UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

GRASCIELE FABIANA CASAGRANDE CENTENARO

Perímetro e Área: Uma Proposta Didática para o Ensino Fundamental

Porto Alegre
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

GRASCIELE FABIANA CASAGRANDE CENTENARO

Perímetro e Área: Uma Proposta Didática para o Ensino Fundamental

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon
Orientador

Porto Alegre
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Perímetro e Área: Uma Proposta Didática para o Ensino Fundamental

GRASCIELE FABIANA CASAGRANDE CENTENARO

Comissão examinadora:

Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon
Orientador

Profa. Dra. Márcia Rodrigues Notare
Avaliadora

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

RESUMO

Este trabalho tem como foco o ensino de perímetro e área de algumas figuras planas através do ladrilhamento, composição e decomposição de figuras em outras, tendo como objetivo principal investigar como os conceitos de perímetro e área de figuras planas podem ser apresentados aos alunos da 6ª série do Ensino Fundamental de maneira significativa e motivadora, de tal forma que estes conceitos não sejam apenas memorizados, mas sim compreendidos e incorporados aos seus conhecimentos. Por isso, esse trabalho foi norteado pelas seguintes questões: 1) O estudo de perímetro e área de figuras poligonais torna-se mais fácil quando se faz uso de ladrilhamento, composição e decomposição de figuras?; 2) Uma sequência de atividades que trabalhe detalhadamente a diferença entre os conceitos de perímetro e área apresenta resultados significativos no aprendizado desses conceitos?; 3) A generalização e o uso de fórmulas são favorecidos pelo trabalho empírico realizado inicialmente como, por exemplo, para o cálculo da área do retângulo?

Através da metodologia de Engenharia Didática, desenvolvemos uma sequência de atividades com uso de material concreto, sendo que todos os resultados foram obtidos de forma empírica. Na primeira etapa das atividades, foi utilizado como recurso um vídeo para introduzir o assunto e avaliar os conhecimentos prévios dos alunos. Na segunda etapa, as atividades foram planejadas para serem desenvolvidas no laboratório de informática, utilizando como recurso o software Geogebra. As demais etapas foram desenvolvidas com uso de materiais concretos.

A análise dos dados obtidos com a prática didática mostrou que: 1) O estudo de perímetro e área de figuras planas torna-se mais fácil quando se faz uso de ladrilhamento, composição e decomposição de figuras; 2) É necessária uma sequência de atividades que trabalhe detalhadamente a diferença entre os conceitos de perímetro e área; 3) A generalização e o uso de fórmulas são favorecidos por trabalhos empíricos realizados inicialmente.

Palavras-chave: perímetro, área, composição, decomposição, geometria.

ABSTRACT

This work focus on the teaching of perimeter and area of some plane figures through tiling, composition and decomposition of figures in others, aiming to investigate how the concepts of perimeter and area of plane figures can be presented to students from 6th grade of the Basic Education in a meaningful and motivating manner, in such way that this concepts are not just memorized, but understood and incorporated into their knowledge. So, this work was guided by the following questions: 1) The teaching of perimeter and area of plane figures becomes easier when it is used tiling, composition and decomposition of figures?; 2)A sequence of activities that address in detail the difference between the concepts of perimeter and area presents significant results in the learning of these concepts?; 3) Generalization and use of formulas are favored by the empirical work initially performed as, for example, for calculation of rectangle area?

Through the Didactic Engineering methodology, we developed sequences of activities using concrete materials, being that all results were obtained empirically. In the first stage of activities, it was used a video as a resource to introduce the subject and evaluate the background knowledge of the students. In the second stage, the activities were planned to be developed in the computer lab, using the Geogebra software as resource. The other stages were developed using concrete materials.

The data analysis obtained from the teaching practice showed that: 1) The teaching of perimeter and area of plane figures becomes easier when the tiling, composition and decomposition of figures are used; 2) It is necessary a sequence of activities that address the difference between concepts of perimeter and area in detail; 3) The generalization and the use of formulas are favored by the empirical work initially performed.

Keywords: perimeter, area, composition, decomposition, geometry.

1 Introdução

O ensino de matemática hoje é tema de diversas pesquisas, pois se percebe que o mesmo não está ocorrendo de forma satisfatória. Por um lado, educadores constatam que esta é uma área de conhecimento importante; por outro lado, estes mesmos educadores percebem-se insatisfeitos diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à aprendizagem, conforme evidenciam os Parâmetros Curriculares Nacionais. A constatação da importância da Matemática apóia-se no fato de que esta ciência desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona também como instrumento fundamental para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Além disso, influencia na estrutura do pensamento organizado e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno.

A insatisfação diante dos resultados obtidos na aprendizagem da Matemática nos revela que existem problemas a serem corrigidos como, por exemplo, rever o ensino da matemática centrado em procedimentos mecânicos, sem significados para o aluno.

1.1 Problema

Mediante a situação de insatisfação com os resultados obtidos em relação ao aprendizado da Matemática pelos alunos, um olhar especial foi direcionado ao ensino dos conceitos de perímetro e área no Ensino Fundamental.

A escolha desse conteúdo deu-se após algumas experiências em sala de aula nas quais situações interessantes se apresentaram: ao preparar planos de aula para alunos de 7ª e 8ª séries, utilizando atividades que envolviam conhecimentos de perímetro e área para trabalhar com outros conteúdos, como produtos notáveis na 7ª série e equação do 2º grau na 8ª série, percebeu-se que os alunos, quase que em sua maioria, desconheciam estes conceitos.

Porém, com a organização curricular que existe hoje e conforme orientações sugeridas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, os alunos, a partir da 5ª série, têm o currículo desmembrado em várias disciplinas, como exemplo, as disciplinas de história, geografia e ciências, nas quais os alunos são constantemente colocados diante de situações que exigem o conhecimento destes conceitos para o bom entendimento dos conteúdos vinculados a estas disciplinas. Por exemplo: os conteúdos de geografia na 5ª e 6ª séries envolvem áreas territoriais, escalas, densidade demográfica. Na disciplina de ciências, os alunos estão em contato com dados na forma de porcentagem e diferentes unidades de medida. E na disciplina de história, semelhante à de geografia, há necessidade de conhecimento sobre áreas, escalas para a interpretação de mapas, números negativos para a construção de linhas de tempo.

Entende-se assim, que esses conceitos formam a base para a compreensão de tantos outros conceitos com os quais o aluno se depara já nestas séries iniciais, e há a necessidade de serem abordados já no início das séries finais do Ensino Fundamental, e não somente na 8ª série, como acontece em muitas escolas. Além disso, percebe-se a necessidade de o aluno desempenhar um papel ativo na construção do seu conhecimento, não atuando apenas como um receptor de informações.

1.2 Motivação

Buscando dar mais sentido ao ensino da Matemática, autores (CHIUMMO, 1998) (SECCO, 2007) (FACCO, 2003) vêm apresentando resultados mais significativos por meio da utilização de propostas didáticas que são baseadas na construção do conhecimento pelo aluno. Estas propostas revelam que o ensino de perímetro e área é abordado por muitos professores de forma a não desenvolver no aluno uma concepção que permita relacionar esses conceitos com as suas diferentes representações. Além disso, o processo de decomposição e composição de figuras é citado como estratégia que proporciona ao aluno condições favoráveis à aprendizagem desses conceitos.

Textos acadêmicos como os de (GRAVINA, 1996) promovem o aprendizado da geometria baseado na experimentação, na manipulação e pela utilização de softwares de geometria dinâmica, como o Geogebra, por estimularem e introduzirem a experiência e a investigação, pois permitem a construção de objetos geométricos através das propriedades que os definem, assim como permitem a manipulação desses objetos.

Já (MORAN, 1995) propõe a utilização do vídeo na sala de aula como instrumento para introduzir um novo assunto, despertar a curiosidade do aluno e motivá-lo para novos temas, demonstrando em suas análises que o vídeo pode incitar no aluno o desejo pela pesquisa para obter mais informações sobre que lhe está sendo apresentado.

Pesquisas como essas motivaram no sentido de repensar a prática de ensino usual, buscando tornar mais significativo o ensino dos conceitos de perímetro e área. Nesse sentido, esses trabalhos impulsionaram e deram subsídios para a elaboração de uma sequência didática sobre os conceitos de perímetro e área, utilizando estratégias diferenciadas e a inserção de recursos tecnológicos.

1.3 Objetivos

Mediante a problemática de se ter um ensino de perímetro e área que não apresenta resultados satisfatórios, será desenvolvida uma sequência didática que vise o aprendizado dos conceitos de perímetro e área de maneira significativa e motivadora, de tal forma que esses conceitos não sejam memorizados e sim incorporados aos conhecimentos do aluno. Para tanto, tem-se como objetivo investigar se o estudo de perímetro e área de figuras planas torna-se mais fácil quando se faz uso de ladrilhamento, composição e decomposição das figuras, assim como investigar se uma sequência de atividades que trabalhe detalhadamente a diferença entre os conceitos de perímetro e área apresenta resultados significativos no aprendizado desses conceitos e se no final desse processo a generalização e o uso de fórmulas são favorecidos pelo trabalho empírico realizado inicialmente como, por exemplo, para o cálculo da área do retângulo.

1.4 Organização do texto

No capítulo 2 é apresentado um breve estudo histórico sobre os conceitos de perímetro e área, assim como a análise de duas coleções de livros didáticos, buscando entender como os autores dessas coleções dimensionam a importância da geometria no Ensino Fundamental e como os conceitos de perímetro e área são abordados. Também são apresentados resultados de um teste realizado com um grupo de alunos que já estudou esses conceitos na série anterior, verificando o desempenho desses alunos. São apresentados ainda trabalhos correlatos a este assunto.

No capítulo 3 são feitas considerações sobre a metodologia de pesquisa escolhida para desenvolver o trabalho, as ideias iniciais que nortearam a elaboração da sequência didática, hipóteses e pressupostos sobre como devam ocorrer as atividades e o que se espera obter como resultado, uma tabela com as estratégias e ações a serem desenvolvidas, a sequência didática a ser aplicada e os meios para a obtenção de dados que serão analisados posteriormente.

No capítulo 4 é descrito todo o processo ocorrido durante a aplicação da sequência e é feita a análise de todas as resoluções das atividades dos alunos. Além disso, são validadas as hipóteses formuladas antes do desenvolvimento da prática de ensino.

No capítulo 5, como finalização desse estudo, são apresentadas as conclusões e análises sobre o efeito desse trabalho em relação ao aprendizado e conhecimento dos alunos, a respeito das possibilidades de utilização das mídias digitais e recursos de tecnologia, assim como a reação dos colegas professores.

2 Breve estudo sobre o ensino de perímetro e área

Este trabalho tem como preocupação essencial o ensino de perímetro e área, por isso julgou-se interessante apresentar um breve estudo histórico sobre os mesmos. Além disso, é apresentada neste capítulo uma análise sobre o ensino usual, assim como uma análise teórica de alguns livros didáticos. Junto a essa análise, realizou-se um questionário diagnóstico, para identificar as dificuldades dos alunos e também os aspectos referentes a esses conceitos que ainda não haviam sido assimilados por alunos que já haviam estudado esses conceitos em séries anteriores. Por fim, são apresentados trabalhos de outros pesquisadores em Educação Matemática relacionados com esta temática.

2.1 Estudo histórico sobre o cálculo de perímetro e área

Fazer afirmações sobre as origens da matemática, seja da aritmética, seja da geometria, é sempre arriscado, afirma (BOYER, 1974). Segundo esse autor, o conceito de número inteiro é o mais antigo na matemática e sua origem se perde na pré-história, sendo que considera os primórdios do assunto mais antigos que a arte de escrever. Os poucos registros que servem como base para essas afirmações estão em artefatos que resistiram ao tempo e ainda hoje são interpretados.

Para Heródoto e Aristóteles, as origens estão na civilização egípcia. Heródoto acreditava nisso, pois relacionava o surgimento da geometria com a necessidade prática daquele povo de fazer novas medidas de terras após cada inundação do vale do rio Nilo. Já para Aristóteles, o fato de existir no Egito uma classe sacerdotal com tempo para o lazer, foi o que conduziu ao estudo da geometria.

Essas duas teorias se opõem: uma defende que a origem fosse a partir das necessidades práticas e a outra defende a origem no lazer sacerdotal. Porém, para (BOYER, 1974) ambas possuem um ponto em comum: os geômetras egípcios utilizavam-se de cordas para desenhar as bases dos templos e para realizar as demarcações de terras apagadas pelas inundações. Nem Heródoto nem Aristóteles podem ser contestados, porém, os desenhos e figuras registradas pelo homem já no período neolítico deixam evidente uma preocupação com relações espaciais, o que abriu caminho para a geometria já naquele período. Alguns exemplos são os desenhos em potes e tecidos que mostram congruência e simetria.

Os registros mais importantes que resistiram ao tempo são encontrados em papiros egípcios, datados de três milênios e meio atrás. O Papiro de Rhind, o mais extenso dos que contêm conteúdos matemáticos, possui aproximadamente 0,3 metros de altura e 5 metros de comprimento. Foi comprado em 1858 por um antiquário escocês, Henry Rhind, e também é chamado de Papiro de Ahmes em homenagem ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C.. Os números e outros assuntos deste papiro não estão escritos na forma hieroglífica, utilizada na época, mas numa escrita mais cursiva, adaptada ao uso da pena, conhecida como hierática. Este papiro representou uma importante contribuição à numeração e é um dos fatores que justifica a eficácia do sistema de numeração em uso hoje.

Muitos problemas contidos no papiro de Rhind são relativos às necessidades do cotidiano, como divisão do pão e da cevada. Outros, porém, têm características de enigmas ou recreações matemáticas e outros envolvem a geometria.

No problema 51, Ahmes apresenta o cálculo da área de um triângulo isósceles, que era calculada tomando a metade do que chamaríamos de base e multiplicando essa medida pela altura do triângulo. Esse método é justificado por Ahmes, pois sugere que o triângulo isósceles pode ser dividido em dois triângulos retângulos que, reorganizados e colocados juntos formam um retângulo. Esse método é semelhante ao que se utiliza hoje na decomposição de figuras para o cálculo de áreas.

No problema 52, Ahmes apresenta e justifica o cálculo para a área do trapézio isósceles. Sugere que, para o cálculo da área de trapézio de bases 6 e 4 e altura 20, deve-se somar as metades das medidas das bases e multiplicar por 20, cálculo semelhante ao que fazemos hoje.

No problema 50, o escriba apresenta a regra egípcia, por aproximação, para achar a área do círculo e é considerada um dos maiores sucessos da época. Neste problema, o escriba Ahmes assume que a área de um setor circular com diâmetro de 9 unidades é a mesma de um quadrado com lado medindo 8 unidades.

Comparando essa regra com a fórmula $A = \pi r^2$, vemos que equivale aproximadamente a atribuir a π o valor ${}^{31}/_{6}$, mas não há sinal de que Ahmes soubesse que as áreas de seu círculo e de seu quadrado não eram exatamente iguais.

Outros problemas, como os de 48 a 53, também tratam da área do círculo, de triângulos, quadrados e retângulos. Porém, a geometria dos egípcios apresentava uma deficiência séria que era a falta de distinção entre as relações que são exatas e aquelas que são aproximações.

Além do papiro de Rhind, outros como o papiro de Kahun, o papiro de Berlim, as pranchas de madeira de Akhmin (Cairo, 2000 a.C.), o papiro de Moscou, apresentam contribuições ao estudo da matemática. No entanto, os papiros de Ahmes e de Moscou são as principais fontes de inspiração e indicam a tendência e a direção do ensino da matemática no Egito. Mesmo sendo fontes antigas, a matemática egípcia parece ter sido uniforme durante sua longa história, apesar de ser marcada pela falta de procedimentos mais gerais e os problemas todos basicamente tratarem de soluções para situações do dia a dia.

Somente com a cultura grega é que a matemática adquiriu consistência, sendo apresentada com maior rigor e generalidade. Para (AABOE, 1984), foram os gregos que deram um papel central à formalização e à demonstração de teoremas, dando assim à matemática a forma que ela conserva até hoje.

Por volta de 700 a.C. existia um intenso intercâmbio comercial entre a Grécia e o Egito. Além da troca de mercadorias, ocorriam trocas de ideias e foi assim que os gregos, sedentos por conhecimento, procuraram os sacerdotes egípcios para se instruírem. Dentre os que usufruíram deste intercâmbio, estavam Tales (640 - 546 a.C.), Pitágoras (580?-500? A.C.) e Platão (431- 404 a.C.), que direcionaram esse conhecimento para novas linhas de pensamento. Neste sentido, (CAJORI, 2007) refere-se à Grécia como um povo em dívida com o Egito no que diz respeito à geometria elementar. Os gregos possuíam uma forte tendência especulativa, um sentimento muito forte em descobrir as razões das coisas e encontravam prazer em relacionar ideias.

Informações sobre a história da geometria grega antes de Euclides, segundo (CAJORI, 2007), são raras e esparsas, pois poucos registros foram feitos por escritores antigos. As descobertas de Tales e Pitágoras, por exemplo, quase não possuem registro, somente breves comentários juntamente com a obra de Euclides. A aplicação da geometria em usos práticos é atribuída a Tales, assim como o cálculo da altura das pirâmides egípcias através de razão e proporção, e ainda, alguns teoremas: o da igualdade dos ângulos opostos pelo vértice; o da igualdade dos ângulos da base de um triângulo isósceles; o da bissecção de um círculo por seu diâmetro; e o da congruência de dois triângulos que possuam um lado igual e dois ângulos adjacentes a esse lado também iguais.

Porém, segundo (BOYER, 1974), não há documento antigo que possa ser apontado como prova de que todos esses teoremas realmente tenham sido provados por Tales.

Já a geometria dos pitagóricos estava muito voltada para o cálculo de áreas, e a Pitágoras é atribuído o importante teorema do quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo ser igual à soma dos quadrados dos catetos, além de outras importantes contribuições relativas a áreas e construções de sólidos regulares. Já Platão contribuiu com valiosos avanços em lógica, métodos de emprego da geometria e a invenção da análise como método de prova para descobertas de soluções.

Por volta de 300 a.C., segundo (CAJORI, 2007) e (BOYER, 1974) surge na história Euclides, que fazia parte de um grupo de sábios que foram convidados a criar, na Universidade de Alexandria, a escola matemática. Euclides é autor do texto matemático mais bem sucedido - Os Elementos - escrito por volta de 330 a 320 a.C. e da natureza do seu trabalho presume-se que Euclides tenha sido discípulo de Platão, ou até mesmo tenha feito parte da academia de Platão.

Os Elementos estão divididos em 13 livros ou capítulos e nele estão expostos todos os conhecimentos que os gregos desenvolveram, desde a época de Tales. Nesses treze livros, Euclides incorpora todo o conhecimento matemático acumulado de sua época, com algumas exceções. O que chama a atenção para o seu texto, segundo (AABOE, 1984), é a apresentação do material sob uma forma sistematicamente organizada.

Na obra Os Elementos, podemos encontrar vários resultados relativos a figuras planas. Já no primeiro livro, Euclides refere-se à área do paralelogramo e do triângulo. É neste livro que apresenta a demonstração do Teorema de Pitágoras (proposição 47), a construção de um quadrado de área igual à de um triângulo, a seção de ouro, esta juntamente com o Teorema de Pitágoras, são introduzidas como propriedades de área. (AABOE, 1984) destaca em sua análise sobre os Elementos que, para Euclides, figuras sobrepostas que se ajustam eram consideradas figuras de mesma área. Além disso, destaca a preocupação de Euclides em demonstrar teoremas gerais, suficientemente fortes para lhe permitir resolver problemas cruciais, como o da construção do pentágono. No livro I ainda apresenta parte das propriedades mais elementares para demonstrar a congruência de triângulos através da igualdade de áreas.

No livro V, Euclides desenvolve a teoria das proporções, provando teoremas relativos a razões e proporções que aparecem em triângulos, paralelogramos e outros polígonos que são semelhantes, utilizando para isso resultados relativos à área. Desenvolve a demonstração de que triângulos ou paralelogramos de bases iguais situados entre as mesmas retas paralelas são congruentes. (BOYER, 1974) também destaca o uso da palavra "igual" para a qual Euclides refere-se a figuras que possuem mesma área. Essas demonstrações são feitas através da decomposição de figuras congruentes.

Assim como praticamente toda a matemática grega, os Elementos de Euclides refere-se mais à área como região delimitada por uma figura do que por um valor numérico atribuído a essa região, e o mesmo acontece com os demais conteúdos: a representação geral é feita através da geometria.

Os Elementos, além de constituírem a mais antiga obra matemática grega importante a chegar até nós, é também, para (BOYER, 1974), a mais influente de todos os tempos. Muitos autores tentaram melhorar a obra original, sendo estas versões publicadas nos séculos X e XII. Outros, dos séculos XVIII e XIX, como Alexis Claude Clairaut (1713-1765), Adrien-Marie Legendre (1752-1833), Jacques Salomon Hadamard (1865-1963) tentaram revisar a obra de Euclides. Para isso utilizaram uma linguagem mais natural, porém, sem todo o rigor da obra de Euclides, no caso de Clairaut. Já as obras de Legendre e Hadamard têm como proposta aprimorar pedagogicamente para o uso escolar e acadêmico dos Elementos de Euclides.

2.2 Ensino usual e análise teórica de livros didáticos

Para realizar esta análise, consideraram-se relatos de outros professores sobre as experiências destes em relação ao ensino dos conceitos de perímetro e área e as estratégias de ensino utilizadas pelos mesmos.

Estes relatos revelaram que existe uma preocupação em relação ao ensino de geometria no ensino fundamental, pois este tem tido pouco destaque nas aulas de matemática, chegando muitas vezes a nem constar determinados conteúdos no currículo de 5ª à 8ª série.

O ensino de perímetro e área geralmente se dá na 7ª ou 8ª série, partindo de situações nomeadas como problemas, para as quais os alunos devem buscar solução. Inicia-se com o ensino de perímetro com situações nas quais é proposto ao aluno que meça os lados de uma figura qualquer, nomeando esta medida como perímetro da figura. Parte-se então para exercícios em que geralmente a figura que aparece é um retângulo, por exemplo, um terreno retangular que, fornecidas as medidas, o aluno deve calcular quantos metros de arame foi utilizado para cercá-lo.

Na sequência, inicia-se o estudo de área. Para isso são utilizados exercícios em que aparece primeiramente o retângulo com as medidas dos seus lados. Os alunos são orientados a ladrilharem este retângulo, dividindo-o em quadrados que utilizam uma unidade de medida como centímetro ou metro. Feita a contagem das unidades que compõem o retângulo, parte-se para induzir o aluno ao seguinte raciocínio: são x fileiras e em cada fileira tem-se y quadradinhos. Para saber o total de quadradinhos tem-se que multiplicar x por y e utilizar a unidade de medida elevada ao quadrado. Em seguida, é apresentada aos alunos uma sequência de exercícios que levam esta explicação como modelo. Para outras figuras, como triângulo, trapézio, o cálculo da área é feito diretamente através do uso da fórmula.

Já na 8ª série, são exploradas outras situações que tratam de outros conteúdos, mas envolvem o cálculo de áreas para se chegar à solução. São utilizados, por exemplo, problemas a serem resolvidos utilizando-se a equação do 2º grau, envolvendo área de terrenos em que as medidas são total ou em parte desconhecidas.

Perante esta análise, percebe-se que os conceitos de perímetro e área são abordados diretamente com fórmulas somente nas séries finais do ensino fundamental, quando deveriam ser desenvolvidas ao longo de todo esse período de escolarização. Outro fator a destacar é a ausência do ensino de área através do ladrilhamento, composição e decomposição de figuras.

Para melhor fundamentar esta análise, buscou-se também verificar o que é proposto nos livros didáticos utilizados pelos alunos, observando-se a forma como os conteúdos perímetro e área são tratados.

A análise é baseada nas coleções *Matemática na medida certa* - Jakubo, Lellis, Centurion, Editora Scipione, 2002; *Tudo é Matemática* - Luiz Roberto Dante, Editora Ática, 2008.

A coleção *Matemática na medida certa* foi estudada, pois a mesma é utilizada pelos alunos que participaram da atividade didática desenvolvida. Já a coleção *Tudo é Matemática* foi estudada, pois atualmente é considerada uma boa coleção pelos especialistas da área.

Os autores da coleção *Matemática na medida certa* para a 5ª série, antes de iniciarem com o conceito de perímetro apresentam algumas unidades de medida, propõem atividades em que os alunos devem fazer a medição de alguns objetos, para em seguida definirem formalmente o que é perímetro de um polígono. Definem que perímetro de qualquer polígono é a soma das medidas de seus lados. Apresentam alguns problemas que envolvem o cálculo de medidas de terrenos retangulares, para em seguida apresentar dentro dos exercícios, outras figuras, como triângulo escaleno, losango e trapézio.

Para o conceito de área, o livro apresenta uma figura e a unidade de medida cm^2, faz o ladrilhamento da figura, sendo cada quadradinho com 1 cm de lado e define a área como sendo a medida de uma superfície. Em seguida apresenta as unidades m^2 e km^2 para o uso em cálculo de superfícies maiores, como uma cidade. A área do retângulo é calculada em seguida usando como exemplo um problema de ladrilhamento do chão de uma sala, e define a área de um retângulo como o produto da medida de seu comprimento pela medida de sua largura. O mesmo faz com a área do quadrado, que define como sendo l^2, onde l é a medida do lado do quadrado. Em seguida, traz alguns exercícios que envolvem basicamente a área do retângulo, sendo que os exercícios exigem a memorização das fórmulas.

Já no livro destinado à 6ª série, os autores tratam o assunto como sendo uma revisão e apresentam o m^2, seus múltiplos e submúltiplos, alguns exemplos e regras de conversão de medidas e, em seguida, exercícios que necessitam da memorização das regras apresentadas.

No livro da 7ª e 8ª séries, o cálculo de áreas é utilizado para exemplificar operações com monômios e polinômios e alguns outros exercícios esporádicos como, por exemplo, um quadrado de lado *x* e pede-se para determinar, através de uma igualdade, a área e o perímetro desta figura.

Em nenhum momento faz-se referência ao uso de tecnologias como softwares de geometria dinâmica e o aluno está sempre colocado na função de receptor de conteúdos, não sendo instigado a investigar, construir por meios próprios seus conhecimentos.

Na coleção *Tudo é Matemática*, o autor apresenta os conceitos e vai aprofundando-os aos poucos, retomando e ampliando-os ao longo das quatro séries.

Inicia utilizando como exemplo a construção de uma casa e fala sobre os diferentes materiais que são utilizados nela e as quantidades necessárias de cada material. Apresenta uma série de figuras com diferentes formatos para definir perímetro como a medida do comprimento de um contorno. Em seguida, através de uma situação leva o aluno a pensar sobre o perímetro de um círculo, e sempre através dos resultados dos exercícios apresenta as definições e fórmulas para o cálculo do perímetro das diferentes figuras.

Apresenta também informações relacionadas a outras áreas do conhecimento, como geografia, ciências. Em seguida, propõe outra atividade que usa o conceito de área em sua resolução, faz a contextualização histórica, e novamente através de atividades, leva o aluno a trabalhar com uma malha quadriculada para a compreensão das unidades de medida utilizadas no cálculo de áreas. Em seguida, apresenta exercícios que exploram o ladrilhamento para chegar à fórmula do cálculo da área do retângulo e do quadrado. Para o paralelogramo, utiliza a decomposição deste em retângulo e triângulos. Na sequência, traz exercícios e a definição de área para o triângulo e o trapézio. Faz uso de problemas contextualizados, de quadriculados e da composição e decomposição de figuras frequentemente.

A participação do aluno é exigida na maior parte das atividades na construção das figuras. As fórmulas das principais figuras já são apresentadas no livro da 5ª série, mas situações que envolvem composição e decomposição são apresentadas ao longo da coleção, aprofundando e exigindo mais do aluno, conforme a série em que se encontra.

Em diversos momentos apresenta textos contextualizando historicamente os assuntos que são apresentados em alguns exercícios, juntamente com fotos de artefatos históricos e obras de artes.

Além disso, o autor tem um cuidado muito grande ao apresentar situações em que tenta mostrar ao aluno que não é necessária a memorização de fórmulas, e sim a compreensão dos conceitos que estão sendo apresentados.

2.3 Dificuldades de aprendizagem dos alunos

Para esta análise, alguns colegas que atuam como professores do ensino fundamental foram questionados sobre quais são os erros que geralmente os alunos cometem quando o assunto em estudo é perímetro e área de figuras planas. As respostas destacam o mesmo erro: os alunos confundem os conceitos trocando área por perímetro e vice-versa. Uma colega que trabalha com 6ª e 7ª séries, destaca algumas causas dessa dificuldade: muitos alunos não compreendem definições e conceitos que não são os propriamente de perímetro e área e cita como exemplo as unidades de medida. Relatou que em vários momentos quando solicita atividades que envolvam cálculo de perímetro, a resposta apresentada é o valor numérico, muitas vezes até correto, acompanhado da unidade de medida cm^2, por exemplo.

Os professores consultados assumem sua responsabilidade diante destas dificuldades apresentadas pelos alunos: nem sempre é possível preparar uma aula que demande mais tempo com atividades práticas, permitindo ao aluno explorar mais situações que envolvam o uso de instrumentos de medida, desenhos, representações gráficas para a resolução das atividades e assim, como consequência, uma melhor compreensão destes conceitos. As aulas ministradas sempre com a preocupação de dar conta dos conteúdos programados para aquela série acabam sendo direcionadas para o caminho mais curto: aplicação das fórmulas tanto para a conversão de medidas quanto para o cálculo de perímetro e área de diferentes superfícies.

Para saber as dificuldades do ponto de vista dos alunos, uma turma de 7ª série foi convidada a responder um questionário. Este foi utilizado para identificar os aspectos dos conceitos de perímetro e área ainda não apropriados pelos alunos. As questões foram preparadas visando explorar os conceitos e o uso correto destes, sem a necessidade de aplicar fórmulas para encontrar a solução, e sim, utilizando processos de contagem.

O grupo era constituído de 22 alunos da 7ª série do Ensino Fundamental da Escola Estadual William Richard Schisler de Porto Alegre. Este questionário foi composto por 6 atividades buscando descobrir qual a concepção do aluno sobre os conceitos de perímetro e área e quais estratégias de resolução utilizariam para descobrir o perímetro e área das figuras apresentadas. Esta série foi escolhida considerando-se que na série anterior o aluno já teve contato com o conteúdo abordado.

A primeira pergunta apresentada foi a seguinte:

Para você, o que significa perímetro de uma superfície geométrica? Dê um exemplo de unidade de medida utilizada para o cálculo de perímetro.

Esta pergunta tinha por objetivo identificar, através da escrita, qual é o conceito de perímetro por parte do aluno e se este saberia relacionar o perímetro com a uma unidade correspondente.

Como resultado, tem-se que apenas 18% dos alunos conseguiram relacionar perímetro com a distância que circunda um objeto bidimensional, e outros 22% dos alunos responderam que perímetro é o tamanho (altura e comprimento) das faces de um objeto. Estes 40% dos alunos conseguiram identificar uma unidade de perímetro, como cm e m.

A segunda pergunta apresentada foi:

Para você, o que significa área de uma superfície geométrica? Dê um exemplo de unidade de medida utilizada para o cálculo de área.

Esta pergunta tinha por objetivo identificar qual o conceito de área que o aluno possui e se saberia relacionar a área com uma unidade de medida correspondente.

Como resultado, obteve-se que 22% dos alunos conseguiram associar área com quantidade de espaço utilizada por uma figura e apenas 9% apresentaram uma unidade de área, como m^2.

A terceira pergunta apresentada foi:

Sabendo que cada quadrado do quadriculado abaixo tem 1 u. a. (unidade de área), quantos □ cabem em cada figura abaixo? Qual é o perímetro de cada figura?

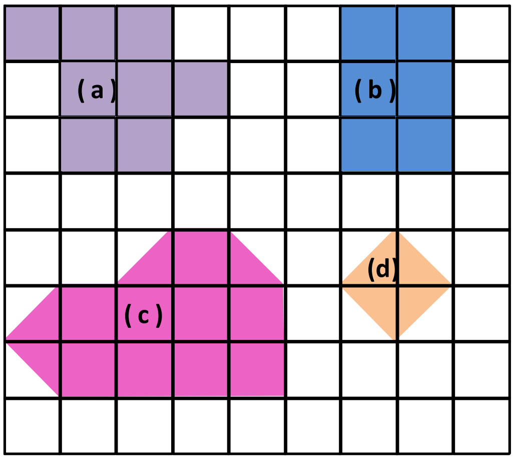


Figura 1 - Imagens da atividade 3

Esta questão objetivava a apresentação de uma unidade de área (u. a.) determinada pelo quadradinho, sendo que o aluno deveria determinar a área das formas geométricas através da malha quadriculada e o perímetro, contando as unidades do contorno.

A área das figuras (a) e (b) era de fácil obtenção através da contagem de quadradinhos, e para o perímetro, bastava a contagem dos lados dos quadradinhos que compunham o contorno das formas geométricas.

No entanto, propositalmente, a contagem dos quadradinhos nas figuras (c) e (d) necessitava de outro tipo de estratégia: a remoção de triângulos para a composição de quadradinhos. Assim, para o cálculo da área esperava-se que encontrassem 2 u.a. na figura (d) e 11 u.a. na figura (c). Já para o cálculo do perímetro dessas duas formas geométricas, esperava-se que os alunos percebessem a diferença de tamanho entre o lado de um quadradinho e sua diagonal, levando isso em consideração na contagem, apresentando respostas como: o perímetro da figura (d) é a medida de 4 diagonais do quadradinho e da figura (c) é de 8 lados do quadradinho e 4 diagonais. Não se esperava aqui o uso do teorema de Pitágoras, e sim respostas baseadas na contagem de unidades de diferentes tamanhos.

O resultado obtido foi que para as figuras (a) e (b), o cálculo do perímetro foi totalmente ignorado pelos alunos, já para o cálculo da área, 90% dos alunos apresentaram respostas certas. Já para as figuras (c) e (d), novamente o cálculo do perímetro foi ignorado, mas, o cálculo da área foi realizado, sendo que na figura (d), 54% dos alunos acertaram, e na figura (c), 59% dos alunos acertaram. Percebe-se, porém, uma queda significativa de acertos no caso das figuras (c) e (d). Analisando os questionários, podemos observar que nas figuras (a) e (b) os alunos apenas realizaram a contagem das unidades, estratégia que nas figuras (c) e (d) não resultaria em acerto. Os alunos que acertaram utilizaram como estratégia a transferência das metades da unidade para outras partes da figuras, utilizando duas metades para formar um quadradinho. Apenas um aluno respondeu que na figura (d), por exemplo, precisamos das 4 metades para formar dois quadrados, expressando através da escrita a estratégia utilizada.

A pergunta 4 foi apresentada da seguinte forma:

Quais das figuras abaixo possuem a mesma área? Justifique a sua resposta.

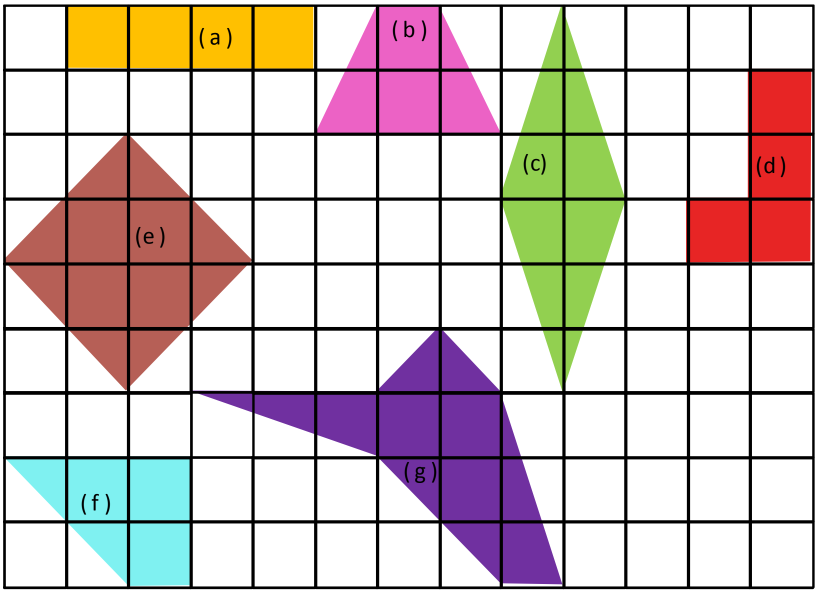


Figura 2 - Figuras planas que compõe a Atividade 4.

O objetivo desta questão era descobrir se o aluno já havia se familiarizado com a palavra área, e diferente da questão anterior, não foi solicitado o cálculo do perímetro. As formas geométricas que possuiam a mesma área eram (a), (b), (d) e (f) com 4 u.a.; (e) e (g) com 8 u. a. e a (c), com 7 u.a. era a única que não tinha outra de área equivalente.

O resultado foi que 63% dos alunos identificaram apenas as formas geométricas (a) e (d) com áreas equivalentes e 1 aluno apenas identificou as formas geométricas (a), (b), (d) e (f) como equivalentes. Os demais alunos erraram completamente a resposta.

A quinta pergunta apresentada referia-se ao perímetro:

Das figuras que possuem a mesma área, quais possuem o mesmo perímetro?

O objetivo desta questão era que, utilizando os blocos de figuras com áreas equivalentes encontrados no exercício anterior, calculassem o perímetro de cada uma delas, e identificassem as figuras que apresentam mesma área e mesmo perímetro.

Nas respostas, 9% dos alunos responderam incorretamente que as formas geométricas (b) e (f) tinham o mesmo perímetro e 9% responderam corretamente que (a) e (d) tinham o mesmo perímetro. Os demais 82% dos alunos não souberam responder a questão.

A sexta e última questão apresentada segue abaixo:

Calcule o perímetro e a área da figura abaixo:

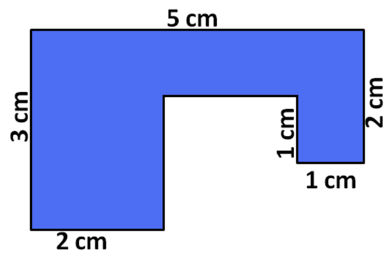


Figura 3 - Região plana que compõe a Atividade 6

Para o cálculo do perímetro, apenas 9% dos alunos apresentaram resposta correta, inclusive foram estes os únicos alunos que responderam a questão. Já para o cálculo da área, 22% dos alunos apresentaram como resposta 15 u. a., pois utilizaram como estratégia o cálculo "base x altura" desconsiderando o fato de que a figura não é um retângulo. Outros 22% apresentaram valores aleatórios, e os demais não responderam.

Mediante o baixo número de acertos em praticamente todas as questões, conclui-se que poucos alunos entendem o que é calcular área e perímetro de figuras planas, mesmo já tendo estudado este conteúdo na série anterior.

Esta constatação é preocupante, pois, desde a 5ª série os alunos são constantemente colocados diante de situações que exigem a compreensão destes conceitos em várias áreas do currículo, como geografia e ciências, porém, pode-se afirmar que até este momento não se apropriaram dos conceitos de perímetro e área.

2.4 Trabalhos correlatos

Analisando algumas pesquisas já realizadas sobre essa temática, percebe-se que o ensino de perímetro e área está sendo repensado e novas propostas estão sendo desenvolvidas.

Conforme destacam os PCN´s, a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o ensino de medidas. Para o ensino de medidas, não especificamente medidas de comprimento, sugerem que o aluno deve obter e expressar resultados, tanto quanto de medidas de comprimento, como de massa, tempo, capacidade, superfície, volume, densidade e velocidade e resolver situações-problema envolvendo essas medidas.

Para o ensino de áreas, sugerem que seja abordado através de atividades que explorem a composição de figuras, como ladrilhamento, tangrans, fazendo com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por outras determinadas figuras, como triângulos equiláteros, quadrados, retângulos e hexágonos regulares. Para facilitar o cálculo de área, proporcionar ao aluno atividades que o levem a descobrir que toda figura poligonal pode ser composta ou decomposta por outra, como por triângulos, facilitando assim a cálculo da área.

Outra publicação analisada é a de (CHIUMMO, 1998). Em seu estudo, desenvolvido com professores de matemática do ensino fundamental, aplica uma proposta didática para o ensino-aprendizagem do conceito de área. Para fundamentar sua proposta, realiza um estudo histórico, epistemológico, e sobre a transposição didática do conceito de áreas de figuras planas. Primeiramente, realiza um estudo inicial com professores do ensino fundamental tendo como objetivo elaborar uma sequência didática que pudesse ser utilizada em sala aula, auxiliando os professores no ensino destes conceitos.

Seu trabalho foi norteado pelas seguintes hipóteses:

A abordagem proposta por alguns professores não desenvolve nos alunos uma concepção do conceito de área que permita relacionar o conceito de área e suas diferentes representações numéricas.

Uma capacitação de professores que possa induzi-los a construírem situações de ensino-aprendizagem do conceito de área que levem os alunos a desenvolverem a noção de superfície e área trabalhando com ladrilhamento, composição e decomposição;

A necessidade de diferenciar área e perímetro para uma melhor aquisição do conceito de área;

Um estudo das fórmulas de área e de perímetro de superfícies usuais feito com os invariantes geométricos das figuras favorece a construção da noção de área como grandeza.

A construção de situações para a sala de aula nas quais o ponto de vista dinâmico intervém, favorecendo o estudo dos invariantes geométricos, que permite conservar uma área e por consequência a aprendizagem do conhecimento relacionado a comprimentos e áreas.

Seu estudo baseou-se na linha da Didática Francesa apoiando-se na noção de obstáculo para estudar os fenômenos do ensino e aprendizagem, assim como utilizou ainda a dialética "ferramenta-objeto" e o jogo de quadros (do geométrico para o numérico), conceitos desenvolvidos por Régine Douady.

Outro trabalho analisado foi de (SECCO, 2007). Este autor se propôs a investigar o uso da composição e decomposição de figuras planas, obtendo a demonstração de fórmulas, como o conceito de área pode ser apresentado de maneira significativa e motivadora a alunos de 8ª série do ensino fundamental.

Seu trabalho foi norteado pelas seguintes questões:

Como o processo de reconfiguração de figuras poligonais contribui para a apropriação do conceito de área de um polígono?

Como esse processo favorece a passagem do empírico para o dedutivo?

Sua pesquisa foi fundamentada nos pressupostos teóricos de Duval e suas diferentes formas de apreender uma figura. Na teoria de Vergnaud, sobre os campos conceituais, em Parzysz, sobre os níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico, nas ideias de Freudenthal sobre a organização local em processo dedutivo, e nos pressupostos teóricos da geometria dinâmica com a utilização do software Cabri-Géomètre. Para o desenvolvimento de uma sequência didática, baseou-se na metodologia da engenharia didática.

Em seu estudo, (SECCO, 2007) concluiu que o processo de reconfiguração de figuras poligonais contribuiu para que os alunos se apropriassem melhor do conceito de área de um polígono e que esse processo favoreceu a passagem do empírico para o dedutivo.

3 Projeto Pedagógico

Neste capítulo serão feitas algumas considerações sobre a metodologia de pesquisa escolhida para desenvolver o trabalho, as ideias iniciais que nortearam a elaboração da sequência didática, hipóteses e pressupostos sobre como deveriam ocorrer as atividades e o que se esperava obter como resultado, uma tabela com as estratégias de ações que foram desenvolvidas, a sequência didática aplicada e os meios utilizados para a obtenção de dados que foram analisados posteriormente.

3.1 Sobre Engenharia Didática

Criado na área de Didática das Matemáticas, na França, na década de 1980, a Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa desenvolvida por (ARTIGUE, 1996). A autora compara este termo ao trabalho de um engenheiro que, para realizar um projeto com êxito, necessita de conhecimentos científicos que são de seu domínio para enfrentar situações para as quais as teorias existentes ainda não encontraram solução.

Uma engenharia didática divide-se em quatro etapas:

Análises preliminares: são as análises que servem de base para a construção da sequência didática. Escolhe-se o objeto de estudo considerando-se os objetivos da pesquisa. Esta escolha deve estar baseada num estudo histórico dos conteúdos, assim como do ensino usual e seus resultados. Além disso, deve-se levar em consideração a análise das concepções e dificuldades dos alunos.

Elaboração e concepção da sequência didática e da análise à priori das atividades: nesta etapa são feitas as escolhas didáticas para a elaboração da engenharia didática, levando em consideração as análises feitas na etapa (i), justificando cada uma das escolhas e analisando à priori a sequência de ensino preparada, prevendo procedimentos e intervenções que podem ocorrer durante o desenvolvimento das atividades.

Realização da experimentação: organização da experimentação e aplicação da sequência de ensino aos alunos, com acompanhamento do professor pesquisador.

Análise posterior. Nesta fase são analisadas e interpretadas as informações obtidas na aplicação da sequência didática. Confrontando-se a análise anterior e a posterior, valida-se ou não a questão da pesquisa.

Este trabalho utiliza-se de uma adaptação muito simplificada dessa teoria, mais como uma espécie de roteiro para as reflexões sobre a ação, no desenvolver da ação, e após a ação.

3.2 Concepção do projeto

Segundo os PCN'S, é bastante comum os alunos confundirem as noções de área e de perímetro ou estabelecerem relações não verdadeiras entre elas, como, por exemplo, ao compararem dois polígonos concluem que a figura de maior área tem necessariamente maior perímetro e vice-versa. Uma das justificativas é que raramente os alunos são colocados diante de situações-problema em que as duas noções estejam presentes.

Outro aspecto observado é em relação à obtenção de fórmulas. Os resultados de trabalhos publicados nessa área mostram que os alunos, que aprenderam mecanicamente as fórmulas, costumam aplicá-las de forma mecânica e obtêm resultados sobre os quais não têm nenhum tipo de crítica e controle e acabam esquecendo os mesmos rapidamente. Assim, justifica-se que o trabalho com áreas deve ser desenvolvido com procedimentos que favoreçam a compreensão das noções envolvidas, como obter a área pela decomposição e composição de uma figura em outra cuja área eles já saibam calcular.

A criação da sequência didática espera auxiliar o aluno nesse sentido: a construir o significado dos conceitos de perímetro e área de figuras planas através da decomposição e composição de figuras (recorte e sobreposição de figuras) e por procedimentos de contagem, com o uso de ladrilhamento e do papel quadriculado.

A decomposição e composição de figuras geométricas é um processo que envolve a operação de reconfiguração. Espera-se que, com esse processo, o aluno consiga entender os conceitos de perímetro e área utilizando a comparação entre diferentes superfícies, comparando diferentes figuras.

Esse processo permite que o aluno resolva problemas através de diferentes abordagens, como medir a área por adição e subtração de partes elementares, encontrar reagrupamentos equivalentes, reconstruir uma figura, utilizando como base uma figura inicial, possibilitar ao aluno que descubra por seus próprios meios como chegar a uma solução verdadeira utilizando a decomposição de figuras.

Outro aspecto que é evidenciado pela composição e decomposição é a possibilidade de relacionar áreas de duas figuras com outra tomada como unidade de área, verificando quantas unidades cabem em cada uma das figuras, evidenciando assim a relação entre superfície ocupada e quantidade de área representada por um valor numérico.

Portanto, para elaborar a sequência didática foram considerados os dados obtidos no teste preliminar e nos estudos realizados acerca do tema. Desta forma, as atividades estão divididas em diferentes momentos, sendo que, inicialmente, privilegiou-se um estudo rápido dos conceitos em diferentes contextos, pois acredita-se que os conceitos de área e perímetro devam ser explorados em diferentes situações práticas em que essas grandezas aparecem.

O vídeo, para esta etapa inicial, serviu como um instrumento sensibilizador para uma situação em que a matemática deve ser percebida e compreendida para a solução de uma situação prática.

Nas etapas seguintes privilegiou-se o uso de material concreto para o trabalho de forma empírica, abordando os conceitos através da reconfiguração de figuras. Nestas atividades fez-se necessário o uso de transformações geométricas para a resolução das atividades.

3.3 Hipóteses e Pressupostos

Nesta secção serão apresentadas hipóteses e pressupostos que, após realizada a prática didática, através da análise dos dados, serão validadas ou não.

1. Como o trabalho foi desenvolvido com alunos de 6ª série, pressupôs-se que nesta fase os alunos já possuíssem conhecimentos sobre grandezas, como unidade de comprimento, massa, capacidade, temperatura e unidade de tempo. Especialmente sobre unidades de comprimento, supôs-se que já possuíam conhecimentos sobre o metro, seus múltiplos e submúltiplos, e que já tivessem percebido o seu uso em diferentes contextos.

Porém, se fez necessário investigar que conhecimentos eram estes, como o aluno interpretaria as informações contidas nos textos, se ele era capaz, com o conhecimento que possuía, de fazer a correta interpretação da informação que lhe estava sendo apresentada.

Não basta o aluno saber que perímetro é a medida do contorno de uma figura, é necessário que ele saiba aplicar esta definição em diferentes contextos. Entender, por exemplo, que se nas aulas de geografia o professor fala que a cidade x tem n km^2, ele precisa fazer a relação de que a área daquela cidade, em km^2, é igual a n unidades.

2. Supôs-se que os alunos perceberiam, através da pesquisa, que as grandezas estão presentes em diversos contextos, que muito daquilo que usamos e conhecemos pode ser quantificado, e que para cada tipo de situação se faz necessário utilizar uma unidade de medida adequada.
3. Supôs-se também que os momentos de discussão e exposição de ideias seriam de extrema importância para entender o que os alunos estavam pensando e que conhecimentos já possuíam, e que esses momentos seriam utilizados pelos alunos para expor aquilo que estavam pensando e como estavam pensando, havendo interação entre os grupos.

Após a apresentação do vídeo, a discussão em pequeno e grande grupo serviria para a professora perceber quais os conhecimentos prévios dos alunos, de que forma esse conhecimento estava sendo utilizado por eles, e se havia a correta aplicação dos conceitos em diferentes contextos.

4. Esperava-se que alguns termos e definições, assim como a utilização de alguns recursos, já fossem conhecidos pelos alunos, como por exemplo:
   - 4.1) Figuras planas: reconhecer e identificar características das principais figuras planas, como o quadrado, o retângulo, o círculo, o triângulo e o trapézio.
   - 4.2) Os termos *diagonal* e *lado*, utilizados em algumas atividades.
   - 4.3) O uso de recursos como esquadro, transferidor e compasso será novidade para a maioria dos alunos. Estes instrumentos serão utilizados para transferir desenhos do roteiro para as folhas de EVA. Antes de cada atividade que exigirá o uso destes materiais, um breve momento para entender seu funcionamento e seu uso será proporcionado aos alunos que não sabem utilizá-los. Os demais alunos que já conhecem ajudarão os colegas nesta tarefa, assim como a professora.

4.4) O software Geogebra seria ferramenta fundamental para algumas atividades. Os alunos possuem conhecimentos e aptidão para o uso computador, porém, o software tem uma linguagem diferente daquilo que estavam acostumados. Seria necessário um momento para que eles se familiarizem com as ferramentas, com a área de trabalho.

5. Nas atividades finais, os alunos deveriam fazer relações entre a área de do triângulo e do retângulo, do trapézio e do retângulo, e do paralelogramo e do retângulo. Nestas atividades supôs-se que os alunos poderiam apresentar dificuldades, pois é um tipo de reflexão que não estavam habituados a fazer. Para isso, a professora deveria fazer uso de diferentes questionamentos para levar o aluno a perceber as relações existentes. Estas questões (como por exemplo, a quantidade de unidades que cabem no trapézio é a mesma que cabe no retângulo? O contorno do trapézio tem a mesma medida que o contorno do retângulo?) deveriam servir para que o aluno percorresse o caminho certo na busca pela resposta, e não como uma resposta pronta.
6. O grupo com o qual será desenvolvida a prática é um que no dia-a-dia da sala de aula não se apresenta muito unido. Com a necessidade de realizar as tarefas em pequenas equipes, esperava-se que houvesse colaboração de todos, participação efetiva nas discussões, nas construções e que esse convívio aproximasse mais aqueles alunos que geralmente se mantém mais isolados, desenvolvendo suas atividades sozinhos, sem muita participação.

Com a necessidade de realizar as tarefas em pequenas equipes, supôs-se que haveria colaboração de todos, participação efetiva nas discussões, nas construções e que esse convívio aproximasse mais aqueles alunos que geralmente se mantêm mais isolados, desenvolvendo suas atividades sozinhos, sem muita interação com os demais colegas.

7. Alguns alunos possuem mais facilidade para atividades manuais, que exigem maior coordenação motora. Para estes, as atividades que exigem desenhos não trarão maiores dificuldades. Porém, para outros alunos será necessário que trabalhem com sua equipe, que compartilhe com seus colegas suas dificuldades para que estes possam auxiliar a desenvolver as tarefas com êxito.

8. Pensando desta forma, esperava-se chegar ao final da sequência didática com as seguintes conclusões:
    8.1) O estudo de perímetro e área de figuras poligonais torna-se mais fácil quando se fez uso de ladrilhamento, composição e decomposição de figuras;
    8.2) É necessária uma sequência de atividades que trabalhe detalhadamente a diferença entre os conceitos de perímetro e área;
    8.3) A generalização e o uso de fórmulas são favorecidos pelo trabalho empírico realizado inicialmente, como por exemplo, no cálculo da área do retângulo.

3.4 Atividades e Estratégias de Ensino

Abaixo, segue a tabela das ações que foram desenvolvidas neste trabalho, com seus objetivos e recursos utilizados em cada uma das atividades.

Etapas	Objetivo/ hipóteses a serem atendidas	Atividades	Estratégias e recursos
Etapa1	Introduzir a discussão sobre os conceitos de perímetro e área.	Assistir ao vídeo	Vídeo “As coisas têm forma, volume e área”
		Discutir sobre o assunto, levantando conceitos prévios dos alunos sobre grandezas.	Em pequenos grupos, discutir e anotar os conhecimentos que os alunos já possuem sobre grandezas. Expor ao grande grupo.
		Pesquisar em diferentes textos o que estes apresentam em relação a quantidades que representam	Montar painéis de cada grupo com as ideias encontradas e expor ao grande grupo.

		perímetro e área.	
Etapa 2	Refletir sobre unidade de medida ideal para tratar os conceitos.	Recobrir superfícies com diferentes formas geométricas.	No software Geogebra, recobrir uma superfície com diferentes formas geométricas. Discutir sobre qual a melhor forma para se recobrir uma superfície.
Etapa 3	Mostrar ao aluno a noção de área através da composição de figuras. Permitir ao aluno elaborar o significado de área como o "tanto" de superfície e o de perímetro como o do contorno da figura.	Montar figuras diferentes com a mesma quantidade de unidades de área.	Quadrados de 2 cm de lado confeccionados pelos alunos em EVA que serão a unidade de área. Analisar diferentes figuras e comparar sua área e seu perímetro. Discutir no pequeno grupo e registrar as conclusões no questionário sobre o perímetro e área de cada uma das figuras formadas.
Etapa 4	Mostrar ao aluno que, mesmo as figuras sendo compostas por unidades diferentes (quadrado de lado 2	Utilizar os quadrados de 2 cm de lado e triângulos isósceles que têm área igual à	Discutir sobre a área e o perímetro de cada uma das figuras considerando as duas unidades de área diferentes: o

	cm e triângulo isósceles que tem área igual à metade da área do quadrado) mas em quantidades iguais, a área será igual e o perímetro, dependendo da organização das unidades, poderá ser igual ou diferente.	metade da área do quadrado para compor figuras de mesma área.	quadrado e o triângulo, e como isso implica no cálculo do perímetro das figuras. Desenhar uma das figuras construídas pelos alunos no software Geogebra, utilizando a malha quadriculada. Conferir se os resultados obtidos empiricamente são aqueles apresentados pelo software para perímetro e área.
Etapa 5	Levar o aluno: - ao cálculo do perímetro do retângulo como sendo medida do comprimento mais medida da largura vezes dois. - o cálculo da área como o produto da medida do comprimento pela medida da largura. Reconhecer a necessidade de se observar a unidade de medida.	Cálculo do perímetro e da área de um retângulo utilizando duas unidades diferentes.	Desenhar e recortar em folha A4 retângulos de tamanhos diferentes. Discutir e registrar as reflexões feitas a partir dos questionamentos da professora.

Etapa 6	Verificar o uso correto da unidade de medida que está sendo utilizada.	Desenho de retângulos diferentes para o cálculo do perímetro e da área de cada um.	Software Geogebra. Recursos de perímetro e área de superfícies. Registro dos resultados.
Etapa 7	Estabelecer uma relação entre os dois triângulos e o retângulo construído a partir da união dos mesmos.	Desenhar dois triângulos idênticos, decompor um deles e compor com as três figuras um retângulo.	Utilizar o compasso para auxiliar no desenho das figuras, feitas em papel, recortadas, que constituirão o retângulo. Discutir e responder o questionário.
Etapa 8	Levar o aluno a descobrir a relação entre o cálculo da área do paralelogramo e a do retângulo.	Decompor dois paralelogramos de maneiras diferentes e compor com as partes um retângulo.	Paralelogramos desenhados e decompostos pelos alunos em folhas EVA utilizando régua, compasso e esquadro. Discussão e registro das conclusões no questionário.
Etapa 9	Levar o aluno a perceber como calcular a área do trapézio através da área do retângulo.	Desenhar e decompor dois diferentes trapézios de tal forma a obter com cada um deles um retângulo.	Desenho em folha de EVA utilizando régua, compasso e esquadro. Discussão no pequeno grupo e registro das conclusões no questionário.

3.5 Sequência Didática

As atividades apresentadas resumidamente na tabela de ações serão expostas aqui com maiores detalhes. Estas atividades foram elaboradas com o objetivo de fazer com que o aluno construísse, através da experimentação, os conceitos de perímetro e área e tivesse clareza das diferenças entre os mesmos.

Algumas destas atividades foram extraídas do trabalho desenvolvido por (SECCO, 2007), outras inspiradas nas atividades desenvolvidas por (CHIUMMO,1998) e ainda outras, criadas pela professora/pesquisadora deste trabalho. Em relação à atividade 1, os textos utilizados pelos alunos estão em **(Anexos)**.

Para o desenvolvimento das atividades, ao longo de todas as aulas, os alunos estiveram divididos em grupos, que foram formados na primeira aula e tentou-se mantê-los ao longo de todas as atividades, visando que as tarefas fossem desenvolvidas com os alunos que apresentassem maior afinidade entre si, contribuindo assim para um diálogo mais espontâneo entre eles.

Abaixo, segue a descrição de cada uma das atividades que fizeram parte desta sequência didática.

Atividade 1

- Material: vídeo "As coisas têm área, volume e forma", textos extraídos de livros didáticos de outras áreas e sites.
- Descrição da atividade:

Assistir ao vídeo. Discutir sobre o assunto levantando os conhecimentos prévios dos alunos. Discutir as noções de grandeza que os alunos dispõem - como comprimento, massa, capacidade, temperatura, unidades de tempo e outras unidades de superfície como hectare e alqueire. Realizar a discussão em pequenos grupos, anotar as conclusões e expor ao grande grupo.

Procurar nos textos extraídos de livros e da internet, o que estes apresentam em relação a quantidades que representam área e perímetro. Preparar um pequeno painel com as informações. Discutir sobre esses textos e o uso de cada uma das unidades que neles constam.

Atividade 2

Abrir o arquivo *recobrindo.ggb* e utilizar as formas geométricas coloridas para cobrir a figura desenhada, colocando as figuras uma ao lado da outra, sem sobreposição de peças.

Responder as questões: a quais conclusões o grupo chegou? Que forma recobre melhor a figura? Por quê?

Atividade 3

- Materiais: lápis ou caneta, régua de 30 cm, esquadro, tesoura, folha de EVA.
- Descrição da atividade:

Na folha de EVA, desenhar um quadrado de 20 cm de lado.

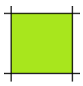
Dividir este quadrado em 100 quadradinhos, cada um com 2 cm de lado. Recortar todos os quadradinhos.

Montar 5 figuras diferentes, utilizando para cada uma 20 quadradinhos que deverão ser dispostos um ao lado do outro, sem sobreposição de peças.

Responder às questões:

1. O que você pode dizer em relação às cinco figuras?
2. Elas têm o mesmo formato?
3. Quantas unidades formam o seu contorno?
4. Elas têm a mesma área?

Observações:

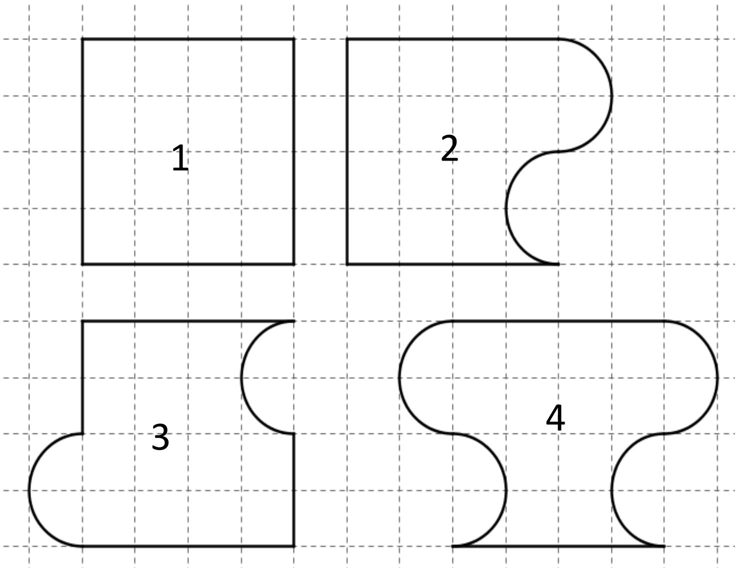
Quando o número de quadradinhos (iguais)  que cabem em duas figuras é o mesmo, dizemos que as figuras são equivalentes, ou que as figuras têm a mesma área.

Quando o número de unidades (iguais)  que formam o contorno das figuras é o mesmo, dizemos que as figuras têm o mesmo perímetro.

Atividade 4

- Materiais: lápis ou caneta.
- Descrição da atividade:

Observar os desenhos no quadro abaixo:



Comparando as figuras:

1. O que você pode constatar sobre o perímetro das figuras?
2. O que você pode constatar sobre a área das figuras?

Atividade 5

- Materiais: lápis ou caneta, régua, tesoura, os quadradinhos da atividade 3, software Geogebra.
- Descrição da atividade:

Utilizar os quadradinhos da atividade 3.

Traçar e recortar as diagonais de 20 quadradinhos transformado-os em 40 triângulos. Montar 5 figuras diferentes utilizando 8 triângulos e 10 quadrados, dispondo-os um ao lado do outro sem sobreposição de peças.

No software Geogebra, utilizando a malha quadriculada 1 cm por 1 cm, desenhar uma das figuras que você montou.

Responder às questões:

1. O que você pode constatar sobre o perímetro das 5 figuras?
2. O que você pode constatar sobre a área das 5 figuras?
3. Considerando o quadrado como unidade de medida, qual é a área de cada uma das figuras?
4. Considerando o triângulo como unidade de medida, qual é a área de cada uma das figuras?

Verifique suas respostas, comparando o perímetro encontrado na montagem com o desenho no software Geogebra.

Atividade 6

- Materiais: lápis ou caneta, régua, esquadro, tesoura, folha A4.
- Descrição da atividade:

Desenhar e recortar um retângulo de 14 cm de comprimento por 6 cm de largura. Utilizando como unidade de medida de área os quadradinhos da atividade 3, quantos quadradinhos cabem no retângulo?

1. Qual é o perímetro da figura?
2. E se fosse utilizada outra unidade de área, por exemplo, um quadrado de 1 cm de lado, ou seja 1 cm^2, qual será a área do retângulo?
3. Qual será o novo perímetro?
4. Como você fez para calcular?

Atividade 7

No software Geogebra, utilizar a malha 1 cm por 1 cm.

Desenhar os retângulos com medidas: 2 cm por 4 cm, 1 cm por 5 cm, 3 cm por 3 cm, 7 cm por 4 cm.

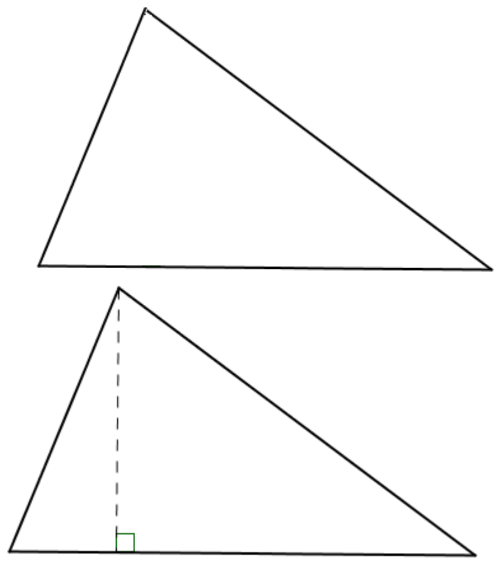
Calcule separadamente a área e o perímetro de cada figura.

Você consegue generalizar um procedimento para o cálculo do perímetro e da área?

Atividade 8

- Materiais: lápis ou caneta, régua de 30 cm, tesoura, folha EVA, compasso.
- Descrição da atividade:

Construir e recortar dois triângulos iguais como mostra a figura a seguir:



Recortar um dos triângulos no segmento tracejado.

Montar um retângulo utilizando as três figuras.

1. Qual a relação entra a área do triângulo e a do retângulo?
2. Como você calcularia a área do triângulo sem fazer o corte?
3. Qual a relação entre o perímetro do triângulo e do retângulo?

Atividade 9

- Materiais: lápis ou caneta, régua de 30 cm, tesoura, folha de EVA, compasso, esquadro.
- Descrição da atividade:

Desenhar e recortar um paralelogramo qualquer, como mostra a figura abaixo. Lembre-se que um paralelogramo é um quadrilátero de lados paralelos dois a dois.

Traçar e recortar o segmento pontilhado como mostra a figura.

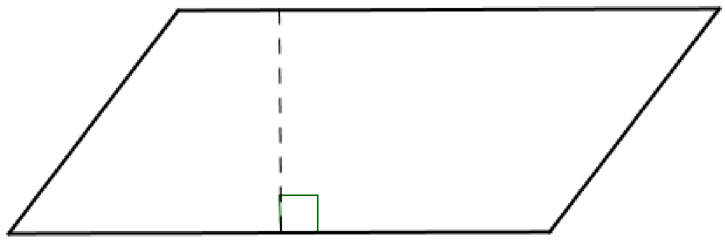
Montar um retângulo com as duas figuras.

1. Qual a relação com a área do paralelogramo e do retângulo?
2. Como você calcularia a área do paralelogramo sem fazer este recorte?

Atividade 10

- Materiais: lápis ou caneta, régua de 30 cm, tesoura, folha de EVA, compasso, esquadro.
- Descrição da atividade:

Desenhar e recortar um paralelogramo qualquer, como mostra a figura abaixo.



Recortar a figura no segmento tracejado. (A posição do segmento pontilhado pode ser qualquer uma, desde que seja perpendicular à base do paralelogramo).

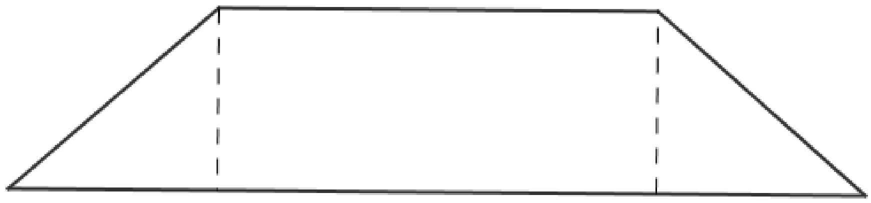
Montar um retângulo com as duas figuras.

1. Qual a relação entre a área do paralelogramo e do triângulo?
2. Como você calcularia a área do paralelogramo sem fazer este recorte?
3. Qual a relação entre o perímetro do paralelogramo e do retângulo?

Atividade 11

- Materiais: lápis ou caneta, régua de 30 cm, tesoura, uma folha de EVA.
- Descrição da atividade:

Desenhe o trapézio como mostra a figura.



Recorte a figura nos segmentos tracejados.

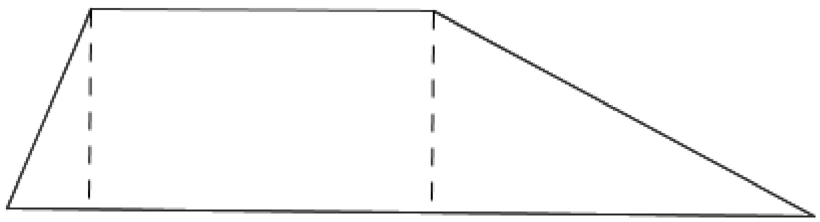
Montar com as peças um retângulo.

1. Qual a relação com a área do trapézio e a do retângulo?
2. Como você calcularia a área do trapézio sem fazer este recorte?
3. Qual a relação entre o perímetro do trapézio e o do retângulo?

Atividade 12

- Materiais: lápis ou caneta, régua de 30 cm, tesoura, uma folha de EVA.
- Descrição da atividade:

Desenhe dois trapézios idênticos como mostra a figura.



Recorte a figura nos segmentos tracejados.

Montar, com as peças um retângulo.

1. Qual a relação entre a área do trapézio e a do retângulo?
2. Como você calcularia a área do trapézio sem fazer este recorte?
3. Qual a relação entre o perímetro do trapézio e o do retângulo?

3.6 Estratégia para a coleta de dados

Para a coleta de informações necessárias para este estudo foram de extrema importância os registros feitos pelos alunos e os diálogos que ocorreram entre eles no desenvolvimento das atividades. Por isso, os alunos foram organizados em pequenos grupos e cada grupo fez um portfólio com suas atividades. Assim, ao final de cada etapa, o material do grupo era recolhido e anexado às partes já existentes e a professora pode analisar o desenvolvimento de cada atividade e a evolução do grupo no decorrer do trabalho. Também foi de fundamental importância o registro feito pela professora de fatos importantes que a ajudaram na sua reflexão. Nas atividades iniciais, principalmente, o registro também foi feito através de imagens.

Para o material a produzido no software Geogebra, foram analisados os arquivos gerados durante as atividades.

4 Experiência Didática e sua Análise

Este capítulo tem por objetivo detalhar como aconteceu a experimentação da sequência didática destacando pontos que mais chamaram a atenção, como as dificuldades encontradas pelos alunos, diferentes estratégias de resolução apresentadas por eles e registros de suas conclusões para cada atividade. Também é feita uma análise de cada uma das hipóteses levantadas durante a concepção das atividades.

Fizeram parte desta sequência de atividades, em grupo de 25 alunos de 6ª série do Ensino Fundamental da rede estadual de ensino de Porto Alegre. A sequência didática foi aplicada em horário de aula normal, utilizando para isso treze aulas, cada uma com duração de cinquenta minutos, ao longo de três semanas.

No início de cada atividade, a professora entregava o portfólio para os grupos de trabalho e fazia uma breve leitura da atividade a ser realizada. No decorrer da atividade, a professora distribuía sua atenção entre os grupos, anotando dúvidas, conclusões, perguntas e comentários pertinentes, limitando-se ao máximo para não interferir nas estratégias utilizadas pelos alunos, mas respondendo às suas dúvidas.

4.1 Descrição e análise das atividades

Nesta seção será analisada cada uma das etapas da sequência didática. As falas dos alunos foram registradas em vídeos ou transcritas pela professora. Dos questionários foi realizada a transcrição tal qual os alunos escreveram, mantendo-se os erros ortográficos e de concordância. Por isso, a transcrição do texto está com padrão diferenciado.

Etapa 1 - Na primeira etapa da experiência didática foi realizada uma discussão inicial sobre os conceitos de perímetro e área, utilizando como ponto de partida o vídeo "As coisas têm área, volume e forma". Os alunos assistiram ao vídeo e posteriormente discutiram em pequenos grupos a situação ali apresentada. Cada grupo escolheu um representante para explicar a proposta apresentada pelo vídeo. Mesmo sem saber ao certo o significado de todos os termos apresentados nas falas, os alunos conseguiram explicar que a proposta do vídeo era realizar a medição de um terreno que foi dividido em quatro partes iguais, sendo que estas partes não tinham o mesmo formato.

Posterior ao vídeo foi encaminhada a segunda etapa desta atividade que trazia como proposta a discussão sobre os conceitos prévios que os alunos já possuem sobre grandezas. As falas surgiram inicialmente um pouco confusas, mas à medida que um colega colocava um exemplo e este era dado como correto pela professora, os demais se sentiram mais seguros para expor também suas ideias. Os exemplos dados por eles não tratavam exatamente de grandezas, mas de unidades que são utilizadas para medi-las como, por exemplo, o metro, o quilômetro, o quilograma e a escala de graus Celsius. Foi necessária a intervenção da professora para esclarecer que estes termos referem-se a unidades que são utilizadas para medidas de comprimento, massa e temperatura.

Ainda nesta etapa da atividade, os alunos utilizaram diversos livros didáticos para pesquisar textos em que valores eram utilizados para expressar perímetro e área. Como alguns livros apresentaram pouco material, uma consulta prévia a estes livros foi realizada anteriormente pela professora deixando alguns textos já marcados para agilizar e facilitar um pouco a busca dos alunos.

Os textos escolhidos foram relativos à concentração de áreas de terras por grandes produtores, extensão de praias do litoral gaúcho, área devastada da Amazônia, extensão do rio Amazonas, áreas de parques de preservação da floresta Amazônica, parques de caatinga e serrado, Mata Atlântica, e densidade demográfica. Foi necessário que em algumas situações os alunos interpretassem gráficos para a compreensão dos textos e, em outros, realizassem a conversão de medidas. As unidades de medida encontradas nestes textos foram m^2, hectare, km e km^2.

Os alunos relataram já terem utilizado todas as unidades, porém, sem saber ao certo o significado de cada uma delas. A surpresa maior foi em relação ao hectare, medida que poucos conheciam, no entanto, que é frequentemente utilizada em textos relacionados aos assuntos escolhidos.

Um grupo realizou a conversão da área de preservação da Floresta Amazônica que faz parte do Parque Nacional do Tumucumaque, localizada no Amapá. O dado apresentado como 3,8 milhões que hectares preservados foi convertido em m^2. Depois de terminado o cálculo, uma aluna exclamou: *"Não sei nem ler este número, de tantos zeros que ele tem!"*. Fala oportuna para que a professora pudesse dizer que algumas unidades são inadequadas para serem utilizadas em determinadas situações, como esta, e por isso a existência de outras unidades maiores, para facilitar a manipulação de dados.

Terminada a escolha e análise dos textos, cada grupo expôs aos colegas o assunto tratado no texto escolhido, a unidade encontrada nele e explicaram também se a unidade estava sendo utilizada para quantificar área ou comprimento.

A confecção de painéis não foi realizada, pois as atividades anteriores demoraram mais que o previsto, não sobrando tempo para a realização desta fase final da primeira etapa.

Etapa 2 - A proposta foi a de utilizar o software Geogebra com uma atividade que exigia do aluno que recobrisse uma superfície plana com diferentes formas geométricas (quadrado, triângulo e círculo), e refletir sobre a unidade de medida ideal para medir o perímetro e área de uma figura, como a Figura 4:

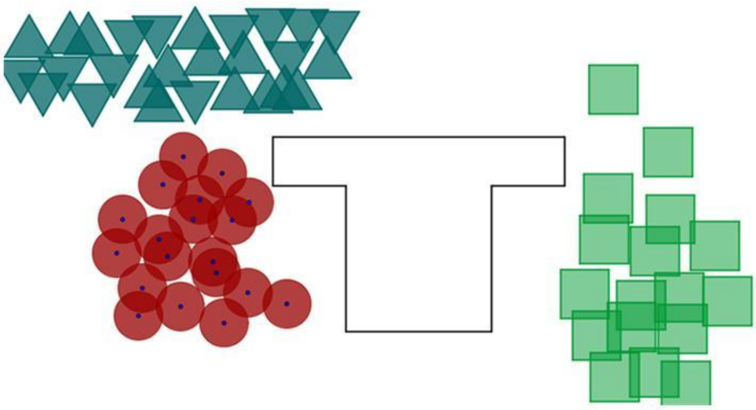


Figura 4 - Captura de tela do software Geogebra.

Os alunos não tiveram dificuldades em realizar a atividade. Algumas duplas, inclusive, mesmo antes de terem feito a atividade já colocaram respostas como: ***A:*** *"Será o quadrado, pois qualquer um dos outros, vai sobrar sempre os cantinhos que não conseguiremos preencher"* ou ***E:*** *"O que recobre melhor a figura é o quadrado, porque o contorno da figura é reto e os lados do quadrado também são retos então se encaixam perfeitamente".*

Estes comentários demonstram claramente que os alunos atingiram os objetivos traçados para a atividade, sem o auxílio da professora.

Etapa 3 - Esta etapa tinha por objetivo permitir que o aluno elaborasse o significado de perímetro como o "comprimento do contorno da figura" e o significado de área como o "tanto de superfície desta figura".

Na atividade 3, os grupos apresentaram dificuldades para desenhar o retângulo, pois não conseguiam obter a precisão necessária quanto aos ângulos retos por não saberem utilizar adequadamente o esquadro. Foi necessária a intervenção da professora junto a todos os grupos, mostrando como o mesmo deveria ser utilizado e explicando que somente os ângulos retos garantiriam que a figura desenhada por eles se tratava de um retângulo.

Alguns grupos terminaram a atividade sem compreender corretamente a diferença entre perímetro e área: **G:** *"Todas têm 20 quadrados e todas têm o mesmo formato. O contorno pode ser igual ou diferente"*. Percebe-se nesta fala que a primeira frase não condiz com a realidade, pois os alunos desenharam figuras diferentes, porém relataram que o formato é igual, além da quantidade ser de 20 unidades, condição pré-estabelecida.

Já em outras falas percebe-se mais clareza: **C:** *"As figuras, apesar de serem diferentes, são todas feitas com 20 peças. Apesar delas não terem o mesmo formato, elas têm a mesma quantidade. Cada figura tem um contorno diferente"*; **D:** *"Cada figura tem o formato diferente, mas são feitas de outros 20 pequenos quadradinhos do mesmo tamanho, assim, torna as formas com contornos diferentes: uma tem 20 unidades, a outra 22, 16 e 24."* Estes grupos já apresentam mais coerência na elaboração do conceito de perímetro, percebendo-o como o contorno da figura, e a área como sendo a quantidade de quadradinhos que cabem na superfície delimitada pela figura.

Um fato interessante observado foi em relação ao formato das figuras desenhadas: estavam muito preocupados em desenhar figuras parecidas com casa, carro, submarino, animais, avião. Quando indagados se havia realmente necessidade de representar com tamanha perfeição as figuras, responderam que para o cálculo da quantidade de unidades não, pois ela era fixa, mas que isso influenciaria no cálculo de quantas unidades formavam o contorno.

Percebeu-se que poucos alunos chegaram a ler a observação colocada no final da atividade, que apresentava a definição de perímetro e área. Por isso, foi necessária a intervenção da professora, após o término da atividade, utilizando os termos *perímetro* para contorno e *área* para quantidade de unidades de superfície, até então não utilizada pelos alunos.

Já na atividade 4, que tinha por objetivo permitir ao aluno que comparasse o perímetro e a área de figuras com formatos diferentes, porém com a mesma área, utilizando a composição e decomposição para esta análise, todos os grupos responderam sem dificuldades que as quatro figuras apresentadas poderiam ser transformadas em quadrados de mesma área, e para isso havia a necessidade de deslocar algumas partes da figura para outro ponto, onde se encaixariam para formar o quadrado. Como exemplo, os registros de quatro grupos:

G: *"Elas têm formatos diferentes, mas têm a mesma área, porque se eu tirar do quadrado uma parte, o buraco que fica é do mesmo tamanho da parte que se tirou e vai se encaixar do outro lado, fechando o quadrado."*

A: *"A figura 1 é a que tem perímetro menor, as figuras 2 e 3 têm perímetro médio, e a 4 é a que tem maior, todas as figuras têm a mesma área de 16 unidades."*

D: *"As áreas são absolutamente iguais, pois se botar partes em volta vão formar quadrados como a outra figura, mas os perímetros totalmente diferentes, fica parecendo que tem área diferente mas são iguais."*

C: *"Podemos constatar que a figura 1 tem o perímetro menor, as figuras 2 e 3 têm o mesmo perímetro, e a figura 4 tem o perímetro maior. Nós podemos constatar que apesar das figuras serem de formatos diferentes elas têm a mesma área."*

Etapa 4 - Esta etapa foi composta pela atividade 5, que tinha por objetivo fazer com que o aluno percebesse que unidades de medida diferentes escolhidas, modificam o valor numérico atribuído ao perímetro e à área. Porém, como a quantidade de unidades de cada figura é a mesma para todas as figuras, a área se manterá constante, o que não necessariamente acontecerá com o perímetro.

Observou-se que nesta atividade a dificuldade maior estava em responder a questão 3, que considerava o quadrado como unidade de medida, e a 4, que considerava o triângulo como unidade de medida. O grupo B não conseguiu realizar a atividade, por motivos comportamentais, ocupando o tempo com brincadeiras e não chegando a sequer pensar sobre o que estava sendo proposto. Os demais grupos concluíram a atividade, uns com mais dificuldade que outros.

A: *"O perímetro é diferente, pois as figuras são diferentes, mas a área das figuras é a mesma, 18 unidades. Considerando o triângulo como medida, a área ficou 28 unidades e considerando o quadrado como unidade a área ficará 14 unidades".*

D: *"O perímetro de duas é igual ... mas outras duas (figuras) têm 14 unidades de perímetro do quadrado e 4 unidades de perímetro triângulo, mas são feitas com a mesma quantidade de peças, logo elas têm a área igual".* Este grupo, quando se refere a "unidade de perímetro do quadrado" está utilizando o lado do quadrado como unidade de medida, e quando utiliza "unidade de perímetro do triângulo" refere-se à hipotenusa do triângulo que está sendo utilizada como unidade de comprimento. Este foi o único grupo a perceber a necessidade de avaliar considerando-se esta diferença. Os demais grupos não perceberam a diferença no tamanho do lado quadrado em relação à sua diagonal que passou a ser lado do triângulo.

C: *"Cada perímetro tem tamanho diferente, as cinco figuras apesar de terem formas diferentes elas têm mesma área. Todas têm a mesma área de 14 quadrados ou 28 triângulos".*

O grupo E não chegou a analisar as questões 3 e 4, concluindo somente que o perímetro será diferente e a área será igual para todas as figuras.

O grupo **F** concluiu de forma simplificada que *"o perímetro das figuras é diferente .... diferente da área que se tiver os triângulos em forma de quadrado ou os quadrados em forma de triângulo a área será a mesma."*

Já o grupo **G** percebeu, também com clareza, que *"as formas são diferentes... elas têm a mesma área porque todas tem 10 quadrados e 8 triângulos. A área é 14 quadrados ou dos triângulos a área é 28."*

De modo geral, pode-se concluir que o objetivo da atividade foi atingido de forma satisfatória, sem o auxílio da professora.

A outra etapa da atividade, conferir os resultados utilizando os recursos de perímetro e área no software Geogebra, não foi realizada, pois no dia em que esta atividade foi desenvolvida o laboratório de informática estava indisponível para uso pelos alunos.

Etapa 5 - Esta etapa é composta pela atividade 6 que teve por objetivo levar o aluno a perceber o cálculo do perímetro do retângulo como sendo a medida do comprimento mais a medida da largura vezes dois e o cálculo da área como o produto da medida do comprimento pela medida da largura, assim como, que o aluno reconhecesse a necessidade de observar a unidade de medida.

O aluno deveria desenhar um retângulo de 14 cm por 6 cm, calcular seu perímetro e sua área utilizando os quadrados das atividades anteriores, e realizar os mesmos cálculos utilizando 1 cm^2 como unidade de medida.

Para o desenho do retângulo os alunos já apresentaram menos dificuldades que na atividade 1, por estarem mais familiarizados com uso do esquadro e da régua.

Para o cálculo do perímetro e da área, utilizando como unidade de medida os quadrados das atividades anteriores, nenhum grupo apresentou dificuldades, respondendo com clareza que o perímetro é igual a 20 unidades e a área é igual a 21 unidades. Já para a outra parte da atividade em que deveriam considerar o 1 cm^2 como unidade de medida, as respostas foram as mais variadas, algumas de forma bem intuitiva, mas interessantes:

A: *"dividiremos o quadrado de 2 cm de lado em 4 quadrados, com os 4 quadrados multiplicaremos o perímetro por 2 a área por 4, o resultado é 84 unidades de área e 40 unidades para o perímetro".*

C: *"A área do retângulo é 84, o novo perímetro será 40. Nós dividimos o quadradinho em 4 outros quadrados e calculamos o contorno. Então nós multiplicamos 2 por 20 e deu 40 (perímetro) e multiplicamos 21 por 4 que deu 84 (área)".* Este grupo apresentou a explicação de como fizeram para calcular a área e o perímetro. Pode-se perceber que já saíram da fase de contar unidade por unidade, e elaboraram uma estratégia de cálculo para a área, o que não pode ser concluído para os outros grupos.

G: *"no retângulo cabem 21 quadradinhos, porque o retângulo tem 14 cm por 6 cm e 14 dividido por 2 dá 7 e 6 dividido por 2 dá 3 e 3 x 7 é justamente 21 (área); o perímetro é 20 e novo perímetro será 40; a nova área será 84 porque eu dividi cada quadradinho em 4 partes e 21 x 4 é 84".* Neste grupo, as ideias ainda não estavam tão organizadas quanto no grupo **C**, mas percebe-se que há um bom entendimento do processo que ocorre na transformação das unidades.

Etapa 6 - Esta etapa é composta pela atividade 7. Não foi possível, novamente, a realização utilizando o software Geogebra. Como alternativa, foi solicitado que os alunos utilizassem papel quadriculado, considerando cada quadradinho da malha como 1 unidade de medida, para representar os retângulos de diferentes tamanhos.

A representação foi realizada sem dificuldades, assim como a contagem para o cálculo do perímetro e da área. Já para elaboração de uma estratégia generalizada para o cálculo de ambos, foi necessária a intervenção da professora junto a todos os grupos. A dificuldade maior estava em organizar e dar nomes às variáveis envolvidas, no caso, largura e comprimento.

Mediante a intervenção, os alunos conseguiram registrar com mais clareza suas ideias e chegar a procedimentos corretos tanto para o cálculo do perímetro, quanto para o cálculo da área. Esta grande dificuldade em perceber fatos recorrentes, como somar duas vezes a mesma medida e poder reescrever isso, como uma multiplicação, foi novidade para muitos alunos. O uso de fórmulas, até então não havia sido feito em momento algum de sua vida escolar.

Alguns registros mostram claramente que, apesar de não relacionarem como comprimento e largura, conseguem utilizar outros termos, chegando a uma generalização satisfatória:

A*: "Para calcular a área multiplicamos os quadradinhos da vertical e da horizontal e para calcular o perímetro somamos os da vertical com os da horizontal e multiplicamos essa soma por 2.* $Área = H * V, Perímetro = (H + V) * 2$*".*

D: *"A área se calcula multiplicando a largura com a altura e o perímetro é a altura vezes o 2 e mais 2 vezes a largura".* Percebe-se que não chegam a escrever a fórmula com letras representando os lados do retângulo, porém, explicam de forma clara o procedimento que elaboraram para o cálculo da área e do perímetro para todos os retângulos, independente do seu tamanho.

Etapa 7 - Nesta etapa foi desenvolvida a atividade 8, que tinha por objetivo fazer com que os alunos estabelecessem uma relação entre a área do retângulo construído com a do triângulo.

Uma grande dificuldade que se estabeleceu e que resultou no prolongamento do tempo para a realização desta atividade, foi a parte relacionada ao desenho dos triângulos. A proposta era de que os alunos transferissem-se as medidas do desenho fornecido pela professora para o EVA com o auxílio do compasso. Mesmo com todo o passo a passo sendo realizado com o auxílio da professora, desenhando no quadrado e acompanhando cada um dos grupos, alguns alunos não conseguiram completar o desenho, sendo necessário que a professora acompanhasse, individualmente, alguns grupos, explicando todos os procedimentos inúmeras vezes.

Essa dificuldade tem duas causas: indisciplina e total desconhecimento sobre o uso do compasso. Alguns alunos até possuem compasso, porém nunca haviam tentado usá-lo. Portanto, não sabiam como manusear, medir comprimentos. A indisciplina estabeleceu-se a partir do momento que alguns não conseguiram acompanhar a professora na sua explicação, e a atividade foi deixada de lado, partindo para brincadeiras, algumas até mal intencionadas, contra os colegas com o instrumento. Foi necessária a interrupção das atividades para estabelecer novas regras para que pudesse haver continuidade do trabalho.

Superado este problema e com o retângulo construído, praticamente todos os grupos perceberam com facilidade que a área do retângulo é equivalente à área dos dois triângulos, ou que a área de um triângulo é igual à metade da área do retângulo.

D: “A área do retângulo é duas vezes a área do triângulo. Calculamos a largura e o comprimento multiplicados depois dividimos pela metade. Já o perímetro dos dois é diferente”.

A: *"Para chegarmos à área do retângulo é só multiplicar a área do triângulo por 2. E para achar a área do triângulo multiplicamos a vertical pela horizontal e dividimos por 2. A relação entre o perímetro é que algumas partes do triângulo formam o perímetro do retângulo, outras não".*

E: *"A área do triângulo é diferente da área do retângulo. A área do retângulo é duas vezes maior que a do triângulo que e é comprimento vezes largura divido por 2. As primeiras figuras foram dividas e o perímetro ficou com parte dentro da figura".* Através destas duas últimas falas, entende-se que os alunos destes grupos perceberam que não é possível calcular o perímetro do triângulo utilizando o perímetro do retângulo, pois algumas linhas que formam o contorno do triângulo são partes internas no retângulo.

Etapa 8 - Esta etapa foi composta pelas atividades 9 e 10. Ambas propunham o cálculo da área do paralelogramo através da área do retângulo formado pelas partes em que o paralelogramo foi dividido.

Antes de iniciar as atividades, foi necessária a introdução de novas definições: a de retas paralelas e retas perpendiculares. Para essa explicação, fez-se uso do quadro negro, no qual foram desenhadas diferentes pares de segmentos de reta, para as quais os alunos deveriam descrever características. Retas paralelas foram definidas pelos alunos como retas que estão distantes umas das outras de tal forma que essa distância é sempre a mesma. Retas perpendiculares foram definidas como retas que se cruzam e "formam uma cruz". Foi necessária novamente a intervenção da professora, mostrando com o transferidor que o ângulo entre estes segmentos de retas era igual a 90°. Assim, partindo desta atividade introdutória, foram analisados os segmentos de reta que compõem um retângulo. Os alunos perceberam com facilidade que o comprimento e a largura são lados perpendiculares e largura com largura ou comprimento com comprimento formam pares de segmentos paralelos.

Ao analisar as características de um paralelogramo, com base nas explicações recém recebidas, logo concluíram que o nome dado é devido ao fato de ter lados paralelos e, diferente do retângulo, não existir lados perpendiculares.

Desenhado o paralelogramo, os alunos foram orientados a desenharem a altura do mesmo utilizando esquadro e cortar neste local, tendo assim duas novas figuras com as quais deveriam compor um retângulo. Esta etapa foi feita sem dificuldades. Um grupo foi convidado a fazer o mesmo procedimento, colando no quadro as figuras da professora.

Os grupos tiveram maior dificuldade para utilizar a medida correta para a altura do paralelogramo, pois muitos tenderam a utilizar a base como comprimento e o lado como altura. Reconheceram então que a altura do retângulo equivalia à linha pontilhada no paralelogramo. Assim, todos os grupos conseguiram estabelecer que a área do paralelogramo equivale a área do retângulo de mesma comprimento e mesma altura, e que portanto, a área do paralelogramo é comprimento vezes altura.

O grupo **G** destacou em sua fala que a altura é a linha pontilhada: *"a área é a altura vezes o comprimento. Devemos pegar o tamanho do pontilhado, que é a altura, pelo comprimento"*. Não se referiram ao perímetro em suas anotações.

Já o grupo **F** aponta a equivalência entre as áreas do retângulo e do paralelogramo: *"a área continua a mesma, pois nós recortamos e botamos de novo em outro lugar, então continua a mesma. Pontilhado vezes a largura nos dá a área do paralelogramo,* $Ap = P * L$*"*. O mesmo raciocínio foi apresentado pelos demais grupos.

Já na atividade 10 a altura do paralelogramo deveria ser traçada mais ao meio da figura. Nesta atividade não foi necessária a intervenção da professora para a realização do desenho no EVA. Os grupos perceberam com facilidade a equivalência entre as áreas.

A: *"Se pegarmos a primeira parte do paralelogramo recortada e colocarmos do outro lado, ficará um retângulo. Calculamos a área fazendo comprimento vezes pontilhado, o perímetro não tem como calcular sem saber as medidas dos lados do paralelogramo".* Assim como este grupo, os demais utilizaram falas semelhantes para relatar seu procedimento.

Etapa 9 - Esta etapa é composta pelas atividades 11 e 12 que tinham por objetivo levar os alunos a obter o perímetro e a área do trapézio através da área do retângulo.

Quanto à questão 11, os alunos não tiveram dificuldades em recortar no local informado e compor com as novas peças um retângulo. Perceberam, também com facilidade, que a área do trapézio e a área do retângulo deveriam possuir o mesmo valor, pois, como se referiu o grupo **F**: *"A área continua a mesma, pois nós tiramos uma peça, mas a colocamos em outro lado".* O grupo ainda registra que a linha pontilhada desenhada no trapézio é a altura do retângulo, sendo assim também a altura do trapézio.

Para o cálculo do perímetro, os alunos perceberam também com certa facilidade, que não seria possível obter o perímetro do trapézio através do perímetro retângulo, pois, como registrou o grupo **A:** "*O perímetro das figuras não é o mesmo, mas parte do perímetro do trapézio compõe o perímetro do retângulo, e não podemos calcular, pois dois lados são diferentes"*. Alguns grupos ainda observaram que os lados não paralelos do trapézio acabam não compondo o perímetro do retângulo, e este é o motivo pelo qual não perceberam nenhuma relação.

Entretanto, para o cálculo da área a dificuldade foi maior e percebida em todos os grupos. Os alunos conseguiram perceber que parte da base maior do trapézio passava a fazer parte da base do retângulo e que as alturas eram equivalentes, porém não conseguiram encontrar e expressar uma relação entre ambas. Foi necessária a intervenção da professora para explicar, através de um exemplo, que a parte da base maior do trapézio que é retirada da figura, é colocada para completar a base menor da figura e, com esse procedimento, estamos encontrando um valor médio entre os comprimentos das bases. Para explicar o que é uma média, foi utilizado como exemplo o cálculo que eles utilizam para descobrir a média de cada trimestre em cada disciplina. Nesse cálculo, os alunos utilizam mesmo sem saber que é esse o nome dado ao procedimento, uma média aritmética das notas obtidas nas avaliações de determinada disciplina.

Com essa explicação, conseguiram entender com um pouco mais de clareza como obter a fórmula para o cálculo da área do trapézio em questão.

Na atividade 12, o objetivo também era encontrar uma relação entre o perímetro e a área do trapézio com o perímetro e a área do retângulo.

Em relação ao perímetro, perceberam sem dificuldades que não seria possível relacioná-los, pois assim como na atividade 11, os lados não paralelos do trapézio não compunham o perímetro do retângulo.

Já para o cálculo da área, as dificuldades foram ainda maiores que na atividade anterior, pois os alunos não conseguiam visualizar e entender o que acontecia com as partes recortadas de cada um dos trapézios. Conseguiram perceber sim, com um pouco mais de facilidade que a área do trapézio deveria ser metade da área do retângulo, pois estavam utilizando dois trapézios iguais para formar um retângulo, mas não conseguiram entender como calcular a área deste retângulo composto. A Figura 5 ilustra a composição feita pelos alunos com as peças disponíveis, no quadro-negro.

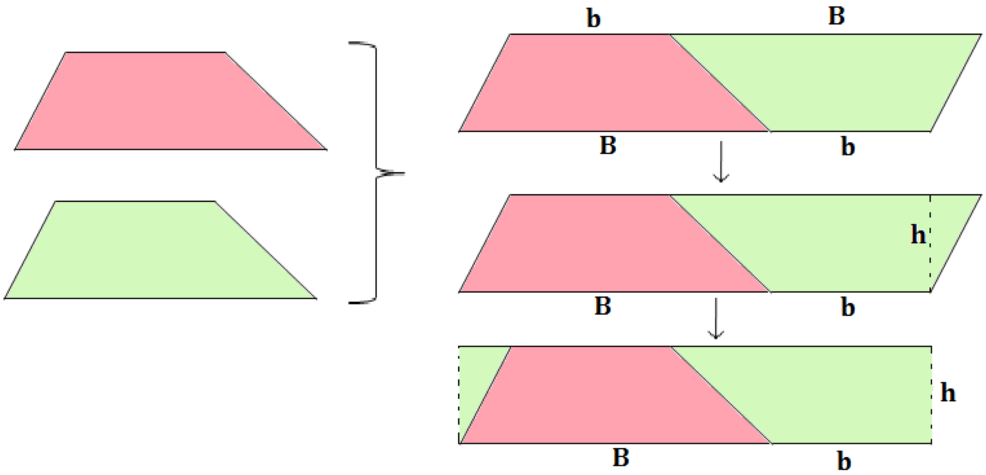


Figura 5 - Composição do retângulo pela decomposição de trapézios.

O comprimento do retângulo ficou composto pela soma da base maior com a base menor dos trapézios. Foi necessária a intervenção da professora para mostrar que o lado maior do retângulo seria formado pela soma entre a base maior e a base menor do trapézio.

Mesmo diante das dificuldades, o interessante foi observar que, mesmo sem se preocupar com traços perfeitos, preocuparam-se em desenhar o retângulo obtido, isso sem nem mesmo terem feito as figuras no EVA como sugeria a atividade, e, como pode-se observar na Figura 6, no desenho do grupo A, o " $\times$ 2" indica que a área do retângulo é igual ao dobro da área do trapézio.

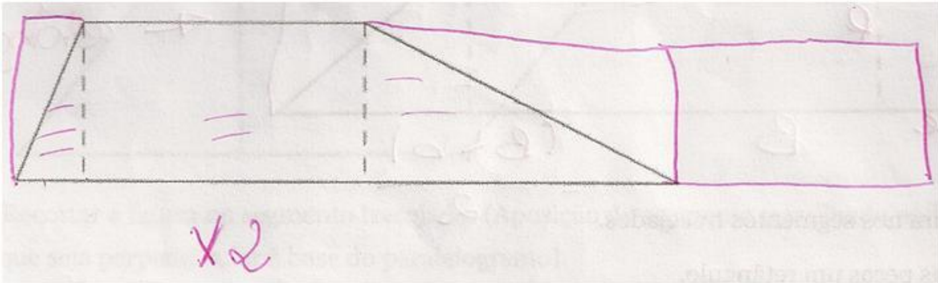


Figura 6 - Representação feita pelos alunos.

4.2 Análise das hipóteses

Reescrevemos aqui cada uma das hipóteses que foram pensadas inicialmente, enquanto a sequência didática era formulada e verificamos se são válidas ou não. A validade é justificada com a amostragem de dados coletados no decorrer das atividades que permitiram essa conclusão.

1. Os alunos já possuem conhecimentos sobre grandezas, como unidades de comprimento, massa, capacidade, temperatura e tempo. Mais especificamente sobre unidades de comprimento, supôs-se que os alunos já possuíam conhecimentos sobre metro, seus múltiplos e submúltiplos e que já tivessem percebido seu uso em diferentes contextos.

Esta hipótese foi validada, pois percebeu-se nas falas dos alunos, após a apresentação do vídeo, que as grandezas fazem parte de sua vida, apesar de não saberem, em muitos casos, expressá-las de forma correta. Quando questionados sobre que tipo de coisas costumavam medir, as respostas foram nomes de objetos, e não como o esperado: peso de objetos, temperaturas, comprimentos, volume e tempo.

Em relação às unidades de comprimento, as citadas foram apenas o metro e alguns múltiplos e submúltiplos, como centímetro, milímetro e quilômetro. Respostas como polegada, milha, ano-luz, pés, não foram citadas pelos alunos. Fizeram referência a estas unidades apenas quando o professor citou exemplos de situações em que apareciam, como por exemplo: a altitude de um avião, o tamanho da tela de uma televisão ou vídeo do computador, distância do Sol à Terra.

2. Supôs-se que os alunos perceberiam, através da pesquisa, que as grandezas estão presentes em diferentes contextos, que muito do que usamos e

conhecemos pode ser quantificado, e que para cada tipo de situação se faz necessário utilizar uma unidade de medida adequada.

O primeiro exemplo que torna válida esta hipótese é apresentado abaixo, que é parte dos registros feitos pelo grupo **A**, referindo-se aos dados encontrados no texto por este grupo escolhido. As anotações referem-se ao contorno do parque e sua área, que foi convertida pelo grupo, de hectares para m². Percebe-se que, mesmo sendo uma unidade de medida pouco conhecida por eles, conseguiram encontrar uma relação entre esta medida e outra mais usual, o m². Na fala do aluno percebe-se que há certo espanto em relação à grande quantidade de área de terra que este valor representa: *"Esses 3,8 milhões de hectares, nós fizemos esta "pequena" conta e chegamos neste outro valor".* Quando questionados pelo professor se este valor representava uma quantidade pequena ou grande, entre risos respondem: *"Enorme, muito grande, deu para perceber aqui* - apontando para o cálculo - *o tanto de zeros que tem!"*. A Figura 7 apresenta o resumo feito pelos alunos sobre as informações do texto e a Figura 8 apresenta o cálculo feito no quadro, para a conversão dos valores.

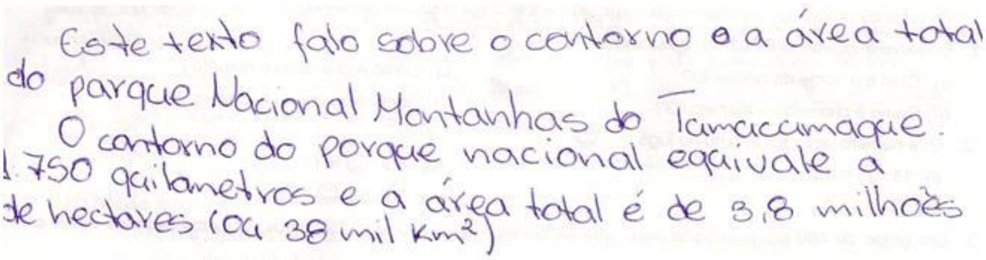

Este texto falo sobre o contorno e a área total do parque Nacional Montanhas do Tamaccimaque. O contorno do porque nacional equivale a 1.750 quilametros e a área total é de 3,8 milhoes de hectares (ou 38 mil Km²)

Figura 7 - Resumo do texto do grupo A.

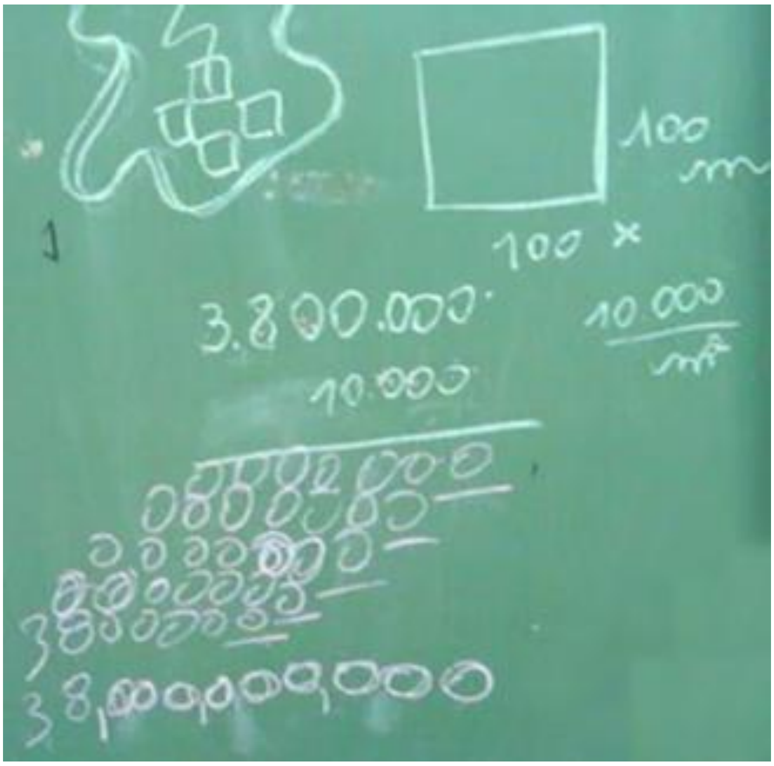


Figura 8 - Transformação de hectares em metros quadrados.

Outro exemplo que valida esta hipótese é o relato do grupo **D**, que encontrou em seu material de pesquisa um texto que também se refere à unidade hectare. Os alunos, além de entenderem que esta é uma unidade que é utilizada para quantificar a área de superfícies, encontram a relação da mesma com o metro quadrado e apresentam a equivalência.

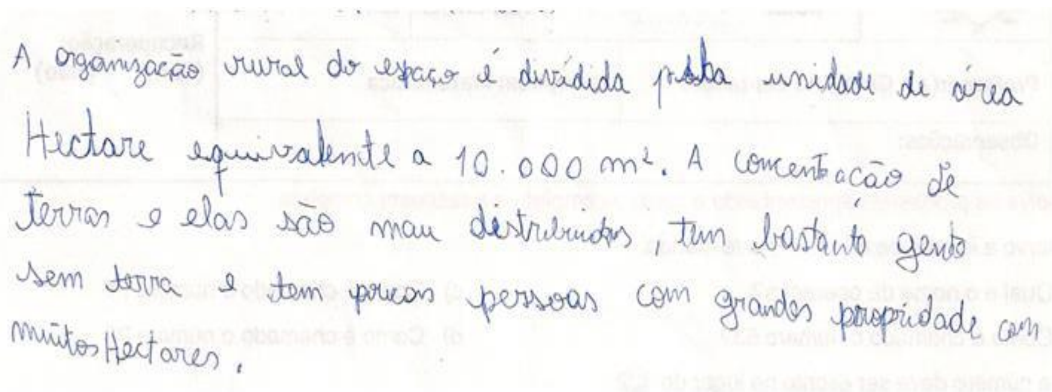


Figura 9 - Resumo feito pelo grupo D do material de pesquisa.

3. Supôs-se também que os momentos de discussão e exposição de ideias seriam de extrema importância para entender o que os alunos estavam pensando e que conhecimentos já possuíam, e que esses momentos seriam utilizados

pelos alunos para expor aquilo que estavam pensando e como estavam pensando, havendo interação entre os grupos.

Nas primeiras atividades, por se tratar de uma prática diferente da qual estão acostumados, a troca de informações entre os grupos ocorreu de forma intensa, uns ajudando aos outros, pedindo informações aos colegas e quando estes não sabiam recorriam a professora. Já com a dinâmica do trabalho mais clara, os grupos foram adquirindo mais independência e os diálogos ocorreram mais entre os componentes do grupo e com a professora. Desta forma, foi possível interagir com os alunos mais diretamente, realizando questionamentos que levaram a professora a perceber o quanto do que estava sendo estudado estava sendo compreendido pelos alunos.

4. Esperou-se que alguns termos e definições já fossem conhecidos pelos alunos, como por exemplo:
    4.1) Figuras planas: reconhecer e identificar características das principais figuras planas, como quadrado, retângulo, círculo, triângulo, trapézio.

Os alunos reconheceram e descreveram com maior facilidade as figuras planas quadrado, retângulo e triângulo. Quando a professora lançou questionamentos como quais são as características do quadrado, do retângulo e do triângulo, as respostas foram muito superficiais, não considerando as propriedades que definem essas formas geométricas. Um aluno respondeu da seguinte forma:

A : *"O quadrado é menor que o retângulo, o retângulo é mais espichado".* A professora desenhou no quadro um quadrado enorme e um retângulo pequeno e lançou outra pergunta para detalhar melhor a colocação do aluno:

P: *"E agora, o quadrado continua sendo pequeno em relação ao retângulo?"*

A:*"Não, é maior..."* E ajudado por outro colega *"O quadrado tem lados iguais e no retângulo eles são diferentes"*.

P: *"E o triângulo?"*

***A**: "Vai ter sempre três lados."* Porém, a imagem que possuem de um triângulo refere-se a um triângulo isósceles, mesmo sem saber reconhecer pelo nome. Os demais, escaleno e equilátero, são vistos pelos alunos com certo estranhamento.

Já o círculo é reconhecido como “redondo” e, em relação ao trapézio, não souberam descrever suas características.

Percebeu-se que, para muitos alunos, esta talvez tenha sido a primeira vez que se depararam com questionamentos como os que foram feitos, pois as respostas de que *“é retângulo, por que eu aprendi assim”* como foi dada por um aluno, mostra que em nenhum momento foi exigida uma reflexão maior a respeito das características destas formas geométricas e suas propriedades.

4.2) Os termos “*diagonal*” e “*lado”* serão utilizados em algumas atividades e será necessário que o aluno saiba reconhecer estes elementos para desenhá-los.

O termo *lado* já é utilizado pelos alunos, porém percebeu-se nas atividades da sequência didática, que os alunos não sabiam diferenciar *lado* de *altura*, quando estes não coincidiam. Foi necessário explicar, em todas as atividades da sequência, que a altura é um segmento de reta desenhado a partir de um vértice, perpendicularmente ao lado oposto a ele.

Já o termo *diagonal*, apenas poucos alunos reconheceram e souberam traçar nas figuras desenhadas no quadro.

4.3) O uso de recursos como esquadro, transferidor e compasso será novidade para a maioria dos alunos. Estes instrumentos serão utilizados para transferir desenhos do roteiro para as folhas de EVA. Antes de cada atividade que exigirá o uso destes materiais, um breve momento para entender seu funcionamento e seu uso será proporcionado aos alunos que não sabem utilizá-los. Os demais alunos que já conhecem ajudarão os colegas nesta tarefa, assim como a professora.

As ferramentas para desenho foram necessárias em todas as atividades da sequência didática, além de explicações detalhadas da professora para que os alunos conseguissem utilizá-las com sucesso nos seus desenhos. Entretanto, o uso do compasso foi que mais causou dificuldades entre os alunos, quando utilizado para transferir as medidas dos triângulos da atividade 8 para a composição no EVA. Porém, as dificuldades estavam mais relacionadas em entender a sequência de procedimentos do que o manuseio propriamente. Os demais, régua, esquadro e transferidor, não causaram tantas dificuldades.

A Figura 10 apresenta as várias tentativas frustradas do grupo C em tentar transferir o desenho do papel para o EVA.

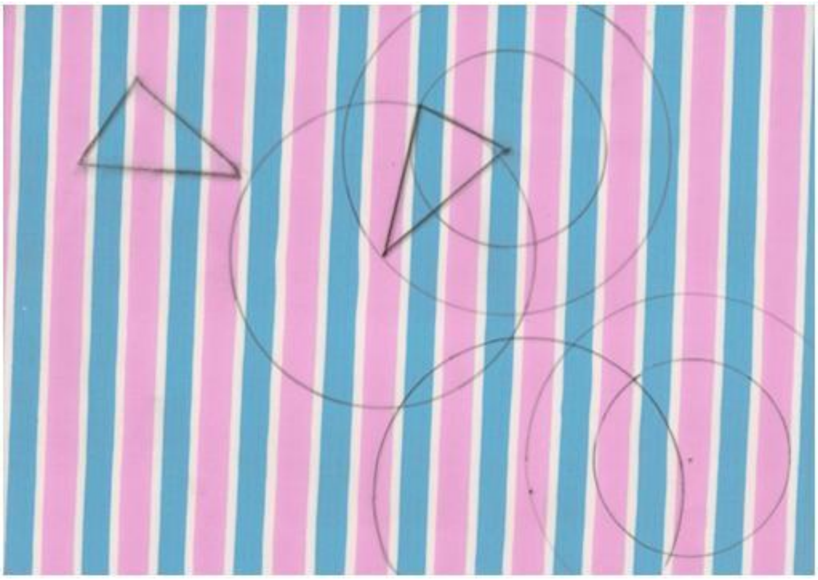


Figura 10 - Tentativas de desenho do grupo C.

4.4) O software Geogebra será ferramenta fundamental para algumas atividades. Os alunos possuem conhecimentos e aptidão para o uso computador, porém, o software tem uma linguagem diferente daquilo que estão acostumados. Será necessário um momento para que eles se familiarizem com as ferramentas, com a área de trabalho.

Diferente daquilo que se esperava, os alunos realizaram as atividades (que foram possíveis de serem realizadas com os computadores) sem dificuldades. Inicialmente, foram orientados a conhecer o software, colocar na área de trabalho alguns elementos utilizando as ferramentas. Esta descoberta foi realizada sem intervenção da professora.

Na Figura 11, percebe-se que uma aluna, na área de trabalho da atividade, realizou alguns desenhos de elipses e pontos sobre esta elipse, descobrindo as ferramentas do programa.

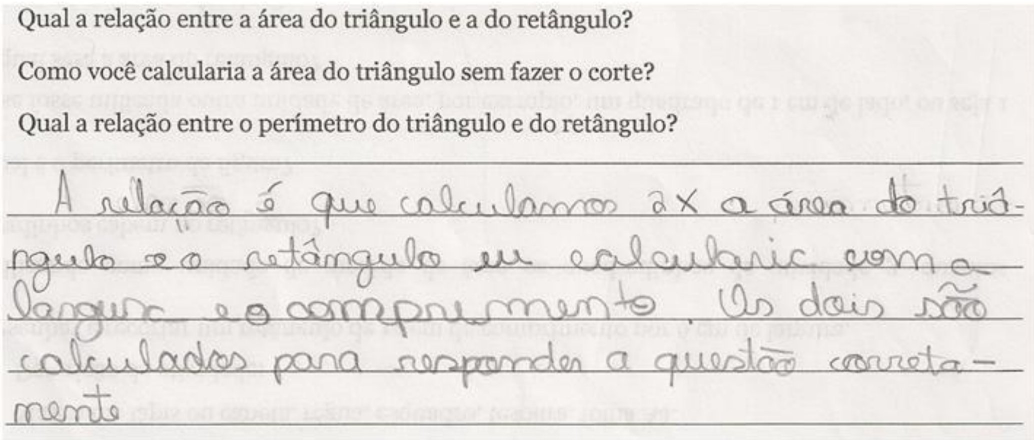
Figura 11 - Captura de tela do software Geogebra (grupo F).

5. Nas atividades finais, os alunos deveriam fazer relações entre a área do triângulo e do retângulo, do trapézio e do retângulo, e do paralelogramo e do retângulo. Nestas atividades supôs-se que os alunos poderiam apresentar dificuldades, pois é um tipo de reflexão que não estavam habituados a fazer. Para isso, a professora deveria fazer uso de diferentes questionamentos para levar o aluno a perceber as relações existentes. Estas questões (como por exemplo, a quantidade de unidades que cabem no trapézio é a mesma que cabe no retângulo? O contorno do trapézio tem a mesma medida que o contorno do retângulo?) deveriam servir para que o aluno percorresse o caminho certo na busca pela resposta, e não como uma resposta pronta.

Especialmente nas atividades 11 e 12, os alunos apresentaram muitas dificuldades para compreender a relação entre a área do trapézio e a área do retângulo.

Nesta etapa, foi fundamental que os alunos pudessem manipular as figuras na tentativa de, primeiro compor o retângulo, depois entender como as medidas da base e da altura estavam relacionadas.

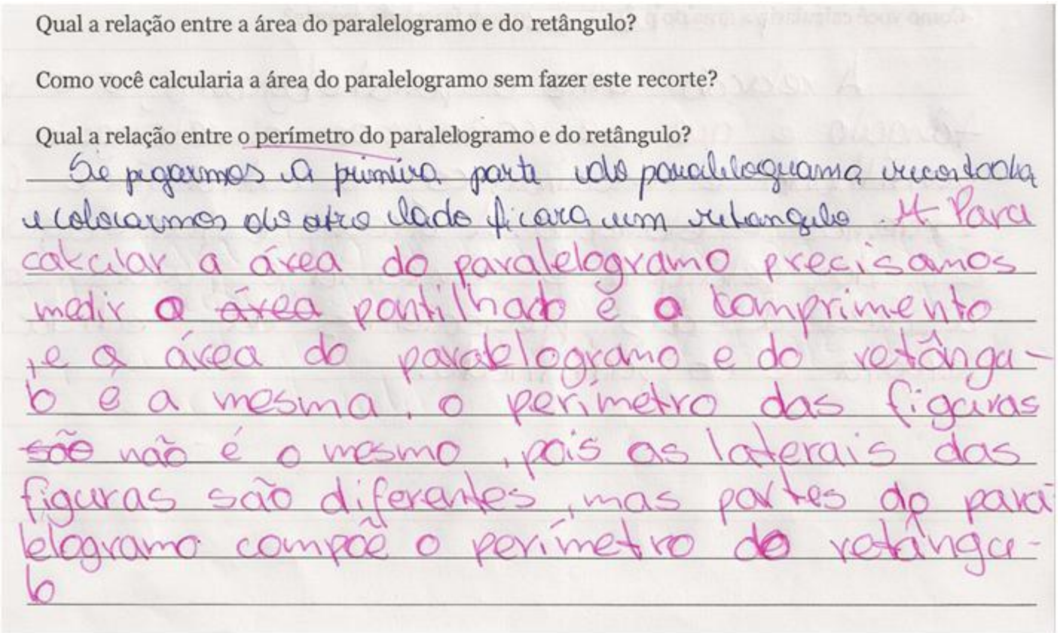
O questionamento que surgiu em diversos momentos da sequência didática foi: *"Professora, mas o que a senhora quer dizer quando pede para relacionar a área do triângulo com a área do retângulo? Como assim relacionar?"* O termo relacione não foi compreendido como "busque uma conexão, semelhanças, diferenças". Foi necessário que novas perguntas fossem realizadas para que entendessem o que estava sendo solicitado, como: “O que você pode dizer sobre a área do triângulo e do retângulo que você compôs? Elas são equivalentes? São diferentes? Uma é maior que a outra? Quantas vezes maior? O mesmo ocorreu nos questionamentos que exigiam uma relação entre o perímetro de uma figura e outra: “O perímetro do retângulo tem o mesmo tamanho que o perímetro do triângulo? Podemos calcular o perímetro do triângulo usando o perímetro do retângulo? Diante de perguntas como essas, os alunos apresentaram respostas como*: “A relação é que calculamos 2 vezes a área do triângulo e o retângulo eu calcularia com a largura e o comprimento. Os dois são calculados para responder a questão corretamente.”* O texto original dessa fala é apresentado na Figura 12.


Qual a relação entre a área do triângulo e a do retângulo?
Como você calcularia a área do triângulo sem fazer o corte?
Qual a relação entre o perímetro do triângulo e do retângulo?

A relação é que calculamos 2x a área do triâ-
ngulo e o retângulo eu calcularia com a
largura e o comprimento. Os dois são
calculados para responder a questão correta-
mente

Figura 12 - Grupo F - atividade 8.

Outro grupo relaciona a área do paralelogramo com a área do retângulo da seguinte forma: *“Se pegarmos a primeira parte do paralelogramo recortada e colocarmos do outro lado ficará um retângulo. Para calcular a área do paralelogramo precisamos medir a ~~área~~ pontilhado e o comprimento, e a área do paralelogramo e do retângulo é a mesma. O perímetro das figuras ~~são~~ não é o mesmo, pois as laterais das figuras são diferentes, mas partes do paralelogramo compõe o perímetro do retângulo.”* Este texto é apresentado em sua forma original na Figura 13.


Qual a relação entre a área do paralelogramo e do retângulo?

Como você calcularia a área do paralelogramo sem fazer este recorte?

Qual a relação entre o perímetro do paralelogramo e do retângulo?

Se pegarmos a primeira parte do paralelograma recortada e colocarmos do outro lado ficara um retangulo. H Para calcular a área do paralelogramo precisamos medir a ~~área~~ pontilhado e o comprimento, e a área do paralelogramo e do retângulo é a mesma, o perímetro das figuras ~~são~~ não é o mesmo, pois as laterais das figuras são diferentes, mas partes do paralelogramo compõe o perímetro do retângulo

Figura 13 - Grupo A - atividade 8.

Assim, a hipótese de que seriam necessárias diferentes formas de apresentar os questionamentos para que os alunos percebessem as relações existentes entre a figura original e a nova figura composta, foram de extrema importância, pois se os alunos estivessem limitados ao questionamento apresentado na atividade, talvez alguns itens não teriam sido respondidos como o esperado.

6. O grupo com o qual será desenvolvida a prática é um que no dia-a-dia da sala de aula não se apresenta muito unido. Com a necessidade de realizar as tarefas em pequenas equipes, esperava-se que houvesse colaboração de todos, participação efetiva nas discussões, nas construções e que esse convívio aproximasse mais aqueles alunos que geralmente se mantém mais isolados, desenvolvendo suas atividades sozinhos, sem muita participação.

Inicialmente, as atividades foram desenvolvidas com a participação e colaboração esperada pelo professor. Porém, com o passar das aulas, notou-se que alguns alunos, distribuídos em praticamente todos os grupos, não estavam demonstrando tanto interesse como inicialmente.

Ao analisar com mais atenção os diálogos entre os alunos, percebe-se que o abandono das atividades foi ocasionado por motivos diversos: falta de interesse, dificuldade para entender e, em alguns casos, a repreensão dos colegas quando um integrante não realizava alguma tarefa com certa agilidade.

Este último fator foi observado e registrado em vídeo, e ocorreu durante a atividade 5, quando uma aluna, aguardada pelos demais para compor a sua figura com as unidades quadradas e triangulares, não conseguia concluir a tarefa, pois não conseguia unir as peças sem deslocar as demais que já estavam posicionadas. A Figura 14 apresenta a aluna tentando desenvolver a atividade, enquanto que na Figura 15 temos uma visão do grupo A.

Figura 14 - Grupo A - atividade 5.

Figura 15 - Grupo A - atividade 5.

A aluna encara com bom humor o comentário do colega de que "*pessoa mais sem coordenação não existe".*

Porém, mesmo com as dificuldades o grupo conseguiu compor figuras diferenciadas e se preocuparam muito em relação à posição de cada quadradinho, para que ficassem alinhados. Quando questionados se realmente havia necessidade de tamanha organização, responderam "*Para a área não, porque estamos usando sempre 20 quadradinhos em todas elas, mas o perímetro muda dependendo de como colocamos."*

Além disso, um grupo não conseguiu terminar sua sequência, pois em vários momentos alguns integrantes faltaram às aulas, e os que estavam presentes não conseguiram concluir no mesmo tempo em que os demais grupos, e também, nestes mesmos grupos, muitas discussões alheias ao trabalho foram desencadeadas, prejudicando o andamento das atividades.

Apesar de situações como estas, outros grupos demonstraram muita integração e trabalho em equipe. Em especial o grupo **G**, composto por dois alunos que raramente falam em aula, manifestando-se somente quando solicitados pela professora.

No momento da foto, o aluno da esquerda está explicando ao aluno da direita como este deve fazer para desenhar o quadrado da atividade 3, utilizando o esquadro. É possível verificar que há uma sintonia muito boa entre os dois. Ambos são alunos que não costumam dialogar com os demais colegas.

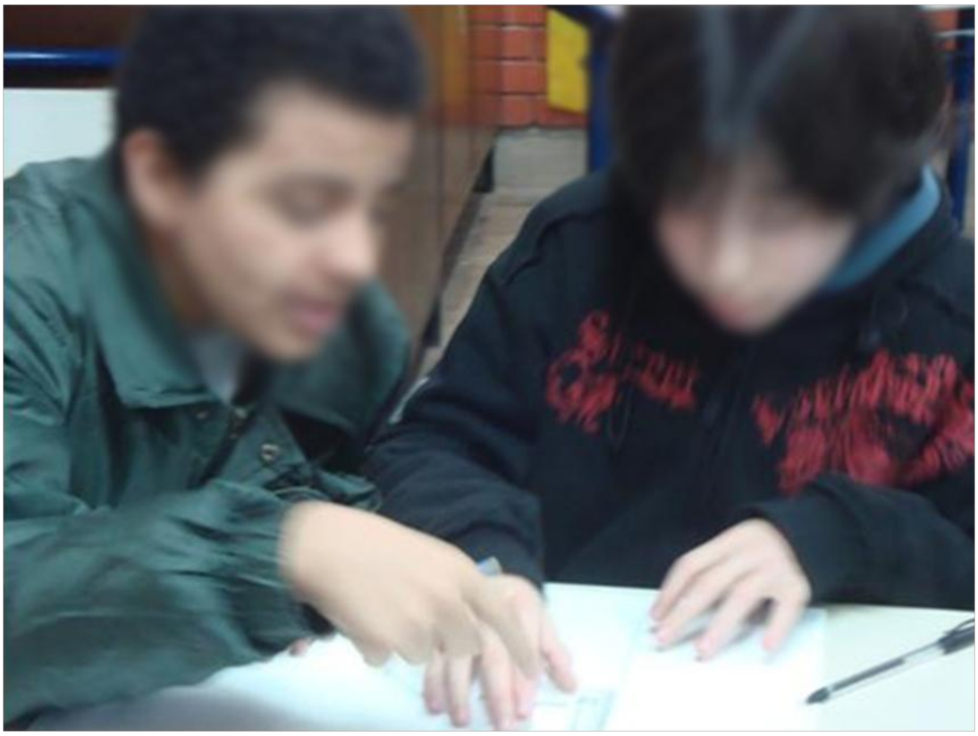


Figura 16 - Grupo G - atividade 3..

7. Alguns alunos possuem mais facilidade para atividades manuais, que exigem maior coordenação motora. Para estes, as atividades que exigem desenhos não trarão maiores dificuldades. Porém, para outros alunos será necessário que trabalhem com sua equipe, que compartilhem com seus colegas suas dificuldades para que estes possam auxiliar no desenvolvimento das tarefas com êxito.

Nas atividades que foram necessários desenhos e recortes no EVA, percebeu-se um forte trabalho em equipe. Em alguns momentos, todos os integrantes estavam com as mãos sobre o material fazendo alguma coisa: um medindo, outro ajudando a obter as medidas com maior precisão, outro explicando como fez. O mesmo percebeu-se no momento de formular as respostas para preencher o questionário. Geralmente, um aluno do grupo ficava responsável pela parte escrita em cada aula, mas o que deveria ser escrito foi formulado juntamente com os demais integrantes. Nas Figuras 17, 18 e 19 se destaca o trabalho em equipe para a realização dos desenhos.

Figura 17- Grupo B.

Figura 18 - Grupo A.

Figura 19 - Grupos desenvolvendo as atividades.

8. Ao final da sequência didática, esperava-se poder concluir que:
   8.1) O estudo de perímetro e área de figuras poligonais torna-se mais fácil quando se faz uso de ladrilhamento, composição e decomposição de figuras;
   8.2) É necessária uma sequência de atividades que trabalhe detalhadamente a diferença entre os conceitos de perímetro e área;
   8.3) A generalização e o uso de fórmulas são favorecidos pelo trabalho empírico realizado inicialmente, como por exemplo, no cálculo da área do retângulo.

Quanto ao item (8.1), percebe-se claramente que há um progresso na forma de pensar dos alunos.

Para responder o questionário da atividade 3, por exemplo, os alunos precisaram contar, uma a uma, as unidades que foram utilizadas para compor as figuras, mesmo quando a figura formada era um retângulo. Já na atividade 6 quando deveriam desenhar um retângulo e sobrepor a ele as unidades confeccionadas na atividade 3, os cálculos foram imediatos: B *"Precisamos contar apenas quantos têm em uma fileira e quantas fileiras são, e multiplicar esses dois valores".* Faltava apenas a relação de quantas unidades possui numa fileira corresponde ao comprimento da base, e quantas fileiras vão corresponder à altura. Mas essas correspondências foram feitas no decorrer da atividade 7, na qual os alunos deveriam utilizar o software Geogebra, que foi substituído por papel quadriculado, para desenhar diferentes retângulos e chegar a uma generalização para o cálculo do perímetro e da área da retângulo. Na Figura 20, detalhe para o registro feito pelo grupo **A**: *"Para calcular a área multiplicamos os quadradinhos da vertical e da horizontal e para calcular o perímetro somamos o comprimento pela largura e multiplicamos a soma por dois, a fórmula é* $p = (c + l) \cdot 2$ *e* $A = H \cdot V$*."*

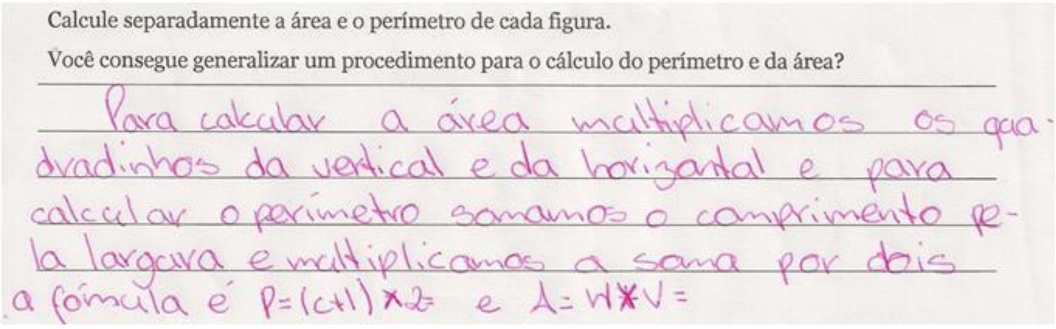
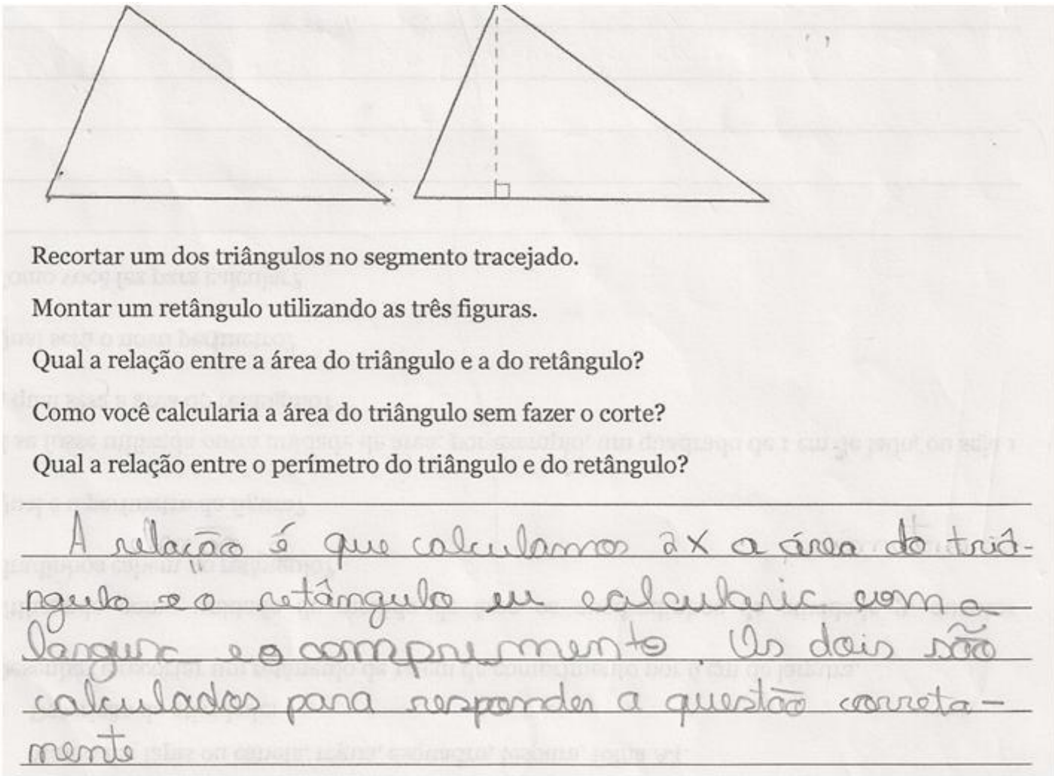

Calcule separadamente a área e o perímetro de cada figura.
Você consegue generalizar um procedimento para o cálculo do perímetro e da área?
Para calcular a área multiplicamos os qua-
dradinhos da vertical e da horizontal e para
calcular o perimetro somamos o comprimento pe-
la largura e multiplicamos a soma por dois
a fómula é P=(c+l)x2= e A=H*V=

Figura 20 - Grupo A - atividade 7.

Outro dado que demonstra que o trabalho com decomposição e composição auxilia no estudo de perímetro e área é observado nos registros feitos nas atividades 8 em diante.

A resposta dos alunos do grupo **F** para as questões da atividade 8 é: *"A relação é que calculamos 2 vezes a área do triângulo e o retângulo eu calcularia com a largura e o comprimento. os dois são calculados para responder a questão corretamente."* Para estes alunos está claro que o retângulo composto tem área igual ao dobro da área do triângulo, logo, se calcularem a área do retângulo, terão que dividi-la por 2 para obter a área do triângulo. O texto original encontra-se na Figura 21.



Recortar um dos triângulos no segmento tracejado.

Montar um retângulo utilizando as três figuras.

Qual a relação entre a área do triângulo e a do retângulo?

Como você calcularia a área do triângulo sem fazer o corte?

Qual a relação entre o perímetro do triângulo e do retângulo?

A relação é que calculamos 2x a área do triâ-
ngulo e o retângulo eu calcularia com a
largura e o comprimento. Os dois são
calculados para responder a questão correta-
mente

Figura 21 - Grupo F - atividade 8.

O registro apresentado na Figura 22 também deixa claro isso: *"A relação entre eles é que o paralelogramo teria a mesma altura e o mesmo comprimento o que muda é que o comprimento esta em uma posição diferente, eu calcularia a área do paralelogramo fazendo altura vezes o comprimento, por mais que um paralelogramo mude lugar sempre vai ter o mesmo resultado."*

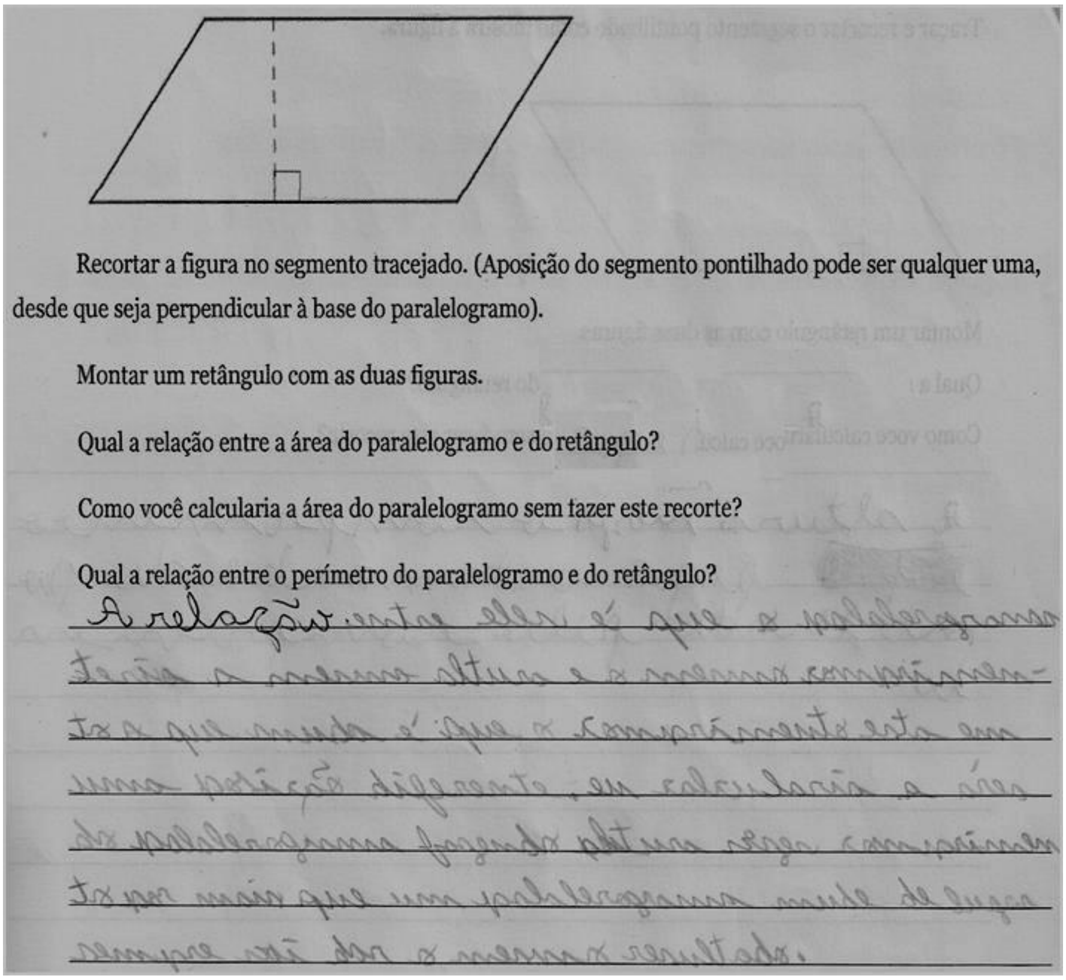
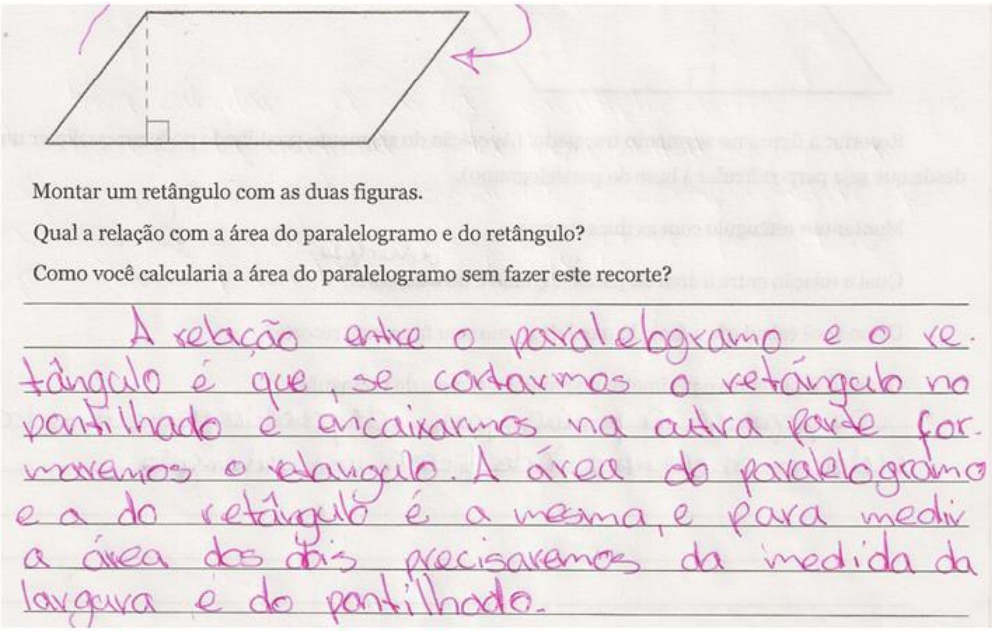


Figura 22 - Grupo G - atividade 10.

Já para os alunos que realizaram o registro da Figura 22, está claro que a base e a altura do retângulo formado são iguais às do paralelogramo decomposto, mudando somente a posição das peças nesta nova composição, mas não alterando o tamanho destas medidas.

No terceiro exemplo, contido na Figura 23, os alunos explicam claramente o processo de decomposição do paralelogramo e composição do retângulo, percebendo que área não se altera: "*A relação entre o paralelogramo e o retângulo é que, se cortarmos o retângulo no pontilhado e encaixarmos na outra parte formaremos o* <u>*retângulo*</u>. *A área do paralelogramo e a do retângulo é a mesma, e para medir a área dos dois precisaremos da medida da largura e do pontilhado.*" (No lugar da palavra <u>retângulo</u> deveria constar *paralelogramo*).



Montar um retângulo com as duas figuras.
Qual a relação com a área do paralelogramo e do retângulo?
Como você calcularia a área do paralelogramo sem fazer este recorte?

A relação entre o paralelogramo e o retângulo é que, se cortarmos o retângulo no pontilhado e encaixarmos na outra parte formaremos o retângulo. A área do paralelogramo e a do retângulo é a mesma, e para medir a área dos dois precisaremos da medida da largura e do pontilhado.

Figura 23 - Grupo A - atividade 10.

Portanto, concluiu-se que o estudo de perímetro e área de figuras poligonais torna-se mais fácil quando se faz uso de ladrilhamento, composição e decomposição de figuras.

Foi suposto também, item (8.2), que é necessária uma sequência de atividades didáticas que trabalhe detalhadamente a diferença entre os conceitos de perímetro e área.

Em praticamente todas as atividades foi solicitado que os alunos encontrassem relações: entre a área da figura decomposta e a nova figura obtida da composição; entre o perímetro da figura decomposta e a obtida da composição. Porém, mesmo com os questionamentos surgindo a cada nova atividade proposta, ao final da sequência ainda havia alguns alunos que, quando se dirigiam à professora para esclarecer alguma dúvida, utilizaram o termo perímetro no lugar de área. Isso nos leva a concluir que essa diferenciação deve ser feita a todo instante através das atividades que levem o aluno a perceber e compreender esses conceitos da forma correta.

Outra hipótese formulada e que se considera válida, item (8.3), é de que a generalização e o uso de fórmulas são favorecidos pelo trabalho empírico realizado inicialmente como, por exemplo, no cálculo da área do retângulo.

Esperava-se trabalhar apenas com a decomposição de figuras, como triângulo, trapézio e paralelogramo, e a composição de retângulos, fazendo com que o aluno percebesse relações entre as áreas dos polígonos. Porém, foi possível fazer com compreendessem a maneira de se obter a fórmula para o cálculo da área de cada uma destas figuras, a partir da área do retângulo. Um processo um pouco confuso para alguns alunos, mas que foi compreendido pela maioria.

O registro, conforme Figura 24, foi realizado pelo grupo **E**, que apresentou maior dificuldade para realizar a atividade 12 e mesmo assim, mostram que compreenderam a relação existente entre as áreas do trapézio e do retângulo. Segue a transcrição do texto escrito pelos alunos: *"A relação da área do trapezio e do retangulo é: A área do retangulo é 2x maior do que a área do trapézio ou a área do trapézio é a metade da área do retangulo. (B+b) É o comprimento do retangulo e a altura é o pontilhado, para calcular a área do retangulo precisamos fazer AxC da figura. Ax(B+b) Ainda precisamos dividir por 2 porque a área do trapézio é a metade da área do retângulo Ax(B+b)/2."*

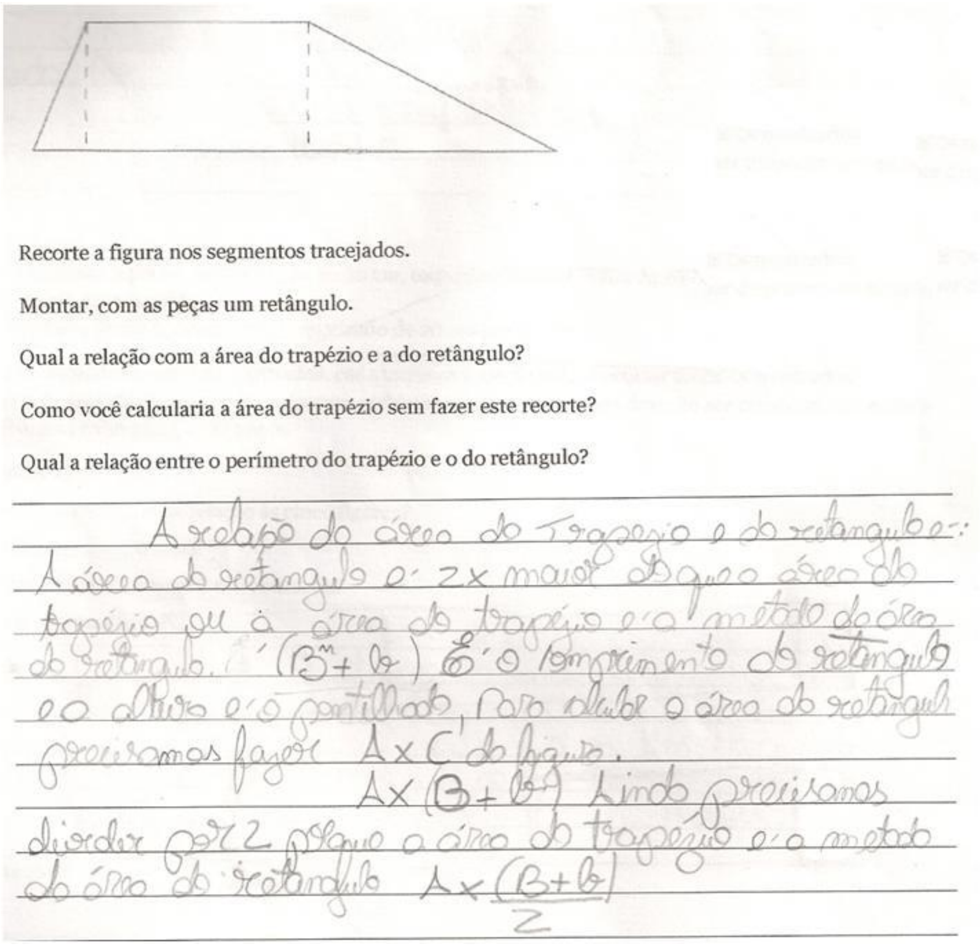


Figura 24 - Grupo E - atividade 12.

5 Considerações finais

Este trabalho tratou do ensino de perímetro e área de algumas figuras planas voltado para o aluno do Ensino Fundamental, mais especificamente para alunos de 6ª série, e utilizou como recurso didático o vídeo "As coisas têm área, volume e forma", o software Geogebra, régua, esquadro, compasso e atividades que pretendiam levar o aluno à compreensão destes conceitos.

Para tentar obter uma melhoria no cenário do ensino e da aprendizagem, foi desenvolvido um plano de ensino cujo principal objetivo foi construir junto aos alunos os conceitos de perímetro como comprimento do contorno de uma região plana, e o de área como o "tanto" de superfície de uma região plana, através do ladrilhamento e do uso da composição e decomposição de uma figura em outra.

Os dados coletados na prática validaram as hipóteses de que o estudo de perímetro e área de figuras poligonais torna-se mais fácil quando se faz uso de ladrilhamento, composição e decomposição de figuras, de que é necessária uma sequência de atividades que trabalhe detalhadamente a diferença entre os conceitos de perímetro e área e que a generalização e o uso de fórmulas são favorecidos por trabalhos empíricos realizados inicialmente.

Nenhuma hipótese foi invalidada, porém o plano de ensino precisa ser reformulado em alguns itens para que estas constatações sejam reforçadas com maior evidência.

Os aspectos a serem melhorados são relativos ao tempo destinado a cada uma das atividades, menor número de alunos nos grupos, alguns termos precisam realmente já ser de conhecimento dos alunos, como perpendicularismo, paralelismo, polígonos, aresta, vértice e ângulo. Além disso, os questionamentos feitos em cada uma das atividades devem ter linguagem mais próxima àquela utilizada pelos alunos, e para ter maior quantidade e precisão de dados a serem analisados, seria ideal a presença de um observador para fazer os registros, pois o professor, envolvido no trabalho com os alunos, não consegue realizar todos os registros necessários, principalmente dos diálogos que ocorrem entre eles. A presença de um observador também aumentaria precisão dos resultados. Também podem ser incluídas outras figuras planas nas atividades, como por exemplo, triângulos de diferentes tamanhos e tipos, losango e outros quadriláteros.

Este estudo também proporcionou algumas reflexões pessoais em relação ao conteúdo e aos recursos escolhidos para serem utilizados na proposta pedagógica.

A prática permitiu perceber que é possível desenvolver em sala de aula um trabalho mais vinculado a outras disciplinas que utilizam conceitos matemáticos, assim como perceber que não só na geografia, mas nas demais áreas do conhecimento existe uma grande quantidade de temas que podem ser desenvolvidos em parceria com os professores destas áreas, buscando trabalhar os diferentes significados que alguns termos podem ter, dependendo do contexto em que estão sendo utilizados. Por exemplo: o texto de um aluno falava sobre perímetro urbano e perímetro rural, uma aplicação que não foi prontamente compreendida, pois, no contexto em que estávamos trabalhando, perímetro era o comprimento de um contorno, mas no texto este termo tinha um significado mais amplo, o de região.

Além disso, os recursos digitais que foram utilizados (vídeo e software de geometria dinâmica) têm um papel significativo no aprendizado, pois não é apenas o professor falando, são imagens que estão sendo exibidas e que podem facilitar a compreensão (no caso do vídeo), e ferramentas que permitem maior flexibilidade e exatidão nos resultados (no caso do software Geogebra). Um exemplo disso são as peças quadriculadas utilizadas nas atividades iniciais da sequência didática que serviram como unidade de medida. O desenho e o recorte no EVA, por mais detalhado que os alunos tentaram fazer, apresenta imperfeições que não permitiram, por exemplo, encaixar uma peça perfeitamente na outra, fato que não ocorre quando estamos utilizando o software.

Em relação ao conteúdo, o plano de ensino preparado para trabalhar os conceitos de perímetro e área foi um desafio que, conforme as atividades iam sendo desenvolvidas, tornava-se ainda maior, pois as relações também ficavam mais difíceis de serem percebidas pelos alunos, exigindo da professora explicações diferenciadas para que o conteúdo fosse compreendido, porém sem dar respostas prontas ao aluno.

Comparando os resultados da prática de ensino aqui proposta e aqueles obtidos principalmente por (SECCO, 2007), pode-se fazer algumas considerações.

Em (SECCO, 2007), as atividades foram desenvolvidas com alunos de 8ª série do Ensino Fundamental, tiveram duração de 10 horas-aula e foram desenvolvidas atividades práticas semelhantes as que foram desenvolvidas aqui e um número considerável de atividades utilizando um software de geometria dinâmica.

Neste trabalho, foram utilizadas ao todo 13 horas-aula com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental e foram desenvolvidas apenas atividades práticas.

Comparando estes aspectos, poderia se pensar que esta prática não teve sucesso, porém deve-se levar em consideração as condições para a realização da mesma: aulas curtas com intervalos muito grandes entre uma e outra o que não permitia o início e o término de uma atividade numa mesma aula, fatores que não possibilitaram que as aulas no laboratório de informática fossem desenvolvidas na sua totalidade e, principalmente, a maturidade dos alunos que, de uma 6ª para uma 8ª série apresentam uma variação a ser considerada.

Mesmo com todos estes aspectos diferentes, em ambos os trabalhos as hipóteses que foram formuladas inicialmente, de que o trabalho utilizando o ladrilhamento, composição e decomposição contribui para o ensino dos conceitos de perímetro e área foi constatado, assim como que este trabalho realizado inicialmente favorece a passagem do empírico para o dedutivo.

Em relação às mídias digitais e recursos tecnológicos utilizados na prática de ensino pode-se considerar que estes apresentam-se como novas possibilidades em relação ao ensino.

Os recursos utilizados foram apenas o vídeo, utilizado como ponto de partida da sequência didática e o software Geogebra. O vídeo foi explorado na sua totalidade, porém, o Geogebra poderia ter sido introduzido em outras atividades, substituindo o material concreto.

Sobre o vídeo, durante a pesquisa que foi realizada anterior à prática, constatou-se a existência de uma grande quantidade de opções, algumas excelentes, outras nem tanto, disponíveis na internet, sobre assuntos os mais variados possíveis. Elaborar uma prática didática utilizando esta ferramenta requer pesquisa, estudo, mas traz resultados mais significativos se comparados a uma aula com apenas lápis e papel. Além disso, os alunos estão muito atentos às novas tecnologias, passam muitas horas do seu dia utilizando computador e outras mídias, então trazer isso para a sala de aula e utilizar essas ferramentas como atrativos para o ensino, potencializa a sua utilização.

Os alunos reagiram positivamente à atividade 2, onde utilizaram o software para perceber qual a melhor unidade a ser utilizada para recobrir superfícies. Porém, a utilização foi muito prejudicada por fatores externos que não puderam ser contornados.

As atividades finais, a partir do número 8, ficariam mais interessantes se desenvolvidas no software, após a utilização do material concreto. O software oferece a opção de dinamizar os movimentos, aumentar e diminuir tamanhos, mudar de posição, operações que também podem ser desenvolvidas com lápis e papel, porém não com tanta agilidade e rapidez.

Nas observações feitas durante o desenvolvimento das atividades, percebeu-se que algumas dificuldades que eram comuns para um número considerável de alunos, foram superadas.

Inicialmente, as dificuldades foram relativas à utilização dos instrumentos de medida oferecidos para os desenhos das figuras planas. Alguns alunos nunca haviam utilizado um compasso ou esquadro, por exemplo. Para superar esta dificuldade, antes de realizar as atividades da sequência didática, puderam manusear estes instrumentos, fazer desenhos quaisquer utilizando retas paralelas e perpendiculares, transferir medidas de um desenho para outro utilizando o compasso. Nem todos os alunos superaram suas dificuldades neste momento de introdução, mas contaram com a ajuda dos demais integrantes do grupo para fazer os desenhos das atividades.

Outra dificuldade constante em todo desenvolvimento da sequência didática, foi a de percepção de relações. Alguns alunos tiveram muita dificuldade para entender, por exemplo, por que a área do triângulo utiliza base vezes altura e é dividida por 2. Mesmo mostrando ao aluno que ele estava utilizando dois triângulos idênticos para compor um retângulo e que, portanto, um triângulo tem área igual à metade da área do retângulo, não ficava claro o porquê de realizar a divisão por 2.

O mesmo aconteceu quando estava sendo trabalhada a área do trapézio. Foi necessário ter um momento extraclasse com um grupo de alunos que estavam muito confusos e não conseguiam perceber a relação existente entre a área dos dois trapézios desenhados e do retângulo composto por estes depois de um recorte.

Foi necessário que a professora desenhasse novamente em papeis de cores diferentes, recortasse e retomasse todo o processo de decomposição dos trapézios até a composição do retângulo para que as ideias ficassem um pouco mais claras aos alunos.

Além disso, a dificuldade com a escrita foi outro fator que necessitou de muita assistência da professora. Principalmente nas primeiras atividades, os grupos de um modo geral, não entenderam o propósito dos questionários. Procuravam responder pergunta a pergunta, quando na verdade, esperava-se que lendo todas, formulassem uma resposta única que contemplasse a todas. Aos poucos, com o auxilio da professora conversando com cada um dos grupos, e explicando que as perguntas deveriam servir como orientadoras para o que eles deveriam refletir e não necessariamente deveriam responder item por item na ordem apresentada, mas compor um pequeno texto que contemplasse a todas às perguntas.

Além das constatações feitas em relação aos recursos utilizados, foram detectadas mudanças positivas em relação ao comportamento e principalmente em relação ao conhecimento.

Em relação ao comportamento, observou-se mais detalhadamente a evolução de um grupo composto por dois alunos, que em aula dificilmente expunham a sua opinião, somente perguntam quando o professor se reporta a eles, questionando-os sobre suas dúvidas em relação ao conteúdo. Estes alunos trocaram muitas informações, principalmente quando um deles faltou e na aula seguinte o que havia estado presente na aula anterior, explicou todo o desenvolvimento da atividade ao colega, com detalhes, mostrando porque a resposta havia sido escrita daquela forma, compondo novamente a figura utilizada e explicando as relações existentes entre as áreas de ambas.

Já em outro grupo ocorreu justamente o oposto, houve desentendimento entre dois alunos e foi necessário que os integrantes passassem a trabalhar em grupos diferentes.

Em relação ao conhecimento, observou-se evolução em diferentes aspectos. Primeiramente, em relação ao uso dos instrumentos de medida e desenho. Alguns não sabiam utilizar nem mesmo a régua com segurança, e terminaram a sequência didática utilizando régua e compasso para transferir medidas e desenhar as figuras planas com o rigor necessário ao bom desenvolvimento das atividades.

Os termos corretos, como base e altura, foram sendo utilizados com mais frequência no decorrer das atividades, e sendo percebidos também com mais facilidade nas figuras.

A dedução das fórmulas tornou-se mais fácil à medida que as atividades foram sendo desenvolvidas, pois conseguiam perceber mais claramente como fazer a composição da nova figura e que partes desta se mantinham iguais em relação à inicial, mesmo que a dedução de fórmulas não estivesse contida nos objetivos desse trabalho.

Além das mudanças percebidas nos alunos, destacamos também algumas reações percebidas nos colegas professores e outros membros da escola, assim como efeitos positivos para a escola.

Embora alguns colegas, professores de matemática, não acreditem que esse tipo de prática pedagógica possa apresentar bons resultados e melhorias no processo de aprendizagem dos alunos, outros colegas apostaram no sucesso das atividades.

A proposta de realização da prática de ensino foi apresentada numa reunião pedagógica e muitos comentários foram feitos a respeito, principalmente quanto ao uso dos computadores. A direção da escola aprovou a iniciativa de se fazer maior uso do espaço, porém foram evidenciados os possíveis problemas que poderiam ocorrer. Como são poucos computadores, os alunos tiveram que fazer um revezamento para desenvolver a única atividade em que foi possível utilizar o espaço, pois logo em seguida, a sala foi fechada para manutenção e instalação dos novos computadores. A atividade evidenciou a necessidade de um número maior de computadores, e esta necessidade foi percebida pela direção da escola.

Também para esta atividade foram adquiridos kits de desenho geométrico (régua, esquadro e transferidor), que serão materiais pedagógicos disponíveis a todos os demais alunos.

Além das melhorias em estrutura física, a proposta foi aceita e incentivada pela orientação pedagógica da escola, que aprovou a iniciativa, e está sendo utilizada para se rever o cronograma de conteúdos programáticos principalmente das 5ª e 6ª séries, pois nestes níveis, a geometria até aparece na lista de conteúdos previstos, porém dificilmente chega a ser trabalha com os alunos.

Espera-se que os resultados e conclusões desta pesquisa contribuam para o ensino dos conceitos de perímetro e área, assim como para a utilização de recursos de mídias digitais em sala de aula, tornando o aprendizado mais significativo aos alunos. Com os resultados obtidos e as observações feitas, algumas ressalvas quanto à utilização desta sequência didática, que servem como sugestões para trabalhos futuros, devem ser feitas: destinar um tempo maior para as algumas das atividades e utilizar em outros momentos o software Geogebra, pois este é uma ferramenta que foi pouco utilizada. Espera-se que, assim como percebemos que é possível desenvolver novas estratégias de ensino, outros educadores se sintam encorajados a repensar a sua prática e desenvolver novas estratégias para o ensino de perímetro e área através da reconfiguração de figuras.

Referências

AABOE, Asger. **Episódios da história da matemática**. Tradução: João Bosco Pitombeira de Carvalho. Brasília: SBM, 1984.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL, Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Proposta de diretrizes para a formação inicial de professores da educação básica em nível superior:** 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/sesu/arquivos/pdf/ed_basdire.Pdf.

CAJORI, Florian. **Uma história da matemática**. Tradução: Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

CHIUMMO, Ana. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1998. Disponível em < http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/ana_chiummo.pdf>. Acesso em 16 de abril de 2010.

DANTE, Luis Roberto. **Tudo é matemática, 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries.** São Paulo: Ática, 2008.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de Área: uma proposta de ensino e aprendizagem.** Dissertação de Mestrado. PUC/SP. 2003.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria.** In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 1996, Belo Horizonte. Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 1996.

JAKUBOVIC, José. **Matemática na medida certa, 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries**. São Paulo: Scipione, 2002.

MORAN, José Manuel. **O vídeo na sala de aula**. Artigo publicado na revista Comunicação & Educação. São Paulo, ECA-Ed. Moderna, [2]: 27 a 35, jan./abr. de 1995.

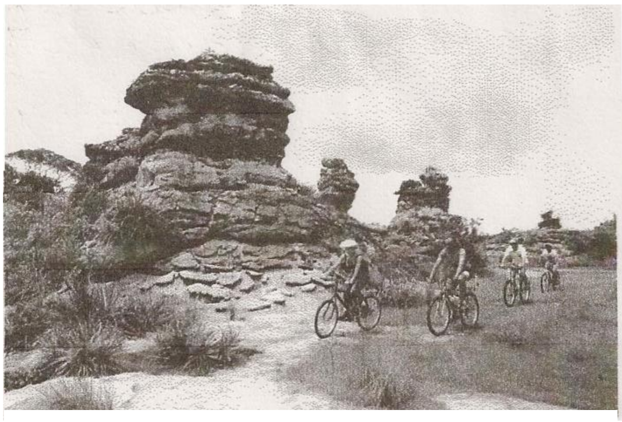
NOVO TELECURSO. “**As coisas têm área, volume e forma”**. Disponível em <http://novotelecurso.blogspot.com/2009/01/matemtica-e-fundamental-aula-14-1-de-2.html>. Acesso em 26 de abril de 2010.

SECCO, Anderson. **Conceito de Área: da composição e decomposição de figuras até fórmulas**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). PUC/SP, 2007. Disponível em <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/SECCO_anderson.html>. Acesso em 16 de abril de 2010.

Anexo 1 - Parque Nacional de Sete Cidades

“Parque Nacional de Sete Cidades”

"O Parque Nacional de Sete Cidades, localizado a 190 km de Teresina, [PI], caracteriza-se pela ocorrência de 7 (sete) grandes afloramentos rochosos ruiniformes, identificados como 'As Sete Cidades de Pedra', com inscrições que ainda não foram identificadas e nascentes perenes que formam riachos e cachoeiras. A vegetação da área é um tipo de transição entre o Cerrado e a Caatinga. A fauna é bastante diversificada e abriga espécies ameaçadas de extinção.



Ciclistas percorrem uma das cidades de pedra do Parque Nacional de Sete Cidades, situado nos municípios de Piracuruca e Piripiri (PI), 2004.

O Parque Nacional de Sete Cidades, com uma área de 6.221 hectares, é uma das grandes atrações turísticas do Nordeste. As pinturas rupestres, ou seja, os desenhos gravados ou pintados nas rochas, feitos por nossos antepassados, emprestam ao parque o ar de mistério que estimula a curiosidade e a imaginação dos visitantes. Os desenhos possuem, na maioria, formas precisas em tons de vermelho, amarelo e preto, sendo comumente encontrados nos paredões lisos. [...]

O amanhecer é saudado pela gritaria dos papagaios-*verdadeiros,* misturando-se ao alarido dos pássaros. Pode-se observar tucanos, xexéus e o falcão tropical, que são espécies de variado colorido e beleza. A paca, maior roedor da área do parque, pode ser observada, assim como a raposa, a suçuarana e a iguana, também conhecida como *camaleão."*

Extraído de: Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e Recursos Naturais Renováveis.
Disponível em: *www.ibama.govb.*
Acesso em: 21 fev, 2006.

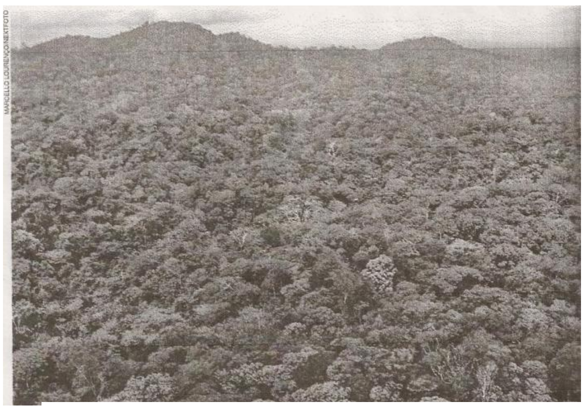
Anexo 2 - O gigante da Amazônia

“O gigante da Amazônia”

Em meio a toda a devastação da região amazônica, o Amapá resiste como um modelo de preservação: cerca de 95% de seu território ainda corresponde à mata virgem e lá está situada a maior reserva de floresta tropical do planeta. Vamos conhecer esse patrimônio ambiental no texto a seguir, extraído da revista Os caminhos da Terra.

"É possível que não se encontre esforço para preservação da Floresta Amazônica maior do que - ao menos em termos dimensionais - ao Parque Nacional Montanhas do Tumucumaque, no Amapá. A área de preservação, sozinha, representa 1% de toda a Amazônia e ocupa mais do que 26% do Amapá, além de ser a maior unidade de conservação do Brasil e a maior área protegida de floresta tropical do mundo. O contorno aproximado do parque é de 1.750 quilômetros, uma metragem maior do que a que marca a distância entre Brasília e Florianópolis. A área total é de 3,8 milhões de hectares (ou 38 mil km^2), quase o território inteiro da Holanda ou duas vezes o estado de Sergipe. [...]

'Praticamente todo o território é coberto por florestas primárias inalteradas', afirma o gerente do parque, Christoph Jaster. 'As exceções ficam por conta da prática de garimpo e de pequenos: pontos nas margens dos rios que serviam ou servem de roça', completa ele. Os rios, aliás, constituem outro atributo do Tumucumaque, que abriga as principais nascentes do estado: o Jari, o Araguari (com ondas de cinco metros durante os períodos mais fortes da pororoca), o Amapari e o Oiapoque.



Vista aérea do Parque Nacional Montanhas do Tumucumaque, Amapá (AP).

Extraído de: *Projeto Araribá, 7º ano/6ª série, 1ª edição, Editora Moderna, 2006.*

Anexo 3 - Concentração de terras

"A concentração de terras e os conflitos no campo"

O meio rural brasileiro apresenta uma distribuição extremamente desigual das terras, herança do período colonial que persiste até os dias atuais.

A concentração de terras

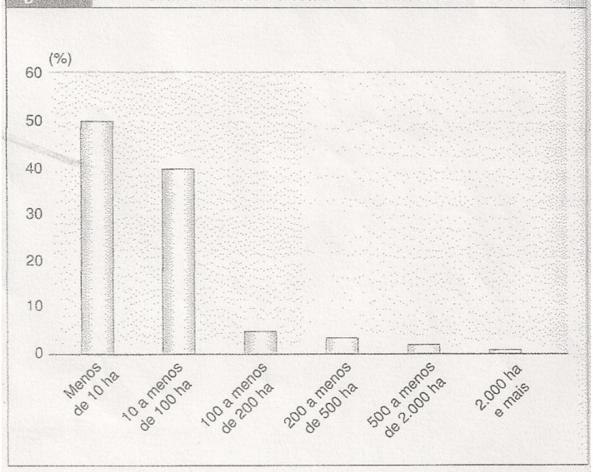
Hectare

Medida de área equivalente a 10.000 m^2

Ao analisarmos a organização do espaço rural brasileiro, um aspecto que chama a atenção é a extrema **concentração de terras** (fig. 24). Isso quer dizer que um pequeno número de proprietários detém a posse de milhões de hectares de terras, enquanto milhões de pequenos e médios agricultores dividem o equivalente a menos de 10% dessas terras. Sem contar aqueles que, sem acesso à propriedade, permanecem na condição de empregados, arrendatários, parceiros ou ocupantes.

Como você pode observar nos gráficos (figs. 24 e 25), quase metade dos estabelecimentos rurais brasileiros tem menos dez hectares. No entanto, eles ocupam apenas cerca de 2% da área total das propriedades. Por outro lado, um pequeno número de estabelecimentos rurais, com mais de 2000 hectares, ocupa quase 35% da área total (fig. 26)

Figura 24 Brasil: número de estabelecimentos rurais – 1996



Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar.* Rio de Janeiro: IBGE, 2002. p. 132.

Extraído de: *Projeto Araribá, 7º ano/6ª série, 1ª edição, Editora Moderna, 2006.*

Anexo 4 - Região Norte

"Região Norte: apresentação e aspectos físicos"

A paisagem da Região Norte revela um espaço físico marcado pela presença da Floresta Amazônica.

Amazônia e Região Norte são sinônimos?

Com uma superfície de 3.853.327 km², a Região Norte, definida pelo IBGE, corresponde a quase metade do território brasileiro.

Unidade da Federação (UF)	Sigla	Área (km²)
Rondônia	RO	237.576
Acre	AC	152.581
Amazonas	AM	1.570.746
Roraima	RR	224.299
Pará	PA	1.247.690
Amapá	AP	142.815
Tocantins	TO	277.621

Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar.* Rio de Janeiro: IBGE, 2002. p. 97.

A Região Norte e a Amazônia têm áreas de abrangência diferentes. Observe os limites da Região Norte e da Amazônia nos mapas das figuras 1 e 2.

Fonte: IBGE. *Atlas geográfico escolar.* Rio de Janeiro: IBGE, 2002. p. 97.

Extraído de: *Projeto Araribá, 7º ano/6ª série, 1ª edição, Editora Moderna, 2006.*

Anexo 5 - Mata Atlântica

"Mata Atlântica"

Do Rio Grande do Sul até o Piauí, diferentes formas de relevo, paisagens, características climáticas diversas e a multiplicidade cultural da população configuram essa imensa faixa territorial do Brasil. No entanto, existe um aspecto comum que dá unidade a toda essa região: o bioma mais rico em biodiversidade do planeta, a Mata Atlântica. Ao todo, são 1.300.000 km^2, ou cerca de 15% do território nacional, englobando 17 estados brasileiros, atingindo até o Paraguai e a Argentina. Somado à magnitude destes números, um outro dado modifica a percepção sobre a imensidão desse bioma: cerca de 93% de sua formação original já foi devastado.

Classificada como um conjunto de fisionomias e formações florestais, a Mata Atlântica se distribui em faixas litorâneas, florestas de baixada, matas interioranas e campos de altitude. São nessas regiões que vive também 62% da população brasileira, cerca de 110 milhões de pessoas. Um contingente populacional enorme que depende da conservação dos remanescentes de Mata Atlântica para a garantia do abastecimento de água, a regulação do clima, a fertilidade do solo, entre outros serviços ambientais. Obviamente, a maior ameaça ao já precário equilíbrio da biodiversidade é justamente a ação humana e a pressão da sua ocupação e os impactos de suas atividades.

Pela extensão que ocupa do território brasileiro, a Mata Atlântica apresenta um conjunto de ecossistemas com processos ecológicos interligados. As formações do bioma são as florestas Ombrófila Densa, Ombrófila Mista (mata de araucárias), Estacional Semidecidual e Estacional Decidual e os ecossistemas associados como manguezais, restingas, brejos interioranos, campos de altitude e ilhas costeiras e oceânicas. Um exemplo da relação entre os ecossistemas é a conexão entre a restinga e a floresta, caracterizada pelo trânsito de animais, o fluxo de genes da fauna e flora, e as áreas onde os ambientes se encontram e vão gradativamente se transformando - a chamada transição ecológica.

Vale destacar ainda a existência de sete das nove maiores bacias hidrográficas brasileiras neste bioma. Sendo assim, proteger a Mata Atlântica também é proteger os processos hidrológicos responsáveis pela quantidade e qualidade da água potável para cerca de 3,4 mil municípios, e para os mais diversos setores da economia nacional como a agricultura, a pesca, a indústria, o turismo e a geração de energia.

Os rios e lagos da Mata Atlântica abrigam ainda ricos ecossistemas aquáticos, grande parte deles ameaçados pelo desmatamento das matas ciliares e conseqüente assoreamento dos mananciais, pela poluição da água, e pela construção de represas sem os devidos cuidados ambientais. Essa intrincada rede de bacias é formada por rios de importância nacional e regional, do São Francisco e Paraná, ao Tietê, Paraíba do Sul, Doce e Ribeira do Iguape.

SOS Mata Atlântica

Disponível em:

http://www.sosmatatlantica.org.br/index.php?section=info&action=mata

Acesso em 13/06/2010.

Anexo 6 - Amazonas

“Amazonas”

O Amazonas é o segundo rio mais extenso do planeta, apresenta 5.825 quilômetros, sendo menor apenas que o rio Nilo (7.400 quilômetros). No entanto, apresenta a maior vazão de água. A nascente do rio Amazonas está localizada no lago Lauri, nos Andes do Peru. O rio Amazonas está presente nos países do Peru, Colômbia e Brasil, em sua bacia hidrográfica estão também os países da Bolívia, Equador, Venezuela e Guiana.

O rio nasce com o nome de Vilcanota, e recebe depois as denominações de Uicaiali, Urubamba e Marañón. Quando entra no Brasil, se torna Solimões, até o encontro com o rio Negro, próximo de Manaus. Desse ponto até a foz recebe o nome de Amazonas. No território brasileiro, esse grande e importante rio desce de 82 metros de altitude, em Benjamin Constant, dirigindo-se ao oceano depois de uma trajetória de 3.165 quilômetros. O encontro do rio Negro com o rio Solimões proporciona uma imagem de grande beleza, isso por que os rios possuem águas de coloração distinta, o rio Negro apresenta águas escuras em razão da dissolução de ácido húmico, e o Solimões, águas claras e, ao encontrar, suas respectivas águas não se misturam.

Brasil Escola

Disponível em:

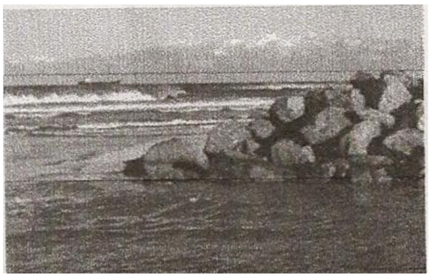
http://www.brasilescola.com/brasil/rio-amazonas.htm.

Acesso em 13/06/2010.

Anexo 7 - Litoral Sul

“Litoral Sul”

Com 622 km de extensão, o litoral do Rio Grande do Sul, além de ostentar a gigantesca e reta **Praia do** Cassino, considerada a mais extensa do planeta, com 254 km contínuos, inclui ainda a imensa Lagoa dos Patos.



Tramandaí - Rio Grande do Sul - Foto: Embratur

Na chamada Costa Doce, o Parque Nacional da Lagoa do Peixe abrange uma área utilizada por mais de trinta espécies de aves migratórias, vinte e seis delas provenientes do Hemisfério Norte, além de aproximadamente cento e cinqüenta espécies residentes na região. No Litoral Norte do Rio Grande do Sul, a sofisticada e exótica cidade de Torres, deve seu nome às três impressionantes falésias em forma de torre, do alto das quais é possível avistar várias praias. Arroio do Sal, antiga colônia de pescadores, possui belas paisagens marítimas. Capão da Canoa tem diversos balneários e os dois maiores parques aquáticos do estado.

Maquiné, afastada da costa, fica junto à Reserva Biológica da Serra Geral, constituindose numa boa opção rural. Xangri-lá possui balneários tranqüilos e boas casas de veraneio. Tramandaí, é um balneário mais popular, enquanto Imbé, a apenas 4 km, é menor e menos agitada. Cidreira é a mais antiga praia do Litoral Norte.

Camaquã, Arambaré, São Lourenço do Sul e Pelotas, localizados à margem direita da Lagoa dos Patos, podem funcionar muito bem como opção rural. Rio Grande é a cidade mais antiga do estado. A partir dela é possível visitar parte da Estação Ecológica do Taim, também conhecida como o Pantanal Gaúcho, área de banhado com uma fauna riquíssima que inclui nada menos que 230 espécies de aves.

Cassino, pertencente ao município de Rio Grande, possui aquela que é considerada a maior praia do mundo, com mais de 200 km, grande parte dos quais desertos. Chuí é a cidade que marca o extremo sul do território nacional. Além das últimas praias brasileiras, os visitantes costumam explorar também as atrações do Uruguai, e freqüentar a movimentada avenida que a separa da vizinha Chuy, já nos limites daquele país fronteiriço.

Disponível em:
http://www.brasilazul.com.br/riograndedosul.asp.
Acesso em 13/06/2010.

Anexo 8 - Devastação da Amazônia

20% da área devastada da Amazônia têm floresta em fase de regeneração

Dados preliminares de estudo inédito do Inpe/Embrapa apontam o que ocorre nos 700 mil km2 já desmatados

Pela primeira vez desde que começou a monitorar o desmatamento da Amazônia, em 1988, o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe) vai "tirar a máscara" da floresta e ver o que está acontecendo nos 700 mil quilômetros quadrados já desmatados da região. Um estudo preliminar, baseado numa amostra de 26 imagens de satélite, indica que 19,4% dessa área total desmatada possui florestas secundárias em processo de regeneração. A expectativa de vida dessas novas florestas, porém, é curta - cerca de cinco anos, até serem derrubadas novamente.

Os números carregam uma série de implicações para as políticas nacionais de combate ao aquecimento global e de conservação da biodiversidade na Amazônia. As florestas secundárias absorvem parte do dióxido de carbono (C02) que foi emitido pela derrubada e queima das florestas originais, reduzindo o impacto do desmatamento sobre as mudanças climáticas. Quando a vegetação é queimada novamente, porém, o C02 retoma para a atmosfera.

"A floresta secundária reabsorve carbono, mas isso não significa que o carbono esteja imobilizado para sempre", disse ao Estado o engenheiro agrônomo Cláudio Almeida, chefe do recém-criado Centro Regional da Amazônia (CRA) do Inpe, em Belém (P A).

"Na maioria dos casos, a vegetação é derrubada e o carbono é reemitido em um tempo relativamente curto", completa Almeida, que fez o estudo para sua tese de mestrado, concluída em 2008. A pesquisa foi feita com dados de 2006, quando a área total desmatada na Amazônia era de 680 mil k:m2 (hoje já ultrapassou 700 mil k:m2). Naquele ano, os 19,4% de florestas secundárias cobriam 132 mil k:m2, uma área maior do que metade do Estado de São Paulo.

A pesquisa, feita por amostragem, agora deverá ser ampliada para toda a Amazônia, com um detalhamento muito maior. Além de calcular a área exata de florestas secundárias, o estudo fará um mapeamento completo do uso e cobertura do solo nas áreas desmatadas da Amazônia, dividindo-as em quatro categorias: agricultura, pecuária, floresta secundária e outros usos. A previsão é que os resultados fiquem prontos em um ano. Será o primeiro projeto do CRA, feito em parceria com a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa).

Máscara

As estatísticas anuais de monitoramento do Inpe consideram apenas as áreas de novos desmatamentos ocorridos sobre áreas de floresta primária. Por isso, as áreas desmatadas em anos anteriores são cobertas nas imagens de satélite por uma "máscara" digital, que impede que elas sejam recontadas. Esta será a primeira vez que o Inpe olhará em detalhes o que está acontecendo "por baixo da máscara".

Além de fazer um retrato da situação atual, o projeto fará comparações com imagens de satélite de anos anteriores para tentar construir um histórico de como cada área foi ocupada ao longo do tempo.

Estudos de longo prazo no Pará mostram que as florestas secundárias (também chamadas capoeiras) são muitas vezes usadas para recuperar a produtividade agrícola dos solos, em ciclos de oito a dez anos.

Se forem deixadas em repouso por mais tempo, após 20 anos, chegam a acumular 35% da biomassa das florestas primárias, segundo a pesquisadora Ima Vieira, diretora do Museu Paraense Erm1io Goeldi. A biodiversidade da floresta é profundamente alterada, e dificilmente (talvez nunca) retoma ao seu estado original, segundo especialistas. (O Estado de SP).

Disponível em:
http://www.fne.org.br/fne/index.php/fne/noticias/20_da_area_devastada_da_amazonia_tem_floresta_em_fase_de_regeneracao.
Acesso em 13/06/2010.