

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais

PPGEM

CRITÉRIOS PARA LOCAÇÃO AMOSTRAL BASEADOS EM  
SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA

*Gustavo Grangeiro Pilger*

Dissertação para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, RS

2000

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais

PPGEM

CRITÉRIOS PARA LOCAÇÃO AMOSTRAL BASEADOS EM  
SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA

*Gustavo Grangeiro Pilger*

Engenheiro de Minas

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e dos Materiais - PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de concentração: Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral

Porto Alegre, RS

2000

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. João Coimbra Leite Costa

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Carlos Otávio Petter

Prof. Dr. Armando Zaupa Remacre

Prof. Dr. Paulo Salvadoretti

Prof. Dr. Telmo Roberto Strohaecker  
Coordenador do PPGEM

"Há homens que lutam dias e são bons.

Há homens que lutam semanas e são melhores.

Há homens que lutam anos e são ótimos.

Há homens que lutam sempre,

estes são imprescindíveis."

Bertold Brecht

Aos meus pais,  
pelo constante e insubstituível apoio,  
por terem proporcionado a educação  
e incentivo fundamentais à conclusão  
desse trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. João Felipe C. L. Costa pelo tema, orientação, confiança e amizade.

Ao LPM e à todo o pessoal que faz deste um grande laboratório de pesquisa. Agradeço em especial aos colegas: Telmo Quadros, Rodrigo Peroni, Enrique Munaretti, José Antônio Kurcewicz, Sérgio Klein, André Zingano, Sandro Schneider, Luis Eduardo de Souza, Débora Roldão, Fernando Bonato e Roberto Heemann pelo companheirismo e bons momentos no trabalho diário.

À equipe técnica da Copelmi Mineração Ltda. por todo o suporte prestado.

À Ana Paula, pela motivação, pela ajuda nas correções, pela compreensão, carinho e amor.

À todas as pessoas, e àquelas que talvez mesmo sem querer, auxiliaram de alguma forma à conclusão desse trabalho.

Ao CNPq pela bolsa concedida.

# Índice

Lista de figuras.....	xi
Lista de tabelas.....	xviii
Resumo .....	xix
Abstract.....	xx
Capítulo 1 – Introdução .....	1
1.1 Trabalhos recentes e objetivos dessa dissertação .....	2
1.2 Metodologia .....	5
1.3 Organização dessa dissertação .....	8
Capítulo 2 – Amostragem e erros associados .....	9
2.1 População e domínio de amostragem.....	9
2.2 Amostragem de dados aleatórios: tamanho de amostra .....	10
2.3 Amostragem geoposicionada e estratégia de amostragem .....	12
2.3.1 Amostragem estritamente randômica.....	13
2.3.2 Amostragem sistemática .....	14
2.3.3 Amostragem randômica estratificada.....	15
2.4 Equiprobabilidade e amostragem randômica .....	16

2.5 Erros de amostragem.....	17
2.6 Heterogeneidade.....	21
2.6.1 Heterogeneidade constitucional (CH).....	22
2.6.2 Heterogeneidade distribucional (DH).....	22
2.7 Suporte amostral.....	22
2.7.1 Correção de suporte.....	25
2.8 Comentários.....	29
Capítulo 3 – Métodos de determinação da incerteza.....	30
3.1 Modelos probabilísticos e variáveis randômicas.....	30
3.2 Variância do erro.....	31
3.2.1 Variância de krigagem.....	33
3.3 Simulação seqüencial condicional.....	36
3.3.1 Normalização.....	37
3.3.2 Verificação de multinormalidade.....	38
3.3.3 Reprodução das características estatísticas da distribuição condicionante.....	39
3.3.4 Medidas locais da incerteza.....	41
3.3.4.1 Variância condicional.....	42
3.3.4.2 Coeficiente de variação, CV.....	42
3.3.4.3 Intervalo entre quartis, IEQ.....	43
3.4 Comentários.....	44
Capítulo 4 – Estudo de caso.....	45
4.1 Área de estudo.....	45
4.2 Camada S12.....	48



4.2.1	Análise exploratória dos dados .....	49
4.2.2	Modelo de continuidade espacial .....	50
4.2.3	Mudança de suporte .....	52
4.2.4	Variância de krigagem.....	54
4.2.5	Simulação seqüencial Gaussiana.....	55
4.2.5.1	Testes de multinormalidade .....	55
4.2.5.2	Continuidade espacial e ssG da distribuição normalizada.....	59
4.2.5.3	Validação dos resultados .....	60
4.2.5.4	Imagens equiprováveis das realizações escolhidas.....	62
4.3	Medidas de incerteza.....	62
4.4	Informações adicionais.....	67
4.4.1	Informações adicionais nº 1 a 4: 1ª etapa .....	68
4.4.2	Informações adicionais nº 5 a 9: 2ª etapa .....	71
4.4.3	Informações adicionais nº 10 a 14: 3ª etapa .....	74
4.4.4	Informações adicionais nº 15 a 19: 4ª etapa .....	78
4.4.5	Informações adicionais nº 20 a 24: 5ª etapa .....	81
4.4.6	Informações adicionais nº 25 a 29: 6ª etapa .....	84
4.4.7	Informações adicionais nº 30 a 34: 7ª etapa .....	87
4.5	Impactos sobre as médias globais e locais .....	90
4.6	Comentários .....	99
Capítulo 5 – Conclusões e recomendações .....		100
5.1	Conclusões .....	100
5.2	Restrições e recomendações para futuros trabalhos .....	102
Referências bibliográficas .....		103

Apêndice A – Programas Addcol1 e Addcol1_plus.....	106
Apêndice B – Programa Blocos_plus.....	116
Apêndice C – Programa Mmove1.....	124

## Lista de figuras

Figura 1.1	Estimativas de teor por KO (gráfico da esquerda) e suas variâncias (gráfico da direita) com relação à proximidade dos dados amostrais .....	2
Figura 1.2	Método de lavra <i>strip mining</i> . Vista aérea do corte Coréia da Mina do Recreio. Fonte: Copelmi Mineração Ltda.....	4
Figura 1.3.a	Esquema da metodologia adotada no trabalho.....	6
Figura 1.3.b	Exemplo da figura anterior, mostrando mapas de processos de simulação e pós-simulação .....	7
Figura 2.1	Amostragem sistemática; (a) quadrado, (b) retangular .....	14
Figura 2.2	Grids sistemáticos triangulares .....	14
Figura 2.3	Redes sistemáticas radiais; (a) raio com aumento constante, (b) raio com aumento progressivo. Modificado de Myers, 1996 – p. 446.....	14
Figura 2.4	Amostragem sistemática. Amostragem sistemática simples (a), com amostragem no centro de cada célula; amostragem sistemática randômica (b).....	15
Figura 2.5	Amostragem randômica estratificada. Amostragem randômica estratificada simples (a) e amostragem randômica estratificada autoritária (b) .....	16
Figura 2.6	Dois resultados diferentes do processo de locação de amostragem randômica, mostrando aninhamento (porção sudoeste da figura (a)) e tendenciosidade espacial (espaços não amostrados na porção noroeste da figura (a) e sul da figura (b)). Fonte: Myers, 1996 – p. 95.....	16

Figura 2.7	Resultados equiprováveis de dois programas de amostragem randômica. Em ambos programas de amostragem o espaço foi igualmente amostrado, não apresentando aninhamento e tendenciosidade. Fonte: Myers, 1996 – p. 96 .....	17
Figura 2.8	Três exemplos de delimitação do incremento em três vistas de um testemunho de sondagem. Em (a), vista superior ortogonal ao do eixo onde são considerados todos os fragmentos, ou parte deles, cujos centros de gravidade estiverem dentro do barrilete. Igualmente em (b), com vista lateral de uma seção longitudinal (são considerados os fragmentos que estiverem contidos no diâmetro $\varnothing_1$ ). Em (c), vista superior do material amostrado. Modificado de Myers, 1996 – p. 223, 226 e 228.....	19
Figura 2.9	Três exemplos de extração do incremento exemplificadas em testemunhos de sondagem. O fragmento só é considerado se o seu centro de gravidade estiver dentro do dispositivo de amostragem. Modificado de Myers, 1996 – pp. 224, 226 e 227 .....	20
Figura 2.10	Três tamanhos diferentes de suporte amostral .....	23
Figura 2.11	Histograma de amostras de tamanho de 3” (barras verticais) e amostras de 1’ (linha contínua).....	23
Figura 2.12	Relação de aumento/diminuição da variância com o aumento/diminuição do suporte.....	24
Figura 2.13	Contraste entre o espalhamento da distribuição de blocos e amostral.....	24
Figura 2.14	Histograma de blocos de tamanho 10’X 10’ (barras verticais) e blocos de tamanho 50’X 50’ (linha contínua).....	25
Figura 3.1	Processo gráfico de transformação da distribuição original (z-valores) em y-valores. Fonte: Goovaerts, 1997 – pp. 268 .....	38
Figura 3.2	Flutuações na reprodução do momento de 2 <sup>a</sup> ordem da distribuição condicionante nas direções de maior (a) e de menor continuidade espacial (b).....	40
Figura 3.3	Flutuações na reprodução do momento de 1 <sup>a</sup> ordem da distribuição condicionante (histograma central).....	40

Figura 3.4	Concentração (ppm) de acordo com a distância linear entre os pontos amostrados. Fonte: Goovaerts, 1997 – pp. 339.....	43
Figura 3.5	Gráficos comparativos de variabilidade entre os pontos amostrados. Fonte: Goovaerts, 1997 – pp. 339.....	44
Figura 4.1	Localização do município de Butiá.....	46
Figura 4.2	Perfil geológico da área da Balança, mostrando as 12 camadas de carvão presentes, assim como as litologias intercalantes. Espessuras indicadas em metros. Figura demonstrativa, sem escala. ....	47
Figura 4.3	Representação da camada S12, composta pelas camadas de carvão S1 e S2 e por uma camada de siltito (P2). ....	48
Figura 4.4	Camada S12. Mapa de localização dos furos de sondagem com suas respectivas identificações. A legenda de cores indica o intervalo no qual está inserida a espessura (m) da camada S12 correspondente para cada local amostrado .....	49
Figura 4.5	Histograma da distribuição original (S12mod.dat).....	49
Figura 4.6	Histograma desagrupado dos dados.....	50
Figura 4.7	Variograma na direção de máxima (a) e mínima (b) continuidade espacial.....	50
Figura 4.8	Distribuição do erro após a estimativa nos locais amostrados e suas características estatísticas de 1ª ordem. A média próxima de zero e o reduzido espalhamento validam o modelo de continuidade espacial .....	51
Figura 4.9	Gráfico mostrando a relação entre as probabilidades cumulativas dos valores amostrados e estimados (esquerda) e mapa indicando as localidades críticas (de alto erro – positivo ou negativo). A escala de cores expressa o erro absoluto .....	52
Figura 4.10	Histograma desagrupado e com mudança de suporte dos dados originais ...	53
Figura 4.11	Mapa de variância de krigagem, juntamente com as localizações dos pontos de amostragem (pontos pretos) .....	54

Figura 4.12	Histograma cumulativo normalizado da distribuição com variância corrigida (a). Gráfico de probabilidade cumulativa dos dados normalizados (b).....	55
Figura 4.13	Histograma de freqüência cumulativa (esquerda) e gráfico de probabilidade (direita) para a distribuição da diferença entre os valores dos pares constituintes dos lags para o cálculo do variograma.....	56
Figura 4.14	Teste de binormalidade razão madograma/variograma para os madogramas/variogramas omnidirecional (a), direção 0° (b) e direção 90° (c). O eixo das abcissas, em vermelho, representa o valor ideal para a relação da equação (3.18).....	57
Figura 4.15	Variogramas teóricos dos quartis 25, 50 e 75 % (linha contínua) e os variogramas experimentais da indicatriz (pontos) para os mesmos quartis para as direções de 0° (variogramas da esquerda) e 90° (variogramas da direita).....	58
Figura 4.16	Variograma na direção de máxima (a) e mínima (b) continuidade espacial – espaço normal. ....	59
Figura 4.17	Histograma do erro, a partir da estimativa nos pontos amostrados .....	59
Figura 4.18	Validação do momento de 2ª ordem das realizações selecionadas.....	61
Figura 4.19	Validação do momento de 1ª ordem das realizações selecionadas.....	61
Figura 4.20	Imagens das cinco realizações analisadas.....	62
Figura 4.21	Legenda das imagens categorizadas de acordo com os quartis.....	63
Figura 4.22	Fluxograma mostrando a seqüência de programas utilizados para a realização dos mapas de incerteza .....	64
Figura 4.23	Imagens mostrando a incerteza em relação aos blocos considerando 100 realizações. O método de $\sigma_{ok}^2$ é apresentado em (a), o método da $\sigma^2$ condicional em (b), o de CV condicional em (c) e por último o método de IEQ em (d).....	65

Figura 4.24	Histogramas de frequência para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância de krigagem (a), variância condicional (b), cv condicional (c) e IEQ (d)). Índices de incerteza calculados para os modelos simulados considerando o banco de dados original (91 informações) .....	66
Figura 4.25	Campo de influência da informação adicional nº 10 para o cálculo da média local de IEQ. Nº de blocos computados: 231. Média local prévia: 0,2225. Média local após a adição da informação: 0,1624. Redução de cerca de 25 % .....	67
Figura 4.26	Localização das quatro primeiras informações adicionais propostas .....	69
Figura 4.27	Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), CV condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais quatro informações (95 informações) .....	70
Figura 4.28	Figura confrontando os mapas de incerteza originais com os mapas de incerteza gerados após a inclusão de quatro informações adicionais .....	71
Figura 4.29	Localização das cinco seguintes informações adicionais propostas (96 a 100) .....	72
Figura 4.30	Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais nove informações (100 informações) .....	73
Figura 4.31	Figura confrontando os mapas de incerteza com quatro e nove informações adicionais .....	74
Figura 4.32	Localização das cinco informações subseqüentes propostas (101 a 105).....	75
Figura 4.33	Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 14 informações (105 informações) .....	76

Figura 4.34	Figura confrontando os mapas de incerteza com nove e 14 informações adicionais .....	77
Figura 4.35	Localização das cinco informações adicionais subseqüentes propostas (106 a 110).....	78
Figura 4.36	Histogramas de freqüência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 19 informações (110 informações) .....	79
Figura 4.37	Figura confrontando os mapas de incerteza com 14 e 19 informações adicionais .....	80
Figura 4.38	Localização das cinco informações adicionais subseqüentes propostas (111 a 115).....	81
Figura 4.39	Histogramas de freqüência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 24 informações (115 informações) .....	82
Figura 4.40	Figura confrontando os mapas de incerteza com 19 e 24 informações adicionais .....	83
Figura 4.41	Localização das cinco informações adicionais subseqüentes propostas (116 a 120).....	84
Figura 4.42	Histogramas de freqüência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 29 informações (120 informações) .....	86
Figura 4.43	Figura confrontando os mapas de incerteza com 24 e 29 informações adicionais .....	87
Figura 4.44	Localização das cinco informações adicionais subseqüentes propostas (121 a 125).....	88



Figura 4.45	Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 34 informações (125 informações) .....	89
Figura 4.46	Figura confrontando os mapas de incerteza com 29 e 34 informações adicionais .....	90
Figura 4.47	Figura confrontando os mapas de incerteza originais e com as 34 informações adicionais propostas .....	91
Figura 4.48	Gráficos mostrando a relação entre a média global da variância condicional (a), do CV condicional (b) e do IEQ (c) com a incrementação de informação. Os valores extremos também são apresentados.....	93
Figura 4.49	Gráfico mostrando a redução percentual da incerteza média global da variância condicional, do CV condicional e do IEQ com o aumento do n <sup>o</sup> de informação .....	95
Figura 4.50	Gráficos de dispersão entre a média local dos índices de incerteza antes (eixo das ordenadas) e depois da adição de informações (eixo das abcissas). O gráfico mostrado em (a) é referente à variância condicional, em (b) à CV condicional e em (c) à IEQ.....	97
Figura 4.51	Gráfico mostrando a redução percentual da incerteza média local da variância condicional, do CV condicional e do IEQ com a incrementação de informação .....	98

## Lista de tabelas

Tabela 4.1	Comparativo dos parâmetros estatísticos entre as distribuições original, desagrupada e com mudança de suporte .....	53
Tabela 4.2	Parâmetros relativos às primeiras quatro informações adicionadas.....	68
Tabela 4.3	Parâmetros relativos às informações adicionais de cinco a nove.....	72
Tabela 4.4	Parâmetros relativos às informações adicionais de 10 a 14.....	75
Tabela 4.5	Parâmetros relativos às informações adicionais de 15 a 19.....	78
Tabela 4.6	Parâmetros relativos às informações adicionais de 20 a 24.....	81
Tabela 4.7	Parâmetros relativos às informações adicionais de 25 a 29.....	85
Tabela 4.8	Parâmetros relativos às informações adicionais de 30 a 34.....	88
Tabela 4.9	Média global dos índices de incerteza, juntamente com o percentual de redução e custo, com a adição informação .....	92
Tabela 4.10	Média local dos índices de incerteza, juntamente com o percentual de redução, com a adição de informação .....	96

## Resumo

Em planejamento de lavra, freqüentemente as campanhas de sondagem são complementadas por falta de segurança nas estimativas. Na maioria dos casos, essas sondagens adicionais são locadas sem o uso de qualquer procedimento matemático que indique os locais mais carentes de informação. Essa dissertação propõe uma metodologia fundamentada em simulação estocástica para tratar esse problema. Com a utilização desse método, é possível que seja considerada a variabilidade entre as informações, além da configuração espacial apresentada. Essa metodologia permite gerar várias estimativas equiprováveis do atributo em questão, reproduzindo o histograma e o variograma das informações originais. A variabilidade apresentada pelos conjuntos de  $n$  valores equiprováveis, em cada bloco discretizado da jazida, é medida por meio do cálculo de índices de incerteza. Esses índices são calculados após o processo de simulação estocástica por meio da compilação das  $n$  estimativas realizadas para cada bloco. Os índices de incerteza considerados nessa dissertação são: (i) variância condicional; (ii) coeficiente de variação condicional e (iii) intervalo entre quartis. A partir da classificação desses índices de incerteza, são identificados os setores que apresentam as maiores variabilidades em suas estimativas. Com essa classificação é possível a confecção de mapas de incerteza que auxiliam na visualização dos setores/blocos mais variáveis da jazida. Nesses setores, são adicionadas informações oriundas da escolha aleatória de um dos  $n$  valores equiprováveis disponíveis para cada bloco simulado. Por meio dos índices de incerteza e de acordo com a metodologia, são propostas informações adicionais na área considerada, que contribuem na diminuição das incertezas globais e locais. Essa metodologia usa técnicas extremamente robustas, com embasamento teórico muito consistente, atacando diretamente os setores/blocos que apresentam as maiores flutuabilidades nas estimativas. Um estudo de caso em uma jazida de carvão verifica a aplicabilidade do método. Esse estudo, considera a variabilidade nas estimativas de espessura de uma camada carvão.

# Abstract

Information for mine planning requires to be close spaced, if compared to the grid used for exploration and resource assessment. The additional samples collected during quasi-mining are frequently located in grid filling the original diamond drill holes net. This procedure is not mathematically based in terms of location selection. The impact of additional information in reducing the uncertainty about the parameter been modelled is not the same everywhere within the deposit. Some locations are more sensitive in reducing the local and global uncertainty than the others. This study introduces a methodology to select additional sample locations based on stochastic simulation. The procedure takes into account data variability and their spatial location. Multiple equally probable models representing a geological attribute are generated via geostatistical simulation. These models share basically the same histogram and the same variogram obtained from the original dataset. At each block belonging to the model a value is obtained from the  $n$  simulations and their combination allows one to access local variability. Variability is measured using an uncertainty index proposed. In fact, three uncertainty indices were used, respectively: i. conditional variance, ii. conditional coefficient of variability and iii. interquartile range. These indices were mapped and zones of high variability were delineated. A value extracted from a given simulation is added to the original dataset in zones identified as erratic in the previous maps. The process of simulation is repeated and the benefit of the additional sample is evaluated. The benefit, i.e. uncertainty reduction is measure locally and globally. This procedure showed to be robust and theoretically sound providing the information about the zones where the additional information is most beneficial. A case study in a coal mine mapping seam thickness illustrates the method.

# Capítulo 1

## Introdução

A racionalização do uso de recursos financeiros é um fator fundamental para o sucesso de qualquer empreendimento. As empresas de mineração não são contrárias a isso, por isso devem aplicar seus recursos de modo a obter os melhores resultados pretendidos a um menor custo possível.

Em planejamento de lavra a confiabilidade de uma estimativa é crescente com o aumento da informação disponível, assim quanto maior o número de informações utilizadas, menor tende a ser o erro associado a um valor estimado. Frequentemente, por elevada incerteza nas estimativas, as empresas de mineração necessitam incrementar suas campanhas de sondagem com amostras adicionais. Estas são locadas, muitas vezes, sem a utilização de nenhum critério matemático que auxilie na melhor localização dessas sondagens.

O fator limitante para aumentar o número de sondagens adicionais é o custo, por isso é necessário que estas sejam locadas em coordenadas onde contribuam ao máximo para a diminuição da incerteza associada à estimativa. Por outro lado, existe um número de sondagens adicionais que efetivamente contribuirão para a redução da incerteza. A partir desse número, a redução do erro associado a uma estimativa com a adição de sondagens se torna irrelevante. Por exemplo, a locação de sondagens em locais de pouca variância do fenômeno de interesse pouco contribuirá na redução da incerteza da estimativa, acarretando em perdas temporais e financeiras por parte da empresa.

## 1.1 Trabalhos recentes e objetivos dessa dissertação

A idéia de desenvolver projetos de amostragem que contribuam para a redução da incerteza associada a uma estimativa não é nova. Desde o advento da geoestatística, vários trabalhos foram realizados com esse propósito (David, 1977 – pp. 45-72; Journel, 1988 e Isaaks e Srivastava, 1989 – pp. 489-524) usando principalmente *krigagem*. Por meio do parâmetro *variância de krigagem* ( $\sigma_{OK}^2$ ), os autores citados acima propuseram metodologias que atendiam plenamente aos seus almejos. Essas metodologias resultam em sugerir entre várias possibilidades de padrões de amostragem propostos, qual padrão amostral resulta no menor erro da estimativa associada a um determinado atributo geológico.

Entretanto, foi demonstrado que a  $\sigma_{OK}^2$  incorpora somente as características geométricas dos padrões de amostragem utilizados (Journel, 1986), isto é, a distribuição espacial dos pontos de amostragem, não levando em conta seus respectivos valores e variabilidades locais (Goovaerts, 1997 – pp. 189). Portanto, a  $\sigma_{OK}^2$  não é afetada pela variância das amostras locais, podendo haver valores de *variâncias de krigagem* iguais (com padrões de amostragem idênticos) para cenários completamente diferentes (em termos de variância dos dados locais), desde que o modelo de continuidade espacial seja o mesmo (Figura 1.1).

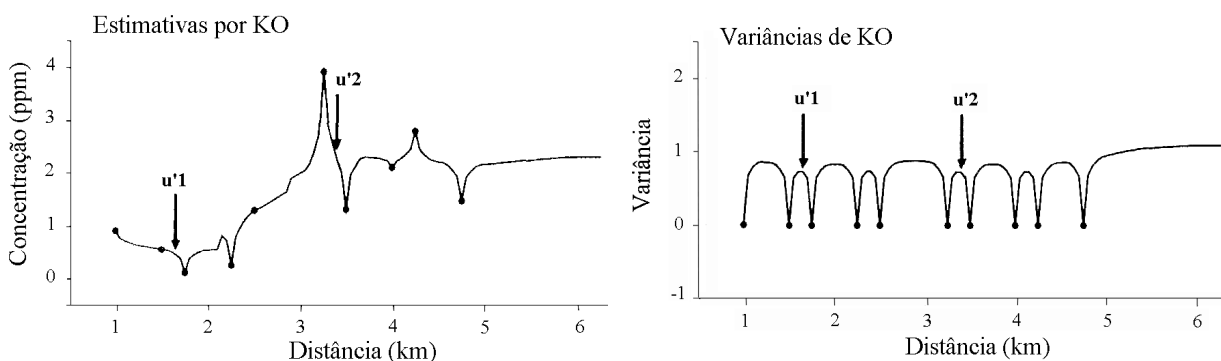


Figura 1.1: Estimativas de teor por krigagem ordinária (KO) (gráfico da esquerda) e suas variâncias (gráfico da direita) com relação à proximidade dos dados amostrais. Fonte: Goovaerts, 1997 – pp. 181.

Yamamoto (1999) propôs um algoritmo alternativo, com base nos pesos de krigagem ordinária, para estimar a incerteza associada às estimativas com a finalidade de auxiliar no processo de cálculo de reservas. O método estima a incerteza associada às estimativas,

considerando intervalos de confiança, incorporando a variabilidade dos dados. Journel e Chien (1998) propuseram um método geoestatístico de projeto de amostragem, juntamente com um algoritmo de determinação de amostragem adicional visando maximizar o uso dessas informações.

Essa dissertação se propõe a tratar o problema de projeto amostral amparado na medida da incerteza com *simulação estocástica* (Journel, 1974). Esse método considera os valores amostrais locais na medida da variabilidade, possibilitando determinar o padrão de amostragem ótimo considerando não só a disposição espacial das amostras como também seus próprios valores, refletindo assim a variabilidade intrínseca entre as amostras.

O objetivo dessa dissertação é desenvolver uma metodologia capaz de projetar um padrão de amostragem reduzindo a incerteza associada à estimativa de um determinado atributo geológico  $Z(u)$ . Essa metodologia incorpora simulação estocástica, cujo conceito é o de gerar várias estimativas equiprováveis do atributo em questão, reproduzindo o histograma e o variograma dos dados. Composto múltiplas simulações pode-se determinar a variabilidade local no entorno de um ponto ou bloco. A adição de nova amostra promoverá a redução da incerteza até um certo limite teórico e operacional. O limite teórico é aquele a partir do qual a adição de sondagens se torna ineficaz em termos de redução de incerteza e o limite operacional é aquele associado ao custo de realização dessas sondagens.

A implementação do objetivo proposto depende de várias etapas que irão requerer desenvolvimento de procedimentos para:

- i. identificar zonas de maior incerteza na jazida;
- ii. quantificar e georreferenciar o  $n^o$  de sondagens adicionais de acordo com a finalidade pretendida e a disponibilidade financeira;
- iii. relacionar  $n^o$  de amostras adicionais  $X$  redução da incerteza (global e local);
- iv. relacionar custo  $X$  redução da incerteza.

Uma vez desenvolvido os procedimentos para atingir os objetivos propostos acima, um estudo de caso em uma jazida de carvão verificará a aplicabilidade do método. A área estudada localiza-se no município de Butiá – RS, operada pela empresa Copelmi Mineração Ltda., numa zona do depósito denominada de Área da Balança. Nesta mina, os parâmetros usados no controle de viabilidade de lavra são a espessura da camada de carvão e a razão estéril/minério ( $m^3/t$ ), medida pelo volume de estéril que necessita ser movimentado para a lavra de uma tonelada de carvão.

O método de lavra utilizado na mina é *strip mining* (Figura 1.2), no qual a jazida é lavrada por sucessivas fatias, onde a cobertura de um corte é disposta no espaço gerado pelo corte anterior. Assim, uma nova área a ser lavrada é projetada de acordo com a relação estéril/minério, o que faz com que o conhecimento das espessuras das camadas de carvão da jazida se torne crucial para definir áreas economicamente mineráveis. A incerteza associada a esse processo de estimativa pode proporcionar a exclusão errônea de áreas economicamente mineráveis ou a inclusão de áreas economicamente desfavoráveis à mineração. Nesta situação justifica-se a importância da diminuição da incerteza associada às estimativas, contribuindo para a redução da classificação errônea de zonas da jazida.



Figura 1.2: Método de lavra *strip mining*. Vista aérea do corte Coréia da Mina do Recreio. Fonte: Copelmi Mineração Ltda.



## 1.2 Metodologia

O erro associado à uma estimativa pode ser medido por meio de simulação seqüencial Gaussiana. O algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana [disponível na *GSLIB* (Geostatistical Software's Library) (Deutsch e Journel, 1998 – pp. 144-146)] permite a criação de  $n$  imagens equiprováveis reproduzindo as características estatísticas de 1ª e 2ª ordem da distribuição original. Assim, é possível verificar a amplitude de variação entre os vários cenários equiprováveis e com isso estimar a magnitude de erro associada à estimativa (Goovaerts, 1997 – pp. 381-393).

A variabilidade apresentada pelos conjuntos de  $n$  valores equiprováveis, em cada bloco discretizado da jazida, é medida por meio do cálculo de índices de incerteza. Esses índices são calculados após o processo de simulação estocástica através da compilação das  $n$  estimativas realizadas para cada bloco. Os índices de incerteza considerados nessa dissertação são:

- i. variância condicional;
- ii. coeficiente de variação condicional;
- iii. intervalo entre quartis.

A partir do cálculo dos índices de incerteza, a identificação dos blocos mais erráticos é realizada por meio da classificação desses índices. Essa classificação é realizada considerando os valores entre quartis de cada distribuição de incerteza. Com essa classificação é possível a confecção de mapas de incerteza que auxiliam na visualização dos setores/blocos mais variáveis da jazida. Nesses setores, são adicionadas informações oriundas da escolha aleatória de um dos  $n$  valores equiprováveis disponíveis para os blocos cujos centróides coincidem com as coordenadas das localizações escolhidas para a adição de informações.

A metodologia usada nesse trabalho consiste na execução de sucessivos processos de simulação contendo 100 realizações cada, nos quais o número de amostras utilizadas aumenta com o número de processos realizados. Após o primeiro processo de simulação, pode-se identificar e classificar os setores mais erráticos da jazida, com a finalidade de adicionar uma informação (no banco de dados original) no setor de maior variabilidade. A partir de novo processo de simulação ( $n + 1$  amostras) é possível determinar outros setores carentes de informação adicional. Com a classificação desses setores, adiciona-se outra informação no

banco de dados ( $n + 2$  amostras) e realiza-se novo processo de simulação onde será adicionada outra informação na área de maior incerteza, e assim sucessivamente.

As contribuições e os impactos provocadas nas distribuições globais e locais dos índices de incerteza são confrontados passo a passo de modo que se possa verificar a sensibilidade da diminuição da incerteza a medida que novas informações são inseridas no banco de dados original. As Figuras 1.3.a e 1.3.b mostram um esquema com etapas e procedimentos da metodologia empregada nessa dissertação.

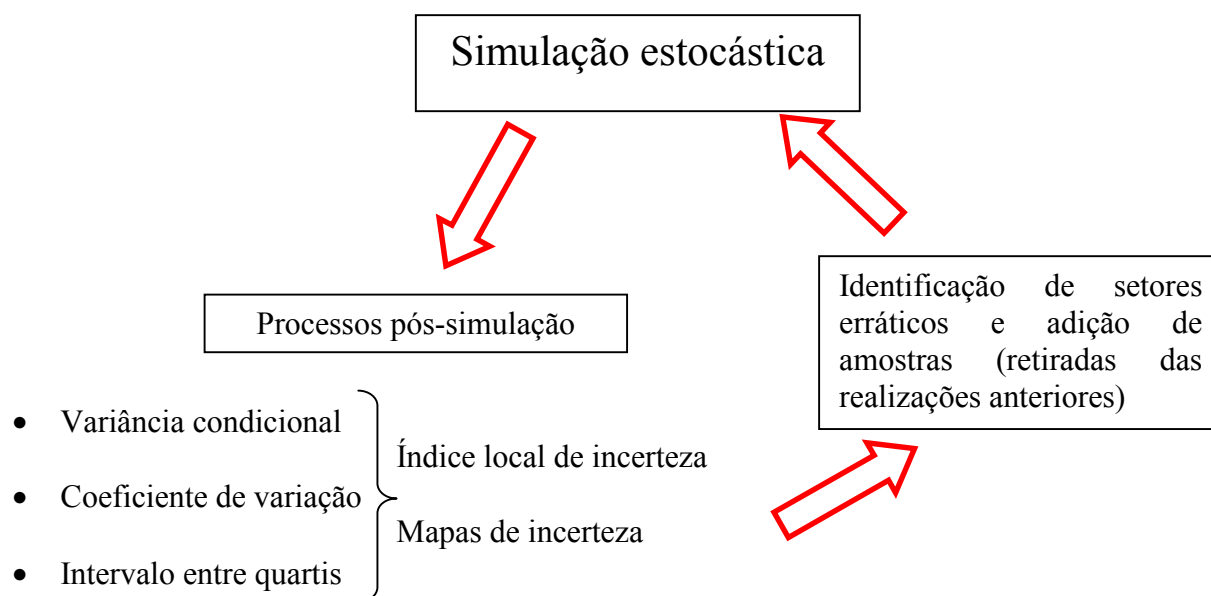


Figura 1.3.a: Esquema da metodologia adotada no trabalho.

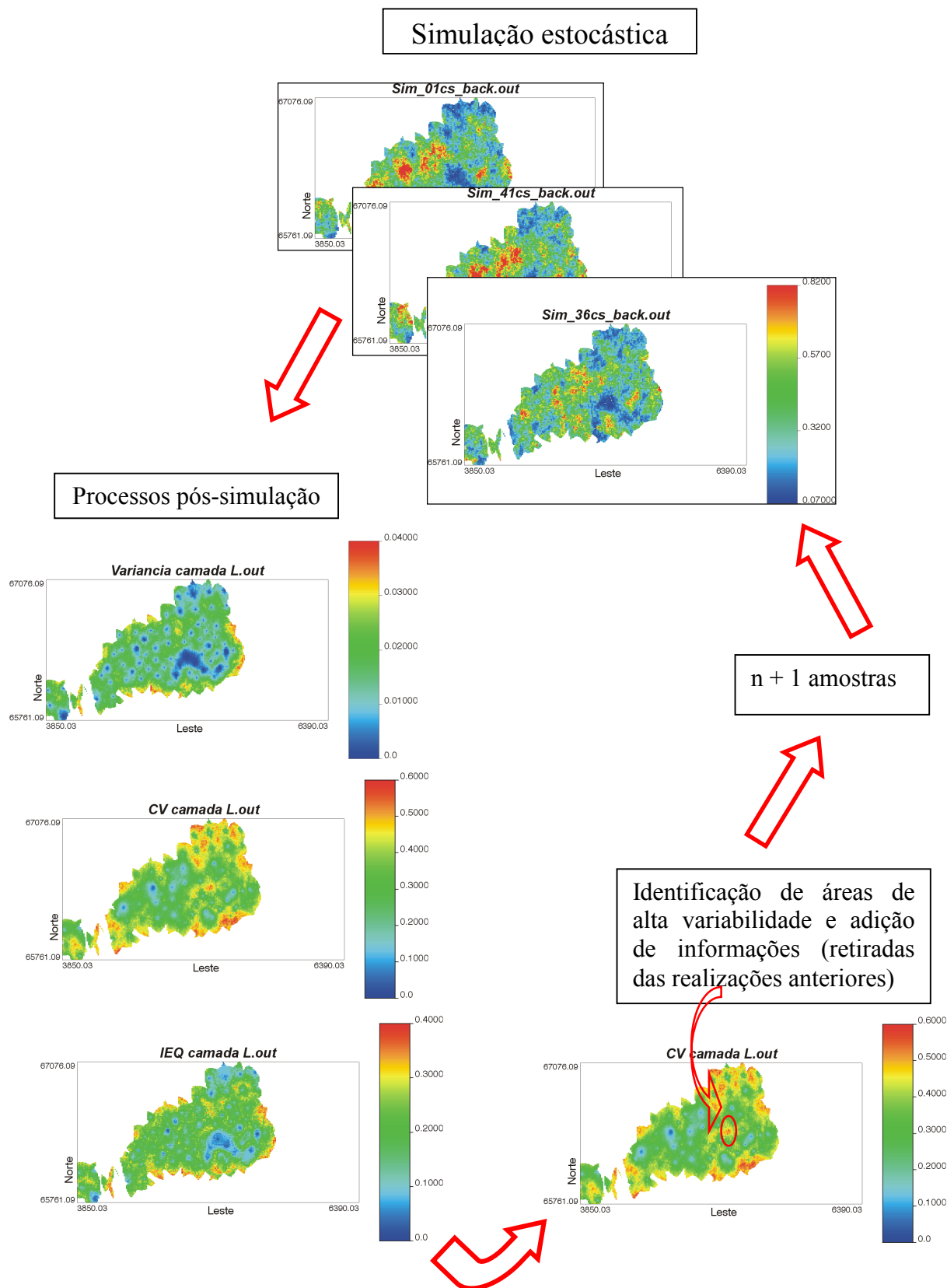


Figura 1.3.b: Ilustração da metodologia, mostrando mapas de processos de simulação e pós-simulação.

---

### 1.3 Organização dessa dissertação

Os capítulos seguintes estão organizados da seguinte forma:

o Capítulo 2 revisa os conceitos de amostragem a partir da amostragem clássica até à georreferenciada, juntamente com a origem e impactos dos seus erros associados. Nesse capítulo, também é discutida a importância da mudança de suporte amostral em relação à análise exploratória dos dados e o estudo geoestatístico decorrente. A apresentação de dois métodos de mudança de suporte encerra o capítulo;

o Capítulo 3, além de revisar os conceitos de variância do erro e variância de krigagem, também apresenta o conceito de simulação estocástica, mostrando suas vantagens e implicações. Esse capítulo, introduz os métodos de avaliação da incerteza, oriundos de simulação estocástica, utilizados nessa dissertação;

o Capítulo 4 analisa a aplicabilidade da metodologia em um estudo de caso;

o Capítulo 5 inclui conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Amostragem e erros associados

Neste capítulo são apresentados os conceitos de amostragem, iniciando com amostragem clássica de dados aleatórios até a amostragem aplicada à geociências. Discute-se os vários possíveis erros existentes durante o processo de amostragem, juntamente com os impactos que a mudança do suporte amostral acarreta sobre a análise exploratória e o estudo geoestatístico que segue.

### 2.1 População e domínio de amostragem

Sempre que uma amostragem é realizada, espera-se que a mesma seja representativa da população de interesse, por isso uma definição dos conceitos de população e amostra se faz necessária. Em geociências, população representa a massa total do material disponível na área em estudo. Essa população pode ser finita ou infinita, mas para propósitos práticos e computacionais, uma população mesmo que seja finita pode ser considerada infinita em virtude de sua amplitude. Por outro lado, as amostras fazem parte de uma porção desse universo, e são usadas para estimar os parâmetros estatísticos da população. Em geociências, o número de amostras disponíveis sempre é limitado devido ao tempo e recursos financeiros destinados às campanhas de sondagem.

O domínio de amostragem é outro conceito que deve ser perfeitamente entendido, pois é fundamental tanto para problemas envolvendo estatística espacial e não espacial, sendo crucial para o desenvolvimento e implementação de um adequado plano de amostragem. Em geociências, domínio de amostragem pode ser entendido como barreiras geológicas (físicas) que determinam tipos distintos de populações. É uma extensão do conceito de população ou universo. Em situações mineiras, os domínios mais freqüentes aparecem nas mais variadas formas de condições geológicas, como por exemplo: tipos diferentes de rocha, diferentes zonas de mineralização, diferentes episódios de mineralização, diferentes condições de oxidação ou redução, entre outras (Myers, 1996 – pp. 88-94).

A mistura de domínios no processo de amostragem deve ser evitada ao máximo sob pena de gerar erros e dificuldades nos passos posteriores de interpolação. As populações e seus domínios devem ser claramente definidas e cuidadosamente relacionadas aos propósitos da amostragem, para que a qualidade da informação extraída dos dados coletados seja máxima. Equívocos nessa etapa do trabalho podem gerar informações totalmente inadequadas.

## **2.2 Amostragem de dados aleatórios: tamanho de amostra**

Um dos problemas tratados nessa dissertação e freqüentemente uma das primeiras questões envolvendo amostragem diz respeito ao tamanho de amostra, ou seja, o número de unidades amostrais (que constituem a amostra) que represente satisfatoriamente a população visada. Em situações envolvendo estatística clássica, o método de amostragem utilizado na maioria das vezes é aleatório simples, ou aleatório sem substituição. Nesse método, a amostragem é realizada de modo que  $n$  unidades distintas sejam selecionadas de  $N$  unidades de uma população (onde  $n \ll N$ ), no qual toda combinação possível de  $n$  unidades é igualmente provável de ser selecionada.

Quando estimamos um parâmetro estatístico da população, como por exemplo a média, desejamos que o valor estimado tenha grande probabilidade,  $p$  de ser próximo do real. Especificando uma diferença máxima  $d$  entre o valor real e o estimado e uma pequena probabilidade  $\alpha$  de que esta diferença seja excedida, o tamanho de amostra  $n$  deve ser tal que (Thompson, 1992 – pp. 31):

$$p(|m - \mu| > d) < \alpha \quad (2.1)$$

onde:

$m$  é a média amostral,

$\mu$  é a média da população.

Se o estimador da média amostral é não tendencioso e normalmente distribuído, então:

$$\frac{m - \mu}{\sqrt{\text{var}(m)}} \quad (2.2)$$

tem uma distribuição normal, onde  $\text{var}(m)$  é a variância da média amostral. Denotando  $z$  como o nível de significância para prova bilateral de uma distribuição normal, temos que:

$$p\left(\frac{|m - \mu|}{\sqrt{\text{var}(m)}} > z\right) = p(|m - \mu| > z\sqrt{\text{var}(m)}) = \alpha \quad (2.3)$$

A variância do estimador da média amostral é inversamente proporcional ao tamanho da amostra  $n$ , de modo que a relação acima pode ser satisfeita se  $n$  for grande o suficiente para fazer com que:

$$z\sqrt{\text{var}(m)} \leq d, \quad (2.4)$$

como:

$$\text{var}(m) = \left(\frac{N - n}{N}\right) \frac{\sigma^2}{n} \quad (2.5)$$

então:

$$z\sqrt{\left(\frac{N - n}{N}\right) \frac{\sigma^2}{n}} = d \quad (2.6)$$

onde:

$N$  é o número de unidades da população,

$n$  é o número de unidades amostrais,

$\sigma^2$  é a variância da população e

$d$  é a diferença máxima entre o valor verdadeiro e o estimado (erro).

Isolando  $n$ , o tamanho de amostra para estimar a média da população é dado por:

$$n = \frac{1}{\frac{1}{n_0} + \frac{1}{N}}, \quad (2.7)$$

$$n_0 = \frac{z^2 \sigma^2}{d^2}, \quad (2.8)$$

onde  $z$  é o nível de significância para prova bilateral (supondo distribuição normal) e  $d$  é o máximo erro permitido ( $d = \text{estimado} - \text{verdadeiro}$ ).

Para situações em que  $N$  é relativamente muito maior que  $n$ , a equação fica reduzida a

$$n = n_0 \quad (2.9)$$

Por exemplo, se num universo de 286 pessoas ( $N$ ), fosse desejado saber qual o tamanho de amostra necessário para estimar a idade média da população admitindo erro máximo de 4 anos e com 90 % de confiança sabendo que  $\sigma^2 = 919 \text{ anos}^2$ ,  $n$  seria calculado da seguinte forma:

$$n_0 = \frac{(1.645)^2 919}{4^2} = 155,43 \quad \therefore \quad n = \frac{1}{\frac{1}{155,43} + \frac{1}{286}} = 100,70 \approx 101 \text{ pessoas}.$$

### 2.3 Amostragem geoposicionada e estratégia de amostragem

A comunidade afim costuma confundir bastante dois conceitos importantes referentes à campanhas de sondagem: estratégia de amostragem e plano ou protocolo de amostragem. Estratégia de amostragem é um conjunto padronizado de objetivos e condições que contribuem para um correto projeto de amostragem, uma correta coleta de amostras e uma correta localização espacial. Plano ou protocolo de amostragem é um conjunto único de condições e operações específicas para uma determinado local sob determinadas características visando um objetivo específico (é a aplicação de uma estratégia de amostragem específica).

Enquanto uma estratégia de amostragem pode ser generalizada para várias situações, um protocolo de amostragem se refere às necessidades específicas de uma situação particular.



Devido à heterogeneidade sempre presente e variável de acordo com o local, é impossível padronizar planos de amostragem. Um protocolo de amostragem pode somente satisfazer às condições locais.

O plano ou protocolo de amostragem é apenas um dos componentes de uma estratégia de amostragem, composta pelas seguintes etapas (Myers, 1996 – pp. 433):

- i. seleção de uma dimensão de observação;
- ii. caracterização das heterogeneidades;
- iii. desenvolvimento de um plano de amostragem;
- iv. execução do plano de amostragem corretamente;
- v. caracterização da variabilidade espacial;
- vi. otimização dentro de restrições dos *Objetivos da Qualidade dos Dados (OQD)* (Myers, 1996 – cap.15).

Existem três métodos básicos para locação de amostras em se tratando de dados georreferenciados:

- i. amostragem estritamente randômica;
- ii. amostragem sistemática;
- iii. amostragem randômica estratificada.

### 2.3.1 Amostragem estritamente randômica

Esse método é mais utilizado para situações envolvendo aplicações de estatística clássica, tal como o sorteio de esferas representando dezenas em loterias. Nesse método todas as possíveis amostras têm a mesma chance de serem selecionadas. Para dados geoposicionados, esse método é o menos indicado pois pode não cobrir apropriadamente o campo amostral.

Para situações nas quais estão presentes fenômenos cíclicos, o método de amostragem sistemática é melhor do que amostragem randômica estratificada, que por sua vez é melhor que amostragem estritamente randômica. Enquanto que em situações onde não existe fenômenos cíclicos, o método de amostragem randômica estratificada é melhor do que o método de amostragem estritamente randômica, que por sua vez é melhor que amostragem

sistemática. Com isso fica claro que o método de amostragem estritamente randômica nunca é a melhor opção.

### 2.3.2 Amostragem sistemática

No método de amostragem sistemática os pontos de amostragem são distribuídos, de um modo organizado, em intervalos regularmente espaçados no terreno. Exemplos de padrões sistemáticos incluem redes quadradas, retangulares, triangulares e radiais (Figuras 2.1 a 2.3).

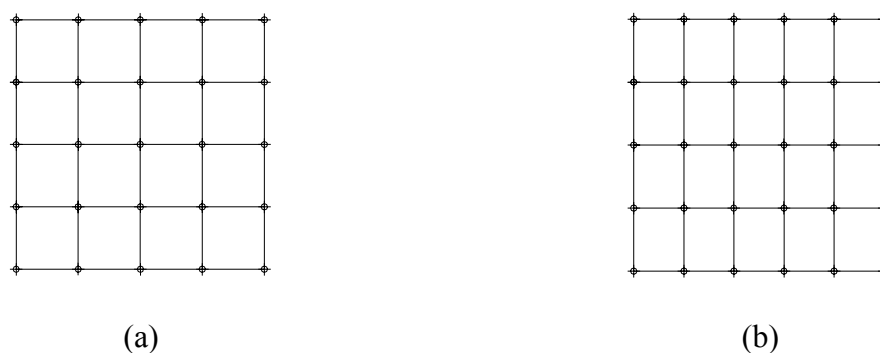


Figura 2.1: Amostragem sistemática; (a) quadrado, (b) retangular.

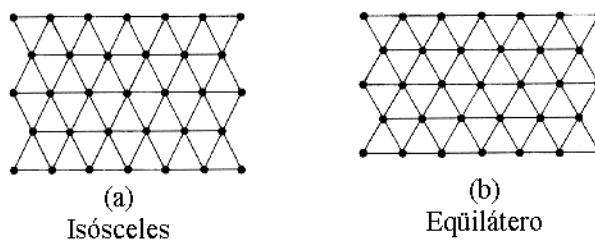


Figura 2.2: Redes sistemáticas triangulares.

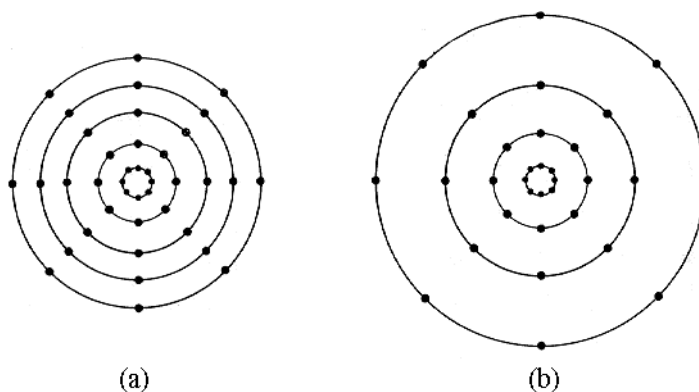


Figura 2.3: Redes sistemáticas radiais; (a) raio com aumento constante, (b) raio com aumento progressivo.

Modificado de Myers, 1996 – p. 446.

Para redes quadradas ou retangulares existem duas categorias ou modos de amostragem:

- i. *amostragem sistemática simples*: quando o local escolhido para amostragem, em cada célula da rede, é selecionado de um modo não-randômico [Figura 2.4 (a)]. Devido à amostragem preferencial, esse modo de amostragem tem grande probabilidade de introduzir tendências no processo;
- ii. *amostragem sistemática randômica*: quando o local escolhido para amostragem, em uma célula da rede, é selecionado de um modo randômico. Esse processo randômico determina o local de amostragem para todas as demais células [Figura 2.4 (b)]. Esse método sistematicamente exclui algumas áreas que seriam candidatas para amostragem, não satisfazendo a condição necessária de equiprobabilidade, entretanto, a tendência aqui introduzida é de origem randômica.

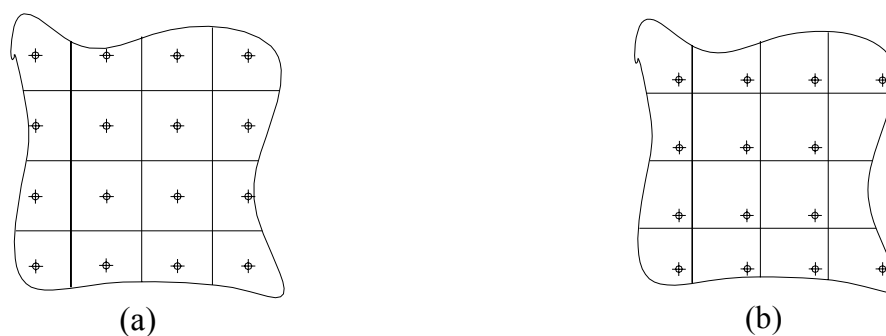


Figura 2.4: Amostragem sistemática. Amostragem sistemática simples (a), com amostragem no centro de cada célula; amostragem sistemática randômica (b).

### 2.3.3 Amostragem randômica estratificada

Amostragem randômica estratificada é definida como aquela que é randômica dentro de certos limites (áreas delimitadas). Esse método satisfaz a condição necessária de equiprobabilidade durante um evento de amostragem. O método é uma versão melhorada do método de *amostragem sistemática*, portanto apropriado para muitas situações. São reconhecidas duas categorias de amostragem randômica estratificada:

- i. quando as áreas delimitadoras são compostas por redes sistemáticas ao longo de toda a área de interesse, a amostragem é dita *randômica estratificada simples* se a mesma é feita de forma randômica dentro de cada estrato (área delimitada) [Figura 2.5 (a)];

- ii. a amostragem é dita *randômica estratificada autoritária* quando é feita no centro de cada estrato, determinado autoritariamente visando respeitar domínios óbvios como limites de fronteira política ou operacionais [Figura 2.5 (b)].

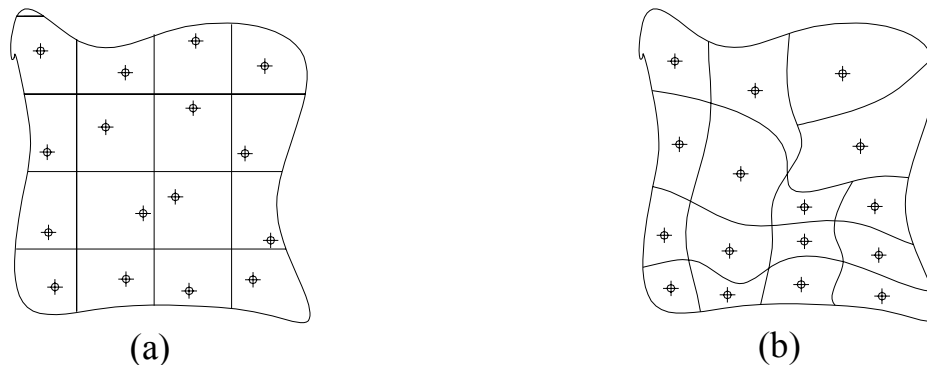


Figura 2.5: Amostragem randômica estratificada. Amostragem randômica estratificada simples (a) e amostragem randômica estratificada autoritária (b).

## 2.4 Equiprobabilidade e amostragem randômica

Amostras randômicas são condições necessárias mas não suficientes para uma amostragem representativa. Em uma amostragem estritamente randômica, podem aparecer aninhamentos, sendo esse o maior problema desse tipo de amostragem (Figura 2.6). Por outro lado, a Figura 2.7 mostra duas situações onde todos os setores de ambas as áreas foram igualmente amostrados, uma situação ideal de equiprobabilidade.

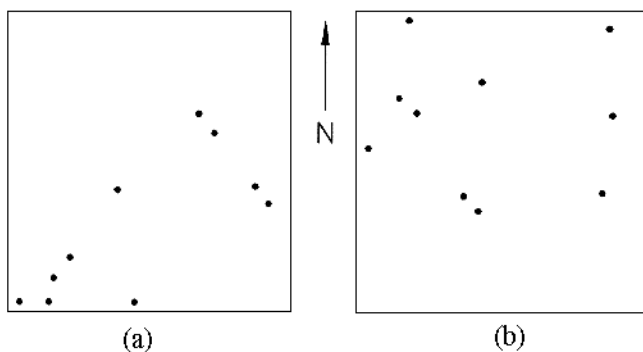
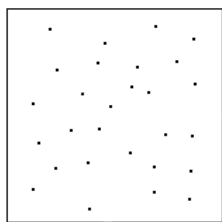
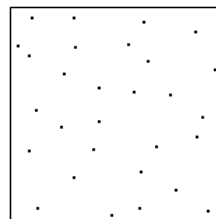


Figura 2.6: Dois resultados diferentes do processo de locação de amostragem randômica, mostrando aninhamento (porção sudoeste da figura (a)) e tendenciosidade espacial (espaços não amostrados na porção noroeste da figura (a) e sul da figura (b)). Fonte: Myers, 1996 – p. 95.



Programa de amostragem # 1



Programa de amostragem # 2

Figura 2.7: Resultados equiprováveis de dois programas de amostragem randômica. Em ambos programas de amostragem o espaço foi igualmente amostrado, não apresentando aninhamento e tendenciosidade. Fonte:

Myers, 1996 – p. 96.

## 2.5 Erros de amostragem

O principal objetivo de uma campanha de sondagem é produzir amostras representativas, isto é, que sejam acuradas e precisas. Representatividade expressa o quanto uma amostra, correta e precisamente, representa uma determinada característica de uma população. É importante lembrar das definições que distinguem esses dois conceitos: precisão e acuracidade. Precisão diz respeito ao espalhamento em torno do valor médio do atributo considerado, acuracidade é definida como sendo uma situação na qual a média dos erros desse atributo se aproxima de zero. Considerando erros de amostragem, quando a média dos erros é sistematicamente positiva ou negativa, ou seja, se a média estimada for sistematicamente menor ou maior que a média verdadeira do parâmetro em questão, uma tendenciosidade está presente. Esta é uma situação indesejável, mas normal em processos de amostragem em geociências.

Amostragem não tendenciosa implica que a média do erro de amostragem (erro de seleção de amostragem, SE) seja igual a zero. Geralmente, a amostragem é sempre tendenciosa devido à particularidades estruturais presentes na maioria dos materiais. A medida da tendenciosidade nunca é exatamente igual a zero, pode ser desprezível ou muito pequena mas sempre maior ou menor que zero. Por isso o correto é falar em amostragem acurada em vez de amostragem não tendenciosa.

Em termos de *Teoria de amostragem e prática* (TAP) (Gy, 1979) uma amostra é dita representativa se o somatório entre o erro quadrático médio e a variância do erro não

ultrapasse um valor limite, estipulável pela equipe responsável pela amostragem e variável de acordo com o propósito de amostragem. O processo de amostragem será perfeito se as amostras forem não tendenciosas e reproduzíveis, uma situação nunca alcançada na prática. A teoria de amostragem e prática (TAP) reconhece a existência de sete erros básicos de amostragem:

- i. erro fundamental (FE);
- ii. erro de agrupamento e segregação (GE);
- iii. erro de flutuação devido a heterogeneidade à longas distâncias (CE<sub>2</sub>);
- iv. erro de flutuação devido a heterogeneidades periódicas (CE<sub>3</sub>);
- v. erro de delimitação de incremento (DE);
- vi. erro de extração de incremento (EE);
- vii. erro de preparação (PE).

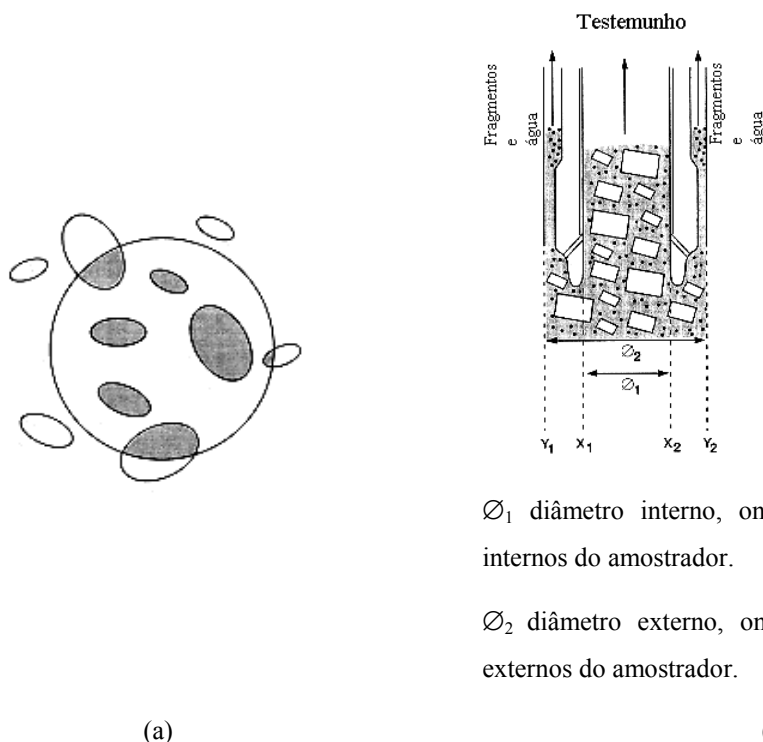
O erro fundamental (FE) é o único, entre todos os erros, que nunca pode ser cancelado. Esse é o erro que permanece mesmo quando a operação de amostragem é perfeita. O erro fundamental também é o único que pode ser estimado de antemão.

Erro de segregação (GE) é resultante da heterogeneidade do material amostrado e relaciona a heterogeneidade e o agrupamento das amostras por meio dos fatores de segregação  $\xi$  e de agrupamento  $\gamma_s$ , respectivamente. A minimização desse erro é alcançada por meio da redução dos fatores de agrupamento e segregação. A redução do fator de agrupamento se dá pela constituição da amostra pelo maior número de menores fragmentos possíveis. Em geral, uma amostra deveria ser formada por pelo menos 30 fragmentos de tamanhos pequenos, até um certo limite de peso no qual garanta a sua confiabilidade. O fator de segregação pode somente ser reduzido por meio de um processos de homogeneização nas três dimensões, os quais são de difícil execução, caros e na maioria das vezes, ineficientes. Pitard (1993) descreve algumas técnicas de composição de amostras que visam diminuir esses fatores.

Erro de heterogeneidade (CE<sub>2</sub>) é introduzido por tendenciosidade de longa distância referente a heterogeneidade de grande escala. Geralmente, é não randômico e não periódico e pode ser quantificado pelo variograma.

O erro de heterogeneidade cíclico (CE<sub>3</sub>) é introduzido devido à heterogeneidade introduzida por fenômenos cíclicos.

Erro de delimitação (DE) é resultante de uma incorreta delimitação da forma e do volume da amostra. Esse erro é dependente do dispositivo ou ferramenta de amostragem, pois esses, ditarão o tamanho e os limites geométricos da amostra (Figura 2.8).



$\varnothing_1$  diâmetro interno, onde  $x_1$  e  $x_2$  são os limites internos do amostrador.

$\varnothing_2$  diâmetro externo, onde  $y_1$  e  $y_2$  são os limites externos do amostrador.

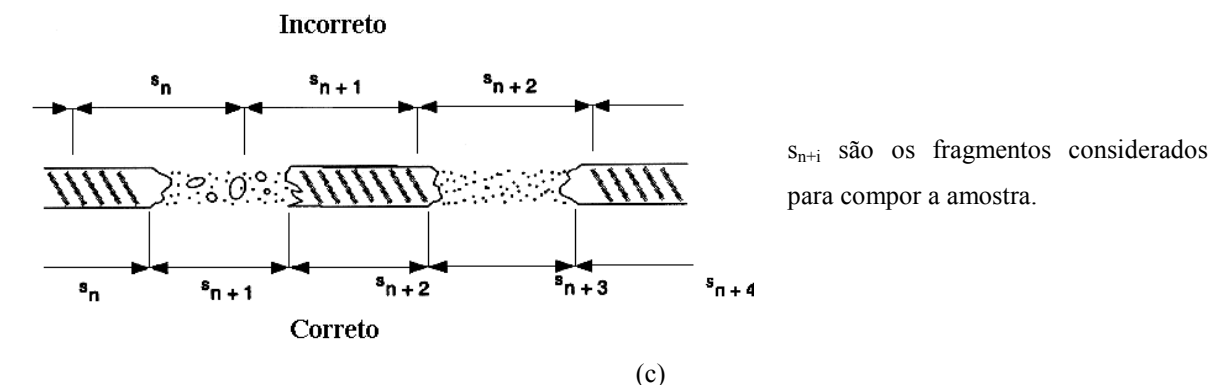


Figura 2.8: Três exemplos de delimitação do incremento em três vistas de um testemunho de sondagem. Em (a), vista superior ortogonal ao do eixo onde são considerados todos os fragmentos, ou parte deles, cujos centros de gravidade estiverem dentro do barrilete. Igualmente em (b), com vista lateral de uma seção longitudinal (são considerados os fragmentos que estiverem contidos no diâmetro  $\varnothing_1$ ). Em (c), vista superior do material amostrado. Modificado de Myers, 1996 – p. 223, 226 e 228.

Erro de extração (EE) é resultante de uma incorreta extração do incremento. A extração do incremento é dita correta se e somente se a regra do centro de gravidade é respeitada, isto é, se todas as partículas com seus centros de gravidade dentro dos limites do

incremento forem consideradas (Figura 2.9). Os dois últimos erros (DE e EE), são provavelmente as maiores causas de tendenciosidade na amostragem; por isso deve-se gerenciar esses erros de modo que se possa minimizar ou prevenir eventuais tendenciosidades.

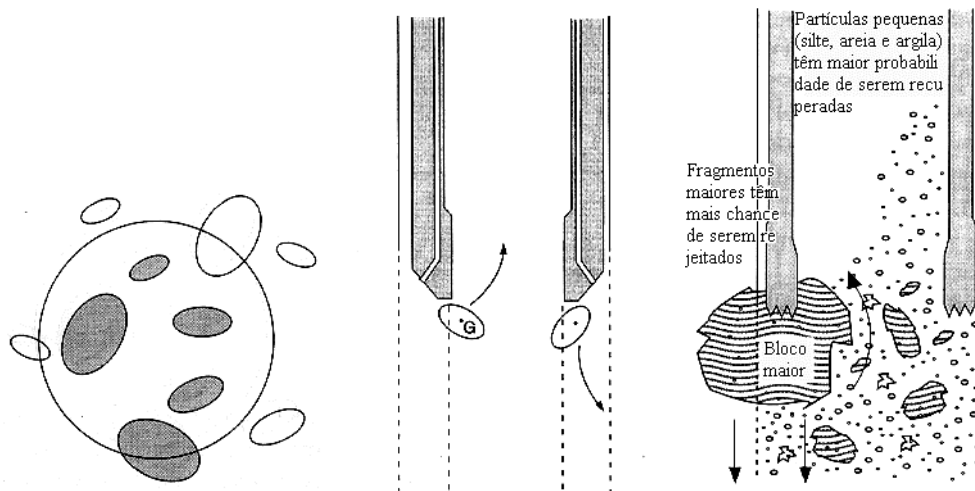


Figura 2.9: Três exemplos de extração do incremento exemplificadas em testemunhos de sondagem. O fragmento só é considerado se o seu centro de gravidade estiver dentro do dispositivo de amostragem.

Modificado de Myers, 1996 – pp. 224, 226 e 227.

O erro de preparação (PE) é resultante do somatório de vários erros, introduzidos por contaminação, por perdas, por alteração química ou física ou por erros humanos. É o único dentre os sete erros que não é seletivo. Os erros de preparação são muito importantes e podem alterar significativamente a amostra, introduzindo tendenciosidades. Alguns dos estágios de preparação nos quais esse erro é comumente introduzido estão listados abaixo:

- i. estágios de cominuição tal como britagem, moagem e pulverização; essas operações ajudam a diminuição do FE, por meio da redução do tamanho das partículas e pelo aumento do número de partículas;
- ii. estágios de peneiramento (seco ou úmido), que acompanham a cominuição;
- iii. processos de secagem de sólidos para removê-los da mistura;
- iv. processos de filtragem para separar sólidos de líquidos.

PE não deve ser confundido com erro de seleção de amostragem (SE).

O erro de seleção de amostragem (SE) é definido por:

$$SE = FE + GE + CE_2 + CE_3 + DE + EE \tag{2.10}$$

onde:



---

$$CE_1 = FE + GE \quad (2.11)$$

sendo:

$$CE = CE_1 + CE_2 + CE_3 \quad (2.12)$$

e:

$$ME \text{ (erro de materialização)} = DE + EE, \quad (2.13)$$

assim:

$$SE = CE + ME. \quad (2.14)$$

O erro total de amostragem é definido como:

$$TE = SE + PE. \quad (2.15)$$

Finalmente, o erro de estimativa total (OE) é definido como:

$$OE = TE + AE \quad (2.16)$$

onde AE é o erro analítico.

## 2.6 Heterogeneidade

A heterogeneidade é responsável por todos os erros de amostragem, por isso é essencial ter um bom entendimento dos tipos de heterogeneidade e sua influência sobre o erro. Primeiramente, deve-se esclarecer que dentro do conceito de Teoria de Amostragem e Prática (TAP) (Gy, 1982 e Myers, 1996 – pp. 507-522), homogeneidade é uma ilusão. Homogeneidade simplesmente não existe e qualquer tentativa de homogeneização se mostra cara e na maioria das vezes ineficientes. “O mundo não é homogêneo”.

A TAP defende a existência de dois tipos de heterogeneidade de diferentes variedades e implicações: constitucional e de distribuição. Ambos os tipos são propriedades primárias de todos os materiais e não podem ser ignorados sob pena de correr alguns riscos.

### **2.6.1 Heterogeneidade constitucional (CH)**

CH refere-se às propriedades fundamentais dos fragmentos que constituem um lote, onde os fragmentos são analisados um por um. Equivale à variabilidade intrínseca da composição de cada partícula componente do lote. Não pode ser alterada por processo de mistura ou homogeneização, a menos que ocorra uma alteração física do material durante um processo de homogeneização. É a causa do erro fundamental (FE), o primeiro dos sete erros de amostragem. A magnitude desse erro está diretamente relacionada com a CH e ocorre no momento que uma amostra S é selecionada do lote. Esse erro é importante porque nunca pode ser cancelado, ou seja, é o mínimo erro que não pode ser eliminado e que representa a variabilidade do material em estudo. O FE é função de fatores tais como composição mineral, forma, liberação e distribuição de tamanho de partícula de um dado lote (Myers, 1996 – pp. 196).

### **2.6.2 Heterogeneidade distributiva (DH)**

A DH está relacionada ao fato de como os fragmentos ou partículas individuais, que formam diversos grupos dentro de um mesmo lote, estão representadas nesse lote. O lote terá uma distribuição homogênea quando todos os grupos selecionados contiverem a mesma composição média de fragmentos (esse caso nunca é alcançado na prática). DH é um complemento e ao mesmo tempo uma função de CH. Sem CH, DH não pode existir. DH tem também um forte componente espacial que não diz respeito à CH. A CH e DH são influenciados pelo suporte (volume) das amostras. A DH depende de cada constituinte em três fatores: (i) CH, (ii) distribuição espacial das partículas constituintes e (iii) forma do lote. A determinação de DH não é trivial pois a força da gravidade atua como um fator influente na distribuição das partículas. DH é responsável pelo erro de agrupamento (GE) e sofre muita influência do suporte ou unidade agrupadora.

## **2.7 Suporte amostral**

Uma das primeiras questões ao iniciar uma campanha de sondagem refere-se ao tamanho das amostras, pois unidades amostrais de tamanhos físicos diferentes podem gerar parâmetros estatísticos diferentes, particularmente com respeito às suas variâncias. Ainda, a

variabilidade da unidade amostral pode exceder os limites de tolerância (com respeito às OQD – objetivo da qualidade dos dados), tornando-se inapropriada de acordo com o propósito da amostragem. Portanto, fica claro que o tamanho físico da unidade amostral é muito importante na caracterização de qualquer atributo geológico. Esse conceito de tamanho físico de amostra é conhecido como *suporte amostral*. A Figura 2.10 mostra três unidades amostrais de tamanhos diferentes obtidas de diferentes dispositivos de amostragem (*diamond drill holes – ddh*). Amostragens realizadas utilizando cada um desses suportes amostrais produzirão três distintas populações amostrais. A Figura 2.11 mostra a evidente diferença, principalmente em relação à variância, entre distribuições amostrais de suportes diferentes.

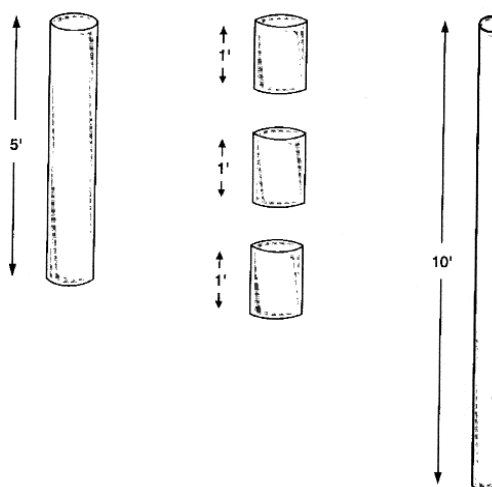


Figura 2.10: Três tamanhos diferentes de suporte amostral.

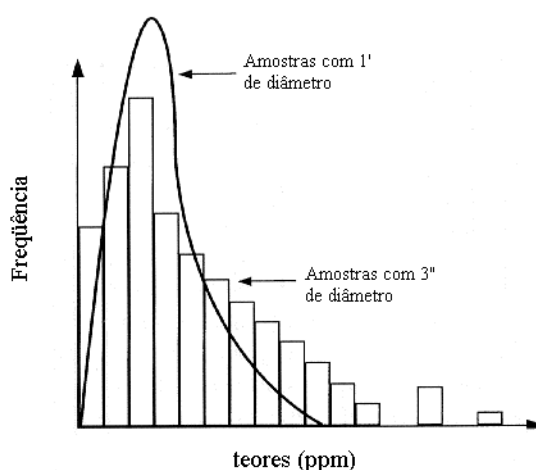


Figura 2.11: Histograma de amostras de tamanho de 3'' (barras verticais) e amostras de 1' (linha contínua).

Em situações mineiras, normalmente as estimativas são realizadas em blocos a partir de amostras pontuais; isto é, tendo pontos como suporte amostral. Intuitivamente, devido a diferença de volume entre as unidades amostrais e os blocos, existe uma discrepância em estimar o valor de um bloco em função de amostras pontuais, onde a incerteza associada às estimativas será maior do que deveria ser. Isso se deve ao fato de que as estimativas incorporarão a variância do suporte amostral (maior variância) (Figura 2.12). As Figuras 2.13 e 2.14 mostram a diferença nas distribuições amostrais usando dois suportes amostrais diferentes. Pode-se observar uma menor dispersão da distribuição quando o suporte amostral é aumentado, refletindo sobre os valores extremos e na diminuição da variância e do desvio padrão da distribuição; a média, porém não é alterada.

Idealmente, as amostras deveriam ter o suporte do volume do bloco a ser estimado, o que na grande maioria dos casos é impossível. Portanto, na prática devido a essas restrições operacionais é necessário fazer uma composição matemática, corrigindo a variância da distribuição, com a finalidade de formar unidades amostrais. Esse processo de composição, denominado correção de suporte amostral, afeta a estatística básica estimada da população assim como as avaliações geoestatísticas decorrentes.

Suporte	Variância
↑	↓
↓	↑

Figura 2.12: Relação de aumento/diminuição da variância com o aumento/diminuição do suporte.

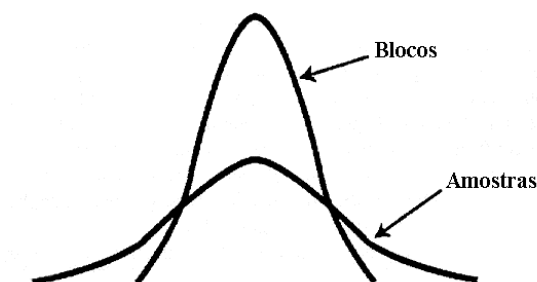


Figura 2.13: Contraste entre o espalhamento da distribuição de blocos e amostral.

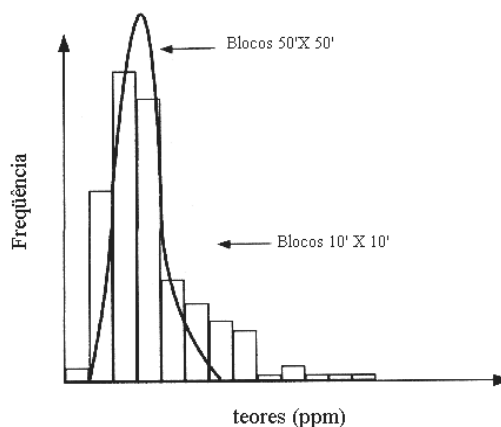


Figura 2.14: Histograma de blocos de tamanho 10'X10' (barras verticais) e blocos de tamanho 50'X50' (linha contínua).

### 2.7.1 Correção de suporte

Para ajustar a distribuição amostral decorrente de uma mudança do suporte, serão abordados os dois métodos matemáticos mais usuais:

- i. *correção afim*;
- ii. *correção lognormal indireta*.

Ambos os métodos compartilham as seguintes características (Isaaks, 1989 – pp. 468):

- i. a média da distribuição é conservada; uma boa característica, visto que a média é melhor conhecida do que a variância;
- ii. propõem um fator de redução da variância  $f$ ; onde o espalhamento da distribuição é reduzido por meio desse fator, permitindo uma comparação visual entre distribuições amostrais e de blocos.

No processo de mudança de suporte outro fenômeno pode ocorrer juntamente com a redução da variância, denominado simetrização (Myers, 1996 – pp. 314). Esse efeito se refere a redução da assimetria da distribuição após a mudança de suporte, aproximando-se de uma distribuição normal. O método *correção afim*, assume que não há qualquer relação entre a redução da variância e o aumento da simetria da distribuição. Por outro lado, o método *correção lognormal indireta* assume que existe essa relação.

A simetria também é relacionada com a homogeneidade da distribuição. O aumento da simetria em relação a diminuição da variância ocorre mais rapidamente em populações homogêneas. A simetria é alcançada mais lentamente em bancos de dados cujos valores extremos estão aninhados em uma região particular da área em questão do que em outros onde

esses dados estão mais homogeneamente distribuídos espacialmente. Ainda, a homogeneidade da distribuição influi na taxa de redução da variância, ocorrendo mais lentamente em distribuições contínuas do que em distribuições erráticas. Assim, para distribuições menos contínuas o efeito da mudança de suporte sobre o espalhamento da distribuição é maior. Portanto, o grau de continuidade espacial, evidenciado pelo variograma, pode ser usado como indicativo sobre o impacto do suporte amostral com respeito à redução da variância e simetria da distribuição.

Uma das maiores vantagens do método *correção afim* é a sua simplicidade matemática apresentada abaixo:

$$x' = \sqrt{f}(x - m) + m \quad (2.17)$$

onde:

$f$  é o fator de redução da variância,

$x$  e  $x'$  são os decis ou percentis originais e após a transformação, respectivamente,

$m$  é a média da distribuição original.

Esse método reduz a variância da distribuição por meio da compressão da distribuição em torno da média, mantendo a forma da distribuição original. O método *correção afim* tem a característica de atribuir valores muito maiores para os menores valores da distribuição amostral e vice-versa, podendo provocar classificações equivocadas em situações onde o teor de corte (TC) for muito baixo em relação à média.

Essa característica pode ser muito indesejada em alguns casos, como por exemplo quando se trata de dados de concentração de contaminantes (engenharia ambiental). Como regra geral, o método *correção afim* se mostra apropriado quando o fator de redução da variância for inferior a 30 % e o TC for próximo à média.

O método *correção lognormal indireta*, apresentado a seguir, tenta minimizar essas características indesejáveis apresentadas pelo método *correção afim*, sendo de utilização mais adequada em situações onde o valor limite (teor de corte) estiver no quartil inferior da distribuição. A correção lognormal indireta mantém o valor mínimo; entretanto, altera a forma da distribuição tornando-a mais simétrica.

No método *correção lognormal indireta* os valores a serem ajustados passam por um processo de duas etapas, pois o método não garante que a média da distribuição ajustada seja

a mesma da original. Essa condição só é garantida se a distribuição a ser ajustada for exatamente lognormal. O método é proposto utilizando as seguintes equações:

$$x' = ax^b \quad (2.18)$$

onde:

$$a = \frac{m}{\sqrt{f CV^2 + 1}} \left( \frac{\sqrt{CV^2 + 1}}{m} \right)^2 \quad (2.19)$$

$$b = \sqrt{\frac{\ln(f CV^2 + 1)}{\ln(CV^2 + 1)}} \quad (2.20)$$

onde:

$f$  é o fator de redução da variância, e

$CV$  é coeficiente de variação.

Como descrito anteriormente, para situações em que distribuição original não seguir uma distribuição lognormal, faz-se necessário o reescalonamento dos valores oriundos da transformação dada pela Equação 2.19. Esse reescalonamento é realizado pela seguinte equação:

$$x'' = \frac{m}{m'} x' \quad (2.21)$$

sendo,

$m$  a média da distribuição original;

$m'$  a média da distribuição após a transformação pela Equação 2.19;

$x''$  e  $x'$  os decis ou percentis reescalados e após a transformação pela Equação 2.19, respectivamente.

A magnitude desse reescalonamento é inversamente proporcional à similaridade da distribuição original a uma distribuição lognormal, com a razão  $m/m'$  mais próxima de um a medida que a distribuição original se aproxima de uma distribuição lognormal. Com esse procedimento, a distribuição é ajustada de acordo com o suporte amostral, tendo como média o mesmo valor da distribuição original.

O fator de redução da variância é dado pela razão entre a variância entre blocos (dos blocos em relação à área total) e a variância total (dos valores pontuais em relação à área total), como segue abaixo:

$$f = \frac{\sigma^2(v/V)}{\sigma^2(. / V)} \quad (2.22)$$

onde:

$\sigma^2(v/V)$  variância dos blocos em relação ao todo;

$\sigma^2(. / V)$  variância dos compósitos em relação ao todo.

Conhecendo o conceito de que a variância total é igual a adição entre a variância intra-blocos (dos valores amostrais dentro dos blocos) e a variância entre blocos, é possível calcular o fator de redução da variância,  $f$  utilizando a variância total e a variância intra-blocos. A variância intra-blocos é estimada com auxílio do modelo de continuidade espacial (variograma), portanto:

$$\sigma^2(v/V) = \sigma^2(. / V) - \sigma^2(. / v) \quad (2.23)$$

onde:

$\sigma^2(. / v)$  Variância dos compósitos em relação aos blocos;

então

$$f = \frac{\sigma^2(v/V)}{\sigma^2(. / V)} \quad \therefore \quad f = \frac{\sigma^2(. / V) - \sigma^2(. / v)}{\sigma^2(. / V)} \quad (2.24)$$

ou

$$f = 1 - \frac{\sigma^2(. / v)}{\sigma^2(. / V)} \quad (2.25)$$

$$f = 1 - \frac{\bar{\gamma}(v,v)}{\sigma^2} \quad (2.26)$$

onde:

$\bar{\gamma}(v,v) = \sigma^2(. / v)$  (estimado com auxílio do variograma) e  $\sigma^2$  é a variância dos dados amostrais.



---

## 2.8 Comentários

Esse capítulo abordou os conceitos de amostragem desde a amostragem aleatória simples até a amostragem geoposicionada juntamente com suas variações (amostragem estritamente randômica, amostragem sistemática e amostragem randômica estratificada). Foram revisados os principais erros de amostragem e suas origens, assim como a importância do suporte amostral em relação às estimativas decorrentes, apresentando dois métodos de mudança de suporte: *correção afim* e *correção lognormal indireta*. No próximo capítulo serão revisados os métodos de determinação da incerteza, explorando o conceito de variância do erro e por conseguinte, variância de krigagem. Os meios de determinação da incerteza a partir de simulação estocástica fecham o capítulo.

# Capítulo 3

## Métodos de determinação da incerteza

Este capítulo apresenta uma revisão dos conceitos e ferramentas matemáticas utilizadas para analisar a incerteza associada à estimativas. Primeiramente, será desenvolvido um índice que possa representar a magnitude dos possíveis erros associados às estimativas por meio do método de krigagem. Em seguida, serão apresentadas outras formas de previsão de erro derivadas do uso de simulação estocástica.

### 3.1 Modelos probabilísticos e variáveis randômicas

A maioria dos fenômenos geológicos não são suficientemente conhecidos para permitir a utilização de modelos determinísticos na estimativa de atributos em locais não amostrados. Ainda, em geociências, quase sempre existe incerteza sobre como o fenômeno se comporta entre os pontos amostrais. Por essas razões, os fenômenos devem ser descritos por meio de modelos probabilísticos, os quais consideram essas incertezas fundamentais. Esses modelos proporcionam ferramentas para estimar em locais não amostrados utilizando funções randômicas estacionárias e variáveis randômicas.

Os métodos geoestatísticos fazem uso de funções randômicas (FR) as quais são definidas como um conjunto de variáveis randômicas (VR) localizadas espacialmente, onde suas interdependências são especificadas por algum mecanismo probabilístico (Isaaks e Srivastava, 1989 – pp. 218). Essas FR podem assumir vários resultados ou realizações. Os métodos

geoestatísticos utilizam funções randômicas estacionárias, onde a especificação do modelo de continuidade espacial da FR é suficiente para resolver muitos problemas de interpolação.

Variáveis randômicas são variáveis cujos valores são gerados randomicamente de acordo com algum mecanismo probabilístico (Isaaks e Srivastava, 1989 – pp. 202). O conjunto de resultados e suas probabilidades correspondentes é chamado de lei de probabilidade ou distribuição de probabilidade da variável randômica. Se a distribuição de probabilidade de uma variável randômica for conhecida, pode-se calcular muitos parâmetros que descrevem características interessantes dessa variável randômica. Parâmetros como média e variância podem não fornecer uma descrição completa da distribuição, mas freqüentemente compõem valiosas informações sobre o comportamento da variável randômica.

Em modelos probabilísticos, os dados amostrais disponíveis são considerados como resultado de algum processo randômico, isto é, realizações de variáveis randômicas. Os eventos geológicos que originam os depósitos minerais podem ser tão complexos, em relação ao nosso entendimento, que podemos tratá-los como processos randômicos. O uso de FR's permite acesso à métodos de estimativa, que na prática demonstram ter bons resultados, e ainda possibilitam medir a exatidão e precisão das estimativas.

Os modelos adotados, sejam eles probabilísticos ou não, não podem ser prejudgados como corretos ou errados. Só é possível provar sua aplicabilidade por meio de informações adicionais que validem a escolha. Entretanto, esses modelos podem ser denominados como apropriados ou não. Esse julgamento deve considerar os objetivos do estudo e todo o tipo de informação qualitativa disponível (Isaaks e Srivastava, 1989 – pp. 198).

### 3.2 Variância do erro

Um bom estimador é classificado como aquele que não apresenta tendenciosidade (ausência de erros sistemáticos) e que o espalhamento em torno do valor médio estimado seja mínimo. O erro de uma estimativa é definido subtraindo-se o valor estimado,  $z^*(u)$ , na localização  $u$  do valor real,  $z(u)$ .

$$Erro = z(u)^* - z(u) \quad (3.1)$$

Como o valor verdadeiro  $z(u)$  na localização  $u$  é sempre desconhecido, o erro da estimativa não pode ser definido diretamente. Para contornar esse problema, são usados

modelos de funções randômicas estacionárias juntamente com variáveis randômicas. Essa solução probabilística considera os valores desconhecidos (nas localizações onde desejamos estimar) e os valores amostrais como resultado de um único processo randômico. Assim para qualquer localização a ser estimada, o modelo de função aleatória consiste em  $n+1$  variáveis randômicas, onde  $n$  é igual ao  $n^\circ$  de amostras e a variável adicional é relativa ao ponto a ser estimado.

A interpretação dos valores conhecidos e dos valores estimados como variáveis randômicas permite definir o erro da estimativa como uma variável randômica  $E(u)$ , isto é:

$$\mathcal{E}(u) = Z(u)^* - Z(u) \quad (3.2)$$

A condição de não tendenciosidade é alcançada desde que a esperança matemática do erro seja nula,

$$E\{\mathcal{E}(u)\} = E\left\{\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Z(u_{\alpha}) - Z(u)\right\} = 0 \quad (3.3)$$

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} E\{Z(u_{\alpha})\} - E\{Z(u)\} = 0 \quad (3.4)$$

onde:

$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}$  são os pesos atribuídos aos dados pelo estimador.

Pela condição de estacionaridade assumida pelas FR,

$$E\{Z(u_{\alpha})\} = E\{Z(u)\} = E\{Z\}, \quad \forall \alpha \quad \therefore \quad (3.5)$$

$$E\{Z\} = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} E\{Z\} \quad \therefore \quad (3.6)$$

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1 \quad (3.7)$$

Portanto a não tendenciosidade é garantida pela condição de que  $\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$ .

Além de não ser tendencioso, o estimador ótimo deve produzir estimativas com mínima variabilidade de erro, ou seja:

$$\sigma_{erro}^2(u) = Var\{Z^*(u) - Z(u)\} \quad (3.8)$$

Dessa expressão, a partir dos conceitos de variância de combinações lineares ponderadas e da adição da variância de duas variáveis randômicas (Isaaks e Srivastava, 1989 – pp. 215-217) resulta a seguinte expressão para a variância do erro da estimativa:

$$\sigma_{\text{erro}}^2(u) = C(0) + \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}(u) \lambda_{\beta}(u) C(u_{\alpha} - u_{\beta}) - 2 \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}(u) C(u_{\alpha} - u) \quad (3.9)$$

onde:

$C(0)$  é a variância das variáveis randômicas que representam as amostras;

$C(u_{\alpha} - u_{\beta})$  é a covariância entre as variáveis randômicas que representam as amostras;

$C(u_{\alpha} - u)$  é a covariância entre as variáveis randômicas que representam as amostras e a variável randômica que representa o ponto a ser estimado;

$\lambda_{\alpha}(u)$  e  $\lambda_{\beta}(u)$  são os pesos atribuídos às variáveis randômicas.

Da expressão acima, fica evidente que o menor erro resultará da estimativa de uma amostragem de  $n$  posições com pouca covariância entre as amostras e com alta covariância entre as amostras e o ponto a ser estimado [o 2º termo em (3.9) considera o efeito de aninhamento amostral, aumentando a incerteza se os dados amostrais estiverem muito próximos uns dos outros e o 3º termo leva em conta a proximidade entre as amostras e o ponto a ser estimado]. Será encontrada alta covariância se o ponto a ser estimado estiver próximo às amostras.

### 3.2.1 Variância de krigagem

Os algoritmos de krigagem compartilham o objetivo de minimizar o erro da estimativa. A krigagem ordinária (KO), além de fornecer uma estimativa ótima também permite o cálculo da variância de krigagem,  $\sigma_{ok}^2$ , na qual reflete o erro associado à estimativa. Entretanto, a  $\sigma_{ok}^2$  não reflete a incerteza esperada associada à uma estimativa em locais onde a variância dos dados vizinhos é alta (Figura 1.1). A  $\sigma_{ok}^2$  é totalmente independente dos valores dos dados no entorno do ponto (bloco) a ser estimado. Esse parâmetro é dependente exclusivamente da configuração dos dados, uma situação referida como *homoscedasticidade* (Goovaerts, 1997 – pp. 261), e portanto do modelo variográfico adotado (dependente da complexidade da variabilidade espacial). Por isso, para um mesmo variograma, a variância da estimativa pode ser similar para condições onde a variância dos dados circunvizinhos seja baixa e outros onde seja alta, desde que a configuração espacial dos dados seja parecida, como mostra a Figura 1.1 (Goovaerts, 1997 – pp. 180).

A  $\sigma_{ok}^2$  pode ser definida a partir da Equação 3.9, onde os únicos termos desconhecidos são os pesos associados às amostras. Esses pesos poderiam ser calculados igualando as primeiras derivadas parciais de (3.9) a zero, e assim, por qualquer método de resolução de sistemas lineares de  $n$  equações e  $n$  incógnitas definir os valores de  $\lambda_\alpha$ . Entretanto, a condição de não-tendenciosidade definida anteriormente não permite sua pronta resolução (situação de  $n+1$  equações e  $n$  incógnitas). Esse problema pode ser contornado com a inclusão do parâmetro de Lagrange. Com a inclusão de outra variável no sistema, o parâmetro de Lagrange, o sistema torna a ter solução única ( $n+1$  equações e  $n+1$  incógnitas). Assim, a equação da variância do erro passa a ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \sigma_{erro}^2(u) = & C(0) + \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_\alpha(u) \lambda_\beta(u) C(u_\alpha - u_\beta) - 2 \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_\alpha(u) C(u_\alpha - u) \\ & + 2\mu \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha - 1 \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Porém, a introdução do Lagrangeano na Equação 3.9 não deve interferir na igualdade da equação. Isso é garantido, pois o termo adicionado na Equação 3.9 é nulo, desde que

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha = 1 \quad \therefore \quad 2\mu \left( \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha - 1 \right) = 0 \quad (3.11)$$

Ao mesmo tempo que o novo termo adicionado à Equação 3.9 possibilita a resolução de um sistema linear (por meio da diferenciação parcial da Equação 3.10 em relação a cada incógnita), o sistema também incorpora a condição de não-tendenciosidade, pois a derivada parcial da Equação 3.10 em relação a  $\mu$  mostra que

$$\frac{\partial(2(\sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha - 1))}{\partial \mu} = 0 \quad \therefore \quad 2 \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha - 2 = 0 \quad \therefore \quad \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha = 1 \quad (3.12)$$

Finalmente, após igualar a zero as derivadas parciais da Equação 3.10, em relação a cada variável, as seguintes equações podem ser definidas:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_\beta^{OK}(u) C(u_\alpha - u_\beta) + \mu(u) = C(u_\alpha - u) \\ \alpha = 1, \dots, n(u) \\ \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_\alpha(u) = 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

onde:

$\mu$  é o lagrangeano e

$\sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}(u)$  são os pesos atribuídos às amostras calculados por meio do sistema de krigagem ordinária.

Substituindo a Equação (3.13) em (3.9) a variância de krigagem é definida da seguinte forma:

$$\sigma_{OK}^2(u) = C(0) - \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}^{OK}(u) C(u_{\alpha} - u) - \mu_{OK}(u) \quad (3.14)$$

Embora a distribuição global da estimativa dos erros possa ser simétrica com as superestimativas locais balanceando as subestimativas locais, a variância de krigagem assume que a distribuição local dos erros seja representada por uma Gaussiana, o que não necessariamente é verdade. Geralmente, a distribuição local dos erros da estimativa apresenta assimetria (positiva ou negativa, dependendo dos valores amostrais circunvizinhos considerados) com maior probabilidade de ocorrer quando o histograma dos dados amostrais é assimétrico.

A variância do erro fornecida pela krigagem é freqüentemente mal usada como uma medida de confiabilidade da estimativa. A fraca correlação entre erro e desvio padrão da estimativa confirmam que a variância de krigagem não pode ser usada diretamente como uma medida de precisão da estimativa (Goovaerts, 1997 – pp. 184). Esse parâmetro pode ser tratado como um índice que fornece apenas uma indicação da possível magnitude dos erros.

Portanto, a variância de krigagem  $\sigma_{ok}^2$  é apenas um índice de classificação da geometria e tamanho das amostras, não sendo útil para avaliar a dispersão local do erro. Para estimar a incerteza em relação a uma estimativa pode-se determinar a distribuição condicional local de probabilidade (dclp) da variável  $Z$  na localização  $u$  por meio de simulação condicional geoestatística e avaliar o intervalo de variação que a VR pode assumir.

### 3.3 Simulação seqüencial condicional

Tradicionalmente, o modelamento 3D de blocos usado no planejamento mineiro é realizado por KO de blocos, a qual realiza a melhor estimativa (não tendenciosa e com menor erro) a partir das amostras disponíveis. Esse modelo não representa exatamente o depósito mineral. Existem incertezas associadas às estimativas que podem variar de intensidade, comprometendo ou não as decisões tomadas a partir de então. Os métodos de simulação estocástica permitem gerar imagens equiprováveis, condicionadas aos dados, que reproduzem as características estatísticas de 1ª e 2ª ordem dos dados amostrais. Desse modo, a intensidade de incerteza associada às estimativas pode ser avaliada. A avaliação da intensidade de incerteza em relação às estimativas pode determinar áreas potencialmente problemáticas ao planejamento de mina ou ao processo de produção, levando à exigência de informação adicional nessas áreas.

Cada nó ou bloco a ser simulado é representado por uma distribuição cumulativa de probabilidade condicionada aos dados. Essas distribuições são derivadas de um modelo que representa toda lei espacial (distribuições multivariadas) da FR  $Z(u)$  de modo que para cada localização  $u$  todas distribuições,  $F(u; z|(n))$ ,  $\forall u \in \mathcal{A}$  (área visada), sejam especificadas por meio de sua média e variância (enfoque paramétrico). O modelo utilizado na maioria das vezes é o Gaussiano multivariado (Isaaks, 1990).

A idéia de simulação seqüencial é, em cada nó do *grid* ou bloco, selecionar  $L$  resultados equiprováveis  $z^{(l)}(u)$ ,  $l = 1, \dots, L$  a partir da distribuição condicional local de probabilidade (dclp), ao invés de estimar um único valor. Cada resultado representa uma realização da VR  $Z(u)$ . Além da distribuição ser condicionada aos dados, cada valor simulado é agregado ao banco de dados. Assim, a dclp não é a mesma para todas as realizações, visto que o bloco inicial a ser simulado, assim como os demais, são selecionados randomicamente.

Os métodos de simulação seqüencial compartilham basicamente o mesmo algoritmo, que consiste nos seguintes passos (Dimitrakopoulos, 1998):

- i. seleção aleatória de um bloco a ser simulado (cada bloco é selecionado somente uma vez);
- ii. estimativa da distribuição condicional local de probabilidade (dclp) do bloco selecionado;
- iii. seleção aleatória de um valor da dclp estimada;
- iv. inclusão do valor simulado no banco de dados original;



- v. repetição dos passos (i) a (iv) até que todos os blocos tenham um valor;
- vi. repetição dos passos (i) a (v) para gerar múltiplos modelos igualmente prováveis.

No método de simulação seqüencial Gaussiana (ssG – método utilizado nessa dissertação), o princípio seqüencial é aplicado sobre funções randômicas, FR, multiGaussianas. Nesse método, a dclp é estimada por meio de krigagem simples (KS), a qual define a média e a variância da distribuição. Esse processo assume que dclp seja estacionária e que siga a forma de uma distribuição normal. Na prática, o comportamento não-estacionário é considerado quando são usados outros algoritmos para estimar a média da FR (Goovaerts, 1997 – pp. 275). O método de ssG, ao assumir o modelo multiGaussiano, exige que os dados iniciais (input) estejam normalizados.

### 3.3.1 Normalização

O processo de normalização da distribuição amostral é realizado com auxílio de uma transformação gerada a partir de uma função monotônica crescente,  $\phi(\cdot)$ , que pode ser derivada graficamente como mostra Figura 3.1. Nessa figura, os valores que correspondem aos p-quantis da distribuição cumulativa dos dados são correlacionados com os valores normais correspondentes de mesma probabilidade. Os dados originais, z-valores, são transformados em y-valores:  $y(u_\alpha) = \phi [z(u_\alpha)]$ ,  $\alpha = 1 \dots n$ . A transformação pode ser vista como uma tabela cujos valores correspondem aos mesmos p-quantis das duas distribuições (Journel e Huijbregts, 1978 – pp 508-511; Goovaerts, 1997 – pp. 266-269).

$$Y(u) = \phi (Z(u)) = G^{-1}[F(Z(u))] \quad (3.15)$$

onde:

$Y(u)$  é a VR que representa os y-valores,

$Z(u)$  é a VR que representa os z-valores,

$\phi$  é a função de transformação, e

$G^{-1}$  é distribuição Gaussiana inversa da FR  $Y(u)$ .

Na prática o processo de normalização é realizado em três etapas:

- i. os  $n$  dados originais  $z(u_\alpha)$  devem ser ordenados em ordem crescente:

$$[z(u_\alpha)]^{(1)} \leq \dots \leq [z(u_\alpha)]^{(k)} \leq \dots \leq [z(u_\alpha)]^{(n)} \quad (3.16)$$

onde  $k$  representa o ordenamento dos valores  $z(u_{\alpha})$ . Pelo fato de a transformação ser monotônica, dados de mesmo valor serão ordenados de modo que seja dada prioridade aos dados cuja média dos valores circunvizinhos seja menor;

ii. a distribuição ordenada é computada como:

$p_k^* = k/n - 0,5/n$ , para dados desagrupados onde o espaço foi igualmente amostrado e

$p_k^* = \sum_{i=1}^k w_i - 0,5 w_k \in [0,1]$ , se os dados estão agrupados, onde  $w_i$  são os pesos de desagrupamento;

iii. os p-quantis da distribuição original são combinados com os p-quantis da distribuição normal:

$$y(u_{\alpha}) = G^{-1}[F^*(z(u_{\alpha}))] = G^{-1}(p_k^*) \tag{3.17}$$

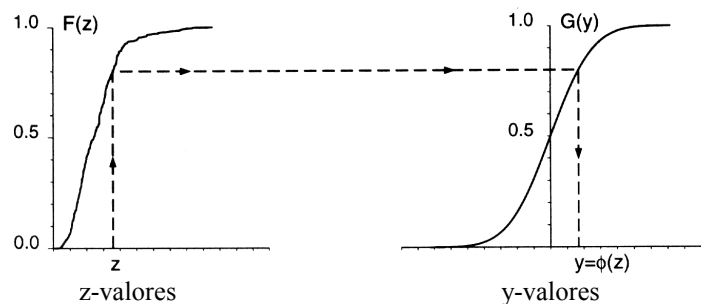


Figura 3.1: Processo gráfico de transformação da distribuição original (z-valores) em y-valores. Fonte: Goovaerts, 1997 – pp. 268.

### 3.3.2 Verificação de multinormalidade

Apesar da exigência do método de ssG (ao assumir o modelo multiGaussiano para a FR), a simples normalização da distribuição amostral não garante que o modelo de FR seja multinormal. Esse procedimento garante apenas a normalidade univariada da dclp. Assim, faz-se necessária a verificação de normalidade nos demais estados da dclp. Na prática, a constatação da binormalidade valida a utilização do modelo multivariado Gaussiano  $G(u; y|(n))$ . Existem vários testes que podem ser utilizados para verificar a binormalidade da dclp. O teste de binormalidade pode ser realizado verificando se a distribuição da combinação linear entre quaisquer valores de pares  $Y(u)$  e  $Y(u+h)$ ,  $\forall u, \forall h$ , também é normal (Deutsch e

Journal, 1998 – pp. 142-144). Outro teste de binormalidade considera a relação madograma/variograma. Essa relação (Equação 3.18) deve se aproximar à constante 0,564 e deve ser verificada para diversas distâncias  $h$  (lags).

$$\frac{\gamma_1(h)}{\sqrt{\gamma_2(h)}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,564 \quad (3.18)$$

onde:

$$2\gamma_1(h) = E[|Y(u+h) - Y(u)|]$$

$$2\gamma_2(h) = E\{[Y(u+h) - Y(u)]\}^2$$

Deutsch e Journal (1998 – pp. 231-232) propuseram um teste de binormalidade fundamentado na comparação entre a função covariância de uma distribuição cumulativa bivariada calculada para certos quantis e o covariograma da indicatriz calculado para os mesmos quantis. O covariograma da indicatriz deve reproduzir esse modelo de função covariância da distribuição cumulativa bivariada. Esse teste normalmente é realizado utilizando os quartis inferior, superior e a mediana.

### 3.3.3 Reprodução das características estatísticas da distribuição condicionante

O objetivo dos processos de simulação seqüencial é gerar realizações que reproduzam o histograma e o variograma das amostras condicionantes. Em termos práticos, esta reprodução é raramente atingida devido às chamadas flutuações ergódicas (Deutsch e Journal, 1998 – pp. 128-132). Vários fatores controlam a magnitude das flutuações ergódicas apresentadas por uma realização (Goovaerts, 1997 – pp. 426):

- i. o algoritmo utilizado para gerar as realizações. Algoritmos de simulação seqüencial Gaussiana e simulação seqüencial da indicatriz, reproduzem o modelo condicionante de segunda ordem somente na média de muitas realizações;
- ii. a densidade dos dados condicionantes. Quanto mais dados condicionantes amostrais forem usados para efetuar uma realização, mais similar será a estatística da realização em relação à estatística dos dados amostrais;
- iii. os parâmetros do variograma e o tamanho da área em que será realizada a simulação. A magnitude das flutuações ergódicas dos variogramas das realizações de um processo de simulação serão significativas quando o alcance

do modelo variográfico é grande em relação ao tamanho da área e ser simulada, particularmente se o efeito pepita for pequeno.

A Figura 3.2 apresenta um exemplo com os variogramas nas direções de máxima e mínima continuidade espacial de quatro realizações de um processo de simulação, juntamente com seus variogramas condicionantes (experimentais e teóricos). Como observado na Figura 3.2, a reprodutibilidade do variograma condicionante (teórico) ocorre na média das realizações analisadas.

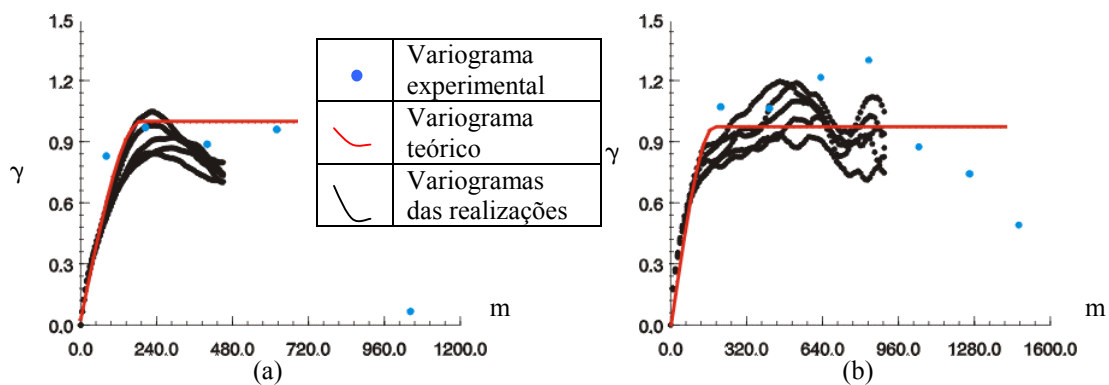


Figura 3.2: Flutuações na reprodução do momento de 2ª ordem da distribuição condicionante nas direções de maior (a) e de menor continuidade espacial (b).

Na Figura 3.3 são apresentados os histogramas das realizações analisadas, no domínio original das amostras, juntamente com o histograma condicionante. Nesta figura também podem ser observadas flutuações ergódicas, mas em média o histograma condicionante é reproduzido. Ocorrem flutuações nos valores de média, de variância e dos quartis. Os únicos valores fixos são os de mínimo e máximo.

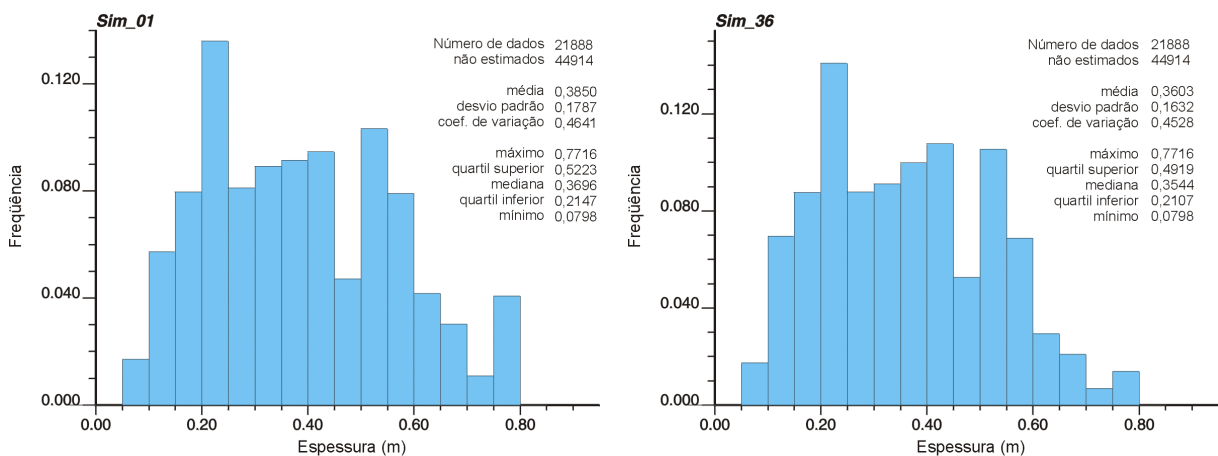
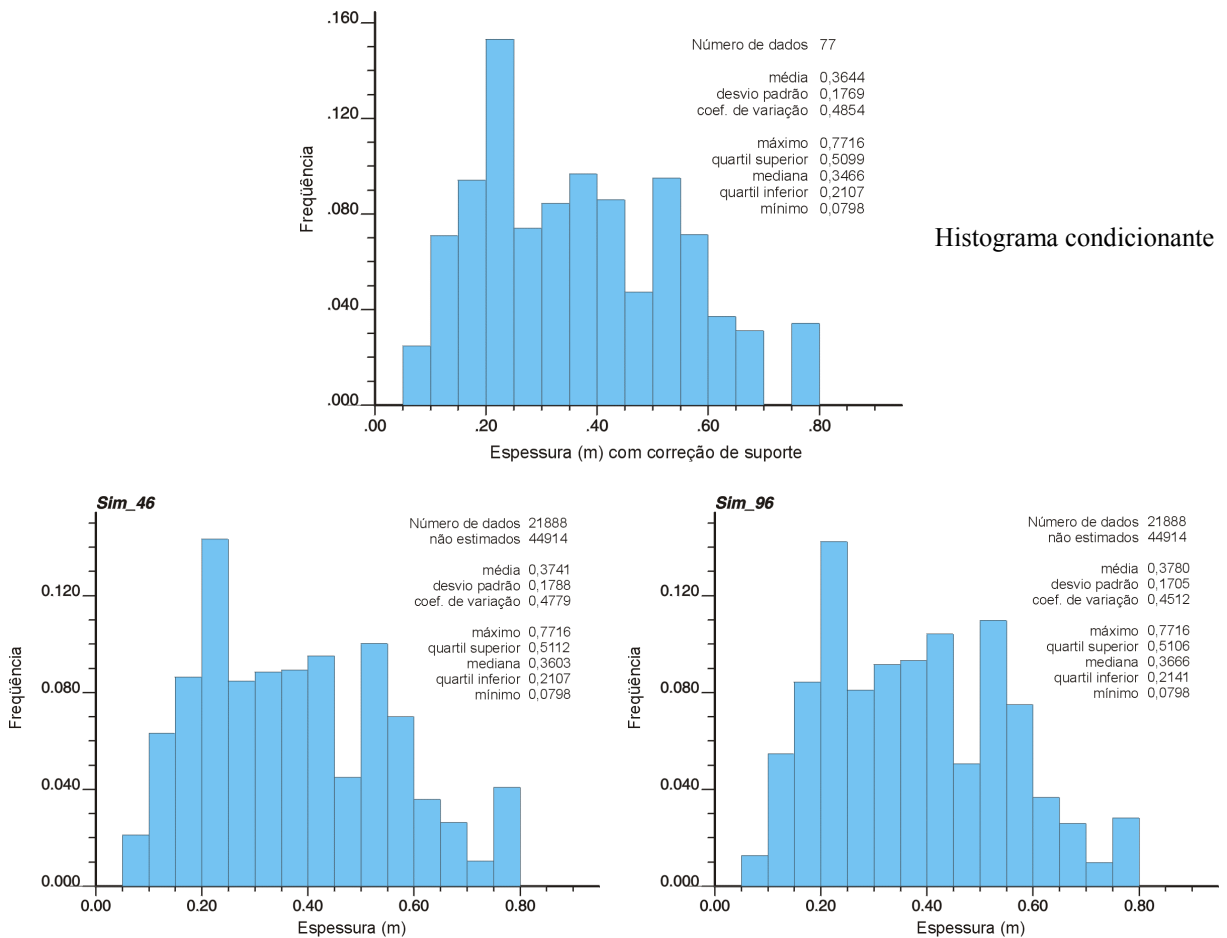


Figura 3.3: Flutuações na reprodução do momento de 1ª ordem da distribuição condicionante (histograma central).



Continuação da Figura 3.3

### 3.3.4 Medidas locais da incerteza

A principal vantagem dos métodos de simulação estocástica é fornecer meios de quantificar a variabilidade em relação aos possíveis resultados que a VR pode assumir. A partir do conhecimento da  $dclp$  em uma determinada localização  $u$  é possível determinar a incerteza em torno do valor desconhecido  $z(u)$  antes e independentemente da escolha de uma estimativa para  $z(u)$ . Os principais métodos utilizados na determinação da incerteza por meio de simulação estocástica são:

- i. intervalo de probabilidade;
- ii. entropia local;
- iii. variância condicional;
- iv. coeficiente de variação;
- v. intervalo entre quartis (IEQ).

Dentre os cinco métodos, os três últimos serão considerados nos estudos de caso dessa dissertação.

### 3.3.4.1 Variância condicional

A variância condicional mede a dispersão da dclp em torno da média.

$$\sigma^2(u) \cong \sum_{k=1}^{K+1} [\bar{z}_k - z_E^*(u)]^2 \cdot [F(u; z_k | (n)) - F(u; z_{k-1} | (n))] \quad (3.19)$$

onde:

$z_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ , são os  $K$  valores de *threshold* discretizando o intervalo de variação dos  $z$ -valores (distribuição condicionante),

$\bar{z}_k$  é média da classe  $(z_{k-1}, z_k]$ , dependente do modelo de interpolação para os valores disponíveis para cada classe (modelo linear: média aritmética),

$z_E^*(u)$  é a média estimada da dclp e

$F(u; z | (n))$  é a distribuição cumulativa condicional, onde a notação  $| (n)$  expressa o condicionamento aos dados locais (circunvizinhos ao nó de grid ou bloco a ser simulado).

$z_E^*(u)$  é definida pela seguinte equação:

$$z_E^*(u) \cong \frac{\sum_{k=1}^{K+1} \bar{z}_k \cdot [F(u; z_k | (n)) - F(u; z_{k-1} | (n))]}{\sum_{k=1}^{K+1} [F(u; z_k | (n)) - F(u; z_{k-1} | (n))]} \quad (3.20)$$

A variância condicional define o espalhamento em torno da média, que por sua vez é dependente da média das classes  $\bar{z}_k$ . A média e as classes extremas da dclp são muitos sensíveis à escolha do modelo de extrapolação da distribuição (Goovaerts, 1997 – pp. 337). Por isso, deve-se ter atenção quanto ao uso da variância condicional frente a um determinado modelo de extrapolação da dclp.

### 3.3.4.2 Coeficiente de variação, CV

O CV é um método um pouco mais robusto que o de variância condicional, embora apresente a mesma característica com relação à escolha do modelo de extrapolação. Esse método deriva do anterior:

$$CV = \frac{\sqrt{\sigma^2(u)}}{z_E^*(u)} \cong \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{K+1} [\bar{z}_k - z_E^*(u)]^2 \cdot [F(u; z_k | (n)) - F(u; z_{k-1} | (n))]}{\sum_{k=1}^{K+1} \bar{z}_k \cdot [F(u; z_k | (n)) - F(u; z_{k-1} | (n))]} \quad (3.21)$$

onde os termos de (3.21) foram apresentados anteriormente.

### 3.3.4.3 Intervalo entre quartis, IEQ

Muito mais robusto que os métodos anteriores, o IEQ é indicado principalmente para medidas de espalhamento local de distribuições assimétricas porque não considera os valores extremos (classes extremas), sendo menos sensível quanto à escolha de um determinado modelo de extrapolação para a parte superior da dclp. O contraste entre áreas de variabilidade esperada alta e áreas de variabilidade esperada baixa é mais saliente usando intervalo entre quartis (Goovaerts, 1997 – pp. 339). O IEQ é definido como a diferença entre os quartis superior e inferior da distribuição, ou seja:

$$q_R = q_{0,75}(u) - q_{0,25}(u) \quad (3.22)$$

A Figura 3.4 apresenta um perfil de 10 amostras, onde é verificada a variabilidade em relação aos teores de acordo com o espaçamento entre elas. A Figura 3.5, que considera o perfil da figura anterior, mostra a diferença entre os métodos de determinação da incerteza apresentados acima. Nessa figura é observada a deficiência ou não dos métodos em estimar a incerteza em torno das estimativas. Da Figura 3.5, fica claro que o método de variância de krigagem não reproduz a variabilidade de teores visualizada no perfil da Figura 3.4. Portanto, esse método não é indicado para esse tipo de medida. O método de entropia local, diferentemente do de variância de krigagem, incorpora melhor a incerteza existente, mas ainda não tão bem quanto os métodos de variância condicional e intervalo entre quartis (IEQ). Esses dois últimos apresentam um perfil mais realístico da situação apresentada na Figura 3.4, mostrando-se adequados para a medida da incerteza. O método de estimativa da incerteza por meio da medida do CV, embora não mostrado graficamente, também apresenta bons resultados devido à sua robustez.

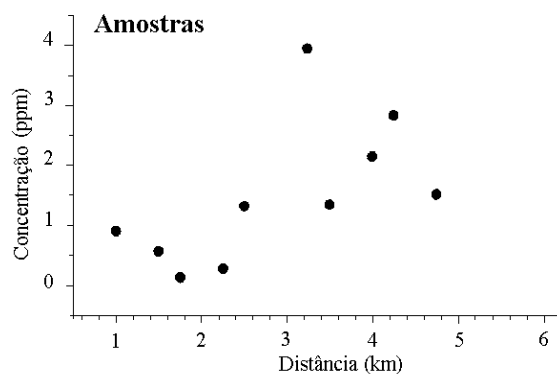


Figura 3.4: Concentração (ppm) de acordo com a distância linear entre os pontos amostrados. Fonte: Goovaerts, 1997 – pp. 339.

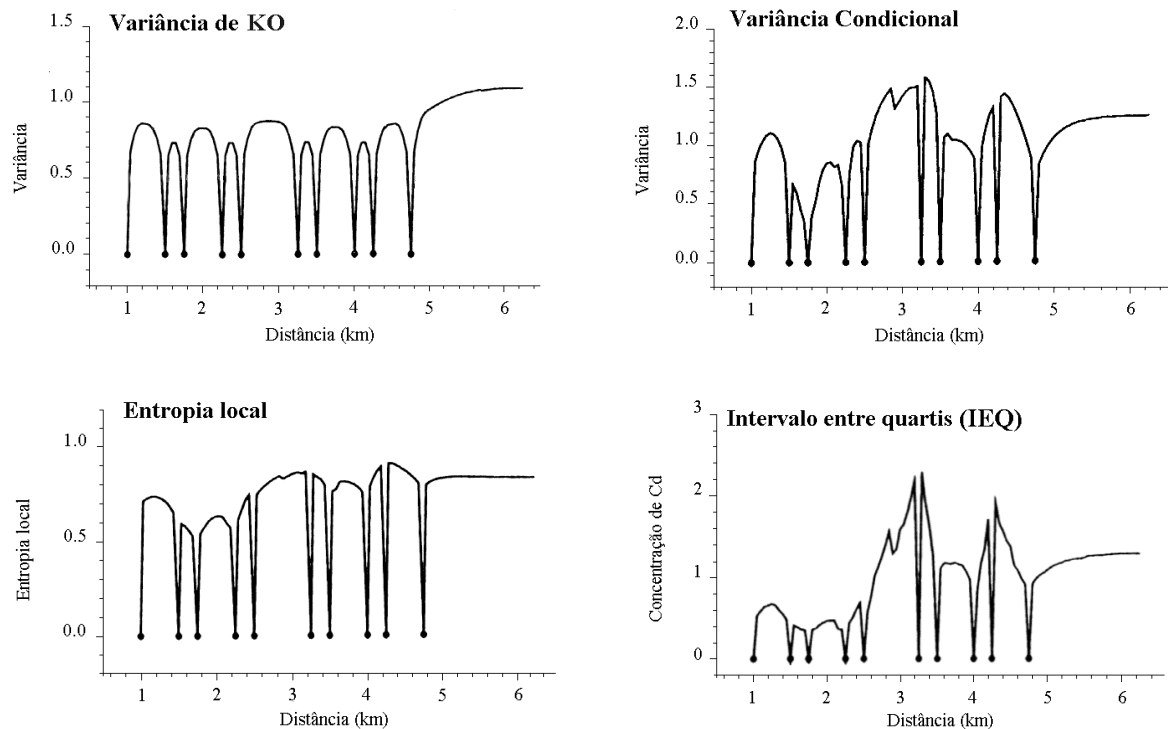


Figura 3.5: Gráficos comparativos de variabilidade entre os pontos amostrados. Fonte: Goovaerts, 1997 – pp.

339.

### 3.4 Comentários

Esse capítulo revisou os métodos de determinação da incerteza explorando o conceito de variância do erro e variância de krigagem. Foi mostrado que a  $\sigma_{ok}^2$  não deve ser utilizada como uma ferramenta para quantificar a incerteza em relação a uma determinada estimativa. Esse capítulo apresentou o método de simulação seqüencial condicional Gaussiana, o alicerce dessa dissertação, mostrando suas implicações e vantagens. Por último, foram apresentados os meios de avaliar a incerteza associada à estimativa em localizações não amostradas, usando o conceito de simulação estocástica. O próximo capítulo desenvolve a metodologia apresentada no Capítulo 1 em um estudo de caso, utilizando as técnicas de avaliação da incerteza descritas no final desse capítulo (variância condicional, CV e IEQ).



# Capítulo 4

## Estudo de caso

Esse capítulo apresenta um estudo de caso propondo critérios para escolha da localização de amostragem adicional. Aplica-se a metodologia proposta no Capítulo 1, visando reduzir a incerteza associada às estimativas em locais de alta variabilidade. Foi estudada a variabilidade da espessura de uma camada de carvão situada em parte de uma jazida operada pela empresa Copelmi Mineração Ltda. A metodologia proposta é comparada aos resultados obtidos com o procedimento baseado na variância de krigagem.

### 4.1 Área de estudo

A área analisada no estudo considera um setor, denominado Área da Balança, da jazida de carvão operada pela empresa Copelmi Mineração Ltda. situada no município de Butiá no estado do Rio Grande do Sul (Figura 4.1). Essa jazida apresenta 12 camadas de carvão, dentre as quais uma (camada S12) foi estudada de acordo com a metodologia proposta nesta dissertação. As camadas de carvão têm espessuras variáveis e são intercaladas com camadas de argilito, siltito e calcário, como mostra a Figura 4.2. Acredita-se que a área considerada nesse estudo seja uma sub-bacia sedimentar (calha de deposição de sedimentos) constituinte de um sistema de múltiplas sub-bacias que compõem a jazida mineral.

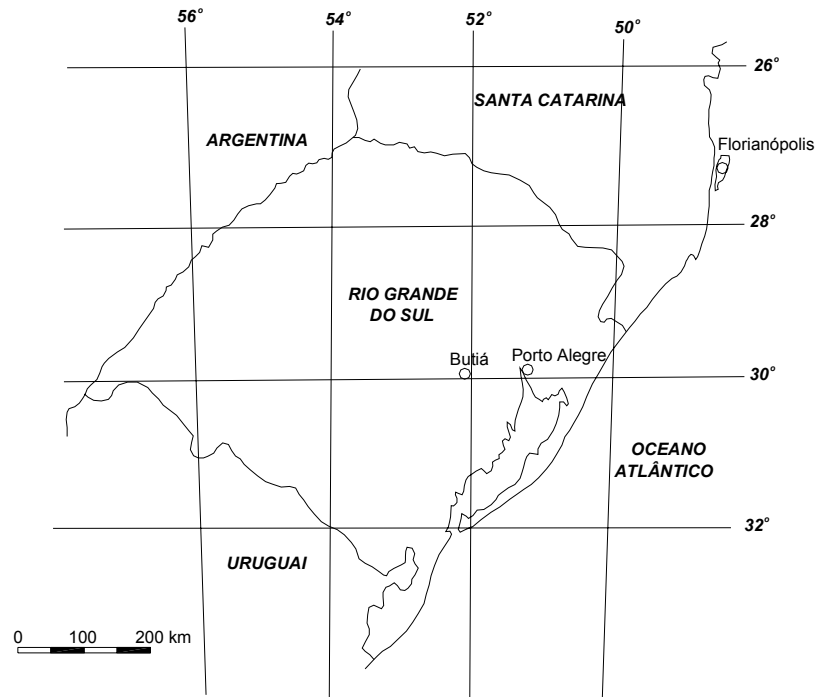


Figura 4.1: Localização do município de Butiá.

O atributo de interesse é a espessura das camadas de carvão de jazida, pois essa medida é usada no controle de viabilidade de lavra. A estimativa da espessura das camadas de carvão e da cobertura de material estéril sobre elas dá origem à razão estéril/minério ( $m^3/t$ ), que mede o volume de estéril que necessita ser movimentado para a lavra de 1 t de carvão. A incerteza associada à essa medida pode proporcionar a exclusão errônea de áreas economicamente mineráveis e a inclusão de áreas economicamente desfavoráveis à mineração. Por isso, a redução da incerteza em relação à estimativa da espessura das camadas de carvão se torna importante.

Embora a variância e o coeficiente de variação (apresentados a seguir) da espessura das camadas de carvão dessa área sejam pequenos (em virtude da continuidade do fenômeno geológico considerado) a variabilidade local em torno das estimativas em determinados setores da área é grande. Esse intervalo de variação pode comprometer ou não as decisões de planejamento de lavra e de produção tomadas a partir de então. Áreas antigamente mineradas à subsolo e a constatação de que algumas camadas, ou parte delas, estão erodidas agravam o problema, reforçando a idéia de necessidade de informação adicional.

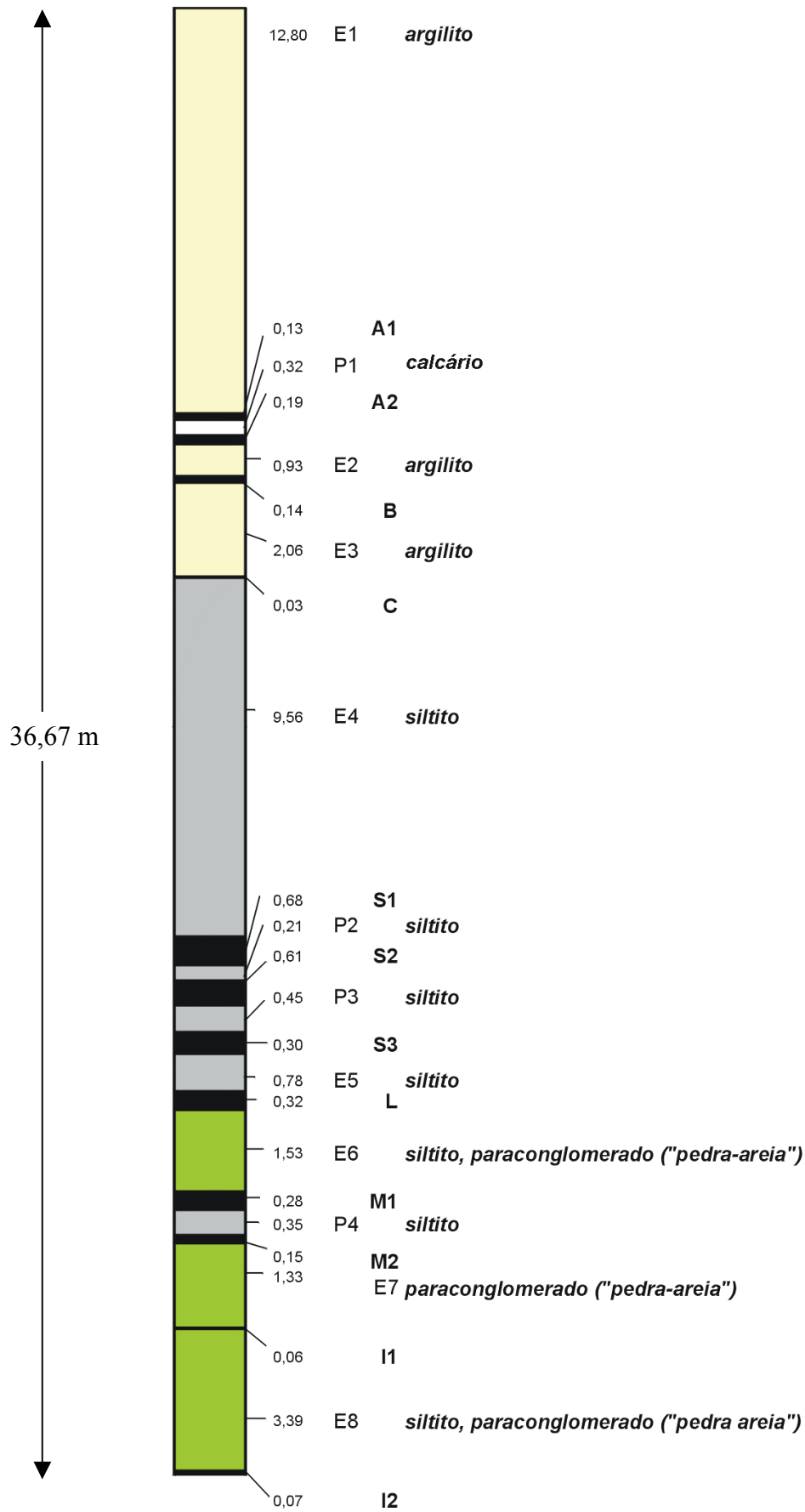


Figura 4.2: Perfil geológico da Área da Balança, mostrando as 12 camadas de carvão presentes, assim como as litologias intercalantes. Espessuras indicadas em metros. Figura demonstrativa, sem escala.

## 4.2 Camada S12

A análise da camada S12 iniciou-se com a constituição do banco de dados (S12mod.dat), agregando as espessuras correspondentes da camada S12 às coordenadas de cada furo de sondagem. A camada S12, por motivos operacionais, corresponde ao pacote de três camadas litológicas: camada de carvão S1, camada de estéril (siltito/parting 2) e camada de carvão S2 (Figura 4.3).

Portanto,

$$S12 = S1 + P2 + S2$$

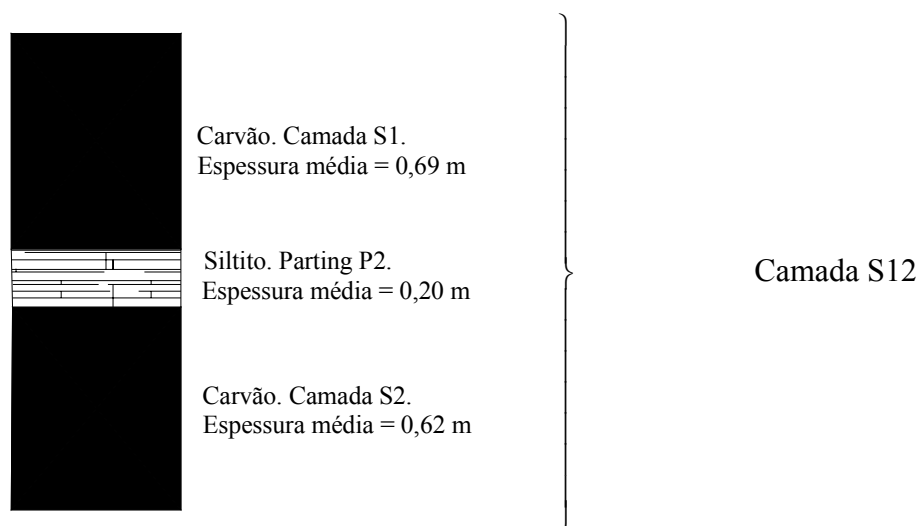


Figura 4.3: Representação da camada S12, composta pelas camadas de carvão S1 e S2 e por uma camada de siltito (P2).

A Figura 4.4 mostra todos os 92 furos de sonda realizados na Área da Balança. Entretanto, para a composição das informações referentes à camada S12, foi necessária uma modificação no banco de dados original: o furo MV790 foi removido. Nesse local, a análise do furo de sonda revelou que a camada S1 foi erodida (0,01 m de espessura) e registrou 0,50 m de espessura para a camada de estéril intercalante e 0,03 m de espessura para a camada S2. Portanto a leitura de 0,53 m de espessura para a camada S12 foi desconsiderada. O uso dessa informação no banco de dados alteraria as estimativas e incorporaria à distribuição uma variância (maior) possivelmente irreal. Esse furo encontra-se circundado em vermelho na Figura 4.4.

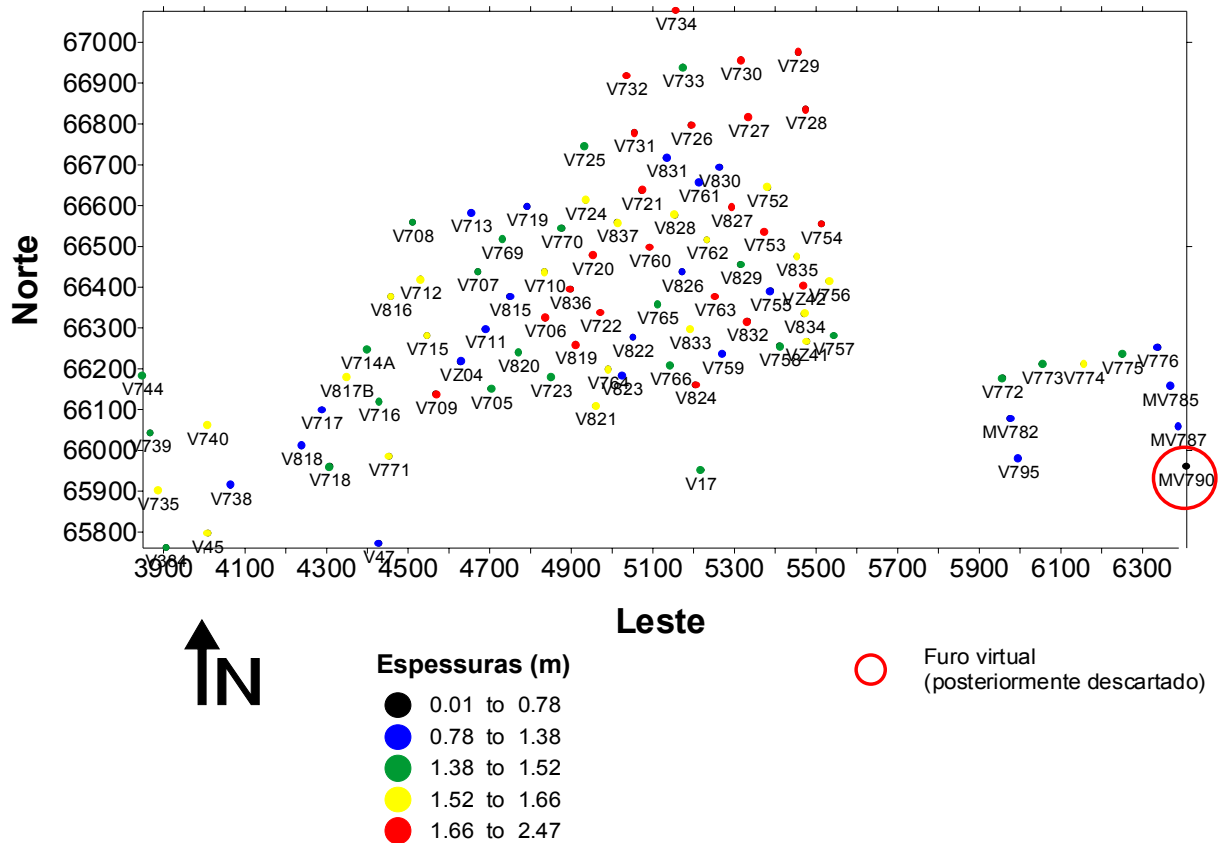


Figura 4.4: Camada S12. Mapa de localização dos furos de sondagem com suas respectivas identidades. A legenda de cores indica o intervalo no qual está inserida a espessura (m) da camada S12 correspondente para cada local amostrado.

### 4.2.1 Análise exploratória dos dados

A análise exploratória da informação provida pela amostragem revelou os parâmetros mostrados no histograma da Figura 4.5. Nessa figura, verifica-se que a classe mais freqüente constitui espessuras entre 1,4 e 1,5 m (~ 18 %).

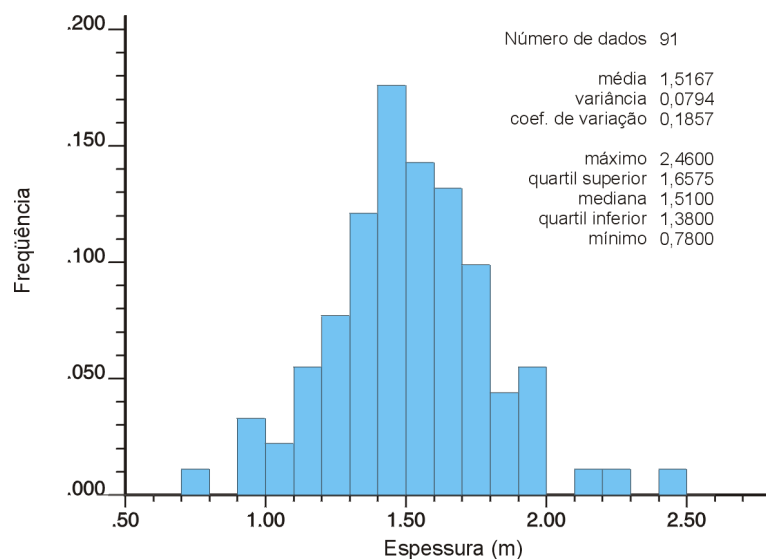


Figura 4.5: Histograma da distribuição original (S12mod.dat).

Devido à amostragem pseudo-regular (privilegiando algumas sub-áreas), ocorre um aninhamento de amostras em certos setores da área (Figura 4.4), sendo necessário o desagrupamento dos dados. Esse procedimento é realizado na tentativa de remover uma possível tendenciosidade, oriunda do plano de amostragem, principalmente em relação à média da distribuição amostral. A Figura 4.6 apresenta o histograma de freqüência e os parâmetros estatísticos desagrupados da distribuição amostral. O método de desagrupamento adotado foi o da média móvel (Isaaks e Srivastava, 1989 – pp. 241-243), implementado na rotina *declus* (Deutsch, 1989; Deutsch e Journel, 1998 – pp. 213-214) da *GSLIB* (*Geostatistical Software Library*).

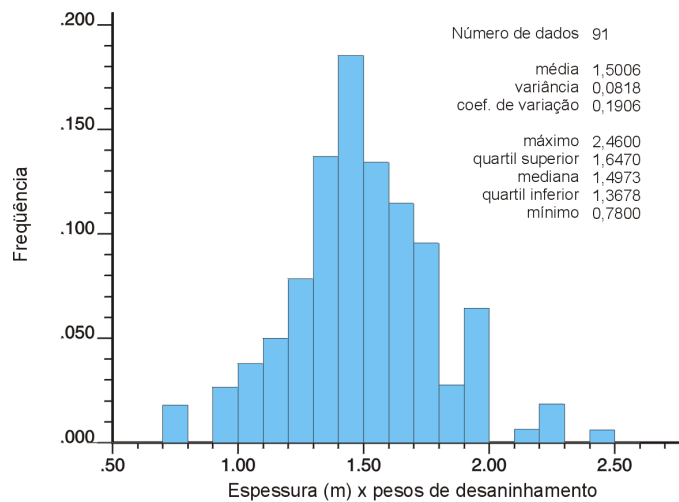


Figura 4.6: Histograma desagrupado dos dados.

#### 4.2.2 Modelo de continuidade espacial

No estudo de continuidade espacial, o depósito mineral mostrou-se espacialmente contínuo, na direção N-S, como pode ser verificado na função variograma, mostrada abaixo e nos variogramas a seguir (Figura 4.7).

$$\gamma(h) = 0,002745 + \left[ 0,070250 \cdot Sph \left[ \frac{h \theta^0}{302 m}, \frac{h \rho^0}{281 m} \right] \right] \quad (4.1)$$

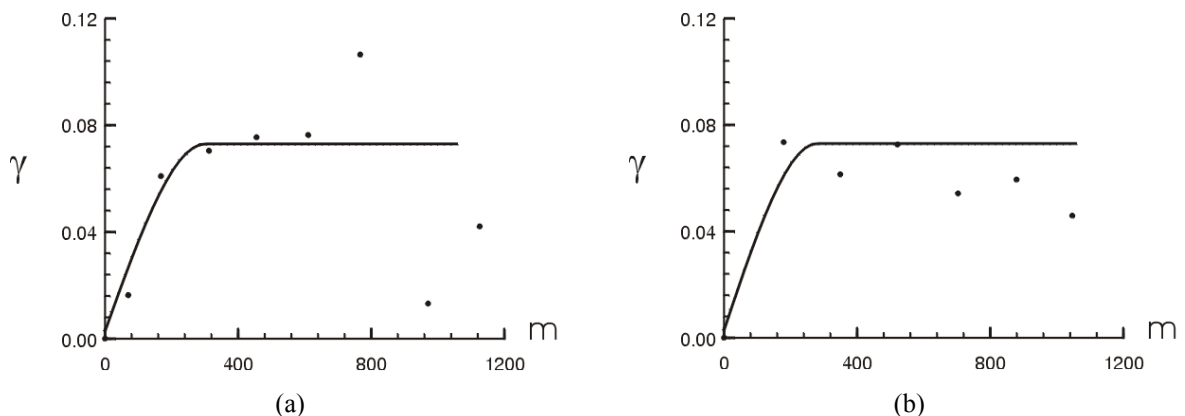


Figura 4.7: Variograma na direção de máxima (a) e mínima (b) continuidade espacial.

Os valores atribuídos ao efeito pepita e ao *sill* do variograma foram baseados nos variogramas omnidirecional e direcionais. Embora o variograma experimental na direção E-W não tenha se mostrado consistente, o mesmo foi definido com base nos variogramas direcionais e no conhecimento geológico da camada. Essa camada mostra-se contínua em todas as direções. O comportamento apresentado pela Figura 4.7 (b) atesta a ineficiência das funções matemáticas disponíveis em capturar a continuidade espacial existente nessa direção. Este modelo variográfico foi checado por meio de validação cruzada. A Figura 4.8 apresenta a distribuição do erro e suas características estatísticas. Alguns pontos amostrais não foram estimados devido à estratégia de busca utilizada (limite mínimo de informação considerada e raio de busca).

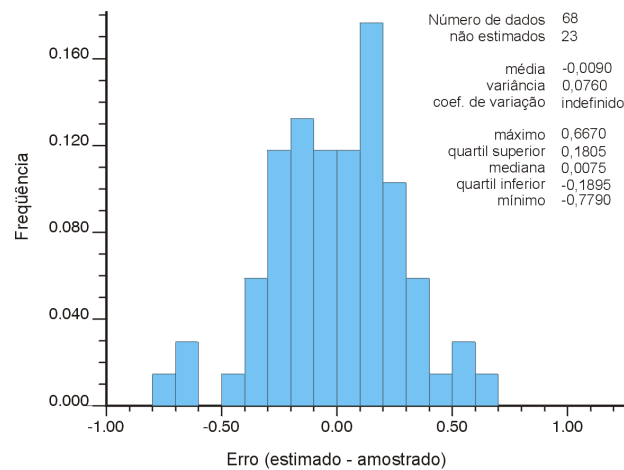


Figura 4.8: Distribuição do erro após a estimativa nos locais amostrados e suas características estatísticas de 1ª ordem. A média próxima de zero e o reduzido espalhamento validam o modelo de continuidade espacial.

A Figura 4.9 mostra o confronto entre as probabilidades cumulativas dos valores amostrados e estimados, verificando uma razoável reprodutibilidade em média. Por exemplo, o valor correspondente a 100 % de probabilidade nos estimados corresponde ao valor de 85 %, de probabilidade cumulativa, nos amostrados. Isso mostra que como esperado, houve diminuição da variância da distribuição. A mesma figura (Figura 4.9) mostra um mapa com os pontos críticos, ou seja, aqueles em que os erros foram maiores (erros positivos e negativos).

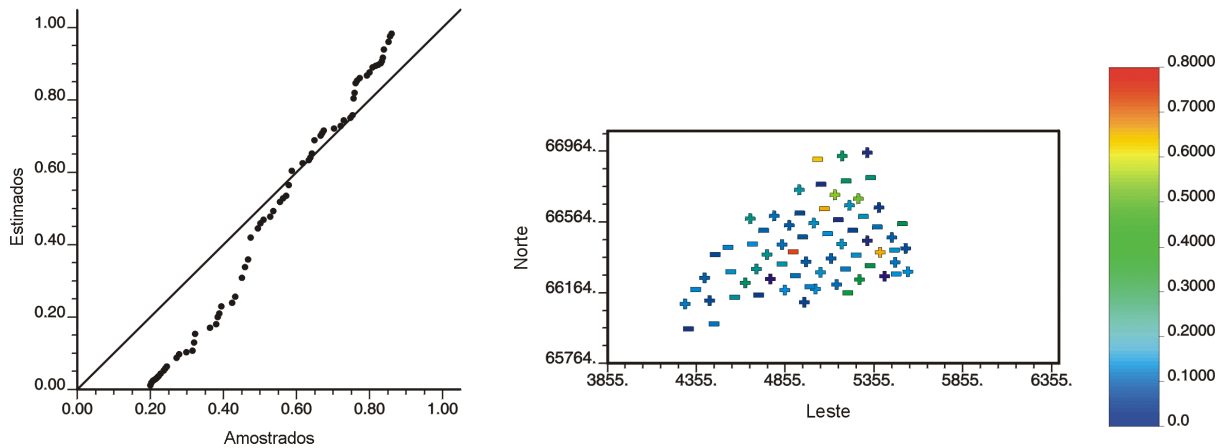


Figura 4.9: Gráfico mostrando a relação entre as probabilidades cumulativas dos valores amostrados e estimados (esquerda) e mapa indicando as localidades críticas (de alto erro – positivo ou negativo). A escala de cores expressa o erro absoluto.

### 4.2.3 Mudança de suporte

O tamanho de blocos escolhido para a avaliar a incerteza em torno das estimativas foi de 10 X 5 m. Esse tamanho de blocos foi determinado visando uma boa discretização da área (com respeito às variações locais), uma perda relativamente pequena de variância devido à mudança de suporte e por praticidade operacional em relação ao tempo de processo e armazenamento computacional. Portanto, a variância deve ser corrigida por meio do processo de mudança de suporte (Capítulo 2 – pp. 17-20). Para isso, foram utilizadas duas rotinas desenvolvidas por Deutsch, 1999 (comunicação pessoal): *gammabar* e *affine*. A rotina *gammabar* calcula a variância do suporte amostral em relação ao bloco. A partir da cálculo dessa variância, foi estimado o fator de redução de variância,  $f$ , da seguinte forma:

$$f = \frac{\sigma^2(v/V)}{\sigma^2(. / V)} \quad \therefore \quad f = \frac{\sigma^2(. / V) - \sigma^2(. / v)}{\sigma^2(. / V)} \quad (4.2)$$

onde:

$\sigma^2(v/V)$  variância dos blocos em relação ao todo;

$\sigma^2(. / V)$  variância dos compósitos em relação ao todo.

$\sigma^2(. / v)$  variância dos compósitos em relação aos blocos;

Assim,

$$f = 1 - \frac{\sigma^2(. / v)}{\sigma^2(. / V)} \quad (4.3)$$



$$f = 1 - \frac{\bar{\gamma}(v,v)}{\sigma^2} \tag{4.4}$$

onde:  $\bar{\gamma}(v,v) = \sigma^2(. / v)$

Portanto, para blocos de 10 X 5 m, a variância de dispersão calculada a partir do variograma é 0,005209. Assim, o fator de redução da variância,  $f$  é 0,9363.

Finalmente, a correção de suporte pôde ser concluída, mostrando a distribuição representada pela Figura 4.10. Para a realização da correção de suporte foi utilizada a rotina *affine*, que utiliza o método de correção afim (Capítulo 2 – pp. 25-26). A Tabela 4.1 mostra a relação entre os parâmetros estatísticos das distribuições original, desagrupada e com variância corrigida.

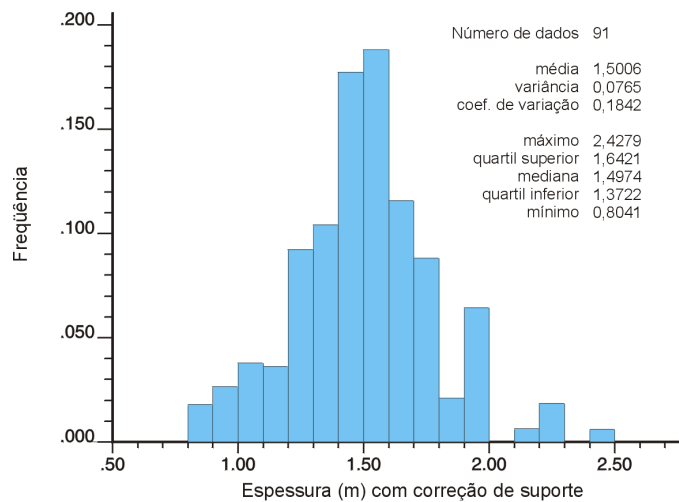


Figura 4.10: Histograma desagrupado e com mudança de suporte dos dados originais.

Var (original desagrupada) = 0,0818 ➔ Var (corrigida) = 0,0765.  
 Redução de ~ 6,53 %.

Tabela 4.1: Comparativo dos parâmetros estatísticos entre as distribuições original, desagrupada e com mudança de suporte.

Histogramas	m	$\sigma$	CV	max	Q <sub>75</sub>	M	Q <sub>25</sub>	min
Original	1,5167	0,2817	0,1857	2,4600	1,6575	1,5100	1,3800	0,7800
Desagrupado	1,5006	0,2860	0,1906	2,4600	1,6470	1,4973	1,3678	0,7800
Mudança de suporte	1,5006	0,2765	0,1842	2,4279	1,6421	1,4974	1,3722	0,8041

### 4.2.4 Variância de krigagem

A partir do banco de dados com variância corrigida, foi gerado um mapa de incerteza usando a variância de krigagem. Esse mapa é mostrado na Figura 4.11. A variância de krigagem,  $\sigma_{OK}^2$ , foi calculada utilizando a rotina *kt3d* da GSLIB (Deutsch e Journel, 1998 – pp. 96-100). Os parâmetros usados no programa foram os seguintes:

```

Parameters for KT3D
*****

START OF PARAMETERS:
S12mod.dat          \file with data
2 1 0 6 0 0        \columns for X,Y,Z,vr,wt,sec.var.
-1.0e21            1.0e21    \trimming limits
0                  \option: 0=grid, 1=cross, 2=jackknife
xvk.dat            \file with jackknife data
1 2 0 3 0          \ columns for X,Y,Z,vr and sec var
2                  \debugging level: 0,1,2,3
S12.dbg            \file for debugging output
S12.out            \file for kriged output
254 3855.03        10.0     \nx,xmn,xsiz
263 65763.59       5.0      \ny,ymn,ysiz
1.0 0.0            0.0      \nz,zmn,zsiz
4 4 4              \x,y and z block discretization
4 8                \min, max data for kriging
2                  \max per octant (0-> not used)
250.0 170.0 0.0    \maximum search radii
0.0 0.0 0.0        \angles for search ellipsoid
1 2.302            \0=SK,1=OK,2=non-st SK,3=exdrift
0 0 0 0 0 0 0 0 0  \drift: x,y,z,xx,yy,zz,xy,xz,zy
0                  \0, variable; 1, estimate trend
extdrift.dat       \gridded file with drift/mean
4                  \ column number in gridded file
1 0.002745         \nst, nugget effect
3 0.07025 0.0 0.0 0.0 \it,cc,ang1,ang2,ang3
236.5 157.6 0.0   \a_hmax, a_hmin, a_vert
    
```

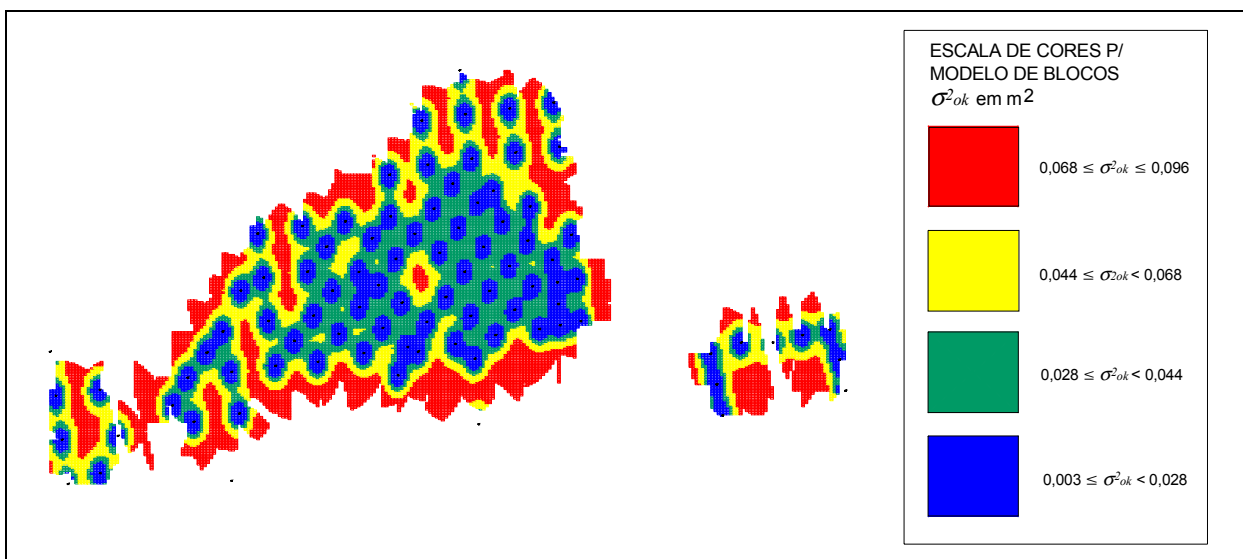


Figura 4.11: Mapa de variância de krigagem, juntamente com as localizações dos pontos de amostragem (pontos pretos).

### 4.2.5 Simulação seqüencial Gaussiana

Como o método de ssG é aplicado em uma função aleatória estacionária com distribuição Gaussiana multivariada ( $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ ), foi necessária a normalização dos dados. O processo de normalização (Capítulo 3 – pp. 37-38) foi realizado de acordo com o algoritmo do programa *nscore* da GSLIB (Deutsch e Journel, 1998 – pp. 223-226). A validação da normalização é apresentada na Figura 4.12. Embora o processo de normalização seja condição necessária, rearranjando a distribuição, produzindo  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ , o mesmo não garante a hipótese assumida de multinormalidade.

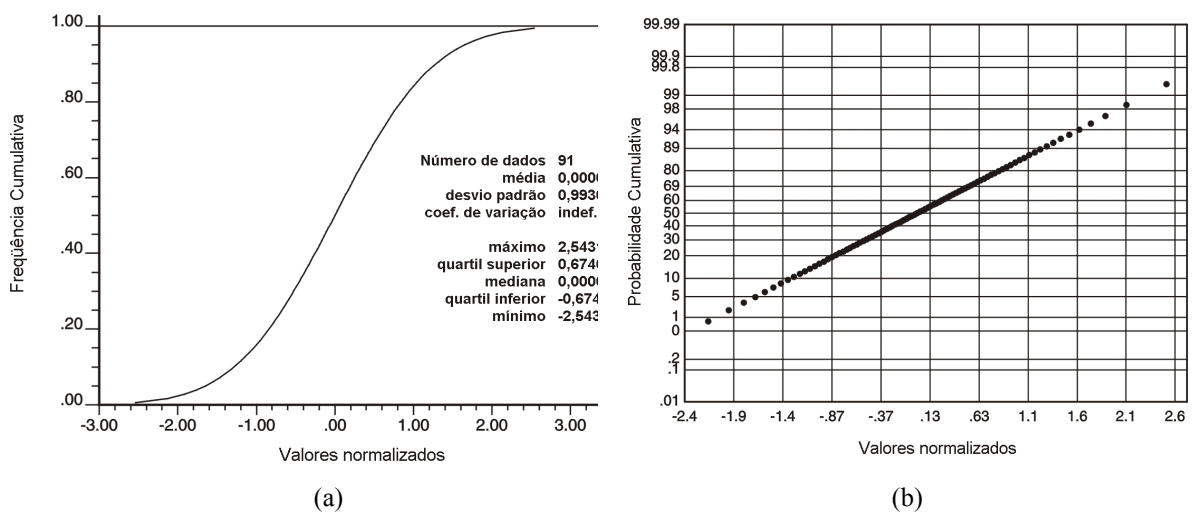


Figura 4.12: Histograma cumulativo normalizado da distribuição com variância corrigida (a). Gráfico de probabilidade cumulativa dos dados normalizados (b).

#### 4.2.5.1 Testes de multinormalidade

Checar a multinormalidade de uma distribuição é uma tarefa muito difícil, senão impossível, de modo que a garantia de binormalidade se torna suficiente para a aplicabilidade do método de simulação estocástica. Foram realizados três testes para verificar a binormalidade da distribuição:

- i. diferença entre os valores dos pares do vetor  $h$  do variograma experimental omnidirecional para até 4 *lags* de 110 m (Figura 4.13). A análise de até 4 *lags* é suficiente, pois cobre a distância de conectividade entre as amostras (distância abrangida pelo variograma);
- ii. razão madograma/variograma (Figura 4.14);
- iii. comparação entre os variogramas teóricos e os variogramas experimentais da indicatriz para o quartil superior, inferior e mediana (Figura 4.15).

**Teste 1: Diferença entre valores dos extremos dos vetores  $h$ .**

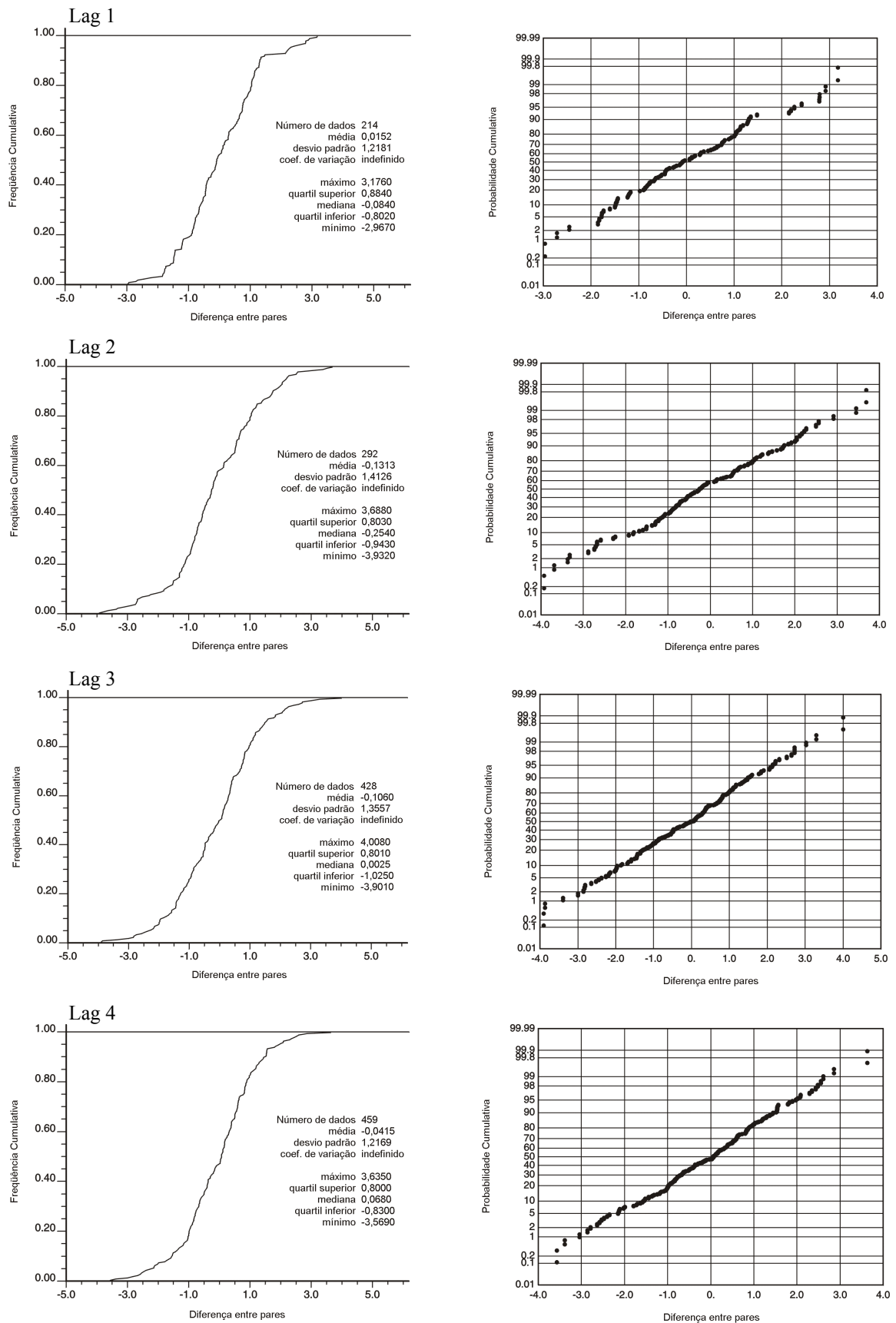


Figura 4.13: Histograma de frequência cumulativa (esquerda) e gráfico de probabilidade (direita) para a distribuição da diferença entre os valores dos pares constituintes dos lags para o cálculo do variograma.

**Teste 2:** Razão madograma/variograma. Esse teste considera a relação da Equação (3.18), na qual a razão madograma/raiz quadrada do variograma deve se aproximar de 0,564.

Essa verificação foi realizada para vários *lags* nas direções de máxima e mínima continuidade espacial, além da omnidirecional, como mostra a Figura 4.14. Essa figura apresenta os resultados da Equação (3.18) quando aplicados para diversos *lags*. Nessa figura, é possível verificar que o valor calculado é próximo do desejado na maioria dos *lags*.

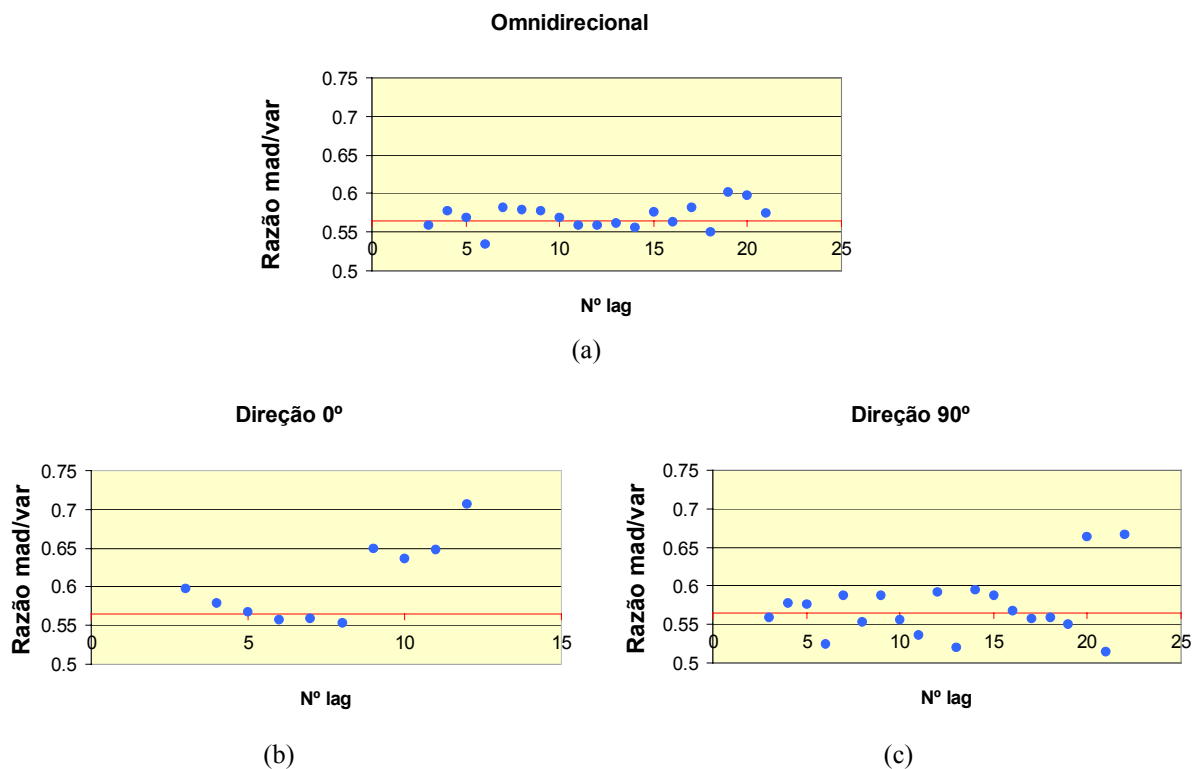


Figura 4.14: Teste de binormalidade razão madograma/variograma para os madogramas/variogramas omnidirecional (a), direção 0° (b) e direção 90° (c). O eixo das abcissas, em vermelho, representa o valor ideal para a relação da equação (3.18).

**Teste 3:** Comparação entre a função covariância de uma distribuição cumulativa normal bivariada calculada para os quartis superior, inferior e mediana (variogramas teóricos) e o covariograma da indicatriz (variogramas experimentais) calculado para os mesmos quartis. Os variogramas teóricos foram calculados por meio da rotina *bigaus* da GSLIB (Deutsch e Journel, 1998 – pp. 231-232).

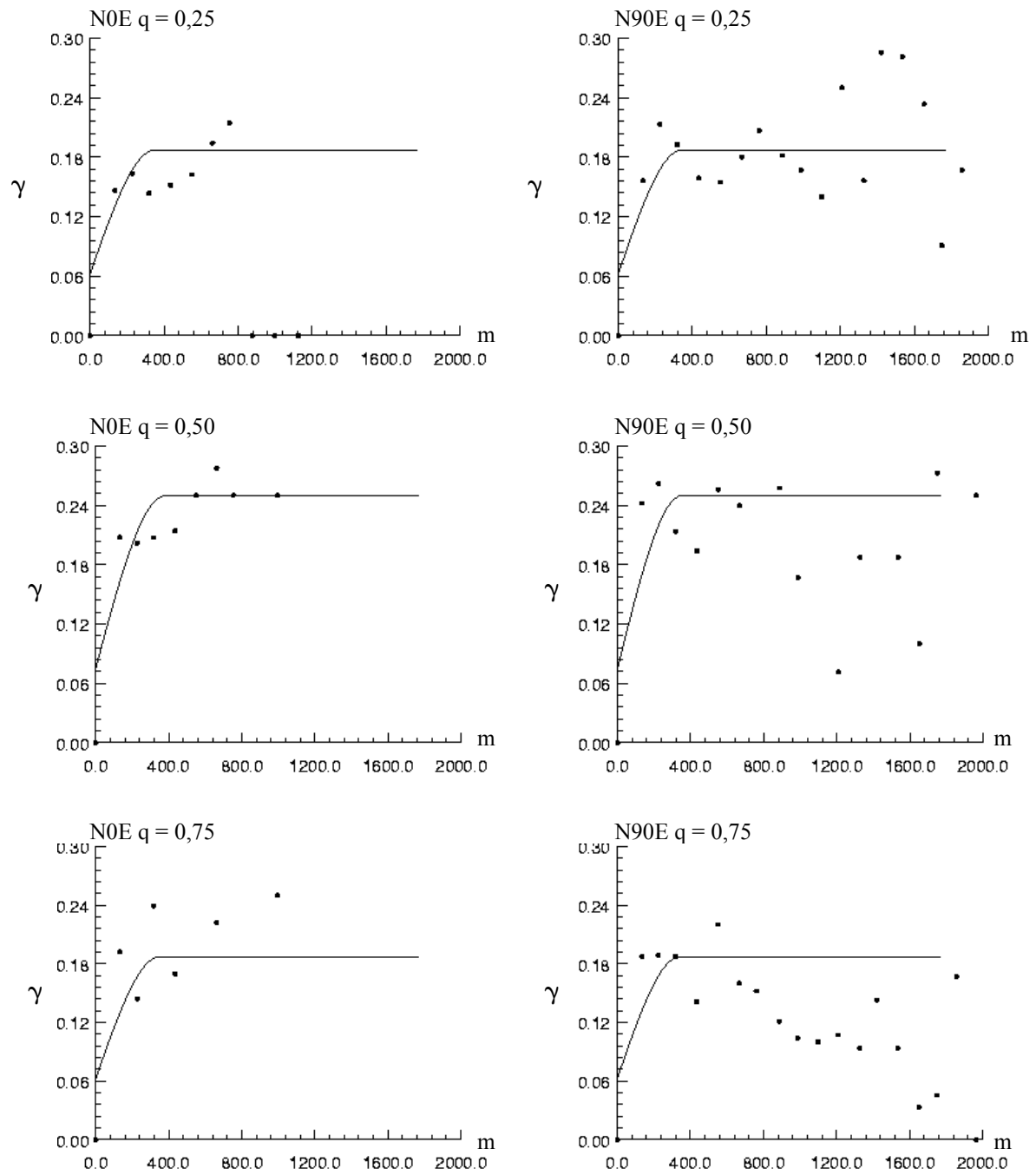


Figura 4.15: Variogramas teóricos dos quartis 25, 50 e 75 % (linha contínua) e os variogramas experimentais da indicatriz (pontos) para os mesmos quartis para as direções de 0° (variogramas da esquerda) e 90° (variogramas da direita).

Assim, considerando o resultado dos três métodos aplicados, a distribuição da Figura 4.12 pode ser vista como aproximadamente binormal o que faz com que seja permitida a aplicação do método de ssG.

### 4.2.5.2 Continuidade espacial e ssG da distribuição normalizada

O estudo de continuidade espacial dos dados no domínio normal forneceu os seguintes resultados:

$$C(h) = 0,0213 + \left[ 0,9787 \cdot Sph \left[ \frac{h \theta^0}{385 \text{ m}}, \frac{h \varrho \theta^0}{361 \text{ m}} \right] \right] \quad (4.5)$$

Este modelo variográfico, que será o modelo condicionante no processo de simulação, foi checado por meio de validação cruzada. As Figuras 4.16 e 4.17 apresentam os covariogramas e a validação, respectivamente.

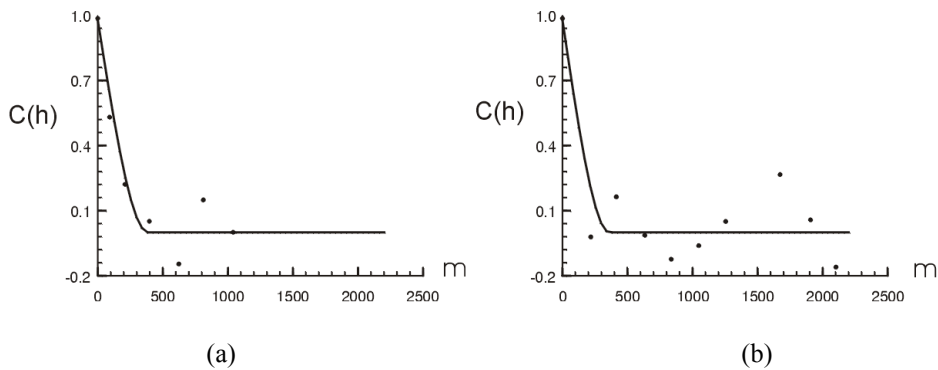


Figura 4.16: Variograma na direção de máxima (a) e mínima (b) continuidade espacial – espaço normal.

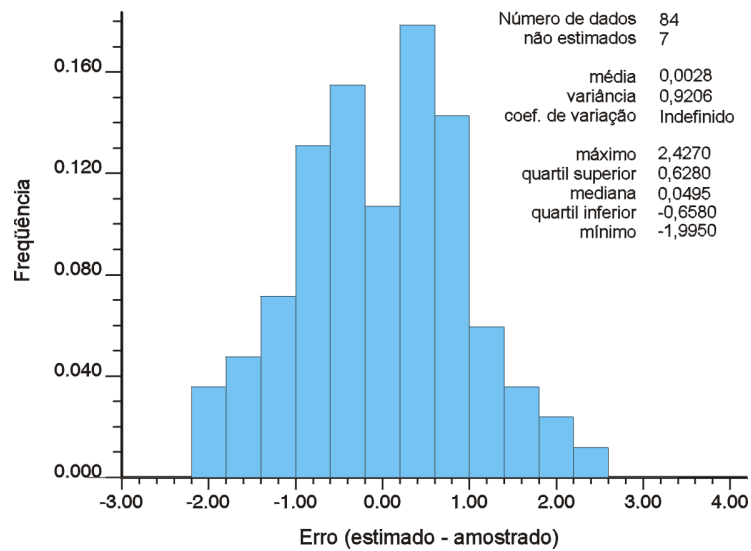


Figura 4.17: Histograma do erro, a partir da estimativa nos pontos amostrados.

Com a validação do modelo de continuidade espacial dos valores amostrais normalizados, pode-se realizar o processo de simulação seqüencial Gaussiana. Esse modelo variográfico, juntamente o histograma da Figura 4.12 (dclp) serão os elementos condicionantes da ssG. Esse histograma representa o histograma da Figura 4.10 no espaço normal (desagrupado e com variância corrigida). No processo de ssG foram executadas 100

realizações equiprováveis condicionadas ao histograma e ao variograma descritos acima. Nesse processo, implementado pela rotina *sgsim* da GSLIB (Deutsch e Journel, 1998 – pp. 170-174), os parâmetros utilizados foram os seguintes:

```

Parameters for SGSIM
*****

START OF PARAMETERS:
S12_plus.scl          \file with data
2  1  0  8  7  0      \ columns for X,Y,Z,vr,wt,sec.var.
-1.0e21              1.0e21 \ trimming limits
1                    \transform the data (0=no, 1=yes)
S12.trn              \ file for output trans table
0                    \ consider ref. dist (0=no, 1=yes)
histsmth.out         \ file with ref. dist distribution
1  2                 \ columns for vr and wt
0.8041  2.4279       \ zmin,zmax(tail extrapolation)
2          2.50       \ lower tail option, parameter
4          2.00       \ upper tail option, parameter
1                    \debugging level: 0,1,2,3
S12.dbg              \file for debugging output
S12.out              \file for simulation output
100                  \number of realizations to generate
254  3855.03  10.0   \nx,xmn,xsiz
263  65763.59  5.0   \ny,ymn,ysiz
1.0  0.0  0.0       \nz,zmn,zsiz
69069                \random number seed
4  8                 \min and max original data for sim
2                    \number of simulated nodes to use
0                    \assign data to nodes (0=no, 1=yes)
0  3                 \multiple grid search (0=no, 1=yes),num
0                    \maximum data per octant (0=not used)
400.0  370.0  0.0   \maximum search radii (hmax,hmin,vert)
  0.0  0.0  0.0     \angles for search ellipsoid
0                    \ktype: 0=SK,1=OK,2=LVM,3=EXDR,4=COLC
s12m_dat.dat         \ file with LVM, EXDR, or COLC variable
0                    \ column for secondary variable
1  0.0213            \nst, nugget effect
1  0.9787  0.0  0.0  0.0 \it,cc,ang1,ang2,ang3
          385.0 361.0  0.0 \a_hmax, a_hmin, a_vert

```

#### 4.2.5.3 Validação dos resultados

Para avaliação dos resultados foram analisadas cinco realizações, escolhidas aleatoriamente dentre as 100 executadas. Como esperado, devido à ergodicidade descrita no Capítulo 2, os variogramas das realizações analisadas (no espaço normal) flutuam em torno do modelo condicionante (em vermelho na Figura 4.18). Essa flutuação ocorre ora para cima ora para baixo, comprovando a não-tendenciosidade do método. De fato, a reprodutibilidade do variograma condicionante (teórico) ocorre somente na média de todas as simulações realizadas. Na Figura 4.19 são apresentados os histogramas das realizações analisadas, no domínio original das amostras. Nestas figuras, também podem ser observadas flutuações ergódicas, mas em média o histograma condicionante (Figura 4.10) é reproduzido.



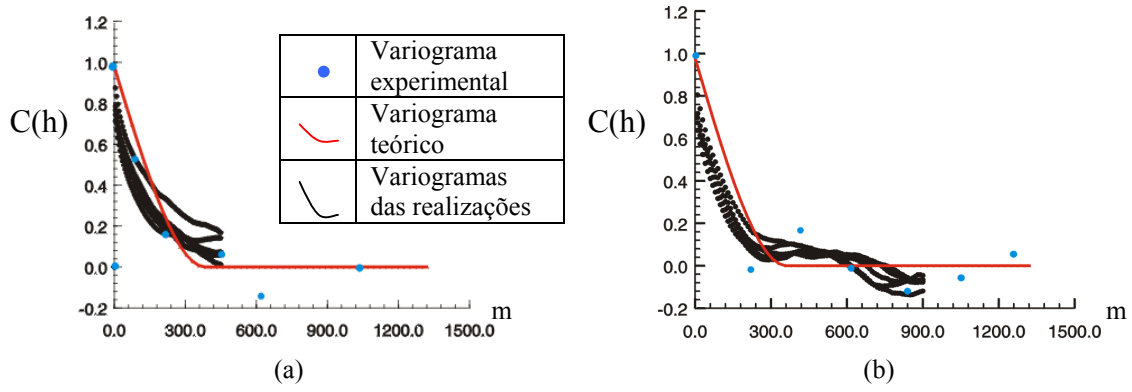


Figura 4.18: Validação do momento de 2ª ordem das realizações selecionadas.

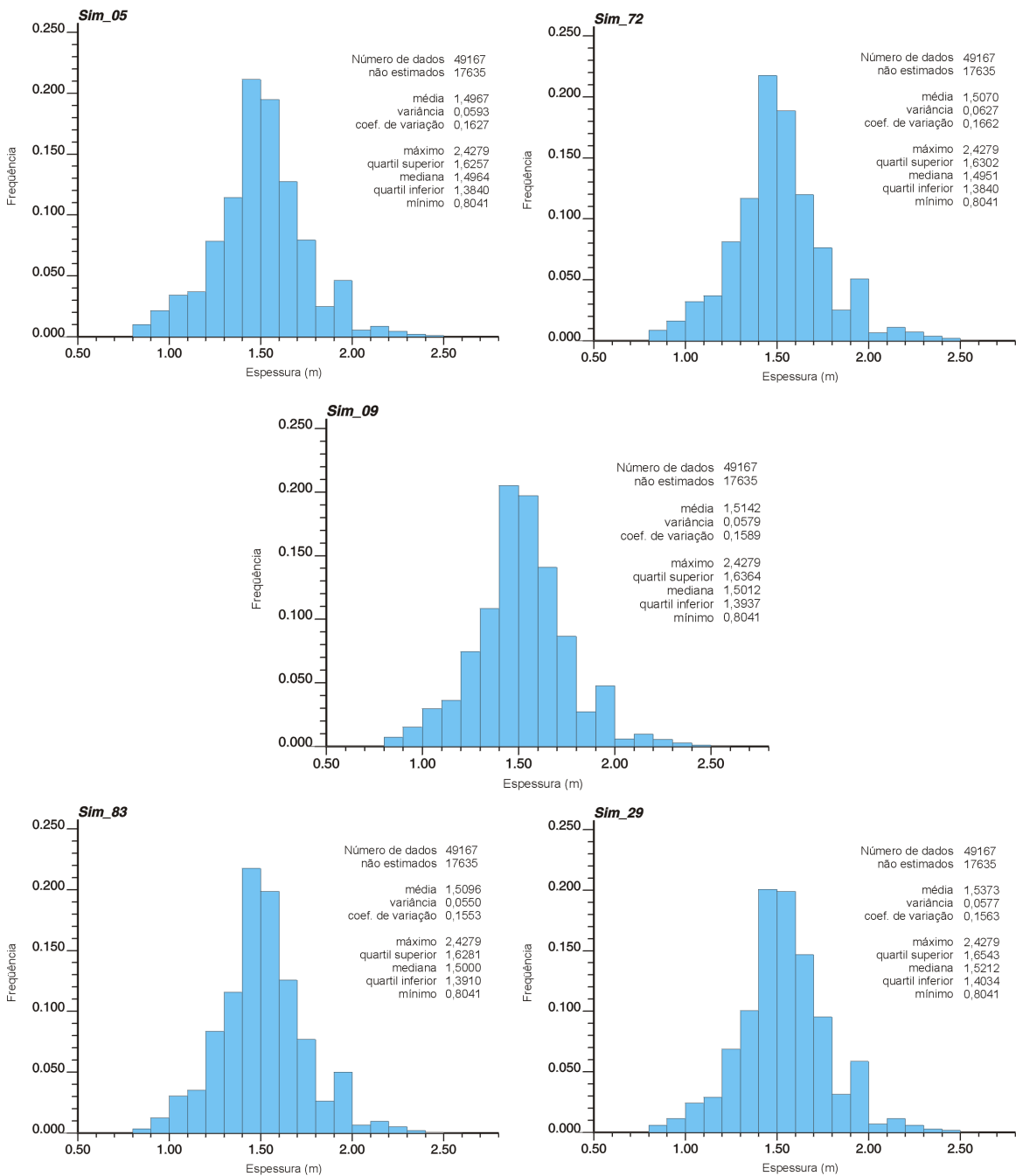


Figura 4.19: Validação do momento de 1ª ordem das realizações selecionadas.

#### 4.2.5.4 Imagens equiprováveis das realizações escolhidas

Finalmente, por meio da rotina *pixelplt* da GSLIB (Deutsch e Journel, 1998 – pp. 202-204), realizou-se cinco dos 100 mapas de espessura possíveis proporcionados pelo processo de simulação. Como pode ser observado na Figura 4.20, a variabilidade em determinados setores da área em estudo é relativamente grande, o que levaria em termos práticos, a uma grande flutuação de espessuras esperadas, prejudicando a previsão do processo de produção e o futuro planejamento de lavra.

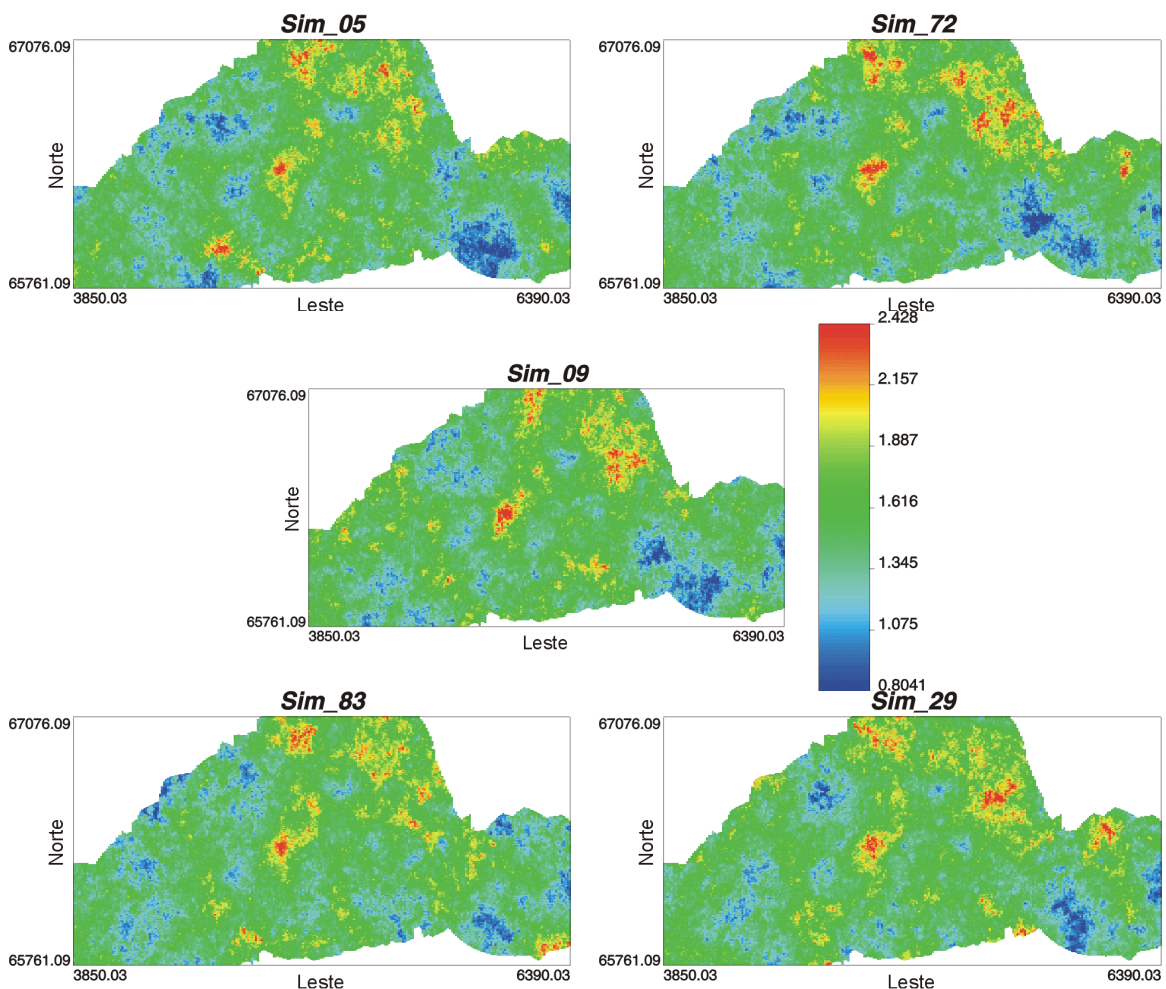


Figura 4.20: Imagens das cinco realizações analisadas.

### 4.3 Medidas de incerteza

Por meio dos 100 valores equiprováveis estimados para cada bloco, foi possível calcular os índices de incerteza considerados nessa dissertação ( $\sigma^2$  condicional, CV

condicional e IEQ). Esses índices foram obtidos através de uma adaptação da rotina *postsim* da GSLIB (Deutsch e Journel, 1998 – pp. 239-240). Essa adaptação resultou na criação da rotina *addcoll*, que utiliza os arquivos de média, variância condicional e quartil inferior e superior gerados no *postsim*. A distribuição e os parâmetros estatísticos dos índices de incerteza foram analisados a medida que novas informações foram sendo adicionadas no banco de dados. Essa tarefa foi realizada por meio da rotina *histplt* da GSLIB.

Para possibilitar a classificação dos blocos ou setores da área de maior variabilidade, os mesmos foram categorizados de acordo com seus quartis, como mostra a Figura 4.21. Para esse trabalho foi elaborado o programa *addcol\_plus*, que classificou os blocos de acordo com os quartis das distribuições originais dos índices de incerteza.

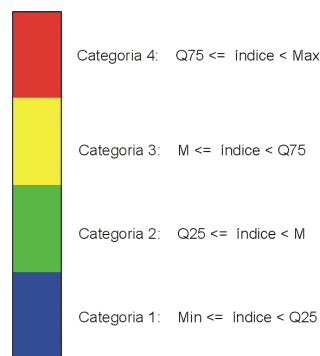


Figura 4.21: Legenda das imagens categorizadas de acordo com os quartis.

A partir dos blocos categorizados, o programa *blocos\_plus* gerou arquivos *script*, que são interpretados pelo AutoCAD<sup>®</sup> para a criação dos mapas de incerteza. Esses mapas também foram gerados a partir da rotina *pixelplt* da GSLIB. Os mapas de localização espacial das informações, assim como suas sobreposições nos mapas de incerteza gerados a partir da rotina *pixelplt*, foram realizados no software *Surfer*<sup>®</sup>.

O fluxograma da Figura 4.22 esquematiza essa seqüência de tarefas realizadas.

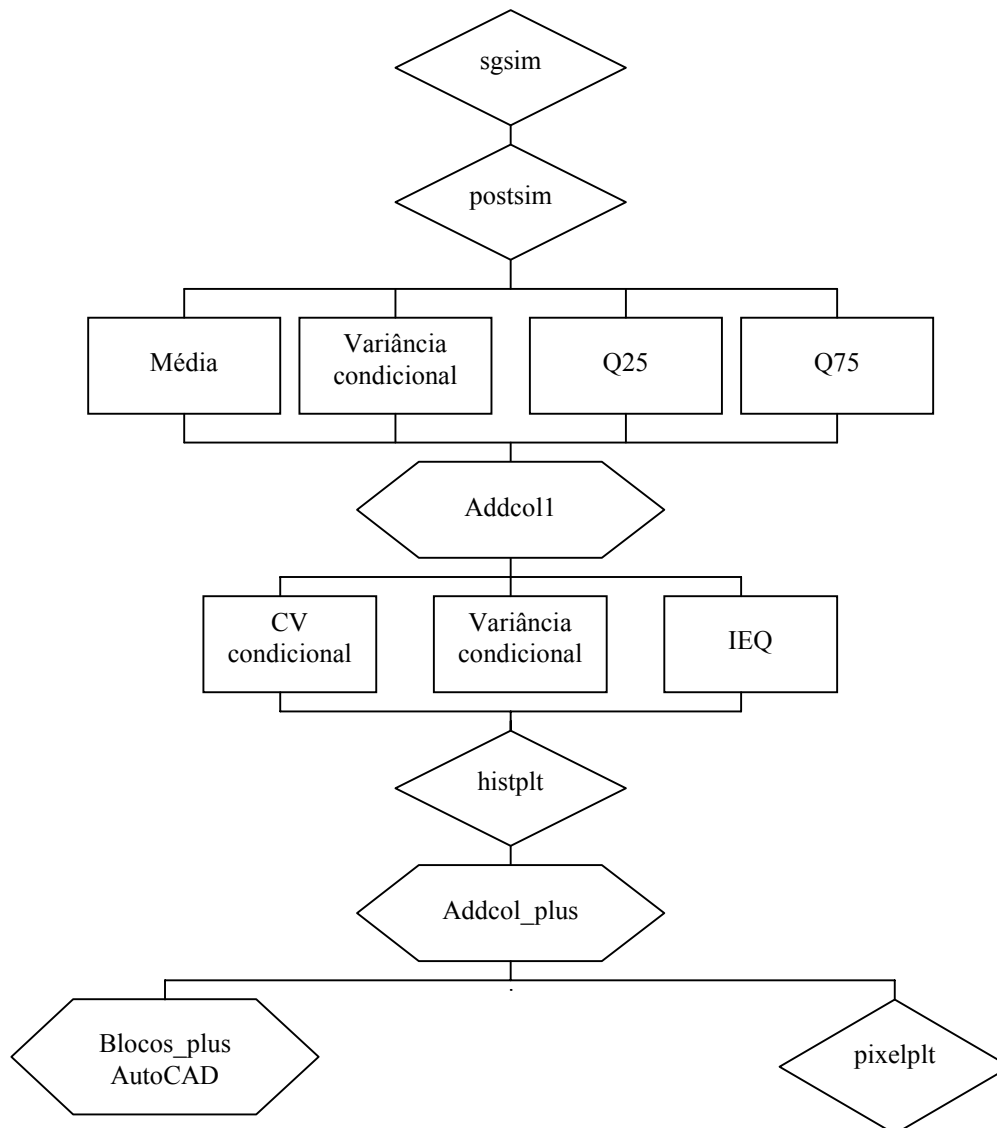


Figura 4.22: Fluxograma mostrando a seqüência de programas utilizados para a realização dos mapas de incerteza.

Na Figura 4.23 são apresentados quatro imagens de variabilidade para a camada S12 na Área da Balança. Essas imagens foram geradas a partir da variabilidade obtida de variância de krigagem, variância condicional, coeficiente de variação condicional (CV) e intervalo entre quartis (IEQ). Nessa figura, pode-se verificar a limitação do uso do índice de variância de krigagem para fins de classificação de áreas erráticas, uma vez que o mesmo considera apenas parâmetros geométricos, como visto no Capítulo 3. Ainda, é possível notar a maior sensibilidade da medida de variabilidade a partir de IEQ, mostrando mais blocos, em relação aos outros métodos, inseridos na 4ª classe (acima do quartil superior).

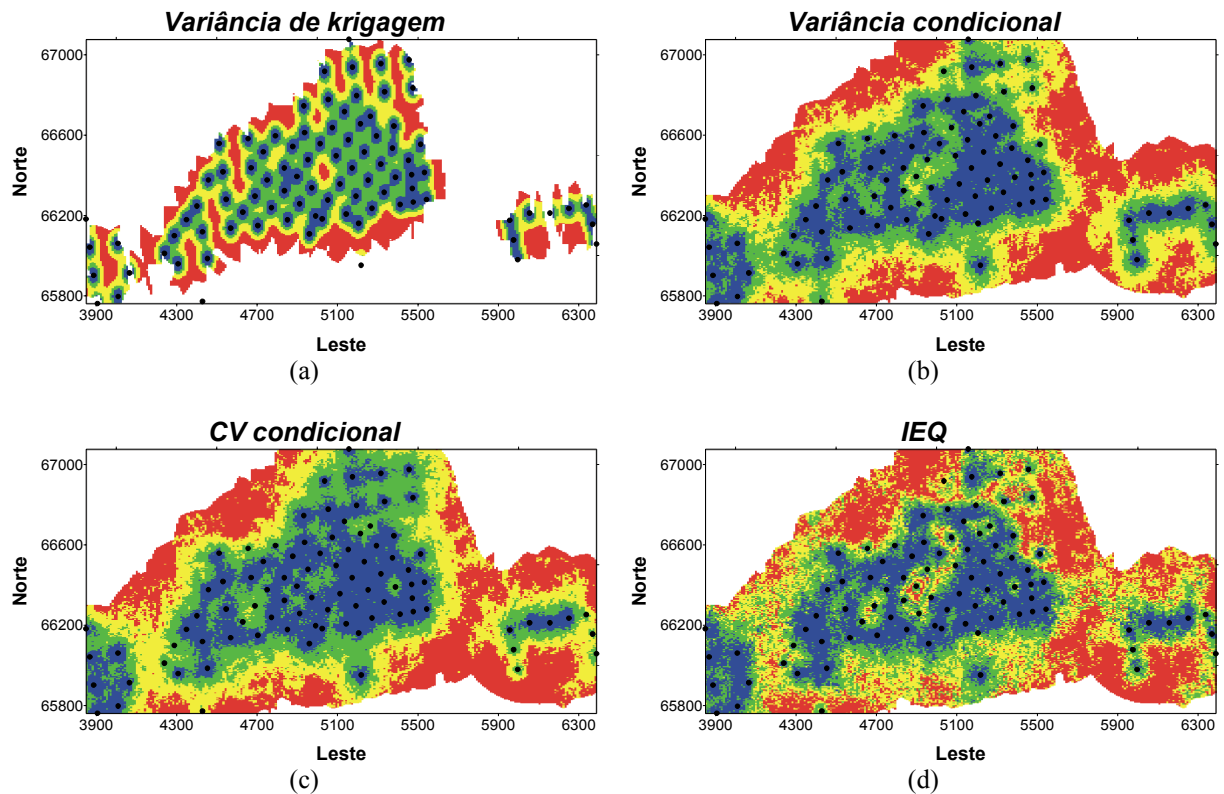


Figura 4.23: Imagens mostrando a incerteza em relação aos blocos considerando 100 realizações. O método de  $\sigma_{ok}^2$  é apresentado em (a), o método da  $\sigma^2$  condicional em (b), o de CV condicional em (c) e por último o método de IEQ em (d).

Na Figura 4.24 são apresentados os histogramas e os parâmetros estatísticos da distribuição dos índices de incerteza mostrados na figura anterior. Dentre esses, os de variância e CV condicional, além do IEQ, foram as características determinantes no confronto quanto à eficácia das informações adicionadas. A distribuição dos quartis, a frequência de classes e, principalmente, a média foram usados como guias na validação quanto à contribuição para redução da incerteza global das informações adicionadas.

Como balizador quanto à contribuição para redução da incerteza local, foi usada a média dos índices de incerteza considerando uma área de influência em torno das informações adicionadas. Essa área foi formada levando em conta um raio de 50 m da informação adicionada (Figura 4.25). Em cada janela foram computados 231 blocos. Para a realização dessa tarefa foi desenvolvida a rotina *mmovel*.

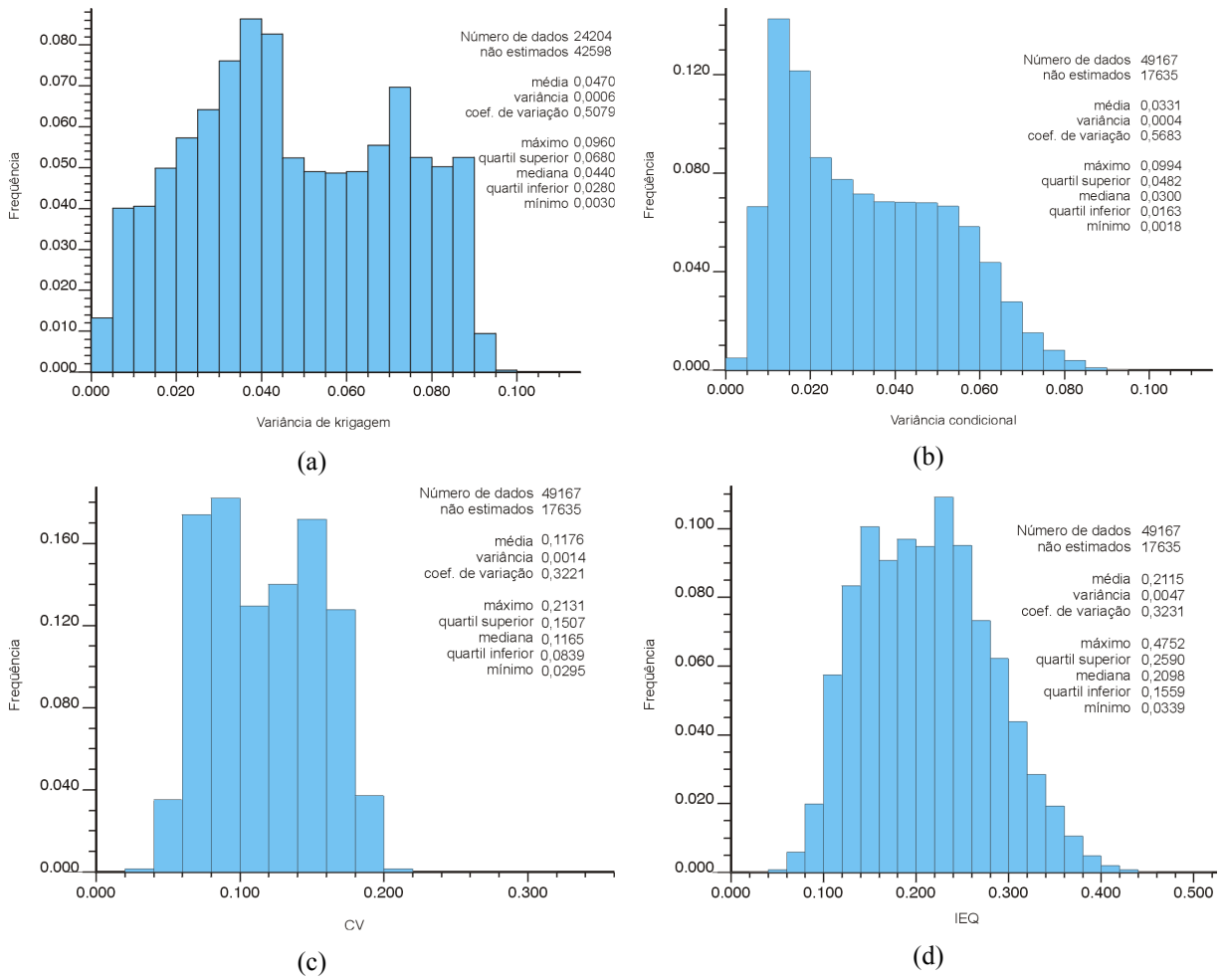


Figura 4.24: Histogramas de frequência para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância de krigagem (a), variância condicional (b), CV condicional (c) e IEQ (d)). Índices de incerteza calculados para os modelos simulados considerando o banco de dados original (91 informações).

0.2045	0.2248	0.2181	0.1532	0.1729	0.1625	0.1499	0.1654	0.1254	0.1366	0.1202	0.1597	0.1373
0.1822	0.2321	0.2093	0.1616	0.1900	0.1561	0.1882	0.1710	0.1100	0.1197	0.1306	0.1706	0.1603
0.1615	0.2455	0.2203	0.1667	0.1891	0.1602	0.2000	0.1720	0.1176	0.0986	0.1194	0.1970	0.1662
0.1756	0.2498	0.1945	0.1750	0.1663	0.1655	0.1602	0.1523	0.1454	0.1599	0.1498	0.1476	0.1543
0.2119	0.2754	0.1594	0.1766	0.1656	0.1606	0.1440	0.1274	0.1101	0.1272	0.1592	0.2071	0.1710
0.2174	0.2326	0.1827	0.1663	0.1761	0.1468	0.1400	0.1330	0.1355	0.1687	0.1240	0.1603	0.1723
0.2298	0.2803	0.1855	0.2106	0.1501	0.1349	0.1349	0.1485	0.1214	0.1459	0.1582	0.1500	0.1670
0.2155	0.2079	0.1902	0.1393	0.1574	0.1564	0.1108	0.1400	0.1318	0.1434	0.1477	0.1526	0.2261
0.2429	0.1260	0.1968	0.1528	0.1436	0.1299	0.1142	0.1500	0.1833	0.1358	0.1501	0.1720	0.2506
0.2424	0.1648	0.2096	0.2101	0.1303	0.1200	0.1048	0.1322	0.1519	0.1726	0.1485	0.1847	0.1751
0.2250	0.2086	0.1796	0.1900	0.1242	0.1156	0.0890	0.1139	0.1300	0.1752	0.1702	0.1566	0.1978
0.2101	0.1452	0.1823	0.1526	0.1188	0.1215	0.1007	0.1108	0.1508	0.1426	0.1862	0.1888	0.1832
0.2209	0.1674	0.1667	0.1473	0.0967	0.0995	0.1029	0.1106	0.1159	0.1301	0.1698	0.1748	0.2092
0.2499	0.2203	0.1817	0.1262	0.1559	0.1393	0.1104	0.1061	0.1201	0.1690	0.1838	0.2004	0.1713
0.1878	0.2139	0.1929	0.1620	0.1614	0.1817	0.1079	0.1295	0.1841	0.1719	0.1717	0.2175	0.1964
0.1802	0.2104	0.2000	0.1629	0.1610	0.1782	0.1376	0.1187	0.1726	0.1499	0.1342	0.2103	0.1695
0.1628	0.1947	0.1793	0.1887	0.1688	0.1642	0.1662	0.1347	0.1636	0.1653	0.2012	0.1763	0.1672
0.2219	0.1846	0.2233	0.1932	0.1732	0.1699	0.1537	0.1553	0.1663	0.1574	0.1603	0.1574	0.1456
0.1769	0.1970	0.1952	0.1856	0.1600	0.1679	0.1732	0.1805	0.1572	0.2000	0.1730	0.1942	0.2146
0.1904	0.1662	0.2133	0.1693	0.1332	0.1583	0.1700	0.1847	0.1751	0.1911	0.1552	0.1924	0.1628
0.2138	0.1414	0.1775	0.1635	0.1645	0.1557	0.1608	0.1815	0.1748	0.1714	0.1496	0.1476	0.1604
0.2091	0.1694	0.2134	0.1937	0.1311	0.1542	0.1871	0.1705	0.1780	0.1608	0.1589	0.1139	0.1261
0.1614	0.1645	0.1969	0.2031	0.1853	0.1554	0.1515	0.1899	0.1922	0.1569	0.1668	0.1400	0.1177

Figura 4.25: Campo de influência da informação adicional nº 10 para o cálculo da média local de IEQ. Nº de blocos computados: 231. Média local prévia: 0,2225. Média local após a adição da informação: 0,1624. Redução de cerca de 25 %.

#### 4.4 Informações adicionais

De acordo com a metodologia proposta, foram inseridas novas informações no banco de dados original após sucessivos processos de simulação. Em cada processo de simulação (n + 1 informações) foram gerados mapas de incerteza que indicavam os blocos com mais variabilidade em suas estimativas. As informações foram inseridas uma a uma, considerando o processo de simulação imediatamente anterior para a escolha aleatória de seus valores. A adição de informações ocorreu dentro do domínio da amostragem original, seguindo um critério que priorizava os setores que apresentavam os conjuntos de blocos mais erráticos. Ao todo, foram agregadas 34 informações ao banco de dados original.

As informações adicionadas e seus impactos são apresentados em sete etapas que agrupam cinco informações adicionais cada, exceto para a primeira etapa que reúne quatro informações. Em cada etapa é mostrado o mapa de localização espacial das informações adicionadas e uma tabela que descreve algumas características dessas informações. Também são apresentados os histogramas das distribuições das medidas de incerteza consideradas, além dos mapas de incerteza, da variância condicional, CV condicional e IEQ. Os mapas de incerteza de cada etapa são apresentados ao lado dos mapas gerados no final da etapa anterior. Com referência nos mapas de incerteza e nos histogramas é possível verificar os impactos na distribuição dos índices de incerteza considerados causados pela adição das novas informações.

#### 4.4.1 Informações adicionais nº 1 a 4: 1ª etapa

As informações foram sendo adicionadas, preferencialmente, em locais onde os índices de variabilidade dos blocos (variância condicional, CV condicional e IEQ) apresentavam-se inseridos na 4ª categoria de classificação (acima do quartil superior). O índice de incerteza balizador para a escolha da localidade de adição de informação foi o IEQ, por ser o mais sensível dos três índices considerados. Ou seja, foram adicionadas informações mesmo em locais onde os outros dois índices pertenciam à categorias inferiores.

Tabela 4.2: Parâmetros relativos às primeiras quatro informações adicionadas.

Ad. (i)	Coordenadas		Realização	Espessura (m)	S <sub> 91+(i-1)</sub> Índice de incerteza		
	x	y			Variância	CV	IEQ
1	4865,03	66363,59	5	1,7962	0,0348	0,0907	0,2819
2	4905,03	66328,59	48	1,7045	0,0348	0,0946	0,3117
3	4925,03	66378,59	16	1,7888	0,0292	0,0815	0,2714
4	4985,03	66413,59	60	1,9490	0,0332	0,1014	0,3000

Nota: Na notação S<sub>|n</sub>, n é referente ao nº de informações usadas em cada processo de simulação.

Por exemplo, na Tabela 4.2, onde são apresentadas as características das informações adicionais de 1 a 4, os índices de IEQ nos quatro blocos considerados pertencem à 4ª categoria de classificação. Essas localizações foram julgadas carentes de informação mesmo que a variância e o CV condicional pertençam às 3ª e 2ª categorias. Nessa tabela, além das



coordenadas dos pontos propostos, são descritas a espessura e o índice de incerteza desses blocos no processo de simulação anterior, bem como a realização da qual as informações foram extraídas. Essas informações foram adicionadas numa porção central da área (Figura 4.26), onde a variabilidade local, principalmente medida pelo IEQ, é alta. Essa alta variabilidade local é devida à grande variação de valores amostrais. Nesse setor encontra-se o maior valor amostral da jazida, registrando 2,46 m. A Figura 4.26 mostra a localização espacial, juntamente com a identificação, dessas quatro informações inicialmente propostas.

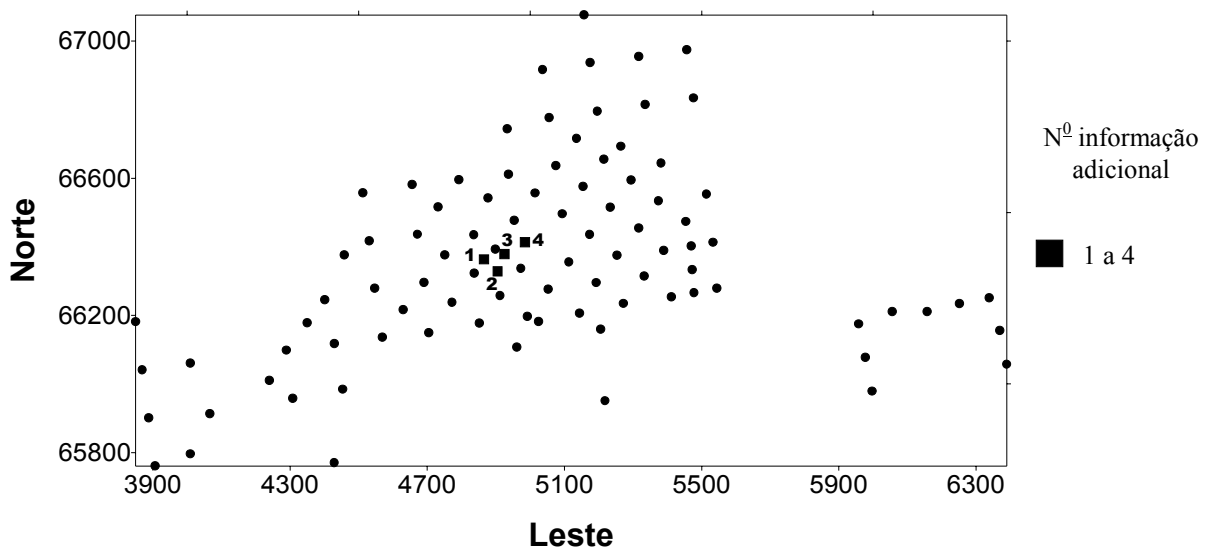


Figura 4.26: Localização das quatro primeiras informações adicionais propostas.

Na Figura 4.27 são apresentados os histogramas e os parâmetros estatísticos dos índices de incerteza considerados. No global, apenas o valor mínimo do IEQ diminuiu, sendo constatado um acréscimo na média global dos três índices de incerteza, de modo que a inclusão dessas informações justificam-se apenas por suas contribuições locais, como pode ser observado na Figura 4.28. Nessa figura, a grande mancha vermelha em torno das informações adicionadas que caracterizava altos índices de incerteza de IEQ foi eliminada. Da mesma forma que para o IEQ, a incerteza mostrada pelos outros dois índices também diminuiu. Nessa etapa, os resultados locais foram satisfatórios, diferentemente daqueles obtidos para os globais.

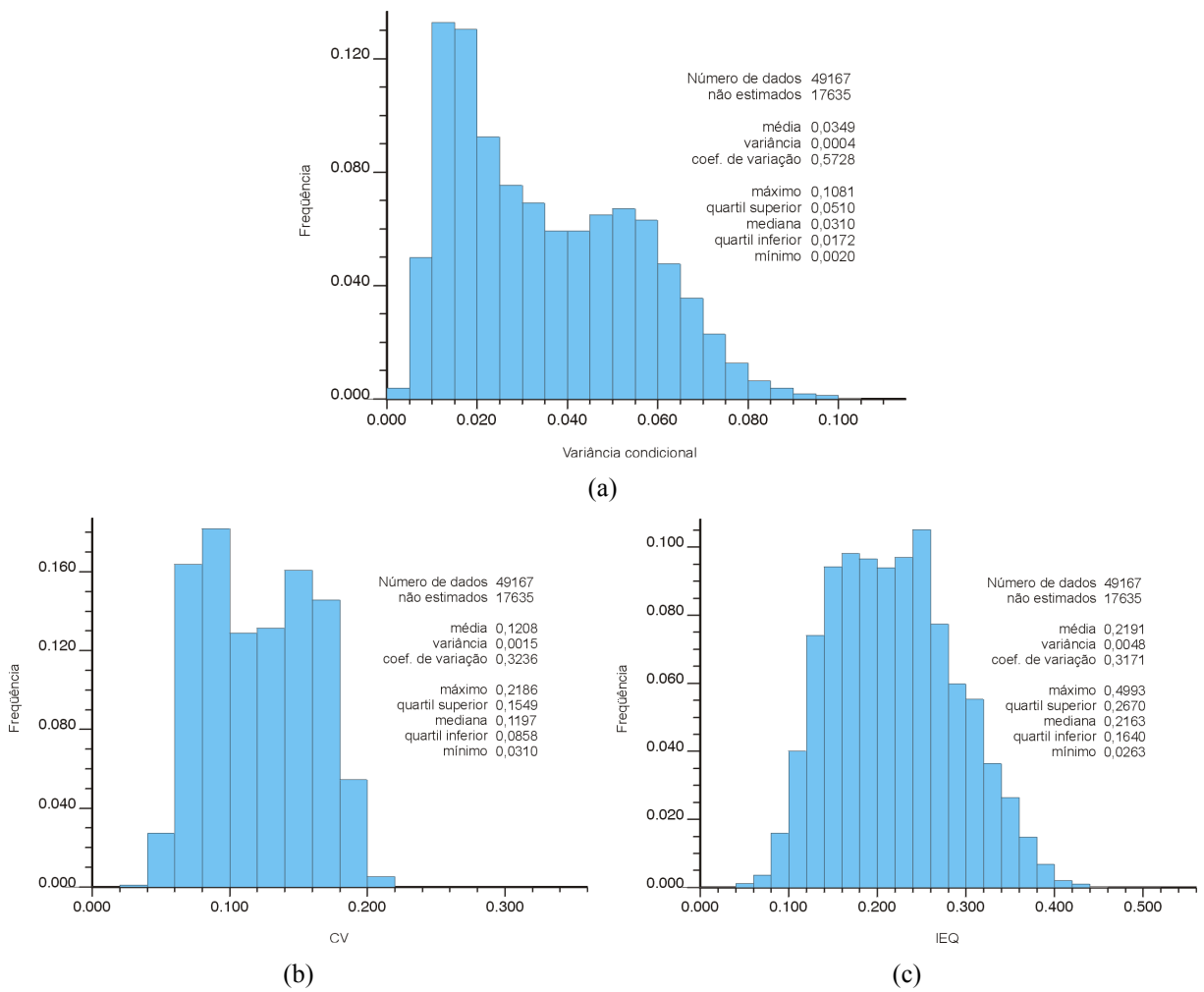


Figura 4.27: Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais quatro informações (95 informações).

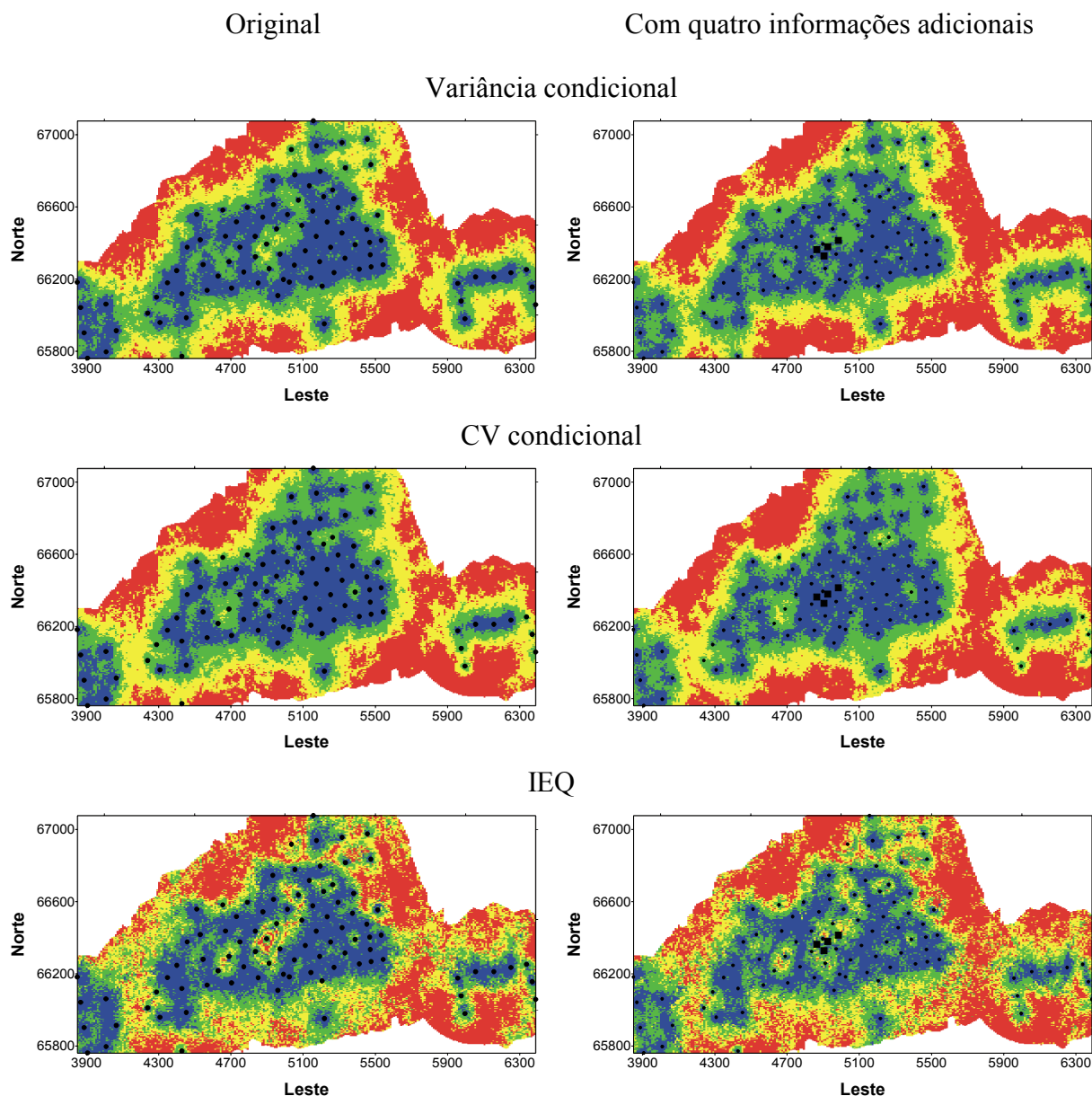


Figura 4.28: Figura confrontando os mapas de incerteza originais com os mapas de incerteza gerados após a inclusão de quatro informações adicionais.

#### 4.4.2 Informações adicionais nº 5 a 9: 2ª etapa

As cinco informações adicionais seguintes foram inseridas mais à norte em relação às propostas anteriormente. Duas delas foram inseridas no mesmo setor visado anteriormente com a finalidade de eliminar a incerteza remanescente um pouco mais à norte deste setor. As outras três informações foram locadas a cerca de 300 m à norte, como pode ser visto na Figura 4.29. A Tabela 4.3 apresenta as características dessas cinco novas informações. Somente a sexta informação proposta não apresenta o IEQ dentro da 4ª categoria de classificação. Os índices de variância e CV condicional encontram-se nas 2ª e 3ª classes.

Tabela 4.3: Parâmetros relativos às informações adicionais de cinco a nove.

Ad. (i)	Coordenadas		$S_{ 91+(i-1)}$				
	x	y	Realização	Espessura (m)	Índice de incerteza		
					Variância	CV	IEQ
5	4905,03	66423,59	68	1,8591	0,0323	0,0849	0,2794
6	5005,03	66458,59	44	1,7201	0,0284	0,0927	0,2398
7	5005,03	66658,59	1	1,7039	0,0345	0,1076	0,2829
8	5505,03	66648,59	8	1,9462	0,0538	0,1215	0,3191
9	5385,03	66753,59	3	1,9704	0,0393	0,1117	0,3640

Nota: Na notação  $S_{|n}$ ,  $n$  é referente ao nº de informações usadas em cada processo de simulação.

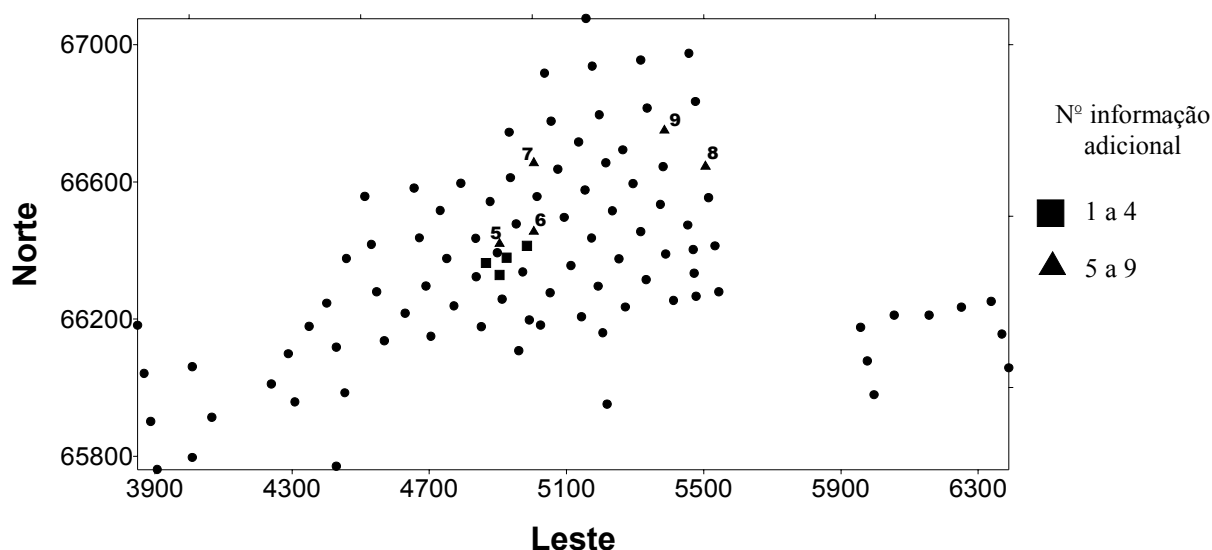


Figura 4.29: Localização das cinco seguintes informações adicionais propostas (96 a 100).

Os histogramas e os parâmetros estatísticos para as distribuições dos índices de incerteza, após a adição de cinco informações são mostrados na Figura 4.30. Similarmente à etapa anterior, houve um acréscimo em relação às médias globais quando comparada com as médias globais originais. Porém, considerando as médias globais dos índices de variância e CV condicional ao final da etapa anterior pode-se verificar um decréscimo. Embora a média global do índice de IEQ após nove informações adicionadas aumentou em relação à última informação adicionada na etapa anterior, esse parâmetro mostrou uma pequena diminuição depois de seis e oito informações adicionadas. Ainda em comparação com os resultados

obtidos no final da etapa anterior, pode ser observado que para o três índices de incerteza, os valores registrados para a maioria dos quartis, além dos valores de mínimo e máximo, sofreram pequenas reduções.

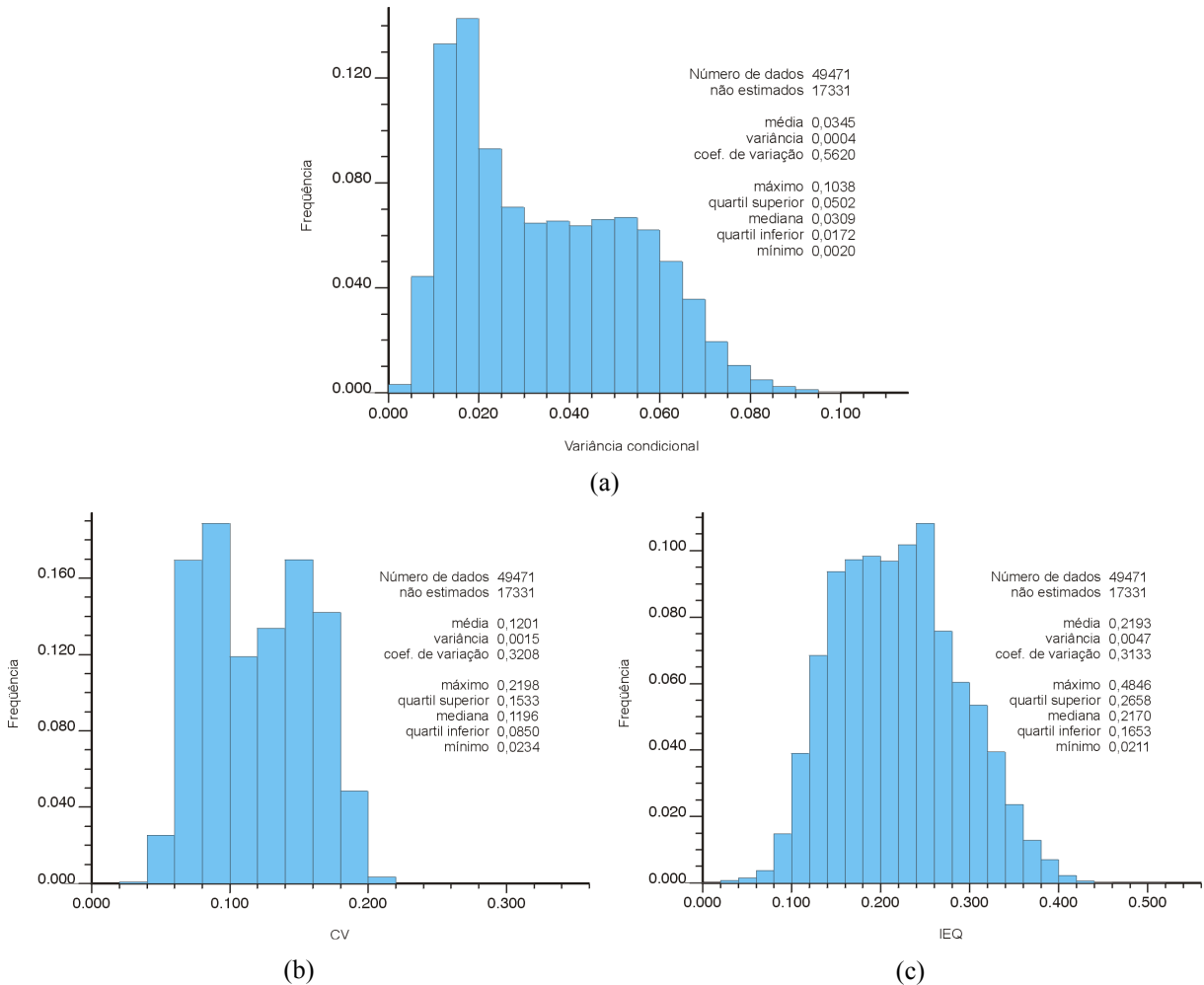


Figura 4.30: Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais nove informações (100 informações).

Novamente, as novas informações propostas nessa etapa são justificadas por suas contribuições locais, com reduções médias da ordem de 15 % (para CV condicional e IEQ) e 30 % (para variância condicional). Visualmente, essa contribuição pode ser constatada na Figura 4.31, onde são mostrados lado a lado os mapas de incerteza considerando 95 e 100 informações. No mapa de variância condicional houve uma diminuição do nº de blocos pertencentes às 2ª e 3ª categorias de classificação (blocos verdes e amarelos, respectivamente) e aumento daqueles inseridos na 1ª classe (blocos azuis). No mapa de CV condicional os blocos no entorno das informações adicionadas que pertenciam à 2ª classe passaram a fazer

parte da 1ª categoria de classificação. No mapa de IEQ também ocorreram diminuições no nº de blocos cujos valores inseriam-se nas 3ª e 4ª classes. Na vizinhança das informações adicionadas o IEQ passou a pertencer a 1ª categoria de classificação.

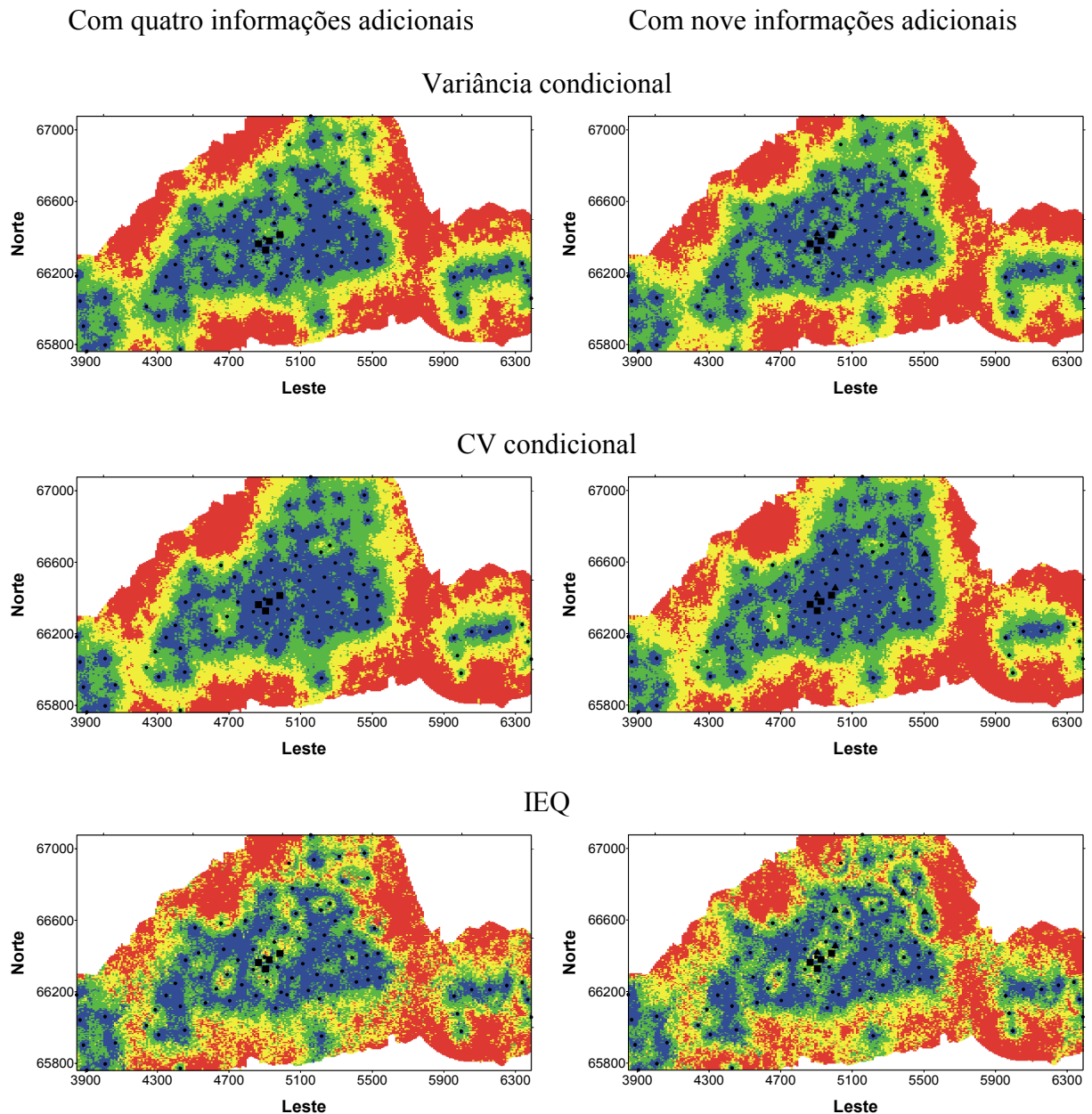


Figura 4.31: Figura confrontando os mapas de incerteza com quatro e nove informações adicionais.

#### 4.4.3 Informações adicionais nº 10 a 14: 3ª etapa

As cinco seguintes informações adicionais propostas foram localadas na porção norte da área tentando atenuar a incerteza, com respeito aos três índices, existente nesse setor. A Figura 4.32 mostra suas localizações propostas e a Tabela 4.4 apresenta as características dessas informações. Os índices de IEQ desses blocos pertencem à 4ª categoria de

classificação. As informações nº 10 e 13 apresentam índices de variância condicional inseridos na 3ª e 4ª classe, respectivamente. Para o CV condicional, somente as informações nº 12 e 13 mostram índices pertencentes à 3ª categoria de classificação.

Tabela 4.4: Parâmetros relativos às informações adicionais de 10 a 14.

Ad. (i)	Coordenadas		$S_{ 91+(i-1)}$				
	x	y	Espessura		Índice de incerteza		
			Realização	(m)	Variância	CV	IEQ
10	5135,03	66853,59	32	1,5506	0,0341	0,1075	0,3343
11	5265,03	66863,59	26	1,6483	0,0272	0,0919	0,2941
12	5225,03	66708,59	80	1,3800	0,0242	0,1274	0,2565
13	5525,03	66763,59	51	1,9396	0,0491	0,1183	0,2705
14	5015,03	66813,59	47	1,7898	0,0293	0,0982	0,3145

Nota: Na notação  $S_{|n}$ ,  $n$  é referente ao nº de informações usadas em cada processo de simulação.

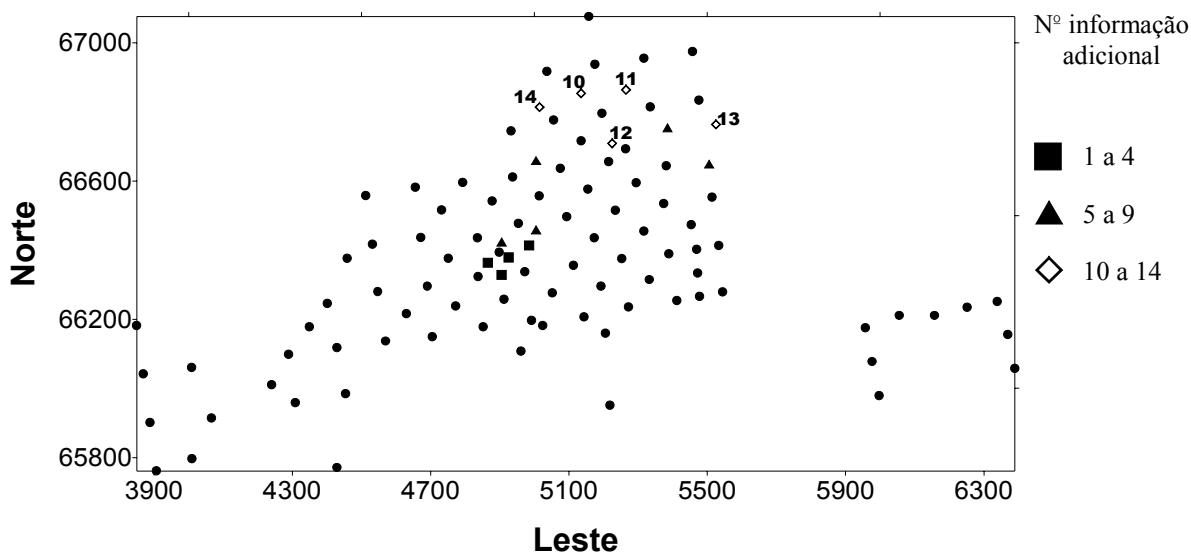


Figura 4.32: Localização das cinco informações subsequentes propostas (101 a 105).

Como pode ser observado na Figura 4.33 as médias globais dos índices de incerteza não diminuíram em relação aos valores originais (91 informações), mas quando comparadas com as médias globais obtidas na etapa anterior é possível verificar um decréscimo. Em

relação à distribuição da variância condicional original, também pode-se notar uma pequena diminuição no valor de máximo, da mediana e do quartil inferior. Ainda nessa distribuição, verifica-se um aumento na frequência das classes entre 0,010 e 0,020. Na distribuição do CV condicional também ocorrem diminuições do valor de mínimo e do quartil inferior. Na distribuição do IEQ, ocorreu uma significativa redução do valor mínimo, passando de 0,0339 para 0,0108. Podem ser observadas diminuições nos quartis das três distribuições quando comparadas àquelas obtidas no final da etapa anterior.

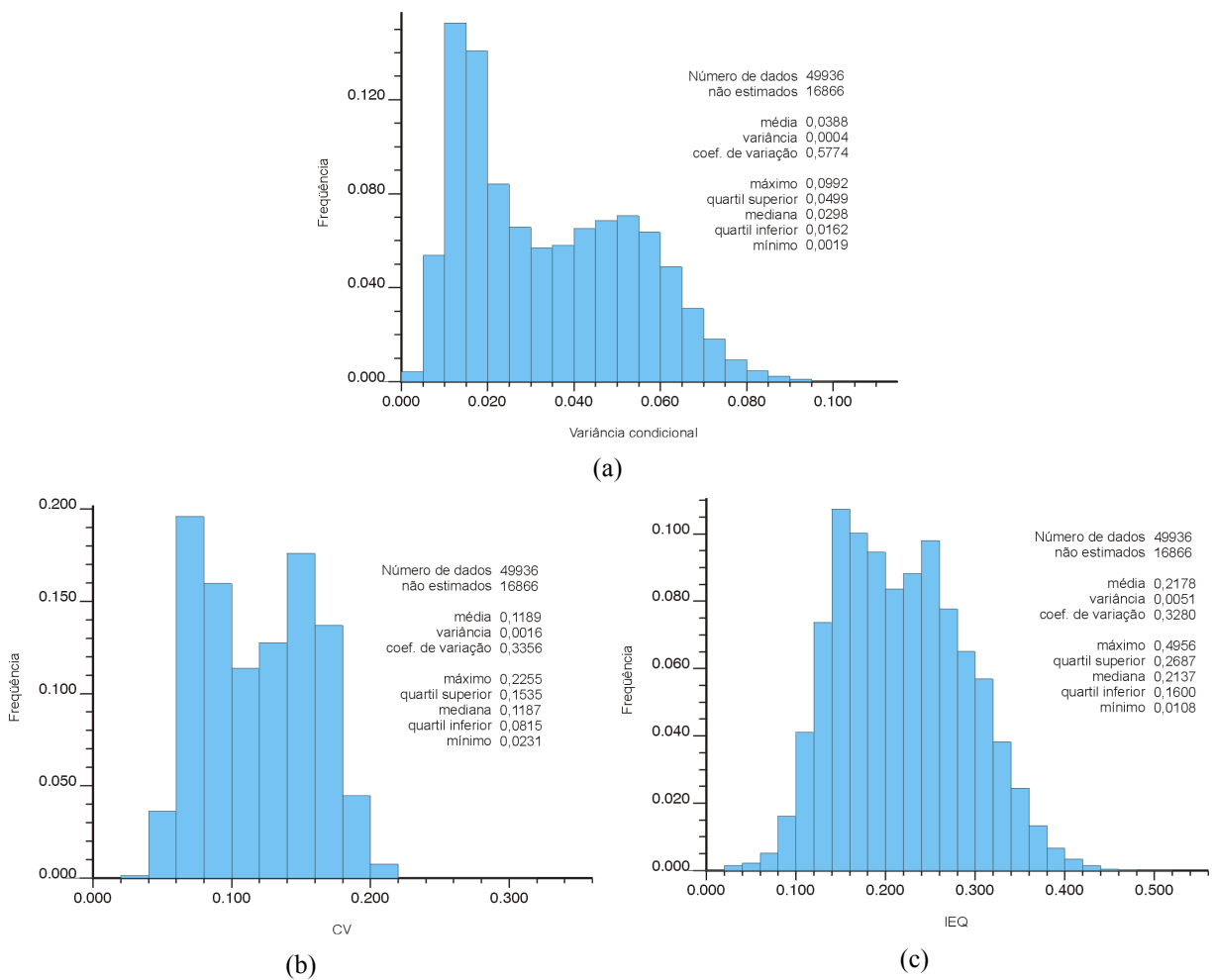


Figura 4.33: Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 14 informações (105 informações).

Localmente, ocorreram reduções da ordem de 20 % para os índices de IEQ e CV condicional e de 30 % para a variância condicional. Essas reduções locais nos índices de incerteza são observados na Figura 4.34, onde os mapas de incerteza dessa etapa são



confrontados com os da etapa anterior. Nessa figura, pode-se notar que em todos os mapas ocorreram reduções em torno das informações adicionadas. Nos mapas de variância e CV condicional um grande número de blocos constituintes das 2ª e 3ª classes foram substituídos por blocos pertencentes à 1ª categoria de classificação. No mapa de IEQ, várias sub-áreas no domínio de influência das informações adicionadas sofreram mudanças significativas, eliminando conjuntos de blocos que apresentavam alta variabilidade.

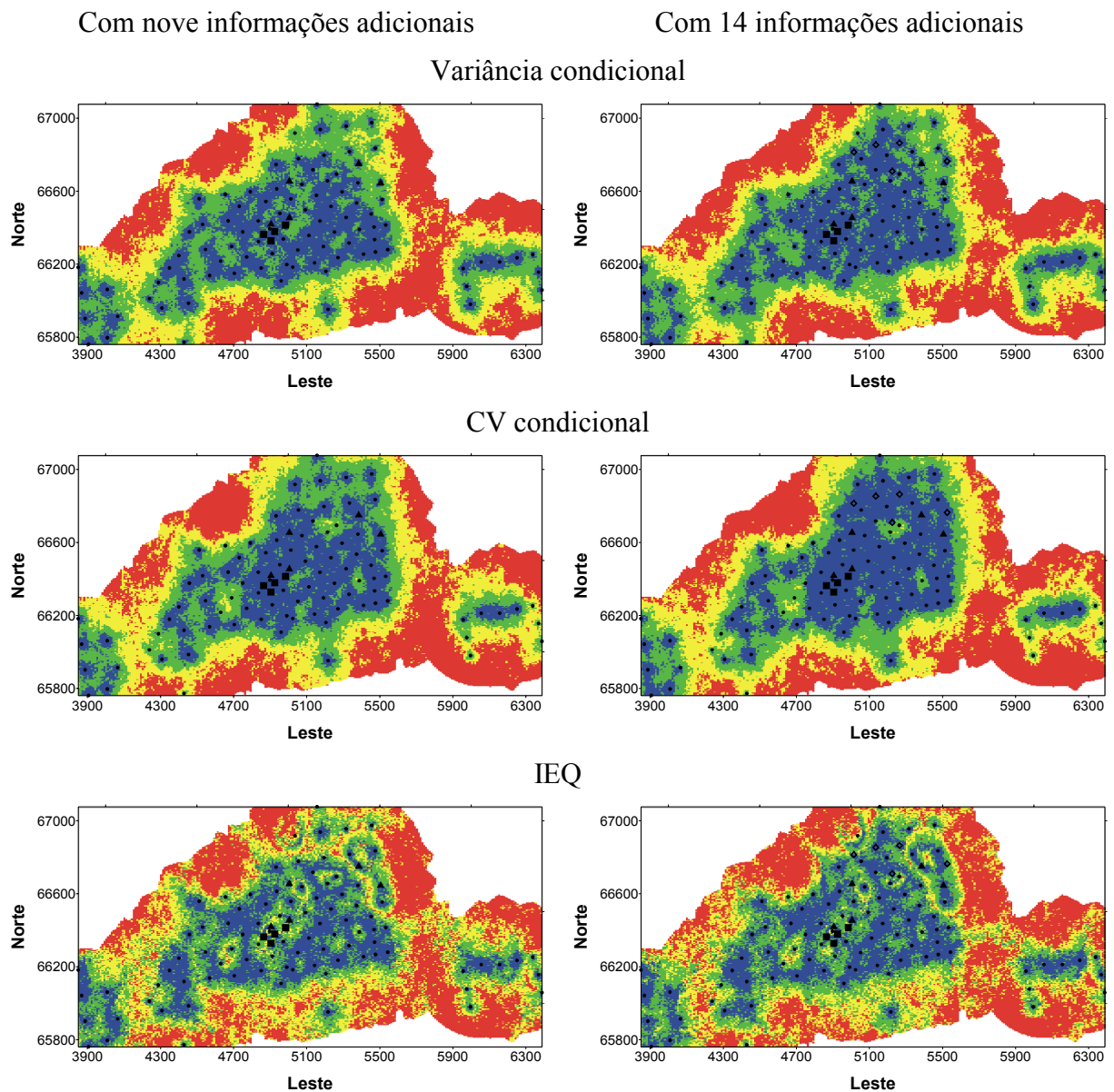


Figura 4.34: Figura confrontando os mapas de incerteza com nove e 14 informações adicionais.

#### 4.4.4 Informações adicionais nº 15 a 19: 4ª etapa

Nessa etapa as informações foram focalizadas as áreas NE, centro-S e SW. Essas áreas mostravam vários conjuntos de blocos com alta variabilidade. Duas informações foram localadas na porção NE da área (15 e 16), duas na parte centro-S (17 e 18) e uma na parte SW da área (19); como mostra a Figura 4.35. Na Tabela 4.5, pode-se ter acesso às características referentes à essas cinco seguintes informações adicionadas. Dentre essas localizações apenas uma apresenta índice de IEQ abaixo da 4ª categoria de classificação (informação adicional nº 19). Nessa localização os valores de variância e CV condicional inserem-se na 2ª e na 3ª classe, respectivamente. Na localização da informação adicional nº 15 o índice de variância condicional pertence à 3ª categoria de classificação.

Tabela 4.5: Parâmetros relativos às informações adicionais de 15 a 19.

Ad. (i)	Coordenadas		Realização	Espessura (m)	S <sub> 91+(i-1)</sub> Índice de incerteza		
	x	y			Variância	CV	IEQ
15	5415,03	66808,59	41	2,0859	0,0317	0,0856	0,2873
16	5435,03	66588,59	37	1,9346	0,0275	0,0917	0,2935
17	4695,03	66243,59	29	1,1471	0,0257	0,1332	0,2831
18	4655,03	66258,59	41	1,1800	0,0211	0,1386	0,2699
19	4325,03	66038,59	74	1,4200	0,0288	0,1306	0,2135

Nota: Na notação S<sub>|n</sub>, n é referente ao nº de informações usadas em cada processo de simulação.

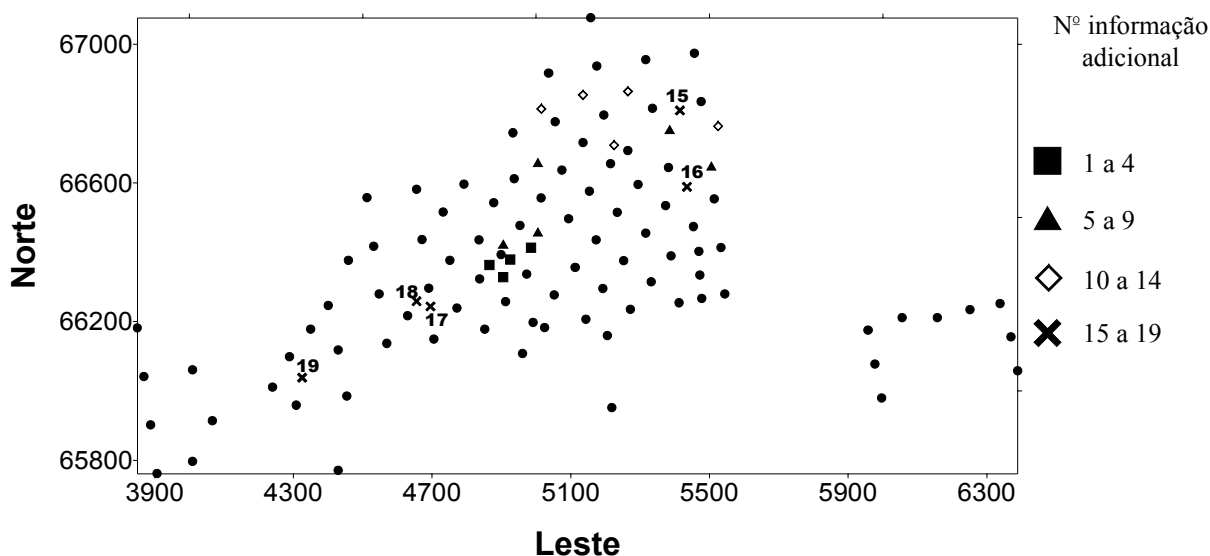


Figura 4.35: Localização das cinco informações adicionais subseqüentes propostas (106 a 110).

Nos parâmetros estatísticos das distribuições dos três índices de incerteza considerados mostrados na Figura 4.36, pode ser verificado que mesmo após a adição de 19 informações as médias globais dos índices de incerteza não diminuíram. Contudo, essas médias globais apresentaram redução quando comparadas com as médias globais ao final da etapa anterior. No histograma de variância condicional pode-se constatar que os valores da mediana, do quartil inferior e do valor máximo sofreram diminuições. O mesmo ocorre com a distribuição do CV condicional, onde o valor do quartil inferior e o valor mínimo diminuíram. Na distribuição do IEQ o valor mínimo e máximo foram reduzidos. Nos três histogramas se torna evidente a maior frequência das classes inferiores.

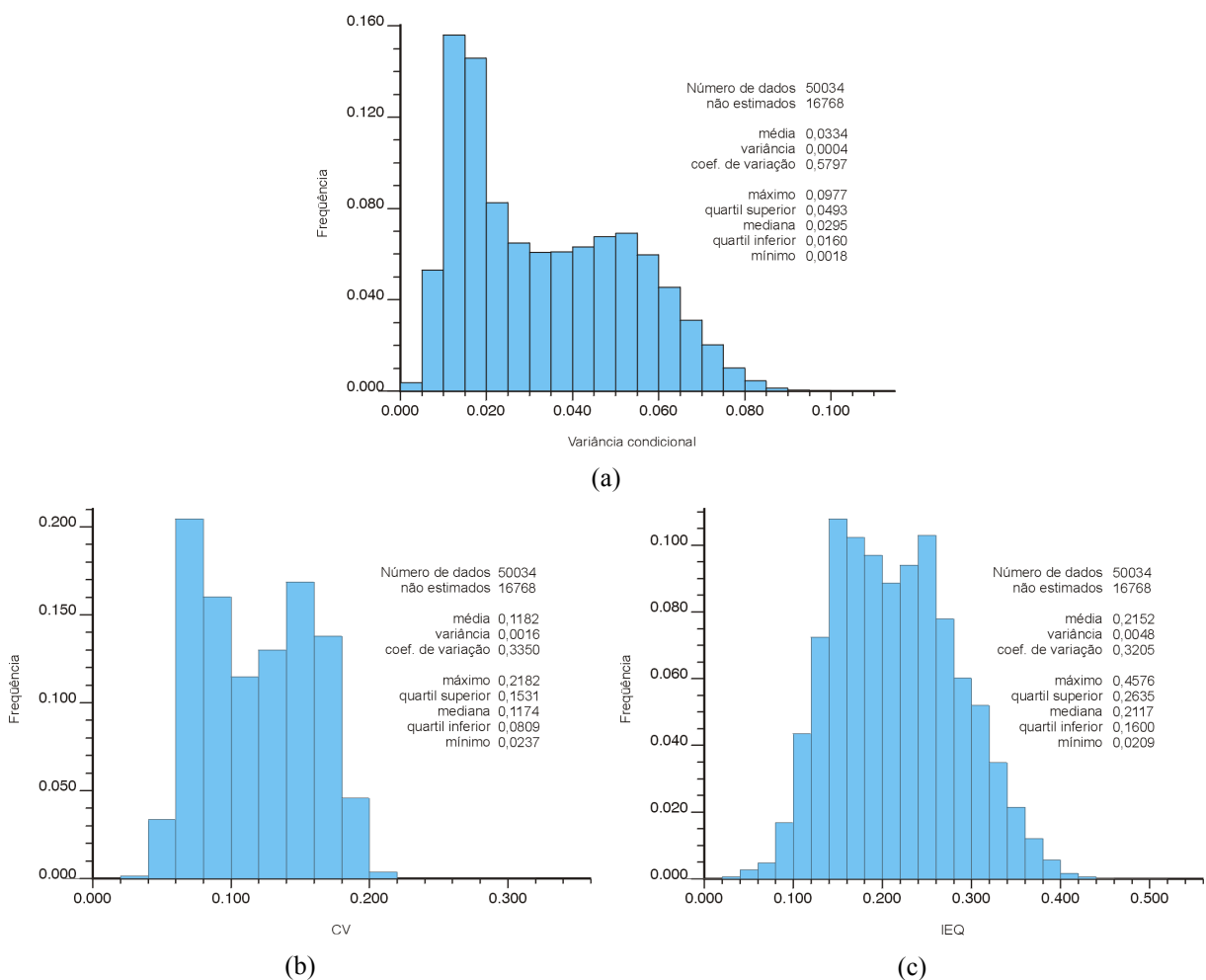


Figura 4.36: Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 19 informações (110 informações).

Como nas etapas anteriores, a inclusão das cinco informações dessa etapa justifica-se pelas suas contribuições locais, registrando reduções médias de cerca de 22 % para a variância condicional e de 13 % para CV condicional e IEQ. A Figura 4.37 mostra o confronto entre os mapas de incerteza dessa etapa com os do final da etapa anterior, podendo ser constatada essa redução local. Nos mapas de variância e CV condicional ocorreram um aumento significativo do nº de blocos pertencentes à 1ª categoria de classificação. No mapa de IEQ, alguns pontos isolados, no domínio de influência das informações adicionadas, que mostravam blocos constituintes da 4ª classe foram eliminados; isto é, foram substituídos por blocos cujos valores inserem-se na 1ª categoria de classificação. Para os três índices, a informação nº 19 foi a que causou a maior redução de incerteza pela avaliação visual.

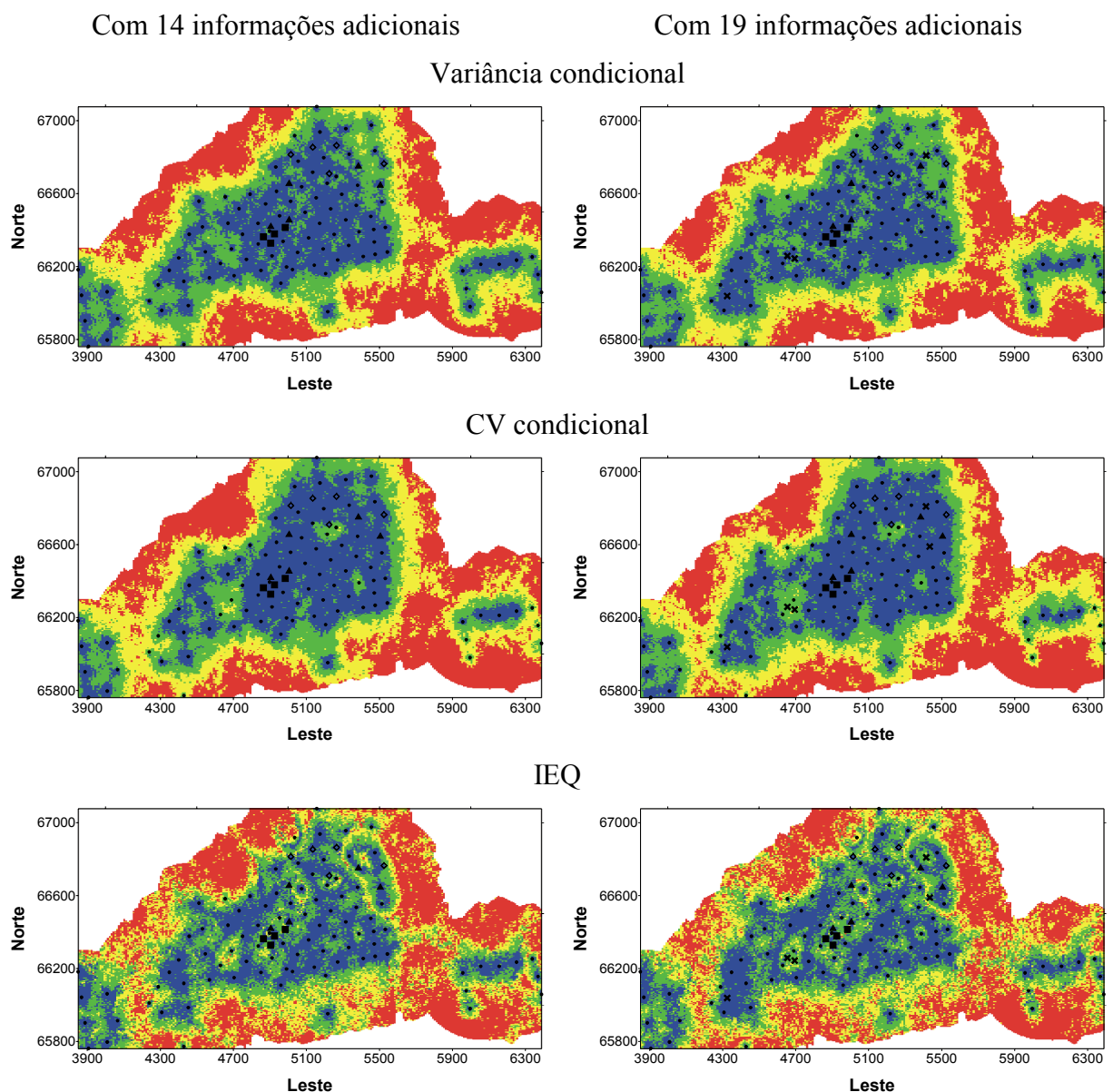


Figura 4.37: Figura confrontando os mapas de incerteza com 14 e 19 informações adicionais.

#### 4.4.5 Informações adicionais nº 20 a 24: 5ª etapa

Todas as cinco informações adicionais seguintes foram locadas na porção SW da área, próximas à informação adicional nº 19. Esse setor apresentava uma grande carência de informação, uma vez que os três índices de incerteza considerados mostravam alta variabilidade. A Figura 4.38 apresenta a localização espacial dessas informações. As características dessas informações estão disponíveis na Tabela 4.6.

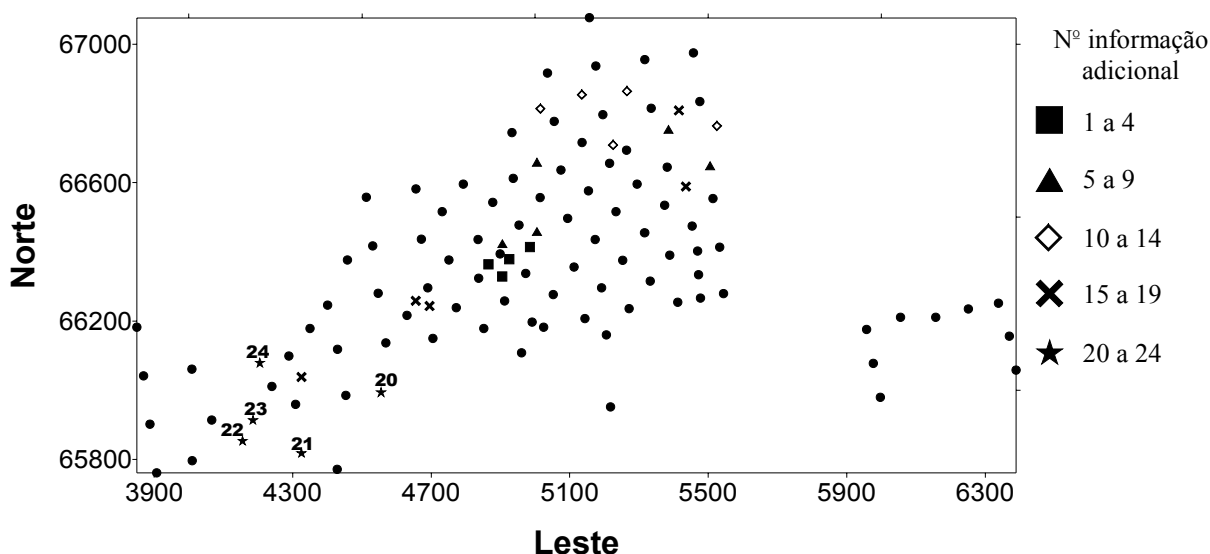


Figura 4.38: Localização das cinco informações adicionais subseqüentes propostas (111 a 115).

Tabela 4.6: Parâmetros relativos às informações adicionais de 20 a 24.

Ad. (i)	Coordenadas		Realização	Espessura (m)	S <sub> 91+(i-1)</sub> Índice de incerteza		
	x	y			Variância	CV	IEQ
20	4555,03	65993,59	28	1,4990	0,0361	0,1201	0,3024
21	4325,03	65818,59	31	1,4300	0,0548	0,1868	0,3800
22	4155,03	65853,59	64	1,3414	0,0431	0,1500	0,2828
23	4185,03	65913,59	98	1,3800	0,0289	0,1371	0,2833
24	4205,03	66078,59	69	1,3900	0,0352	0,1528	0,3367

Nota: Na notação S<sub>|n</sub>, n é referente ao nº de informações usadas em cada processo de simulação.

Na Tabela 4.6 verifica-se que para as cinco localidades propostas, os valores do índice IEQ inserem-se na 4ª categoria de classificação. Na localização da informação nº 21 os índices de variância e CV condicional também inserem-se nessa categoria. Na localização da informação nº 24 os mesmos índices estão contidos na 3ª e 4ª categoria, respectivamente; e nas demais localizações, dentro das 2ª e 3ª classes.

Finalmente, após a adição de 24 informações, as médias globais dos índices de incerteza considerados foram reduzidas (Figura 4.39). Essas reduções globais ocorreram entre 3 e 4,5 %. Obviamente, as médias globais também diminuíram em relação àquelas apresentadas no final da etapa anterior. Na Figura 4.39 verifica-se que para os índices de variância e CV condicional, todos os quartis diminuíram, exceto o valor máximo. Considerando os parâmetros estatísticos relativos ao índice de IEQ, todos quartis também diminuíram, incluindo o valor máximo. O espalhamento das três distribuições ainda é maior ao apresentado pelas distribuições originais.

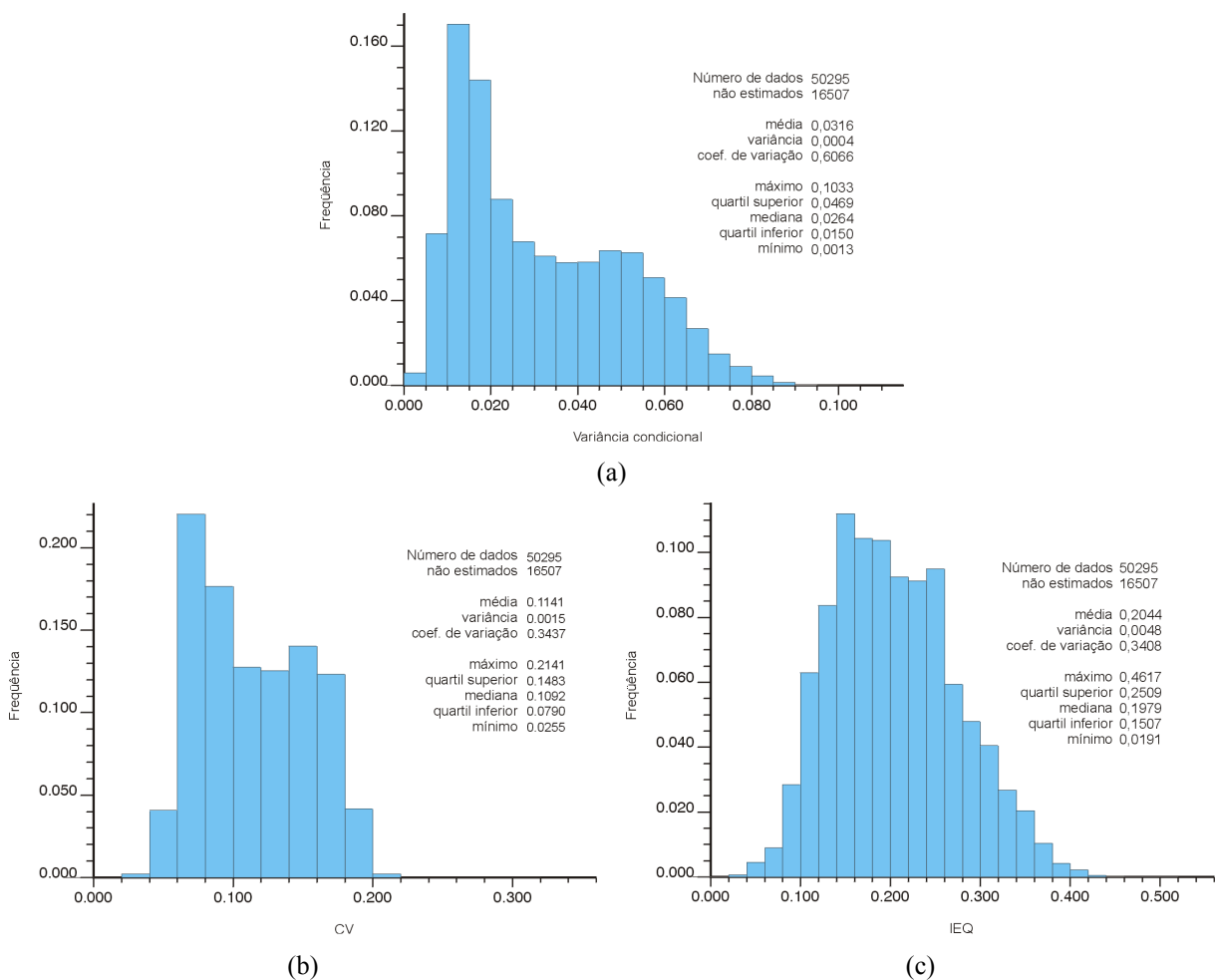


Figura 4.39: Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 24 informações (115 informações).

Nessa etapa, as reduções médias dos índices médios locais foram bastante significativas, registrando aproximadamente 48 % de redução de variância condicional e cerca de 30 % para os outros dois índices. Isoladamente, a informação adicional nº 21 foi a que proporcionou a maior porcentagem de redução local. Na vizinhança dessa localização, as reduções médias foram da ordem de 50 % para a variância condicional, 34 % para CV condicional e 42 % para o IEQ. Essas reduções médias locais podem ser observadas na Figura 4.40, onde pode ser observado um aumento significativo do nº de blocos cujos valores inserem-se na 1ª categoria de classificação. As informações adicionais nº 20 e 21 foram as que apresentaram as primeiras reduções médias globais dos índices de incerteza considerados.

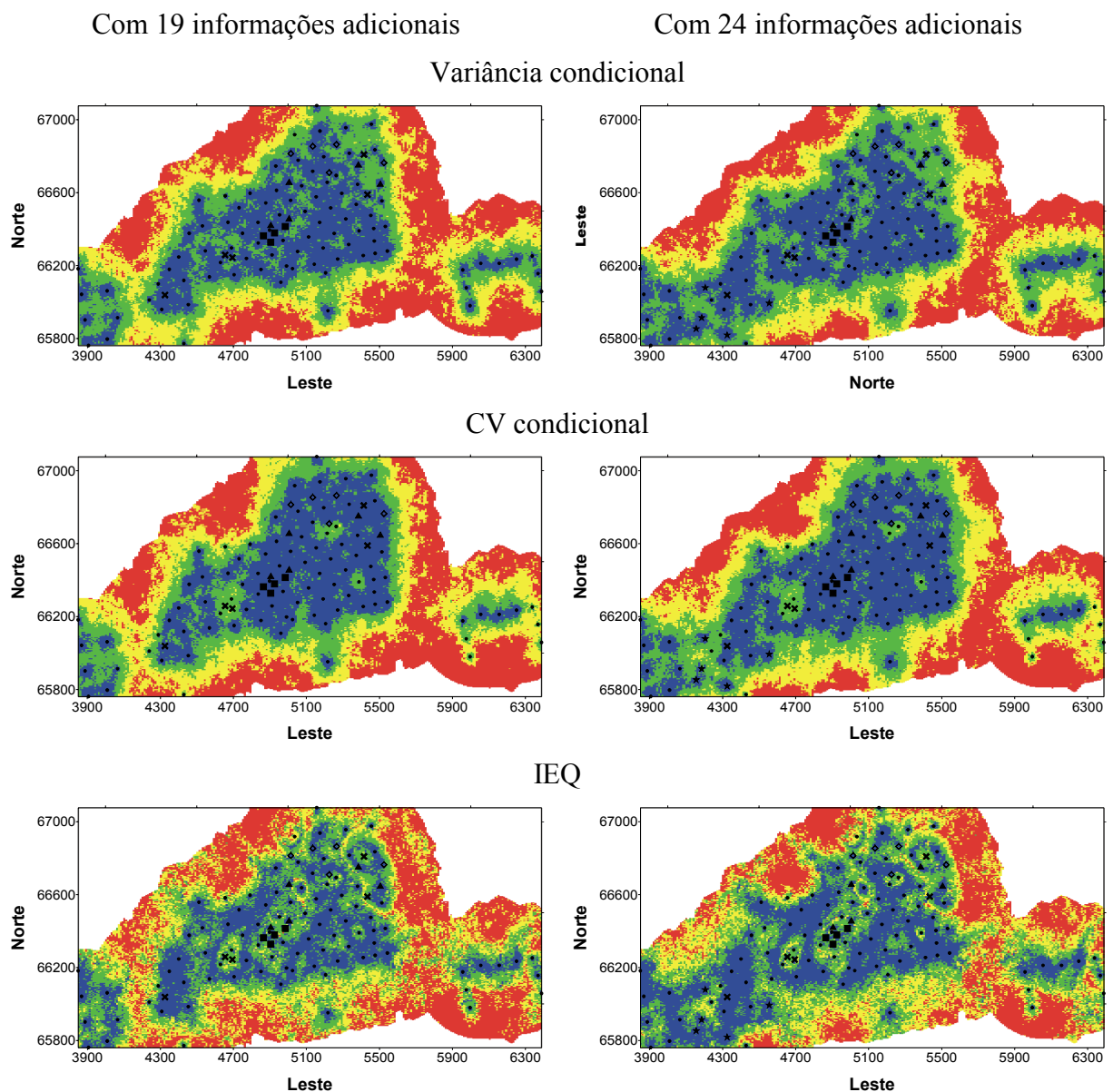


Figura 4.40: Figura confrontando os mapas de incerteza com 19 e 24 informações adicionais.

#### 4.4.6 Informações adicionais nº 25 a 29: 6ª etapa

As informações adicionais de nº 25 a 29 foram localizadas na parte centro-SW da área, onde ainda restavam blocos cujos índices de incerteza indicavam alta variabilidade (Figura 4.41).

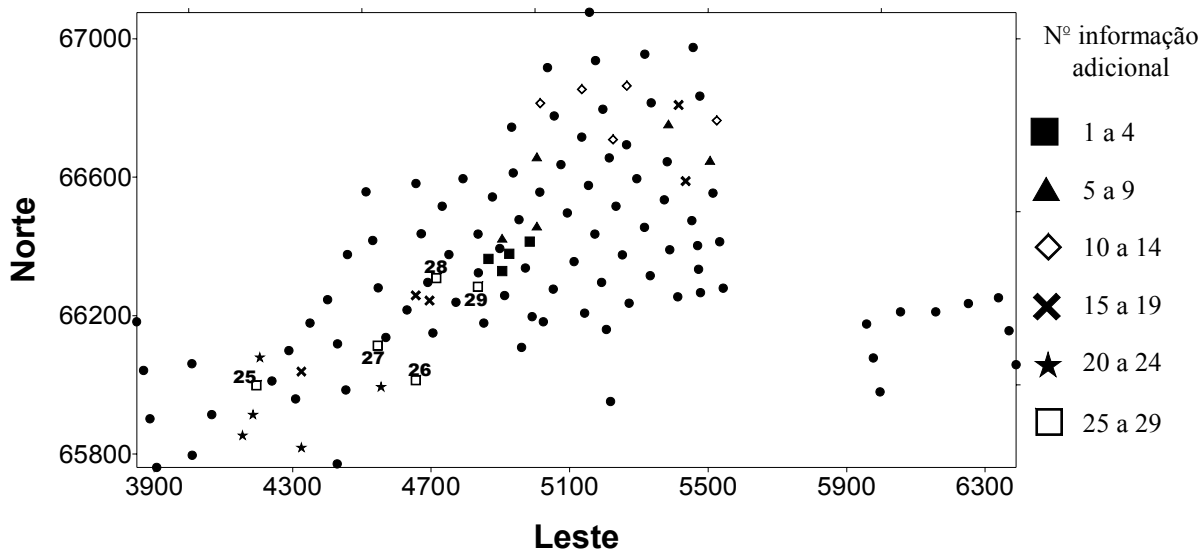


Figura 4.41: Localização das cinco informações adicionais subsequentes propostas (116 a 120).

Conforme mostra a Tabela 4.7, dentre as localizações selecionadas para adição de informação somente as de nº 28 e 29 registram índices de IEQ na 4ª categoria de classificação. As de nº 25 e 27 registram índices na 3ª classe e a de nº 26, na 2ª classe. Para os índices de variância condicional, todos os valores apresentam-se inseridos na 2ª classe, exceto na localização da informação adicional nº 26 que apresenta um valor contido na 3ª classe. Para os índices de CV condicional, os blocos selecionados para a adição das informações nº 25, 26 e 28 mostram valores pertencentes à 3ª classe. Já para os blocos das informações adicionais nº 27 e 29 os valores registrados são relativos à 1ª categoria de classificação.



Tabela 4.7: Parâmetros relativos às informações adicionais de 25 a 29.

Ad. (i)	Coordenadas		Realização	Espessura (m)	$S  _{91+(i-1)}$ Índice de incerteza		
	x	y			Variância	CV	IEQ
25	4195,03	65998,59	8	1,3900	0,0281	0,1326	0,2577
26	4615,03	65993,59	8	1,4851	0,0381	0,1282	0,1850
27	4545,03	66113,59	48	1,6500	0,0182	0,0826	0,2541
28	4715,03	66308,59	14	1,3163	0,0252	0,1315	0,3142
29	4835,03	66283,59	75	1,9797	0,0216	0,0817	0,2879

Nota: Na notação  $S |_{n}$ ,  $n$  é referente ao nº de informações usadas em cada processo de simulação.

Os parâmetros estatísticos relativos às distribuições dos índices de incerteza, apresentados na Figura 4.42, mostram que para todos os quartis (dos três índices de incerteza) ocorreram reduções em relação aos das distribuições originais, exceto para os valores de máximo das distribuições de variância e CV condicional. Com isso, verifica-se um decréscimo nas médias globais desses índices, inclusive quando comparado com as médias globais obtidas na etapa anterior. Dentre as informações adicionadas nessa etapa, a de nº 28 é a que registrou as maiores reduções em relação às médias globais originais, com cerca de 7 % para a variância condicional, 5,5 % para o IEQ e 4 % para o CV condicional. Ainda nessa figura, pode ser notado um aumento expressivo na frequência das classes inferiores, evidenciando a contribuição proporcionada pelas informações adicionadas.

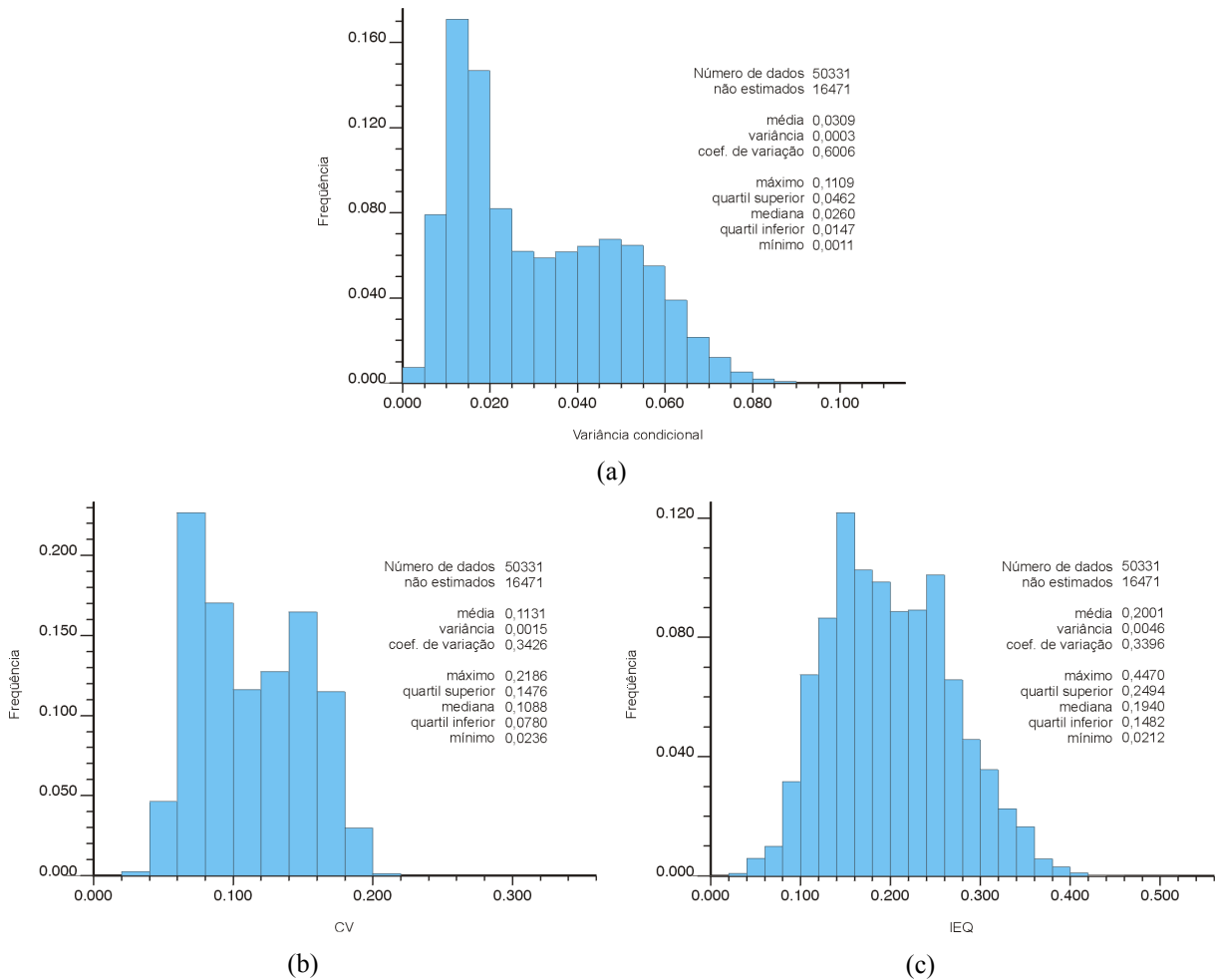


Figura 4.42: Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv condicional (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 29 informações (120 informações).

A Figura 4.43 mostra as contribuições globais e locais resultantes da adição dessas informações. É possível observar um grande aumento do nº de blocos azuis, principalmente na vizinhança das informações adicionais nº 25 e 26. Isoladamente, a informação adicional nº 26 foi a que causou a maior redução local para os índices de variância e CV condicional. A redução local desses índices ficou em torno de 46 % e 27 % para a variância e CV condicional, respectivamente. Já para o IEQ, informação adicional que causou a maior redução local foi a de nº 25, com aproximadamente 24 %. Nessa etapa (considerando as cinco últimas informações adicionadas) as reduções médias das médias locais variaram de 24 % para a variância condicional, 15 % para o CV condicional e 16 % para o IEQ.

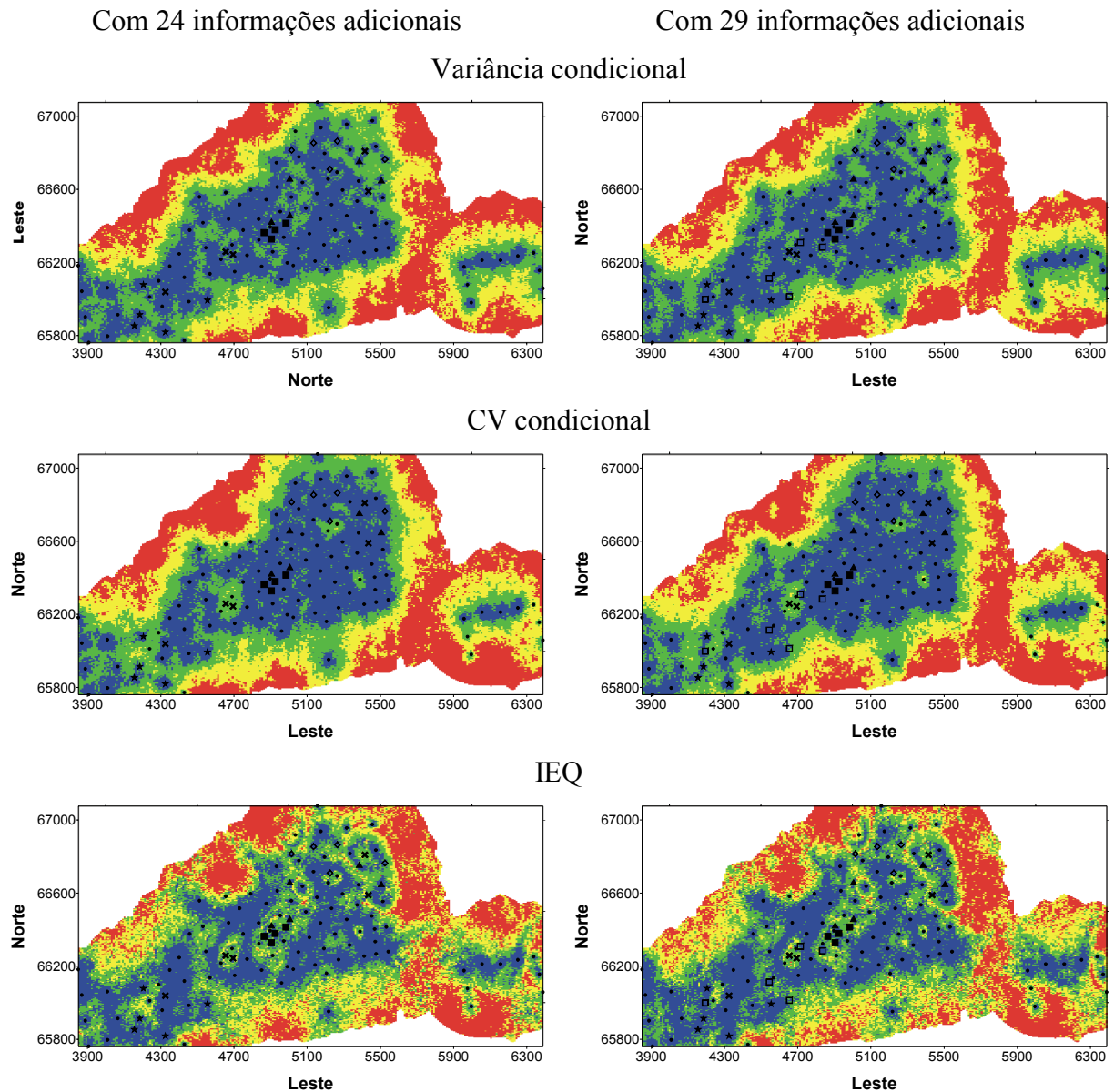


Figura 4.43: Figura confrontando os mapas de incerteza com 24 e 29 informações adicionais.

#### 4.4.7 Informações adicionais nº 30 a 34: 7ª etapa

A última etapa de adição de informações, focalizou principalmente o setor SE da área, onde foram inseridas as informações nº 31, 32 e 33. Outras duas informações (nº 30 e 34) foram localizadas na parte centro-N da área na tentativa de reduzir a incerteza ali remanescente. A localização espacial dessas informações adicionais são mostradas na Figura 4.44. A Tabela 4.8 mostra as características dessas informações. Nessa tabela, verifica-se que os índices de IEQ nas localizações selecionadas pertencem à 4ª categoria de classificação. Os valores dos índices de variância e CV condicional na localização da informação nº 31 também estão inseridos nessa categoria. Nas localizações das informações adicionais nº 32 e 33 os valores

de CV condicional mostram-se contidos na 3ª classe. Em todas as localizações das informações adicionadas, exceto para a de nº 31, os índices de variância condicional apresentam-se inseridos na 2ª categoria de classificação.

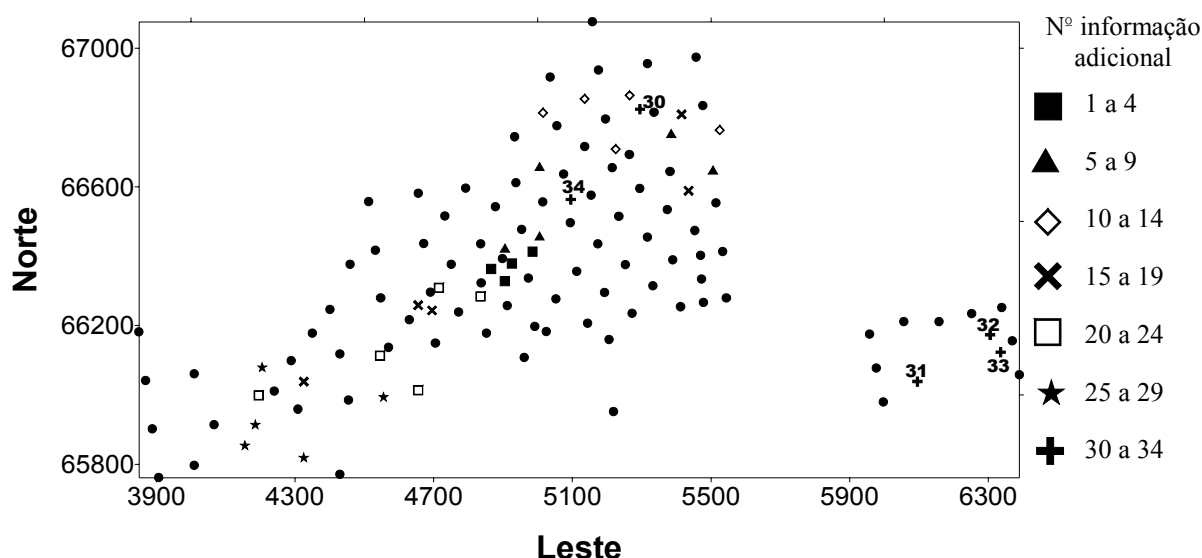


Figura 4.44: Localização das cinco informações adicionais subseqüentes propostas (121 a 125).

Tabela 4.8: Parâmetros relativos às informações adicionais de 30 a 34.

Ad. (i)	Coordenadas		Realização	Espessura (m)	S <sub> 91+(i-1)</sub> Índice de incerteza		
	x	y			Variância	CV	IEQ
30	5295,03	66823,59	14	1,7800	0,0216	0,0817	0,2879
31	6095,03	66038,59	42	1,3531	0,0433	0,1658	0,3766
32	6305,03	66173,59	22	1,3900	0,0276	0,1369	0,3164
33	6335,03	66123,59	4	1,38	0,0240	0,1280	0,2960
34	5095,03	66563,59	33	1,7201	0,0219	0,0826	0,2853

Nota: Na notação S<sub>|n</sub>, n é referente ao nº de informações usadas em cada processo de simulação.

Comparando os parâmetros estatísticos das distribuições originais dos índices de incerteza com os da Figura 4.45 é possível notar uma grande redução nas médias globais e uma pequena diminuição no espalhamento do índice de variância condicional. As médias globais chegam a ser reduzidas em cerca de 11 % para a variância condicional, 6,46 % para o CV condicional e 7,61 % para o IEQ. Essa redução nas médias globais também é verificada

quando comparada com as do final da etapa anterior. Ainda nessa figura, pode-se observar um considerável aumento na frequência das classes inferiores, além uma significativa redução dos quartis dos três índices de incerteza, inclusive dos valores extremos.

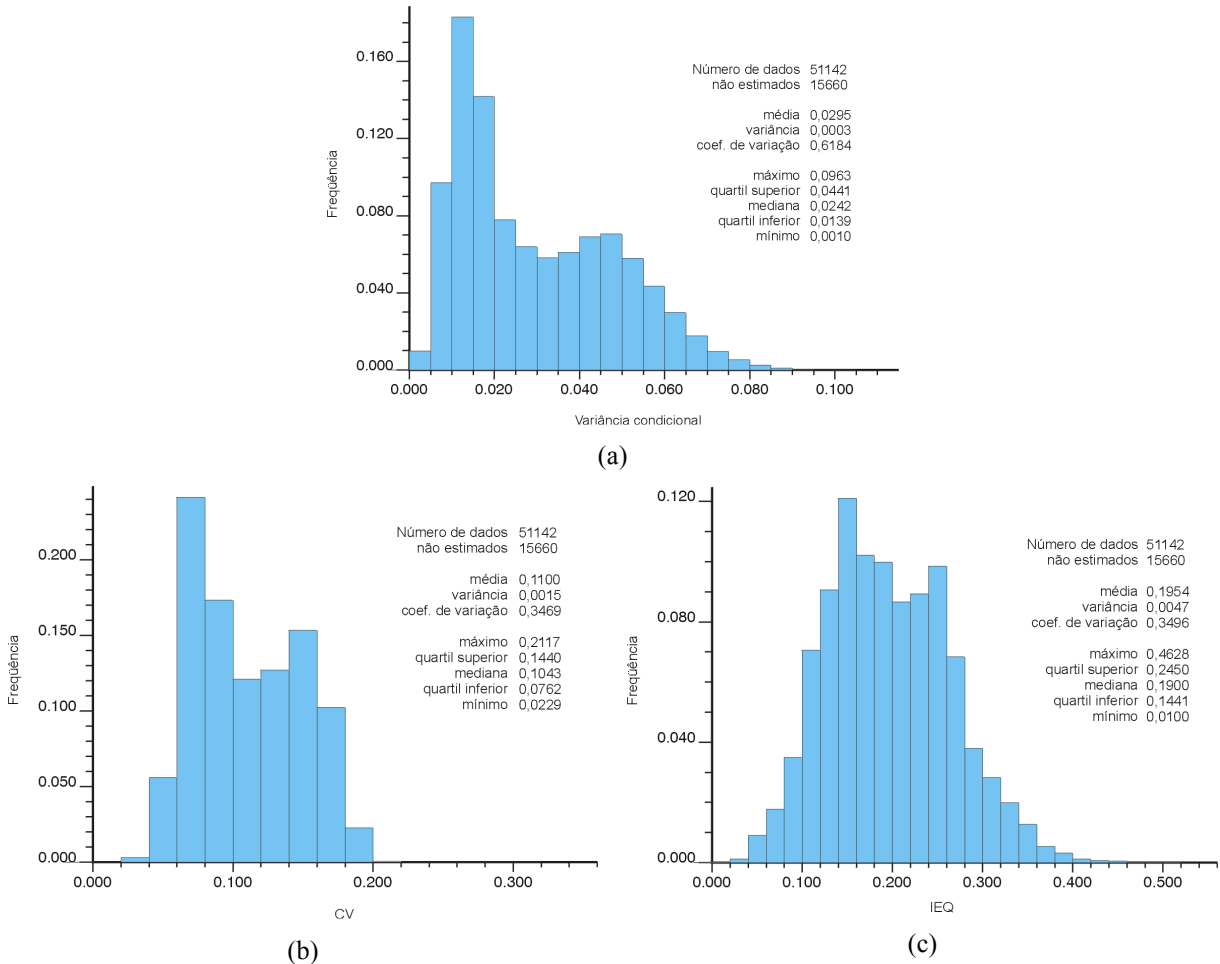


Figura 4.45: Histogramas de frequência e parâmetros estatísticos para as distribuições de variabilidade dos blocos estimados (variância condicional (a), cv (b) e IEQ (c)) usando o banco de dados original mais 34 informações (125 informações).

Nessa etapa, as informações adicionais que mais contribuíram na redução das médias globais e locais foram as de nº 33 e 31, respectivamente. No final dessa etapa, as reduções nas médias globais foram de 11,18 % para a variância condicional, 6,55 % para o CV condicional e 7,75 % para o IEQ. As reduções na vizinhança da informação adicional nº 31 foram de 54,12 % para a variância condicional, 34,58 % para o CV condicional e 38,6 % para o IEQ. Essas contribuições nas reduções da variabilidade das estimativas podem observadas na Figura 4.46, principalmente na porção SE da área, onde foram acrescentadas três informações.

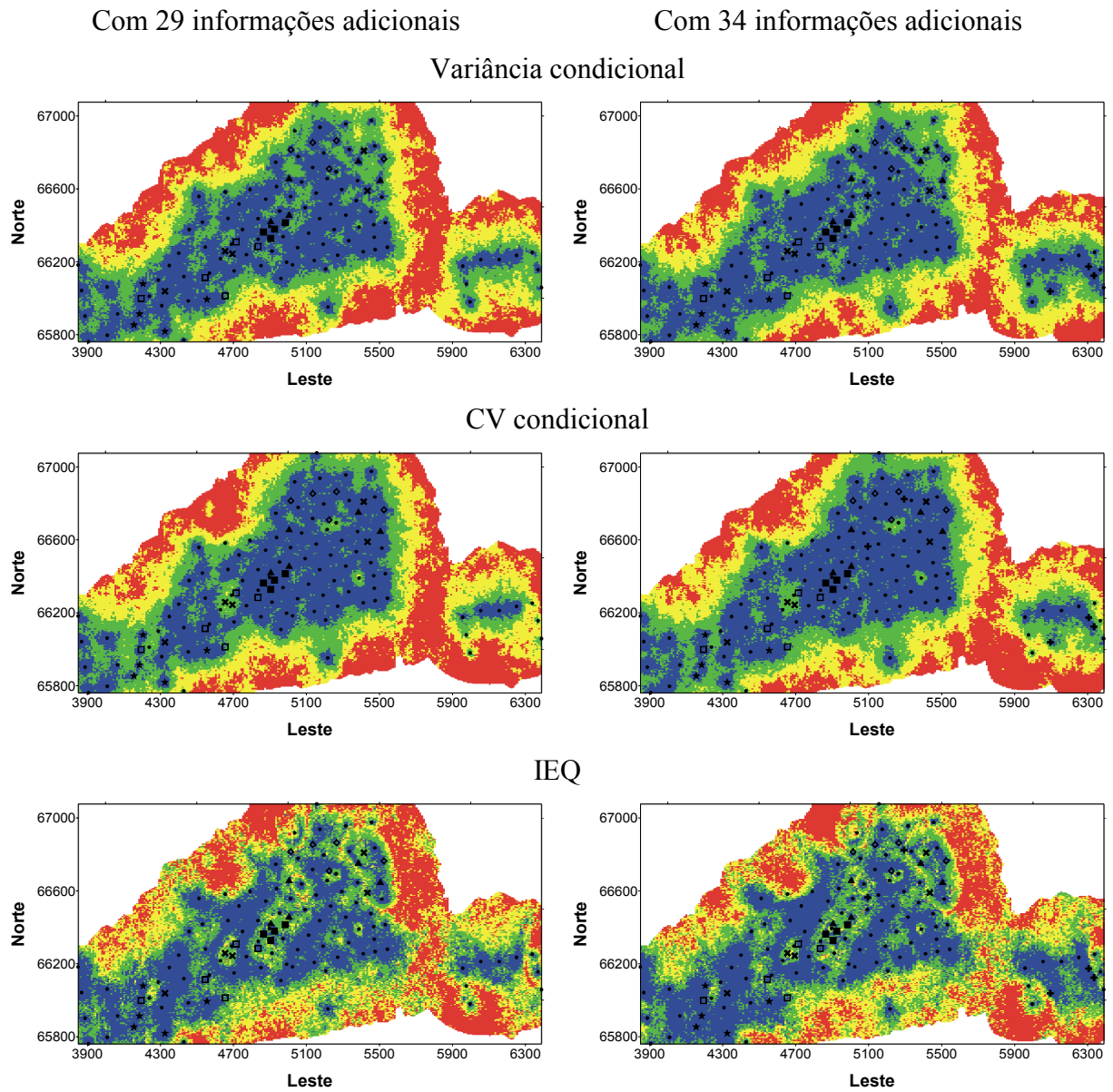


Figura 4.46: Figura confrontando os mapas de incerteza com 29 e 34 informações adicionais.

## 4.5 Impactos sobre as médias globais e locais

A Figura 4.47 mostra os mapas de incerteza originais (91 informações) ao lado dos mapas de incerteza após 34 informações adicionais (125 informações). Nessa figura pode ser visualizado o impacto sobre diminuição da variabilidade das estimativas provocada pelas informações adicionadas, com destaque para os setores N, central, SW e SE.

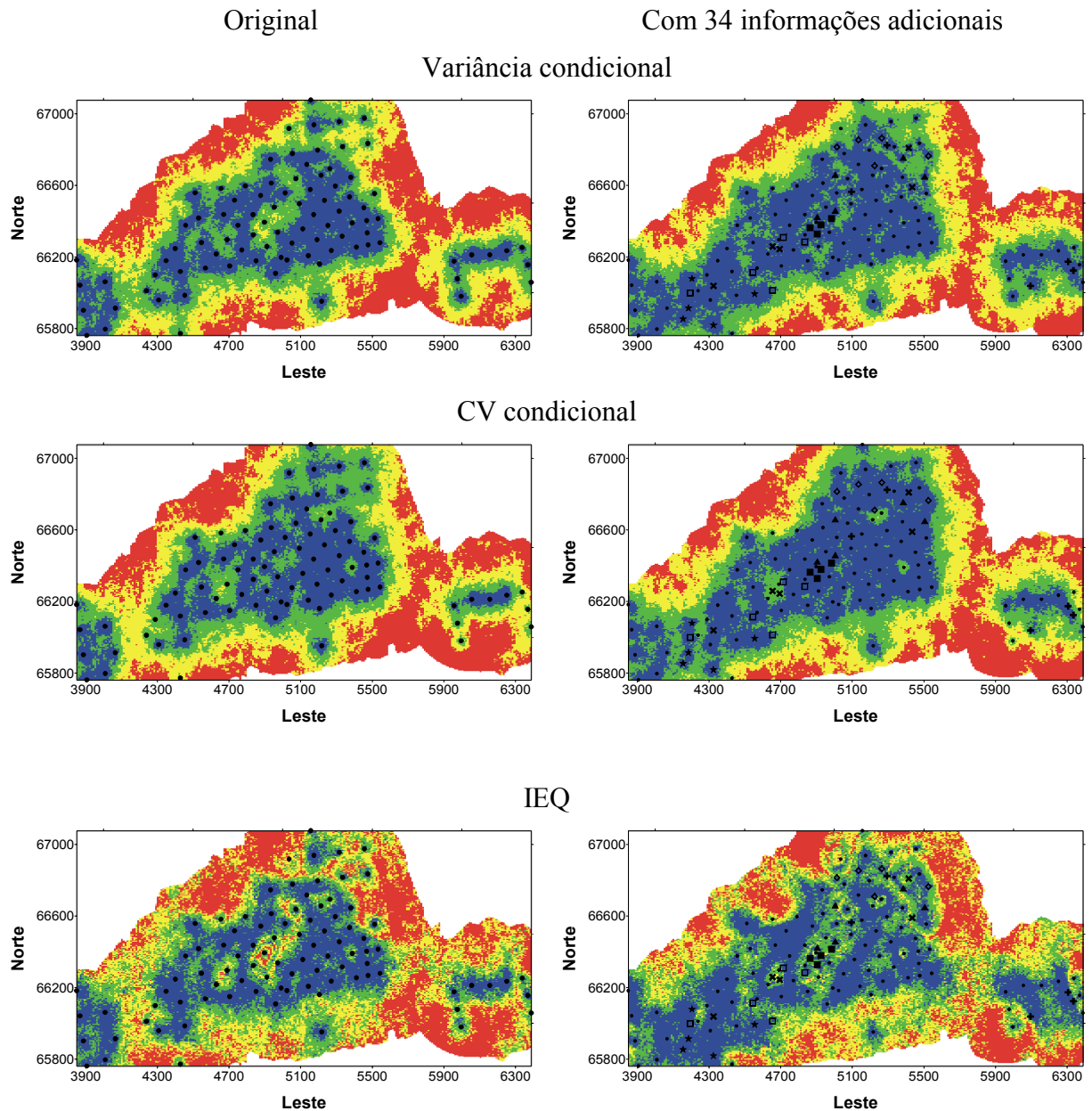


Figura 4.47: Figura confrontando os mapas de incerteza originais e com as 34 informações adicionais propostas.

Algumas das informações contidas na Tabela 4.9 vinham sendo descritas no texto a medida que novas informações eram acrescentadas no banco de dados original. Essa tabela apresenta os dados de média global, porcentagem de redução em relação aos valores dos índices incerteza originais e custo cumulativo referentes às informações adicionadas. Foi estimada a necessidade da realização de furos de sondagem de 20 m em média. O custo por metro foi considerado como sendo de US\$ 70,00 (incluindo-se as análises). Nessa tabela pode ser verificado que a partir da 20ª informação adicionada as contribuições tornaram-se positivas para o CV condicional. Para a variância condicional e o IEQ, esse comportamento ocorreu depois que 21 informações foram adicionadas. Na Figura 4.48 são apresentados três

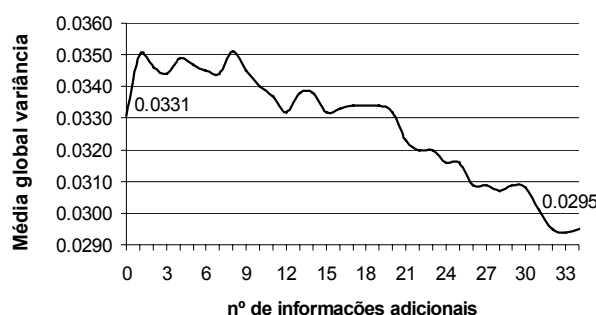
gráficos com base na Tabela 4.9. Esses gráficos mostram a relação entre os índices de incerteza e o n<sup>o</sup> de informações adicionadas.

Tabela 4.9: Média global dos índices de incerteza, juntamente com o percentual de redução e custo com a adição de informação.

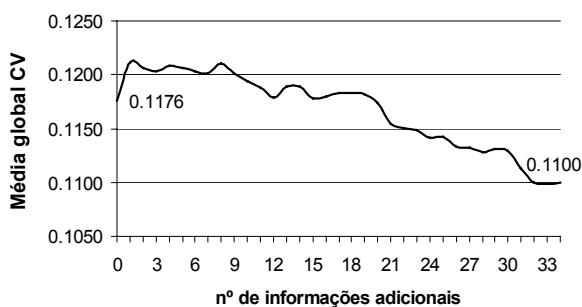
n <sup>o</sup> inf ad.	Média global			% redução			Custo (US\$)
	variância	CV	IEQ	variância	CV	IEQ	
0	0,0331	0,1176	0,2115	0,0000	0,0000	0,0000	
1	0,0350	0,1211	0,2186	-5,7402	-2,9762	-3,3570	1.400
2	0,0346	0,1206	0,2183	-4,5317	-2,5510	-3,2151	2.800
3	0,0344	0,1203	0,2182	-3,9275	-2,2959	-3,1678	4.200
4	0,0349	0,1208	0,2191	-5,4381	-2,7211	-3,5934	5.600
5	0,0347	0,1206	0,2191	-4,8338	-2,5510	-3,5934	7.000
6	0,0345	0,1203	0,2189	-4,2296	-2,2959	-3,4988	8.400
7	0,0344	0,1201	0,2192	-3,9275	-2,1259	-3,6407	9.800
8	0,0351	0,1210	0,2189	-6,0423	-2,8912	-3,4988	11.200
9	0,0345	0,1201	0,2193	-4,2296	-2,1259	-3,6879	12.600
10	0,0340	0,1194	0,2170	-2,7190	-1,5306	-2,6005	14.000
11	0,0337	0,1188	0,2160	-1,8127	-1,0204	-2,1277	15.400
12	0,0332	0,1179	0,2140	-0,3021	-0,2551	-1,1820	16.800
13	0,0338	0,1189	0,2154	-2,1148	-1,1054	-1,8440	18.200
14	0,0338	0,1189	0,2178	-2,1148	-1,1054	-2,9787	19.600
15	0,0332	0,1178	0,2142	-0,3021	-0,1701	-1,2766	21.000
16	0,0333	0,1180	0,2146	-0,6042	-0,3401	-1,4657	22.400
17	0,0334	0,1183	0,2155	-0,9063	-0,5952	-1,8913	23.800
18	0,0334	0,1183	0,2164	-0,9063	-0,5952	-2,3168	25.200
19	0,0334	0,1182	0,2152	-0,9063	-0,5102	-1,7494	26.600
20	0,0332	0,1174	0,2126	-0,3021	0,1701	-0,5201	28.000
21	0,0323	0,1155	0,2078	2,4169	1,7857	1,7494	29.400
22	0,0320	0,1150	0,2076	3,3233	2,2109	1,8440	30.800
23	0,0320	0,1148	0,2068	3,3233	2,3810	2,2222	32.200
24	0,0316	0,1141	0,2044	4,5317	2,9762	3,3570	33.600
25	0,0316	0,1142	0,2039	4,5317	2,8912	3,5934	35.000
26	0,0309	0,1133	0,2001	6,6465	3,6565	5,3901	36.400



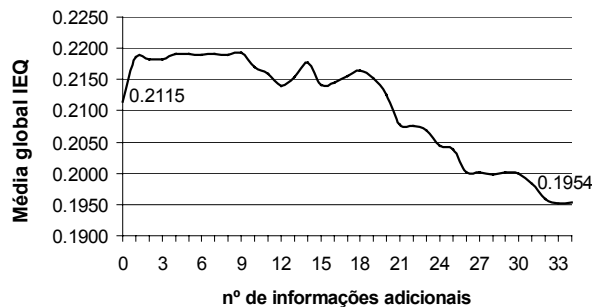
27	0,0309	0,1132	0,2001	6,6465	3,7415	5,3901	37.800
28	0,0307	0,1128	0,1998	7,2508	4,0816	5,5319	39.200
29	0,0309	0,1131	0,2001	6,6465	3,8265	5,3901	40.600
30	0,0308	0,1129	0,1999	6,9486	3,9966	5,4846	42.000
31	0,0301	0,1113	0,1983	9,0634	5,3571	6,2411	43.400
32	0,0295	0,1100	0,1959	10,8761	6,4626	7,3759	44.800
33	0,0294	0,1099	0,1951	11,1782	6,5476	7,7541	46.200
34	0,0295	0,1100	0,1954	10,8761	6,4626	7,6123	47.600



(a)



(b)



(c)

Figura 4.48: Gráficos mostrando a relação entre a média global da variância condicional (a), do CV condicional (b) e do IEQ (c) com a incrementação de informação. Os valores extremos também são apresentados.

Na Figura 4.48 (a), relativa ao índice de variância condicional, pode-se verificar que nas primeiras nove informações adicionadas ocorreram oscilações dos valores médios globais de cerca de 5 %, em média, maiores que o original. Entre as informações adicionais nº 10 e 20 também ocorreram oscilações, mas em proporções médias bem menores (0,64 % maiores que o valor original), já que as informações de nº 12, 15 e 20 tangenciam o valor médio original. A partir da informação adicional nº 21 os valores médios globais começaram a mostrar reduções significativas. Entre essa informação e a de nº 30 as reduções médias aproximaram-se a 5 %, atingindo de valor 0,0307 (7,25 % de redução) na informação adicional nº 28. O

valor médio global alcançou seu valor mínimo na informação adicional nº 33 (0,0294 ou 11,18 % de redução) e estabilizou-se em 0,0295 (10,88 % de redução). Nesse último trecho da curva, as reduções médias ficaram em torno de 10,5 %.

Para o gráfico da Figura 4.48 (b), referente ao CV condicional, verifica-se que como ocorrido com a variância condicional, entre a informação adicional nº 1 e a nº 9 o valor médio global sofreu oscilações médias de aproximadamente 2,5 % acima do valor médio original. Nas informações adicionais nº 10 e 11 esse aumento médio foi da ordem de 1,27 %. Entre as informações de nº 12 e 19 o aumento médio foi de 0,58 %, com picos de 1,10 % nas informações nº 13 e 14. Vários valores nesse trecho da curva tangenciam o valor médio original. Entre a informação adicional nº 20 e a 30 ocorreram reduções do valor médio global (cerca de 2,9 %), mas foi a partir da informação adicional nº 31 que ocorreram as reduções mais expressivas, chegando a aproximadamente 6,2 %. Nesse intervalo, a partir da informação adicional nº 32 a redução do valor médio global estabilizou-se.

No gráfico, referente ao IEQ (Figura 4.48 (c)) pode-se notar que desde a 1ª até a 9ª informação adicionada o aumento médio global foi aproximadamente constante (3,5 %). No intervalo entre a informação adicional nº 10 e a nº 20 ocorreram grandes oscilações no aumento do valor médio global. Essas oscilações variaram cerca de 1,77 % no intervalo de 0,52 a 2,98 %. Nesse trecho, da curva evidenciaram-se dois picos de aumento e três pontos de redução do valor médio global (em relação a esse intervalo). Os dois picos de aumento ocorreram nas informações adicionais nº 14 e 18, com 2,98 % e 2,32 % de aumento, respectivamente. Os três pontos de redução relativa ocorreram nas informações adicionais nº 12, 15 e 20, com 1,18 %, 1,28 % e 0,52 % de aumento do valor médio global respectivamente. Como ocorreu para o índice de variância condicional, a partir da informação adicional nº 21 iniciaram as reduções no índice médio global. Entre a informação adicional nº 21 e a nº 25 as reduções médias aproximaram-se de 2,6 %. No intervalo entre as informações nº 26 e 30 as reduções foram quase que constantes, apresentando média de 5,44 %. Como fica evidente no gráfico, as quatro últimas informações adicionadas apresentaram as reduções mais significativas, com média de 7,25 %. Porém a redução máxima foi alcançada na 33ª informação adicionada, que apresentou 7,75 % de redução (IEQ = 0,1951).

Como descrito anteriormente, a informação adicional nº 21 foi o ponto de inflexão entre o aumento de incerteza (reduções negativas) e de diminuição de incerteza (reduções positivas) para os índices de variância condicional e IEQ. Esse ponto de inflexão ocorreu na informação adicional nº 20 para o índice de CV condicional. Essa característica pode ser

observada no gráfico da Figura 4.49, onde são visualizadas as reduções na incerteza (eixo das ordenadas), em relação aos três índices, contra o aumento do nº de informações adicionadas (eixo das coordenadas). Nesse gráfico, pode ser constatado que a informação nº 34 mostrou-se quase que redundante, em termos de CV condicional e IEQ, já que para esses índices a média global foi muito pouco alterada. O índice médio global de variância condicional mostrou um pequeno acréscimo em relação ao apresentado na informação adicional nº 33. Ainda nessa figura, fica evidente que o índice de incerteza que obteve a maior redução ao final de 34 informações adicionadas foi o de variância condicional. Para esse índice, a redução final foi de 10,88 %, contra 6,46 % e 7,61 % do CV condicional e IEQ, respectivamente.

Esse gráfico também é útil para a visualização do custo em relação às contribuições proporcionadas pelas informações adicionadas. O eixo das abcissas pode representar US\$ 1.400,00, US\$ 2.800,00 e assim por diante. Com isso pode ser notado que uma contribuição global somente seria alcançada após o investimento de US\$ 29.400,00. Para as reduções apresentadas no final de 34 informações adicionadas, seria necessário o desembolso de US\$ 47.600,00.

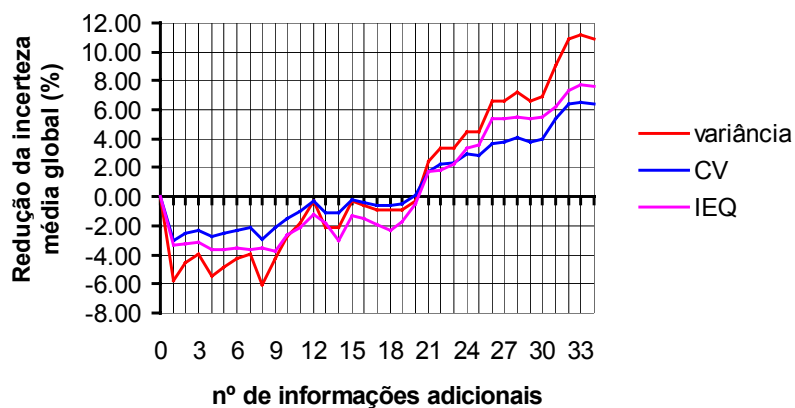


Figura 4.49: Gráfico mostrando a redução percentual da incerteza média global da variância condicional, do CV condicional e do IEQ com o aumento do nº de informação.

A Tabela 4.10 apresenta as médias locais dos índices de incerteza antes e após a adição das informações, assim como as porcentagem de redução. A área considerada de influência das informações adicionais para o cálculo das médias locais foi de 11.550 m<sup>2</sup>. A partir de cada informação adicionada foram considerados os blocos num raio de influência de 50 m (Figura 4.24). Portanto, foram utilizados 231 blocos para o cálculo das médias locais.

Tabela 4.10: Média local dos índices de incerteza, juntamente com o percentual de redução, com a adição de informação.

(i)	$S _{90+(i-1)}$			$S _{90+(i)}$			% redução		
	variância	CV	IEQ	variância	CV	IEQ	variância	CV	IEQ
1	0,0232	0,0766	0,2058	0,0187	0,0710	0,1813	19,3966	7,3107	11,9048
2	0,0230	0,0784	0,2022	0,0168	0,0703	0,1839	26,9565	10,3316	9,0504
3	0,0207	0,0718	0,1968	0,0167	0,0674	0,1738	19,3237	6,1281	11,6870
4	0,0216	0,0822	0,1942	0,0178	0,0727	0,1835	17,5926	11,5572	5,5098
5	0,0184	0,0696	0,1806	0,0146	0,0648	0,1679	20,6522	6,8966	7,0321
6	0,0189	0,0770	0,1976	0,0150	0,0695	0,1685	20,6349	9,7403	14,7267
7	0,0227	0,0868	0,2013	0,0154	0,0721	0,1648	32,1586	16,9355	18,1321
8	0,0428	0,1094	0,2620	0,0254	0,0827	0,1829	40,6542	24,4059	30,1908
9	0,0257	0,0887	0,2131	0,0203	0,0741	0,1725	21,0117	16,4600	19,0521
10	0,0247	0,0914	0,2225	0,0150	0,0740	0,1624	39,2713	19,0372	27,0112
11	0,0229	0,0852	0,2246	0,0152	0,0715	0,1685	33,6245	16,0798	24,9777
12	0,0161	0,0994	0,1723	0,0127	0,0857	0,1495	21,1180	13,7827	13,2327
13	0,0376	0,1031	0,2299	0,0230	0,0793	0,1725	38,8298	23,0844	24,9674
14	0,0226	0,0848	0,2042	0,0152	0,0690	0,1664	32,7434	18,6321	18,5113
15	0,0233	0,0753	0,1650	0,0175	0,0653	0,1540	24,8927	13,2802	6,6667
16	0,0204	0,0791	0,1954	0,0156	0,0675	0,1594	23,5294	14,6650	18,4237
17	0,0182	0,1061	0,1922	0,0157	0,1008	0,1811	13,7363	4,9953	5,7752
18	0,0161	0,1027	0,1809	0,0140	0,0961	0,1688	13,0435	6,4265	6,6888
19	0,0182	0,1010	0,1762	0,0117	0,0784	0,1282	35,7143	22,3762	27,2418
20	0,0294	0,1072	0,2273	0,0148	0,0789	0,1511	49,6599	26,3993	33,5240
21	0,0409	0,1588	0,2807	0,0162	0,0907	0,1388	60,3912	42,8841	50,5522
22	0,0330	0,1300	0,2123	0,0168	0,0959	0,1611	49,0909	26,2308	24,1168
23	0,0220	0,1150	0,2098	0,0145	0,0907	0,1619	34,0909	21,1304	22,8313
24	0,0287	0,1343	0,2417	0,0143	0,0885	0,1404	50,1742	34,1028	41,9115
25	0,0189	0,1069	0,1927	0,0131	0,0859	0,1459	30,6878	19,6445	24,2865
26	0,0239	0,1011	0,1812	0,0130	0,0739	0,1378	45,6067	26,9041	23,9514
27	0,0154	0,0775	0,1686	0,0132	0,0711	0,1551	14,2857	8,2581	8,0071
28	0,0156	0,0979	0,1730	0,0129	0,0875	0,1505	17,3077	10,6231	13,0058
29	0,0154	0,0715	0,1799	0,0136	0,0646	0,1573	11,6883	9,6503	12,5625
30	0,0164	0,0715	0,1727	0,0141	0,0666	0,1573	14,0244	6,8531	8,9172

31	0,0388	0,1582	0,2839	0,0178	0,1035	0,1743	54,1237	34,5765	38,6051
32	0,0210	0,1200	0,1939	0,0131	0,0883	0,1398	37,6190	26,4167	27,9010
33	0,0182	0,1099	0,1767	0,0125	0,0887	0,1348	31,3187	19,2903	23,7125
34	0,0178	0,0760	0,1871	0,0144	0,0693	0,1620	19,1011	8,8158	13,4153

Nota: Nas notações  $S|_n$ ,  $n$  é referente ao nº de informações usadas em cada processo de simulação.

A Figura 4.50 mostra os gráficos de dispersão entre os valores médios locais dos índices de incerteza na vizinhança das informações adicionadas. Nesse gráfico, o eixo das ordenadas representa os valores médios locais antes da adição das informações. O eixo das coordenadas, representa esses valores após a adição das informações.

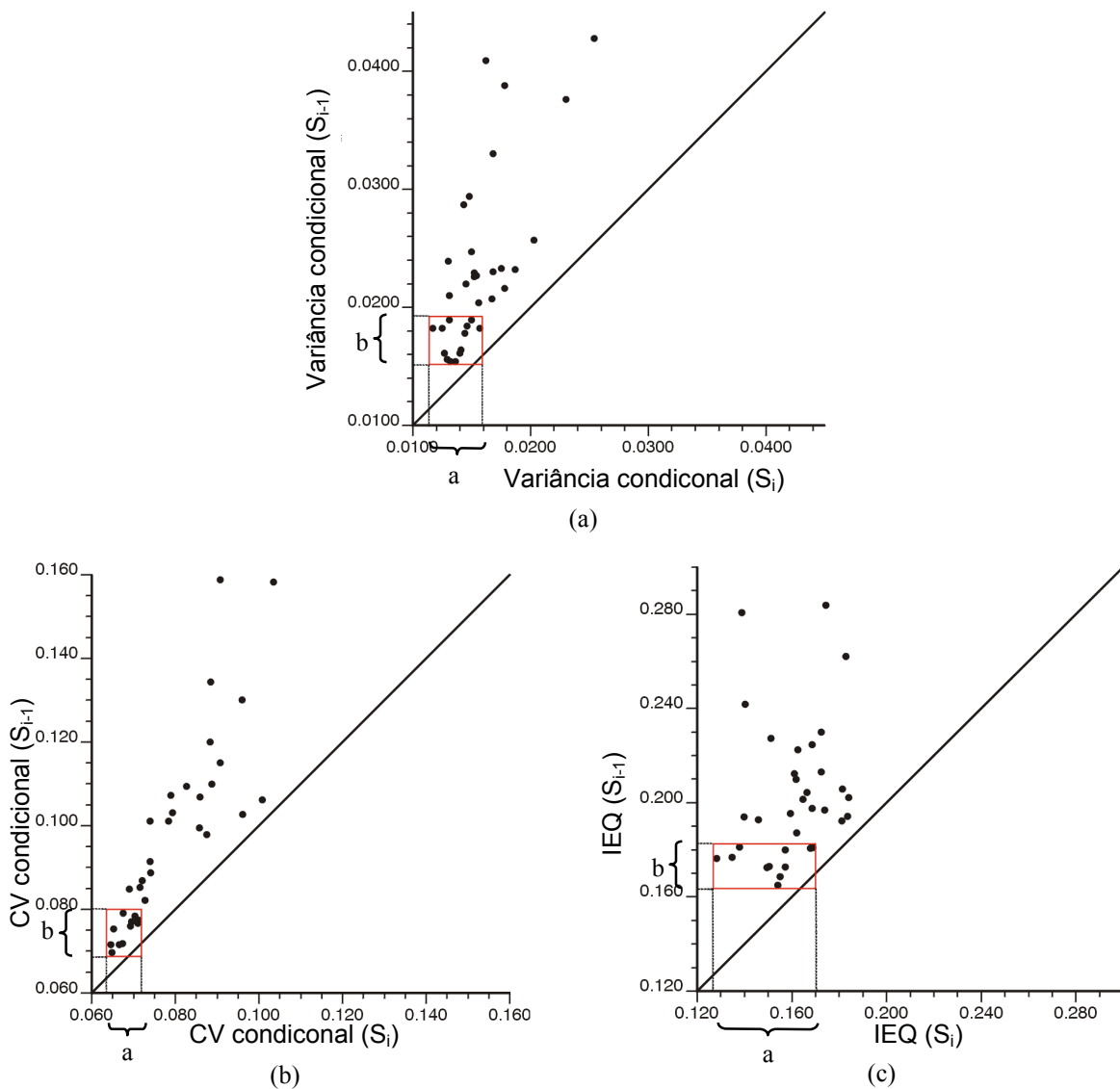


Figura 4.50: Gráficos de dispersão entre a média local dos índices de incerteza antes (eixo das ordenadas) e depois da adição de informações (eixo das abcissas). O gráfico mostrado em (a) é referente à variância condicional, em (b) à CV condicional e em (c) à IEQ.

Na Figura 4.50 pode ser verificado que o padrão de dispersão apresentado pelos gráficos dos índices de variância e CV condicional é parecido. Nesses casos, foram adicionadas muitas informações em locais cujos valores médios desses índices situavam-se num pequeno intervalo de valores, isto é, num intervalo com pouco espalhamento. Nessas localizações, o espalhamento mostrado pelos valores após a adição das informações também foi pequeno. Isso explica a concentração de pontos na parte inferior esquerda dos dois gráficos. Já para o gráfico de IEQ essa característica não acontece, pois embora os valores médios do índice de IEQ na vizinhança de várias localizações onde foram acrescentadas informações apresentem pouco espalhamento relativo, a variabilidade apresentada por esse índice médio no entorno dessas mesmas localizações após a adição das informações é maior. Esse comportamento é caracterizado pelos intervalos  $a$  e  $b$  mostrados nos três gráficos. Para os gráficos de variância e CV condicional os intervalos  $a$  e  $b$  equivalem-se, enquanto que para o gráfico de IEQ, o intervalo  $a$  é maior que o  $b$ .

O gráfico mostrado na Figura 4.51, baseado na Tabela 4.10, mostra a redução local dos índices de incerteza em relação ao número de informações adicionadas. Nesse gráfico, pode ser observado que os três índices de incerteza considerados registraram aproximadamente o mesmo padrão de redução local, diferindo apenas nas proporções. O índice de incerteza que sofreu as maiores reduções locais foi o de variância condicional.

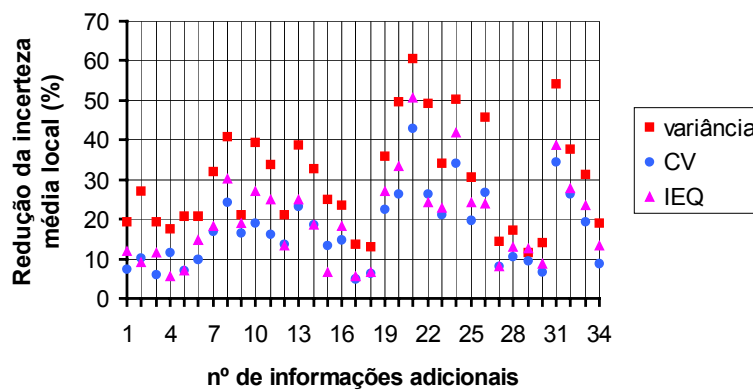


Figura 4.51: Gráfico mostrando a redução percentual da incerteza média local da variância condicional, do CV condicional e do IEQ com a incrementação de informação.

Para os três índices de incerteza, a maior redução local ocorreu na informação adicional nº 21, onde foram registrados 60,39 % para a variância condicional, 42,88 % para o CV condicional e 50,55 para o IEQ. Para o CV condicional, a menor redução local ocorreu na

informação adicional nº 17, com 4,99 %. Para o IEQ essa condição foi alcançada na informação adicional nº 4, que registrou 5,51 %. Para a variância condicional, a menor redução ocorreu na informação adicional nº 29, com 11,69 %.

Ainda nessa figura, outras duas informações adicionais merecem destaque por suas contribuições locais. Essas informações são as de nº 24 e 31. As vizinhanças dessas informações foram contempladas com expressivas reduções nos valores médios dos índices de incerteza. O valor médio do índice de variância condicional na vizinhança da informação adicional nº 24 sofreu uma redução de 50,17 %. Para o CV condicional e o IEQ esse valor foi 34,1 % e 41,91 %, respectivamente. Nos arredores da informação adicional nº 31 essas reduções foram ainda maiores para o índice de variância (54,12 %) e CV condicional (34,58 %). Para o IEQ a redução foi 38,6 %. Dentre as informações adicionais que mais se destacaram por suas contribuições locais, duas delas (21 e 24) estão situadas na porção SW da área e uma na parte SE (31).

#### **4.6 Comentários**

Esse capítulo demonstrou a aplicabilidade da metodologia proposta, visando diminuir a variabilidade nas estimativas de espessura da camada S12 da Área da Balança. Informações foram inseridas nos locais que apresentavam as maiores variabilidades (dentro do domínio das informações originais), com a finalidade de atacar diretamente os setores mais erráticos da jazida. Ou seja, foram adicionadas informações em locais onde mais ocorreram contribuições na diminuição da incerteza.

O último capítulo apresenta as conclusões alcançadas e recomendações para trabalhos futuros.

# Capítulo 5

## Conclusões e recomendações

Nesse último capítulo é apresentada uma revisão geral dos quatro capítulos anteriores e as conclusões finais sobre a metodologia e sua aplicabilidade. Também são apresentadas as sugestões para futuros trabalhos, visando sua continuidade e aprimoramento.

### 5.1. Conclusões

Por mais contínuos que sejam os fenômenos geológicos, sempre existirão incertezas (globais e locais) em relação às estimativas. Suas magnitudes dependerão da variabilidade amostral local. Obviamente, o uso de informações adicionais diminui essa incerteza, pois quanto maior for o nº de informações disponíveis maior será a consistência e a confiabilidade das estimativas. Entretanto, essas informações devem ser adicionadas em locais em que realmente contribuam na diminuição da incerteza, evitando a redundância de informação e por conseguinte a má aplicação de recursos financeiros.

Essa dissertação propôs uma metodologia capaz de indicar os setores/blocos mais erráticos da jazida com base em simulação estocástica. Utilizando a disponibilidade de  $n$  estimativas para cada bloco da jazida, foram calculados índices que representavam a incerteza associada às estimativas nesses blocos. Os índices considerados foram: variância condicional, CV condicional e intervalo entre quartis (IEQ).



O capítulo 1 apresentou uma introdução sobre o problema considerado, os objetivos e a metodologia aplicada nessa dissertação. Nesse capítulo também foram abordados alguns trabalhos antecessores realizados sobre o assunto.

O capítulo 2 apresentou uma revisão geral sobre os conceitos de amostragem. Esse capítulo mostrou os principais erros, suas origens e conseqüências, segundo a teoria de Gy. O mesmo mostrou a importância que um processo de amostragem livre de erros (sistemáticos ou não) tem sobre todo trabalho que segue. Esse capítulo mostrou ainda o efeito que a mudança de suporte pode provocar nas estimativas e a importância da correção de suporte.

O capítulo 3 apresentou o embasamento teórico dos métodos de determinação da incerteza utilizados. Ou seja, foram descritos os índices que ajudaram a apontar os blocos ou setores da área mais variáveis e que mereciam informações adicionais próximas. Esse capítulo apresentou também a variância de krigagem e suas limitações.

O estudo de caso apresentado no Capítulo 4 confirmou a aplicabilidade da metodologia. Nesse capítulo, por meio dos índices de incerteza e de acordo com a metodologia, foram propostas 34 informações adicionais na área considerada (Figura 4.44). Essas informações adicionais contribuíram na diminuição das incertezas globais e locais.

Considerando as contribuições globais, foram necessárias a adição de 21 informações para ocorrer diminuições na média global. Da 1<sup>a</sup> a 20<sup>a</sup> informação adicionada ocorreram aumentos médios globais para os três índices considerados. Para a variância condicional, foram registrados aumentos de 0,30 a 5,74 % . Para o CV condicional o acréscimo na média global oscilou entre 0,17 e 2,98 % . Para o IEQ, os aumentos nos valores médios globais oscilaram entre 0,51 e 3,36 % . Contudo, no final da 34<sup>a</sup> informação adicionada as reduções nos valores médios globais foram de 10,88 %, 6,46 % e 7,61 % para os índices de variância condicional, CV condicional e IEQ, respectivamente (Tabela 4.9). Essa situação é diferente quando consideradas as contribuições locais, onde a vizinhança de todas as 34 informações adicionais foram contempladas com diminuições na variabilidade média das estimativas.

As contribuições na diminuição da incerteza nas vizinhanças das informações adicionadas (contribuições locais) foram bastante significativas, com reduções médias de cerca de 30 % para a variância condicional, 17 % para o CV condicional e 20 % para o IEQ. As maiores reduções foram da ordem de 60 % para a variância condicional, 43 % para o CV condicional e 50 % para o IEQ (Figura 4.51).

Há alguns anos atrás, a aplicabilidade do método proposto nessa dissertação seria inviável. Atualmente, devido aos crescentes avanços na capacidade de processamento e

armazenamento dos computadores pessoais, a aplicação de técnicas fundamentadas em simulação estocástica é perfeitamente operacional, não só no meio acadêmico como no meio industrial. Em poucas horas é possível local furios de sondagens adicionais usando técnicas extremamente robustas e com embasamento teórico muito consistente, atacando diretamente os setores/blocos que apresentam as maiores flutuabilidades nas estimativas.

## 5.2 Restrições e recomendações para futuros trabalhos

Essa dissertação apresentou uma metodologia para incrementar planos de amostragem baseada em simulação estocástica, mais precisamente em simulação seqüencial Gaussiana (ssG). Com isso, para uma aplicabilidade mais ampla e aperfeiçoamento do método são apresentadas algumas sugestões para trabalhos posteriores.

- i. A exigência de multinormalidade da distribuição amostral normalizada muitas vezes impede a aplicação do método ssG e por conseguinte, da metodologia proposta. Pelo fato dessa limitação, o estudo de técnicas de simulação não paramétrica aliada à metodologia se torna importante.
- ii. A aplicação da metodologia usando vários programas independentes torna o processo aparentemente lento e não amigável. Assim, a implementação de um programa integrado que otimizaria o uso da técnica, o tornaria mais operacional e convidativo para utilização industrial.
- iii. A adaptação da metodologia para casos em 3D ampliaria o uso da metodologia.

# Referências Bibliográficas

Chien, Yi-Ju and Journel, A. G., 1998. An algorithm for determination of additional sampling locations or how to maximize potential additional information, *in Proceedings of the NACOG 1998 Meeting (North American Council on Geostatistics)*.

David, M., 1977. *Geostatistical Ore Reserve Estimation*, Elsevier Scientific Publisher, Developments in Geomathematics 2, Netherlands, 364p.

Deutsch, C.V., 1989. DECLUS: A Fortran program for determining optimum spatial declustering weights. *Computers & Geoscience*, vol. 15, no. 3, pp. 325-332.

Deutsch, C.V. and Journel, A.G., 1998. *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*, Oxford University Press, New York, 345p.

Dimitrakopoulos, R., 1998. Conditional Simulation Algorithms for Modelling Orebody Uncertainty in Open Pit Optimization, *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, vol. 12, no. 4, pp. 173-179.

Goovaerts, Pierre, 1997. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*, Oxford University Press, New York, 464p.

Gy, Pierre, 1979. *Sampling of Particulate Materials*, Elsevier, Amsterdam.

Gy, Pierre, 1982. *Sampling of Particulate Materials: Theory and Practice*. Elsevier, 2<sup>nd</sup> ed., Amsterdam.

Isaaks, Edward H., 1990. *The Application of Monte Carlo Methods to the Analysis of Spatially Correlated Data*, Ph.D. Thesis, Stanford University, USA, 213p.

Isaaks, Edward H., Srivastava Mohan R., 1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*, Oxford University Press, New York, 561p.

Journel, A.G., 1974. Geostatistics for Conditional Simulation of Ore Bodies, *Economic Geology*, vol. 69, no. 5, pp. 673-687.

Journel, A.G., 1986. Geostatistics: Models and Tools for the Earth Sciences, *Mathematical Geology*, vol. 18, no. 1, pp. 119-140.

Journel, A.G., 1988. Nonparametric Geostatistics for Risk and Additional Sampling assessment, in *Principles of Environmental Sampling*, American Chemical Society, New York, pp. 45-71.

Journel, A. G. and Huijbregts, Ch. J., 1978. *Mining Geostatistics*, Academic Press, London, 600 p.

Myers, Jeffrey C., 1996. *Geostatistical error management: quantifying uncertainty for environmental sampling and mapping*, Van Nostrand Reinhold, New York, 545p.

Pitard, F.F., 1993. *Pierre Gy's sampling theory and practice: Heterogeneity, Sampling Correctness and Statistical Process Control*, 2<sup>o</sup> ed. CRC Press: Boca Raton, FL.

Thompson, Steven K., 1992. *Sampling*, Wiley series in probability and mathematical statistics, New York, 321p.

Yamamoto, Jorge K., 1999. Quantification of Uncertainty in Ore-Reserve Estimation: Applications to Chapada Copper Deposit, State of Goiás, Brazil, *Natural Resources Research*, vol. 8, no. 2, pp. 153-163.

# Apêndice A

## Programas Addcol1 e Addcol\_plus

Os programas Addcol1 e Addcol\_plus foram criados para realizar os processos pós-simulação propostos. O programa Addcol1 calcula os índices de CV condicional e IEQ a partir dos arquivos gerados por meio da rotina *postsim* da GSLIB. Após o cálculo desses índices de incerteza para os blocos considerados, a classificação em quartis dos mesmos é realizada por meio do programa Addcol\_plus, por intermédio do usuário.

Ambos os programas foram escritos em linguagem C e são executados interativamente por meio do usuário. Os códigos fonte desses programas são apresentados a seguir:

### Programa Addcol1

```
/*
 * Addcol1.c - Transformacao de arquivo ASCII
 *
 * Autor: Gustavo G. Pilger
 *
 * 20/07/99 - 15:36
 *
 * Atualização em 01/09/99 - 16:38
 *
 * Mineral Exploration Research Unit
 * Mining Engineering Dept.
 * Federal University of Rio Grande do Sul
 *
 */
```

---

```

/*-----Inclusao das bibliotecas utilizadas no programa-----*/

#include <stdio.h>
#include <math.h>

/*-----Declaracao da funcao cabecalho-----*/

void cabe_box(char mat[15]);

/*##### Inicio da funcao principal #####*/

void main()

{
    char    par_arq1[500], par_arq2[500], par_arq3[500], par_arq4[500],
           dados_arq[500];

    float   x, y, z, media, var, stdev, cv, q_low, q_up, iqr;

    int     estarq1, i, j,w,q,p;

    FILE *a1;      /* arquivo 1 */
    FILE *a2;      /* arquivo 2 */
    FILE *a3;      /* arquivo 3 */
    FILE *a4;      /* arquivo 4 */
    FILE *fp1;     /* resultado */

/*-----chama a funcao cabecalho-----*/

cabe_box("Addcol.c");

/*-----READ DATA-----*/

    printf("\n  Input the data file 1 (media): ");
    scanf("%s", par_arq1);

    if((a1 = fopen(par_arq1, "r"))==NULL)
    {
        printf("The data file (%s) file could not be
        opened!!!\n\n",par_arq1);
        return;
    }

    printf("\n  Input the data file 2 (variance): ");
    scanf("%s", par_arq2);

    if((a2 = fopen(par_arq2, "r"))==NULL)
    {
        printf("The data file (%s) file could not be
        opened!!!\n\n",par_arq2);
        return;
    }

    printf("\n  Input the data file 3 q(0.25): ");
    scanf("%s", par_arq3);

    if((a3 = fopen(par_arq3, "r"))==NULL)

```

```

    {
        printf("The data file (%s) file could not be
        opened!!!\n\n",par_arq3);
        return;
    }

printf("\n  Input the data file 4 q(0.75): ");
scanf("%s", par_arq4);

if((a4 = fopen(par_arq4, "r"))==NULL)
{
    printf("The data file (%s) file could not be
    opened!!!\n\n",par_arq4);
    return;
}

printf("\n  output the data file: ");
scanf("%s", dados_arq);

if((fp1 = fopen(dados_arq, "w"))==NULL)
{
    printf("The output file (%s) file could not be
    opened!!!\n\n",dados_arq);
    return;
}

printf("\n*** AGUARDE!!! ***  ");

/*-----LER E REESCREVER OS DADOS-----*/

    estarq1=0;
    i=0;

    fprintf(fp1,"postsim\n");
    fprintf(fp1,"7\n");
    fprintf(fp1,"x\n");
    fprintf(fp1,"y\n");
    fprintf(fp1,"media\n");
    fprintf(fp1,"var\n");
    fprintf(fp1,"stdev\n");
    fprintf(fp1,"CV\n");
    fprintf(fp1,"IQR\n");

    while(estarq1 != EOF)

    {

        estarq1 = fscanf(a1,"%f %f %f %f",&x,&y,&z,&media);
            fscanf(a2,"%f",&var);
            fscanf(a3,"%f",&q_low);
            fscanf(a4,"%f",&q_up);

        if(estarq1 != EOF)
        {
            i++;

            if(var < 0)
            {
                stdev = -999;
                cv = -999;
                iqr = -999;
            }
        }
    }

```





```

    {
        printf(" *");
        printf("\n");
    }

for(r=1;r<=54; r++)

    {

        printf(" *");

    }

}

```

### Programa Addcol\_plus

```

/*****
*   Addcol_PLUS.c - Transformacao de arquivo ASCII
*
*   Autor: Gustavo G. Pilger
*
*   29/03/2000 - 11:32
*
*   Revisao do programa addcoll.c
*
*   Mineral Exploration Research Unit
*   Mining Engineering Dept.
*   Federal University of Rio Grande do Sul
*
*****/

/*-----Inclusao das bibliotecas utilizadas no programa-----*/

#include <stdio.h>
#include <math.h>

/*-----Declaracao da funcao cabecalho-----*/

void cabe_box(char mat[15]);

/*****# Inicio da funcao principal *****/

void main()

{
    char    par_arq1[500], par_arq2[500], par_arq3[500], par_arq4[500],
           dados_arq[500];

    float   x, y, z, media, var, stdev, cv, q_low, q_up, iqr;

    float   min_var, q25_var, mediana_var, q75_var, max_var;    /* VAR */
    float   min_cv, q25_cv, mediana_cv, q75_cv, max_cv;        /* CV */

```

```

float    min_iqr, q25_iqr, mediana_iqr, q75_iqr, max_iqr;    /* IQR */

int      estarq1, i, cat_var, cat_CV, cat_IQR,j;

FILE *a1;          /* arquivo 1 */
FILE *a2;          /* arquivo 2 */
FILE *a3;          /* arquivo 3 */
FILE *a4;          /* arquivo 4 */
FILE *fp1;         /* resultado */

/*-----chama a funcao cabecalho-----*/
cabe_box("addcol_PLUS.c");

/*-----READ DATA-----*/

printf("\n  Entre com o arquivo 1 (media): ");
scanf("%s", par_arq1);

if((a1 = fopen(par_arq1, "r"))==NULL)
{
    printf("O arquivo (%s) nao pode ser aberto!!!\n\n",par_arq1);
    return;
}

printf("\n  Entre com o arquivo 2 (variancia): ");
scanf("%s", par_arq2);

if((a2 = fopen(par_arq2, "r"))==NULL)
{
    printf("O arquivo (%s) nao pode ser aberto!!!\n\n",par_arq2);
    return;
}

printf("\n  Entre com o arquivo 3 q(0.25): ");
scanf("%s", par_arq3);

if((a3 = fopen(par_arq3, "r"))==NULL)
{
    printf("O arquivo (%s) nao pode ser aberto!!!\n\n",par_arq3);
    return;
}

printf("\n  Entre com o arquivo 4 q(0.75): ");
scanf("%s", par_arq4);

if((a4 = fopen(par_arq4, "r"))==NULL)
{
    printf("O arquivo (%s) nao pode ser aberto!!!\n\n",par_arq4);
    return;
}

printf("\n  Arquivo de saida: ");
scanf("%s", dados_arq);

if((fp1 = fopen(dados_arq, "w"))==NULL)
{

```

```
        printf("O arquivo de saida (%s) nao pode ser
        aberto!!!\n\n", dados_arq);
        return;
    }

    printf("\n  Quartis Variancia:");

    printf("\n  Min:  ");
    scanf("%f", &min_var);

    printf("\n  Q25:  ");
    scanf("%f", &q25_var);

    printf("\n  Mediana:  ");
    scanf("%f", &mediana_var);

    printf("\n  Q75:  ");
    scanf("%f", &q75_var);

    printf("\n  Max:  ");
    scanf("%f", &max_var);

    printf("\n\n  Quartis CV:");

    printf("\n  Min:  ");
    scanf("%f", &min_cv);

    printf("\n  Q25:  ");
    scanf("%f", &q25_cv);

    printf("\n  Mediana:  ");
    scanf("%f", &mediana_cv);

    printf("\n  Q75:  ");
    scanf("%f", &q75_cv);

    printf("\n  Max:  ");
    scanf("%f", &max_cv);

    printf("\n\n  Quartis IQR:");

    printf("\n  Min:  ");
    scanf("%f", &min_iqr);

    printf("\n  Q25:  ");
    scanf("%f", &q25_iqr);

    printf("\n  Mediana:  ");
    scanf("%f", &mediana_iqr);

    printf("\n  Q75:  ");
    scanf("%f", &q75_iqr);

    printf("\n  Max:  ");
    scanf("%f", &max_iqr);

    printf("\n*** AGUARDE!!! ***  ");
```

```

/*----- LER E REESCREVER OS DADOS-----*/

    estarq1=0;
    i=0;

    fprintf(fp1,"postsim\n");
    fprintf(fp1,"10\n");
    fprintf(fp1,"x\n");
    fprintf(fp1,"y\n");
    fprintf(fp1,"media\n");
    fprintf(fp1,"var\n");
    fprintf(fp1,"cat_var\n");
    fprintf(fp1,"stdev\n");
    fprintf(fp1,"CV\n");
    fprintf(fp1,"cat_CV\n");
    fprintf(fp1,"IQR\n");
    fprintf(fp1,"cat_IQR\n");

/*-----READ and write DATA-----*/

    while(estarq1 != EOF)

    {

        estarq1 = fscanf(a1,"%f %f %f %f",&x,&y,&z,&media);
                fscanf(a2,"%f",&var);
                fscanf(a3,"%f",&q_low);
                fscanf(a4,"%f",&q_up);

        if(estarq1 != EOF)
        {
            i++;

            if(var < 0)
            {
                stdev = -999;
                cv = -999;
                iqr = -999;
                cat_var=-1;
                cat_CV=-1;
                cat_IQR=-1;
            }
            else
            {
                stdev = sqrt(var);
                cv = stdev/media;
                iqr = q_up - q_low;

                if(var >= min_var && var < q25_var) /*ieq VAR*/
                {
                    cat_var=1;
                }

                else if (var >= q25_var && var < mediana_var)
                {
                    cat_var=2;
                }

                else if (var >= mediana_var && var < q75_var)
                {

```

---

```
        cat_var=3;
    }

    else if (var >= q75_var && var <= max_var)
    {
        cat_var=4;
    }

    if(cv >= min_cv && cv < q25_cv)    /*ieq CV*/
    {
        cat_CV=1;
    }

    else if (cv >= q25_cv && cv < mediana_cv)
    {
        cat_CV=2;
    }

    else if (cv >= mediana_cv && cv < q75_cv)
    {
        cat_CV=3;
    }

    else if (cv >= q75_cv && cv <= max_cv)
    {
        cat_CV=4;
    }

    if(iqr >= min_iqr && iqr < q25_iqr)    /*ieq IQR*/
    {
        cat_IQR=1;
    }

    else if (iqr >= q25_iqr && iqr < mediana_iqr)
    {
        cat_IQR=2;
    }

    else if (iqr >= mediana_iqr && iqr < q75_iqr)
    {
        cat_IQR=3;
    }

    else if (iqr >= q75_iqr && iqr <= max_iqr)
    {
        cat_IQR=4;
    }

}

fprintf(fp1, "%.2f %.2f %.4f %.4f %d %.4f %.4f %d %.4f %d\n", x, y,
media, var, cat_var, stdev, cv, cat_CV, iqr, cat_IQR);
    }
}

printf("\nNumero de Dados:%d",i);
```

---

```

    printf("\nConversao realizada com sucesso!!\n\n");

    fclose(a1);
    fclose(a2);
    fclose(a3);
    fclose(a4);
    fclose(fp1);

}

/*-----funcao cabecalho-----*/

void cabe_box(char mat[15])

{

int r, w;

    for(r=1; r<=54;r++)
    {
        printf("*");
    }

printf("\n");

    for(w=1; w<2; w++)

    {

        printf("*                               *");
        printf("\n");

    }

    printf("*                               %s                               *\n", mat);
    printf("*                               *\n");
    printf("* Gustavo Grangeiro Pilger                               *\n");
    printf("*                               *\n");
    printf("* Mineral Exploration Research Unit                               *\n");
    printf("* Mining Engineering Department                               *\n");
    printf("* Federal University of Rio Grande Do Sul                               *\n");
    printf("*                               *\n");
    printf("* Porto Alegre, 29 de Marco de 2000                               *\n");

for(w=1; w<2; w++)
    {
        printf("*                               *");
        printf("\n");
    }

for(r=1;r<=54; r++)

    {

        printf("*");

    }

}

```

# Apêndice B

## Programa Blocos\_plus

Esse programa foi implementado para confeccionar mapas de incerteza no *software* AutoCAD®. O Blocos\_plus é um programa criado para converter arquivos de saída, gerados pela GSLIB, em arquivos *scripts*. Os mapas gerados no AutoCAD® facilitam a classificação visual dos conjuntos de blocos mais erráticos, pois os recursos gráficos disponíveis nesse software permitem “trabalhar” melhor a imagem criada. A rotina Blocos\_plus foi programada para desenhar/escrever, no centróide de cada bloco, o valor do índice de incerteza atribuído. Ainda, essa rotina permite gerar os arquivos *scripts* para janelas preferenciais de interesse, diminuindo o tempo de processo e armazenamento dos arquivos gerados. Essa rotina, escrita em linguagem C, é apresentada a seguir.

```
/*
*   Blocos_PLUS.c - Transformacao de arquivo ASCII
*
*   Autor: Gustavo G. Pilger
*
*   30/03/2000 - 14:29
*
*   Atualizacao de Blocos.c: VERSAO 4.1
*   CONVERSOR .OUT-GSLIB -> .SCR-ACAD
*
*   Mineral Exploration Research Unit
*   Mining Engineering Dept.
*   Federal University of Rio Grande do Sul
*****/
```



```

#include <stdio.h>
/*-----Declaracao da funcao cabecalho-----*/

void cabe_box(char mat[15]);

/*##### Inicio da funcao principal #####*/

void main()

{
    FILE *geo;
    FILE *scr;
    FILE *varfile;
    FILE *cvfile;
    FILE *iqrfile;

    char    nomegrd[30],nomescr[50], nomevar[50], nomecv[50],
           nomeiqr[50], lixo[50][50];
    int     cat_var, cat_CV, cat_IQR, op=0, coord, j;
    int     estarq=0;
    float   x,y, xmin, ymin, xmax, ymax;
    float   media,var,stdev,cv,iqr;

/*-----chama a funcao cabecalho-----*/

cabe_box("Blocos_PLUS.c");

/*--- -----READ DATA-----*/

    printf("\n    Opcoes: ");          /* ESCOLHA DO INDICE DE INCERTEZA */
    printf("\n        Var cond.:          1");
    printf("\n        CV:                          2");
    printf("\n        IQR:                          3");
    printf("\n        Var cond., CV e IQR:          4\n");
    printf("\n    Opcao:          ");
    scanf("%d", &op);

    if(op < 1 || op > 4)
    {
        printf("\n\n*** OPCAO INVALIDA ***\n\n");
        return;
    }

    printf("\n    Nome do arquivo : ");
    fflush(stdin);
    scanf("%s",nomegrd);
    if((geo = fopen(nomegrd, "r"))==NULL)
    {
        printf("O arquivo (%s) nao pode ser aberto!!!\n\n",nomegrd);
        return;
    }

    if(op == 4)
    {
        printf("\n    Nome do arquivo script de var cond. (.scr): ");
        fflush(stdin);
        scanf("%s",nomevar);
    }

```

---

```
printf("\n Nome do arquivo script de CV (.scr): ");
fflush(stdin);
scanf("%s", nomecv);

printf("\n Nome do arquivo script de IQR (.scr): ");
fflush(stdin);
scanf("%s", nomeiqr);
}

else
{
printf("\n Nome do arquivo script ACAD (.scr): ");
fflush(stdin);
scanf("%s", nomescr);
}

printf("\n Limites de coordenadas: "); /*LIMITES DE COORDENADAS*/
printf("\n Nao: 0");
printf("\n Sim: 1\n");
printf("\n Opcao: ");
scanf("%d", &coord);

if(coord == 0)
{
xmin=0;
ymin=0;
xmax=1000000;
ymax=1000000;
}
else if(coord < 0 || coord > 1)
{
printf("\n\n*** OPCAO INVALIDA ***\n\n");
return;
}

else if (coord == 1)
{
printf("\n x min: ");
scanf("%f", &xmin);

printf("\n y min: ");
scanf("%f", &ymin);

printf("\n x max: ");
scanf("%f", &xmax);

printf("\n y max: ");
scanf("%f", &ymax);
}

else
{
printf("\n\n*** OPCAO INVALIDA ***\n\n");
return;
}

printf("\n\n... AGUARDE, CRIANDO O ARQUIVO SCRIPT ... \n");
```

---

```

/* abre os arquivos scr e grd */

    scr=fopen(nomescr,"w");
    geo=fopen(nomegrd,"r");
    varfile=fopen(nomevar,"w");
    cvfile=fopen(nomecv,"w");
    iqrfile=fopen(nomeiqr,"w");

/*-----LE O CABECALHO-----*/

for (j=0; j<12; j++) fscanf(geo, "%s", lixo[j]);

/*-----READ and write DATA-----*/

    while (estaraq != EOF)
    {
        estaraq = fscanf(geo,"%f %f %f %f %d %f %f %d %f %d",
&x,&y,&media,&var,&cat_var,&stdev,&cv,&cat_CV,&iqr,&cat_IQR);

        if(x >= xmin && x <= xmax)
        {
            if(y >= ymin && y <= ymax)
            {

                if(media!=-999)
                {
                    if(op==1)
                    {
                        if(cat_var==1) /*intervalos entre quartis*/
                        {
                            fprintf(scr,"layer set bloco1\n");
                            fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
                            fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,var);
                        }

                        else if(cat_var==2) /*intervalos entre quartis*/
                        {
                            fprintf(scr,"layer set bloco2\n");
                            fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
                            fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,var);
                        }

                        else if (cat_var==3)
                        {
                            fprintf(scr,"layer set bloco3\n");
                            fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
                            fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,var);
                        }

                        else
                        {
                            fprintf(scr,"layer set bloco4\n");
                            fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);

```

```
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,var);
    }
}

else if(op==2)
{
    if(cat_CV==1) /*intervalos entre quartis*/
    {
        fprintf(scr,"layer set bloco1\n");
        fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,cv);
    }

    else if(cat_CV==2) /*intervalos entre quartis*/
    {
        fprintf(scr,"layer set bloco2\n");
        fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,cv);
    }

    else if (cat_CV==3)
    {
        fprintf(scr,"layer set bloco3\n");
        fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,cv);
    }

    else
    {
        fprintf(scr,"layer set bloco4\n");
        fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,cv);
    }
}

else if(op==3)
{
    if(cat_IQR==1) /*intervalos entre quartis*/
    {
        fprintf(scr,"layer set bloco1\n");
        fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,iqr);
    }

    else if(cat_IQR==2) /*intervalos entre quartis*/
    {
        fprintf(scr,"layer set bloco2\n");
        fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,iqr);
    }

    else if (cat_IQR==3)
    {
        fprintf(scr,"layer set bloco3\n");
        fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,iqr);
    }
}
```

```

    }

    else
    {
        fprintf(scr,"layer set bloco4\n");
        fprintf(scr," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(scr,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,iqr);
    }
}

else
{
    if(cat_var==1) /*intervalos entre quartis*/
    {
        fprintf(varfile,"layer set bloco1\n");
        fprintf(varfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(varfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,var);
    }
    else if(cat_var==2) /*intervalos entre quartis*/
    {
        fprintf(varfile,"layer set bloco2\n");
        fprintf(varfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(varfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,var);
    }
    else if (cat_var==3)
    {
        fprintf(varfile,"layer set bloco3\n");
        fprintf(varfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(varfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,var);
    }
    else
    {
        fprintf(varfile,"layer set bloco4\n");
        fprintf(varfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(varfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,var);
    }

    if(cat_CV==1)
    {
        fprintf(cvfile,"layer set bloco1\n");
        fprintf(cvfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(cvfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,cv);
    }
    else if(cat_CV==2)
    {
        fprintf(cvfile,"layer set bloco2\n");
        fprintf(cvfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(cvfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,cv);
    }
    else if(cat_CV==3)
    {
        fprintf(cvfile,"layer set bloco3\n");
        fprintf(cvfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
    }
}

```

```

        fprintf(cvfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,cv);
    }
    else
    {
        fprintf(cvfile,"layer set bloco4\n");
        fprintf(cvfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(cvfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,cv);
    }

    if(cat_IQR==1)
    {
        fprintf(iqrfile,"layer set bloco1\n");
        fprintf(iqrfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(iqrfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,iqr);
    }
    else if(cat_IQR==2)
    {
        fprintf(iqrfile,"layer set bloco2\n");
        fprintf(iqrfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(iqrfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,iqr);
    }
    else if(cat_IQR==3)
    {
        fprintf(iqrfile,"layer set bloco3\n");
        fprintf(iqrfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(iqrfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,iqr);
    }
    else
    {
        fprintf(iqrfile,"layer set bloco4\n");
        fprintf(iqrfile," _rectang %f,%f %f,%f\n",x-4.9,
        y-2.4,x+4.9,y+2.4);
        fprintf(iqrfile,"text c %f,%f 1 0 %.4f\n",x,y,iqr);
    }

    }

    } /* fecha if(media!=-999) */

    } /* fecha if coordenadas Y */
    } /* fecha if coordenadas X */

} /* fecha while*/

fclose(geo);
fclose(scr);
fclose(varfile);
fclose(cvfile);
fclose(iqrfile);

printf("\n ***** Conversao Completa! *****\n\n");

}

```

```
/*-----funcao cabecalho-----*/
void cabe_box(char mat[15])
{
    int r, w;

    for(r=1; r<=54;r++)
    {
        printf("*");
    }

    printf("\n");

    for(w=1; w<2; w++)
    {
        printf("*                               *");
        printf("\n");
    }

    printf("                %s                *\n", mat);
    printf("                *\n");
    printf(" Gustavo Grangeiro Pilger                *\n");
    printf("                *\n");
    printf(" Mineral Exploration Research Unit        *\n");
    printf(" Mining Engineering Department            *\n");
    printf(" Federal University of Rio Grande Do Sul  *\n");
    printf("                *\n");
    printf(" Porto Alegre, 30 de Marco de 2000        *\n");

    for(w=1; w<2; w++)
    {
        printf("*                               *");
        printf("\n");
    }

    for(r=1;r<=54; r++)
    {
        printf("*");
    }
}
```

# Apêndice C

## Programa Mmove1

O programa Mmove1 foi criado para realizar o cálculo das médias locais dos índices de incerteza em janelas dimensionadas pelo usuário. Essa rotina foi implementada para a avaliação da contribuição local de redução da incerteza.

Assim como os demais programas apresentados nessa dissertação, a rotina mmove1 é executada interativamente. O usuário informa o nome do arquivo no qual estão contidas as informações dos índices de incerteza e determina o centro e o raio da janela (Figura 4.25). O código fonte desse programa, escrito em linguagem C, é apresentado a seguir.

```
/* **** */
*      Mmove1.c - Calculo da media por janelas                                *
*                                                                                   *
*      Autor: Gustavo G. Pilger                                                 *
*                                                                                   *
*      18/05/2000 - 18:32                                                       *
*                                                                                   *
*      Mineral Exploration Research Unit                                         *
*      Mining Engineering Dept.                                                 *
*      Federal University of Rio Grande do Sul                                   *
* **** */

/*-----Inclusao das bibliotecas utilizadas no programa-----*/

#include <stdio.h>
#include <math.h>

/*-----Declaracao da funcao cabecalho-----*/

void cabe_box(char mat[15]);
```



```

/*##### Início da função principal #####*/

void main()

{
    char    par_arq1[500], dados_arq[500];

    char    lixo[15][15];

    float   x, y, media, var, stdev, cv, iqr, raio;
    float   xmin, ymin, xmax, ymax, xc, yc;
    float   mvar, mcv, miqr, somavar, somacv, somaiqr;

    int     estarq1, i, q, cat_var, cat_CV, cat_IQR, j;

    FILE *a1;      /* arquivo entrada */

/*-----chama a função cabeçalho-----*/
cabe_box("Mmovel.c");

/*-----READ DATA-----*/

    printf("\n    Entre com o arquivo: ");
    scanf("%s", par_arq1);

    if((a1 = fopen(par_arq1, "r"))==NULL)
    {
        printf("O arquivo (%s) não pode ser aberto!!!\n\n", par_arq1);
        return;
    }

    printf("\n    Mmovel: cálculo de média móvel\n");

    printf("\n    Informe o raio: ");
    scanf("%f", &raio);

    printf("\n    Informe as coordenadas do ponto central: ");
    printf("\n        x: ");
    scanf("%f", &xc);
    printf("\n        y: ");
    scanf("%f", &yc);

    printf("\n*** AGUARDE!!! *** ");

/*-----LE O CABECALHO-----*/

    for (j=0; j<9; j++) fscanf(a1, "%s", lixo[j]);

/*-----READ and write DATA-----*/

    estarq1=0;
    i=0;
    q=0;

    somavar = 0;

```

---

```

    somacv = 0;
    somaiqr = 0;

    xmin = xc - raio;
    ymin = yc - raio;
    xmax = xc + raio;
    ymax = yc + raio;

    while(estarq1 != EOF)

    {

    estarq1 = fscanf(a1,"%f %f %f %f %f %f %f",
    &x,&y,&media,&var,&stdev,&cv,&iqr);

        if(x >= xmin && x <= xmax)
            {
                if(y >= ymin && y <= ymax)
                    {

                        i++;

                        somavar += var;
                        somacv += cv;
                        somaiqr += iqr;

                    }
            }

        }

    q=i-1;

    mvar = somavar/i;
    mcv = somacv/i;
    miqr = somaiqr/i;

    printf("\n\nNumero de blocos: %d\n\n",i);
    printf("Media variancia: %.4f\n", mvar);
    printf("Media cv: %.4f\n", mcv);
    printf("Media iqr: %.4f\n\n", miqr);

    fclose(a1);

}

/*-----funcao cabecalho-----*/

void cabe_box(char mat[15])

{

int r, w;

for(r=1; r<=54;r++)
    {
        printf("*");
    }
}

```

---

```
printf("\n");

for(w=1; w<2; w++)
{
    printf("*                               *");
    printf("\n");
}

printf("                %s                *\n", mat);
printf("                *\n");
printf("* Gustavo Grangeiro Pilger          *\n");
printf("*                *\n");
printf("* Mineral Exploration Research Unit     *\n");
printf("* Mining Engineering Department         *\n");
printf("* Federal University of Rio Grande Do Sul *\n");
printf("*                *\n");
printf("* Porto Alegre, 18 de Maio de 2000      *\n");

for(w=1; w<2; w++)
{
    printf("*                               *");
    printf("\n");
}

for(r=1;r<=54; r++)
{
    printf("*");
}
}
```