

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DO SISTEMA DE SUSPENSÃO A AR DE UM ÔNIBUS

por

Eduardo Antonio Wink de Menezes

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, dezembro de 2012



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

ANÁLISE DO SISTEMA DE SUSPENSÃO A AR DE UM ÔNIBUS

por

Eduardo Antonio Wink de Menezes

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Arnaldo Ruben Gonzalez

Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Jun Sérgio Ono Fonseca

Prof. Dr. Jackson Manfredini Vassoler

Prof. Dr. Ignácio Iturrioz

Porto Alegre, 17 de dezembro de 2012.

AGRADECIMENTOS

A Deus, aos meus pais por apoiarem e incentivarem os meus estudos desde criança, aos bolsistas do professor Casas por me prestarem auxílio computacional neste trabalho, aos ex-colegas já engenheiros Leonel, Juliano e Mateus pela insistente pressão por resultados e ao meu irmão por, apesar de sempre reclamando, me ajudar na medida do possível. Por fim, agradeço ao Professor Casas por estar me auxiliando em meu desenvolvimento acadêmico há mais de três anos.

“When I hear I forget, when I read I remember, when I do I understand.”

Provérbio chinês

MENEZES, E. A. W. **Análise do Sistema de Suspensão a Ar de um Ônibus**. 2012. 15 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

RESUMO

Visando reduzir custos e tempo no desenvolvimento de novos modelos de ônibus, o presente trabalho sugere uma formulação matemática que analisa a resposta dinâmica do sistema de suspensão. As análises são validadas através de um software específico para simulações de comportamento dinâmico de ônibus e caminhões. Tal software, através da excitação vertical do ônibus, analisa a resposta dinâmica do mesmo. A excitação vertical reproduz o efeito de irregularidades na pista, sendo o ônibus estudado do tipo 4x2, possuindo sete graus de liberdade. Após a validação do modelo matemático para um ônibus trafegando em pavimento irregular, o método de Monte Carlo foi utilizado para reduzir as acelerações as quais a massa suspensa é submetida, obtendo-se uma redução no valor de pico e no valor médio da aceleração no domínio tempo, bem como uma expressiva redução no pico de aceleração no domínio frequência.

PALAVRAS-CHAVE: Mola pneumática, sistema multicorpo, dinâmica veicular, domínio da frequência.

MENEZES, E. A. W. **Analysis of a Bus Air Suspension System**. 2012. 15 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

ABSTRACT

Focusing on reducing costs and time on the development of new buses models, the present work suggests a mathematic formulation which analyzes the suspension system's dynamic response. The analyzes are validated through a specific software for buses and trucks dynamic behavior. This software, by vertically exciting the bus, analyzes its dynamic response. The vertical excitement reproduces the effect of irregularities on the road, being the studied bus of the 4x2 type, having seven degrees of freedom. After the mathematical model validation for a bus traveling on irregular road, the Monte Carlo method was used for reducing the acceleration which the sprung mass is submitted, obtaining a reduction in the acceleration peak value and in the average value in the time domain, as well as an expression reduction in the acceleration peak value of the frequency domain.

KEYWORDS: Air spring, multibody system, vehicle dynamics, frequency domain.

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO	1
2.	OBJETIVOS	1
3.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
4.	MOLAS PNEUMÁTICAS	2
5.	VEÍCULO MODELADO	2
5.1	Graus de Liberdade	2
5.2	Chassi	3
5.3	Amortecedores	4
5.4	Molas Pneumáticas	4
5.5	Massas Suspensa e Não Suspensa	5
5.6	Pneu	6
6.	EQUAÇÕES DE MOVIMENTO	6
7.	METODOLOGIA DE SOLUÇÃO ANALÍTICA.....	9
8.	METODOLOGIA DE SOLUÇÃO COMPUTACIONAL	10
9.	IMPLEMENTAÇÃO DAS MOLAS PNEUMÁTICAS.....	12
10.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	12
11.	CONCLUSÃO	14
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	15
I	APÊNDICE	16
II	APÊNDICE	19

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 5.1 - Sistema de coordenadas utilizado.....	2
Figura 5.2 - Chassi B7R dianteiro.....	3
Figura 5.3 - Chassi B7R traseiro.	3
Figura 5.4 - Mola pneumática utilizada no ônibus analisado.....	4
Figura 6.1 – Modelo bidimensional que ilustra as rigidezes das molas (CK), dos pneus (CKT), amortecedores (CD) e amortecimento dos pneus (CDT).....	7
Figura 7.1 - Elevação da pista ao longo do percurso.....	9
Figura 7.2 - Deslocamento da m_{u12} (em azul) e da m_{u34} (em vermelho) em metros, relativo ao solo, em função do tempo em segundos.	9
Figura 7.3 - Aceleração em g 's da m_s em função do tempo em segundos.....	10
Figura 7.4 - Aceleração em g 's em função da frequência [Hz].....	10
Figura 8.1 - Deslocamento em metros relativo ao solo em função do tempo em segundos da m_{u12} (em azul) e da m_{u34} (em vermelho).	11
Figura 8.2 - Aceleração em g 's da m_s em função do tempo em segundos.....	11
Figura 8.3 - Aceleração em g 's da m_s em função da frequência [Hz].....	11
Figura 10.1 - Aceleração em g 's da m_s obtida analiticamente (linha vermelha) e computacionalmente (linha azul).	13
Figura 10.2 - Aceleração em g 's da m_s no domínio frequência obtida analiticamente (linha vermelha) e computacionalmente (linha azul).	13
Figura 10.3 - Aceleração em g 's da m_s em função do tempo antes (linha vermelha) e após (linha azul) a implementação do método de Monte Carlo.	14
Figura I.1 - Comportamento dinâmico dos amortecedores dianteiros do ônibus.....	17
Figura I.2 - Comportamento dinâmico dos amortecedores traseiros do ônibus.	17
Figura I.3 - Comportamento dinâmico dos batentes de borracha dianteiros do ônibus.	17
Figura I.4 - Comportamento dinâmico de um par de batentes de borracha traseiros do ônibus associados em paralelo.....	18
Figura I.5 - Comportamento dinâmico dos foles de ar dianteiros do ônibus.....	18
Figura I.6 - Comportamento dinâmico de um par de foles de ar traseiros do ônibus associados em paralelo.	18

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 5.1 - Rigidez do fole de ar dianteiro em função da carga estática.....	5
Tabela 5.2 - Rigidez do fole de ar traseiro em função da carga estática.....	5
Tabela 5.3 - Valores adotados para massas, momentos de inércia e altura do centro de gravidade.	6
Tabela 5.4 - Valores da rigidez do pneu em função da carga estática.....	6
Tabela 9.1 - Rigidez do fole de ar dianteiro em função da carga estática.....	12

LISTA DE SÍMBOLOS

As unidades abaixo se encontram no S.I, forma em que foram utilizadas na simulação analítica.

BB	constante de não linearidade do batente de borracha	(N)
BD	constante de não linearidade do amortecedor	(N)
C	matriz de amortecimento	(Ns/m), (Ns) ou (Nsm)
CA	coeficiente de rigidez do fole de ar	(N/m)
CB	coeficiente de rigidez do batente de borracha	(N/m)
CD	coeficiente de amortecimento do amortecedor	(Ns/m)
CD_T	coeficiente de amortecimento do pneu	(Ns/m)
CK	coeficiente de rigidez da mola pneumática	(N/m)
CK_{O1}	coeficiente de rigidez após a minimização dependente de d_K	(N/m)
CK_{O2}	coeficiente de rigidez após a minimização dependente de d_K^2	(N)
CK_T	coeficiente de rigidez radial do pneu	(N/m)
CG	centro de gravidade	(m)
CSB	coeficiente de rigidez da barra estabilizadora	(Nm/rad)
dR_T	deslocamento radial do pneu	(m)
d\dot{R}_T	velocidade do deslocamento radial do pneu	(m/s)
dϕ_A	deformação angular da barra estabilizadora	(rad)
d_K	deslocamento da mola pneumática	(m)
dz_s	deslocamento em Z da massa suspensa	(m)
dz_u	deslocamento em Z da massa não suspensa	(m)
E_T	perfil do solo	(m)
\dot{E}_T	derivada temporal do perfil do solo	(m/m)
F	vetor de forças	(N) ou (N.m)
F_D	força de amortecimento do amortecedor	(N)
F_K	força exercida pela mola pneumática	(N)
FTz_D	força dissipativa em Z desenvolvida pelo pneu	(N)
FTz_K	força elástica em Z desenvolvida pelo pneu	(N)
g	aceleração da gravidade	(9,81 m/s ²)
h_{CG}	altura do centro de rolagem	(m)
I_{X_s}	momento de inércia em X da massa suspensa	(kgm ²)
I_{X_u}	momento de inércia em X da massa não suspensa	(kgm ²)
I_{Y_s}	momento de inércia em Y da massa suspensa	(kgm ²)
K	matriz de rigidez	(N/m), (N) ou (Nm)
M	matriz de massa	(kg) ou (kgm ²)
m_s	massa suspensa	(kg)
m_u	massa não suspensa	(kg)
MN	número total de barras estabilizadoras	
MSB	momento exercido pela barra estabilizadora	(Nm ² /rad)
n	localização do componente em questão (1 para frontal direita, 2 para frontal esquerda, 3 para traseira direita e 4 para traseira esquerda)	
N_D	número total de amortecedores	
N_K	número total de molas	
p_s	velocidade de rotação em X da massa suspensa	(rad/s)
\dot{p}_s	aceleração angular em X da massa suspensa	(rad/s ²)
p_u	velocidade de rotação em X da massa não suspensa	(rad/s)
\dot{p}_u	aceleração angular em X da massa não suspensa	(rad/s ²)
q_s	velocidade de rotação em Y da massa suspensa	(rad/s)

\dot{q}_s	aceleração angular em X da massa suspensa	(rad/s ²)
u_s	velocidade em X da massa suspensa	(rad/s)
v_D	velocidade de compressão/expansão do amortecedor	(rad/s)
w_s	velocidade em Z da massa suspensa	(rad/s)
\dot{w}_s	aceleração em Z da massa suspensa	(rad/s ²)
w_u	velocidade em Z da massa não suspensa	(rad/s)
\dot{w}_u	aceleração em Z da massa não suspensa	(rad/s ²)
\mathbf{x}	vetor de deslocamentos	(m) ou (rad)
$\dot{\mathbf{x}}$	vetor de velocidades	(m/s) ou (rad/s)
$\ddot{\mathbf{x}}$	vetor de acelerações	(m/s ²) ou (rad/s ²)
$x\rho_D$	posição em X do amortecedor	(m)
$x\rho_K$	posição em X da mola pneumática	(m)
$x\rho_T$	posição em X do pneu	(m)
$y\rho_D$	posição em Y do amortecedor	(m)
$y\rho_K$	posição em Y da mola pneumática	(m)
$y\rho_T$	posição em Y do pneu	(m)
θ_s	rotação em Y da massa suspensa	(rad)
ϕ_s	rotação em X da massa suspensa	(rad)
ϕ_u	rotação em X da massa não suspensa	(rad)

1. INTRODUÇÃO

A acirrada concorrência no atual mercado automotivo e a disputa pelo mercado de consumo obriga as montadoras a diminuir o intervalo de lançamento entre novos modelos de veículos. Um exemplo disso, citado por Carreirão, 2003, é o veículo Fusca, que teve sua fabricação iniciada no Brasil na década de 60, permanecendo no mercado por várias décadas. Entretanto, no cenário atual, as montadoras lançam novos modelos praticamente todo ano.

Para que o custo no desenvolvimento do produto não seja demasiadamente expressivo quando comparado ao lucro gerado por ele, existe a necessidade da construção de modelos matemáticos capazes de simular de forma aproximada seu comportamento dinâmico, poupando assim tempo e custo com protótipos.

Outro fator que motiva o presente trabalho é o congestionamento do trânsito das principais capitais nacionais, tornando cada vez mais urgente a necessidade do uso do transporte público rodoviário. Para que a população comece efetivamente a abandonar o transporte individual é necessária a presença de ônibus confortáveis ao seu dispor, o que pode ser feito minimizando as respostas de aceleração e deslocamento do ônibus frente a excitações verticais.

O ponto chave para o comportamento dinâmico é o projeto de uma suspensão, tema deste trabalho, que seja capaz de fornecer conforto ao usuário.

2. OBJETIVOS

O presente trabalho possui dois objetivos principais. O primeiro constitui na implementação de uma formulação matemática confiável e computacionalmente viável para estudar o comportamento da suspensão de um ônibus diante de excitações verticais, validando os resultados do modelo com um software comercial. O segundo objetivo consiste em minimizar as acelerações experimentadas pela massa suspensa do veículo a fim de promover conforto a seus passageiros quando trafegando sobre pavimentação irregular, não ultrapassando valores de deslocamentos verticais que devido a grande amplitude poderiam causar desconforto.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Carreirão, 2003, desenvolve e realiza a validação de um modelo matemático para suspensão de ônibus de duas formas, a primeira é comparando com os resultados obtidos por Barbieri, 1989, e a segunda de forma experimental. As equações do movimento do modelo foram obtidas a partir de Demić, 1997, e Barbieri, 1989. Com os mesmos dados de Barbieri, Carreirão compara resultados para um ônibus carregado e descarregado em três velocidades diferentes, mediante uma trajetória com irregularidades senoidais. Após bem sucedidas comparações, Carreirão, 2003, segue para a validação experimental com dados obtidos em sua maioria a partir de Volvo do Brasil, 1997 e 1998, sendo a excitação vertical não mais senoidal, e sim provocada por um tarugo simulando dois degraus, além de outro experimento com manobra direcional. Após a validação experimental, Carreirão, 2003, adiciona mais eixos ao seu ônibus, estudando modelos 4x2, 6x2 e 8x2.

Uma validação experimental também é proposta por Polach *et. al.*, 2007, que buscaram, através de um ônibus interurbano com suspensão pneumática, tanto para uma situação de carregamento crítico quanto para um ônibus descarregado, otimizar o comportamento do absorvedor de choques mediante o controle de sua curva força-velocidade através da pressão de ar.

Toyofuku *et. al.*, 1999, analisa o comportamento de uma mola pneumática com câmara auxiliar visando construir um sistema com válvulas eletromagnéticas para regular a rigidez da mola. Uma importante constatação de Toyofuku *et. al.*, 1999, está no fato de que, dependendo das dimensões da tubulação de ar, em altas frequências a rigidez equivalente da mola associada com a câmara é praticamente a mesma que a da própria mola.

Outra análise é realizada por Uhlmann, 2009, que averigua o comportamento de um veículo com e sem a presença da barra estabilizadora, obtendo uma redução de aproximadamente 50% no ângulo de rolagem, tanto numericamente quanto analiticamente.

Uma análise em molas pneumáticas via método dos elementos finitos é feita por Fengxiang, L., 2008, onde a mola foi primeiramente simulada estaticamente com comportamento tipicamente hiperelástico, e após ter resultados validados partiu-se para uma análise dinâmica.

4. MOLAS PNEUMÁTICAS

As molas pneumáticas são de aplicação relativamente recente pela indústria, utilizadas principalmente em sistemas de tensionamento, injeção, freio, embreagem, desmolde de fundição, sistemas vibratórios e ventiladores (Magral, 2010). Segundo Quagliaet *et. al.*, 2001, as principais razões para a adesão de tal sistema, se devem ao fato de possuírem capacidade de carga ajustável, peso reduzido, constante elástica variável com constante “afinação” de frequência, altura de percurso variável e redução no ruído transmitido estruturalmente, sendo este último o principal motivo de sua implantação em ônibus. Freitas, 2003, analisou uma amostra de 104 motoristas de ônibus urbanos de São Paulo, dos quais constatou que 19% possuía algum tipo de dano no sistema auditivo ocasionado por excessiva pressão sonora, alguns motoristas inclusive com zumbido. A autora não atribui, no entanto, toda a responsabilidade ao ônibus devido ao ruído proveniente dos demais veículos trafegando.

Atualmente, existem dois tipos principais de molas pneumáticas, as de convolução e as de diafragma, sendo as de diafragma aplicadas em suspensões devido ao fato de possuírem um batente de borracha que evita danos excessivos ao veículo em casos de perda repentina de pressão de ar (Firestone, 2011).

5. VEÍCULO MODELADO

5.1 Graus de Liberdade

A orientação dos eixos de coordenadas é adotada conforme mostrado pela Figura 5.1, cuja origem coincide com o centro de gravidade da massa suspensa. O eixo Y possui coordenadas negativas no lado esquerdo do ônibus e positivas no lado direito, o eixo X possui coordenadas positivas na parte da frente e negativas na de trás, enquanto que as coordenadas no eixo Z denotam posições verticais.

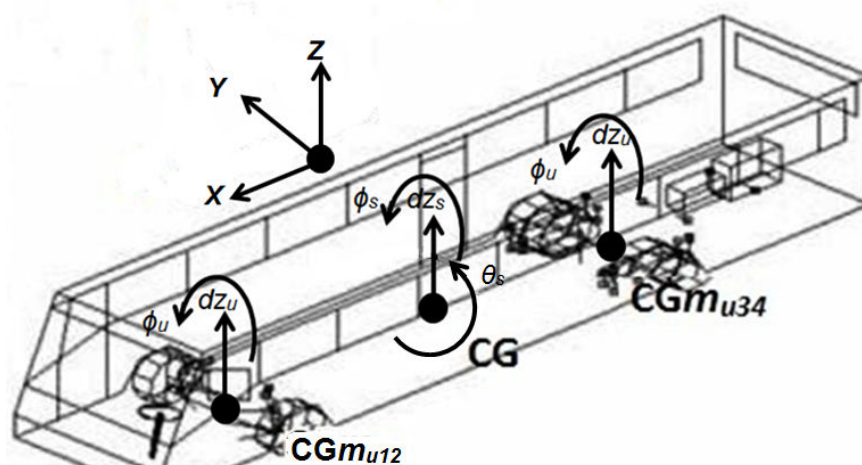


Figura 5.1 - Sistema de coordenadas utilizado.

Adaptado de: Polach, 2007.

O veículo é modelado como um sistema multicorpo, possuindo sete graus de liberdade, sendo três na massa suspensa (translação em Z, rotação em torno de X e Y) e dois em cada massa não suspensa (translação em Z e rotação em torno de X), como mostra a Figura 5.1, onde dz_s e dz_u representam o deslocamentos das massas suspensa (m_s) e não suspensas (m_u), respectivamente. As rotações em torno do eixo X são denotadas por ϕ_s (massa suspensa) e ϕ_u (massas não suspensa). A rotação em torno do eixo Y da massa suspensa é representada por θ_s . Os algarismos subscritos indicam o eixo ao qual o símbolo se refere, sendo 12 para o eixo dianteiro e 34 para o eixo traseiro.

5.2 Chassi

O chassi do ônibus analisado é do tipo B7R fretamento (Alte, M., 2000), sendo de quatro barras de reação e barra Panhard (que recebe este nome em homenagem ao seu inventor, o francês René Panhard) na suspensão dianteira, três barras de reação e barra Panhard na suspensão traseira, conforme ilustrado pelas Figuras 5.2 e 5.3. A barra Panhard é responsável por restringir o deslocamento das rodas no eixo X e no eixo Y, permitindo apenas deslocamentos verticais.

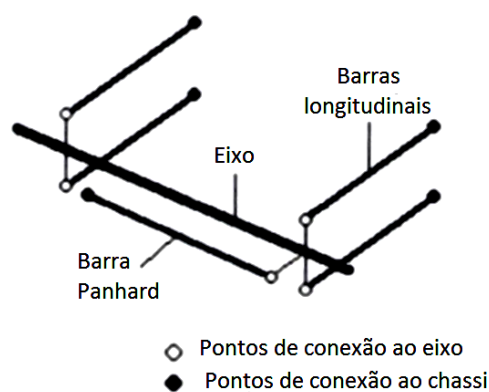


Figura 5.2 - Chassi B7R dianteiro.

Adaptado de: Carreirão, 2003.

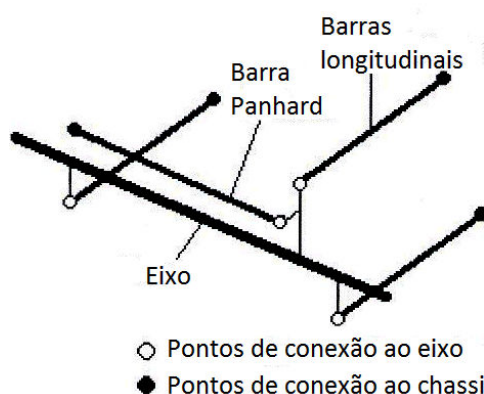


Figura 5.3 - Chassi B7R traseiro.

Adaptado de: Carreirão, 2003.

O amortecimento e rigidez conferidos pelas buchas que ligam a barra Panhard e as barras de reação não serão considerados devido ao fato de tais buchas serem projetadas para frequências muito superiores as analisadas.

Outro importante componente que integra o chassi é a barra estabilizadora, também conhecida como barra de torção, que é responsável por gerar um torque reativo ao movimento de rolagem do ônibus, não atuando quando o movimento dado é puramente vertical.

O torque MSB gerado pelas barras estabilizadoras pode ser expresso pela Equação 5.1 em função do deslocamento angular na barra (ϕ_A) e de seu coeficiente de rigidez CSB .

$$MSB = CSB \cdot d\phi_A \quad (5.1)$$

Tanto o eixo traseiro quanto o dianteiro foram modelados como eixos sólidos, ou seja, o movimento da roda esquerda influencia o movimento da respectiva roda direita de seu eixo, fazendo com que elas girem e inclinem-se juntas [Gillespie, 1992]. Ainda segundo Gillespie, 1992, a principal vantagem de eixos sólidos está no fato da inclinação das rodas não ser afetada pelo movimento de rolagem do veículo.

5.3 Amortecedores

Com a função de dissipar energia, os amortecedores utilizados no ônibus geram uma força que varia proporcionalmente com sua velocidade de expansão e compressão. Para maximizar o conforto, o amortecedor deve minimizar a transmissibilidade, possuindo coeficiente de amortecimento elevado para baixas velocidades de expansão e compressão, e reduzido para velocidades altas [Carreirão, 2003].

A força F_D exercida pelo amortecedor é dada pela Equação 5.2 em função do coeficiente de amortecimento CD , a velocidade de compressão ou expansão v_D e sua constante de não linearidade BD .

$$F_D = CD \cdot v_D + BD \quad (5.2)$$

O comportamento dinâmico das suspensões dianteiras e traseiras pode ser encontrado no Apêndice I. O ônibus modelado possui dois amortecedores idênticos na suspensão frontal e mais dois, diferentes dos frontais, mas iguais entre si, no eixo traseiro.

5.4 Molas Pneumáticas

A rigidez total da mola consiste na soma algébrica da contribuição do fole de ar e do batente de borracha, sendo que o batente atua apenas em situações onde a mola foi comprimida por uma distância superior a 50 mm de sua posição de repouso. Tal compressão ocorre por meio do avanço de um pistão localizado no inferior da mola.

A Figura 5.4 ilustra a mola pneumática modelada:

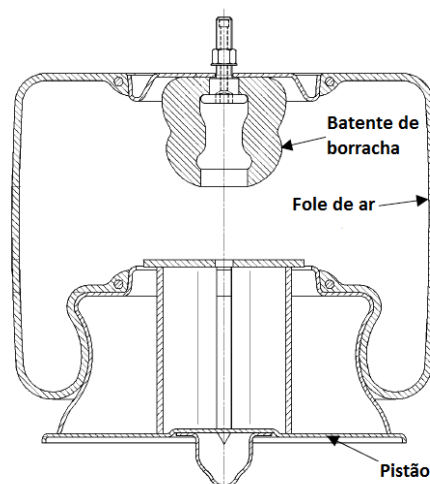


Figura 5.4 - Mola pneumática utilizada no ônibus analisado.

Adaptado de: Volvo do Brasil, 1997.

A força F_K exercida pela mola pode ser expressa pela Equação 5.3, onde a rigidez do fole de ar CA é associada em paralelo com a rigidez CB do batente de borracha. Posteriormente irá se referir a tal associação como CK (rigidez da mola pneumática). A rigidez é multiplicada pelo deslocamento d_K da mola e somada com o coeficiente de não linearidade BB .

$$F_K = (CA + CB)d_K + BB \quad (5.3)$$

O valor de CA é apresentado por Carreirão, 2003, como função da carga estática, e mostrada pelas tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1 - Rigidez do fole de ar dianteiro em função da carga estática.

Adaptado de: Carreirão, 2003.

FOLE DE AR DIANTEIRO	
Carga estática (kN)	Coefficiente de rigidez CA (kN/mm)
11,729	0,071
15,103	0,083
20,571	0,108
24,930	0,126
30,056	0,145
34,766	0,167

Tabela 5.2 - Rigidez do fole de ar traseiro em função da carga estática.

Adaptado de: Carreirão, 2003.

FOLE DE AR TRASEIRO	
Carga estática (kN)	Coefficiente de rigidez CA (kN/mm)
8,163	0,051
11,414	0,066
15,631	0,088
19,774	0,108
23,848	0,128
27,864	0,146

Os valores das Tabelas 5.1 e 5.2, utilizados tanto na solução analítica quanto na computacional, foram obtidos a partir de interpolação linear com base na carga estática atuante sobre as molas, devido à massa suspensa, sendo tal carga obtida com auxílio do software TruckSim®. A carga estática em cada uma das molas é apresentada no Apêndice I.

Em contrapartida, a contribuição do batente de borracha não é constante. A rigidez adotada para os batentes é mostrada através do gráfico da força em função da deformação, localizado no Apêndice I.

O ônibus modelado no presente trabalho é constituído por duas molas de idênticas propriedades no eixo da frente e por mais quatro molas no eixo de trás, duas no lado esquerdo e duas no direito, sendo estas quatro idênticas entre si.

5.5 Massas Suspensa e Não Suspensa

Segundo a norma SAE J670e, 1976, é considerado peso não suspenso os componentes sustentados pelos pneus ou rodas e que se movam com eles, excusos os componentes sustentados pela suspensão. A massa não suspensa corresponde à massa

equivalente que reproduz as forças de inércia produzidas pelos movimentos das partes não suspensas correspondentes. Ainda de acordo com a SAE J670e, 1976, o peso suspenso consiste em todo o peso suportado pela suspensão, sendo em muitos veículos definido como o peso total subtraído do peso não suspenso. A massa suspensa é considerada como sendo um corpo rígido, tendo massa equivalente, mesmo centro de gravidade e mesmos momentos de inércia sobre eixos idênticos aos do peso suspenso total.

Os valores das massas e momentos de inércia foram retirados de Carreirão, 2003, e são apresentados na Tabela 5.3:

Tabela 5.3 - Valores adotados para massas, momentos de inércia e altura do centro de gravidade.

Adaptado de: Carreirão, 2003.

	Eixo dianteiro	Eixo traseiro	Massa suspensa
m (kg)	867	1366	14400
I_x (kgm)	376	651	38500
I_y (kgm)	-	-	273000
h_{CG} (m)	-	-	1,55

5.6 Pneu

O veículo analisado possui quatro pneus traseiros e dois dianteiros, sendo a tração no eixo traseiro. Os valores para o coeficiente de amortecimento dos pneus foram retirados de Barbieri, 1989, e são de $CD_T = 3500$ N.s/m. Já a rigidez foi retirada de Carreirão, 2003, onde novamente foi necessário o cálculo das reações estáticas apresentado no Apêndice I, desta vez levando em consideração também a carga devido às massas não suspensas. A Tabela 5.4 mostra a rigidez em função da carga vertical.

Tabela 5.4 - Valores da rigidez do pneu em função da carga estática.

Adaptado de: Carreirão, 2003.

Rigidez para pneu 295/80R22,5 152/148M	
Carga estática (kN)	Coef. de rigidez CK (kN/mm)
25.0155	0,79
29.43	0,89
32.373	0,99
34.8255	1,06

Para a determinação dos valores da Tabela 5.4 a serem usados nas simulações, novamente foi utilizada interpolação linear a partir da carga estática em cada pneu, calculada com auxílio do software TruckSim®.

6. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Com a premissa de pequenos deslocamentos angulares e movimentos restritamente na direção vertical, as forças desenvolvidas pelos componentes do veículo são dadas por Barbieri, 1989, e Demic, 1997. A Figura 6.1 ilustra o modelo, com representação bidimensional do lado esquerdo do ônibus, que possui simetria em relação ao eixo X , estando excluída da representação apenas a rigidez das duas barras estabilizadoras.

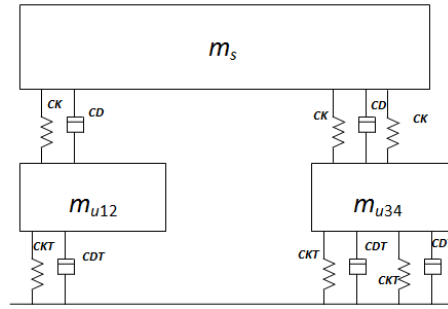


Figura 6.1 – Modelo bidimensional que ilustra as rigidezes das molas (CK), dos pneus (CKT), amortecedores (CD) e amortecimento dos pneus (CDT).

Força do amortecedor:

$$F_D = CD((w_s - w_u) - xp_D q_s + yp_D (p_s - p_u)) + BD \quad (5.4)$$

Força da mola pneumática:

$$F_K = CK((dz_s - dz_u) - xp_K \theta_s + yp_K (\phi_s - \phi_u)) + BB \quad (5.5)$$

Força dissipativa do pneu:

$$FTz_D = CD_T d\dot{R}_T = CD_T (w_u - \dot{E}_T + yp_T \cdot p_u) \quad (5.6)$$

Força elástica do pneu:

$$FTz_k = CK_T dR_T = CK_T (dz_u - E_T + yp_T \phi_u) \quad (5.7)$$

Força exercida pela barra estabilizadora:

$$MSB = CSB(\phi_s - \phi_u) \quad (5.8)$$

Onde xp_K e xp_D representam a coordenada em relação ao eixo X da mola e do amortecedor, respectivamente, enquanto que yp_K , yp_D e yp_T denotam a coordenada em relação ao eixo Y da mola, amortecedor e pneu, respectivamente. O deslocamento radial do pneu e sua derivada são representados por dR_T e $d\dot{R}_T$, respectivamente. O perfil do solo e sua derivada são denotados por E_T e \dot{E}_T , respectivamente. As velocidades em Z são representadas por w_s (massa suspensa) e w_u (massa não suspensa), enquanto que as velocidades angulares em X são representadas por p_s (massa suspensa) e p_u (massa não suspensa). Já a velocidade de rotação em X é denotada por q_s .

O somatório de forças na direção z_s , e o somatório de momentos em torno dos eixos x_s e y_s podem ser expressos respectivamente por:

$$-\sum_{n=1}^{N_K} F_{Kn} - \sum_{n=1}^{N_D} F_{Dn} = m_s (\dot{w}_s - u_s q_s) \quad (5.9)$$

$$-\sum_{n=1}^{N_K} (F_{Kn} yp_{Kn}) - \sum_{n=1}^{N_D} (F_{Dn} yp_{Dn}) - \sum_{n=1}^{MN} MSB_{ij} = Ix_s \dot{p}_s \quad (5.10)$$

$$\sum_{n=1}^{N_{AS}} (F_{K_n} x p_{K_n}) + \sum_{n=1}^{N_D} (F_{D_n} x p_{D_n}) - \sum_{n=1}^{MN} MSB_n = I y_s \dot{q}_s \quad (5.11)$$

Substituindo as Equações 5.4-5.8 nas Equações 5.9-5.11, pode-se, em forma matricial, expressá-las na seguinte equação:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad (5.12)$$

Onde \mathbf{M} é a matriz de massa expandida abaixo, sendo I_x e I_y os momentos de inércia de massa em relação aos eixos X e Y , respectivamente. Os vetores \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$ e $\ddot{\mathbf{x}}$ denotam posição, velocidade e aceleração, respectivamente, onde \dot{w} , \dot{q} e \dot{p} representam a aceleração em Z , aceleração angular em Y e em X , respectivamente.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{x_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{y_s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{u12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{x_{u12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{u34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{x_{u34}} \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{w}_s \\ \dot{p}_s \\ \dot{q}_s \\ \dot{w}_{u12} \\ \dot{p}_{u12} \\ \dot{w}_{u34} \\ \dot{p}_{u34} \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} w_s \\ p_s \\ q_s \\ w_{u12} \\ p_{u12} \\ w_{u34} \\ p_{u34} \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} dz_s \\ \phi_s \\ \theta_s \\ dz_{u12} \\ \phi_{u12} \\ dz_{u34} \\ \phi_{u34} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\sum_{n=1}^4 BD_n - \sum_{n=1}^4 BB_n \\ -\sum_{n=1}^4 (BB_n \cdot y p_{K_n}) - \sum_{n=1}^4 (BD_n \cdot y p_{D_n}) \\ \sum_{n=1}^4 (BB_n \cdot x p_{K_n}) + \sum_{n=1}^4 (BD_n \cdot x p_{D_n}) \\ \sum_{n=1}^2 (CK_{T_n} \cdot E_{T_n}) + \sum_{n=1}^2 (CD_{T_n} \cdot \dot{E}_{T_n}) + \sum_{n=1}^2 BB_n + \sum_{n=1}^2 BD_n \\ \sum_{n=1}^2 (CK_{T_n} \cdot E_{T_n} \cdot y p_{T_n}) + \sum_{n=1}^2 (CD_{T_n} \cdot \dot{E}_{T_n} \cdot y p_{T_n}) + \sum_{n=1}^2 (BB_n \cdot y p_{K_n}) + \sum_{n=1}^2 (BD_n \cdot y p_{D_n}) \\ \sum_{n=3}^4 (CK_{T_n} \cdot E_{T_n}) + \sum_{n=3}^4 (CD_{T_n} \cdot \dot{E}_{T_n}) + \sum_{n=3}^4 BB_n + \sum_{n=3}^4 BD_n \\ \sum_{n=3}^4 (CK_{T_n} \cdot E_{T_n} \cdot y p_{T_n}) + \sum_{n=3}^4 (CD_{T_n} \cdot \dot{E}_{T_n} \cdot y p_{T_n}) + \sum_{n=3}^4 (BB_n \cdot y p_{K_n}) + \sum_{n=3}^4 (BD_n \cdot y p_{D_n}) \end{bmatrix}$$

Devido à elevada dimensão das matrizes de amortecimento **C** e rigidez **K**, as mesmas serão apresentadas no Apêndice II.

7. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO ANALÍTICA

Para a obtenção da solução analítica a partir dos dados apresentados ao longo das seções anteriores e dos dados geométricos contidos no Apêndice I foi utilizado o software matemático Matlab®, juntamente com a função pré-programada *ode45*, capaz de resolver problemas de valor inicial para equações diferenciais ordinárias empregando o método de Runge-Kutta de quarta ordem, onde a tolerância adotada, tanto absoluta quanto relativa, foi de 0,0001. A aceleração foi isolada na Equação 5.12, e a partir das condições iniciais nulas para velocidade e posição, pode ser determinada a aceleração ao longo do tempo e no domínio frequência, sendo a resposta no domínio frequência calculada com período de amostragem igual a 0,01 s, através da função pré-programada *fft* (*fast Fourier transform*).

O trajeto percorrido pelo ônibus é mostrado na Figura 7.1, onde a altura remete ao eixo Z em relação ao sistema de coordenadas do ônibus, e a distância longitudinal em relação ao eixo X.

Tal percurso foi executado pelo ônibus a uma velocidade de 10 km/h, possibilitando, através de um tarugo ao longo de toda a largura da pista, que a suspensão fosse excitada verticalmente.

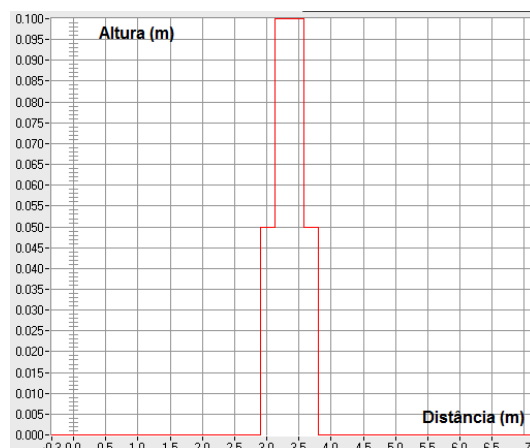


Figura 7.1 - Elevação da pista ao longo do percurso.

Os deslocamentos das massas não suspensas são mostrados na Figura 7.2, enquanto que a aceleração da massa suspensa no domínio tempo e frequência são mostradas nas Figuras 7.3 e 7.4.

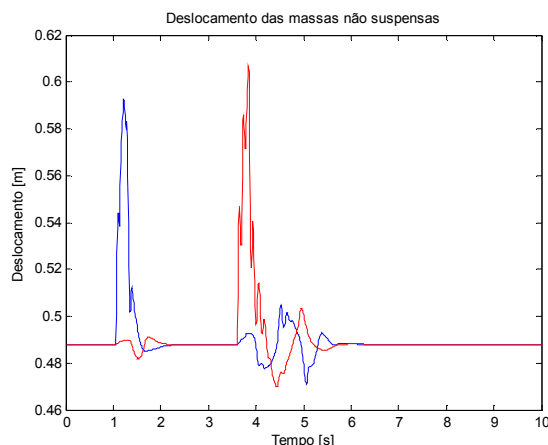


Figura 7.2 - Deslocamento da m_{u12} (em azul) e da m_{u34} (em vermelho) em metros, relativo ao solo, em função do tempo em segundos.

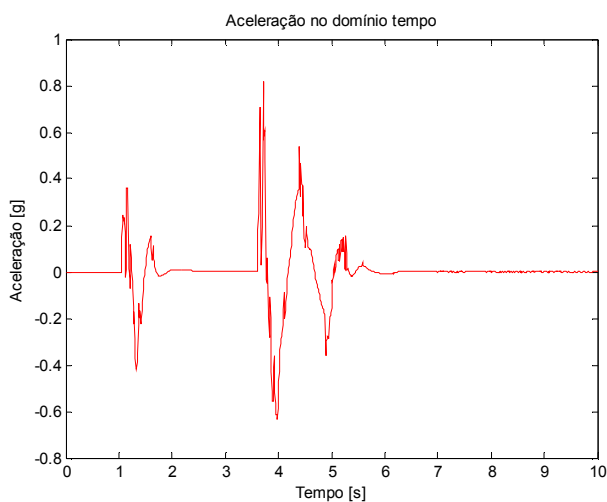


Figura 7.3 - Aceleração em g's da m_s em função do tempo em segundos.

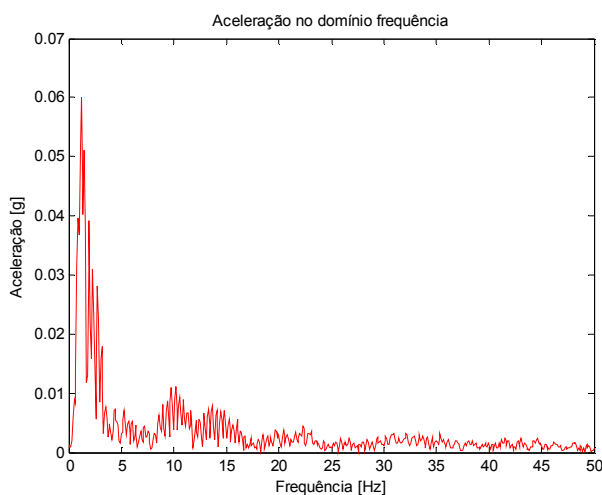


Figura 7.4 - Aceleração em g's em função da frequência [Hz].

8. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO COMPUTACIONAL

Para a validação dos resultados analíticos foi utilizado o software TruckSim[®], capaz de simular o comportamento dinâmico de ônibus e caminhões.

Foram utilizados os mesmos parâmetros em ambas as simulações, exceto pelo amortecimento do ônibus, variável essa que não pode ser editada no TruckSim[®].

Os resultados para deslocamento das suspensões traseira e dianteira são mostrados nas Figuras 8.1, e a aceleração da massa suspensa na Figura 8.2.

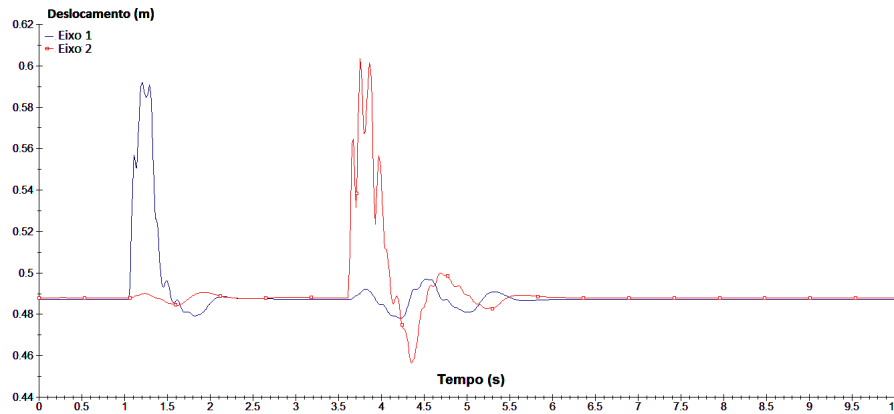


Figura 8.1 - Deslocamento em metros relativo ao solo em função do tempo em segundos da m_{u12} (em azul) e da m_{u34} (em vermelho).

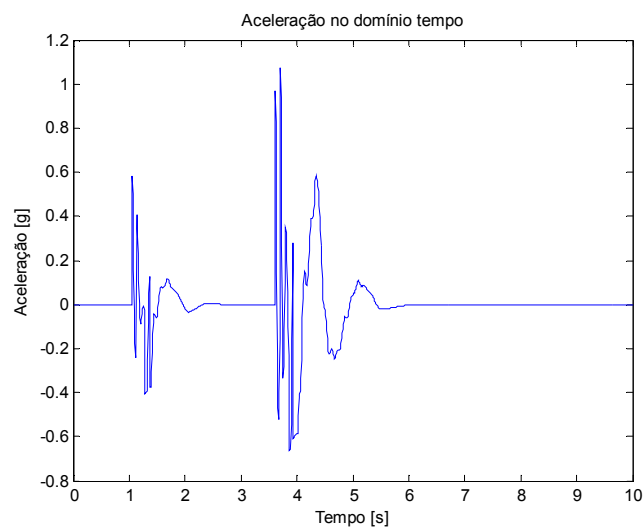


Figura 8.2 - Aceleração em g 's da m_s em função do tempo em segundos.

Após a exportação dos dados da Figura 8.2 para o Matlab[®], o sinal foi submetido ao mesmo procedimento e mesmo período de amostragem em relação à aceleração fornecida pela solução analítica para a obtenção da aceleração no domínio frequência. O resultado é mostrado na Figura 8.3.

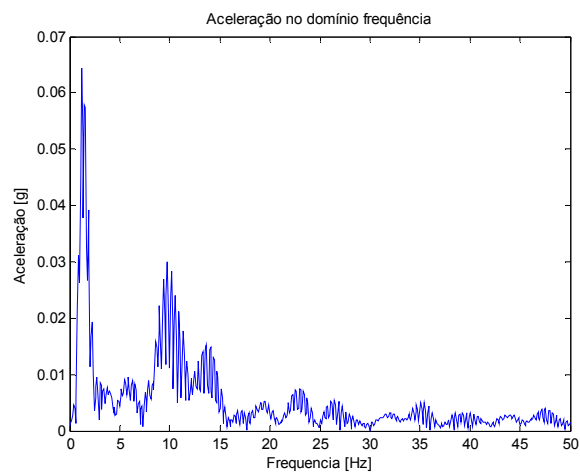


Figura 8.3 - Aceleração em g 's da m_s em função da frequência [Hz].

9. IMPLEMENTAÇÃO DAS MOLAS PNEUMÁTICAS

Com o objetivo de reduzir a aceleração experimentada pela massa suspensa do ônibus adotou-se um modelo de mola pneumática não mais linear, como o utilizado na validação realizada anteriormente, passando-se agora a considerar a curva da força em função da deformação na mola como um polinômio de segundo grau, como mostra a Equação 9.1.

Para a obtenção de valores de rigidez CK que reduzissem a aceleração foi utilizado o método de otimização Monte Carlo, por ser o único método capaz de determinar o mínimo global de uma função (Fonseca, 2012). Tal método atribui valores aleatórios às variáveis de projeto, buscando varrer todo o domínio de soluções, encontrando assim a melhor solução viável. Esta ferramenta se mostrou eficiente para o presente trabalho, tendo em vista o elevado número de variáveis (quatro variáveis dependentes da posição e mais quatro dependentes do quadrado da posição).

A equação (5.12) foi utilizada como função objetivo do processo, porém a equação do movimento da mola foi alterada para a forma representada na equação (9.1). A função objetivo foi sujeita à restrições de deslocamento de no máximo 0,1 m, pois acima desse valor, mesmo que em baixas acelerações, ocorre desconforto por parte do passageiro, além de estar próximo do curso máximo da suspensão considerado por Carreirão, 2003. A função objetivo também possui restrições nos valores para os coeficientes CK_{O1} e CK_{O2} , impondo-se um limite inferior de no mínimo 40% do valor original. Tal restrição se deve ao fato de, para rigidezes inferiores a esta, foram verificados baixos picos relativos de aceleração, porém o tempo até que o deslocamento vertical no ônibus fosse interrompido aumentou significativamente, de forma a elevar a aceleração média. Por último foi mantida a condição inicial do projeto de simetria nos valores de rigidez das molas em relação ao eixo X . Após 10.000 iterações com distribuição uniforme obteve-se os resultados finais.

$$F_K = CK_{O1}d_K + CK_{O2}d_K^2 \quad (9.1)$$

Onde CK_{O1} e CK_{O2} são os valores dos coeficientes de rigidez da mola após o processo de minimização.

Os valores de CK_1 e CK_2 são listados na Tabela 9.1, onde tais valores já consideram a associação em paralelo das duas molas traseiras do lado esquerdo e das do lado direito.

Tabela 9.1 - Rigidez do fole de ar dianteiro em função da carga estática.

	Eixo frontal		Eixo traseiro	
	Lado esquerdo	Lado direito	Lado esquerdo	Lado direito
CK_{O1} (N/m)	295420	295420	100750	100750
CK_{O2} (N/m ²)	19950	19950	39710	39710

10. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados analíticos estão em coerência com os obtidos computacionalmente, tanto em termos de acelerações quanto deslocamentos, observando-se também em ambos um pico na frequência em aproximadamente 1,07 Hz. O único parâmetro que não pode ser ajustado no software TruckSim[®] foi o amortecimento do pneu. Tal parâmetro sofreu modificações baseadas nos valores propostos por Seculić *et. al.*, 2011, constatando-se a pouca influência no deslocamento e aceleração das massas suspensa e não suspensas exercidas por tal amortecimento. A Figura 10.1 ilustra de forma sobreposta a aceleração obtida através das duas alternativas de solução para o problema.

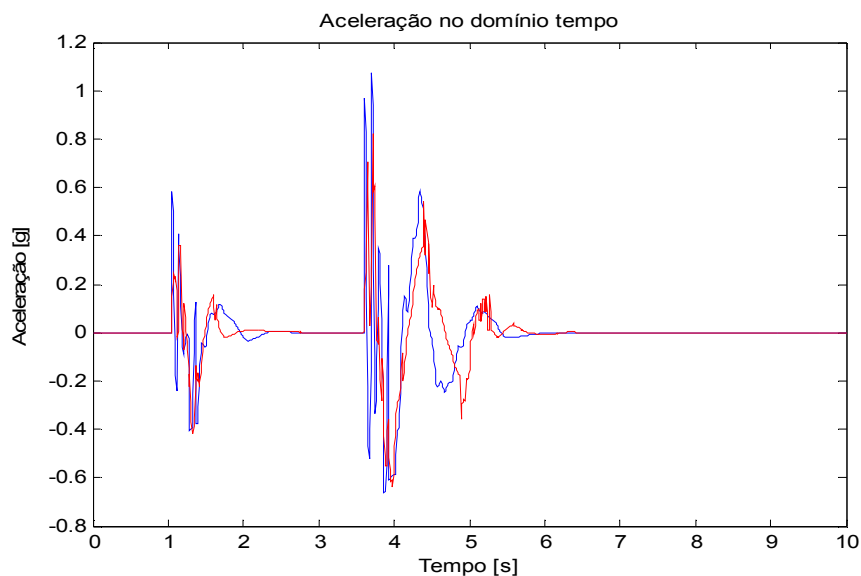


Figura 10.1 - Aceleração em g 's da m_s obtida analiticamente (linha vermelha) e computacionalmente (linha azul).

Uma importante observação a ser feita quanto às respostas obtidas no domínio frequência consiste na análise do aparente ruído, mesmo em frequências acima de 40 Hz. Esta instabilidade se deve ao fato do modelo analisado desconsiderar alguns componentes do veículo que contribuem com rigidez e amortecimento, resultando nos visíveis harmônicos (múltiplos das frequências naturais do sistema) que podem ser vistos na Figura 10.2, que sobrepõe as duas soluções encontradas para a aceleração da massa suspensa no domínio frequência.

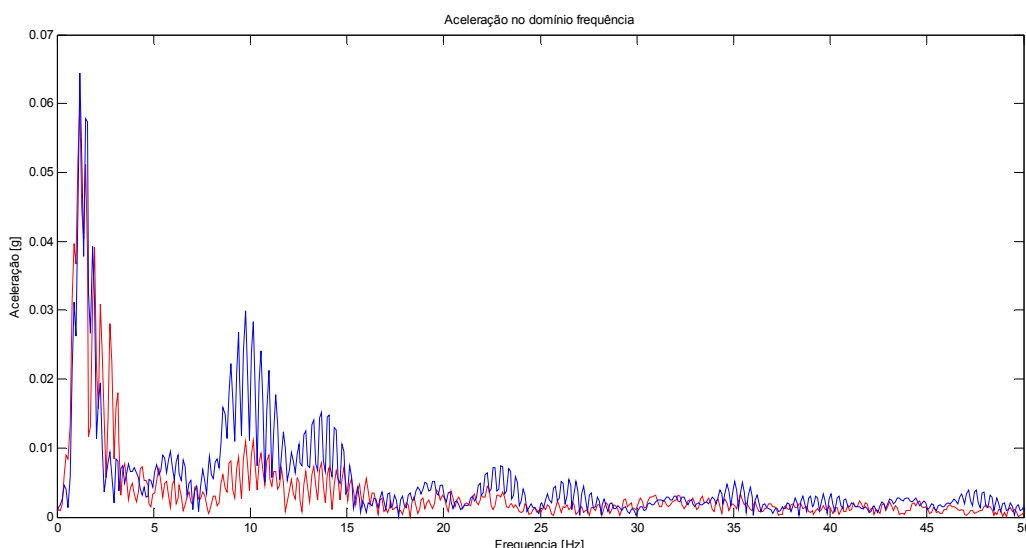


Figura 10.2 - Aceleração em g 's da m_s no domínio frequência obtida analiticamente (linha vermelha) e computacionalmente (linha azul).

O modelo do ônibus trafegando em pavimento irregular foi também submetido ao percurso sob uma velocidade de 30 km/h, mantendo-se a coerência entre os resultados.

A aceleração no ponto onde foi feita a minimização caiu de 0,82 g 's para 0,27 g 's, porém ocorreu um pico de -0,58 g 's na suspensão frontal, conforme mostra a Figura 10.3.

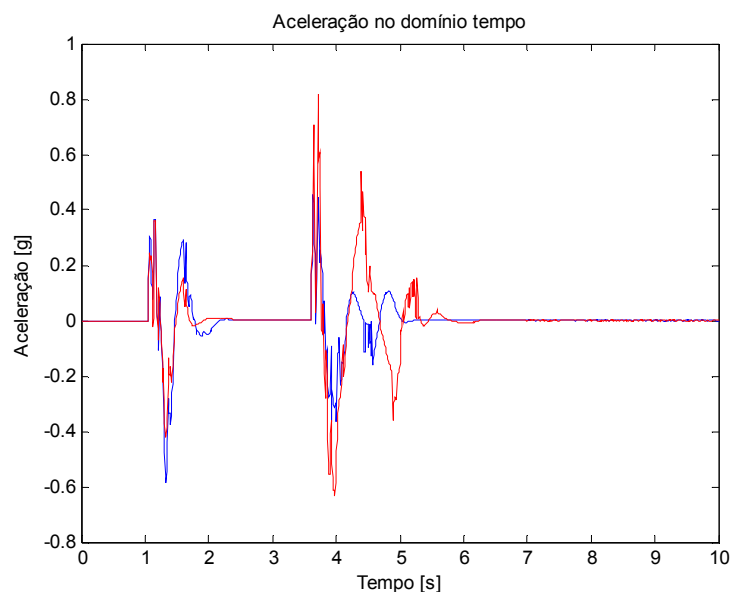


Figura 10.3 - Aceleração em g 's da m_s em função do tempo antes (linha vermelha) e após (linha azul) a implementação do método de Monte Carlo.

A aceleração média baixou de $0,0465 g$'s para $0,0332 g$'s, enquanto que o maior valor obtido no domínio frequência passou de $0,059 g$'s para $0,044 g$'s no caso estudado.

11. CONCLUSÃO

O primeiro objetivo do presente trabalho, que consiste na validação de um modelo analítico da suspensão de um ônibus, foi concluído com êxito. Com uma velocidade de 10 km/h e sobre excitação vertical proveniente de um tarugo disposto lateralmente na pista, o ônibus modelado apresentou comportamento semelhante tanto no modelo analítico quanto computacional. No entanto, devido ao ângulo de rolagem das massas suspensa e não suspensas não ultrapassar o valor de 2 graus, a variação na posição das molas e do amortecedor devido a esta rotação não foi considerada ao avaliar a compressão ou expansão das molas pneumáticas e amortecedores, ficando como sugestão para trabalhos futuros.

O segundo objetivo do trabalho consiste na submissão de um ônibus ao mesmo procedimento descrito no primeiro objetivo, porém alterando-se as propriedades de sua mola pneumática, mantendo todas as outras características do ônibus inalteradas, visando reduzir a aceleração experimentada por sua massa suspensa. Tal objetivo também foi executado com sucesso através do método de otimização de Monte Carlo, gerando uma redução de $0,24 g$'s na aceleração de pico no domínio tempo, fazendo também com que a aceleração média passasse de $0,0465 g$'s para $0,0332 g$'s.

Embora a aceleração experimentada pela massa suspensa tenha sofrido considerável decréscimo, um processo de otimização transiente, que não restrinja o comportamento da mola a um polinômio de grau dois seria capaz de atingir melhores resultados, contudo, tal análise é deixada como sugestão para trabalhos futuros, bem como a determinação de um material que apresente comportamento semelhante ao da equação de rigidez obtida após a implementação.

Também devem ser analisados mais casos para realizar a otimização, como um percurso que excite somente um dos lados da suspensão, podendo assim ser visto se a alteração das molas não aumentará o ângulo de rolagem da massa suspensa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alte, M.; **“B7R Taiwan –Styrgeometristudie av Framvagn”**, Volvo Bus Corporation, 2000. Relatório técnico VBC.

Barbieri, N.; **“Análise do Comportamento Dinâmico de um Veículo Automotivo”**, Dissertação de mestrado, UNICAMP, Campinas, 1989.

Carreirão, C.; **“Estudo do Comportamento Dinâmico de Ônibus com Diferentes Arranjos de Eixos”**, Dissertação de mestrado, PUC-PR, Curitiba, 2003.

Demić, M.; **“Identification of Vibration Parameters for Motor Vehicles. Vehicle System Dynamics”**, v.27, p.65-88, 1997.

Fengxiang, L.; Yumei, D.; Hua, Y.; Changfeng, G. ; Weimin, Y.; **“Multistep Analysis of the Mechanical Performance of an Air Spring”**, Interscience, 2008.

Firestone; **“Air Spring Replacement Guide”**, 2010.

Freitas, R. G. F.; **“Perda Auditiva Induzida por Ruído em Motoristas de Ônibus com Motor Dianteiro”**, Saúde Rev., 2003.

Gillespie, T.D.; **“Fundamentals of Vehicle Dynamics”**, Society of Automotive Engineers, 1992.

Holtz, M. W.; **“Modeling and Design of a Novel Air-Spring for a Suspension Seat”**, 2007.

Magral; **“Dados Técnicos – Molas pneumáticas”**, <http://www.magral.com.br/produtos/info/16.jsp>, acessado em 12/11/2012.

Matlab; **“Matlab Function Reference”**, 2010.

Polach, P.; Hajzman, M.; **“Design of Characteristics of Air-Pressure-Controlled Hydraulic Shock Absorbers in an Intercity Bus”**, Springer Science, pp 73-90, 2007.

Quaglia, G.; Sorli, M.; **“Air Suspension Dimensionless Analysis and Design Procedure. Vehicle System Dynamics”**, Volume 35, pp 443-475, 2001.

SAE, J670e; **“Surface Vehicle Recommended Practice”**, 1976.

Seculić, D.; Dedović, V.; **“The Effect of Stiffness and Damping of the Suspension System Elements on the Optimization of the Vibrational Behavior of a Bus”**, IJTTE, pp 231-244, 2011.

Toyofuku, C.; Yamada, C.; Kagawa, T.; Fujita, T.; **“Study on Dynamic Characteristic Analysis of Air Spring with Auxiliary Chamber”**, SAE of Japan, pp 349-355, 1999.

Uhlmann, C. E.; **“Análise da Influência da Barra Estabilizadora no Ângulo de Rolagem da Suspensão Dianteira de Ônibus”**, Dissertação de mestrado, UFRGS, Porto Alegre, 2009.

I APÊNDICE

Dados utilizados nas simulações (baseados em Carreirão, 2003):

Tabela A.1-Coordenadas em metros dos pneus em relação à origem.

	Eixo frontal		Eixo traseiro	
	Lado esquerdo	Lado direito	Lado esquerdo	Lado direito
x_{p_T} (m)	4,4	4,4	-2,7	-2,7
y_{p_T} (m)	-1,011	1,011	-0,95	0,95

Raio efetivo do pneu: 0,49 m.

Inércia rotacional dos pneus e rodas(kg.m²):

Coefficiente aerodinâmico: 0,85.

Área frontal do veículo: 8,32 m².

Coefficiente de atrito entre o pneu e o solo: 0,85.

Altura do Centro de gravidade em relação ao solo: 1,55 m.

Tabela A.2-Coordenadas das molas pneumáticas (m).

	Eixo frontal		Eixo traseiro	
	Lado direito	Lado esquerdo	Lado direito	Lado esquerdo
x_{p_K} (m)	4,4	4,4	-2,7	-2,7
y_{p_K} (m)	0,43	-0,431	0,43	-0,431

Tabela A.3-Coordenadas dos amortecedores.

	Eixo frontal		Eixo traseiro	
	Lado direito	Lado esquerdo	Lado direito	Lado esquerdo
x_{p_D} (m)	4,4	4,4	-2,7	-2,7
y_{p_D} (m)	0,51	-0,508	0,51	-0,508

Rigidez da barra estabilizadora frontal: 76.300 Nm/rad.

Rigidez da barra estabilizadora traseira: 119.546 Nm/rad.

A carga estática determinada analiticamente através das equações propostas por Gillespie, 1992, foi também calculada no TruckSim[®].

Para a determinação da rigidez no fole de ar foi necessário o cálculo das reações individuais nas molas pneumáticas, obtendo-se o valor de 26.828 N nas molas dianteiras e 21.892 N nas molas traseiras.

Foram determinadas também a reação nos pneus para a adoção de um valor mais preciso para a rigidez radial do pneu, sendo tais reações de 31.190 N nos pneus da frente e 25.240 N nos pneus de trás.

A partir das Tabelas 5.1, 5.2 e 5.4, por interpolação linear, são obtidos os seguintes valores para as rigidezes:

Foles de ar dianteiros: 133.000 N/m.

Foles de ar traseiros: 118.000 N/m.

Pneus dianteiros: 950.000 N/m.

Pneus traseiros: 790.000 N/m.

As Figuras I.1 e I.2 mostram o comportamento dos amortecedores dianteiros e traseiros, respectivamente. Já as Figuras I.3 e I.4 ilustram o comportamento dos batentes de borracha dianteiros e traseiros, respectivamente, enquanto que as Figuras I.5 e I.6 mostram o comportamento dos foles de ar dianteiro e traseiro, respectivamente.

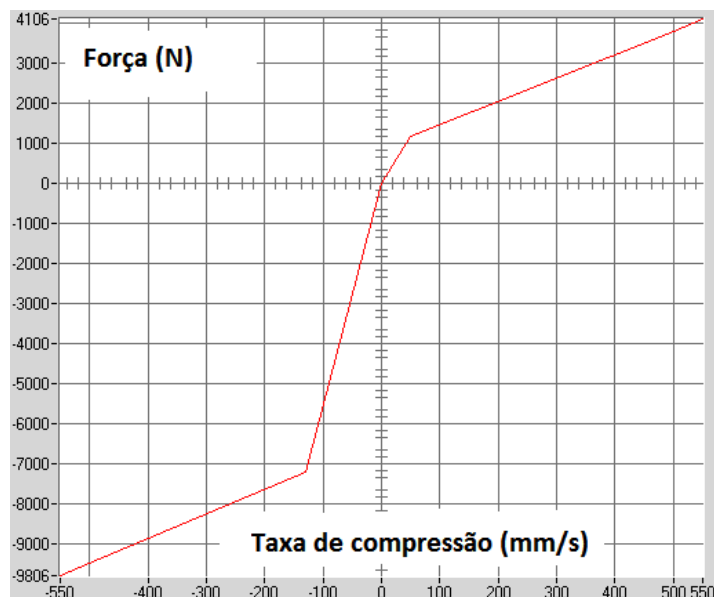


Figura I.1 - Comportamento dinâmico dos amortecedores dianteiros do ônibus.

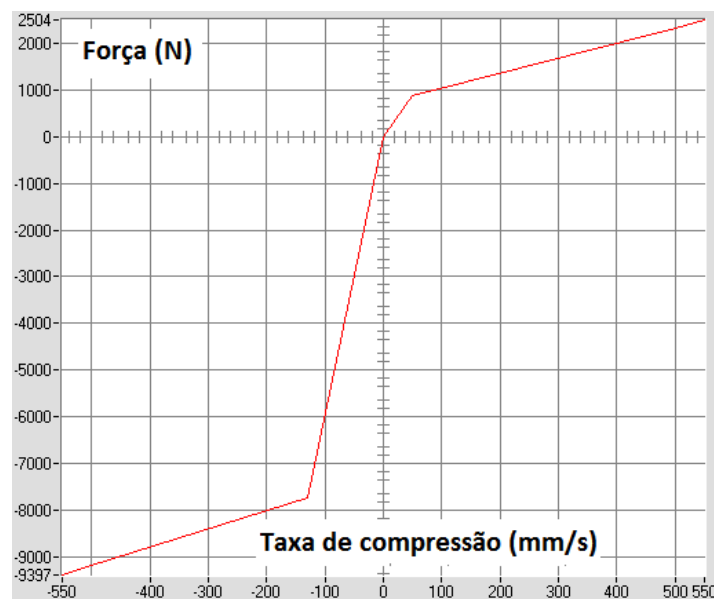


Figura I.2 - Comportamento dinâmico dos amortecedores traseiros do ônibus.

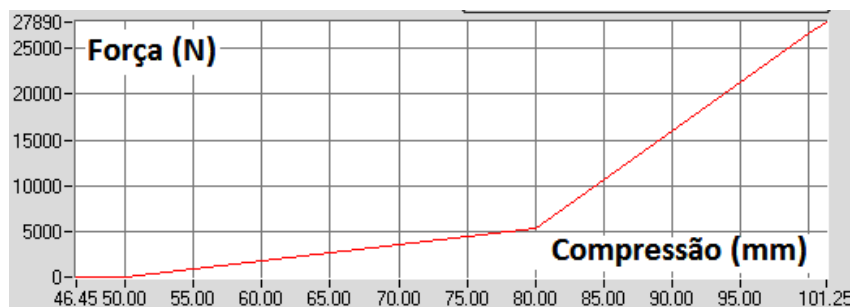


Figura I.3 - Comportamento dinâmico dos batentes de borracha dianteiros do ônibus.

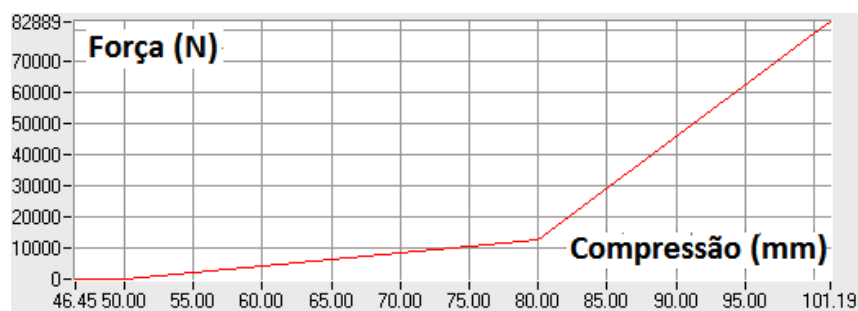


Figura I.4 - Comportamento dinâmico de um par de batentes de borracha traseiros do ônibus associados em paralelo.

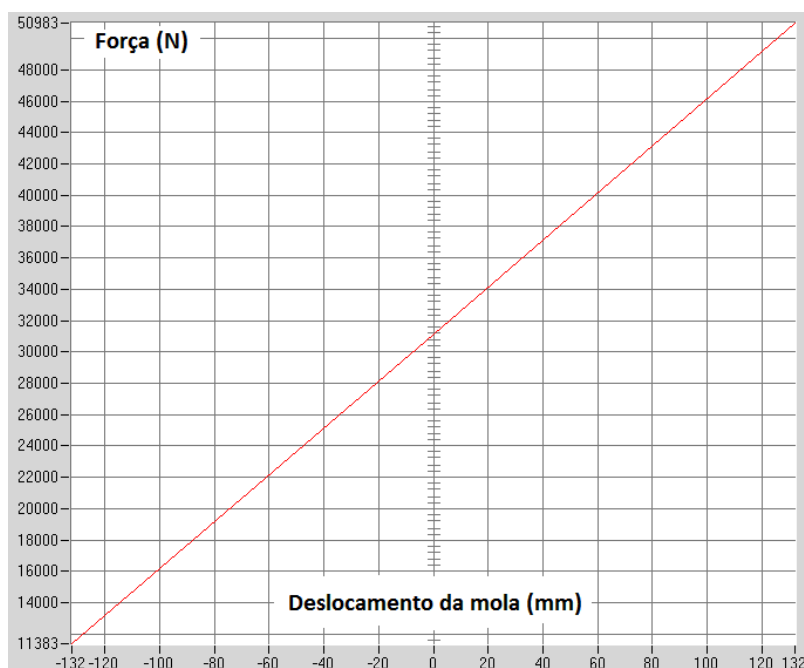


Figura I.5 - Comportamento dinâmico dos folios de ar dianteiros do ônibus.

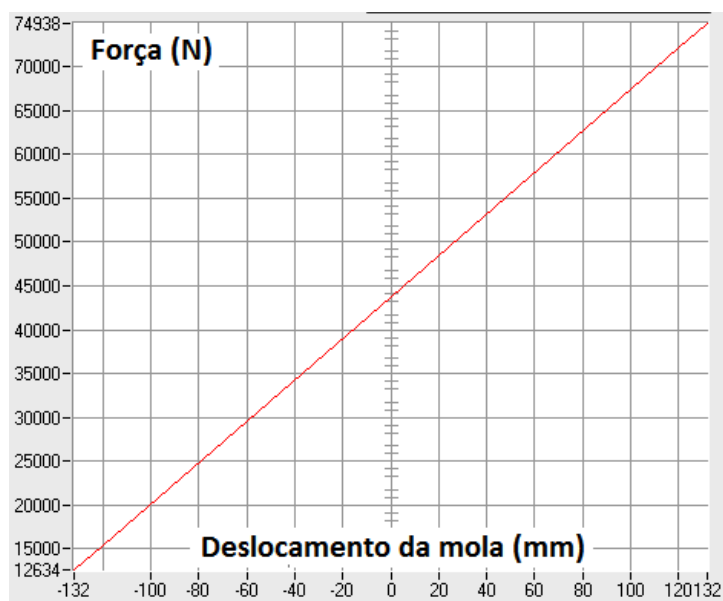


Figura I.6 - Comportamento dinâmico de um par de folios de ar traseiros do ônibus associados em paralelo.

II APÊNDICE

Matriz de amortecimento:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix}
 \sum_{\alpha=1}^4 CD_{\alpha} & \sum_{\alpha=1}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & (-m_i u_i) - \sum_{\alpha=1}^4 (CD_{\alpha} \cdot xP_{D_{\alpha}}) & -\sum_{\alpha=1}^2 CD_{\alpha} & -\sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & -\sum_{\alpha=3}^4 CD_{\alpha} & -\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) \\
 \sum_{\alpha=1}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & \sum_{\alpha=1}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}^2) & -\sum_{\alpha=1}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}} \cdot xP_{D_{\alpha}}) & -\sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & -\sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}^2) & -\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & -\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}^2) \\
 -\sum_{\alpha=1}^4 (CD_{\alpha} \cdot xP_{D_{\alpha}}) & -\sum_{\alpha=1}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}} \cdot xP_{D_{\alpha}}) & \sum_{\alpha=1}^4 (CD_{\alpha} \cdot xP_{D_{\alpha}}^2) & \sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot xP_{D_{\alpha}}) & \sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}} \cdot xP_{D_{\alpha}}) & \sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot xP_{D_{\alpha}}) & \sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}} \cdot xP_{D_{\alpha}}) \\
 -\sum_{\alpha=1}^4 CD_{\alpha} & -\sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & \sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^2 CD_{D_{r_{\alpha}}}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & -\sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}^2) & \left(\sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) + \sum_{\alpha=1}^2 (CD_{D_{r_{\alpha}}} \cdot yP_{r_{\alpha}}) \right) & \left(\sum_{\alpha=1}^2 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) + \sum_{\alpha=1}^2 (CD_{D_{r_{\alpha}}} \cdot yP_{r_{\alpha}}) \right) & 0 & 0 & 0 \\
 -\sum_{\alpha=1}^4 CD_{\alpha} & -\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & \sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} + \sum_{\alpha=3}^4 CD_{D_{r_{\alpha}}}) & 0 & 0 & \sum_{\alpha=3}^4 CD_{\alpha} + \sum_{\alpha=3}^4 CD_{D_{r_{\alpha}}} & \left(\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) + \sum_{\alpha=3}^4 (CD_{D_{r_{\alpha}}} \cdot yP_{r_{\alpha}}) \right) \\
 -\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) & -\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}^2) & \sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}} \cdot xP_{D_{\alpha}}) & 0 & 0 & \left(\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}) + \sum_{\alpha=3}^4 (CD_{D_{r_{\alpha}}} \cdot yP_{r_{\alpha}}) \right) & \left(\sum_{\alpha=3}^4 (CD_{\alpha} \cdot yP_{D_{\alpha}}^2) + \sum_{\alpha=3}^4 (CD_{D_{r_{\alpha}}} \cdot yP_{r_{\alpha}}^2) \right)
 \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix}
 \sum_{n=1}^4 CK_n & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}) & -\sum_{n=1}^4 CK_n & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & -\sum_{n=1}^4 CK_n & -\sum_{n=3}^4 CK_n & -\sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) \\
 \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) + \sum_{n=3}^4 CSB_1 & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2} \cdot xP_{n2}) & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) - CSB_1 & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) - CSB_1 & -\sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & -\sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) - CSB_2 \\
 -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}) & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2} \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}^2) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}^2) \\
 -\sum_{n=1}^4 CK_n & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 CK_n + \sum_{n=1}^4 CK_{n2} & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) + \sum_{n=1}^4 (CK_{n2} \cdot yP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) + \sum_{n=1}^4 (CK_{n2} \cdot yP_{n2}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & -\sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) - CSB_1 & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2} \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) + CSB_1 & \sum_{n=1}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) + CSB_1 & 0 & 0 \\
 -\sum_{n=3}^4 CK_n & -\sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=3}^4 CK_n + \sum_{n=3}^4 CK_{n2} & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) + \sum_{n=3}^4 (CK_{n2} \cdot yP_{n2}) & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) + \sum_{n=3}^4 (CK_{n2} \cdot yP_{n2}) & 0 & 0 \\
 -\sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & -\sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) - CSB_2 & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2} \cdot xP_{n2}) & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}) & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) + CSB_2 & \sum_{n=3}^4 (CK_n \cdot yP_{n2}^2) + CSB_2 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$