

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

Jaqueline Klein Galli

**CONTANDO HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA EM AULAS DE EJA**

Porto Alegre

2012

Jaqueline Klein Galli

## **CONTANDO HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA EM AULAS DE EJA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Lucia Helena Marques Carrasco

Porto Alegre

2012

Jaqueline Klein Galli

## **CONTANDO HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA EM AULAS DE EJA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Lucia Helena Marques Carrasco

### **Comissão Examinadora**

---

Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald  
Faculdade de Educação – UFRGS

---

Prof. Dr<sup>ª</sup>. Elisabete Zardo Búrigo – UFRGS  
Instituto de Matemática – UFRGS

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Lucia Helena Marques Carrasco – Orientadora  
Instituto de Matemática – UFRGS

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu irmão Gustavo por me levar ao hospital quando tive a primeira "crise de tcc" e buscar remédio no posto, ou seja, por estar sempre disposto a me ajudar. Ao meu pai Paulo, que me incomodou menos, lavando a louça toda nos últimos três meses, me protegendo sempre que possível. À minha mãe Vilma pelas palavras de incentivo: "não vejo a hora de tu te formar!", me inspirando a nunca desistir. E, ao meu gato Fredy, por ter sido o único a não encher minha paciência, aguentando inclusive as pulgas por falta de banho. Aos demais familiares, agradeço o carinho e a compreensão!

Agradeço minha orientadora, Profa. Dra. Lucia Carrasco, pelo ar condicionado no domingo quente, também, porém não menos importante, pela dedicação ao meu trabalho e a todas as aulas ministradas das quais participei, pela seriedade com minhas ideias e pelas contribuições significativas para meus conhecimentos. Ao Prof. Dr. Francisco Egger, pela paciência na leitura das minhas histórias, motivo de longos debates nas terças-feiras, e por ter aceitado participar da banca de avaliação deste trabalho. À Profa. Dra. Elisabete Búrigo, pela gentileza de ler e, certamente, acrescentar suas contribuições ao meu trabalho. Ao Prof. Dr. Vilmar Trevisan juntamente com a equipe de apoio formada pelas gurias da CONGRADMAT Amanda, Marta e Giovana, por desenrolarem todos os nós que atei durante a graduação. E, a todos os professores da Licenciatura em Matemática que me aprovaram nas cadeiras.

Por fim, agradeço aos amigos e colegas que compartilharam comigo bons momentos, registrados em fotos publicadas nas redes sociais que não me deixarão esquecer-los, e que contribuíram para meu desenvolvimento acadêmico e intelectual, assim como para minha vida pessoal.

*Dedico este trabalho de conclusão de curso a professores e alunos que acreditam na educação, tratando-a com a seriedade necessária para o crescimento intelectual do ser humano.*

## RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma discussão acerca da Educação de Jovens e Adultos (EJA), com o objetivo de elucidar a contribuição motivacional que a contagem de histórias da matemática pode gerar nos estudantes desta modalidade de ensino. Tal perspectiva foi construída tendo em vista dificuldades de aprendizagem, dedicação aos estudos, heterogeneidade e evasão escolar dos estudantes de EJA. Como aportes teóricos são utilizados estudos contemporâneos relativos à EJA e à contextualização da História da Matemática na Educação Matemática. O objeto da pesquisa consiste em uma prática pedagógica realizada com turmas de alunos da rede estadual de ensino do RS, na qual a pesquisadora atuou participativamente, contando histórias da matemática escritas por ela. O caminho da investigação, por sua vez, consiste na observação e descrição das reações dos alunos durante as aulas em que se contavam histórias e nas aulas subsequentes. A análise do material registrado mostra que as histórias podem surgir da curiosidade do aluno por determinado assunto, transformando a aula em um ambiente de discussão, ou podem despertar curiosidades no decorrer de sua narrativa, incrementando o aprendizado. Destaca-se, também, que o envolvimento do aluno na aula surge, frequentemente, a partir de uma identificação com os personagens da história, tornando o ensino menos custoso e encorajador, ou seja, promovendo o aprendizado.

**Palavras-chave:** 1. História da Matemática. 2. EJA. 3. Ensino. 4. Aprendizagem

## ABSTRACT

This paper presents a discussion about the Youth and Adult Education (YAE), with the goal of elucidate the motivational contribution that the count of stories of mathematics can bring forth in students of this modality of education. Such perspective was built owing to learning difficulties, dedication to studies, heterogeneity and school dropout of YAE students. As theoretical contributions are used contemporary studies relating to the YAE and to the contextualization of the History of Mathematics in Mathematics Education. The object of the research consists of a pedagogical practice performed with students from the state schools of the RS, in which the researcher acted all, telling stories of mathematics written by her. The path of research, on the other hand, consists of the observation and description of the reaction of the students during the classes in which included stories and in the subsequent lessons. The analysis of the material recorded shows that the stories can occur of the student's curiosity by certain subject transforming the class in a discussion environment, or will can awakes curiosities in the course of its narrative increasing the learning. It stands out, also, that the involvement of the student in class often appears from identification with the characters of the story, making the teaching cheaper and encouraging, in other words, by facilitating the learning process.

**Keywords:** 1. History of Mathematics. 2. YAE. 3. Teaching. 4. Learning.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Números Egípcios .....	31
Figura 2: Georg Cantor – Matemático .....	38
Figura 3: Intersecção de Conjuntos .....	39
Figura 4: Seki Kowa (1642 – 1708) .....	44
Figura 5: Triângulo Retângulo .....	47



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>1.1 Justificativa e objetivo .....</b>	<b>12</b>
<b>1.2 Estruturação do trabalho .....</b>	<b>15</b>
<b>2 CONTEXTOS E POSSIBILIDADES DA EJA .....</b>	<b>16</b>
<b>3 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO MOTIVADORA PARA O ENSINO .....</b>	<b>20</b>
<b>4 UMA EXPERIÊNCIA DE ESTUDO E DE ENSINO .....</b>	<b>26</b>
<b>4.1 Descrição do processo .....</b>	<b>27</b>
<b>4.2 Estudando as histórias da matemática .....</b>	<b>28</b>
<b>4.2.1 Álgebra: a arte dos raciocínios perfeitos .....</b>	<b>29</b>
<b>4.2.2 Origem do Universo! .....</b>	<b>33</b>
<b>4.2.3 Teoria dos Conjuntos .....</b>	<b>36</b>
<b>4.2.4 Origem dos Sistemas Lineares .....</b>	<b>41</b>
<b>4.3 Análise da experiência .....</b>	<b>43</b>
<b>4.3.1 As narrativas provocando a curiosidade dos alunos .....</b>	<b>44</b>
<b>4.3.2 Identificação do aluno com personagens da História da Matemática ....</b>	<b>47</b>
<b>4.3.3 Consequências da história no aprendizado do aluno .....</b>	<b>49</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>51</b>
<b>6 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>53</b>
<b>APÊNDICE 1: Plano de Aula .....</b>	<b>56</b>
<b>APÊNDICE 2: Termo de Consentimento Informado .....</b>	<b>61</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Várias vezes me perguntei como seria a minha vida sem matemática, mas foi quando me perguntei como as outras pessoas poderiam viver sem ela que decidi ser professora de matemática.

Ainda não respondi a mim mesma nenhuma das duas perguntas, muito menos refleti se fazia sentido perguntar. Poderia dizer que satisfaz meu ego, por me fazer sentir mais inteligente ou pelo título de "cientista" que confesso usar frequentemente; não sei... A única coisa que sei é que não pensei em nada melhor para fazer além de procurar respostas satisfatórias para todas as perguntas que faço.

Respostas. Estamos sempre as procurando. Mais fácil perguntar, não? As pessoas sempre procuram dar sentido às coisas através de esclarecimentos. É o contentamento que procuramos nos *experts*, aqueles que podem pensar por nós e nos convencer de que nossas vidas tem algum sentido! As pessoas precisam de algo a que se apegar - religião, ciência, misticismo, ou coisas mais palpáveis ou de fácil compreensão como amor, filhos, família, emprego, etc., ou até mais de uma - e são essas coisas que as fazem ter uma razão para viver e sobreviver. Alguns chamam de instinto de sobrevivência. Eu? Não chamo de nada. Isso realmente não me interessa! O que importa para mim é que a história esteja tão bem contada que possa me ensinar algo que eu ainda não sei.

Podemos ser realistas ou apenas criativos ou, porque não, os dois. Que mal há em justificar os efeitos da natureza usando um pouco de religião, por exemplo? Os nórdicos não reclamavam de ser Tor o responsável pelos trovões e, conseqüentemente, pelas chuvas. Eles não tinham higrômetro, pluviômetro ou barômetro, era mais fácil rezar para Tor "balançar" seu martelo, pois, por mais que não soubessem como os trovões aconteciam, sabiam que junto com trovões vinham as nuvens e, com as nuvens, a chuva. E era a chuva que regava a plantação e a planta crescia e se desenvolvia, servindo de alimento.

Retomando minhas dúvidas, persisto: como pessoas podem viver quase toda uma vida sem matemática? A oportunidade de sanar esta dúvida surgiu em um

estágio obrigatório na Universidade. Escolhi estagiar numa turma do Ensino Fundamental da EJA<sup>1</sup>. Era uma turma grande, com níveis variados de idade, escolaridade, profissão e experiências de vida. Consequentemente, outras perguntas surgiram, uma decorrente da outra: o que ensinar? O que eles precisam saber? O que querem saber? Matemática abstrata? Matemática do cotidiano? Ou talvez estejam ali buscando algo novo. Então, quem sabe, matemática dos antigos? De mundos que eles não conhecem; lugares que parecem pertencer a outros universos, dos quais eles jamais teriam conhecimento se não fossem as histórias? Histórias que podem fascinar, personagens reais parecidos conosco ou bem diferentes, fatos que podem justificar nossa existência e nossa realidade. Decidi - pensei - vou contar histórias da matemática!

Quem não gosta de histórias? Assim como jogos e brincadeiras, sabemos que as histórias podem nos fazer compreender a vida sob aspectos que não pensamos frequentemente. Eu adorava ouvir meu pai contando histórias para me fazer dormir, mas quem diz que eu dormia antes que ele terminasse? Ouvia até o fim, mesmo com sono, mesmo que a história fosse triste, mesmo que fosse repetida... As histórias me levavam para mundos paralelos que tinham uma realidade que, por mais diferente que fosse da minha, eu sempre a alcançava, a compreendia. Também era divertido aprender com elas. Coisas difíceis, quase impossíveis de fazer pareciam muito fáceis depois que a personagem da história fazia, a maneira como trabalhava para resolver seus problemas, seus erros e acertos, tudo conspirando a favor da solução, porém formando um passo a passo humano e possível.

Será que as pessoas poderiam resolver seus problemas sem esforços, sem dedicação, sem explorar sua inteligência ou esperteza, enfim, sem utilizar qualquer "arma" que as ajudasse a atingir seus objetivos? A respeito da construção da Matemática, Kline (1972) diz que

[...] os cursos regulares de matemática são mistificadores num aspecto fundamental. Eles apresentam uma exposição do conteúdo matemático logicamente organizado, dando a impressão de que os matemáticos passam de um teorema a teorema quase naturalmente, de que eles podem superar qualquer dificuldade e de que os conteúdos estão completamente

---

<sup>1</sup> Educação de Jovens e Adultos

prontos e estabelecidos... As exposições polidas dos cursos não conseguem mostrar os obstáculos do processo criativo, as frustrações e o longo e árduo caminho que os matemáticos tiveram que trilhar para atingir uma estrutura considerável. (*apud* MIGUEL, 1993, p. 49).

A preocupação de Kline (1972) está dirigida ao modo como a matemática se apresenta nas escolas: os conteúdos estão tão bem encaixados e organizados, escondendo os caminhos da criação, justamente para evitar que os alunos também percorram caminhos alternativos que possam levá-los a se sentirem perdidos no conteúdo. Como se a maneira correta de se aprender o conteúdo dependesse exclusivamente da organização curricular, deixando à margem as características individuais dos alunos e ignorando a individualidade dos matemáticos responsáveis pela criação dos conceitos estudados por esses alunos.

Posso, inclusive, mencionar o enfrentamento social e cultural característico de cada época que os matemáticos, com suas ideias inovadoras e muitas vezes polêmicas, tiveram que suportar para garantir que seus estudos fossem conservados, debatidos, registrados e, principalmente, divulgados no meio acadêmico e político. Sem contar as discussões sobre determinados conteúdos que duraram séculos até que fossem devidamente aceitos pela sociedade acadêmica. Quantos pesquisadores levaram uma vida inteira para serem reconhecidos por suas pesquisas ou não tiveram este reconhecimento ainda em vida!

As histórias que relatam a construção da matemática tornam os matemáticos mais humanos e próximos da realidade do educando e do educador, fazendo analogias entre o conteúdo construído sobre certos parâmetros da época passada com a época atual, em que se aplicam os mesmos conteúdos. Conhecer os personagens dessas histórias e a maneira como chegaram à matemática que estudamos hoje, nos aproxima da realidade em que vivemos e da origem da humanidade de uma forma mais completa e historicamente fundamentada.

Neste caso, a total veracidade das histórias não me prende, nem retrai minhas intenções. Acredito, assim como Verissimo (1997), que

[...] o que importa num livro (estamos falando de ficção) é comunicar ao leitor o drama de outros homens, dar-lhe elementos para olhar de um ângulo "diferente" a vida e a humanidade. Não interessa muito ao leitor, ao observador e ao ouvinte saber quanto tempo o artista levou para fazer a obra, se a fez vestido ou nu, em estado de felicidade ou desgraça. O que conta é o final, o "produto acabado". O mesmo quadro, a mesma escultura, a mesma sonata, o mesmo conto provocam diferentes emoções, de acordo

com cada observador, leitor ou ouvinte. E é um pouco nesse mistério que reside o encanto da arte. (VERISSIMO, 1997, p. 37).

A História da Matemática, geralmente publicada em livros e revistas, se fundamenta em fontes documentais ou mesmo em narrativas que foram registradas em algum momento no passado e hoje nos trazem um pouco de tudo que foi feito pelos antigos para chegarmos à matemática que estudamos. Portanto, diferentemente de uma obra de arte que independe do tempo, é importante considerar a época em que ocorre, bem como todo o percurso de sua construção. Ainda assim, quando contadas informalmente, com certo grau de ficção e fantasia, podem produzir emoção, expectativa, perspectiva, êxtase, confundindo-se com a escultura, a sonata ou, mesmo, com o romance produzido por um artista.

### **1.1 Justificativa e objetivo**

Faço questão de dizer que sou contra a censura, contra o princípio da censura. Sempre tive medo de que essa prática se incorporasse à vida cultural do país. E acho uma inocência que algum escritor concorde em particular com qualquer mecanismo de censura, em qualquer instância. (VERISSIMO, 1997, p. 153).

O pensamento de Verissimo (1997), como autor de histórias fictícias, sobre a censura, me inspira a fazer das histórias da matemática a serem narradas aos alunos, algo que esteja entre o rigor próprio do trabalho do historiador e a flexibilidade própria da obra literária. Sem dúvida, respaldo-me em fatos registrados em obras da área e, dentro do possível, priorizo a contribuição matemática que as histórias possam oferecer na aprendizagem do conteúdo ensinado. Mas, destaco que minha intenção é uma escrita livre, que possa causar emoções e discussões das mais diversas, como políticas, sociológicas, filosóficas, etc., sem limitar-se a áreas exclusivas da matemática.

Muitos estudiosos que defendem a História da Matemática na educação matemática, o fazem na perspectiva da história como um recurso pedagógico para a introdução de conceitos, ou seja, manifestam a importância de se mencionar fatos históricos que contribuam no aprendizado de conteúdos já programados. Vejamos o que diz Valdés (2006):

O valor do conhecimento histórico não consiste em ter um bloco de historietas e anedotas curiosas para entreter nossos alunos a fim de dar voltas em torno do tema tratado. A história pode e deve ser utilizada, por exemplo, para entender e fazer compreender uma idéia difícil do modo mais adequado. (p. 18).

Assim como Valdés (2006), concordo que os alunos da EJA não vão à escola escutar "historietas" para se distrair ou mudar a rotina, por exemplo. A história, portanto, deve ser rica o bastante para cativar os alunos, mas isso não exclui o cuidado que se deve ter para que os conceitos matemáticos introduzidos com sua narrativa estejam bem estruturados. Além disso, sugiro que se explore a dimensão criativa e imaginária que a história pode alcançar, provocando discussões que também possam contribuir ou gerar conhecimento.

Entendo que a descrição de um fato histórico não garante que o mesmo possa ser recuperado verossímil e integralmente<sup>2</sup>, ainda que a narrativa esteja baseada em documentos, banco de dados históricos, relatos escritos e orais, etc., todos devidamente registrados. Normalmente manipulam-se os dados para que a descrição se torne clara e de entendimento geral, porém, uma vez publicado, torna-se um documento, um registro de informações a respeito de algo. Ouso dizer, inclusive, que excesso de detalhamento na descrição de um fato histórico abre espaço para múltiplos pontos de vista, nos distanciando de um consenso, o que, sem dúvida, torna enriquecedor o campo didático. Pode-se elucidar, por exemplo, os estímulos (pessoais e externos) que os personagens da história da matemática tiveram para chegar a conclusões sobre seus estudos.

Vejo que “[...] a história da Matemática pode ser tão instrutiva como agradável; e pode não só relembrar-nos do que temos, mas pode também ensinar-nos como aumentar nossa bagagem.” (CAJORI, 2007, p. 17), o que remete ao envolvimento que a história pode causar entre o professor, o aluno e o conteúdo matemático em questão. Envolver esse que pode resignificar de maneira mais

---

<sup>2</sup> “Segundo o paradigma tradicional, a História é objetiva. A tarefa do historiador é apresentar aos leitores os fatos, ou, como apontou Ranke em uma frase muito citada, dizer ‘como eles realmente aconteceram’. [...] Hoje em dia, este ideal é, em geral considerado irrealista. [...] O relativismo cultural obviamente se aplica, tanto à própria escrita da história, quanto a seus chamados objetos. Nossas mentes não refletem diretamente a realidade. Só percebemos o mundo através de uma estrutura de convenções, esquemas e estereótipos, um entrelaçamento que varia de uma cultura para outra.” (BURKE, 1992, p.15).

concreta e apaixonante o conteúdo muitas vezes visto como desinteressante pelo aluno. Valdés (2006) reforça essa ideia ao dizer que:

A visão histórica transforma meros fatos e destrezas sem alma em porções de conhecimento buscadas ansiosamente, e em muitas ocasiões com genuína paixão por homens de carne e osso que se alegraram imensamente quando pela primeira vez se depararam com elas. (p. 15).

Pensar nos matemáticos como pessoas “reais”, intelectualmente desenvolvidas segundo as possibilidades que a sociedade na qual se inseriram lhes ofereceu, parece algo difícil de imediato. É preciso um estímulo do professor para que a ideia de uma matemática “mitológica” não entre em campo e transforme o conteúdo matemático em criação divina, extraterrestre ou quaisquer idealizações por parte do aluno. É importante para o aluno saber que a matemática foi construída no decorrer do tempo com muitos questionamentos e discussões até se concluir o que temos hoje, levando em conta que ainda há muitas outras particularidades em desenvolvimento, dentro de determinadas regras e normas puramente humanas e racionais.

Tendo em vista turmas de EJA, além da questão humanizadora trazida pelas narrativas de histórias, ainda se pode considerar seu currículo diferenciado, especialmente devido ao público que as frequenta, geralmente adultos atuantes no mercado de trabalho. Esses alunos possuem uma bagagem de conhecimento construída e acumulada durante sua vida, de acordo com suas experiências, que podem aproximá-los ainda mais dos personagens da História da Matemática, social, cultural e economicamente.

Miguel (1993) profere que “[...] o poder motivador da história é atestado e exaltado em função da adoção de uma concepção lúdica ou recreativa da mesma.” (p.63). O autor também afirma que, em momentos formais do ensino, exigentes de concentração e raciocínio por parte do discente, a história discernida como anedota caracteriza um momento de recreação, tornando a aula bastante fluida e agradável.

Essa concepção lúdica e recreativa da história me remete à EJA, uma vez que o público destinado a essa modalidade de ensino, além dos casos de “não-acesso” ao serviço educacional, insere-se num contexto mais amplo de exclusão social e cultural, carecendo de apoio e incentivo para a conclusão da escolarização. (FONSECA, 2007).

Ao observar o comportamento dos alunos de turmas da EJA, durante a disciplina Estágio em Educação Matemática II, pude concluir que a maioria dos que procuram esta modalidade de ensino já teve uma passagem fracassada pela escola. Visando uma alternativa para o ensino na EJA, o objetivo desta pesquisa é discutir o quanto contar histórias da matemática, com liberdade de expressão e articulação das informações, pode motivar os alunos, estimulando o aprendizado e despertando o interesse pela disciplina.

## **1.2 Estruturação do trabalho**

Primeiramente, fiz um estudo sobre perspectivas mais atuais da EJA, juntamente com um estudo sobre História da Matemática como motivadora para a aprendizagem de matemática. Desenvolvi, também, uma pesquisa participante<sup>3</sup> com ênfase no uso da História da Matemática, rompendo algumas ideias preestabelecidas ou princípios ideológicos que rondam o ensino de matemática na Educação de Jovens e Adultos.

Como resultado, organizei este trabalho em cinco capítulos, sendo o primeiro formado por esta introdução, apontando a justificativa da escolha do tema de estudo e seu objetivo. O segundo capítulo aborda aspectos relacionados com o contexto atual da Educação de Jovens e Adultos, como o ensino de matemática se dá nesta modalidade e sob quais perspectivas se baseia.

O terceiro capítulo apresenta os principais argumentos para o uso da História da Matemática na Educação Matemática, destacando sua importância motivacional para o ensino. Como o trabalho apresenta uma pesquisa participante, o quarto capítulo traz uma análise dessa pesquisa, apresentando as histórias narradas e suas contribuições para o aprendizado dos estudantes. No último capítulo, teço algumas considerações a respeito da experiência vivida com os alunos da EJA, articuladas a todo o referencial teórico discutido.

---

<sup>3</sup> “[...] pesquisa da ação voltada para as necessidades básicas do indivíduo que responde especialmente às necessidades de populações que compreendem [...] as classes mais carentes nas estruturas sociais contemporâneas – levando em conta suas aspirações e potencialidades de conhecer e agir. É a metodologia que procura incentivar o desenvolvimento autônomo (autoconfiante) a partir das bases e uma relativa independência do exterior [...]” (BRANDÃO, 1999, p. 43).



## 2 CONTEXTOS E POSSIBILIDADES DA EJA

Trabalhar com turmas da EJA foi especial pelo sentido desafiador do desconhecido, pois havia trabalhado somente com turmas de séries fundamentais regulares em estágios remunerados, proporcionados pelo vínculo com a Universidade Federal do Piauí (UFPI), a qual frequentei anteriormente à UFRGS.

Nesses estágios, me deparei com situações descritas em disciplinas cursadas na instituição e, com outras, de certa forma já esperadas segundo relatos de colegas e professores atuantes. Nesse caso, tive uma preparação anterior aos estágios que me ajudou a conduzir a situação de uma maneira mais confortável. Inclusive, pude obter minhas próprias conclusões sobre o ensino, questionando metodologias de ensino e aprendizagem discutidas em outras disciplinas da UFPI e, posteriormente, da UFRGS.

Mas, turmas da EJA eram novidade para mim até então. Assim, na primeira vez em que me deparei com tal experiência, confesso ter tido dificuldade em encontrar maneiras de fazer com que os alunos me reconhecessem como professora, aceitando minha autoridade na coordenação da aula, situação decorrente do fato da maioria dos alunos ter idade superior à minha. Além disso, tive dificuldade em fazer com que confiassem na minha capacidade de transmitir conhecimentos que contribuíssem para o avanço de todos na formação escolar.

Como poderia saber se os métodos que vinha desenvolvendo no ensino regular serviriam para o ensino da EJA? A fim de sanar essa dúvida, foi preciso entender do que se trata a Educação de Jovens e Adultos e quais pesquisas já existiam sobre esse tema. Segundo Borghetti:

Atualmente, as escolas que oferecem a EJA encontram dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem, visto que não incluem apenas jovens e adultos, mas também adolescentes que recém evadiram do ensino regular [...]. Quando os discentes são adolescentes, observa-se que os mesmos buscam referências para o futuro [...]. Por outro lado, educar Jovens e Adultos tem um papel de atualidade. (BORGHETTI, 2011, p. 20).

Vejo a realidade apresentada por Borghetti quanto ao alunado que compõe as turmas de EJA como o mais relevante enfrentamento do docente que atende essa demanda educacional. Por outro lado, um planejamento metodológico abrangente,

que atenda turmas com tal nível de heterogeneidade, torna-se extremamente trabalhoso. Além disso, segundo Fonseca (2007), a idade cronológica dos alunos da EJA faz com que sejam movidos por interesses distintos na busca de instituições de ensino, mesmo que estruturas socioeconômicas e culturais os conduzam, cada vez mais precocemente, às responsabilidades e particularidades da vida adulta.

Então, como tratar a EJA contemplando seu ensino de forma abrangente e satisfatória? Fonseca (2007) argumenta que:

Será, pois, na relação do aluno da EJA, tomado como sujeito sociocultural, com a instituição e a cultura escolar, que se forjarão os princípios de seleção do que é lembrado e do que é esquecido; das vivências que se há de considerar relevantes pelo sujeito e pelo grupo e daquelas para as quais ainda não se atribuíram significados socializáveis; do que se diz sobre elas e do que se silencia; e dos modos do dizer e do não dizer. (FONSECA, 2007, p. 26).

Dentro desta perspectiva, o aluno da EJA, enquanto sujeito sociocultural, adquire na escola a possibilidade de compartilhar determinados conhecimentos, sendo que de suas experiências algumas coisas são reconhecidas, ditas e resignificadas; outras não, de acordo com as situações surgidas durante o ensino e a aprendizagem.

O aluno torna-se autor da ação, contribuindo para o aprendizado de outros ou como receptor de um aparato de experiências que podem ser relevantes, sob algum aspecto, para sua própria formação. Discutindo suas condições individuais com o restante do grupo, todos tornam-se mais próximos, no contexto social em que se inserem. As experiências/vivências de alunos que procuram a EJA são determinantes para o entendimento das várias razões que levam esses alunos a retomar os estudos, dentre as quais destaco: manifestar interesse no mercado de trabalho ou, por já estar nele inseridos, procurar agilidade e facilidades para sua formação escolar; sentir necessidade de auxiliarem filhos ou dependentes em tarefas escolares; desejar apenas satisfazer o intelecto para se sentirem menos excluídos da sociedade; ou, simplesmente, desejarem estar em processo de aprendizagem.

A despeito das diversidades das histórias individuais, a identidade sociocultural dos alunos da EJA pode ser tecida na experiência das possibilidades, das responsabilidades, das angústias e até de um quê de nostalgia, próprios da vida adulta; delinea-se nas marcas dos processos de exclusão precoce da escola regular, dos quais, sua condição de aluno da

EJA é reflexo de resgate; aflora nas causas e se aprofunda no sentimento e nas consequências de sua situação marginal em relação à participação nas instâncias decisórias da vida pública e ao acesso aos bens materiais e culturais produzidos pela sociedade. (FONSECA, 2007, p. 26).

Essa identidade sociocultural, segundo Fonseca (2007), faz o aluno buscar na instituição a retomada da escolarização, na expectativa de que seu contexto sociocultural seja caracterizado e levado em consideração na definição de estratégias de ensino e na promoção de discussões durante o aprendizado. No contexto escolar, é primordial a relação entre os sujeitos (professor e aluno) no desenvolvimento interlocutivo que busca significados para as experiências da Educação Matemática de Jovens e Adultos, através de práticas observadas, vivenciadas, sonhadas ou temidas por esses atores.

Das experiências referidas, no entanto, podem emergir fatores que dificultem a aprendizagem do aluno, isso, quando esse se depara com novas formas de raciocínio, distintas das técnicas já desenvolvidas pela vivência profissional e pelas responsabilidades da vida adulta, parte da bagagem de conhecimentos carregada pelo aluno da EJA. Cálculos mentais, estimativas, proporcionalidades são exemplos da matemática presente na vida de estudantes, que podem ser explorados, porém, é preciso cautela quanto ao aprimoramento destes conceitos e sua aplicabilidade na escola, devendo ser levadas em consideração a maturidade do aluno e suas capacidades.

Pois, apesar de se tratarem de alunos de comunidades culturalmente delineadas, o educador matemático da EJA deve atentar “[...] para a especificidade e a identidade cultural de seu alunado, ainda que composto por indivíduos com histórias de vida bastante diferenciadas, mas todas elas marcadas pela dinâmica de exclusão.” (FONSECA, 2007, p. 31). Considerando essa dinâmica, saliento a importância de nos posicionarmos de maneira a considerar essas diferenças, embora identifiquemos a EJA dentro de um grupo sociocultural definido.

Penso, com relação ao campo da EJA, na “[...] ampliação da compreensão dessa modalidade educativa como espaço de direitos e, também, [n]o desenvolvimento de propostas e projetos educacionais de iniciativa da sociedade

civil e no âmbito governamental.” (SOUZA<sup>4</sup>, p. 2). É através desta iniciativa que Jovens e Adultos conseguem resgatar sua dignidade e fazer valer seus direitos, tendo em vista sua participação social e política.

Lidamos aqui com estudantes para quem a Educação escolar é uma opção *adulta*, mas também é uma luta pessoal, muitas vezes penosa, quase sempre árdua, que carece, por isso, justificar-se a cada dificuldade, a cada dúvida, a cada esforço, a cada conquista. (FONSECA, 2007, p. 74).

A presença do aluno na aula, quando decorre de uma escolha pessoal, de um desejo pessoal, torna o processo de aprendizagem mais importante do que o próprio resultado. Uma vez “[...] que a aquisição do conhecimento matemático pelos adultos, alijados prematuramente da escolarização, não tem início apenas quando o indivíduo ingressa em um processo formal de ensino.” (SOUZA, p. 2), a bagagem matemática trazida por estes alunos à aula força-os muitas vezes a uma reavaliação de conceitos, o que, conseqüentemente, exige maior esforço no aprendizado (reaprendizado).

Reforçando, Knijnik (1996) discute “[...] a inter-relação entre conhecimentos acadêmicos, saberes e cultura popular, e aponta para a importância de a escola reconhecer como legítimos os saberes dos alunos, revelando os jogos de poder envolvidos nessa legitimação.” (*apud* SOUZA, p. 3).

---

<sup>4</sup> Essa informação pode ser encontrada no site [http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CDIQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.sbem.com.br%2Ffiles%2Fix\\_enem%2FRelato\\_de\\_Experiencia%2FTrabalhos%2FRE45195447691T.doc&ei=imnHUU\\_bAuOw8AGppoCgCg&usg=AFQjCNFvHgO4N-MYhzBEHq7LRE-xNWs4ew&sig2=\\_zk-7860t5e8KF7qm3fWHw&bvm=bv.1354675689,d.eWU](http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CDIQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.sbem.com.br%2Ffiles%2Fix_enem%2FRelato_de_Experiencia%2FTrabalhos%2FRE45195447691T.doc&ei=imnHUU_bAuOw8AGppoCgCg&usg=AFQjCNFvHgO4N-MYhzBEHq7LRE-xNWs4ew&sig2=_zk-7860t5e8KF7qm3fWHw&bvm=bv.1354675689,d.eWU).

### 3 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO MOTIVADORA PARA O ENSINO

Assim como Cajori (2007), vejo que a maneira como a matemática se constituiu e as etapas pelas quais teve que passar nunca deixaram de interessar ao matemático. “Ele tem orgulho do fato de sua ciência, mais do que qualquer outra, ser uma ciência exata, e que dificilmente qualquer coisa feita em Matemática mostrou ser inútil.” (*ibid.*, p. 17). Enquanto os químicos divertem-se com a ingenuidade dos alquimistas, os matemáticos admiram a geometria grega e a aritmética hindu tanto quanto qualquer pesquisa mais atual. Demonstra prazer em reconhecer que apesar de ainda em desenvolvimento, “[...] seu âmago tenha sido uma preeminente ciência *progressiva*.” (*ibid.*, p. 17).

Em várias etapas da evolução humana, a Matemática tem revelado uma importância histórica que atua na formação epistemológica do pensamento científico, interesse de muitos pesquisadores da área da Educação Matemática. (VALDÉS, 2006).

Dificilmente encontramos histórias da matemática em livros didáticos direcionados a professores e alunos do Ensino Fundamental ou Médio, podendo destacar apenas menções a respeito de algum personagem histórico ou de algum acontecimento, muitas vezes irrelevantes ao desenvolvimento do conhecimento matemático pelo estudante. Assim, é importante que façamos um estudo para que a História da Matemática tenha um papel de destaque no ensino da matemática, seja com relação ao aprendizado de algum conteúdo por parte do estudante, seja para manter seu interesse pela Matemática.

O reconhecimento da importância da história da matemática pelo professor é o primeiro passo para a interação desse recurso pedagógico nas aulas. Segundo Valdés (2006):

Um certo conhecimento da história da matemática deveria se constituir em uma parte indispensável da bagagem de conhecimentos do matemático em geral e do professor de qualquer nível de ensino (primário, secundário ou superior). No caso deste último, não só com a intenção de que se possa utilizar a história da matemática como instrumento em seu próprio ensino, mas primeiramente porque a história pode lhe proporcionar uma visão verdadeiramente humana da matemática, da qual o matemático pode estar, também, muito necessitado. (VALDÉS, 2006, p. 15).

Ouso afirmar que todo professor de matemática, em algum momento da sua vida, ouviu dizer que a Matemática é uma ciência puramente racional e que o professor é frio e calculista. Isso acaba, muitas vezes, por convencê-lo ser realmente limitado de características humanas. Um caminho para quebrar esses rótulos é adquirir um conhecimento maior do desenvolvimento histórico para que se possa resgatar da vida de matemáticos, características sensibilizadoras, humanas, conhecimento esse que também viria a contribuir para o exercício da docência.

Qual aluno não ficaria satisfeito em saber a origem dos conteúdos matemáticos que precisa "digerir" a cada aula de matemática? A meu ver, seria razoável pensar na satisfação do aluno ao ser levado para lugares diferentes e inimagináveis como o Egito Antigo, Grécia, Índia, China, Japão, etc. Aprender aritmética com hindus, geometria com os gregos, sistemas lineares com os japoneses, são algumas das situações que podem transformar uma aula de matemática em um ambiente de investigação e de viagens emocionantes, no qual o aluno se vê parte de um contexto crítico e lúdico. Pois está a sua disposição um conjunto de ideias e informações que podem ser aproveitadas de alguma forma para seu aprendizado ou, simplesmente, como um passatempo para que a aula de matemática seja ao menos um ambiente agradável e interessante.

Isso significa que um estudo acerca da história da matemática requer um entendimento profundo da própria matemática para que assim seja garantido o significado deste estudo. Se os professores não conhecem a história o bastante para avaliar isto, os estudantes ignorarão a importância deste conhecimento. (MENDES, 2006, p. 97).

Assim, insisto na importância da pré-análise dos acontecimentos históricos, fonte para a história narrada, pelo professor, para que esse possa medir a importância que a história terá ao ser narrada em aula. Esta pré-avaliação pode envolver contextos bem definidos diante da necessidade que o professor terá para atingir seus objetivos no ensino de matemática. Saliento que a História da Matemática pode auxiliar o professor na explanação ou explicação de um determinado assunto matemático desde a ênfase nas dificuldades enfrentadas pelos matemáticos no desenvolvimento de conceitos e de suas aplicações até a formalização do conteúdo em questão.

Com respeito às possibilidades da História da Matemática, alguns autores argumentam:

1. Um dos fundamentos da atual reforma do ensino da matemática é o conceito do que diz respeito à natureza do conhecimento matemático. A perspectiva histórica nos permite mostrar, entre outras coisas, que a matemática é um conjunto de conhecimentos e evolução contínua e que nessa evolução desempenha, amiúde, um papel de primeira ordem, sua inter-relação com outros conhecimentos e a necessidade de resolver determinados problemas práticos. Outra consideração importante se deriva do uso, no processo histórico de construção dos conhecimentos matemáticos, do raciocínio empírico-dedutivo em grau não menor que o raciocínio dedutivo. (VALDÉS, 2006, p. 20).

Valdés (2006) destaca a importância de a matemática tratar a resolução de problemas práticos relacionados a outras áreas do conhecimento, fazendo, assim, uma inter-relação com outras disciplinas e, também, com atividades cotidianas fora da escola. Desta forma, ressalta a importância de uma fundamentação dos conceitos matemáticos, através da perspectiva histórica.

Outra observação citada por Valdés (2006) é que “[...] nos últimos anos, também se tem incrementado a busca de relações entre a matemática e sua história como ferramenta didática e como campo de investigação.” (VALDÉS, 2006), ou seja, a busca pela construção do conhecimento.

2. A história como fonte de significação constitui-se em uma função importante para que a educação matemática promova uma aprendizagem significativa e compreensiva da matemática escolar através da história. É uma das funções de maior interesse para o trabalho que desenvolvemos atualmente, visto que através dessa abordagem é possível contribuir para que os estudantes alcancem uma aprendizagem integral e ampla da matemática escolar, ou seja, desenvolvam uma compreensão relacional dos conceitos matemáticos estudados. É a partir dos significados históricos que será possível estabelecermos uma conexão construtiva entre os aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática, de modo a fazer com que os estudantes passem a observar o seu contexto cotidiano e compreendam a matemática que está sendo feita hoje, de acordo com o momento histórico atual. (MENDES, 2006, p. 93).
3. Apenas o método histórico seria potencialmente adequado para se atingir o ideal pedagógico de levar a juventude a “pensar cientificamente”, o que se traduz no objeto e no objetivo de toda educação verdadeiramente científica. (MIGUEL, 1993, p. 39).

Mendes (2006) acrescenta que a História pode facilitar o entendimento e a assimilação, pela maioria dos estudantes, de determinados conteúdos matemáticos de difícil compreensão, que apresentam pouca aplicabilidade, muita complexidade

teórica e também exigem bastante atenção, concentração e reflexão. Exigências essas para um “pensamento científico” estruturado e organizado que, segundo Miguel (1993), a História pode ajudar o aluno a desenvolver.

4. A história da Matemática é importante também como uma valiosa contribuição à história da civilização. O progresso humano está intimamente identificado com o pensamento científico. As pesquisas matemáticas e físicas são autênticos registros do progresso intelectual. A história da Matemática é uma das amplas janelas pelas quais a visão filosófica olha as épocas passadas e traça a linha do desenvolvimento intelectual. (CAJORI, 2007, p. 19).

Segundo Cajori (2007), é importante salientar o desenvolvimento intelectual que o processo evolutivo da matemática deixa registrado durante o progresso do pensamento científico, herança de nossos antepassados que tinham na matemática a oportunidade de expressar suas capacidades de entender o mundo e evoluir na resolução de problemas sociais, práticos e necessários para a humanidade.

Minha intenção nunca foi citar a História da Matemática como um método de ensino para EJA. Procuro com as histórias mostrar, dentre outras coisas, que:

Os diferentes métodos do pensamento matemático [...] surgiram em circunstâncias históricas muito interessantes e muito peculiares, frequentemente na mente de pensadores muito singulares, cujo mérito é muito útil ressaltar, não apenas por justiça, mas por exemplo. (VALDÉS, 2006, p. 18).

É importante ressaltar que os personagens das histórias que se conta em aula são matemáticos, sujeitos dedicados a um tipo específico de produção intelectual, que possuem, por consequência, uma forma singular de pensar no que está a sua volta. Sejam anônimos, lendários ou conhecidos, todos tiveram oportunidade de contribuir com suas ideias, dedicando-se em aperfeiçoar e aprofundar o conhecimento matemático. “Homens de intelecto, são também feitos de carne e osso.” (GODEFROY, 1997, p. 7).

Como principais interesses no contar histórias da matemática estão as reações provocadas pela história nos alunos. A respeito da interatividade que a história pode causar entre o aluno e a Matemática, Mendes (2006) argumenta:

Em se tratando da fonte de recreação acreditamos que a história matemática se efetiva através de atividades lúdicas e heurísticas incorporadas às atividades de sala de aula. Trata-se de mais uma alternativa para tornar as aulas mais agradáveis, motivadoras e desafiadoras da capacidade imaginativa do aluno. Além disso, a matemática



passa a ser revestida de muita dinâmica criativa, dependendo do empenho do professor. (MENDES, 2006, p. 92).

Assim como Mendes (2006), há outros autores que ressaltam a característica motivacional provocada pelas histórias. O estudo da matemática exige um esforço mental fatigante, muitas vezes rejeitado pelo aluno, ou, no mínimo, limitado pelo desejo do aluno em algo com menor grau de dificuldade. Neste caso, a história pode tornar a aula menos cansativa, pois dispõe oportunidades de discussões, raciocínios e interações, além do cálculo. A aula passa a ter um fator motivador causado pelo diferencial que a história disponibiliza. Sendo assim, "A história como uma fonte de motivação para a aprendizagem da matemática é considerada imprescindível para que as atividades em sala de aula se tornem atraentes e despertem o interesse dos estudantes para a matemática." (MENDES, 2006, p. 91).

Miguel (1993), também chama a atenção para esse "poder" motivacional da história, proferindo que esse se verifica pelo caráter lúdico e recreativo que possui. "É a história-anedotário vista como contraponto momentâneo necessário aos momentos formais do ensino, que exigem grandes doses de concentração e esforço por parte do aprendiz [...]" (MIGUEL, 1993, p. 6).

Assim, Miguel (1993) desperta outra forma de usar a História da Matemática, inserindo-a em momentos de exaustão mental por parte dos alunos apenas como recreação, sem preocupar-se com o quanto a história pode contribuir para o aprendizado do conteúdo matemático. Considera um momento de *relax* de uma aula maçante e cansativa, "[...] a recompensa repousante merecida e necessária pelo esforço estafante requerido pela aprendizagem da matemática; a matemática exige o pensamento e a seriedade, enquanto a história alivia a tensão e conforta [...]" (MIGUEL, 1993, p. 64).

Porém, é perigoso dizer que um problema causará interesse aos estudantes apenas por ser histórico. Desta forma, a história da matemática seria automotivadora, independente da cognição do aluno e do professor. Ou seja, o vínculo estabelecido

[...] entre a história e o problema não os coloca em melhor situação, pois o aspecto motivador de um problema não reside no fato de ele ser histórico ou até mesmo de ser problema, mas no maior ou menor grau de desafio que esse problema oferece, no modo como esse desafio é percebido pelo aprendiz, no tipo de relações que se estabelecem entre esse desafio e os

valores, interesses e aptidões socialmente construídos por ele etc. (MIGUEL, 1993, 69).

Portanto, para que a história possa motivar, acredito ser necessário considerar os aspectos cognitivos daqueles (professor e aluno) cuja relação se estabelecerá para atingir objetivos (do professor ou do aluno). E que estes objetivos, ligados à matemática, sendo auxiliados pela complementação do conhecimento ou sendo alcançados pela motivação ao raciocínio que a história proporciona, possam abranger objetos de ensino e de aprendizagem satisfatórios aos sujeitos da ação.

## 4 UMA EXPERIÊNCIA DE ESTUDO E DE ENSINO

A escolha da modalidade EJA para o desenvolvimento de uma pesquisa participativa se deu pela minha total ignorância no assunto. O primeiro passo, então, foi procurar práticas que me familiarizassem com turmas da EJA em 2011/2, exercidas no Estágio em Educação Matemática II, disciplina da UFRGS na qual me deparei com as dificuldades de ensino e de aprendizagem características dos professores e alunos da EJA.

Durante o estudo sobre o tema, identifiquei algumas autoras com publicações atualizadas, das quais destaco: Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca, Gelsa Knijnik e Maria Celeste Reis Fernandes de Souza. Para realização da pesquisa em História da Matemática, comecei escolhendo autores que deram suporte para a criação das histórias contadas em aula. A escolha desses autores, incluindo *sites* relacionados da internet, dependeu da maneira como argumentavam em suas narrativas e no conteúdo do texto que seria de meu interesse inserir no corpo da história. Também busquei autores que pudessem me amparar na decisão de liberdade quanto à escrita e contagem das histórias, ou seja, uma escrita menos preocupada com o rigor das fontes e mais atenta a fatos inusitados e curiosos. Assim, destaco os autores Érico Verissimo, Antônio Miguel, Iran Abreu Mendes, Juan E. Nápoles Valdés, Florian Cajori, Gilles Godefroy, Michael Guillen, Paul Karlson e Lancelot Hogben.

O passo seguinte foi encontrar duas turmas de EJA, nas quais fosse possível inserir uma atividade alternativa no planejamento já previsto da escola, interferindo tanto na escolha de conteúdos matemáticos quanto, e principalmente, na didática de ensino desses conteúdos. Encontrei resistência por parte da professora regente em alterar conteúdos já programados para uma das turmas, porém, tive na outra turma bastante liberdade. Portanto, depois de algumas observações das turmas me preocupei em escrever as histórias de forma a considerar algumas particularidades dos alunos, em especial as que identifiquei com relação a à personalidade, heterogeneidade e dificuldades de aprendizagem.

#### 4.1 Descrição do processo

Para realização da pesquisa participativa, utilizei as aulas da disciplina Estágio em Educação Matemática III, atuando como docente com uma carga horária de cinquenta horas, distribuídas igualmente entre duas turmas do nível médio da EJA, T102 (primeiro ano) e T201 (segundo ano), da Escola Estadual de Ensino Médio Anne Frank, em Porto Alegre - RS.

Antes de tudo, conversei com as professoras regentes a respeito de quais conteúdos seriam desenvolvidos com cada uma das turmas, a fim de redigir as histórias que poderiam me apoiar nas aulas, e quais seriam os meus objetivos ao narrá-las, dentre eles, a motivação, a contribuição para entendimento de um novo conteúdo e a interação entre os alunos, o professor e a matemática. Procurei, então, material histórico específico sobre esses conteúdos e, através de leitura e pesquisa, adquiri conhecimento suficiente para elaborar as histórias que, além do meu propósito motivacional, também me auxiliassem na exposição do conteúdo programado para cada turma. Ou seja, cada turma teve suas histórias de acordo com o conteúdo direcionado às mesmas.

A etapa seguinte dependeu bastante dos alunos, pois a intenção era contar as histórias a partir de alguma discussão, comentário ou situação polêmica, desmotivadora ou excitante, que exigisse algo diferenciado, mas que não fugisse do objetivo da aula. Para escrever as histórias também levei em consideração características particulares de cada turma, entre elas, a heterogeneidade, a quantidade de alunos, os interesses individuais e as dificuldades de aprendizado. Características essas registradas durante o período de quatorze horas de observação das turmas antes de iniciar a docência.

Cada história, com suas peculiaridades, teve um texto preparado para desenvolvimento de ideias matemáticas apoiadas nas considerações de Klein (1945), ao demonstrar sua satisfação em “[...] seguir o desenvolvimento histórico de várias teorias a fim de compreender as marcantes diferenças nos métodos de apresentação quando confrontados com os demais métodos presentes na instrução atual.” (*apud* MIGUEL, 1993, p. 37). Também levei em consideração os caminhos a que cada história poderia levar no decorrer da discussão, envolvendo os alunos, de

forma que despertassem curiosidades diversas sobre os personagens da história, a disciplina e demais áreas do ensino, tendo como consequência geração de conhecimento.

Durante a contagem das histórias, permiti que os alunos interferissem na aula, explorando o que lhes causasse interesse e curiosidade. Portanto, nem todas as histórias foram contadas na íntegra. Preocupei-me, apenas, em manter as partes da história que poderiam facilitar o aprendizado do conteúdo direcionado para a aula. Acrescento que somente a história "Origem do Universo!" foi escrita única e exclusivamente para descontração em aula e para motivar os alunos a uma reflexão científica sobre nossa existência.

Todavia, as histórias partiram da necessidade de um diferencial em aula, para os momentos de cansaço e estresse dos alunos, demarcados pelo total desinteresse em assimilar quaisquer conteúdos pela via mais tradicional, ou seja, eu escrevendo e eles copiando, eu falando e eles ouvindo.

As aulas foram registradas por vídeos, gravados com a autorização (Anexo) dos alunos para levantamento de momentos relevantes a este trabalho de conclusão. Por fim, através das filmagens e anotações pessoais, pude armazenar um banco de dados para futura análise das consequências geradas pelas histórias, me retirando, em parte, da posição de professora coordenadora do desenvolvimento das aulas em que as histórias foram contadas.

#### **4.2 Estudando as histórias da matemática**

É importante considerar as histórias como parte do corpo da pesquisa, pois foi durante a composição delas que refleti sobre a importância desse processo, observando inclusive que a produção das histórias estava intrincada com a intervenção pedagógica.

É no momento da redação de uma história que o professor pode fazer uma análise do seu próprio conhecimento do assunto a ser discutido com a turma e, principalmente, do seu conhecimento em relação aos alunos que compõem esta turma. Esse conhecimento do professor é fundamental na EJA, por ser esta composta por turmas menores e diferenciadas pela dificuldade em estudar,

decorrente dos muitos anos de estagnação escolar ou de uma aprendizagem com métodos próprios do ensino regular (FONSECA, 2007).

As histórias a seguir foram escritas especialmente para os alunos das turmas que participaram da pesquisa, de modo que a abordagem do assunto levasse em consideração a linguagem coloquial usada pelos alunos no dia-a-dia; as suas rotinas; a média de idade deles, para se ter uma compreensão dos interesses e gostos pessoais do grupo; e, é claro, o conteúdo disciplinar que compõe o plano de trabalho da professora destas turmas, sem excluir curiosidades e levantamentos políticos, sociais, humanos e tudo mais que pode afetar a vida desses alunos, seu aprendizado e suas necessidades matemáticas.

#### 4.2.1 Álgebra: a arte dos raciocínios perfeitos

Esta história foi escrita para a turma do segundo ano e introduzida como parte do plano de aula (APÊNDICE 1). O conteúdo trabalhado nesta aula tratava de problemas algébricos envolvendo equações de grau um, com uma incógnita. Minha intenção para essa aula era fazer um apanhado parcial da história da Álgebra, sua construção e significados, destacando alguns personagens, povos e contextos culturais que deram origem a aplicações práticas desse conteúdo matemático.

Assim, além de situar os alunos na Álgebra dos antigos também lhes apresento uma forma de resolução aritmética praticada pelo povo hindu para resolver problemas cotidianos, mostrando como o raciocínio era elaborado de maneira simples, usando operações básicas e o método do retorno<sup>5</sup>. Por último, mostro como podemos usar o raciocínio algébrico, no qual a incógnita representa o número desejado, para se resolver o mesmo problema hindu.

Após contar esta história, deparei-me com a surpresa dos alunos ao concluírem, equivocadamente, que eu avaliaria o quanto eles haviam aprendido da história. Portanto, esta foi a única história colocada em um plano de aula, uma vez que, minha intenção nunca foi impor as histórias aos alunos como parte de qualquer tipo de avaliação e, sim, apenas um meio de tornar a aula menos cansativa e motivá-los a interagir com a matemática. Segue a história:

---

<sup>5</sup> O método do retorno sugere que partindo do resultado se chega à resposta.

Nossa primeira história começa em Alexandria. Depois da invasão árabe, Alexandria caiu e todo seu conhecimento, a biblioteca egípcia, a mais rica em conhecimento científico, por assim dizer, foi dizimada. Diante dos protestos gregos o líder árabe foi irredutível e ordenou sem piedade: “No que diz respeito às obras que mencionais – se contêm aquilo que também se encontra no Alcorão, são supérfluas; se contém outra coisa, são nocivas; em qualquer dos casos devem ser destruídas.” (KARLSON, 1961, p. 155). E assim, todo aquele conhecimento, rico e tão bem registrado, foi usado para abastecer as caldeiras que aqueciam os banhos públicos de Alexandria, ou seja, totalmente destruído.

Sim, é claro que era um grande conhecimento! Uma vez que um povo construiu enormes pirâmides, mudou o curso de um rio, construiu diques e plantava sobre as águas seus alimentos, não há dúvidas de que dispunha de algum conhecimento matemático, pelo menos o básico. Entre os egípcios, aqueles que dispunham de conhecimento e tempo para adquiri-los e desenvolvê-los eram os *escribas*. E eles calculavam. Eis seus símbolos para alguns números:

1		$10^2$	☉	$10^4$	𐍑	$10^6$	𐍕𐍕
10	∩	$10^3$	𐍓	$10^5$	𐍑𐍑		

Assim:  $13\ 015 = 1(10^4) + 3(10^3) + 1(10) + 5 =$  𐍑 𐍓 𐍓 𐍓 ∩ |||

Figura 1: Números Egípcios

Os outros números eram construídos a partir destes, fazendo correspondência aos valores que representam cada símbolo e somando esses valores.

Mas alguns papiros foram encontrados e até hoje estão bem guardados em museus e outros lugares que possuem condições de mantê-los conservados. Em alguns deles foram encontradas as escritas numéricas acima. E um deles, um papiro hierático, hoje seguro no Museu Britânico, decifrado em 1877, revela um manual para a matemática da época. É um manual simples, contendo matemática básica, como um livro que o professor usa para ensinar a seus alunos a matemática

essencial, sem seus ‘monstros’ assustadores. Seu título: "Indicações para Obter o Conhecimento de Todas as Coisas Obscuras". Sugestivo, não? O autor se chamava *Ahmes* e escreveu este papiro antes de 1700 a.C., porém, o conteúdo do manual, pelo que sabemos hoje, já era herança de aproximadamente 3400 a.C!

Retornando à Alexandria, nem tudo se perdeu. Havia entre os árabes quem se importasse com as ciências. Ainda mais aqueles que precisavam da matemática: os comerciantes; pois o comércio era a maior atividade econômica desse povo na época. E *Hipácia*, filha de *Téon*, “[...] daquele que organizou a edição do Euclides, [...] a primeira e por muito tempo a última ‘matemática’ notável. Escreveu um comentário sobre as seções cônicas de Apolônio, além de outras obras que se perderam.” (KARLSON, 1961, p.155). Porém, com as invasões cristãs, *Hipácia* foi exterminada porque a ciência não podia valer mais que a religião.

A continuação dessa história é mais interessante a partir do momento em que descobrimos como a ciência grega chegou para os árabes. As primeiras ciências a chamarem atenção foram a medicina e a filosofia. Médicos foram chamados para Bagdá e o califa *Al-Mamun* pediu a tradução de manuscritos científicos gregos, deixando um legado para os próximos imperadores árabes. “Os primeiros autores traduzidos em árabe foram Euclides e Ptolomeu, isto aconteceu durante o reinado do famoso Califa Harun-al-Rashid..” (CAJORI, 2007, p. 156), depois por *Al-Mamun*, pelo fato da tradução conter muitos erros, e continuou com outros califas a procura pelo conhecimento científico.

*Al Manum*, sucessor de *Harun*, chegou ao ponto de enviar comissões especiais a Constantinopla e à Índia, com ordens de colecionar e traduzir o maior número possível de obras científicas. Bem mais fácil teria sido manter intata a biblioteca Alexandrina. (KARLSON, 1961, p.156).

Com isso, os árabes passaram a receber influências científicas de outros locais e a praticar suas próprias pesquisas, construindo sua própria matemática e destacando autores notáveis como Mohamed Ibn Musa Alchwarizmi, que escreveu o livro ‘A arte de Calcular’. “Aqui o nome do autor, Al-Khowarizmi passou para Algoritmi, do qual veio nossa palavra algoritmo, significando a arte de calcular de um modo particular [...]” (CAJORI, 2007, p. 157).

E então? Os hindus... Quem eram? E por que falar deles? Bem, se bastar, foi o povo que deu origem ao nosso sistema numérico de base decimal, ou seja, os



nossos algorismos, os que usamos desde que entramos nas escolas e aprendemos a contar! E foi a matemática hindu, a base para o cálculo “[...] pois, enquanto a mente dos gregos era predominantemente geométrica, a dos indianos era, antes de tudo, aritmética.” (CAJORI, 2007, p. 134). Os hindus também eram amantes da astronomia influenciada pela astronomia grega. De tudo isto, podemos concluir uma ‘troca de idéias’ entre esses povos, hindus, gregos e alexandrinos.

Porém, os hindus, em suas descobertas matemáticas, não se preocupavam com provas e, portanto, há muitas operações matemáticas sem justificativa. Mas eram capazes de resolver problemas complicadíssimos pelo método inverso, veremos adiante um exemplo deste método. Atualmente, utilizamos a álgebra como ferramenta para solucionar tais problemas.

Somos obrigados a reconhecer: os hindus foram realmente matemáticos bastantes hábeis. [...] Devemos, para empregar o nome moderno, iniciarmos na arte da álgebra, sôbre a qual diz Bhaskara: Aritmética é regra de três; álgebra, porém, são raciocínios perfeitos. O que é o desconhecido aos perspicazes? (KARLSON, 1961, p.159).

Para entender o raciocínio hindu em alguns cálculos vejamos o seguinte exemplo parecido com o enunciado de um problema sugerido por Bhaskara, matemático hindu do século XII, usando de modelo o exercício do livro de Karlson (1961) (Anexo 1):

Qual o número que, dividido por 5, multiplicado por 10 e diminuído de  $\frac{1}{4}$  deste produto, dá como resultado o número 6?

#### Raciocínio hindu:

Prescrição do problema	Operação que se deve efetuar na resolução	Valor numérico
Resultado final	-	6
Diminuído de $\frac{1}{4}$ (restam $\frac{3}{2}$ )	Aumentado de $\frac{1}{3}$ (dá $\frac{4}{3}$ )	$6 + (\frac{1}{3} \times 6) = 8$
Multiplicação por 10	Dividido por 10	$8 : 10 = \frac{4}{5}$
Dividido por 5	Multiplicação por 5	$\frac{4}{5} \times 5 = 4$

Interessante é que, após tantos anos, este problema ainda é atual, embora sua resolução seja feita de forma diferente.

#### 4.2.2 Origem do Universo!

Esta história também foi escrita para a turma do segundo ano e, diferentemente da primeira, que era parte integrante do plano de aula, a “Origem do Universo!” foi contada a pedido de um aluno. Tinha como objetivo introduzir um pensamento diferenciado, que tivesse relações com a vida dos alunos. Raramente paramos para pensar a origem da nossa existência sob uma perspectiva crítica às declarações religiosas e/ou às descrições dos livros de ciência estudadas nas séries iniciais do ensino regular.

Portanto, no momento em que os alunos se sentiram sobrecarregados de conteúdos destinados à aula e, provavelmente, com destino avaliativo, a “Origem do Universo!” surgiu como um incentivo a discussões socioculturais referentes: à época na qual surgem as teorias alegadas na história; às novas formas de pensar sobre a origem da humanidade; e, principalmente, à possibilidade de qualquer pessoa pensar sobre isto, chegando a suas próprias conclusões, independente de sua origem social e sua classe econômica.

Por ter sido contada a pedido dos alunos, após uma aula expositiva em que os fiz escrever e raciocinar muito, a narrativa desta história tornou-se um momento de *relax* como sugere Miguel (1993). Segue a história:

Quanto cálculo, não? Quantas vezes, como professora, já ouvi coisas do tipo: “Ta bom professora, chega de cálculos!”, ou: “Ta sora, pra que tudo isso?”. É como escovar os dentes, para uma criança, pois não há criança no mundo que entenda o porquê de se escovar os dentes todas as noites e manhãs, em cansativa monotonia. E, por mais que justifiquemos, explicando a importância da higiene, não adianta, ela sempre reclama...

Assim somos nós com os cálculos e fórmulas. Se precisarmos de algum deles nos desesperamos e se pudermos evitá-los, fazemos qualquer negócio. Mas, nem sequer nos damos conta de que, de certa forma, vivemos em um tempo em que a maioria das coisas de que necessitamos diariamente já envolvem um raciocínio facilitado, ou seja, outras pessoas, no passado, já pensaram por nós e geraram ferramentas que diminuem nossos esforços para raciocinar sobre algo,

principalmente em termos de matemática. Calculadoras, computadores e celulares são ferramentas práticas, acessíveis e rápidas, certamente confortáveis. E não vejo mal algum em usá-las, ao contrário, nosso tempo é precioso e curto para evitarmos utilizá-las apenas por capricho ou satisfação intelectual! Mesmo assim, reclamamos.

Então pergunto: como as pessoas pensavam na época em que não havia satélites artificiais que pudessem comprovar que a Terra é redonda e gira em torno do Sol? Será que pensavam sobre isso? Será que passavam horas pensando em como as coisas funcionam, de onde viemos ou como surgiu o universo? Há muito tempo um cientista,

[...] fazendo uma conferência sobre astronomia, descreveu como a Terra gira em torno do Sol e como o Sol, por sua vez, gira em torno do centro de uma vasta coleção de estrelas chamada Galáxia. No final da conferência, uma senhora baixinha e idosa levantou-se ao fundo da sala e falou:

- O que o senhor acaba de dizer é tolice. O mundo, na verdade, é um objeto achatado, apoiado nas costas de uma tartaruga gigante.

O cientista sorriu com superioridade antes de replicar:

- E sobre o que se apóia a tartaruga?

- Você é muito esperto, rapaz, muito esperto - disse a velhinha -, mas existem tartarugas marinhas por toda a extensão embaixo dela. (HAWKING, 2000, p. 17).

Hoje achamos graça e certamente não há mais hipóteses tão absurdas quanto esta para o formato da nossa galáxia, uma vez que possuímos equipamentos como os satélites, por exemplo, que podem nos mostrar a realidade quanto esse formato. Mas coisas deste tipo ainda são ditas a respeito de religião, física, matemática, formação do ser humano... Não nos arriscamos a acreditar em tudo o que ouvimos, mas, certamente, não nos permitimos pensar sobre estas e muitas outras coisas que atuam sobre nossa vida com a mesma frequência que pensamos sobre um campeonato esportivo ou a vida de astros da televisão, por exemplo. Sendo assim, deveríamos ao menos agradecer os antigos filósofos que pensaram por nós.

Aristóteles é um exemplo. A começar, era um cientista da natureza. Observava os acontecimentos naturais para justificar suas ideias. Estudou a natureza e, graças a suas observações, pôde formular a primeira hipótese de que a Terra não era achatada e, sim, esférica. Seus argumentos baseavam-se na percepção de que os eclipses da Lua aconteciam quando a Terra se posicionava entre o Sol e a Lua e que a sombra projetada na Lua era redonda. Isso só poderia

acontecer se a Terra fosse esférica, pois, caso contrário, a sombra seria alongada e elíptica. Outra afirmação feita por Aristóteles dizia respeito à distância com que algumas estrelas podiam ser vistas: mais próximas em alguns lugares e mais distantes em outros. Assim, fez um cálculo estimado da circunferência da Terra em 400 mil estádios, o que equivale a 180 mil km, duas vezes maior do que a distância atualmente aceita (HAWKING, 2000).

E mais! Aristóteles acreditava que a Terra era rodeada de outras oito esferas: a Lua, o Sol, as estrelas, e cinco planetas: Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno. Essas oito girariam em torno da terra em distintas órbitas circulares.

Atualmente os cientistas descrevem o universo através de duas teorias parciais básicas: a teoria geral da relatividade e a mecânica quântica, que são duas grandes contribuições intelectuais da primeira metade deste século. (HAWKING, 2000, p. 31).

A teoria da relatividade é mais uma das "obras" de Albert Einstein e, para quem não sabia, foi no céu brasileiro, mais especificamente, do Ceará, que esse gênio alemão conseguiu provas que confirmassem sua lei, no ano de 1919 (RICIERI, 1988).

Mas isto é lenha para a fogueira de outra história...

Uma curiosidade de Aristóteles era o seu pensamento sobre as mulheres:

Fundamentalmente, Aristóteles achava que faltava alguma coisa à mulher. Para ele, a mulher era "um homem incompleto". Na reprodução, a mulher é passiva e receptora, enquanto o homem é ativo e produtivo. Por esta razão é que - segundo Aristóteles - o filho do casal herdava apenas as características do pai. Aristóteles acreditava que todas as características da criança já estavam presentes no sêmen do pai. Para ele, a mulher era apenas o solo que acolhia e fazia germinar a semente que vinha do "semeador", ou seja, do homem. Para colocarmos as coisas em termos verdadeiramente aristotélicos: o homem dá a "forma"; a mulher, a "substância". (GAARDER, 1995, p. 133).

Vê-se que mesmo um homem inteligente como Aristóteles pode ter teorias equivocadas como a dita sobre as mulheres e mesmo o Sol girar em torno da Terra. Devemos considerar, é claro, que tais ideias eram aceitáveis em seu tempo, até porque não havia equipamentos necessários para comprovar suas teses. E que muito raramente alguém 'ousa' afirmar algo que contrarie o que está naturalizado na cultura e na sociedade de uma determinada época. Mas, são as ideias que movem e provocam a curiosidade das pessoas. Essa curiosidade de descobrir como as coisas

são e como funcionam e, principalmente, qual a sua utilidade no mundo para as outras coisas e as pessoas. É claro que não tem nada de errado em querer saber sobre coisas aparentemente fúteis ou insignificantes. Nenhum conhecimento é banal, e é por isso que penso dever saber de tudo o quanto puder, para saber como minha vida funciona e que utilidade tenho neste mundo. Se faz sentido ou não, não importa. O mais importante é que minhas contribuições façam alguma diferença “positiva” na vida dos que amo e dos que precisam de mim.

#### 4.2.3 Teoria dos Conjuntos

Esta história foi escrita para a turma do primeiro ano e tinha como objetivo um melhor entendimento pelos alunos do que seria o infinito em matemática, além de provocá-los a refletir no quanto as dificuldades da vida pessoal do matemático russo Georg Cantor interferiram em suas realizações matemáticas. O assunto da aula era Conjuntos e Conjuntos Numéricos e o conteúdo, Intervalos.

O contar desta história partiu de questionamentos e dificuldades apresentadas pelos alunos. Falar da vida de Cantor implica mostrar sua sensibilidade e fragilidade humana, mesmo que tenha sido autor de extraordinárias pesquisas em Teoria dos Conjuntos, tema que deu origem ao conteúdo hoje estudado no ensino regular e, também, na Educação de Jovens e Adultos.

Explicar para o aluno o conceito de infinito na Reta Real, para mim, é bastante complicado pelo aspecto abstrato que possui. Destacar para os alunos que nem sempre esse conceito foi aceito e que também os matemáticos “sofreram” para entendê-lo numa dimensão matemática, torna a explicação mais amena, suavizando um caráter “desesperador” por parte dos alunos, uma vez que não se sintam desmerecidos intelectualmente caso não compreendam este conceito de imediato.

Esta história possui muitas citações da internet, porque os livros que contém este assunto, apesar de serem compatíveis com o encontrado nos *sites*, possuem uma complexidade na escrita que julguei inadequada. Segue a história:

Até o momento, vimos muitas coisas diferentes do que estávamos acostumados em matemática: os termos “intersecção”, “união”, “intervalos”,...; seus

símbolos; representação gráfica. Isto porque, diferentemente de outros conteúdos que são construídos e desenvolvidos por um conjunto de ideias de muitos pesquisadores, a Teoria dos conjuntos foi fundada por um único artigo em 1874, escrito pelo matemático Georg Cantor: A respeito de uma propriedade característica de todos os números algébricos reais (CAJORI, 2007).



Figura 2: Georg Cantor - Matemático<sup>6</sup>

Nós abreviamos para Georg Cantor, pois seu nome completo é um tanto grande: George Ferdinand Ludwig Philipp Cantor. Ele nasceu em São Petersburgo, Rússia, em 1845. Foi filho de um comerciante dinamarquês e sua mãe foi uma musicista russa. Vê-se que era uma família comum, nada de especial, mas que, como a população da época, valorizava a cultura e o conhecimento, o que estimulou Cantor a estudar. Em 1856 sua família mudou-se para a Alemanha, onde ele concluiu os estudos, fez mestrado e doutorado. Morou por toda a vida na cidade alemã de Halle an der Saale, onde foi professor. Podemos dizer que Cantor foi um matemático russo de origem alemã (ÁVILA, 1984).

Foi Cantor quem elaborou a moderna teoria dos conjuntos que contribuiu para a classificação dos números transfinitos, gerando uma definição atual para “infinito”, e foi o primeiro a usar  $\mathbb{R}$  para representar o conjunto dos números reais. E o que seria a teoria dos conjuntos? Será que poderíamos entender e conhecer essa

---

<sup>6</sup> Figura retirada do *site* [http://pt.wikipedia.org/wiki/Georg\\_Cantor](http://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor)

teoria? Será que já sabemos algo sobre ela? Vejamos alguns exemplos que, depois de todas as aulas que tivemos até agora, já conseguimos reconhecer.

Símbolos matemáticos:

$\cap$ ou $\cup$	“Intersecção” ou “União”
$\in$ ou $\notin$	“Pertence” ou “Não Pertence”
$\subset$ ou $\supset$	“Está Contido” ou “Contém”
	“Tal que”

Diagrama de Venn: Criado por John Venn para representar os conjuntos e visualizar seus elementos. Graças ao formato deste diagrama criamos, em classe, nossa própria imagem de intersecção: o famoso “peixinho”.

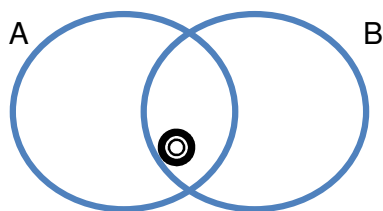


Figura 3: Intersecção de Conjuntos

O Diagrama de Venn surgiu da continuidade das pesquisas de Cantor pelo matemático John Venn. Posso concluir que as pesquisas que ele fez geraram outras pesquisas, que geraram outras, e assim sucessivamente, constituindo a matemática dos conjuntos que temos hoje. Quer dizer, todo conteúdo matemático que faz parte do nosso currículo e que atua em nosso cotidiano foi construído por pessoas como nós. Com problemas parecidos com os nossos. Até mesmo problemas matemáticos relacionados com o misticismo e a religião nos deram algo que tem sentido mais completo, independente da cultura de um povo, como, por exemplo, o “infinito”. Vejamos a seguinte definição para Infinito:

Infinito (do latim *infinítu*, símbolo:  $\infty$ ) é um adjetivo que denota algo que não tem início nem fim, ou não tem limites, ou que é inumerável. É também um nome que representa o que não tem limites. Usado em sentido figurado pode significar Deus, o Absoluto ou o Eterno.<sup>7</sup>

<sup>7</sup> Essa informação pode ser encontrada no *site* <http://pt.wikipedia.org/wiki/Infinito>.

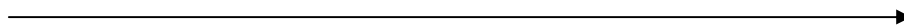
Embora possamos pensar em Deus infinito, associarmos a idéia de infinito com a imortalidade, ou o "tamanho de Deus", o filósofo Platão dizia que

[...] o potencial de extensão era considerado limitado, finito; podia ser adjetivado de *peiron* (limitado, claramente determinado). O conceito de infinito propriamente dito era algo irracional, impensável, sem sentido. Inclusive pareceu natural pensar que não faria sentido que Deus tivesse tão indesejada característica.<sup>8</sup>

Para nós, um exemplo de infinitude é a sequência dos números naturais. Sempre que somamos um ao último número da sequência, surgirá outro, e podemos fazer isto indefinidamente:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$$

Galileu Galilei já via a possibilidade de dividir um segmento de reta em uma infinidade de elementos, o que indica que um segmento de reta pode ter infinitos pontos. É o que acontece com a reta real, já estudada:



E, uma última curiosidade sobre o infinito é a sua representação simbólica. John Wallis, em 1655, introduziu o símbolo  $\infty$  de infinito na literatura matemática. E, antes de máquinas de composição serem inventadas,  $\infty$  era facilmente impresso em tipografia usando o algarismo 8 na horizontal.

Mas, é claro, na época os matemáticos não possuíam uma opinião firmada em relação às pesquisas de Cantor sobre Conjuntos e, portanto, existiam aqueles que aceitavam e apoiavam tais pesquisas e, ao mesmo tempo, os que as rejeitavam:

A teoria dos conjuntos cantoriana, afinal, tornou-se amplamente difundida, devido à utilidade dos conceitos cantorianos, tais como correspondência um-para-um entre conjuntos, sua prova de que há mais números reais que inteiros, e a "infinidade de infinitos" ("paraíso de Cantor") que a operação conjunto das partes dá origem.<sup>9</sup>

Em 1897, Cantor descobriu vários paradoxos provocados pela teoria dos conjuntos, ou seja, problemas sem solução, ou cuja solução não era aceita dentro dos conhecimentos que se tinha naquela época. Só muito tempo depois é que outros pesquisadores prosseguiram as pesquisas e tentaram criar novas teorias, baseadas na de Cantor, cujo objetivo era "exterminar" todos os paradoxos. Porém, eles não conseguiram. O que não quer dizer que as pesquisas foram inúteis, pois

<sup>8</sup> Essa informação pode ser encontrada no *site* <http://pt.wikipedia.org/wiki/Infinito>.

<sup>9</sup> Essa informação pode ser encontrada no *site* [http://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria\\_dos\\_conjuntos](http://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos).



elas contribuíram de alguma forma para um melhoramento naquela teoria. O trabalho de analistas, como Henri Lebesgue, demonstrou a grande utilidade matemática da teoria dos conjuntos.

Vejamos alguns paradoxos conhecidos<sup>10</sup>:

- **Paradoxo de Russell:** o conjunto de todos os conjuntos que não contém a si próprio como membros.
- **Dicotomia** [Paradoxo de Zenão de Eléa]: Um objeto, para percorrer determinada distância, precisa primeiro chegar à metade dessa distância. Para isso, precisa antes chegar a um quarto da distância, e assim indefinidamente. Logo, nunca conseguirá chegar ao seu destino, sendo o movimento impossível.
- **Aquiles e a tartaruga** [Paradoxo de Zenão de Eléa]: Aquiles corre contra uma tartaruga, sendo que a tartaruga começa dez metros adiantada, mas Aquiles corre ao dobro da velocidade da tartaruga. Quando Aquiles chega ao ponto onde a tartaruga começou, esta já avançou cinco metros. Quando Aquiles chega a esse ponto, a tartaruga voltou a adiantar-se 2,5 metros, e assim indefinidamente: Aquiles nunca consegue apanhar a tartaruga.

Já pela metade de sua vida, Cantor passou a sofrer de distúrbios mentais. Dizem, que quando voltava de suas crises, tornava-se mais produtivo em seus resultados científicos. Se sua doença fosse analisada hoje, o diagnóstico apontaria um transtorno bipolar - vulgo maníaco-depressivo, ou seja, alternância entre estado maníaco e depressivo. A descoberta do Paradoxo de Russell gerou um esgotamento nervoso do qual não conseguiu se recuperar. No fim, acabou morrendo num hospital psiquiátrico em Halle, durante a Primeira Guerra Mundial (CAJORI, 2007).

Os conceitos matemáticos inovadores propostos por Cantor enfrentaram uma resistência significativa por parte da comunidade matemática da época. Os matemáticos modernos, por outro lado, aceitam plenamente o trabalho desenvolvido por Cantor na sua teoria dos conjuntos, reconhecendo-a como uma mudança de paradigma da maior importância.<sup>11</sup>

David Hilbert, um dos matemáticos mais importantes da história, descreveu o trabalho de Cantor como: "[...] a mais admirável flor do intelecto matemático e um dos mais altos empreendimentos da actividade humana puramente racional." (GUILLEN, 1987, p. 58). Hilbert também disse que "Ninguém nos poderá expulsar do Paraíso que Cantor criou."<sup>12</sup>

<sup>10</sup> Essa informação pode ser encontrada no *site* <http://pt.wikipedia.org/wiki/Infinito>

<sup>11</sup> Essa informação pode ser encontrada no *site* [http://pt.wikipedia.org/wiki/Georg\\_Cantor](http://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor).

<sup>12</sup> Essa informação pode ser encontrada no *site* [http://pt.wikipedia.org/wiki/Georg\\_Cantor](http://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor).

#### 4.2.4 Origem dos Sistemas Lineares

Esta história foi escrita para a turma do segundo ano, visando à curiosidade dos alunos a respeito da origem dos Sistemas Lineares. Os conteúdos trabalhados eram Equações lineares; Solução de uma equação linear; Sistemas lineares; Solução de um sistema linear; e Sistema linear  $2 \times 2$ .

O mais interessante desta história é a fonte usada para a escrita. Aqui, trago a possibilidade de escrever uma história baseada prioritariamente em fontes encontradas na internet. Quero, com isso, mostrar que mesmo o professor não tendo material disponível como os livros que usei nas outras histórias, há outras fontes possíveis para a escrita de uma boa história, como revistas, jornais e a própria internet, desde que não causem prejuízo ou risco à abordagem teórica do conteúdo que deve ser ensinado e testado. Segue a história:

A história dos sistemas lineares é bastante interessante, pois foi um dos poucos registros na matemática oriental. Em 1683, Seki Kowa, considerado o maior matemático japonês do século XVII, chegou à ideia de determinante estudando sistemas lineares, com duas equações a duas incógnitas,

[...] representados por meio de seus coeficientes escritos com barras de bambu sobre os quadrados de um tabuleiro. Assim acabaram descobrindo o método de resolução por eliminação — que consiste em anular coeficientes por meio de operações elementares. Exemplos desse procedimento encontram-se nos Nove capítulos sobre a arte da matemática, um texto que data provavelmente do século 111 a.C..<sup>13</sup>

Este método por eliminação era chamado "método por adição" (DANTE, 2002), título abandonado por alguns autores, pois o procedimento envolvia outras operações antes da adição das equações, para eliminar coeficientes. A resolução dos exercícios trabalhados em aula foi baseada neste método. Relembremos através do seguinte exemplo:

Exemplo: Encontre o conjunto solução do sistema abaixo:

---

<sup>13</sup> Essa informação pode ser encontrada no site <http://www.somatematica.com.br/historia/sistemas.php>.

$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

Resolução usando o mesmo método de Seki Kowa:

$$\begin{cases} 3x - y = 10 \cdot (5) \\ 2x + 5y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x - 5y = 50 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases} \oplus$$

$$17x = 51 \Rightarrow x = \frac{51}{17} = 3 \text{ (valor único de } x\text{)}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 10 \cdot (-2) \\ 2x + 5y = 1 \cdot (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x + 2y = -20 \\ 6x + 15y = 3 \end{cases} \oplus$$

$$17y = -17 \Rightarrow y = \frac{-17}{17} = -1 \text{ (valor único de } y\text{)}$$

Resposta: Então, (3, -1) é a única solução do sistema. Dizemos então que  $S = \{(3, -1)\}$  é o conjunto solução do sistema dado.

Após o desenvolvimento deste método, vieram outros que incluíam determinantes na resolução de sistemas. Posteriormente foram generalizados para sistemas com  $n$  equações a  $n$  incógnitas. Usa-se hoje a regra de Cramer, que teve

dois provedores: o escocês Colin Maclaurin (1698-1746), datando provavelmente de 1729 e publicada em 1746; e o suíço Gabriel Cramer (1704-1752), responsável pela titulação do método, por ter publicado sua descoberta primeiro.

Apenas em 1771, a teoria dos determinantes passou a se tornar independente dos sistemas lineares. Assim, temos um estudo mais organizado destes conteúdos, mantendo algumas relações necessárias nos procedimentos de resolução de problemas e exercícios.

Takakazu Seki Kowa nasceu em Março de 1642 em Fujioka (Japão), e morreu no dia 24 de outubro de 1708 em Edo (agora Tóquio), Japão. Nasceu em uma família de guerreiros samurais. Entretanto, muito jovem, ele foi adotado por uma família nobre chamada Seki Gorozayemon. O nome pelo qual ele é agora conhecido deriva da família que o adotou.<sup>14</sup>

<sup>14</sup> Essa informação pode ser encontrada no *site* <http://www.somatematica.com.br/biograf/seki.php>



Figura 4: Seki Kowa (1642 – 1708)<sup>15</sup>

Seki aprendeu matemática sozinho e, juntando muitos livros japoneses e chineses, construiu uma vasta biblioteca. Seki era professor e tinha muitos seguidores. Porém, como Pitágoras, induziu seus alunos à não divulgação de suas pesquisas, o que dificultou encontrar a origem e a natureza de algumas de suas descobertas. Em 1674 Seki Kowa publicou *Hatsubi Sampō*, no qual consta a resolução de quinze problemas divulgados por um escritor da época. Mas, suas explicações eram obscuras e incompletas (CAJORI, 2007).

### 4.3 Análise da experiência

Ao observar a reação dos alunos durante a narração das histórias, identifiquei alguns pontos que considero de extrema importância para que ocorra o aprendizado dos alunos, principalmente por serem da EJA.

A começar, as histórias tiveram como ponto de partida alguma curiosidade do aluno. Durante o estágio, minha atenção esteve voltada ao interesse do aluno, demonstrado no surgimento de uma dúvida ou um comentário intrigante, e minha intenção era sanar essa dúvida contando uma história relacionada com o assunto, provocando, assim, discussões na aula que pudessem criar vínculos das vidas dos alunos com a matemática.

---

<sup>15</sup> Esta imagem encontra-se no *site* <http://www.somatematica.com.br/biograf/seki.php>.

Dentre estes vínculos, ressalto a identificação com personagens das histórias contadas e discutidas, pois frequentemente surgem fatos da vida dos alunos, importantes para o aluno que conta acontecimentos de sua história de vida e também para quem ouve, uma vez que esses acontecimentos compartilhados contribuem para o conhecimento de ambos. Neste momento o aluno se sente diretamente envolvido na trama e, conseqüentemente, na aula (FONSECA, 2007).

Por último, procuro analisar o quanto as histórias facilitaram o aprendizado do aluno e o quanto incentivaram a investigação de determinados conteúdos de seu interesse (MIGUEL, 1993).

#### 4.3.1 As narrativas provocando a curiosidade dos alunos

Devido à carga de conhecimentos de vida que os alunos de EJA possuem, foi natural a quantidade de inquietações manifestadas durante a contagem das histórias, levando-nos a discussões de interesses diversos. Durante as narrativas, muitos assuntos levaram os alunos a questões provenientes de curiosidades que há muito já tinham ou que surgiram no momento.

A pergunta mais frequente feita pelos alunos a respeito da matemática foi expressa inicialmente por um aluno do primeiro ano, com referência ao conteúdo Intervalos de Conjuntos: "E quem foi o cara que inventou isso?". Essa pergunta foi a deixa perfeita para a introdução da história "Teoria dos Conjuntos", pois trata exatamente de quem ele queria saber: George Cantor. E, de quebra, me oportunizou ensiná-los, com maiores detalhes, o assunto Intervalos Ilimitados para cujo entendimento a história foi fundamental.

Ainda em "Teoria dos Conjuntos", uma pergunta muito provocativa de outro aluno, após a menção dos números transfinitos, foi: "Professora, qual o maior número que tem nome, quero dizer, qual o nome do maior número que existe?". O melhor desta pergunta é que todos os alunos quiseram saber e eu não soube responder. Rapidamente, outro aluno com seu celular procurou na internet a resposta para todos. Isso mostra como a história os motivou a novas descobertas sem que fosse necessária uma intervenção minha através de um pedido ou uma proposta.

Outra pergunta que surgiu, ainda na aula de Conjuntos, foi formulada por uma aluna: “Por que será que estas pessoas que estudam matemática, física e estas ciências, acabam ficando malucos?”. Esta pergunta me tocou, pois eu sou uma matemática e, também, já tive problemas emocionais há três anos. Mas, preferi não comentar isso com eles. Respondi que problemas emocionais podem acontecer com qualquer pessoa, independente de sua profissão, e que existem muitos cientistas, dentre eles matemáticos e físicos, que nunca tiveram problemas emocionais deste tipo. Trato esta pergunta com certa importância, pois revelou-me o pensamento que os alunos podem ter à respeito dos matemáticos que, quando não vistos como *aliens*, são vistos como “malucos”.

Aqui, retomo o que diz Godefroy (1997) e Valdés (2006) quanto à importância de reconhecer esses matemáticos como seres humanos de carne e osso, acrescentando-lhes pele, nariz, boca, enfim, tudo que tem um ser humano em sua definição. E, portanto, vulneráveis a qualquer doença ou outras dificuldades que se apresentam em sua mortal existência.

Quanto à história “Álgebra: a arte dos raciocínios perfeitos”, as perguntas partiram de mim, pois a intenção era que os alunos pensassem nas informações que poderiam ser extraídas dela. Pedi, então, que pensassem comigo sobre o título enquanto o escrevia no quadro. Assim que escrevi o nome “Álgebra”, eles se desesperaram - nunca ouvi falar! - disseram alguns - não faço a menor idéia! - disseram outros. E, antes que todos tivessem um “colapso mental”, pedi para que pulassem esta palavra e pensassem no restante da frase: “O que significa a palavra “arte”?”, perguntei. Esta eles conheciam, me deram uma lista de significados: pintura, música, dança e outros relacionados.

Prosegui perguntando: “E o pensar, não é uma arte? Precisamos pensar para fazer uma pintura, escrever a letra de uma música, não?”. E uma aluna me respondeu: “Nem sempre o cara pensa ao fazer uma pintura, muitos quadros são um monte de rabiscos e são famosos!”. Considerando a percepção da aluna, argumentei que mesmo um monte de rabiscos, para fazer sucesso, tem que ter um raciocínio e um embasamento teórico que o defina como arte. Complementei, dizendo que mesmo sendo um monte de rabiscos precisa raciocínio para torná-la famosa.

E raciocínio perfeito? - perguntei - alguma vez vocês foram capazes de fazer um raciocínio perfeito? - e os olhares de espanto propagaram pela sala. Após uns segundos, um aluno respondeu: "Sim, nas contas que fizemos na aula passada!". Na aula anterior, eles haviam feito uma prova cujo conteúdo era a solução de uma equação linear com uma incógnita.

Desta forma, pude conduzi-los para um raciocínio além das contas, invadindo a história que também gerou curiosidades: "Professora, como é que faz aquele negócio com o triângulo, aquele, sabe?". O aluno me perguntou a respeito de Pitágoras. Eu entendi a pergunta e mostrei no quadro a fórmula de Pitágoras no triângulo retângulo:  $a^2 = b^2 + c^2$ , para satisfação do aluno ao reconhecer a fórmula.

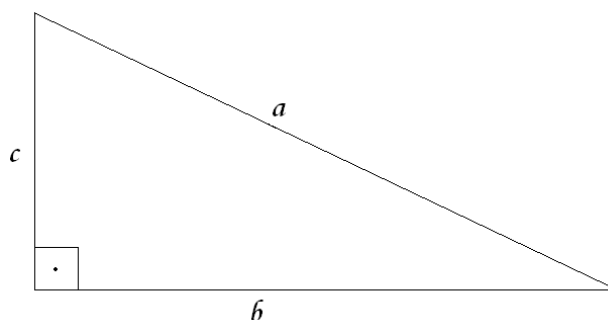


Figura 5: Triângulo Retângulo

Perto de terminar a história, fiz uma pergunta importante após ter colocado no quadro o problema e a tabela do raciocínio hindu sem ter preenchido, ainda, as operações: "Qual raciocínio vocês acham que os hindus faziam para resolver esse tipo de problema?". E tive a agradável surpresa da aluna responder: "Acredito que faziam o contrário, que começavam pela última operação, será? É isso?". Depois desta resposta, ficou claro para mim, o quanto subestimei os alunos ao pensar no raciocínio hindu como uma curiosidade, sem considerar a possibilidade de gerar aprendizado.

Quanto à "Origem do Universo!", as perguntas que surgiram foram as mais variáveis possíveis: "Qual a velocidade da luz?"; "Qual é o comprimento da Terra?"; "Quanto tempo leva pra dar toda a volta na Terra, tipo, quantos dias, por exemplo?"; "Sora, tu sabe qual é a velocidade do Sol, quer dizer, da luz?"; "Qual a distância que

a Terra fica do Sol?"; "O que é um buraco negro?"; e "O que acontece quando a pessoa entra num buraco negro?".

É claro que muitas destas perguntas eu não soube responder. Até porque, de muitas ainda nem se sabe a resposta e, se alguém sabe, não divulgou. Portanto, várias vezes convidei-os a agir como Aristóteles, fazendo especulações e criando hipóteses que pudessem responder a todas essas perguntas. O que remete a Valdés (2006), ao dizer que a história estimula a construção do conhecimento através do raciocínio empírico-dedutivo.

A última questão levantada pelos alunos a respeito desta história se refere à parte que faltou ser contada: "E a senhora ainda não nos contou, o que dizia Aristóteles sobre a mulher?". Esta pergunta foi feita na última aula que dei para eles, na saída da sala para o intervalo, o que demonstra que a história despertou na aluna uma curiosidade relevante a ponto de não ser esquecida, talvez por ser uma mulher, talvez por pura curiosidade, mas certamente, importante para ela. Ou seja, a respeito do que diz Fonseca (2007), a aluna se tornou centro da discussão por identificar-se com o gênero e a situação de exclusão do sujeito em discussão, no caso, a mulher.

#### 4.3.2 Identificação do aluno com personagens da História da Matemática

Quando penso na relação que as pessoas têm umas com as outras, de amor, amizade, companheirismo, fraternidade, etc., chego sempre à mesma conclusão: não vivemos sós. Precisamos uns dos outros para viver. Esta convivência é necessária, acredito, principalmente, pelas experiências que nos proporciona. Ao contar as histórias, me preocupei em trazer personagens da História da Matemática que pudessem proporcionar aos alunos essa relação, seja de que tipo for, desde que o vínculo com a matemática fosse estabelecido.

Em relação a Cantor, sua doença foi, a princípio, vista como algo normal, pois qualquer matemático é visto, segundo os próprios alunos, como "naturalmente maluco", "louco", "fora da casinha", etc. Mas, em seguida, quando expus no quadro o nome da doença, diagnosticada hoje como transtorno bipolar - vulgo maníaco-depressivo, essa foi vista com bastante seriedade, pois havia na turma pessoas que



sofriam com a bipolaridade e outras doenças psíquicas, como a ansiedade e a hiperatividade, por exemplo. Esta identificação com a doença, a humanização de Cantor e, de certa forma, sua vida trágica, tornou-o menos detestável pelos alunos, que demonstraram sua compaixão com os comentários: "Coitado, sora!", "Credo, por que será que estas coisas acontecem?".

Para alguns alunos foi a primeira oportunidade de discutirem seus problemas emocionais, na qual seus conhecimentos pela convivência com a doença não foram motivo de vergonha e isolamento. Pelo contrário, esse momento de discussão os valorizou de tal forma que eram capazes de compreender os problemas enfrentados pelo matemático como seres humanos iguais, de carne e osso, reforçando o que dizia Godefroy (1997) ao se reportar aos personagens de suas histórias.

Este caso também nos remete ao que diz Fonseca (2007). Ao colocar o aluno como autor de acontecimentos destacados em aula, ele passa a ser visto como sujeito sociocultural no contexto em que se insere, com suas contribuições para o desenvolvimento de um determinado assunto, gerando conhecimento.

Com isso, os alunos sentiram-se motivados a participar das discussões em aula independente do seu prévio conhecimento sobre o assunto. Ao caracterizar a doença de Cantor, especificamente a bipolaridade, uma das alunas, em resposta às minhas explicações, concordava dizendo: "Isto mesmo sora! É assim que funciona bipolaridade. Eu sofro disso, sei bem como é...". E, ao mesmo tempo, aqueles que não ouviram meus comentários, envolvidos pelas discussões, foram postos a par pela mesma aluna que deu sua explicação da doença: "Quando a pessoa fica muito depressiva, sem conseguir interagir com outra, é quando não quer falar com ninguém. E logo já fica boa, como se nada tivesse acontecido."

A partir desta aula, a aluna começou a sentar-se nas classes mais próximas do quadro e fez todos os trabalhos atrasados. O que me leva a pensar que a discussão, além de fazer com que se sentisse valorizada, a motivou, ou seja, despertou empolgação, entusiasmo e, também, certo conforto para interagir na aula, uma vez que se tratava de coisas que ela entendia bem.

Outra relação com Cantor foi sua obsessão em resolver os paradoxos que surgiram dentro de sua teoria. Os alunos viram-se no drama da personagem desta história e desabafaram com comentários dramáticos: "Por isso ele enlouqueceu! Ele

achava que conseguiria, imagina! Eu não entendo como consegue gostar disso!”, seguido de outros: “Por isso que a gente não aprende essas coisas! Se nem ele conseguiu!” e “Por que essas pessoas inteligentes acabam ficando desse jeito, acabavam enlouquecendo!”.

Esses comentários foram extremamente relevantes para mim, como professora, para entender a visão dos alunos sobre o conteúdo matemático, mas principalmente, sobre o professor de matemática, conseqüentemente, a visão dos alunos sobre eu/professora. O (re)conhecimento que os alunos têm do professor de matemática pode ser tão importante quanto o (re)conhecimento que o professor tem de seus alunos, para que o uso pedagógico da história seja significativo na Educação Matemática.

#### 4.3.3 Consequências da história no aprendizado do aluno

Como dito anteriormente, minha principal preocupação com a narrativa foi sempre incluir, nesse processo, os trechos da história que poderiam contribuir para o aprendizado de algo referente ao conteúdo em estudo. Discuto, então, algumas consequências das narrativas para o aprendizado dos alunos.

O conceito de infinito sempre foi algo de difícil compreensão. Somos parte de uma sociedade capitalista que tem como características o materialismo e o pragmatismo. Acreditamos no que vemos e no que funciona. Poucas vezes nos permitimos pensar em coisas mais abstratas, e acredito que seja esta uma das razões para a rejeição, por parte dos alunos, a alguns conceitos na Matemática.

A história “Teoria dos Conjuntos” trouxe aos alunos uma diferente concepção dessa teoria. Ela concretizou algumas ideias que ficavam soltas, sem definição e sem objetivo como, por exemplo, a Reta Real, sobre a qual costumo dizer que “vem de não sei onde” e “vai para não sei onde”. A partir da concepção de infinito, os próprios alunos, corrigindo minha frase, disseram: “ela vem do infinito e vai para infinito”. Portanto, representar geometricamente intervalos ilimitados tornou-se uma tarefa simples e lógica, como na representação do conjunto:  $\{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x \leq 2\}$ .

Chamo a atenção também para o uso da simbologia  $-\infty$  e  $+\infty$  (ou apenas  $\infty$ ). É importante que a posição desses símbolos, na Reta Real, esteja bem representada

para caracterizar o infinito de maneira que fique clara a informação que se quer passar a respeito de intervalos ilimitados. Ao mostrar que a reta é direcionada, as posições dos símbolos  $-\infty$  e  $+\infty$  fizeram sentido para os alunos.

Algo semelhante aconteceu em “Álgebra: a arte dos raciocínios perfeitos”. Nesse caso, a história facilitou, não só o aprendizado, mas, principalmente, o entendimento de por que estudar álgebra. Pois esse foi um questionamento constante dos alunos que, durante a narrativa, fizeram comentários como: “Nós não temos escravos, mas lidamos com dinheiro também! A gente tem que comparar os preços das coisas, né profe?”, confirmando o que Miguel (1993) menciona sobre as inter-relações entre conhecimentos que a história proporciona.

Ainda referente à Álgebra, o exemplo do raciocínio hindu fez os alunos trabalharem com os resultados para chegar à incógnita. Ao fazer o processo algébrico, os alunos conseguiram associar a incógnita (letra) ao número que se queria descobrir, o que comprovei ao perguntar qual seria o valor da incógnita  $x$ , e um aluno responder, com aprovação de alguns outros: "Tem que ser 4". Até então, eram poucos os alunos que faziam essa identificação da incógnita.

Todos estes conceitos básicos são de extrema importância na EJA, uma vez que o sentido do ensino da matemática, para esta modalidade, está condicionado a questões de significação de conceitos, retomando de onde eles surgiram e dando uma aplicabilidade em situações do cotidiano.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Das análises realizadas destaquei os seguintes tópicos: curiosidades levantadas durante as discussões em aula, pois os alunos da EJA tem uma ideia própria de sociedade e política, direcionando as discussões a partir de um olhar voltado para si e suas experiências; a identificação dos alunos com as personagens das histórias, vistos como seres reais, com problemas particulares parecidos com os seus, aumentando, assim, a sua receptividade do conteúdo matemático e autoestima, geralmente caracterizados num contexto de exclusão; e, por fim, o quanto a história contribuiu diretamente ou indiretamente para o aprendizado dos conteúdos matemáticos destinados à aula.

Estes três tópicos estavam dentro do esperado quando iniciei a pesquisa. Mas o terceiro me surpreendeu mais que os outros, pois, ao lidar com turmas caracterizadas pela dificuldade de aprendizagem, exclusão social, diferenças consideráveis de idade e todas as outras “complicações” da EJA, a História da Matemática deixa de ser de um método pedagógico, uma vez que não se preocupa com uma pedagogia de ensino e aprendizagem característicos do método, nem apresenta técnicas específicas de ensino, e passa a funcionar como campo temático a ser abordado, trazendo, no contexto desta pesquisa, uma matemática limpa, sem “enfeites” das didáticas e, ainda assim, gera aprendizado matemático de conceitos difíceis, como, por exemplo, Intervalos Ilimitados, Conjuntos Numéricos, Números Fracionários, etc..

Após ouvir várias vezes no início do meu estágio os alunos dizendo o quanto achavam difícil a matemática e que eu era corajosa por ter escolhido este curso, pude finalmente ver meus alunos interagindo comigo como se a matemática fosse uma disciplina igual a qualquer outra. As formas de interação entre os alunos, eu (professora) e a matemática, proporcionada pelas histórias, garantiu uma aproximação significativa, de modo que pude compreendê-los quanto às suas carências e necessidades de aprendizagem, assim como quanto às suas intenções em retomar o estudos.

Para os alunos da EJA, é muito importante que se valorize os conhecimentos que já possuem pelas experiências vividas fora da escola, para que se sintam inseridos em um ambiente de aprendizagem. Desta forma, a história, ao resgatar a "bagagem" trazida pelos personagens matemáticos, desencadeia analogias com essas vivências pessoais. E, é nesse sentido que mais me interessa trazer a História da Matemática para a modalidade EJA, ou seja, no sentido da valorização da individualidade do aluno dentro de uma ciência exata, resgatando este aluno da exclusão sociocultural.

## 6 REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo. A Teoria dos Conjuntos e o Ensino da Matemática. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 4, p. 4-8, 01 de setembro de 1984.

BENAZZI, Franco. **Bipolar**: Transtornos relacionados por semelhança ou classificação. *Psychiatry Research*, 2001. Disponível em: <<http://www.psicosite.com.br/tra/hum/bipolar.htm>>. Acesso em: 12 nov. 2012.

BORGHETTI, Júlio César. **Influências das Experiências dos Alunos na Resolução de Situações-Problema: uma análise em turmas de EJA**. Porto Alegre, RS: UFRGS, 2011. Tese (Trabalho de Conclusão de Curso) – Porto Alegre. Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2011.

BRANDÃO, Carlos R.. Pesquisar-Participar. In: BRANDÃO, Carlos R. (org). **Pesquisa Participante**. São Paulo: Brasiliense, 1999.

BURKE, Peter. Abertura: a nova história, seu passado e seu futuro. In: BURKE, Peter (org.). **A escrita da história: novas perspectivas**. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1992.

CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicações**. Vol. Único. 1ª ed. São Paulo: Editora Ática, 2002.

FONSECA, Maria da Conceição F. R.. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

GAARDER, Jostein. **O mundo de Sofia**: romance da história da filosofia. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.

GODEFROY, Gilles. **A aventura dos números**. Lisboa: Éditions Odile Jacob, 1997.

GUILLEN, Michael. **Pontes para o infinito**: o lado humano das matemáticas. Lisboa: Gradiva, 1987.

HAWKING, Stephen William. **Uma breve história do tempo**: do Big Bang aos buracos negros. Rio de Janeiro: Rocco, 2000.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática**: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos. Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

KARLSON, Paul. **A magia dos números**. Porto Alegre: Editora Globo S. A., 1961.

MENDES, Iran A.. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, Iran A.; FOSSA, John; VALDÉS, Juan E. N.. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL, Antonio. **Três estudos sobre história e educação matemática**. Campinas, SP: UNICAMP, 1993. 274f. Tese (Doutorado em Educação) – São Paulo. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1993.

RICIERI, Aguinaldo Prandini. **A vinda de Einstein ao Brasil**. São Paulo: Edições Prandiano, 1988.

Só Matemática. **Georg Cantor**. Disponível em:  
<<http://www.somatematica.com.br/biograf/cantor.php>>. Acesso em: 12 nov. 2012.

Só Matemática. **Seki Kowa**. Disponível em:  
<<http://www.somatematica.com.br/biograf/seki.php>>. Acesso em: 20 nov. 2012.

Só Matemática. **Sistemas Lineares**. Disponível em:  
<<http://www.somatematica.com.br/historia/sistemas.php>>. Acesso em: 20 nov. 2012.

SOUZA, Maria Celeste Reis Fernandes de. **Mapeando o gênero nas pesquisas no campo da educação matemática de pessoas jovens e adultas- EJA**. Disponível em:  
<[http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CDIQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.sbem.com.br%2Ffiles%2Fix\\_enem%2FRelato\\_de\\_Experiencia%2FTrabalhos%2FRE45195447691T.doc&ei=imnHUJ\\_bAuOw8AGpp](http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CDIQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.sbem.com.br%2Ffiles%2Fix_enem%2FRelato_de_Experiencia%2FTrabalhos%2FRE45195447691T.doc&ei=imnHUJ_bAuOw8AGpp)>

oCgCg&usg=AFQjCNFvHgO4N-MYhzBEHq7LRE-xNWs4ew&sig2=\_zk-7860t5e8KF7qm3fWHw&bvm=bv.1354675689,d.eWU>. Acesso em: 14 nov. 2012.

VALDÉS, Juan E. N.. A história como elemento unificador na Educação Matemática. In: MENDES, Iran A.; FOSSA, John; VALDÉS, Juan E. N.. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

VERISSIMO, Erico. **A liberdade de escrever**: entrevistas sobre literatura e política. Porto Alegre: Editora da UFRGS, EDIPUCRS, Prefeitura Municipal de Porto Alegre. Coleção Engenharia e Arte; 4, 1997.

Wikipédia: a enciclopédia livre. **Georg Cantor**. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Georg\\_Cantor](http://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor)>. Acesso em: 5 nov. 2012.

Wikipédia: a enciclopédia livre. **Infinito**. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Infinito>>. Acesso em: 06 nov. 2012.

Wikipédia: a enciclopédia livre. **Teoria dos Conjuntos**. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria\\_dos\\_conjuntos#Hist.C3.B3ria](http://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#Hist.C3.B3ria)>. Acesso em: 06 nov. 2012.



## APÊNDICE 1: Plano de Aula

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
 Faculdade de Educação - Departamento de Ensino e Currículo  
**EDU 02X14 – Estágio em Educação Matemática III – Semestre: 2012/02**  
**Professor:**  
**Turma B – Francisco Egger Moellwald – *chico.egger@gmail.com.br***

**PLANO DE AULA Nº. 02**

*Francisco Egger Moellwald*  
 Prof<sup>o</sup> Orientador Francisco E. Moellwald  
*Ana Lúcia Marques Duarte*  
 Prof<sup>a</sup> Regente Ana L. Marques Duarte

### A) Dados de Identificação:

Estabelecimento de Ensino: Escola Estadual de Ensino Médio Anne Frank

Período: Noturno

Dias de aula: 13/09/2012

Turma: T 201 – EJA 2º Ano

Professora Regente: Ana Lúcia Marques Duarte

Professora Estagiária: Jaqueline Klein Galli

Componente Curricular: Matemática

Assunto: Equações Algébricas

### B) Habilidades/Competências a serem atingidas pelos alunos:

- Alguns conhecimentos históricos da matemática;
- Resolução de problemas matemáticos com uso de equações com uma incógnita de grau 1;
- Identificação da incógnita;
- Raciocínio aritmético.

### C) Conteúdos:

- História da matemática árabe, hindu, grega e babilônica;
- Sistema numérico hindu-arábico;
- Equações algébricas de 1º grau com uma incógnita: operações, raiz da equação, problemas.

### D) Metodologia: situações de aprendizagem e tempo destinado:

Tempo: 1h-aula

O principal objetivo desta aula é procurar com os alunos algum sentido no uso de incógnitas em cálculos aritméticos na atualidade apresentando situações que provocaram o aparecimento de cálculos algébricos usando, para isto, fontes históricas da matemática.

Iniciarei a aula escrevendo no quadro o seguinte título: “Álgebra: Arte dos raciocínios perfeitos”. A idéia é ativar os alunos numa primeira discussão sobre o que significa para eles a frase acima e o que poderia ser esta arte. Levarei esta discussão para a curiosidade de como se pensou e se chegou aos cálculos algébricos que hoje usamos em tantos momentos de nossas vidas. Contarei a seguinte história:

- Nossa primeira história começa em Alexandria. Depois da invasão árabe, Alexandria caiu e todo seu conhecimento, a biblioteca egípcia, a mais rica em conhecimento científico, por assim dizer, foi dizimada. Diante dos protestos gregos o líder árabe foi irredutível e ordenou sem piedade: “No que diz respeito às obras que mencionais – se contém aquilo que também se encontra no Alcorão, são supérfluas; se contém outra coisa, são nocivas; em qualquer dos casos devem ser destruídas.” (KARLSON, 1961, p. 155). E assim, todo aquele conhecimento, rico e tão bem registrado, foi usado para abastecer as caldeiras que aqueciam os banhos públicos de Alexandria, ou seja, totalmente destruído.

- Sim, é claro que era um grande conhecimento! Uma vez que um povo construiu enormes pirâmides, mudou o curso do rio, construiu diques e plantava sobre as águas seus alimentos, não há dúvidas de que dispunha de algum conhecimento matemático, pelo menos o básico. Entre os egípcios, aqueles que dispunham de conhecimento e tempo para adquiri-los e desenvolvê-los eram os *escribas*. E eles calculavam. Eis seus símbolos para alguns números:

1		$10^2$	☉	$10^4$	⌒	$10^6$	⋈
10	∩	$10^3$	⋈	$10^5$	∞		

Assim:  $13\ 015 = 1(10^4) + 3(10^3) + 1(10) + 5 =$  ⌒ ⋈ ⋈ ⋈ ∩ |||

- Os outros números eram construídos a partir destes somando a quantidade de símbolos e fazendo correspondência aos valores que representam cada símbolo.

- Mas alguns papiros foram encontrados e até hoje estão bem guardados em museus e outros lugares que possuam condições de mantê-los conservados. Em alguns deles foram encontradas as escritas numéricas acima. E um deles, um papiro hierático, hoje seguro no Museu Britânico, decifrado em 1877, revela um manual para a matemática da época. É um manual simples, sem rigor matemático, como um livro que o professor usa para ensinar seus alunos a matemática essencial sem seus “monstros” assustadores. Seu título: “Indicações para Obter o Conhecimento de Todas as Coisas Obscuras”. Sugestivo, não? O autor se chamava *Ahmes* que escreveu este papiro a antes de 1700 a.C., porém, o conteúdo do manual, pelo que sabemos hoje, já era herança de aproximadamente 3400 a.C!

- Retornando à Alexandria, nem tudo se perdeu. Havia entre os árabes quem se importasse com as ciências. Ainda mais, aqueles que precisavam da matemática: os comerciantes; pois o comércio era a maior atividade econômica desse povo na época. E *Hipácia*, filha de *Téon*, “daquele que organizou a edição do Euclides, [...] – a primeira e por muito tempo a última “matemática” notável. Escreveu um comentário sobre as seções cônicas de Apolônio, além de outras obras que se perderam.” (KARLSON, 1961, p. 155). Porém, com as invasões cristãs, *Hipácia* foi exterminada porque a ciência não podia valer mais que a religião.

- A continuação dessa história é mais interessante a partir do momento em que descobrimos como a ciência grega chegou para os árabes. As primeiras as primeiras ciências a chamarem atenção foram a medicina e a filosofia. Médicos foram chamados para Bagdá e o califa *Al-Mamun* pediu a tradução de manuscritos científicos gregos deixando um legado para os próximos imperadores árabes. “Os primeiros autores traduzidos em árabe foram Euclides e Ptolomeu, isto aconteceu durante o reinado do famoso Califa Harun-al-Rashid” (CAJORI, 2007, p. 156), depois por *Al-Mamun*, pelo fato de que a tradução conter muitos erros, e continuou com outros Califas a procura pelo conhecimento científico.

- “*Al Manum*, sucessor de *Harun*, chegou ao ponto de enviar comissões especiais a Constantinopla e a Índia, com ordens de colecionar e traduzir o maior número possível de

obras científicas. Bem mais fácil teria sido manter intata a biblioteca Alexandrina.” (KARLSON, 1961, p.156) Com isso, os árabes passaram a receber influências científicas de outros locais e a praticarem suas próprias pesquisas, construindo sua própria matemática e destacando autores notáveis como Mohamed Ibn Musa Alchwarizmi que escreveu o livro “A arte de Calcular”. “Aqui o nome do autor, Al-Khowarizmi passou para Algoritmi, do qual veio nossa palavra algoritmo, significando a arte de calcular de um modo particular [...]” (CAJORI, 2007, p. 157).

- E então? Os hindus... Quem eram? E por que falar deles? Bem, se bastar, foi o povo que originou nosso sistema numérico de base decimal, ou seja, os nossos algarismos, os que usamos desde que entramos nas escolas e aprendemos a contar! E foi a matemática hindu, a base para o cálculo “pois, enquanto a mente dos gregos era predominantemente geométrica, a dos indianos era, antes de tudo, aritmética.” (CAJORI, 2007, p. 134) Os hindus também eram amantes da astronomia influenciada pela astronomia grega. De tudo isto, podemos concluir uma “troca de idéias” entre esses povos, hindus, gregos e alexandrinos.

- Porém, os hindus, em suas descobertas matemáticas, não se preocupavam com provas e, portanto, há muitas operações matemáticas sem muita justificativa. Mas eram capazes de resolver problemas complicadíssimos pelo método inverso, veremos adiante um exemplo deste método. Atualmente, utilizamos a álgebra como ferramenta para solucionar tais problemas. “Somos obrigados a reconhecer: os hindus foram realmente matemáticos bastante hábeis. [...] Devemos, para empregar o nome moderno, iniciar-nos na arte da álgebra, sobre a qual diz Bhaskara: Aritmética é regra de três; álgebra, porém, são raciocínios perfeitos. O que é o desconhecido aos perspicazes?” (KARLSON, 1961, p.159).

Para explicar o raciocínio hindu em alguns cálculos vou usar o seguinte exemplo parecido com o enunciado de um problema sugerido por Bhaskara, matemático hindu do século XII, usando de modelo o exercício do livro de Karlson (Anexo 1), a fim de que os alunos me ajudem a resolver:

“Qual o número que, dividido por 5, multiplicado por 10 e diminuído de  $\frac{1}{4}$  deste produto, dá como resultado o número 6?”

#### Raciocínio hindu:

Prescrição do problema	Operação que se deve efetuar na operação	Valor numérico
Resultado final		6
Diminuído de $\frac{1}{4}$ do produto	Acrescido de $\frac{1}{3}$ do resultado	$6 + (\frac{1}{3} \times 6) = 8$
Multiplicação por 10	Dividido por 10	$8 : 10 = \frac{4}{5}$
Dividido por 5	Multiplicação por 5	$\frac{4}{5} \times 5 = 4$

Obs: Esta forma de enunciar o problema é como os “antigos” escreviam. Hoje, este enunciado estaria corretamente escrito da seguinte maneira:

“Qual o número que, dividido por 5, multiplicado por 10 o quociente e diminuído  $\frac{1}{4}$  deste produto, resulta 6?”

Descobrimos então, que o número procurado é 4. Para nós, a álgebra já é um instrumento ao qual podemos aplicar sobre este tipo de problema e resolver a equação da forma apresentada a seguir:

#### Raciocínio algébrico:

x representará a incógnita, o número que queremos saber.

$$\frac{x}{5} \cdot 10 - \frac{1}{4} \left( \frac{x}{5} \cdot 10 \right) = 6$$



## Anexo 1

"Bela rapariga de olhos cisalantes—se conheces o método 'do retêno', diz-me: qual é o número que, multiplicado por 3, acrescido de  $\frac{1}{2}$  deste produto, dividido por 7, diminuído de  $\frac{1}{2}$  do quociente, elevado ao quadrado, diminuído de 52, acrescido de 8 e dividido por 10 dá como resultado o número 2?" Esse é o enunciado de um problema sugerido por Bhaskara, matemático hindu do século XII, aos seus contemporâneos.

O "método do retêno" não significa outra coisa que, por assim dizer, "embaçar o cavalo pela cauda", ou, no caso, começar os cálculos pelo fim, que é, evidentemente, o mais prático.

Para chegarmos ao número procurado torna-se necessário inverter todas as operações aritméticas que o problema prescreve, um verdadeiro retêno sobre o enunciado. Acompanhe-as o leitor, uma por uma. Apresentamos aqui apenas os passos essenciais. O resultado final deve ser 2.

Prescrição do problema	Operação que se deve efetuar na resolução	Valor numérico
Resultado final		2
Divisão por 10	Multiplicação por 10.	$2 \times 10 = 20$
Adição de 8	Diminuição de 8	$20 - 8 = 12$
Diminuição de 52	Adição de 52	$12 + 52 = 64$
Elevação ao quadrado	Extração da raiz quadrada	$\sqrt{64} = 8$
Diminuição de $\frac{1}{2}$ (restam $\frac{3}{2}$ )	Aumentado de sua metade (dá $\frac{3}{2}$ )	$8 + 4 = 12$
Dividido por 7	Multiplicado por 7	$12 \times 7 = 84$
Aumentado de $\frac{1}{2}$ (dá $\frac{3}{2}$ )	Diminuído de $\frac{1}{2}$ (restam $\frac{1}{2}$ )	$84 - \frac{3 \cdot 84}{2} = 48$
Multiplicado por 3	Dividido por 3	$48 : 3 = 16$

**APÊNDICE 2: Termo de Consentimento Informado****TERMO DE CONSENTIMENTO**

Eu \_\_\_\_\_, RG: \_\_\_\_\_, consinto que a professora Jaqueline Klein Galli, estagiária da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), faça uso dos registros por mim escritos ou falados, bem como, das minhas imagens. Este consentimento é exclusivamente para o seu Trabalho de Conclusão de Curso.

Data: \_\_/\_\_/\_\_\_\_

Ass: \_\_\_\_\_