

Neste período, foram estudadas várias técnicas de EQUAÇÕES DIFERENCIAIS e EQUAÇÕES A DIFERENÇAS necessárias para a modelagem e cálculo de probabilidades envolvendo variáveis aleatórias em PROCESSOS DE POISSON GENERALIZADOS, aplicados a problemas como estimativas de tamanhos de filas em bancos ou estações de ônibus, propagação de vírus em redes de computadores ou epidemias humanas, e muitos outros. A ênfase foi dada na obtenção de momentos importantes destas variáveis (especialmente médias e variâncias), já que em muitos casos interessantes não é possível a determinação explícita das probabilidades envolvidas. Boa parte dos problemas examinados, apesar de sua importância, não é encontrada na literatura, sendo os resultados obtidos neste trabalho originais. Para ilustrar, podemos citar o seguinte exemplo. Suponha que uma certa epidemia altamente contagiosa está a se propagar em uma dada população, podendo-se considerar que as propabilidades de ocorrência de uma ou duas novas infecções num intervalo arbitrário $[t, t + \delta t]$, para $0 < \delta t \ll 1$, sejam de ordem $O(\delta t)$ e dadas por $\lambda_1 I(t) \delta t + o(\delta t)$, $\lambda_2 I(t) \delta t + o(\delta t)$, respectivamente, onde $I(t)$ denota o total de indivíduos infectados no instante t e λ_1, λ_2 são constantes positivas, sendo a probabilidade de três (ou mais) contágios em $[t, t + \delta t]$ de ordem $o(\delta t)$. Supondo que inicialmente (i.e., em $t = 0$) tem-se um indivíduo infectado, qual seria o valor esperado de $I(t)$ num instante $t > 0$ qualquer? Sendo $G(x, t)$ a função geradora correspondente à variável aleatória $I(t)$, tem-se que $G(\cdot, t)$ é solução da equação

$$(1) \quad \frac{\partial G}{\partial t} + \lambda_1(x - x^2) \frac{\partial G}{\partial x} + \lambda_2(x - x^3) \frac{\partial G}{\partial x} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, t > 0$$

com valor inicial $G(x, 0) = x$. Apesar de G não poder aqui ser obtida explicitamente, mostrou-se neste trabalho (derivando-se certas equações diferenciais auxiliares apropriadas) que é possível a determinação explícita de valores como a média e variância de $I(t)$, dados neste caso por

$$(2) \quad E(I(t)) = e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t},$$

$$(3) \quad \text{var}(I(t)) = \frac{\lambda_1 + 4\lambda_2}{\lambda_1 + 2\lambda_2} e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t} \left(e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t} - 1 \right).$$

Vários outros exemplos e problemas similares envolvendo variáveis aleatórias modelando fenômenos de interesse nas aplicações foram examinados. A metodologia utilizada consistiu de discussões e seminários em probabilidade, modelagem matemática, equações diferenciais, equações a diferenças e métodos matemáticos, estudos de textos e capítulos de livros em bibliografia associada, simulações e experimentos computacionais utilizando MATLAB, e discussões e estudos de casos.