

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,
Metalúrgica e de Materiais (PPGEM)

**INCORPORAÇÃO DA VARIABILIDADE DOS TEORES PARA ANÁLISE DE
RISCO DE RECURSOS MINERAIS E SEQUENCIAMENTO DE LAVRA**

Cássio Diedrich

Dissertação para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre

2012

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,
Metalúrgica e de Materiais (PPGEM)

**INCORPORAÇÃO DA VARIABILIDADE DOS TEORES PARA ANÁLISE DE
RISCO DE RECURSOS MINERAIS E SEQUENCIAMENTO DE LAVRA**

Cássio Diedrich
Engenheiro de Minas

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e dos Materiais – PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Tecnologia Mineral

Porto Alegre

2012

Essa dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Banca Examinadora:

Dr. Diniz Tamantini Ribeiro

Prof. Dr. Luis Eduardo de Souza

Prof. Dr. Rodrigo de Lemos Peroni

Prof. Dr. Telmo Roberto Strohaecker
Coordenador do PPGEM

À minha família,
principalmente Roberta e Manuela

AGRADECIMENTOS

A todos que colaboraram direta ou indiretamente na execução e elaboração desse trabalho, o meu reconhecimento.

Ao professor e amigo, João Felipe Coimbra Leite Costa, pela exímia dedicação, conselhos e amizade durante esses anos de convivência e aprendizado.

A todos os colegas de laboratório LPM pela grande amizade, convivência e pelas colaborações prestadas.

À empresa Vale S/A pelo apoio na realização desse trabalho.

Aos amigos e colegas de trabalho, Benevides Aires Filho e Wellington Fabiano de Paula, pela amizade e apoio prestado.

Aos amigos de Carajás/PA pela convivência e experiência compartilhada.

À minha cunhada, Daiana Campani de Castilhos, pela valiosa colaboração gramatical.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1. META	18
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
1.3. METODOLOGIA	20
1.4. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	21
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	23
2.1. ESTIMATIVAS E MODELOS DE INCERTEZA DE TEORES	24
2.1.1. <i>Simulação Geoestatística na Mineração</i>	30
2.2. OTIMIZAÇÃO DE CAVA.....	33
2.3. SEQUENCIAMENTO DE LAVRA.....	35
2.3.1. <i>Sequenciamento de Lavra Estocástico</i>	39
2.4. RECONCILIAÇÃO	42
2.4.1. <i>Falhas Recentes na Indústria de Mineração</i>	44
2.4.2. <i>Reservas Recuperáveis</i>	45
3. DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA POR SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA	48
3.1. MEDIDAS DE INCERTEZA E DISPERSÃO.....	48
3.1.1. <i>Variância Condicional</i>	49
3.1.2. <i>Coefficiente de Variação Condicional</i>	49
3.1.3. <i>Intervalo Entre Quartil Condicional</i>	50
3.1.4. <i>Intervalo de Probabilidade e Confiança</i>	50
3.2. MODELO DE FUNÇÃO ALEATÓRIA (RF)	51
3.2.1. <i>Variáveis Aleatórias Contínuas</i>	52
3.2.2. <i>Funções Aleatórias Estacionárias e Ergódicas</i>	52
3.2.3. <i>Simulação Estocástica</i>	55
3.3. FUNÇÃO ALEATÓRIA GAUSSIANA	56
3.4. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL CONDICIONAL	57
3.4.1. <i>Condicionamento por Krigagem</i>	59
3.4.2. <i>Simulação Sequencial Gaussiana</i>	60
3.4.3. <i>Simulação Sequencial dos Indicadores</i>	61
3.4.4. <i>Simulação por Bandas Rotativas</i>	62
4. PLANEJAMENTO DE LAVRA E INCERTEZA GEOLÓGICA.....	65
4.1. PLANEJAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LAVRA A CÉU ABERTO.....	65
4.1.1. <i>Otimização de Cava a Céu Aberto - Conceito</i>	66
4.1.2. <i>Otimização de Cava a Céu Aberto - Teor de Corte e Função-Benefício</i>	71
4.1.3. <i>Sequenciamento Estocástico de Lavra a Céu Aberto</i>	74
4.2. FORMULAÇÃO PARA O GERENCIAMENTO E MINIMIZAÇÃO DO RISCO (FUNÇÃO-OBJETIVO).....	76
4.3. SIMULAÇÃO ANNEALING	78
4.3.1. <i>Mecanismo de Perturbação</i>	79
4.3.2. <i>Função-Objetivo e Simulação Annealing</i>	81
5. QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA DE TEORES NO DEPÓSITO SEQUEIRINHO	85
5.1. VISÃO GERAL DO COMPLEXO SOSSEGO	86
5.1.1. <i>Geologia Regional</i>	87

5.1.2.	<i>Geologia Local</i>	89
5.1.3.	<i>Modelo de Recursos Minerais - Sequeirinho</i>	90
5.1.4.	<i>Modelo de Recursos - Curto Prazo</i>	93
5.2.	SIMULAÇÃO CONDICIONAL NO MODELO DE RECURSOS DO DEPÓSITO SEQUEIRINHO	95
5.2.1.	<i>Introdução</i>	95
5.2.2.	<i>Análise dos Dados</i>	96
5.2.2.1.	Domínio Estatístico e Estatística Univariada	96
5.2.2.2.	Normalização dos Dados.....	98
5.2.2.2.1.	Variável Original para Variável Gaussiana.....	98
5.2.2.3.	Verificação da Multinormalidade (Binormalidade)	100
5.2.2.4.	Análise de Continuidade Espacial.....	101
5.2.3.	<i>Simulação Condicional dos Teores de Cobre no Depósito Sequeirinho</i>	102
5.2.4.	<i>Validação das Simulações Condicionais</i>	103
5.3.	INCERTEZA DOS TEORES E RECURSOS MINERAIS	106
5.3.1.	<i>Recursos Minerais - Sequeirinho</i>	107
5.3.2.	<i>Incerteza dos Teores e Classificação</i>	109
5.3.3.	<i>Incerteza dos Teores e Reconciliação</i>	115
5.4.	COMENTÁRIOS FINAIS	122
6.	ANÁLISE DE RISCO DE LONGO PRAZO E NO SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO DA MINA SEQUEIRINHO	125
6.1.	SEQUENCIAMENTO DE LAVRA	125
6.1.1.	<i>Otimização de Cava</i>	126
6.1.1.1.	Processo de Otimização	127
6.2.	RESULTADOS E ANÁLISE DE RISCO	127
6.3.	SEQUENCIAMENTO DE LAVRA OPERACIONAL COM RISCO ASSOCIADO 133	
6.3.1.	<i>Otimização usando Simulação Annealing</i>	134
6.3.2.	<i>Sequenciamento de Lavra Estocástico Operacional</i>	138
6.3.2.1.	<i>Pushback 1</i>	140
6.3.2.2.	<i>Pushback 2</i>	141
6.3.2.3.	<i>Pushback 3</i>	142
6.3.2.4.	<i>Pushback 4</i>	143
6.3.2.5.	<i>Pushback 5</i>	144
6.3.2.6.	<i>Pushback 6</i>	145
6.3.2.7.	<i>Pushback 7</i>	146
6.3.2.8.	<i>Pushback 8</i>	147
6.3.2.9.	<i>Pushback 9</i>	148
6.3.2.10.	<i>Pushback 10</i>	149
6.3.2.11.	<i>Pushback 11</i>	150
6.3.2.12.	<i>Pushback 12</i>	151
6.3.3.	<i>Análise dos Resultados</i>	152
6.3.3.1.	Sequenciamento da Produção.....	152
6.3.3.2.	Análise de Risco.....	159
6.3.3.3.	Análise Financeira.....	164
6.4.	COMENTÁRIOS FINAIS	167
7.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	169
7.1.	CONCLUSÕES	169
7.2.	RECOMENDAÇÕES	172

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS174

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Modelagem da incerteza de concentrações de Cd nos locais $u'1$ e $u'2$	26
Figura 2.2: Distribuições de probabilidade local referentes aos valores de Cd	26
Figura 2.3: Instalação de cabo submarino: (a) Pesquisa do fundo oceânico (dados de profundidade) com espaçamento de 100m; (b) Estimativa por krigagem do comprimento do fundo oceânico; (c) Pesquisa contínua do comprimento do fundo oceânico (cenário real); (d) Simulação condicional baseado nos dados espaçados 100m, e o cenário real. Adaptado de Alfaro (1979).....	31
Figura 2.4: Desvio das metas de produção de teores através da estimativa dos teores para 23 depósitos minerais australianos de ouro.	44
Figura 2.5: Representação bidimensional da situação geral na estimativa de inventário mineral.....	46
Figura 3.1: O princípio das bandas rotativas em 2D (extraído de Chilès & Delfiner,1999). ...	62
Figura 3.2: Cálculo do ponto simulado pelo princípio das bandas rotativas em 2D (extraído de Souza, 2007).	64
Figura 4.1: Corpo de minério típico com limite de cava matemática.....	66
Figura 4.2: Representação esquemática de uma série de cavas aninhadas calculadas a partir de uma série de valores de <i>commodity</i>	67
Figura 4.3: Representação esquemática do pior caso de sequenciamento de lavra.....	68
Figura 4.4: Representação esquemática do melhor caso de sequenciamento de lavra.....	70
Figura 4.5: Representação esquemática 2D de um bloco candidato com possibilidade de assumir outra classe de risco menor, definidas pela imagem de treinamento.	80
Figura 4.6: Representação dos 26 blocos conectados a um bloco qualquer.....	81
Figura 5.1: Mapa de localização do Complexo Mineiro Sossego.	86
Figura 5.2: Vista aérea da cava a céu aberto Sequeirinho.	87
Figura 5.3: Mapa simplificado da Província Mineral de Carajás.	89
Figura 5.4: Perfil esquemático do corpo Sequeirinho mostrando as distribuições das zonas de alteração hidrotermal.	90
Figura 5.5: Perfil simplificado do corpo de minério do Sequeirinho (setores Pista, Sequeirinho e Baiano).....	91
Figura 5.6: Mapa de localização e valores das amostras de densidade (g/cm^3).	92
Figura 5.7: Modelo de recursos Sequeirinho em seção vertical, furos e blocos com teores de cobre.	93
Figura 5.8: Modelo de recursos Sequeirinho em seção planar, furos de sondagem (malha 40x40 a 70x70) e blocos com teores de cobre.....	93
Figura 5.9: Atualização da envoltória de minério de longo e curto prazo, em seção planar, através da interpretação dos furos de desmonte com teores de cobre.	94
Figura 5.10: Modelo de blocos de curto prazo do Depósito Sequeirinho, em perspectiva.	95

Figura 5.11: Localização das amostras (2m) do Complexo Sossego em seção planar (XY)...	96
Figura 5.12: Gráfico de probabilidade cumulativa em escala logarítmica, Depósito Sequeirinho.....	97
Figura 5.13: Histograma dos valores de Cu(%) desagrupados (por células móveis), Depósito Sequeirinho.....	98
Figura 5.14: (a) Distribuição cumulativa dos dados originais (preto) e valores gaussianos transformados (azul claro); (b) histograma dos valores originais de cobre (preto) e resultantes do processo de transformação através do método de inversão de frequências (azul).	100
Figura 5.15: Relação variograma e madograma para a variável cobre em diversos <i>lags</i>	101
Figura 5.16: Variograma ao longo do furo em amostras espaçadas em 2m.	101
Figura 5.17: Variogramas direcionais nas principais direções anisotrópicas.....	102
Figura 5.18: Imagens estocásticas da variável Cu (%) no Depósito Sequeirinho.	103
Figura 5.19: (a) Estatística univariada dos dados desagrupados; (b), (c) e (d) Estatística univariada de realizações aleatórias da variável Cu (%).	104
Figura 5.20: Validação da continuidade espacial para o modelo matemático imputado (vermelho, verde e roxo) na principais direções anisotrópicas definidas.....	105
Figura 5.21: Frequência das médias dos modelos de cobre simulados, média dos dados condicionantes desagrupados e média de todas as simulações (E-Type).....	106
Figura 5.22: Média das simulações de Cu (%) e krigagem ordinária.....	106
Figura 5.23: Comparativo (incerteza) das curvas de tonelagem dos recursos minerais medido (a) e indicado (b).....	109
Figura 5.24: Comparativo (incerteza) das curvas de teor dos recursos minerais medido (a) e indicado (b).....	109
Figura 5.25: Teste de classificação dos recursos minerais através do coeficiente de variação condicional (CCV).....	110
Figura 5.26: Teste de classificação do metal contido nos recursos minerais através da metodologia tradicional (classificação geométrica) e do coeficiente de variação condicional (CCV).	114
Figura 5.27: Classificação dos recursos minerais, plano 152m: (a) metodologia tradicional (classificação geométrica); (b) coeficiente de variação condicional.	115
Figura 5.28: Esquema de reconciliação do Complexo Sossego.	117
Figura 5.29: Modelo previsto de longo prazo (a) e realizado de curto prazo (b), plano 168m.	118
Figura 5.30: Polígono de liberação de lavra de curto prazo (estimado por krigagem ordinária).	119
Figura 5.31: Resultados dos <i>Mining Call Factors</i> ($F3$ e $F2$) aplicados ao Complexo Sossego.	121
Figura 5.32: Fator $F1$ e incerteza dos teores relacionados à envoltória mineral de cobre de longo prazo.	122
Figura 6.1: Massa de minério do processo de otimização.	129

Figura 6.2: Teor de alimentação da usina do processo de otimização.	129
Figura 6.3: Massa total movimentada do processo de otimização.	129
Figura 6.4: Fluxo de caixa descontado do processo de otimização.	130
Figura 6.5: Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano 192m. As seções verticais são representadas por AA' e BB'.	131
Figura 6.6: Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano 16m.	132
Figura 6.7: Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano -80m.	132
Figura 6.8: Seção vertical (A', A) das cavas matemáticas finais.	133
Figura 6.9: Seção vertical (B', B) das cavas matemáticas finais.	133
Figura 6.10: (a) Imagem inicial (antes de ser aplicado o algoritmo <i>annealing</i>) de uma simulação de teores transformados em ESR; (b) Imagem final ESR relativa à média de todas as simulações de teores obtidas através de simulação <i>annealing</i>	137
Figura 6.11: (a) Frequência das categorias ESR relativa à simulação com menor teor apresentada como imagem inicial não simulada; (b) Resultado da frequência das categorias ESR relativa à simulação com menor teor otimizada através de simulação <i>annealing</i>	138
Figura 6.12: Cava inicial (de partida) do Sequeirinho usada para o sequenciamento por ambas metodologias de lavra.	139
Figura 6.13: <i>Pushback 1</i> (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	141
Figura 6.14: <i>Pushback 2</i> (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	142
Figura 6.15: <i>Pushback 3</i> (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	143
Figura 6.16: <i>Pushback 4</i> (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	144
Figura 6.17: <i>Pushback 5</i> (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	145
Figura 6.18: <i>Pushback 6</i> (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	146
Figura 6.19: <i>Pushback 7</i> (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	147
Figura 6.20: <i>Pushback 8</i> (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	148

Figura 6.21: <i>Pushback</i> 9 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.	149
Figura 6.22: <i>Pushback</i> 10 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.....	150
Figura 6.23: <i>Pushback</i> 11 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.....	151
Figura 6.24: <i>Pushback</i> 12 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.....	152
Figura 6.25: Cava final referente à sequência de lavra original (metodologia tradicional) aplicada.	155
Figura 6.26: Cava final referente à sequência de lavra com risco associado aplicado.....	156
Figura 6.27: <i>Pushbacks</i> 1 a 4 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.....	157
Figura 6.28: <i>Pushbacks</i> 5 a 8 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.....	158
Figura 6.29: <i>Pushbacks</i> 9 a 12 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.....	158
Figura 6.30: Intervalo e coloração da sequência de lavra (Figura 6.31a,b).....	159
Figura 6.31: (a) Sequência de lavra (<i>pushbacks</i>) relativo à abordagem tradicional; (b) sequência de lavra (<i>pushbacks</i>) relativo à abordagem com risco associado.	159
Figura 6.32: Valor médio dos teores para cada sequência de lavra (<i>pushbacks</i>) referente à abordagem tradicional.	160
Figura 6.33: Valor médio dos teores para cada sequência de lavra (<i>pushbacks</i>) da abordagem com risco associado.	162
Figura 6.34: Análise de risco padrão da sequência de lavra (<i>pushbacks</i>) para ambas metodologias aplicadas.....	163
Figura 6.35: Análise de risco padrão executado da sequência de lavra (<i>pushbacks</i>) para ambas metodologias aplicadas.....	164
Figura 6.36: Análise de risco do fluxo de caixa estimado da sequência de lavra (<i>pushbacks</i>) para ambas metodologias aplicadas.....	165
Figura 6.37: Análise de risco do fluxo de caixa executado da sequência de lavra (<i>pushbacks</i>) para ambas metodologias aplicadas.....	166

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Parâmetros vizinhança de busca, simulações variável Cu(%), Depósito Sequeirinho.....	103
Tabela 5.2: Medida da incerteza dos recursos minerais medido e indicado (teor de corte de 0,3% Cu).....	108
Tabela 5.3a,b: Classificação dos Recursos Minerais - CCV - Medido/Indicado - Cutoff 0,01.	112
Tabela 6.1: Parâmetros técnicos e econômicos.	126
Tabela 6.2: Parâmetros pra simulação <i>annealing</i>	136
Tabela 6.3: Definição das categorias de risco (ESR) para simulação <i>annealing</i>	136
Tabela 6.4: Resultados para ambas metodologias executadas no sequenciamento de lavra. .	153
Tabela 6.5: Resultados para ambas metodologias executadas no sequenciamento de lavra. .	154
Tabela 6.6: Fluxo de caixa descontado (US\$ x 10 ⁶) para as sequências de lavra por ambas metodologias.....	166
Tabela 6.7: Resultados (VPL em US\$ x 10 ⁶) e diferenças (erro relativo) entre o modelo estimado (krigagem ordinária, base orçamentária), modelos simulados e o modelo real para ambas metodologias.	167

RESUMO

A indústria de mineração investiga continuamente processos de reconciliação e técnicas adequadas para mapear possíveis riscos na recuperação do minério e no planejamento de lavra. Um estudo de caso em uma mina de cobre brasileira investiga a adequação do uso de teores simulados para a definição de áreas de risco que afetam o planejamento mineiro e as reservas minerais definidas. Simulações condicionais foram usadas para derivar múltiplos modelos de teores de cobre dentro de um típico corpo de minério do depósito e esses modelos foram comparados com os dados reais de produção (reconciliação). A comparação permitiu uma melhor compreensão sobre a variabilidade da qualidade e ajudou na definição de um plano de produção mais consistente. Com os intervalos de valores provenientes das simulações foi possível mapear importantes áreas de incerteza que afetam o plano de lavra. Análises de risco foram conduzidas para a definição da cava final através da comparação do limite previsto pela estimativa por krigagem ordinária e as cavas resultantes dos modelos simulados de teor de cobre, sendo possível avaliar os impactos operacionais nos principais fatores econômicos (valor presente líquido e fluxo de caixa descontado). Várias cavas finais foram geradas para vários modelos de blocos simulados, comparando-se com a cava anteriormente planejada através da utilização do modelo de blocos produzido pela krigagem ordinária. Além disso, foi definida uma escala de risco utilizando os modelos condicionalmente simulados e os valores estimados pela krigagem (comumente utilizados como referência para definição do orçamento e da alimentação de metal no moinho) a fim de minimizar as variações dos teores. Estas medidas se propõem a reduzir o risco no cumprimento das metas de produção de metal no planejamento de lavra. Esta abordagem, considerando o risco durante o sequenciamento de lavra, foi utilizada no plano de produção anual da mina e comparada com o realizado no período e com a abordagem tradicionalmente aplicada. Os resultados evidenciaram possíveis riscos associados com o limite da cava final operacional e demonstraram os benefícios do uso de análise de risco como uma ferramenta para visualizar e analisar os limites de cava final e planejamento de lavra, ajudando a tomar melhores decisões estratégicas no gerenciamento da mina referente aos fatores técnicos e indicadores econômicos.

Palavras-chave: recursos minerais; simulação condicional; reconciliação; sequenciamento de lavra; reservas minerais.

ABSTRACT

Mining industry continuously investigates proper reconciliation procedures and techniques for mapping possible risks in ore recovery and mine planning. A case study at a Brazilian copper mine investigates the adequacy of using simulated grades for defining high risk areas affecting mine planning and the defined mineral reserves. Conditional simulations were used to derive multiple copper grade models within a typical ore-body of the deposit and compared these models against the real production data (reconciliation). The comparison allowed a better understanding of grade variability and helped in defining a more consistent mine plan. The range of values derived from the simulations mapped areas of significant uncertainty affecting the pushback's plan. Risk analysis were conducted for the final pit definition by comparing the projected final pit limit and mining sequence against the simulated models of copper grade, assessing the operational impacts on key economical factors (mine net present value, discounted cash flow). Several final pit limits were generated for various simulated grade block models and compared to the previously pit planned using the ordinary kriging grade block model. Also, it was defined a risk scale using the conditional simulated models and the ordinary kriged values (commonly used for budget and mill feed reference) in order to minimize grade variations ensuring less risk on completion of the metal production goals on mine planning. This approach considering the risk for the mining sequencing was used on the annual mining plan and compared to the real production and to the traditional approach. The results highlighted possible risks associated with the operational pit limit and demonstrated the benefits of using risk analysis as a tool to preview and review the final pit limits and mine planning, helping to make better strategic decisions by the copper mine management related to the technical factors and economical indicators.

Keywords: mineral resources; conditional simulation; reconciliation; mining sequencing; mineral reserves.

Capítulo 1

1. INTRODUÇÃO

A estimativa e a distribuição de teores num depósito mineral geralmente são executadas por métodos geoestatísticos e clássicos, que são incapazes de reproduzir a real variabilidade espacial dos dados *in situ*, resultando apenas em valores médios estimados para o depósito (Isaaks, 1990; Journel, 1974). Tal variabilidade é requerida em análises de sensibilidade dos projetos de engenharia, já que a variabilidade desses teores implica em variações no valor final do projeto, cujo impacto é geralmente desconhecido.

Identificar, avaliar e gerenciar riscos pode permitir melhor definição dos recursos financeiros em investimentos estratégicos, assegurando que a atividade ou o projeto seja executado de maneira lógica, identificando oportunidades de realçar o valor do negócio através da tomada de decisão sobre os riscos evidenciados.

As técnicas de simulação estocástica condicional permitiram que a real variabilidade *in situ* fosse avaliada (Matheron, 1973). Muitos autores consideram o risco geológico como o principal fator de insucesso no alcance das metas na indústria mineira (Ravenscroft, 1992; Dowd, 1994; Rossi e Parker, 1994; Vallee, 1999; Dimitrakopoulos et. al. 2002). Os métodos de simulação estocástica foram desenvolvidos originalmente para corrigir o efeito de suavização e outros artefatos exibidos nos mapas produzidos através de estimativa por krigagem (Deutsch e Journel, 1998). Ao contrário da interpolação, métodos de simulação estocástica não resultam em uma única estimativa do mapa da variável de interesse. O paradigma básico da abordagem probabilística é modelar qualquer valor desconhecido como uma variável aleatória, diferentemente da abordagem determinística tradicional (Goovaerts, 1997). Isso resulta principalmente numa diferença de abordagem na avaliação de recursos e reservas entre ambas as metodologias, já que há a geração de diversos modelos equiprováveis, podendo haver a redefinição das expectativas do projeto e de lavra.

As técnicas de simulação permitem a criação de cenários igualmente prováveis (realizações) da distribuição espacial da variável em estudo (David, 1977; Journel e Huijbregts, 1978), reproduzindo algumas das características da distribuição experimental (amostras) e conectividade espacial (Goovaerts, 1997). Essas técnicas podem ser aplicadas em funções de transferência e análises de sensibilidade (análise de riscos) suportando a avaliação

de recursos, planejamento de lavra, definição de cava matemática e sequenciamento de lavra (David, 1988; Journel, 1979; Rossi e Van Brunt, 1997; Dimitrakopoulos, 1998; Dimitrakopoulos et. al., 2002; Peroni, 2002; Godoy, 2004; Ramazan, 2007).

O desenvolvimento de uma sequência de produção ideal é um procedimento muito complexo devido ao grande número de variáveis e restrições envolvidas. Os processos envolvidos em operações de lavra são determinados primeiramente pela definição de uma cava final através de um algoritmo de otimização de cava, havendo uma extração lógica dos blocos do modelo (Lerchs e Grossmann, 1965, Lemieux, 1979, Whittle e Rozman, 1991; Peroni, 2002). Posteriormente é feita a determinação de uma sequência de extração dos blocos definidos como *pushback* ou avanço de lavra, sendo possível verificar o impacto direto nos principais indicadores de desempenho, tais como fluxo de caixa e VPL. Vários métodos têm sido apresentados a fim de determinar uma sequência ótima de extração (Crawford e Davey, 1979; Mathieson, 1982; Dağdelen e François-Bongarçon, 1982; Whittle e Rozman, 1991; Seymour, 1995; Ramazan e Dağdelen, 1998; Tolwinski, 1998).

As principais dificuldades encontradas na indústria mineral para a solução de sequenciamento ótimo de extração dos blocos a serem lavrados considerando a incerteza associada são:

- (i) a quantidade de variáveis envolvidas nos processos de otimização estocástica (parâmetros e modelos simulados);
- (ii) a complexidade na definição dos custos nas equações da função benefício relacionados ao desvio às metas (função de otimização estocástica);
- (iii) a geração de cenários de produção operacionalmente executáveis, dado o tempo necessário para o processo de otimização e capacidade computacional.

Neste estudo, são avaliados os principais métodos para a análise de risco do planejamento de mina estratégico e também o desenho dos avanços operacionais (Godoy, 2009). Além disso, é aplicada uma metodologia alternativa para incorporação do risco no processo de sequenciamento operacional dos blocos de lavra de médio e longo prazo.

Outro fator importante na indústria mineral e para tomada de decisões, que serve para calibragem e entendimento da seletividade do depósito e planejamento estratégico, associado ao modelo de recursos e reservas, é o processo de reconciliação. A validade prática de qualquer estimativa de recursos ou reservas consiste em uma comparação das estimativas com a produção real (Sinclair & Blackwell, 2002).

Diversos estudos de simulação estocástica vêm sendo aplicados nas últimas décadas na indústria mineira, mas pouco tem se visto com relação à validação se comparado à realidade dos teores minerados nos depósitos (Abichequer et al., 2010).

O processo de reconciliação, convencionalmente, é definido como a comparação da geometria (topografia – aderência ao plano), da massa de minério, do teor e da quantidade de metal estimados com as medições reais durante o ciclo mineiro. Dentre os principais objetivos da reconciliação estão a avaliação do desempenho operacional e o suporte ao cálculo do ativo mineral, a validação dos recursos e reservas minerais e a definição de indicadores-chave de desempenho para o controle a curto e longo prazo (Morley, 2003).

Para os processos de auditoria realizados por instituições financeiras, bolsas de valores ou empresas, a confiança no modelo de recursos é considerada um dos elementos de alto impacto na previsão de risco de projeto. Geralmente, as empresas de auditoria empregam uma combinação de controles manuais, como testes estatísticos e geoestatísticos do modelo de recursos. Operacionalmente, no entanto, a reconciliação do modelo de recursos em relação à produção real é uma exigência adicional, e todo o orçamento previsto e os objetivos esperados do projeto pela empresa mineira estão relacionados a esse modelo de recursos. Então, a tonelagem, o teor e conseqüentemente a quantidade de metal esperados devem ser previstos corretamente para garantir menos risco relacionado ao cumprimento de metas de produção e embarques de concentrado para os clientes.

A reconciliação serve também para destacar as oportunidades de melhoria e permitir aprimorar a previsão no curto prazo, fornecendo estimativas confiáveis. O elemento-chave para avaliar a validade de um cronograma de produção e reservas recuperáveis, à frente da produção, é a capacidade de simular o corpo de minério, bem como o processo de controle de qualidade antes da lavra e da produção real.

Nesta dissertação, a validação das reservas também é estudada usando uma abordagem de simulação estocástica à reconciliação.

1.1. META

A variabilidade intrínseca ao teor de minério é crítica para a aplicação lógica das etapas de engenharia e conseqüente lucratividade do negócio. Com o mapeamento da incerteza dos teores, é possível obter o intervalo de valores associados a esses teores.

Esta dissertação tem como meta avaliar as principais contribuições e resultados relativos à incorporação da incerteza dos teores em procedimentos que podem ser utilizados para análise de risco inerente ao planejamento operacional de lavra de médio e longo prazo, bem como validar as metodologias aplicadas através do processo de reconciliação. Também faz parte desta dissertação, o desenvolvimento de uma abordagem alternativa que poderá contribuir nos processos atuais de sequenciamento de lavra operacional com o auxílio de abordagem estocástica associada à incerteza dos teores.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Através de um estudo de caso de um depósito de cobre no estado do Pará, avaliam-se as principais funções econômicas (fluxo de caixa e VPL) incorporando a incerteza de teores no planejamento de longo prazo (análise de risco). Avalia-se também uma nova abordagem para o sequenciamento de lavra operacional estocástico considerando os desvios de metas de produção, comparando os resultados obtidos através do processo de reconciliação. Esta dissertação visa atingir as metas propostas por meio dos seguintes objetivos específicos:

- validar os diversos modelos equiprováveis que representam a variabilidade do elemento em estudo, que servirá de base para análise de riscos e metodologia de planejamento de lavra associada à incerteza, através da reconciliação desses com a realidade executada durante o processo operacional de lavra;
- avaliar o uso da análise de risco para definição de cava final e sequenciamento de lavra no depósito de cobre, através de modelos simulados, avaliando os impactos operacionais nos principais indicadores de desempenho econômico (valor presente líquido- VPL);
- avaliar a aplicabilidade da abordagem alternativa proposta para minimizar o risco de desvio de metas de produção relativo ao plano de lavra operacional previsto (krigagem), associando a incerteza dos teores ao cumprimento das metas para o sequenciamento de lavra operacional, relacionando-o às abordagens tradicionais segundo indicadores operacionais (teor, massa, metal, etc.) e econômicos.

1.3. METODOLOGIA

Primeiramente foi feita a organização dos dados do depósito, tanto os dados de mina (*blast holes*) quanto os dados de pesquisa e exploração (sondagem), rotineiramente usados no desenvolvimento do ciclo mineiro. Então, é apresentado um quadro geral dos principais aspectos relativos à reconciliação, simulação de teores e otimização. A seguir é desenvolvida e apresentada a nova abordagem formulada usando conceitos de coeficiente de variação condicional e erro relativo (minimizado através do uso de simulação *annealing* (Deutsch, 1992)), que serviram para definição otimizada de uma escala de risco operacional. Esta poderá ser utilizada através de programação linear ou processo iterativo no planejamento de lavra operacional associado à incerteza.

O método de simulação por Bandas Rotativas (*Turning Bands*) (Matheron, 1972, 1973; Journel, 1974) é usado para desenvolver uma série de modelos da distribuição espacial *in situ* de teores, usados para a quantificação da incerteza no depósito mineral de cobre.

O processo de reconciliação foi realizado através dos modelos de teores previamente gerados em comparação ao modelo estimado (krigagem ordinária), usado como base para definição de reservas de minério, e os dados reais de produção da mina (estimativa de curto prazo usando valores de *blast holes*). Esse processo é usado para checar a validade dos diversos modelos equiprováveis, representando o espectro de variabilidade do elemento em estudo, que serve de base para análise de riscos e aplicação da metodologia de sequenciamento de lavra estocástico. Depois de validados os modelos estocasticamente simulados através da reconciliação, segue o processo de otimização para definição de cava final do modelo estimado por krigagem ordinária (base do orçamento e reservas de minério) e também dos modelos simulados para posterior análise de risco “tradicional” (cava final) referente ao processo da base orçamentária. Então, é aplicada a abordagem de otimização (*annealing*) da escala de risco para posterior sequenciamento de lavra operacional considerando a incerteza dos teores. Com isso, é avaliada a eficiência da redução dos riscos para o cumprimento das metas de teores de alimentação da planta de beneficiamento e de execução do plano de lavra, considerando a sequência iterativa dos blocos de lavra através da escala de risco (ESR). Esse processo é comparado aos métodos tradicionais para o desenvolvimento do plano de lavra e sequenciamento do minério que é enviado para a planta de beneficiamento. Também, são comparados os principais indicadores operacionais e econômicos para avaliação da eficiência do método.

1.4. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O Capítulo 2 revisa os principais conceitos de três elementos-chave no gerenciamento do risco em projetos de minas a céu aberto: a quantificação da incerteza dos teores, as técnicas de otimização de cava (tradicionais e estocásticos) e a reconciliação de reservas minerais.

O Capítulo 3 faz uma revisão geral dos métodos de análise de incerteza através da utilização de alguns algoritmos de simulação estocástica sequencial.

O Capítulo 4 revisa, em geral, as principais técnicas de planejamento de lavra de longo prazo e desenvolve uma abordagem alternativa no sequenciamento de lavra operacional associado à incerteza de teores e desvio de metas, minimizando os riscos na programação da produção de médio e longo prazo. Em primeiro lugar, um quadro geral de otimização da programação de produção é apresentado. Então, a nova abordagem é formulada usando os conceitos de coeficiente de variação condicional e erro relativo com o auxílio de simulação *annealing*, para minimizar a função objetivo (itens 4.2 e 4.3.2), servindo como função de transferência e resultando numa nova abordagem de sequenciamento de lavra estocástico operacional (baseada num único modelo otimizado e representativo do risco). Dessa maneira, a nova abordagem permite, junto ao sequenciamento iterativo de lavra, que o risco de desvio das metas de produção seja minimizado.

O Capítulo 5 descreve a aplicação de simulação geoestatística à mina de cobre a céu aberto Sequeirinho, no estado do Pará. O método de simulação por Bandas Rotativas (*Turning Bands*) é usado para produzir uma série de modelos da distribuição espacial de teores. Esses modelos são usados para avaliar a incerteza quanto aos recursos e reservas minerais disponíveis. A comparação (reconciliação) com o modelo de recursos estimado pelo método de krigagem ordinária de curto prazo, atualmente em uso na mina, destaca a contribuição de abordagens estocásticas baseadas no risco.

O Capítulo 6 refere-se à aplicação da abordagem de sequenciamento de produção operacional na Cava Sequeirinho com risco associado. Primeiramente, é desenvolvida a programação de produção da vida útil da mina, utilizando-se apenas o componente do algoritmo tradicional de otimização de cava, apresentado no Capítulo 4. Nesse caso, a incerteza dos teores não é considerada. Desse modo, as projeções para os indicadores-chave do projeto são comparados com as projeções obtidas usando-se o sequenciamento convencional de lavra. A formulação integral do Capítulo 4 é então utilizada para gerar uma sequência de blocos otimizados para definição do risco que posteriormente será usado numa

sequência operacional de avanço de lavra, minimizando os riscos e desvios de metas de produção. Uma comparação com os avanços de lavra tradicionalmente gerados mostra as vantagens potenciais relacionadas aos indicadores operacionais da abordagem proposta com risco associado.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Técnicas estatísticas para avaliação de recursos *in situ* em estudos de painéis foram propostas, primeiramente, por Krige (1951) e Sichel (1952) há mais de 60 anos. Esses trabalhos pioneiros foram desenvolvidos formalmente algum tempo depois por Matheron (1962), o que acabou resultando na geoestatística, que posteriormente foi estendida para as aplicações mineiras.

A diferença entre recursos e reservas em termos geoestatísticos foi claramente estabelecida por David (1977). Um ano depois, Journel e Huijbregts (1978) propuseram uma abordagem formal para o problema de estimativa de reservas de minas a céu aberto, relacionando os resultados principalmente à:

(i) seleção do suporte: o minério é estimado e lavrado como uma unidade seletiva de lavra, apresentando volumes maiores do que os furos de exploração usados ou os dados de teores compostados disponíveis para a avaliação;

(ii) informação disponível: no tempo da seleção é, usualmente, diferente daquela disponível no tempo que se faz a predição.

A unidade seletiva de lavra (SMU) é considerada o menor volume de minério que pode ser segregado do estéril (Kim, 1978). O planejamento de lavra é tipicamente executado em mapas da estimativa da distribuição espacial dos teores, que apresenta suavização e usualmente imagem enviesada da distribuição espacial real dos futuros teores nas SMU's (Isaaks, 1990; Journel, 1974). A avaliação de reservas e o planejamento de lavra estão intrinsecamente ligados ao mesmo aspecto do ciclo mineiro. Primeiramente, é feita a definição das reservas através do cálculo dos recursos e posterior associação de parâmetros técnicos e econômicos. Logo a seguir é realizado o sequenciamento da retirada desse material. Isso acaba resultando num difícil problema de otimização, descrito e exemplificado por Kennedy (1990) e Dowd (1994). As práticas tradicionais de avaliação de recursos e reservas não apresentam nenhum formalismo relativo à acessibilidade das incertezas associadas às

previsões, não sendo possível assim uma análise detalhada dos riscos envolvidos às propriedades inerentes ao processo de estimativa e operacionalização de recursos e reservas minerais.

A seguir é apresentada uma breve revisão dos principais aspectos envolvidos no processo de estimativas/simulações, sequenciamento de lavra e análise de risco em um empreendimento mineiro:

- (i) estimativa e modelos de incerteza de teores;
- (ii) otimização de cava e sequenciamento de lavra;
- (iii) reconciliação.

2.1. ESTIMATIVAS E MODELOS DE INCERTEZA DE TEORES

As técnicas de simulação estocástica condicional permitiram com que a variabilidade *in situ* fosse quantitativamente avaliada, sendo apresentada inicialmente por Matheron (1973).

Até meados da década de 80, a variância de krigagem (σ^2k) era considerada uma boa medida de qualidade das estimativas. Contudo, Journel (1986a) e, mais tarde, Brus e Gruijter (1993) começaram a questionar o uso desse parâmetro como índice de qualidade das estimativas. Journel (1986a) demonstrou que a σ^2k incorpora somente as características geométricas dos padrões de amostragem, considerando exclusivamente o posicionamento espacial das amostras e o modelo de continuidade espacial associado. Portanto, como mostra Goovaerts (1997), a σ^2k não sofre qualquer interferência no seu cálculo dos valores das amostras, não sendo relacionada às variabilidades locais. Dessa maneira, podem ocorrer casos em que a σ^2k seja idêntica para cenários (teores na vizinhança local) completamente diferentes, desde que o modelo de covariância seja o mesmo. Assim, a σ^2k se mostra como um parâmetro inadequado para a medida de incerteza das estimativas.

De acordo com Goovaerts (1997), a abordagem tradicional para modelagem de incertezas local, numa determinada localização não amostrada, consiste em calcular a variância do erro mínimo (krigagem), estimando um valor qualquer $z'(u)$ para o valor não conhecido $z(u)$ e do erro de variância associado ($\sigma^2E(u)$) $\sigma^2E(u) = Var\{Z^*(u) - Z(u)\}$. A estimativa e a variância do erro, em seguida, são tipicamente combinadas para obter um

intervalo de confiança do tipo Gaussiano centrado no valor estimado. No entanto, o modelo de erro solicita duas hipóteses restritivas de acordo com Isaaks e Srivastava (1989):

- (i) o erro de estimativa $z^*(u) - z(u)$ é modelado como uma realização de uma *RV* (variável aleatória) Gaussiana;
- (ii) a variância de $\sigma^2 E(u)$ é independente dos valores de dados.

Dessa maneira, Isaaks e Srivastava (1989) comentam que a primeira suposição implica a simetria da distribuição local de erros. Na prática, os valores estimados tendem a ser superestimados em áreas de baixo valor e subestimados em áreas de alto valor (efeito de suavização). Assim, distribuições de erros são geralmente positiva ou negativamente assimétricas localmente. A distribuição global de erros de estimativa, ou seja, a distribuição de todos os erros de estimativas locais reunidas sobre a área de estudo podem ser simétricas, já que há superestimativa local equilibrando as subestimativas locais.

Isaaks e Srivastava (1989) citam, ainda, que a segunda condição para que a variância dos erros possa ser independente dos valores de dados reais e depender apenas da configuração dos dados é devido a uma situação denominada de *homocedasticidade*, que raramente é verificada na prática. No exemplo da Figura 2.1, é visto que a krigagem ordinária tende a prover estimativas semelhantes de variâncias $\sigma^2 E(u'1) \approx \sigma^2 E(u'2)$ desde que as configurações de dados em locais u e u' sejam semelhantes: em ambos os casos, os dois dados mais próximos estão aproximadamente a 250 m de distância. No entanto, o potencial de erro é esperado ser maior em $u'2$, já que esse é rodeado por altos teores de *Cd* (*cádmio*), diferentemente da localização $u'1$, que é rodeada por dois valores de baixo teor. Assim, os intervalos de confiança, baseados apenas em uma mera estimativa de variância de krigagem, geralmente não são solução satisfatória para o problema crítico da avaliação de incerteza local. Dessa forma, a abordagem tradicional (Figura 2.1) leva em consideração apenas a estimativa com minimização da variância do erro de $z^*(u)$, adotando o modelo Gaussiano para determinação de intervalos de confiança (Goovaerts, 1997).

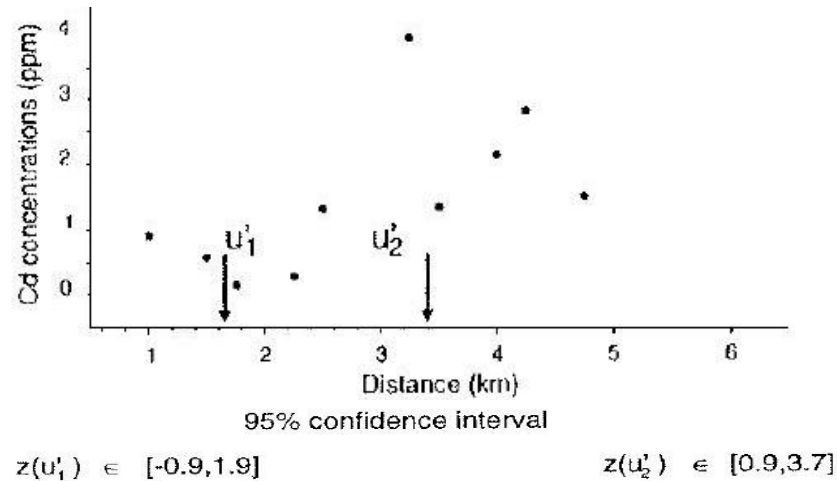


Figura 2.1: Modelagem da incerteza de concentrações de Cd nos locais u'_1 e u'_2 .

De acordo com Srivastava (1987a) e Journel (1989), uma abordagem mais rigorosa é avaliar primeiramente a incerteza sobre o valor desconhecido. Isso é significativamente diferente da abordagem tradicional, que se preocupa primeiramente com a estimativa ao invés de uma associação antecipada dessa estimativa a um intervalo de confiança. Através da função de distribuição de probabilidade $F(u; z/(n)) = \text{Prob} \{Z(u) \leq z/(n)\}$, subordinada à informação disponível (n) dos modelos disponíveis quanto à incerteza do atributo $z(u)$, podem ser obtidos valores de intervalos de probabilidade. Esses intervalos de probabilidade são independentes de qualquer estimativa particular $z^*(u)$ do valor desconhecido de $z(u)$. De fato, a incerteza depende da informação disponível (u). Cada função de distribuição condicional de probabilidade $F(u; z/(n))$ fornece uma medida da incerteza local relacionada a um local específico u (Figura 2.2). Uma abordagem mais rigorosa (Figura 2.2) para modelar as incertezas pode ser realizada através da análise de distribuições de probabilidade local (Goovaerts, 1997).

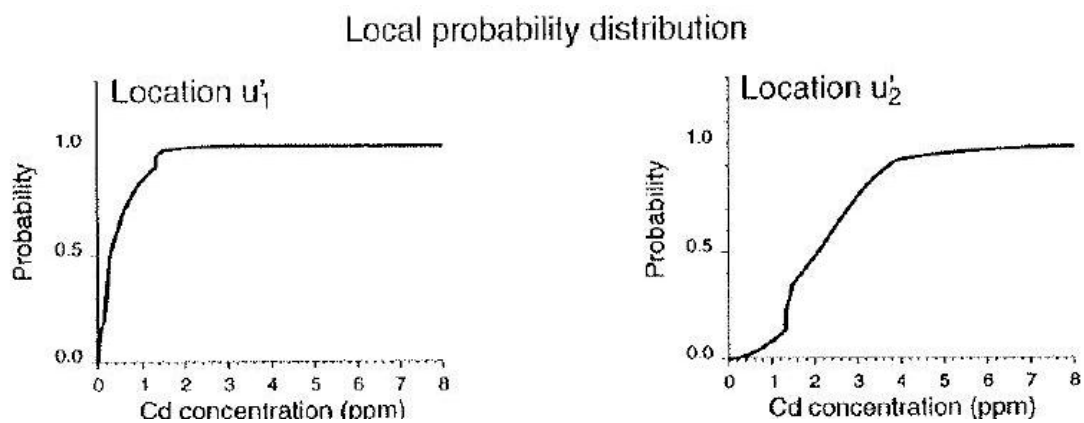


Figura 2.2: Distribuições de probabilidade local referentes aos valores de Cd.

Interpretam-se os fenômenos geológicos como uma distribuição no espaço de um ou mais atributo(s) que tem(têm) seus valores como uma função da sua localização. Qualquer valor de atributo, em qualquer posição, é interpretado como resultado da realização de uma variável aleatória (RV). Os valores dos atributos em várias localidades podem ser interpretados como os resultados de uma função aleatória (RF) (Kolmogorov, 1950). Isaaks e Srivastava (1989) comentam que a função aleatória dá ferramentas para estimar valores de variáveis em locais não conhecidos, desde que sejam feitas algumas inferências às características estatísticas do fenômeno. Assim como as RV's, que possuem diversos resultados possíveis, as RF's também apresentam diversos resultados possíveis ou realizações, sendo caracterizadas pela sua função de distribuição cumulativa multivariada ou *cdf* (*cumulative density fuction*) (Goovaerts, 1997).

Como a simulação consiste em reproduzir as realizações do modelo de RF, visto que cada uma dessas realizações representa uma porção da *cdf*, ela poderá ser considerada condicional caso reproduza a distribuição univariada dos dados em suas posições e também a função de correlação espacial (variograma ou função covariância) entre as amostras. Considerando múltiplas realizações do atributo amostral que foi reproduzido, é possível quantificar a(s) incerteza(s) sobre a distribuição espacial de atributos geológicos.

As pesquisas mais recentes na área de geoestatística (realizadas desde o final dos anos 80 até os dias atuais) envolvem o desenvolvimento e a aplicação de métodos de simulação estocástica. Embora o conceito de simulação geoestatística tenha sido desenvolvido no início da década de 70 por Matheron (1972, 1973) e Journel (1974), as técnicas de simulação não foram largamente exploradas devido às altas exigências computacionais envolvidas na sua aplicação. No final da década de 80, com os avanços na tecnologia dos microprocessadores, o interesse por esses métodos foi novamente despertado. Ao longo dos últimos 40 anos, foram propostos vários métodos de simulação geoestatística, dirigidos tanto para variáveis contínuas como categóricas. Em ordem cronológica, destacam-se as principais:

O método de simulação por Bandas Rotativas (Matheron, 1972, 1973; Journel, 1974) se refere à simulação geoestatística condicional como uma técnica de duas etapas para simular atributos geológicos. Sua abordagem foi, primeiramente, usada como simulação não condicional. Após, foi executado o condicionamento dos dados através das amostras usadas para gerar as simulações, como apresentado na literatura acima. O método por Bandas Rotativas foi proposto como uma forma rápida e eficiente de gerar as simulações necessárias não condicionais. O método começa com simulações unidimensionais em linhas e, após, é executada a projeção dessas simulações para o espaço. As principais desvantagens desse

método eram os artefatos, tais como bandas ou faixas, que são produzidos pelo número finito de linhas utilizadas na simulação. Também contribui como desvantagem a necessidade de derivação dos modelos de covariância unidimensional a partir de modelos de duas ou três dimensões. Ultimamente, há uma série de *softwares* regularmente usados na mineração que minimizam ou até acabam com tais desvantagens.

Dentro das ciências da terra, métodos fractais têm sido amplamente utilizados na simulação de diferentes fenômenos, tais como distribuições de porosidade (Hewett e Behrens, 1988) e sistemas de fraturas (Pyrak-Nolte et al. 1995). Os modelos utilizados têm como objetivo desenvolver uma maneira de replicar a estrutura espacial de um conjunto de dados como um todo, ao invés de fornecer estimativas confiáveis de um atributo em locais específicos. Enquanto a teoria dos fractais tem sido amplamente utilizada na simulação de diversos fenômenos naturais, tem sido muito pouco usada em problemas de mineração, tais como estimativa de blocos em minério de modelos 3D do corpo ou a estimativa de reservas recuperáveis (Costa, 1997).

O método LU (*Lower-Uper*) de simulação condicional de decomposição desenvolvido por Davis (1987) é uma extensão da decomposição LU da matriz de covariância para a geração de realizações do campo Gaussiano (Anderson, 1984), sendo aplicado tanto para variáveis categóricas quanto para contínuas. O método LU realiza condicionamento simultâneo com a simulação em execução e, semelhante ao método de Bandas Rotativas, utiliza o modelo multiGaussiano. As vantagens do método são a simplicidade para implementação e consideração intrínseca das anisotropias. O método é bastante eficaz para a produção de muitas realizações.

No final dos anos 80, Alabert (1987) e Journel e Alabert (1989) propuseram a Simulação Sequencial dos Indicadores (SIS). O método é baseado na decomposição em distribuições univariadas a partir da distribuição de probabilidade multivariada (Rosenblatt, 1952). A abordagem dos indicadores inicia com a seleção do número de classes e seus valores, e cada parte de informação é codificada em um vetor de probabilidades cumulativas. Isso motivou o desenvolvimento de uma série de algoritmos de simulação conhecidos como métodos sequenciais.

Logo depois, Isaaks (1990) introduziu a Simulação Sequencial Gaussiana (SGS), que se tornou um dos algoritmos mais utilizados para a simulação condicional de atributos contínuos no domínio da avaliação dos recursos naturais (Dimitrakopoulos, 1994; Dimitrakopoulos, 1999). Em outras palavras, o método de SGS é caracterizado pela aplicação do algoritmo sequencial às distribuições condicionais univariadas locais (resultantes da

decomposição de uma particular função de distribuição de probabilidade (*fdp*) multivariada Gaussiana), controlada por uma distribuição de probabilidade (*dp*) multivariada Gaussiana, caracterizada por uma função de covariância.

A Simulação dos campos de probabilidades desenvolvida por Srivastava (1992) e Froidevaux (1993) tem como ideia básica amostrar as diferentes *ccdf's* (*cumulative conditional density functions*) em campos de probabilidade (*p-field*) utilizando números aleatórios autocorrelacionados (*p-values*) de maneira que os valores resultantes simulados reproduzam o modelo de covariância. A maior diferença entre os métodos de Campos de Probabilidade e os algoritmos sequenciais está na estimativa das distribuições condicionais locais de probabilidade (*dclp*); nos campos de probabilidade, essas são estimadas apenas uma vez e são condicionadas somente aos dados originais, diferentemente dos métodos sequenciais onde os dados previamente simulados são adicionados ao conjunto de dados amostrais.

A maioria dos desenvolvimentos recentes da simulação condicional dependem de técnicas de otimização combinatória. Tais técnicas são desenvolvidas a partir de analogias com processos naturais. Um exemplo é a Simulação Sequencial *Annealing* desenvolvida por Farmer (1991) e Deutsch (1992), que se refere a algoritmos baseados no princípio de relaxamento estocástico. Uma situação inicial é gradualmente perturbada até que as restrições sejam contempladas e haja uma solução objetiva. O processo é executado honrando as estatísticas univariadas e função de covariância, além de honrar os pontos amostrais nas suas posições. A partir do momento que é definida uma função objetivo, o processo de otimização modifica sistematicamente o campo simulado até que os *inputs* iniciais atinjam o valor da função objetivo, retendo a realização com valor aceitável de desvio em relação aos parâmetros estabelecidos. Esse tipo de simulação é conceitualmente simples e oferece grande flexibilidade com relação às restrições da função objetivo. Contudo, o processo de otimização demanda bastante tempo computacional, pois esse é realizado através de tentativas e erros. A grande vantagem do método é a flexibilidade na reprodução das características de interesse.

Verly (1993) desenvolveu o algoritmo de Simulação Sequencial Gaussiana Conjunta, que se estende à técnica de simulação sequencial de um atributo para vários atributos interdependentes. A principal vantagem dos métodos sequenciais sobre a decomposição LU é a sua capacidade de gerar simulações de domínios muito maiores; no entanto, foi demonstrado que a SGS é uma implementação específica iterativa de decomposição LU (Luo, 1998).

Godoy (2003) desenvolveu um novo método de simulação condicional sequencial direta (DBSIM), que, com base no grupo de decomposição multivariada de funções aleatórias,

simula diretamente na escala de suporte do bloco. O método é refletido em ganhos substanciais em termos de eficiência computacional, o que o torna adequado para simulação de depósitos grandes. Existem quatro principais vantagens práticas na abordagem:

(i) o descarte dos pontos internos dos blocos simulados representa uma redução na alocação de memória;

(ii) a simulação simultânea de grupos de valores pontuais no suporte de discretização dos blocos leva vantagem;

(iii) o algoritmo não necessita uma função de transformação de bloco, que geralmente é baseado em um modelo de mudança de suporte global;

(iv) o método tem a capacidade de simular modelos com múltiplos tamanhos de bloco que são, muitas vezes, necessários para a execução em geometrias complexas apresentadas nas jazidas.

Diversos outros métodos foram introduzidos fornecendo algoritmos projetados para simular os atributos contínuos e categóricos incluindo Simulação Espectral (Borgman et al., 1984), Simulação Gaussiana Truncada (Matheron et al., 1987), Simulação Não Estacionária (Dimitrakopoulos, 1990), Simulação Booleana (Damsleth et al., 1992).

Outras técnicas de otimização combinatória têm sido desenvolvidas recentemente, assim como algoritmos de crescimento (Wang, 1995), as redes neurais (Dowd e Sarac, 1994; Caers, 1998) e abordagens empíricas multipontos (Guardiano e Srivastava, 1993; Strebelle, 2001).

2.1.1. Simulação Geoestatística na Mineração

Na indústria mineira, a aplicação de técnicas de simulação geoestatística é crescente. Essas técnicas têm sido usadas tanto nas fases de pré-viabilidade/viabilidade econômica, quanto nas fases de planejamento de mina (longo e médio prazo) e de produção (curto prazo). Principalmente, as técnicas têm sido aplicadas em estudos de sensibilidade, que relacionam os parâmetros envolvidos (teores) e seus efeitos sobre o valor presente líquido (VPL) do

empreendimento. Desde a exploração até o planejamento de longo e curto prazo, as medidas de risco podem melhorar drasticamente a tomada de decisão. A necessidade de quantificação de incertezas geológicas foi reconhecida pela indústria mineira durante a década de 70 (David et al., 1974; Journel, 1974; Matheron, 1976).

As estimativas globais e locais são muitas vezes insuficientes para a otimização do planejamento da produção, bem como nos cronogramas e estratégias de blendagem que têm impacto direto na lucratividade de qualquer projeto de mineração. Como brevemente visto acima, técnicas de estimativa tradicionais e a simulação condicional diferem em muitos aspectos e estes estão determinantemente e probabilisticamente relacionados aos processos de engenharia, respectivamente. Em termos gerais, o objetivo da estimativa é oferecer, em cada posição de um depósito mineral, a melhor estimativa de um atributo sem reproduzir a heterogeneidade espacial original dos dados. Consequentemente, a variação dos valores estimados é menor do que a variância dos dados originais, apresentando esse efeito de suavização. Isso pode causar vieses significativos quando o resultado de uma função qualquer não depende linearmente da variação das variáveis envolvidas imputadas (teores). Um exemplo simples que explica esse fato seria comparar a distância de uma linha interpolada sobre o leito do mar usando para tal as informações de dados de sua profundidade com o seu comprimento real, ou seja, essa distância interpolada será menor (Chilés e Delfiner, 1999) (Figura 2.3).

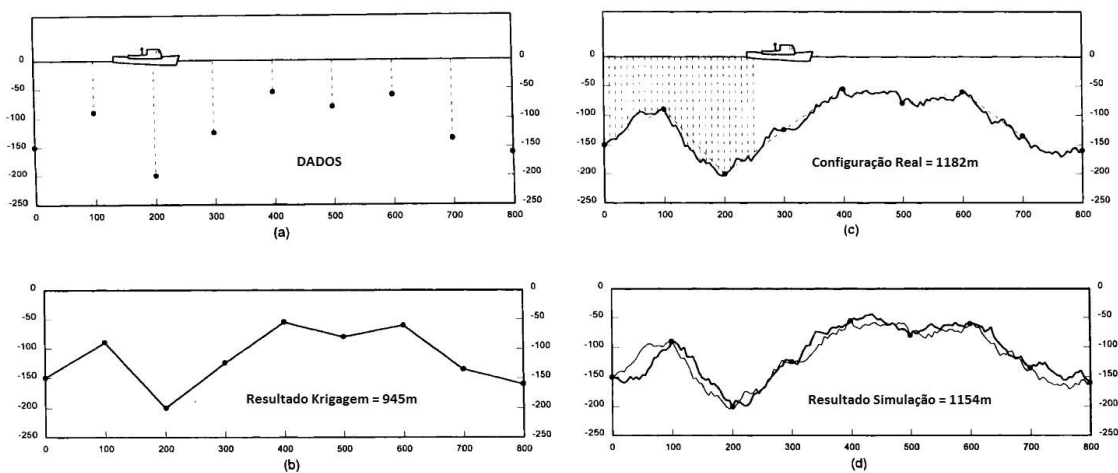


Figura 2.3: Instalação de cabo submarino: (a) Pesquisa do fundo oceânico (dados de profundidade) com espaçamento de 100m; (b) Estimativa por krigagem do comprimento do fundo oceânico; (c) Pesquisa contínua do comprimento do fundo oceânico (cenário real); (d) Simulação condicional baseado nos dados espaçados 100m, e o cenário real. Adaptado de Alfaro (1979).

De acordo com essa constatação por parte dos autores, faz-se então necessária a utilização de modelos estocásticos e técnicas de simulação para que seja possível gerar alguns

"cenários virtuais" e produzir Figuras que são representações estatisticamente verdadeiras para as flutuações do fenômeno.

Os modelos utilizados com esse objetivo visam replicar a estrutura espacial de um conjunto de dados como um todo ao invés de fornecer estimativas confiáveis locais de um atributo em locais específicos. Um depósito simulado representa um modelo numérico e pode ser usado para testar a eficiência dos métodos de amostragem, seletividade, operação, diluição, transporte, blendagem, análise econômica, entre outros.

Os primeiros estudos de simulação condicional foram voltados para a mineração nos anos 70 e início dos anos 80 (David, 1973; David et al., 1974; Clark e White, 1976; Journel e Huijbregts, 1978; Dagbert, 1981; Chilés, 1984; Deraisme et al., 1984). Esses foram seguidos por uma mudança de direção, e o desenvolvimento das técnicas de simulação começou a ser usado para resolução de problemas na engenharia de petróleo. Com o declínio dos preços dos metais na última década, a incerteza geológica tornou-se uma grande preocupação para a indústria de mineração. Uma consequência disso é que os métodos de simulação são frequentemente utilizados para resolver os problemas relacionados à mineração (Ravenscroft, 1992; Srivastava et al., 1992; Dimitrakopoulos, 1994; Dowd, 1994; Dowd, 1997).

Aplicações recentes compreendem soluções aos problemas relacionados a controle de teores, recursos minerais, análise de risco, planejamento de mina e projeto de amostragem. Por exemplo, Costa (1997), Costa et al. (1997), Dimitrakopoulos (1997, 1998), Bonato (2000c), Godoy et al. (2001), Dimitrakopoulos et al. (2002), Souza et al. (2001a, 2002), Peroni (2002), Godoy (2003, 2009), Ramazan (2004) e Richmond (2003, 2004) aplicaram métodos de simulação geoestatística para a resolução de problemas mineiros relacionados ao controle de teores, ao planejamento de mina e à análise de risco. Pilger (2000) aplicou técnicas de simulação geoestatística para projetar campanhas de amostragem adicional e avaliar o impacto (benefício) provocado.

Contudo, o uso generalizado desses métodos de simulação na indústria de mineração tem sido dificultado. Em primeiro lugar, tem havido alguma confusão por parte dos usuários quanto ao significado de ter vários modelos simulados representando o mesmo depósito. O que contribui também é a falta de especialização técnica por parte da indústria, para que haja profissionais suficientes para tornar o processo de uso de simulações e processos adjacentes do ciclo mineiro uma rotina operacional. A segunda razão é que a geração de múltiplas simulações condicionais pode exigir computadores de grande porte e caros. No entanto, esse problema mais tarde foi parcialmente superado no início dos anos 90, com a popularização dos computadores pessoais e a disponibilidade de implementações eficientes de algoritmos de

simulação (Deutsch e Journal, 1998). A recente aplicabilidade, associada aos resultados e testes executados nos últimos anos com o uso de simulações estocásticas relacionados aos processos de engenharia, tem levado a uma aceitação crescente de seu uso, já que esses métodos proporcionam análises integradas para a área de projetos, controle de qualidade operacional e economia mineral do ciclo mineiro.

2.2. OTIMIZAÇÃO DE CAVA

O processo de otimização de cava visa à obtenção de um desenho de cava que gere máxima lucratividade, maior valor presente líquido e maior aproveitamento dos recursos minerais. A determinação ótima do limite vertical e lateral da cava se estende até que a mina a céu aberto possa ser estruturada com o máximo retorno financeiro possível. A solução para tal problema de otimização é limitada por parâmetros específicos como resistência geomecânica dos taludes e restrições de precedência financeira.

Diversos algoritmos foram apresentados ao longo das últimas décadas com a finalidade anteriormente citada. O método mais popularmente aceito é o algoritmo de Lerchs-Grossmann (LG) (Lerchs & Grossmann, 1965), que é reconhecido como o único algoritmo que fornece a solução ótima para o desenho de cava final a céu aberto.

Outro método muito popular para a determinação da cava final a céu aberto é a técnica conhecida como cones flutuantes (David and Dowd et al., 1974; Lemieux, 1979). Caso o minério contido nesse cone apresente um retorno financeiro, o cone considerado será extraído (respeitando as restrições físicas e geomecânicas do local). Contudo, algoritmos baseados nessa técnica podem levar a resultados não ótimos apesar dos diversos estudos executados (Dowd & Onur, 1992).

Outro método conhecido é a teoria do algoritmo gráfico de Zhao-Kim (Zhao & Kim, 1992). Esse algoritmo apresenta semelhança com o algoritmo Lerchs-Grossmann à medida que são executados os mesmos procedimentos para definição da cava final, resultando em valores idênticos para ambos os processos para um mesmo modelo de bloco e parâmetros geomecânicos definidos. Zhao e Kim afirmam que o seu algoritmo é mais rápido, pois se concentra na interface minério/estéril e não na dependência de todos os blocos.

Durante a década de 90, várias limitações práticas nas implementações do algoritmo LG foram resolvidos, seja pela evolução dos algoritmos (Dowd & Onur (1993); Whittle & Rozman (1991)) ou pela introdução de computadores mais rápidos. Uma ampla revisão sobre

o desenvolvimento de algoritmos de cava a céu aberto é apresentada em Hochbaum e Chen (2000).

As aplicações de simulação condicional na parte de otimização de cavas foram primeiramente apresentadas por David et al. (1974) de forma a obter uma análise de desvios dos modelos simulados com relação a um caso base previsto que foi desenvolvido em um modelo de blocos estimados por métodos tradicionais. A abordagem começa pela geração de um caso base de cava a céu aberto em um modelo de minério estimado usando o algoritmo Korobov (Korobov, 1974). O mesmo algoritmo foi usado para produzir um limite de cava a céu aberto com base em um modelo simulado. Essa foi uma primeira abordagem de análise de risco.

Quase 20 anos depois, Dowd e Sarac (1994) propuseram um método de modelos simulados combinados com os preços de metais e custos operacionais simulados, para produzir uma série de cavas. Com cada uma dessas cavas poderia ser criado um cronograma de produção alternativo objetivando como resultado uma distribuição de valores possíveis para os indicadores de desempenho, resultando em uma análise de risco e incerteza das variáveis relacionadas às cavas envolvidas.

Rossi (1999) apresentou um estudo de caso relacionado a um pequeno depósito, onde foi realizada análise de risco para a definição do limite de cava e produção relativo aos blocos mais profundos da cava planejada. Os limites de confiança obtidos foram definidos o bastante para justificar a continuação da perfuração nessas áreas, onde a maioria do minério de alta qualidade estava inferida. Aplicações desse tipo de avaliação podem incluir a necessidade de avaliar a incerteza do bloco próximo ao fundo da cava, onde geralmente há menos informação disponível para a quantificação do valor.

Rossi e Van Brunt (1997), Dimitrakopoulos et al. (2001), Farrelly (2002) e Godoy (2009) realizaram testes relativos à análise de sensibilidade de cavas devido à incerteza dos teores através do uso do algoritmo de Lerchs-Grossmann (Lerchs e Grossmann, 1965) em *software* comercial. O procedimento gera uma série de resultados alternativos para a otimização do processo original, que é baseado em um único modelo estimado. Esse tipo de análise de risco permite ao planejador avaliar a probabilidade de ocorrência de um determinado cenário, bem como um gerenciamento mais efetivo dos ativos minerais.

Estudos recentes executados por Hochbaum (2000) tem adaptado a árvore normalizada do algoritmo LG para um modelo de fluxo de redes mais geral, chamado de *pseudofluxo*, sendo similar ao *pré-fluxo* utilizado no algoritmo LG. Estudo de caso realizado por Muir

(2007) mostrou que a variante *pseudofluxo* tem acréscimo de eficiência comparado ao algoritmo genérico LG à medida que o número de blocos aumenta.

Chatterjee e Dimitrakopoulos (2009) usaram um algoritmo de corte mínimo (Goldberg e Tarjan, 1988; Meagher et al., 2008) para determinação de valores econômicos dos blocos de lavra com o uso de múltiplos cenários para definição de cava final e desenho do avanço de lavra. O método é baseado na formação de um gráfico direto (representado como um problema de corte mínimo) usando diversos modelos simulados ligados a duas fontes, *source node* e *sink node*, que determinarão se um dado bloco, a partir de simulações independentes, deverá estar do mesmo lado do corte mínimo para a geração de uma cava válida através de uma decisão binária usando arcos direcionais. Apesar de o método apresentado ser computacionalmente eficiente e poder integrar a incerteza na definição de cava final e sequenciamento de lavra, esse não leva em consideração o valor financeiro relacionado ao tempo nas fórmulas de programação de lavra, não obtendo o máximo potencial das abordagens estocásticas.

Como visto acima, diversos estudos relativos à otimização do desenho de cava e análise de sensibilidade devido à incerteza dos teores têm sido aplicados. Após a definição da cava final matemática, o próximo passo consiste em dividir as reservas contidas em volumes menores. Esses volumes são conhecidos como avanço de lavra ou fases e são usados para definir as expansões da cava no processo operacional, que podem ser combinados em uma sequência de extração. A definição dos avanços tem um impacto direto sobre os principais indicadores de desempenho do projeto, tais como fluxo de caixa anual e VPL.

No item a seguir, é apresentada uma breve revisão para o sequenciamento de produção.

2.3. SEQUENCIAMENTO DE LAVRA

A programação da produção a ser desenvolvida é o sequenciamento de uma extração ótima adequada, a fim de que haja a racionalização dos recursos ao longo do tempo e definição da vida útil da mina pela razão de produção, avanço de lavra operacional e a sequência de extração dos blocos (Peroni, 2002).

A otimização da programação da produção é normalmente realizada através de técnicas de investigação operacional como a programação linear (Kim, 1967; Johnson, 1968;

Ramani, 1970), programação inteiro-mista (Gershon, 1983; Barbaro e Ramani, 1986) e programação dinâmica (Onur e Dowd, 1993; Seymour, 1994; Tolwinski, 1998).

Vários métodos têm sido apresentados na tentativa de determinar uma sequência ótima de extração. O método mais popular para determinação de sequência ótima é o uso repetido de um algoritmo de determinação da cava final aplicado através da mudança sucessiva do teor de corte (*cutoff*) ou do preço do metal (Crawford e Davey, 1979; Mathieson, 1982). Esse método produz um conjunto de cavas aninhadas (*nested pits*), onde cada cava sucessiva usa um teor de corte ou preço de metal mais elevado do que a cava anterior. O VPL ou algum outro critério econômico pode ser usado em combinação com as restrições de mineração para selecionar os avanços de lavra que possam ser executáveis operacionalmente (Whittle e Rozman, 1991). Outros métodos incluem a parametrização dupla (Dağdelen e François-Bongarçon, 1982) para maximizar as quantidades de metal contidas em cada corte, o método *Vallet* para maximizar o valor de dólar por tonelada de cada avanço (Seymour, 1995) e o método de minimização da relação estéril/minério (REM) para minimizar a REM de cada avanço (Ramazan e Dağdelen, 1998).

Após o desenho dos avanços de lavra ou fases, o próximo passo é a determinação do cronograma de produção. A programação da produção da cava a céu aberto é o desenvolvimento de uma sequência para extração do material definido dentro da cava final e nos avanços de lavra. Esta sequência de produção determina a vida útil da mina e, conseqüentemente, os fluxos de caixa baseados nos custos operacionais, custos de capital e receita. De acordo com o período de duração da sequência de extração, essa pode ser caracterizada como de longo, médio e de curto prazo. Normalmente, a programação da produção em longo prazo e médio prazo é relacionada a itens como VPL, produção de minério, REM, CAPEX (capital de investimento), OPEX (capital de operação), em períodos variando de três meses a um ano. O sequenciamento de programação de curto prazo, por outro lado, é o desenvolvimento da lavra em base diária, semanal ou mensal. Esse visa cumprir as restrições impostas pelo planejamento de longo prazo como a programação, capacidade de planta, restrições de estoque, utilização dos equipamentos e situações corriqueiras à mineração.

A Programação Linear (LP) foi uma das primeiras técnicas aplicadas para aperfeiçoar a programação de produção e problemas de blendagem na mineração (Kim, 1967; Johnson, 1968; Ramani, 1970; Halatchev e Dimitrakopoulos, 1999). No entanto, há uma grande desvantagem para esse tipo de abordagem. Essa pode não fornecer uma solução

verdadeiramente ideal, uma vez que gera blocos fracionados podendo violar as restrições de precedência (Gershon, 1983).

Johnson (1968) desenvolveu um modelo matemático para resolver o problema da programação de longo prazo. Isso inclui o valor do dinheiro no tempo e diferentes tipos de processamento do avanço. O modelo foi aplicado através do princípio de decomposição de *Dantzig-Wolfe* para decompor a formulação complexa em um problema mestre e em alguns subproblemas. O problema principal é a formulação de programação linear em aplicações de blendagem. Sua função é escolher uma combinação de possibilidades de mineração para cada período, de modo que satisfaça as restrições e maximize os lucros totais. A solução mestre garante a solução dos problemas entre planos consecutivos, enquanto o subproblema, resolvido através da rede de algoritmo de fluxo máximo, desenvolve planos de avanço da mina para cada período. No entanto, o tempo computacional para processamento impossibilitou a aplicabilidade do método.

Dağdelen (1985) decompõe o agendamento complexo de períodos de tempos múltiplos em problemas menores de período de tempo único, que pode ser resolvido usando métodos de otimização e desenho de cavas ótimas como o algoritmo de fluxo máximo. O método definido com subgradiente usa parâmetros *lagrangiano* em sua formulação matemática. No entanto, o método *lagrangiano* nem sempre pode convergir para uma solução ótima.

Onur e Dowd (1993), Seymour (1994) e Tolwinski (1998) apresentaram abordagens com base em métodos de programação dinâmica para otimização da sequência de produção usando valor presente líquido máximo como critério de otimização. Ao contrário das técnicas de programação linear, esta não apresenta formulação matemática padrão. Na programação dinâmica, as equações devem ser especificamente desenvolvidas para cada caso individual. Programação dinâmica dá os melhores resultados entre algumas soluções alternativas selecionadas, mas não considera todas as alternativas possíveis e não resulta em uma verdadeira solução ideal para maximizar o VPL de um projeto. Outro problema com essa técnica é a limitação do número total de variáveis e restrições. Isso coloca grandes obstáculos na aplicação do modelo em problemas reais de programação a céu aberto (Fytas et al., 1987).

Gershon (1983) e Barbaro e Ramani (1986) propuseram programação inteira mista (MIP) para otimizar os modelos de programação da produção a longo prazo. MIP é uma variação de programação inteira para problemas que requerem apenas algumas variáveis inteiras. As demais variáveis contínuas são autorizadas a tomar qualquer valor não inferior a zero. A formulação do problema, como uma programação MIP, permite que blocos parciais

possam ser extraídos somente se todos os blocos precedentes tenham sido completamente removidos. Isso representa uma vantagem com relação ao uso da programação linear. Há ainda uma grande desvantagem para essa abordagem. O número de variáveis necessárias para formular o problema de programação para um depósito real é muito grande. Para superar esse problema, Ramazan (2007) propôs o uso do algoritmo fundamental de árvore (FTA), que visa ao sequenciamento de unidades de mineração global ou blocos, a fim de diminuir o número de variáveis requeridas. O método apresentou resultados promissores em um estudo de caso realizado em um depósito multiminerar. No entanto, a abordagem requer mais testes e exposição às restrições operacionais na indústria mineira.

Ravenscroft (1992) sugeriu que, ao invés de concentrar-se no fornecimento de estimativas de sensibilidade em blocos individuais e se deparar com dificuldades de combiná-los, esse poderia ser executado com o mesmo sequenciamento de produção em modelos alternativos condicionalmente simulados, fornecendo assim uma medida da sensibilidade da programação da produção com relação à incerteza dos teores. Isso resultaria na possibilidade de análise através de intervalos de confiança para alimentação do material na usina, por exemplo. Uma desvantagem é que a metodologia assume abordagem estática para o sequenciamento do minério, não incorporando assim a incerteza dos teores no processo de programação da produção.

Smith e Dimitrakopoulos (1999) propuseram uma abordagem em que são obtidos diversos sequenciamentos ótimos, um para cada modelo simulado. Se um bloco for extraído no mesmo prazo para todas as programações diferentes, então a probabilidade de que o bloco possa ser idealmente explorado nesse período é de 100%. Assim, um nível de probabilidade do bloco ser minerado poderia ser usado para avaliar o impacto da incerteza na programação da produção. Apesar de uma boa indicação dos riscos associados, essa abordagem não prevê um cronograma de produção que minimize o risco de não atingir as metas financeiras. Esse tipo de informação pode ajudar o planejador a adotar algum padrão de sequenciamento da lavra e produzir um planejamento mais robusto com relação à incerteza dos teores.

Peroni (2002) propôs a definição de uma metodologia para controle e planejamento de lavra a médio e longo prazo por incorporação da incerteza e da fluuabilidade local associadas ao minério, avaliando a sensibilidade do retorno financeiro e do avanço de lavra relacionados. Usou métodos de simulação sequencial gaussiana e simulação sequencial dos indicadores. Apesar dos resultados apresentados terem mostrado boa reprodutibilidade para o estudo de caso executado e servirem como indicador para avanços de lavra, a metodologia não incorpora as incertezas geológicas como ferramenta automática para calcular a solução ótima.

Ramazan e Dimitrakopoulos (2004a) desenvolveram um método probabilístico para integrar eficientemente a incerteza de teores de minérios e a questão do acesso e redução da circulação de equipamentos de grande porte. Esse método produz uma programação preferível relativo à distribuição do risco. No entanto, a definição das prioridades de agendamento para os blocos a serem extraídos, com base nas probabilidades atribuídas aos blocos individuais, nem sempre produz uma solução ideal para programação da produção de depósitos grandes e complexos, uma vez que a combinação dos blocos de baixos e altos teores não é considerada eficaz.

2.3.1. *Sequenciamento de Lavra Estocástico*

Os problemas de suboptimalidade, quanto à definição das sequências de lavra e também a incapacidade de gerar programas de produção totalmente ótimos para os avanços, estiveram em pauta nos últimos 20 anos. O objetivo do desenho de avanço de lavra (ou *pushback* ou fase) é determinar um guia referente ao processo de lavra de longo prazo, para que a sequência de extração do material em uma cava a céu aberto ao longo do tempo maximize o valor presente líquido (VPL) do projeto (Hustrulid & Kuchta, 2006).

Novos métodos devem ser capazes de levar em consideração a incerteza geológica como parte do processo de otimização e sequenciamento de lavra. A seguir seguem três principais desvantagens para determinação dos processos de otimização de longo prazo (Godoy, 2003):

(i) quando a distribuição dos teores no corpo de minério não é uniforme, é possível que haja grandes diferenças entre dois cortes (avanços de lavra) adjacentes. Essa diferença de teores e similaridade pode causar o chamado problema-lacuna, que pode resultar em uma solução que está longe de ser ótima (Ramazan, 1996). Wang e Sevim (1993) propuseram uma nova abordagem para resolver o problema-lacuna através da limitação rigorosa do tamanho dos cortes. Infelizmente, o método é baseado em programação dinâmica e, como tal, nem sempre dá o maior valor financeiro máximo;

(ii) a incapacidade de produzir programações de produção operacionalmente viáveis;

(iii) a incerteza geológica não é levada em consideração pela otimização com as abordagens disponíveis. O desenho da cava e avanços de lavra, bem como a programação de produção, dependem da estimativa de teores do modelo de minério.

Ao longo dos últimos anos, grandes esforços têm sido feitos para integrar a incerteza em planejamento de mina. Para incorporar a incerteza do minério, relativos ao teor e metal, em planejamento de mina, um conjunto de modelos igualmente prováveis do minério são usados dentro do contexto de otimização estocástica para o problema do sequenciamento de produção.

Dimitrakopoulos e Ramazan (2004) desenvolveram uma abordagem probabilística do método de programação de produção em longo prazo e introduziram o conceito de desconto de risco geológico (GRD). O método é baseado em programação linear (LP) para resolver eficientemente o problema de sequenciamento. A formulação LP elimina o problema de mineração parcial do bloco usando variáveis lineares ao invés de abordagem binária para melhorar a eficiência no tempo de solução.

Esses esforços incluem a formulação de processos estocásticos de modelos de programação inteira (SIP) (Ramazan e Dimitrakopoulos 2007, 2008) que podem otimizar o problema de programação anual de produção de minas a céu aberto, considerando a incerteza no fornecimento de materiais extraídos do depósito. Sua formulação tem como objetivo maximizar o VPL e minimizar os desvios esperados das metas de produção, bem como racionalizar a abordagem estocástica. Atualmente, a principal limitação da abordagem SIP é que ela é computacionalmente muito exigente. O estudo de caso em um depósito de ouro na Austrália mostra que o método SIP tem potencial para aumentar o VPL total de projetos de mineração de forma substancial e que esse pode ser aplicado em minas de grande porte a céu aberto de forma eficiente.

O trabalho de Godoy e Dimitrakopoulos (2003) e Leite e Dimitrakopoulos (2007) apresentam a programação de lavra, sendo estocasticamente otimizada utilizando um algoritmo baseado em simulação *annealing*. Godoy (2003) propôs o uso de um sequenciamento inicial de produção e iterativamente trocar blocos entre os períodos de produção com a finalidade de minimizar os desvios das metas de produção de minério e estéril. Embora o conceito de sequenciamento da produção de minério e estéril não seja diretamente transferido à parte de desenho de avanço de lavra (*pushback*), a metodologia de simulação *annealing* pode ser usada de diversas maneiras na indústria mineira.

Kumral e Dimitrakopoulos (2009) desenvolveram uma metodologia para o sequenciamento estocástico da produção de mina considerando taxas de produção baseados em valores médios (com menor variabilidade). Neste trabalho, o modelo tradicional de programação da produção das minas é modificado para obter ritmo de produção ideal e evitar a ocorrência de problemas de capacidade ociosa. Além disso, o modelo de otimização utilizado neste trabalho é baseado em programação probabilística, a fim de considerar a natureza estocástica do sequenciamento e seleção de taxa de produção, na presença das incertezas de teor mineral e financeira. A abordagem probabilística de programação é capaz de gerar cronogramas para uma série de níveis de confiabilidade. Algumas desvantagens com relação à programação probabilística e perda de variabilidade devido ao efeito de suavização fazem com que o sequenciamento de lavra possa não apresentar níveis de confiabilidade realistas.

Albor e Dimitrakopoulos (2009) integraram o desenho de avanço de lavra num processo de simulação estocástica considerando a influência do número e tamanho de *pushbacks* para análise de risco no sequenciamento da produção. Os autores propuseram um agrupamento de uma série de cavas aninhadas em um número específico de *pushbacks*, avaliando as combinações em termos do valor econômico descontado aproximado. Os autores geraram sequenciamento de produção durante a vida útil da mina baseado no desenho de cava variando o número de *pushbacks* usando a formulação SIP apresentada por Ramazan e Dimitrakopoulos (2007). Determinando e escolhendo o *pushback* ótimo, foi possível aumentar o valor presente líquido no processo de sequenciamento de produção para um depósito de cobre em até 30%. A desvantagem dessa abordagem é que ela é computacionalmente intensiva, visto que a formulação SIP precisa ser solucionada para cada desenho de avanço de lavra.

Asad e Dimitrakopoulos (2010) estenderam o algoritmo de fluxo máximo paramétrico para o desenho de avanços de lavra sob incerteza geológica e tentaram controlar as diferenças relativas de tamanho entre os avanços (*gap*). A abordagem foi aplicada num depósito de cobre e comparado ao mesmo método sem o uso de controle de *gap* entre os avanços de lavra. Com o uso do algoritmo, foram gerados avanços de lavra mais práticos, ou seja, com tamanhos relativamente iguais. A abordagem é limitada pela inabilidade de acomodar simultaneamente a incerteza local e tipos de material através das simulações disponíveis.

O item a seguir faz uma breve revisão dos tópicos de reconciliação e reservas recuperáveis.

2.4. RECONCILIAÇÃO

A reconciliação é um procedimento comum realizado na maioria das minas. Inúmeros geólogos e engenheiros passam horas na frente de planilhas comparando as reservas planejadas ao que realmente foi produzido. O resultado é geralmente um conjunto de fatores, que são aplicados para estimativas futuras, na tentativa de adequar a previsão à melhor forma de como a operação poderá ser realizada (Morley, 2003). A validade prática de qualquer recurso e estimativa de reservas consiste em uma comparação das estimativas com a produção, um procedimento comumente chamado de estudo de reconciliação. Tais estudos são realizados rotineiramente na indústria, mas poucos são publicados, e, mesmo quando publicados, os detalhes normalmente não são fornecidos integralmente para que haja avaliação dos métodos de estimativa. Estudos de caso envolvendo comparativos das técnicas de estimativa de recursos e de produção são uma importante fonte de informações sobre a validade dos procedimentos executados. Existem dois tipos de estudos de reconciliação: aqueles baseados em uma simulação do banco de dados e aqueles baseados em um depósito mineral real.

Dados simulados fornecem um meio para proceder a uma comparação dos métodos de estimativa com uma realidade idealizada e que pode ser realizada antes da produção real. A seguir são apresentados alguns exemplos dos estudos que incorporaram elementos de reconciliação entre as estimativas e a produção nos processos industriais (Sinclair e Blackwell, 2002):

(i) Cu Pórfiro - Depósito *Similkameen*: comparação entre a krigagem ordinária do bloco, probabilidade condicional e estimativas poligonais com a produção executada (Raymond, 1979); - Depósito *Valley*: semelhante ao depósito *Similkameen* (Raymond e Armstrong, 1988);

(ii) Au - Comparação da krigagem ordinária de blocos, inverso da distância e estimativas da probabilidade condicional com a produção executada (Sinclair et al., 1993);

(iii) Vale do Mississippi - Zn-Pb - Comparação da probabilidade condicional, krigagem ordinária e produção (Raymond, 1984);

(iv) Mo-Cu Pórfiro - Estudo comparativo dos teores da usina (moagem) com as estimativas da krigagem e inverso do quadrado da distância (Johnstone e Blackwell, 1986; Norrish e Blackwell, 1987);

(v) Au Epitermal - Depósito *Golden Sunlight*: krigagem dos dados de perfuratriz (*blast holes*) versus produção executada (Roper, 1986); - *Cresson Mine*: várias estimativas de krigagem versus produção executada (Pontius e Head, 1996);

(vi) Sulfeto Maciço - Depósito *Louvem*: comparação do método das seções, produção e aplicação da krigagem ordinária nos blocos (Vallée et al., 1982).

Morley e Moller (2005) apresentaram um estudo de caso da aplicação de sistema de reconciliação na mina de ferro *Sishen*, localizada na África do Sul. Esse trabalho se refere à operação sobre os processos de reconciliação associadas ao uso de um sistema unificado automatizado de reconciliação. O processo descreve as principais estimativas e as medições que são usadas para a reconciliação, os detalhes e as características de um sistema de gestão baseado em informação automatizada para facilitar a análise e o fluxo do processo, fornecendo algumas informações sobre os benefícios que têm sido obtidos através da utilização de um rigoroso processo de reconciliação.

Abichequer (2010) avalia, através de um estudo de caso, a eficácia da simulação geoestatística na previsão da variabilidade *in situ* dos teores e planejamento de pilhas de homogeneização. A metodologia proposta foi aplicada a um depósito de fosfato na região central do Brasil. No estudo, os teores de P_2O_5 previstos no plano de lavra de curto prazo e amostrados na área industrial foram comparados com o grupo de valores gerados para as pilhas por meio de processo de simulação. A reprodução dos dados demonstrou a aplicabilidade da metodologia para o depósito em questão.

No contexto do setor de mineração, em geral, a reconciliação equivale à comparação entre uma estimativa (um modelo de recursos minerais, um mineral, um modelo de minério de reserva, ou informações de controle de qualidade) com a realidade executada (Glacken e Morley, 2003; Schofield, 2001). Os objetivos fundamentais da reconciliação são (após Glacken e Morley, 2003):

(i) medir o desempenho da operação relacionado às predições;

- (ii) garantir a valorização dos bens minerais;
- (iii) confirmar a eficiência das categorias da estimativa e a tonelagem respectiva;
- (iv) fornecer indicadores-chave de desempenho - em especial para o controle de teores.

2.4.1. Falhas Recentes na Indústria de Mineração

De acordo com Sinclair e Blackwell (2002), existem muitos exemplos de falha no processo da mineração, muitos dos quais resultam da incapacidade de produção de acordo com estimativas de reservas, quer seja em termos de teor (Figura 2.4) ou em tonelagem. Nota-se na Figura 2.4 (Extraído de Sinclair & Blackwell, 2002) que, em apenas poucos casos, a estimativa esteve dentro da diferença de aproximadamente 10% da produção.

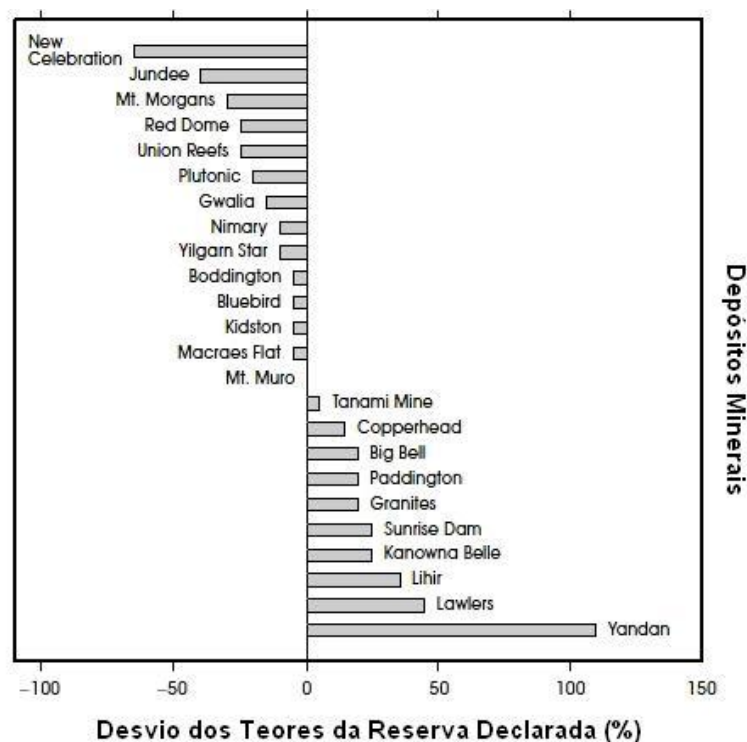


Figura 2.4: Desvio das metas de produção de teores através da estimativa dos teores para 23 depósitos minerais australianos de ouro.

Falhas de mineração e exploração podem ser classificadas em duas categorias extremas: aquelas que são verdadeiras fraudes e aqueles para os quais a avaliação sofre de

uma ou mais falhas de procedimentos técnicos. Além disso, uma falha pode ser atribuída a várias causas, apesar de nossa tendência de enfatizar uma causa específica, em muitos casos.

Clow (1991) apresentou uma consideração de forma concisa sobre muitas falhas de minas de ouro canadenses da década de 80. Ele sugere que a causa mais importante, em geral, é a inexperiência e desqualificação das pessoas que realizam a avaliação. Técnicos na exploração tendem a ser generalistas, sem um plano de execução necessário que leve em conta adequadamente todos os aspectos necessários da estrutura geológica, da continuidade dos teores e do corpo mineral, condições rochosas, métodos de extração e produção. Além disso, esse autor expressa um comentário geral sobre a complexidade da geoestatística e da falta de integração comum entre a geologia, a geoestatística e a engenharia, na definição e estimativa de recursos e reservas minerais (Clow, 1991, p. 34).

2.4.2. *Reservas Recuperáveis*

Estimativas de recursos/reservas são feitas para determinar o teor e a quantidade de metal (ou minério) do depósito. Claramente, as interpretações e as hipóteses são necessárias para chegar à tonelagem e ao teor das estimativas para ser utilizado em avaliações econômicas e planejamento de mina.

De acordo com Sinclair e Blackwell (2002), os profissionais de formações diversas dependem das estimativas de recursos/reservas; no entanto, nem todos são envolvidos nos procedimentos do dia a dia usados para obter essas estimativas. Conseqüentemente, muitos envolvidos nessa cadeia não conhecem os detalhes de diferentes metodologias ou as vantagens e desvantagens de qualquer um dos métodos.

Os chamados métodos tradicionais incluem o método da poligonal, ponderação pelo inverso da distância, triangulação e métodos de isolinhas. Um segundo grupo, apresentado através de abordagens geoestatísticas, inclui diversos procedimentos. Esses são os métodos de krigagem definidos como krigagem simples, krigagem ordinária e krigagem dos indicadores (Journel, 1983). Exceto por pequenos depósitos e pequenas quantidades de dados, a aplicação de qualquer desses métodos geralmente requer um nível significativo de utilização computacional.

É importante perceber que o desenvolvimento da geometria tridimensional de um corpo de minério (modelo geométrico) é baseado na interpretação geológica de um depósito.

Estimativas individuais dos blocos dentro desse corpo geométrico definido são realizadas para produzir um modelo de blocos do depósito.

A determinação de um inventário mineral é uma quantificação formal de materiais que ocorrem naturalmente, estimada por uma variedade de procedimentos empiricamente ou teoricamente fundamentados. Depósitos minerais que são submetidos a um estudo de viabilidade econômica são comumente classificados como reservas.

Essas estimativas de recursos/reservas, comumente determinadas a partir de modelos de blocos de duas ou três dimensões, através de amostras analisadas e distribuídas no espaço, são aplicadas a volumes de rocha mineralizada, sendo esses muitas vezes de magnitude maior do que o volume total da amostra (Fig. 2.5). Assim, os erros de estimativa podem ser vistos como erros de extensão (ou seja, erros cometidos através da extensão das séries de amostras para um volume muito maior). De acordo com Sinclair e Blackwell (2002), para fins de elaboração de um inventário mineral, um depósito mineral geralmente é discretizado em uma matriz de blocos e o valor médio de cada bloco é estimado a partir dos dados nas proximidades. Assim, um inventário mineral pode ser visto como uma análise detalhada dos blocos cujas dimensões individuais, localização e teores estão determinados. De acordo com a Figura 2.5 (Extraído de Sinclair e Blackwell, 2002), cada bloco deve ser estimado usando dados dentro de uma área de pesquisa (volume), definida por um círculo centrado no bloco a ser estimado. Ainda na figura, os pequenos pontos pretos são os locais da amostra (com valores de teor) dentro do depósito e os pequenos círculos abertos são amostras fora dos limites do depósito.

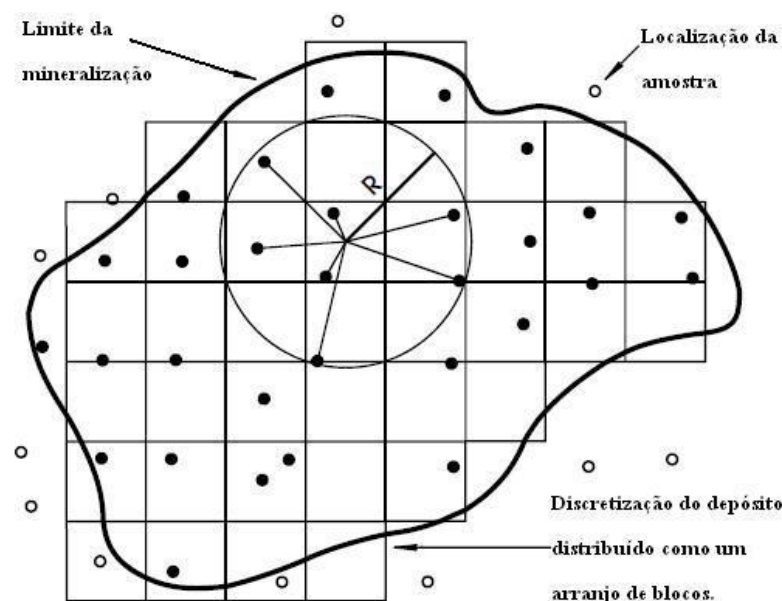


Figura 2.5: Representação bidimensional da situação geral na estimativa de inventário mineral.

David (1977) percebeu que a estimativa da frequência da distribuição das unidades de mineração seletiva (SMU), por ser feita através de compostas com tamanho e volume muito menores, apresentava perda de variabilidade. A abordagem tradicional utiliza uma mudança do método de suporte em que se aplica um fator de correção de variância para a amostra de dados, de modo a obter as distribuições de frequência para um determinado tamanho SMU (Journel e Huijbregts, 1978). A desvantagem dessa abordagem é a utilização de um fator de correção global, que ignora as flutuações locais nos blocos. Outra abordagem consiste em estimar os valores diretamente no bloco através de krigagem de bloco, mas, embora teoricamente ideal, a krigagem sofre excesso de suavização e também requer novas correções. Vários métodos têm sido propostos para lidar com estimativa de reservas recuperáveis (Matheron, 1976; Journel, 1982; Sullivan, 1984; Verly, 1984). Todos esses métodos resultam na produção de valores que ainda precisam ser corrigidos em um bloco local utilizando mudança de suporte. A simulação condicional é uma solução direta para o problema das estimativas das reservas recuperáveis, levando em conta a distribuição espacial dos teores. Um exemplo da aplicação dessa abordagem pode ser encontrado em Costa (1997) e Ravenscroft (1992), onde a abordagem foi apresentada e produziu melhores resultados que as técnicas tradicionais. Outra vantagem do uso da simulação condicional é que os valores de teores simulados podem ser reblocados de acordo com qualquer tamanho SMU, proporcionando uma solução simples para as estimativas locais de reservas recuperáveis.

Ainda, Sinclair e Blackwell (2002) citam que a quantificação de um recurso e/ou reserva mineral deve ser em um nível de confiança (subjéitiva ou estatística) apropriada para os dados disponíveis e as necessidades explícitas da estimativa. Volumes, tonelagens, teores e as quantidades de metais ou minerais são os atributos comuns quantificados. Sua estimativa deve ser ótima no sentido de que deve ser imparcial, e o erro aleatório não deve exceder um critério de qualidade aceitável. Os procedimentos para estimativas podem diferir substancialmente para diferentes tipos de depósitos.

Reservas recuperáveis são determinadas a partir de um subconjunto de estimativas locais que servem como base para planejamento operacional e financeiro.

Capítulo 3

3. DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA POR SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA

Assim como apresentado no item 2.1, a variância de krigagem ordinária (σ_{KO}^2) incorpora no seu cálculo somente as características geométricas dos padrões de amostragem, considerando somente o posicionamento espacial das amostras e o modelo de continuidade espacial associado. De acordo com Goovaerts (1997), a variância de krigagem não sofre qualquer influência dos valores de teores das amostras, não havendo o reconhecimento à variabilidade local no ponto estimado.

A principal vantagem dos métodos de simulação estocástica é a possibilidade de quantificação da incerteza em torno de um valor desconhecido $z(u)$ com relação aos possíveis resultados que uma variável aleatória pode assumir.

Este capítulo apresenta uma revisão dos conceitos matemáticos que podem servir para classificação de recursos minerais e para a medição da incerteza através do uso de simulação estocástica. Isso servirá como base para execução do processo de análise de risco para o sequenciamento de avanços de lavra relativo aos teores e também para o planejamento de lavra visando ao cumprimento de metas considerando a incerteza associada dos teores (escala de risco). Também serão revisados alguns conceitos básicos de simulação estocástica geoestatística. Para maior detalhamento do assunto, consultar Goovaerts (1997) e Chilès & Delfiner (1999).

3.1. MEDIDAS DE INCERTEZA E DISPERSÃO

Os modelos probabilísticos são considerados como resultado de algum processo aleatório obtido através de realizações de variáveis aleatórias (RV) (item 2.1). As variáveis aleatórias são variáveis cujos valores são gerados aleatoriamente através de algum mecanismo probabilístico (Isaaks & Srivastava, 1989). Se a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória for conhecida, pode-se calcular e fazer inferências sobre as características estatísticas dessa variável.

A simulação condicional é uma metodologia que, simultaneamente, considera e reproduz as estatísticas dos dados originais e continuidade espacial da jazida. Uma parte fundamental da metodologia é o uso de estatísticas para medidas de incerteza que são derivados da função de distribuição condicional (*cdf*) da série $z(u)$ de teores de um bloco em uma localização u dentro do depósito. Medidas básicas incluem a variância condicional, o coeficiente de variação condicional, faixas de percentil e intervalo de probabilidade.

3.1.1. Variância Condicional

A variância condicional (CV) mede o espalhamento da curva da função de distribuição condicional (*cdf*) relacionado ao seu valor médio e é dada por:

$$CV(u) = \sum_{k=1}^{K+1} [\bar{Z}_k - Z^*_E(u)]^2 \cdot [F(u; Z_k) - F(u; Z_{k-1})] \quad (3.1)$$

onde,

- $Z_k, k=1, \dots, K$, são K valores de *threshold* discretizando o intervalo de variação dos Z -valores;
- \bar{Z}_k é a média da classe $Z_{k-1}, (Z_{k-1}, Z_k)$ que no caso de um modelo de estimativa linear intraclasses corresponde à: $Z_k = (Z_{k-1} + Z_k) / 2$;
- $Z^*_E(u)$ é o valor esperado da *cdf* aproximado por uma soma discreta;
- $F(u, Z)$ é uma função de valores de teores Z para uma determinada localização u :

$$Z^*_E(u) = \sum_{k=1}^{K+1} \bar{Z}_k \cdot [F(u; Z_k) - F(u; Z_{k-1})] \quad (3.2)$$

A variância condicional define o espalhamento em torno da média, que é dependente da média das classes \bar{Z}_k .

3.1.2. Coeficiente de Variação Condicional

O coeficiente de variação condicional (CCV) ou desvio padrão condicional relativo corresponde ao desvio-padrão condicional racionalizado pela média. Uma vantagem do CCV

é que esse expressa diretamente a variabilidade como uma porcentagem da média, assim filtrando efeitos proporcionais. Esse é calculado da seguinte maneira:

$$CCV(u) = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{K+1} [\bar{Z}_k - Z^*_E(u)]^2 \cdot [F(u; Z_k) - F(u; Z_{k-1})]}}{Z^*_E(u)} \quad (3.3)$$

Através do coeficiente de variação condicional, é possível verificar o grau de representatividade da média relativo ao conjunto de dados, sendo utilizado para comparar a variabilidade de grupos de dados com ordem de magnitude e com unidades de medidas distintas.

Um coeficiente de variação condicional superior a 50% sugere alta dispersão em torno da média, o que indica heterogeneidade dos dados. Quanto maior for esse valor, maior a imprecisão associada à estimativa da média.

3.1.3. Intervalo Entre Quartil Condicional

O intervalo entre quartil condicional (IEQ) é definido como a diferença entre o quartil (q_i) superior ($q_{0.75}$) e o inferior ($q_{0.25}$) da distribuição, sendo i o valor de quartil da distribuição:

$$IEQ(u) = q_{0.75}(u) - q_{0.25}(u) = F^{-1}(u; 0.75) - F^{-1}(u; 0.25) \quad (3.4)$$

Ao contrário do CV e CCV, o IEQ e suas variações (percentil) não são afetadas pela magnitude dos teores na *cdf*, não sendo sensíveis aos valores extremos. O IEQ e suas variações podem também ser escalonados pela média ou mediana da *cdf* correspondente.

3.1.4. Intervalo de Probabilidade e Confiança

A probabilidade de um valor desconhecido (u) estar dentro de um intervalo $(a, b]$, definido como intervalo de probabilidade ou intervalo de confiança, é calculado como a

diferença entre os valores ($F(u; b/(n))$) da curva da função de densidade cumulativa (*ccdf*) para os valores do intervalo b e a (Goovaerts, 1997):

$$\text{Prob } \{Z(u) \in (a, b]/(n)\} = F(u; b/(n)) - F(u; a/(n)) \quad (3.5)$$

Ajustando-se o limite superior do valor b do intervalo para $+\infty$, resulta a probabilidade de um determinado valor exceder o valor a :

$$\begin{aligned} \text{Prob } \{Z(u) \in (a, +\infty]/(n)\} &= \text{Prob } \{Z(u) > a/(n)\} \\ &= 1 - F(u; a/(n)) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Outra maneira similar para expressar-se a probabilidade de ocorrência é pela definição de um intervalo de confiança através do cálculo dos valores de percentil ($q_{0.95}$, $q_{0.05}$) na localização u da *cdf* correspondente. O intervalo entre percentis (IEP) pode ser expresso da seguinte maneira:

$$IEP(u) = q_{0.95}(u) - q_{0.05}(u) = F^{-1}(u; 0.95) - F^{-1}(u; 0.05) \quad (3.7)$$

3.2. MODELO DE FUNÇÃO ALEATÓRIA (RF)

Abordagens geoestatísticas são baseadas no conceito de modelos de funções aleatórias. Isso significa que é necessário um modelo para que possam ser feitas inferências sobre o valor de um atributo em locais não amostrados no depósito. Esse modelo é construído a partir de conceitos de função aleatória espacial (Kolmogorov, 1950; Yaglom, 1962; Whittle, 1963) do fenômeno espacial, definido pela distribuição no espaço de um ou mais atributos. Esse servirá de base para o processo de simulação, permitindo que ocorra a modelagem da(s) incerteza(s) pela geração de múltiplas realizações dos valores de atributos distribuídos no espaço, num processo conhecido como simulação estocástica (Johnson, 1987).

3.2.1. Variáveis Aleatórias Contínuas

Fenômenos naturais, tais como os que formam os depósitos minerais, podem ser simplificados e modelados como a distribuição no espaço de um ou mais valores de atributos que caracterizem esse fenômeno, por exemplo, o teor de um depósito, $z(u)$, onde cada valor z está associada a uma localização u e é definido no espaço tridimensional ($u \in \mathbb{R}^3$). Os valores dos atributos em qualquer localização u , seja amostrado ou não, pode ser interpretado como o resultado de uma variável aleatória (RV), definida como $Z(u)$. Essa RV é uma variável que pode ter um certo número de resultados de valores de acordo com alguma distribuição de probabilidade. Se o atributo tem uma faixa contínua de resultados possíveis, é modelado como uma RV contínua. Uma RV contínua é completamente caracterizada pela sua função de distribuição cumulativa (*cdf*), que indica que a probabilidade (P) para a variável Z na localização u ($Z(u)$) não pode ser maior do que qualquer limite z :

$$F(u, z) = P\{Z(u) \leq z\}, \quad \forall z \quad (3.8)$$

3.2.2. Funções Aleatórias Estacionárias e Ergódicas

O conjunto de N amostras de um atributo $z(u_i)$, $i=1, \dots, N$, dentro de um depósito mineral D pode ser considerado como uma realização particular do conjunto de variáveis aleatórias definidas por $Z(u)$ nomeadas como uma função aleatória (RF) ou processo estocástico. A distribuição espacial real de valores dos atributos é vista como uma realização particular dessa RF (Goovaerts, 1997; Chilès & Delfiner, 1999).

Uma função aleatória é completamente caracterizada pelo conjunto de todas as suas N variações ou N pontos das *cdf* para qualquer número N e qualquer escolha relativo às N 's localizações u_i , $i = 1, \dots, N$.

$$F(u_1, \dots, u_N; z_1, \dots, z_N) = \text{Prob}\{Z(u_1) \leq z_1, \dots, Z(u_N) \leq z_N\} \quad (3.9)$$

A *cdf* multivariada caracteriza a junção das incertezas com relação aos N valores reais $z(u_1), \dots, z(u_N)$, constituindo a então chamada "lei espacial" de $Z(u)$. Outra forma de

representação da lei espacial de $Z(u)$ é a função de densidade de probabilidade (*pdf*), que é dada pelas N 's derivadas parciais:

$$f(u_1, \dots, u_N; z_1, \dots, z_N) = \frac{\partial^N F(u_1, \dots, u_N; z_1, \dots, z_N)}{\partial z_1 \partial z_2 \dots \partial z_N} \quad (3.10)$$

Se algumas variáveis são definidas com valores específicos constantes, então a distribuição das variáveis restantes é definida como uma distribuição condicional. Esse processo de atualização dos valores usualmente resulta em uma *pdf* diferente, essa chamada de função de densidade de probabilidade condicional (*cpdf*):

$$F(u_1, \dots, u_N; z_1, \dots, z_N | (n)) = \text{Prob}\{Z(u_1) \leq z_1, \dots, Z(u_N) \leq z_N | (n)\} \quad (3.11)$$

onde (n) representa o conjunto de valores condicionantes.

Em termos probabilísticos, no que se relaciona à decisão de estacionaridade, o modelo de função aleatória $Z(u)$ deve ser escolhido para ser estacionário dentro do domínio D . A RF $Z(u)$ é dita estacionária dentro do domínio D se a *cdf* multivariada (3.9) permanecer invariável às mudanças do vetor h para dois vetores quaisquer das RV's $\{Z(u_1), \dots, Z(u_N)\}$ e $\{Z(u_1 + h), \dots, Z(u_N + h)\}$ (Goovaerts, 1997):

$$F(u_1, \dots, u_N; z_1, \dots, z_N) = F(u_1 + h, \dots, u_N + h; z_1, \dots, z_N) \quad \forall u_1, \dots, u_N \text{ e } h \quad (3.12)$$

Se as *pdf*'s multivariadas da Equação (3.12) não forem idênticas, então é dito que a função aleatória RF é não estacionária (Chilès & Delfiner, 1999). Normalmente, a análise é limitada em *cdf*'s de 1-ponto e 2-pontos e nos dois primeiros momentos da função aleatória, sendo suficiente para assumir a existência dos momentos (estritamente estacionário de ordem 2).

Dessa forma, a função aleatória $Z(u)$ é dita estritamente estacionária de ordem 2 se seguir as seguintes condições:

- (i) o momento de primeira ordem da RF existe mas não depende da localização u :

$$m = E\{Z(u)\} \quad \forall u \quad (3.13)$$

(ii) para cada par de variáveis aleatórias $\{Z(u), Z(u + h)\}$, a covariância (momento de segunda ordem) existe e não depende de suas respectivas localizações, mas sim da distância que separa ambas amostras representada por um vetor h . Sob essa condição, a covariância $C(h)$ é definida como:

$$C(h) = E\{Z(u) \cdot Z(u + h)\} - E\{Z(u)\} \cdot E\{Z(u + h)\} \quad \forall u \quad (3.14)$$

Outros momentos de segunda ordem são representados da seguinte maneira:

A variância

$$Var \{Z(u)\} = E\{[Z(u) - m]^2\} = C(0) \quad \forall u \quad (3.15)$$

O correlograma $\rho(h)$

$$\rho(h) = C(h) / C(0) \quad (3.16)$$

O variograma $\gamma(h)$

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (3.17)$$

A RF $Z(u)$ estacionária é dita ergódica no parâmetro m se a realização correspondente estatística $m^i \forall i$ tender para m com o aumento do número de realizações i . O parâmetro m é geralmente usado como a média estacionária da RF, ou seja, a média de sua *cdf* $F(z)$ (Bartlett, 1966). A noção de ergodicidade pode ser estendida para qualquer outro parâmetro do modelo, por exemplo, o valor da *cdf* $F(z)$ para um determinado teor de corte z ou para o modelo de covariância $C(h)$. Assim, desde que $Z(u)$ seja estacionária e ergódica e o campo de simulação seja grande o suficiente, as estatísticas de qualquer realização i independente reproduzirão os parâmetros do modelo.

Estacionaridade e ergodicidade são propriedades do modelo RF necessário para inferência e não características do fenômeno em estudo. Por isso, não há escolha a ser feita a não ser considerar um modelo RF tanto estacionário quanto ergódico, ao menos levando em consideração os momentos que se deseja reproduzir.

3.2.3. Simulação Estocástica

Uma simulação da função aleatória $\{Z(u) : u \in A\}$ é simplesmente uma realização de $Z(u)$ aleatoriamente selecionada no conjunto de todas as realizações possíveis. Sua construção requer o conhecimento, no mínimo implicitamente, da distribuição espacial da RF $Z(u)$ (Chilès & Delfiner, 1999). O princípio sequencial, que é intrínseco aos algoritmos de simulação sequencial, se refere à modelagem e amostragem pontual da *ccdf* em cada um dos N nós visitados através de uma sequência aleatória, ao invés da modelagem dos N -pontos da *ccdf* (3.11). Esse princípio é aplicado para assegurar a reprodução do modelo de covariância z à medida que cada ponto da *ccdf* é dita condicional não apenas para os dados originais n , mas também para todos os valores simulados nas localizações previamente visitadas. Esse pode ser generalizado para mais do que dois pontos (multivariado) através da decomposição da *cdf* como o produto de N distribuições condicionais univariadas (Goovaerts, 1997):

$$\begin{aligned}
 F(u'_1, \dots, u'_N; z_1, \dots, z_N | (n)) &= F(u'_N; z_N | (n + N - 1)) \\
 &\quad \cdot F(u'_{N-1}; z_{N-1} | (n + N - 2)) \cdot \dots \\
 &\quad \cdot F(u'_2; z_2 | (n + 1)) \cdot F(u'_1; z_1 | (n))
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

onde $F(u'_N; z_N | (n + N - 1))$ é a *cdf* de $Z(u'_N)$ dado o conjunto de n valores de dados originais e $(N - 1)$ realizações $Z(u'_j) = z^{(i)}(u'_j)$, $j = 1, \dots, N - 1$. A decomposição (3.18) permite que seja gerada uma realização do vetor aleatório $\{Z(u'_j), j = 1, \dots, N\}$ em N passos sucessivos:

(i) determinar uma realização z_1 obtida aleatoriamente a partir da função de distribuição de probabilidade (*pdf*) univariada da variável aleatória $Z(u'_1)$;

(ii) determinar a *pdf* condicional de $Z(u'_2)$ dado que $Z(u'_1) = z_1$ e obter z_2 aleatoriamente a partir desta função de distribuição de probabilidade condicional (*cpdf*);

(iii) determinar a *pdf* condicional de $Z(u'_3)$ dado que $Z(u'_1) = z_1$ e $Z(u'_2) = z_2$ e obter z_3 aleatoriamente a partir desta *cpdf*;

(N) determinar a *pdf* condicional de $Z(\mathbf{u}'_N)$ dado que $Z(\mathbf{u}'_j) = z_j$, $j \in (N - 1)$ e obter z_N aleatoriamente a partir desta *cpdf*.

Para que o algoritmo possa ser utilizado na prática, é necessária uma sequência completa de distribuições condicionais para uma dada *pdf* conhecida. Tais distribuições podem ser facilmente obtidas através de seus parâmetros obtidos por krigagem simples (SK), que usualmente produzem realizações de RFs com estacionaridade estrita apresentando média igual a zero, para uma distribuição RF Gaussiana multivariada.

3.3. FUNÇÃO ALEATÓRIA GAUSSIANA

Uma função aleatória estacionária é Gaussiana se todas as suas N -dimensional distribuições são normais. Se $Y(\mathbf{u})$ é estritamente estacionária e ergódica Gaussiana, então $Y(\mathbf{u})$ é exclusivamente determinada pela sua média m e sua função covariância $C(\mathbf{h})$. Rosenblatt (1952) e Anderson (1984) mostraram que a *cdf* condicional de qualquer RV $Y(\mathbf{u}_i)$ dado um conjunto de dados $y(\mathbf{u}_\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, n$ é uma distribuição Gaussiana com valor esperado, covariância e variância dada por:

$$E\{Y(\mathbf{u}_i)\} = m = 0 \quad (3.19)$$

$$E\{Y(\mathbf{u}_i) | Y(\mathbf{u}_\alpha)\} - m^2 = C(\mathbf{u}_\alpha, \mathbf{u}_i) \quad (3.20)$$

$$\text{Var}\{Y(\mathbf{u}_i)\} = \sigma^2 = 1 \quad (3.21)$$

O valor de $m(\mathbf{u}_i)$ pode ser determinado pelo sistema de krigagem simples:

$$y_{SK}^*(\mathbf{u}_i) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha(\mathbf{u}_i) \cdot y(\mathbf{u}_\alpha) + [1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha(\mathbf{u}_i)] \cdot E\{Y(\mathbf{u}_i)\} \quad (3.22)$$

onde λ_α representa os pesos obtidos pelo sistema de krigagem simples.

Entretanto, na prática, a maioria das áreas de geociências raramente apresentam um distribuição Gaussiana. Então é aplicada uma transformação para normalização dos dados iniciais $z(u_\alpha)$, $\alpha = 1, \dots, n$ para obtenção do modelo Gaussiano:

$$y(u_\alpha) = \Phi [z(u_\alpha)] \quad \alpha = 1, \dots, n \quad (3.23)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é uma função de transformação que define $y(u_\alpha)$ como uma função da variável $z(u_\alpha)$, e a primeira tem uma distribuição Gaussiana com média zero e variância 1.

A simples normalização dos dados não é uma condição suficiente para que os dados tenham uma distribuição Gaussiana multivariada. Para verificar se a distribuição é multi-Gaussiana, é necessário que a combinação de pares de valores $Y(u_i)$ e $Y(u_i + h)$, $\forall h$ também seja uma distribuição Gaussiana bivariada (ver Goovaerts, 1998, p. 271-275).

As realizações $y_s(u_i)$ são transformadas em realizações $z_s(u_i)$ através da função inversa Φ^{-1} .

$$z_s(u_\alpha) = \Phi^{-1}[y_s(u_\alpha)] \quad \alpha = 1, \dots, n \quad (3.24)$$

3.4. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL CONDICIONAL

Uma simulação é dita condicional à medida que essa reproduz os valores das amostras nas suas localizações. O dado disponível é visto como uma realização particular de um conjunto de dados aleatórios e, em geral, é usado para caracterizar a RF através da sua distribuição univariada e função covariância. A extensão da simulação sequencial de uma função aleatória condicional para um conjunto de dados é descrito a seguir, considerando uma RF $Z(u)$ estacionária e ergódica, levando em consideração um conjunto de variáveis aleatórias $Z(u_i)$, $u \in R^n$, $i = 1, \dots, N$, e um outro conjunto de dados em que uma realização é conhecida e descrita por (n) . Como para o caso da *pdf* não condicional, assim definida pela decomposição da *pdf* multivariada (Rosenblatt, 1952 p.470) como uma maneira para a geração das realizações, a decomposição da N -variada *pdf* condicional ao conjunto de dados (n) é escrito como:

$$\begin{aligned}
F(u'_1, \dots, u'_N; z_1, \dots, z_N | (n)) &= F(u'_1; z_1 | (n)) \\
&\times F(u'_2; z_2 | (n+1)) \\
&\times \dots \\
&\times F(u'_N; z_N | (n+N-1)) \\
&= \prod_{i=1}^N F(u'_i; z_i | (n+i-1))
\end{aligned}
\tag{3.25}$$

O algoritmo sequencial permanece o mesmo, mas, ao invés de selecionarmos o primeiro valor z_1 da *pdf* univariada de $Z(u_1)$, esse é selecionado a partir da *pdf* condicional de $Z(u_1)$ dados os valores originais (n) . Isso faz com que seja possível realizar simulações tanto não condicionais ($N = 0$) quanto condicionais ($N > 0$), sendo possível reproduzir a sua distribuição espacial bem como sua respectiva covariância (Chilès & Delfiner, 1999). Para uma RF com a média conhecida, a distribuição condicional de $Z(u_i)$ é Gaussiana, com média $Z^*(u_i)$ e variância $\sigma_{K_i}^2$, onde $Z^*(u_i)$ é o resultado da estimativa por krigagem simples de $Z(u_i)$ a partir de $\{Z(u_j) : j < i\}$, sendo $\sigma_{K_i}^2$ a variância de krigagem associada.

Dessa maneira, para que qualquer tipo de função aleatória possa ser aplicada na simulação sequencial gaussiana, é necessário que haja a transformação dessa função em uma função Gaussiana multivariada estacionária. Essa transformação é válida à medida que preserva o modelo de covariância citada anteriormente. Resumindo, a RF $Z(u)$ Gaussiana multivariada é caracterizada se (Deutsch & Journel, 1992):

- (i) os subconjuntos forem Gaussianos multivariados;
- (ii) a combinação linear das variáveis aleatórias forem Gaussianas;
- (iii) as distribuições condicionais de uma variável aleatória, sendo essas geradas por outras variáveis aleatórias já simuladas, apresentarem características de forma Gaussiana (normal).

Os parâmetros para as distribuições condicionais univariadas podem ser derivadas usando as equações (3.19) e (3.20). A implementação tradicional da simulação sequencial sob um modelo Gaussiano é conhecido como simulação sequencial Gaussiana (SGS) (Isaaks, 1990).

3.4.1. Condicionamento por Krigagem

Considere-se uma RF $Z(\cdot)$ conhecida nos N pontos amostrados u_α , $\alpha = 1, \dots, N$. Assumindo que há uma simulação não condicional $S(\cdot)$ independente de $Z(\cdot)$, com a mesma covariância de $Z(\cdot)$, o condicionamento é a operação onde é possível passar $S(\cdot)$ a uma simulação $T(\cdot)$ que coincidam os pontos amostrais. Sendo $Z^*(u)$ a estimativa através da krigagem de $Z(u)$ na localização u , baseado nos dados $Z(u_\alpha)$, então (Chilès & Delfiner, 1999):

$$Z(u) = Z^*(u) + [Z(u) - Z^*(u)]$$

O erro de krigagem $[Z(u) - Z^*(u)]$ é desconhecido, visto que $Z(u)$ não é conhecido. Considerando a mesma igualdade para $S(u)$, onde $S^*(u)$ é a estimativa de krigagem obtida como se a simulação fosse conhecida nos pontos amostrais u_α :

$$S(u) = S^*(u) + [S(u) - S^*(u)]$$

Dessa maneira, o valor verdadeiro $S(u)$ é conhecido e então a simulação da krigagem do erro $S(u) - S^*(u)$ é calculado. Assim, substituindo o erro desconhecido pela simulação desse erro na decomposição de $Z(u)$, obtém-se $T(u)$ definido por:

$$T(u) = Z^*(u) + [S(u) - S^*(u)] \quad (3.26)$$

Visto que a krigagem é um interpolador exato, num ponto amostral tem-se $Z^*(u_\alpha) = Z(u_\alpha)$ e $S^*(u_\alpha) = S(u_\alpha)$, então $T(u_\alpha) = Z(u_\alpha)$. Como S e Z são independentes, a covariância de T é também a soma da covariância de Z^* e $S - S^*$, igualando-se à covariância de $Z - Z^*$ (abordagem geral ver Delfiner, 1976). Então:

$$\text{Cov}(T(u), T(u')) = \text{Cov}(Z(u), Z(u')) \quad (3.27)$$

É importante notar que, na Equação (3.26), as simulações não condicionais $S(u)$ são apenas usadas no cálculo da krigagem dos erros e devem ser selecionadas com média zero.

Quando considerado condicional em $Z(u_\alpha)$, então $T(u)$ não é mais estacionário. A média e sua respectiva variância, de um grande número de simulações condicionais independentes num dado ponto qualquer, tende à estimativa e à variância por krigagem.

Uma simulação condicional se comporta como os dados reais do depósito, mas não serve para estimar o depósito (Chilès & Delfiner, 1999). Como um interpolador de $Z(u)$, uma simulação $T(u)$ não seria capaz de estimar localmente com qualidade e a sua variância seria duas vezes a variância da krigagem. Como:

$$T(u) - Z(u) = [Z^*(u) - Z(u)] + [S(u) - S^*(u)]$$

então,

$$E[T(u) - Z(u)]^2 = 2\sigma_K^2(u)$$

De acordo com as palavras do poeta Jean Cocteau, uma simulação condicional é "uma mentira que sempre diz a verdade".

3.4.2. Simulação Sequencial Gaussiana

Considere-se a simulação de um atributo contínuo z nos N pontos u'_i de um grid condicional ao conjunto de dados $\{z(u_\alpha), \alpha = 1, \dots, n\}$. A simulação Sequencial Gaussiana é procedida da seguinte maneira (Goovaerts, 1998):

(i) checar a apropriação do modelo RF multiGaussiano, que necessita de uma transformação prévia dos valores z -data em y -data com uma *cdf* normal padrão usando o processo de transformação normal descrito pela Equação (3.23);

(ii) checar se a função de densidade cumulativa condicional (*ccdf*) é validada sob a hipótese de Bi-normalidade;

(iii) se o modelo RF multiGaussiano é retido para a variável y , a simulação sequencial é processada nos dados $y(u')$;

- (iv) definir um caminho aleatório visitando todos os pontos do *grid* a serem simulados, selecionando um conjunto de dados condicionantes ao redor de cada ponto u_α a ser simulado, incluindo os dados $y(u')$ e os pontos previamente simulados $y_S(u')$;
- (v) determinar em cada ponto u' os parâmetros (média e variância) da *ccdf* Gaussiana $G(u'; y|(n))$ usando SK com o modelo semivariograma dos dados normais $\gamma_Y(h)$;
- (vi) selecionar um valor simulado $y_S(u')$ da *ccdf* obtida em (v) e adicioná-lo ao conjunto de dados condicionantes;
- (vii) proceder para o próximo ponto através de um processo aleatório e repetir os dois últimos passos citados;
- (viii) repetir o processo até que todos os N pontos sejam simulados;
- (ix) o passo final consiste na retrotransformação dos dados simulados no espaço Gaussiano em valores simulados da variável original, aplicando a transformação inversa normal (3.24) dos valores y .

3.4.3. Simulação Sequencial dos Indicadores

A aplicação da metodologia geral de simulação sequencial para o caso de uma função de indicadores foi desenvolvido por Alabert (1987b) e Journel (1989). O princípio da metodologia sequencial é selecionar sequencialmente um valor da distribuição condicional construída a partir dos dados e de cada ponto previamente simulado. A função $F(u, z|(n))$ é definida através de uma série de valores de *cutoff's* K sendo o alcance das variações de z discretizados por valores z_k :

$$F(u; z_k|(n)) = \text{Prob} \{Z(u) \leq z_k|(n)\} \quad k = 1, \dots, K \quad (3.28)$$

Os valores K da *ccdf* são então interpolados entre cada classe $(z_k, z_{k+1}]$ e extrapolados entre dois valores extremos z_1 e z_k .

A abordagem por indicadores é baseada na interpretação da probabilidade condicional (3.28) como uma esperança condicional de um indicador RV $I(u; z_k)$ dada a informação (n) .

$$F(u; z_k | (n)) = E \{ I(u; z_k) | (n) \} \quad (3.29)$$

com $I(u; z_k) = 1$ se $Z(u) \leq z_k$ e zero caso contrário.

3.4.4. Simulação por Bandas Rotativas

O método de simulação por Bandas Rotativas foi primeiramente utilizado por Chentsov (1957) no caso especial para funções aleatórias Brownianas. O desenvolvimento para as simulações foi devido a Matheron (1973a). Esse consiste na adição de um grande número de simulações independentes definidas por linhas varrendo o plano. O valor da simulação no ponto x do plano é a soma dos valores assumidos nas projeções de x nas diferentes linhas através das simulações unidimensionais correspondentes (Chilès & Delfiner, 1999). Considerando um sistema de n_D linhas (bandas) varrendo o plano regularmente a partir da origem no espaço (Figura 3.1), o ângulo entre duas linhas adjacentes será π/n_D apresentado da seguinte maneira:

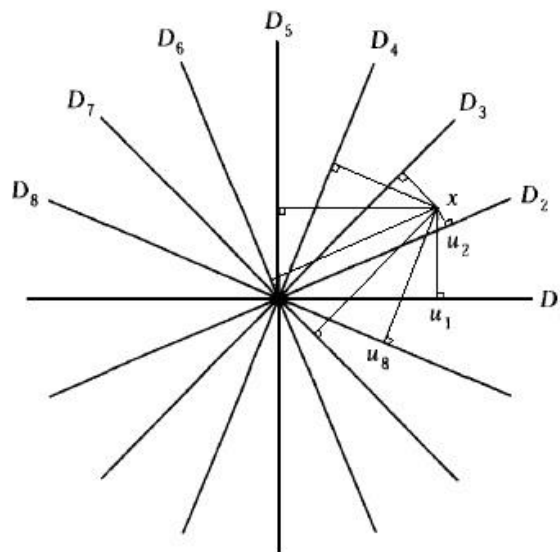


Figura 3.1: O princípio das bandas rotativas em 2D (extraído de Chilès & Delfiner, 1999).

onde,

- $\theta_t \in [0, \pi[$ é o ângulo da linha D_t com o eixo x ;
- u_t é o vetor unidade de D_t com os componentes $\cos\theta_t$ e $\sin\theta_t$;
- q_t é a abscissa em D_t centrado na origem.

Simulações não condicionais independentes $Q_t(q_t)$ com média zero e com covariância $C_1(h)$ são associadas às linhas D_t . Considerando um ponto $x = (x, y)$ no plano, a sua projeção em D_t é um ponto com abscissa:

$$q_t = \langle x, u_t \rangle = x \cos\theta_t + y \sin\theta_t$$

Então a simulação no ponto x será definida por

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{n_D}} \sum_{t=1}^{n_D} Q_t(q_t) \quad (3.30)$$

Com as simulações elementares sendo independentes e com a mesma covariância $C_1(h)$, a covariância generalizada de $Q(x)$ é definida como:

$$C_2(h) = \frac{1}{n_D} \sum_{t=1}^{n_D} C_1(\langle h, u_t \rangle) \quad (3.31)$$

A simulação em cada linha é considerada não condicional para os valores de uma função aleatória em \mathbb{R}^1 com uma determinada covariância. Alguns algoritmos para simular valores em uma dada linha respeitando o modelo de covariância são apresentados por Lantuéjoul (2002).

O condicionamento dos valores simulados nos locais de interesse pode ser visto no item (3.4.1).

De maneira geral, o algoritmo para aplicar o método de bandas rotativas é apresentado abaixo:

- (i) gerar n direções independentes $\theta_1, \dots, \theta_n$ (Figura 3.1);
- (ii) traçar uma perpendicular de um linha (banda) simulada até o ponto x (Figura 3.1). Todas as realizações devem ter a mesma covariância $C_1(h)$;

(iii) gerar n processos estocásticos independentes q_1, \dots, q_n de funções de covariâncias respectivas $C\theta_1, \dots, C\theta_n$ e obter o valor $q_n(x_n, \theta_n)$ em cada banda (Figura 3.2);

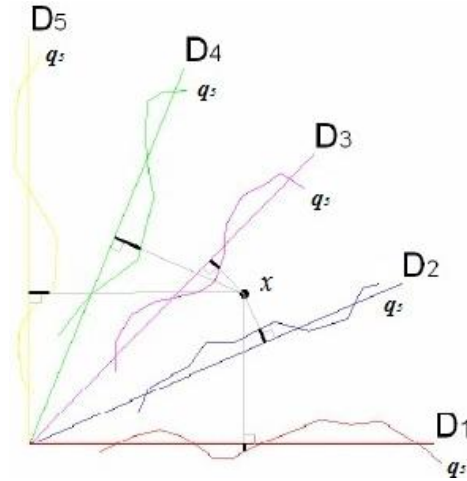


Figura 3.2: Cálculo do ponto simulado pelo princípio das bandas rotativas em 2D (extraído de Souza, 2007).

(iv) obter o valor simulado em x de acordo com a Equação (3.30).

A revisão de alguns métodos de simulação geostatística apresentados acima é importante para a modelagem da incerteza geológica (variabilidade dos teores), que servirá de base para inferências no processo de definição de cava final (otimização de cava), planejamento de lavra (sequenciamento) e comparações através do processo de reconciliação. A seleção do algoritmo a ser utilizado depende essencialmente da aplicabilidade e da confiabilidade dos resultados da metodologia empregada. Apesar de apresentadas diversas técnicas, o algoritmo pelo método de Bandas Rotativas será empregado neste estudo.

Capítulo 4

4. PLANEJAMENTO DE LAVRA E INCERTEZA GEOLÓGICA

O capítulo apresenta o desenvolvimento de uma abordagem para o planejamento operacional (desenho operacional de avanço de lavra) de médio e longo prazo, referente ao sequenciamento de lavra (produção), levando em consideração os diversos modelos equiprováveis simulados e a incerteza dos teores. A abordagem proposta pode ser utilizada por algoritmos de otimização através de programação linear ou através de método iterativo de sequenciamento de produção operacional. Uma revisão geral para o sequenciamento de produção de médio e longo prazo é apresentada. Essa revisão é estendida à abordagem alternativa de sequenciamento de lavra operacional combinando a incerteza de teores e desvio de metas, com a finalidade de minimizar os riscos na programação da produção. É definido e apresentado o conceito de escala de risco (ESR) baseado na minimização (otimização) da função-objetivo por simulação *annealing* (Deutsch, 1992). A abordagem é eficientemente hábil e confiável na minimização dos desvios de meta de produção e na determinação dos riscos associados às reservas minerais.

4.1. PLANEJAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LAVRA A CÉU ABERTO

O processo de programação de produção a céu aberto é a determinação de uma sequência de produção no tempo que envolve pelo menos a remoção de dois tipos de materiais: minério e estéril. De acordo com Halatchev (2002), a programação de uma sequência otimizada de produção no processo de lavra depende das características geológicas do depósito, condições de lavra, tecnologias de processamento e parâmetros econômicos associados ao espaço e tempo. Se o cronograma de produção maximiza o lucro total do projeto, sujeito às condições técnicas, econômicas e ambientais, esse é dito como ideal. As combinações possíveis de produção de minério e de estéril (REM - relação estéril/minério) e a taxa de produção de minério que atenda aos requisitos de alimentação do moinho são duas grandes limitações técnicas envolvidas na determinação do sequenciamento de lavra.

4.1.1. Otimização de Cava a Céu Aberto - Conceito

A otimização matemática de cava é realizada com o uso de uma função-objetivo, que visa à maximização do lucro gerado pelo cava, calculado como o valor acumulado de todo o material (minério e estéril) que está dentro dessa (Figura 4.1, modificada de *Whittle Strategic Mine Planning, short course, Whittle, 2004a*). A inclusão ou exclusão do material que fará parte do esboço da cava otimizada depende necessariamente de variáveis de decisão (tempo) e restrições geométricas (ângulo do talude e espaço físico) que devem ser obedecidas para que haja a cava no processo de otimização matemática.

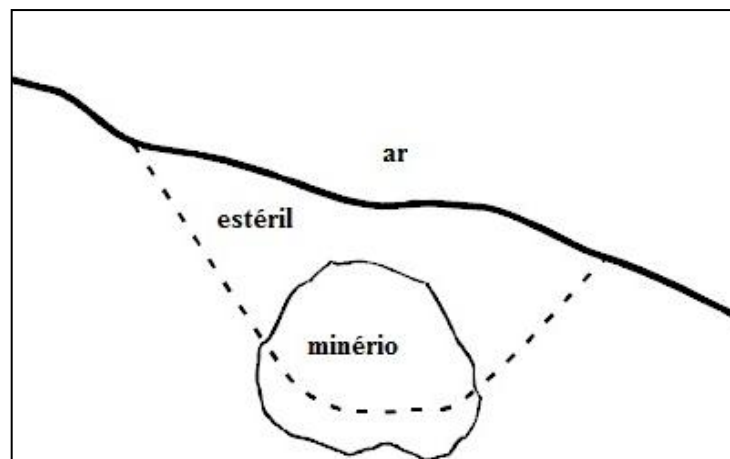


Figura 4.1: Corpo de minério típico com limite de cava matemática.

O cálculo matemático para definição da cava final é o primeiro passo no planejamento do sequenciamento da produção. Existem diversos algoritmos para a projeção dessa cava. Para qualquer modelo de minério, existem diversas definições de cavas possível. As receitas financeiras são calculadas a partir de toneladas de minério, teores, recuperações e preço do produto. O valor de qualquer esboço de cava aceitável pode, em teoria, ser calculado somando receitas menos custos para cada metro cúbico, ou a cada bloco, dentro do limite da cava.

Das várias técnicas usadas para desenvolver uma sequência de extração a céu aberto, a mais comum é a produção de cavas aninhadas (Figura 4.2, modificada de Hustrulid e Kuchta, 1995), que podem ser extraídas de forma independente. Isso é possível através do uso repetido de um algoritmo para definição de cava final alterando sucessivamente o preço da *commoditie*. Quanto mais baixos os preços de venda utilizados para o minério, menores serão as cavas geradas (Hustrulid e Kuchta, 1995). As cavas irão se estender em direção às áreas de maiores teores e/ou terão uma REM muito baixa. Uma vez que os fluxos de caixa que ocorrem no início têm menores taxas de desconto e, assim, contribuem mais para o valor

presente líquido (VPL) do projeto, vale a pena antecipar possíveis receitas e retardar as despesas tanto quanto for possível (Whittle e Rozman, 1991).

Na prática, as cavas aninhadas são usadas apenas como orientação para a concepção de estágios ou avanço de lavra (*pushback*). Um avanço de lavra é uma fase na expansão da mina, que deve ser desenvolvida sob algumas restrições (ângulo de talude, largura de bermas, taxa de alimentação da usina, espaço de operação, etc.) com a finalidade de garantir com que a sequência de lavra seja executada adequadamente. Do ponto de vista teórico, a determinação de uma programação ótima de produção em uma mina a céu aberto só pode ser feita dentro de um chamado domínio viável (Godoy, 2002) (Figuras 4.3 e 4.4). A relação dos materiais (REM) para a sequência de lavra é definida como a proporção de estéril a ser retirada permitindo expor e lavar economicamente a porção de minério do depósito. Essa também pode ser uma relação parcial, referente a um período, um avanço operacional (*pushback*) ou um painel de lavra. A REM pode ainda ser adicional na medida que se faça um incremento na cava para buscar a extração de uma porção adicional de minério em profundidade que envolva a remoção de estéril.

A cava terá atingido sua profundidade final sempre que os custos de remoção de estéril somados aos custos de extração e processamento do minério forem maiores (ou por vezes até mesmo iguais) do que a receita advinda da venda do bem mineral.

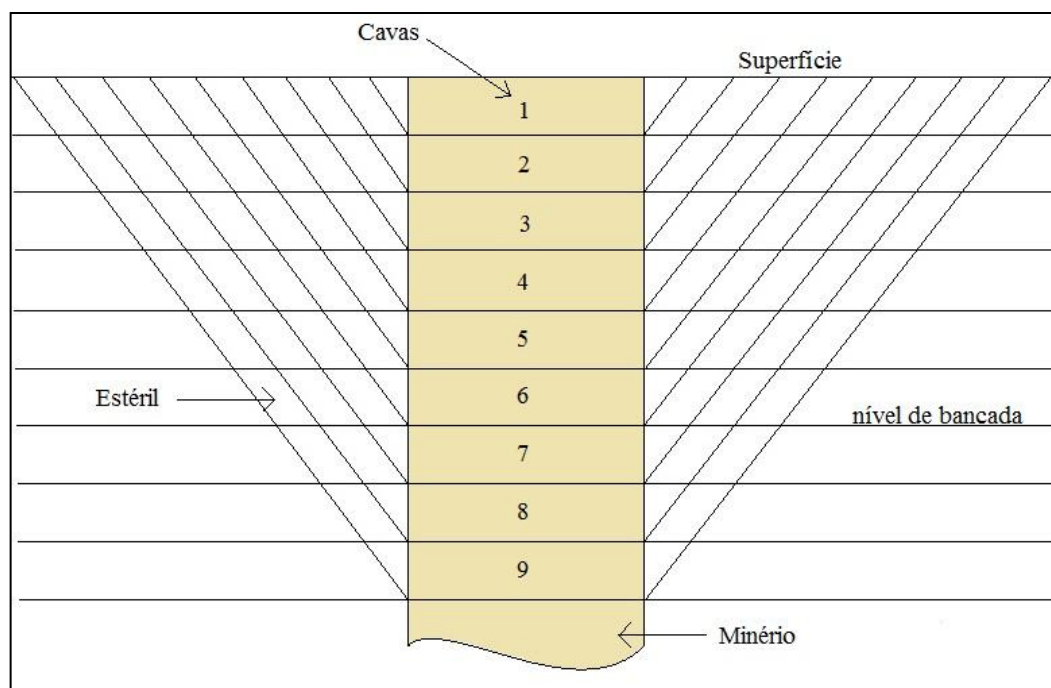


Figura 4.2: Representação esquemática de uma série de cavas aninhadas calculadas a partir de uma série de valores de *commodity*.

Para o pior caso de remoção de material minério e estéril associado aos fatores econômicos no tempo, o método (Figura 4.3, extraída e adaptada de Hustrulid e Kuchta, 1995) requer que cada bancada de minério seja minerada em sequência (*top down*) e que todo o estéril seja removido de cada bancada sucessivamente, até o cumprimento do limite da cava final. Esse sequenciamento é assumido para fornecer a máxima quantidade de estéril que pode ser removida da cava com a finalidade de recuperar uma certa quantidade de minério (maior proporção REM). As vantagens desse método são o espaço operacional disponível, a acessibilidade do minério na bancada subsequente, todos os equipamentos operam em um mesmo nível, não há risco de contaminação (ou diluição) proveniente de estéril lançado de bancadas superiores e a quantidade de equipamentos será mínima nos últimos anos de vida útil da mina.

A maior desvantagem desse método é que os custos operacionais são máximos durante os anos iniciais de operação, logo quando a máxima lucratividade é exigida. Dessa maneira, o rendimento de extração de minério no fundo da cava é adiado para períodos posteriores e, conseqüentemente, haverá grandes descontos nos rendimentos financeiros da porção mineralizada, não gerando grandes benefícios no tempo zero (Valor Presente Líquido).

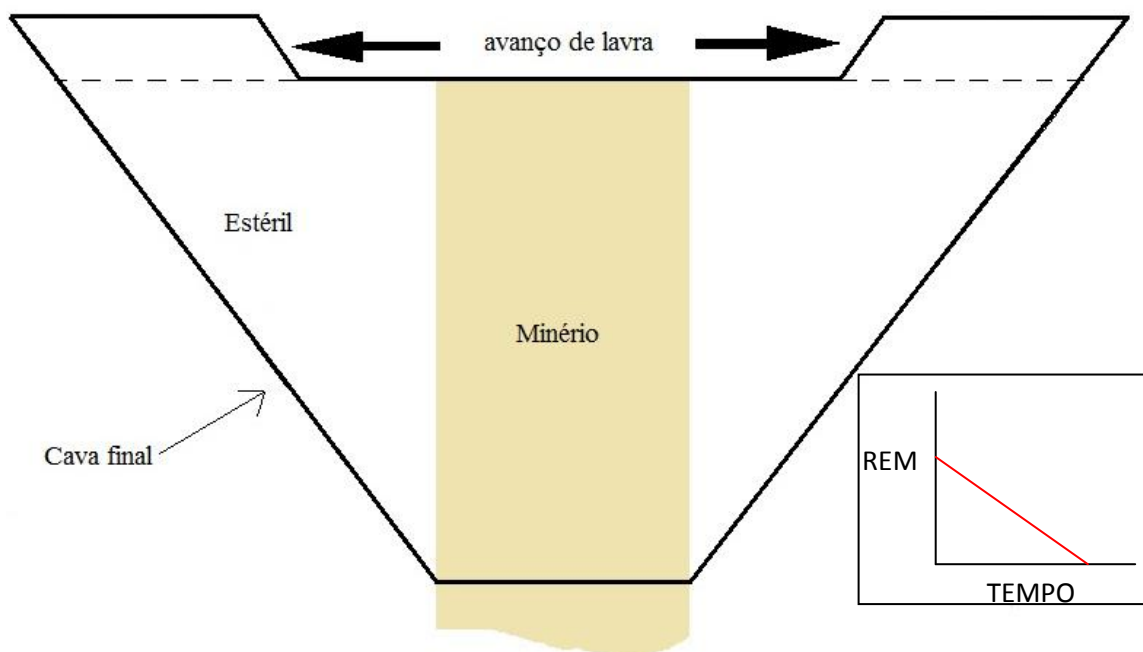


Figura 4.3: Representação esquemática do pior caso de sequenciamento de lavra.

Para o melhor caso de remoção de material minério e estéril associado aos fatores econômicos no tempo, o método (Figura 4.4, extraída e adaptada de Hustrulid e Kuchta, 1995) requer que ocorra a lavra sequencial das cavas aninhadas. Esse método remove o

material a uma taxa aproximada da REM global na tentativa de remover apenas a quantidade mínima necessária de estéril, considerando as condições e restrições impostas à operacionalização da lavra. O ângulo de face de bancada da operação inicia-se suave, porém aumenta com a profundidade da cava até que seja atingido o limite de inclinação igual ao ângulo global de talude da cava final.

Em termos econômicos, esse sequenciamento proporciona um alto VPL pois segue a sequência de lavra desenvolvida com o princípio de antecipação da retirada dos teores mais altos, levando também ao atraso das despesas relacionadas com a remoção do material estéril (Tan e Ramani, 1992). Na prática atual, a melhor sequência de descobertura para um corpo mineral de grandes dimensões é aquela na qual a taxa de descobertura é baixa e permanece baixa ao longo da vida útil do projeto. Para esse método, o tamanho da frota e equipe ao longo da vida útil do projeto são mantidos relativamente constantes.

As principais vantagens do processo de lavra mantendo a REM global aproximadamente constante são resumidas da seguinte maneira:

- (i) boa lucratividade nos estágios iniciais do projeto para aumento do fluxo de caixa;
- (ii) a mão de obra e a frota podem ser incrementadas à sua máxima capacidade após um período de tempo;
- (iii) a necessidade de mão de obra e frota devem reduzir gradualmente conforme o projeto se aproxima dos estágios de fechamento;
- (iv) áreas distintas de lavra e descobertura podem ser operadas simultaneamente, permitindo flexibilidade no planejamento.

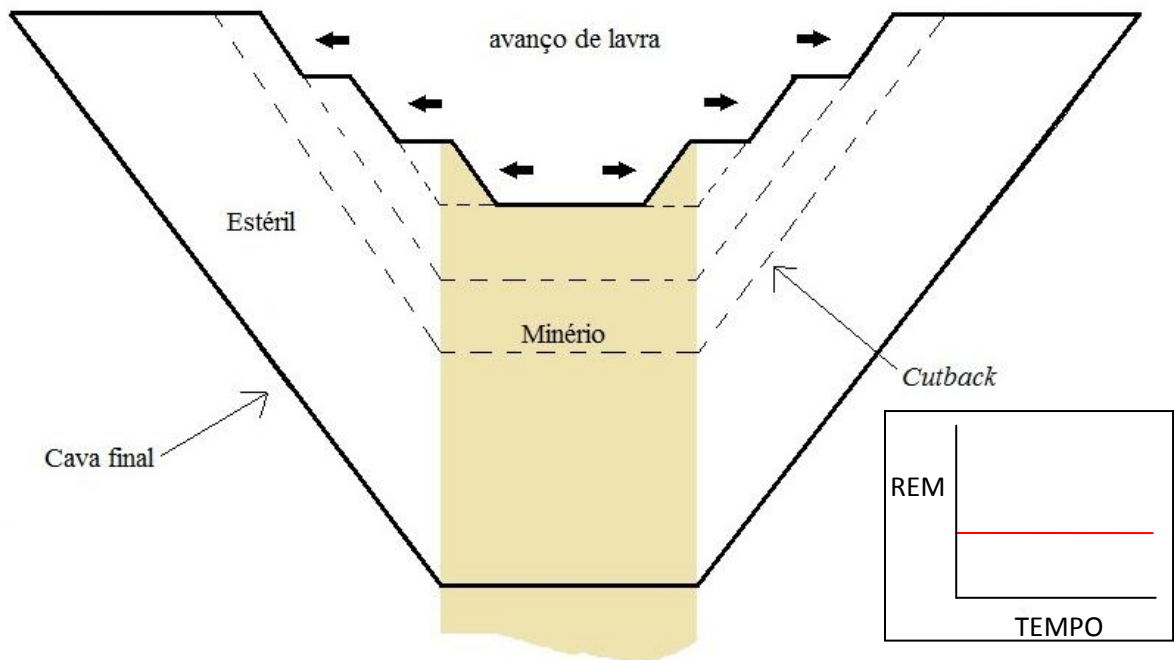


Figura 4.4: Representação esquemática do melhor caso de sequenciamento de lavra.

A melhor solução de produção de minério e remoção de estéril é limitada pelas curvas do sequenciamento de extração, limitadas pelo pior e melhor caso envolvendo a REM. Esse é apresentado como uma função de dois fatores (Godoy, 2003):

- (i) distribuição espacial de minério e estéril dentro do limite da cava final;
- (ii) um conjunto específico de cavas aninhadas ou avanço de lavra.

A definição desses dois fatores está sujeita a uma cadeia de fatores interligados, tais como geológicos, econômicos, tecnológicos e ambientais. Dagdelen e Johnson (1984) afirmaram que o problema de programação da produção pode ser visto como uma prescrição de uma sequência de lavra, que maximiza o VPL do projeto, desde que satisfaça quatro limitações principais: (a) teor de alimentação da usina (b) restrições geotécnicas, (c) capacidade de moagem e (d) capacidade de lavra.

4.1.2. Otimização de Cava a Céu Aberto - Teor de Corte e Função-Benefício

O processo de otimização necessariamente envolve o processo do cálculo do teor de corte acima do qual material mineralizado é lavrado e processado economicamente. O material com teores abaixo do teor de corte é definido como estéril, já o material acima do teor de corte pode ser minério caso esteja de acordo com os condicionantes de lavra e processo.

De acordo com Hustrulid e Kuchta (1995), Kenneth Lane (Lane 1988) descreveu como escolher o teor de corte ótimo para definição de reservas minerais. Como discutido anteriormente, o teor de corte é o critério normalmente usado para distinção entre minério e estéril dentro de um depósito mineral. A definição do teor de corte pode afetar diretamente o lucro do negócio. Os princípios para a melhor definição do teor de corte sob diferentes circunstâncias em uma operação mineira consistem em três etapas:

- (i) processo de lavra;
- (ii) processo de concentração;
- (iii) processo de refino.

A definição de valor econômico de um bloco corresponde à atribuição de um valor de retorno econômico. Dessa maneira, chamamos de função-benefício a função que valoriza economicamente os blocos com base no teor estimado desses. Cada etapa da cadeia produtiva tem seus próprios custos associados e sua capacidade limite. A definição das máximas capacidades, custos unitários e quantidades envolvidas na função-benefício estão apresentadas a seguir.

O custo total (C_i) é definido como:

$$C_i = QM_i * mc_i + QO_i * oc_i + QR_i * rc + fc * T \quad (4.1)$$

A receita bruta (B_i) é definida como:

$$B_i = QR_i * sp \quad (4.2)$$

A receita final (G_i) é definida como:

$$G_i = B_i - C_i = (sp - rc) * QR_i - QO_i * oc_i - QM_i * mc_i - fc * T \quad (4.3)$$

A Equação (4.3) é a expressão básica da função-benefício, onde:

- mc_i são os custos unitários de mina associado à movimentação do material para um dado bloco i . Os custos unitários de mina incluem perfuração, desmonte, carregamento, transporte, etc.;
- oc_i são os custos unitários de concentração do minério por tonelada de material para um dado bloco i . O custo unitário inclui britagem, moagem, flotação, lixiviação, etc.;
- rc são os custos decorrentes do produto final e dos estágios de venda;
- fc são os custos fixos tais como aluguel, administração, manutenção de estradas e prédios, etc. e são independentes dos níveis de produção;
- sp é o preço de venda do produto final, expresso em termos de preço de venda por unidade de produto. Considera-se que todas as taxas e impostos sobre a venda estão deduzidas em rc . Se não tiverem sido consideradas, devem ser abatidas de sp ;
- T é a extensão do período de produção considerado;
- QM_i é a quantidade de material a ser lavrado em um dado bloco i ;
- QO_i é a quantidade de minério enviado para a usina de um dado bloco i ;
- QR_i é a quantidade de metal (concentrado) realmente produzido através da lavra e beneficiamento de um dado bloco i .

Para a máxima lucratividade da função-benefício, como apresentado na Equação (4.3), é necessário calcular o teor de corte assumindo que a taxa de lavra é o limitante da operação. Se a capacidade máxima de lavra M_u^t é o fator limitante considerado, então o tempo necessário para lavar o material QM_i será:

$$T_M = QM_i / M_u^t \quad (4.4)$$

onde M_u^t é a quantidade máxima u de material (minério e estéril) que pode ser produzida num dado período de tempo t .

Dessa maneira, a Equação (4.3) torna-se:

$$G_i = (sp - rc) * QR_i - QO_i * oc_i - \left(mc_i + \frac{fc}{M_u^t} \right) * QM_i \quad (4.5)$$

Então, a quantidade de metal (concentrado) (QR_i) realmente produzido para o bloco i é relacionada àquela quantidade enviada da mina para a usina para concentração (QO_i) através da relação:

$$QR_i = \bar{z}_i * y_i * QO_i \quad (4.6)$$

onde \bar{z}_i e y_i são o teor médio enviado para a concentração e a recuperação para a concentração e refino, respectivamente.

Dessa forma, o teor de corte z_M , baseado nas restrições de lavra, é o valor \bar{z}_i que faz com que $(sp - rc) * \bar{z}_i * y_i = 0$.

Assim:

$$z_M = \bar{z}_i = oc_i / y_i(sp - rc) \quad (4.7)$$

De maneira similar, pode-se obter a derivação do teor de corte se outras operações forem as operações limitantes da produção. Dessa maneira, se a etapa de concentração for o fator limitante da produção, temos o teor de corte z_C :

$$z_C = \left(oc_i + \frac{fc}{O_u^t} \right) / y_i(sp - rc) \quad (4.8)$$

onde O_u^t é a quantidade máxima u de minério na qual pode ser alimentado à usina em um dado período de tempo t , assumindo que não há restrições de disponibilidade do minério alimentado pela mina.

Se o refino for a operação limitante, então teremos o teor de corte z_R :

$$z_R = oc_i / y_i \left(sp - rc - \frac{fc}{R_u^t} \right) \quad (4.9)$$

onde R_u^t é a quantidade máxima u de metal produzido em um dado período de tempo t , assumindo que não há restrições de disponibilidade de concentrado proveniente da planta de concentração.

De fato, se for levado em consideração um desconto financeiro no processo de otimização, deverá haver um conhecimento e desenvolvimento do sequenciamento dos blocos

a serem lavrados, a fim de que haja a otimização dos avanços de lavra. Como demonstrado acima, o processo inicia-se através da definição das capacidades físicas de produção, processamento e de custos de produção. Após, a cava final é definida através do uso de um algoritmo para definição de cava final.

Como brevemente comentado no item 2.2, os algoritmos disponíveis para o processo de otimização são diversos e com diferentes particularidades. De acordo com Hochbaum e Chen (2000), existem dois tipos de algoritmos usados para a determinação da cava final:

(i) métodos *heurísticos*, que não garantem soluções ótimas, assim como o método dos cones flutuantes (Dowd et al., 1974; Lemieux, 1979);

(ii) algoritmos de otimização, que são matematicamente comprovados na determinação da solução ótima para o desenvolvimento da cava final. Esses são o algoritmo Lerchs-Grossmann (Lerchs e Grossmann, 1965) e o algoritmo de fluxo de rede (Johnson, 1968).

Uma revisão detalhada sobre as metodologias e algoritmos utilizados no desenvolvimento e determinação de um limite de cava final é apresentada por Hustrulid e Kuchta (1995) e por Hochbaum e Chen (2000).

4.1.3. *Sequenciamento Estocástico de Lavra a Céu Aberto*

A vida útil de uma mina (LOM) pode ser representada através de um cronograma de produção que tem como objetivo otimizar a sequência de extração com relação às quantidades de minério e estéril extraído em cada período a fim de maximizar o seu valor presente líquido (VPL). As técnicas de otimização convencionais são normalmente utilizadas para gerar programas de produção sob parâmetros pré-determinados e restrições técnicas utilizando algoritmos de otimização matemática. Como os teores para um depósito mineral são comumente estimados de maneira determinística e, normalmente, na indústria da mineração ocorrem significativas diferenças (Figura 2.4) com esses valores relacionados à realidade executada, é improvável que os programas de produção que desconsideram a incerteza geológica cumpram as metas considerando a possibilidade dos riscos inerentes.

Alguns conceitos sobre análise de risco utilizando técnicas de simulação estocástica foram discutidas por Ravenscroft (1994) no contexto de avaliação do impacto da incerteza e da variabilidade *in situ* dos teores em projetos a céu aberto através de cronogramas de produção e avaliações econômicas.

A disponibilidade de técnicas de simulação estocástica de teores para quantificação da incerteza geológica levou ao desenvolvimento de técnicas de programação para integrar a incerteza no processo de planejamento de mina. Dimitrakopoulos e Ramazan (2004) desenvolveram uma formulação de otimização introduzindo um novo conceito de programação de produção, com desconto de risco geológico. Ramazan e Dimitrakopoulos (2007, 2008) desenvolveram um modelo de programação estocástica inteira que usa múltiplas realizações simuladas para minimizar os desvios no sequenciamento da produção de minério no período de vida útil da mina, apresentando os benefícios financeiros. Godoy e Dimitrakopoulos (2003) apresentaram um método que integra vários elementos através do domínio da solução estável, que é uma caracterização de todas as combinações possíveis de minério e taxas de extração de estéril. Nesse, ocorre a otimização dos índices de produção ao longo da vida útil da mina para uma determinada configuração de lavra e equipamentos disponíveis, sendo usado um algoritmo de simulação *annealing* (ver item 4.3) para a otimização da programação através de múltiplas representações simuladas do depósito. O algoritmo gera programações que atendam às taxas de produção ideal e minimiza os riscos de desvios de meta através da incerteza geológica. Kumral e Dimitrakopoulos (2009) desenvolveram uma metodologia para o sequenciamento estocástico da produção de mina considerando taxas de produção baseados em valores médios (com menor variabilidade). Neste trabalho, o modelo tradicional de programação da produção das minas é modificado para obter ritmo de produção ideal e evitar a ocorrência de problemas de capacidade ociosa. Além disso, o modelo de otimização utilizado neste trabalho é baseado em programação probabilística, a fim de considerar a natureza estocástica do sequenciamento e seleção de taxa de produção, na presença das incertezas de teor mineral e financeira. A abordagem probabilística de programação é capaz de gerar cronogramas para uma série de níveis de confiabilidade.

Diversos estudos foram realizados na última década na área de otimização e sequenciamento de lavra de longo prazo, incorporando a incerteza geológica, que comumente utiliza algoritmos para prover uma solução ótima (Peroni, 2002). Esses métodos são computacionalmente intensivos e limitados pelo número de parâmetros considerados, não provendo soluções práticas viáveis. Uma alternativa para o desenho de avanços de lavra são

os métodos *heurísticos* e *metaheurísticos*, que não garantem uma real solução ótima, entretanto, podem ser usados para encontrar solução de alta qualidade em tempo de aplicação razoável. Uma aplicação *metaheurística* na mineração é o uso do algoritmo de simulação *annealing* para o sequenciamento de produção da vida útil da mina (LOM) sob incerteza dos teores (Godoy, 2003). Dessa forma, a aplicação de diversos cenários equiprováveis usados no sequenciamento de lavra pode resultar na redução dos riscos inerentes ao processo de lavra e atendimento às metas.

Assim, esta dissertação contribui com o desenvolvimento de uma abordagem para o sequenciamento de avanço de lavra estocástico operacional relativo a um atributo qualquer (teor, massa, metal, etc.), visando minimizar a variabilidade, os riscos e os desvios das metas que estão relacionados aos principais indicadores de produção no processo. A abordagem considera as simulações geológicas, o conceito de escala de risco (item 4.2) e o uso do algoritmo de simulação *annealing* (item 4.3) para definição de um modelo de risco minimizado que pode ser usado no sequenciamento operacional de lavra de médio (até 1 ano) e longo prazo (+ de 1 ano). O sequenciamento de lavra pode ser definido dentro da sequência de cavas (*pushbacks* através de programação linear, otimização e cavas aninhadas) com risco minimizado (abordagem estocástica, simulações e processo *annealing*) ou simplesmente através da aplicação de programação linear em um único modelo determinístico (comumente aplicado).

Nas seções seguintes, será apresentada a formulação para definição de uma escala de risco (ESR) e modificação de um atributo (classe) inicial de risco, incorporando a incerteza local relacionada aos teores, com a otimização através do uso do algoritmo de simulação *annealing*. A metodologia foi aplicada na mina do Sequeirinho (cobre) da Vale S/A no estado do Pará.

4.2. FORMULAÇÃO PARA O GERENCIAMENTO E MINIMIZAÇÃO DO RISCO (FUNÇÃO-OBJETIVO)

A nova abordagem baseada no risco para o sequenciamento da produção de médio e longo prazo operacional e gerenciamento da incerteza dos teores é apresentada através da formulação que define uma escala de risco (ESR, Equação 4.10). Essa pode ser usada de maneira simples e com a possibilidade de considerar multielementos. A formulação define a média dos valores de desvios relativos das metas de produção (teor, metal, tonelagem, etc.)

para s modelos simulados, referente aos blocos i , ponderados pelo coeficiente de variação condicional λ para os diversos modelos simulados s . O uso do coeficiente de variação condicional resulta numa melhor definição do risco local para o atributo escolhido, balanceando a Equação, já que esse leva em consideração a variabilidade local e a precisão do valor médio usado no cálculo da diferença relativa (ver item 3.1.2):

$$ESR = O = \frac{1}{|S|} \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S \frac{|\theta_i^* - \theta_i(s)|}{\theta_i(s)} \lambda_i \quad (4.10)$$

onde:

- $s \in \{1, \dots, S\}$ representa os índices para os modelos de simulações;
- $i \in \{1, \dots, I\}$ representa os índices para os blocos;
- θ_i^* representa a meta (krigagem ordinária) de material referente ao bloco i ;
- $\theta_i(s)$ representa o valor atual do atributo referente ao bloco i para o modelo de simulação s ;
- λ_i é o coeficiente de variação condicional para o bloco i , referente a todos os modelos de simulação s .

Caso a média dos valores de desvio relativo e do coeficiente de variação condicional, referentes às simulações, tendam a zero, então a precisão e a confiança, relativas ao valor assumido para o bloco estimado na definição do plano de lavra, serão maiores. Os valores definidos para a determinação dos intervalos (classes) de risco (ESR) serão apresentados no Capítulo 6.

Baseado na ESR, a função-objetivo a seguir, considerando o sequenciamento de lavra iterativo, minimiza o desvio relativo (diferença relativa) em relação ao valor médio calculado para o alcance das metas, referente ao atributo escolhido (teor) ponderado pelo coeficiente de variação condicional:

$$Min O = \frac{1}{|S|} \sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^S \frac{|\theta_{d,i}^* - \theta_{d,i}(s)|}{\theta_{d,i}(s)} \lambda_i \quad (4.11)$$

onde:

- $d \in \{1, \dots, D\}$ representa os índices para o destino, classe ou processo do material;

- $\theta_{d,i}^*$ representa a meta (krigagem ordinária) de material definida para a classe d referente ao bloco i ;
- $\theta_{d,i}(s)$ representa o valor atual do atributo para a classe d , referente ao bloco i e o modelo de simulação s .

Dessa forma, após obtido o resultado do processo de otimização (simulação *annealing*, item 4.3 a seguir) da função-objetivo (4.10), há o sequenciamento iterativo ou através de programação linear (4.11). Nesse sequenciamento, O_c ($c=1, \dots, C$) são as componentes da função-objetivo representando uma determinada classe ou destino d do material, relativo aos blocos nos avanços de lavra através da função-objetivo (O), que resultarão no plano operacional de lavra (O^*) considerando o risco da incerteza geológica. Para cada um dos c componentes, a função-objetivo irá medir o desvio médio relativo dos teores de cobre referentes às simulações disponíveis s , sendo ponderado pelo coeficiente de variação condicional médio das simulações.

$$O^* = \sum_{c=1}^C O_c \quad (4.12)$$

A capacidade de visualização do risco e a possibilidade de minimizar os efeitos negativos desse no desempenho do sequenciamento de lavra operacional representam uma significativa contribuição na gestão dos riscos no planejamento de lavra a céu aberto.

4.3. SIMULAÇÃO ANNEALING

A simulação *annealing* é o nome genérico para uma série de algoritmos de otimização baseados no princípio de relaxamento estocástico (Geman e Geman, 1984; Farmer, 1988). Essa foi introduzida por Kirkpatrick et al. (1983) na obtenção de melhores soluções para uma série de problemas de otimização combinatória. A ideia básica da simulação *annealing* é perturbar continuamente uma imagem inicial até atingir algumas características pré-especificadas definidas por uma função-objetivo. Cada perturbação é aceita ou não dependendo da maneira como houve a aproximação da imagem inicial à função-objetivo.

Embora a simulação *annealing* tenha sido desenvolvida como um algoritmo de otimização, essa tem sido usada a partir de realizações estocásticas geradas previamente por

outros algoritmos de simulação mais rápidos, resultando em imagens estocásticas modificadas que, como realizações alternativas, definem exata ou aproximadamente a função-objetivo.

A simulação inicia-se com a determinação de uma imagem inicial. Tipicamente, a imagem inicial é gerada através da migração dos dados condicionantes para os nós de *grid*. Nesse processo, os blocos com máxima probabilidade de pertencer a um dado período (ou nesse caso à classe de teor na sequência inicial) são definidos nesse período. Os blocos restantes são considerados candidatos no processo de troca durante o cálculo, de acordo com sua probabilidade de pertencer à determinada classe. Essa determinação inicial é então perturbada através de uma seleção aleatória dos blocos entre as possíveis classes d que podem ser assumidas. Todas as perturbações favoráveis (em que a função-objetivo é minimizada) são aceitas, e todas as perturbações não favoráveis são aceitas com uma distribuição de probabilidade exponencial (ver item 4.3.2). O processo de otimização é finalizado quando as perturbações não resultam em diminuição da função-objetivo ou quando um valor mínimo especificado da função-objetivo é alcançado. O resultado da otimização são valores ou sequência de blocos indicados por uma escala de risco, que representa a mínima chance de desvio ou menor risco associado aos valores determinísticos pré-estabelecidos. Esses são comumente usados numa sequência de lavra que servirá de base orçamentária e definição das metas para a empresa, assim como apresentado no estudo de caso (itens 5 e 6).

4.3.1. Mecanismo de Perturbação

O mecanismo de perturbação consiste de uma troca aleatória de blocos atuais referentes a sua classe de valor (ex.: bloco com risco moderado) para um determinado bloco candidato à troca (ex.: bloco com risco baixo). Os blocos candidatos são determinados usando valores das simulações referentes aos blocos vizinhos para calcular a probabilidade de o bloco pertencer a uma classe de menor risco. As classes candidatas à troca são as classes em que o bloco, através do cálculo de probabilidade provinda por uma imagem de treinamento (modelo conceitual e quantitativo do processo aleatório, Strebelle, 2001), apresenta alta probabilidade de assumir um valor de menor risco, definido para cada uma das simulações, minimizando a função-objetivo definida (ESR). Se, para todas as simulações, o bloco pertencer à mesma classe, esse bloco é mantido para aquele resultado e não será perturbado.

A Figura a seguir (4.5) apresenta o mecanismo de leitura (seção vertical) para definição dos blocos candidatos para serem perturbados, referentes a uma imagem ESR

inicial, para uma dada simulação s . O bloco no centro da seção vertical apresenta risco moderado de acordo com a ESR, de maneira que esse está cercado por diversos blocos com baixo risco definido pela ESR. Desse modo, esse bloco pode ser candidato à troca de classe de risco (ESR), sendo definido através do uso de uma imagem de treinamento que definirá as proporções e probabilidades.

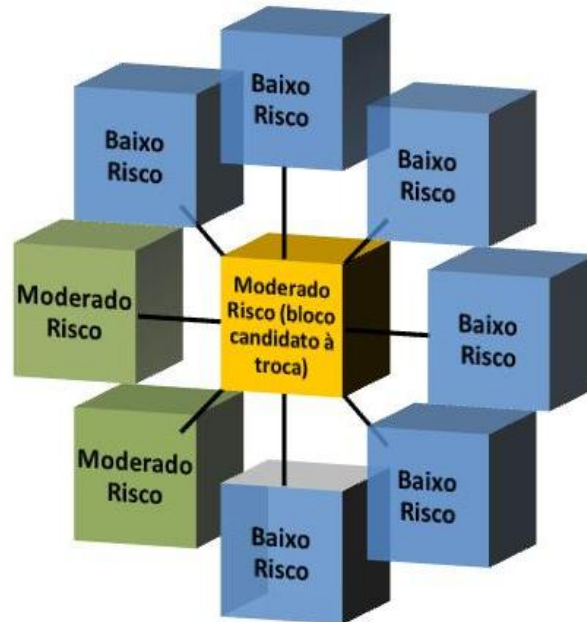


Figura 4.5: Representação esquemática 2D de um bloco candidato com possibilidade de assumir outra classe de risco menor, definidas pela imagem de treinamento.

Assim, as ESRs candidatas para um bloco são determinadas pelo risco atual dos blocos vizinhos, de acordo com a probabilidade de os blocos vizinhos pertencerem à ESR candidata. Na Figura 4.6 a seguir, são apresentados 26 blocos conectados a qualquer bloco (representado pelo bloco em amarelo) do modelo de recursos minerais. O bloco destacado pela cor amarela apresenta uma classe de ESR (risco) igual aos blocos de coloração verde, e maior do que os blocos de coloração azul. Esse bloco é candidato a assumir uma classe ESR menor, visto que faz interface com diversos blocos de menor ESR, indicando que há grande probabilidade de ocorrência dessa classe de menor risco. A decisão para aceitar ou não uma perturbação será apresentada no item a seguir (4.3.2).

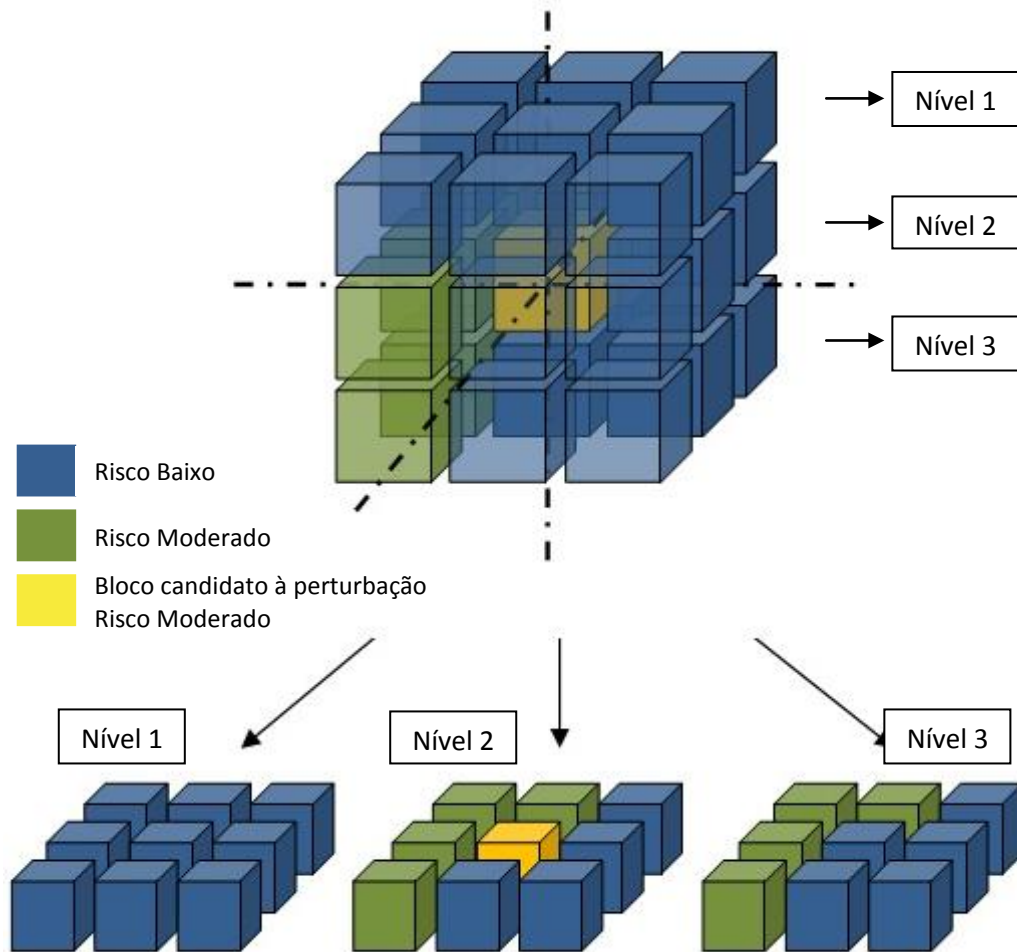


Figura 4.6: Representação dos 26 blocos conectados a um bloco qualquer.

Para o estudo de caso que será apresentado no item 6, não foi aplicada nenhuma restrição de acessibilidade (ângulo de talude, área de praça de lavra, rampas, etc.) aos blocos candidatos, visto que o produto final da aplicação da abordagem para minimização e visualização do risco associado aos blocos é o sequenciamento operacional de lavra (iterativo), que levará em consideração todas as restrições inerentes ao processo de lavra.

4.3.2. Função-Objetivo e Simulação Annealing

Como apresentado no item (4.2), a função-objetivo é uma medida da diferença entre as características desejadas relacionadas ao bloco candidato, referente a uma determinada classe de risco. Considerando que os blocos otimizados atinjam o objetivo de redução do risco (ESR) para todos os modelos de teor equiprováveis simulados, haverá uma maior precisão na determinação dos teores que irão ser sequenciados no plano de lavra.

A decisão de aceitar ou rejeitar uma perturbação é baseada na mudança (Δ) da função-objetivo:

$$\Delta O = \sum_{i=1}^I \Delta O_i \quad (4.13)$$

A função-objetivo global pode ser substituída por uma atualização da componente das funções-objetivo envolvidas no processo de perturbação (sequenciamento *annealing*). Esse aspecto dos algoritmos de simulação *annealing* é um critério usado para aceitar ou não uma dada perturbação nos valores da função-objetivo. O processo global consiste em um processo iterativo, seguindo um caminho aleatório em cada nó do *grid*. Se uma classe de valor de risco d_{atual} , determinada aleatoriamente for diferente de uma classe anterior $d_{anterior}$, definida por $O_{anterior}$ e O_{atual} como as energias correspondentes (função-objetivo), então a distribuição de probabilidade para aceitação de uma perturbação é aplicada através do critério Metropolis (Metropolis et al., 1953), dada pela distribuição *Boltzmann*, onde:

- se $O_{atual} \leq O_{anterior}$ então é substituído $d_{anterior}$ por d_{atual} ;
- se $O_{atual} > O_{anterior}$ então é substituído $d_{anterior}$ por d_{atual} com a probabilidade p e é mantido $d_{anterior}$ com a probabilidade $1-p$.

onde p incorpora a diferença de energia e a "temperatura" (T) do sistema (função monótona que decresce com a duração do processo) através da seguinte Equação:

$$p = \exp\left(\frac{-(O_{atual} - O_{anterior})}{kT}\right) \quad (4.14)$$

onde k é chamado de constante de *Boltzmann*.

Para o estudo de caso que será apresentado no Capítulo 6, será usado o *software Isatis*® através do algoritmo de simulação *annealing*. Ao invés de usar a função de temperatura, foi utilizado um número máximo de iterações especificadas N_{max} durante o processo:

$$p = \exp\left(\frac{-(O_{atual} - O_{anterior})}{k(N_{max} - n + 1)}\right) \quad (4.15)$$

Todas as perturbações favoráveis ($O_{atual} \leq O_{anterior}$) são aceitas, e as permutações não favoráveis são aceitas com uma distribuição de probabilidade exponencial. Esse método tem provado convergir para o estado de mínima energia se a velocidade de resfriamento (*cooling*) do processo, controlada pela constante de *Boltzmann*, for baixa o suficiente.

O processo geral do algoritmo *annealing* funciona da seguinte maneira (Deutsch, 1990; Goovaerts, 1998):

- (i) criar uma realização inicial que honre os valores dos dados nas suas posições e que já pode aproximar alguma das características estatísticas pretendidas;
- (ii) computar o valor inicial (ESR) da função-objetivo correspondente à realização inicial;
- (iii) perturbar a realização por algum mecanismo para que haja a troca de valores de pares;
- (iv) acessar o impacto do processo de perturbação na reprodução das estatísticas pretendidas através de um novo cálculo da função-objetivo, $O_{atual}(0)$, levando em consideração a mudança da imagem inicial;
- (v) aceitar ou rejeitar a perturbação com base numa regra específica de decisão; por exemplo, somente as perturbações que diminuam a função-objetivo serão aceitas;
- (vi) se a perturbação for aceita, atualizar a realização inicial como uma nova imagem com a função-objetivo $O(1) = O_{atual}(0)$;
- (vii) repetir os passos (iii) a (vi) até que meta seja atingida ou que as perturbações não reduzam significativamente a função-objetivo.

Outras realizações são geradas pela repetição de todo o processo através de outras imagens iniciais. A simulação *annealing* é conceitualmente simples e oferece grande flexibilidade para diversas restrições aplicadas à função-objetivo.

A metodologia acima apresentada proporciona uma abordagem para a derivação da escala de risco (ESR), otimizando e minimizando as chances de desvios da sequência de

valores estimados relacionados à base orçamentária e metas de produção, acessando a incerteza associada através das informações disponíveis.

A sequência operacional de blocos que minimiza efetivamente o risco no sequenciamento de lavra pode ser executada iterativamente ou através de programação linear, levando em consideração as restrições operacionais de lavra.

Capítulo 5

5. QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA DE TEORES NO DEPÓSITO SEQUEIRINHO

Este capítulo documenta a aplicação do método de simulação por bandas rotativas (item 3.4.4) no depósito Sequeirinho, sudeste do estado do Pará, no Brasil. O depósito oferece um cenário ideal para o entendimento da variabilidade dos teores através da aplicação por simulação estocástica, pois este apresenta dados exaustivos de produção para serem comparados às previsões. Uma série de modelos simulados da distribuição espacial dos teores são produzidos e utilizados para a avaliação da incerteza nos recursos disponíveis *in situ*. Comparações com o modelo de recursos estimado utilizando o método de estimativa atualmente em prática na mina (krigagem ordinária) e, também, a comparação com a realidade executada (reconciliação com estimativa dos teores nos blocos através dos resultados analíticos de cobre dos furos de desmonte), aplicado em um plano de lavra já executado (lavrado), ressalta a contribuição da abordagem estocástica para o mapeamento da variabilidade dos teores e visualização dos possíveis riscos inerentes à dinâmica do processo do planejamento mineiro.

O capítulo começa com uma breve descrição do depósito e da operação da mina a céu aberto Sequeirinho. Em seguida, todo o processo para definição de parâmetros e execução detalhada do procedimento de simulação estocástica são apresentados, assim como a avaliação da incerteza dos teores dos recursos disponíveis. Por último, é apresentada a metodologia para estimativa de teores a partir dos dados dos furos de desmonte e resultados para comparação e validação da aplicabilidade da metodologia de simulação estocástica associada aos riscos inerentes à incerteza dos teores. Os modelos de simulação gerados serão posteriormente utilizados, no capítulo 6, nas aplicações para otimização do valor de risco (escala de risco) e posterior minimização dos riscos no sequenciamento operacional de produção.

5.1. VISÃO GERAL DO COMPLEXO SOSSEGO

O Complexo de Mineração Sossego, que possui duas cavas a céu aberto (Sequeirinho e Sossego), está localizado no norte do Brasil, sudeste do estado do Pará (Figura 5.1). A cava do Sequeirinho (Figura 5.2), cujo principal mineral de cobre no concentrado é a calcopirita, é uma mina de cobre contendo ouro como subproduto. Com as operações de lavra iniciadas em 2004, o Complexo apresenta uma usina de processamento mineral (britagem primária, moagem, processo de flotação e filtração), com capacidade operacional de alimentação da usina de cerca de 13 Mtpa de minério. O concentrado é transportado por caminhões convencionais com 40t de capacidade, do Complexo até a cidade de Parauapebas (PA), sendo posteriormente transportado de trem até o porto de São Luís (MA).

A produção é realizada através do uso de equipamentos de carregamento (4 pás mecânicas com 19m³ de capacidade), escavadeiras elétricas a cabo (3 escavadeiras com 54m³ de capacidade) e caminhões fora de estrada (23 com 240t de capacidade e 16 com 150t de capacidade), além de equipamentos auxiliares para operação de infraestrutura e apoio ao processo de lavra. O processo operacional de lavra é executado em bancadas com altura de 16 m, sendo do mesmo tamanho da unidade de lavra seletiva (SMU), definida por blocos com 10m x 10m x 16m.

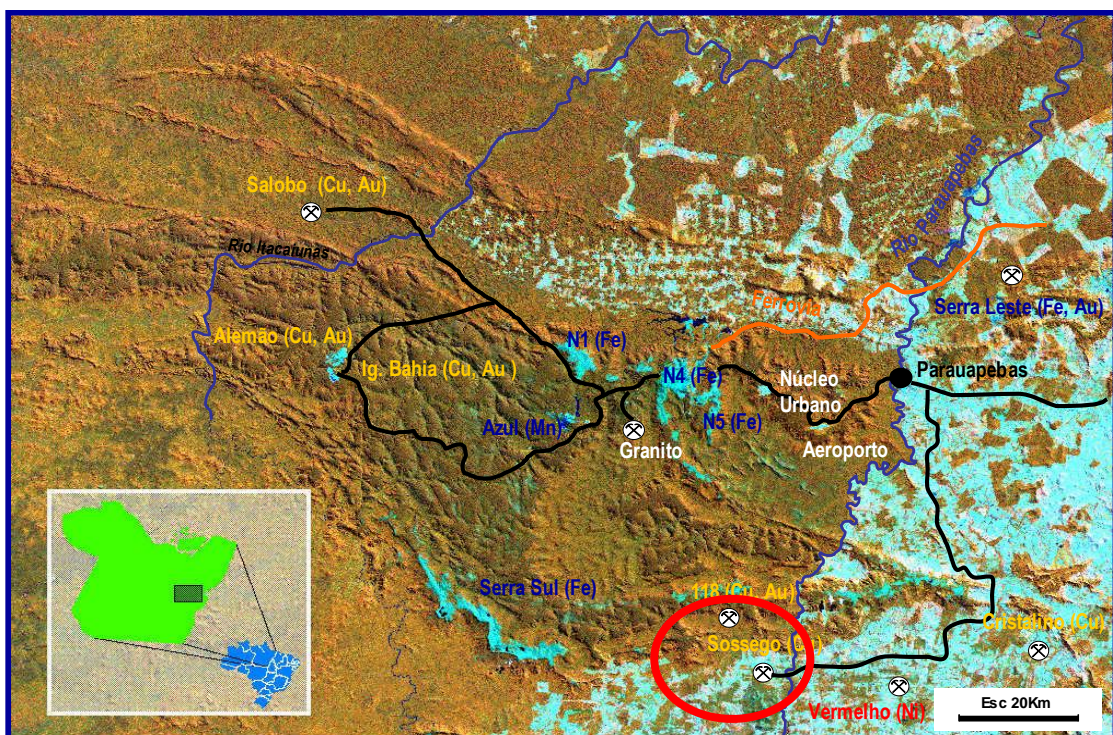


Figura 5.1: Mapa de localização do Complexo Mineiro Sossego.



Figura 5.2: Vista aérea da cava a céu aberto Sequeirinho.

5.1.1. Geologia Regional

O Distrito Mineral de Carajás está localizado na porção sudeste do estado do Pará, Brasil, correspondendo a uma bacia tardia do período Arqueano deformada em uma forma sigmoide, com tendência (*trend*) de oeste/noroeste a sudeste/leste. Essa forma sigmoide é definida por vários lineamentos determinantes na direção oeste-noroeste - leste-sudeste, como

as zonas de falha denominadas de Carajás e Cigano. Além disso, alguns sistemas de falhas nordeste e noroeste atravessam a região.

A sequência vulcano-sedimentar Carajás é composta principalmente de rochas vulcânicas bimodais, sedimentos químicos, incluindo as faixas de formações ferríferas bandadas (BIF) que hospedam os depósitos de ferro em Carajás, sedimentos piroclásticos e clásticos. A bacia é preenchida com uma sequência de rochas metassedimentares e metavulcânicas chamadas de Supergrupo Itacaiúnas e também com granitos e xistos que formam o Complexo Xingu ocorrendo ao sul.

As unidades de Carajás são penetradas por rochas intrusivas do período Arqueano. Essas unidades têm uma forte correlação com a mineralização de ouro e cobre em Carajás. Rochas do período Proterozóico (1,88 bilhões de anos), contendo granitos alcalinos na porção central do Granito Carajás (Cigano e Pojuca), também penetraram a sequência vulcano-sedimentar de Carajás. Várias gerações de diques máficos recentes cruzam a sequência inteira.

Para uma revisão mais detalhada da geologia regional, ver Wirth et al. (1986); Machado et al. (1991); Macambira et al. (1996); Trendall et al. (1998); Galarza & Macambira (2002a,b); Pimentel et al. (2003); Tallarico et al. (2005); Docegeo (1988); Dardenne & Schobbenhaus (2001); Galarza & Macambira (2002a). A Figura 5.3 (extraída de Monteiro et al., 2008) apresenta a estrutura simplificada da geologia regional de Carajás.

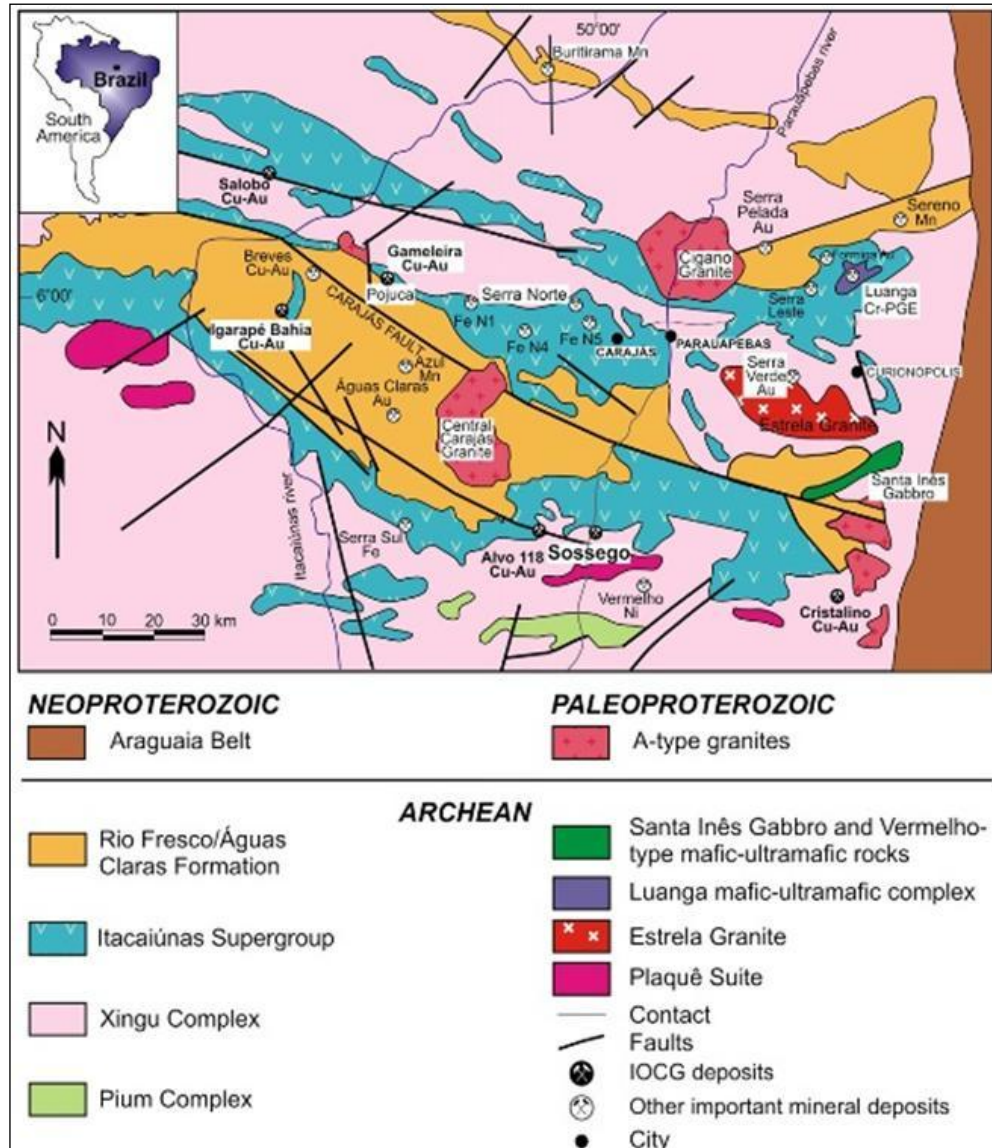


Figura 5.3: Mapa simplificado da Província Mineral de Carajás.

5.1.2. Geologia Local

A Mina do Sequeirinho está situado na porção sul do sigmóide Carajás ao longo de uma estrutura regional de cisalhamento marcante oeste/noroeste - sudeste/leste, mergulhando abruptamente para o sul.

Esse cinturão apresenta uma tendência de cerca de 10 km de mineralização. Falhas transversais com tendência nordeste e noroeste atravessam as principais zonas de cisalhamento (oeste/noroeste - sudeste/leste). As interseções dessas estruturas, aparentemente, atuam como zonas de alimentação e excelentes armadilhas para a mineralização de Cu-Au.

A mineralização no Depósito Sequeirinho é estruturalmente controlada cortando rochas vulcânicas félsicas, granito e unidades de rocha hospedeira (gabro). Essas rochas foram alteradas através de processo hidrotermal para rochas ricas em actinolita e magnetita. A maioria das rochas na capa do corpo são rochas graníticas/tonalíticas com presença de diques ou de rochas máficas remanescentes. A lapa é definida por um contato brusco que separa a zona mineralizada de biotita xisto alterado da sequência vulcânica Carajás (localmente rochas vulcânicas félsicas). A mineralização está presente através de veios calcopiríticos nas fraturas hidráulicas de brechas hidrotermais e também ocorre através de mineralização disseminada. A calcopirita é o principal mineral do minério de cobre.

Para uma revisão mais detalhada da geologia local, ver Lancaster et al. (2000); Monteiro et al. (2008). A Figura 5.4 (extraída de Monteiro et al., 2008) apresenta a estrutura simplificada da geologia local do Depósito Sequeirinho.

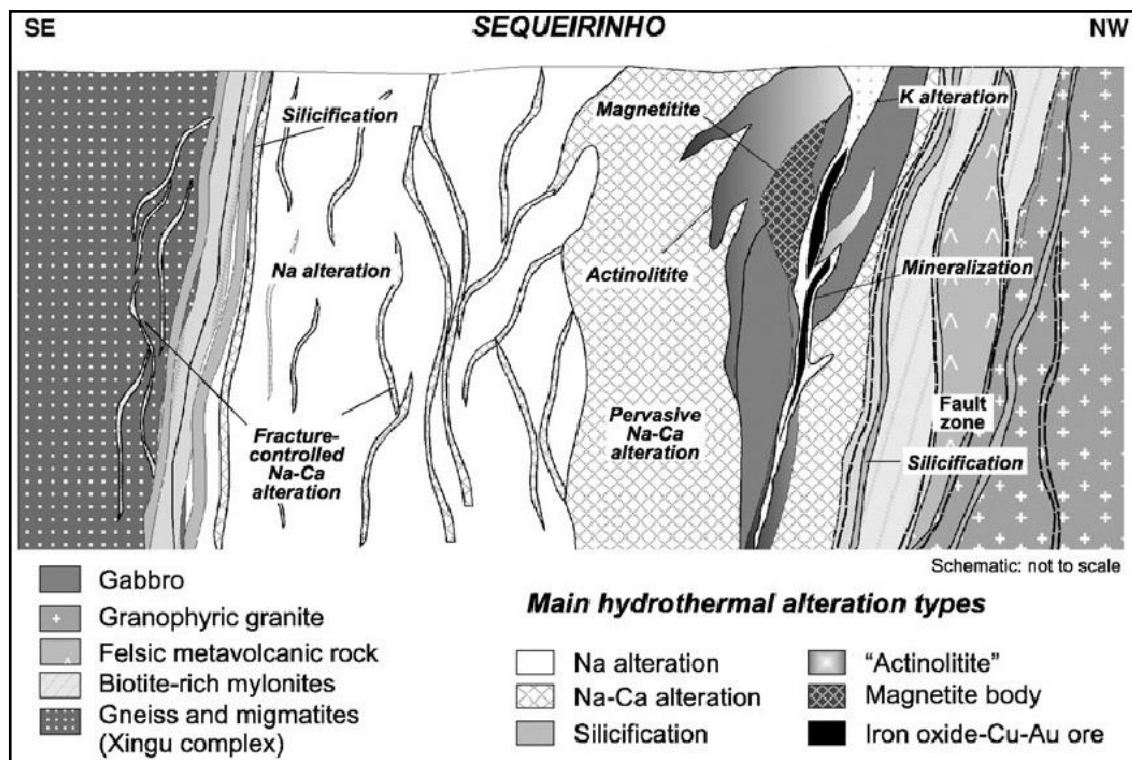


Figura 5.4: Perfil esquemático do corpo Sequeirinho mostrando as distribuições das zonas de alteração hidrotermal.

5.1.3. Modelo de Recursos Minerais - Sequeirinho

O modelo geológico, referente à interpretação da mineralização de cobre, é desenvolvido em seções verticais e horizontais utilizando as análises químicas originais (*assays*) verificadas a cada metro de descrição, assim como o modelo litológico definido através de dados da descrição geológica dos furos. A envoltória mineralizada é definida para teores a partir de 0,2% Cu (0,2-1,0% Cu, baixo teor; >1,0% Cu, alto teor). Um corpo de minério (*wireframe*) é modelado e usado para atribuir códigos de minério nos blocos de lavra (Figura 5.5). O sólido é cortado na parte superior e inferior de cada banco de lavra (8m). As interseções são reinterpretadas em planos a cada 8m de distância.

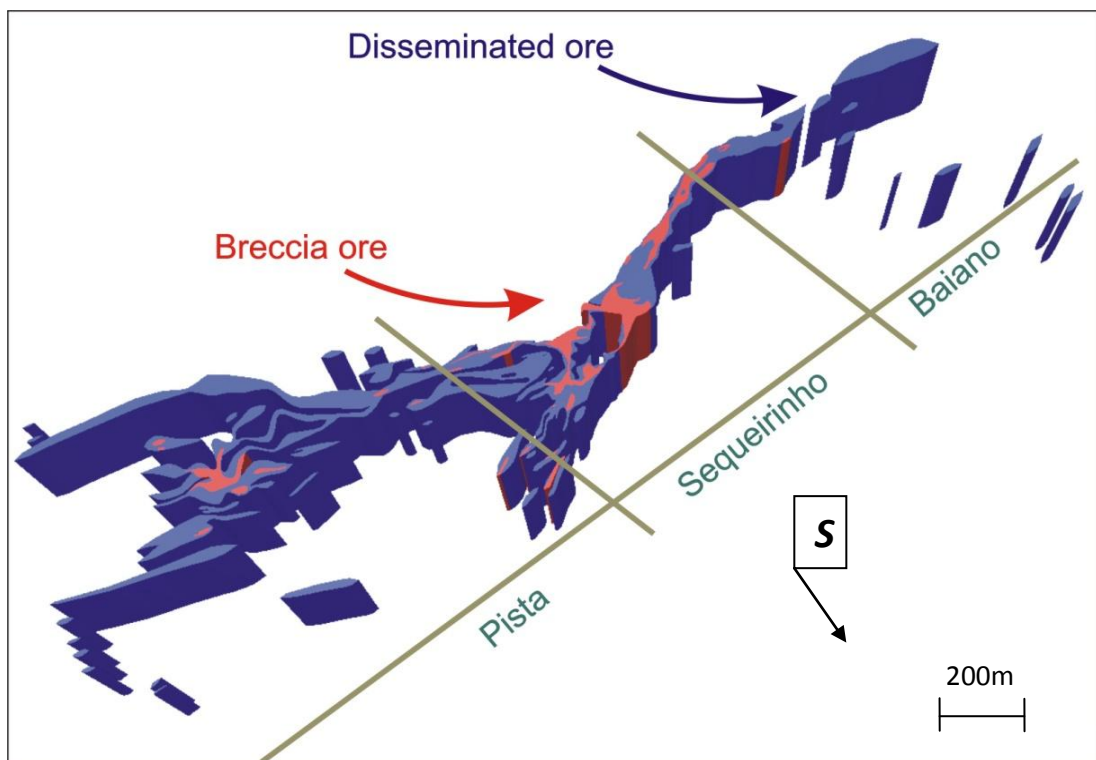


Figura 5.5: Perfil simplificado do corpo de minério do Sequeirinho (setores Pista, Sequeirinho e Baiano).

As medidas do valor de densidade foram feitas respeitando os contatos geológicos, incluindo tanto o material mineralizado quanto rocha estéril. Foram realizadas 64.589 determinações de valores de densidade, incluindo minério e estéril. As determinações de densidade para os tipos de rocha diferentes de acordo com o modelo geológico e os pontos de amostragem de densidade são apresentados na Figura 5.6.

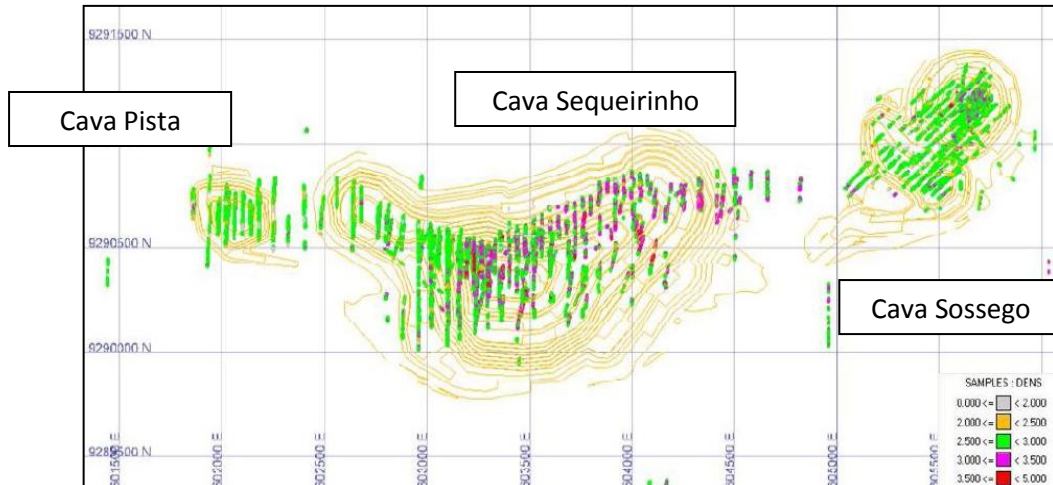


Figura 5.6: Mapa de localização e valores das amostras de densidade (g/cm³).

Devido ao processo de lavra, o modelo de recursos minerais é atualizado anualmente, levando em consideração mudanças pertinentes à mineralização e posterior interpretação geológica através dos dados (teores) de perfuratriz dos furos de desmorte. O modelo de blocos do Complexo Sossego é compilado a partir de diversos submodelos, cada um com uma característica específica geológica, estrutural ou geográfica. A determinação da envoltória de minério de longo prazo é realizada através da interpretação dos furos de sondagem e também dos furos de desmorte de produção (atualização dos contatos da mineralização), sendo que os teores de cobre são estimados usando somente as informações de sondagem. A determinação da envoltória e a estimativa dos teores de cobre no curto prazo são feitas apenas com o uso dos furos de desmorte, sendo que esta última é realizada no mesmo suporte do modelo de longo prazo (blocos de 10x10x16m). A seguir (Figuras 5.7 e 5.8) a visualização do modelo de teores (teores de cobre) em seção vertical e em seção planar:

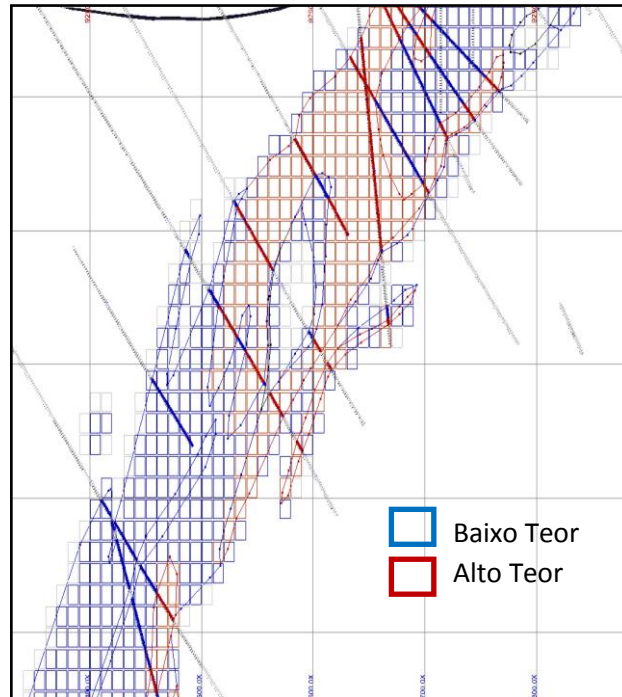


Figura 5.7: Modelo de recursos Sequeirinho em seção vertical, furos e blocos com teores de cobre.

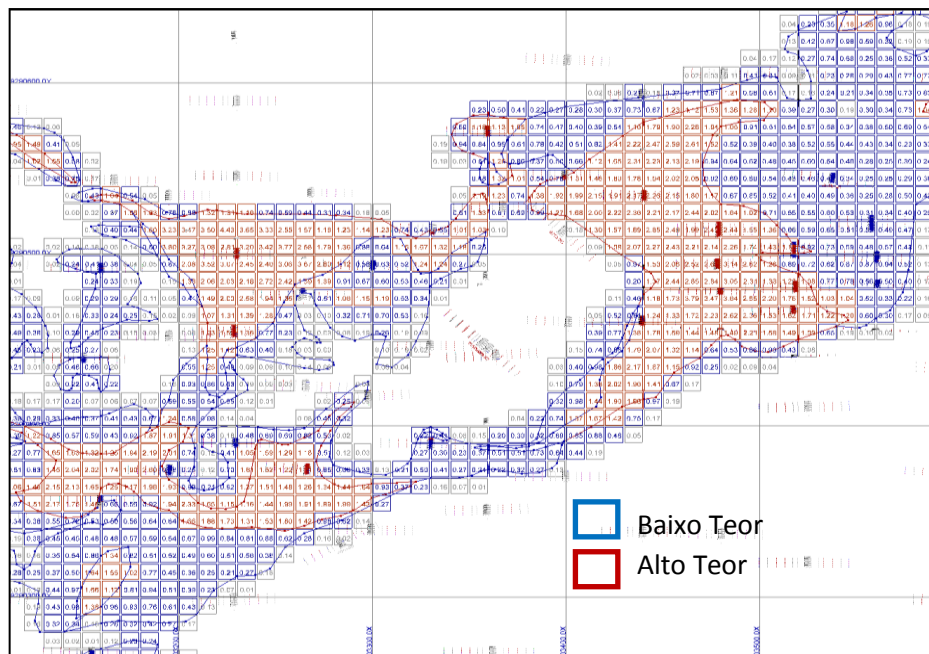


Figura 5.8: Modelo de recursos Sequeirinho em seção planar, furos de sondagem (malha 40x40 a 70x70) e blocos com teores de cobre.

5.1.4. Modelo de Recursos - Curto Prazo

O modelo de curto prazo é obtido através da estimativa dos valores de cobre, provenientes do resultado da análise química do pó das perfuratrizes dos furos de desmonte (*blast holes*), dentro da zona de contato do minério. Nas regiões de estéril, são obtidos valores analíticos de cobre em uma malha regular mais ampla.

Na Figura 5.9, é apresentada a envoltória de minério de longo prazo atualizado com as informações de teores de cobre dos furos de desmonte:

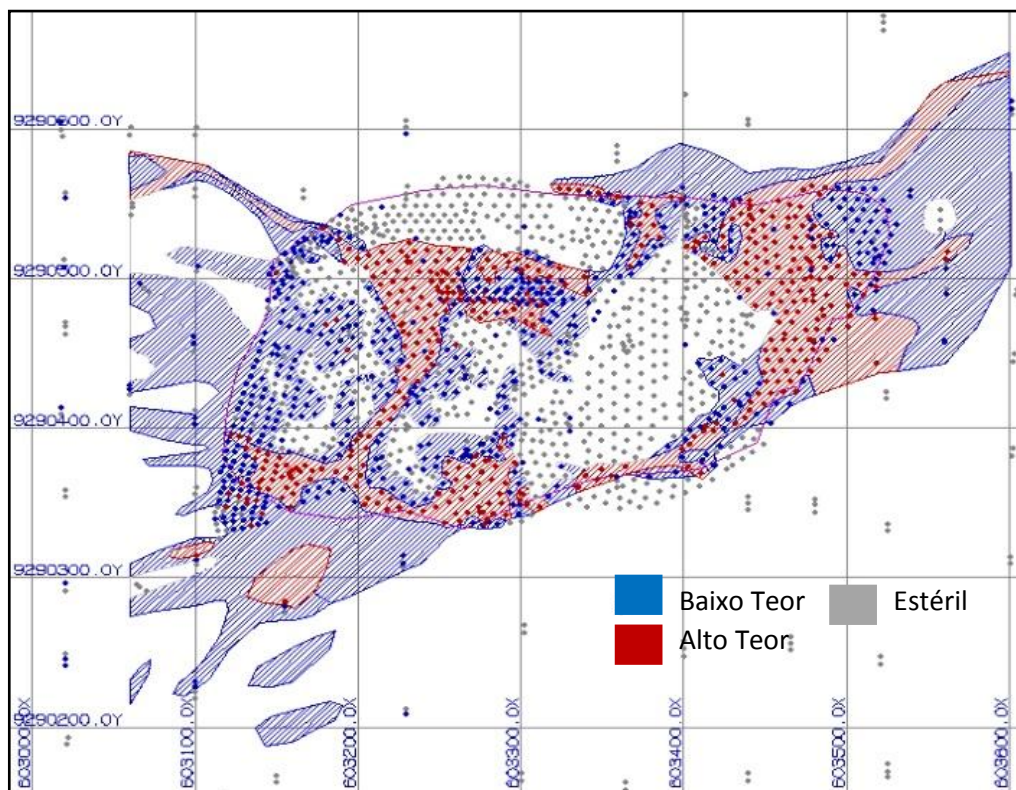


Figura 5.9: Atualização da envoltória de minério de longo e curto prazo, em seção planar, através da interpretação dos furos de desmonte com teores de cobre.

O minério no modelo de blocos de curto prazo é estimado pelo método krigagem ordinária (interpolação linear), levando-se em consideração os valores de teor de cobre analisados nos furos de desmonte e o seu respectivo modelo de continuidade espacial (variogramas associado a estruturas e tipos de mineralização), no mesmo suporte de bloco do modelo de longo prazo (10m x 10m x 16m), para fins de comparação (reconciliação).

A seguir, na Figura 5.10, está apresentado o modelo de blocos de curto prazo atualizado e estimado com teores de cobre proveniente dos resultados analíticos dos furos de desmonte. O modelo de blocos de curto prazo do Depósito Sequeirinho estimado (krigagem ordinária) através das informações dos valores de cobre (cores frias, baixo teor; cores quentes,

alto teor) analisados nos furos de desmonte. Esse modelo será referência para comparação com o modelo de longo prazo e a produção executada:

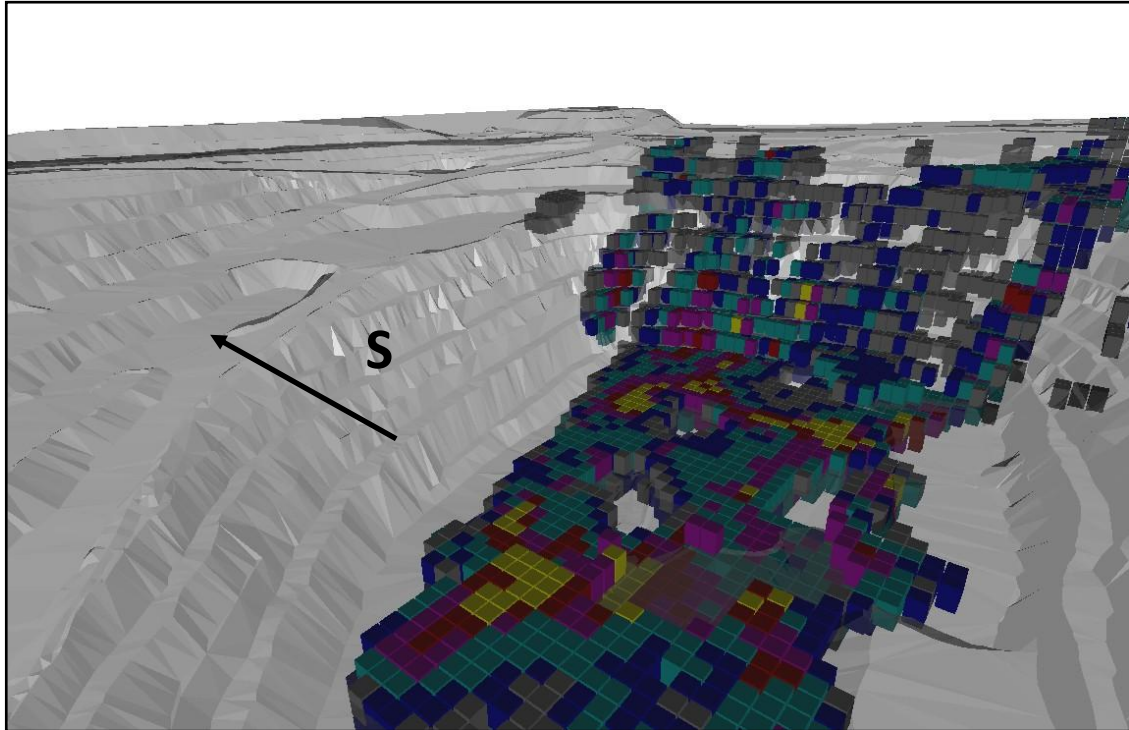


Figura 5.10: Modelo de blocos de curto prazo do Depósito Sequeirinho, em perspectiva.

5.2. SIMULAÇÃO CONDICIONAL NO MODELO DE RECURSOS DO DEPÓSITO SEQUEIRINHO

5.2.1. Introdução

O método de simulação sequencial por bandas rotativas, apresentado no item (3.4.4), foi utilizado para gerar uma série de realizações estocásticas de teores de cobre nos blocos do Depósito Sequeirinho. A implementação inicial foi estendida para permitir uma avaliação das incertezas associadas à classificação dos recursos no depósito e também a quantificação da incerteza dos teores na Cava Sequeirinho. Os intervalos de confiança referentes aos valores simulados permitem comparar a realidade executada (estimativa do modelo de curto prazo) ao modelo estimado de longo prazo, realçando a necessidade para um melhor mapeamento dos possíveis riscos inerentes à incerteza dos teores. Quanto ao procedimento de simulação

condicional, diversas realizações (30 modelos) dos teores de cobre foram simuladas nos blocos, acompanhadas de estudo de validação dos momentos estatísticos de primeira (estatística univariada) e segunda ordem (continuidade espacial). Finalmente, todos os resultados das simulações nos múltiplos domínios, foram combinados para fornecer 30 realizações do modelo de blocos com os teores de cobre do Depósito Sequeirinho.

As seções seguintes apresentam a análise de dados, os detalhes sobre o processo de simulação, as validações e a reconciliação dos modelos simulados com a realidade executada.

5.2.2. Análise dos Dados

A estimativa realizada para o minério de sulfeto de cobre no Depósito Sequeirinho é o resultado de uma série de análises numéricas e geológicas. A tomada de decisão no processo de interpretação e a estimativa do recurso mineral foram feitas através do conhecimento do comportamento espacial dos teores de cobre (Figura 5.11; cores frias, baixo teor; cores quentes, alto teor.), associados às premissas geológicas e do controle estrutural dos corpos.

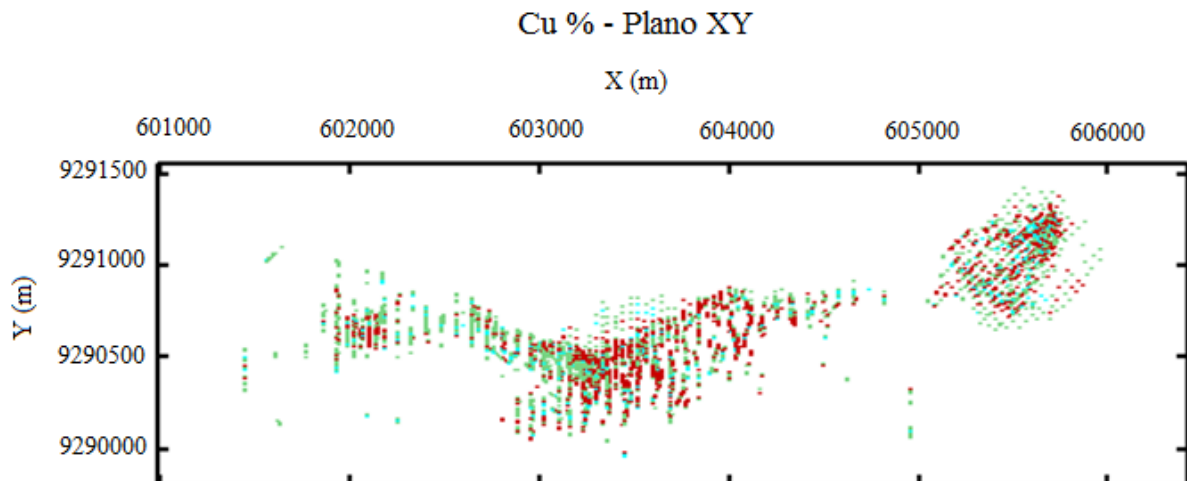


Figura 5.11: Localização das amostras (2m) do Complexo Sossego em seção planar (XY).

5.2.2.1. Domínio Estatístico e Estatística Univariada

Os domínios geológicos (e estatísticos) que formam o Depósito Sequeirinho (setores Pista, Sequeirinho e Baiano) são determinados com base na orientação estrutural, comportamento das envoltórias de teores, estado de alteração e litologias associadas. A seguir,

será apresentado o referencial estatístico para o principal setor (setor Sequeirinho) referente à porção da Cava Sequeirinho, que envolve grande parte dos recursos e reservas minerais do Complexo Sossego.

O intervalo de amostras no corpo mineralizado é geralmente um metro (intervalo amostral original), variando de acordo com os contatos geológicos. A partir dessas amostras, foram criadas amostras regulares de 2 m de comprimento para análise estatística e interpolação dos teores. Esse intervalo amostral foi escolhido para proporcionar maior quantidade de detalhes da variabilidade dos teores nas zonas mineralizadas e proporcionar maior flexibilidade no controle de diluição e número de amostras usadas no processo de interpolação.

Na Figura (5.12), é apresentado o gráfico de probabilidade do domínio estatístico do Depósito Sequeirinho em escala logarítmica, referente às amostras com valores de cobre (%).

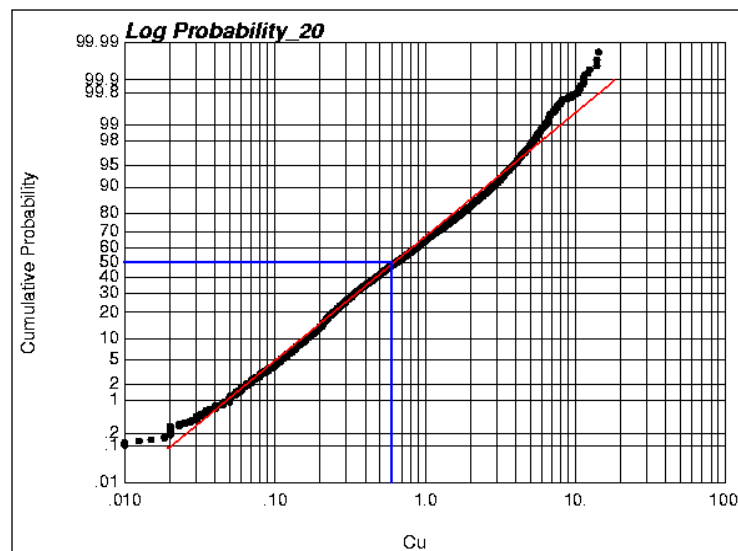


Figura 5.12: Gráfico de probabilidade cumulativa em escala logarítmica, Depósito Sequeirinho.

A avaliação das amostras restritas à envoltória mineralizada considerando os valores de Cu(%) ficou adequada, sem evidências de mistura de populações.

Uma boa prática no processo de estimativa é restringir a influência dos valores anômalos (altos teores) que se desviam dos teores da distribuição cumulativa de cada domínio geológico. No processo de estimativa dos recursos minerais e de simulação, o volume de influência dos valores extremos foi restringido, considerando a possível influência espacial na estimativa dos blocos e as características do corpo de minério. Não foi aplicado *capping* nos teores das amostras originais (*assays*) e nem nas amostras compostas, apenas uma restrição

dos valores extremos quanto à distância máxima a ser utilizada por essa amostra na estimativa dos blocos.

O histograma das amostras usadas para a simulação condicional é apresentado na Figura 5.13 a seguir.

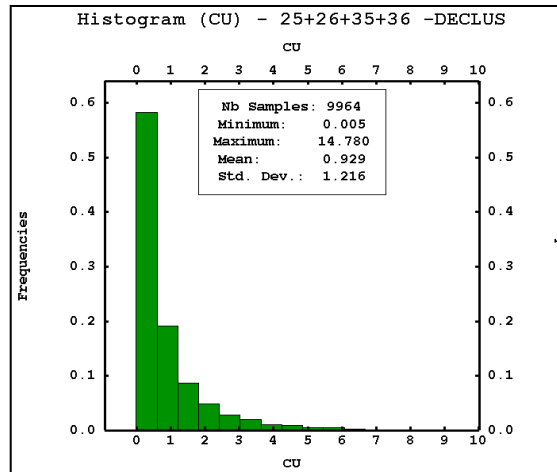


Figura 5.13: Histograma dos valores de Cu(%) desagrupados (por células móveis), Depósito Sequeirinho.

5.2.2.2. Normalização dos Dados

A primeira condição necessária para que uma função aleatória (*RF*) seja multivariada normal é que a sua função de distribuição condicional (*cdf*) univariada seja normal. Uma verificação adicional da binormalidade dos dados é considerada suficiente para a aplicabilidade desse método de simulação estocástica.

A normalização dos dados foi procedida através da aplicação da função matemática chamada *anamorfose* gaussiana (φ) (*Isatis*®), que transforma uma variável Y com distribuição não gaussiana em uma nova variável Z com uma distribuição $Z = \varphi(Y)$. Essa função pode ser expressa como uma expansão polinomial (Geovariances, 2007):

$$Z = \varphi(Y) \rightarrow \varphi(Y) = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i H_i(Y) \quad (5.1)$$

onde os $H_i(Y)$ são os polinômios de Hermite e ψ_i os coeficientes desses polinômios.

5.2.2.2.1. Variável Original para Variável Gaussiana

Nesta seção, é apresentada a metodologia de inversão de frequências para transformar a variável original para o espaço gaussiano, sendo necessário inverter a função:

$$Y = \phi^{-1}(Z) \quad (5.2)$$

onde ϕ^{-1} representa a inversão da função Z .

O método de inversão das frequências sorteia os dados aleatoriamente, sendo então criada uma frequência cumulativa para cada amostra FC_i a partir do menor valor, adicionando a frequência de cada amostra:

$$FC_i = FC_{i-1} + W_i \quad (5.3)$$

onde a frequência W_i é obtida através das variáveis pesos (pesos de declusterização) ou através do cálculo $W_i = 1/N$, sendo N o número de amostras. Após esse processo, é calculado o valor gaussiano Y_i :

$$Y_i = (G^{-1}(FC_i) + G^{-1}(FC_{i-1}))/2 \quad (5.4)$$

A seguir, as Figuras 5.14a e 5.14b ilustram a aderência da distribuição cumulativa e do histograma dos valores originais (preto) e gaussianos transformados (azul), sendo esse associado à função de expansão dos polinômios de Hermite.

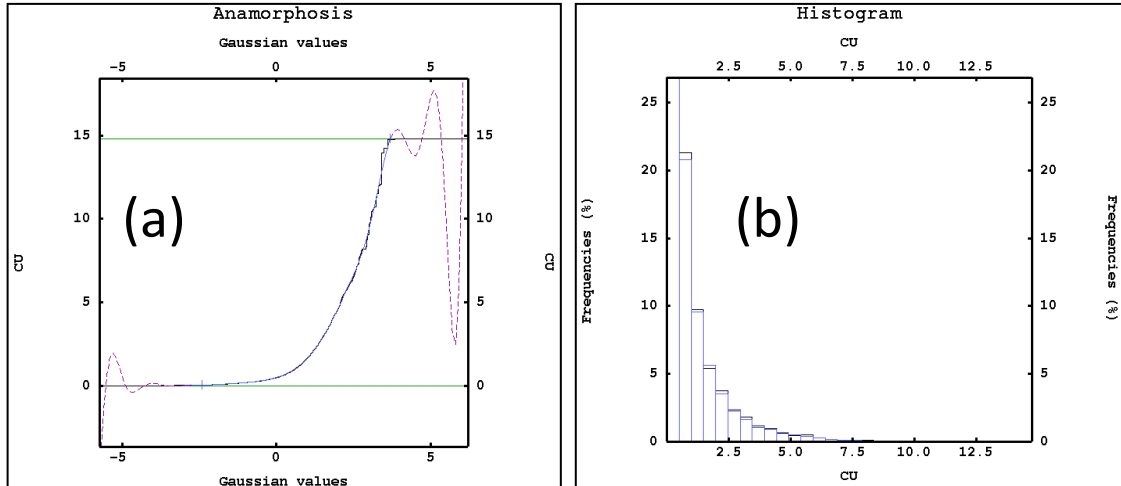


Figura 5.14: (a) Distribuição cumulativa dos dados originais (preto) e valores gaussianos transformados (azul claro); (b) histograma dos valores originais de cobre (preto) e resultantes do processo de transformação através do método de inversão de frequências (azul).

Após a realização das simulações no espaço gaussiano, os valores são retrotransformados para o espaço original através da função de *anamorfose* gaussiana (eq. 5.1).

5.2.2.3. Verificação da Multinormalidade (Binormalidade)

A simples normalização da distribuição amostral não garante que o modelo de função aleatória seja multinormal. Esse procedimento garante apenas a normalidade univariada da distribuição condicional local de probabilidade (*dclp*), sendo necessária então a verificação de normalidade nos demais estados da *dclp*. Então, sendo constatada a binormalidade através de procedimentos de verificação, fica assumida como válida a utilização do modelo multivariado Gaussiano $G(u; y/(n))$. Existem vários testes capazes de verificar a binormalidade da distribuição condicional local de probabilidade, sendo que neste trabalho será usada a relação (Equação 5.5) madograma (Euclidiano) $\gamma_1(h)$ e o variograma $\gamma_2(h)$. A Equação (5.5) apresenta essa relação cujo resultado deve se aproximar à constante 0,564 e deve ser verificada para diversas distâncias h (*lags*), nas localizações u definidas, onde:

$$\frac{\gamma_1(h)}{\sqrt{\gamma_2(h)}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,564 \quad (5.5)$$

onde $2\gamma_1 = E[|Y(u + h) - Y(u)|]$ e $2\gamma_2 = E\{[Y(u + h) - Y(u)]^2\}$.

A seguir, na Figura 5.15, é apresentado a relação variograma/madograma para diversos *lags*, que devem apresentar resultados aproximados a $1/1.773 \approx 0.564$, sendo que na prática a constatação da binormalidade valida a utilização do modelo multivariado Gaussiano.

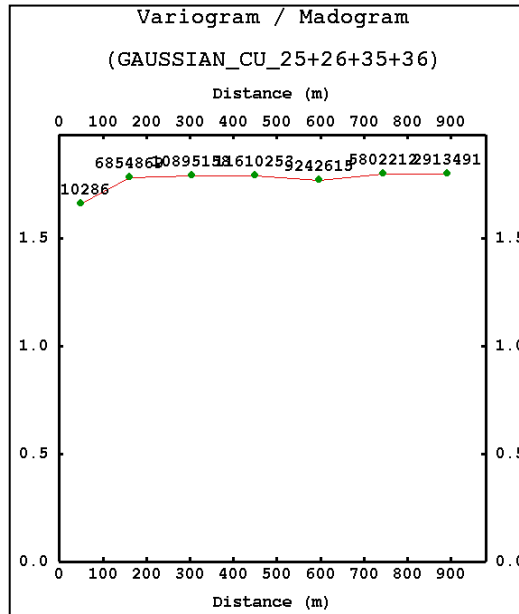


Figura 5.15: Relação variograma e madograma para a variável cobre em diversos *lags*.

5.2.2.4. Análise de Continuidade Espacial

Nas Figuras 5.16 e 5.17, são apresentados os respectivos modelos de continuidade espacial referentes aos dados normalizados. Foi calculado o variograma ao longo do furo para determinação do efeito pepita e os variogramas direcionais (Equação 5.6) nas principais direções de anisotropia.

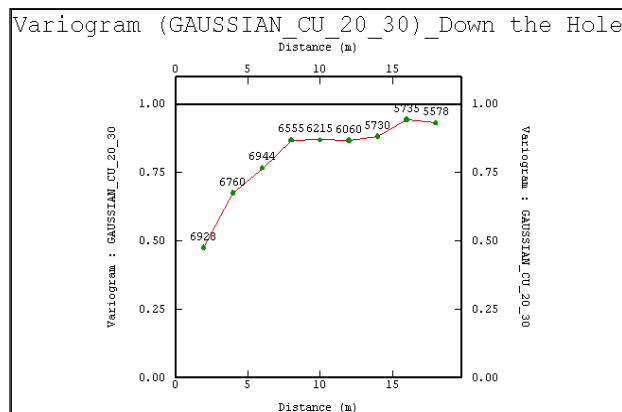


Figura 5.16: Variograma ao longo do furo em amostras espaçadas em 2m.

$$\gamma(h)=0,3 + 0,36 Sph\left(\frac{30m}{N160/60}, \frac{20m}{N250/0}, \frac{20m}{N160/-30}\right) + 0,34 Sph\left(\frac{230m}{N160/60}, \frac{140m}{N250/0}, \frac{120m}{N160/-30}\right) \quad (5.6)$$

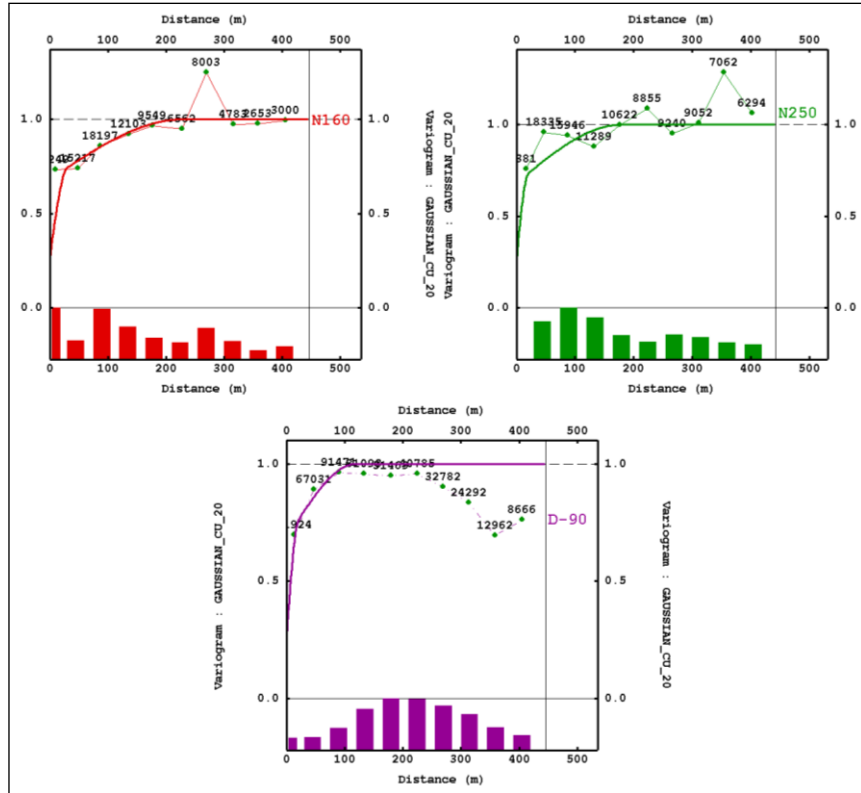


Figura 5.17: Variogramas direcionais nas principais direções anisotrópicas.

No Complexo Sossego, foram modelados 14 semivariogramas, sendo um para cada domínio geoestatístico. Esses são utilizados para a estimativa da variável cobre na avaliação de recursos minerais e simulações estocásticas. Neste estudo de simulação foi utilizado somente um semi-variograma representativo da mineralização do Depósito Sequeirinho.

5.2.3. Simulação Condicional dos Teores de Cobre no Depósito Sequeirinho

O processo de simulação do modelo de recursos do Depósito Sequeirinho foi realizado com uma discretização dos blocos de 2.5m x 2.5m x 4m (64 pontos por bloco). Um total de 16.752.000 valores de cobre (nós) precisam ser simulados. A geração de 30 realizações necessária para o estudo de simulação resultou em 502.560.000 valores de teor de cobre.

Um total de 30 realizações foram geradas utilizando o método de bandas rotativas em hardware com um sistema distribuído de quatro processadores com 1GHz cada. O tempo de

processamento foi de aproximadamente 52 h, incluindo validações. Esse tempo é aceitável para permitir a sua aplicação prática e sistemática no Complexo Sossego.

Tabela 5.1: Parâmetros vizinhança de busca, simulações variável Cu(%), Depósito Sequeirinho.

Descrição do Parâmetro	Valor
Nº Aleatório <i>seed</i>	424.145
Nº de Simulações	30
Nº mínimo de amostras	3
Nº de setores angulares	8
Nº ótimo de amostras por setor	2
Nº máximo de blocos prévios simulados	4
Selecionar as amostras contidas no bloco	Sim
Usar distância anisotrópica de acordo com o elipsóide de busca	Sim
Distância mínima entre duas amostras selecionadas	2m

A seguir, apresentado na Figura 5.18 (azul representa os blocos com teores de 0.2 a 1.0% Cu e vermelho representa os valores maiores que 1.0% Cu), a visualização de algumas realizações para o Depósito Sequeirinho.

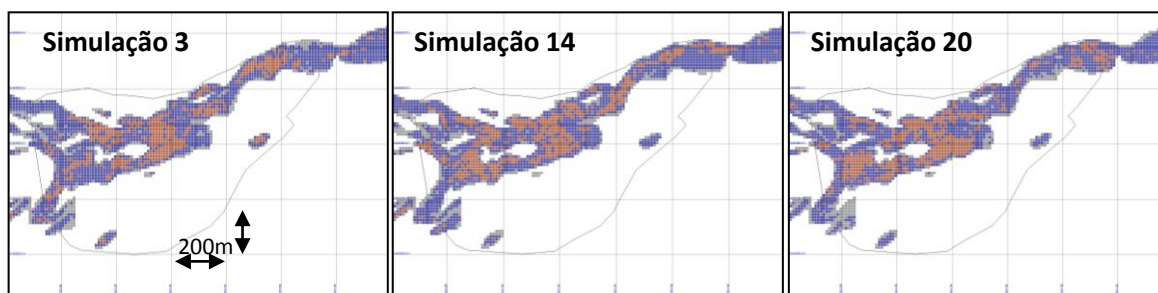


Figura 5.18: Imagens estocásticas da variável Cu (%) no Depósito Sequeirinho.

5.2.4. Validação das Simulações Condicionais

A validação consistiu em verificar se as realizações simuladas reproduziram as distribuições condicionadas pelos dados e modelos de variogramas.

Na validação estatística de primeira ordem (Figuras 5.19(a);(b);(c);(d)), verificam-se as variações ergódicas com relação aos valores das médias em torno da média dos dados.

Também, é verificada a amplitude das realizações, mantendo os respectivos valores máximo e mínimo das amostras condicionantes.

As validações referentes à continuidade espacial dos teores (Figura 5.20) ficaram muito bem definidas e representativas do modelo matemático inserido, sendo possível evidenciar as flutuações ergódicas referentes às simulações (linha preta) e os modelos experimentais e direcionais (linhas vermelha, verde e roxa).

De maneira geral, as Figuras mostram que a simulação reproduziu os modelos, convergindo para as estatísticas univariada e bivariada dos dados, não havendo viés sistemático.

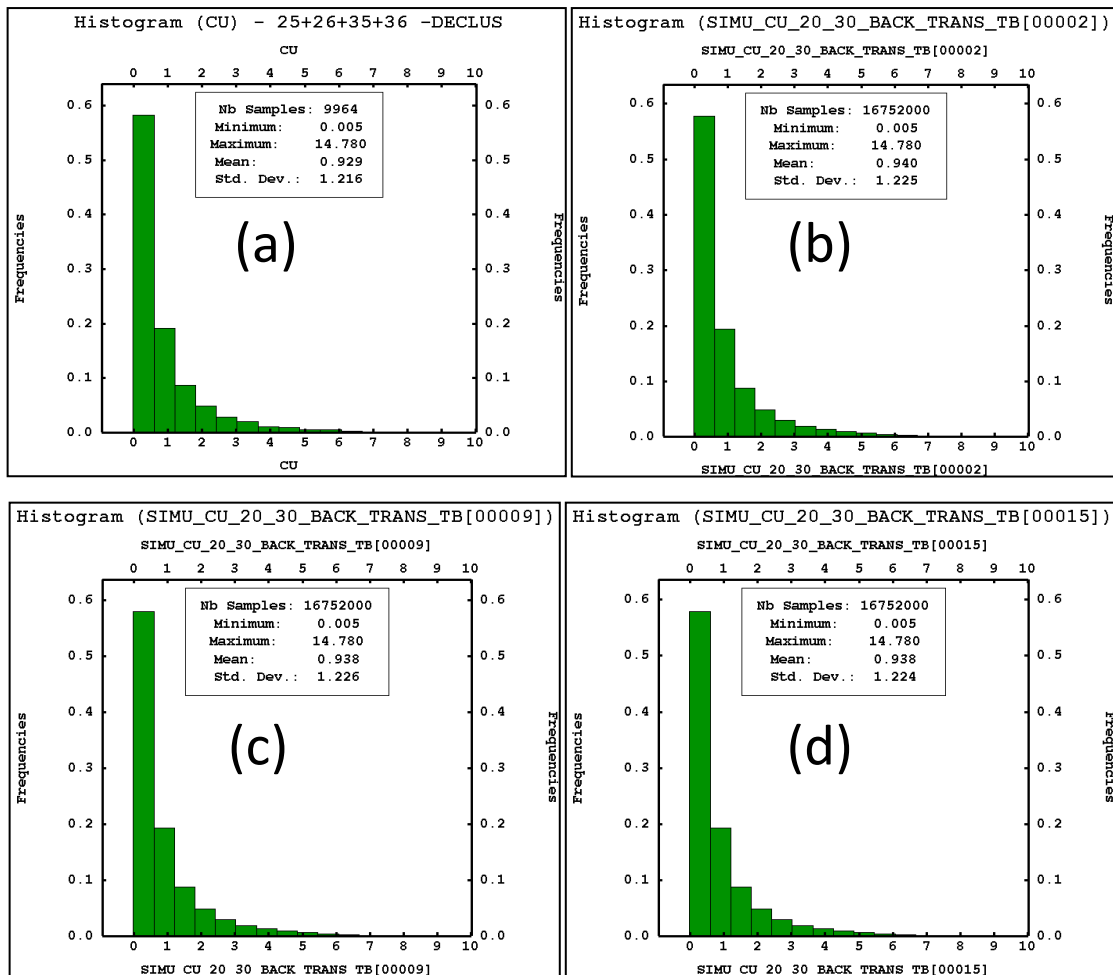


Figura 5.19: (a) Estatística univariada dos dados desagrupados; (b), (c) e (d) Estatística univariada de realizações aleatórias da variável Cu (%).

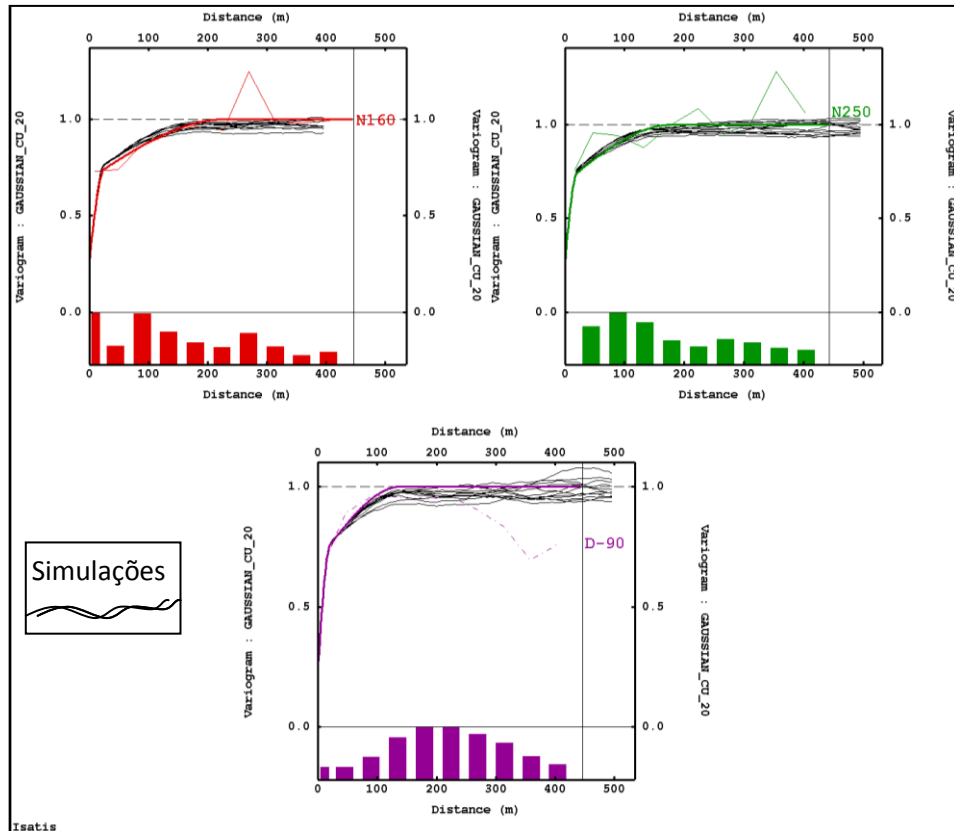


Figura 5.20: Validação da continuidade espacial para o modelo matemático imputado (vermelho, verde e roxo) na principais direções anisotrópicas definidas.

Nas Figuras 5.21 e 5.22, são apresentadas a frequência das médias de cada uma das simulações e as médias das simulações condicionais comparadas ao modelo de recursos minerais do Depósito Sequeirinho estimado por krigagem ordinária.

Na Figura 5.21, é possível observar a acuracidade e a precisão relativas aos resultados dos valores simulados à média dos dados originais desagrupados, indicando as flutuações ergódicas em torno da média e boa representatividade dos valores simulados.

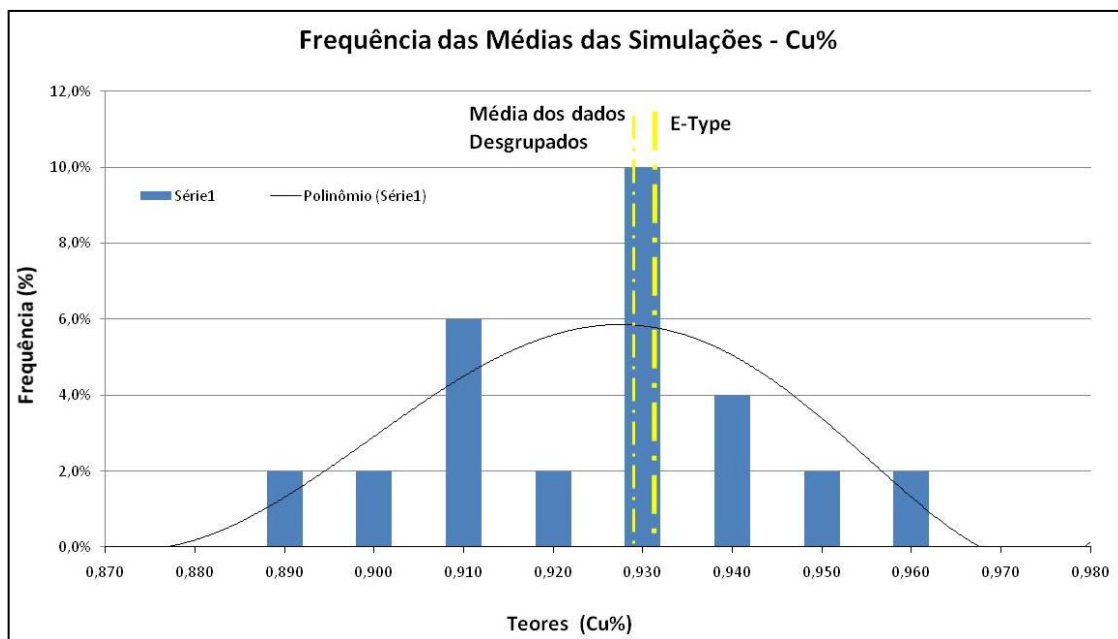


Figura 5.21: Frequência das médias dos modelos de cobre simulados, média dos dados condicionantes desagrupados e média de todas as simulações (E-Type).

A Figura 5.22 apresenta as flutuações dos valores das médias de cada simulação comparados ao valor de determinação dos recursos minerais do Depósito Sequeirinho, estimado por krigagem ordinária.

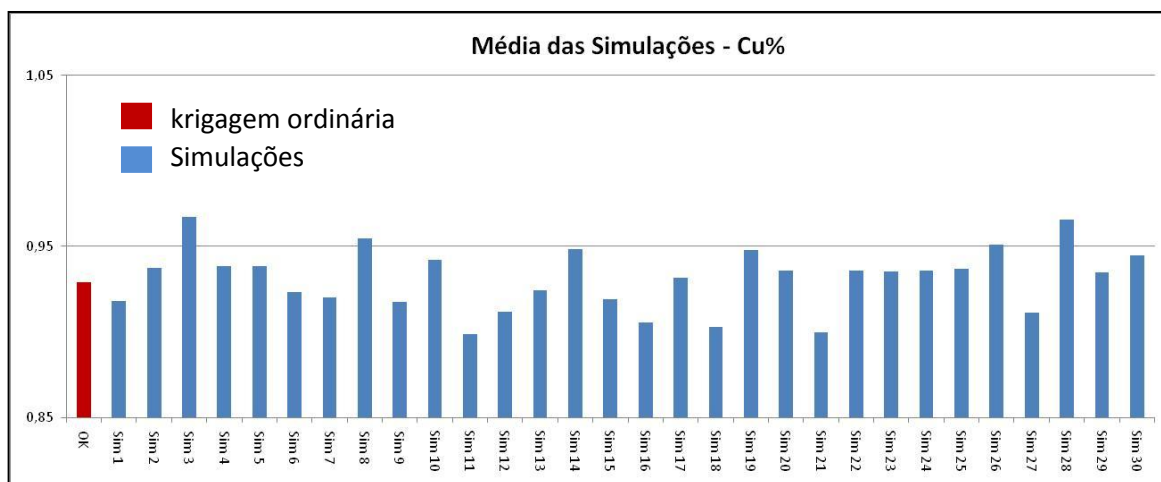


Figura 5.22: Média das simulações de Cu (%) e krigagem ordinária.

5.3. INCERTEZA DOS TEORES E RECURSOS MINERAIS

A disponibilidade de modelos múltiplos da distribuição de teores de cobre no Depósito Sequeirinho permite a avaliação direta da incerteza nos recursos minerais e uma comparação

com a avaliação dos recursos obtidos através do processo de estimativa tradicional. O processo pode ser visto como uma função de transferência referente às tonelagens e teor dos blocos acima de uma série de valores de corte ou através de intervalos de confiança. No capítulo 6, a incerteza dos recursos minerais *in situ* será usada para avaliar sua influência nas reservas minerais e em outros importantes fatores afetados pela incerteza dos teores.

As seções seguintes apresentam a avaliação de recursos minerais realizada diretamente no modelo de bloco do Depósito Sequeirinho produzido por simulação condicional e pelo procedimento tradicional de estimativa.

5.3.1. Recursos Minerais - Sequeirinho

A avaliação da incerteza dos recursos minerais através do modelo de blocos do Depósito Sequeirinho aplicando 0,3% Cu de teor de corte está resumida na Tabela 5.2 (por motivos de confidencialidade, apenas uma porção local do recurso do depósito é apresentado). Em termos de incerteza na tonelagem dos recursos minerais, referentes aos recursos medidos e indicados simulados, as realizações mostram um intervalo relativamente baixo de variação em torno do valor esperado (E-type) de 277,7 Mt, variando em torno de -1,02% e 1,73%. Para as categorias de recursos analisadas individualmente, as simulações mostram um diminuição de variação dos valores em torno do recurso esperado medido (217,1Mt), com intervalos de [-0,42%; 1,47%], e aumento relativo à variação dos valores de recurso indicado (60,6Mt), com intervalos de [-3,24%; 2,64%].

A tonelagem total combinada (Tabela 5.2), obtida pelo procedimento tradicional de estimativa (krigagem ordinária), é de 270,7Mt a 0,96% Cu (*cutoff* 0,30% Cu). O recurso mineral total esperado *in situ*, através da aplicação de simulação condicional, é de 277,7Mt a 0,97% Cu, podendo apresentar valores entre 274,9Mt e 282,5Mt, com faixas de teores de cobre que variam de 0,95% a 1,00%. Considerando a reserva de minério, i.e., teores acima de 0.3% de Cu, os resultados da simulação mostram uma superestimativa em torno de 7,0Mt ou 2,60% comparados aos valores mostrados no modelo estimado por krigagem ordinária. Isso evidencia um baixo risco associado à definição e classificação dos recursos minerais no Depósito Sequeirinho.

As Figuras 5.23(a),(b) e 5.24 (a),(b) mostram as curvas de teor e tonelagem para os recursos medido e indicado do Depósito Sequeirinho, respectivamente. As curvas de teor e tonelagem para o recurso medido e indicado, relativas às sete simulações que representam os

principais percentis da distribuição condicional (mín., máx., P5, P25, P50, P75, P95) de todas as simulações, apresentam uma nuvem de linhas contínuas muito próximas uma das outras, indicando baixo nível de incerteza dos recursos minerais globais em todos os teores de corte. A curva de tonelagem do modelo de recursos medido (Figura 5.23a), estimado através da krigagem ordinária, representado por uma linha sólida preta, apresenta leve subestimativa da tonelagem para os teores de corte abaixo de 1,00% Cu e uma superestimativa da tonelagem para os teores de corte acima de 1,00% Cu, quando comparado com os modelos simulados. Para o recurso indicado, há uma subestimativa da tonelagem para o modelo estimado através da krigagem ordinária, entre os teores de corte de 0,40 e 1,20% Cu. Em termos de teor, o recurso medido, estimado por krigagem ordinária (Figura 5.24a), apresenta superestimativa entre os teores de corte de 0,40 e 1,20% Cu e subestimativa entre os teores de corte de 1,20 e 3,70% Cu, com baixa magnitude de variação do valor global relativo ao modelo esperado (2%). O recurso indicado, estimado por krigagem ordinária (Figura 5.24b), apresenta subestimativa entre os teores de corte de 0,01 e 0,40% Cu e acima do teor de corte de 1,20% Cu, com moderada magnitude de variação do valor simulado global relativo ao modelo esperado (-14%).

As curvas de teor e tonelagem, citadas acima, também demonstram o efeito de suavização ocorrida nos métodos de estimativa tradicionais, tais como a krigagem. Essa suavização pode resultar em superestimativa e/ou subestimativa local da massa de recursos minerais, bem como superestimativa e/ou subestimativa dos teores (item 2.1). Nesse estudo, esses erros podem ter consequências graves, desde viés nos teores de corte planejados para operação de lavra, como desvios econômicos significativos inerente a esses erros. Os erros (desvio entre o previsto e o real) ocorrem em estimativas usadas na avaliação de um depósito mineral, sendo a magnitude dos erros diretamente proporcional à variabilidade dos teores no depósito. Devido à confidencialidade das informações, são apresentados somente dados proporcionais aos reais e em porção restrita do depósito.

Tabela 5.2: Medida da incerteza dos recursos minerais medido e indicado (teor de corte de 0,3% Cu).

Classificação de Recursos	Estimado (OK)		Mínimo		Máximo		Esperado (E-Type)	
	Ton (Mt)	Teor (Cu%)	Ton (Mt)	Teor (Cu%)	Ton (Mt)	Teor (Cu%)	Ton (Mt)	Teor (Cu%)
Medido	209,00	1,01	216,20	0,98	220,30	1,02	217,10	0,99
Indicado	61,70	0,77	58,70	0,86	62,20	0,91	60,6	0,88
Med + Ind	270,70	0,96	274,90	0,95	282,50	1,00	277,70	0,97

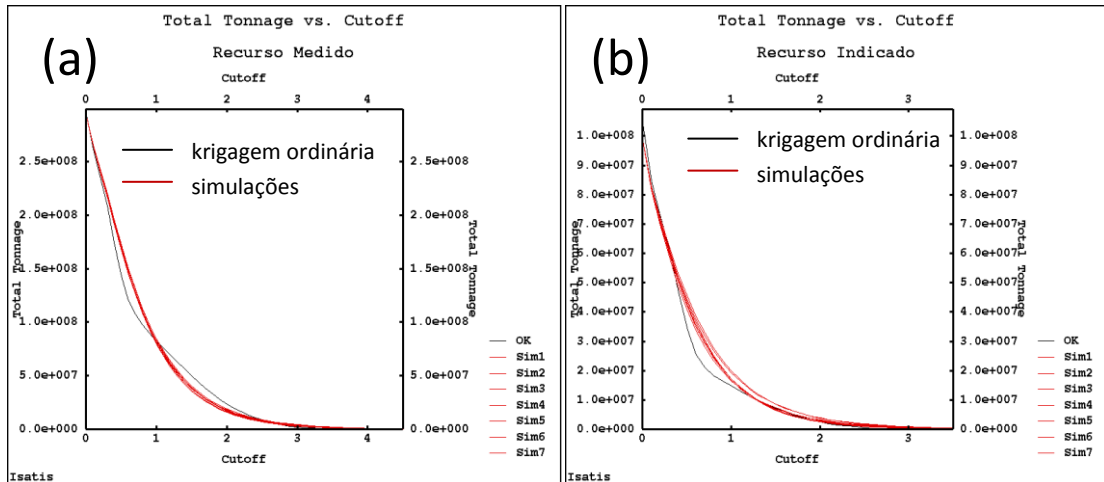


Figura 5.23: Comparativo (incerteza) das curvas de tonelagem dos recursos minerais medido (a) e indicado (b).

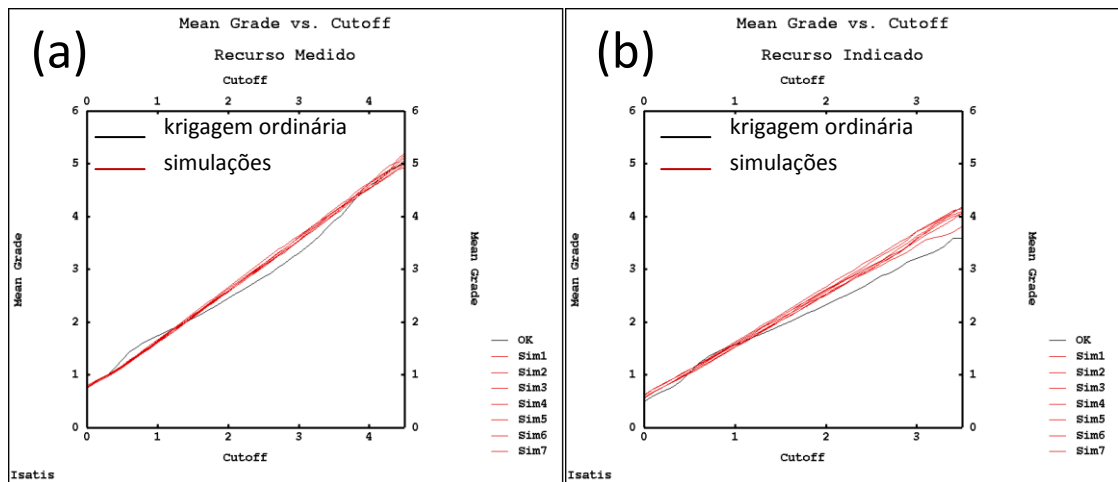


Figura 5.24: Comparativo (incerteza) das curvas de teor dos recursos minerais medido (a) e indicado (b).

5.3.2. Incerteza dos Teores e Classificação

Através do procedimento de simulação estocástica e pós-processamento dos resultados das realizações obtidas, foi possível utilizar algumas medidas de incerteza local dos teores (CCV e Intervalos de Confiança) para validar os fatores aplicados à classificação de recursos minerais que foi definida com base em parâmetros geométricos. O interessante não é fixar qualquer valor para as análises em questão na classificação de recursos, e sim ter uma ferramenta para comparar (e validar) os diferentes resultados obtidos através de diversas metodologias aplicadas (Souza, 2007).

Os procedimentos de classificação de recursos mais utilizados baseiam-se em parâmetros e configurações geométricas dos dados. A determinação da incerteza a partir de

modelos simulados tem como vantagem a utilização da estrutura de variabilidade espacial dos teores para categorização da confiabilidade local dos recursos.

Na Figura 5.25 e na Tabela 5.3 é apresentada uma abordagem para categorização e verificação da representatividade dos recursos minerais medidos e indicados no Complexo Sossego, através da aplicação de diversas categorias de valores de coeficiente de variação condicional (item 3.1.2), provenientes das simulações condicionais. É selecionada uma série de valores para definição de recurso medido e indicado e comparado às proporções de recursos classificados entre cada intervalo de valores escolhidos, ou seja, a massa do depósito onde o CCV dos teores excedem um dado limite. Por exemplo, 86% da massa dos recursos está com valor de CCV acima de 0.5 ou 14% tem o CCV menor que 0.5. Isso resultará numa análise de sensibilidade comparativa da classificação dos recursos minerais por configuração geométrica (vizinhança de krigagem) e por variabilidade espacial dos teores (CCV). A abordagem visa comparar os diversos valores de tonelagem, teor e metal dos recursos minerais, definidos para valores médios de coeficiente de variação condicional, com os indicados no modelo de recursos classificado por parâmetros geométricos.

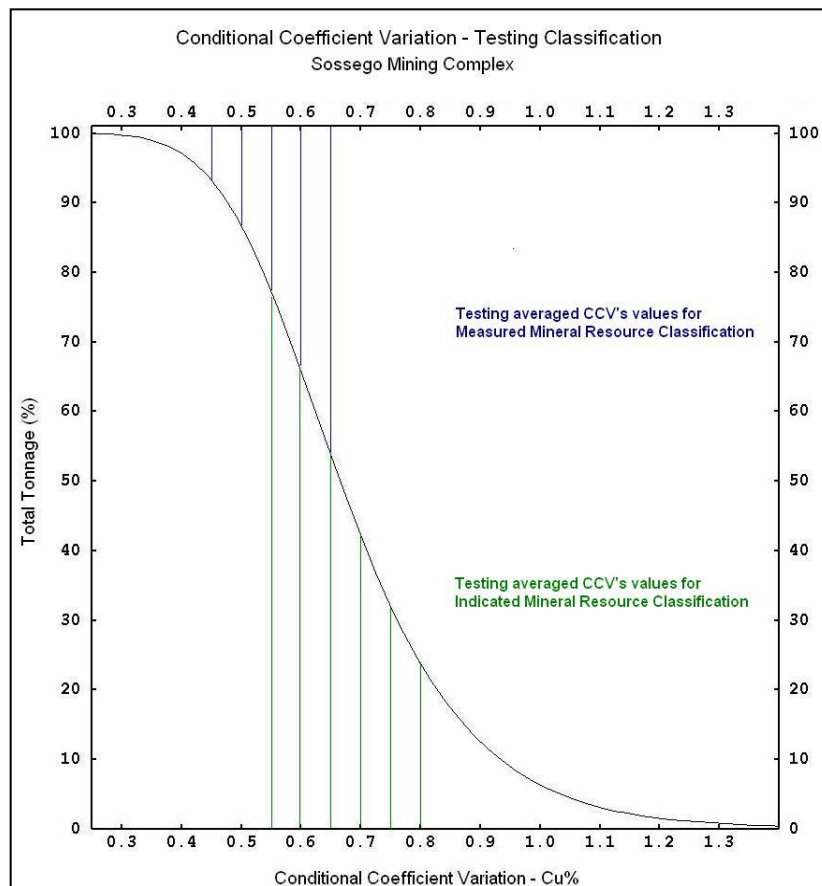


Figura 5.25: Teste de classificação dos recursos minerais através do coeficiente de variação condicional (CCV).

A seguir é apresentada a Tabela 5.3 com os valores de classificação dos recursos minerais medidos e indicados, comparando a abordagem descrita acima (Figura 5.25) e a metodologia de classificação tradicional através da aplicação de parâmetros geométricos, definidos pela vizinhança do processo de estimativa por krigagem ordinária (KO). O uso auxiliar da classificação de recursos com base na variabilidade espacial dos teores visa auxiliar na definição dos parâmetros geométricos e interpretativos da pessoa responsável pela classificação dos recursos. No Depósito Sequeirinho, o espaçamento médio da malha de sondagem na porção de minério classificado como recurso medido, através da metodologia tradicional, varia aproximadamente entre 30 e 40m, ou seja, uma malha amostral extremamente densa e representativa localmente. Mesmo assim, de acordo com os resultados apresentados na Tabela 5.3(a) a seguir, é possível verificar uma certa superestimativa da classificação do recurso medido no depósito usando a classificação tradicional se comparada à classificação através da variabilidade espacial dos teores. Isso indica que, apesar de haver uma amostragem extremamente adensada do depósito, através do uso de medidas de incerteza, é possível evidenciar um moderado a alto grau de variabilidade dos teores, que de fato existe (ver item 5.3.3).

É pertinente lembrar que a escolha e a definição dos valores de CCV e parâmetros geométricos, para possível categorização dos recursos minerais, é subjetiva e está intrinsecamente ligada ao entendimento da(s) pessoa(s) qualificada(s) com relação à variabilidade dos teores e confiança na contuidade geológica e de teores, podendo variar de acordo com o tipo de mineralização e depósito. Devido à confidencialidade das informações, são apresentados somente dados proporcionais aos reais e em porção restrita do depósito.

A Tabela 5.3a se refere à classificação dos recursos minerais medido e indicado final (diluídos por porcentagem de minério e estéril nos blocos) para os valores médios de CCV e metodologia tradicional por classificação geométrica) para o Complexo Sossego (*cutoff* 0,01). A coluna indicada pela definição *Class ID* representa a identificação de 30 possíveis combinações de recurso medido e indicado através dos valores de CCV. A Tabela 5.3b se refere à classificação dos recursos minerais medido + indicado final (diluídos por porcentagem de minério e estéril nos blocos) para os valores médios de CCV e metodologia tradicional (OK) para o Complexo Sossego (*cutoff* 0,01).

Tabela 5.3a,b: Classificação dos Recursos Minerais - CCV - Medido/Indicado - Cutoff 0,01.

Classificação dos Recursos Minerais - CCV - Medido e Indicado - Cutoff 0,01 - Complexo Sossego						
Class ID	Classificação CCV - Medido	Classificação CCV - Indicado	Tonelagem - Recurso Medido (Mt)	Teor - Recurso Medido (Cu%)	Tonelagem - Recurso Indicado (Mt)	Teor - Recurso Indicado (Cu%)
1		0,55			232,30	0,60
2		0,60			386,81	0,57
3	0,45	0,65	104,54	0,72	543,16	0,54
4		0,70			685,35	0,53
5		0,75			805,11	0,51
6		0,80			900,66	0,50
7		0,55			133,63	0,57
8		0,60			288,14	0,55
9	0,50	0,65	203,24	0,67	444,37	0,53
10		0,70			586,66	0,51
11		0,75			706,35	0,50
12		0,80			802,14	0,49
13		0,55			-	-
14		0,60			154,53	0,53
15	0,55	0,65	336,82	0,63	310,83	0,51
16		0,70			453,08	0,49
17		0,75			572,75	0,48
18		0,80			668,52	0,47
19		0,55			-	-
20		0,60			-	-
21	0,60	0,65	491,41	0,60	156,29	0,49
22		0,70			298,52	0,47
23		0,75			418,20	0,46
24		0,80			513,94	0,46
25		0,55			-	-
26		0,60			-	-
27	0,65	0,65	647,69	0,57	-	-
28		0,70			142,22	0,46
29		0,75			262,01	0,45
30		0,80			357,65	0,44
Classificação Tradicional - Parâmetros Geométricos (vizinhança de krigagem)						
Parâmetros Geométricos			Tonelagem - Recurso Medido (Mt)	Teor - Recurso Medido (Cu%)	Tonelagem - Recurso Indicado (Mt)	Teor - Recurso Indicado (Cu%)
<i>Cutoff - 0,01</i>			476,87	0,65	378,42	0,40

Classificação dos Recursos Minerais - CCV - Medido + Indicado - *Cutoff* 0,01 - Complexo Sossego

Class ID	Classificação CCV - Medido	Classificação CCV - Indicado	Tonelagem - Medido + Indicado (Mt)	Teor - Medido + Indicado (Cu%)	Med + Ind Metal (Mt)
1		0,55	336,84	0,63	2,13
2		0,60	491,35	0,60	2,94
3	0,45	0,65	647,70	0,57	3,70
4		0,70	789,89	0,55	4,35
5		0,75	909,65	0,54	4,88
6		0,80	1005,20	0,52	5,27
7			0,55	336,87	0,63
8		0,60	491,38	0,60	2,94
9	0,50	0,65	647,61	0,57	3,71
10		0,70	789,89	0,55	4,35
11		0,75	909,58	0,54	4,88
12		0,80	1005,38	0,52	5,27
13		0,55	-	-	-
14		0,60	491,35	0,60	2,94
15	0,55	0,65	647,65	0,57	3,70
16		0,70	789,89	0,55	4,35
17		0,75	909,57	0,54	4,88
18		0,80	1005,33	0,52	5,28
19		0,55	-	-	-
20		0,60	-	-	-
21	0,60	0,65	647,69	0,57	3,70
22		0,70	789,92	0,55	4,35
23		0,75	909,61	0,54	4,87
24		0,80	1005,35	0,52	5,28
25		0,55	-	-	-
26		0,60	-	-	-
27	0,65	0,65	-	-	-
28		0,70	789,91	0,55	4,35
29		0,75	909,70	0,54	4,87
30		0,80	1005,34	0,52	5,28

Classificação Tradicional - Parâmetros Geométricos (vizinhança de krigagem)

Parâmetros Geométricos	Tonelagem - Medido + Indicado (Mt)	Teor - Medido + Indicado (Cu%)	Med + Ind Metal (Mt)
<i>Cutoff - 0,01</i>	855,29	0,54	4,64

A Figura 5.26 compara massa de metal classificados através do processo de classificação tradicional e pela análise de sensibilidade de diversos valores de CCV, escolhidos para o recurso medido + indicado (Tabela 5.3b). De forma geral, a determinação da massa, teor e metal, categorizados pela metodologia tradicional, são validadas através do entendimento geológico do depósito e pela definição de valores CCV.

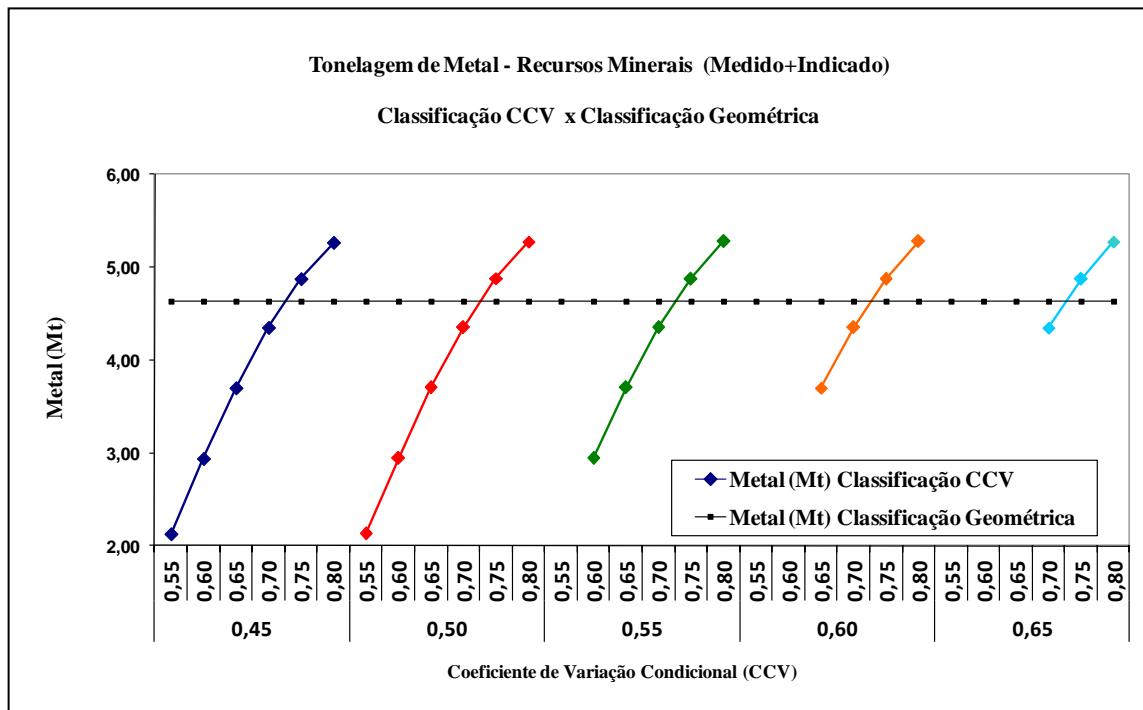


Figura 5.26: Teste de classificação do metal contido nos recursos minerais através da metodologia tradicional (classificação geométrica) e do coeficiente de variação condicional (CCV).

Nas Figuras 5.27a;b, apresenta-se a visualização da classificação dos recursos minerais através da metodologia tradicional (classificação geométrica) e através da variabilidade espacial dos teores (CCV, *Class ID* 17, Tabela 5.3a), respectivamente.

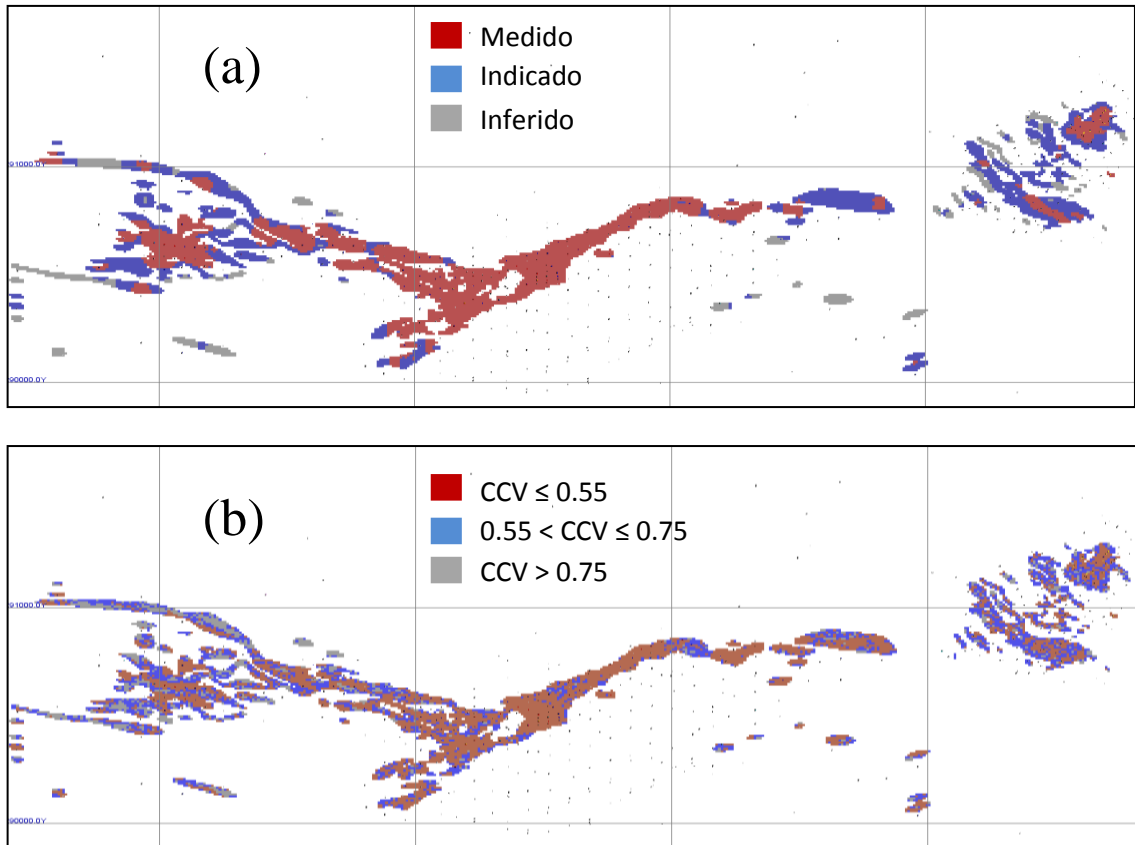


Figura 5.27: Classificação dos recursos minerais, plano 152m: (a) metodologia tradicional (classificação geométrica); (b) coeficiente de variação condicional.

5.3.3. Incerteza dos Teores e Reconciliação

De acordo com o item 2.4, a reconciliação é um procedimento comum realizado na maioria das minas. O resultado é uma comparação entre o previsto e o realizado considerando o desvio usado para definir um conjunto de fatores que são aplicados para estimativas futuras (Morley, 2003). A validade prática de uma avaliação de recursos minerais e de reservas consiste em uma comparação das estimativas com os dados reais obtidos durante a produção. No entanto, devem estar na rotina das empresas e permanecer na forma documental explícita demonstrando os procedimentos para fins de auditoria. Da mesma forma, os relatórios de empresas que postam seus ativos em bolsas de valores tem que publicar os documentos que demonstrem tanto os métodos empregados na estimativa quanto a produção executada frente ao planejado. No contexto do setor de mineração, em geral, a reconciliação equivale à comparação entre uma estimativa (um modelo de recursos minerais, um mineral, um modelo de minério ou informações de controle de qualidade) com a realidade executada (Glacken e

Morley, 2003; Schofield, 2001), medindo o desempenho da operação relacionado às predições, garantindo a valorização dos bens minerais, confirmando a eficiência das categorias da estimativa (e a tonelagem respectiva) fornecendo indicadores chaves de desempenho operacional.

No processo mineiro do Complexo Sossego, o procedimento de reconciliação é efetuado usando três principais fatores para medição dos indicadores de desempenho, o que significa que é necessário a apropriação dos resultados e a comparação das informações do modelo de longo prazo (LTM, estimados com informações de teor e densidade nos furos de sondagem), do modelo de curto prazo (STM, estimados com informações de teor dos furos de desmonte e densidade dos furos de sondagem), da produção (PREM, medido pelo valor de carregamento e despacho eletrônico) do minério total enviado para o britador primário (TSC_PREM, medido por balança de alta precisão no britador) e do minério processado na usina (PLANT, medido através de sistema de balanças diferenciais de alta precisão na correia de entrada do moinho SAG).

Os fatores de controle entre os diversos tipos de operação de reconciliação são obtidos na mesma base mássica, ou seja, a massa dos materiais é reconciliada em base seca através de análises de umidade (3%) do material *in situ* e densidade *in situ* seca do modelo de blocos. A Figura 5.28 mostra o processo de reconciliação no Complexo de Mineração Sossego e exemplifica o cálculo dos principais fatores da reconciliação e as principais rotas e comparações executadas:

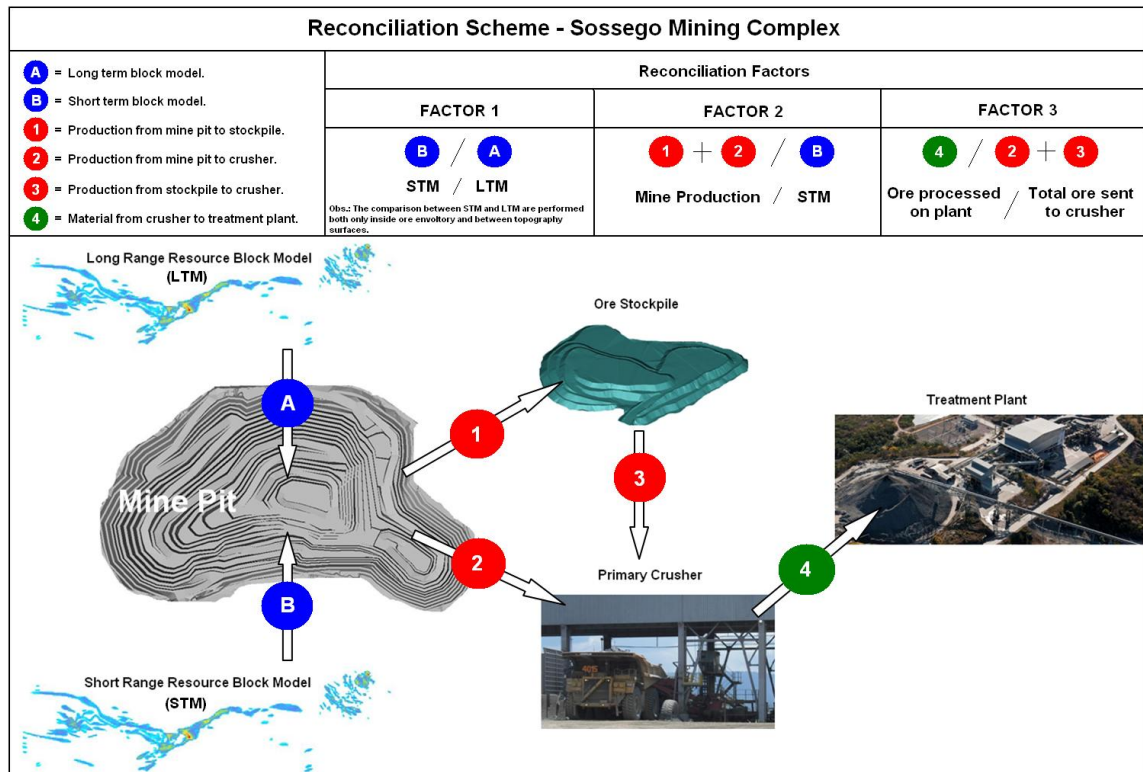


Figura 5.28: Esquema de reconciliação do Complexo Sossego.

(i) **F1 = STM / LTM** (entre superfícies topográficas e somente dentro da envoltória mineralizada prevista pelo longo prazo) - usado para reconciliação e verificação da eficiência do método de estimativa usado e previsto pela estimativa no modelo de minério do longo prazo, no mesmo suporte de blocos (10m x 10m x 16m);

(ii) **F1 = STM / LTM** (entre superfícies topográficas) - usado para verificação de possível diluição externa e/ou aparecimento de minério fora da envoltória mineralizada prevista pelo longo prazo (controle mineral nos contatos e fora da envoltória), no mesmo suporte de blocos (10m x 10m x 16m). As Figuras 5.29a,b mostram comparativos entre modelo de longo prazo e curto prazo (nível 168NMM), respectivamente:

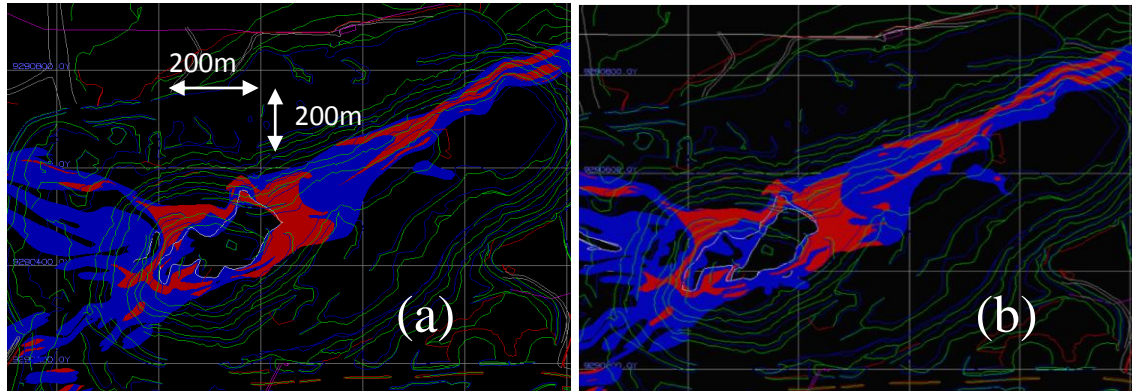


Figura 5.29: Modelo previsto de longo prazo (a) e realizado de curto prazo (b), plano 168m.

(iii) **F2 = PREM / STM** - é usado para verificação do modelo de curto prazo previsto (Figura 5.30) e o que foi realmente produzido por equipamentos de escavação, carregamento e transporte. O controle de todo o movimento do material no Complexo Sossego é feito por meio de sistema de despacho eletrônico que permite registrar e codificar os diferentes tipos de minérios e estéril (massas e teores do material produzido), de acordo com a rota do material transportado, da origem ao destino. O sistema de alta precisão *GPS* é utilizado por pás carregadeiras e escavadeiras, e o de baixa precisão é utilizado no transporte. A gestão do fluxo de transporte de material minério e estéril é estabelecida de acordo com os pontos de carga e descarga. A descarga de minério, proveniente da mina e do estoque do minério de sulfeto, é feita no britador primário, ou seja, representa uma mistura de minério da mina e das pilhas de estoque de minério. A Figura 5.30 apresenta o polígono de liberação de lavra de curto prazo (estimado por krigagem ordinária), contendo as amostras dos valores de cobre (%) nos furos de desmonte e a projeção do material a ser desmontado;

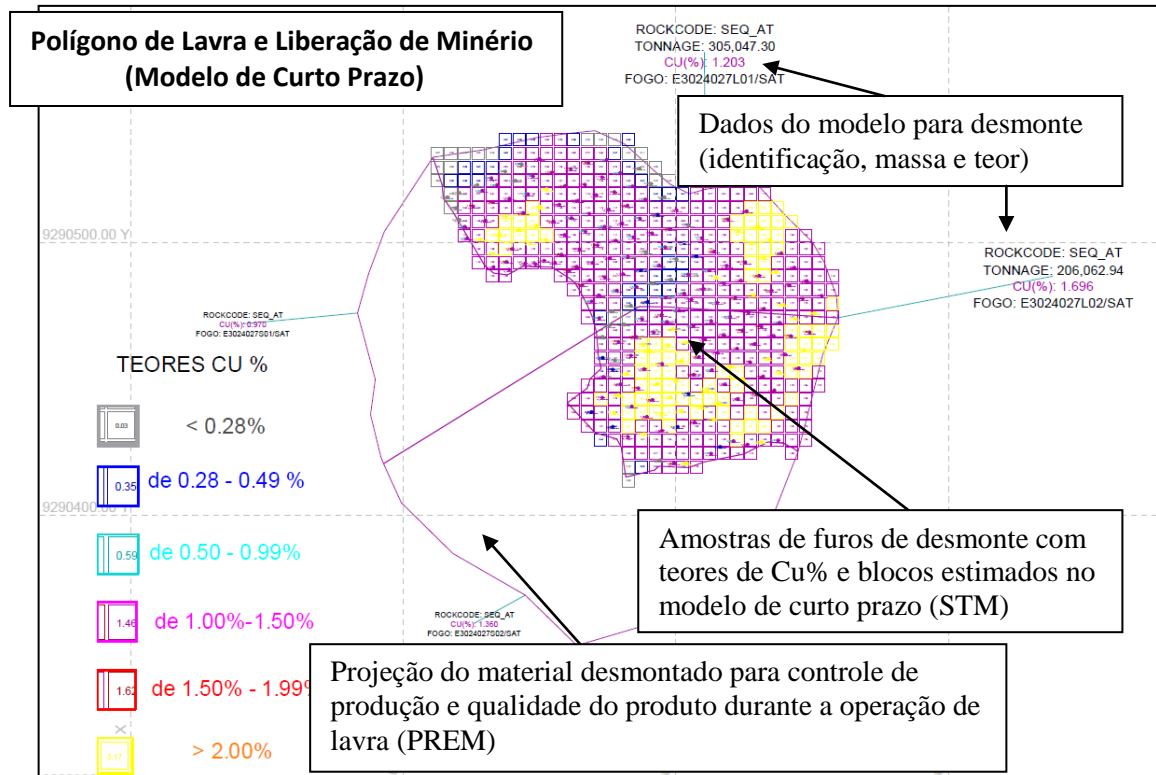


Figura 5.30: Polígono de liberação de lavra de curto prazo (estimado por krigagem ordinária).

(iv) **F3 = PLANT / TSC_PREM** - é usado para verificação do que foi previsto (STM) relativo à aderência ao processo de operacionalização da lavra (PREM) dos tipos de materiais e o que realmente foi processado na usina de beneficiamento (britagem, moagem e flotação). A massa de minério processado na usina do Sossego é controlada por balanças dinâmicas nas correias transportadoras em pontos selecionados e por uma balança estática no controle do concentrado produzido no momento da expedição do produto;

A balança dinâmica apresenta um erro de aproximadamente +/- 1% e a balança estática tem um erro de aproximadamente +/- 0,1%.

A Figura 5.31 apresenta os fatores F3 e F2 (tonelagem, teor e metal) do controle de reconciliação para o Complexo Sossego, considerando o fechamento topográfico anual e os respectivos valores oficiais do processo de reconciliação. As linhas azuis ($\pm 10\%$) e vermelhas ($\pm 15\%$) representam os limites de controle de desvios aceitáveis (anual) na reconciliação, pelo Departamento de Operações de Metais Básicos Atlântico Sul (DIOC) e pelo Comitê Global de Recursos e Reservas Minerais da Vale, respectivamente.

O resultado do fator F2 (PREM/STM), que apresenta erro relativo de aproximadamente -2% para a massa total (t) produzida, -1% para o teor de cobre e,

consequentemente, -3% para a quantidade (t) de metal produzido com relação ao estimado, demonstra a alta confiança relativa à estimativa e técnica aplicada ao modelo de curto prazo (STM) e ao processo de operacionalização e controle da qualidade dos materiais envolvidos durante a lavra, referente a toda porção de minério definida no ciclo de operação da mina.

O valor do fator F3 (PLANT/TSC_PREM), que apresenta erro relativo de aproximadamente -3% para a massa total (t) processada na usina, 0% para o teor de cobre e, consequentemente, -3% para a quantidade (t) de metal executado na usina, demonstra a alta confiança relativa à quantidade e qualidade do minério produzido e enviado para a usina (devido à operacionalização de lavra) e ao material resultante processado na usina de beneficiamento e reconciliado nessa etapa.

Todo o processo (Figura 5.31) visto anteriormente indica que, de maneira geral, a partir do processo de estimativa do modelo de curto prazo (STM), até o produto final executado na usina, existe um erro sistemático global de metal produzido em cada etapa (Fatores 2 e 3), de aproximadamente -3%. Esses erros são associados, principalmente, à diferença mássica resultante entre os processos, com erro sistemático global em torno de -5%. As diferenças em ambas etapas (Fatores 2 e 3) de reconciliação, relativo aos teores estimados no modelo de curto prazo e executado na usina de beneficiamento, apresentam erros relativos de 0% (F3) e -1% (F2), sendo -1% de erro global dos teores no processo com um todo. Dessa forma, o modelo das reservas de minério de curto prazo, estimado através do uso dos valores analíticos de teor de cobre nos furos de desmonte, apresenta alta precisão e confiabilidade (local e global).

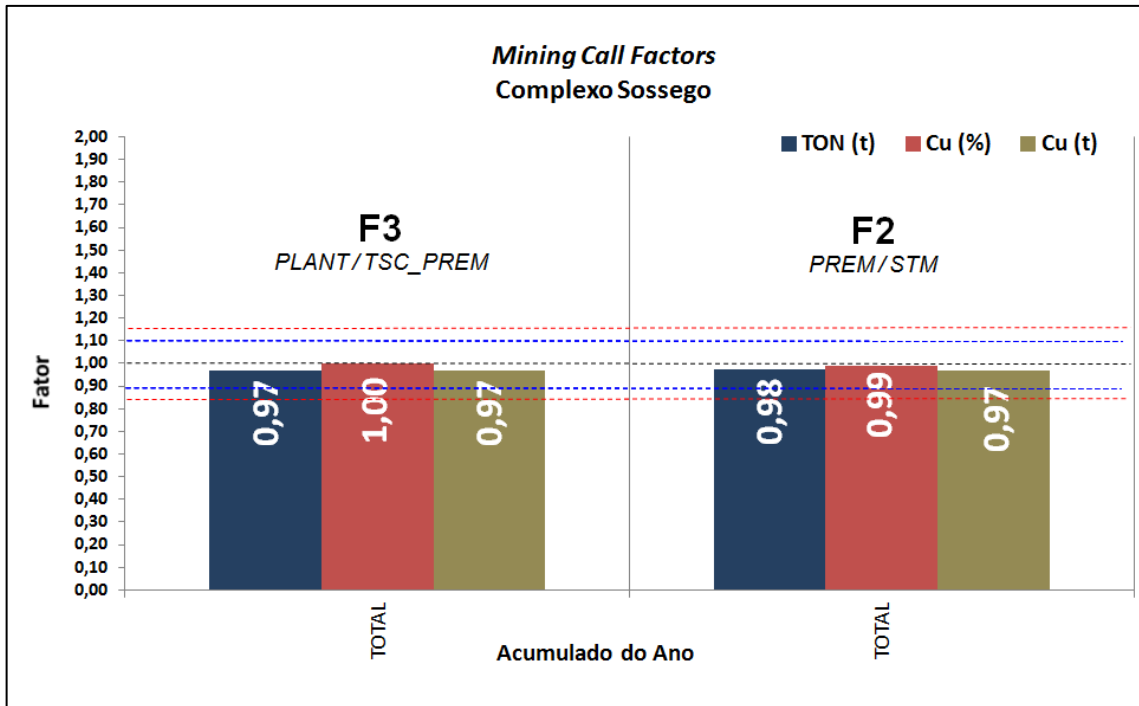


Figura 5.31: Resultados dos *Mining Call Factors* (F3 e F2) aplicados ao Complexo Sossego.

Dessa forma, o modelo de curto prazo servirá como referência para validação do processo de simulação e estimativa (OK) dos recursos minerais, aplicados em estudos de longo prazo, e usado na medição das incertezas associadas aos recursos minerais vista anteriormente, e que será útil no cálculo do risco associado às reservas minerais (Capítulo 6).

Na Figura 5.32, é apresentada a validação do uso de simulações condicionais para predição e execução de análise risco inerente aos recursos e reservas minerais intrínseca à variabilidade dos teores. A reconciliação (Fator F1) é feita usando os limites do minério de longo prazo, que é referência quantitativa, qualitativa, orçamentária e econômica relacionada à venda do produto (receita). A lavra do minério e os valores de produção resultantes são reconciliados com possíveis modelos equiprováveis da variável, mostrando a variabilidade dos teores e ajudando a previsibilidade desses (reconciliação pró-ativa). Os valores F1, de comparação relativa entre o modelo de curto prazo e longo prazo (STM/LTM), apresentam variabilidade significativa durante os meses de lavra executados (previstos por 7 simulações usadas para caracterizar o espaço de incerteza dos teores, ranqueadas pelo teor médio mínimo, percentil 5 %, quartil inferior, mediana, quartil superior, percentil 95% e máximo). Os valores previstos através do uso da krigagem ordinária não permitem prever o real comportamento de variação dos teores. O resultado global anual para esse fator ficou em 1, ou seja, no espectro anual de lavra, não houve diferença significativa entre os teores previstos e executados, apesar da alta variabilidade mensal. De acordo com o intervalo de variabilidade dos valores de

reconciliação apresentado pelos modelos simulados (Figura 5.32), é possível verificar a capacidade de previsão e acerto referentes aos teores de cobre no depósito. Na Figura 5.32 é apresentado o Fator F1 e incerteza dos teores relacionados à envoltória mineral de cobre de longo prazo, teores da simulação condicional e os teores de cobre executados na mina, dentro do corpo de minério de longo prazo e do plano anual de lavra para o Depósito Sequeirinho.

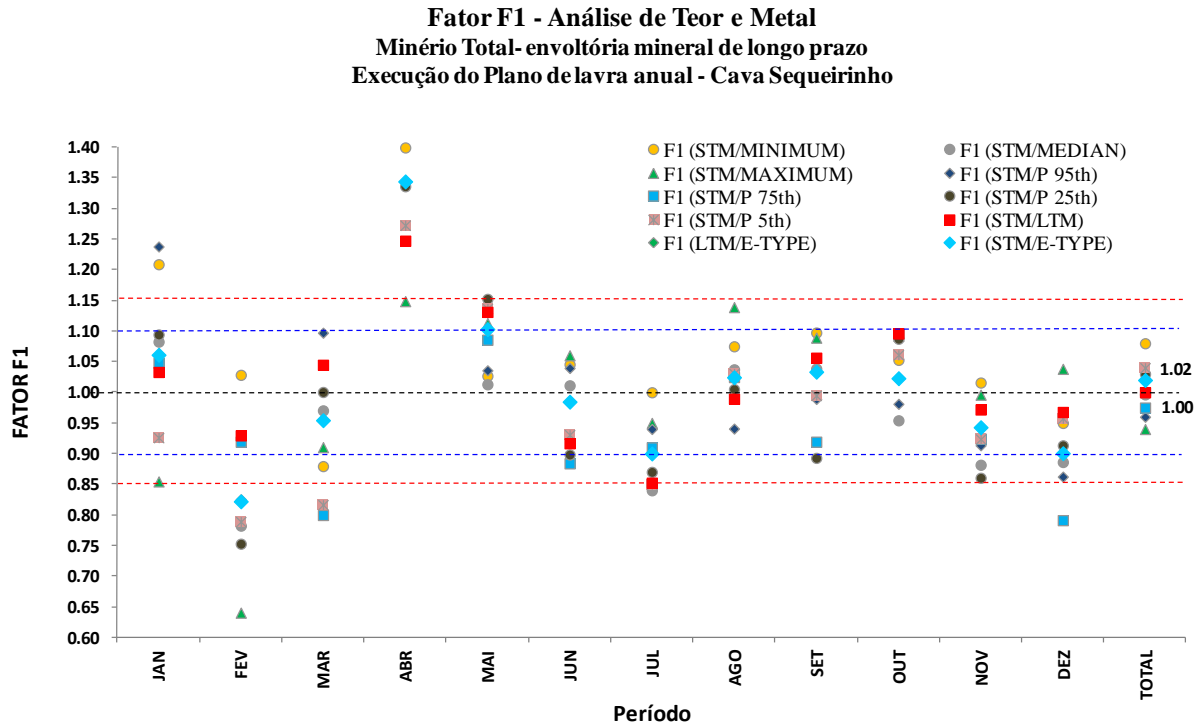


Figura 5.32: Fator F1 e incerteza dos teores relacionados à envoltória mineral de cobre de longo prazo.

5.4. COMENTÁRIOS FINAIS

O Complexo Sossego, que conta com o Depósito Sequeirinho, é uma região mineira de extração de minério de cobre, diversificado por diversos tipos de mineralizações com controle estrutural associado. Neste capítulo, foram apresentadas a metodologia e a aplicação de simulação estocástica de teores de cobre a fim de modelar a incerteza nos teores associados aos blocos dos recursos minerais. Em contraste com a abordagem tradicional, foram simulados diversos valores possíveis em escala pontual, sendo necessária a mudança de suporte, permitindo a obtenção de uma distribuição de valores em cada bloco. Um total de 30 realizações da distribuição dos teores foi produzido.

O capítulo começa com uma breve descrição da operação da cava a céu aberto Sequeirinho, incluindo comentários sobre o processo de lavra, geologia, estimativa e processamento do minério. Depois, detalhes sobre o procedimento de simulação condicional são apresentados, descrevendo a aplicação da técnica de simulação desde a análise dos dados até a validação dos resultados. Na última seção, a avaliação da incerteza sobre os recursos disponíveis é apresentada e comparada com a avaliação de recursos produzida através do uso da metodologia tradicional de estimativa. As principais conclusões são:

(i) o tempo executado no processo de simulação pode ser considerado dentro dos limites aceitáveis para permitir a sua utilização rotineira na operação do Complexo Sossego;

(ii) a validação das simulações mostra que essas reproduziram os momentos de primeira e segunda ordem estatística para o depósito. Além disso, apesar de estar centrada nas estatísticas do modelo, a magnitude das oscilações aumenta de acordo com a classificação de recursos nos domínios medido e indicado, definidos previamente através da metodologia tradicional;

(iii) foram realizadas as análises de incerteza no Depósito Sequeirinho combinando o modelo de recursos *in situ* com as simulações que representam os principais percentis da distribuição simulada. As simulações mostram um intervalo relativamente baixo de variação de massa em torno do valor esperado (E-type) de 277,7Mt, variando em torno de -1,02% e +1,73%. Para as categorias de recursos individuais, as simulações mostram aumento dos intervalos de variação em torno da tonelagem e teor esperados para o recurso indicado e pouca variação para os recursos medidos;

(iv) as medidas de incerteza, referentes ao coeficiente de variação condicional e intervalos de confiança aplicados, mostram que há um maior nível de incerteza em escala local nos recursos, quando comparado à escala global. A metodologia tradicional de classificação de recursos (parâmetros geométricos), que em geral é baseada na densidade amostral e continuidade espacial dos teores, não leva em consideração a variabilidade intrínseca dos teores. Dessa forma, a abordagem tradicional, sem o uso de uma ferramenta auxiliar para quantificação da incerteza, pode induzir a atribuição de um maior grau de confiança nos recursos minerais em áreas onde a incerteza real indica um nível de confiança menor;

(v) através do processo de reconciliação executado, foi possível validar a aplicação da abordagem de simulação estocástica condicional, sendo possível acessar a variabilidade local das reservas de minério, resultando em um melhor entendimento do comportamento estatístico do depósito e riscos associados.

No próximo Capítulo (6), a partir dos diversos modelos de simulação, que possibilitaram quantificar a incerteza inerente à variabilidade dos teores, será executado o processo de análise de risco de longo prazo e também o sequenciamento de produção levando em consideração estas variações. Só então, o real impacto dos riscos no processo de lavra poderá ser avaliado e gerenciado.

Capítulo 6

6. ANÁLISE DE RISCO DE LONGO PRAZO E NO SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO DA MINA SEQUEIRINHO

Este capítulo apresenta uma aplicação da abordagem descrita no Capítulo 4 baseada na escala de risco (ESR), usada para o sequenciamento de produção operacional (desenho operacional) do plano anual de lavra na Cava Sequeirinho e para a avaliação econômica da metodologia proposta referente ao real ganho financeiro e controle dos teores. Também é avaliada a análise de risco com relação aos limites de cava final e processo de otimização que definirá uma sequência de cavas aninhadas. Os resultados podem servir de referência para o sequenciamento da vida útil da mina e, conseqüentemente, serem comparados aos modelos simulados, gerando uma análise de incerteza dos valores de fluxo de caixa. Em seguida, a análise de risco é desenvolvida em indicadores-chave do projeto para o cronograma de lavra otimizado, proporcionando uma avaliação quantitativa e qualitativa dos riscos associados.

A comparação (sequenciamento original x sequenciamento com risco associado) dos resultados nos indicadores operacionais, referente ao sequenciamento operacional de lavra, obtidos e reconciliados com os valores reais (teores) do plano de lavra executado, demonstra a aplicabilidade e eficácia da abordagem proposta no Capítulo 4.

6.1. SEQUENCIAMENTO DE LAVRA

O desenvolvimento de um sequenciamento de lavra operacional, relacionado a um caso base, foi efetuado com o objetivo de produzir um resultado de referência para comparação com o desempenho relativo à abordagem do risco aplicado, avaliando o impacto da incerteza associado no cronograma de produção. A definição do caso base é desenvolvida usando uma abordagem tradicional, através do sequenciamento anual de lavra considerando os teores de cobre que irão alimentar a usina junto à cava a céu aberto Sequeirinho, utilizando todas as premissas operacionais para o desenvolvimento do plano. Anteriormente, foi realizado análise de risco na determinação da cava final (otimização) referente a geração da sequência de cava aninhadas e aspectos econômicos relacionados.

6.1.1. Otimização de Cava

Primeiramente o processo de otimização de cava a céu aberto foi realizado usando o modelo de blocos estimado através da krigagem ordinária, não havendo inserção da incerteza geológica, para analisar sua influência no processo de otimização. No entanto, posteriormente foi efetuada análise de risco nos resultados do processo de otimização considerando o modelo determinístico de teores e também as simulações desenvolvidas no Capítulo 5.

Os parâmetros utilizados no processo de otimização incluem aspectos geológicos, geotécnicos, custos de produção associados, preço dos metais e os parâmetros de recuperação no processo beneficiamento do minério. A otimização para determinação da cava final e fases intermediárias de lavra foi realizada utilizando uma implementação do algoritmo Lerchs-Grossmann (Lerchs e Grossmann, 1965) de otimização tridimensional, através do *software Whittle Four-X™* (Whittle, 1999). Aplicando-se fatores crescentes de retorno financeiro (*revenue factors*), relacionado ao preço das commodities que geram receita, obtêm-se um conjunto de cavas incrementais (aninhadas). A cava selecionada como cava de exaustão (UPS – *Ultimate Pit Shell*) será a de retorno financeiro máximo, ou seja, correspondente ao preço de cobre utilizado no processo de otimização (2,50 US\$/lb). Posteriormente, as cavas aninhadas geradas são operacionalizadas (considerando condições geomecânicas e operacionais) e utilizadas como base para o desenho das fases de lavra. Os parâmetros e valores apresentados na Tabela 6.1 não são reais devido à confidencialidade das informações.

Tabela 6.1: Parâmetros técnicos e econômicos.

Definição dos Parâmetros Técnicos e Econômicos	
Recuperação flotação - Cu %	0,90
Recuperação na Fundição - Cu %	0,93
Preço do metal - Cu	2,50 US\$/lb
Custo de Venda - Cu	0,35 US\$/lb
Custo de Lavra	3,5 US\$/t
Custo de Processo	10,0 US\$/t
Recuperação flotação - Au ppm	0,85
Recuperação na Fundição - Au ppm	0,90
Preço do metal - Au (subproduto)	650 US\$/oz
Custo de Venda - Au	0,30 US\$/oz
Juros/Taxa de Atualização (mensal)	0,66%
Impostos	34%

6.1.1.1. Processo de Otimização

O processo conhecido como otimização de cava é tradicionalmente realizado com base no modelo de recursos estimados (krigagem ordinária) e usando a implementação de cavas incrementais (aninhadas) do algoritmo Lerchs-Grossmann no *software Whittle Four-X™*. Diferentes critérios podem ser usados para selecionar a cava final, incluindo o valor presente líquido (VPL) baseado em uma sequência de lavra referencial. A cava final é então usada como base para o projeto de desenvolvimento da cava de exaustão e planejamento do sequenciamento de lavra.

A variação do preço de cobre para a definição das cavas aninhadas foi de 2,10 a 2,98 US\$/lb. O valor máximo líquido e o fator de retorno (*revenue factor*) 1,0 foram utilizados como critério para a seleção dos limites de cava final, tanto para o modelo estimado quanto para as simulações. A cava otimizada escolhida está associada ao valor de preço de cobre de 2,50 US\$/lb, resultando em um valor descontado de fluxo de caixa US\$ 3.292M.

É importante notar que as cavas correspondentes aos limites finais, assim definido no processo de otimização, não levam em consideração restrições operacionais em pequena escala na determinação da sequência de lavra detalhada. As diferenças são relacionadas aos ajustes de largura de praça disponível para a lavra, suavização dos ângulos dos taludes na cava, criação de estradas, rampas e acessos.

6.2. RESULTADOS E ANÁLISE DE RISCO

O objetivo do processo de otimização é avaliar a sensibilidade de valor do projeto nos resultados relacionados tanto para o modelo tradicional (OK) quanto relacionada à incerteza dos teores (simulações). A utilização de diversos modelos equiprováveis resultantes da simulação condicional serviram como entrada no processo de otimização, permitindo a avaliação quantitativa e qualitativa da incerteza relacionada à ainda desconhecida distribuição real dos teores.

A Figura 6.1 mostra a tonelagem de minério previsto e análise de risco desse minério, sendo que a função de transferência leva em consideração uma série de cavas aninhadas obtidas por processo de otimização de cada simulação. O procedimento gera uma distribuição de respostas ou um intervalo de resultados alternativos para as reservas contidas e indicadores

econômicos. Até a cava 7, a nuvem dos resultados de tonelagem cumulativa derivada dos modelos simulados apresenta um acréscimo médio de aproximadamente 30% em relação à tonelagem prevista pelo modelo estimado. Na cava 16, relativo ao fator de retorno 1, o modelo estimado indica aproximadamente 131Mt contra um valor esperado de 177Mt derivado das simulações. O mesmo tipo de análise foi realizado nos teores médios que irão alimentar a usina de beneficiamento (Figura 6.2). Os resultados apresentam uma superestimativa do modelo estimado, diminuindo a diferença com relação aos modelos simulados com o incremento das cavas. Na cava 1, o modelo estimado prevê um teor médio de cobre na alimentação da usina de 1,66 %, enquanto as simulações indicam um teor esperado de 1,28%. Na cava 16, o modelo estimado indica aproximadamente 0,89% Cu contra um valor esperado de 0,86% derivado das simulações. O perfil de risco dos teores de alimentação referente à cava final 16 varia de 0,80 a 0,90% Cu, o que corresponde a uma diferença de -7,5% a 4,5% em relação ao valor esperado. A combinação da subestimativa da tonelagem de minério e superestimativa do teor de alimentação da usina tem um impacto direto sobre o desempenho do valor de projeto. Também, a combinação da superestimativa da tonelagem de minério com a subestimativa de teor nas cavas aninhadas tem impacto direto na taxa global de relação estéril minério e custos de produção.

A variabilidade nos parâmetros chaves, revelada pela análise de risco, permite a quantificação da probabilidade dos possíveis resultados. A Figura 6.3 apresenta a movimentação total de rocha para as cavas aninhadas, indicando uma possibilidade de maior movimentação total esperada a partir da cava 8. Isso indica que parte do material, que foi considerado como estéril no modelo estimado por krigagem ordinária, foi determinado como minério no processo de simulação, havendo assim um aumento da massa de minério total dentro da cava final e redução dos teores globais, apresentando uma possibilidade de viabilidade e aumento da cava final referente à diferença de teores por krigagem ordinária e simulações. Este acréscimo de massa de minério total e, conseqüentemente, da movimentação de rocha total, irá impactar significativamente no fluxo de caixa do projeto (Figura 6.4).

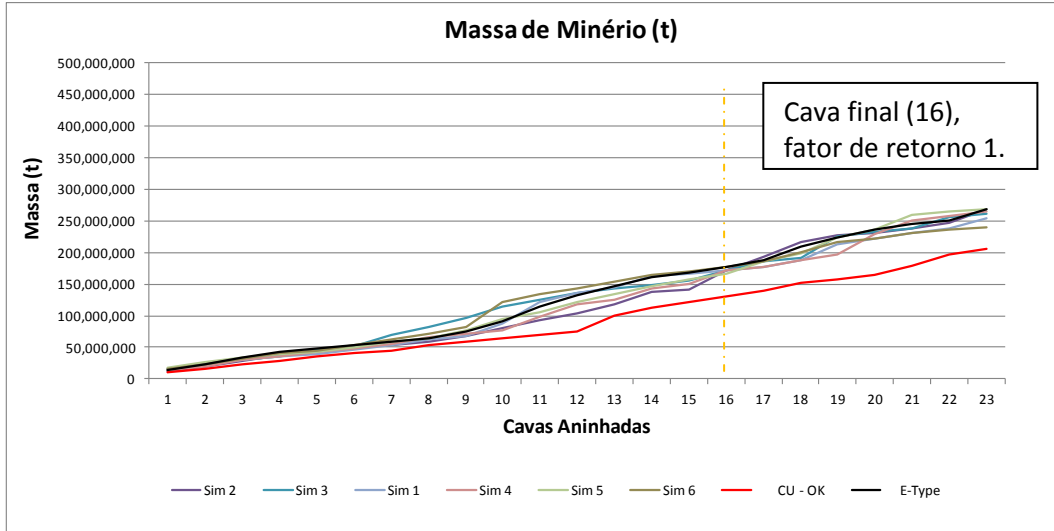


Figura 6.1: Massa de minério do processo de otimização.

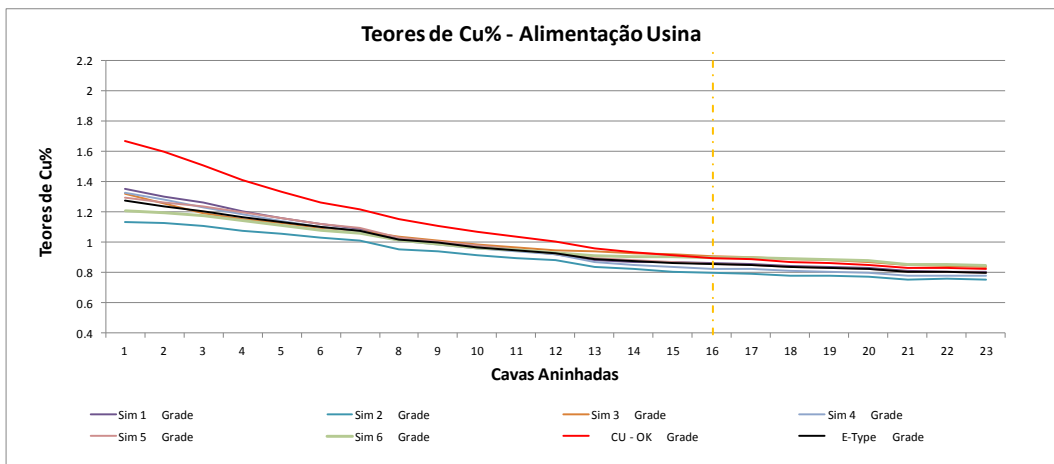


Figura 6.2: Teor de alimentação da usina do processo de otimização.

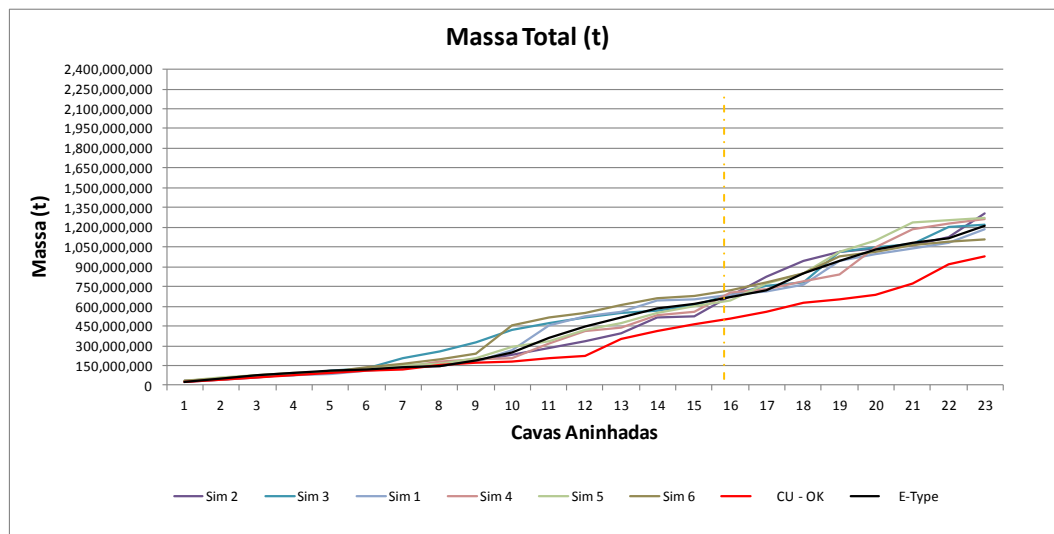


Figura 6.3: Massa total movimentada do processo de otimização.

A Figura 6.4 apresenta os resultados obtidos do fluxo de caixa descontado para as cavas otimizadas com os teores dos blocos obtidos por krigagem ordinária e simulações. Esse

indica que o modelo obtido através da krigagem ordinária subestima o valor potencial da reserva. Há um potencial de aumento do valor para a cava final (16) com relação ao VPL obtido através do modelo de blocos estimado por krigagem ordinária. A diferença dos valores até a cava 9, entre os modelos esperado (E-Type) e estimado (OK), varia em torno de 20%, havendo um acréscimo da diferença para 23% nas cavas 10 à 16. As possíveis variações percentuais em torno do valor médio esperado para a cava final (16) estão entre o intervalo [-9.4%; 16%].

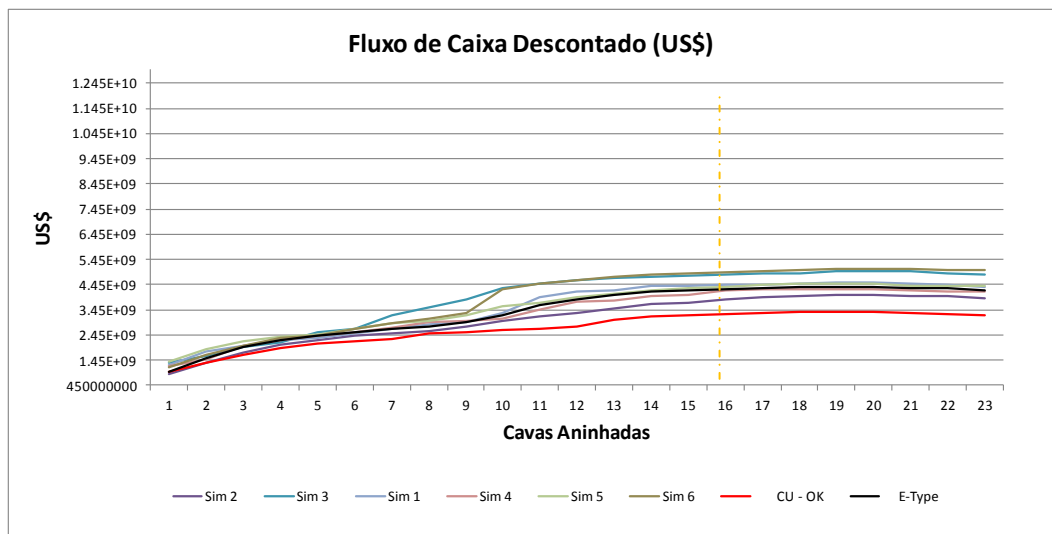


Figura 6.4: Fluxo de caixa descontado do processo de otimização.

As Figuras 6.5 à 6.9 apresentam as principais variações dos modelos simulados relativas ao desenho da cava final, comparado ao desenho de cava resultante do modelo estimado por krigagem ordinária. Na Cava Sequeirinho, em geral, as cavas simuladas confirmam o talude final norte, mostrando que o ângulo global de talude nesse setor da mina não é sensível à variabilidade e incerteza dos teores no depósito. No setor noroeste, existe uma grande variabilidade e incerteza dos teores, havendo a possibilidade de aumento do valor de projeto com o aumento da cava final. De maneira geral, ocorre uma flutuação maior nos desenhos das cavas finais simuladas nos taludes oeste e leste, indicando níveis maiores de incerteza dos teores, revelando o impacto da incerteza destes nas porções mais profundas do depósito através dos resultados das otimizações.

Através da avaliação da cava resultante da otimização do modelo de valor esperado (E-Type) é possível verificar a possibilidade de aumento da cava final com relação à cava estimada (modelo krigado), principalmente no setor sul e sudeste da cava. A flutuação evidenciada nas cavas simuladas no talude sul reflete a incerteza dos teores nas porções mais

profundas do depósito, sendo que o corpo de minério está mergulhando 60° na direção sudeste. Essa quantidade de cavas ótimas provenientes das simulações dos teores proporciona a possibilidade de melhor definição do desenho operacional da cava final, revelando áreas potenciais de grande variabilidade e com risco e/ou oportunidade na definição do valor de projeto.

A Figura 6.5 apresenta os resultados do processo de otimização para o modelo estimado (krigagem ordinária, vermelho) e para as simulações (preto e azul).

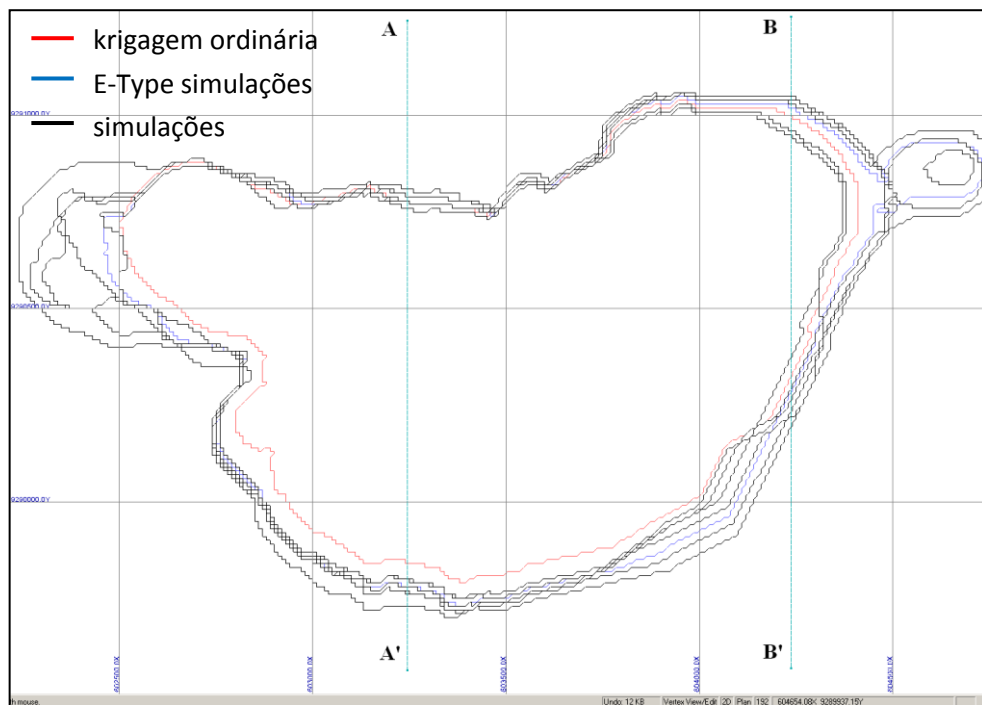


Figura 6.5: Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano 192m. As seções verticais são representadas por AA' e BB'.

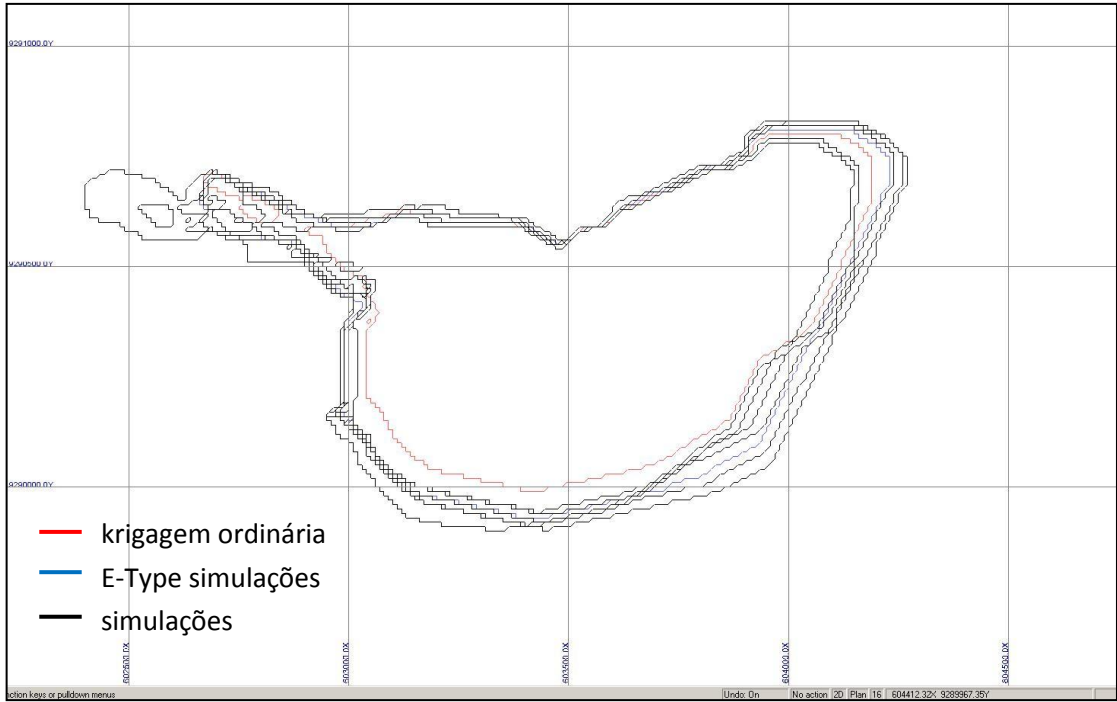


Figura 6.6: Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano 16m.

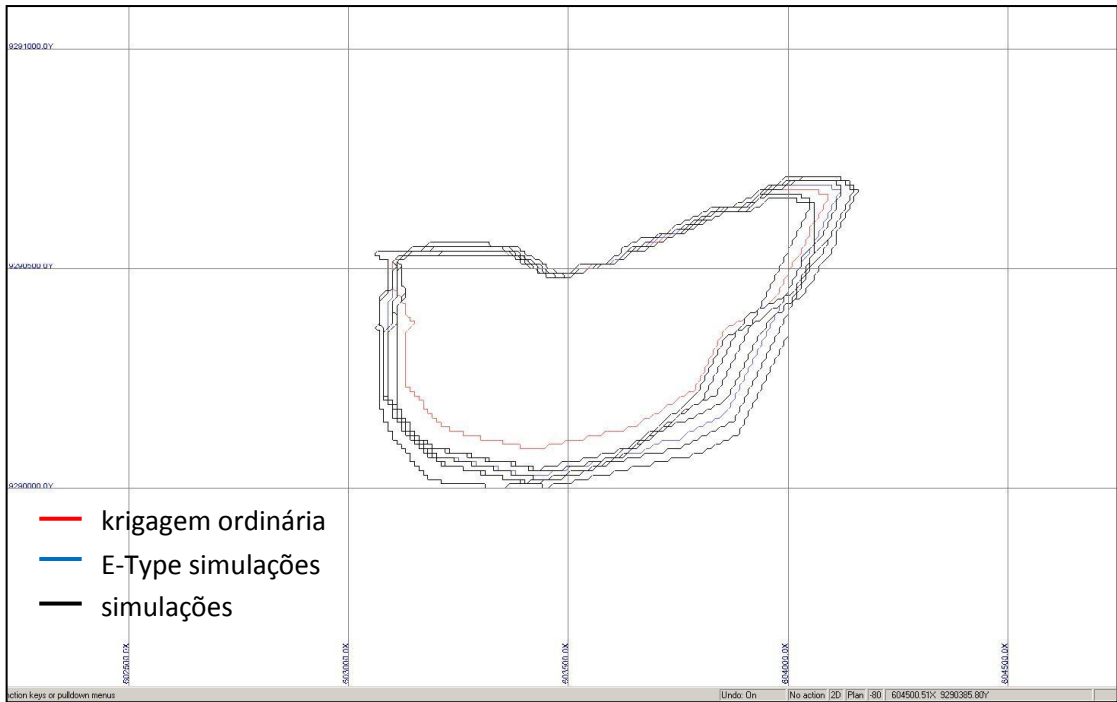


Figura 6.7: Seção horizontal das cavas matemáticas finais, plano -80m.

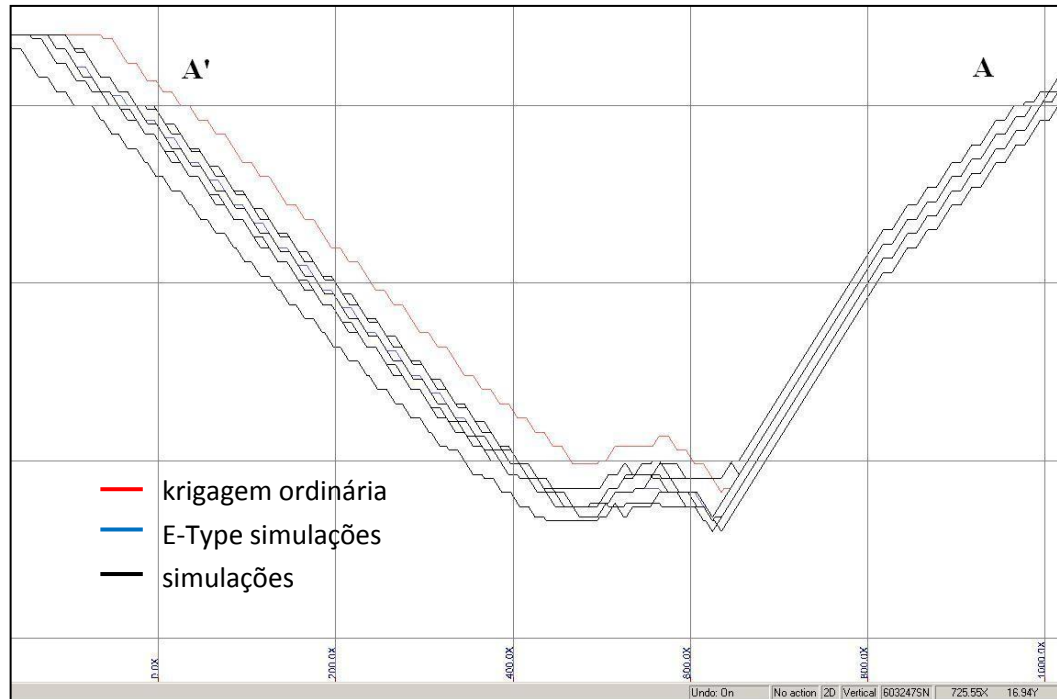


Figura 6.8: Seção vertical (A', A) das cavas matemáticas finais.

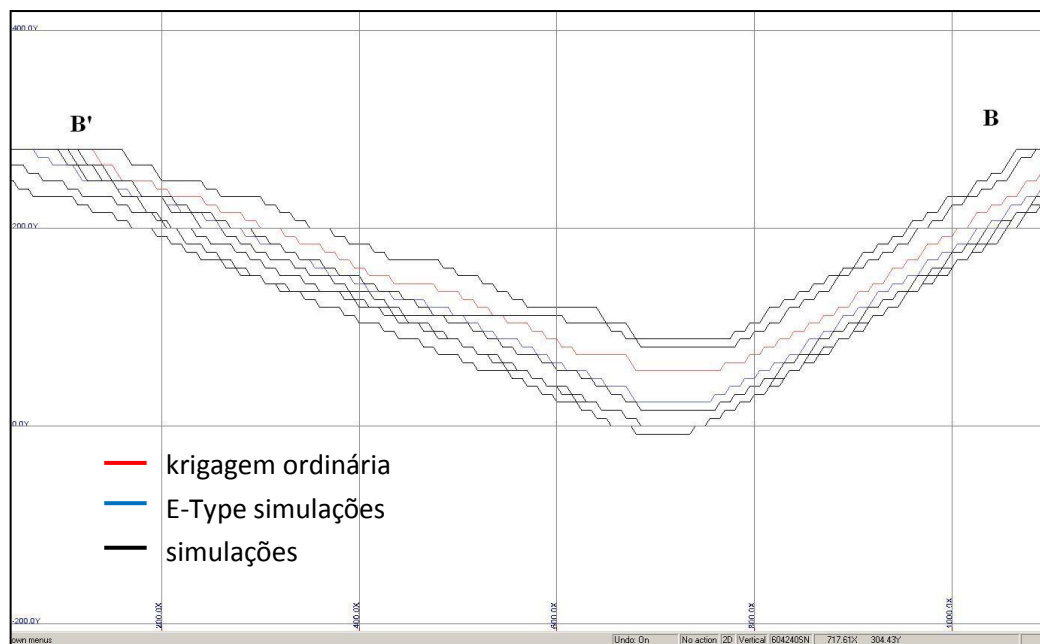


Figura 6.9: Seção vertical (B', B) das cavas matemáticas finais.

6.3. SEQUENCIAMENTO DE LAVRA OPERACIONAL COM RISCO ASSOCIADO

Os estudos de análise de risco apresentados na Seção 6.2 foram realizados em cavas otimizadas que servem como base para as fases e, conseqüentemente, para o plano de lavra ao longo da vida da mina (LOM), gerando informações valiosas sobre as quantidades prováveis

de minério e metal contido na cava final. Um resultado importante é a percepção de que os requisitos de alimentação dos teores de minério na usina (Figura 6.2) não seria atingido em todas as possíveis etapas da programação de produção.

Através do sequenciamento de lavra considerando o risco associado é possível diminuir a diferença relativa entre os teores previstos e executados durante o processo operacional, assim como a variabilidade nos teores de alimentação da usina para que o minério disponível seja suficiente para atender às exigências do produto e clientes. Para isso, faz-se necessário uma abordagem que quantifique o desvio de metas e que minimize o risco desse desvio no sequenciamento da programação de produção (plano anual de lavra) que está inserido no plano de lavra ao longo da vida da mina (plano plurianual de lavra).

A determinação das taxas de produção e dos índices operacionais dos equipamentos realizadas através do sequenciamento plurianual de lavra (*Life of Mine*) são os primeiros passos para a derivação do cronograma de produção. O próximo passo consiste em gerar uma sequência de lavra operacional tradicionalmente executada (sequência original) e uma sequência de lavra considerando os riscos inerentes à estimativa e qualidade do minério, através do uso da ESR otimizada (sequência com risco associado), considerando que todas as premissas operacionais e de produção sejam atendidas. Essas sequências de lavra são obtidas da seguinte forma:

(i) usar as taxas de produção definida pelo plano plurianual de lavra para gerar um cronograma de produção baseado nas metas definidas através do modelo estimado por krigagem ordinária, não considerando nenhum risco associado (sequência original de lavra);

(ii) usar as taxas de produção definida pelo plano plurianual de lavra para gerar um cronograma de produção baseado nas metas definidas através do modelo estimado por krigagem ordinária (base orçamentária), levando em consideração o risco associado (ESR otimizado), resultando numa sequência de lavra com o risco inerente.

6.3.1. Otimização usando Simulação Annealing

Dado que a função objetivo (item 4.2) possui uma resposta não linear relativo às variações dos teores dos blocos definida pela escala de risco (ESR), o processo de otimização através dessa abordagem é favoravelmente aceitável. Nessa, abordagem não há a necessidade

de definição de um grande número de restrições para cada bloco, normalmente aplicado em modelos de otimização tradicionais. Dessa forma, a abordagem metaheurística, utilizada na definição da ESR, simplifica a formulação objetivo utilizada, podendo ser utilizadas diversas premissas na definição. O algoritmo (4.10) proposto utiliza o processo de simulação *annealing* para a otimização, baseada na função objetivo proposta.

Como visto anteriormente no item 4.3, o princípio do processo de simulação *annealing* começa com uma solução inicial e durante o processo ocorrem perturbações graduais, ou modificações no vetor solução, onde a probabilidade de aceitar uma modificação sub-ótima (referente à ESR) decresce com o andamento do cálculo do algoritmo. Inicialmente, o algoritmo pode aceitar uma solução sub-ótima modificada de maneira a obter uma melhor solução numa iteração futura (referente ao espaço aplicado à otimização). O algoritmo começa o processo com uma alta temperatura T (ver item 4.3.2), sendo este gradualmente reduzido através de um fator de "resfriamento" k , onde $k < 1$. Essa redução na temperatura é realizada a cada n iterações. A cada iteração do algoritmo de simulação *annealing*, um bloco i é aleatoriamente selecionado para ser trocado da classe de risco (ESR) j para j' (ver itens 4.3.1 e 4.3.2). Então, o algoritmo *annealing* aleatoriamente aceita ou rejeita a mudança na solução baseado na probabilidade p da distribuição. À medida que a temperatura T *annealing* decresce, a probabilidade de aceitar uma mudança sub-ótima na solução, em termos do valor da função objetivo, decresce. Se a mudança é aceita, a solução atual O_{atual} sobrescreve a solução anterior $O_{anterior}$.

Os valores ESR deverão ser transformados em categorias (números categóricos) de risco para o processo de simulação *annealing*, facilitando assim a leitura do algoritmo relativo às diferentes categorias de risco. A seguir a Tabela (6.2) de parâmetros usados no processo de simulação *annealing* (*Isatis*®) e a Tabela (6.3) para definição das categorias ESR que serão utilizadas. No caso do Depósito Sequeirinho, foram utilizados valores médios (Tabela 6.3) de erro relativo e coeficiente de variação condicional para a definição das categorias da ESR (função objetivo, Equação 4.10). Então, os valores da função objetivo ESR foram transformados em números categóricos que indicarão os respectivos intervalos e categorias de risco. A escolha dos valores para definição das categorias é inerente à pessoa qualificada com relação ao depósito mineral.

Tabela 6.2: Parâmetros pra simulação *annealing*.

Definição dos Parâmetros de Simulação <i>Annealing</i>	
Imagem Simulada (resultado da simulação)	<i>Annealing Simulação min., max., P5th, etc.</i>
Imagem de Treinamento (modelo para cálculo proporcional)	<i>E_TYPE (média dos teores das simulações)</i>
Imagem Inicial (imagem a ser otimizada)	<i>Simulação min., max., P5th, etc.</i>
Semente para Geração de Números Aleatórios	423141
Nº de Iterações (N_{max})	100
Peso para as probabilidades de transição	1
Constante de Boltzmann (k)	1e-006
Nº de Variogramas (passos, vizinhança)	26
Nº de Simulações (Min, Max, P5, P25, P50, P75, P95)	7

Tabela 6.3: Definição das categorias de risco (ESR) para simulação *annealing*.

Definição das Categorias de Risco (ESR) para a Simulação Auto-Regressiva	
Nº de Categorias	4
Nº de Intervalos	4
Intervalo 1 - Categoria Risco Baixo	1
Intervalo 1 - Limite Inferior	0.00
Intervalo 1 - Limite Superior (valor médio de erro relativo 15% e CCV de aprox. 0.60)	0.09
Intervalo 2 - Categoria Risco Moderado-Baixo	2
Intervalo 2 - Limite Inferior	0.09001
Intervalo 2 - Limite Superior (valor médio de erro relativo 20% e CCV de aprox. 0.75)	0.15
Intervalo 3 - Categoria Risco Moderado-Alto	3
Intervalo 3 - Limite Inferior	0.15001
Intervalo 3 - Limite Superior (valor médio de erro relativo 25% e CCV de aprox. 1.10)	0.27
Intervalo 4 - Categoria Risco Alto	4
Intervalo 4 - Limite Inferior	0.27001
Intervalo 4 - Limite Superior	∞

Para a definição do modelo ESR médio resultante, após executado o processo de simulação *annealing* em cada modelo de teores simulados e posterior ponderação pela média dos resultados de cada simulação, o algoritmo apresentou em média 227.257 perturbações, com um total de 37.345 sendo realmente aceitas dos 287.268 blocos do modelo de recursos totais do Complexo Sossego, uma vez que atingiu o número máximo de tentativas sem qualquer alteração na função objetivo ESR.

Em termos de mudança dos valores da função objetivo, a formulação ESR apresentou uma redução global dos valores de categorias de risco de aproximadamente 10%, considerando todos os blocos do recurso mineral. As Figuras 6.10a;b e 6.11a;b apresentam o resultado do algoritmo de simulação *annealing*, havendo a redução dos valores das categorias ESR, otimizando a função objetivo inicial dos modelos simulados. Os blocos em azul, no modelo de recursos, representam as categorias 1 (baixo risco) e 2 (baixo à moderado risco) da ESR. Os blocos em vermelho representam as categorias 3 (moderado à alto risco) e 4 (alto risco). É possível perceber nas figuras a mudança de blocos com categorias de risco maior para categorias de risco menor devido ao processo de simulação *annealing*.

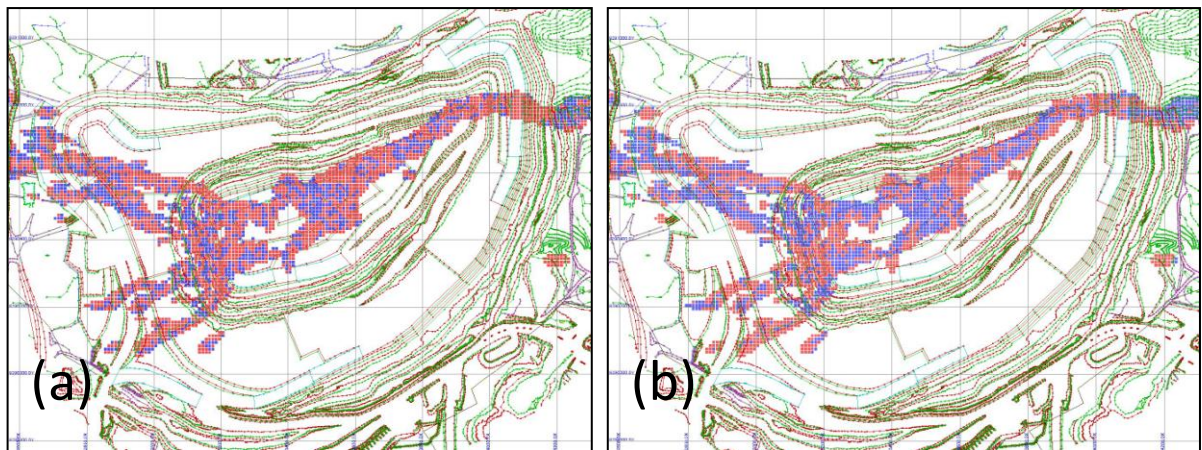


Figura 6.10: (a) Imagem inicial (antes de ser aplicado o algoritmo *annealing*) de uma simulação de teores transformados em ESR; (b) Imagem final ESR relativa à média de todas as simulações de teores obtidas através de simulação *annealing*.

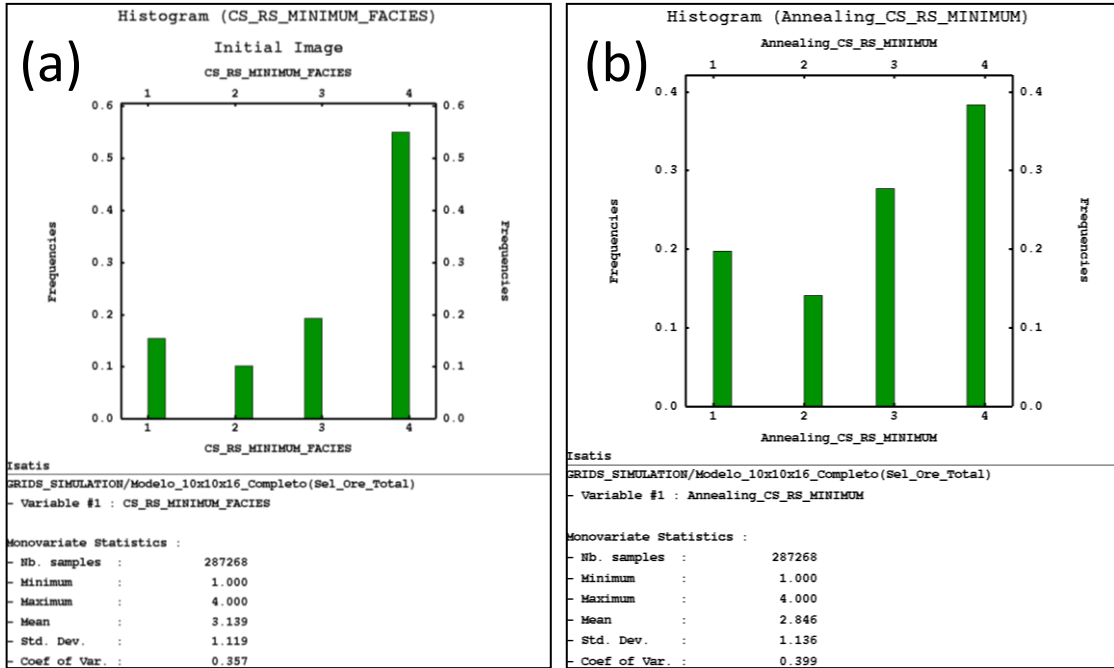


Figura 6.11: (a) Frequência das categorias ESR relativa à simulação com menor teor apresentada como imagem inicial não simulada; (b) Resultado da frequência das categorias ESR relativa à simulação com menor teor otimizada através de simulação *annealing*.

Depois de executado o processo de otimização da escala de risco (ESR) de todas as simulações disponíveis e posterior definição de uma ESR única através da média de todos os resultados, há o sequenciamento de lavra para destinação de cada bloco (definido pela krigagem ordinária, que é a base orçamentária e modelo qualitativo para definição do produto de venda) considerando o tipo de material e o risco (ESR) associado. Após a definição da ESR otimizada, essa foi utilizada no sequenciamento operacional de lavra (item 6.3.2) com a finalidade de sequenciar o avanço de lavra considerando os riscos inerentes, para que haja efetivamente a redução da função objetivo referente à sequência de produção original, que está associada à qualidade do minério e ao cumprimento das metas (Equações 4.11 e 4.12).

6.3.2. Sequenciamento de Lavra Estocástico Operacional

A produção do Complexo Sossego (cavas Sequeirinho e Sossego) é realizada através do uso de equipamentos de carregamento (4 pás mecânicas com 19m³ de capacidade), escavadeiras elétricas à cabo (3 escavadeiras com 54m³ de capacidade) e caminhões fora de estrada (23 com 240t de capacidade e 16 com 150t de capacidade), além de equipamentos auxiliares para operação de infra-estrutura e apoio ao processo de lavra. O processo

operacional de lavra é executado em bancadas com altura de 16 m, sendo do mesmo tamanho da unidade de lavra seletiva (SMU), definida por blocos com 10m x 10m x 16m.

Na Figura 6.12 é apresentada a cava de partida Sequeirinho para o plano de lavra anual, usada para o planejamento através da sequência original (tradicional) desenvolvida no planejamento de longo prazo e para a sequência com risco associado. Os valores na Figura representam as cotas (m) relativas ao nível médio do mar (NMM).

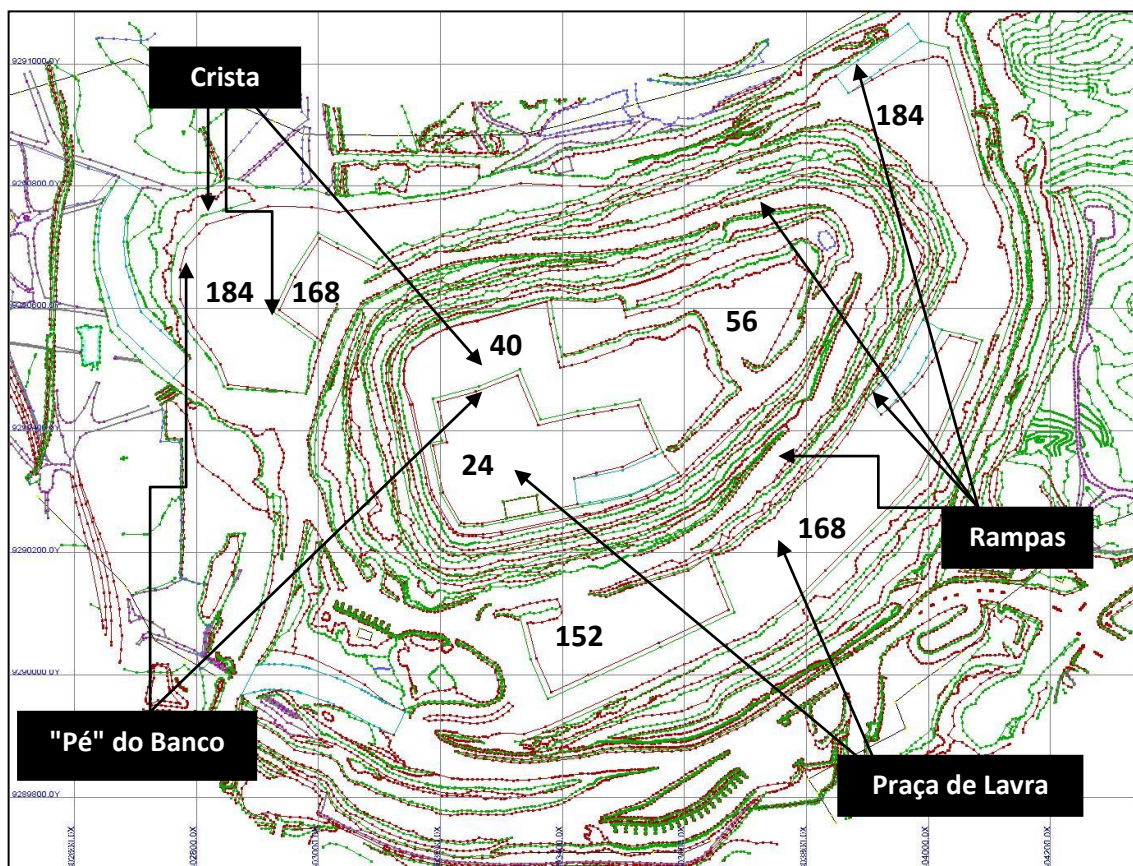


Figura 6.12: Cava inicial (de partida) do Sequeirinho usada para o sequenciamento por ambas metodologias de lavra.

Os valores de produção e teores para o cumprimento da movimentação total e de minério no sequenciamento de lavra, assim como a quantidade de massa de minério no estoque e o programa de alimentação dos teores da usina para o cumprimento do plano anual de lavra, serão considerados os mesmos referentes ao plano original (sequência tradicional) desenvolvido. A mudança geométrica do avanço de lavra, baseada na sequência com risco associado, deverá necessariamente cumprir todas as premissas operacionais (fases operacionais, ângulos geotécnicos, área operacional, largura de bermas, capacidade de desenvolvimento vertical de lavra, etc.) aplicadas ao plano de lavra original. Também foi desenvolvida uma sequência onde o desenvolvimento dos bancos superiores não afetassem,

com a queda de material, o desenvolvimento de lavra nos bancos inferiores. Dessa maneira, será possível perceber a real capacidade de gerenciamento do risco (Tabela 6.3) associado através do uso da ESR otimizada no sequenciamento iterativo de produção e desvios de metas no desenvolvimento do ciclo mineiro.

Nos itens a seguir são apresentados os sequenciamentos do plano anual de lavra considerando a metodologia tradicional, sem risco associado na definição dos avanços, e com risco associado (ESR). A idéia é fazer com sejam minimizados os riscos no cumprimento do plano de alimentação do minério na usina, mantendo a qualidade dos teores e característica operacional dos equipamentos e do sequenciamento da mina.

6.3.2.1. *Pushback 1*

Nas Figuras do sequenciamento de lavra a seguir é possível visualizar o modelo ESR otimizado nos planos de lavra original (a) e com risco associado (b), assim como os respectivos modelos de teores para cada sequência (c e d), respectivamente. Para o sequenciamento do *pushback 1* (mês de janeiro) com risco associado, a partir da cava inicial para o Depósito Sequeirinho, houve o desenvolvimento na porção de material estéril e avanço do minério no setor oeste da mina. Dessa forma, uma maior quantidade de minério nos estoques foi usada para suprir a quantidade de massa necessária na alimentação da usina. Assim, foi possível garantir massa de minério (>0.45%Cu) com menor risco proveniente da cava com destino à usina, sem precisar lavar diretamente a porção do fundo da cava que apresenta moderado à alto risco associado. O sequenciamento e blendagem de minério durante o processo de lavra também são apresentados nos avanços de lavra a seguir. As figuras (6.13a a 6.29d) a seguir apresentam categorias de ESR (categorias 1 e 2, azul; categorias 3 e 4, vermelho) e teores de cobre (0,01 a 0,2%, cinza; 0,2 a 1,0%, verde; >1,0%, laranja) no sequenciamento de lavra tradicional e com risco associado.

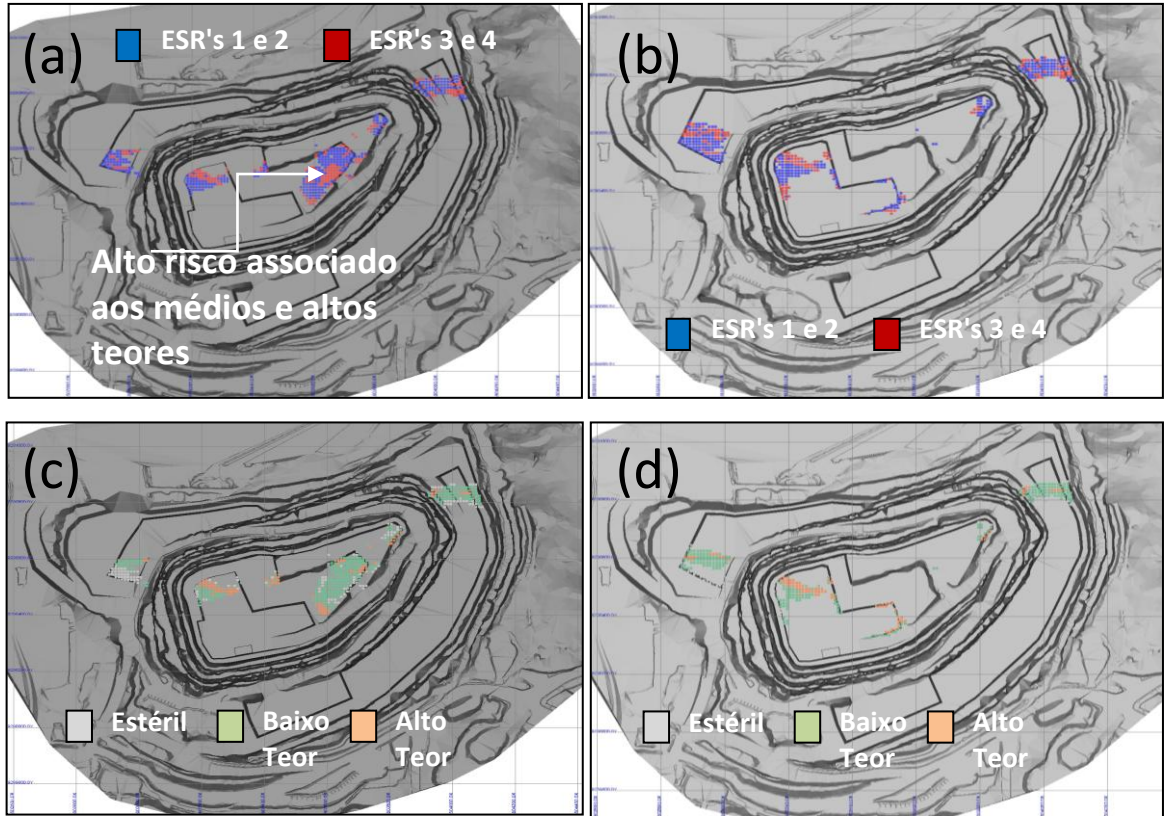
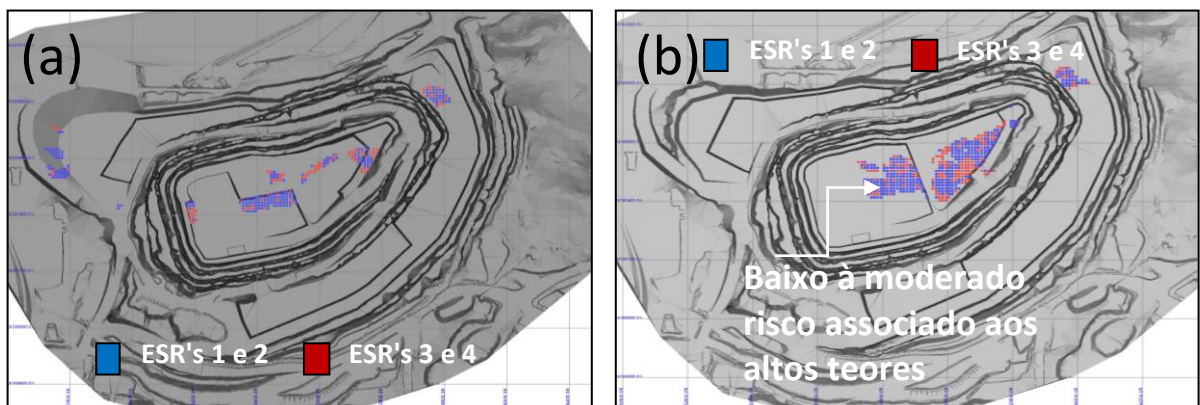


Figura 6.13: *Pushback 1* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.2. *Pushback 2*

Para o sequenciamento do *pushback 2* (mês de fevereiro), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério e estéril do fundo da cava, que apresenta elevados teores e baixo risco associado, havendo assim a diminuição do risco de variabilidade dos teores à alimentação da usina. Dessa forma, há também a possibilidade de planejar o estoque do material com maior risco associado possibilitando o gerenciamento total do material.



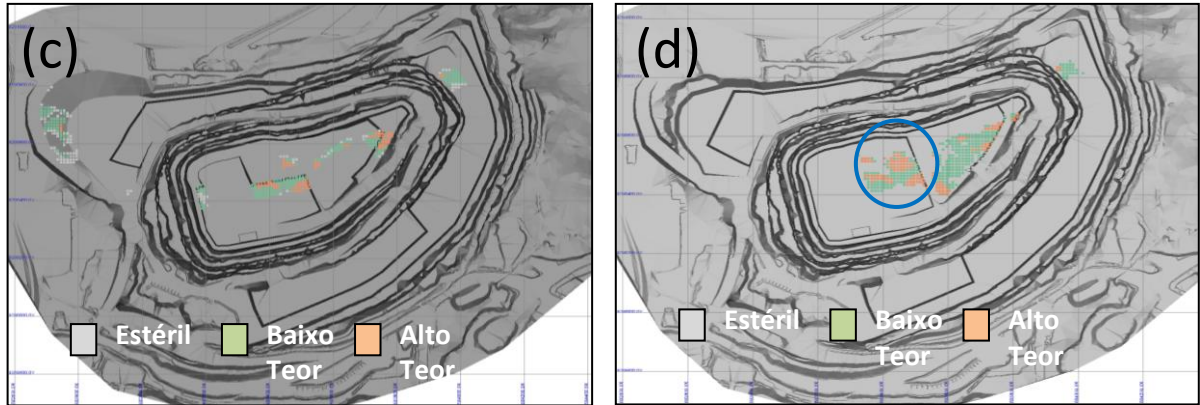
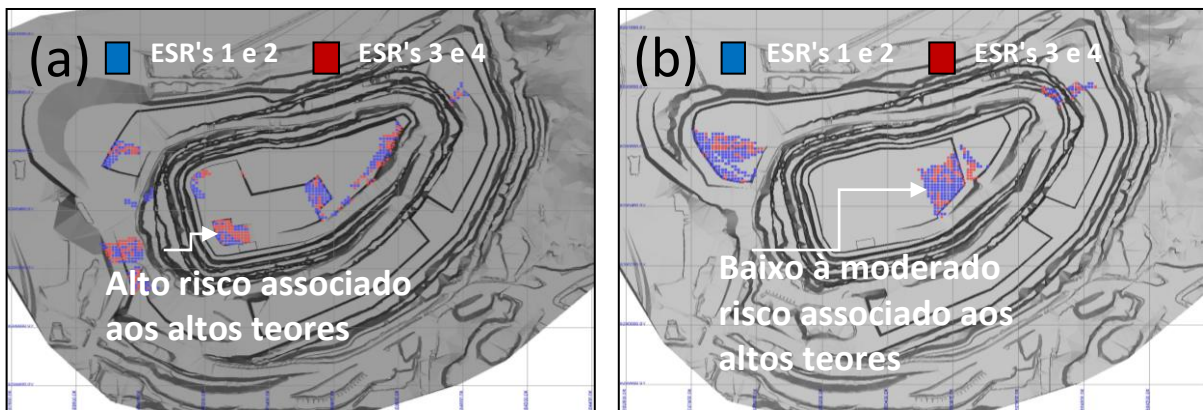


Figura 6.14: *Pushback 2* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.2.

6.3.2.3. *Pushback 3*

Para o sequenciamento do *pushback 3* (mês de março), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério do fundo da cava e estéril nos setores oeste, sul e leste da cava. A lavra no setor leste no fundo da cava apresenta altos teores e baixo risco associado, havendo assim a diminuição do risco de variabilidade dos teores à alimentação do material na usina com relação ao desenho original (Tabelas 6.4 e 6.5).



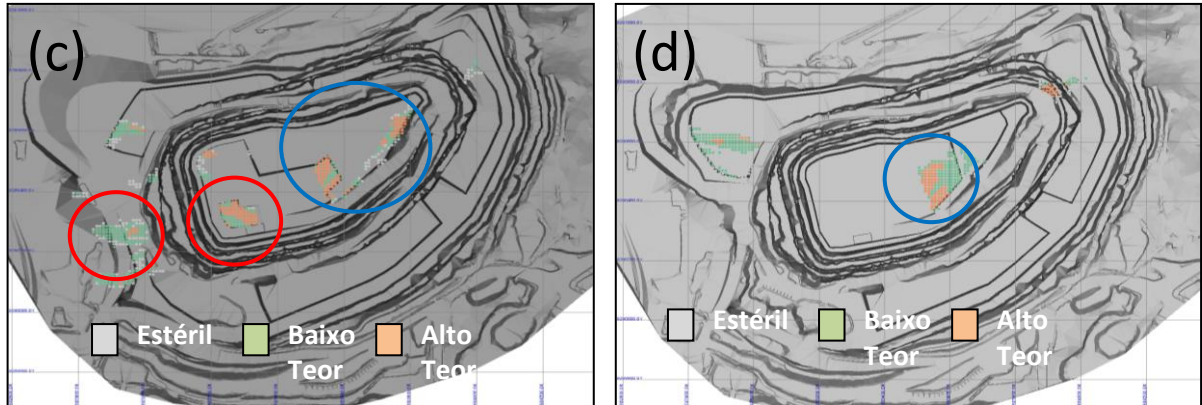
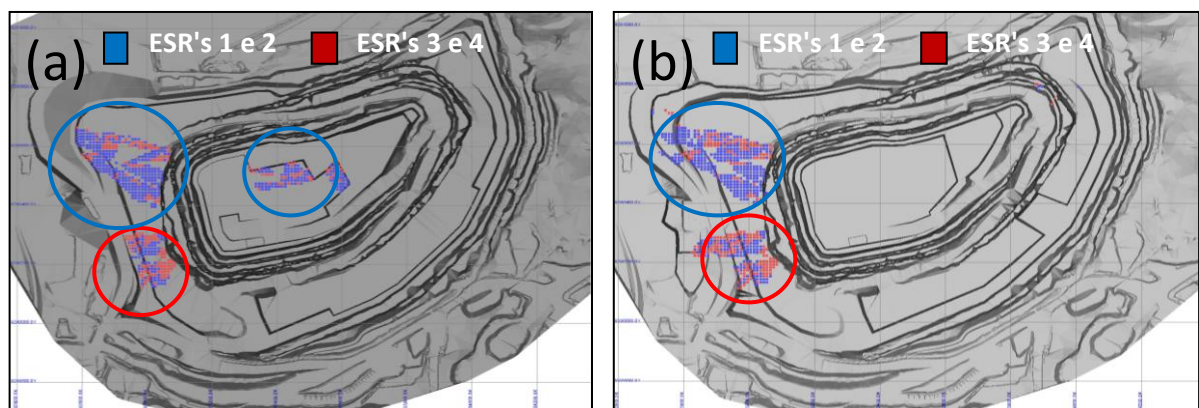


Figura 6.15: *Pushback 3* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.4. *Pushback 4*

Para o sequenciamento do *pushback 4* (mês de abril), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério do setor oeste da cava e estéril nos setores oeste e sul da cava. A lavra no setor oeste apresenta baixo, médio e alto teores e baixo risco associado. A localização dos equipamentos e quantidade de massa de minério disponível, proveniente dos meses anteriores, se adequam perfeitamente ao desenvolvimento da sequência de lavra para o desenvolvimento do minério e estéril nesse avanço de lavra no setor oeste (ver Tabelas 6.4 e 6.5).



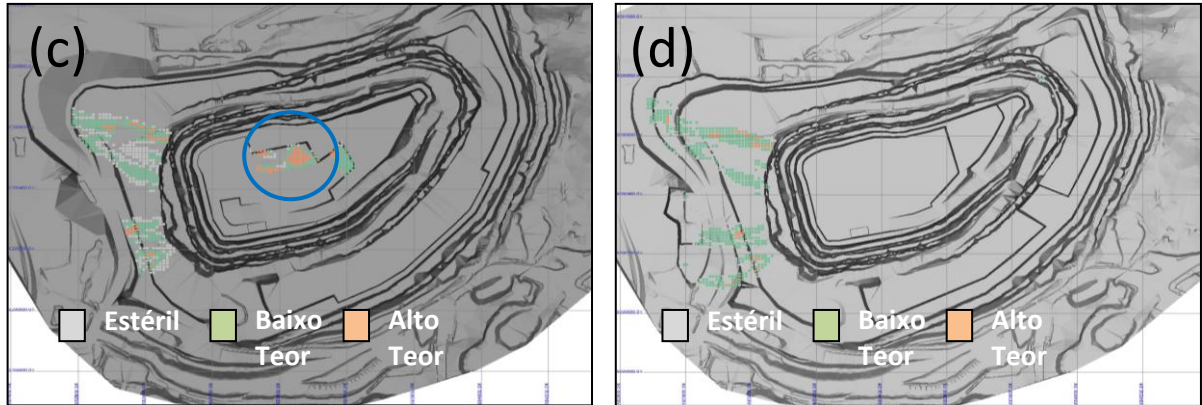
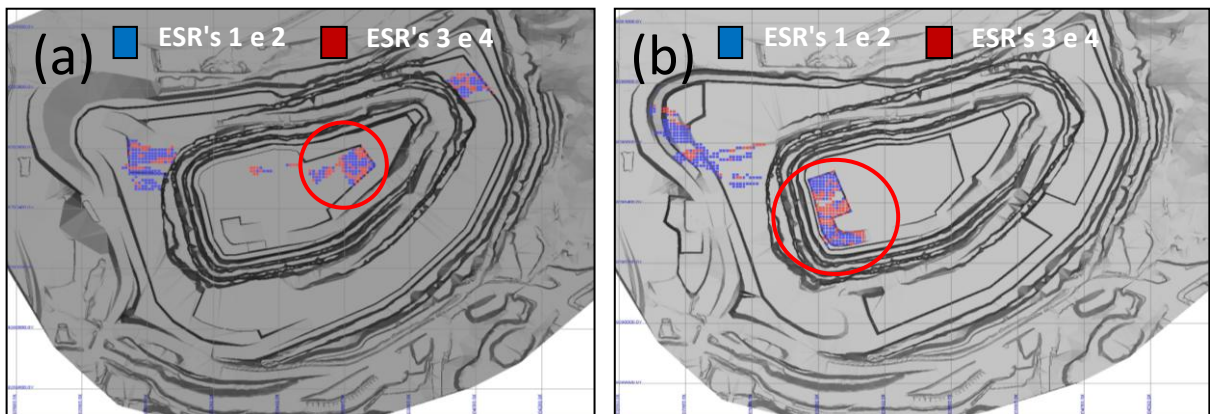


Figura 6.16: *Pushback 4* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.5. *Pushback 5*

Para o sequenciamento do *pushback 5* (mês de maio), com risco associado, houve desenvolvimento na porção de minério do fundo da cava e de estéril no setor oeste. A lavra no setor oeste apresenta baixo e médio teores e baixo risco associado. O fundo da cava apresenta super alto teores ($>2.0\%$ Cu) com elevado risco associado. De maneira geral, as duas sequências de lavra apresentam para esse mês alto risco associado, considerando a ESR relativa ao material de alto teor que será alimentado à usina (ver Tabelas 6.4 e 6.5).



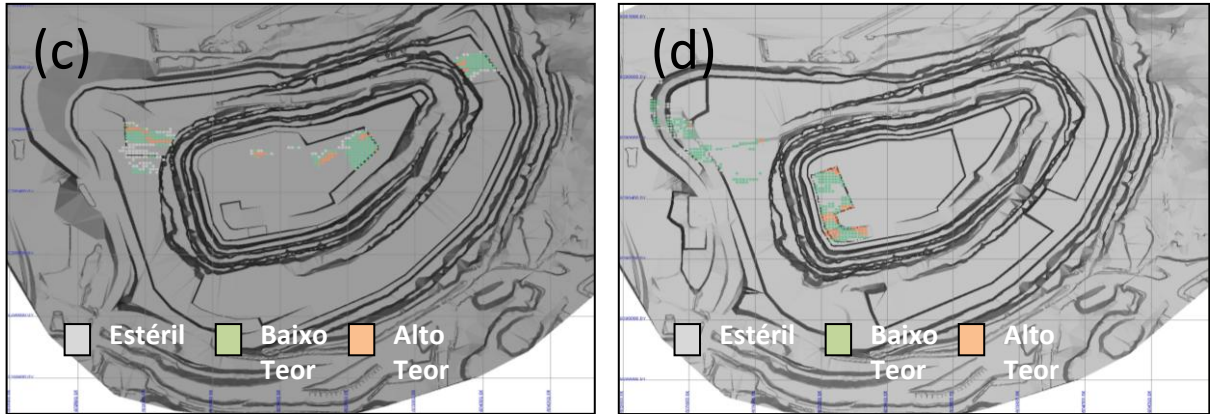
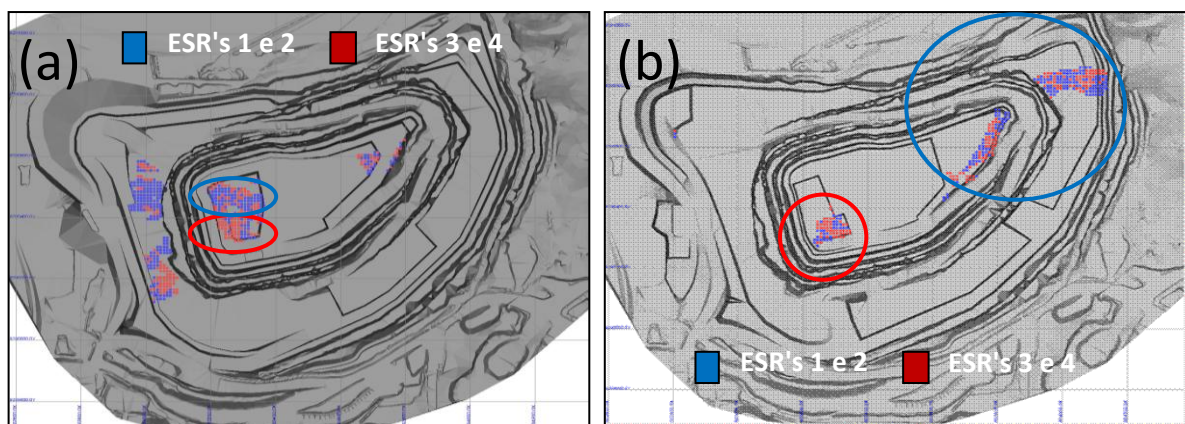


Figura 6.17: *Pushback 5* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.6. *Pushback 6*

Para o sequenciamento do *pushback 6* (mês de junho), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério do fundo da cava e do setor leste. No estéril houve avanço no setor leste e sudoeste. A lavra de minério no setor leste representa o grande avanço vislumbrado pelo risco associado aos teores (ESR), sendo que nesta porção há significativa quantidade de minério de super alto teor ($>2\%Cu$) com baixo risco associado. O fundo da cava apresenta super alto teores com elevado risco associado. De maneira geral, as duas sequências de lavra para este mês apresentam baixo à moderado risco associado considerando a ESR ao material de alto teor que será alimentado à usina (ver Tabelas 6.4 e 6.5), sendo que a grande vantagem da sequência com risco associado é o desenvolvimento da cava no setor leste, que apresenta baixo risco de desvio dos teores.



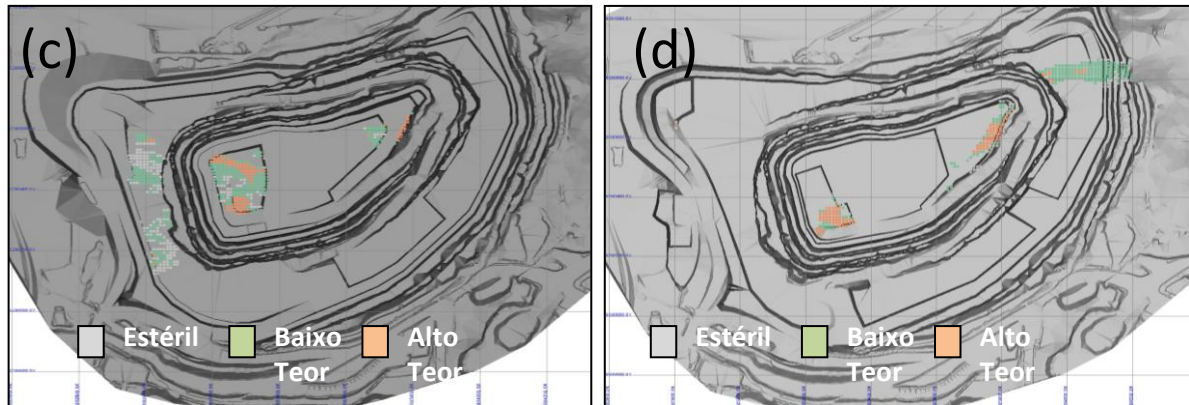
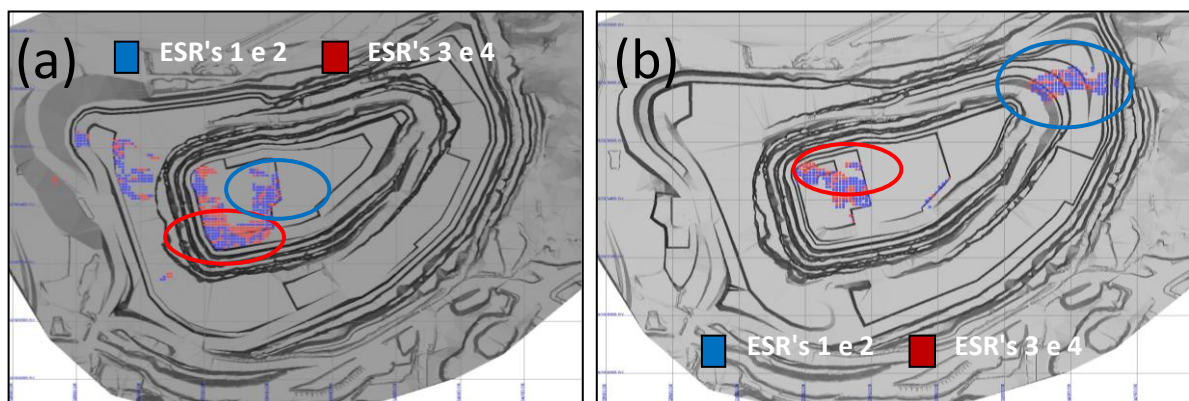


Figura 6.18: *Pushback 6* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.7. *Pushback 7*

Para o sequenciamento do *pushback 7* (mês de julho), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério do fundo da cava e do setor leste. O estéril foi desenvolvido no setor leste e sudeste. De maneira geral, as duas sequências de lavra para esse mês apresentam baixo à moderado risco associado, considerando a ESR ao material de alto teor que será alimentado à usina (ver Tabelas 6.4 e 6.5).



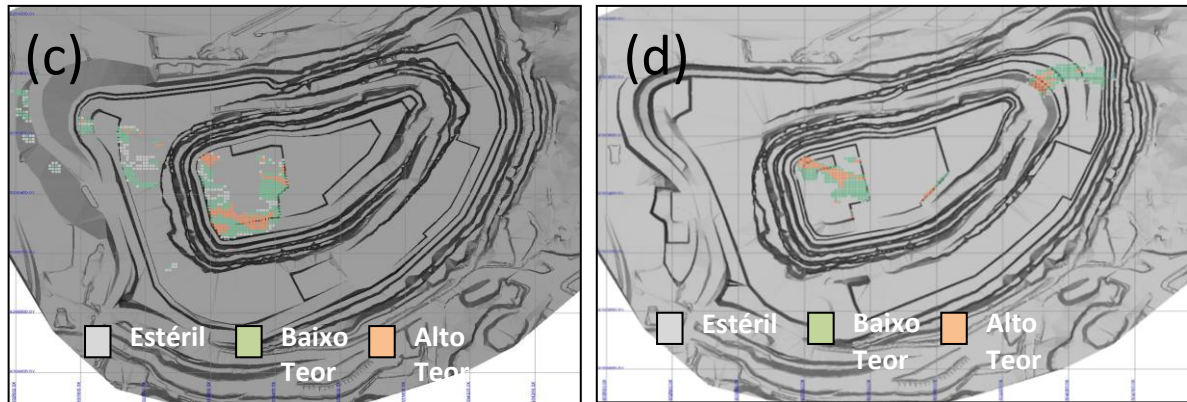
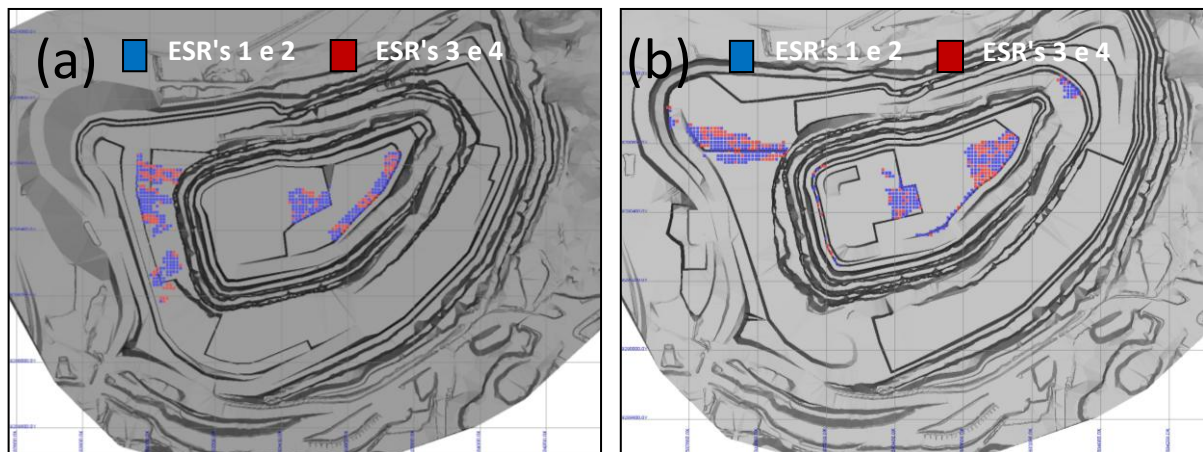


Figura 6.19: *Pushback 7* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.8. *Pushback 8*

Para o sequenciamento do *pushback 8* (mês de agosto), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério do fundo da cava, setores leste e oeste. O estéril foi desenvolvido nos setores norte, oeste e sudeste. De maneira geral, as duas sequências de lavra para esse mês apresentam baixo à moderado risco associado, considerando a ESR ao material de alto teor que será alimentado à usina (ver Tabelas 6.4 e 6.5).



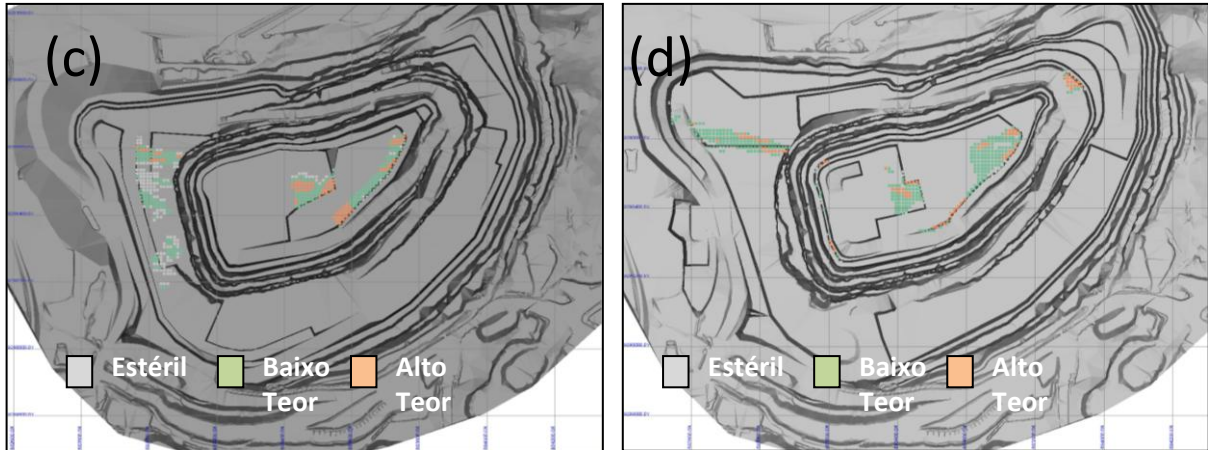


Figura 6.20: *Pushback 8* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.9. *Pushback 9*

Para o sequenciamento do *pushback 9* (mês de setembro), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério do fundo da cava, setores leste e oeste. O estéril foi desenvolvido nos setores norte, oeste e leste. O desenvolvimento de lavra no setor leste nos meses anteriores, associado à leitura do risco, proporcionou a lavra de uma porção significativa de minério com baixo risco associado. Esse setor leste contribuirá ainda para a produção do mês de dezembro com quantidade significativa de minério de alto teor e, além disso, proporcionará uma nova frente de lavra disponível para o próximo ano. Também irá diminuir a demanda pelo minério de alto teor no fundo da cava, que apresenta, em grande parte, alto risco associado (ver Tabelas 6.4 e 6.5). Lembrando que a sequência com risco associado mantém as premissas de avanço de lavra e o limite de avanço nas fases de lavra definidas pelo plano *Life of Mine* (plurianual), apresentando assim a mesma etapa de lavra para o sequenciamento tradicional quanto para o sequenciamento com risco associado. Na sequência original, não houve qualquer desenvolvimento significativo para a lavra do minério no setor leste, ainda que esse apresente baixo risco e esteja inserido na sequência de fases para o desenvolvimento atual da mina.

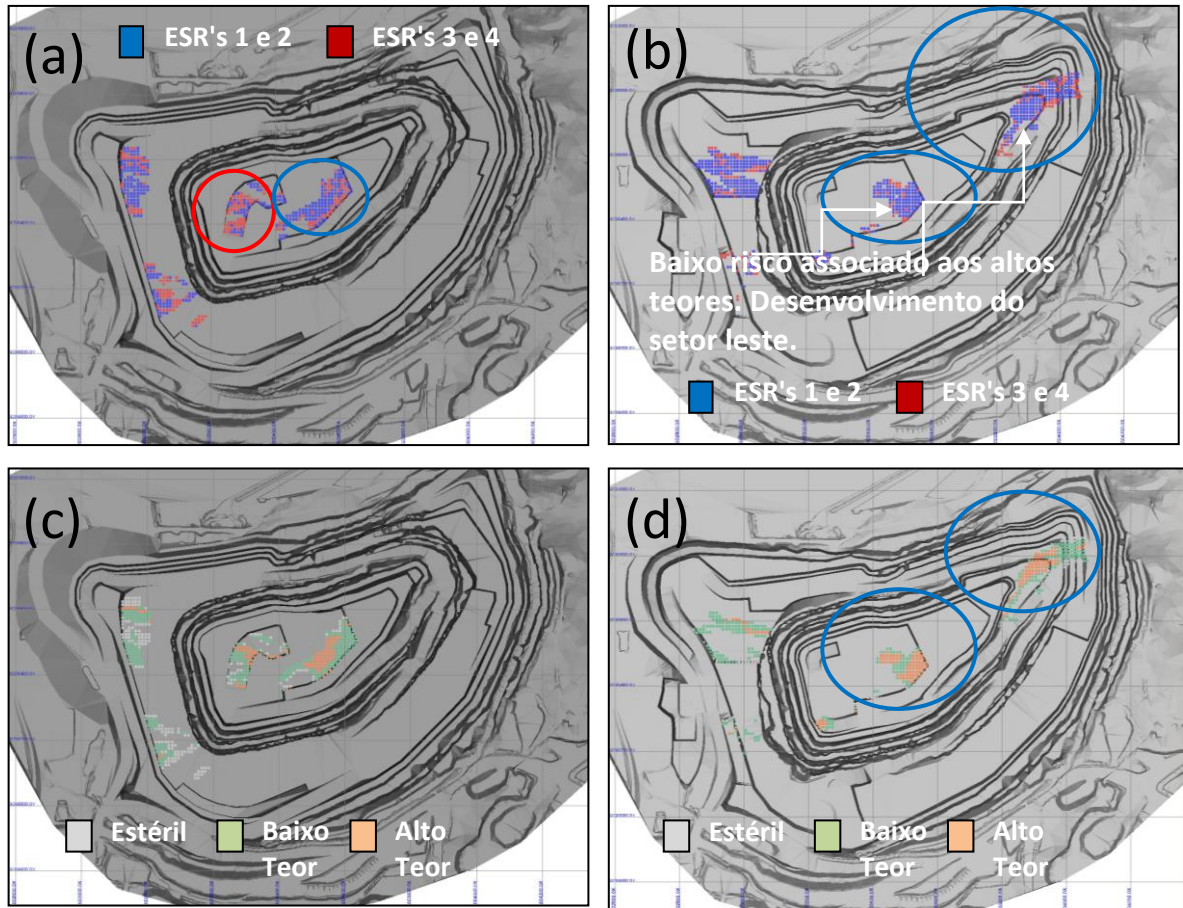


Figura 6.21: *Pushback* 9 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.10. *Pushback* 10

Para o sequenciamento do *pushback* 10 (mês de outubro), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério do fundo da cava. O estéril foi lavrado nos setores oeste, sul e leste. O desenvolvimento geométrico da cava no setor leste proporcionou flexibilidade à disponibilidade e blendagem do minério durante o sequenciamento da produção, havendo assim um gerenciamento integral do risco e das frentes de lavra disponíveis. Com isso, o risco foi globalmente minimizado neste plano anual de lavra e ainda aumentou a disponibilidade do minério no setor leste e fundo da cava para o próximo ano de produção (ver Tabelas 6.4 e 6.5).

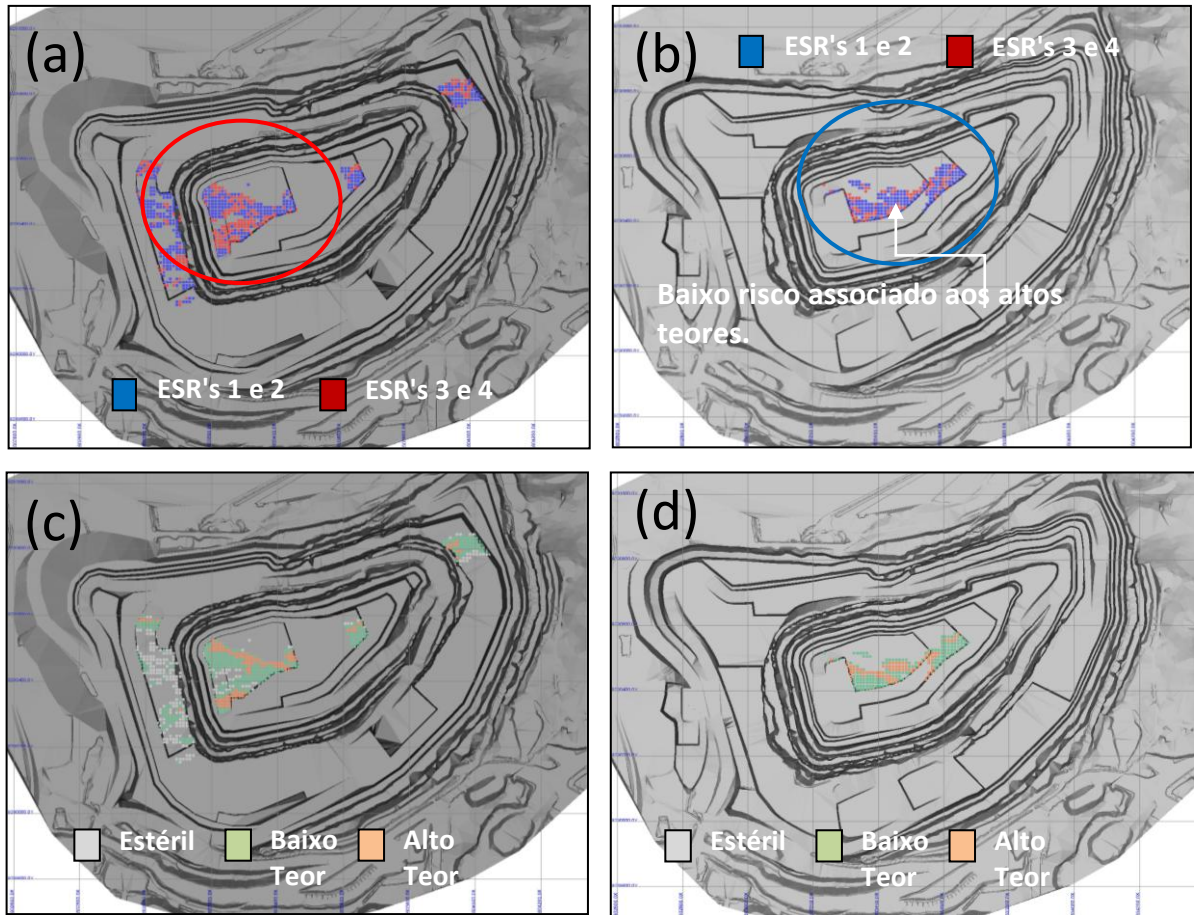


Figura 6.22: *Pushback* 10 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.11. *Pushback* 11

Para o sequenciamento do *pushback* 11 (mês de novembro), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério com alto risco no fundo da cava e no setor oeste. O estéril foi desenvolvido nos setores oeste, sul e leste (ver Tabelas 6.4 e 6.5).

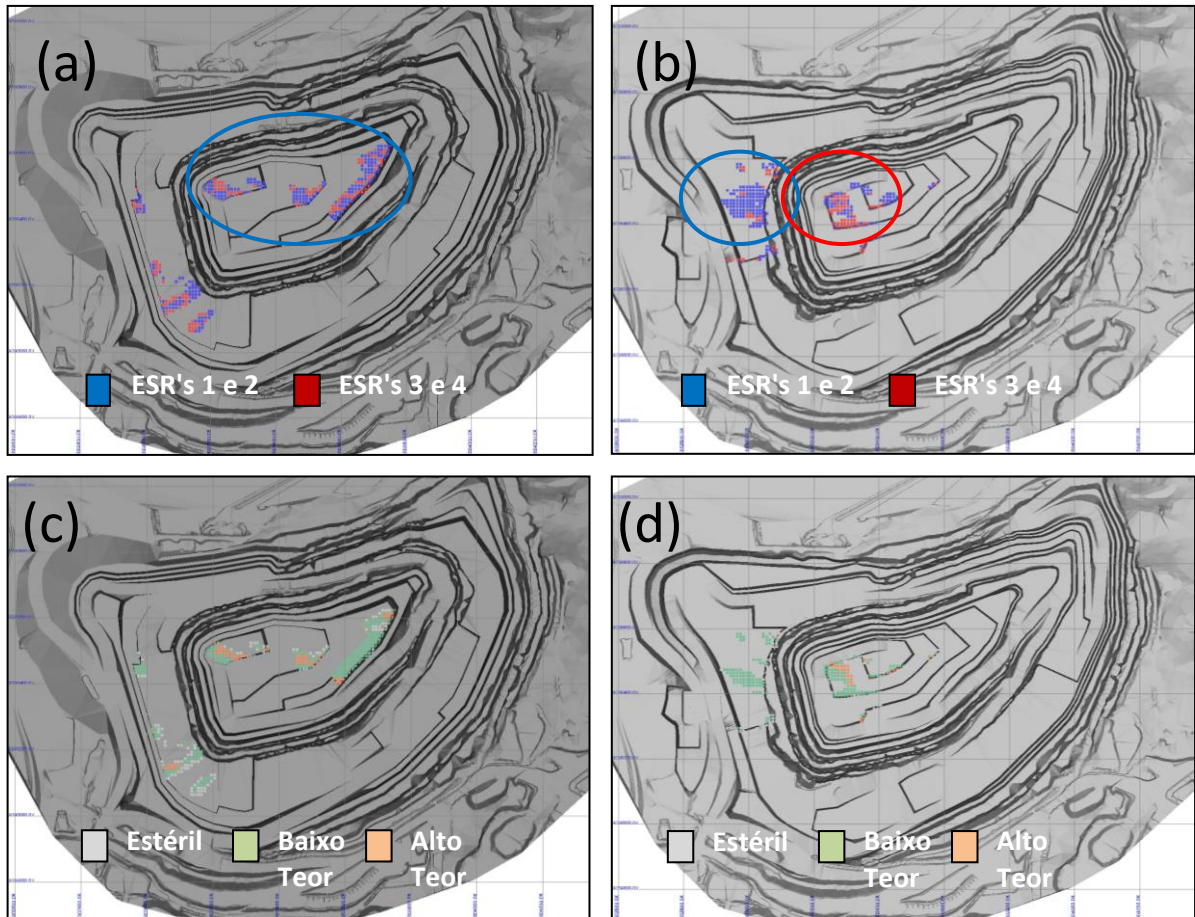


Figura 6.23: *Pushback* 11 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.2.12. *Pushback* 12

Para o sequenciamento do *pushback* 12 (mês de dezembro), com risco associado, houve o desenvolvimento na porção de minério com baixo risco nos setores leste e oeste. O estéril foi desenvolvido nos setores oeste e sudeste.

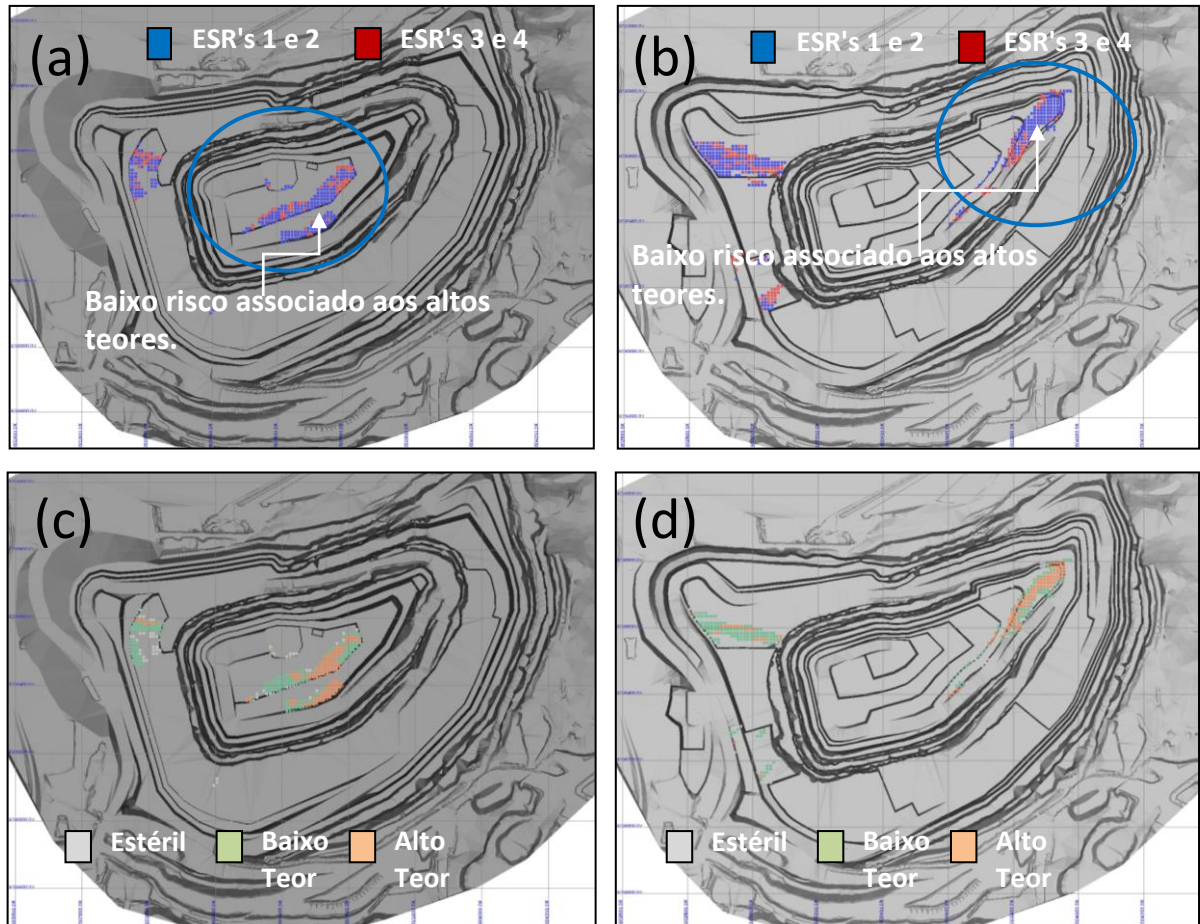


Figura 6.24: *Pushback 12* (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

6.3.3. Análise dos Resultados

6.3.3.1. Sequenciamento da Produção

A Tabela 6.4 apresenta os valores de teores e tonelagens referentes ao sequenciamento de lavra pela abordagem tradicional (ORIG) e o sequenciamento considerando o risco ESR associado (RISK), no material lavrado. É perceptível a redução da variabilidade dos teores nas sequências de lavra com o risco associado e no valor cumulativo total do plano anual de lavra. O valor orçado (CU-OK LTM) no plano de produção com risco associado ficou mais próximo da realidade executada (CU- OK STM) durante o processo de lavra, se comparado à abordagem tradicional. No item a seguir, será feita a análise dos riscos e análise financeira.

Tabela 6.4: Resultados para ambas metodologias executadas no sequenciamento de lavra.

<i>Pushback</i> (Nº e definição da Sequência de Lavra)	Massa de Estéril (x1000t)	Massa de Minério (x1000t)*	Cu (%) - OK LTM (Longo Prazo)	E-TYPE Simulações (Cu)%	SIM1 (Cu)%	SIM2 (Cu)%	SIM3 (Cu)%	SIM4 (Cu)%	SIM5 (Cu)%	SIM6 (Cu)%	Cu (%) - OK STM (Curto Prazo)
1_RISK (com risco ESR associado)	4,133	452	0.95	0.86	0.78	0.98	0.81	0.95	0.79	0.99	0.91
1_ORIG (tradicional)	3,643	545	1.03	0.87	0.83	1.02	0.75	0.90	0.80	1.08	0.87
2_RISK	2,232	997	1.11	1.08	1.07	1.01	1.01	1.10	1.15	1.20	1.10
2_ORIG	3,432	460	1.04	1.12	1.05	0.98	1.21	0.94	1.05	1.19	1.14
3_RISK	3,698	594	1.31	1.10	1.09	1.26	1.04	1.14	1.11	1.15	1.27
3_ORIG	3,413	646	1.34	1.14	1.05	1.23	1.03	1.31	1.27	1.19	1.24
4_RISK	4,725	214	0.84	0.75	0.59	0.78	0.63	0.76	0.79	0.74	0.76
4_ORIG	3,745	653	1.01	0.93	0.85	0.87	0.77	0.74	1.03	0.86	0.87
5_RISK	4,171	409	1.10	1.01	0.87	1.15	1.15	1.16	1.12	0.97	1.05
5_ORIG	4,285	472	0.88	0.78	0.74	0.87	0.64	0.64	0.71	0.70	0.84
6_RISK	3,743	704	1.01	1.00	0.92	1.11	0.89	1.17	1.23	0.96	1.04
6_ORIG	4,375	693	1.20	1.09	0.90	1.45	0.94	1.04	1.36	1.02	1.13
7_RISK	4,106	902	1.17	1.08	1.00	1.44	1.05	0.90	1.25	1.11	1.11
7_ORIG	4,231	891	1.16	1.00	0.88	1.29	0.89	1.11	1.07	1.08	1.11
8_RISK	4,814	877	0.85	0.83	0.89	0.78	0.80	0.77	0.86	0.94	0.93
8_ORIG	4,714	700	1.08	1.04	1.16	1.00	0.95	0.90	1.15	0.99	1.14
9_RISK	3,730	1,174	1.26	1.29	1.03	1.29	1.22	1.31	1.22	1.39	1.24
9_ORIG	4,090	798	1.19	1.09	0.95	1.25	1.12	1.30	1.05	1.03	1.21
10_RISK	4,249	854	1.06	1.07	1.06	1.09	1.14	1.06	1.21	1.07	0.97
10_ORIG	4,067	900	1.10	1.03	0.98	1.18	0.91	0.95	1.28	1.01	0.98
11_RISK	4,836	268	1.05	0.91	0.80	1.03	0.81	0.76	1.18	1.20	1.03
11_ORIG	4,408	535	0.95	1.00	1.00	1.15	0.89	1.00	1.16	0.98	0.98
12_RISK	4,437	742	1.07	1.04	0.96	1.17	1.02	1.09	0.98	1.06	1.00
12_ORIG	4,329	829	1.21	1.13	1.10	1.04	1.00	1.22	1.08	0.95	1.15
Total Cumulativo - Risco Associado	48,874	8,187	1.09	1.04	0.97	1.12	1.01	1.05	1.11	1.10	1.06
Total Cumulativo - Tradicional	48,732	8,122	1.11	1.03	0.96	1.13	0.93	1.03	1.10	1.01	1.06

A Tabela 6.5 apresenta os valores da ESR otimizada para as sequências de lavra e os valores de relação estéril e minério por *pushback* e também cumulativo global. Também é apresentada a diferença de valor ESR para a sequência de lavra tradicional e com risco associado. É perceptível a redução efetiva da função objetivo global (18%) no sequenciamento da produção, considerando o risco associado.

* >0.45% Cu, alimentação usina

Tabela 6.5: Resultados para ambas metodologias executadas no sequenciamento de lavra.

<i>Pushback</i> (Nº e definição da Sequência de Lavra)	ESR <i>Annealing</i> (categoria de risco com valor da Equação 4.10)	REM por <i>Pushback</i> (Minério Total)	REM Global Cumulativa (Minério Total)	Diferença Relativa ESR nos <i>pushbacks</i> (Risco / Original)
1_RISK (com risco ESR associado)	Risco Baixo (0.070)	6.0	6.0	-30%
1_ORIG (tradicional)	Risco Moderado-Baixo (0.100)	4.3	4.3	
2_RISK	Risco Moderado-Baixo (0.123)	1.8	3.3	-13%
2_ORIG	Risco Moderado-Baixo (0.141)	5.0	4.6	
3_RISK	Risco Moderado-Baixo (0.102)	4.8	3.7	-27%
3_ORIG	Risco Moderado-Baixo (0.123)	4.3	4.5	
4_RISK	Risco Baixo (0.079)	7.9	4.5	13%
4_ORIG	Risco Baixo (0.070)	3.5	4.2	
5_RISK	Risco Moderado-Alto (0.201)	5.9	4.7	5%
5_ORIG	Risco Moderado-Alto (0.190)	5.0	4.4	
6_RISK	Risco Baixo (0.090)	3.1	4.4	-15%
6_ORIG	Risco Moderado-Baixo (0.106)	3.9	4.3	
7_RISK	Risco Moderado-Baixo (0.121)	3.4	4.2	23%
7_ORIG	Risco Moderado-Baixo (0.099)	3.8	4.2	
8_RISK	Risco Moderado-Baixo (0.092)	4.0	4.2	-23%
8_ORIG	Risco Moderado-Baixo (0.119)	4.9	4.3	
9_RISK	Risco Baixo (0.072)	2.5	3.9	-52%
9_ORIG	Risco Moderado-Baixo (0.106)	3.5	4.2	
10_RISK	Risco Moderado-Baixo (0.096)	4.4	3.9	-49%
10_ORIG	Risco Moderado-Alto (0.188)	3.0	4.0	
11_RISK	Risco Moderado-Alto (0.203)	9.2	4.2	52%
11_ORIG	Risco Moderado-Baixo (0.132)	5.6	4.1	
12_RISK	Risco Baixo (0.072)	4.4	4.2	-8%
12_ORIG	Risco Baixo (0.078)	4.1	4.1	
Total Cumulativo - Risco Associado	Risco Moderado-Baixo (0.103)	4.2	4.2	-18%
Total Cumulativo - Tradicional	Risco Moderado-Baixo (0.125)	4.1	4.1	

Nas Figuras 6.25 e 6.26, verifica-se os desenhos finais das cavas para o plano anual de lavra do Depósito Sequeirinho. De acordo com as Tabelas resumo 6.4 e 6.5, foram mantidas todas as premissas operacionais com relação ao volume de material lavrado nos *pushbacks*, restrições geotécnicas e alimentação de minério na usina. Com o auxílio do modelo de risco (ESR) otimizado no sequenciamento da produção, houve o gerenciamento dos riscos associados no cumprimento das metas e aumento da confiança relativo aos valores de teores lavrados (sequenciamento e blendagem). No sequenciamento original de lavra, além

de não haver a identificação dos riscos associados aos teores usados no planejamento de lavra, esse não disponibiliza frentes alternativas de produção de minério sem o desenvolvimento do setor leste, fazendo com que o plano de produção da mina fique extremamente dependente do último banco (que pode apresentar problemas com drenagem) no fundo da cava para produção de altos teores. No sequenciamento com risco associado, foi possível prever o risco associado aos teores disponíveis no fundo da cava e desenvolver o setor leste ainda dentro da mesma fase operacional, proporcionando flexibilidade nas frentes de lavra para produção de minério e a não dependência extrema do fundo da cava, já que existe uma quantidade significativa de minério nos bancos 8, 24, 40 e 56, todos estes com acesso irrestrito. Outra grande vantagem foi a liberação do fundo da cava (banco -24) para os períodos chuvosos, não havendo necessidade operacional de produção de minério de alto teor.

De maneira geral, a metodologia proposta aplicada, considerando o risco associado, é extremamente operacional e representa uma significativa contribuição no sequenciamento da produção mineral com o uso de simulação estocástica na determinação, entendimento e minimização dos riscos no desvio de metas.

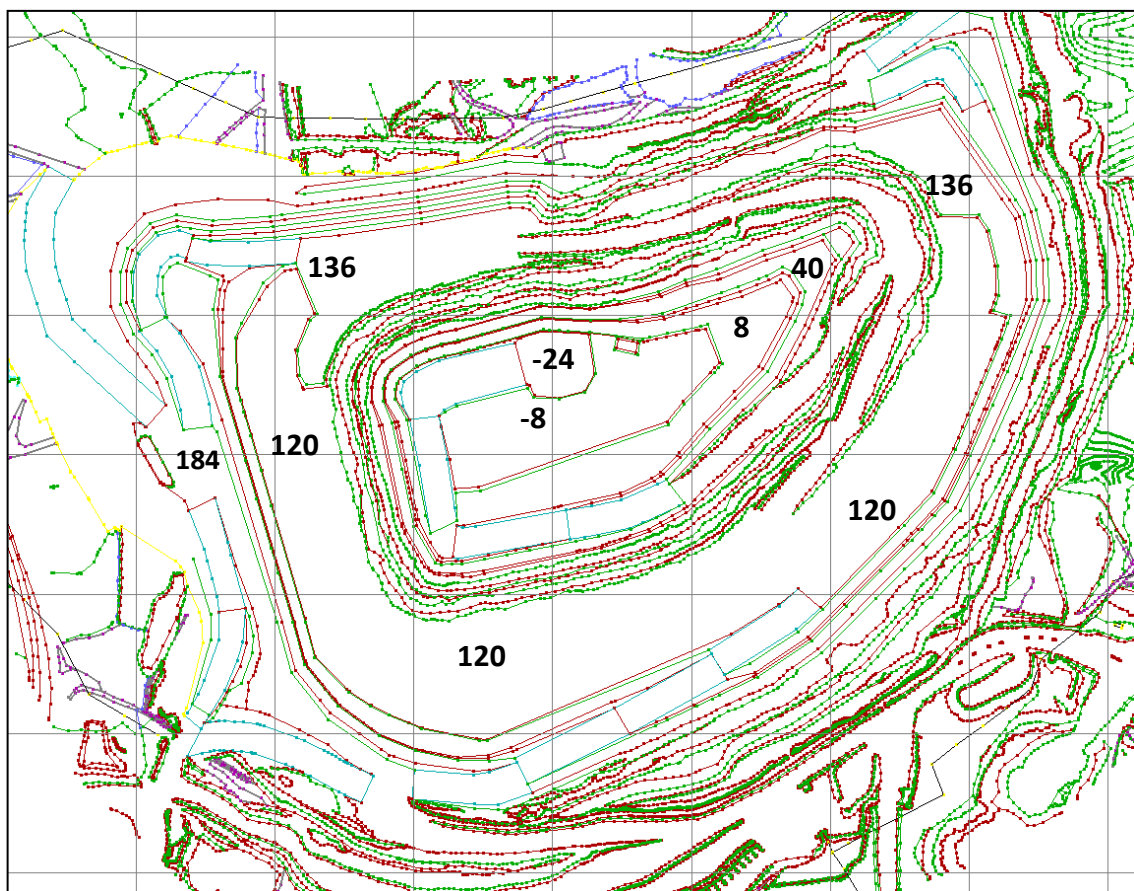


Figura 6.25: Cava final referente à sequência de lavra original (metodologia tradicional) aplicada.

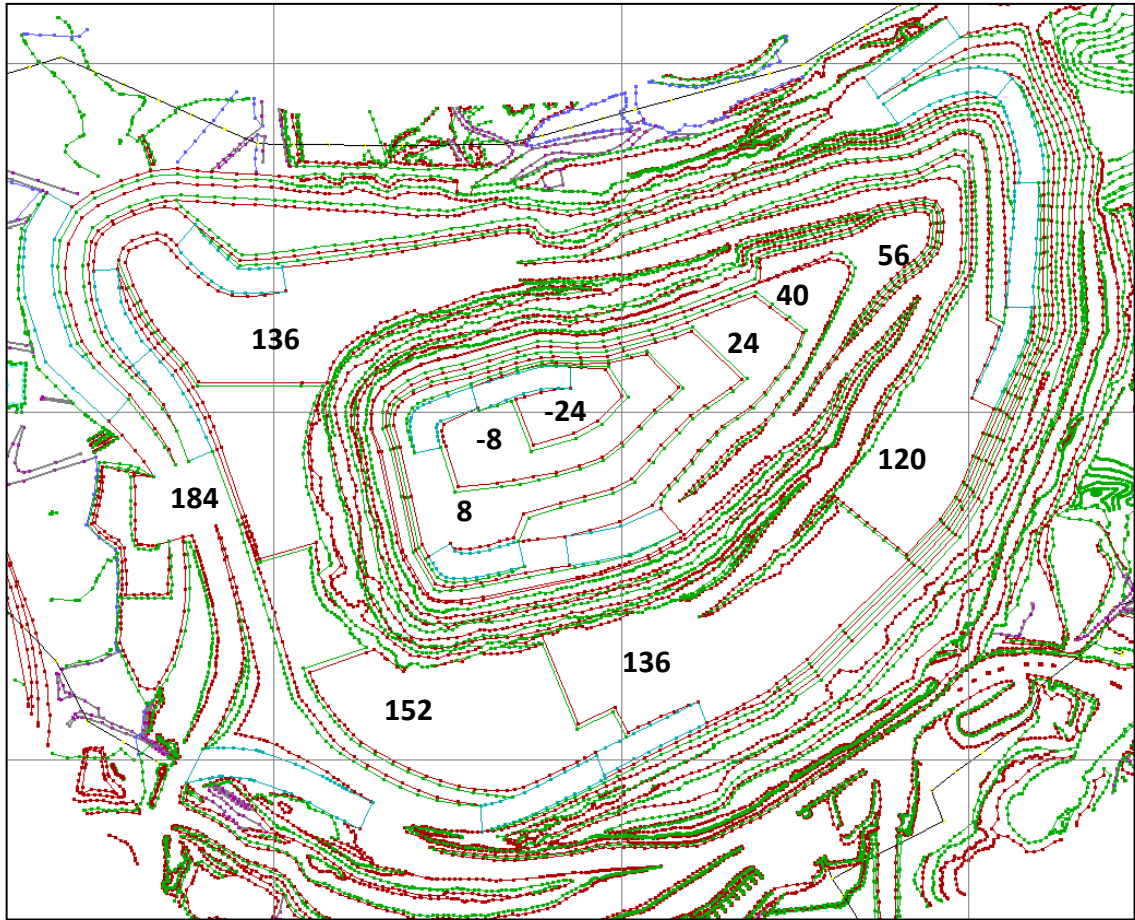


Figura 6.26: Cava final referente à sequência de lavra com risco associado aplicado.

Nas Figuras 6.27a;b;c;d, são apresentadas as macro mudanças nos sequenciamentos quadrimestrais do plano de lavra anual com risco associado, *pushbacks* 1 a 4.

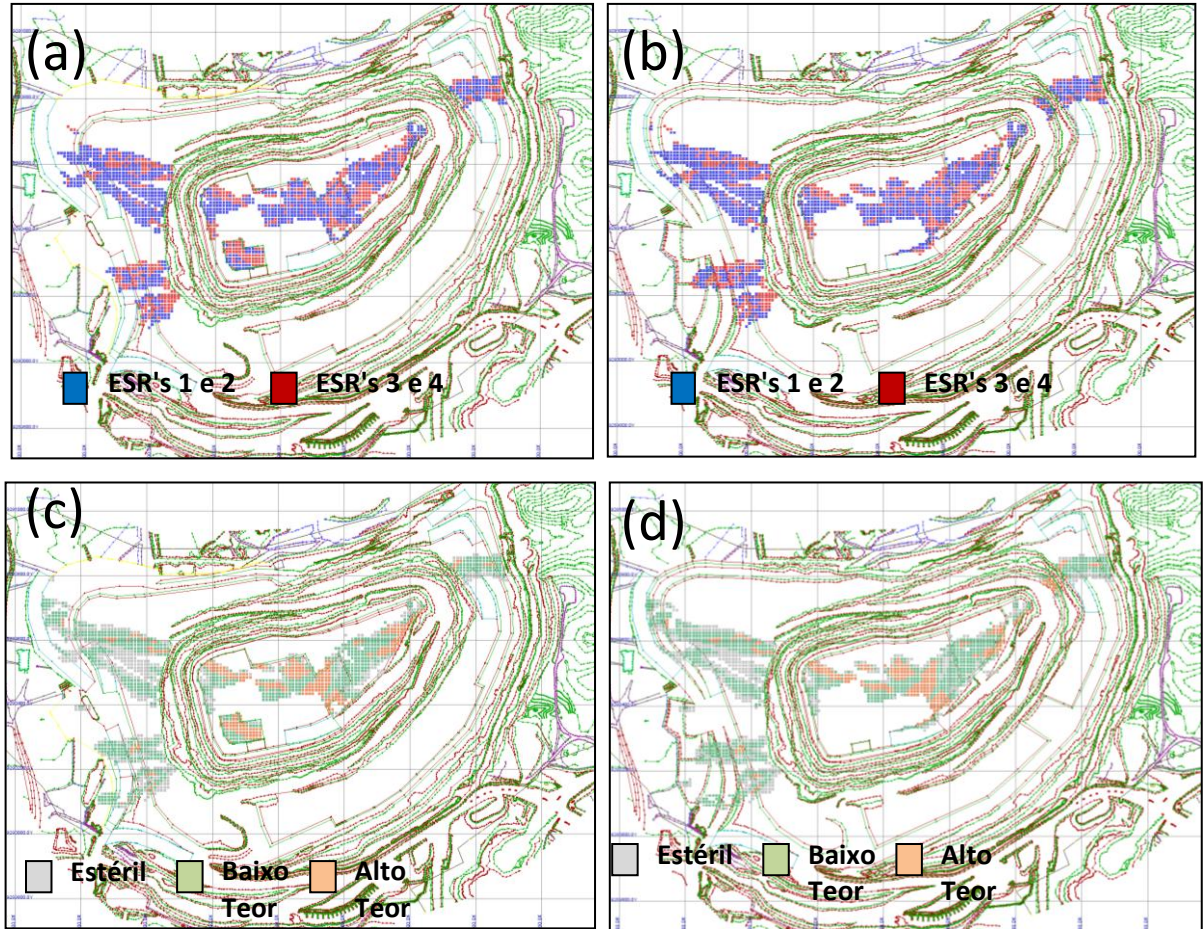
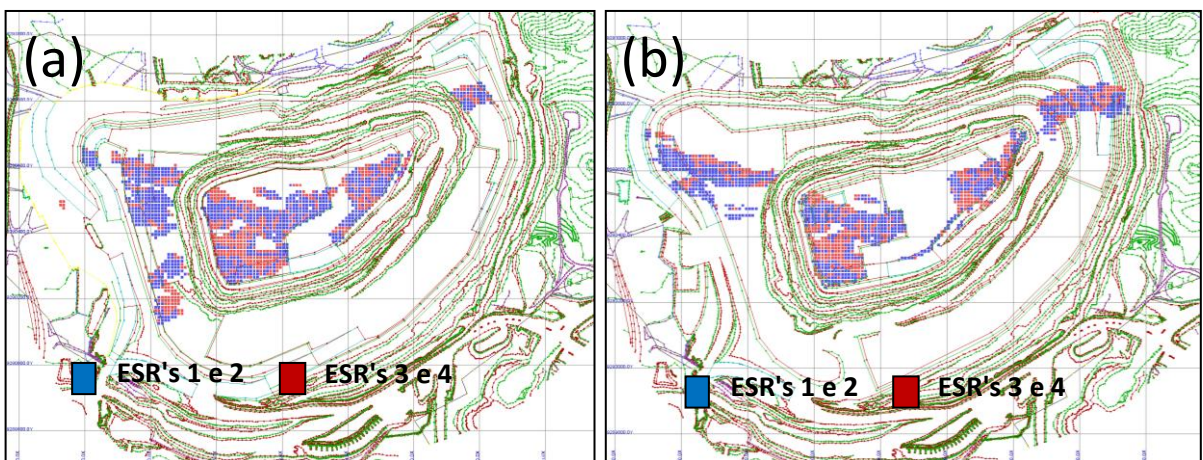


Figura 6.27: *Pushbacks* 1 a 4 (a) seqüência de lavra original com ESR; (b) seqüência de lavra com risco associado com ESR; (c) seqüência de lavra original com teores; (d) seqüência de lavra com risco associado com teores.

Nas Figuras 6.28a;b;c;d, são apresentadas as macro mudanças nos sequenciamentos do plano de lavra anual com risco associado, *pushbacks* 5 a 8.



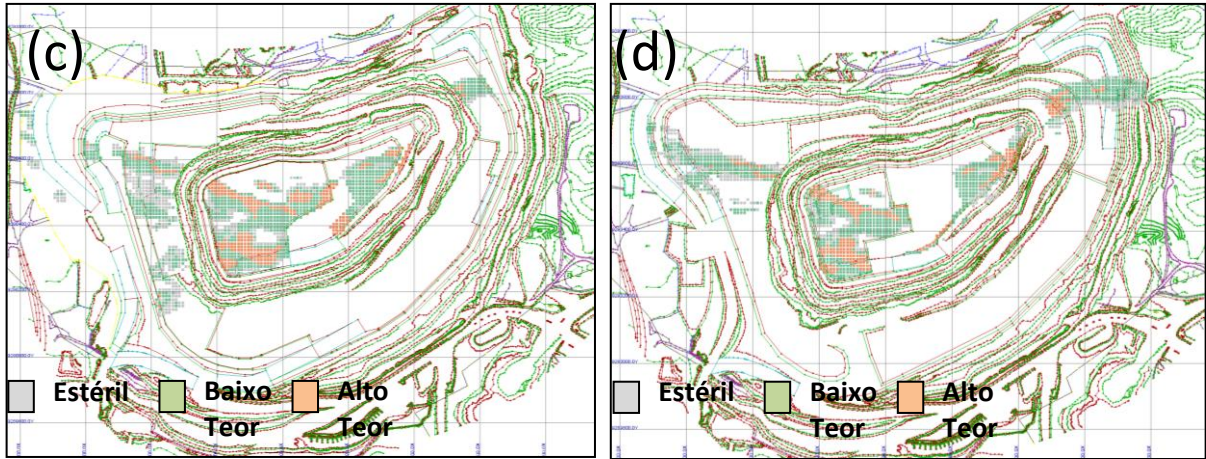


Figura 6.28: *Pushbacks* 5 a 8 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

Nas Figuras 6.29a;b;c;d, são apresentadas as macro mudanças nos sequenciamentos do plano de lavra anual com risco associado, *pushbacks* 9 a 12.

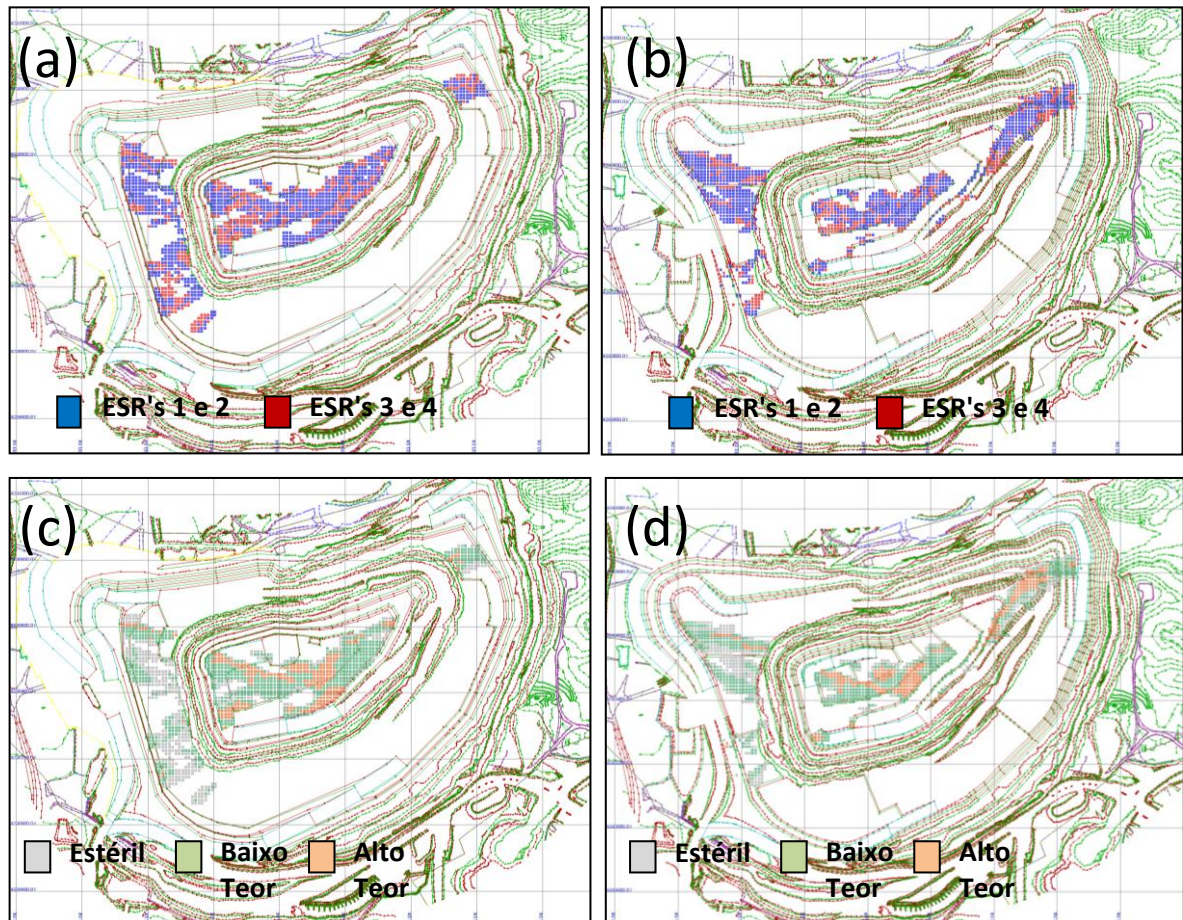


Figura 6.29: *Pushbacks* 9 a 12 (a) sequência de lavra original com ESR; (b) sequência de lavra com risco associado com ESR; (c) sequência de lavra original com teores; (d) sequência de lavra com risco associado com teores.

Na Figura 6.30, é apresentado o período do sequenciamento de lavra assim como a coloração referente ao período de lavra, mapa da Figura 6.31. Nas Figuras 6.31a,b, são apresentados os sequenciamentos dos avanços de lavra (*pushbacks*) usando a abordagem tradicional e com risco associado. Nessas, é possível analisar as principais mudanças relativas às frentes de lavra (período e localização) e desenvolvimento da mina, ficando evidente a possibilidade de alternativas no sequenciamento e gerenciamento da qualidade do minério nas frentes de lavra.













<i>Pushback 1</i>		<i>Pushback 7</i>	
<i>Pushback 2</i>		<i>Pushback 8</i>	
<i>Pushback 3</i>		<i>Pushback 9</i>	
<i>Pushback 4</i>		<i>Pushback 10</i>	
<i>Pushback 5</i>		<i>Pushback 11</i>	
<i>Pushback 6</i>		<i>Pushback 12</i>	

Figura 6.30: Intervalo e coloração da seqüência de lavra (Figura 6.31a,b).

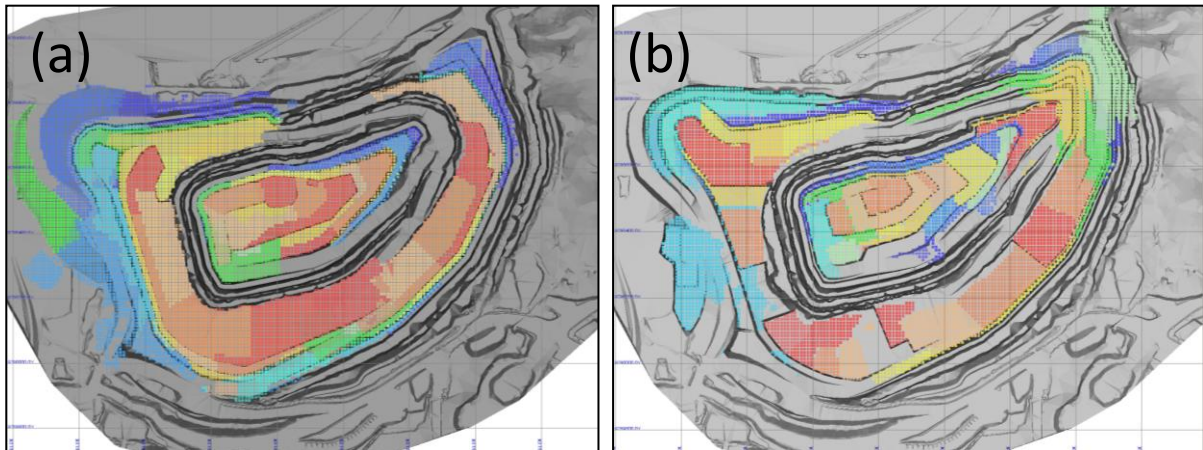


Figura 6.31: (a) Sequência de lavra (*pushbacks*) relativo à abordagem tradicional; (b) seqüência de lavra (*pushbacks*) relativo à abordagem com risco associado.

6.3.3.2. Análise de Risco

No desenvolvimento desse item, são apresentados os perfis de risco para ambas abordagens de sequenciamento de lavra. Os resultados da Figura 6.32, referente à abordagem tradicional para o desenvolvimento da produção, apresentam moderada variabilidade relativo aos avanços de lavra, com a presença de risco significativo para o cumprimento das metas no

sequenciamento dos *pushbacks* 3, 4, 5 e 12, já que o modelo qualitativo de longo prazo (CU - OK LT) apresenta valores fora do espectro de variabilidade dos teores ou próximos dos valores máximos de teores de cobre simulados. De fato, os valores de longo prazo planejados não foram cumpridos, já que é possível verificar para esses *pushbacks* que o modelo de teores executado (CU - OK ST) ficou com valores abaixo do resultado planejado e dentro do espectro de variabilidade previsto pelas simulações. A abordagem tradicional do sequenciamento de lavra, relativa ao resultado cumulativo total do teor planejado (CU - OK LT), apresentou valor de 1,11 % Cu. O valor de teor executado (CU - OK ST) para esse desenvolvimento de produção é de 1,06% Cu, apresentando diferença de -4,7% relativo ao planejado. A média de teores (E-Type) das simulações estocásticas foi de 1,03% Cu, apresentando diferença de -7,8% com relação ao modelo planejado (CU - OK LT) e de -2,9% com relação ao modelo de curto prazo (CU - OK ST) executado. Os valores mínimo e máximo dos teores previstos para o sequenciamento tradicional de lavra, através das simulações estocásticas, são de 0,93 e 1,13% Cu, ou seja, apresentam moderado risco do cumprimento do plano desenvolvido para os valores de teor de cobre (1,11%) de longo prazo (CU - OK LT) pois o valor médio está muito próximo do valor máximo simulado, que é a base de cálculo para definição do cronograma de produção de concentrado e base orçamentária. No item 6.3.3.3, será analisado o contexto econômico financeiro do sequenciamento de lavra desenvolvido pela abordagem tradicional.

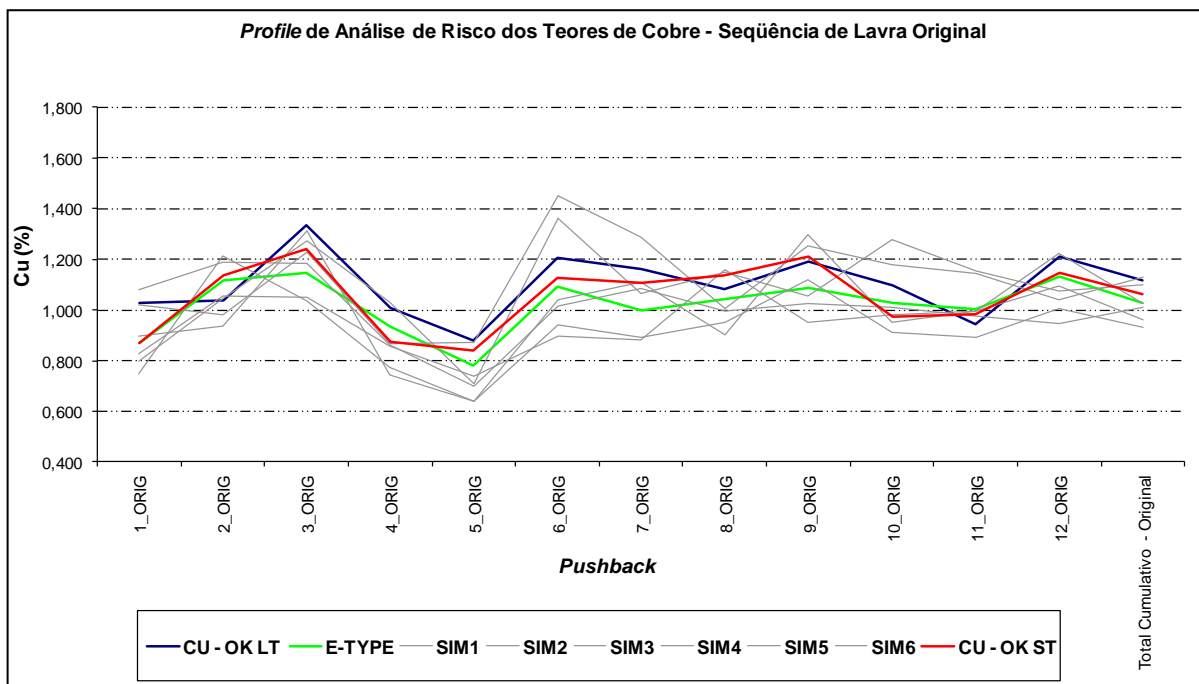


Figura 6.32: Valor médio dos teores para cada seqüência de lavra (*pushbacks*) referente à abordagem tradicional.

A análise dos resultados na Figura 6.33, referente à abordagem com risco associado para o desenvolvimento da produção, apresenta moderada a baixa variabilidade relativo aos avanços de lavra, ainda com risco significativo para o cumprimento das metas no sequenciamento dos *pushbacks* 3 e 4, já que o modelo qualitativo de longo prazo (CU - OK LT) apresenta valores fora do espectro de variabilidade dos teores de cobre simulados. De fato, os valores de longo prazo planejados não foram cumpridos para estes *pushbacks*, já que é possível verificar que o modelo de teores executado (CU - OK ST) ficou com valores abaixo do resultado planejado e dentro do espectro de variabilidade previsto pelas simulações. A abordagem com risco associado para o sequenciamento de lavra, relativo ao resultado cumulativo total do teor planejado (CU - OK LT), apresentou valor de 1,09 % Cu. O valor de teor executado (CU - OK ST) para esse desenvolvimento de produção é de 1,06% Cu, apresentando diferença de -2,2% relativo ao planejado. A média de teores (E-Type) das simulações estocásticas foi de 1,04% Cu, apresentando diferença de -4,2% com relação ao modelo planejado (CU - OK LT) e de -2,0% com relação ao modelo de curto prazo executado. Os valores mínimo e máximo dos teores previstos para o sequenciamento de lavra com risco associado, através das simulações estocásticas, são 0,97 e 1,12% Cu. Dessa maneira, o sequenciamento apresenta moderado a baixo risco do cumprimento do plano desenvolvido para os valores de teor de cobre de longo prazo (CU - OK LT), havendo ainda uma redução de 0,05% Cu (-33% de diferença relativa) no espectro total de variabilidade comparado à abordagem tradicional. No item 6.3.3.3 será analisado o contexto econômico financeiro do sequenciamento de lavra desenvolvido pela abordagem com risco associado.

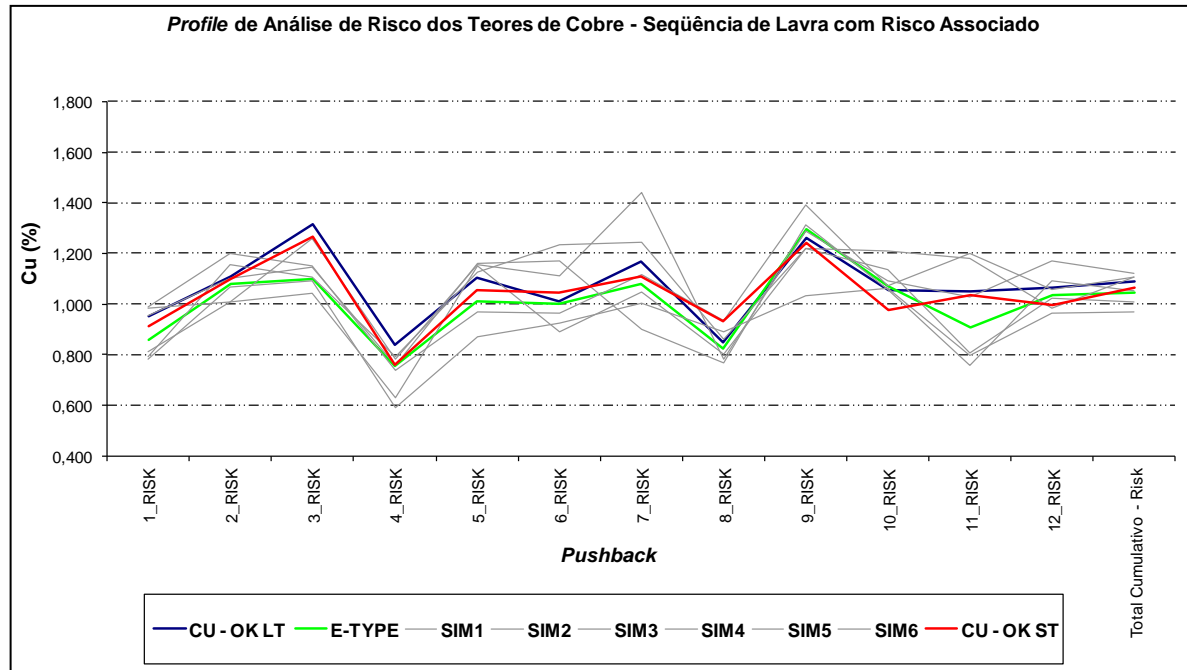


Figura 6.33: Valor médio dos teores para cada sequência de lavra (*pushbacks*) da abordagem com risco associado.

Dado que os teores e destinos do material no processo de produção podem variar significativamente para cada sequência de lavra (*pushback*), foi realizado o procedimento de padronização dos perfis de risco para os teores de cobre para cada *pushback*. Assim, pode-se verificar com clareza as principais mudanças e diferenças entre as abordagens aplicadas, ou seja, para cada *pushback* p e para as simulações s , o risco padrão esperado é definido como:

$$\text{Risco Padrão } p,s = \frac{\theta_p^*}{\theta_p(s)} \quad (6.1)$$

onde θ_p^* é a meta definida pelo modelo de longo prazo (CU - OK LT) em cada *pushback* p e $\theta_p(s)$ é o valor para as simulações s definidas para cada realização das simulações de teores, em cada *pushback* p .

Nessa análise, os perfis de risco são definidos para o risco padrão (eq. 6.1) referentes às simulações em cada sequência de lavra desenvolvida, e também o valor cumulativo total. Na Figura 6.34, é perceptível a redução do risco relativo à sequência de lavra com risco associado. De forma geral, esta apresenta menor erro associado aos teores e metas definidas para o plano anual de lavra. O espectro de erro cumulativo total possível para a abordagem de sequenciamento tradicional, considerando os modelos simulados para análise de variabilidade dessa sequência, é entre [-7%, 20%], com erro médio esperado de 8% com relação à meta

definida. A abordagem com risco associado apresenta espectro de erro entre [-3%, 12%], com erro médio esperado de 4% com relação à meta definida.

Dessa maneira, é possível perceber a capacidade de redução dos erros associados com o uso da ESR otimizada no desenvolvimento de mina e no sequenciamento da produção. Também, são apresentados os erros reais médios executados por ambas abordagens, quando comparadas à realidade executada.

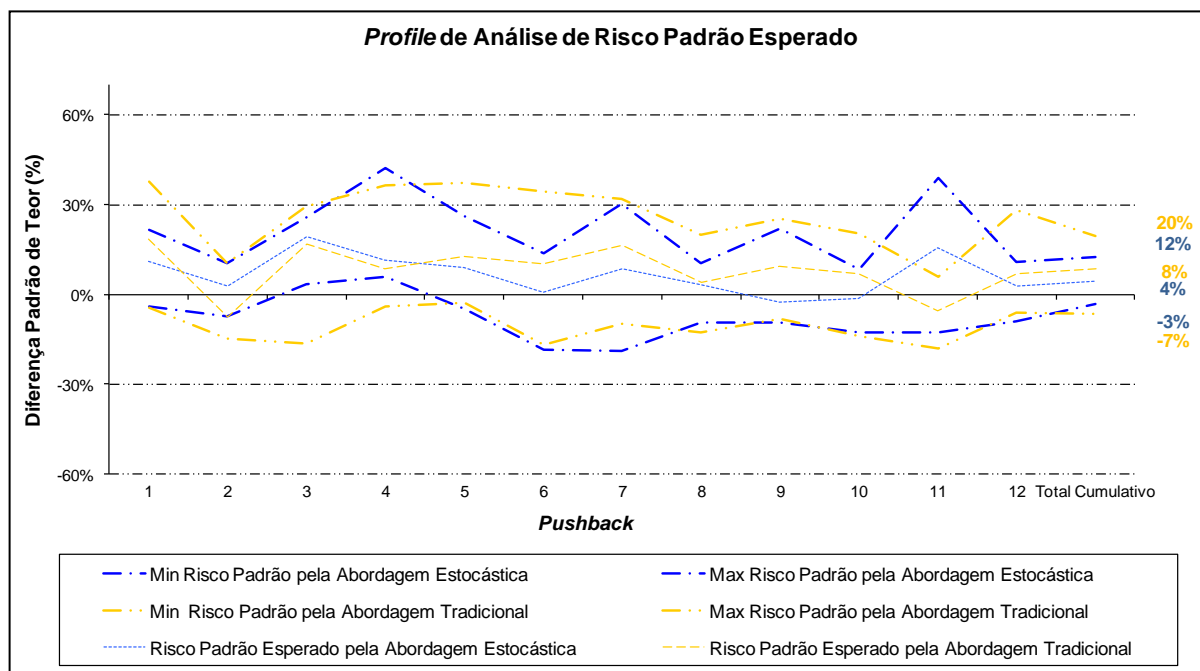


Figura 6.34: Análise de risco padrão da sequência de lavra (*pushbacks*) para ambas metodologias aplicadas.

Na Figura 6.35, que apresenta o risco padrão executado (risco da sequência de lavra já realizada, comparada por ambas abordagens) considerando a variável de cobre do modelo de curto prazo (CU - OK ST) comparado à meta definida pelo modelo de longo prazo (CU - OK LT), é possível analisar a real diferença entre o modelo previsto como base qualitativa e orçamentária no desenvolvimento do ciclo mineiro e o modelo real executado no processo de lavra, considerando ambas abordagens de sequenciamento de produção. É perceptível a redução do erro da abordagem com risco associado nos *pushbacks* desenvolvidos, minimizando assim os possíveis impactos financeiros causados no processo de lavra e usina, relacionado à variabilidade dos teores. Globalmente, para o plano anual de lavra, a diferença entre os teores previstos e realizados ficou em 2% para a sequência com risco associado e 5% sem considerar o risco. Os reais impacto financeiros são analisados no item 6.3.3.3, considerando os parâmetros econômicos, taxas e produção de concentrado na composição do fluxo de caixa descontado (VPL).

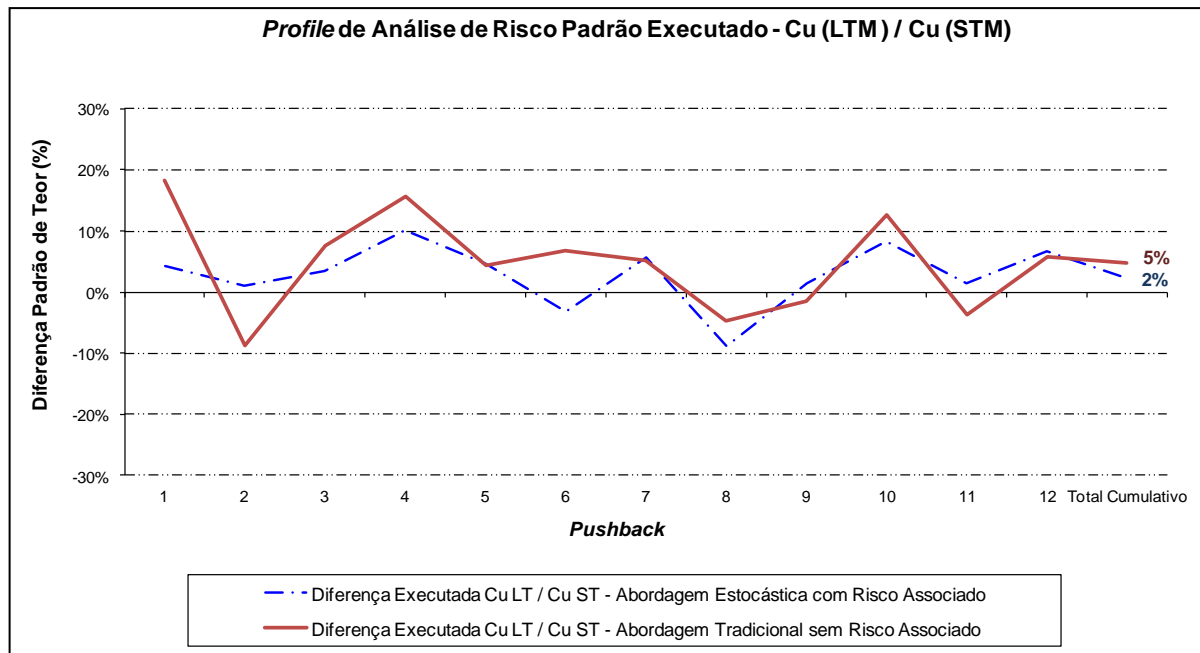


Figura 6.35: Análise de risco padrão executado da sequência de lavra (*pushbacks*) para ambas metodologias aplicadas.

6.3.3.3. Análise Financeira

A Figura 6.36 e as Tabelas 6.6 e 6.7 apresentam a avaliação de risco do fluxo de caixa descontado (VPL). O fluxo de caixa total previsto usando a abordagem tradicional é de 149,1 MUS\$ e com risco associado é de 146,2 MUS\$, sendo que os valores simulados apresentam espectro de variação entre [86,6; 175,6] MUS\$ para abordagem tradicional e [102,6; 170,1] MUS\$ para abordagem com o risco associado. Para o espectro econômico de variação, a abordagem tradicional apresenta intervalo de variação total de 89 MUS\$ contra 67,5 MUS\$ da abordagem com risco associado, apresentando menor espectro de variação. Os valores esperados para abordagem tradicional e com risco associado foram de 125,6 e 133,6 MUS\$, respectivamente. A diferença entre o modelo previsto e o valor esperado para a sequência de lavra através da abordagem tradicional é de 19% e para os valores considerando a sequência com risco associado é de 9%, ou seja, a diferença esperada passaria de 23,5 para 12,6 MUS\$ com relação ao modelo previsto (OK) em cada sequência, respectivamente. Com a redução da diferença entre o modelo financeiro previsto (OK) e esperado (E-Type) para a abordagem com risco associado, apesar do valor VPL do modelo previsto ser menor relativo à abordagem

tradicional (caso base), o modelo esperado apresenta um valor maior de VPL total de projeto de 6,4%.

Na Figura 6.37 e na Tabela 6.7 são comparados os modelos previsto (CU - OK LT), esperado (E-Type) e executado (CU-OK ST), referentes aos valores de fluxo de caixa descontado (VPL) para ambas as abordagens de sequenciamento de produção. Para a abordagem tradicional, o VPL previsto é de 149,1 MUS\$, o esperado é de 125,6 MUS\$ e o executado é de 135,5 MUS\$. Dessa maneira, os erros reais com relação aos modelos previsto e esperado, comparados ao modelo executado, são de 10% e -7,3%, respectivamente. Para a abordagem com risco associado o VPL previsto é de 146,2 MUS\$, o esperado é de 133,6 MUS\$ e o executado é de 139,6 MUS\$. Os erros reais relacionados aos modelos previsto e esperado para essa sequência, referentes ao modelo executado, são de 4,7% e -4,3%, respectivamente. Há assim, uma redução significativa dos riscos associados e maior confiança com relação às metas definidas. O valor de VPL executado através da sequência de lavra com risco associado é 3% maior do que com a abordagem tradicional.

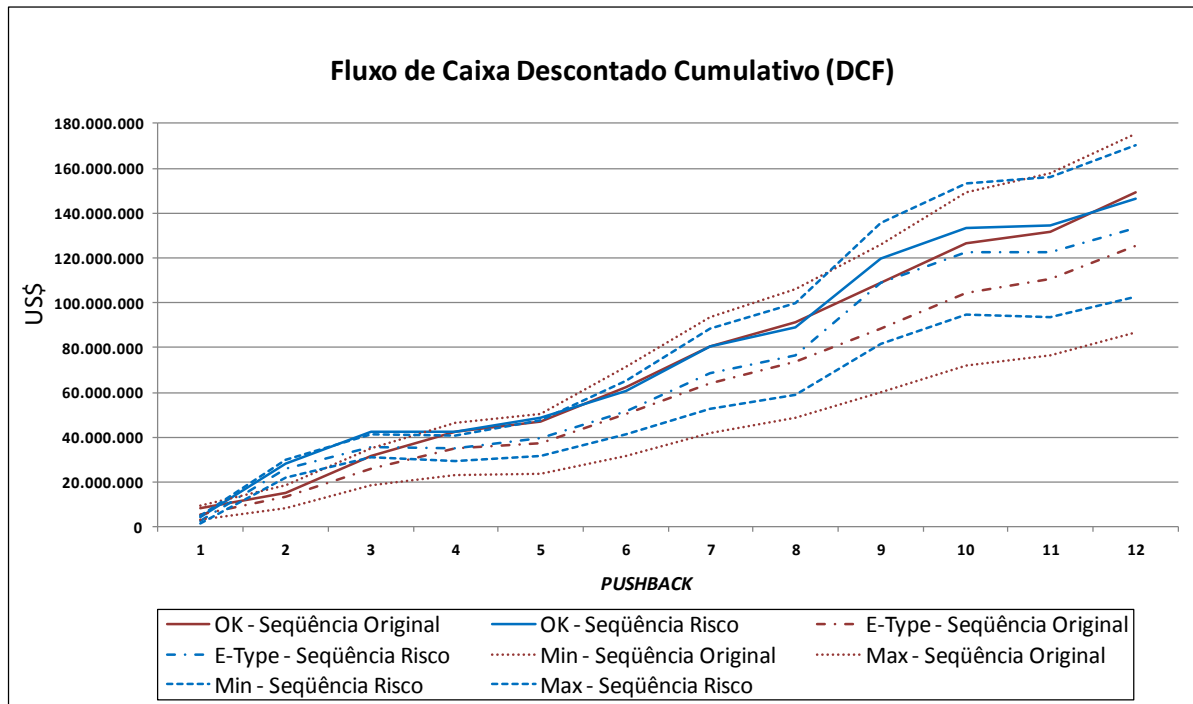


Figura 6.36: Análise de risco do fluxo de caixa estimado da sequência de lavra (*pushbacks*) para ambas metodologias aplicadas.

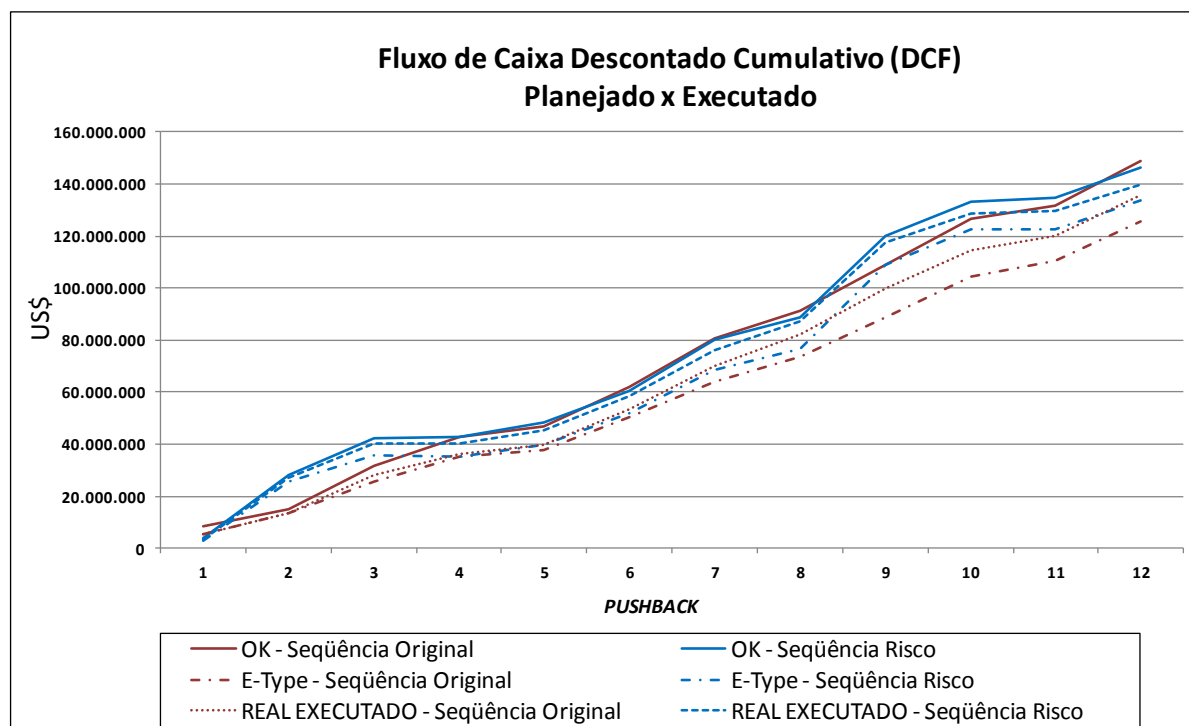


Figura 6.37: Análise de risco do fluxo de caixa executado da seqüência de lavra (*pushbacks*) para ambas metodologias aplicadas.

Tabela 6.6: Fluxo de caixa descontado (US\$ x 10⁶) para as seqüências de lavra por ambas metodologias.

Seqüência	Fluxo de Caixa Descontado (VPL / US\$ x 10 ⁶)											
	Seq. 1	Seq. 2	Seq. 3	Seq. 4	Seq. 5	Seq. 6	Seq. 7	Seq. 8	Seq. 9	Seq. 10	Seq. 11	Seq. 12
OK - Seqüência Original	8.5	15.1	31.8	42.7	46.8	62.1	80.6	91.4	108.9	126.8	131.8	149.1
OK - Seqüência Risco	4.1	28.1	42.4	42.6	48.5	60.6	80.3	88.9	120.0	133.3	134.5	146.2
E-Type - Seqüência Original	5.5	13.4	25.9	35.0	37.5	50.2	63.9	73.8	88.6	104.4	110.4	125.6
E-Type - Seqüência Risco	2.7	25.7	35.7	35.3	39.9	51.8	68.8	76.7	109.0	122.7	122.7	133.6
Min - Seqüência Original	3.2	8.2	18.3	23.2	23.6	31.7	41.9	48.6	59.8	72.3	76.4	86.6
Max - Seqüência Original	9.5	18.8	35.0	46.3	50.3	71.3	93.5	105.9	126.2	149.4	158.0	175.6
Min - Seqüência Risco	1.5	22.0	30.8	29.2	31.9	41.2	52.8	59.1	81.4	94.7	93.4	102.6
Max - Seqüência Risco	4.7	30.1	41.1	41.0	47.6	65.0	88.6	99.7	135.8	153.3	155.9	170.1
Real Executado - Seqüência Original	5.5	13.7	28.4	36.2	39.7	53.3	70.1	82.1	100.1	114.3	120.0	135.5
Real Executado - Seqüência Risco	3.5	27.1	40.5	40.2	45.3	58.3	76.0	87.1	117.5	128.5	129.6	139.6

A Tabela 6.7 apresenta os resultados comparativos referentes aos principais modelos estimados e executados. É perceptível os benefícios relativo ao sequenciamento de lavra com risco associado.

Tabela 6.7: Resultados (VPL em US\$ x 10⁶) e diferenças (erro relativo) entre o modelo estimado (krigagem ordinária, base orçamentária), modelos simulados e o modelo real para ambas metodologias.

Modelo - <i>Pushback</i>	VPL (US\$ x 10⁶)	Diferença Modelo/OK
OK - Sequência Original	149.1	-
E-Type - Sequência Original	125.6	-19%
Mín - Sequência Original	86.6	-72%
Max - Sequência Original	175.6	15%
Real Executado - Sequência Original	135.5	-10%
OK - Sequência Risco	146.2	-
E-Type - Sequência Risco	133.6	-9%
Mín - Sequência Risco	102.6	-42%
Max - Sequência Risco	170.1	14%
Real Executado - Sequência Risco	139.6	-5%

6.4. COMENTÁRIOS FINAIS

O Capítulo 6 apresentou uma aplicação da fórmula de escala de risco (ESR), otimizada através de simulação *annealing*, para a definição da sequência operacional de produção anual com risco associado. Inicialmente, foi desenvolvida a otimização de cava e posteriormente a análise de risco das cavas aninhadas através da variação do preço de cobre e provável sequência de produção. Também foi analisado o risco na definição da cava final e da possível cava final operacional, assim como a análise de risco nos valores definidos através das diversas cavas aninhadas que podem ser usados como direcionadores de produção de longo prazo.

O capítulo começou descrevendo o desenvolvimento de uma programação realizada através de um caso base para que a análise de risco fosse avaliada no processo de otimização e possível sequência de produção plurianual (cavas aninhadas). Os dados técnicos e econômicos utilizados para construir o cronograma de otimização de cava e sequenciamento de lavra operacional foram baseados em valores proporcionais aos reais, com modificações devido a confidencialidade das informações.

Uma abordagem tradicional de sequenciamento de lavra operacional foi desenvolvida levando em consideração todas as premissas técnicas necessárias para a operacionalização do plano de produção, assim como uma abordagem com o risco associado. A análise de risco foi

realizada em ambas as sequências operacionais de lavra para quantificar o impacto da incerteza dos teores nos resultados da programação de produção anual. Esta análise de risco revelou uma leve superestimativa na tonelagem de minério previsto e VPL executado relacionado à aplicação da sequência tradicional. O VPL executado para a abordagem tradicional foi de 10% a menos do que a previsão dada pela análise econômica inicial baseado no modelo de teores estimado. Apesar da análise de risco da sequência com risco associado ter apresentado valor de VPL executado de 5% a menos do que o valor previsto inicial, essa sequência confirmou o melhor desempenho econômico na execução do cronograma de produção.

Os resultados mostraram um potencial de melhoria na previsibilidade dos teores e valor do projeto. Também, foi verificado a possibilidade de melhor gerenciamento dos riscos inerentes à variabilidade dos teores. Lembrando que a metodologia apresentada não corresponde a uma solução ótima, ou seja, as ações de planejamento e desenvolvimento operacional da produção, relacionado à incerteza dos teores, ainda dependem da tomada de decisão e da aplicabilidade de algumas situações intrínsecas à operacionalização da sequência de lavra. Essa conclusão reforça a visão de que a programação de produção só pode ser verdadeiramente otimizada quando a incerteza geológica é integrada no processo de otimização e sequenciamento operacional ao mesmo tempo, o que atualmente é inviável.

Os resultados obtidos nessa aplicação indicam que a abordagem proposta tem o potencial de melhorar consideravelmente a situação econômica e as previsões para o gerenciamento no desenvolvimento de mina, quando comparada à prática de programação tradicional, fornecendo um cronograma que minimiza a chance de desvio das metas de teores de cobre na usina de beneficiamento e do produto final.

Capítulo 7

7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O objetivo dessa dissertação foi desenvolver uma abordagem que permita que a incerteza de teores modelada possa efetivamente ser usada para reduzir o desvio das metas de produção e alimentação da usina, através do sequenciamento de lavra, resultando em cronograma de produção com risco quantificado, minimizado e gerenciado. Para atingir esse objetivo foi necessário:

(i) aplicar um método de simulação condicional de maneira a quantificar a incerteza dos teores no depósito Sequeirinho;

(ii) validar os modelos equiprováveis simulados através de reconciliação com o modelo real produzido com os furos exaustivos de desmonte (blast holes);

(iii) aplicar a formulação para o sequenciamento de lavra levando em consideração a escala de risco ESR otimizada (*annealing*);

(iv) comparar a abordagem de sequenciamento de lavra com o risco associado às práticas tradicionais, em termos operacionais e econômicos.

7.1. CONCLUSÕES

Em Minas a céu aberto, a necessidade de avaliar e gerenciar os riscos dos teores para a avaliação do projeto e tomada de decisão na programação de produção faz com que a incerteza dos teores seja levada em consideração no processo de sequenciamento de lavra. A otimização de cava e o sequenciamento de lavra tradicional é baseado em um único modelo estimado da jazida. Na maioria dos casos, a sensibilidade às variações de teores é relacionada e testada às mudanças globais. Dessa forma, também devido à natureza heterogênea da maioria das jazidas e da natureza não-linear dos algoritmos que emulam os processos de

mineração, muitas análises efetuadas globalmente no ciclo mineiro podem não ser representativas à realidade. Apesar do enorme impacto que a incerteza dos teores pode causar no projeto, a análise e otimização do desempenho econômico em uma mina em operação são limitados pelo desenvolvimento de métodos que permitam rápida e eficiente avaliação quantitativa da incerteza dos teores e uso eficaz de modelos de incerteza no processo de otimização e sequenciamento de lavra.

A contribuição da abordagem baseada no risco, que pode ser usada para a otimização da programação de produção de minas a céu aberto, representa a simplificação do uso de modelos simulados no gerenciamento do risco no processo mineiro. A abordagem levou em consideração modelos estocasticamente simulados da distribuição de teores no depósito, assim como os conceitos de erro relativo (desvio de metas) e coeficiente de variação condicional (variabilidade dos teores). Além da possibilidade de minimizar os riscos de desvio das metas de produção, devido à melhor previsibilidade dos teores, a abordagem permitiu um aumento do valor econômico da sequência de lavra.

Dois componentes principais da abordagem foram de suma importância para a validade prática e resultados obtidos:

(i) primeiramente, foram realizadas simulações condicionais da variável em estudo utilizadas na composição da função-objetivo. Essas simulações foram devidamente validadas com os valores reais executados durante o processo de operação e desenvolvimento da mina, que representam de fato a variabilidade real do minério, estando aptas a serem utilizadas como realizações equiprováveis representativas do depósito no gerenciamento do risco;

(ii) a seguir, foi desenvolvida uma formulação para definição do risco (ESR) no planejamento de longo e médio prazo de produção, apresentada no Capítulo 4, visando reduzir o risco de desvio de metas através do sequenciamento iterativo de lavra ou programação linear (não utilizada nesse estudo). Dessa maneira, para cada modelo de simulação, é possível derivar um modelo ESR que representa uma solução ótima do risco minimizado. Considerando todos os modelos simulados, é possível derivar um único modelo ESR ótimo dentro de um domínio de solução comum. Um quadro geral para o sequenciamento de produção anual na Cava Sequeirinho foi apresentado através da gestão eficaz dos riscos, metas, quantidades de metal e restrições operacionais. Isso é possível através da busca de uma evolução lógica espacialmente restrita às zonas de trabalho e premissas operacionais utilizadas, representando uma contribuição significativa na gestão operacional dos riscos em minas a céu aberto, comprovados através dos resultados práticos.

A aplicação da abordagem baseada no risco e sequenciamento da programação de produção foi demonstrado em dados exploratórios e operacionais na mina de cobre da Cava Sequeirinho, no Norte do Brasil.

A aplicação foi dividida em duas partes e foram apresentadas nos capítulos 5 e 6. No capítulo 5, foi utilizado o método de simulação condicional por Bandas Rotativas, produzindo uma série (30 simulações) de modelos equiprováveis da distribuição espacial dos teores. Esses modelos foram usados para avaliar a incerteza nos recursos minerais disponíveis *in situ*, sendo comparado com o modelo de recursos atualmente em uso na mina e destacando a contribuição da análise de risco. O tempo executado no processo de simulação, pós processamento e análise dos resultados (52h, 4 processadores de 1Ghz) pode ser considerado dentro dos limites aceitáveis para permitir a sua utilização rotineira na operação do Complexo Sossego, assim como apresentado no item 5.2.3. A validação das simulações mostrou que essas reproduziram os momentos de primeira e segunda ordem estatística para o depósito. Além disso, a magnitude das oscilações variou de acordo com a classificação de recursos nos domínios medido e indicado, definidos previamente através da metodologia tradicional.

As simulações mostraram um intervalo relativamente baixo de variação de massa em torno do valor esperado das simulações (E-type) de 277,7Mt, variando em torno de -1,02% e 1,73%. Para as categorias de recursos individuais, as simulações apresentaram um aumento dos intervalos de variação em torno da tonelagem e teor esperados para o recurso indicado e pouca variação para os recursos medidos. Dessa forma, percebeu-se que a abordagem tradicional com o uso de somente parâmetros geométricos, sem o uso de uma ferramenta auxiliar para quantificação da incerteza, pode induzir o profissional a atribuir um maior grau de confiança nos recursos minerais em áreas onde a incerteza real indica um nível de confiança menor. Através do processo de reconciliação executado, foi validada a aplicação da abordagem de simulação estocástica condicional para a análise de comportamento espacial dos teores, acessando a variabilidade local das reservas de minério, resultando em um melhor entendimento do comportamento estatístico do depósito e variabilidade dos teores.

No Capítulo 6, foi feita a análise de risco de projeto através do processo de otimização e cavas aninhadas, aplicados nos diversos modelos simulados e no modelo tradicional. Posteriormente, houve a aplicação da formulação da escala de risco (ESR) no sequenciamento operacional anual de lavra. O capítulo começou descrevendo a aplicação do algoritmo de otimização Lerchs-Grossmann na análise de risco de projeto. Foi realizado o desenvolvimento de uma programação de produção através de um caso base, para que a análise de risco fosse

avaliada na possível sequência de produção (cavas aninhadas), mostrando que a alimentação dos teores de minério da usina não será atingida em todas as possíveis etapas da programação. Também, foi analisado o risco na definição da cava final.

A ESR otimizada foi aplicada através de simulação *annealing* na definição da sequência operacional anual de produção com risco associado. Uma abordagem tradicional de sequenciamento de lavra operacional foi desenvolvida levando em consideração todas as premissas técnicas necessárias, assim como a abordagem com o risco associado. Foi realizada a análise de risco em ambas as sequências operacionais de lavra para quantificar o impacto da incerteza dos teores nos resultados da programação de produção, mostrando uma leve superestimativa na tonelagem de minério previsto e VPL executado, relacionado à aplicação da sequência tradicional. O VPL executado para a abordagem tradicional foi de 10% a menos do que a previsão dada pela análise econômica inicial baseado no modelo de teores estimado. A análise de risco da sequência com risco confirmou o melhor desempenho econômico e aderência na execução do cronograma de produção. Os resultados mostraram um potencial de melhoria na previsibilidade dos teores e valor do projeto e, também, um melhor gerenciamento dos riscos inerentes à variabilidade dos teores. Os resultados obtidos nessa aplicação indicam que a abordagem proposta tem o potencial de melhorar consideravelmente as previsões econômicas e o gerenciamento no desenvolvimento de mina, quando comparado à prática de programação tradicional. O resultado não só indicou um potencial de aumento no valor da mina, como também forneceu um cronograma que minimiza a chance de desvio das metas de teores de cobre na usina de beneficiamento.

7.2. RECOMENDAÇÕES

A abordagem do sequenciamento de lavra, baseado no risco da variabilidade dos teores, é geral no sentido de que qualquer combinação de modelos de incerteza pode ser integrada à formulação da função objetivo, incluindo vários atributos correlacionados, assim como parâmetros de qualidade do minério, recuperação e os domínios geológicos. Uma importante fonte de incerteza geológica diz respeito à interpretação geológica, que leva em consideração a definição geométrica da jazida. Esse tipo particular de incerteza pode ser quantificada por métodos de simulação categórica (simulação sequencial dos indicadores, multiponto, plurigaussiana) e não foram utilizadas nesse estudo.

Apesar do estudo apresentado anteriormente ter sido realizado somente com a utilização da variável cobre, a função objetivo possibilita o uso de vários elementos, havendo a possibilidade de geração de uma matriz única da ESR, considerando múltiplos parâmetros que podem ser úteis para um amplo gerenciamento dos riscos. Entretanto, com o aumento do número de variáveis, a demanda computacional será maior e poderá inviabilizar a aplicação em âmbito operacional.

A formulação ESR leva em consideração valores de CCV como fator de ponderação na formulação da função objetivo, indicando melhores definições da ESR para o risco provável, já que esse leva em consideração a representatividade da média dos valores (variabilidade) usados no cálculo de erro relativo. Entretanto, poderiam ser testadas outras abordagens utilizando diferentes ferramentas de medições de incerteza, também com a finalidade de melhoramento na definição dos valores ESR. Também, recomenda-se testar a abordagem para diferentes operações e tipos de bens minerais e de depósitos. Outro fator importante a ser considerado é que a definição das categorias ESR são decididas pelo avaliador do depósito e podem ser variadas de acordo com a experiência e entendimento sobre o depósito. Classes diferentes de valores ESR poderiam ser testadas para análise de sensibilidade à mudança dos valores.

Com relação ao processo de simulação *annealing*, a imagem de treinamento considera os teores médios das simulações para definição das categorias ESR e não a média das categorias ESR para cada simulação. Dessa forma, poderia-se testar o efeito desse modelo e-type nas simulações referentes aos teores médios às categorias médias.

O sequenciamento de lavra foi executado iterativamente, não representando de fato uma solução ótima na programação qualitativa e geométrica da sequência de produção. Dessa maneira, recomenda-se testar programação linear ou combinatória associados ao risco no sequenciamento de lavra, para obtenção efetiva de uma sequência ótima de lavra com risco minimizado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abichequer, L.A., 2010. **Simulação Geoestatística Aplicada ao Planejamento de Pilhas de Homogeneização - um Estudo de Caso de Reconciliação**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 80p.

Alabert, F.G., 1987. **The practice of fast conditional simulations through the LU decomposition of the covariance matrix**, *Mathematical Geology*. Volume 19, Number 5, pp 369-386.

Alabert, F.G., 1987. **Stochastic imaging of spatial distributions using hard and soft information**. MSc thesis, Stanford University, Stanford, 197p.

Albor, F. R. C., and Dimitrakopoulos, R., 2009. **Stochastic Mine Design Optimization based on Simulated Annealing: Pit limits, production schedules, multiple orebody scenarios and sensitivity analysis**. COSMO Research Report, No 3, pp 1-28.

Alfaro, M., (1979). **Etude de la robustesse des simulations de fonctions aléatoires**. Doctoral thesis, E.N.S. des Mines de Paris.

Anderson, T.W., 1984. **An Introduction to Multivariate Statistical Analysis**. John Wiley & Sons, New York. 704p.

Barbaro, R.W. and Ramani, R.V., 1986. **Generalized multiperiod MIP model for production scheduling and processing facilities selection and location**, *Mining Engineering*. February 1986, pp 107-114.

Bartlett, M.S., 1966. **An introduction to stochastic processes, with special reference to methods and applications**. Cambridge University Press, London, 362p.

Bonato, F.S., 2000. **Planejamento de Lavra com Auxílio de Simulação Geoestatística**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 87p.

Borgman, L., Taheri, M. and Hagan, R., 1984. **Three-dimensional, frequency-domain simulations of geological variables**. *Geostatistics for Natural Resources Characterization*, South Lake Tahoe, D. Reidel Publishing, pp 517-541.

Caers, J., 1998. **Stochastic simulation with neural networks**. Stanford Center for Reservoir Forecasting, Annual Meeting, v11, Stanford, 66p.

Chiles, J.P., 1984. Simulation of a nickel deposit: Problems encountered and practical solutions: in Verly, G., David, M., Journel, A. and Marechal, A. (Eds.) **Geostatistics for Natural Resources Characterization**. Reidel Publishing Company, Dordrecht, pp 1015-1030.

Chilés, J.P. and Delfiner, P., 1999. **Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty**. John Wiley & Sons, New York, 695p.

Clark, I. and White, B., 1976. **Geostatistical modelling of an orebody as an aid to mine planning**. 14th APCOM Symposium, SME-AIME, Littleton, Colorado, pp 1004-1012.

Clow, G., 1991. **Why gold mines fail**. Northern Miner, February, pp. 31–34.

Costa, J.F.C.L., 1997. **Developments in Recoverable Reserves and Ore Body Modeling**. PhD Thesis, WH Bryan Mining Geology and Research Centre, The University of Queensland, Australia, 333p.

Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C., and Zíngano, A.C., 1997. **Uncertainty Analysis of Stripping Ratio and Enhanced Coal Mine Planning**. Proceedings, MineIT 97 - First International Conference on Information Technologies in the Minerals Industry (Internet), Athens, Greece.

Crawford, J.T. and Davey, R.K., 1979. **Case study in open pit limit analysis**. Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME, pp 310-318.

Dagbert, M., 1981. **The simulation of space-dependent data in geology: in Craig, R.G. and Labovitz, M.L. (Eds.) Future Trends in Geomathematics**. Pion Limited, London, pp 29-47.

Dagdelen, K., 1985. **Optimum Multi-Period Open Pit Mine Production Scheduling by Lagrangian Parametrization**. PhD thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, 222p.

Dagdelen, K. and Francois-Bongarcon, D., 1982. **Towards the complete double parameterization of recovered reserves in open pit mining**. 17th APCOM Symposium, SME-AIME, Denver, Colorado, pp 288-296.

Damsleth, E., Tjolsen, C.B., Omre, H. and Haldorsen, H.H., 1992. **A 2-stage stochastic model applied to a North-Sea reservoir.** Journal of Petroleum Technology, Volume 44, Number 4, pp 402-408.

Dardenne, M.A., Schobbenhaus, C.S., 2001. **Metalogênese do Brasil.** Editora Universidade de Brasília/CNPq, Brasília. 392p.

David, M., 1977. **Geostatistical Ore Reserve Estimation.** Elsevier Scientific Publisher, Amsterdam, 364p.

David, M., 1988. **Handbook of Applied Advanced Geostatistical Ore Reserve Estimation.** Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 216p.

David, M., Dowd, P. and Korobov, S., 1974. **Forecasting Departure from Planning in Open Pit design and Grade Control.** 12th APCOM Symposium, SME-AIME, Colorado School of Mines, pp F131-F153.

Davis, M., 1987. **Production of conditional simulations via the small LU decomposition of the covariance matrix.** Mathematical Geology, Volume 19, Number 2, pp 91-98.

Deraisme, J., De Fouquet, C. and Fraisse, H., 1984. **Geostatistical orebody model for computer optimization of profits from different underground mining methods.** 18th APCOM Symposium, SME-AIME, London, pp 583-590.

Deutsch, C.V., 1992. **Annealing techniques applied to reservoir modeling and the integration of geological and engineering (well test) data.** PhD thesis, Stanford University, Stanford, 306p.

Deutsch, C.V. and Journel, A.G., 1998. **GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide.** Oxford University Press, New York, 368p.

Dimitrakopoulos, R., 1994. **Geostatistics for the Next Century.** Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 497p.

Dimitrakopoulos, R., 1998. **Conditional simulation algorithms for modelling orebody uncertainty in open pit optimisation,** International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment. Number 12, pp 173-179.

Dimitrakopoulos, R., 1999. **Uncertainty models, risk analysis and optimisation of mining operations. International Symposium on Geostatistical Simulations for the Mining Industry.** Perth, Australia, WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland, CD-ROM.

Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C.T. and Godoy, M., 2001. **I'd rather be approximately right than precisely wrong: Grade uncertainty, risk effects, and Decision making in open pit design.** Strategic Mine Planning Conference, Perth, Whittle Programming Ltd., pp 45-42.

Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C.T. and Godoy, M., 2002. **Moving forward from traditional optimisation: Grade uncertainty and risk effects in open pit mine design.** Transcript of the Institute of Mining and Metallurgy, Volume Section A: Minerals Industry, Number 111, pp A82-A89.

Dimitrakopoulos, R. and Li, S., 2000. **Conditional simulation of faults and uncertainty assessment in longwall coal mining.** Geostat 2000 - 6th International Geostatistical Congress, Cape Town, Geostatistical Association of South Africa, pp 692-703.

Dimitrakopoulos, R. and Ramazan, S., 2004. **Uncertainty based production scheduling in open pit mining.** SME Transactions, vol. 316, p.106-112.

Docegeo, 1988. **Revisão litoestratigráfica da Província Mineral de Carajás – Litoestratigrafia e principais depósitos minerais.** Congresso Brasileiro de Geologia. Belém, SBG, Anexo aos anais, vol. 35, pp. 11–54.

Dowd, P.A., 1994. **Risk assessment in reserve estimation and open pit planning, Transcript of the Institute of Mining and Metallurgy.** Volume Section A: Minerals Industry, Number 103, pp A148-A154.

Dowd, P.A., 1997. **Risk in mineral projects: analysis, perception and management.** Transcript of the Institute of Mining and Metallurgy, Volume Section A: Minerals Industry, Number 106, pp A6-A18.

Dowd, P.A., and Sarac, C., 1994. **An extension of the LU decomposition method of simulation.** In Geostatistical Simulations, M. Armstrong and P. A. Dowd, eds. Kluwer, Dordrecht, Netherlands, 23-36.

Dowd, P.A., and Onur, A., 1992. **Optimizing open pit design and sequencing.** APCOM, Tucson, AZ.

Farmer, C., 1988. **The generation of stochastic fields of reservoir parameters with specified geostatistical distributions.** In S. Edwards and P. R. King, editors, *Mathematics in Oil Production*, pp 235-252. Clarendon Press, Oxford.

Farmer, C.L., 1991. **Numerical rocks.** *The Mathematical Generation of Reservoir Geology*, New York, Oxford University Press, pp 437-447.

Farrelly, C.T., 2002. **Risk Quantification in Ore Reserve Estimation and Open Pit Mine Planning.** MSc thesis, The University of Queensland, Brisbane, 150p.

Froidevaux, R., 1993. **Probability field simulation.** *Geostatistics Troia 92*, Troia, Kluwer Academic Publishers, pp 73-84.

Fytas, K., Pelly, C. and Calder, P., 1987. **Optimization of open pit short- and long-range production scheduling.** *CIM Bulletin*, Volume 80, Number No.904, CIM, Montreal, pp 55-61.

Galarza, M.A., Macambira, M.J.B. 2002a. **Geocronologia e Evolução Crustal da Área do Depósito de Cu–Au Gameleira, Província Mineral de Carajás (Pará), Brasil.** *Geologia USP Série Científica* 2, pp 143–159.

Geman, S. and Geman, D. 1984. **Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and Bayesian restoration of images.** *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Volume 6, pp 721-741.

Gershon, M.E., 1983. **Mine scheduling optimization with mixed integer programming.** *Mining Engineering*, April 1983, pp 351-354.

Gershon, M.E., 1983. **Optimal mine production scheduling: evaluation of large scale mathematical programming approaches.** *International Journal of Mining Engineering*, Volume 1, pp 315-329.

Geostatistics, 2007. **Isatis_tr_anamorph.pdf.** Notas internas dos software Isatis.

Glacken, I. and Morley, C., 2003. **Leading practice in Resource and Reserve reconciliation.** Unpublished paper prepared for Placer Dome Inc.

Godoy, M. C., 2003. **The effective management of geological risk in long-term production scheduling of open pit mines.** PhD thesis, 256 p, The University of Queensland, Brisbane.

Godoy, M., Dimitrakopoulos, R. and Costa, J.F., 2001. **Economic functions and geostatistical simulation applied to grade control: in Edwards, A.C. (Ed.) Mineral Resource and Ore Reserve Estimation - The AusIMM Guide to Good Practice.** AusIMM., Melbourne, pp 591-599.

Godoy, M. and Dimitrakopoulos, R., 2004. **Managing risk and waste mining in long-term production scheduling.** SME Trans. **316** 43-50.

Godoy, M. C., and Dimitrakopoulos, R., 2009. **A Risk Analysis based Framework for Strategic Mine Planning and Design: Method and application.** COSMO Research Report N° 3, pp 121-142.

Goovaerts, P., 1997. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation.** Oxford University Press, New York, 483p.

Guardiano, F.B. and Srivastava, M.R., 1993. **Multivariate geostatistics: Beyond bivariate moments.** Geostatistics Troia '92, Troia, Kluwer Academic Publishers, pp 793-804.

Halatchev, R., 2002. **The Time Aspect of the Optimum Long-Term Open Pit Production Sequencing.** 30th. Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Littletown, SME.

Halatchev, R. and Dimitrakopoulos, R., 1999. **General optimisation and uncertainty assessment of open pit design and production scheduling ARC/SPIRT C89804477.** Report No. N-5992, WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland, 216p.

Hewett, T. A., and Behrens, R.A., 1988. **Conditional simulation of reservoir heterogeneity with fractals.** SPE paper 18326, 63rd Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, Houston, Texas, 645-660.

Hochbaum, D.S., and Chen, A., 2000. **Performance analysis and best implementations of old and new algorithms for the open-pit mining problem.** Operations Research, Volume 48, Number 6, pp 894-914.

Hustrulid, W., Kuchta, M., 2006. **Open pit planning and design.**, 2nd Edition, Volume 1 - Fundamentals, London.

Hustrulid, W. and Kuchta, M., 1995. **Open Pit Mining Planning & Design**. A.A. Balkema, Rotterdam, 636p.

Isaaks, E. H., 1990. **The application of Monte Carlo methods to the analysis of spatially correlated data**. Unpublished Ph.D. thesis, Stanford University, Stanford, Calif.

Isaaks, E.H. and Srivastava, M.R., 1989. **Applied Geostatistics**. Oxford University Press, New York, 561p.

Johnson, M.E., 1987. **Multivariate Statistical Simulation**. John Wiley & Sons, New York, 212p.

Johnson, T.B., 1968. **Optimum Open Pit Mine Production Scheduling**. PhD thesis, University of California, Berkeley, 120p.

Journel, A. G., 1989. **Imaging of spatial uncertainty: A non-Gaussian approach**. In Geostatistical, Sensitivity, and Uncertainty Methods for Ground- Water Flow and Radionuclide Transport Modeling, B. E. Buxton, ed. Battelle Press, Columbus, Ohio, 585-599.

Journel, A. G., 1986a. **Constrained interpolation and qualitative information – the soft kriging approach**. Math. Geol., v. 18, no. 3, pp. 269–286.

Journel, A.G., 1979. **Geostatistical simulation methods for exploration and mining planning**. Engineering and Mining Journal . Engineering and Mining Journal., pp 86-91.

Journel, A.G., and F. Alabert, 1989. **Non-Gaussian data expansion in the Earth Sciences**. Terra Nova, 1(2), 123-134.

Journel, A.G., and Huijbregts, C.J., 1978. **Mining Geostatistics**. Academic Press, London, 600p.

Journel, A.G., 1974. **Geostatistics for conditional simulation of orebodies**. Economic Geology, Volume 69, Number 5, pp 673-687.

Kim, Y.C., 1967. **Mathematical Programming Analysis of Mine Planning Problems**. PhD thesis, The Pennsylvania State University, University Park, 246p.

Kim, Y.C., 1978. **Open Pit Limit Analysis**. Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME., pp 297-303.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P., 1983. **Optimization by simulated annealing**. Science, vol. 220, no. 4598, pp 671-680.

Kolmogorov, A.N., 1950. **Foundations of the theory of probability**. Chelsea Publishing Co., New York, 84p.

Korobov, S., 1974. **Method for determining ultimate open pit limits**. Technical Report ED 74-R-4, Department of Mineral Engineering, Ecole Polytechnique, Montreal.

Krige, D., 1951. **A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand**. MSc thesis, University of South Africa, Witwatersrand.

Lancaster, O., Fanton, J., Almeida, A.J., Leveille, R.A., Vieira, S., 2000. **Discovery and geology of the Sossego copper-gold deposit, Carajás District, Pará State, Brazil**. International Geological Congress, 31, Rio de Janeiro, IUGS, [CD-ROM].

Lane, K., 1988. **The Economic Definition of Ore**. London: Mining Journal Books.

Lantuéjoul, C., 2002. **Geostatistical Simulation: Models and Algorithms**. Springer, New York, 256p.

Leite, A., Dimitrakopoulos, R., 2007. **A stochastic optimization model for open pit mine planning: Application and risk analysis at a copper deposit**. IMM Transactions, Mining Technology, 116, pp 109-118.

Lerchs, H. and Grossmann, L., 1965. **Optimum design of open-pit mine**. CIM Transactions, Volume LXVIII, CIM, Montreal, pp 17-24.

Lemieux, M., 1979. **Moving cone optimizing algorithm**. Computer methods for the 80's in the mining industry, SME. pp 329-345.

Luo, X., 1998. **Spatiotemporal stochastic models for earth science and engineering applications**. PhD thesis, McGill University, Montreal, 177p.

Macambira, J.B., Macambira, M.J.B., Scheller, T., Gomes, A.C.B., 1996. **Geocronologia Pb/Pb e tipologia de zircões de rochas vulcânicas da Formação Carajás-Pará: indicador da idade dos BIFs.** Congresso Brasileiro de Geologia. Boletim de Resumos Expandidos, vol. 39, pp. 516–518.

Machado, N., Lindenmayer, D.H., Krough, T.E., Lindenmayer, Z.G., 1991. **U–Pb geochronology of Archean magmatism and basement reactivation in the Carajás area, Amazon Shield, Brazil.** Precambrian Research 49, 1–26.

Matheron, G. 1963. **Principles of geostatistics.** Economic Geology, Volume 58, pp 1246-1266.

Matheron, G. 1971. **The Theory of Regionalized Variables and its Applications.** Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, 211p.

Matheron, G., 1973. **The intrinsic random functions and their applications, Advances in Applied Probability.** Volume 5, pp 439-468.

Matheron, G., 1976(b). **Forecasting block grade distributions: the transfer functions. In Advanced Geostatistics in the Mining Industry.** M. Guarascio, M. David, and C. Huijbregts, eds. Reidel, Dordrecht, Holland, 237-251.

Matheron, G., H. Beucher, C. de Fouquet, A. Galli, D. Guerillot, and C. Ravenne, 1987. **Conditional simulation of the geometry of fluvio-deltaic reservoirs.** SPE paper # 16753.

Mathieson, G.A., 1982. **Open pit sequencing and scheduling.** Honolulu, Hawaii, SMEAIME, pp 1-15.

Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H. and Teller, E., 1953. **Equations of state calculations by fast computing machines.** The Journal of Chemical Physics, Volume 21, Number 6, pp 1087-1092.

Monteiro, L.V.S., Xavier, R.P., Hitzman, M.W., Juliani, C., Filho, C.R.S., Carvalho, E.R., 2008. **Mineral chemistry of ore and hydrothermal alteration at the Sossego iron oxide–copper–gold deposit, Carajás Mineral Province, Brazil.** Ore Geology Reviews 34, pp 317–336.

Morley, C, 2003. **Beyond reconciliation – a proactive approach to using mining data.** in Proceedings Fifth Large Open Pit Conference, pp 185-191 (The Australasian Institute of Mining and Metallurgy: Melbourne).

Morley, C, and Moller, R, 2005. **Iron Ore Mine Reconciliation – A Case Study From Sishen Iron Ore Mine, South Africa.** Iron Ore Conference, Fremantle, WA, pp 311-318.

Mustafa, K. and Dimitrakopoulos, R., 2009. **A Stochastic Mine Production Scheduling with Smooth Production Rates.** Internal COSMO Research Report n°3, pp 182-204.

Onur, A. and Dowd, P.A., 1993. **Open pit optimisation - Part 2: Production scheduling and inclusion of roadways.** Transactions Institution of Mining and Metallurgy (Sect. A: Min. Industry), Volume 101, pp A104-108.

Peroni, R.L., Costa, J.F.C.L., Koppe, J. and Petter, C., 2000. **New Mine Planning Strategies Applied to Kaolin Deposits.** Proceedings, 6th International Geostatistical Congress (Geostats 2000), CD-ROM, Cape Town, South Africa, 9p.

Peroni, R.L., 2002. **Análise de Sensibilidade do Sequenciamento de Lavra em Função da Incerteza do Modelo Geológico.** Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 126p.

Pilger, G.G., 2000. **Critérios para locação Amostral Baseados em Simulação Estocástica.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 127p.

Pimentel, M.M., Lindenmayer, Z.G., Laux, J.H., Armstrong, R., Araújo, J.C., 2003. **Geochronology and Nd geochemistry of the Gameleira Cu–Au deposit, Serra dos Carajás, Brazil: 1.8–1.7 Ga hydrothermal alteration and mineralization.** Journal of South American Earth Sciences 15, 803–813.

Ramani, R.V., 1970. **Mathematical Programming Applications in the Crushed Stone Industry.** PhD thesis, The Pennsylvania State University, University Park.

Ramazan, S., 2007. **The new fundamental tree algorithm for production scheduling of open pit mines.** European Journal of Operations Research, 177 pp 1153-1166.

Ramazan, S., 1996. **A New Push Back Design Algorithm in Open Pit Mining.** MSc thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, 164p.

Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R., 2007. **Stochastic optimization of long-term production scheduling for open pit mines with a new integer programming formulation.** In, *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning: Uncertainty and risk management models*, The Australian Institute of Mining and Metallurgy, Spectrum vol. 14, 2nd Edition, pp. 385-392.

Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R. 2004a. **Traditional and new mip models for production scheduling with in-situ grade variability.** *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment* 18(2) 85-98.

Ramazan, S. and Dimitrakopoulos, R. 2004b. **Recent applications of operations research and efficient MIP formulations in open pit mining.** *SME Transactions* 316 73 – 78.

Ramazan, S. and Dagdelen, K. 1998. **A new push back design algorithm in open pit mining.** *Proceedings of the 17th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection*, Calgary, Canada, A.A. Balkema, Rotterdam, pp 119-124.

Ravenscroft, P.J. 1992. **Recoverable reserve estimation by conditional simulation.** *Case histories and methods in mineral resources evaluation*, Geological Society of London, pp 289-298.

Ravenscroft, P.J. 1992. **Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation.** *Transcripts of Institution of Mining and Metallurgy*, Number 101, pp A104- A108.

Ravenscroft, P.J. 1994. **Conditional simulation for mining: Practical implementation in an industrial environment.** In Armstrong, M. and Dowd, P. (Eds.) *Geostatistical Simulations*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp 79-87.

Richmond, A.J. 2003. **Financially Efficient Ore Selections Incorporating Grade Uncertainty.** *Mathematical Geology*, Vol. 35, N°2, pp 195-215.

Richmond, A.J. 2004. **Financially Efficient Mining Decisions Incorporating Grade Uncertainty.** PhD Thesis, Imperial College, London, 208p.

Rosenblatt, M. 1952. **Remarks on multivariate transformation.** *Annals of Mathematical Statistics*, Number 23, pp 470-472.

Rossi, M.E. 1999. **Uncertainty and risk models for decision-making processes.** 28th APCOM Symposium, SME-AIME, Golden, Colorado School of Mines, pp 185- 195.

Rossi, M.E. and Parker, H.M. 1994. **Estimating recoverable reserves: Is it hopeless?** In Dimitrakopoulos, R. (Ed.) *Geostatistics for the Next Century*, Montreal, Canada, Kluwer Academic Publishers, pp 259-276.

Rossi, M.E. and Van Brunt, B.H. 1997. **Optimizing conditionally simulated orebodies with Whittle 4D.** *Optimizing with Whittle 97*, Perth, Whittle Programming Pty Ltd, pp 119-128.

Schofield, N.A., 2001. **The myth of mine reconciliation, in Mineral Resource and Ore Reserve Estimation.** *The AusIMM Guide to Good Practice* (ed: A C Edwards), pp 601-610 (The Australasian Institute of Mining and Metallurgy: Melbourne).

Seymour, F., 1994. **Finding the mining sequence and cutoff-grade schedule that maximizes net present value.** *Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc Transactions*, Volume 298, pp 1880-1884.

Seymour, F., 1995. **Pit limit parameterization from modified 3D Lerchs-Grossmann algorithm.** *SME Annual Meeting '95*, Denver, USA, Society for Mining Metallurgy and Exploration, pp 1-11.

Sichel, H. S., 1952, **New methods in the statistical evaluation of mine sampling data.** *Trans. Inst. Min. Metall.*, pp. 261–288.

Sinclair, A.J. and Blackwell, G.H., 2002. **Applied mineral inventory estimation.** Cambridge University Press, Cambridge, 400p.

Smith, M. and Dimitrakopoulos, R., 1999. **Influence of deposit modelling on mine production scheduling.** *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, Volume 13, pp 173-178.

Souza, L.E., Gambin, F., Costa, J.F.C.L. and Koppe, J.C., 2001a. **Estimativa de Incerteza na Classificação de Recursos Minerais por Simulação Geoestatística.** *Revista Escola de Minas*, Ano 65, Vol. 54, N°4, pp 143-148.

Souza, L.E., Costa, J.F.C.L. and Koppe, J.C., 2002. **A Geostatistical Contribution to the Use of Resource/Reserves Classification Systems .** *Proceedings, 30th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries (APCOM'2002)*, Phoenix, Arizona USA, pp 73-84.

Souza, L.E., 2007. **Proposição Geoestatística Para Quantificação do Erro em Estimativas de Tonelagens e Teores**. Tese de Doutorado. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 193p.

Srivastava, R.M., 1987a. **Minimum variance or maximum profitability?** CIM Bulletin, Volume 80, CIM, Montreal, pp 63-68.

Strebelle, S., 2001. **Sequential simulation drawing structures from training images**. PhD thesis, Stanford University, Stanford, 316p.

Sullivan, J., 1984. **Conditional recovery estimation through probability kriging - theory and practice**. In Verly, G., David, M., Journel, A. and Marechal, A. (Eds.) Geostatistics for natural resource characterisation. Reidel Publishing Company, Dordrecht, pp 365-384.

Tallarico, F.H.B., Figueiredo, B.R., Groves, D.I., Kositcin, N., McNaughton, N.J., Fletcher, I.R., Rego, J.L., 2005. **Geology and SHRIMP U–Pb geochronology of the Igarape Bahia Deposit, Carajás copper–gold belt, Brazil, an Archean (2.57 Ga) example of ironoxide Cu–Au–(U–REE) mineralization**. Economic Geology 100, 7–28.

Tan, S. and Ramani, R.V., 1992. **Optimization models for scheduling ore and waste production in open pit mines**. 23rd APCOM Symposium, SME-AIME, Littleton, pp 781-791.

Tolwinski, B., 1998. **Scheduling production for open pit mines**. 27th APCOM Symposium, IMM, London, England, pp 651-662.

Vallee, M., 1999. **Resource/reserve inventories: What are the objectives?** CIM Bulletin, Volume 92, Number 1031, CIM, Montreal, pp 151-155.

Verly, G., 1984. Estimation of **Spatial Point and Block Distributions: The Multigaussian Model**. PhD thesis, Stanford University, Stanford, 416p.

Verly, G., 1993. **Sequential Gaussian cosimulation: A simulation method integrating several types of information**. Geostatistics Troia 92, Troia, Kluwer Academic Publishers, pp 543-554.

Wang, L., 1995. **Modeling complex reservoir geometries with multiple-point statistics**. Stanford Center for Reservoir Forecasting, Annual Meeting, v8, Stanford, 46p.

Wang, Q. and Sevim, H., 1993. **An alternative to parameterization in finding a series of maximum metal pits for production scheduling.** 24th APCOM Symposium, SME-AIME, Littleton, pp 168-175.

Whittle, J., 1993. **Four-D Whittle Open Pit Optimisation Software - User Manual.** Whittle Programming Pty Ltd, Melbourne, 389p.

Whittle, J. and Rozman, L., 1991. **Open pit design in 90's.** Proceedings Mining Industry Optimisation Conference, AusIMM, Sydney.

Whittle, P., 1963. **Stochastic processes in several dimensions.** Bulletin International Statistical Institute, Volume 40, pp 974-994.

Wirth, K.R., Gibbs, A.K., Olszewski Jr., W.J., 1986. **U-Pb ages of zircons from the Grão Pará Group and Serra dos Carajás granite, Pará, Brasil.** Revista Brasileira de Geociências 16, 195–200.

Yaglom, A.M., 1962. **An Introduction to the Theory of Stationary Random Functions.** Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 235p.

Zhao, Y. and Kim, Y.C., 1991. **A New Graph Theory Algorithm for Optimal Pit Design.** SME Transactions, vol. 290, pp 1832-1838.

Zhao, Y. and Kim, Y.C., 1992. **A New Optimum Pit Limit Design Algorithm.** 23rd APCOM, Tucson, AZ., pp 432-434.