

239

**ESPAÇOS UNIFORMEMENTE CONVEXOS.** *Augusto Ritter Stoffel, Leonardo Prange Bonorino (orient.) (UFRGS).*

O conceito de espaços uniformemente convexos foi introduzido por James A. Clarkson em 1936 e diz respeito aos espaços com a seguinte propriedade: dado  $e > 0$ , existe  $d > 0$  tal que se  $\|x\| < 1$ ,  $\|y\| < 1$  e  $\|x - y\| > e$ , então  $\|x+y\|/2 < 1-d$ . Em outras palavras, se dois elementos com a mesma norma estão “afastados”, a média aritmética entre eles tem uma norma menor que a destes elementos. Uma das razões da importância destes espaços é o fato de serem reflexivos. Este resultado foi provado nos trabalhos de Milman (1938), Pettis (1939) entre outros. A reflexividade é um conceito importante em análise funcional, visto que ele implica numa compacidade fraca da bola unitária. O objetivo deste trabalho é introduzir o conceito de espaços uniformemente convexos e reflexivos e abordar o Teorema de Milman-Pettis. Vamos mostrar que todo espaço de Hilbert é uniformemente convexo e verificar a validade do Teorema de Milman-Pettis para estes espaços. Também veremos que os espaços  $L^p$  são exemplos de espaços uniformemente convexos quando  $p > 1$  e não o são quando  $p$  é um ou infinito. Estudaremos algumas propriedades dos espaços uniformemente convexos. Como exemplo, veremos condições que garantem que a convergência fraca implica na forte. Também abordaremos exemplos de espaços que são reflexivos mas não são uniformemente convexos, mostrando que a recíproca do Teorema de Milman-Pettis é falsa. (PIBIC).