

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE ESTOCÁSTICA DA DENSIDADE ESPECTRAL DE NÊUTRONS EM UM MODELO  
DE REATOR NUCLEAR PARA AVALIAÇÃO DA PROBABILIDADE LOCAL DA FUGA DE  
NÊUTRONS

por

Felipe Gregoletto Ben

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Dezembro de 2012



ANÁLISE ESTOCÁSTICA DA DENSIDADE ESPECTRAL DE NÊUTRONS EM UM MODELO  
DE REATOR NUCLEAR PARA AVALIAÇÃO DA PROBABILIDADE LOCAL DA FUGA DE  
NÊUTRONS

por

Felipe Gregoletto Ben

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Arnaldo Ruben Gonzales  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Ciências Térmicas**

Orientador: Prof. Dr. Bardo Ernst Bodmann

Comissão de Avaliação:

Prof. Sérgio Luiz Frey

Prof. Flávio Tadeu van der Laan

Prof. Jorge Rodolfo Silva Zabadal

Porto Alegre, 17 de Outubro de 2012

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Dr. Bardo E. J. Bodmann pela proposição do tema, orientação e pela bondade e gentileza de muitas vezes me explicar o que eu estava fazendo.

Agradeço igualmente à Dra. Dayana Queiroz de Camargo pelo tempo e ajuda sempre que necessários e por se colocar, sempre que possível, à disposição para me explicar o funcionamento de seu software – sem o qual este trabalho não teria sido possível. Este agradecimento também se estende para o colega de curso Herberth Birck Fröhlich, que me ajudou na transição do mundo real para a linguagem C++ do software.

Também são indispensáveis os agradecimentos aos colegas que ingressaram no curso juntamente comigo em 2008/1 pela interface com o meio, risadas e sem os quais, provavelmente, a faculdade não teria sido suportável. Agradeço neste trabalho especialmente ao colega Luiz Felipe Fracasso, que também decidiu investir no mundo da nuclear para o trabalho de conclusão e compartilhou pânico, busca de conhecimento e frustrações, além da ajuda com os processos iterativos do *Scilab* e das caronas de volta do Vale.

Agradeço também aos colegas de “profissão emprestada” do curso Pré Vestibular do CEUE e todas as pessoas que conheci no meio desse caminho, pelo coleguismo e horas de descontração onde eu frequentemente reclamava do meu curso.

Por fim, agradeço à minha família, por ter sempre me apoiado psicológica e financeiramente durante o curso e proporcionado uma moradia, além da educação de qualidade sem a qual eu não entenderia grande parte dos assuntos deste trabalho. Agradeço em especial à minha vó Martha, pela constante dedicação e preocupação comigo e pessoa sem a qual eu definitivamente não seria quem sou hoje. Obrigado.

BEN, F.G. **Análise estocástica da densidade espectral de nêutrons em um modelo de reator nuclear para determinação da probabilidade local de fuga.** 2012. 18 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

## **RESUMO**

Neste trabalho, o comportamento de um grande número de nêutrons em um reator nuclear será acompanhado com o uso de modelos computacionais para que se analise a fuga de nêutrons do reator, com dependência local e de faixa de energia. Para tal, será aplicado o método de Monte Carlo com o uso de um software linguagem C++, onde o tipo de interação que os nêutrons irão sofrer e as características de seu comportamento serão estimadas aleatoriamente de acordo com distribuições de probabilidade. São obtidas curvas que descrevem o comportamento da fuga de nêutrons ao longo do reator e é discutida uma abordagem para tratamento destes dados como uma pseudo seção de choque de fuga, cujo valor médio foi estimado em  $0.23\text{cm}^{-1}$ . Os resultados são então parametrizados, permitindo seu uso em modelos não estocásticos, sejam eles numéricos ou analíticos.

**PALAVRAS-CHAVE:** fuga de nêutrons, pseudo seção de choque de fuga, reator nuclear, método de Monte Carlo.

BEN, F.G. **Stochastic analysis of neutronic spectral density in a nuclear reactor model to establish local neutron leakage probability**. 2012. 18. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

## **ABSTRACT**

In this paper, the behavior of a large number of neutrons in a nuclear reactor will be evaluated by the use of computational models, in order to analyze the leakage of neutrons through the reactor walls, as a function of position and energy range. Such analysis will be accomplished by the application of the Monte Carlo method through a software written in C++ language, where the type of interaction and behavior of the neutrons are randomly estimated by probability distributions. A series of curves which describes the behavior of neutron leakage are obtained, and a method is introduced to treat the data as a pseudo macroscopic leakage cross section, whose average value is estimated to be  $0.23\text{cm}^{-1}$ . The results are then parametrized, opening for the possibility to use them in non-stochastic models, either of numerical or analytical character.

**KEYWORDS:** neutron leakage, pseudo leakage cross section, nuclear reactor, Monte Carlo method

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>1</b>
2.1. FÍSICA DE REATORES NUCLEARES.....	2
<b>3. O SOFTWARE <i>CONTINUOUS</i></b> .....	<b>3</b>
3.1. O MÉTODO DE MONTE CARLO.....	3
3.2. DESCRIÇÃO DO SOFTWARE <i>CONTINUOUS</i> .....	3
<b>4. A ANÁLISE DA FUGA DE NÊUTRONS EM UM REATOR</b> .....	<b>5</b>
4.1. METODOLOGIA DE ANÁLISE .....	5
4.2. MODIFICAÇÕES NO PROGRAMA <i>CONTINUOUS</i> .....	5
4.3.1. <i>Homogeneização do material</i> .....	6
4.3. HISTOGRAMAS DE FUGA RETIRADOS DO PROGRAMA .....	7
<b>5. TRATAMENTO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>10</b>
5.1. UMA (PSEUDO) SEÇÃO DE CHOQUE DE FUGA.....	10
5.2. OBTENÇÃO DA PSEUDO SEÇÃO DE CHOQUE MACROSCÓPICA DE FUGA MÉDIA .....	11
5.3. TRATAMENTO DOS DADOS DE FUGA .....	12
<b>6. CONCLUSÃO</b> .....	<b>14</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>15</b>
<b>APÊNDICES</b> .....	<b>16</b>
<b>I. HISTOGRAMAS DE FUGA DE NÊUTRONS POR FAIXA DE ENERGIA</b> .....	<b>16</b>
<b>II. DADOS DE PARAMETRIZAÇÃO DAS CURVAS</b> .....	<b>17</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A crescente demanda não só por energia como por soluções em acordo com as condições climáticas do cenário mundial atual têm fomentado cada vez mais o desenvolvimento e pesquisa destas soluções nas mais diversas áreas de Energia e Fenômenos de Transporte. Estimativas indicam que dentro dos próximos vinte anos o consumo de energia elétrica vai dobrar [Camargo, 2011], o que justifica por si só o interesse em Energia Nuclear como uma fonte de energia.

A obtenção de energia via reações nucleares não só é uma solução eficiente em termos de aproveitamento de energia como é praticamente livre de emissões de gases estufa. Contudo, o controle e estudo das reações nucleares é de alta complexidade e requer análises detalhadas, diante também do alto risco em caso de falhas. Neste sentido, avanços na compreensão dos processos nucleares são de extrema importância e cada vez mais necessários.

Dentro da física e engenharia de reatores nucleares, diversos problemas como a distribuição de nêutrons por faixa de energia e de nêutrons que escapam pelas paredes do reator carecem de modelagens mais eficientes e precisas. As abordagens usuais para a fuga de nêutrons em um reator, em especial, costumam ficar limitadas aos métodos estocásticos e são de difícil implementação em métodos analíticos. A densidade espectral de nêutrons ao longo do reator, por outro lado, é mais facilmente obtida da resolução de equações diferenciais, que usualmente utilizam hipóteses fortes de simplificação – como a de reator de dimensões infinitas – para levar em conta a fuga de nêutrons.

O presente trabalho se propõe a avaliar a fuga de nêutrons por processos numéricos a fim de obter dados sobre a probabilidade da ocorrência de fuga em diferentes posições e energias dentro do reator. Para a realização do trabalho é aplicado o Método de Monte Carlo à equação de transporte de nêutrons. Essencialmente é utilizado um programa que avalia o comportamento de uma grande população de nêutrons em um reator nuclear através do método de Monte Carlo, onde o tipo de interação que os nêutrons irão sofrer e as características de seu comportamento são estimadas aleatoriamente de acordo com distribuições de probabilidade.

Nestas implementações normalmente se trabalha com grupos de energia, onde se faz a média de propriedades como seções de choque ao longo do respectivo intervalo [Camargo, 2011]. Contudo, a implementação do método conforme descrito será feita através do programa *Continuous*, desenvolvido pela Dra. Dayana Queiroz de Camargo em seu doutorado, que com a parametrização de curvas das propriedades dos materiais analisa os processos com uma dependência contínua da energia.

Uma vez realizadas as alterações pertinentes no programa, tal como implementação de uma saída mais refinada dos dados referentes à fuga de nêutrons, são obtidos os dados de posição e energia dos nêutrons que posteriormente fogem do reator. Com tais dados, uma comparação com a população total de nêutrons que sofreram fuga permite a avaliação da probabilidade de fuga dos nêutrons de acordo com sua posição, análise que pode ser estendida para faixas de energia em particular.

Esta análise permite também a construção de curvas que mapeiam a densidade espectral de nêutrons que fogem do reator, que podem então ser parametrizadas para uso em outros modelos de natureza não estocástica, como modelos numéricos ou analíticos.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

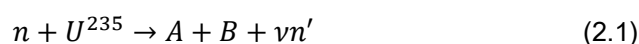
Será apresentado a seguir um apanhado geral da literatura de Física de reatores pertinente à realização deste trabalho. Destaca-se que esta seção tem apenas um caráter de revisão e recomenda-se ao leitor mais interessado que consulte as referências pertinentes. Destaca-se que a fuga de nêutrons, em especial, é um tema atual, mas quase não abordado na literatura científica técnica. No artigo de Bodmann e Vilhena, 2010, a difusão de nêutrons é



tratada de maneira analítica por transformadas integrais que não incorporam a fuga de nêutrons. O artigo de Petersen, 2009, que aborda a difusão de nêutrons através da aplicação da transformada de Laplace, também um método analítico, também não incorpora a fuga. Os principais métodos numéricos utilizados na atualidade, referenciados nestes artigos, também não analisam a fuga de nêutrons.

## 2.1. Física de reatores nucleares

A operação de uma usina nuclear é muito semelhante, em princípio, à de uma usina clássica a carvão, óleo ou gás. Uma fonte de calor aquece um gás a alta temperatura. O gás então expande em uma turbina e converte sua energia em energia mecânica, que é então convertida em eletricidade via um alternador conectado à turbina. Quando resfriado, este gás é usualmente circulado de volta à fonte de calor, completando um ciclo termodinâmico. [Reuss, 2008]. No caso de uma usina nuclear, o calor é gerado no reator, que contém uma quantidade suficiente de materiais *físseis*, por exemplo  $U^{235}$  ou  $Pu^{239}$ , para que uma reação em cadeia autossustentável seja possível. Quando um material físsel é atingido por um nêutron, em uma certa porcentagem de casos o núcleo sofre uma reação nuclear de fissão (que libera energia). Por exemplo:



Aqui um núcleo de  $U^{235}$  é atingido por um nêutron, resultando em dois núcleos mais leves A e B chamados produtos de fissão, mais um número  $\nu$  adicional de nêutrons. Para nêutrons de energias praticamente zero (ditos *nêutrons térmicos*) atingindo urânio-235 esse número é em média  $\nu = 2.42$ . [Zweifel, 1973].

Contudo, os nêutrons dentro de um reator não estão sujeitos unicamente a provocarem fissão do urânio. De maneira geral, os nêutrons podem sofrer três interações: *captura radioativa*, onde os nêutrons são absorvidos por algum núcleo com liberação de energia; *fissão*, onde são absorvidos e provocam a quebra do núcleo em núcleos mais leves e produzindo mais  $\nu$  nêutrons livres; *espalhamento*, onde os nêutrons essencialmente sofrem uma colisão com um núcleo e são espalhados em novas direções e com novas energias. Além disso, os nêutrons também podem eventualmente escapar pelas paredes do reator, constituindo a chamada *fuga de nêutrons*.

A taxa média com que uma determinada interação ocorre por unidade de volume é dada por

$$R = \Sigma n \bar{u} \quad (2.2)$$

onde  $R$  é a taxa de interações por unidade de volume,  $n$  o número de nêutrons por unidade de volume e  $\bar{u}$  a velocidade média destes nêutrons.  $\Sigma$  é a probabilidade por unidade de comprimento percorrido de um nêutron sofrer a interação conforme se move pelo material e é denominada *seção de choque macroscópica* da interação. A  $\Sigma$  é uma função da interação considerada, da energia do nêutron e da densidade atômica do material com o qual o nêutron pode interagir. O termo  $n\bar{u}$  representa o número de nêutrons que atravessam uma superfície unitária por segundo e é chamado *fluxo escalar de nêutrons*.

Pelas equações 2.1 e 2.2 acima se torna evidente a importância do conhecimento da distribuição de nêutrons (ou do fluxo escalar de nêutrons) ao longo do reator, uma vez que eles são responsáveis pela reação de fissão que é a base da geração de calor e determinam a taxa com que as diferentes interações podem ocorrer. Considerando-se um modelo unidimensional e que todos os nêutrons do reator apresentem a velocidade média  $\bar{u}$ , um balanço do número de nêutrons que entram e saem de um volume infinitesimal resulta na chamada *equação de transporte de nêutrons de Boltzmann*, ou simplesmente equação da difusão de nêutrons, dada por [Zweifel, 1973]

$$\frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \Sigma_a \phi(x) - \frac{d}{dx} D \frac{d\phi}{dx} = \nu \Sigma_{fis} \phi(x) \quad (2.3)$$

onde  $\phi(x, t)$  representa o fluxo escalar de nêutrons,  $\bar{u}$  a velocidade média dos nêutrons,  $\Sigma_a$  é a seção de choque macroscópica de absorção do meio,  $\Sigma_{fis}$  a seção de choque macroscópica de fissão e  $D$  o coeficiente de difusividade dos nêutrons, usualmente uma função de seu livre caminho médio [Feynman, 1963].

As condições de contorno da equação 2.3, mesmo em sua versão para regime estacionário (sem dependência do tempo), não são evidentes uma vez que o conhecimento do fluxo nas paredes do reator requer o conhecimento da fuga de nêutrons através da parede. Usualmente é adotado fluxo zero nas paredes ou que o reator é infinito (de maneira que não há como nêutrons fugirem dele). [Zweifel, 1973]. Neste trabalho serão obtidos parâmetros para a fuga de nêutrons que permitem lidar de maneira mais adequada com a equação 2.3, conforme é apresentado no capítulo 5.

### 3. O SOFTWARE *CONTINUOUS*

Nesta seção será apresentada uma visão geral do Método de Monte Carlo e da arquitetura básica do software *Continuous*, usado na elaboração deste trabalho. Também são apresentadas as modificações que se fizeram necessárias no programa e a abordagem para sua implementação.

#### 3.1. O método de Monte Carlo

A simulação de equações que levam em consideração o comportamento de, por exemplo, um grande número de partículas sujeitas a um grande número de processos é usualmente de difícil implementação justamente pelo grande número de interações a serem consideradas. Essencialmente, o método de Monte Carlo consiste na elaboração de um algoritmo que usa números aleatórios gerados de acordo com alguma distribuição de probabilidade que modele a física do problema. Estes números são usados para julgar o tipo de interação que irá ocorrer com a partícula a cada intervalo de tempo, representado por um passo do programa. A partícula é acompanhada por uma sequência de passos onde o mesmo procedimento é empregado para julgar qual será sua próxima interação, mapeando seu comportamento até seu "fim de vida".

A simulação é realizada para um grande número de partículas que serão, uma por vez, acompanhadas durante todo o processo. Os resultados globais servem, então, como dados estatísticos para o comportamento de uma grande população de partículas. Vale comentar que o método de Monte Carlo é aplicável a qualquer situação que envolva processos aleatórios, sejam eles probabilísticos ou não: uma distribuição randômica de pontos em uma região e uma análise da fração do total de pontos que ficaram abaixo de uma curva nesta região permite, por exemplo, uma integração numérica.

Por fim, uma discussão em detalhes da eficiência do método e dos erros estatísticos associados a ele está além do escopo deste trabalho e deve ser consultada em literatura mais especializada. De maneira geral, destaca-se que o erro estatístico do método de Monte Carlo depende da variância do valor de função a ser estimada e do número de pontos aleatórios para os quais a função é avaliada. O caminho mais simples para reduzir o erro é aumentar o número  $n$  de pontos, uma vez que o erro é proporcional a  $1/\sqrt{n}$ , mas esse caminho é limitado pelo tempo de computação, que torna o cálculo cada vez mais proibitivo com o aumento de  $n$  [Carmargo, 2011]. Desta maneira, o método de Monte Carlo se torna vantajoso e mais preciso para situações onde uma grande população de partículas deve ser considerada, mostrando-se à primeira vista adequado para a análise de um reator nuclear.

#### 3.2. Descrição do software *Continuous*

Esta subseção dedica-se a dar uma visão geral do software *Continuous* apresentando apenas o necessário para uma melhor compreensão do trabalho, e recomenda-

se a leitura da tese de doutorado da Dra. Dayana Queiroz de Camargo, especificada nas referências, para um melhor entendimento do software.

O programa, desenvolvido em linguagem C++, se vale do método de Monte Carlo descrito acima para acompanhar um grande número de nêutrons em um reator nuclear. É considerado que o nêutron possa sofrer três tipos de interação com o meio: captura radiativa, espalhamento elástico ou fissão. O nêutron também pode escapar do meio, constituindo um termo de fugas. Um nêutron é gerado em um ponto do meio e a probabilidade de cada interação e suas características são estimadas de acordo com distribuições de probabilidade provenientes da física de reatores nucleares e das características do problema. Este nêutron será acompanhado por diversas interações até ser absorvido ou fugir do reator. O número de nêutrons de uma população que sofre uma dada interação ou fuga pode ser então obtido acompanhando-se um grande número de histórias individuais.

O cenário simulado no programa é relativamente simples. O reator possui a forma de um paralelepípedo e o meio é originalmente dividido em duas metades, sendo cada uma de material homogêneo: uma de dióxido de urânio ( $\text{UO}_2$ , considerando-se urânio com um enriquecimento de 5%, isto é, 95%  $\text{U}^{238}$  e 5%  $\text{U}^{235}$ ) e a outra metade de água. A maioria das análises considerou um reator de dimensões da ordem de 10cm x 10cm x 10cm. Conforme será descrito na seção 4.2, para simplificar a análise realizada neste trabalho o meio foi alterado para uma mistura homogênea do dióxido e de água.

O nêutron gerado pode “nascer” em qualquer lugar do meio e se mover em qualquer direção e sentido. O espectro de energia dos nêutrons provenientes da fissão do  $\text{U}^{235}$  foi utilizado como espectro de energia inicial para os nêutrons – isto é, os nêutrons são gerados na mesma distribuição de energia que teriam se fossem resultado da fissão de urânio-235. A interação seguinte dos nêutrons é estimada pelo método de Monte Carlo, e sua posição seguinte segue as equações pertinentes em caso de espalhamento (isto é, se o nêutron não foi absorvido nem escapou do meio).

A figura 3.1 abaixo traz um fluxograma referente ao programa *Continuous*.

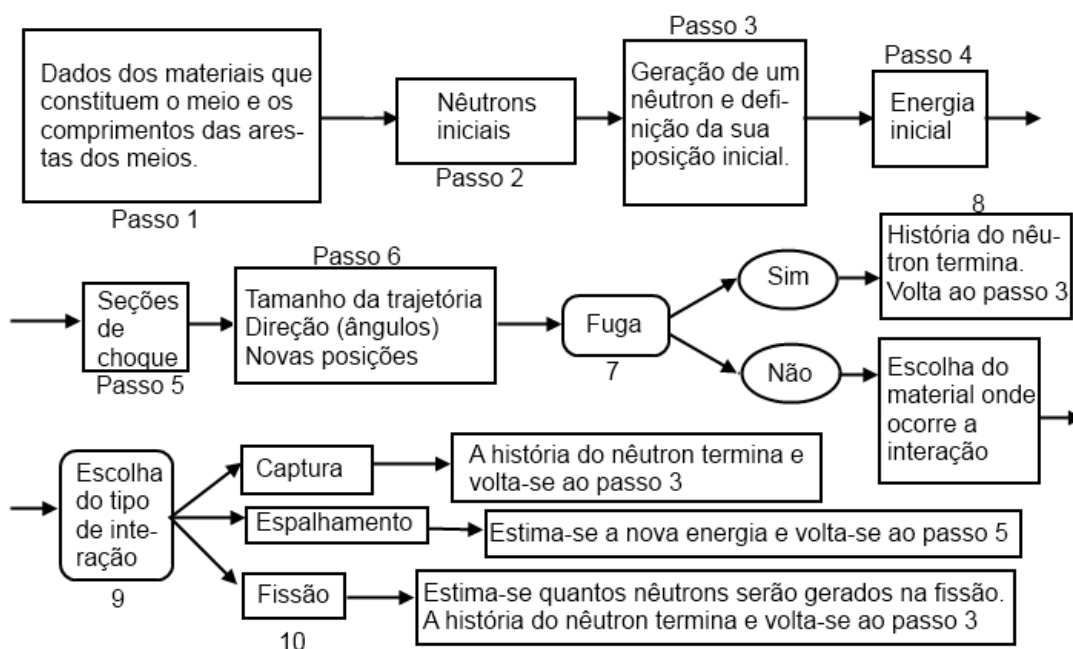


Figura 3.1 – Fluxograma do programa *Continuous*. (Fonte: Camargo, 2011, modificado)

A versão do programa utilizada neste trabalho avalia o reator de maneira global, como um único volume (isto é, os nêutrons são gerados em algum ponto do reator e podem percorrer toda a sua extensão). Esta versão é diferente da versão final do programa, onde o

reator é dividido em subvolumes e somente um deles é analisado em detalhes para obtenção dos resultados. Justifica-se tal escolha pelo código mais simples para o caso de um único volume de controle, às custas simplesmente de grande aumento de tempo computacional – torna-se necessário avaliar uma maior população de nêutrons para obtenção de resultados realistas.

#### 4. A ANÁLISE DA FUGA DE NÊUTRONS EM UM REATOR

A consideração da fuga de nêutrons em um reator apresenta grandes dificuldades, principalmente em métodos analíticos. A proposta deste trabalho é a utilização da simulação via Monte Carlo do reator – através do *Continuous* – para a análise do comportamento dos nêutrons que fogem do reator. Resultados dessa análise não só servem para melhor entender o funcionamento de um reator nuclear como podem ser utilizados para incorporar a fuga em outras análises de diversas naturezas.

##### 4.1. Metodologia de Análise

A metodologia para o estudo da fuga dos nêutrons de modo geral seguiu os seguintes passos, que serão descritos em mais detalhes nas seções seguintes: Modificações no programa foram realizadas para que durante a simulação fossem registradas as posições e energia dos nêutrons que em seguida fogem do reator. Estes dados foram utilizados para gerar histogramas que descrevem a fração dos nêutrons que escapam do reator em cada região. Uma comparação destes dados com a distribuição de nêutrons ao longo do reator permite estabelecer uma relação da probabilidade de fuga dos nêutrons em função de sua posição. Os mesmos histogramas podem ser construídos para uma população de nêutrons de determinada faixa de energia e analisados do mesmo modo, de maneira que se obtêm informações sobre a influência da energia dos nêutrons em sua probabilidade de fuga para diferentes lugares do reator.

Ainda, estes resultados são parametrizados para obtenção de curvas que descrevem a probabilidade de fuga do reator, um resultado que pode ser consultado para ser incorporado em outras análises de diversas naturezas. Por exemplo, a densidade de probabilidade de fuga um único nêutron ao longo de uma coordenada específica (por exemplo o eixo  $x$ , a coordenada analisada neste trabalho) nas unidades adequadas essencialmente pode ser interpretada como a probabilidade de um nêutron fugir a cada centímetro do reator, representando assim uma pseudoseção de choque de fuga, que pode ser utilizada para incorporar a fuga em equações analíticas. Esta interpretação também será discutida em mais detalhes em seções posteriores.

##### 4.2. Modificações no programa *Continuous*

No programa original, o meio está dividido em duas partes, o que torna as seções de choque de captura radioativa, fissão e espalhamento dependentes da posição. A análise da fuga como uma função da posição se torna mais fácil se os outros parâmetros forem constantes ao longo do reator, de maneira que uma primeira modificação foi a substituição do material por uma mistura homogênea de dióxido de urânio e água em todo o reator, cujos detalhes serão discutidos logo mais.

Ainda, a saída original do programa se limita a dados completos da energia de cada nêutron em diferentes passos do programa. Serão necessárias informações a respeito da posição e energia dos nêutrons que fogem do reator, bem como das seções de choque macroscópicas de captura no dióxido e na água para toda a população de nêutrons. Funções para que estes dados fossem registrados pelo programa foram também implementadas. Isto foi feito inserindo-se no código do programa em C++ comandos para, uma vez que um nêutron foi localizado fora do reator (e portanto faz parte da fuga), anotar a posição e energia dele no

passo anterior do programa (gerando assim dados da posição e energia dos nêutrons que em seguida fogem do reator).

As simulações realizadas para este trabalho consideraram um reator de 10cm x 10cm x 10cm. A simetria do reator nas três dimensões permite que uma análise em função de somente uma coordenada, por exemplo a coordenada x, seja realizada e seus resultados sejam estendidos diretamente para as outras dimensões, sem perda de generalidade para o comportamento da fuga de nêutrons.

#### 4.3.1. Homogeneização do material

Para a determinação das interações considerando o meio composto por uma mistura homogênea de água e dióxido de urânio foi necessário modificar a maneira como o programa julgava se a interação iria ocorrer na água ou no urânio. Originalmente, a posição do nêutron determinava se ele estava cercado por moléculas de água ou de urânio e então as seções de choque pertinentes determinavam a natureza da interação. No meio homogeneizado, considerou-se que a cada passo haveria uma probabilidade de interagir com a molécula de água ou de urânio. Esta probabilidade é ponderada pela relação entre as densidades atômicas (o número de átomos por  $\text{cm}^3$ ) da água e do dióxido de urânio.

A densidade atômica da água é de  $0.03343 \times 10^{24}$  átomos por  $\text{cm}^3$ , enquanto a do dióxido de urânio nesta situação é de  $0.026 \times 10^{24}$  átomos/ $\text{cm}^3$ . A probabilidade de encontrar uma molécula de dióxido de urânio em um dado volume é, então, menor que a de encontrar uma de água por um fator de

$$\frac{0,026}{0,03343} = 0,78 \quad (4.1)$$

o que representa uma probabilidade de aproximadamente 56% de chance de interagir com a água e 44% da interação ser com o dióxido a cada passo. A figura 4.1 abaixo apresenta uma comparação dos resultados gerais do programa com o meio separado e com o meio homogeneizado para uma simulação com população da ordem de  $10^5$  nêutrons.

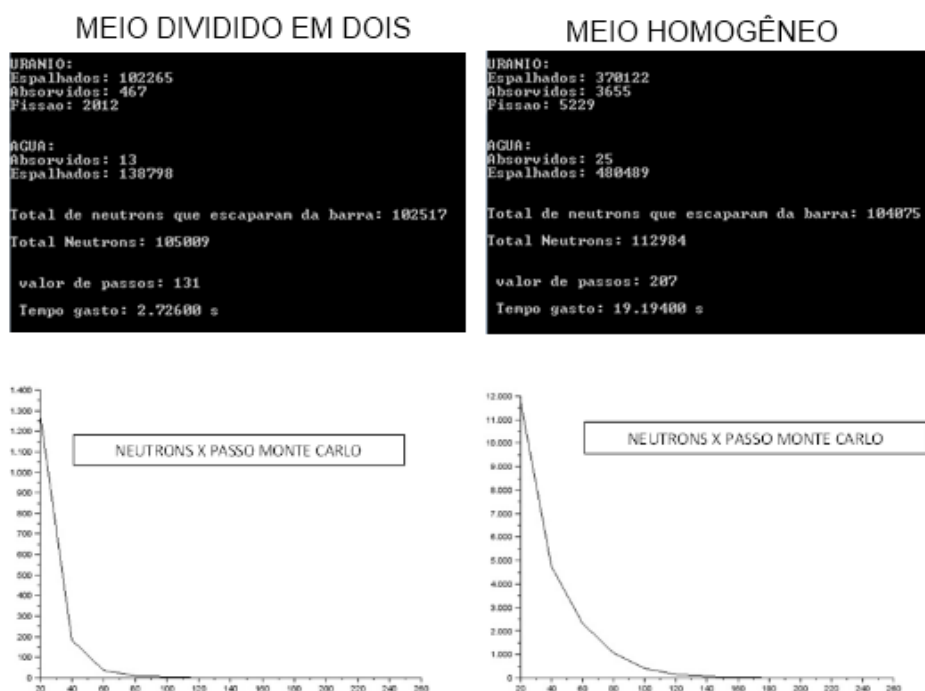


Figura 4.1 – Comparação entre meio dividido em dois materiais diferentes e meio homogêneo

Observa-se que a alteração por um meio homogêneo altera bastante o número de interações que o nêutron pode sofrer. Os nêutrons que são criados por fissão, por exemplo, originalmente nascem no dióxido de urânio e usualmente interagem com o dióxido ao invés de com a água. Os nêutrons que vão para a água, também, somente em um caso restrito de casos poderiam voltar a interagir com o dióxido de urânio.

É interessante ressaltar que a hipótese de meio homogêneo não é uma situação real em um reator, onde usualmente temos as varetas de combustível imersas no moderador, e, portanto os resultados obtidos estão mais distantes de uma situação prática. Contudo, observamos pouca mudança nos dados de fuga, o que indica que a hipótese não é de grande prejuízo para a análise proposta aqui.

#### 4.3. Histogramas de fuga retirados do programa

As modificações no programa descritas no segundo parágrafo da seção 4.2 permitiram a obtenção de histogramas que mapeiam, dentre os nêutrons que fogem do reator, a fração em cada posição nas diferentes coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ . A figura 4.2 abaixo mostra o resultado para uma simulação com uma população da ordem de  $10^6$  nêutrons e o reator descrito na seção anterior.

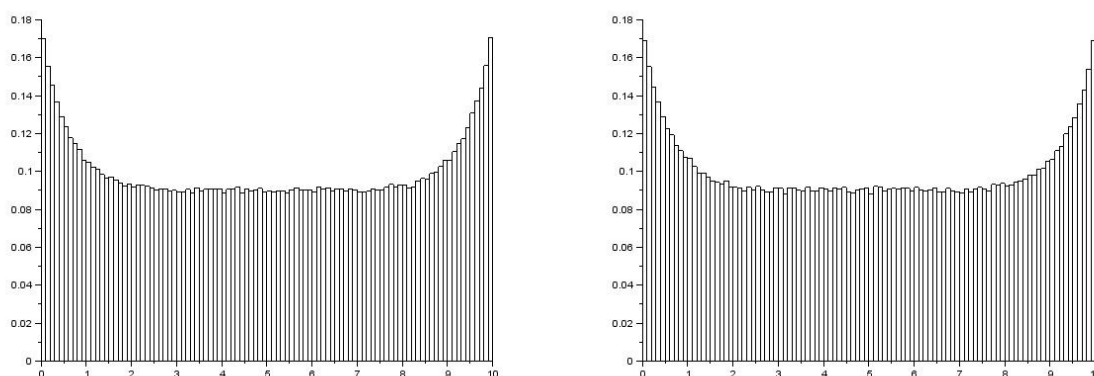


Figura 4.2 – Histogramas de nêutrons que posteriormente fogem do reator ao longo das coordenadas  $x$  e  $y$  do reator (respectivamente), em centímetros.

Observa-se, inicialmente, a simetria dos resultados em ao longo de  $x$  e  $y$ , condizente com a simetria do reator e isotropia do meio. Os histogramas, que basicamente dizem a quantidade de nêutrons que saem do reator em cada posição, mostram que existe uma maior fuga de nêutrons próximos das paredes (um resultado bem intuitivo) e uma certa possibilidade independente da posição para as regiões mais internas do reator.

Este patamar pode ser explicado pelo fato que os histogramas em questão mapearam todos os nêutrons do reator, e portanto representa uma média entre energias altas e baixas. Um nêutron de energia média tem um certo livre caminho médio (isto é, a distância média que ele anda sem interagir com o meio). Para um nêutron próximo à parede, esta distância é suficiente para que o nêutron escape do reator, fazendo com que seja muito provável que os nêutrons próximos à parede fujam. Contudo, a partir de uma certa distância da parede, o caminho médio não é suficiente e não é esperada uma grande chance de fuga – um resultado que não vai mudar se o nêutron estiver um pouco mais afastado da parede, justificando uma chance de fuga aproximadamente constante no interior do reator.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Na realidade, um nêutron no centro do reator apresenta, é claro, menos chance de escapar do que um nêutron um pouco para um dos lados, simplesmente por estar mais longe da parede. Contudo, em parte pelas maiores fugas na parede, existem mais nêutrons no centro. A menor probabilidade individual é compensada por mais nêutrons e o comportamento médio da população é aproximadamente independente da posição nas regiões centrais.

A figura 4.3, em seguida, apresenta a distribuição de energia dos nêutrons que fogem do reator.

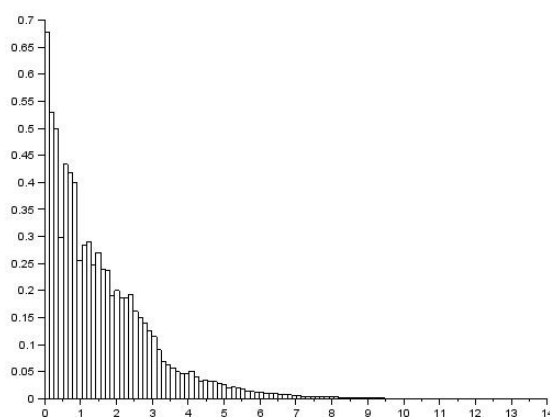


Figura 4.3 – Distribuição de energia dos nêutrons que fogem do reator. Os valores do eixo horizontal estão em MeV.

É intuitiva a ideia de que os nêutrons mais energéticos apresentam maior possibilidade de fuga do reator. Contudo, não só são gerados nêutrons de maior energia em menor número, como as diferentes colisões que um nêutron pode sofrer com as moléculas de água ou de dióxido (reações de espalhamento) ainda reduzem a energia, fazendo com que a população média do reator se encontre principalmente em faixas de menor energia e justificando a maior participação dos nêutrons menos energéticos na fuga. Para corroborar esta ideia, a figura 4.4 abaixo apresenta a distribuição de energia dos nêutrons quando eles são gerados e da população de nêutrons dentro do reator que já sofreu 20 interações (isto é, no 20º passo de Monte Carlo).

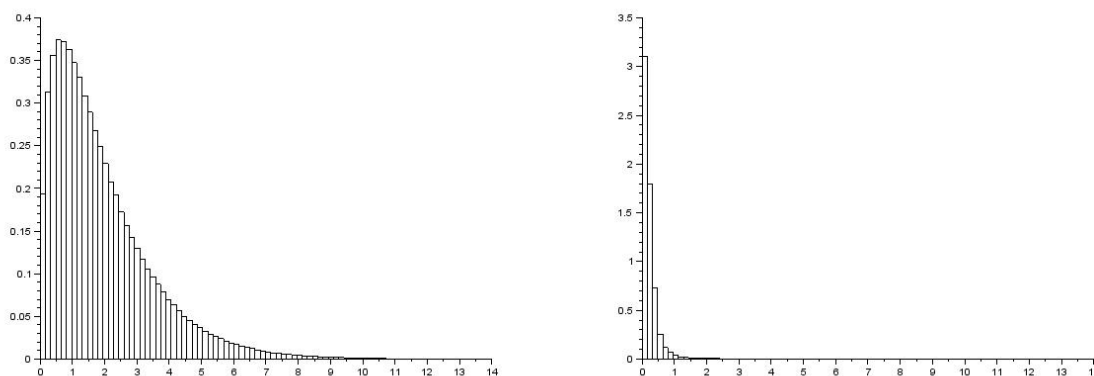


Figura 4.4 – Distribuição de energia dos nêutrons gerados e após o 20º passo de Monte Carlo, respectivamente. Os valores do eixo horizontal estão em MeV.

Para melhor analisar o comportamento dos nêutrons de diferentes energias, também foram plotados histogramas mapeando a posição de fuga de nêutrons de uma determinada faixa de energia. A figura 4.5, a seguir, contrasta a chance de fuga em função da posição para nêutrons abaixo de 0.15 MeV (baixa energia) e nêutrons entre 2.5 e 3 MeV. O Apêndice I deste trabalho trás estes histogramas para diversas faixas de energia.

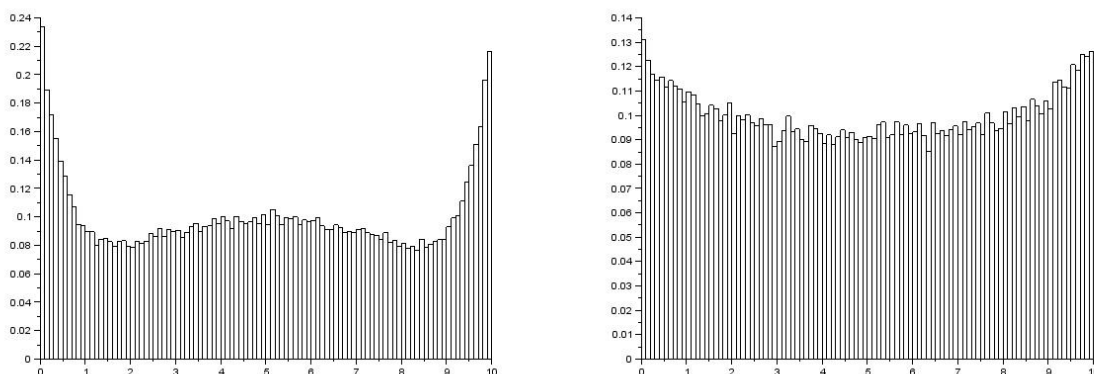


Figura 4.5 – Distribuição dos nêutrons que fogem do reator de acordo com a posição horizontal para nêutrons de energia abaixo de 0.15MeV e entre 2.5 e 3MeV, respectivamente.

Observa-se que a dependência da proximidade com a parede do reator diminui para energias mais altas. Os nêutrons de energia muito alta têm energia suficiente para escaparem mesmo estando em regiões centrais do reator, o que significa que estar ou não perto da parede faz cada vez menos diferença conforme consideramos nêutrons de energias mais altas. Nêutrons de energia mais baixa (o primeiro gráfico da figura 4.5), contudo, apresentam grandes chances de interagir dentro do reator (as seções de choque de absorção e espalhamento aumentam consideravelmente para nêutrons em energias mais baixas. Basicamente nêutrons com energias mais baixas são capturados mais facilmente pelos núcleos e têm menos chance de desviar deles), de maneira que a possibilidade de fuga é bastante pronunciada nas bordas do reator e baixa no interior.

O aumento do número de fugas para regiões centrais, no caso de baixa energia (ainda primeiro histograma da figura 4.5), se deve à densidade de nêutrons ser maior no centro do reator. A probabilidade individual de fuga de um nêutron de baixa energia é certamente menor nas regiões centrais (conforme será mostrado mais adiante), mas isto é compensado por haver muito mais nêutrons por unidade de volume no centro do reator do que nas beiradas. Pode-se verificar isto da seguinte maneira - uma vez que estamos falando de um meio homogêneo, a seção de choque macroscópica de absorção do dióxido, por exemplo, é independente da posição, e a taxa de absorção, dada pela equação 2.2, então só depende do fluxo escalar médio ao longo do reator e vai apresentar o mesmo comportamento dele (isto é, como a probabilidade de um nêutron ser absorvido no dióxido independente do lugar, o número de absorções só será maior onde existem mais nêutrons). A figura 4.6, a seguir, traz um histograma do número de absorções ao longo do reator, cujo formato indica a distribuição de nêutrons/cm<sup>3</sup>.<sup>2</sup>

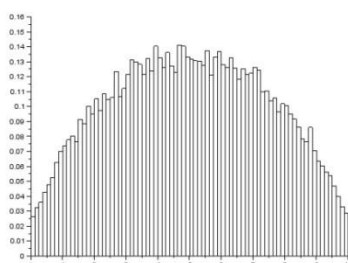


Figura 4.6 – Histograma de absorções no dióxido de urânio ao longo do reator.

<sup>2</sup> A avaliação da distribuição de nêutrons poderia ser feita simplesmente anotando-se a posição de todos os nêutrons dentro do reator e fazendo um histograma. Contudo, usar as posições dos nêutrons absorvidos economiza em muito o tempo computacional, já que são bem menos nêutrons. A escolha pelo UO<sub>2</sub> ao invés de H<sub>2</sub>O foi arbitrária.



Nota-se que o comportamento da densidade de nêutrons mostrado pela figura 4.6 está dentro do descrito nos parágrafos anteriores. O conhecimento do formato do fluxo será importante para o tratamento dos dados obtidos e será avaliado deste mesmo modo. Uma vez conhecido o formato do fluxo, inclusive, ele pode ser escalado por uma constante para apresentar os valores de fluxo. Este procedimento será descrito em mais detalhes na seção 5.3.

## 5. TRATAMENTO DOS RESULTADOS

No capítulo anterior foi apresentada a metodologia e os principais resultados da análise de fugas em um reator homogêneo através de uma simulação numérica. Contudo, conforme mencionado anteriormente, estes resultados podem ser utilizados para considerar a fuga de nêutrons em métodos não estocásticos, sejam eles numéricos ou analíticos. Este capítulo se destina a descrever uma abordagem para incorporar a fuga em outras análises utilizando os resultados apresentados no capítulo 4.

### 5.1. Uma (pseudo) seção de choque de fuga

Considere a equação da difusão de nêutrons dependente do tempo, discutida na seção 2.1.

$$\frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \Sigma_a \phi(x) - \frac{d}{dx} D \frac{d\phi}{dx} = v \Sigma_{fis} \phi(x) \quad (5.1)$$

A equação incorpora o termo de “desaparecimento” de nêutrons em um volume infinitesimal – cuja natureza são usualmente reações de absorção – através da taxa de absorções por unidade de volume, no caso dada por  $\Sigma_a \phi(x)$ . Para incorporar a fuga de nêutrons no balanço poderíamos acrescentar um termo de taxa de fugas análogo à taxa de absorção, uma vez que as fugas também são um “sumiço” de nêutrons no volume infinitesimal. A equação ficaria então com a forma

$$\frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \Sigma_a \phi(x) + R_{fuga} - \frac{d}{dx} D \frac{d\phi}{dx} = v \Sigma_{fis} \phi(x) \quad (5.2)$$

onde  $R_{fuga}$  é a taxa de fuga de nêutrons por unidade de volume.

Se  $\Sigma_f(x)$  é a probabilidade *por unidade de comprimento* de um nêutron na posição  $x$  escapar, o número de nêutrons por unidade de volume que foge do reator dentro de um intervalo  $dx$  é dado por

$$dn_f(x) = \Sigma_f(x)n(x)dx \quad (5.3)$$

onde  $n(x)$  é o número de nêutrons total por unidade de volume (densidade de nêutrons) na posição  $x$ .

A taxa de fuga de nêutrons por unidade de volume,  $R_{fuga}$ , é então dada por

$$R_{fuga}(x) = \frac{dn_f}{dt} = n(x) \frac{dx}{dt} \Sigma_f(x) \quad (5.4)$$

onde se nota que  $\frac{dx}{dt}$  pode ser considerado a velocidade média  $\bar{u}$  e o termo  $n(x) \frac{dx}{dt} = n(x)\bar{u} = \phi(x)$  é o fluxo escalar médio.

A equação de difusão poderia ser escrita então como

$$\frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial \phi}{\partial t} + (\Sigma_a + \Sigma_f(x))\phi(x) - \frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial \phi}{\partial x} = v \Sigma_{fis} \phi(x) \quad (5.5)$$

onde se observa que  $\Sigma_f(x)$  desempenha o papel de uma seção de choque macroscópica.

O equacionamento acima tem o objetivo de mostrar que, uma vez determinada a probabilidade por unidade de comprimento da fuga de um nêutron do reator, é possível

interpretar esse valor como uma *pseudo seção de choque* para a fuga, tratando a fuga como uma interação de natureza semelhante à absorção. De posse de  $\Sigma_f(x)$ , podemos implementar a fuga em análises numéricas ou analíticas da mesma maneira que a absorção é implementada. O procedimento para obtenção de  $\Sigma_f(x)$  a partir dos dados retirados da simulação será discutido na seção seguinte.

Destaca-se que esta abordagem se mostra uma ferramenta poderosa principalmente na resolução analítica de equações diferenciais como a equação da difusão, que permitem obter o fluxo escalar de maneira mais simples que nos métodos numéricos. Estes métodos usualmente consideram a fuga através de hipóteses extremas de condições de contorno, como supor um reator infinito ou usar dimensões maiores do que as reais. [Zweifel, 1973]. No momento da elaboração deste trabalho, é uma abordagem original e não só um avanço na análise de fugas em um reator nuclear como um primeiro passo na direção de uma incorporação mais precisa da fuga em métodos analíticos.

## 5.2. Obtenção da pseudo seção de choque macroscópica de fuga média

Interpretando a fuga como uma interação, é possível estimar um valor médio para sua seção de choque macroscópica a partir do valor médio da seção de choque de, por exemplo, absorção do dióxido de urânio, por comparação da taxa de fugas no reator com a taxa de absorção.

Sabemos que

$$\begin{aligned} R_{ad} &= \bar{\phi} \bar{\Sigma}_{ad} \\ R_f &= \bar{\phi} \bar{\Sigma}_f \end{aligned} \quad (5.6)$$

onde  $R_{ad}$  é a taxa de absorção no dióxido por unidade de volume,  $\bar{\phi}$  o fluxo escalar médio e  $\bar{\Sigma}_{ad}$  a seção de choque macroscópica de absorção do dióxido média.

Dividindo-se uma equação pela outra, obtemos a seguinte relação, que pode ser usada para estimar a pseudo seção de choque de fuga  $\bar{\Sigma}_f$

$$\frac{R_{ad}}{R_f} = \frac{N_{ad}}{N_f} = \frac{\bar{\Sigma}_{ad}}{\bar{\Sigma}_f} \quad (5.7)$$

onde  $N_{ad}$  é o número de nêutrons absorvidos no dióxido e  $N_f$  o número de nêutrons que fogem do reator. Para a obtenção de  $\bar{\Sigma}_{ad}$  foram anotadas as seções de choque de absorção de todos os nêutrons e feita a média aritmética com o uso do software *Scilab*. As energias dos nêutrons também foram registradas, de modo a permitir o cálculo da energia média e da velocidade média (considerando a energia como cinética) dos nêutrons no reator. A tabela 5.1, abaixo, traz uma relação dos valores obtidos para uma simulação com cerca de  $10^6$  nêutrons.

Tabela 5.1 – Resultados numéricos para alguns parâmetros médios obtidos na simulação

Grandeza	Descrição	Valor estimado	Unidade
$\bar{\Sigma}_{ad}$	Seção de choque macroscópica de absorção no dióxido. Obtida de uma média de dados do programa.	0.0085408	1/cm
$\bar{\Sigma}_f$	Pseudoseção de choque de fuga. Obtida pela equação acima	0.2348473	1/cm
$\bar{\phi}$	Fluxo escalar médio	1332.147	m/cm <sup>3</sup> s
$n$	Número médio de nêutrons por unidade de volume dentro do reator. Obtido a partir da média do número de nêutrons em cada passo do programa	172.6175	1/cm <sup>3</sup>
$\bar{u}$	Velocidade média, obtida a partir das energias dos nêutrons	7.71	m/s

### 5.3. Tratamento dos dados de fuga

Para uma melhor manipulação dos dados, inicialmente serão parametrizados os histogramas apresentados na seção 4.3. Considere inicialmente o histograma apresentado na figura 4.2. Seus dados foram colocados em um software de parametrização de curvas, cujos resultados são apresentados na figura 5.1 abaixo. Os parâmetros das curvas ajustadas podem ser encontradas no Apêndice II deste trabalho.

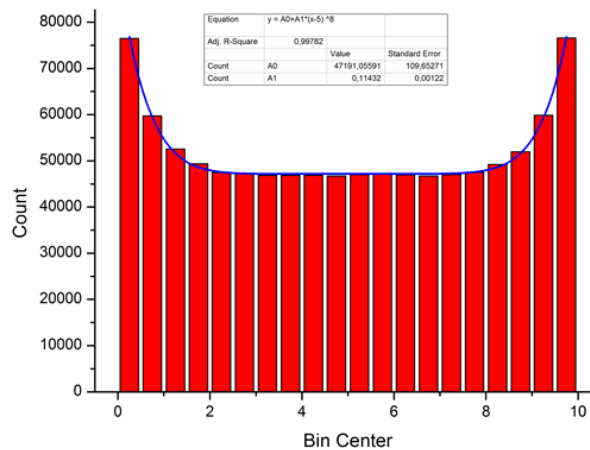


Figura 5.1 – Parametrização da contagem de fuga de nêutrons ao longo da posição  $x$ .

A curva  $f(x)$  representada na figura 5.1 diz a forma da distribuição de fugas ao longo da posição  $x$  e pode ser escalada para que sua área represente o número total de nêutrons que fogem do reator. Desta maneira,  $N_f(x) = \int_x^{x+\Delta x} f(x)dx$  é o número de nêutrons que fogem em um intervalo  $dx$  em torno de  $x$ . Sendo  $N(x)$  o número de nêutrons em um intervalo  $dx$  em torno de  $x$ , a probabilidade de um nêutron no intervalo  $dx$  escapar do reator é, então

$$prob. fuga(x) = \frac{n^\circ \text{ de nêutrons em um intervalo } dx \text{ que fogem do reator}}{n^\circ \text{ de nêutrons em um intervalo } dx} = \frac{N_f(x)}{N(x)} \quad (5.8)$$

de maneira que a probabilidade de fuga *por unidade de comprimento* é

$$\Sigma_f(x) = \frac{dN_f}{dx} = \frac{f(x)}{N(x)} \leftrightarrow f(x) = \Sigma_f(x)N(x) \quad (5.9)$$

Dividindo-se ambos os lados da segunda igualdade da equação 5.9 pelo volume do reator e multiplicando os dois lados pela velocidade média  $\bar{u}$  obtemos

$$\frac{\bar{u}f(x)}{V} = \Sigma_f \bar{u}n(x) = \Sigma_f(x)\phi(x) \quad (5.10)$$

onde  $V$  é o volume do reator,  $n(x)$  o número de nêutrons por unidade de volume e  $\phi(x) = \bar{u}n(x)$  o fluxo escalar médio. A equação 5.10 indica que o termo  $\frac{\bar{u}f(x)}{V}$  pode ser diretamente inserido no lugar de  $\Sigma_f(x)\phi(x)$  na equação 5.5. Ainda, a equação 5.10 pode ser usada para obter  $\Sigma_f(x)$  a partir de  $f(x)$  e  $\phi(x)$ .

A determinação de  $\phi(x)$  para acharmos a pseudo seção de choque de fuga em função da posição pode ser feita como segue. Conforme a seção 4.3, o formato de  $\phi(x)$  é conhecido e dado pelo histograma na figura 4.6. Inicialmente, parametrizamos o histograma

para obter uma curva que, a parte de uma constante para ajustar os valores, descreve o fluxo escalar. A figura 5.2 abaixo apresenta a parametrização do histograma de absorção. A equação da curva ajustada pode ser encontrada no Apêndice II deste trabalho.

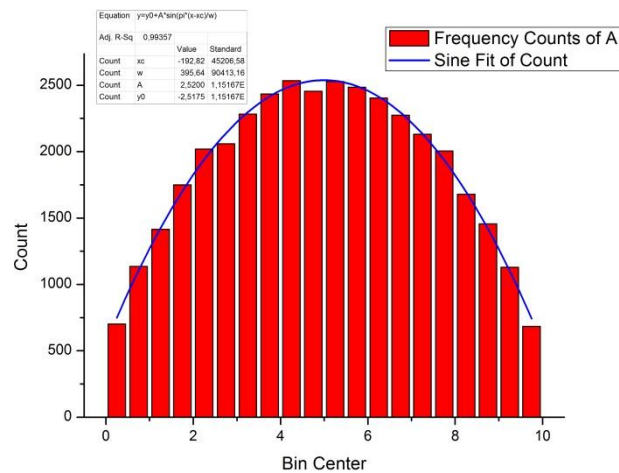


Figura 5.2 – Parametrização do histograma de absorção. O formato da curva de absorção é o mesmo do fluxo escalar.

Uma vez que o fluxo escalar médio é conhecido – conforme foi determinado na seção anterior – podemos encontrar a constante de normalização da curva de maneira que seu valor médio seja o fluxo escalar médio conhecido. Isto é, o fator de escala  $A$  para que a curva acima represente o fluxo escalar pode ser obtido sabendo-se que

$$\frac{A}{10} \int_0^{10} g(x) dx = \bar{\phi} \quad (5.11)$$

onde  $g(x)$  é a curva representada na figura 5.2 e  $\bar{\phi}$  o fluxo escalar médio conhecido. A figura 5.3 abaixo apresenta a curva obtida para  $\phi(x)$  após esse ajuste.

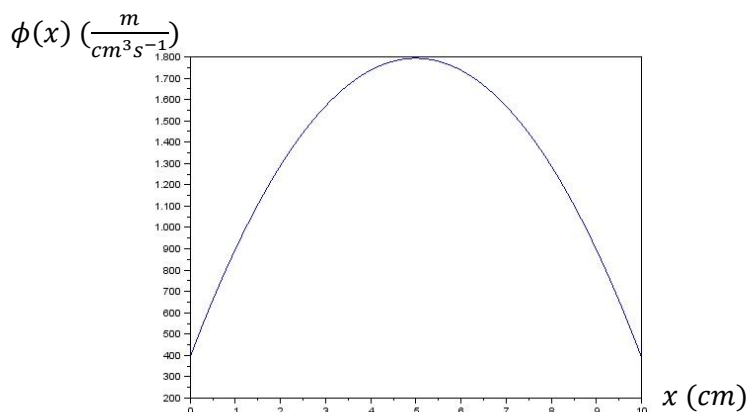


Figura 5.3 – Fluxo escalar em função da posição, considerando uma velocidade média. O eixo horizontal está em metros e o eixo vertical em  $m \cdot cm^{-3} s^{-1}$

De posse de  $\phi(x)$  e usando-se a equação 5.10, podemos obter

$$\Sigma_f(x) = \frac{\bar{u} f(x)}{V \phi(x)} \quad (5.12)$$

que é pseudoseção de choque macroscópica de fuga em função da posição. O gráfico obtido para  $\Sigma_f(x)$  é apresentado na figura 5.4 abaixo e sua equação pode ser encontrada pelas equações para  $f(x)$  no Apêndice II deste trabalho usando a equação 5.12.

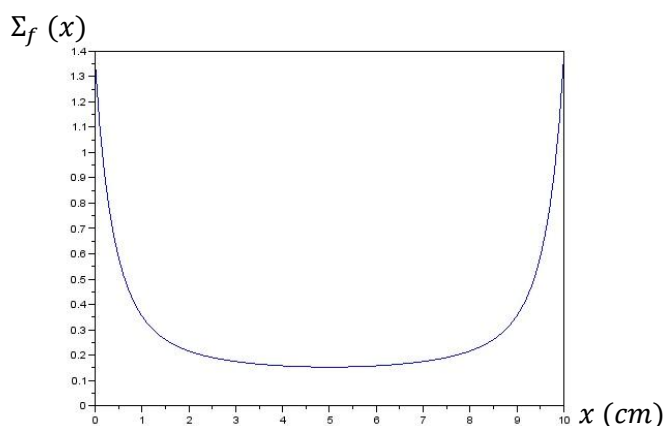


Figura 5.4 – Pseudo seção de choque macroscópica de fuga ao longo da posição, em  $cm^{-1}$

O gráfico apresentado representa a probabilidade de fuga por unidade de comprimento<sup>3</sup> de um nêutron ao longo do reator. Como esperado, a chance de fuga do nêutron é muito maior próximo às paredes e pouco pronunciada a partir de uma certa distância da parede, decrescendo em regiões ainda mais centrais.

A abordagem apresentada nesta seção poderia ser estendida para nêutrons em faixas de energia específicas mediante parametrização dos histogramas de fuga por faixa de energia e seguindo um procedimento análogo. Isto permitiria a obtenção de gráficos para  $\Sigma_f(x)$  por faixa de energia, que podem ser utilizados para análises ainda mais precisas da fuga de nêutrons em um reator.

Embora a realização disto fique como sugestão para trabalhos futuros, o comportamento esperado para  $\Sigma_f(x)$  em diferentes energias é bastante intuitivo. Conforme consideramos energias mais altas, a distância média da parede onde a probabilidade ainda é pronunciada se torna cada vez maior, já que para uma energia muito grande espera-se que não faça muita diferença se o nêutron está no centro ou na borda do reator. Para energias mais baixas, analogamente, espera-se que a contribuição das bordas fique cada vez mais pronunciada e em uma região menor, com probabilidades tendendo a um patamar horizontal próximo a zero nas regiões centrais.

## 6. CONCLUSÃO

O estudo dos processos nucleares apresenta grande grau de complexidade – o próprio comportamento detalhado do interior do núcleo de um átomo está nas fronteiras da física conhecida hoje. As equações para uma descrição completa do interior do reator são até certo ponto conhecidas, mas de difícil resolução. Neste contexto, a fuga de nêutrons do reator, em especial, é uma das dificuldades que se apresenta no estudo da energia nuclear.

Este trabalho se destinou a avaliar a fuga de nêutrons em maior detalhe através de um método estocástico – o método de Monte Carlo – gerando resultados que estão dentro de um comportamento mais ou menos intuitivo para a fuga de nêutrons. Em especial, destaca-se os histogramas das figuras 4.2 e 4.5, que mostram como é a fuga de nêutrons ao longo do reator em média e para diferentes faixas de energia. É de grande interesse, também, o gráfico

<sup>3</sup> Em termos de energia, trata-se de uma probabilidade média, já que foi baseada no comportamento de todos os nêutrons do reator, que apresentam diferentes faixas de energia

apresentado na figura 5.4, que apresenta a densidade probabilidade de fuga de um nêutron em função da posição.

No contexto da dificuldade do tratamento da fuga de nêutron nas mais diversas análises, foi apresentada uma abordagem que permite a incorporação dos resultados da simulação deste trabalho (ou de outras simulações estocásticas futuras) em diferentes métodos, sejam eles numéricos ou analíticos. A proposição do tratamento dos resultados de fuga na forma de uma pseudo-seção de choque macroscópica, que pode ser incorporada na equação de transporte de nêutrons de Boltzmann, é um primeiro passo na direção de uma incorporação de resultados práticos de fuga em métodos analíticos, e um avanço importante na área. Esta pseudo seção de choque teve um valor médio estimado para o reator simulado, com base na seção de choque de absorção, e se revelou maior que a seção de choque de absorção do dióxido de urânio por duas ordens de grandeza.

Diversos pontos, contudo, estão abertos para análises futuras. A densidade de probabilidade de fuga ao longo da posição pode ser estendida para diferentes faixas de energia com os resultados apresentados neste trabalho. Ainda, fica pendente uma análise da influência da modificação da geometria e dimensões do reator no valor médio da pseudo seção de choque de fuga e das densidades de probabilidade. Também podem ser desenvolvidos estudos que avaliam a incorporação desta pseudo seção de choque em outras análises. De maneira geral, espera-se que os resultados e metodologia aqui apresentados sirvam apenas como estímulo para futuras investigações nesta área.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bodmann, B.; Vilhena, M.T.; Ferreira, L.S.; **“Na analytical solver for the multi group two dimensional nêutron diffusion equation by integral transform techniques”**, Il Nuovo Cimento della Società Italiana di Fisica. C. Geophysics and Space Physics (online), 2010.

Camargo, D. Q.; **“Um modelo estocástico de simulação neutrônica, considerando o espectro e propriedades nucleares com dependência contínua de energia”**, tese de doutorado em engenharia, Porto Alegre, janeiro de 2011.

Feynman, R.P., Leighton, R.B., Sands, M.; **“The Feynman Lectures on Physics Definitive Edition, vol. 2”**, Pearson Education, Inc., 2006.

Petersen, Z. C.; Vilhena, M.T., Barros, R.C.; **“Application of the Laplace Transform Method for the albedo boundary conditions in multigroup neutron diffusion eigenvalue problems in slab geometry”**. Kemtechnik, 2009.

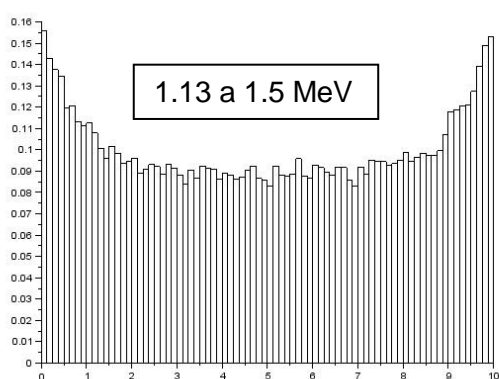
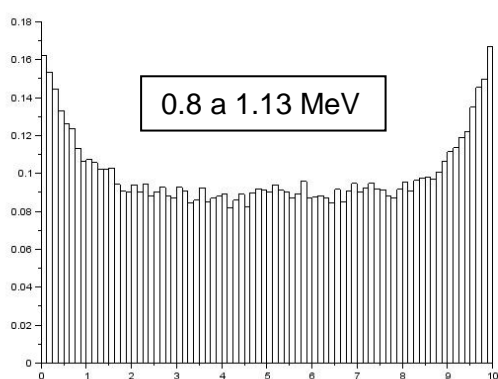
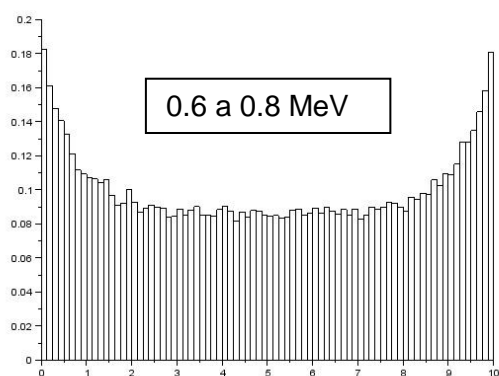
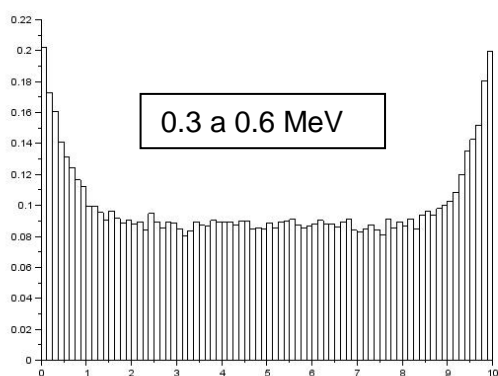
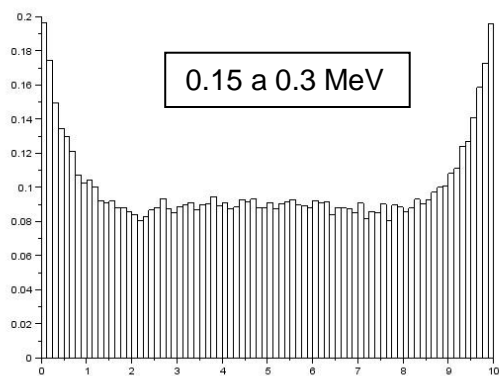
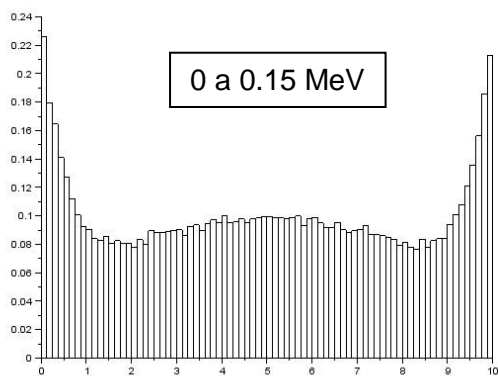
Reuss, P.; **“Neutron Physics”**, EDP Sciences, 2008.

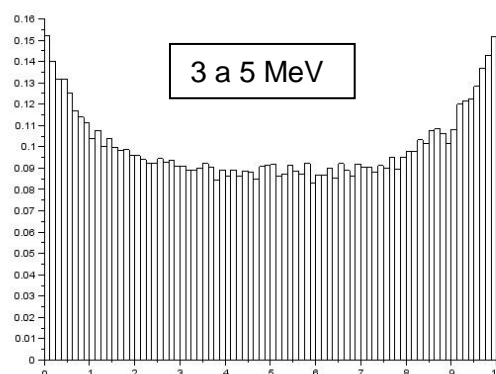
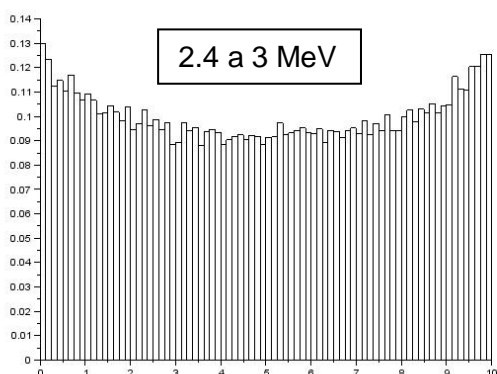
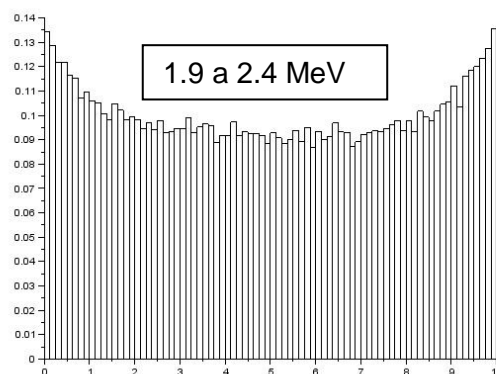
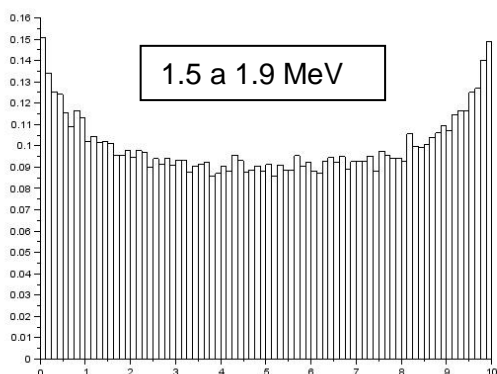
Shultis, J.K., Faw, R.E.; **“Fundamentals of Nuclear Science and Engineering”**, Marcel Dekker, Inc, 2002.

Sekimoto, H.; **“Nuclear Reactor Theory”**, Tokyo Institute of Technology, 2007.

Zweifel, P.F.; **“Reactor Physics”**. McGraw-Hill, 1973.

## APÊNDICES

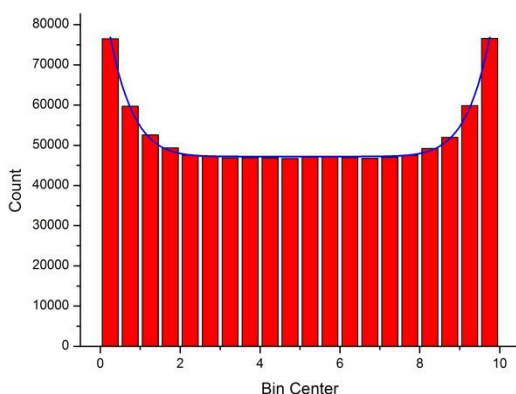
I. HISTOGRAMAS DE FUGA DE NÊUTRONS POR FAIXA DE ENERGIA  
Simulação para uma população da ordem de  $10^6$  nêutrons.



O comportamento aparentemente contraditório do último gráfico tem como causa mais provável ressonâncias da absorção do oxigênio nesta faixa de energia, resultando em menos nêutrons escapando do interior do reator, e fica em aberto para investigações futuras.

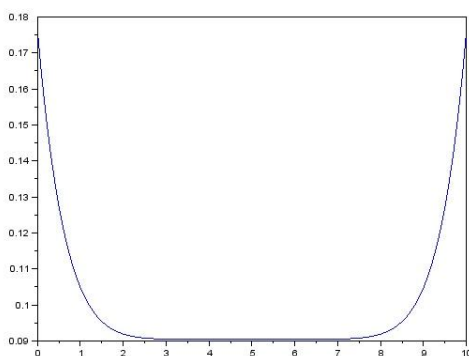
## II. DADOS DE PARAMETRIZAÇÃO DAS CURVAS

Histograma de fugas ao longo da posição  $x$  e plotagem da equação normalizada para uma área unitária.

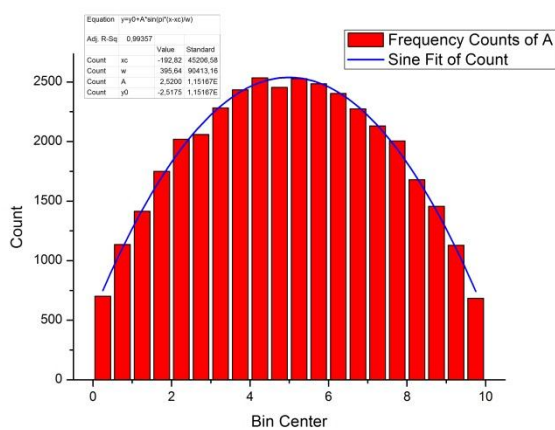


	A	B	C
1	Equation	$y = A0 + A1 * (x-5) ^8$	
2	Adj. R-Square	0,99782	
3		Value	
4	Count	A0	47191,05591
5	Count	A1	0,11432





Abaixo, a parametrização do histograma de absorções no dióxido de urânio. Uma curva *senóide* foi escolhida por ser a solução analítica usual para o fluxo escalar em um meio homogêneo retangular.



	A	B	C
1	Equation	$y=y_0+A*\sin(\pi*(x-xc)/w)$	
2	Adj. R-Square	0,99357	
3			Value
4	Count	xc	-192,82624
5	Count	w	395,64295
6	Count	A	2,52009E6
7	Count	y0	-2,51755E6