comum dos denominadores igual a 1;

Comecei testando a intuição dos alunos a respeito do todo e do quanto se precisa para chegar no todo. Como por exemplo, no problema: *João vai usar no mercado* $\frac{1}{4}$ *da sua mesada em pirulitos e* $\frac{3}{4}$ *em salgadinhos. Quanto da sua mesada ele gastará no mercado?*

Os alunos se saíram muito bem, após fazerem a conta e verem que $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{4}{4}$, perceberam que João já teria gastado toda a sua mesada.

Logo em seguida, procurei identificar se os alunos tinham a noção de complementaridade, de quanto se precisa para formar um todo, através do problema seguinte: *Rafaela gastou* $\frac{3}{5}$ *do que tinha de dinheiro em bolachas, quanto de dinheiro ela ainda tem?*

No primeiro momento eles se mostraram confusos com a pergunta, então tentei ajudar utilizando uma figura:

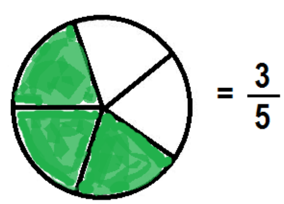


Figura 53: Auxílio para pensar no complementar.

Assim eles conseguiram deduzir facilmente que havia sobrado $\frac{2}{5}$ do dinheiro de Rafaela, sem precisar calcular $1-\frac{3}{5}$. Esse modo de resolução do problema não chegou a ser trabalhado, visto que os alunos compreenderam bem da primeira forma. Mas penso que foi uma perda não tê-lo citado, pois se algum dia eles estiverem numa situação em que precisem calcular apenas $1 - \frac{3}{5}$, ou um menos outra fração qualquer, não irão relacionar com o problema do complementar.

A maioria dos alunos não apresentou problemas para somar frações com mesmos denominadores. O único fato que chama a atenção é a necessidade que alguns alunos sentem de usar um algoritmo, pois mesmo quando é possível apenas somar os numeradores, conservando o denominador comum, alguém busca frações equivalentes para só depois somar, como na segunda resolução da figura a seguir:

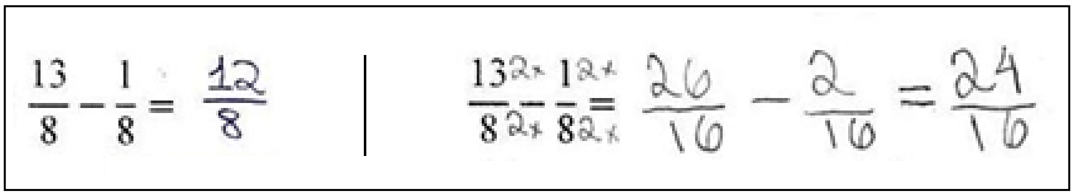


Figura 54: Resoluções de somas de frações com mesmos denominadores.

Observo que esse exercício foi resolvido após os alunos já saberem lidar com qualquer soma de frações. E por isso a aluna optou por resolver utilizando frações equivalentes, da mesma forma que alguns alunos optam pelo algoritmo que utiliza o m.m.c., mesmo quando os denominadores são iguais.

No item seguinte, onde as frações possuíam o máximo divisor comum dos denominadores diferente de 1, os alunos precisavam encontrar um número natural que servisse como uma espécie de operador, onde multiplicando ou dividindo um dos denominadores das frações, chegava-se ao outro denominador. Esse operador era então usado para obter apenas uma fração equivalente, que poderia ser somada a outra.

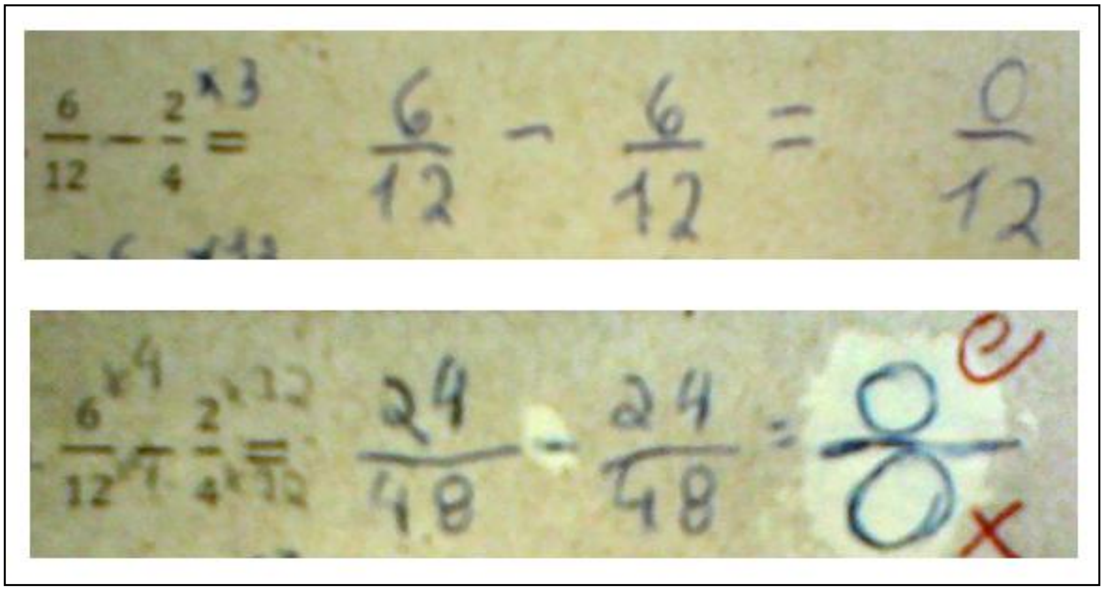


Figura 55: Somas de frações com resultado igual a zero.

De acordo com a primeira resolução da figura acima, a turma apresentou uma preferência pela multiplicação, pois nenhum aluno transformou a soma em $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$. Grande parte apresentou $\frac{0}{12}$ como resultado, enquanto apenas dois alunos indicaram que o resultado era igual a 0.

Na segunda resolução, o aluno se equivocou quando subtraiu os denominadores também, chegando em uma fração inaceitável de acordo com o que definimos em aula. Se o denominador representa o total de partes, não é possível que este seja zero, pois não é possível dividir um inteiro em zero partes.

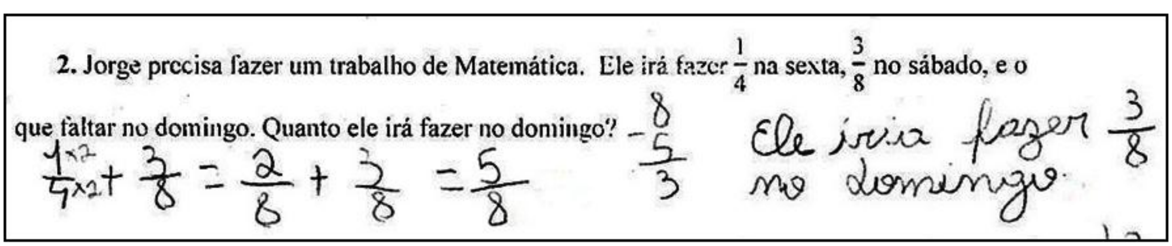


Figura 56: Problema envolvendo soma de frações.

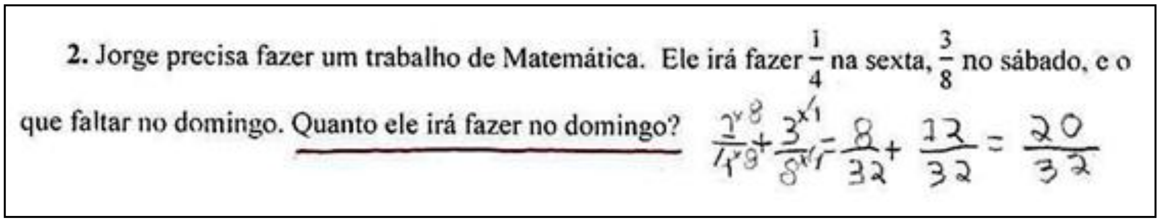


Figura 57: Mesmo problema com resolução incompleta.

Nos problema acima, não observamos nenhum erro nas duas resoluções, apenas a falta de informações. No primeiro, a aluna interpreta corretamente, pois faz os cálculos pertinentes, uma soma de frações e uma subtração para obter o complementar. Na segunda resolução, o aluno chega à fração $\frac{5}{8}$ expressa por $\frac{20}{32}$, de maneira diferente da sua colega, porém não errada. Se ele terminasse o problema apontando que Jorge iria fazer $\frac{12}{32}$ do trabalho no domingo, eu consideraria como uma questão completa, pois o enunciado não explicita que a fração do trabalho que Jorge irá fazer no domingo seja irredutível.

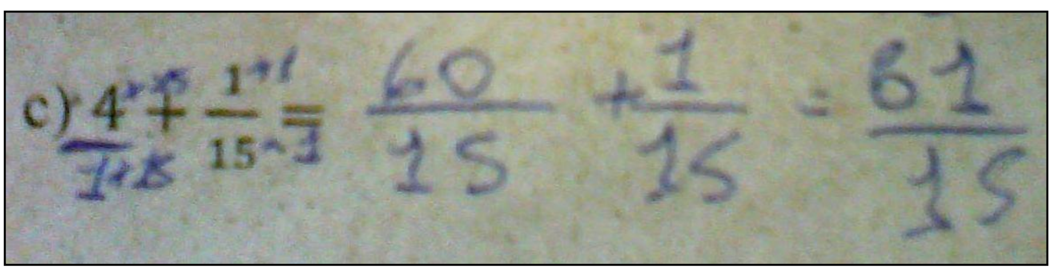


Figura 58: Soma de um número natural com uma fração.

Para somar frações com números naturais, expliquei que todos os números naturais poderiam ser representados como frações, pois ao colocarmos o número 1 no denominador, teríamos um todo dividido em apenas uma parte, ou seja, o todo.

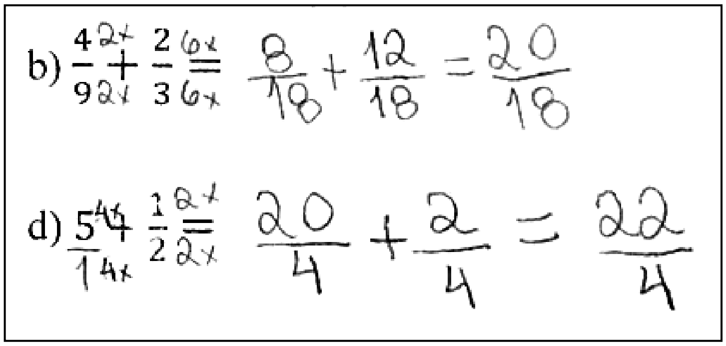


Figura 59: Como somar sem se preocupar com o m.m.c.

Acompanhando o modo de obter frações equivalentes para somar da aluna que resolveu na figura 59, notamos que ela entende a necessidade dos denominadores serem iguais, mas não dispensa atenção à simplificação das contas. Como não exigi da turma que eles apresentassem o resultado na forma irredutível, estão corretas as duas respostas.

O interessante de analisar nessa situação, é que os alunos são livres para escolherem os denominadores, o que é uma preocupação e uma regra a menos na hora de efetuar os cálculos.

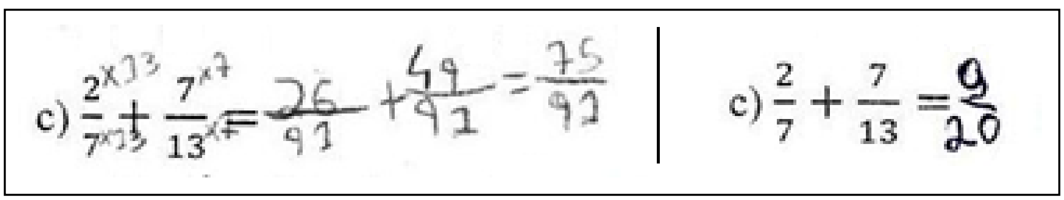


Figura 60: Denominadores com o m.d.c. igual a 1.

No último caso, onde os denominadores das frações tinham o m.d.c. igual a 1, utilizei a comutatividade da multiplicação para explicar aos alunos como proceder nesse caso, mas sem mencionar o nome da propriedade. A forma prática é que eles poderiam ter denominadores iguais sempre que multiplicassem um pelo o outro.

Como no exemplo representado na figura 60, a maioria dos alunos entendeu que $7 \times 13 = 13 \times 7 = 91$. Não houve caso onde alguém pudesse esquecer que precisava multiplicar também o numerador da fração pelo denominador da outra. Tivemos como vantagem a aplicação de uma propriedade que nem sempre é verificada pelos alunos, a comutatividade.

Na segunda resolução (figura 60), observamos a maneira de resolver de quem apenas reproduz o conteúdo do quadro sem ler, não presta atenção nas aulas, e nem na resolução dos exercícios. Assim, resolvem da maneira mais fácil possível e que acham coerente.

Ao longo de todo o conteúdo, a resolução de problemas foi frequentemente utilizada como instrumento de aprendizado, na soma de frações não foi diferente. No problema seguinte, além da soma, é cobrada a fração que preenche um inteiro e a quantidade que essa representa:

Jonas tem R$ 60,00. $\frac{1}{4}$ *desse dinheiro será gasto em chocolates e* $\frac{2}{3}$ *em livros novos. Sobrou algum dinheiro? Se sim, quanto sobrou e qual é a fração do dinheiro inicial que representa essa quantia?* Abaixo, a resolução correta de um aluno:

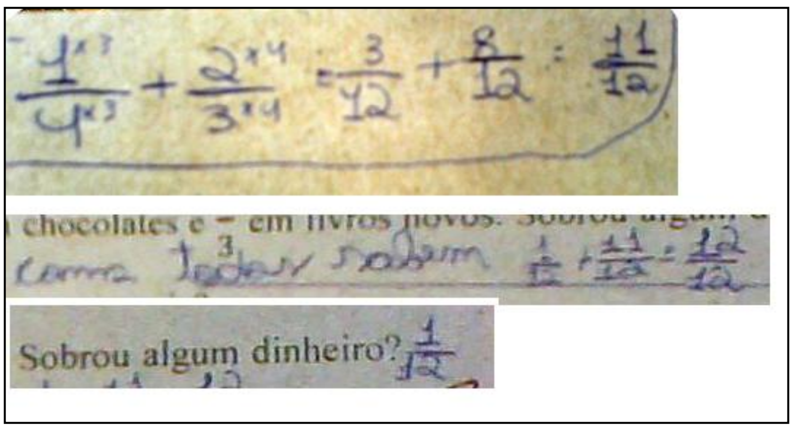


Figura 61: Resolução de um problema com soma de frações.

7 CONCLUSÕES

As conclusões a seguir procuram responder às questões de investigação, segundo a minha interpretação sobre os resultados obtidos na pesquisa para este trabalho.

i. O que os alunos pensam sobre as representações fracionárias? Eles têm a percepção de uma quantidade numérica? Eles enxergam elas inseridas na reta numérica?

No decorrer das minhas aulas, consegui que parte dos alunos construíssem um entendimento de fração como quantidade. Durante as resoluções de problemas, os alunos conseguiram relacionar as frações com partes de um inteiro, ou um número natural mais partes de um inteiro, no caso das frações impróprias.

Quando os alunos se depararam com a reta numérica, as dificuldades se evidenciaram em maior intensidade. O contexto de comparação com frações simples, como $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$ ou $\frac{3}{7}$ e $\frac{3}{3}$, apesar de exigir mais concentração, foi compreendido. Já para inserir as frações na reta numérica, o esforço da minha parte não adiantou, pois quando os alunos se depararam com várias frações para trabalhar ao mesmo tempo, acabaram por se perder no exercício. Como citei anteriormente durante a descrição da prática, faltou tempo para os alunos adquirirem maior familiaridade com as frações.

ii. Como a relação geométrica auxilia ou atrapalha o desenvolvimento do aprendizado sobre frações?

Antes de propor exercícios que apenas pedem para escrever a fração que a figura representa, apresentei a resolução de um exercício através de uma figura, aquele do salário de Daniel, na página 39. Dessa forma, os alunos se familiarizaram com as figuras como uma ajuda para resolver problemas, ao invés de apenas reproduzirem estratégias de resolução sem refletir. Alguns seguiram utilizando o meu exemplo, outros não achavam necessário.

Por esse método de trabalho, concluí que em alguns casos o uso das figuras pode auxiliar no ensino das frações, e em nenhum momento o processo atrapalhou o aprendizado.

iii. O que os alunos entendem como frações equivalentes? Apenas procuram divisores ou múltiplos comuns para a resolução do exercício exigido pelo professor ou enxergam mesmas quantidades?

No quesito equivalência de frações, mesmo com a atividade de dobrar e pintar a folha, descrita na página 48, acredito que o conceito ficou vago no entendimento dos alunos. Eles adotaram muito bem o procedimento da multiplicação e divisão, pois raramente houve casos da operação ser realizada em apenas numerador ou denominador, e apenas um caso onde o aluno efetuou a operação usando números diferentes.

Sendo assim, a minha conclusão fica sendo positiva, para encontrar a fração irredutível, os alunos apenas procuram divisores comuns para simplificar, e para somar ou subtrair frações, procuram múltiplos comuns nos denominadores, mesmo quando não utilizei esse termo nas aulas.

iv. Aprender frações através de problemas pode ajudar a entender o sentido das mesmas?

Sim, mesmo que o problema seja o mais simples possível, quando o aluno pensa no porque de ele estar efetuando tal cálculo. Se ele tem um objetivo a avaliar, os resultados não são apenas os resultados de um cálculo, são uma resposta para um problema que ele buscou solucionar, onde ele constata a coerência do resultado.

v. Para simplificar uma fração, os alunos entendem que podem dividir diretamente numerador e denominador da fração, pelo m.d.c. entre o numerador e o denominador?

Essa questão foi investigada apenas na turma E. Verifiquei que os alunos nem sempre dividem diretamente pelo m.d.c. entre o numerador e o denominador da fração, e quando o fazem, não é de maneira formal, ou seja, eles não calculam o m.d.c. antes de fazer as contas. A preferência deles é dividir pelo primeiro número encontrado, logo, se o m.d.c. não estiver evidente, como em $\frac{4}{8}$ ou $\frac{9}{27}$, eles irão preferir iniciar os cálculos por outro número, mais naturalmente o 2 ou o 3.

vi. Os livros didáticos induzem alunos e professores a preferirem somar frações usando o algoritmo com o m.m.c.? Eles explicam que o necessário é termos denominadores iguais e para isso precisamos de frações equivalentes?

Na análise de livros didáticos presente neste trabalho, constatei que atualmente esses têm buscado evidenciar as frações equivalentes e atribuir menos importância para o uso do m.m.c. Em contrapartida, a investigação na turma E, com alunos de sexta e sétima série, mostrou que o uso do algoritmo ainda é frequente, enquanto as frações equivalentes parecem sequer fazer parte do processo de soma.

Para interpretar esse quadro acredito que existam duas possibilidades, a primeira delas é que os livros mais novos podem estar passando por um processo de adaptação de tendência de ensino, se adequando a essa nova forma de efetuar as somas de frações.

A segunda possibilidade diz respeito à utilização dos livros didáticos pelos professores. Sabendo que na escola onde apliquei a oficina com a turma E, adotou-se o livro “Matemática” (Bianchini, 2006), e que nele contém a explicação sobre a equivalência de frações necessária à soma, o resultado da investigação sugere que o livro didático não é usado na íntegra, e provavelmente apenas para exercícios.

vii. Quais são as dificuldades encontradas pelos alunos para trabalhar com as frações que os levam a repudiá-las?

Os alunos têm dificuldades de procurar por uma aplicação para comparar duas frações. Por exemplo, quando precisam decidir se $\frac{2}{5}$ é maior ou menor que $\frac{2}{9}$, eles não pensam imediatamente que se pegassem 2 pedaços de alguma coisa que foi dividida em 5, seria pegar mais do que 2 pedaços de algo que foi dividido em 9 partes. Quando as quantidades não são tão óbvias e precisa-se de frações equivalentes para compará-las, a confusão aumenta. Poucos alunos da turma 61 conseguiram estabelecer relações de equivalência a fim de comparar duas frações e colocá-las em ordem crescente.

Na turma 61, notei que a operação de soma foi o que mais agradou dentro do conteúdo das frações. Apesar de eles não utilizarem o m.m.c. para os cálculos, os alunos conseguiram estabelecer estratégias mentais para efetuar os cálculos no papel, e sabemos que os alunos preferem apenas aplicar um procedimento que eles já possuem pronto a ter de decidir qual procedimento usar para cada exercício.

Já na turma E, as somas de frações são vistas de maneira diferente, são trabalhosas e difíceis de manipular, se tornando fáceis de errar. Como já sabemos do uso do algoritmo para os cálculos, podemos apontá-lo como culpado da situação.

Podemos concluir então que as principais dificuldades encontradas nos dois grupos de alunos foram a comparação e a soma de frações, quando efetuada com o algoritmo que utiliza o m.m.c.

7.1 Considerações Finais

Ao término deste trabalho, concluo que ensinar frações não é difícil, mas é um trabalho cuidadoso e que exige paciência. O aprendizado não é fácil, visto que os alunos até então apenas têm conhecimentos sobre os números naturais, descobrir que existem números que representam menos de um inteiro e mais de zero, é uma abstração que exige tempo para encaixar as ideias e estabelecer relações pertinentes.

Durante a coleta de dados, nas duas turmas observei que os alunos se assustam com a palavra fração, pois demonstram falta de vontade e insegurança no momento de resolver as questões que as envolvem. É preciso descobrir a origem desse fato, pois ele aumenta qualquer dificuldade que possa existir. Precisamos superar a aversão com a aprendizagem de frações, para que desde cedo os alunos se sintam à vontade trabalhando com elas. Nesse trabalho proponho sugestões que podem ajudar a tornar o ensino de frações mais significativo, construindo habilidades necessárias à aprendizagem

Assim, concluo que a aprendizagem de frações é dependente de tempo, para que o aluno possa adquirir sem pressão alguns dos conceitos de números racionais, novos e estranhos para ele, pois até então só sabia manipular números no universo dos naturais. E dedicação, por parte do aluno e do professor, que deve buscar situações de aprendizagem que enriqueçam as aulas e tornem o conteúdo acessível.

REFERÊNCIAS

BERTONI, N. E. **Frações, Números Fracionários, Números Racionais - dificuldades e novos paradigmas na aprendizagem.** In: V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (CIBEM), 2005, Porto. Actas... Porto, 2005.

______. **Educação e Linguagem Matemática IV: Frações e Números Fracionários.** Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

______. **É possível ensinar frações para a vida?** [200?]. Disponível em: <http://www.fortium.com.br/faculdadefortium.com.br/guinter_wanderer/material/para a vida.doc>. Acesso em 24 maio 2011.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática:** 6º ano. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BOCALON, Graciela Zanchet. **O erro na aprendizagem de frações no Ensino Fundamental: Concepções docentes.** Dissertação (mestrado em Educação Matemática). PUC/PR, Curitiba, Brasil. 2008, 112 f.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Brasília: MEC, 1998.

CARRAHER, Terezinha N. CARRAHER, David W. SCHLIEMANN, Analúcia D. **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1999.

CENTURIÓN, Marília Ramos. JAKUBOVIC, José. **Matemática na Medida Certa:** 6º ano. 11. ed. São Paulo: Scipione. 2010.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Que Matemática deve ser aprendida nas escolas hoje?** Teleconferência no Programa PEC – Formação Universitária. São Paulo, 27 de julho de 2002. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/aprendida.htm>. Acesso em 2 Jun. 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática** - 6º ano. 3ª ed. São Paulo: Ática, 2010.

FIORENTINI, D. ; LORENZATO, S. A. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 1. ed. Campinas: Autores Associados, 2006. v. 1.

JAKUBOVIC, José. LELLIS, Marcelo. **Matemática na Medida Certa**: 5ª série. São Paulo: Scipione. 1999.

______. **Matemática na Medida Certa**: 5ª série. São Paulo: Scipione. 1994.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e Ensino.** 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

MARINCEK, Vânia. **Aprender Matemática resolvendo problemas.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001

NUNES, Terezinha. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. (Capítulo 8).

______. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas.** São Paulo: Cortez, 2005.

PEREIRA, Maria Carolina Martins. **Construindo FRAC-SOMA 235, e conhecimento, no Ensino Básico**. (Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação). UFRGS. Porto Alegre, Brasil. 2009, 78 f.

RIO GRANDE DO SUL. **Referencial Curricular Liçoes do Rio Grande: Matemática e suas Tecnologias.** Secretaria de Estado da Educação. Porto Alegre:SE/DP, 2009.

SANTOS, Aparecido dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados: Um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental.** Dissertação (mestrado em Educação Matemática). PUC/SP, Sáo Paulo, Brasil. 2005, 196 f.

SILVA, Maria J. de Castro. **As relações entre a aprendizagem de Matemática e a resolução de problemas.** Anuário da produção acadêmica docente, vol. II, nº 3. Unianhanguera, 2008. p.223-232. Disponível em: <http://sare.unianhanguera.edu.br/index.php/anudo/article/view/664/515>. Acesso em 23 Jun. 2011.

APÊNDICE A – <u>PLANOS DE AULAS E OFICINAS</u>

PLANO DE AULA Nº. 1

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

Compreender a definição de fração;

Utilizar corretamente na escrita e para a fala a nomenclatura das frações.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

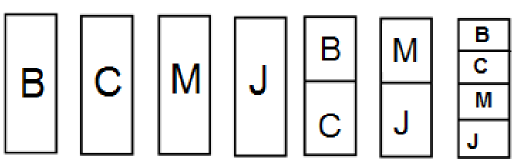
Serão propostos os seguintes problemas:

1. Na casa de Jorge tem 2 maçãs, mas ele precisa dividir IGUALMENTE com seus irmãos Mauro, Bruna e Cris, quanto cada irmão poderá comer?

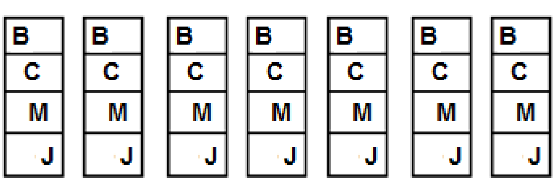
Possível resolução: Cada irmão divide uma maçã com outro irmão, assim cada um poderá comer metade, ou seja, ½ de uma maçã.

2. Ana comprou 7 barras de chocolate para repartir igualmente entre seus 4 filhos, Bruna, Cris, Mauro e Jorge. Qual a quantidade de chocolate que cada filho receberá?

Serão discutidas com a turma algumas formas de resoluções, como as abaixo:



$$1 \qquad + \qquad \frac{1}{2} \quad + \quad \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

Obs.: Não será especificado nesse momento o resultado da expressão de soma, esse problema será retomado mais adiante quando os alunos estiverem trabalhando no conteúdo de soma de frações.

2. Num outro dia, Ana fritou 42 pastéis para os 4 filhos e também para os 8 sobrinhos que os visitavam. Sendo que todos repartiram igualmente, quantos pastéis cada um comeu?

Definição de fração junto a um texto explicativo:

Durante muito tempo, os números naturais (0, 1, 2, 3, ...) foram os únicos conhecidos e usados pelos homens. Depois começaram a surgir questões que não poderiam ser resolvidas somente com esses números. Então surgiu o conceito de número fracionário.

Definição de Fração: É uma quantidade que representa uma parte de um todo.

Aprender a leitura e escrita correta das frações.

Será distribuída a seguinte tabela:

Como lemos uma fração:

$\frac{1}{2}$	Um meio	$\frac{3}{8}$	Três oitavos	$\frac{1}{12}$	Um doze avos	$\frac{13}{2}$	Treze meios
$\frac{1}{3}$	Um terço	$\frac{5}{9}$	Cinco nonos	$\frac{5}{14}$	Cinco catorze avos	$\frac{4}{7}$	Quatro sétimos
$\frac{1}{4}$	Um quarto	$\frac{1}{10}$	Um décimo	$\frac{3}{4}$	Três quartos	$\frac{7}{6}$	Sete sextos
$\frac{1}{5}$	Um quinto	$\frac{1}{100}$	Um centésimo	$\frac{1}{11}$	Um onze avos		
$\frac{1}{6}$	Um sexto	$\frac{1}{1000}$	Um milésimo	$\frac{2}{13}$	Dois treze avos		

PLANO DE AULA Nº. 2

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

Continuar a aprendizagem sobre nomenclaturas e classificações;

Compreender a relação parte-todo, sabendo aplicá-la.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Aprender mais sobre nomenclaturas através de textos explicativos no quadro:

$$\begin{array}{l} 1 \longrightarrow \text{Numerador} \\ \overline{5} \longrightarrow \text{Denominador} \end{array}$$

Quando o numerador de uma fração é um número múltiplo do denominador, dizemos que essa fração é **aparente**, pois se dividirmos o numerador pelo denominador teremos um número natural. Exemplos: $\frac{10}{5}, \frac{12}{6}, \frac{8}{2}$.

Uma fração é chamada de **própria,** quando temos o numerador menor que o denominador. Exemplo: $\frac{2}{7}$.

Chamamos uma fração de **imprópria** quando temos o numerador maior que o denominador. Exemplo: $\frac{4}{3}$.

Serão propostos os seguintes problemas:

1. Carol tinha R$ 525,00. Gastou $\frac{1}{5}$ desse dinheiro no supermercado, $\frac{1}{7}$ em livros e $\frac{1}{3}$ em roupas. Você sabe dizer qual a quantia que ela gastou em cada compra **e** quanto sobrou?

2. O salário de Daniel é de R$ 2.168,00. Veja como ele utiliza cada parte do seu salário e calcule o valor correspondente:

$\frac{2}{8}$ do seu salário para pagar o aluguel da sua casa:

$\frac{1}{8}$ em passagens de ônibus:

$\frac{3}{8}$ com a pensão de seus filhos:

$\frac{2}{8}$ para colocar na poupança:

PLANO DE AULA Nº. 3

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:
Compreender a relação parte-todo, sabendo aplicá-la.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

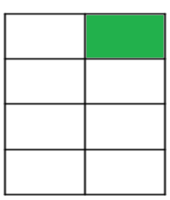
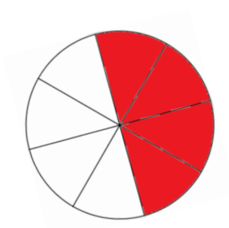
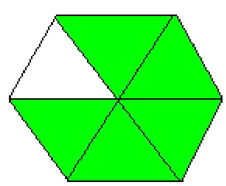
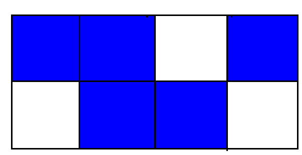
Serão propostos os seguintes exercícios, os quais serão distribuídos em uma folha de atividades para todos:

1. Numa tarde, enquanto estudavam Matemática, um grupo de colegas bebia refrigerante em copos de ¼ de litro. Se Mateus bebeu 4 copos, Jardel bebeu 6 copos, Olavo e Vitor beberam 2 copos cada um, quanto litros ao total os meninos beberam de refrigerante?

2. Um ano tem quantos meses? E quantos meses têm em meio ano? E em um terço de ano? E em um sexto de ano? Que fração representa 2 meses de um ano?

3. Cite exemplos de frações próprias, frações impróprias e frações aparentes. Todas devem ser diferentes das que você já tem no caderno.

4. A partir das figuras abaixo, represente como frações a parte pintada e a parte não-pintada:

a)  b)  d)  e) 

Construção de um varal das frações:

Será distribuído meio papel A4 para cada aluno e solicitado que eles escolham uma fração e a representem geometricamente.

Em seguida, esses pequenos cartazes serão fixados num cordão na sala de aula.

PLANO DE AULA Nº. 4

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:
Compreender as relações de equivalências com as frações.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Utilizando uma folha A4, os alunos irão encontrar frações equivalentes fazendo dobraduras.
As seguintes instruções serão dadas:

Parte 1:

1. Dobrar a folha na metade e pintar só uma das metades, que fração representa a parte pintada? $\frac{1}{2}$
2. Dobrar a mesma folha em 4 partes, duas já estarão pintadas, logo, 2 partes de 4 é o mesmo que 1 parte de 2. Concluindo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.
3. Agora, dobrar a folha em 8 partes, quantas das 8 partes já estão pintadas? Que outra fração acabamos de obter que é equivalente às anteriores? $\frac{4}{8}$.
4. Se dobrarmos a folha novamente, teremos ao todo _____ partes, e ______ partes pintadas.

Parte 2:

6. Divida o verso da mesma folha, dessa vez utilizando uma canetinha, em 3 partes iguais, e pinte apenas uma dessas partes. Que fração a parte pintada irá representar? $\frac{1}{3}$.
7. Divida agora em 6 partes iguais, pode ser com um traço horizontal ou separando cada parte em duas, que fração resulta das partes pintadas? $\frac{2}{6}$.
8. E se tivéssemos dividido em 9 partes, que fração resultaria? $\frac{3}{9}$.
9. Caso tivéssemos dividido cada parte inicial em 5 outras partes, teríamos 15 partes ao todo, quantas partes estariam pintadas? *5*
10. Você consegue estabelecer uma relação entre a fração inicial $\frac{1}{3}$ e as outras obtidas com mais divisões?

Será passado no quadro o seguinte texto explicativo:

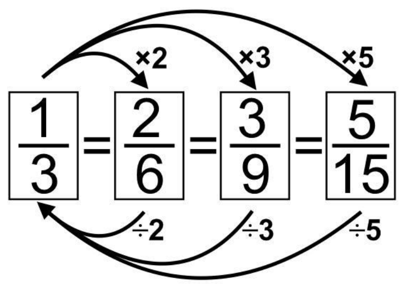
Frações equivalentes são frações que representam a mesma parte de um todo. Como as que vimos anteriormente:

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{5}{15}$

Para obtermos uma fração equivalente, podemos multiplicar ou dividir, o numerador **e** o denominador por um mesmo número natural diferente de zero. Por exemplo:

$$\frac{1^{\text{x2}}}{2_{\text{x2}}} = \frac{2^{\text{x2}}}{4_{\text{x2}}} = \frac{4^{\text{x2}}}{8_{\text{x2}}} = \frac{8}{16} \qquad \frac{1^{\text{x3}}}{3_{\text{x3}}} = \frac{3}{9} \qquad \frac{10^{\div 5}}{25_{\div 5}} = \frac{2}{5}$$



Quando dividimos por um mesmo número, estamos simplificando a fração.

Serão propostos os seguintes exercícios, os quais serão passados no quadro:

1. Descreva frações equivalentes às seguintes, multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador por um mesmo número:

a. $\frac{3}{4} =$ c. $\frac{5}{7} =$ e. $\frac{8}{3} =$ g. $\frac{18}{51} =$

b. $\frac{25}{100} =$ d. $\frac{6}{9} =$ f. $\frac{7}{11} =$

2. Quais das frações abaixo são equivalentes a $\frac{2}{3}$? E por quê?

$\frac{4}{9}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{20}{30}$ $\frac{14}{21}$

3. Quais das frações abaixo são equivalentes a $\frac{12}{40}$? Qual é a fração mais simplificada?

$\frac{6}{20}$ $\frac{24}{80}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{36}{80}$

PLANO DE AULA Nº. 5

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

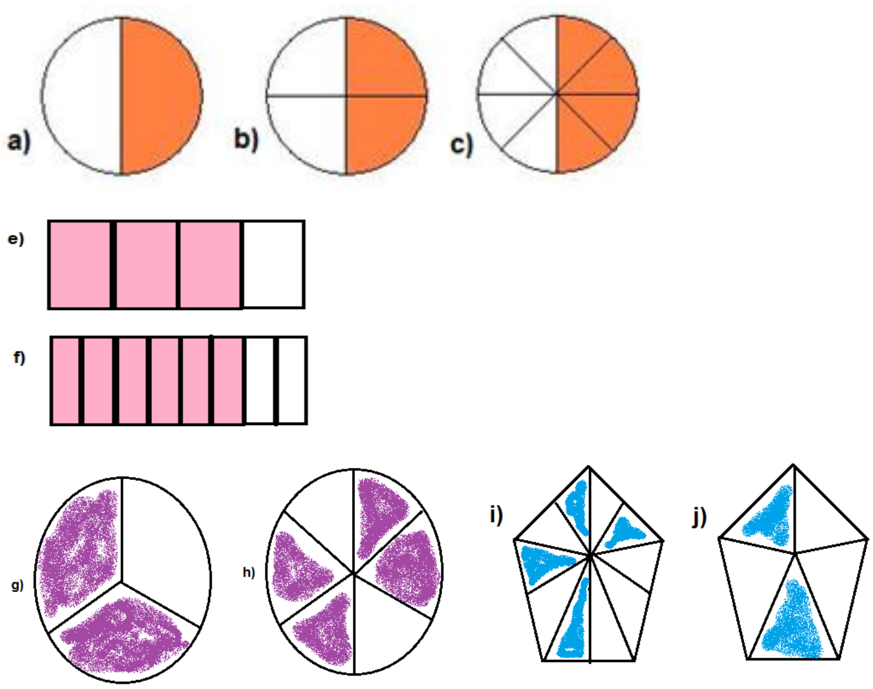
Compreender as relações de equivalências entre as frações;

Conseguir chegar à fração irredutível.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Serão propostos os seguintes exercícios, passando-os no quadro.

1. Represente na forma de fração a parte pintada das seguintes figuras:



2. Escreva uma fração equivalente a $\frac{5}{8}$ e que tenha denominador 32.

3. Escreva uma fração equivalente a $\frac{11}{7}$ e que tenha denominador 21.

Será passada a seguinte definição seguida dos seguintes exercícios:

<u>Fração</u> <u>Irredutível</u>: É uma fração onde não podemos dividir o numerador e o denominador por um mesmo número natural, ou seja, é a fração equivalente menor possível.

4. Encontre uma fração equivalente a cada uma das frações abaixo, que seja irredutível:

a. $\frac{12}{15} =$

b. $\frac{21}{42} =$

c. $\frac{16}{4} =$

d. $\frac{8}{64} =$

e. $\frac{30}{100} =$

Será aplicado o seguinte teste avaliativo: (1)

1. Sabendo que podemos dividir uma hora em 60 minutos, que fração de hora representa 15 minutos? E 45 minutos? E 20 minutos? E 50 minutos? (Faça o desenho de um relógio para facilitar)

2. Lua pediu uma pizza, comeu ½ dessa e deixou o resto para sua filha Estrela. Estrela comeu ¼ e deixou o resto para o seu pai, que foi ______. Só que o pai só comeu 1/8, quanto sobrou?

3. Verifique se as igualdades abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F). **Explique** como chegou na sua resposta.

a) $\frac{2}{5} \overset{?}{=} \frac{18}{45}$ ( )

c) $\frac{27}{28} \overset{?}{=} \frac{3}{4}$ ( )

b) $\frac{12}{42} \overset{?}{=} \frac{2}{7}$ ( )

d) $\frac{14}{16} \overset{?}{=} \frac{20}{22}$ ( )

PLANO DE AULA Nº. 6

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:
Compreender as relações de equivalências entre as frações para compará-las.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Será retomado o conceito de fração irredutível iniciado na aula passada, através dos mesmos exercícios, os quais não foram resolvidos ainda.

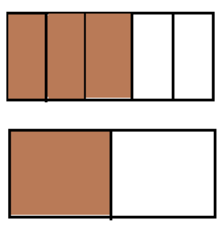
Será proposto um problema motivador e solucionado junto com a turma:

Numa festa, havia dois bolos do mesmo tamanho, um de chocolate e um de laranja. O bolo de chocolate foi dividido em 8 pedaços e o de laranja dividido em 5 pedaços. Então, qual dos dois bolos tem um pedaço maior, o de chocolate ou o de laranja?

Resolução: Um pedaço do bolo de laranja é representado por $\frac{1}{5}$*, enquanto que um pedaço do bolo de chocolate é representado por* $\frac{1}{8}$*. Logo, o pedaço do bolo de laranja é maior, pois foi dividido em pedaços maiores.*

Um pintor já pintou $\frac{3}{5}$ de um muro. Isto significa que ele já pintou mais ou menos da metade?

Resolução: Primeiramente vamos resolver o problema visualmente, será desenhado um muro duas vezes no quadro, esses serão dividido em 5 e em 2 partes, e pintados 3 e 1 partes.



Após isso, resolveremos através de frações equivalentes, procurando compara frações que tenham o mesmo denominador.

$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ e $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ Logo, $\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$.

Será passado o seguinte conteúdo no quadro:

<u>Comparando frações:</u>

O que devemos fazer para comparar duas frações quando elas não têm o mesmo denominador? Por exemplo, como vamos decidir quem é maior entre $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{3}$?

Podemos encontrar duas frações que sejam equivalentes a essas, e que tenham o denominador comum, assim:

$$\frac{1}{4}\overset{x3}{\underset{x3}{=}}\frac{3}{12} \qquad \text{e} \qquad \frac{2}{3}\overset{x4}{\underset{x4}{=}}\frac{8}{12}$$

Dessa forma, sabemos que $\frac{8}{12}$ é maior que $\frac{3}{12}$**.** Logo, $\frac{2}{3}$ também é maior que $\frac{1}{4}$**.**

Serão propostos os seguintes exercícios, e esses serão passados no quadro:

1. Compare as frações:

a) $\frac{5}{8}$ __ $\frac{7}{8}$ b) $\frac{2}{9}$ ___ $\frac{4}{7}$ c) $\frac{4}{9}$ ___ $\frac{5}{2}$ d) $\frac{21}{4}$ ___ $\frac{7}{3}$ e) $\frac{2}{6}$ ___ $\frac{1}{3}$

2. José e Laura compraram o mesmo livro para ler. José leu $\frac{5}{12}$ do livro, enquanto Laura leu $\frac{4}{11}$ do mesmo livro. Quem já leu mais?

PLANO DE AULA Nº. 7

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

Comparar duas frações através de frações equivalentes;

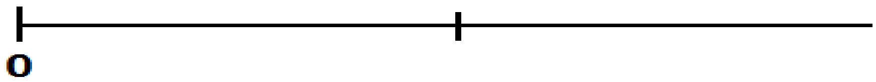
Saber somar duas frações com denominadores iguais.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

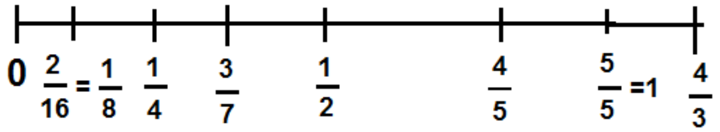
Serão propostos os seguintes exercícios no quadro:

1. Distribua os seguintes números fracionários na reta numérica:

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{5}{5}, \quad \frac{4}{3}, \quad \frac{2}{16}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{3}{7}$$



Resolução:



Será aplicada a seguinte avaliação: (2)

1. Coloque cada grupo de frações abaixo em ordem crescente:

a) $\frac{3}{5}, \frac{1}{5}$, 1.

b) $\frac{2}{4}, \frac{3}{2}, \frac{3}{5}$.

c) $\frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{3}{9}$.

2. Rita gasta $\frac{2}{5}$ do seu salário com o rancho no supermercado. Quanto lhe sobra para as outras despesas?

3. Se o salário da Rita é R$ 545,00 qual é o valor gasto no supermercado?

PLANO DE AULA Nº. 8

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

Compreender as relações de equivalências entre as frações que serão usadas para as operações de soma e subtração com denominadores diferentes.

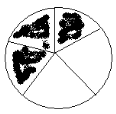
Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Serão propostos e em seguida solucionados junto com a turma os seguintes problemas, passando-os no quadro.

1. No mercado, João vai usar $\frac{1}{4}$ da sua mesada em pirulitos e $\frac{3}{4}$ em salgadinhos. Quanto da sua mesada ele gastará no mercado?

Resolução: $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1.$ *Logo, ele gastará tudo.*

2. No mesmo mercado, Rafaela gastou $\frac{3}{5}$ do que tinha de dinheiro em bolachas, quanto ela ainda tem?

Resolução: $\frac{3}{5} =$  *Logo, ela ainda tem* $\frac{2}{5}$.

3. Na casa de Andriw, cozinham uma xícara e meia de arroz por dia. Durante uma semana, quanto de arroz eles gastarão?

Resolução: $1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = 7 + \frac{7}{2} = 7 + 3 + \frac{1}{2} = 10 + \frac{1}{2}$

Será passado o seguinte conteúdo no quadro:

<u>Soma de frações</u>: Para somarmos duas frações, ou mais, que tenham denominadores iguais, basta somarmos os numeradores e conservarmos o mesmo denominador.

Exemplos:

- $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$
- $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

4. Efetue as operações:

a) $\frac{22}{18} - \frac{4}{18} = \frac{18}{18} = 1$ b) $\frac{12}{15} - \frac{4}{5} = \frac{12}{15} - \frac{12}{15} = 0$ c) $\frac{6}{14} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$ e) $\frac{4}{6} + \frac{5}{6} =$ f) $\frac{9}{25} + \frac{11}{25} + \frac{5}{25} = \frac{25}{25} = 1$

PLANO DE AULA Nº. 9

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

Compreender as relações de equivalências entre as frações que serão usadas para as operações de soma e subtração com denominadores diferentes.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Será passado no quadro o seguinte conteúdo, e explicado:

Soma de frações com denominadores diferentes:

Para que possamos somar ou subtrair duas frações, é necessário que elas tenham denominadores **iguais**, assim, caso as frações tenham denominadores diferentes, é preciso substituí-las por frações equivalentes que possuam o mesmo denominador. Por exemplo, a soma $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ não pode ser efetuada antes de substituirmos as frações por outras duas que tenham denominadores iguais. Assim, trabalhamos da seguinte maneira:

$\frac{1}{4}\genfrac{}{}{0pt}{}{x3}{x3} = \frac{3}{12}$ e $\frac{2}{3}\genfrac{}{}{0pt}{}{x4}{x4} = \frac{8}{12}$ Logo, $\frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$

Serão propostos os seguintes exercícios, passando-os no quadro:

1. Efetue as somas e subtrações:

a) $\frac{30}{7} - 4 =$ $\quad \frac{30}{7} - \frac{28}{7} = \frac{2}{7}$

c) $\frac{6}{5} + \frac{2}{3} =$ $\quad \frac{18}{15} + \frac{10}{15} = \frac{28}{15}$

b) $\frac{6}{9} + \frac{2}{18} =$ $\quad \frac{12}{18} + \frac{2}{18} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$

d) $\frac{2}{13} + \frac{3}{5} =$ $\quad \frac{26}{65} + \frac{39}{65} = \frac{55}{65} = \frac{11}{13}$

2. Leonardo e Yure compraram uma caixa de bombons, só que alguns foram roubados. Se Leo conseguiu comer $\frac{1}{5}$ e Yure $\frac{3}{8}$ dos bombons. Qual a fração de bombons que foram roubados?

Resolução: $\frac{1}{5} + \frac{3}{8} = \frac{8}{40} + \frac{15}{40} = \frac{23}{40}$. *Foram roubados* $\frac{27}{40}$ *da caixa de bombons.*

3. Júlia e Nayara compraram duas barras de chocolates iguais para ir ao cinema. Durante o filme Júlia comeu $\frac{1}{3}$ da sua barra e Nayara comeu $\frac{2}{7}$ da sua.

a) Juntas elas comeram mais ou menos que uma barra inteira?

b) Qual das duas comeu mais chocolate?

Resolução: $\frac{1}{3} + \frac{2}{7} = \frac{7}{21} + \frac{6}{21} = \frac{13}{21}$. *Comeram menos que uma barra, pois* $\frac{13}{21}$ *é menor que 1*

Júlia comeu o equivalente a $\frac{7}{21}$ *da sua barra, e Nayara comeu o equivalente a* $\frac{13}{21}$ *da sua. Logo, Nayara comeu mais.*

PLANO DE AULA Nº. 10

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

Compreender as relações de equivalências entre as frações que serão usadas para as operações de soma e subtração com denominadores diferentes.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Serão propostos os seguintes exercícios:

1. Efetue as somas e subtrações:

a) $\frac{2}{4}+\frac{9}{12}=$ $\quad \frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$ *ou* $=\frac{6}{12}+\frac{9}{12}=\frac{15}{12}$

b) $\frac{4}{9}+\frac{7}{3}+\frac{5}{27}=$ $\quad \frac{12}{27}+\frac{63}{27}+\frac{5}{27}=\frac{80}{27}$

c) $5+\frac{6}{9}=$ $\quad \frac{5}{1}+\frac{6}{9}=\frac{45}{9}+\frac{6}{9}=\frac{51}{9}=\frac{17}{3}$

d) $\frac{8}{17}+\frac{1}{4}=$ $\quad \frac{32}{68}+\frac{17}{68}=\frac{49}{68}$

Será aplicada a seguinte avaliação: (3)

1. Efetue as somas e subtrações:

$a)$ $\frac{13}{8}-\frac{1}{8}=$

b) $\frac{4}{9}+\frac{2}{3}=$

c) $\frac{2}{7}+\frac{7}{13}=$

d) $5+\frac{1}{2}=$

2. Jorge precisa fazer um trabalho de Matemática. Ele irá fazer $\frac{1}{4}$ na sexta, $\frac{3}{8}$ no sábado, e o que faltar no domingo. Quanto ele irá fazer no domingo?

3. No domingo Jorge vai precisar fazer mais ou menos da metade do trabalho?

PLANO DE AULA Nº. 11

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

Compreender a relação parte-todo, sabendo aplicá-la;

Conseguir chegar na fração irredutível;

Comparar duas frações através de frações equivalentes;

Somar duas frações com denominadores iguais;

Compreender as relações de equivalências entre as frações a fim de efetuar somas e subtrações de frações com denominadores diferentes.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Serão entregues as avaliações 1, 2 e 3 e solucionadas as dúvidas dos alunos referentes a elas.

Será proposto que os alunos colem as avaliações nos cadernos e as refaçam, sanando suas últimas dúvidas para a prova de recuperação na próxima aula.

Corrigir as avaliações com a turma, de forma que cada aluno vá ao quadro e explique os exercícios, e se algum não conseguir eu concluo.

PLANO DE AULA Nº. 12

Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

Compreender a relação parte-todo, sabendo aplicá-la;

Conseguir chegar na fração irredutível;

Comparar duas frações através de frações equivalentes;

Somar duas frações com denominadores iguais;

Compreender as relações de equivalências entre as frações a fim de efetuar somas e subtrações de frações com denominadores diferentes.

Metodologia/ Situações de aprendizagem:

Será aplicada a seguinte avaliação de recuperação.

1. Escreva como se lê cada fração e se essa é própria, imprópria ou aparente.

a) $\frac{8}{15}$

b) $\frac{3}{2}$

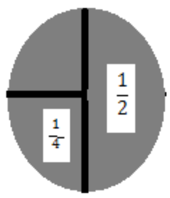
c) $\frac{14}{7}$

2. Faça um desenho para representar a fração $\frac{2}{6}$ **.**

3. Sabendo que podemos dividir um ano em 12 meses, qual a fração que representa um trimestre? E qual a fração que representa dois trimestres? Essas frações são irredutíveis?

4. Jonas tem R$ 60,00. $\frac{1}{4}$ desse dinheiro será gasto em chocolates e $\frac{2}{3}$ em livros novos. Sobrou algum dinheiro? Se sim, quanto sobrou e qual é a fração que representa essa quantia?

5. Cristina comprou uma pizza para ela, suas duas filhas e seu marido. Ela comeu metade da pizza, a filha mais velha comeu $\frac{1}{4}$ enquanto a mais nova e o pai dividiram igualmente o que sobrou. Quanto o pai e a filha mais nova comeram cada um?



6. Quais das frações abaixo são equivalentes a $\frac{18}{30}$? Qual delas é a fração irredutível?

$\frac{18}{15}$ $\frac{9}{30}$ $\frac{6}{15}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{36}{60}$

7. Escreva uma fração equivalente a $\frac{6}{11}$ e que tenha denominador 55.

8. $\frac{2}{4}$ é maior ou menor que $\frac{2}{7}$?

9. $\frac{3}{17}$ é maior ou menor que $\frac{5}{17}$?

10. Coloque as frações $\frac{5}{3}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{8}$ em ordem crescente.

11. Efetue as somas e subtrações:

a. $\frac{6}{12} - \frac{2}{4} =$

b. $\frac{4}{13} + \frac{5}{6} =$

c) $4 + \frac{1}{15} =$

Referências Bibliográficas:

MARINCEK, Vania. Aprender Matemática resolvendo problemas. Porto Alegre: Artmed. 2001

http://www.somatematica.com.br/fundam/fracoes3.php

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. Matemática Pensar & Descobrir: o mais novo. 1 ed. São Paulo: FTD, 2002. 303 p.

Bertoni, Nilza Eigenheer. Módulo VI: Educação e linguagem matemática IV. Brasília: Universidade de Brasília, 2009. 95p.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. Matemática Para Todos: 5ª série, 3º ciclo.3. ed. São Paulo: Scipione, 2008.

BONGIOVANNI, Vincenzo; VISSOTO, Olímpio Rudinin; LAUREANO, José Luiz Tavares. Matemática e Vida: 5ª série. São Paulo: Ed. Ática, 1990.

<u>OFICINA PARA A TURMA 61</u> (Sexto ano) – Último encontro

Fazer uma revisão dos seguintes pontos:

* Representações de frações por meio de figuras geométricas:

Ressaltando que as divisões devem ser sempre iguais;

Partes pintadas contínuas e descontínuas;

* Problemas:

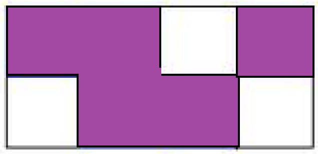
Exemplo: Temos 3 chocolates para distribuir igualmente entre 4 pessoas. Que parte dos chocolates cada pessoa vai receber?

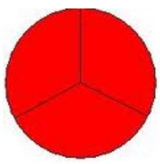
Questões:

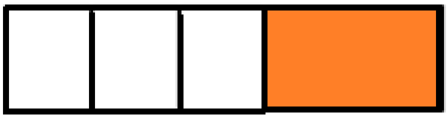
1. Monte e resolva um problema envolvendo frações.

2. Um dia na escola os alunos do sexto ano ganharam 5 pizzas para dividir entre eles. São 30 alunos. Que fração de pizza cada aluno irá receber?

3. Represente a parte pintada **e a parte não pintada** das figuras por meio de frações:







<u>Oficina de Frações com a turma E</u> (Sexta e sétima séries)

Parte 1: Nos exercícios que exigem a simplificação da fração, os alunos entendem que podem dividir diretamente pelo M.D.C.?

Resolver com os alunos o seguinte exercício:

Simplifique cada fração até a sua irredutível:

a. $\frac{25}{100}$ = b. $\frac{18}{54}$ = c. $\frac{9}{27}$ =

Parte 2: Os alunos sabem que devem usar frações equivalentes para somar frações ou apenas aplicam o algoritmo?

Exemplos:

$* \frac{3}{10} + \frac{9}{10} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

$* \frac{9}{27} + \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2$

$* \frac{6}{9} + \frac{5}{18} = \frac{12}{18} + \frac{5}{18} = \frac{17}{18}$

$* \frac{2}{7} + \frac{6}{11} = \frac{14+66}{77} = \frac{80}{77}$

Parte 3: Solicitar a entrega dos exercícios:

1. Encontre uma fração equivalente a cada fração abaixo que seja irredutível:

a. $\frac{6}{12} =$ b. $\frac{21}{42} =$ c. $\frac{30}{150} =$

2. Quais das frações abaixo são equivalentes a $\frac{12}{40}$? Qual é a fração irredutível?

$\frac{6}{20}$ $\frac{24}{80}$ $\frac{4}{20}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{6}{10}$

3. Some as seguintes frações:

a) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$ c) $\frac{3}{5} + \frac{10}{13} =$

b) $\frac{2}{8} + \frac{4}{16} =$ d) $1 + \frac{1}{12} =$