Vínculos Magnéticos na Equação de Estado de Estrelas de Nêutrons

TARSO HENZ FRANARIN, CESAR A. Z. VASCONCELLOS
Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Introdução

Estrelas compactas são o ponto final da evoulção estelar. Dependendo de suas características, são classificadas como anãs brancas, estrelas de nêutrons ou buracos negros. Estrelas de nêutrons são estados ligados de muitos corpos (bárions, mésons e léptons) em equilíbrio hidrostático, isto é, deve haver um balanço entre a força da gravidade, a força nuclear e a pressão de degenerescência. Nas últimas décadas, o estudo de campos magnéticos intensos em estrelas de nêutrons tomou grande importância. Com o surgimento de novas e mais precisas observações, esse tipo de investigação introduz novos vínculos aos modelos existentes para esses objetos. Neste trabalho, apresentamos o Modelo de Walecka, um modelo efetivo para a matéria nuclear em que os núcleons interagem através da troca de mésons escalares e vetoriais. Por fim, discutimos a introdução de um campo magnético uniforme no modelo e seus efeitos, através da compilação de resultados de pesquisas nesse campo.

Modelo de Walecka

Nesse modelo, não são considerados os graus internos de liberdade dos núcleons, que interagem entre si através da troca de mésons escalares e vetoriais. Os mésons escalares simulam a atração nuclear de longo alcance enquanto os mésons vetoriais simulam a repulsão nuclear de curto alcance. O modelo possui duas constantes de acoplamento, determinadas de modo que a teoria possa reproduzir a energia de ligação do núcleo e sua densidade de saturação.

A densidade lagrangiana do Modelo de Walecka é

$$\begin{aligned}\mathcal{L} =&\bar{\psi}\left[\gamma_\mu(i\partial^\mu - g_\omega\omega^\mu) - (m - g_\sigma\sigma)\right]\psi \\ &+ \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) + \frac{1}{2}\Big(- \frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu\Big),\end{aligned} \tag{1}$$

onde $\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu$. Na construção dessa densidade lagrangiana, foi considerado que

- os núcleons são representados pelo lagrangiano de Dirac (porque são férmions), pelo campo ψ e têm massa m;
- o méson escalar σ é representado pelo lagrangiano de Klein-Gordon (porque é um bóson de spin nulo), pelo campo σ e tem massa m_σ;
- o méson vetorial ω é representado pelo lagrangiano de Proca (porque é um bóson vetorial), pelo campo ω^μ e tem massa m_ω;
- o méson escalar se acopla à densidade escalar dos bárions através de $g_\sigma\bar{\psi}\psi\sigma$;
- o méson vetorial se acopla à corrente de bárions através de $g_\omega\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\omega^\mu$.

Com isso em mãos, os próximos passos foram calcular as equações de campo através da equação de Euler-Lagrange, aplicar a aproximação de campo médio, construir o tensor energia-momentum e calcular a equação de estado da matéria nuclear, obtendo

$$\begin{aligned}p = &\frac{1}{2}\frac{g_\omega^2\rho_B^2}{m_\omega^2} - \frac{1}{2}\frac{m_\sigma^2}{g_\sigma^2}(m - m^*)^2 + \frac{1}{3}\frac{\gamma}{2\pi^2}\Big[\Big(\frac{1}{4}k_F^3 - \frac{3}{8}(m^*)^2k_F\Big)\sqrt{(m^*)^2 + k_F^2} \\ &+ \frac{3}{8}(m^*)^4\ln\frac{k_F + \sqrt{(m^*)^2 + k_F^2}}{m^*}\Big]\end{aligned} \tag{2}$$

e

$$\begin{aligned}\varepsilon = &\frac{1}{2}\frac{m_\sigma^2}{g_\sigma^2}(m - m^*)^2 + \frac{1}{2}\frac{g_\omega^2\rho_B^2}{m_\omega^2} + \frac{\gamma}{2\pi^2}\Bigg[\Big(\frac{1}{8}(m^*)^2k_F + \frac{1}{4}k_F^3\Big)\sqrt{(m^*)^2 + k_F^2} \\ &- \frac{1}{8}(m^*)^4\ln\frac{k_F + \sqrt{(m^*)^2 + k_F^2}}{m^*}\Bigg],\end{aligned} \tag{3}$$

onde k_F é uma função da densidade bariônica ρ_B através de

$$k_F = \left(\frac{6\pi^2}{\gamma}\rho_B\right)^{1/3}. \tag{4}$$

As equações (2) e (3) fornecem a equação de estado na forma paramétrica $p(\rho_B)$ e $\varepsilon(\rho_B)$. É necessário ainda determinar a massa efetiva m^*. Obtivemos a seguinte expressão para a massa efetiva:

$$m^* = m - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2}\frac{\gamma m^*}{4\pi^2}\left[k_F\sqrt{(m^*)^2 + k_F^2} - (m^*)^2\ln\frac{k_F + \sqrt{(m^*)^2 + k_F^2}}{m^*}\right]. \tag{5}$$

Por fim, calculamos numericamente as constantes de acoplamento do Modelo de Walecka, obtendo

$$\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} = 14.02fm^2 \tag{6}$$

e

$$\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} = 10.54fm^2. \tag{7}$$

Extensões

O Modelo de Walecka é bem sucedido em descrever aspectos importantes da interação nuclear, como, por exemplo, seu caráter de saturação. Apesar disso, o modelo apresenta deficiências como prever um valor baixo para a massa efetiva na saturação e alto para a incompressibilidade. Sendo assim, diferentes extensões têm sido propostas ao Modelo de Walecka para obter melhores resultados na descrição da matéria nuclear. Algumas delas são:

- Inclusão do méson ϱ para descrever a energia de simetria de isospin. Esse méson, representado pelo campo $\boldsymbol{\varrho}^\mu$, acopla-se à corrente de isospin do núcleons, $\frac{1}{2}\bar{\psi}\boldsymbol{\tau}\psi$, e a intensidade do acoplamento é parametrizada pela constante g_ϱ.
- Inclusão do octeto bariônico, pois, em altas densidades bariônicas, a conversão de núcleons em híperons torna-se favorável.
- Inclusão de léptons, como elétrons e múons.

Vínculos Magnéticos

Na presença de um campo magnético, o comportamento da equação de estado é significativamente alterado devido à quantização de Landau e à interação do campo magnético com os momentos magnéticos dos núcleons. A densidade lagrangiana (1) pode ser reescrita para incluir o campo magnético e as extensões propostas anteriormente como

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &\sum_B\bar{\psi}_B\Big[\gamma_\mu\Big(i\partial^\mu + q_BA^\mu - g_{\omega B}\omega^\mu - \frac{1}{2}g_{\varrho B}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\varrho}^\mu\Big) \\ &- (m_B - g_{\sigma B}\sigma + \kappa_B\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu})\Big]\psi_B \\ &+ \sum_l\bar{\psi}_l[\gamma_\mu(i\partial^\mu + q_lA^\mu) - m_l]\psi_l \\ &+ \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) + \frac{1}{2}\Big(- \frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu\Big) \\ &+ \frac{1}{2}\Big(- \frac{1}{2}\boldsymbol{\varrho}_{\mu\nu}\cdot\boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu} + m_\varrho^2\boldsymbol{\varrho}_\mu\cdot\boldsymbol{\varrho}^\mu\Big) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}.\end{aligned} \tag{8}$$

A densidade lagrangiana acima inclui o octeto bariônico fundamental (p, n, Λ, Σ^+, Σ^0, Σ^-, Ξ^-, Ξ^0), acoplado por três mésons (σ, ω, ϱ), e dois léptons livres (e, μ). As constantes de acoplamento, g_σ e g_ω, são determinadas a partir das propriedades da matéria nuclear na saturação. Já a constante de acoplamento g_ϱ é determinada a partir do coeficiente de assimetria a_A da fórmula semi-empírica de massa. Os momentos magnéticos anômalos são introduzidos através do acoplamento entre os bárions e o tensor eletromagnético com $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ e intensidade κ_B.

Aplicando as técnicas desenvolvidas para o Modelo de Walecka à densidade lagrangiana (8), pode-se encontrar expressões para a pressão e densidade de energia do sistema e, consequentemente, sua equação de estado. Os cálculos, porém, são mais complexos que os do Modelo de Walecka e, por isso, fogem do escopo deste trabalho. Nos limitamos a discutir resultados qualitativos obtidos na literatura.

Entre muitos resultados obtidos nesta área, destacamos:

- **Endurecimento da equação de estado** [1]. A quantização de Landau suaviza a equação de estado. Entretanto o endurecimento devido à interação do campo magnético com os momentos magnéticos dos núcleons se sobrepõe, de forma que a equação de estado fica mais rígida do que na ausência de campo magnético.
- **Anisotropia da pressão** [2]. Há uma anisotropia entre as pressões nas direções paralela e perpendicular ao campo magnético, sendo a pressão na direção paralela muito maior. Assim, uma estrela de neutrôns magnetizada deve possuir um formato alargado na direção do campo magnético e, quanto mais intenso for o campo, mais alargado será o objeto.
- **Relevância dos efeitos magnéticos** [3]. Para campos magnéticos com intensidade entre $10^{15}G - 10^{18}G$, as propriedades da matéria nuclear são similares àquelas na ausência de campo magnético. Apenas para $B > 10^{19}G$ os efeitos relativos aos momentos magnéticos tornam-se importantes.

Conclusões

Descrevemos, neste trabalho, através do Modelo de Walecka, as técnicas básicas utilizadas na modelagem de estrelas de nêutrons. A inclusão do campo magnético na densidade lagrangiana é direta, porém os cálculos são complexos, não sendo, portanto, desenvolvidos aqui. Como vimos, há estudos já realizados envolvendo efeitos de campos magnéticos intensos em estrelas de nêutrons. Entre seus resultados, destacamos que o campo magnético interfere nas equações de estado desde que seja muito intenso. O efeito mais importante é o endurecimento da equação de estado devido à interação do campo magnético com os momentos magnéticos das partículas do sistema, proporcionando massas máximas maiores em comparação às predições realizadas na ausência de magnetização estelar. Como possíveis próximos passos de nosso trabalho, temos

- Aplicar as técnicas desenvolvidas para o Modelo de Walecka à densidade lagrangiana (8) a fim de encontrar expressões para a pressão e densidade de energia do sistema e, consequentemente, sua equação de estado.
- Integrar numericamente a equação de Tolman–Oppenheimer–Volkoff com a equação de estado obtida para determinar propiedades das estrelas de nêutrons como a massa máxima.
- Utilizar também outros modelos que possuem extensões adicionais ao Modelo de Walecka como, por exemplo, o Modelo de Boguta-Bodmer ou o Modelo Ajustável.

Referências

[1] BRODERICK, A.; PRAKASH, M.; LATTIMER, J. M. The Equation of State of Neutron Star Matter in Strong Magnetic Fields. *The Astrophysical Journal*, v. 537, p. 351-367, 2000.

[2] MARTINEZ, A. P.; ROJAS, H. P.; CUESTA, J. M. Magnetic collapse of a neutron gas: Can magnetars indeed be formed? *European Physical Journal C*, v. 29, p. 111-123, 2003.

[3] WEI, F. X.; MAO, G. J.; KO, C. M.; KISSLINGER, L. S.; STOECKER H.; GREINER, W. Effect of isovector-scalar meson on neutron star matter in strong magnetic fields. *Journal of Physics G*, v. 32, 2006.