Em 1706, John Machin provou que

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$

e, a partir daí, usando a série de Gregory $\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$ obteve os 100 primeiros algarismos da expansão decimal de π. Vários outros matemáticos, entre eles Newton, Simson e Euler, empregaram métodos semelhantes para obter aproximações de π com várias casas corretas.

Essa abordagem se mantém atual, apesar de vários outros métodos terem sido desenvolvidos para obter boas aproximações de π. Em 2002, Kanada obteve uma aproximação de π com mais de 1 trilhão de casas corretas, a partir das igualdades

$$\frac{\pi}{4} = 44 \arctan \frac{1}{57} + 7 \arctan \frac{1}{239} - 12 \arctan \frac{1}{682} + 24 \arctan \frac{1}{12943}$$

e

$$\frac{\pi}{4} = 12 \arctan \frac{1}{49} + 32 \arctan \frac{1}{57} - 5 \arctan \frac{1}{239} + 12 \arctan \frac{1}{110443} .$$

O objetivo de presente trabalho é o de estudar a ligação dessas identidades de tipo arco-tangente para π com o anel $\mathbb{Z}[i]$ dos inteiros gaussianos. Em particular, estudamos como essas identidades podem ser descobertas e provadas.