MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

COMPARAÇÃO CRÍTICA ENTRE DIFERENTES MÉTODOS PARA CALCULAR A CARGA DE COLAPSO EM ESTRUTURAS DE AÇO

por

Guilherme Reschke do Nascimento

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Abril de 2013

COMPARAÇÃO CRÍTICA ENTRE DIFERENTES MÉTODOS PARA CALCULAR A CARGA DE COLAPSO EM ESTRUTURAS DE AÇO

por

Guilherme Reschke do Nascimento
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Ignácio Iturrioz

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Inácio B. Morsch

Prof. Dr. Gladimir Grigoletti

Prof. Dr. Zacarias Martin Chamberlain Pravia

Prof. Dr. Alberto Tamagna

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 25 de Abril de 2013.

Para Kátia

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao professor orientador, Ignácio Iturrioz, que muito considero e estimo por sempre ter-me auxiliado, demonstrando apoio e disponibilidade com as incontáveis dúvidas que surgiram durante a realização deste trabalho, dividindo comigo seus conhecimentos. Agradeço também ao professor Zacarias Právia, pela disponibilidade e simpatia com que sempre recebeu minhas dúvidas e incertezas.

À minha querida esposa agradeço de coração por todos os momentos difíceis partilhados e por sua especial dedicação, atenção e carinho.

À minha mãe e a meu pai dedico meu mais profundo agradecimento, por todo amor incondicional e por sempre terem me incentivado a alcançar caminhos cada vez mais distantes.

A todos os colegas e amigos que encontrei nesta escola de conhecimento e de vida.

E, finalmente, agradeço à URGS pelo ensino de qualidade, ao PROMEC e à CAPES, sem os quais dificilmente esta dissertação poderia ter sido realizada. E a todos mais que, embora não citados nesta lista de agradecimentos, de alguma forma contribuíram para meu crescimento como pessoa.

RESUMO

Elementos estruturais de aço são comumente utilizados nas mais variadas áreas da engenharia. No Brasil, as normas de dimensionamento ABNT NBR8800 e ABNT NBR14762 têm recebido atualizações que as tornam mais modernas e alinhadas com as tendências atuais de metodologias de projeto. Nos últimos anos, os métodos computacionais têm aumentado sua confiabilidade como ferramentas de cálculo não só na obtenção de esforços e deslocamentos considerando os sistemas lineares, como também no cálculo das ações que produzem o colapso de estruturas de aço. As normas não podem ficar alheias a essa etapa de transição, entre os métodos de dimensionamento tradicionais e os que utilizam essas ferramentas computacionais, portanto, existem em algumas normas, metodologias híbridas que permitem aliar soluções numéricas com expressões analíticas, tais como: *(i)* a norma ABNT NBR8800 para dimensionamento de perfis laminados e soldados, que permite através da seção 5.5.2.3 o dimensionamento de elementos constituídos por seções quaisquer, possibilitando o dimensionamento de elementos não convencionais e de geometria complexa, que por sua vez utiliza métodos numéricos aliados com expressões analíticas; *(ii)* a norma NBR14762 para o dimensionamento de perfis formados a frio a qual permite utilizar o método da resistência direta, que combina curvas analíticas ajustadas através de ensaios experimentais com métodos numéricos que permitem a determinação das cargas críticas de flambagem elástica. Este estudo explora esses métodos híbridos, analisando criticamente os resultados obtidos e comparando estes com resultados obtidos através de outros métodos. Nesse intuito, foram realizados os cálculos para cinco aplicações diferentes, de maneira a explorar as capacidades das metodologias empregadas, possibilitando, assim, a análise e o debate sobre estas. Para isso, foram estudados três perfis convencionais: perfil I, perfil caixão e perfil C, procurando analisar vários modelos, com diferentes particularidades. Na última aplicação, realiza-se uma análise para a seção mestra de uma embarcação, aplicando, assim, os cálculos para uma estrutura de geometria não convencional e, por fim, os resultados obtidos são discutidos.

ABSTRACT

Structural steel elements are commonly used in several areas of engineering. In Brazil, the standards of steel design ABNT NBR8800 and ABNT NBR14762 have received updates which make them modern and in line with current trends of design methodologies. In recent years, computational methods have increased its reliability as calculation tools not only in linear analysis to obtain forces and displacements, as well as in the calculation of the loads that produce the collapse of steel structures. The rules from standards cannot get beyond this stage of transition between the traditionally methods and others that use computational tools, in some standards hybrid methodologies are exposed that enable numerical solutions combined with analytical expressions such as: (i) the NBR8800 standard for rolled and built-up sections, which allows the use of item 5.5.2.3 for non-prismatic sections, allowing the design of unconventional elements and complex geometry, which in turn uses numerical methods allies with analytical expressions; (ii) the NBR14762 standard for the design of cold-formed sections which allows to use the Direct Strength Method (DSM), which combines analytical curves adjusted through experimental tests with numerical methods that allow the determination of elastic buckling critical loads. This study explores these both hybrid methods, analyzing critically the results obtained and comparing these with results obtained by analytical methods. In lieu of that objective, five different numerical applications were developed, in order to explore the capabilities of the methodologies employed, allowing, thus, the analysis and the discussion on these numerical tools. Three conventional section were studied: Wide Flange (I section), box section and C section, with different alternatives. In the latest application a vessel section is studied and, thus, the calculations for an unconventional geometry structure. Finally, the results obtained are discussed.

ÍNDICE

1. Introdução 1
1.1 Objetivos 2
1.2 Estrutura do trabalho 2
2. Fundamentos Teóricos 3
2.1 Propriedades do aço 3
2.2 Flambagem 4
2.3 Método dos elementos finitos 7
2.3.1 Generalidades 7
2.3.2 Métodos de análise 8
2.3.3 Elemento Finito de casca 9
3. Revisão bibliográfica 11
3.1.1 Análise de flambagem em colunas e componentes submetidos à compressão 11
3.1.2 Avaliação da resistência ao cisalhamento de vigas Lite Steel Beam (LSB) 13
3.1.3 Cálculo do momento último de embarcações 14
4. Metodologia 15
4.1 Abordagem do *software* Ansys 15
4.1.1 Método de análise 15
4.1.2 Critério de convergência 17
4.1.3 Elemento de casca utilizado 19
4.1.4 Discretização e construção da malha 20
4.1.5 Técnicas avançadas no MEF - Multi Point Constraint (MPC) 22
4.2 Descrição do *software* Mastan2 23
4.3 Métodos analíticos utilizados 24
4.3.1 MA_solic1 25
4.3.2 MA_solic2 28
4.4 Métodos híbridos utilizados 31
4.4.1 MH_Tens 31
4.4.2 Método da resistência direta 33
5. Aplicações 37
5.1 Aplicação I – Análise de colunas submetidas à compressão centrada 38

5.1.1 Modelo de elementos finitos empregando o sistema Ansys 40
5.1.2 Modelo de elementos finitos empregando o sistema Mastan2..... 45
5.1.3 Aplicação da metodologia MA_Solic1 48
5.1.4 Aplicação da metodologia MH_Tens..... 48
5.1.5 Resultados e Discussões – Aplicação I 49
5.2 Aplicação II – Flambagem local em perfil do tipo I..... 52
5.2.1 Modelo de elementos finitos empregados..... 53
5.2.2 Aplicação da metodologia MH_Tens..... 57
5.2.3 Aplicação da metodologia MA_solic1..... 60
5.2.4 Resultados e discussões – Aplicação II..... 61
5.3 Aplicação III – Avaliação da resistência ao cisalhamento de vigas LSB..... 62
5.3.1 Modelo de elementos finitos 64
5.3.2 Aplicação da metodologia MH_Tens..... 69
5.3.3 Resultados e discussões – Aplicação III 71
5.4 Aplicação IV – Análise de perfis caixão submetidos à flexão pura 73
5.4.1 Modelo de elementos finitos empregando o sistema Ansys 74
5.4.2 Aplicação da metodologia MA_Solic2 80
5.4.3 Aplicação da metodologia MA_solic1..... 82
5.4.4 Método da Resistência Direta (MRD)..... 83
5.4.5 Aplicação da metodologia MH_Tens..... 85
5.4.6 Resultados e discussões – Aplicação IV 87
5.5 Aplicação V – Cálculo do momento último do Navio Tanque Guarita 92
5.5.1 Análise de flambagem linear elástica MEF..... 93
5.5.2 Metodologia MH_Tens 96
5.5.3 Resultados e discussões – Aplicação V..... 98
6. Conclusão..... 100
ANEXO A. Item 5.5.2.3 NBR8800 108
ANEXO B. Expressões básicas para alguns modos de flambagem..... 110
B.1 Flambagem por flexão 110
B.2 Flambagem por torção 111
B.3 Flambagem por flexo-torção..... 112
B.4 Flambagem lateral 113

B.5 Flambagem local 114
ANEXO C. Gráficos de convergência MEF 116
ANEXO D. Rotinas de comandos utilizadas (Ansys) 119
D.1 Colunas submetidas à compressão centrada 119
D.2 Vigas LSB 122
D.3 Perfis caixão 126
ANEXO E. Torção não uniforme 129
ANEXO F. Formulação básica dos métodos de iteração utilizados pelo Ansys, para a realização de análises não lineares. 132
F.1 Método de Newton-Raphson 132
F.2 Método do Comprimento de Arco (*Arc-Length*) 133
ANEXO G. Funções de forma para um elementos de casca 136

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Gráfico tensão × deformação para o aço A36 (Fonte: ABNT NBR8800, 2008)... 3
Figura 2.2 – Coluna curta após a flambagem local (Fonte: Pfeil, 2010). 5
Figura 2.3 – Exemplos da configuração da seção transversal no caso de flambagem distorcional, para alguns perfis convencionais (Fonte: Grigoletti, 2008) 6
Figura 2.4 – Teorias de Kirchhoff e Mindlin-Reissner 10
Figura 4.1 – Curvas de flambagem (Fonte: AnsysUser's Manual 1995) 16
Figura 4.2 – Geometria do elementos Shell181 (Fonte: Ansys 13.0) 19
Figura 4.3 – Níveis de discretização em função da dimensão B 20
Figura 4.4 – Gráfico de comparação entre níveis de refino de malha 21
Figura 4.5 – Técnica MPC aplicada ao perfil caixão, a) região do modelo onde é aplicado um momento prescrito, destacando-se o nó mestre e os nós escravos; b) geometria deformada obtida para quando as condições de contorno são aplicadas dessa forma. 23
Figura 4.6 – a) Resultados obtidos realizando diferentes tipos de análises. b) Pórtico plano modelado no *software* Mastan2. 24
Figura 4.7 – Fluxograma esquemático do método analítico MA_solic1 28
Figura 4.8 – Fluxograma esquemático do método híbrido MH_Tens 32
Figura 4.9 – Fluxograma esquemático para o método da resistência direta (MRD) 33
Figura 5.1 – Curva obtida através da formulação de Euler 39
Figura 5.2 – Modelo em elementos finitos da coluna W200x15 utilizando o sistema Ansys.. 40
Figura 5.3 – Resultados da análise de flambagem linear elástica 41
Figura 5.4 – Gráfico tensão *vs* deformação: modelo elasto plástico trilinear 42
Figura 5.5 – Análise não linear física e geométrica utilizando o sistema Ansys 43
Figura 5.6 – Curva comparativa entre carga de colapso e carga crítica de flambagem 44
Figura 5.7 – Esquema de fixação da coluna a) empenamento livre. b) empenamento restringido (fixação correta) 46
5.8 - Modelo reológico elasto plástico perfeito considerado no Mastan 47
Figura 5.9 – Gráfico comparativo entre os métodos empregados 49
Figura 5.10 – Curva de resultados coluna A 50
Figura 5.11 – Curva de resultados coluna B 51
Figura 5.12 – Curva de resultados coluna C 51

Figura 5.13 – Análise de flambagem linear elástica para os perfis esbeltos 53
Figura 5.14 – Modos de flambagem utilizados na aplicação das imperfeições geométricas ... 55
Figura 5.15 – Resposta estrutural obtida na análise não linear para a coluna com espessura da alma reduzida para 2mm 56
Figura 5.16 – Resposta estrutural obtida na análise não linear para a coluna com espessuras das mesas reduzida para 2mm 56
Figura 5.17 – Resposta estrutural obtida na análise não linear para a coluna com espessuras das mesas e da alma reduzida para 2mm 57
Figura 5.18 – Gráfico carga de colapso para diferentes modos de flambagem 59
Figura 5.19 – Detalhes do experimento realizado (Fonte: Keerthan; Mahendran, 2011) 64
Figura 5.20 – Detalhes do modelamento em elementos finitos 65
Figura 5.21 – Comparação das curvas de resposta estrutural para o perfil LSBV200x60x2 com abertura na alma de 60mm a) curva obtida por Keerthan e Mahendran (2011) (Fonte: Keerthan e Mahendran, 2011); b) curva obtida pelo método MEF 66
Figura 5.22 – Resposta estrutural para as vigas LSB200x45x1,6 67
Figura 5.23 – Resposta estrutural para as vigas LSB200x60x2 67
Figura 5.24 – Resultados da análise experimental (Fonte: Keerthan; Mahendran, 2011) e da simulação numérica obtido para a Viga LSB 200x45x1,6; a) viga sem abertura; b) viga com abertura de 60mm; c) viga com abertura de 102mm; d) viga com abertura de 127mm. 69
Figura 5.25 – Determinação do τe Viga LSB200x45x1,6 com Abertura na Alma de 60mm . 70
Figura 5.26 – Esquema perfil caixão 74
Figura 5.27 – Modelamento perfil caixão no sistema Ansys 75
Figura 5.28 – Resultados análise linear 76
Figura 5.29 – Resultados MEF não linear 77
Figura 5.30 – Resposta estrutural da análise não linear modelo A 78
Figura 5.31 – Resposta estrutural da análise não linear modelo B 79
Figura 5.32 – Resposta estrutural da análise não linear modelo C 79
Figura 5.33 – Resposta estrutural da análise não linear modelo D 80
Figura 5.34 – a) seção bruta; b) seção efetiva 81
Figura 5.35 – Relação entre os índices de esbeltez 82
Figura 5.36 – Curva obtida através do *software* CUFSM para o Modelo A 83

Figura 5.37 – Curva obtida através do *software* CUFSM para o modelo B 84
Figura 5.38 – Curva obtida através do *software* CUFSM para o modelo C 84
Figura 5.39 – Curva obtida através do *software* CUFSM para o modelo D 84
Figura 5.40 – Cálculo da tensão crítica elástica. AV1 e o autovalor do modo de flambagem que se deseja analisar, σz componente da tensão na direção do eixo z. 86
Figura 5.41 – Resultados modelo A 88
Figura 5.42 – Resultados modelo B 89
Figura 5.43 – Resultados modelo C 90
Figura 5.44 – Resultados modelo D 90
Figura 5.45 – Curvas de resultados obtidos em relação à espessura 91
Figura 5.46 – Momento último (Fonte: IACS CSR, 2008) 92
Figura 5.47 – Condição de tosamento (Fonte: Pizzatto, 2012) 93
Figura 5.48 – Modelo da embarcação (MEF) 94
Figura 5.49 – Esquema da estrutura do Navio Tanque Guarita (Fonte: Pizzatto, 2012) 95
Figura 5.50 – Simplificação quanto ao comprimento da embarcação baseada na limitação do comprimento de flambagem da embarcação pela existência dos enrijecedores 95
Figura 5.51 – Flambagem local provocada no convés do NT_Guarita 96
Figura 5.52 – Cálculo da tensão crítica elástica NT_Guarita. σ_z obtido através da análise estática representa a máxima tensão de compressão na direção z. AV1 representa o valor obtido na análise de flambagem linear elástica 97
Figura 5.53 – Propriedades geométricas da seção mestra do NT_Guarita 98
Figura B.1 – Exemplo de flambagem por flexão 110
Figura B.2 – Falha de colunas submetidas a esforço axial de compressão (Fonte: Beer e Johnston, 2010). 111
Figura B.3 – Exemplo de flambagem por torção 111
Figura B.4 – Exemplo de flambagem por flexão e torção 112
Figura B.5 – Exemplo de flambagem Lateral 113
Figura B.6 – a) Comportamento da chapa isolada perfeita sob compressão (Fonte: AISI, 2007). b) Exemplo de flambagem local 115
Figura C.1 – Gráfico de Convergência para a coluna B 116
Figura C.2 – Gráfico de Convergência para o modelo de coluna com espessura da alma e da mesa reduzidas a 2mm 117

Figura C.3 – Gráfico de Convergência para a Viga LSB 200x60x2 com abertura de 60mm 117
Figura C.4 – Gráfico de Convergência para a Viga LSB 200x45x1,6 com abertura de 102mm 118
Figura C.5 – Gráfico de Convergência para o modelo A de perfil caixão 118
Figura E.1 – Perfil I solicitado à torção 129
Figura E.2 – Tensões normais e tangenciais (Fonte: Timoshenko; Gere, 1961) 130
Figura F.1 – Aproximação de Newton-Raphson 132
Figura F.2 – Método do Comprimento do Arco 135
Figura G.1 – Elemento de casca em três dimensões 137

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Constantes físicas do aço (Fonte: Bellei, 1994) 4
Tabela 4.1 – Resultados do estudo de tamanho de malha 21
Tabela 5.1 – Propriedades geométricas do perfil W200x15 38
Tabela 5.2 – Resultados análise linear 46
Tabela 5.3 – Resultados das análises não lineares 49
Tabela 5.4 – Propriedades geométricas perfis com espessura reduzida de 2mm 53
Tabela 5.5 – Resultados MH_Tens 58
Tabela 5.6 – Resultados obtidos para o perfil de alma e mesa reduzidas através da metodologia MH_Tens utilizando diferentes modos de flambagem 59
Tabela 5.7 – Coeficiente Q 61
Tabela 5.8 – Resultados - Aplicação - II 62
Tabela 5.9 – Propriedades geométricas perfis LSB 63
Tabela 5.10 – Metodologia MH_Tens para a viga LSB200x45x1,6 71
Tabela 5.11 – Metodologia MH_Tens para a viga LSB200x60x2 71
Tabela 5.12 – Resultados viga LSB200x45x1,6 72
Tabela 5.13 – Resultados viga LSB200x60x2 72
Tabela 5.14 – Propriedades geométricas perfil caixão 74
Tabela 5.15 – Tabela dos valores encontrados para Wef 81
Tabela 5.16 – Índices de esbeltez reduzido 86
Tabela 5.17 – Metodologia MH_Tens cálculos Aplicação IV 87
Tabela 5.18 – Resultados Aplicação IV 87
Tabela 5.19 – Resultados comparativos aplicação IV 88
Tabela 5.20 – Propriedades geométricas da seção mestra do NT Guarita 92
Tabela 5.21 – Cálculos realizados para o NT_Guarita através do MH_Tens 97
Tabela 5.22 – Valores de momento último Navio Tanque Guarita 99

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AA – Elemento constituinte de um perfil com duas bordas longitudinais vinculadas

AL – Elemento constituinte de um perfil com apenas uma borda longitudinal vinculada

ELS – Estados limites de serviço

ELU – Estados limites de utilização

FLA – Flambagem local da alma

FLM – Flambagem local da mesa

FLT – Flambagem lateral por torção

MEF – Método dos elementos finitos

MFF – Método das faixas finitas

MFFr – Método das faixas finitas restringido

MLE – Método da largura efetiva

MPC – Multipointconstrain

MRD – Método da resistência direta

NT – Navio Tanque

CUFSM – Cornell University - Finite Strip Method

LISTA DE SÍMBOLOS

A – Área da seção transversal

A_{ef} – Área efetiva da seção transversal

A_g – Área bruta da seção transversal

a – Comprimento da chapa (flambagem local)

b – Largura

b_{ef} – Largura efetiva

B – Largura da mesa do perfil I

C_b – Coeficiente que leva em conta a variação dos momentos ao longo do comprimento de um elemento

C_ω – Constante de empenamento da seção transversal

E – Módulo de elasticidade longitudinal

Esp – Espessura da parede do perfil caixão

E_t – Módulo de elasticidade tangencial

F – Carregamento

F_{cr} – Carga crítica de flambagem

f_u – Resistência à ruptura do aço

f_y – Resistência ao escoamento do aço

G – Módulo de elasticidade transversal

I – Momento de inércia da seção transversal

I_0 – Momento polar de inércia da seção relativo ao centro de cisalhamento

I_{xx} – Momento de inércia na direção x

I_{yy} – Momento de inércia na direção y

J – Constante de torção da seção transversal

K_T – Tangente da matriz de rigidez

K – Razão do comprimento efetivo de flambagem

K_z – Fator de comprimento efetivo a torção

k – Coeficiente de flambagem local

L – Comprimento do perfil

M_{cl} – Momento de colapso

M_{cr} – Momento crítico de flambagem

M_{crd} – Momento crítico de flambagem elástica distorcional do perfil como um todo

M_{crl} – Momento crítico de flambagem elástica local do perfil como um todo

M_{lim} – Momento fletor resistente nominal por flambagem lateral com torção ou por escoamento

M_{nl} – Momento fletor resistente nominal por flambagem local

M_{nd} – Momento fletor resistente nominal por flambagem distorcional

M_{pl}– Momento fletor de plastificação da seção transversal

M_r – Momento fletor correspondente ao início do escoamento, incluindo a influência de tensões residuais em alguns casos

M_{rd} – Momento resistente de cálculo

M_{rd}^{PL} – Momento resistente referente ao início do escoamento

M_{rd}^{FLT} – Momento resistente referente à flambagem lateral com torção

M_{rd}^{dist} – Momento resistente referente à flambagem distorcional

M_x – Momento em x

M_y – Momento em y

M_z – Momento em z

$N_{c,Rd}$ – Força axial de compressão resistente de cálculo

$N_{c,Sd}$ – Força axial de compressão solicitante de cálculo

P – Vetor de carregamento

Q – Fator de redução total associado à flambagem local

Q_a – Fatores que levam em conta a flambagem local dos elementos AA

Q_s – Fatores que levam em conta a flambagem local dos elementos AL

r – Raio de giração (seção transversal do perfil)

t – Espessura da chapa do perfil

T_u – Momento de torção uniforme

T_W – Momento de flexo-torção

U_x – Deslocamento na direção x

U_y – Deslocamento na direção y

U_z – Deslocamento na direção z

u – Vetor de deslocamentos

W – Módulo de resistência elástico da seção transversal

W_{ef} – Módulo de resistência elástico efetivo da seção transversal

α – Coeficiente de dilatação térmica do aço

β_x – Coeficiente de mono-simetria

γ_{a1} – Coeficiente de ponderação

γ – Coeficiente de ponderação NBR14762

ε_e – Deformação convencional

ε_t – Deformação verdadeira

η – Parâmetro que leva em conta as imperfeições do elemento.

θ_u – Rotação uniforme

θ_W – Rotação por flexo-torção

λ – Índice de esbeltez

λ_0 – Índice de esbeltez reduzido (NBR8800)

λ_d – Índice de esbeltez do perfil associado à flambagem distorcional

λ_l – Índice de esbeltez do perfil associado à flambagem local

λ_p – Índice de esbeltez correspondente à plastificação

λ_P = Índice de esbeltez reduzido (NBR14762)

λ_r – Índice de esbeltez correspondente ao início do escoamento

ν – Coeficiente de Poisson

ν_p – Coeficiente de Poisson no regime plástico

ρ – Massa específica do aço

σ – Tensão normal

σ_{cr} – Tensão crítica de flambagem

σ_e – Tensão crítica elástica normal

σ_t – Tensão verdadeira

τ_e – Tensão crítica elástica de cisalhamento

$Ø_x$ – Rotação na direção x

$Ø_y$ – Rotação na direção y

$Ø_z$ – Rotação na direção z

χ – Fator de redução associado à resistência a compressão

χ_{FLT} – Fator de redução, associado à flambagem lateral com torção

1. INTRODUÇÃO

Com a larga aplicação de estruturas de aço no mundo todo, muitos engenheiros especializam-se no cálculo e dimensionamento desse material. Para esse cálculo, existem diversas normas técnicas que se diferem em função do tipo de estrutura a ser avaliada e dos tipos de elementos a serem empregados. No que concerne ao uso de estruturas metálicas, pode-se citar a norma europeia Eurocode3, a norma americana AISC360, a norma australiana e neozelandesa AS/NZ 4600 e as normas brasileiras NBR8800 (para estruturas fabricadas com perfis laminados e soldados) e NBR14762 (para o caso de perfis formados a frio). No caso de estruturas navais, são consideradas as normas de cálculo estrutural específicas, dentre as quais a DNV (*Det Norske Veritas*) e a BV (*Bureau Veritas*).

Por outro lado, métodos numéricos para a realização de diversos tipos de análises estão cada vez mais acessíveis, exigindo dos engenheiros a atualização das ferramentas de cálculo utilizadas. Devido aos métodos computacionais terem cada vez mais popularidade no âmbito do engenheiro calculista, é estimulado o desenvolvimento de metodologias híbridas que utilizem métodos numéricos em conjunto com expressões analíticas e semiempíricas. Tais metodologias aparecem como uma tendência clara e que certamente alterarão a filosofia de cálculo nos próximos anos.

Frente a isso, a NBR8800 apresenta, na seção 5.5.2.3, uma modalidade de cálculo que combina soluções elásticas lineares e cálculos de flambagem elástica, os quais podem ser obtidos através de modelos numéricos, com expressões analíticas ajustadas para esse fim. A NBR14762 apresenta como alternativa o método da resistência direta que também combina resultados de análises numéricas com curvas ajustadas através de verificações experimentais para determinados perfis.

A presente dissertação busca, por meio de vários exemplos de aplicação, estudar essas ferramentas, analisando os resultados por elas obtidos, sendo realizada também a aplicação do método dos elementos finitos, o qual fornecerá valores comparativos para as aplicações aqui estudadas.

1.1 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho consiste em explorar as aplicações de cálculo propostas nas normas brasileiras ABNT NBR8800:2008 e ABNT NBR14762:2010, utilizando, para tanto, além dos seus procedimentos analíticos, os métodos híbridos por elas disponíveis.

Os métodos híbridos aqui mencionados são os procedimentos prescritos no item 5.5.2.3 da NBR8800 e o método da resistência direta, este prescrito no anexo C da NBR14762.

Consiste também em comparar os resultados com valores obtidos através da utilização do método dos elementos finitos não linear, físico e geométrico, que também será estudado no presente trabalho. Em alguns casos, os resultados também serão comparados com valores apresentados por estudos experimentais e/ou teóricos publicados por outros autores.

1.2 Estrutura do trabalho

Após o capítulo introdutório, apresenta-se, no capítulo 2, um referencial teórico que contém os fundamentos dos temas tratados nos capítulos subsequentes, os quais compreendem a teoria referente às aplicações posteriormente realizadas. No capítulo 3, realiza-se uma revisão bibliográfica relacionada com as análises efetuadas.

No capítulo 4, é apresentada a metodologia utilizada neste trabalho, em que são descritos técnicas de modelamento, tipos e características dos elementos utilizados nas análises realizadas com o método dos elementos finitos, através do sistema Ansys e do programa de análises Mastan2. Apresentam-se, também, características e procedimentos presentes nas normas brasileiras NBR8800 e NBR14762.

O capítulo 5 apresenta as aplicações aqui propostas, sendo elas: Aplicação I – Análise de colunas submetidas à compressão centrada; Aplicação II – Flambagem local em perfil do tipo I; Aplicação III – Avaliação da resistência ao cisalhamento de vigas LSB; Aplicação IV – Análise de perfis caixão submetidos à flexão pura; Aplicação V – Cálculo do momento último do Navio Tanque Guarita.

Por fim, no sexto capítulo, são apresentadas as conclusões sobre a utilização das metodologias aqui empregadas no cálculo do momento último da embarcação, bem como as conclusões obtidas nas outras aplicações.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo apresenta, de forma sucinta, a descrição dos conteúdos que serão de utilidade para a compreensão dos capítulos seguintes.

2.1 Propriedades do aço

As propriedades mecânicas do aço estrutural, que descrevem sua resistência, ductilidade, entre outras, são dadas em termos do comportamento de um teste de tração simples. A porção inicial de uma curva típica de tensão-deformação para um aço estrutural acha-se exposta na Figura 2.1. A tangente à curva tensão-deformação na fase elástica foi classificada com a letra E e representa o módulo de elasticidade do material. Toma-se o valor de E como 200GPa para as estruturas de aço. O limite de escoamento f_y é a mais significativa propriedade que diferencia os aços estruturais para os quais se aplicam as normas. A tensão última ou de ruptura, f_u, baseada na reação transversal original, acha-se também registrada para a tensão de ensaio.

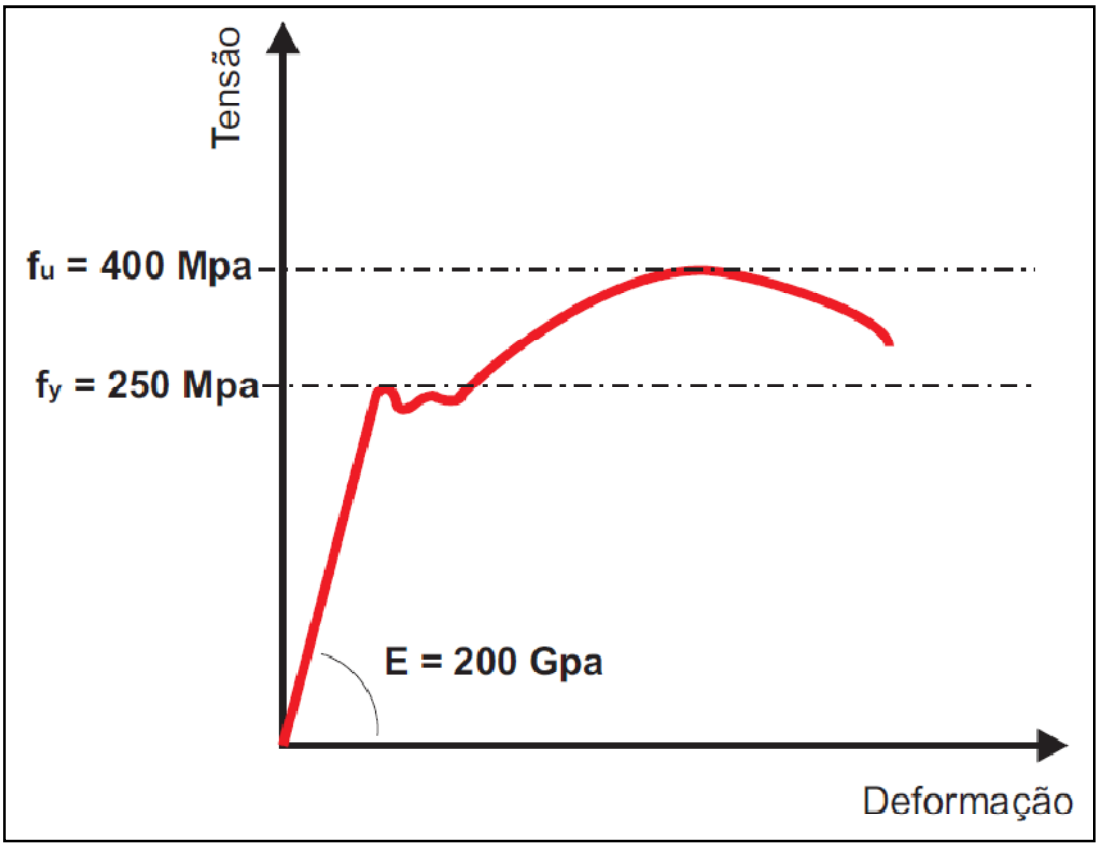


Figura 2.1 – Gráfico tensão × deformação para o aço A36 (Fonte: ABNT NBR8800, 2008).

As constantes físicas do aço são apresentadas na Tabela 2.1. Tais constantes apresentam-se na faixa normal de temperatura atmosférica e se aplicam a qualquer tipo de aço estrutural. E elas são utilizadas durante a execução deste trabalho [Bellei, 1994].

Tabela 2.1 – Constantes físicas do aço (Fonte: Bellei, 1994).

Constante	Símbolo	Valor (unidade)
Peso Específico	ρ	78,50 (kN/m³)
Módulo de Elasticidade	E	200000 (MPa)
Coeficiente de Poisson no Regime Elástico	ν	0,3
Módulo de Elasticidade Transversal	G	77000 (MPa)
Coeficiente de Poisson no Regime Plástico	ν_p	0,5
Coeficiente de Dilatação Térmica	α	$12x10^{-6}$ (°C^{-1})

Para as análises realizadas neste trabalho, em que foram consideradas não linearidades do material (plastificação), foi necessária a utilização de relações constitutivas que fossem capazes de descrever o comportamento do material além dos seus limites elásticos.

Existem vários modelos reológicos para a realização dessas análises, sendo que aqui se utilizou o modelo elasto plástico trilinear, que está descrito no item 5.1.1 do presente trabalho, no qual é detalhado o modelo de elementos finitos empregado através do *software* Ansys.

Para um estudo complementar, realizaram-se análises com não linearidades do material, também através do *software* Mastan2, no qual se utilizou o modelo elasto plástico perfeito, que é mostrado no item 5.1.2, no qual se descreve o modelo de elementos finitos empregado pelo *software* Mastan2.

2.2 Flambagem

Denomina-se assim a instabilidade que acontece no sólido quando este é solicitado com tensões de compressão, as quais, nesse caso, modificam a rigidez da estrutura, podendo provocar uma brusca mudança em sua configuração geométrica.

Se nos restringirmos ao estudo de elementos unifilares (uma das dimensões muito maior que as outras duas), pode-se realizar a classificação dos tipos de flambagem em:

***(i)*Flambagem global:** acontece no caso de colunas (tipicamente submetidas à compressão uniforme) nas quais ocorre a translação da seção transversal sem distorção da seção. Os modos principais de flambagem global presentes em barras submetidas à

compressão são os modos de flexão, torção e flexotorção, estabelecidos a partir do tipo de rigidez que se instabiliza na estrutura.

No caso de vigas submetidas à flexão em torno do eixo de maior inércia, pode acontecer a flambagem lateral por torção. Uma característica comum a todos os subtipos de flambagem global mencionados é que a seção transversal do elemento unifilar flamba sem perder sua forma, ou seja, na forma de flambagem associada à seção transversal, este sofre um movimento de corpo rígido.

Esse modo tem pouquíssima reserva de pós-flambagem e é dominante para estruturas esbeltas (comprimentos de meias-ondas grandes). A flambagem global pode ser restringida por contraventamento lateral ou painéis conectados à mesa.

(ii)**Flambagem local:** as chapas isoladas que compõem cada elemento unifilar também podem flambar isoladamente, caso em que o parâmetro que domina a susceptibilidade à flambagem é a relação entre a largura e a espessura da chapa, e também as condições de contorno a que cada chapa está submetida. Uma característica da forma desse tipo de flambagem é que os pontos de união das chapas que compõem o perfil não se movem (exceto no caso de chapas nas extremidades) como pode ser observado na Figura 2.2.

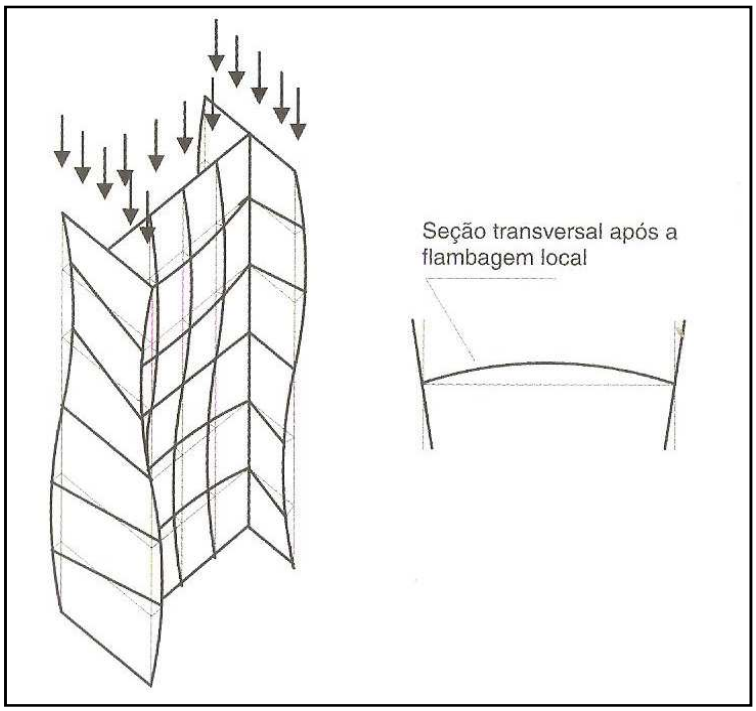


Figura 2.2 – Coluna curta após a flambagem local (Fonte: Pfeil, 2010).

A flambagem local é um fenômeno de instabilidade em elementos estruturais bidimensionais, como, por exemplo, as chapas componentes dos pilares metálicos. Ocorre, em geral, em pilares curtos comprimidos, em que não ocorre a flambagem global por flexão. Os elementos submetidos a esse modo de instabilidade sofrem translações normais ao seu plano médio (ondulações).

(iii)**Flambagem distorcional:** ocorre quando os pontos de união das chapas que compõem o perfil se movem, o que configura outro tipo de flambagem, denominada flambagem por distorção, na qual os modos de flambagem podem incluir o acoplamento de várias chapas. Basicamente, esse fenômeno é causado pela perda de estabilidade do conjunto composto por um elemento comprimido e um ou mais enrijecedores.

O modo distorcional ocorre, em geral, em perfis com comprimento intermediário entre os de perfis que sofrem flambagem local e global. Assim como na flambagem local, o modo distorcional desenvolve-se através de meias-ondas ao longo do comprimento da barra.

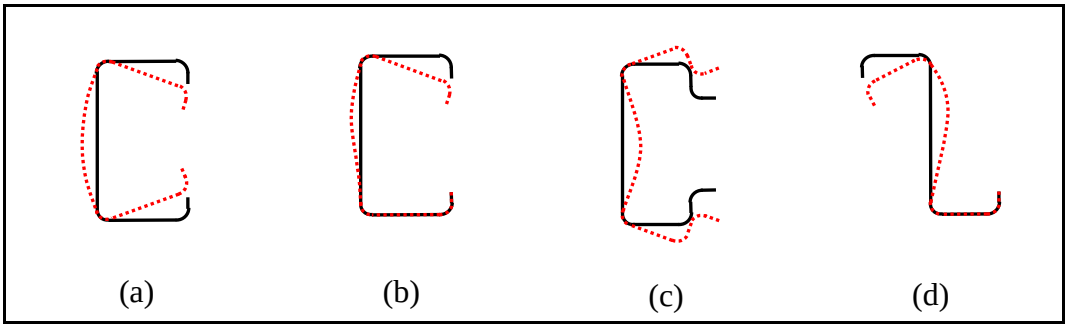


Figura 2.3 – Exemplos da configuração da seção transversal no caso de flambagem distorcional, para alguns perfis convencionais (Fonte: Grigoletti, 2008)

Perfis sem enrijecedores de borda geralmente não tem a flambagem distorcional como crítica, sendo a flambagem local preponderante pelo fato de o elemento comprimido (no caso mesa) possuir apenas uma borda apoiada[1].

[1]No anexo B deste trabalho são apresentadas as expressões básicas dos tipos de flambagem aqui mencionados.

2.3 Método dos elementos finitos

2.3.1 Generalidades

Em geral, o objetivo das análises realizadas pelo método dos elementos finitos é aproximar, com um grau de precisão suficiente, os valores desconhecidos de uma equação diferencial, em pontos selecionados no domínio de um sistema físico contínuo.

As equações diferenciais podem definir uma grande variedade de problemas físicos. Por exemplo: a equação de Poisson, a qual governa deflexões de membrana, a flexão de uma viga prismática, a condução de calor entre outros.

A principal função do programa de elementos finitos é reduzir a equação diferencial em um conjunto de equações algébricas simultâneas, as quais podem ser prontamente resolvidas por um computador. A solução dessas equações produz os valores desconhecidos desejados, tais como deslocamentos e tensões. Uma análise de elementos finitos pode ser dividida em três passos, descritos na sequência.

No primeiro passo, cria-se o modelo de elementos finitos, que consiste em uma representação geométrica do problema físico ou do corpo em análise. O modelo é criado através de uma divisão da estrutura em um número de sub-regiões, chamadas de elementos, as quais são contornadas por pontos denominados nós. O processo de dividir o corpo estudado em diversos elementos é chamado de discretização e é a fase mais importante de uma análise pelo método dos elementos finitos. Determinam-se, também, as propriedades físicas do material, condições de fixação e carregamentos, além das propriedades geométricas.

No segundo passo da análise, o programa de elementos finitos aplica a equação diferencial parcial que governa o problema físico, juntamente com suas condições de contorno. Esse é um procedimento que envolve a minimização de um funcional (cálculo variacional) e a aplicação da lei de conservação de energia. A maioria dos programas de elementos finitos para análise estrutural utiliza o princípio dos deslocamentos virtuais, para expressar as equações diferenciais de equilíbrio, em sua formulação integral equivalente.

Depois que o modelo de elementos finitos é completamente definido, a principal fase da análise é concluída. O programa trata os deslocamentos nodais como variáveis de uma função de interpolação, usualmente polinomial, que apresenta uma expressão analítica para o deslocamento em um ponto do elemento. Uma função polinomial (ou diferencial) deve ser formulada para todos os elementos do corpo. As equações polinomiais são, então, substituídas

na formulação da equação diferencial parcial, resultando em um conjunto de equações algébricas simultâneas, as quais são resolvidas para se obterem os valores nodais desconhecidos. Esses valores normalmente são deslocamentos, que podem ser utilizados para calcular deformações e tensões em cada um dos elementos do modelo [Baran, 1988].

Mais detalhes sobre os conceitos, implementação e aplicação do método dos elementos finitos, podem ser encontrados em obras de autores como Baran (1988), Zienkiewicz (1971), Cook (1981), Bathe (1996), entre outros.

2.3.2 Métodos de análise

Quando se tem um problema linear estático que exija a realização da discretização utilizando elementos finitos, a seguinte equação é obtida:

$$Ku = P \tag{2.1}$$

onde K representa a matriz de rigidez, que não depende do nível de carga aplicada, u é o vetor de deslocamentos nodais e P o vetor de cargas.

No caso em que se deseja incluir o comportamento não linear físico e geométrico da estrutura em análise, chegar-se-ia a um sistema de equações do tipo:

$$K_{NL}(P)u = P \tag{2.2}$$

onde a matriz de rigidez é função não linear do nível de carga aplicado. Nesse caso, não é possível obter o vetor de deslocamentos u, para a sua obtenção utilizam-se métodos iterativos, entre eles pode-se citar o método de Newton-Raphson, que é geralmente empregado quando a relação P x u é monotonicamente crescente [Chen; Han, 1988].

Quando se deseja prever a relação P x u após atingir um valor máximo de carga, é necessário empregar outros métodos, dentre os quais se destaca o método de comprimento do arco (*Arc-Length*). O método de comprimento de arco para análise estrutural foi originalmente desenvolvido por Riks (1972, 1979) e Wempner (1971) e mais tarde modificado por outros autores.

No caso de ser necessário modelar uma estrutura apenas com não linearidade geométrica, sendo que a mesma se instabiliza em um determinado valor de carga (flambagem), e esta instabilidade acontece antes que a estrutura tenha sofrido deformações consideráveis, há um método alternativo que permite chegar a uma solução simplificada, na qual a matriz de rigidez não linear, que tem embutida através de equações não lineares

transcendentes à influência de P nos termos da rigidez, é desenvolvida em série de Taylor, mantendo da série apenas o termo constante e linear em P. Assim, seria possível reescrever a equação (2.1) como segue:

$$(K + K_g alpha)u = P \tag{2.3}$$

onde a matriz K, u e P têm o mesmo significado já indicado, e a matriz Kg é chamada de matriz geométrica. É possível determinar o valor do escalar $alpha$ que produz a singularidade do sistema de equações. A carga crítica será o vetor P escalado pelo valor do menor autovalor $alpha$. Determinado o valor de $alpha$, será possível determinar o autovetor associado a esse autovalor, que fisicamente permitirá determinar a forma em que a estrutura se instabiliza.

Essa forma de calcular a carga crítica em estruturas elásticas é válida, se a estrutura sai para o desequilíbrio a partir da configuração indeformada. No caso de ocorrer o desequilíbrio após acontecer grandes deformações ou grandes deslocamentos, então não é indicado aplicar essa metodologia simplificada para se calcular a carga crítica. Nesse caso, deve-se utilizar algum método iterativo-incremental, que resolva o problema não linear geométrico.

2.3.3 Elemento Finito de casca

Existem vários tipos de elementos finitos, que podem ser baseados nas diversas teorias estruturais, tais como barras, vigas, placas e sólidos. Para a realização das análises apresentadas neste trabalho, foram utilizados elementos de barras e principalmente de cascas.

As placas e as cascas são corpos sólidos tridimensionais que apresentam a particularidade de terem uma das suas dimensões, nesse caso a espessura, muito menor que as outras. Embora haja numerosas teorias, destacam-se entre elas as mais conhecidas: a teoria de Kirchhoff e a teoria de Mindlin-Reissner [Baran, 1988].

(i)**Hipoteses de Kirchhoff:** as hipóteses de Kirchhoff que são consideradas válidas para placas finas, com isotropia total e submetidas a ações normais ao plano médio, são:

– Um plano perpendicular ao plano médio da placa indeformada continuará plano e será perpendicular ao plano médio da placa deformada;

– A superfície média da placa é indeformável;

– A tensão na direção normal ao plano médio da placa é irrelevante quando comparada com suas tensões na direção do plano.

Essa teoria ignora as deformações de cisalhamento e, consequentemente, só se aplica a placas finas cuja relação entre uma dimensão característica da placa e a espessura seja de, no mínimo, dez vezes.

(ii)**Teoria de Mindlin-Reissner:** a teoria de Mindlin-Reissner surge em consequência da existência de placas que não podem ser consideradas finas para as quais os efeitos das tensões cortantes transversais podem ser significativas. Para esse tipo de placas, as hipóteses de Kirchhoff consideradas válidas para as placas finas deixam de ser admissíveis.

As hipóteses de Mindlin-Reissnerque são consideradas válidas para placas espessas e moderadamente espessas, utilizadas para efeitos de representação do campo de descolamentos e das tensões em placas com isotropia total submetidas a ações normais ao plano médio, são:

– A superfície média é plana e indeformável;

– Um plano perpendicular ao plano médio da placa indeformada continuará plano, mas não necessariamente será perpendicular ao plano médio da placa deformada;

– A tensão na direção normal ao plano médio da placa é irrelevante quando comparada com suas tensões na direção do plano.

As deformações de cisalhamento nessa teoria são consideradas constantes ao longo da espessura da placa e são diferentes de zero, contrariamente ao que ocorria na teoria de Kirchhoff.

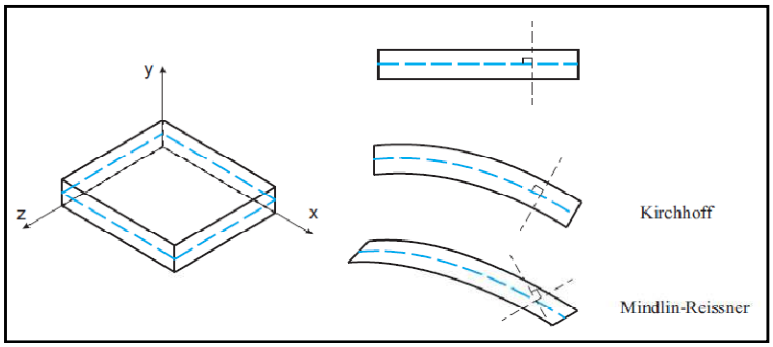


Figura 2.4 – Teorias de Kirchhoff e Mindlin-Reissner

Neste trabalho o método dos elementos finitos será utilizando para a realização de análise elástica linear, análises de autovalores para a determinação de forças elásticas de flambagem, além da realização da estimativa de carga de colapso considerando nos modelos não linearidade física (do material) e geométrica [Timoshenko, 1961].

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta revisão bibliográfica são tratados três temas que serão posteriormente desenvolvidos no presente trabalho. O primeiro tema apresenta diversas formas de modelar numericamente colunas metálicas; o segundo está relacionado ao comportamento estrutural da viga metálica conhecida como *Lite Steel Beam* (LSB); e, por fim, apresenta-se uma revisão de trabalhos relacionados com a determinação do momento último em embarcações.

3.1.1 Análise de flambagem em colunas e componentes submetidos à compressão

Apresentam-se a seguir comentários sobre trabalhos nos quais foram realizados estudos de diversos aspectos a serem levados em conta na modelagem de elementos metálicos submetidos à compressão. Santos (2002) apresentou um estudo numérico baseado no método dos elementos finitos, de perfis metálicos tipo I, duplamente simétricos, sujeitos ao fenômeno da iteração flambagem global – flambagem local, destacando a influência dessa iteração na resistência do perfil para diversas relações de esbeltez.

Barszcz e Gizejowski (2005) descrevem a formulação e as técnicas de uma abordagem para modelar a influência de imperfeições geométricas iniciais na estabilidade de componentes e sistemas estruturais submetidos à compressão. Essa técnica é chamada de "abordagem de rigidez equivalente" (*equivalent stiffness approach*) e é apresentada na Eurocode 3, sendo uma alternativa, aos métodos que utilizam modos de deformação, e os que utilizam forças transversais para provocar perturbações. Nesse método, os componentes são tratados como se fossem perfeitamente retos, assim a rigidez axial e a flexão de cada nível de carga é prevista continuamente, dependendo da força e do estado de deformação. Essa técnica não requer nenhum modelamento explícito da imperfeição geométrica equivalente, nem da utilização de forças que provoquem perturbações geométricas, não sendo necessária, portanto, a avaliação de nenhum modo de flambagem, o que se torna vantajoso em relação aos métodos citados anteriormente. O procedimento utiliza as curvas de flambagem europeias, para determinar os valores dos parâmetros do modelo desenvolvido, o que pode ser usado em análises onde se deseja incorporar a influência das imperfeições.

Silva (2006) realizou um trabalho relacionado com flambagem local de perfis de aço submetidos à compressão uniaxial. Nesse trabalho, foi realizado um amplo estudo, analítico e numérico, da flambagem local de peças estruturais de aço, considerando diversos tipos de não

linearidades. Foi aplicada uma metodologia de implementação e verificação que se mostrou adequada e apresentou resultados coerentes. Com base nesse trabalho, puderam ser avaliados os procedimentos da Norma NBR8800, além de serem feitas algumas considerações, tais como *(i)* a influência das tensões residuais, principalmente nas placas esbeltas; *(ii)* as simplificações e imperfeições da norma brasileira quanto à resistência pós-flambagem, ao limite de esbeltez e às tensões residuais; *(iii)* as imperfeições da norma brasileira quanto à curva de resistência de perfis I laminados de alma muito esbelta, entre outros.

Chodraui (2006) trabalhou com perfis de aço formados a frio e apresentou uma análise experimental em perfis usualmente utilizados, além de uma análise numérica não linear considerando os efeitos das imperfeições geométricas e das tensões residuais, obtendo-se um valor confiável para a carga de compressão resistente das barras. Chodraui também aplicou o método da resistência direta (MRD) aos perfis estudados por ele, confirmando os bons resultados. Neste trabalho, foi dada uma atenção especial ao estudo da estabilidade elástica das cantoneiras, cujos estudos geram controvérsias na aplicação do método de cálculo. A estratégia da análise numérica desenvolvida mostrou-se muito competente para se representar o comportamento de elementos constituídos por perfis de aço formados a frio e submetidas à compressão, pois os resultados dos modelos numéricos ficaram próximos dos experimentais.

Grigoletti (2008) propôs a otimização paramétrica através de uma metodologia baseada em algoritmos genéticos, aplicada a perfis U formados a frio com e sem enrijecedores de borda. Para verificar os resultados obtidos na otimização paramétrica, Grigoletti executou uma análise através do método dos elementos finitos (MEF), considerando não linearidades físicas e geométricas, além de cálculos utilizando o método da resistência direta (MRD). Tais análises foram calibradas com o uso de resultados experimentais obtidos junto ao trabalho de Chodraui (2006), também descrito neste capítulo.

Wang et al. (2012) realizaram a avaliação das tensões residuais em perfis caixão soldados, construídos com aço de alta resistência. Para tanto, apresenta três colunas fabricadas em aço Q460, com 11mm de espessura. Diferentes detalhes são examinados, apresentam-se as medições das tensões residuais das três colunas, e assim um correspondente padrão de tensões residuais é proposto. São realizadas, então, comparações entre diferentes métodos de medição. A partir da comparação dos resultados obtidos com as tensões residuais médias para seções construídas com aço de baixo carbono, conclui-se que as seções caixão construídas com aço de alta resistência apresentam uma razão de tensões residuais mais baixa.

Becque et al (2008) realizaram a análise através do métodos da resistência direta de elementos estruturais, construídos com aço inox, e submetidos à compressão. Para tanto, a formulação completa do MRD é desenvolvida. Esse equacionamento é baseado na flambagem local, distorcional e global de elementos estruturais, incluindo a iteração entre esses fenômenos. Os resultados obtidos são, então, comparados com valores experimentais e numéricos.

3.1.2 Avaliação da resistência ao cisalhamento de vigas Lite Steel Beam (LSB)

Shan et al. (1997) realizaram estudos experimentais detalhados, nos quais avaliou-se a capacidade resistente de corte de perfis de aço formados a frio do tipo U enrijecido, com aberturas na alma. Foi recomendado que a capacidade de corte nominal desses perfis pode ser calculada utilizando um fator de redução aplicado à resistência da chapa do elemento de corte. Eiler (1997) estendeu o trabalho de Shan et al. (1997) para incluir no estudo o comportamento das chapas da alma, com aberturas submetidas à variação linear da força de cisalhamento. Com base em 85 corpos de prova ensaiados, Eiler (1997) propôs equações de projeto para determinar a resistência ao cisalhamento de vigas de aço com aberturas na alma.

McMahon et al. (2008) realizaram dez ensaios de cisalhamento em vigas do tipo LSB com a presença de aberturas na alma. Os testes incluíram três seções LSB diferentes, com três tamanhos de abertura circulares na alma, sendo elas de 60, 102 e 127 mm de diâmetro. As três seções também foram testadas sem a presença de aberturas para calibração e fins comparativos. Conforme recomendado por Shan et al. (1997), McMahon et al. (2008) também desenvolveram equações adequadas para o fator de redução da capacidade de cisalhamento em termos do diâmetro das aberturas na alma.

Keerthan e Mahendran (2011) realizaram um estudo experimental detalhado, envolvendo 26 corpos de prova de vigas do tipo LSB, a fim de compreender plenamente o comportamento ao cisalhamento desse tipo de seção, com a presença de aberturas na alma. Esse artigo apresenta os detalhes do estudo experimental e os resultados de suas capacidades de corte e características comportamentais. Aqui, também foram utilizadas vigas com aberturas circular de 60, 102 e 127 mm de diâmetro. Os resultado obtidos foram comparados com os resultados obtidos através da utilização das equações de projeto propostas em

McMahonet et al. (2008) e em Shan et al. (1997), além dos resultados obtidos através dos procedimentos da norma Australiana e Neozelandesa AS/NZ4600:2005.

3.1.3 Cálculo do momento último de embarcações

Entende-se por momento último o máximo momento a que uma seção é capaz de resistir. Na aplicação naval, trata-se do máximo momento resistente da seção mestra da embarcação. O momento último de uma embarcação é determinado pela carga de colapso. E o estudo do momento último deve considerar todas as não linearidades associadas até o colapso.

Com o intuito de balizar o cálculo do momento último em embarcações petroleiras de fundo duplo, a entidade internacional que agrupa as sociedades classificadoras, através do documento *Common StruturalRules for Double Hull OilTankers*, de 2008, apresentou os métodos denominados método direto, baseado na redução de resistência do convés, e método iterativo, que considera o efeito isolado de cada elemento.

Kuo et al. (2003) apresentam uma série de expressões semiempíricas para avaliar o momento último da seção mestra de embarcações e compara os resultados obtidos com aqueles obtidos em forma experimental.

Também são destacados os trabalhos de Kitarovic et al. (2010), Andric et al. (2010) e Paik et al. (2007), nos quais é apresentada uma comparação dos métodos propostos pela norma existente para a determinação do momento último e uma comparação empregando análises não lineares físicas e geométricas com o método dos elementos finitos.

Pizzatto (2012) realizou um estudo do comportamento da propriedade, momento último frente à redução das espessuras das chapas estruturais do casco de uma embarcação típica. Para o cálculo do momento último, Pizzatto utilizou o método dos elementos finitos, o método da resistência direta, dois métodos diretos propostos pela IACS, através da *Common StruturalRules for Double Hull OilTankers*, e também o método iterativo.

4. METODOLOGIA

4.1 Abordagem do *software* Ansys

O Ansys é um *software* comercial de elementos finitos de grande aplicação nos problemas de análise estrutural, além de outras áreas da engenharia. Neste trabalho, são realizadas, com base no Ansys, diversas análises, entre elas a análise linear elástica, análise de flambagem (carga crítica) e análise não linear.

4.1.1 Método de análise

O Ansys utiliza o método dos elementos finitos de deslocamentos, baseado no ponto de vista Lagrangiano, ou seja, cada ponto material do corpo é analisado, sendo uma função do tempo e de suas coordenadas, e as equações de equilíbrio são obtidas a partir do princípio dos trabalhos virtuais. Esses métodos estão bem documentados em Zienkiewcz (1971). Os resultados obtidos para essas soluções são primeiramente os deslocamentos nodais, que são os valores primitivos, e posteriormente são obtidas as derivadas desses valores (deformações, tensões, etc.) que formam a solução dos elementos.

O método Sparse Direct Solver (solução direta de equações esparsas) é o método padrão para resolver o sistema de equações simultâneas para todas as análises realizadas com Ansys. Esse método baseia-se em uma eliminação direta de equações, diferentemente dos métodos iterativos, nos quais a solução é obtida por meio de um processo interativo que refina sucessivamente uma estimativa inicial até a obtenção de uma solução que é o valor mais próximo da solução exata, dentro de uma tolerância aceitável.

A análise de flambagem é uma técnica utilizada para determinar as cargas críticas, as quais tornam uma estrutura instável, além de determinar as formas dos modos de flambagem (a forma característica associada com a resposta de flambagem de uma estrutura). Com o Ansys, é possível realizar análise de flambagem linear e análise de flambagem não linear.

A análise de flambagem não linear é geralmente a abordagem mais precisa e é, portanto, a mais recomendada para projeto ou avaliação de estruturas reais. Essa técnica utiliza uma análise não linear estática com cargas gradualmente crescentes de modo a procurar o nível de carga em que a sua estrutura torna-se instável, como representado na Figura 4.1 (a).

Através da análise não linear, podem-se incluir recursos como imperfeições iniciais, comportamento plástico e grandes deslocamentos, podendo ser avaliado também o desempenho pós-flambagem da estrutura.

A análise de flambagem linear (análise por autovalores) prevê a força teórica de flambagem de uma estrutura linear elástica ideal (ver Figura 4.1 (b)). Esse método corresponde à formulação clássica de Euler para análise de flambagem elástica. A metodologia para esse tipo de análise consiste em encontrar um autovalor que representa um fator de carga que corresponde à carga crítica de flambagem, e os autovetores são os modos obtidos [Ansys User's Manual, 1995].

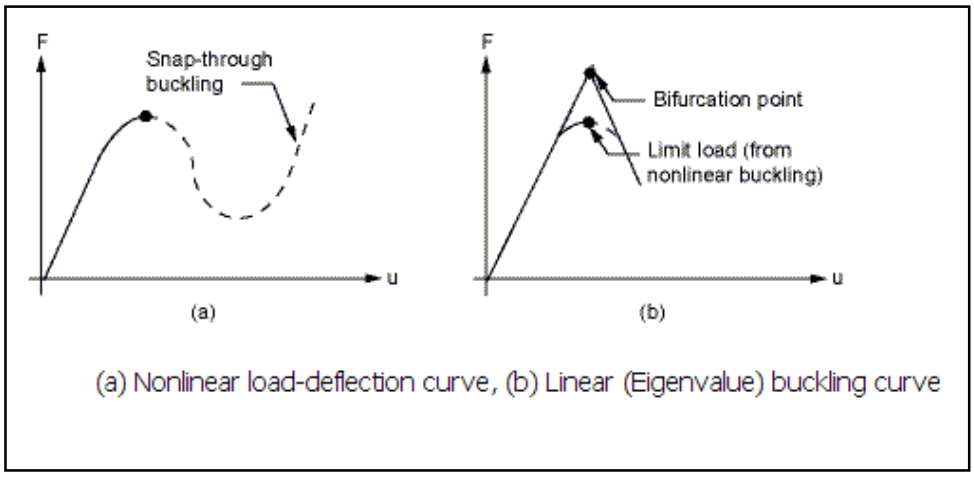


Figura 4.1 – Curvas de flambagem (Fonte: AnsysUser's Manual 1995)

O Ansys emprega o método de Newton-Raphson para resolver problemas não lineares, o qual consiste em um método incremental e iterativo para a solução de análises não lineares [Chen; Han, 1988].

No método de Newton-Raphson, a solução é obtida por um processo gradual de aplicação de carga, com a quebra da simulação em certo número de incrementos de carga e pela busca da configuração de equilíbrio através de sucessivas iterações em cada um deles. Uma iteração é uma tentativa de se encontrar uma solução de equilíbrio sendo que em cada iteração é formada uma matriz de rigidez, sendo então resolvido o sistema de equações observando se o valor obtido está mais próximo do equilíbrio. A equação (4.1) apresenta esse processo para o caso de uma análise não linear.

$$\left[K_i^{\,T}\right]\{\Delta U_i\} = \{F^a\} - \{F^{nr}\} \tag{4.1}$$

onde:

$[K_i^T]$ = Matriz Jacobiana é a matriz de rigidez tangente, sendo $_i$ o número da decorrente iteração;

F^a = Vetor de aplicação de cargas;

F^{nr} = Vetor de cargas internas do elemento;

ΔU_i = Vetor de incrementos dos deslocamentos.

Quando se deseja obter, com uma análise não linear, o comportamento carga x deslocamento após o ponto de colapso da estrutura, o método Newton-Raphson pode apresentar falhas, pois a matriz de rigidez tangente pode tornar-se singular, causando enormes dificuldades de convergência.

É possível utilizar com o Ansys alguns outros métodos de solução para ajudar na convergência da solução. Para essas situações, pode-se utilizar um esquema de iteração alternativa, para ajudar a evitar pontos de bifurcação e para acompanhar o descarregamento. Esse método é chamado de método de comprimento de arco (Arc-Length).

O método de comprimento de arco provoca a convergência das iterações de equilíbrio de Newton-Raphson ao longo de uma curva (um arco), assim, muitas vezes podemos impedir que ocorra a divergência da solução, mesmo quando a inclinação da curva carga-deflexão torna-se zero ou tomar valores negativos. No procedimento realizado pelo método do comprimento de arco, a equação (4.1) é reformulada de forma a associá-la a um fator de carga total ψ escrito para cada passo de carregamento no processo iterativo:

$$[K_i^T]\{\Delta U_i\} = \Psi\{F^a\} - \{F^{nr}\} \tag{4.2}$$

Esse método é utilizado para traçar o caminho carga deslocamento em análises de flambagem e pós flambagem. Portanto, o método do comprimento de arco é o método mais adequado para soluções não lineares de equilíbrio estático de problemas instáveis [Chen; Han, 1988].

No ANEXO F do presente trabalho, encontra-se a formulação básica para o método de Newton-Raphson e para o método de comprimento de arco, com o objetivo de ilustrar com mais detalhes esses procedimentos de cálculo.

4.1.2 Critério de convergência

O processo iterativo aplicado na solução das equações diferenciais parciais, para as análises não lineares, é realizado sumariamente até que esse processo atinja a convergência. O

número máximo de iterações a serem realizadas, a fim de obter a convergência de equilíbrio, deve ser definido pelo usuário. A convergência é atingida quando as condições apresentadas na equação (4.3) e (4.4) são alcançadas:

$$\|\{R\}\| < \varepsilon_R R_{ref} \tag{4.3}$$

$$\|\{\Delta U_i\}\| < \varepsilon_U U_{ref} \tag{4.4}$$

sendo:

$$\{R\} = \{F^a\} - \{F^{nr}\} \tag{4.5}$$

onde:

{R} = Vetor residual que representa o balanço das forças obtidas entre os passos de carregamento, que é considerado na equação (4.1) de Newton-Raphson;

$\{\Delta U_i\}$ = Vetor de incrementos dos deslocamentos;

ε_Reε_U = tolerâncias desejadas;

R_{ref}eU_{ref} = valores de referência a serem definidos para o controle da convergência.

A convergência é, portanto, obtida quando o tamanho do resíduo $\{R\}$ (desequilíbrio) é menor do que a tolerância vezes um valor de referência e/ou quando o tamanho do incremento $\{\Delta U_i\}$ é menor do que a tolerância vezes um valor de referência.

No processo empregado pelo Ansys, há três normas disponíveis para o cálculo da magnitude dos vetores $\{R\}$ e $\{\Delta U_i\}$. A norma infinito é apresentada na equação (4.6), que é definida simplesmente com o valor máximo dos termos de um vetor ($\{R\}$ ou ΔU_i). A norma L1 é apresentada na equação (4.7), que é definida pela soma do valor absoluto dos termos do vetor, e a norma L2, também chamada de norma euclidiana, que é obtida pela a raiz quadrada da soma dos valores dos termos do vetor ao quadrado, é apresentada na equação (4.8).

$$\|R\|_\infty = máximo|R_i| \text{ou} \|\Delta U_i\|_\infty = máximo|\Delta U_i| \tag{4.6}$$

$$\|R\|_1 = \sum|R_i| \text{ou} \|\Delta U_i\|_1 = \sum|\Delta U_i| \tag{4.7}$$

$$\|R\|_2 = \sqrt{\sum R_i^2} \text{ou} \|\Delta U_i\|_2 = \sqrt{\sum \Delta U_i^2} \tag{4.8}$$

Para as análises realizadas neste trabalho, foram utilizados como critérios de convergência os resíduos obtidos pelas forças aplicadas nos passos de cargas, sendo utilizada para o cálculo da magnitude do vetor a norma L2, para a aplicação IV, foi utilizado o vetor de incremento ΔU_i obtido através da diferença resultante das rotações prescritas nos subpassos da análise não linear.

4.1.3 Elemento de casca utilizado

Todas as análises realizadas neste trabalho foram executadas utilizando o elemento Shell181, portanto, aqui serão apresentadas algumas características e peculiaridades a respeito desse elemento.

O Shell181 é um elemento apropriado para análise de estruturas classificadas como cascas finas ou para estruturas classificadas como cascas moderadamente espessas, ou seja, baseia-se tanto na teoria de Kirchhoff (para cascas finas) quanto na teoria de Mindlin-Reissner (para cascas semiespessas).

É um elemento de quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó, onde é possível ter deslocamentos nas direções x, y, e z, além de rotações sobre os eixos x, y, e z. Esse elemento é adequado para casos em que há grandes rotações e/ou grandes deformações em análises não lineares, em que a mudança da espessura da casca é contabilizada. A Figura 4.2 mostra a geometria e o sistema de coordenadas do elemento.

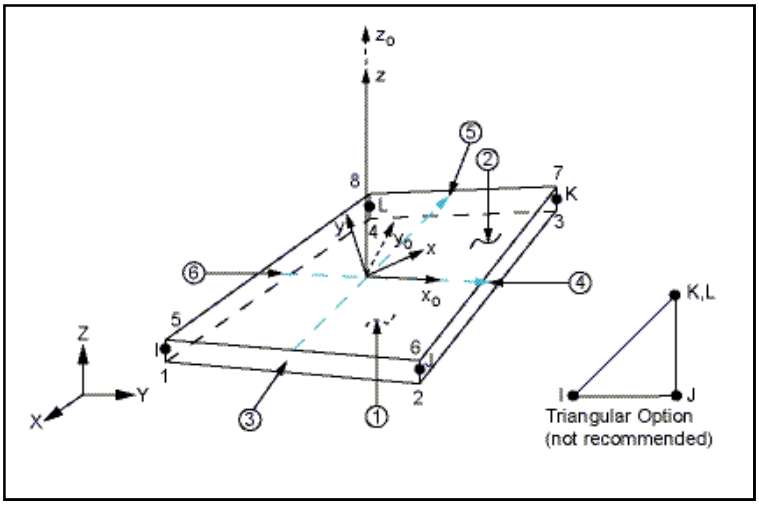


Figura 4.2 – Geometria do elementos Shell181 (Fonte: Ansys 13.0)

Esse elemento foi utilizado com sucesso para o modelamento e para a análise através do método dos elementos finitos de estruturas de aço por Grigoletti (2008), Pizzatto (2012) e Bonatto (2009).

As funções de forma, implementadas no Ansys, para o elemento Shell181 encontram-se descritas no ANEXO G.

4.1.4 Discretização e construção da malha

Para definir o nível de refino da malha adotada para as análises, foi realizado um estudo de sensibilidade aos resultados calculados, a fim de definir o tamanho do elemento a ser adotado. Para ilustrar esse estudo, foi utilizada como exemplo a primeira análise realizada, que consiste em uma coluna constituída por um perfil W200x15 (perfil I), de 1,6m de comprimento, com uma extremidade engastada e a outra livre, sujeita ao efeito de uma carga axial de compressão. No capítulo 5, essa aplicação será apresentada com todos os detalhes.

O estudo de sensibilidade foi realizado através da avaliação da carga crítica elástica de flambagem para os cinco primeiros modos de flambagem do perfil estudado. Assim, encontrou-se o tamanho do elemento ideal para apresentar resultados precisos e despendendo o menor custo computacional possível. Para a execução do estudo, foram utilizados cinco tamanhos de malhas diferentes. A Figura 4.3 permite visualizar os modelos com diferentes níveis de discretização.

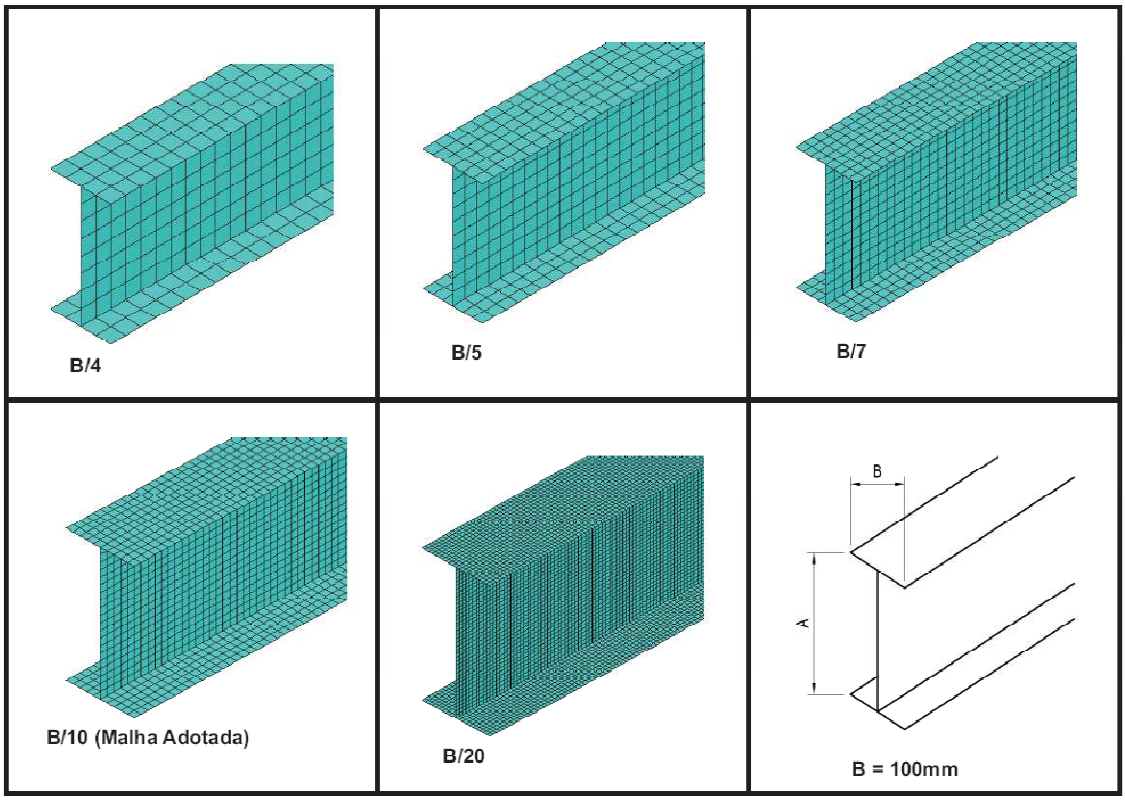


Figura 4.3 – Níveis de discretização em função da dimensão B

A Tabela 4.1 apresenta os valores obtidos para os cinco primeiros modos de flambagem para cada tamanho de malha.

Tabela 4.1 – Resultados do estudo de tamanho de malha

Razão (B=100mm)		B/4	B/5	B/7	B/10	B/20
Tamanho (mm)		25	20	15	10	5
Carga Crítica (valores kN)	Modo 1 (kN)	156,59	162,11	164,04	164,93	166,12
	Modo 2 (kN)	452,61	462,57	467,54	469,50	472,25
	Modo 3 (kN)	925,73	907,81	894,97	887,98	881,25
	Modo 4 (kN)	925,97	908,10	895,27	888,27	881,59
	Modo 5 (kN)	946,96	928,23	914,86	907,49	900,46

A Figura 4.4 apresenta, em forma de gráfico, os valores obtidos. Para tanto, os resultados foram normalizados em respeito aos valores obtidos com o maior nível de refino utilizado (B/20). A partir dos resultados apresentados na Figura 4.4, adotou-se a malha que apresenta um nível de discretização de B/10 para a realização das análises.

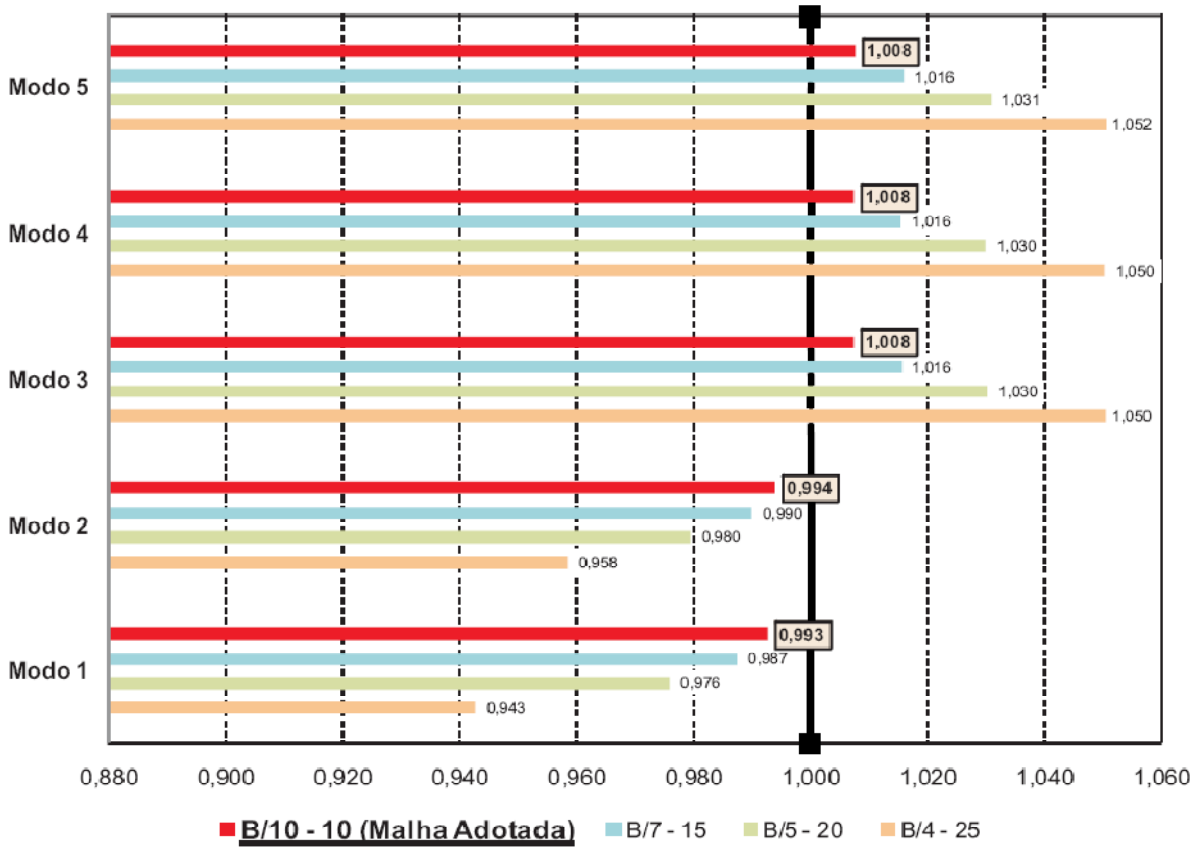


Figura 4.4 – Gráfico de comparação entre níveis de refino de malha

4.1.5 Técnicas avançadas no MEF - Multi Point Constraint (MPC)

Para a realização de algumas análises deste trabalho, foi utilizado um método denominado Multi Point Constraint (MPC). Essa metodologia consiste em vincular os deslocamentos prescritos, aplicados sobre um nó do espaço, chamado de “nó mestre” ou “nó piloto”, com os deslocamentos dos nós de uma região da estrutura em análise, os quais são chamados de “nós escravos”. A Figura 4.5 ilustra como exemplo um perfil caixão, analisado na aplicação IV, para o qual foi utilizada essa técnica de modelamento.

Para a realização de uma análise pelo método dos Elementos Finitos, deve-se resolver a equação (2.1), utilizando-se algum método de solução de equações. Antes, contudo, deve-se modificar a matriz de rigidez K, de tal forma que sejam incluídos na análise os carregamentos e as restrições a serem utilizadas, podendo ser incluídos nessa matriz os valores de deslocamentos quando estes são conhecidos (deslocamentos prescritos). Basicamente, a técnica MPC é um tipo de equação de restrição que associa o deslocamento de um conjunto de nós aos deslocamentos de um determinado nó. Uma equação de restrição do tipo multi point constraint está apresentada na equação (4.9) [Zienkiewicz, 2000]:

$$\sum_{i}^{n} M_i(U@Node_i) = Const \tag{4.9}$$

onde:

i = Número do termo da equação;

n = Número total de termos da equação;

M = Coeficiente para o termo i da equação

$U@Node_i$ = Deslocamentos resultantes de um nó específico do termo i;

$Const$ = Constante a qual a equação é igualada.

Assim, quando atribuído um deslocamento ou força no “nó mestre”, a força resultante, bem como os deslocamentos resultantes, serão distribuídos aos nós “escravos” que compõem a região em estudo, gerando uma espécie de superfície rígida.

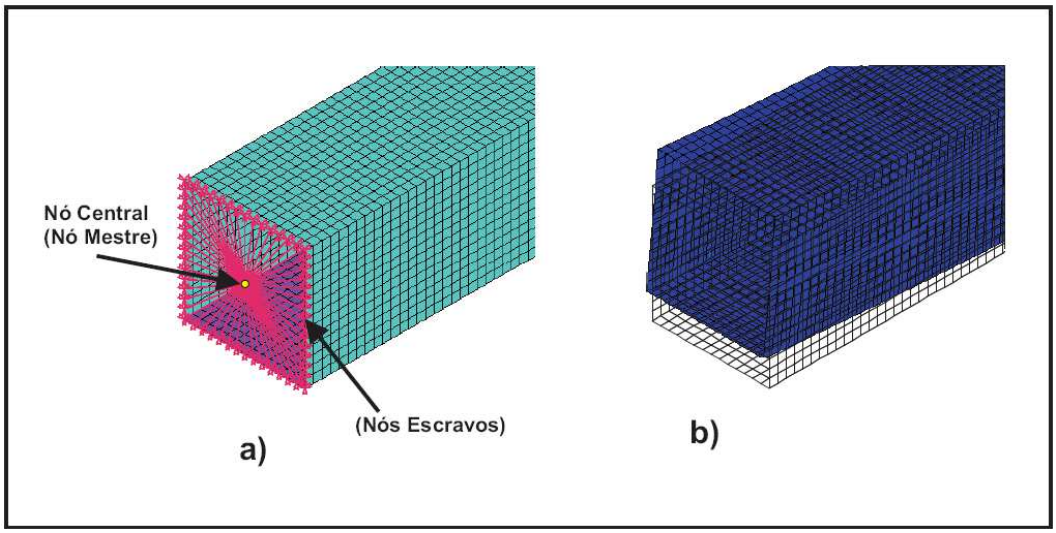


Figura 4.5 – Técnica MPC aplicada ao perfil caixão, a) região do modelo onde é aplicado um momento prescrito, destacando-se o nó mestre e os nós escravos; b) geometria deformada obtida para quando as condições de contorno são aplicadas dessa forma.

Para a aplicação dessa técnica, o Ansys tem disponível vários elementos de contato, sendo cada um com suas particularidades. Para as aplicações realizadas neste trabalho, utilizou-se o elemento CONTA175 - *node to surface contact* para designar os nós escravos. Esse elemento pode ser usado para representar o contato e as superfícies de deslizamento entre dois elementos. Para designar o nó mestre (piloto) foi utilizado o elemento TARGE170 - *target segment* [2].

A formulação, bem como os conceitos a respeito do tipo mestre e escravo podem ser encontrados na obra de Zienkiewicz (2000).

4.2 Descrição do *software* Mastan2

O programa Mastan2 tem suas rotinas implementadas com o *software* Matlab. Sua fundamentação teórica, assim como exemplos de aplicação podem ser encontrados em McGuire (2000). Esse *software* permite modelar estruturas de pórtico espacial, realizando análises de diferentes tipos (elástico linear, cálculo de flambagem elástica, e levar em conta a não linearidade física e geométrica).

[2] Mais detalhes sobre esta técnica encontram-se diretamente em Ansys 13 (Manual).

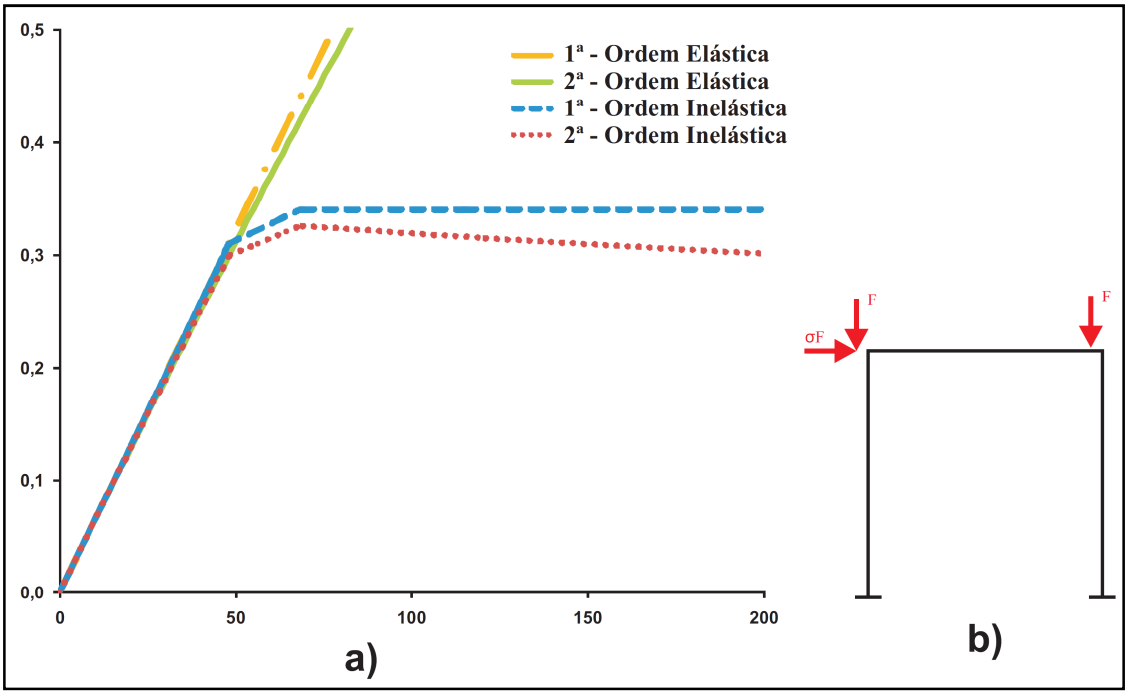


Figura 4.6 – a) Resultados obtidos realizando diferentes tipos de análises. b) Pórtico plano modelado no *software* Mastan2.

A Figura 4.6 (b) apresenta um pórtico plano submetido a um carregamento vertical nas colunas, além da aplicação de uma perturbação lateral dada por uma fração de 0.1% da carga vertical aplicada (σ=0,01). A Figura 4.6 (a) apresenta os resultados obtidos comparando os diferentes tipos de análises realizadas.

O *software* permite levar em conta o empenamento, sendo, para isso, possível incorporar o módulo de empenamento como constante geométrica da seção transversal, associada à rigidez a torção não uniforme. Também é possível deixar livre, restringir ou dar continuidade no modelo ao grau de liberdade associado ao empenamento.

4.3 Métodos analíticos utilizados

Para a realização deste trabalho, foram utilizados métodos analíticos para os cálculos, tanto da força resistente, quanto do momento fletor resistente dos elementos aqui estudados. Na sequência, são brevemente descritas as metodologias analíticas que serão utilizadas.

4.3.1 MA_solic1

MA_solic1: Neste trabalho, denomina-se assim a metodologia seguida nas normas modernas de cálculo, para estruturas metálicas utilizadas para perfis que possuem espessura de chapa espessa e semiespessa. Esses tipos de estruturas são formados por perfis soldados e laminados.

Essas metodologias são baseadas em expressões analíticas em termos de solicitações que são ajustadas através de ensaios experimentais. Elas são função, além das propriedades do material, da forma dos perfis utilizados e da esbeltez global e local dos mesmos.

Os procedimentos mencionados são utilizados quando as formas de colapso estão principalmente associadas a modos de flambagem global e sua interação com plasticidade. Em geral, a influência da flambagem local e sua interação com outras formas de colapso são avaliadas com um método aproximado como, por exemplo, na norma ABNT NBR8800, que utiliza o fator de redução Q, o qual é associado à flambagem local (ver anexo F da norma ABNT NBR8800).

Ainda que muitas normas de cálculo apliquem um procedimento similar ao mencionado (AISI, CEB, Eurocode, entre outras), utilizaremos neste trabalho as expressões e metodologia propostas pela NBR8800 (ABNT, 2008).

Algumas características dessa metodologia de cálculo são descriminadas a seguir:

a) Nessa metodologia, determinam-se solicitações de colapso de forma isolada (N_c, V_c, M_c, entre outras) que, multiplicadas por um fator que pondera as resistências do material utilizado, fornecerão valores de solicitação resistente (N_r, V_r, M_r, entre outras).

b) No caso de o perfil estar submetido à interação de solicitações (N_d, V_d, M_d), atuando em conjunto numa dada seção, a verificação do estado limite nessa seção deverá ser feita utilizando diagramas de interação determinados por expressões semiempíricas. Por exemplo, a iteração entre solicitações de força axial (tração ou de compressão) e de momento fletor proposta pela ABNT NBR8800 deve obedecer à seguinte condição:

$$Para\ \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0{,}2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \leq 1 \tag{4.10}$$

$$Para\ \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0{,}2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}}\right) \leq 1 \tag{4.11}$$

onde:

N_{Sd} = Força axial solicitante de cálculo;

N_{Rd} = Força axial resistente de cálculo;

$M_{x,Sd}$ e $M_{y,Sd}$ = Momentos fletores solicitantes de cálculo, respectivamente em relação aos eixos x e y da seção transversal;

$M_{x,Rd}$ e $M_{y,Rd}$ = Momentos fletores resistentes de cálculo, respectivamente em relação aos eixos x e y da seção transversal.

c) Será apresentado aqui um resumo do cálculo da solicitação de colapso à compressão (N_c), sendo que a metodologia completa para o cálculo do momento de colapso pode ser encontrada no item 5.4.2 da ABNT NBR8800.

Apresentam-se, para o referido cálculo, as especificações presentes no item 5.3 da já citada norma, o qual se aplica a barras prismáticas submetidas à força axial de compressão. Tem-se, nesse sentido, a seguinte expressão:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \tag{4.12}$$

onde:

$N_{c,Rd}$ = Força axial de compressão resistente de cálculo;

χ = Fator de redução associado à resistência a compressão;

f_y = Tensão de escoamento do material;

Q = Fator que leva em conta a influência da flambagem elástica e o local dos elementos que compõem o perfil[3];

A_g = Área bruta da seção transversal da barra;

γ_{a1} = É um coeficiente estatístico que minimiza o valor da solicitação.

A determinação do fator χ depende da interação entre flambagem elástica e plasticidade do perfil em estudo e é determinada em função do índice de esbeltez reduzido (λ_0), de acordo como o mostrado a seguir:

$$Para\ \lambda_0 \leq 1{,}5 \ \Longrightarrow \chi = 0{,}658^{{\lambda_0}^2} \tag{4.13}$$

$$Para\ \lambda_0 > 1{,}5 \ \Longrightarrow \chi = \frac{0{,}877}{{\lambda_0}^2} \tag{4.14}$$

sendo:

[3] Esse coeficiente é calculado no anexo F da NBR8800

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}} \tag{4.15}$$

Na expressão que determina o λ_0 falta definir a carga crítica de flambagem elástica (N_e), que depende do tipo de perfil estudado. No anexo E, da NBR8800, apresentam-se as expressões para os perfis mais conhecidos, cada um deles tendo expressões analíticas baseadas nos procedimentos clássicos de flambagem elástica.

d) No caso da determinação do momento de colapso M_c de um perfil metálico, as expressões seguem um procedimento similar, que, de forma sucinta, é apresentado a seguir.

Mais detalhes sobre este procedimento podem ser encontrados nos anexos G e H da norma ABNT NBR8800.

O momento de colapso será o mínimo dos valores calculados de acordo com o mostrado na expressão a seguir:

$$M_c = MIN(M_{FLT}, M_{FLM}, M_{FLA}) \tag{4.16}$$

sendo:

M_{FLT} = Momento fletor resistente de cálculo para o estado limite de flambagem lateral com torção;

M_{FLA} = Momento fletor resistente de cálculo para o estado limite de flambagem local da alma;

M_{FLM} = Momento fletor resistente de cálculo para o estado limite de flambagem local da mesa comprimida.

As expressões que permitem calcular esses valores dependem do tipo de seção transversal a ser calculada.

No caso das outras solicitações, os procedimentos são similares, isto é, utilizam-se expressões analíticas e semiempíricas algumas ajustadas através de coeficientes e curvas experimentais. Essas expressões dependem sensivelmente do caso particular estudado.

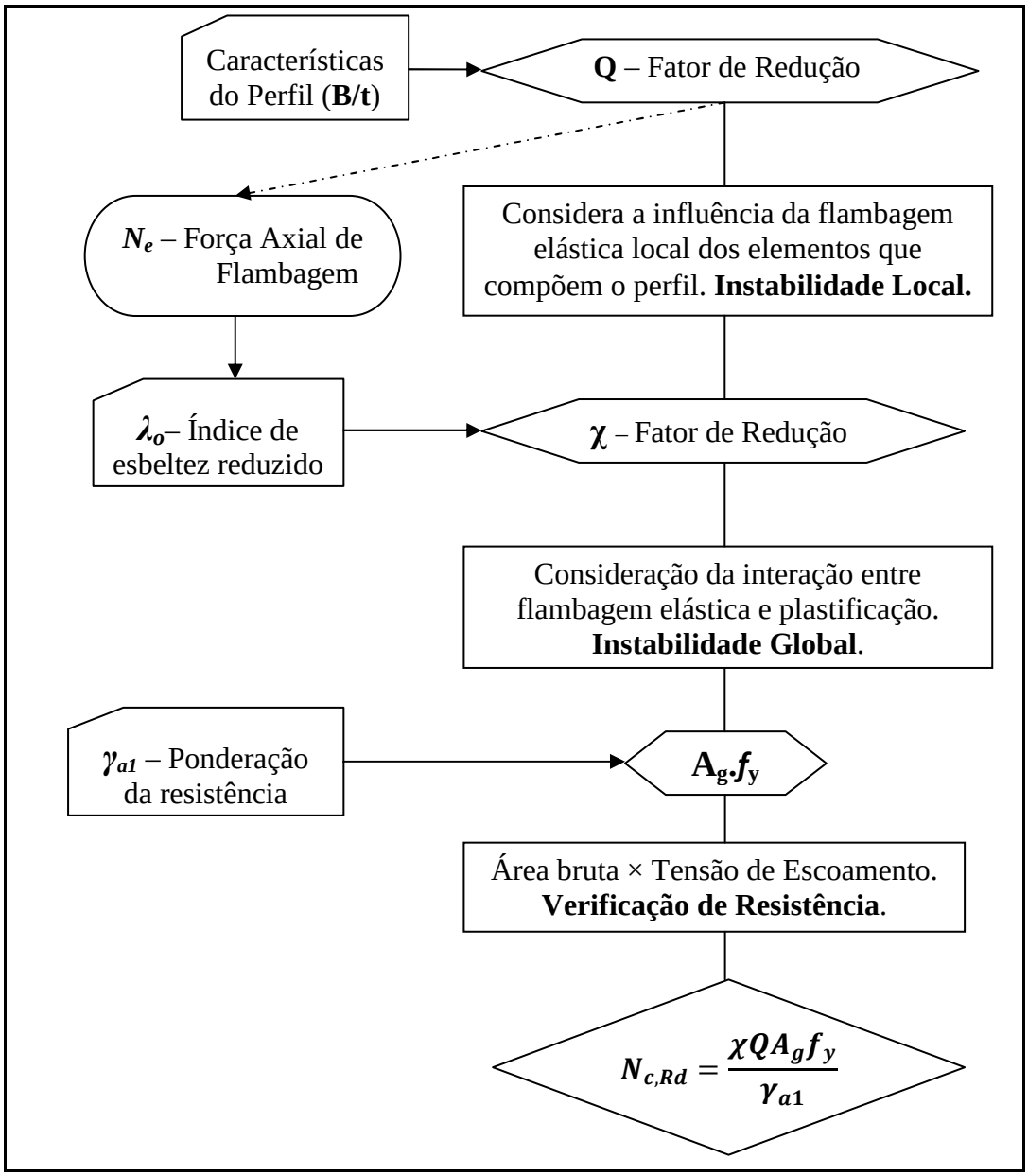


Figura 4.7 – Fluxograma esquemático do método analítico MA_solic1

A Figura 4.7 apresenta um fluxograma que apresenta de forma sistemática a determinação da força de colapso devido à compressão centrada, utilizando a metodologia aqui apresentada.

4.3.2 MA_solic2

MA_solic2: Consiste na metodologia utilizada para avaliar estruturas constituídas por perfis formados a frio, sendo em geral formados por chapas dobradas. A diferença

fundamental entre essa metodologia e a MA_solic1 é que, nesse caso, pelo fato de os perfis estudados serem formados por seções menos compactas, sendo perfis constituídos por chapas finas de modo geral, a influência da flambagem local é muito maior. Sua iteração com as outras formas de colapso é levada em conta utilizando o método da largura efetiva. Substitui-se, portanto, a metodologia baseada no coeficiente Q, utilizado no MA_solic1, pelo método das larguras efetivas proposto por Von Karman e modificado por outros autores (Yu, 2000).

Normas modernas de dimensionamento de estruturas com perfis formados a frio seguem essa forma de trabalho. Este trabalho será baseado, quando necessário, na metodologia proposta pela norma brasileira ABDT NBR14762 (ABNT, 2010). Nessa metodologia, assim como na MA_solic1, trabalha-se com solicitações e não com tensões, portanto, depende-se fortemente das expressões utilizadas, das geometrias e da esbeltez dos elementos da estruturas em análise. Também aqui a combinação de esforços é avaliada através de diagramas de iteração.

O método da largura efetiva é um exemplo bem característico desse tipo de procedimento, em que, através do mesmo, é determinada a iteração entre a flambagem local, a flambagem global e o colapso plástico. Nesse método, é calculada uma seção reduzida, e a forma em que dita seção é reduzida depende fortemente da forma da seção de sua esbeltez e da forma em que ela está sendo solicitada.

Essa metodologia foi utilizada para o cálculo do momento fletor resistente de vigas formadas por perfis caixão, as quais são apresentadas na aplicação IV, do capítulo 5, desta dissertação. A seguir, apresenta-se o procedimento para a determinação do momento fletor resistente.

O momento resistente de cálculo deve ser considerado como o menor valor entre o momento resistente referente ao início do escoamento (M_{rd}^{PL}), referente à flambagem lateral com torção (M_{rd}^{FLT}) e à flambagem distorcional (M_{rd}^{dist}). Como os cálculos são efetuados para um perfil do tipo caixão, o qual é um perfil fechado, desconsidera-se o cálculo do momento fletor referente à flambagem distorcional.

$$M_{rd} = Menor\ (M_{rd}^{PL}, M_{rd}^{FLT}\ e\ M_{rd}^{dist}) \tag{4.17}$$

sendo:

$$M_{rd}^{PL} = \frac{W_{ef} f_y}{\gamma} \tag{4.18}$$

onde:

W_{ef} =Módulo de resistência elástico da seção efetiva;

γ = Coeficiente de ponderação das ações ou da resistência em geral apresentado na NBR14762 (neste trabalho considera-se este coeficiente como sendo unitário);

f_y = Resistência ao escoamento do aço.

O W_{ef} é calculado a partir do método da largura efetiva mencionado anteriormente, o qual está descrito abaixo. Assim, é possível determinar o valor da largura efetiva dos elementos componentes do perfil estudado. Os cálculos da largura efetiva seguem o procedimento a seguir:

$$b_{ef} = b \;\; para \;\; \lambda_P \leq 0{,}673 \tag{4.19}$$

$$b_{ef} = \frac{b\left(1 - \frac{0{,}22}{\lambda_P}\right)}{\lambda_P} \;\; para \;\; \lambda_P > 0{,}673 \tag{4.20}$$

onde:

b_{ef} = Largura efetiva;

b = Largura bruta do elemento;

λ_P = Índice de esbeltez reduzido (na simbologia da NBR14762, esse índice é chamado de λ_p – esta alteração foi feita para padronizar a simbologia deste trabalho) definido como:

$$\lambda_P = \frac{b/t}{0{,}95\sqrt{(KE/\sigma)}} \tag{4.21}$$

Onde:

K =Coeficiente de flambagem;

$\sigma = \chi f_y$.

O momento referente à flambagem lateral com torção será dado por:

$$M_{rd}^{FLT} = \frac{\chi_{FLT} W_{ef} f_y}{\gamma} \tag{4.22}$$

onde:

χ_{FLT} = Fator de redução do momento fletor resistente, associado à flambagem lateral com torção. Esse fator pode ser calculado seguindo as especificações do subitem 9.8.2.2, da NBR14762, sendo que, para todos os modelos estudados neste trabalho, o valor encontrado para esse fator foi igual a um. Portanto, os valores de M_{rd}^{FLT} são os mesmos encontrados para M_{rd}^{PL}.

4.4 Métodos híbridos utilizados

Métodos híbridos são métodos que aliam a utilização de análises numéricas com a aplicação de expressões analíticas e semiempíricas. Para a realização deste trabalho, foram utilizados métodos híbridos para os cálculos tanto da força de colapso, quanto do momento de colapso. Na sequência, são brevemente descritas as metodologias híbridas que serão utilizadas.

4.4.1 MH_Tens

Assim é denominada a metodologia proposta na seção 5.5.2.3, da norma ABNT NBR8800:2008, a qual foi incorporada na íntegra, no anexo A, da presente dissertação.

Esse procedimento apresenta-se como vantajoso para perfis com seção transversal padrão devido ao fato de que evita a utilização de expressões particulares para um determinado tipo de perfil ou grau de esbeltez específico.

Esse método permite a utilização de simulações numéricas para fornecer parâmetros intermediários no cálculo da carga de colapso. Esses parâmetros são obtidos através de uma análise de flambagem linear elástica para a determinação da tensão crítica. Utilizando essa ferramenta de cálculo, poderão ser estudados elementos com geometrias não convencionais e solicitadas com uma combinação de elementos complexos.

É importante salientar que esse tipo de metodologia se diferencia da anterior por não mais trabalhar com as solicitações, e sim diretamente com tensões. A influência das características particulares da geometria da estrutura estudada é considerada, em forma geral, ao serem utilizados modelos numéricos, que permitam calcular a carga de flambagem elástica. O ponto negativo é que o procedimento proposto pela norma é, em alguns pontos, de difícil interpretação. Discutem-se alguns deles a seguir:

i) No último parágrafo da seção 5.5.2.3 (transcrita na íntegra, no anexo A, da presente dissertação) há a afirmação de que a determinação da flambagem elástica deve ser feita “levando-se em conta, quando necessário, a interação entre instabilidade global e flambagem local”, mas nada se especifica sobre como considerar essa interação.

ii) No caso em que existe tanto tensão de corte como tensão normal sobre uma determinada região da estrutura analisada, não se especifica como se deve proceder, não há uma lei de resistência especificada, apenas expressões para chegar a uma tensão axial de

colapso e uma tensão de corte de colapso. Como neste estudo não se trabalha com solicitações, não haveria sentido em utilizar equações de interação definidas no MA_solic1.

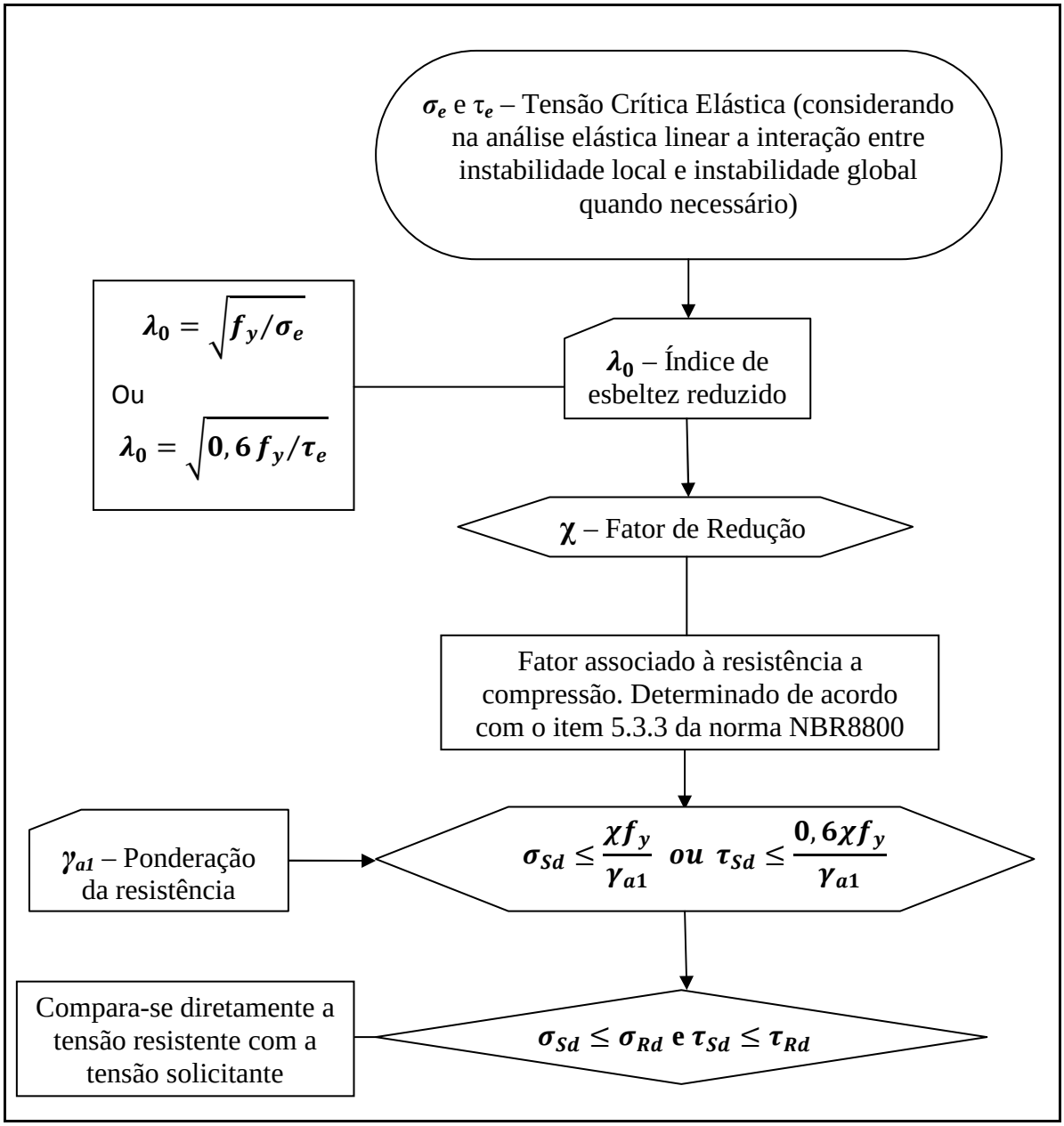


Figura 4.8 – Fluxograma esquemático do método híbrido MH_Tens

Os problemas levantados serão explorados no transcurso deste trabalho. A Figura 4.8 apresenta um fluxograma esquemático da metodologia apresentada.

4.4.2 Método da resistência direta

Os procedimentos de cálculo prescritos pela NBR14762: 2010 para a verificação de perfis formados a frio são baseados no conceito de largura efetiva. Assim, para se considerar a flambagem local de barras comprimidas e fletidas, deve-se determinar a largura efetiva dos diversos elementos do perfil. O método das larguras efetivas (MLE), porém, apresenta as seguintes desvantagens:

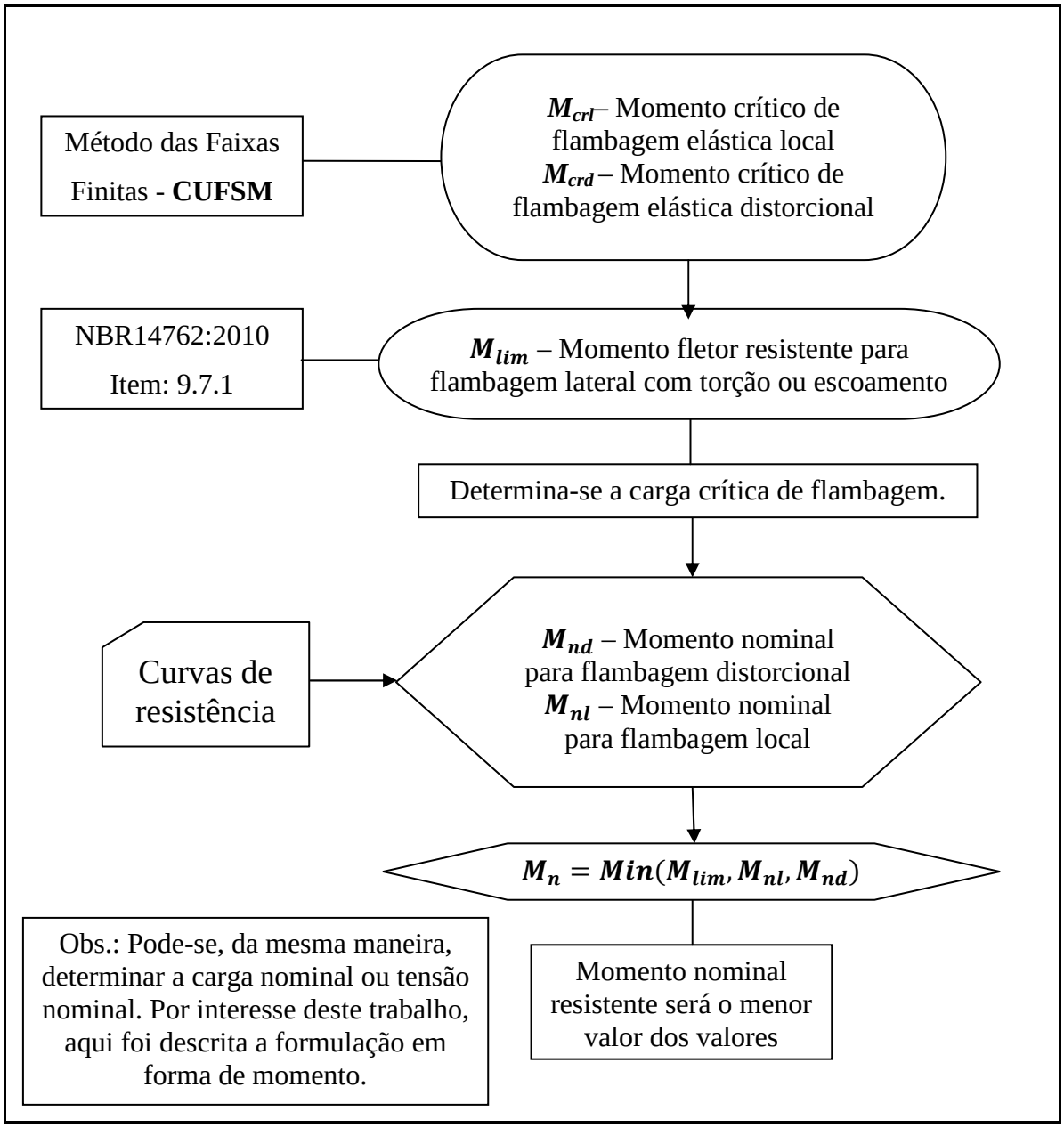


Figura 4.9 – Fluxograma esquemático para o método da resistência direta (MRD)

– O cálculo da área efetiva da seção é trabalhoso, principalmente no caso de perfis compostos de vários elementos e/ou enrijecedores transversais (geometria da seção transversal complexa), bem como aqueles perfis submetidos à flexão, pois há necessidade de se realizar cálculos iterativos, embora isso possa ser contornado, utilizando programas computacionais;

– A interação entre os elementos que formam a seção não é considerada, ou seja, os elementos trabalham de maneira isolada;

– Dificuldade de incluir no cálculo o modo de flambagem distorcional (muitas normas de cálculo contornam este problema limitando as dimensões e os tipos de perfis que podem ser utilizados);

– Dificuldade no aprendizado do método, pois, em função do grande volume de cálculo algébrico envolvido, deixa-se de compreender o comportamento estrutural do perfil, que deveria ser o foco principal a ser compreendido.

Frente a isso, Schafer e Peköz (1998) propuseram o método da resistência direta (MRD) como uma alternativa ao MLE na determinação da resistência de perfis formados a frio.

Esse método consiste, basicamente, em calcular a carga de colapso da estrutura tendo como dados de entrada a carga crítica de flambagem elástica e curvas de ajuste semiempíricas alimentadas com ensaios experimentais. Essas curvas de resistência ajustadas são, a priori, as mesmas utilizadas pelo MLE. Nesse sentido, são, na sequência, apresentadas as expressões que representam as curvas de resistência para o caso de vigas submetidas à flexão a serem aplicadas neste trabalho.

$$\frac{M_{nl}}{M_{lim}} = \left(\frac{M_{crl}}{M_{lim}}\right)^{0,5}\left[1 - 0,22\left(\frac{M_{crl}}{M_{lim}}\right)^{0,5}\right] \tag{4.23}$$

onde:

M_{nl} = Momento fletor resistente nominal considerando que a forma de colapso é por flambagem local;

M_{crl} = Momento crítico de flambagem elástica local do perfil como um todo;

M_{lim} = Momento fletor resistente nominal considerando que a forma de colapso do perfil pode ocorrer por flambagem lateral com torção ou por escoamento.

Para a análise da flambagem elástica de PFF (determinação de M_{crl}, modos de flambagem, etc.), Schafer (1997, 2002), desenvolveu um programa computacional baseado no

método das faixas finitas (Cheung, 1988), o CUFSM – "FiniteStripMethod - Cornell University"[4].

Observações:

(i) Para a flambagem local (M_{nl}) do perfil como um todo são, atualmente, utilizadas as curvas de resistência propostas por Schafer e Peköz (1998), obtidas modificando-se a equação (4.23) a partir de resultados obtidos de ensaios. O coeficiente 0,5 é substituído por 0,4 para o cálculo do M_{nl} e 0,6 para o M_{nd}. Obtêm-se, assim, as expressões apresentadas a seguir:

$$M_{nl} = M_{lim} \;\; para \;\; \lambda_l \leq 0{,}776 \tag{4.24}$$

$$\frac{M_{nl}}{M_{lim}} = \left(\frac{M_{crl}}{M_{lim}}\right)^{0{,}4} \left[1 - 0{,}15\left(\frac{M_{crl}}{M_{lim}}\right)^{0{,}4}\right] \;\; para \;\; \lambda_l > 0{,}776 \tag{4.25}$$

onde:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{M_{lim}}{M_{crl}}} \tag{4.26}$$

sendo λ_l o índice de esbeltez do perfil associado à flambagem local.

(ii) Para determinar o momento de colapso por flambagem distorcional (M_{nd}), Hancock et al. (1994) propuseram curvas de resistência modificadas dadas pela equação abaixo:

$$M_{nd} = M_y \;\; para \;\; \lambda_d \leq 0{,}561 \tag{4.27}$$

$$\frac{M_{nd}}{M_y} = \left(\frac{M_{crd}}{M_y}\right)^{0{,}6} \left[1 - 0{,}25\left(\frac{M_{crd}}{M_y}\right)^{0{,}6}\right] \;\; para \;\; \lambda_d > 0{,}561 \tag{4.28}$$

onde:

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{M_y}{M_{crd}}} \tag{4.29}$$

$$M_y = W f_y \tag{4.30}$$

f_y = Resistência ao escoamento do aço;

W = Módulo de resistência elástico efetivo da seção transversal;

M_{nd} = Momento fletor resistente nominal considerando que a forma de colapso é por flambagem distorcional;

M_{crd} = Momento crítico de flambagem elástica distorcional do perfil como um todo;

---

[4]Esse programa é de uso livre, e pode ser copiado do endereço eletrônico http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/. Nesse endereço, também se encontram manuais de uso do programa.

λ_d = Índice de esbeltez do perfil associado à flambagem distorcional.

Importante ponderar que, para tal, o valor do momento fletor resistente nominal (M_n), deve ser considerado o menor valor calculado entre os momentos de flambagem local (M_{nl}), distorcional (M_{nd}), e global (M_{lim}).

$$M_n = Menor(M_{nl}, ; M_{nd;} M_{lim}) \tag{4.31}$$

Para determinar o momento M_{lim} aplicou-se o item 9.8.2.2, da NBR14762:2010 (flambagem lateral com torção), no qual se troca o símbolo M_{rd} por M_{lim} para adequar à simbologia do MRD:

$$M_{lim} = \frac{\chi_{FLT} W_{ef} f_y}{\gamma} \gg \quad sendo \quad \begin{matrix} \gamma = 1 \\ W_{ef} = W \end{matrix} \tag{4.32}$$

onde:

χ_{FLT} =Fator de redução do momento fletor resistente, associado à flambagem lateral com torção.

O método da resistência direta é autorizado pela norma Americana apenas para um determinado grupo de seções transversais, sendo assim, neste trabalho, utiliza-se o método da resistência direta para fins acadêmicos e não normativos, buscando valores comparativos para as análises desenvolvidas, propondo discussões a respeito dos resultados obtidos.

5. APLICAÇÕES

Considerando que as ferramentas empregadas nas aplicações realizadas neste trabalho foram apresentadas com detalhes no capítulo 4 e o embasamento teórico geral foi documentado no capítulo 2, neste capítulo são apresentadas todas essas aplicações realizadas.

Na primeira aplicação, foi realizado o estudo de uma coluna formada por um perfil I engastada num extremo e livre no outro, sendo submetida à compressão centrada. Foram feitas diferentes análises para a obtenção de soluções elásticas, determinação da carga crítica de flambagem elástica e também para determinar a carga de colapso. Foram avaliados vários comprimentos para a coluna, a fim de explorar a sensibilidade dos métodos empregados ao parâmetro de esbeltez. Essa aplicação tem como foco principal ilustrar a aplicação do método híbrido MH_Tens, além de realizar a aferição o modelo numérico a ser empregado nas demais aplicações.

Na segunda aplicação, realizaram-se análises semelhantes às da aplicação I, em que o objeto de estudo é uma coluna engastada livre e submetida à compressão, contudo, nessa aplicação, efetuou-se a redução das chapas componentes do perfil I, a fim de provocar o aparecimento de flambagem local em diferentes situações. Assim, nessa aplicação, avaliou-se a sensibilidade dos métodos de cálculo utilizados, quando aplicados em peças com efeitos de flambagem local.

Na terceira aplicação, realizou-se um estudo para determinar a força de colapso por cisalhamento de vigas LSB com aberturas na alma, comparando os resultados com os valores apresentados por Keerthan e Mahendran (2011), em que os ensaios experimentais foram realizados para vigas desse tipo. Assim, o objetivo dessa aplicação consiste em aferir o modelo em elementos finitos utilizado nas aplicações anteriores, desta vez comparando os resultados com valores obtidos experimentalmente, além de avaliar a aplicação da metodologia MH_Tens no cálculo de vigas com aberturas na alma.

Na quarta aplicação, analisa-se uma viga engastada livre, com seção transversal formada por um perfil caixão, a qual é submetida a um momento fletor na sua extremidade livre. Nesse caso, foi averiguada a sensibilidade em relação á largura e espessura (b/t) dos métodos aqui estudados, sendo, para tanto, analisados quatro modelos de viga, com diferentes espessuras. Com os cálculos aqui realizados obtiveram-se o momento de colapso das vigas,

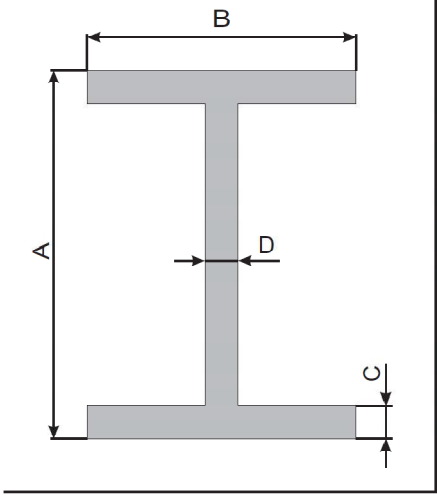
através de diferentes métodos. Nesta aplicação, ilustra-se o método híbrido MRD, além de apresentar mais detalhes sobre a aplicação do MH_Tens.

Na terceira aplicação, realizou-se o cálculo do momento último da seção mestra de uma embarcação. Os cálculos foram realizados para o Navio Tanque Guarita, tendo sido utilizado o método MH_Tens, além do método dos elementos finitos em uma análise linear de flambagem. Os resultados são, então, comparados com os valores apresentados por Pizatto (2012), em cujo estudo outras metodologias foram empregadas no cálculo do momento último da mesma embarcação.

5.1 Aplicação I – Análise de colunas submetidas à compressão centrada

O problema estudado nesta seção consiste em uma coluna engastada em um extremo e livre no outro, que está submetida ao efeito de um carregamento axial de compressão. A coluna estudada tem seção transversal tipo I (perfil W200x15) cujas propriedades geométricas, bem como suas dimensões, estão apresentadas na Tabela 5.1. O material utilizado nas colunas foi aço A-36 com 250 MPa de tensão de escoamento.

Tabela 5.1 – Propriedades geométricas do perfil W200x15



Perfil - W 200x15	Propriedades Geométricas	
Iy	13.05E-6	m^4
Iz	0.87E-6	m^4
Área	1.94E-3	m^2
It	20.4E-9	m^4
Cw	8.22E-9	m^6
ry	82.1E-3	m
rz	21.2E-3	m
Dimensões		
A	200	mm
B	100	mm
C	5.2	mm
D	4.3	mm

Determinação analítica da carga crítica de flambagem: a fórmula de Euler é aqui utilizada para o cálculo de três colunas com comprimentos diferentes, as quais serão chamadas de coluna A, B e C sendo os cálculos apresentados a seguir:

– Coluna C com L=2200 mm e λ > 180: Coluna longa, para este caso se espera flambagem elástica. Sendo o valor de λ=207,55;

– Coluna B: L=1600 mm e 89 < λ < 180: Coluna com esbeltez intermédia, para este caso se espera interação de plasticidade com flambagem elástica. Sendo o valor de λ=150,94;

– Coluna A com L=900 mm e λ < 89: Coluna curta, para este caso se espera plastificação. Sendo o valor de λ=84,91.

Cálculos referentes à coluna B:

L=1600 mm (Comprimento).

K = 2 (coluna engastada, livre).

$$\lambda = \frac{KL}{r} = \frac{2\,.\,1{,}6m}{21{,}2 \times 10^{-3}m} \implies \lambda = 150{,}94$$

Cálculo da carga crítica (Euler):

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2\,.200 \times 10^9}{150{,}94^2} \implies F_{cr} = \sigma_{cr} Area$$

$$\boldsymbol{F_{cr} = 167.91\ \ kN}$$

Com os resultados obtidos nos cálculos, foi possível construir uma curva que possibilita visualizar o efeito do índice de esbeltez no valor da carga crítica das colunas.

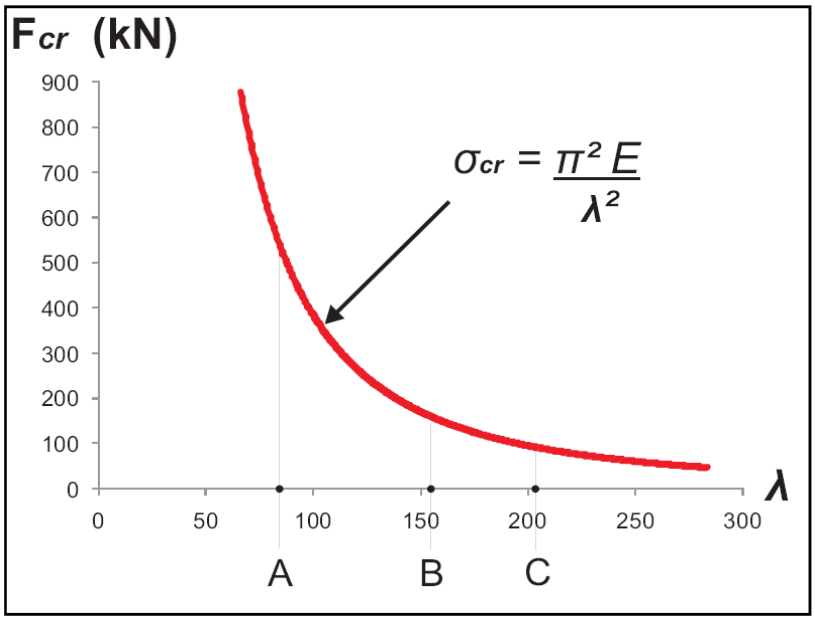


Figura 5.1 – Curva obtida através da formulação de Euler

Para as simulações realizadas com os *softwares* Ansys e Mastan2 utilizaram-se os mesmos comprimentos aqui determinados para as colunas A, B e C.

5.1.1 Modelo de elementos finitos empregando o sistema Ansys

Serão realizadas análises de flambagem linear elástica, para o cálculo da carga crítica das colunas, e também análises não lineares para a determinação da carga de colapso das mesmas.

***(i)* Análise de flambagem linear elástica:** as colunas foram engastadas em uma de suas extremidades e carregadas com uma força axial de valor unitário na outra extremidade. Para a aplicação da carga, foi utilizada a técnica Multi Point Constraint (MPC), descrita no capítulo 4, assim o carregamento axial é aplicado em um nó posicionado no baricentro da seção transversal da coluna (nó "Mestre"); este carregamento provoca, então, um deslocamento prescrito nos nós selecionados da superfície da peça (nós "Escravos"). A Figura 5.2 ilustra o modelo em elementos finitos que foi empregado, bem como as condições de contorno consideradas para essa simulação. Na Figura 5.3, apresentam-se o valor da carga crítica e o modo de flambagem associado a ela para as três colunas estudadas (A, B, C).

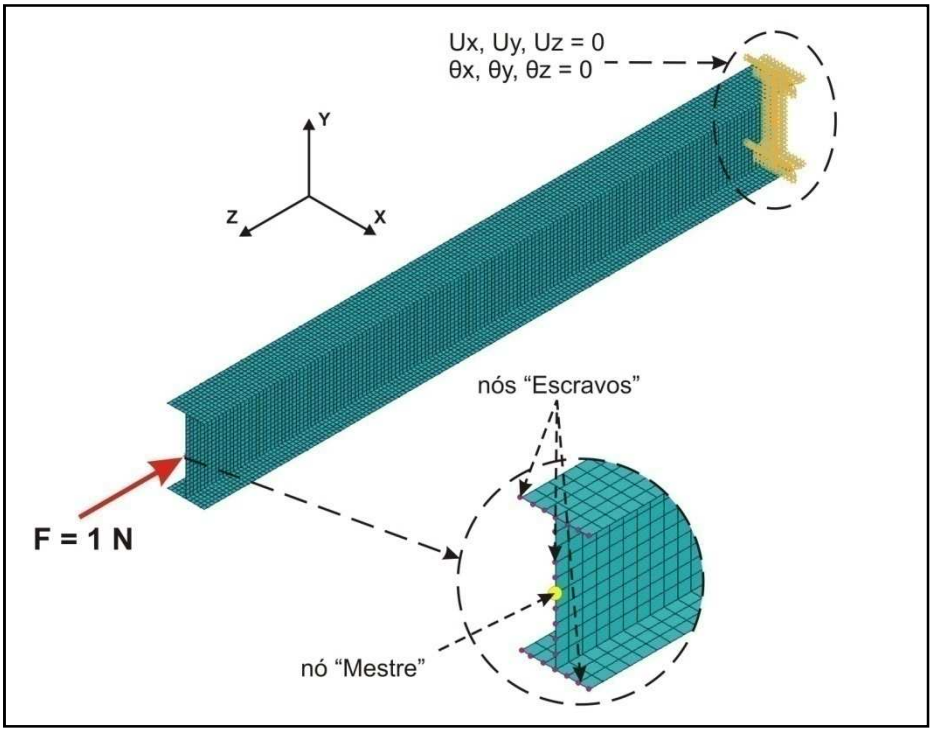


Figura 5.2 – Modelo em elementos finitos da coluna W200x15 utilizando o sistema Ansys

Ao resolver o problema de autovalores, o menor autovalor, se a carga aplicada for unitária (como mostra a Figura 5.2), é o valor da carga crítica de flambagem elástica. A Tabela 5.2 apresenta a carga crítica obtida com a expressão teórica de Euler, além dos valores

obtidos com a solução de um problema de Autovalores, empregando um modelo unifilar (programa Mastan).

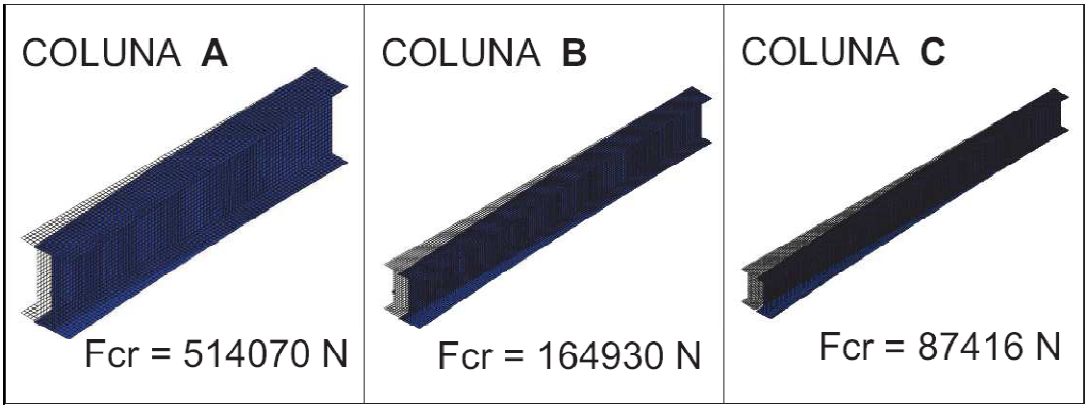


Figura 5.3 – Resultados da análise de flambagem linear elástica

***(ii)* Análise não linear física e geométrica:** a análise não linear física e geométrica tem como objetivo estimar a carga de colapso das colunas. O valor esperado para essas análises deve ser menor que os valores obtidos através das análises de flambagem linear elástica, em função de que agora são consideradas, na simulação, não linearidades físicas e geométricas.

Anteriormente, foi apresentado um resumo sobre análises não lineares, bem como os efeitos das não linearidades geométricas e físicas, além de uma breve descrição do método para a realização de análises não lineares através do *software* Ansys[5].

Para a realização da análise não linear é utilizado o mesmo modelo construído para as análises de flambagem, incluindo a capacidade de o material plastificar-se e apresentar deformações finitas.

Para a simulação das não linearidades geométricas, além de permitir na análise o efeito de grandes deformações, foram incorporadas no modelo as imperfeições geométricas iniciais, utilizando-se para isso a combinação deformada obtida no primeiro modo de flambagem das colunas, multiplicando os deslocamentos nodais por um fator de ponderação L/2500 (onde L é o comprimento da coluna)[6].

Sendo assim, a geometria inicial utilizada na análise não linear apresentará uma excentricidade (imperfeição geométrica), obtida com a configuração geométrica apresentada

---

[5]Uma revisão mais completa para esse assunto, bem como a implementação desse tipo de análise no método dos elementos finitos pode ser encontrada em Bathe (1998).

[6] Detalhes sobre essa forma de considerar imperfeições geométricas podem ser encontrados em Chodraui (2006) e em Grigoletti (2008).

no primeiro modo de flambagem. Na aplicação II, será discutida com mais detalhes a escolha do modo de deformação para a realização dessas análises. Essa forma de considerar imperfeições geométricas foi utilizada com sucesso por Chodraui (2006) e também por Grigoletti (2008).

A relação constitutiva utilizada para a simulação das não linearidades físicas (plastificação) está ilustrada na Figura 5.4. Trata-se de um modelo elasto plástico trilinear[7]. É importante salientar que, para a construção do gráfico "tensão *vs* deformação" do aço (Figura 5.4), os valores correspondem a valores convencionais, onde a força aplicada no ensaio de tração é dividida pela área transversal inicial do corpo de prova; da mesma forma, a deformação é obtida dividindo-se a variação do deslocamento pelo comprimento inicial.

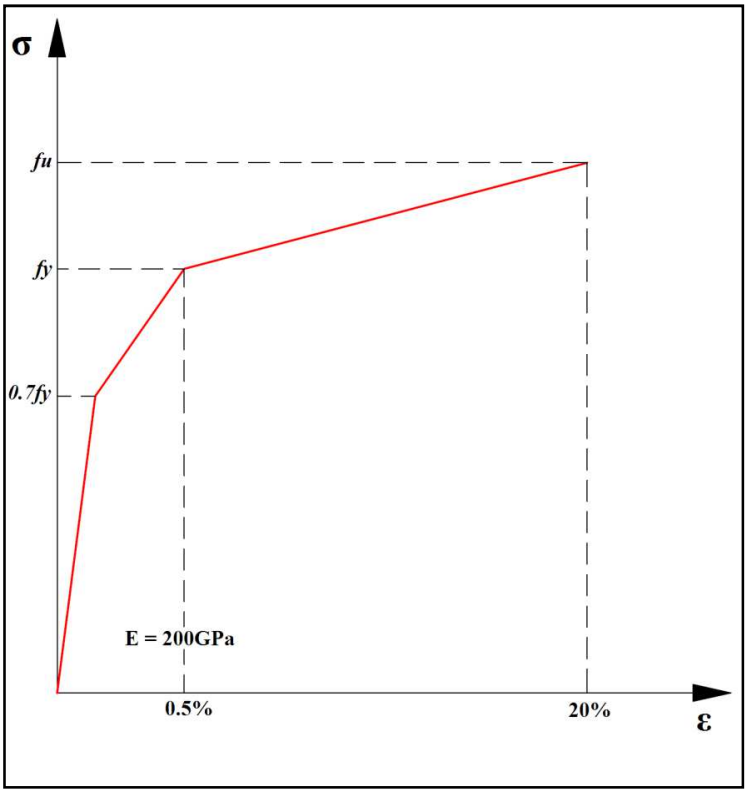


Figura 5.4 – Gráfico tensão *vs* deformação: modelo elasto plástico trilinear

As tensões e deformações convencionais obtidas com esse gráfico foram convertidas para as tensões e deformações verdadeiras. Quando o Ansys realiza uma análise não linear considerando grandes deformações utiliza rotinas com valores verdadeiros de tensão e deformação. Esses valores representam os valores obtidos, onde a força aplicada é dividida

[7] Mais detalhes sobre o modelo empregado podem ser encontrados em Grigoletti (2008).

pela área da seção transversal deformada do corpo de prova e podem ser obtidos diretamente dos valores convencionais através das equações (5.2) e (5.1).

$$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon_e) \tag{5.1}$$

$$\sigma_t = \sigma_e(l + \varepsilon_e) \tag{5.2}$$

Onde:

ε_t = Deformação verdadeira;

σ_t= Tensão verdadeira;

ε_e = Deformação convencional;

σ_e = Tensão convencional.

Assim, também serão incluídas na análise as não linearidades do material que irão simular a plastificação das colunas. A Figura 5.5 ilustra com detalhes o modelo, as condições de contorno e os resultados obtidos para a coluna B com essa análise. Na análise não linear aplica-se um carregamento superior ao esperado como de colapso, sendo, portanto, adotada uma carga igual a 1,5 vezes o valor da carga crítica de flambagem elástica. Na análise incremental a ser realizada, essa carga será aplicada em incrementos até que a coluna colapse por uma interação de plasticidade e flambagem.

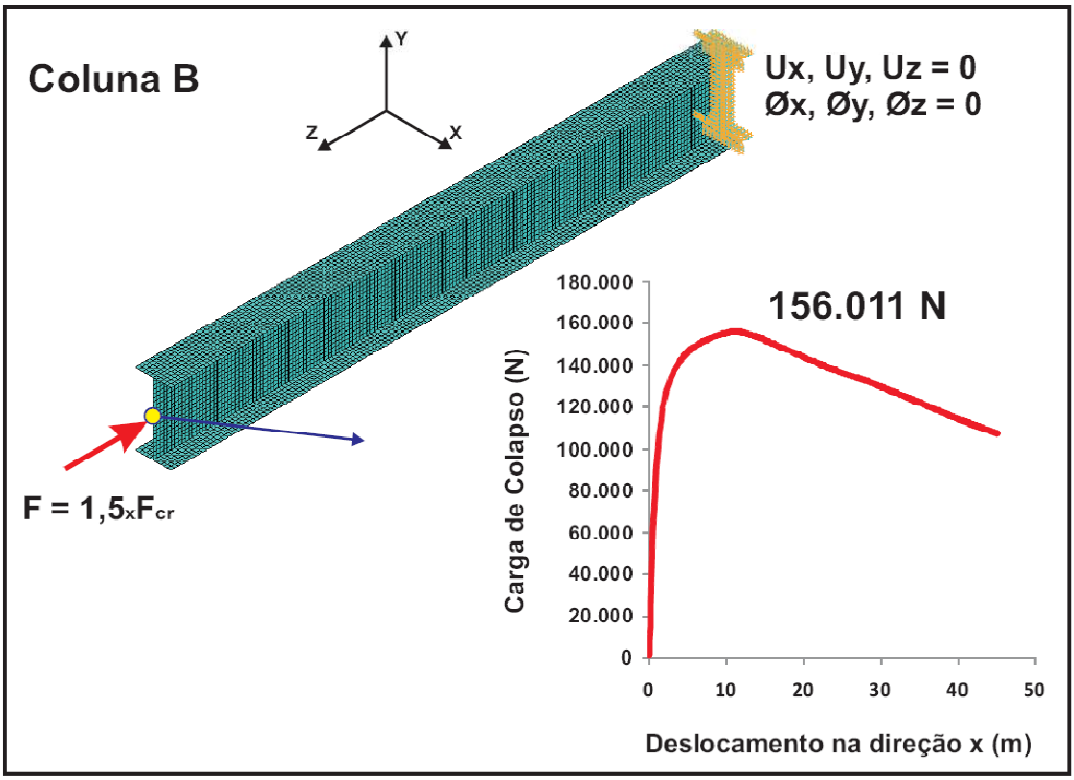


Figura 5.5 – Análise não linear física e geométrica utilizando o sistema Ansys

Assim, obtém-se um gráfico relacionando carga *versus* deslocamento global no nó onde se aplica o carregamento. É possível observar também que para a coluna B ilustrada na Figura 5.5 o valor encontrado para a carga de colapso (156011 N) é menor que o valor da carga crítica (164930 N) obtida anteriormente. Isso se justifica em razão de estarem sendo considerados os efeitos da plasticidade. Mais uma vez ressalta-se que, como nesse caso as cargas não geram gradientes nas tensões, é necessário introduzir um pequeno gradiente para induzir a instabilidade relacionada ao fenômeno de flambagem, o qual é feito introduzindo as imperfeições iniciais como já foi descrito.

Foram resolvidas, através dessa metodologia, as três colunas (A, B e C). Os resultados podem ser visualizados na Tabela 5.3, e esse método é chamado de MEF_Ansys.

Um gráfico comparativo entre os valores de carga de colapso e os valores de carga crítica elástica está apresentado na Figura 5.6. Observa-se, com essa figura, que os valores para carga crítica são muito próximos aos da carga de colapso para a coluna de maior comprimento, o que ocorre em razão de que existe pouco efeito de plasticidade e de flambagem local, no caso das colunas longas.

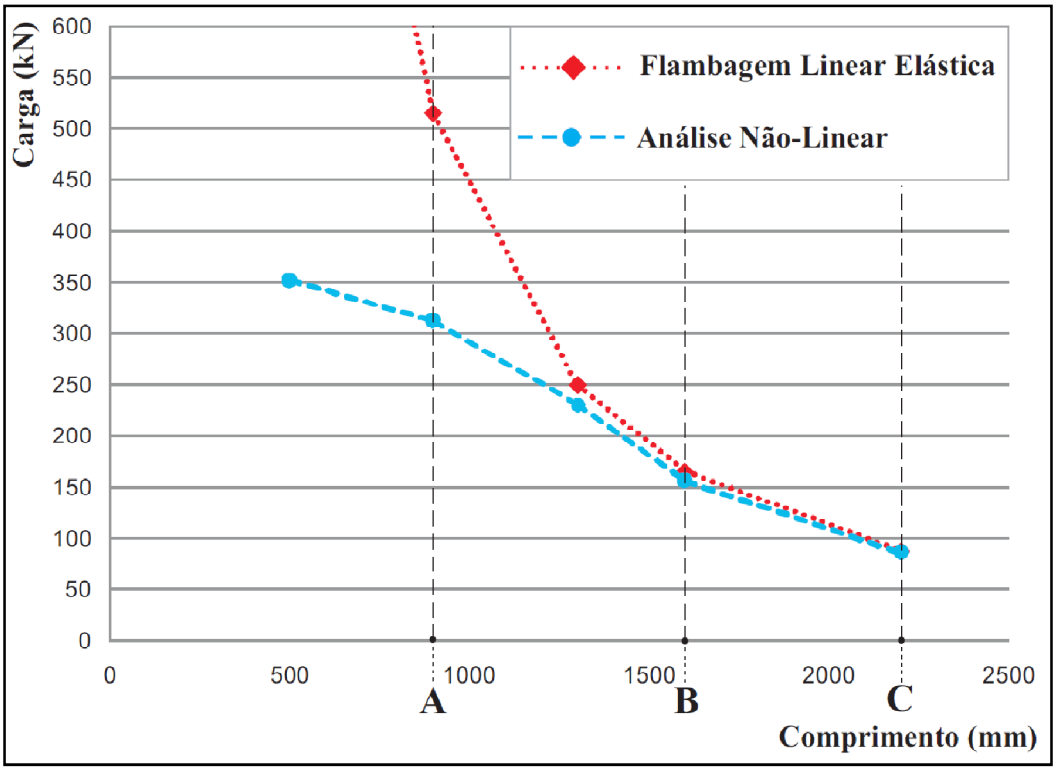


Figura 5.6 – Curva comparativa entre carga de colapso e carga crítica de flambagem

Pode-se observar que para o caso da coluna com um baixo índice de esbeltez há uma grande diferença entre os valores de carga crítica e carga de colapso. Nesse caso, o colapso é dominado pela plastificação da seção.

5.1.2 Modelo de elementos finitos empregando o sistema Mastan2

***(i)* Análise de flambagem linear elástica:** para as análises realizadas com o *software* Mastan2, as colunas foram modeladas utilizando elementos de viga, empregando uma discretização de dez elementos por coluna (L/10). Foi utilizada uma carga axial unitária da mesma forma que nas análises feitas com o Ansys e, então foi aplicada uma análise elástica de carga crítica (ElasticCriticalLoad). A Tabela 5.2 apresenta os resultados obtidos para a carga crítica de flambagem, comparado com a solução numérica, empregando elementos finitos de casca e empregando a expressão teórica de Euler.

Observando a Tabela 5.2, fica claro que os valores de carga crítica obtidos são muito próximos aos valores calculados analiticamente e, portanto, os modelos são consistentes. Uma exceção foi o resultado da análise do *software* Mastan2 feita para a coluna A (coluna curta), caso em que o valor se apresentou bem diferente.

O motivo de se obter um valor tão diferente para essa coluna está na forma como foi gerado o modelo da coluna através do *software* Mastan2. Quando construído um modelo discretizado, o *software* considera a conectividade entre os nós que compõem a coluna sem restrição ao empenamento, provocando uma baixa rigidez à torção na coluna.

Observa-se esse fenômeno apenas na análise da coluna curta, por ser nesse caso que a flambagem interage com a torção e a rigidez à torção muito baixa (com o empenamento sendo livre). Se o empenamento é restringido, há um aumento da rigidez à torção e a flambagem acontece por flexão.

A expressão clássica de Euler considera somente a flambagem por flexão e o modelo feito com o sistema Ansys com as condições de contorno indicadas na Figura 5.2 restringe o empenamento. Sendo assim, no modelo do Mastan, sem restringir o empenamento no engaste, equivale a engastar só a alma, deixando as mesas livres como pode ser visualizado na Figura 5.7 (a).

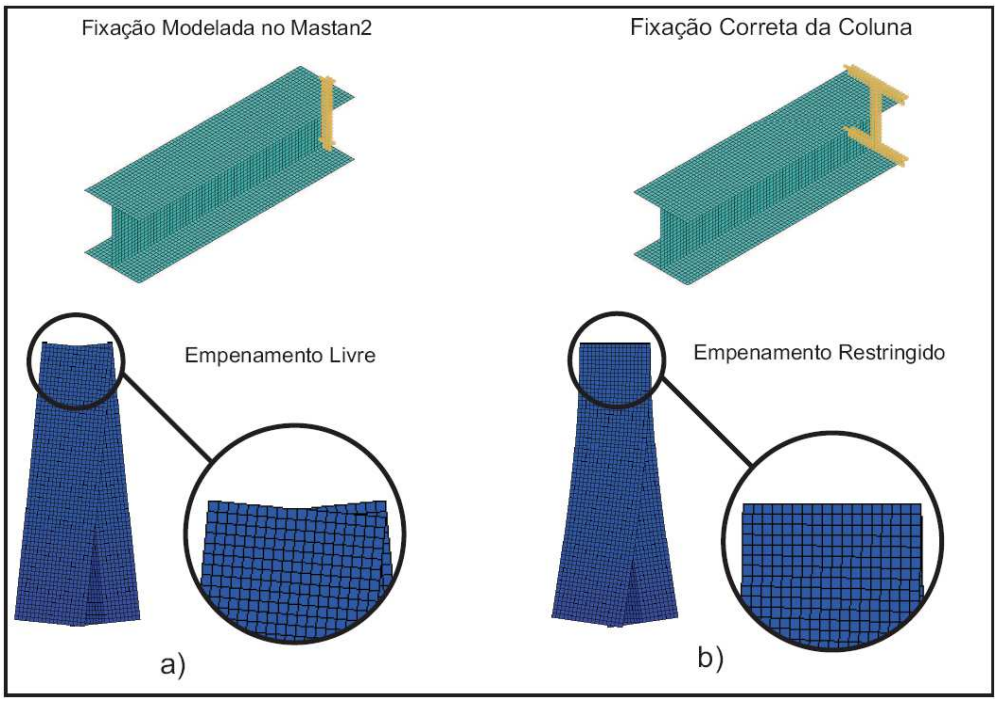


Figura 5.7 – Esquema de fixação da coluna a) empenamento livre. b) empenamento restringido (fixação correta).

Foi realizada uma análise de flambagem linear elástica no *software* Ansys, fixando apenas a alma do perfil. Tal análise apresentou um resultado semelhante ao obtido com o *software* Mastan2, o que confirma a ocorrência desse fenômeno. Na Figura 5.7, é possível observar a diferença que existe com os dois casos de fixação. Em (a) o empenamento é liberado no engaste, já em (b) o empenamento é deixado livre para acontecer.

Para representar no Mastan2 a condição de empenamento restrito, tem-se de fixar o grau de liberdade relacionado com o empenamento no engaste e dar condição de continuidade do empenamento nos elementos de viga intermediários. Efetuada essa modificação, obtêm-se um valor de carga crítica próximo aos encontrados com os outros modelos, pois, ao elevar a rigidez à torção da coluna, a flambagem associada com essa forma de deformação não acontece. A Tabela 5.2 apresenta os valores encontrados para a carga crítica de flambagem.

Tabela 5.2 – Resultados análise linear

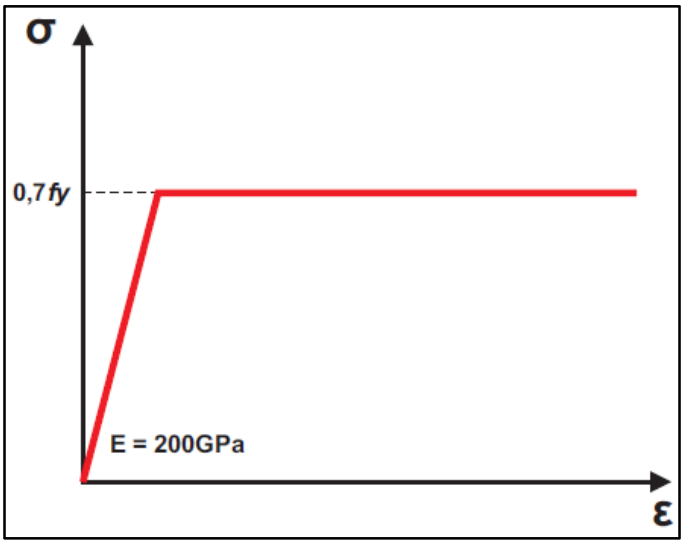
Coluna	Carga Crítica (Valores em kN)		
	Ansys	Mastan2	Euler
A	514,07	190,21** 531,25*	530,66
B	164,93	168,09	167,91
C	87,42	88,91	88,81

* Empenamento Restringido; ** Empenamento Livre

***(ii)* Análise não linear física e geométrica:** a análise não linear física e geométrica realizada através do *software* Mastan2 seguiu as mesmas características que a realizada através do método do sistema Ansys, ou seja, foi mantido o mesmo modelo utilizado na análise linear (malha, condições de fixação e material), sendo apenas adicionada uma carga axial equivalente a 1,5 vezes a carga crítica obtida com a análise de flambagem.

Para aplicar os efeitos de imperfeição geométrica inicial nesses modelos, foi aplicada uma carga horizontal no nó superior da coluna, para provocar um gradiente nas tensões. Essa carga horizontal tem o valor de 1/1000 (0,1%) da carga de compressão aplicada na coluna, dando-lhe, assim, uma pequena perturbação. Com essa manobra foram, então, considerados os efeitos de imperfeição geométrica nas análises.

Para realizar a análise não linear no Mastan2 é considerada a tensão de escoamento como sendo 0,7 vezes a tensão de escoamento do aço (0,7×250Mpa). A relação constitutiva considerada nos modelos implementados no Ansys (ver Figura 5.4) considera uma curva trilinear (aproximação trilinear), a qual apresenta como sendo a primeira mudança de declividade da curva o valor de 0,7 da tensão de escoamento do material. Isso permite a realização de uma comparação dos resultados obtidos com os valores obtidos com o modelo empregado pelo Ansys.



5.8 - Modelo reológico elasto plástico perfeito considerado no Mastan

A análise foi feita utilizando o modelo com não linearidade física e geométrica. Os resultados encontrados para as três colunas são apresentados na Tabela 5.3, sendo esse método chamado de MEF_Mastan2.

5.1.3 Aplicação da metodologia MA_Solic1

Para os cálculos realizados através da metodologia MA_Solic1, foi utilizado o prescrito no item 5.3, da norma ABNT NBR8800:2008. Com esse procedimento, pretende-se encontrar o valor da força axial resistente da seção transversal das colunas, para então comparar esse valor com a carga de colapso, encontrada pelas análises anteriores. O coeficiente de ponderação γ_{a1} foi considerado como unitário[8]. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 5.3, com o nome de MA_Solic1.

5.1.4 Aplicação da metodologia MH_Tens

Finalmente, é aplicado o item 5.5.2.3, da norma NBR8800, o qual se aplica ao cálculo de elementos com seções transversais quaisquer. Mais uma vez, o objetivo é encontrar o valor da força resistente de cálculo para posterior comparação com os valores obtidos através dos demais métodos estudados neste capítulo. Seguem-se então os seguintes passos:

1 - Encontra-se a carga crítica através da análise de flambagem linear elástica, obtida com o modelo em elementos finitos, empregado através do Ansys. Assim, é possível determinar a tensão crítica elástica normal σ_e;

2 - Calcula-se o índice de esbeltez reduzido λ_0 dado na equação (5.3):

$$\lambda_0 = \sqrt{f_y/\sigma_e} \tag{5.3}$$

3 - A partir o índice de esbeltez reduzido, calcula-se o fator de redução associado à resistência a compressão χ;

4 - Emprega-se, então, o subitem C do item anteriormente citado, o qual se aplica nos casos que apresentam os estados-limites de instabilidade sob efeito de tensão normal[9]. Através da equação (A.3), calcula-se a tensão normal resistente de cálculo σ_{Sd}, com a qual se determina a carga de colapso.

---

[8] Mais detalhes sobre a metodologia de cálculo aqui empregada estão apresentados no capítulo 4.
[9] Os detalhes de aplicação dessa metodologia estão descritos no capítulo 4.

5.1.5 Resultados e Discussões – Aplicação I

A Tabela 5.3 apresenta os valores encontrados para a carga de colapso das colunas aqui analisadas. De posse desses valores, é possível realizar a comparação de todos os resultados obtidos. Para tanto, está apresentado na Figura 5.9 um gráfico construído a partir da normalização de todos os resultados em função dos valores encontrados através do MEF_Ansys (análise não linear física e geométrica), considerando assim esse método como o mais sofisticado dentre os utilizados.

Tabela 5.3 – Resultados das análises não lineares

Coluna	Carga de Colapso (Valores em kN)			
	MEF_Ansys	MEF_Mastan2	MA_Solic1	MHTens
A	311,81	324,33	327,05	327,11
B	154,86	163,03	146,39	144,64
C	85,47	86,99	76,28	77,02

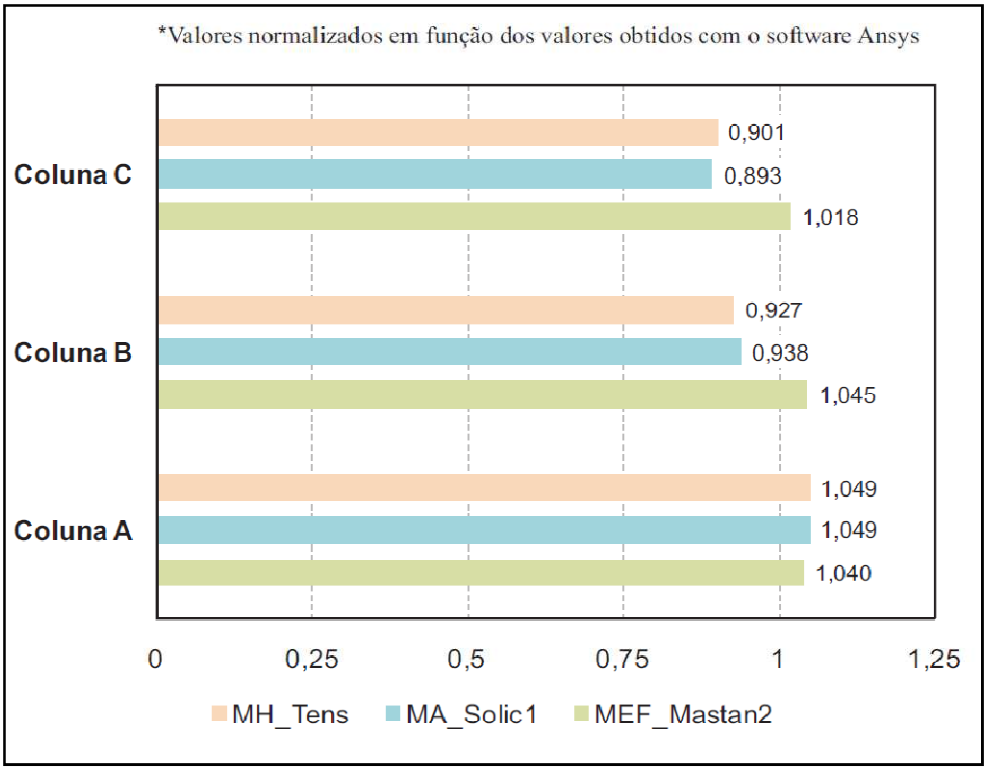


Figura 5.9 – Gráfico comparativo entre os métodos empregados

A Figura 5.9 apresenta um gráfico dos resultados obtidos nesta aplicação, em que os valores foram normalizados em função dos resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos. É possível observar que os valores obtidos através da aplicação da MH_Tens e da MA_Solic1 apresentam-se muito próximos uns dos outros, contudo são valores mais baixos

do que os que foram encontrados com a análise do Método dos Elementos Finitos. Uma exceção é a coluna A, na qual os valores obtidos com a norma superaram os valores obtidos com MEF_Ansys.

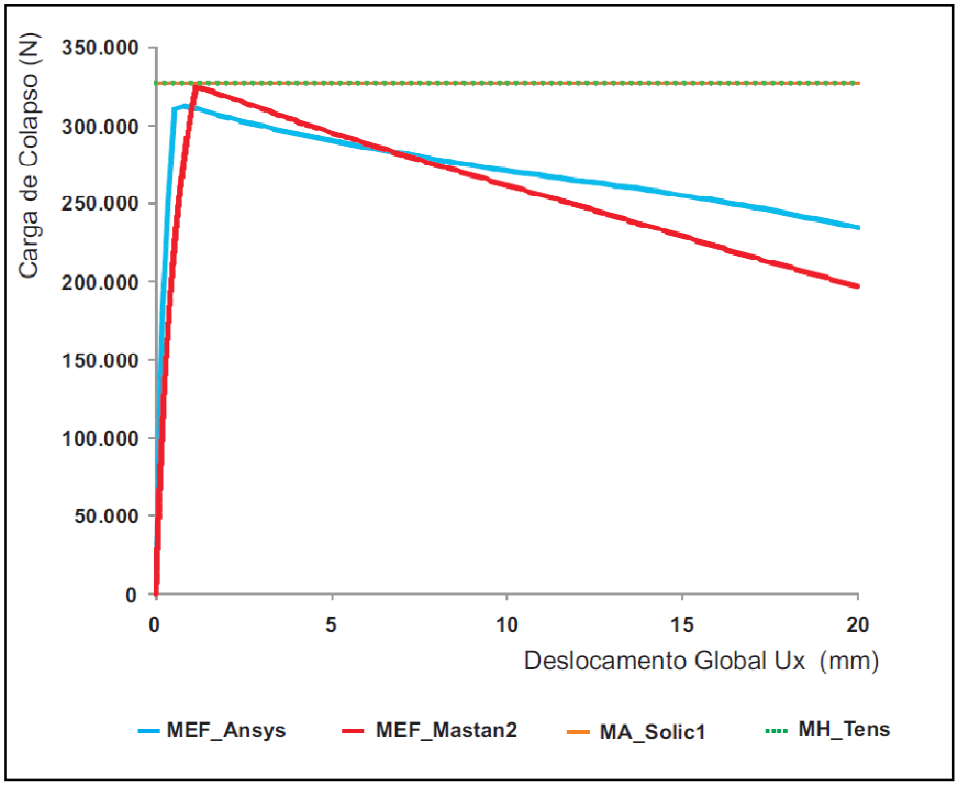


Figura 5.10 – Curva de resultados coluna A

Da Figura 5.10 à Figura 5.12, são apresentados os resultados obtidos através das análises com os métodos MEF_Ansys e MEF_Mastan2, bem como a identificação dos valores obtidos com MA_Solic1 e MH_Tens. Os resultados dos métodos baseados na norma NBR8800 não apresentaram diferenças significativas, já que o elemento em análise é constituído por uma geometria padronizada.

Os resultados são os esperados, sendo que no modelo do MEF_ Mastan2 a carga de colapso é próxima à obtida no modelo do MEF_Ansys. Contudo, as curvas carga *versus* deslocamento global obtidas são diferentes para os dois modelos, o que ocorre em razão da diferença entre as relações constitutivas empregadas nos métodos. No Mastan2 é empregado um material elasto plástico perfeito; já no modelo utilizando o Ansys, o modelo reológico do material é uma curva trilinear (ver Figura 5.4). Sendo assim, fica claro que o deslocamento apresentado pelo método MEF_ Mastan2 apresentou valores de deslocamento global maiores que os do método MEF_Ansys.

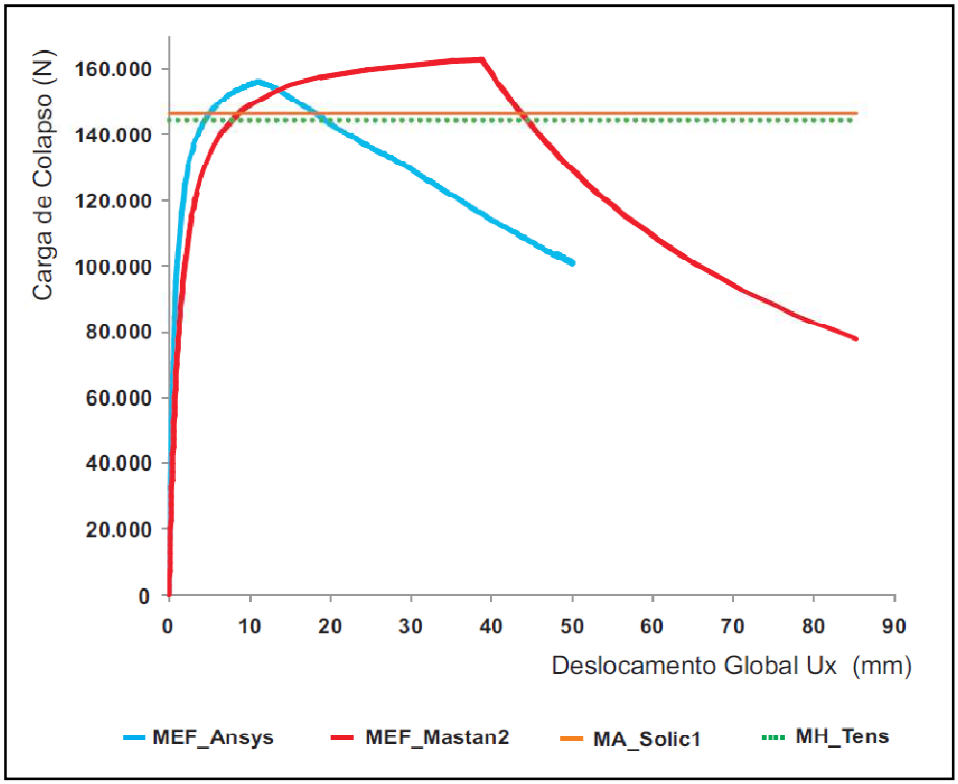


Figura 5.11 – Curva de resultados coluna B

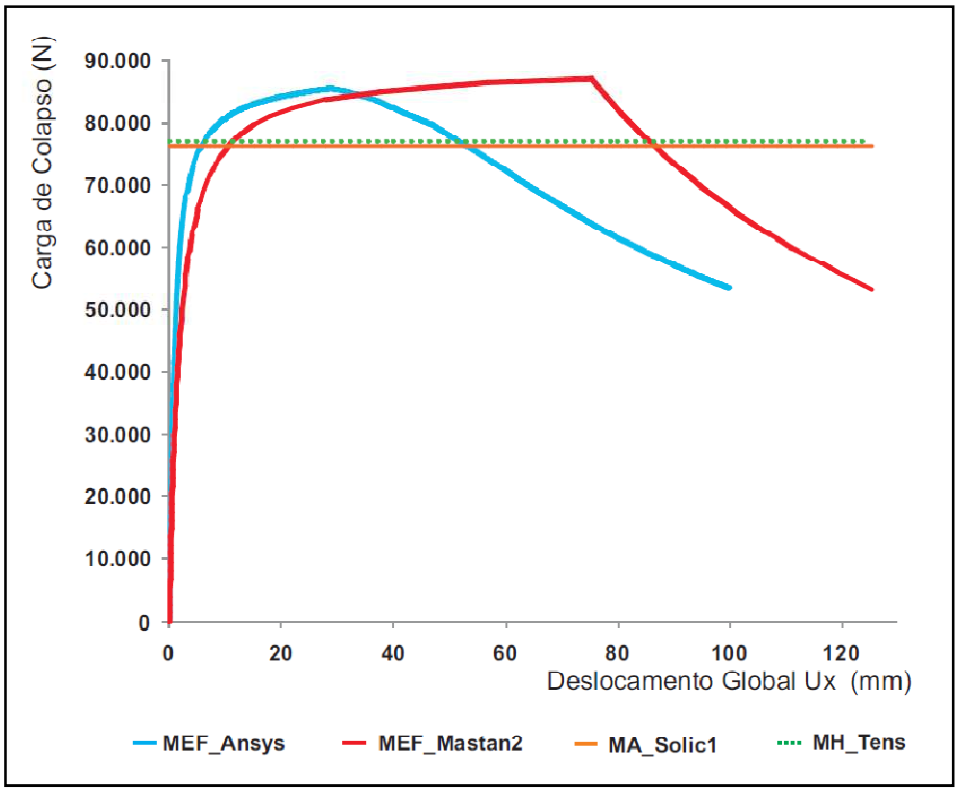


Figura 5.12 – Curva de resultados coluna C

5.2 Aplicação II – Flambagem local em perfil do tipo I

Para complementar o estudo apresentado na aplicação anterior, são aqui realizados cálculos para a carga de colapso de colunas, utilizando-se, dessa vez, perfis que apresentem espessuras menores na alma na mesa e em ambos os elementos do perfil. Sendo assim, esta seção apresenta dimensões semelhantes ao perfil W200x15 estudado anteriormente, no entanto com a redução da espessura primeiramente da alma, em seguida da mesa e por último da alma e da mesa do perfil. A redução proposta será de 5 mm para 2 mm.

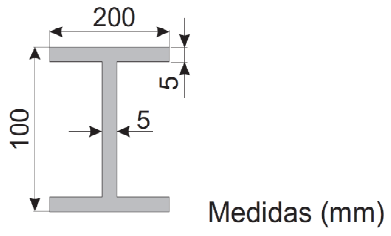
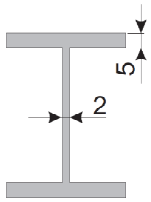
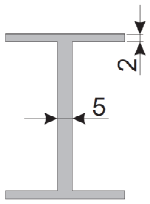
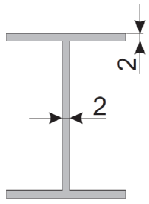
Será, portanto, realizada a simulação de três modelos: primeiramente, com a espessura da alma com 2 mm, mantendo a espessura da mesa com 5mm; posteriormente, reduzindo apenas a espessura da mesa, mantendo a espessura da alma com 5mm; e, por último, um modelo com a espessura da alma e da mesa reduzidas a 2mm.

Assim, pretende-se observar três situações diferentes, nas quais deve ocorrer flambagem local, sendo, no primeiro caso, esperada flambagem local na alma do perfil; no segundo caso, flambagem local na mesa; e, por último, flambagem local na alma e na mesa do perfil. A Tabela 5.4 ilustra com detalhes as seções transversais que serão analisadas, com suas propriedades geométricas, sendo considerados 900 mm como comprimento para todos os modelos. Mais uma vez, são consideradas colunas com carregamento axial de compressão.

Essa aplicação tem como objetivo estudar a influência da flambagem local dos elementos componentes do perfil tipo I nos resultados obtidos através dos métodos de análise aqui utilizados.

Como os elementos de barra utilizados pelo *software* Mastan2 não são capazes de simular os fenômenos de flambagem local, não serão realizados cálculos através desses modelos. Para essa aplicação, serão utilizados apenas os modelos em elementos finitos, construídos com elementos de casca através do *software* Ansys. Também serão realizados os cálculos utilizando os métodos MA_solic1 e MH_Tens.

Tabela 5.4 – Propriedades geométricas perfis com espessura reduzida de 2mm

Perfil Base		Perfis Com as Dimensões Reduzidas		
				
Propriedades	Unidade	Alma	Mesa	Alma e Mesa
I_y	$(10^{-6})\ m^4$	7,058	10,650	5,176
I_z	$(10^{-6})\ m^4$	0,335	0,833	0,335
A	$(10^{-3})\ m^2$	1,380	1,380	0,792
J	$(10^{-9})\ m^4$	87,000	88,400	10,600
Cw	$(10^{-9})\ m^6$	32,670	79,220	32,670

5.2.1 Modelo de elementos finitos empregados

Inicialmente, realizaram-se análises de flambagem linear elástica para a determinação da carga crítica e dos modos de flambagem de cada modelo, da mesma forma que o realizado na primeira aplicação. Através dessas análises é possível realizar uma classificação quanto ao tipo de instabilidade que ocorre em cada um dos modelos.

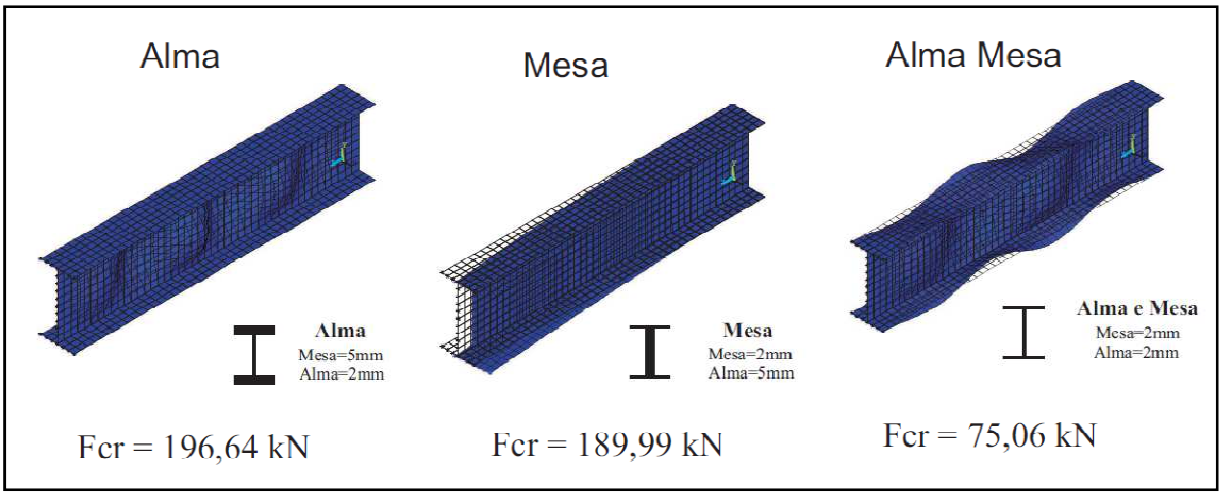


Figura 5.13 – Análise de flambagem linear elástica para os perfis esbeltos

Como o esperado, no primeiro modo de deformação, para os modelos cuja alma teve a espessura reduzida, obteve-se flambagem local na alma; da mesma forma, quando a redução é tanto na alma quanto na mesa, a flambagem local aparece em ambas. A Figura 5.13 apresenta o primeiro modo de flambagem, obtido pela análise linear elástica, apresentando também o valor da carga crítica obtida. Assim, podemos observar que, para o caso em que apenas as mesas do perfil tiveram sua espessura reduzida, o primeiro modo de flambagem apresentou-se como sendo global.

De posse dessas análises, o próximo passo consistiu na realização de uma análise não linear física e geométrica. Sendo assim, foi realizada uma análise considerando grandes deformações e o efeito de plastificação. Contudo, agora serão necessárias algumas particularidades no modo como as imperfeições geométricas iniciais são consideradas nas análises.

Na primeira aplicação, as imperfeições eram consideradas a partir da utilização da configuração geométrica, apresentada pelo primeiro modo de flambagem, obtido através da análise linear elástica das colunas, sendo os deslocamentos nodais multiplicados por um fator L/2500. O motivo de incorporar as imperfeições geométricas iniciais, em peças submetidas à compressão, é provocar uma excentricidade inicial na mesma, alterando a carga de colapso global da peça durante a análise não linear.

Como as análises da primeira aplicação apresentaram uma interação entre modos locais e modo global, semelhantes ao primeiro modo de flambagem, este foi o modo utilizado para impor a configuração geométrica inicial.

Nessa segunda aplicação, o primeiro modo de flambagem não apresentou flambagem global. Assim utilizou-se como geometria inicial a geometria obtida pelo primeiro modo de flambagem, no qual aparece alguma interação com flambagem global.

Portanto, o procedimento adotado consiste na escolha, dentre vários modos de flambagem, do primeiro modo, que produziu na estrutura alguma interação entre a flambagem local e a instabilidade global. Esse procedimento foi realizado para garantir que a geometria inicial da análise não linear leve a coluna ao colapso global.

A Figura 5.14 apresenta o modo de flambagem associado para os casos nos quais a mesa e a alma tiveram suas espessuras reduzidas e quando apenas a espessura da alma foi reduzida. No caso em que apenas as mesas tiveram as espessuras reduzidas, o primeiro modo

de flambagem já apresentou característica de ser local-global, portanto, nesse caso, o primeiro modo foi o utilizado como imperfeição, da mesma forma que nas análises da aplicação I.

Assim, a geometria inicial utilizada na análise não linear, do perfil com alma e mesa reduzidas, foi a configuração geométrica obtida com o 7° modo de flambagem; para o perfil com a alma reduzida, utilizou-se o 13° modo; e, para o perfil com as mesas reduzidas, o 1° modo.

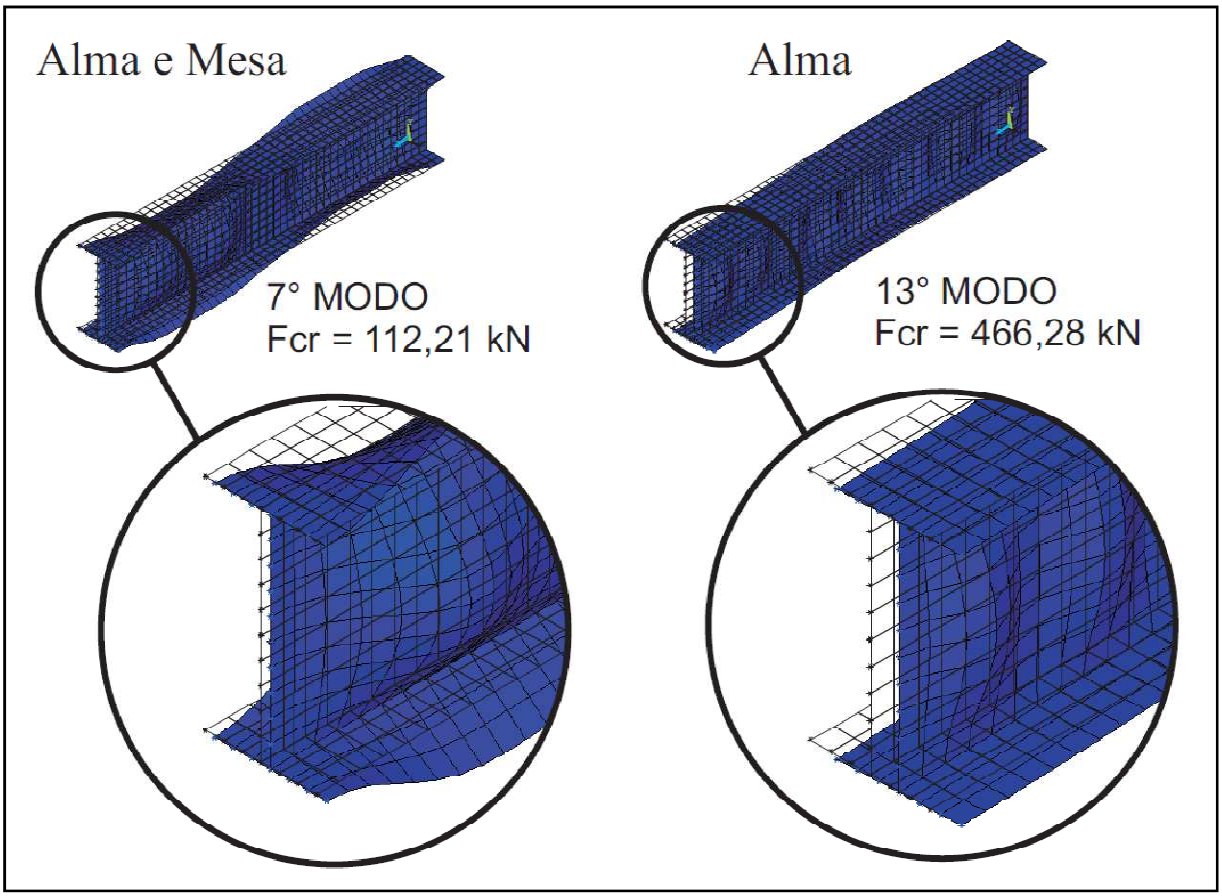


Figura 5.14 – Modos de flambagem utilizados na aplicação das imperfeições geométricas

Dessa forma, foram realizadas análises não lineares, com as quais se obteve a carga de colapso das colunas analisadas. Foi possível obter um gráfico relacionando a carga de colapso com o deslocamento lateral medido no nó de aplicação da carga, como pode ser visto da Figura 5.15 até a Figura 5.17, nas quais também são apresentados os valores para a carga crítica F_{cr} e carga de plastificação F_{pl} de cada uma das colunas. Os resultados obtidos pela metodologia MEF para essa aplicação podem ser visualizados na Tabela 5.8.

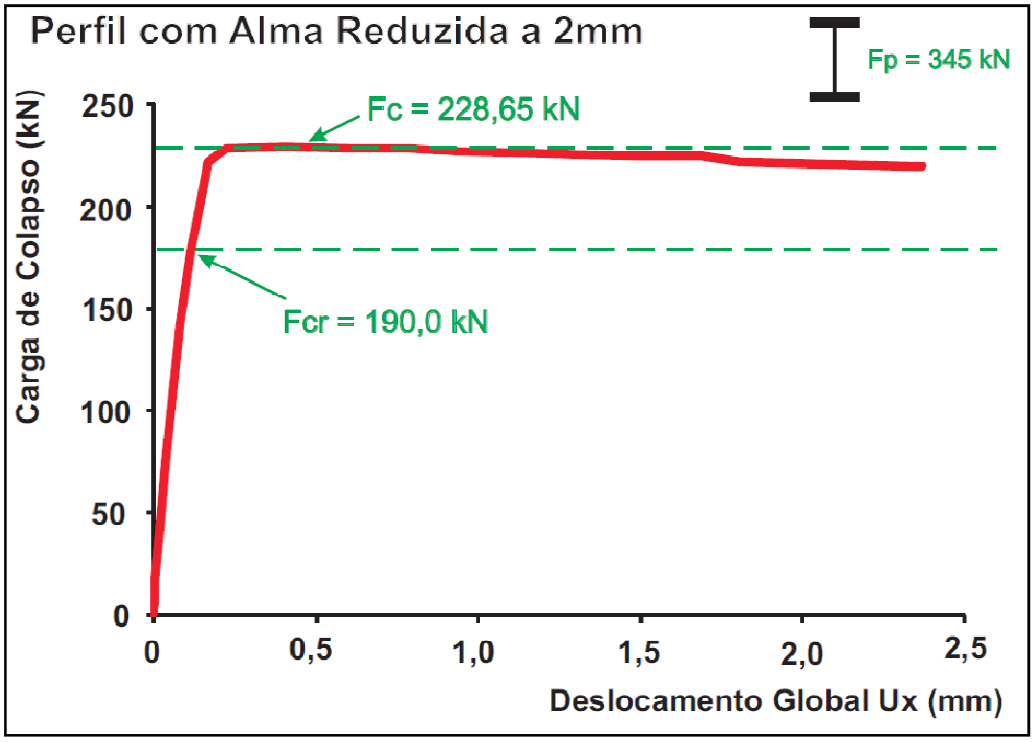


Figura 5.15 – Resposta estrutural obtida na análise não linear para a coluna com espessura da alma reduzida para 2mm

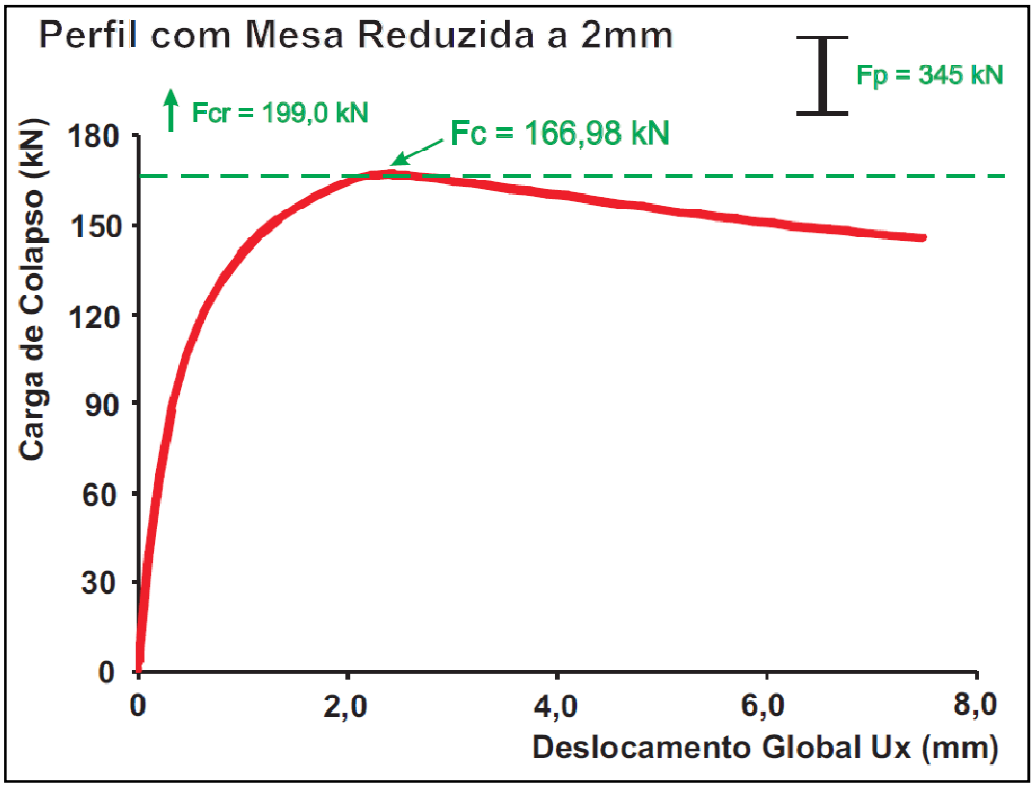


Figura 5.16 – Resposta estrutural obtida na análise não linear para a coluna com espessuras das mesas reduzida para 2mm

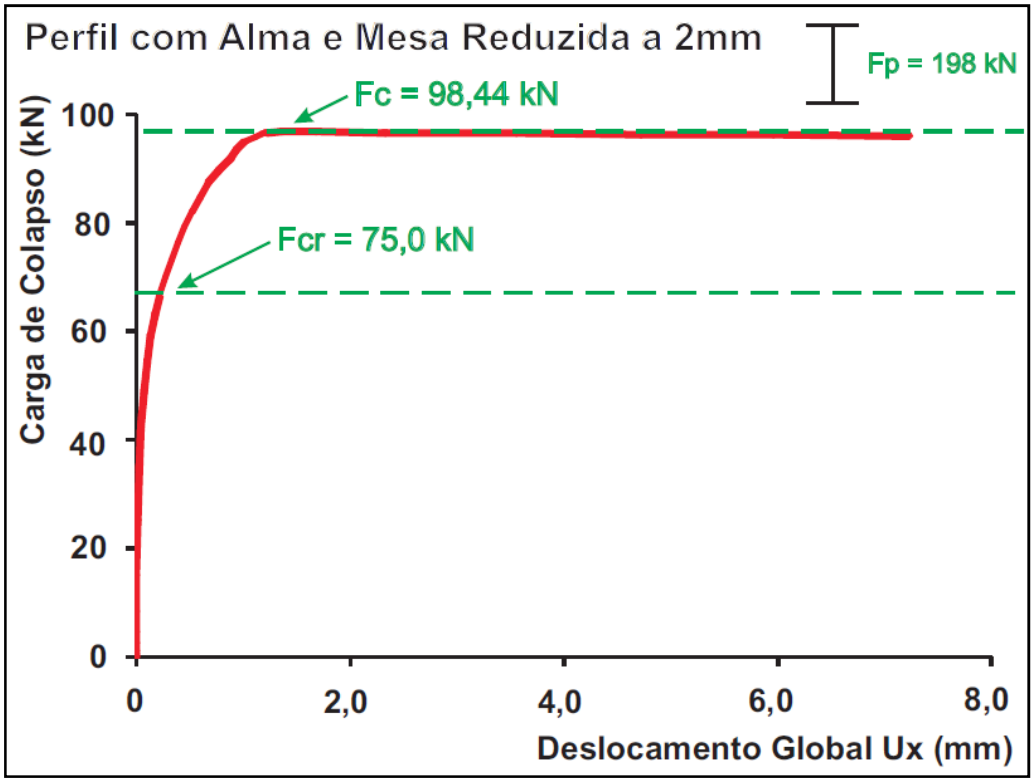


Figura 5.17 – Resposta estrutural obtida na análise não linear para a coluna com espessuras das mesas e da alma reduzida para 2mm

5.2.2 Aplicação da metodologia MH_Tens

Para a aplicação da metodologia MH_Tens, faz-se necessária a obtenção de uma análise de flambagem elástica para as colunas, possibilitando a determinação do índice de esbeltez reduzido destas[10].

O processo de determinação do σ_e foi realizado da mesma maneira que na primeira aplicação, contudo, como a análise de flambagem linear elástica apresentou para o primeiro modo de flambagem apenas o efeito de flambagem local em algumas colunas, foi necessário utilizar modos superiores de flambagem como valor de carga crítica, o que vai produzir a interação com plasticidade para a obtenção do colapso da estrutura.

Esse procedimento é o mesmo que foi efetuado para definir as imperfeições geométricas iniciais da análise não linear, como foi anteriormente discutido. O objetivo é identificar qual o primeiro modo de flambagem que apresenta a interação entre instabilidade

[10] Mais detalhes sobre esta metodologia podem ser encontrados no capítulo 4.

global e flambagem local. Esse procedimento está pouco claro no item 5.5.2.3 da ABNT NBR8800, transcrita no anexo A deste trabalho.

Portanto, a carga crítica utilizada no cálculo do σ_e, para as colunas que possuem espessura da alma reduzida e espessura da alma e da mesa reduzidas, foi a carga crítica referente ao mesmo modo de flambagem utilizado para incorporar as imperfeições geométricas iniciais nas análises não lineares. Esses modos de flambagem, com seus valores de carga crítica, podem ser visualizados na Figura 5.14.

Quanto aos valores encontrados através da metodologia MH_Tens, é possível observar que estes, quando comparados aos valores encontrados pelo MEF, são coerentes. A Tabela 5.5 apresenta os valores obtidos através do MH_Tens, utilizando modos superiores de flambagem, em comparação com valores obtidos quando se utiliza simplesmente o primeiro modo de flambagem e com os resultados apresentados pelo MEF. Observando a Tabela 5.5, fica clara a necessidade de utilizar, como carga crítica no cálculo σ_e, o valor referente a um modo de flambagem que apresente interação entre flambagem local e instabilidade global.

Tabela 5.5 – Resultados MH_Tens

Comparação MH_Tens (Valores em kN)					
Perfis		MEF	MH_Tens (1° MODO)	MH_Tens (Flamb. Local + Instab. Global)	
	Alma Mesa=5mm Alma=2mm	228,65	161,35	**253,12**	**13° MODO**
	Mesa Mesa=2mm Alma=5mm	166,98	166,99	**166,99**	**1° MODO**
	Alma e Mesa Mesa=2mm Alma=2mm	98,44	65,83	**94,61**	**7° MODO**

Observa-se, nesse sentido, que os resultados obtidos quando se utiliza simplesmente o primeiro modo de flambagem permitem a percepção de que esses são inferiores aos encontrados quando se utilizam modos de flambagem superiores. Há que se destacar, nessa perspectiva, que para o caso em que apenas a espessura das mesas é reduzida, o primeiro modo apresenta-se como sendo flambagem lateral e, portanto, não há necessidade da utilização de modos superiores para esse caso.

Tabela 5.6 – Resultados obtidos para o perfil de alma e mesa reduzidas através da metodologia MH_Tens utilizando diferentes modos de flambagem

MH_Tens - Perfil com Alma e Mesa Reduzidas						
Modos	**Frc (N)**	**σ_e (Pa)**	**λ_0**	**χ**	**σ_{rd} (Pa)**	**N_{rd} (kN)**
1º	75.065	94.779.040	1,624	0,332	83.121.218	**65,83**
2º	75.687	95.564.394	1,617	0,335	83.809.973	**66,38**
3º	82.019	103.559.343	1,554	0,363	90.821.544	**71,93**
4º	83.222	105.078.283	1,542	0,369	92.153.654	**72,99**
5º	93.986	118.669.192	1,451	0,414	103.513.523	**81,98**
6º	98.962	124.952.020	1,414	0,433	108.206.213	**85,70**
7º	112.210	141.679.293	1,328	0,478	119.451.267	**94,61**
8º	117.600	148.484.848	1,298	0,494	123.563.946	**97,86**
9º	136.340	172.146.465	1,205	0,545	136.131.381	**107,82**
10º	151.640	191.464.646	1,143	0,579	144.741.537	**114,64**
11º	171.020	215.934.343	1,076	0,616	153.988.873	**121,96**
12º	171.660	216.742.424	1,074	0,617	154.267.331	**122,18**
13º	175.280	221.313.131	1,063	0,623	155.813.158	**123,40**
14º	179.140	226.186.869	1,051	0,630	157.408.645	**124,67**
15º	180.070	227.361.111	1,049	0,631	157.785.184	**124,97**

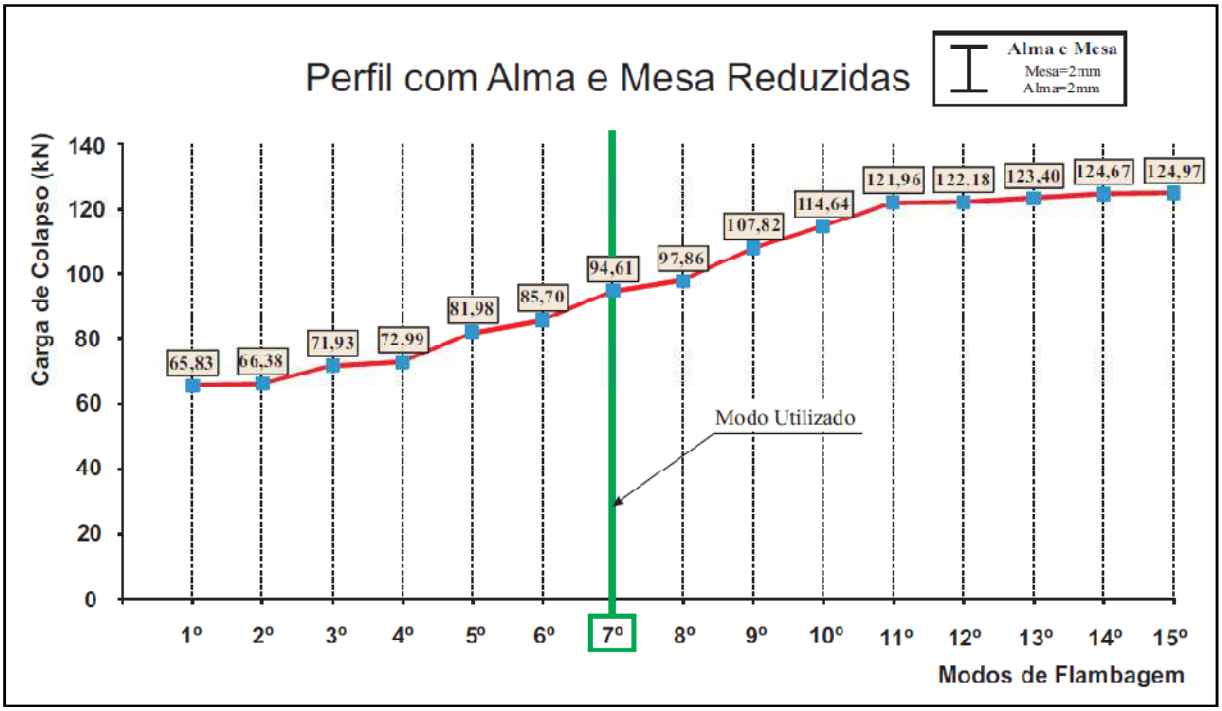


Figura 5.18 – Gráfico carga de colapso para diferentes modos de flambagem

Para realizar um estudo de comportamento da força resistente, em função dos diferentes modos de flambagem, foram realizados os cálculos para a carga resistente do perfil com alma e mesa de espessura 2 mm, utilizando para tanto o valor de carga crítica referente

aos quinze primeiros modos de flambagem. A Tabela 5.6 apresenta os resultados obtidos para este estudo, com os quais foi possível obter um gráfico, relacionando a carga resistente obtida com o respectivo modo de flambagem, conforme evidencia a Figura 5.18.

5.2.3 Aplicação da metodologia MA_solic1

Para os cálculos realizados através da metodologia MA_solic1, foram seguidos os procedimentos de verificação apresentados na norma ABNT NBR8800. Com esses cálculos, pretende-se encontrar o valor da força axial resistente da seção transversal das colunas, sendo o coeficiente de ponderação γ_{a1} considerado como unitário[11].

Como as colunas aqui estudadas apresentam flambagem local, faz-se necessário o cálculo do coeficiente Q para as chapas componentes dos perfis. Para o cálculo de tal coeficiente, utilizam-se os procedimentos descritos no anexo F da já citada norma. O procedimento para determinar o coeficiente Q, para um perfil do tipo I, divide-se na determinação de um coeficiente Q_a, para a alma, e na determinação de um coeficiente Q_s, para as mesas do perfil. Quando se determina o coeficiente Q_s (referente à flambagem local da mesa), a norma apresenta um processo que diferencia perfis soldados de perfis laminados, apresentando diferenças nos cálculos. Como as colunas aqui analisadas são para fins de estudo, foram realizados tanto os cálculos considerando os perfis como sendo soldados, quanto considerando os perfis como sendo laminados.

A Tabela 5.7 apresenta os valores dos coeficientes Q calculados para os modelos estudados. Aqui podemos perceber que, para o caso em que apenas a alma do perfil tem sua espessura reduzida, os valores são os mesmos, isso se deve ao fato de que a diferença no procedimento dos cálculos se dá na determinação do coeficiente Q_s, referente à flambagem local da mesa.

Mesmo para o caso com a mesa reduzida a 2 mm, a diferença entre os valores não é grande. Percebe-se, contudo, que a grande diferença entre os resultados está presente no modelo com espessura reduzida tanto da alma quanto da mesa, no qual ocorre uma interação entre os coeficientes Q_s e Q_a, produzindo para esse modelo um coeficiente Q muito mais baixo para o caso de o perfil ser soldado.

---

[11]Mais detalhes sobre esta metodologia podem ser encontrados no capítulo 4.

Tabela 5.7 – Coeficiente Q

Cálculo do Coeficiente Q							
Modelo		Perfil Laminado			Perfil Soldado		
		Qs	Qa	Q	Qs	Qa	Q
	Alma Mesa=5mm Alma=2mm	1,000	0,866	**0,866**	1,000	0,866	**0,866**
	Mesa Mesa=2mm Alma=5mm	0,794	1,000	**0,794**	0,732	1,000	**0,732**
	Alma e Mesa Mesa=2mm Alma=2mm	0,774	0,752	**0,582**	0,480	0,752	**0,361**

Os resultados obtidos com a aplicação dessa metodologia podem ser visualizados na Tabela 5.8, sendo os valores posteriormente discutidos. A Tabela 5.8 apresenta os valores obtidos tanto para o caso de perfis soldados quando para o caso de perfis laminados.

5.2.4 Resultados e discussões – Aplicação II

Quanto à aplicação do método MH_Tens, podemos concluir que o processo para a determinação do σ_e, utilizando modos superiores de flambagem, apresentou valores bem próximos aos encontrados pelo método MEF, ficando claro, mais uma vez, que utilizar o primeiro modo de flambagem, quando este apresenta flambagem local sem interação com instabilidade global, levará a valores muito conservadores para a carga de colapso de peças estruturais.

O item 5.5.2.3 da NBR8800 não é claro quanto ao procedimento para o cálculo do σ_e, fazendo com que sejam necessários mais estudos a seu respeito.

Através dos resultados apresentados, é possível observar que, para o caso em que não ocorre flambagem local na mesa (com a mesa permanecendo com 5 mm), os valores obtidos pelo método MA_Solic1 são equivalentes, tanto para o caso de o perfil ser laminado ou soldado, sendo esses valores coerentes, quanto quando comparados com os valores obtidos pelos métodos MEF e MH_Tens. Mesmo para o caso em que ocorre apenas flambagem local na mesa (caso em que a alma permanece com 5 mm de espessura), os valores obtidos para perfis soldados e laminados apresentam uma leve diferença.

Tabela 5.8 – Resultados - Aplicação - II

(valores em kN)		Métodos Empregados			
Perfil		MEF	MH_Tens	MA_Solic1 (Laminado)	MA_Solic1 (soldado)
	Alma Mesa=5mm Alma=2mm	228,65	253,12	233,08	233,29
	Mesa Mesa=2mm Alma=5mm	166,98	166,93	156,18	150,47
	Alma e Mesa Mesa=2mm Alma=2mm	98,44	94,61	90,98	62,15

Quando existe um efeito de flambagem local, tanto na mesa quanto na alma do perfil (caso em que mesa e alma têm suas espessuras de 2mm), o coeficiente Q será dado pela multiplicação dos coeficientes Q_a e Q_s, produzindo valores significativamente diferentes quando os perfis são laminados ou soldados. Os valores obtidos para um perfil laminado são semelhantes aos valores obtidos pelos outros métodos, e os valores obtidos quando o perfil é soldado são significativamente menores.

Pode-se concluir, dessa forma, que os modelos de elementos finitos utilizados para as análises produziram valores próximos aos obtidos pelos métodos MA_Solic1 e MH_Tens.

5.3 Aplicação III – Avaliação da resistência ao cisalhamento de vigas LSB

As vigas LSB (LiteSteelBeam) foram recentemente desenvolvidas na Austrália pela empresa australiana OneSteelAustralian Tube Mills (OATM). São vigas constituídas por perfis formados a frio, fabricadas a partir de uma única chapa de aço com alta resistência, utilizando, para sua fabricação, processos de dobramento e solda contínua.

As vigas LSB são comumente utilizadas como vigas no piso dos pavimentos em edifícios. Uma prática comum é incluir aberturas na alma das vigas de modo a permitir passagem de tubulações e a realização de serviços durante a construção.

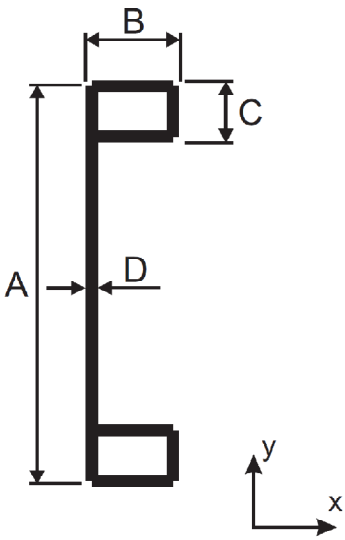
A força de cisalhamento das vigas LSB é consideravelmente reduzida quando existe a presença de aberturas em sua alma. Poucos estudos foram realizados nesse aspecto e, em função disso, Keerthan e Mahendran (2011) realizaram estudos experimentais envolvendo 26 corpos de prova, com intuito de determinar a resistência ao cisalhamento desse tipo de viga

com a presença de aberturas na alma, além de comparar os resultados com os procedimentos atuais de verificação para perfis formados a frio e outras metodologias.

Nesta seção, serão realizadas simulações empregando o modelo de elementos finitos (MEF) utilizados neste trabalho, além de aplicar a metodologia híbrida MH_Tens para efetuar a determinação da resistência ao cisalhamento das vigas LSB, com e sem aberturas na alma.

Os efeitos provocados pelas aberturas na alma dos perfis podem ser negligenciados com relação à flexão, uma vez que as aberturas são normalmente efetuadas no centro da alma (linha neutra), contudo esses efeitos não podem ser desconsiderados quanto ao cisalhamento. A utilização de aberturas na alma de uma viga reduz significativamente a sua resistência ao esforço cortante, devido à redução da área da alma do perfil.

Tabela 5.9 – Propriedades geométricas perfis LSB

Perfil - LSB	Propriedades Geométricas			
	**Prop.**	**LSB 200x45x1,6**	**LSB 200x60x2**	**Unidade**
	Área	0,624	0,910	(10^{-3}) m^2
	Ix	3,670	5,500	(10^{-6}) m^4
	Iy	0,150	0,408	(10^{-6}) m^4
	J	0,039	0,117	(10^{-6}) m^4
	rx	0,077	0,078	m
	ry	0,016	0,021	m
	Dimensões Nominais			
	A	200	200	mm
	B	45	60	mm
	C	15	20	mm
	D	1,6	2	mm

O objetivo dessa aplicação é avaliar os procedimentos realizados utilizando o MEF, comparando os resultados com valores obtidos experimentalmente e também avaliar a possibilidade da utilização do método MH_Tens na determinação da resistência ao cisalhamento de perfis prismáticos com aberturas. Será efetuada, também, uma comparação entre os valores aqui obtidos e os valores obtidos através da norma Australiana e Neozelandesa AS/NZ 4600 (AS/NZ 2005), além dos valores obtidos com a aplicação das regras de projeto descritas em Shan et al. (1997) e McMahon et al. (2008), que também estão apresentados no artigo de Keerthan e Mahendran (2011).

Serão analisados dois perfis, LSB200x60x2,0 e LSB200x45x1,6, para os quais serão utilizados quatro modelos, o primeiro sem abertura na alma e os demais apresentando três diâmetros de abertura 60, 102 e 127 mm. Essas medidas são padronizadas pela empresa OneSteelAustralian Tube Mills. A Tabela 5.9 apresenta as propriedades geométricas de cada um dos perfis aqui estudados.

5.3.1 Modelo de elementos finitos

Para a realização das simulações das vigas LSB, mais uma vez recorreu-se aos modelos de casca construídos utilizando o *software* Ansys. Foram realizadas análises não lineares para as vigas LSB200x60x2 e LSB200x45x1,6, com aberturas de 60, 102 e 127 mm, além de realizar análises sem a presença de aberturas na alma.

Os modelos foram construídos utilizando o elemento de casca Shell181, sendo que as não linearidades físicas foram incorporadas com a mesma relação constitutiva utilizada para a análise das colunas das aplicações I e II. Um diferencial das análises realizadas nessa aplicação está nas não linearidades geométricas, uma vez que as análises em questão apresentam condições de carregamento que levarão a estrutura à instabilidade geométrica e não foram incorporadas nas análises as imperfeições geométricas iniciais. Dessa forma, são consideradas como não linearidades geométricas apenas as grandes deformações.

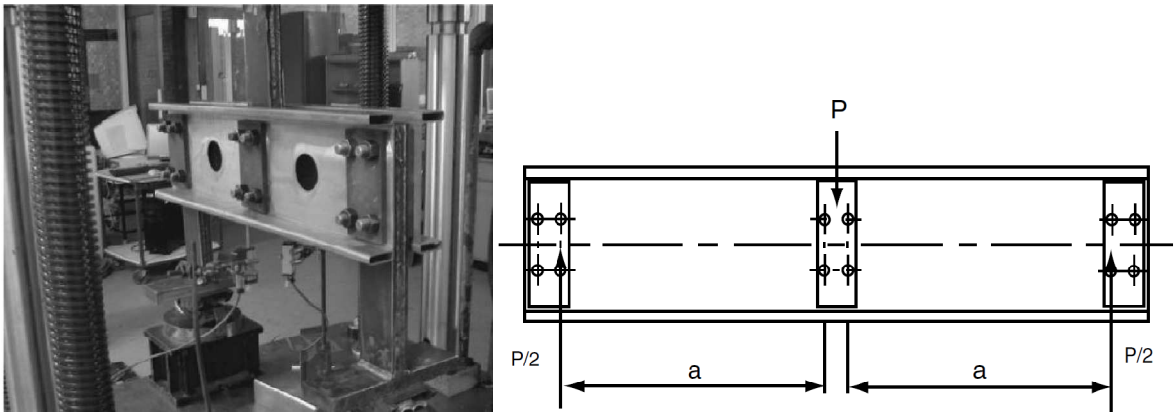


Figura 5.19 – Detalhes do experimento realizado (Fonte: Keerthan; Mahendran, 2011)

As condições de contorno da análise foram modeladas com base nos ensaios experimentais realizados por Keerthan e Mahendran (2011), de maneira a caracterizar com a máxima perfeição os efeitos proporcionados nos experimentos. Os ensaios experimentais foram realizados para investigar o comportamento ao cisalhamento das seções LSB, sendo

então realizada uma série de ensaios de cisalhamento, com vigas LSB simplesmente apoiadas sujeitas a uma carga no meio vão.

Duas seções LSB foram aparafusadas no sentido alma-alma formando um perfil composto, utilizando para esse fim, três reforços em forma de T e três placas laterais (enrijecedores transversais), fixando-as com o uso de parafusos, um conjunto em cada ponto de apoio e um no ponto de carregamento. Dessa maneira, pretendeu-se eliminar qualquer efeito torcional das seções, a distância entre os perfis é de 30 mm. Para induzir que as vigas colapsem por cisalhamento, os corpos de prova são relativamente curtos, sendo o seu comprimento definido com a multiplicação da altura da alma por um fator de 1,5. A Figura 5.19 apresenta detalhes do experimento realizado.

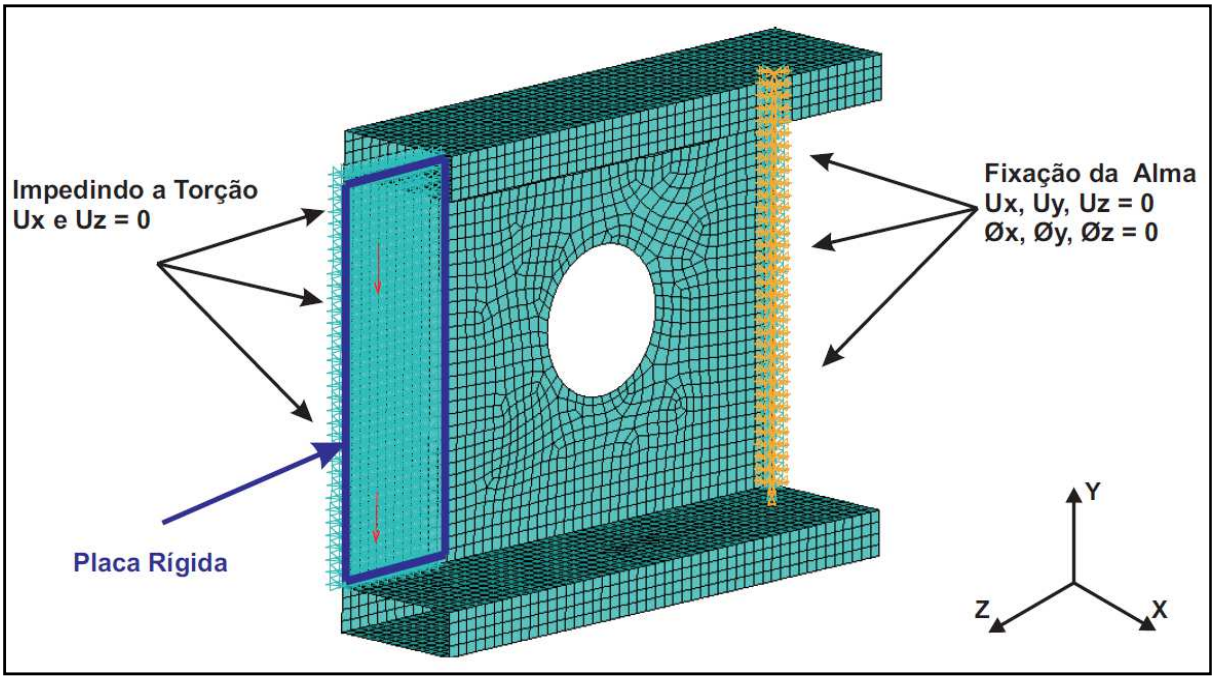
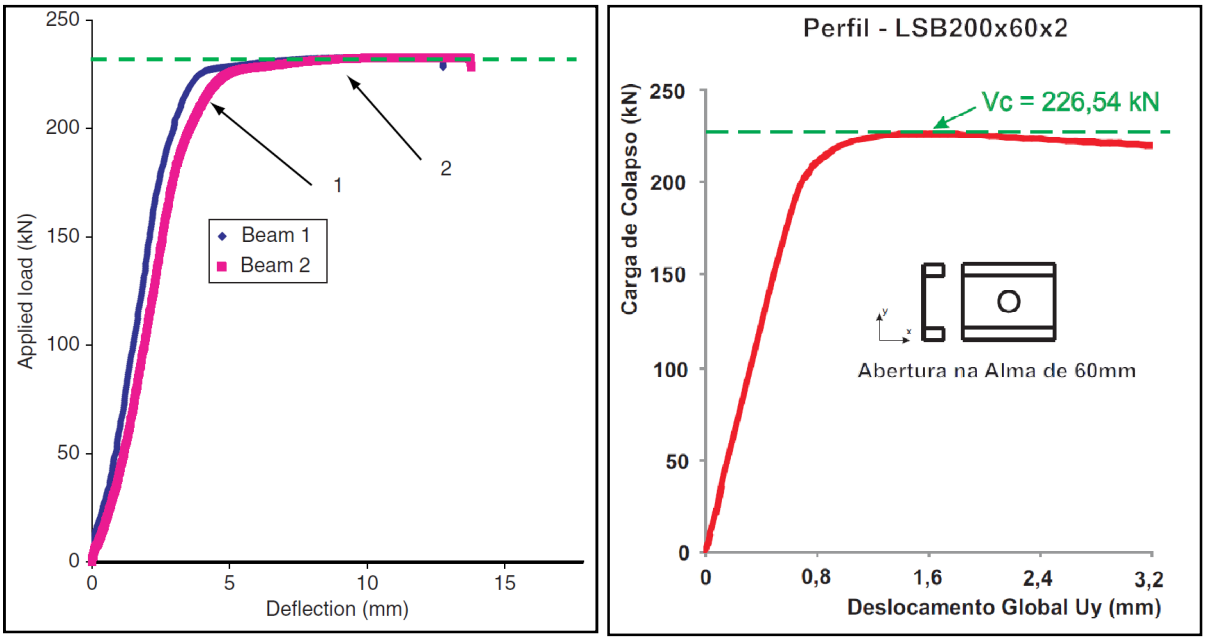


Figura 5.20 – Detalhes do modelamento em elementos finitos

Para a construção dos modelos, foram aproveitadas as condições de simetria da viga, portanto o modelo construído representa a metade do vão da viga. Para não modelar o perfil composto (duas seções montadas alma-alma), foram introduzidas restrições nos nós das placas rígidas (enrijecedores transversais), impedido qualquer efeito torcional na seção, da mesma forma que no experimento realizado, assim reduzindo o esforço computacional. A Figura 5.20 apresenta com detalhes o modelo em elementos finitos com as condições de carregamento e fixação adotadas.

Como resultado das análises, foi possível obter a resistência ao cisalhamento das vigas simuladas. Foram obtidos também os gráficos que relacionam deslocamento (deslocamento Uy) com carga de colapso. Os deslocamentos foram medidos em um nó posicionado no centro da placa rígida modelada no meio da viga.

A Figura 5.21 mostra que os valores obtidos para a carga de colapso por cisalhamento, obtidos pela simulação realizada, foram muito próximos aos valores encontrados pela análise experimental realizada por Keerthan e Mahendran (2011).



a) Resultado experimental Vc=233,2 kN b) Resultado numérico Vc=226,54kN

Figura 5.21 – Comparação das curvas de resposta estrutural para o perfil LSBV200x60x2 com abertura na alma de 60mm a) curva obtida por Keerthan e Mahendran (2011) (Fonte: Keerthan e Mahendran, 2011); b) curva obtida pelo método MEF

Contudo, os resultados em termos da curva de deslocamento Uy *vs* carga aplicada são muito diferentes. Para justificar essas diferenças, observando os resultados experimentais, é possível verificar que há uma mudança da declividade da curva para níveis baixos de carga, devido, provavelmente, ao acomodamento dos apoios; esse efeito não foi levado em conta no modelo de elementos finitos. A Figura 5.22 e a Figura 5.23 apresentam as curvas obtidas para todas as oito simulações realizadas.

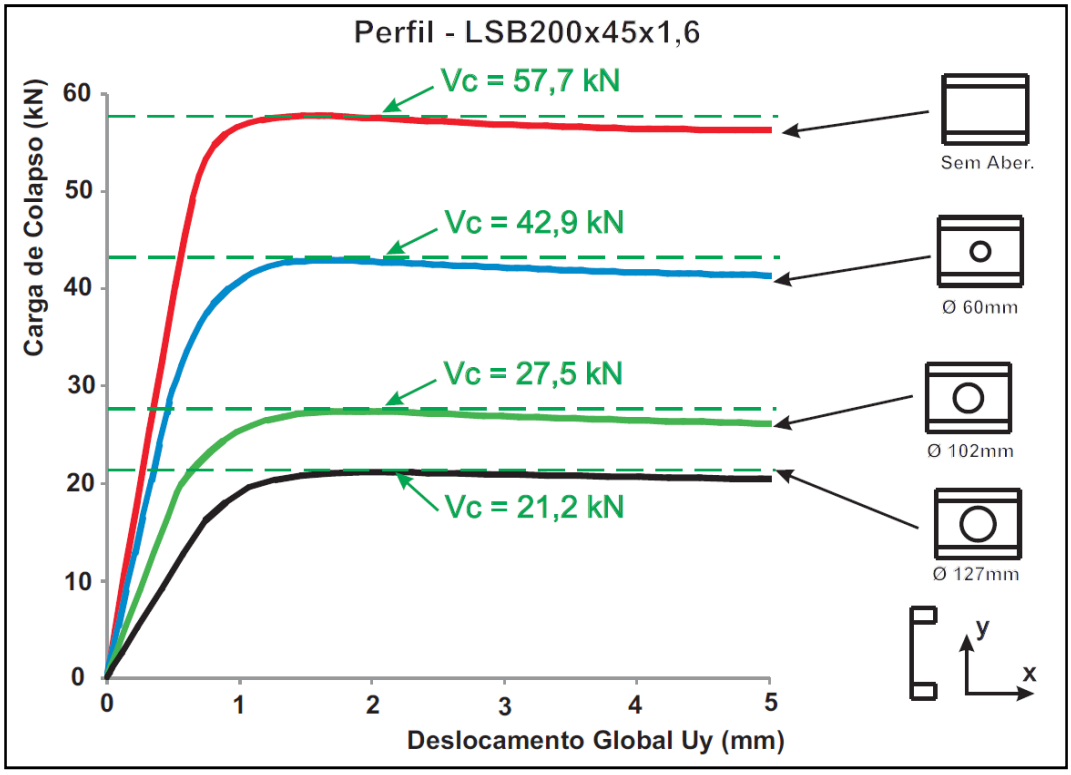


Figura 5.22 – Resposta estrutural para as vigas LSB200x45x1,6

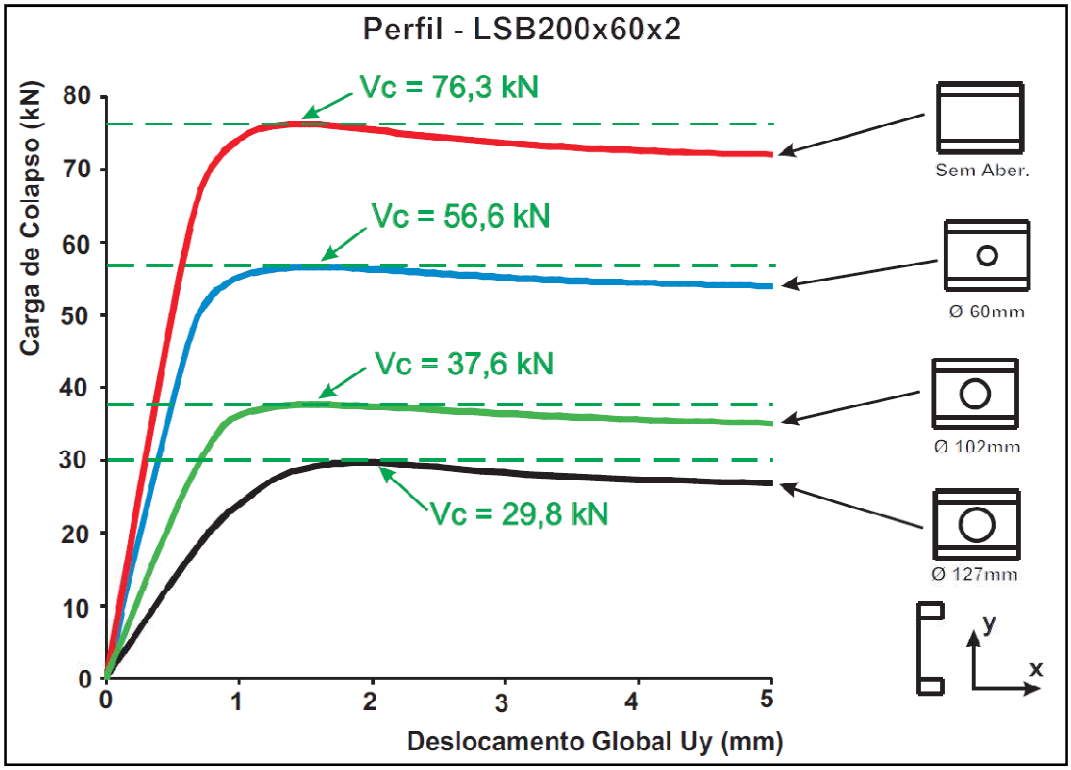
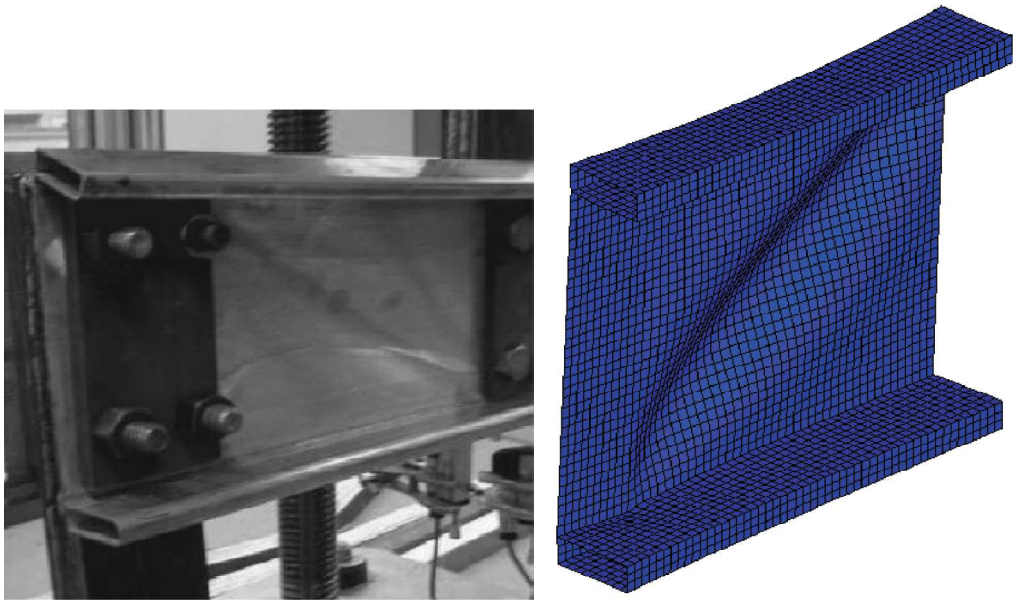
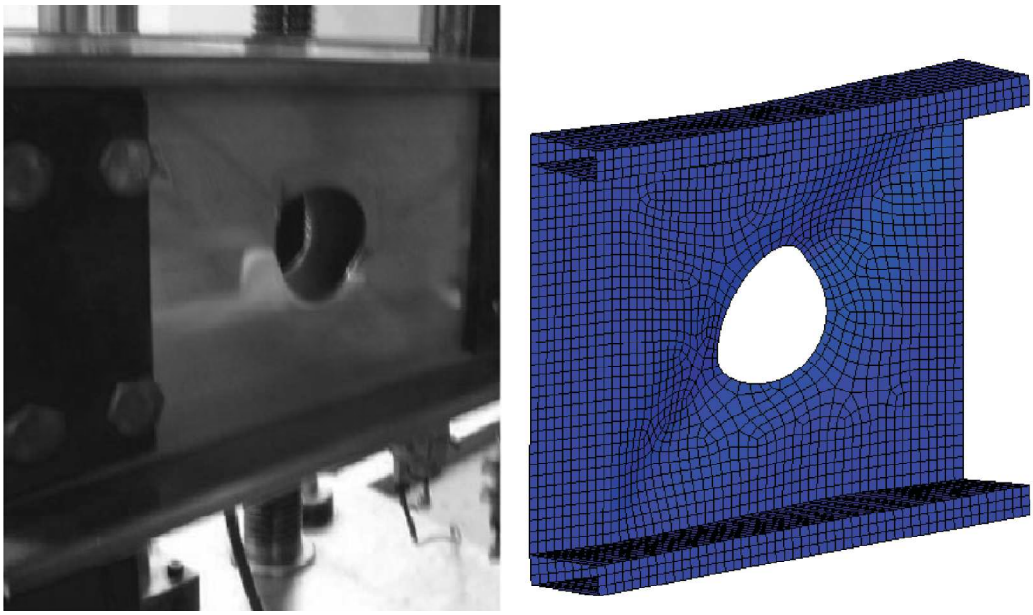


Figura 5.23 – Resposta estrutural para as vigas LSB200x60x2

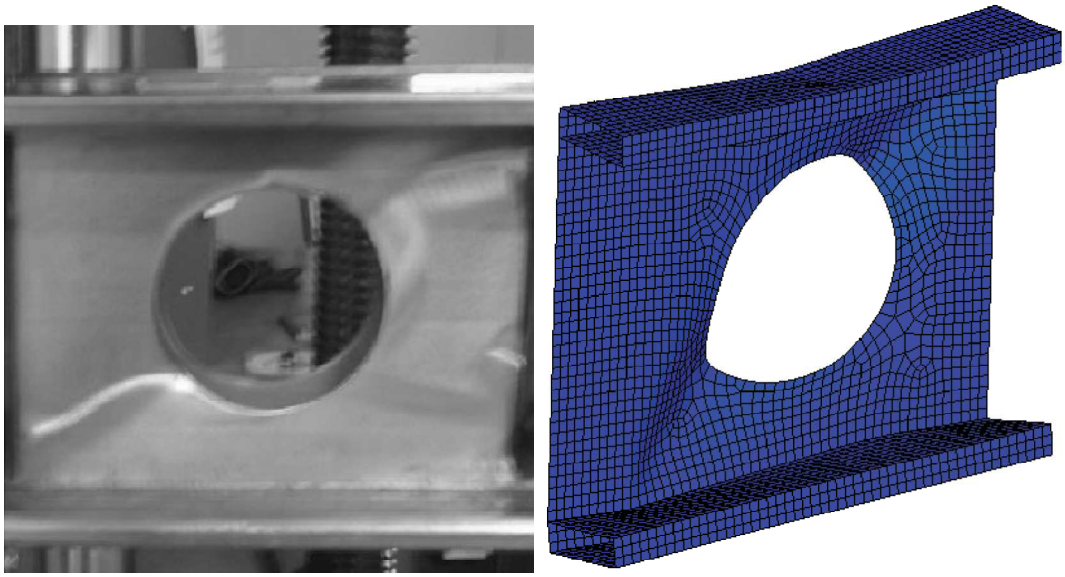
A Figura 5.24 apresenta a configuração final obtida através do método MEF ao lado das imagens apresentadas por Keerthan e Mahendran (2011), que foram apresentadas pelos ensaios experimentais para as vigas do perfil LSB200x45x1,6. Assim, é possível verificar, com a semelhança apresentada, a confiabilidade do modelo utilizado. A Tabela 5.12 e a Tabela 5.13 apresentam os resultados dessa aplicação.



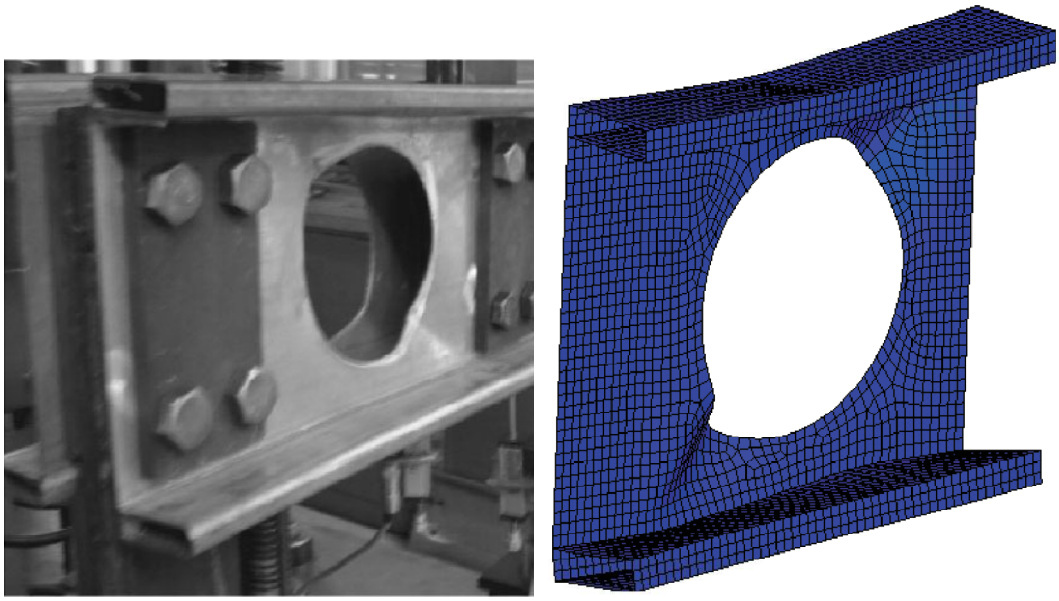
a) LSB 200x45x1,6 sem abertura na alma



b) LSB 200x45x1,6 com abertura de 60mm



c) LSB 200x45x1,6 com abertura de 102mm



d) LSB 200x45x1,6 Com Abertura de 127mm

Figura 5.24 – Resultados da análise experimental (Fonte: Keerthan; Mahendran, 2011) e da simulação numérica obtido para a Viga LSB 200x45x1,6; a) viga sem abertura; b) viga com abertura de 60mm; c) viga com abertura de 102mm; d) viga com abertura de 127mm.

5.3.2 Aplicação da metodologia MH_Tens

Aplicam-se aqui os procedimentos anteriormente descritos para o método MH_Tens. É necessária, para a aplicação desse método, a realização de uma análise de flambagem linear elástica, da mesma forma como realizado nas aplicações anteriores. Para tanto, foram

utilizadas as mesmas condições de carregamento e fixação adotadas na análise não linear, com a diferença de que agora está sendo realizada uma análise de flambagem linear elástica.

Nesse caso, o colapso esta relacionado à flambagem devido a tensões cortantes e, portanto, procedeu-se de acordo com o prescrito no subitem (d), do item 5.5.2.3, na NBR8800, o qual se refere aos estados-limites de instabilidade ou flambagem sob efeito de tensão de cisalhamento equação (A.2).

O procedimento adotado para a determinação do τ_e (tensão crítica elástica de cisalhamento) consiste em realizar uma análise por autovalores e obter um autovalor referente à carga crítica de flambagem. Posteriormente, realiza-se uma análise linear estática, utilizando carregamento unitário (mesmo carregamento da análise de flambagem), obtendo-se assim uma distribuição da tensão máxima de cisalhamento (critério de escoamento de Tresca), multiplicando-se o autovalor anteriormente obtido (valor da carga crítica) pelo respectivo valor de tensão cisalhante máxima apresentado na viga. A Figura 5.25, apresenta de forma esquemática o procedimento aqui explicado, para o modelo de viga LSB200x45x1,6 com abertura na alma de 60mm.

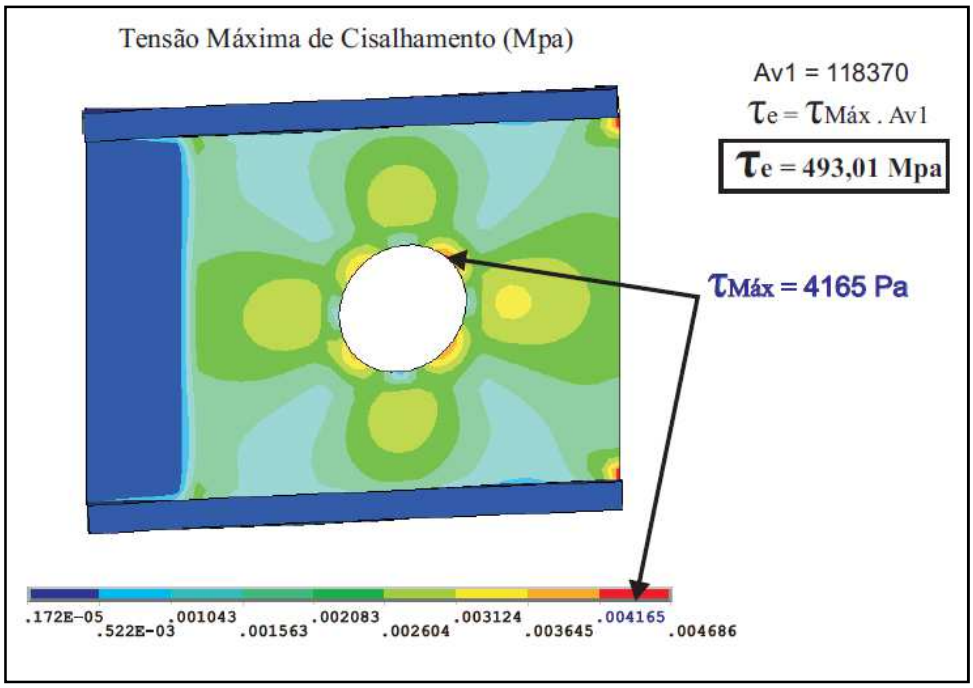


Figura 5.25 – Determinação do τ_e Viga LSB200x45x1,6 com Abertura na Alma de 60mm

Após o cálculo da tensão τ_{rd}, obtido através da aplicação da equação (A.2), utilizou-se a área da alma para calcular a carga de colapso por cisalhamento V_{rd}. Para os casos com

aberturas na alma, foi descontado o diâmetro das aberturas no cálculo da área da alma, considerado, assim, a perda de resistência do perfil devido à redução da área resistente ao cisalhamento. Os cálculos efetuados através do método MH_Tens estão apresentados na Tabela 5.10 e na Tabela 5.11. Os resultados obtidos para a solicitação V_{rd} de todos os modelos aqui estudados estão apresentados na Tabela 5.12 e na Tabela 5.13.

Tabela 5.10 – Metodologia MH_Tens para a viga LSB200x45x1,6

MH_Tens (LSB200x45x1,6)								
Modelo	Av1 (auto valor)	τ (Pa) Tresca	τe (Pa)	λo	χ	τsd (Pa) Tensão Resistente	Aw (m²) (Área da Alma)	Vrd (kN) Força Resistente
S/ Abert.	195.690	1.865	364.961.850	0,8621	0,7326	198.738.087	2,73E-04	**54,27**
60mm	118.370	4.165	493.011.050	0,7418	0,7943	215.462.494	1,76E-04	**38,02**
102mm	83.118	6.157	511.757.526	0,7280	0,8010	217.287.806	1,09E-04	**23,65**
127mm	73.052	8.474	619.042.648	0,6620	0,8324	225.805.056	6,86E-05	**15,49**

Tabela 5.11 – Metodologia MH_Tens para a viga LSB200x60x2

MH_Tens (LSB200x60x2								
Modelo	Av1 (auto valor)	τ (Pa) Tresca	τe (Pa)	λo	χ	τsd (Pa) Tensão Resistente	Aw (m²) (Área da Alma)	Vrd (kN) Força Resistente
S/ Abert.	412.240	2.195	904.866.800	0,5404	0,8849	233.838.882	3,15E-04	**73.706**
60mm	242.530	2.925	709.400.250	0,6103	0,8556	226.094.853	1,97E-04	**44.541**
102mm	170.320	5.160	878.851.200	0,5483	0,8818	232.994.359	1,14E-04	**26.622**
127mm	155.720	7.127	1.109.816.440	0,4879	0,9052	239.176.959	6,50E-05	**15.549**

5.3.3 Resultados e discussões – Aplicação III

As tabelas Tabela 5.12 e Tabela 5.13 apresentam os valores obtidos para a força resistente de cisalhamento dos modelos formados pelas seções LSB200x45x1,6 e LSB200x60x2. Foram utilizados os métodos MEF e MH_Tens, os quais são comparados com os resultados experimentais obtidos por Keerthan e Mahendran (2011).

Ainda em Keerthan e Mahendran (2011), são apresentados resultados obtidos através das especificações da norma australiana e neozelandesa AS/NZ 4600 2005, além de resultados obtidos pela aplicação das equações de projeto apresentadas por McMahonet al. (2008) e por Shan et al. (1997), os quais propuseram equações de projeto com base em ensaios experimentais, nas quais determina-se a utilização de fatores de redução para a resistência ao cisalhamento em vigas com abertura na alma.

Os resultados permitem a conclusão de que os valores obtidos com o procedimento de verificação proposto pela norma AS/NZ 4600 (2005) são conservadores, exceto para o caso da viga LSB200x45x1,6, com abertura na alma de 102mm. As equações de projeto propostas por McMahonet al. (2008) apresentaram valores superiores aos encontrados nos ensaios

experimentais. As equações de projeto proposta por Shan et al. (1997) são conservadoras para os casos de vigas com aberturas na alma.

Tabela 5.12 – Resultados viga LSB200x45x1,6

Resistência ao Cisalhamento (Valores em kN)							
Modelo		Métodos Utilizados		Keerthan e Mahendran (2011)			
		MEF	MH_Tens	Análise Experimental	McMahon et al. (2008)	AS/NZS 4600 (2005)	Shan et al. (1997)
200x45x1,6	S/ Abertura	56,1	54,3	54,2	54,2	54,2	54,2
	60mm	41,0	38,0	41,4	NA	39,6	23,3
	102mm	25,8	23,6	29,1	37,9	30,4	12,6
	127mm	20,0	15,5	22,2	33,9	NA	9,5
	Valores Normalizados em Função dos Valores Experimentais						
	S/ Abertura	1,035	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000
	60mm	0,991	0,918	1,000	NA	0,957	0,563
	102mm	0,888	0,813	1,000	1,302	1,045	0,433
	127mm	0,900	0,698	1,000	1,527	NA	0,428
	Erro dos Valores em Relação aos Resultados Experimentais						
	S/ Abertura	3,535%	0,123%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	60mm	-0,949%	-8,165%	0,000%	#VALOR!	-4,348%	-43,720%
	102mm	-11,238%	-18,733%	0,000%	30,241%	4,467%	-56,701%
	127mm	-10,006%	-30,238%	0,000%	52,703%	#VALOR!	-57,207%

Tabela 5.13 – Resultados viga LSB200x60x2

Resistência ao Cisalhamento (Valores em kN)							
Modelo		Métodos Utilizados		Keerthan e Mahendran (2011)			
		MEF	MH_Tens	Análise Experimental	McMahon et al. (2008)	AS/NZS 4600 (2005)	Shan et al. (1997)
200x60x2	S/ Abertura	74,3	73,7	74,0	74,0	74,0	74,0
	60mm	54,4	44,5	58,3	NA	40,9	23,6
	102mm	35,3	26,6	43,1	50,4	30,6	16,0
	127mm	27,5	15,5	37,0	44,6	NA	11,8
	Valores Normalizados em Função dos Valores Experimentais						
	S/ Abertura	1,004	0,996	1,000	1,000	1,000	1,000
	60mm	0,933	0,764	1,000	NA	0,702	0,405
	102mm	0,818	0,618	1,000	1,169	0,710	0,371
	127mm	0,744	0,420	1,000	1,205	NA	0,319
	Erro dos Valores em Relação aos Resultados Experimentais						
	S/ Abertura	0,413%	-0,397%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	60mm	-6,716%	-23,601%	0,000%	#VALOR!	-29,846%	-59,520%
	102mm	-18,160%	-38,232%	0,000%	16,937%	-29,002%	-62,877%
	127mm	-25,595%	-57,976%	0,000%	20,541%	#VALOR!	-68,108%

Os valores obtidos pelas simulações realizadas com o MEF foram similares aos valores experimentais, quando comparados os resultados obtidos para os modelos sem abertura na alma. Esses resultados mostram que o modelo em elementos finitos utilizado é consistente.

Os valores obtidos pelo método MH_Tens para os casos de vigas sem aberturas na alma apresentaram-se satisfatórios quando comparados com os ensaios experimentais. Já para os modelos de vigas com abertura na alma, os resultados apresentaram-se conservadores, sendo que o erro em relação aos resultados experimentais cresce com o aumento do diâmetro da abertura circular. Observa-se, no entanto, que esses resultados são menos conservadores que os obtidos pelas equações de projeto propostas por Shan et al. (1997), sendo estes bem próximos aos valores apresentados pela norma AS/NZ 4600 (2005).

A divergência nos valores obtidos pode ser explicada pelo fato de que o método MH_Tens se baseia na aplicação do prescrito no item 5.5.2.3 da NBR8800:2008 na qual admite-se a execução de aberturas circulares apenas nas almas de vigas biapoiadas, prismáticas, com seção em forma de I. Faltam, portanto, informações para calcular os efeitos de aberturas na alma de diferentes tipos de perfis.

Outro ponto a ser destacado é o procedimento de determinação do τ_e, não está claramente definido na norma NBR8800:2008 o que pode gerar diferenças nos resultados. Foi utilizado, para os cálculos dessa aplicação, o primeiro modo de flambagem como valor de carga crítica, mas esse critério poderia ser discutido.

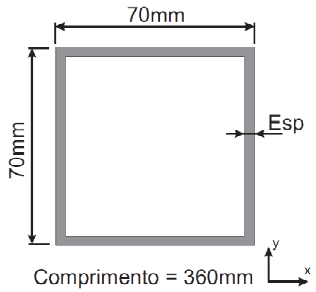
Como trabalhos futuros para esta aplicação, sugere-se realizar os cálculos da força cortante resistente das vigas LSBs, utilizando o método da largura efetiva (MLF).

5.4 Aplicação IV – Análise de perfis caixão submetidos à flexão pura

O problema estudado nesta seção consiste em uma viga engastada livre formada por um perfil caixão, sob o qual se aplica um momento fletor no extremo livre. Essa condição de carregamento se baseia na mesma condição, a ser empregada no modelo apresentado na aplicação V, a qual se refere à análise de uma embarcação. O perfil escolhido para as análises foi um perfil BOX 70x70 com comprimento de 360 mm.

Para a complementação deste estudo, será realizada a análise desse mesmo perfil, empregando quatro espessuras diferentes, mantendo as demais medidas constantes. Esse artifício será utilizado no intuito de apresentar um estudo de sensibilidade dos métodos aqui empregados à variação do parâmetro de esbeltez. Na Tabela 5.14 são apresentadas as propriedades geométricas dos modelos estudados. O material utilizado para os modelos é o aço, com as propriedades já apresentadas.

Tabela 5.14 – Propriedades geométricas perfil caixão

Perfil Caixão	Propriedades Geométricas					
	**Propriedade**	**A**	**B**	**C**	**D**	**Unidade**
	Esp	**0,60**	**1,20**	**2,00**	**2,50**	**mm**
	Area	0,1651	0,3245	0,5280	0,6500	(10^{-3}) m^2
	Ixx =Iyy	0,1320	0,2538	0,4011	0,5133	(10^{-6}) m^4
	J	0,2005	0,3908	0,6289	0,7689	(10^{-6}) m^4
	r	0,0283	0,0280	0,0276	0,0273	m
	Z	4,335	8,521	13,876	17,094	(10^{-6}) m^3
	W	3,820	7,446	11,989	14,665	(10^{-6}) m^3

A Figura 5.26 apresenta um esquema da viga analisada, no qual podem ser observados os detalhes de fixação e do carregamento utilizados.

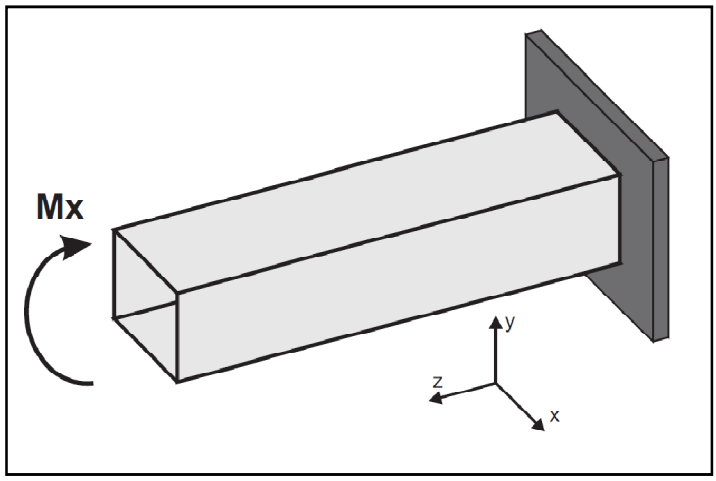


Figura 5.26 – Esquema perfil caixão

Como a viga está sob flexão pura e, portanto, há um efeito de compressão na mesa superior e um efeito de tração na mesa inferior, é esperado que ocorra o fenômeno de flambagem local na mesa superior da seção caixão. Por essa razão, não foram realizadas análises utilizando o *software* Mastan2, uma vez que esse não é eficaz na análise de flambagem local.

5.4.1 Modelo de elementos finitos empregando o sistema Ansys

Para a realização das análises dos perfis caixão utilizando o MEF, foi utilizado um procedimento semelhante ao empregado nas aplicações anteriores, utilizando, portanto, o

mesmo elemento para a construção dos modelos (Shell181). Para essa aplicação foram realizadas análises de flambagem linear elástica e análises não lineares.

Uma particularidade do modelamento dessa aplicação foi a necessidade da utilização de uma técnica conhecida como MPC, “Multi Point Constraint”, que permitiu a aplicação de momento fletor em uma das extremidades do perfil, como se existisse uma placa rígida soldada em sua face. Esse artifício é utilizado para que se possam aplicar momentos e rotações nos perfis que foram modelados com elementos de casca, produzindo o mesmo carregamento que teríamos caso aplicássemos um momento em peças modeladas com elementos de barras ou vigas. Essa técnica e a maneira como ela é empregada pelo *software* Ansys foram descritas com mais detalhes anteriormente.

***(i)* Análise de flambagem linear elástica:** primeiramente, realizou-se uma análise de flambagem linear elástica. O objetivo aqui é encontrar um valor de momento crítico de flambagem para cada um dos modelos, de maneira que represente o início de sua instabilidade. A Figura 5.27 ilustra a construção do modelo aqui analisado, e a Figura 5.28 apresenta os resultados obtidos com essa análise para os quatro modelos estudados, apresentando, também, deformação obtida para o primeiro modo de flambagem.

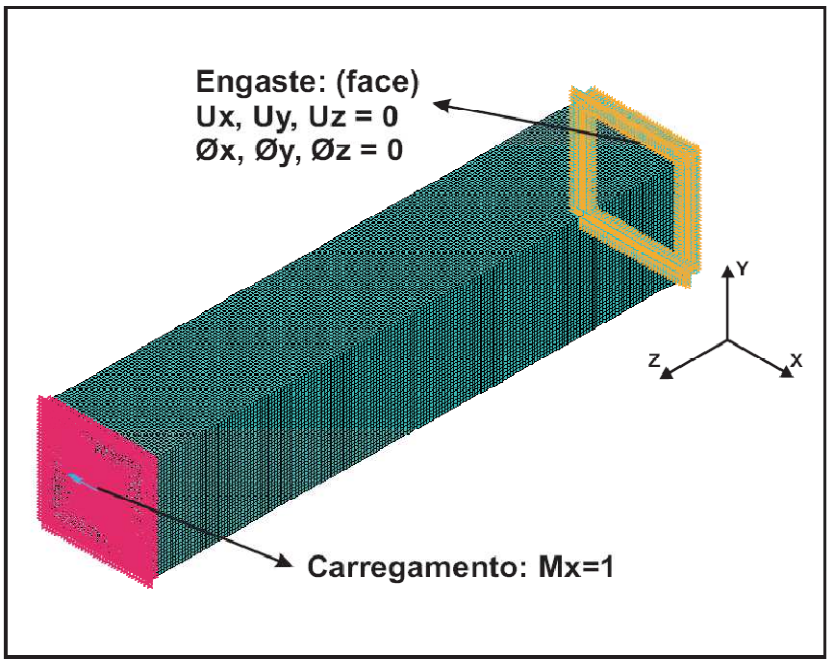


Figura 5.27 – Modelamento perfil caixão no sistema Ansys

Como o esperado, o resultado da análise apresentou flambagem local na chapa superior do perfil, a qual está sob compressão, mais uma vez justificando a não utilização dos modelos aplicados com o *software* Mastan2.

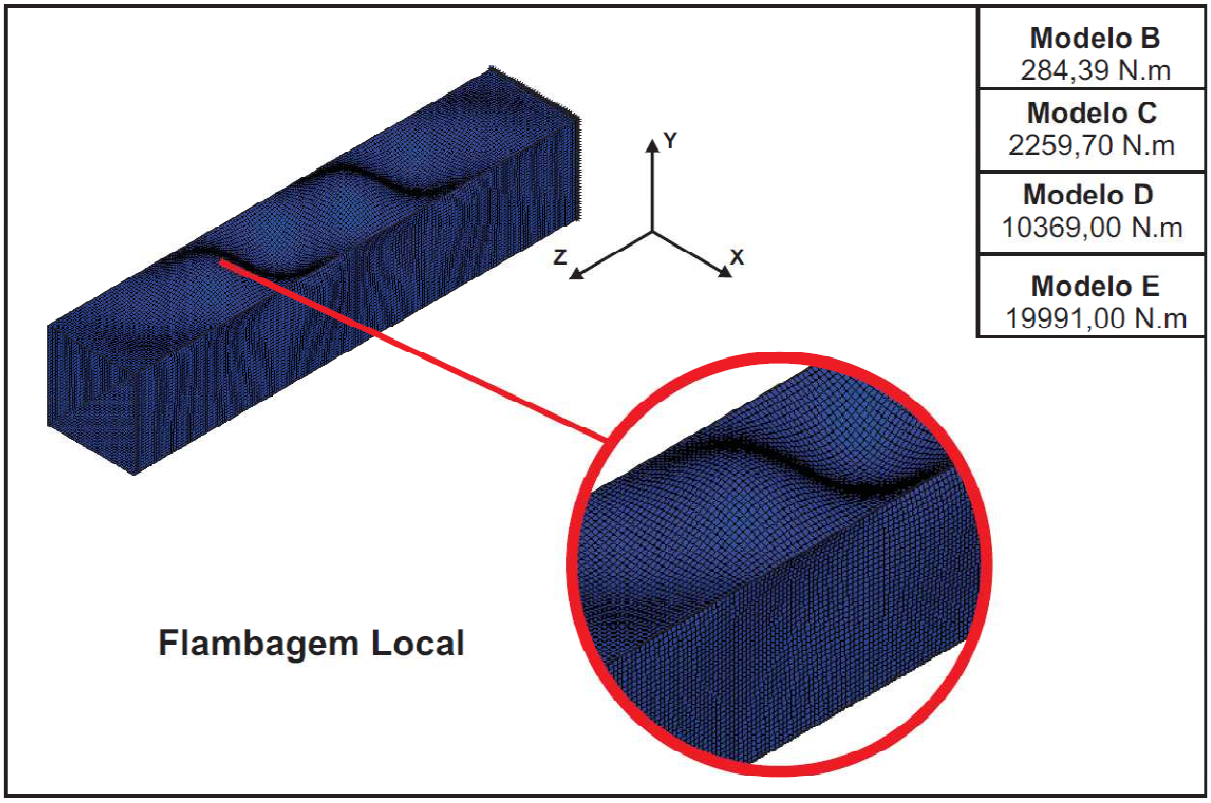


Figura 5.28 – Resultados análise linear

***(i)* Análise não linear física e geométrica:** para a realização dessa simulação, é utilizado o mesmo modelo da análise linear elástica, ou seja, têm-se as mesmas condições de contorno, mesma malha e mesmo tipo de elemento. Foi elaborada uma análise não linear física e geométrica, considerando grandes deformações e plastificação, permitindo a determinação do momento de colapso das vigas analisadas. Mais uma vez não serão incorporadas as imperfeições geométricas iniciais nas simulações, em função de que, da mesma forma que nas análises da aplicação III, as condições de carregamento apresentadas para essas análises provocarão a instabilidade geométrica das vigas.

Foi aplicado como carregamento para essas simulações “rotação prescrita” no nó central da seção transversal do perfil, reduzindo o tempo necessário para realizar as simulações. Aplicando carga prescrita, o tempo necessário para as simulações era maior e problemas de convergência produziram a inviabilidade de algumas das análises. Obteve-se,

então, através da reação resultante no nó central, o valor de momento de colapso dos modelos. A Figura 5.29 apresenta os resultados obtidos para cada um dos modelos, bem como sua configuração final.

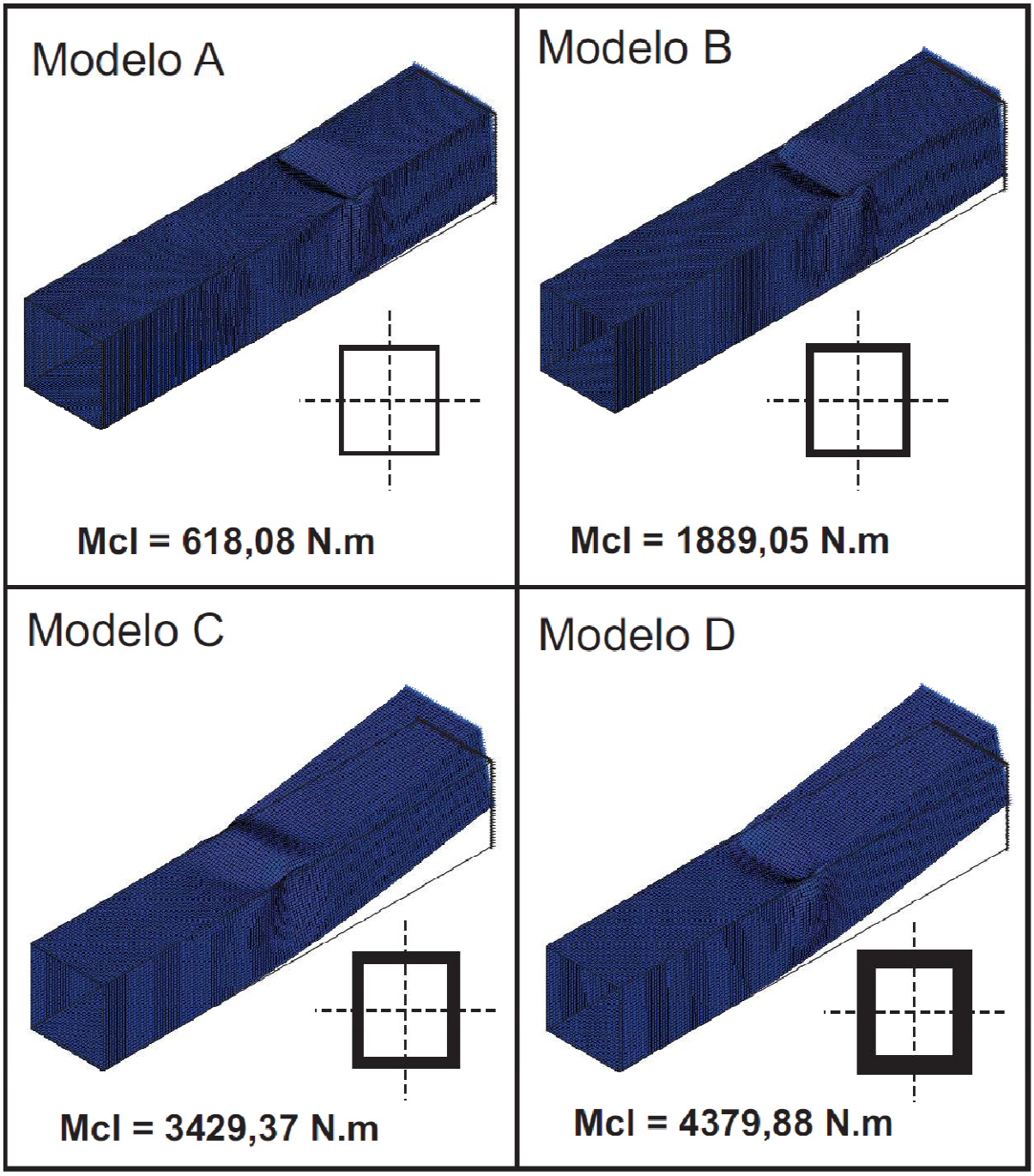


Figura 5.29 – Resultados MEF não linear

Como resultado dessas simulações, é possível obter, para cada modelo, um gráfico típico, relacionando momento de colapso com a rotação do nó de aplicação de carga, assim, é

determinado o momento de colapso atingido em cada caso. Esses gráficos podem ser visualizados na Figura 5.30 até Figura 5.33.

Com base na Figura 5.30 é possível observar que, para o modelo A, o primeiro modo de flambagem apresenta um valor de momento crítico menor do que o valor do momento de colapso. O motivo da diferença entre os valores ser tão grande (três vezes) está no fato de esse perfil apresentar espessura muito fina, fazendo com que a flambagem local se apresente com um valor de momento muito baixo. A flambagem local não leva diretamente ao colapso, mas a outra configuração, em que a estrutura é menos rígida, mas que ainda sofre bastante deformação antes de atingir o colapso.

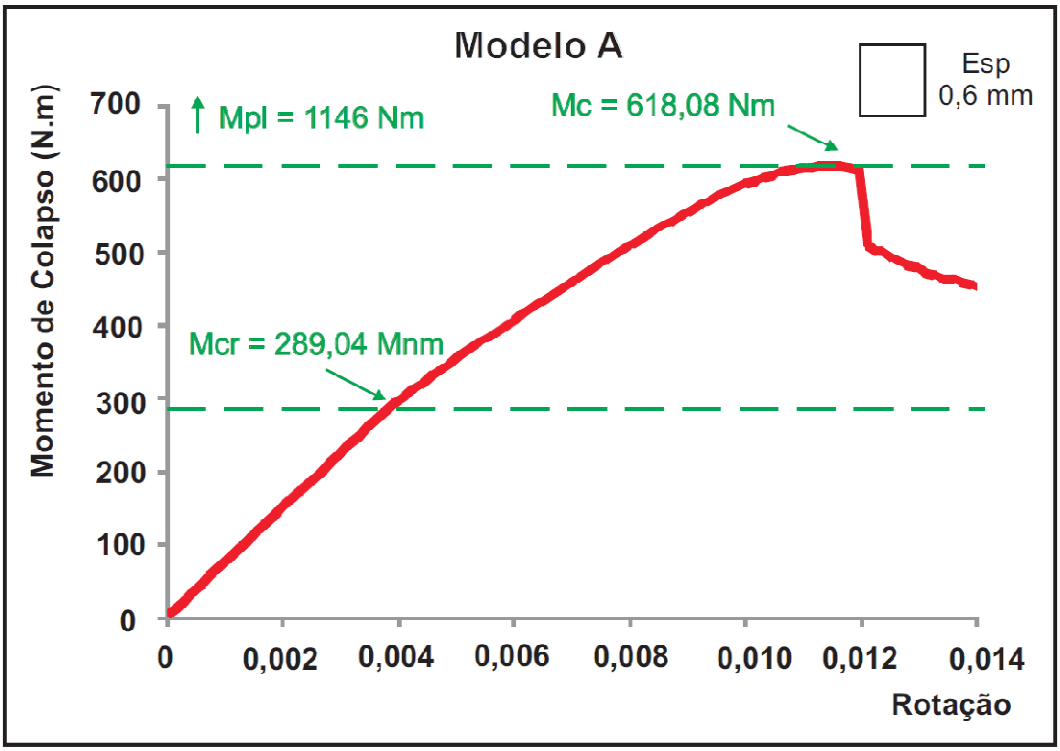


Figura 5.30 – Resposta estrutural da análise não linear modelo A

À medida que a espessura da parede do perfil é aumentada, os valores do momento crítico e do momento de colapso aproximam-se, como pode ser notado no modelo B, no qual os valores são bem mais próximos, sendo o momento crítico maior que o momento de colapso. No caso dos modelos C e D, que apresentam espessura maior, o valor do momento de colapso é muito inferior ao valor do momento crítico. Isso mostra que, para esses modelos, ocorre o colapso global antes que a estrutura sofra flambagem local.

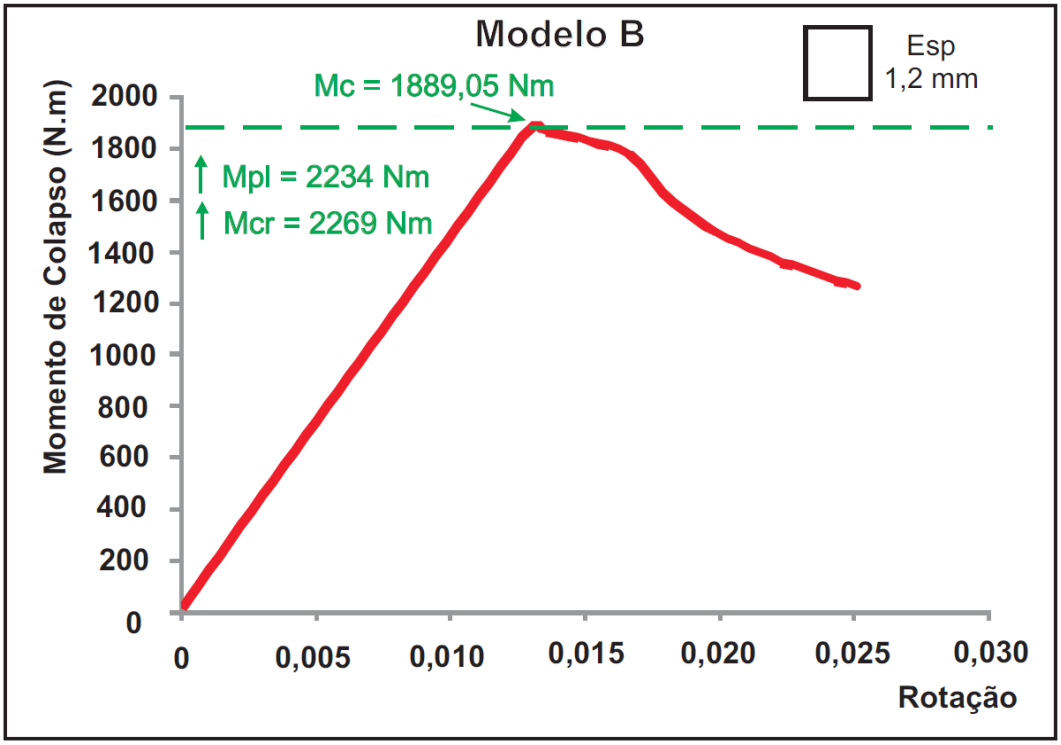


Figura 5.31 – Resposta estrutural da análise não linear modelo B

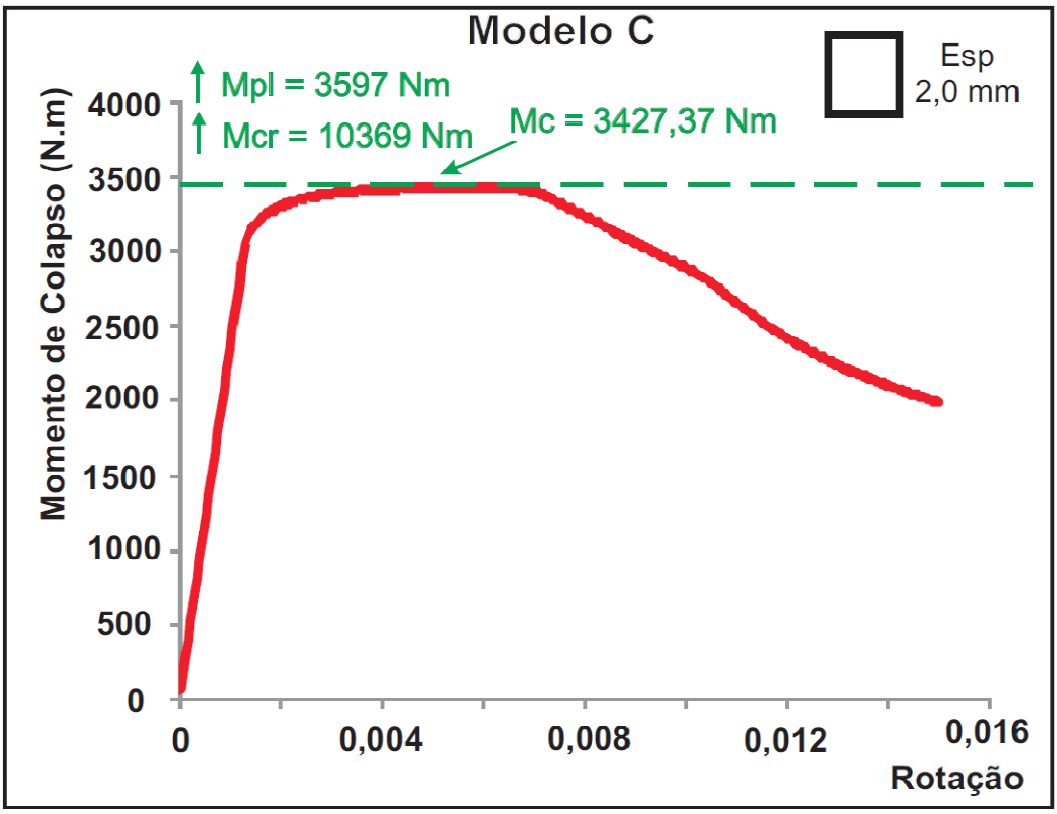


Figura 5.32 – Resposta estrutural da análise não linear modelo C

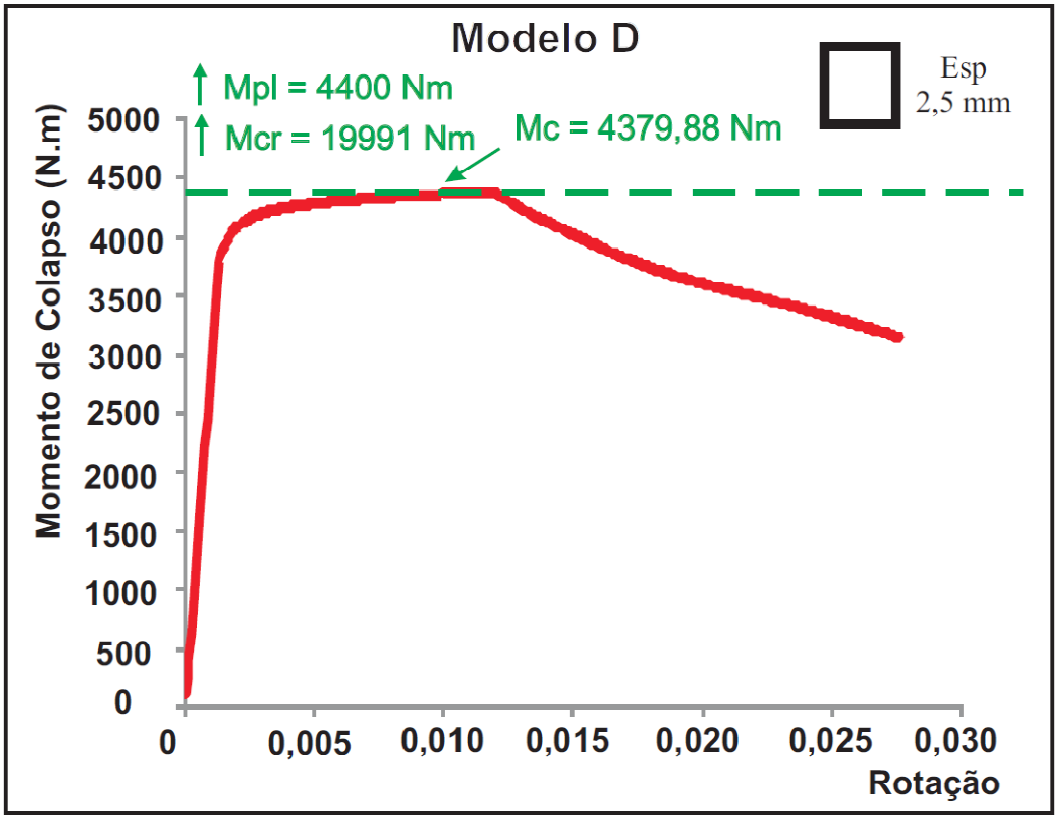


Figura 5.33 – Resposta estrutural da análise não linear modelo D

Ainda com relação aos gráficos de resposta estrutural, observa-se que, para o modelo A, no qual o momento de plastificação M_{pl} é muito superior ao momento de colapso M_c, o colapso ocorre devido à flambagem elástica. Já para os modelos C e D, em que os valores do M_{pl} e M_c são equivalentes, conclui-se que o colapso ocorre por plastificação. E, finalmente, para o modelo B, no qual o valor do M_c é inferior ao valor do M_{pl} e ao M_{cr}, o colapso ocorre por uma interação entre plastificação e flambagem elástica.

5.4.2 Aplicação da metodologia MA_Solic2

Nesta seção, são apresentados os resultados referentes ao momento fletor resistente de cálculo encontrados para os modelos estudados, obtidos através do método MA_Solic2, que é baseado nos procedimentos empregados na norma brasileira NBR14762.

Sendo assim, realizou-se o cálculo da largura efetiva dos elementos de cada um dos modelos, o que permitiu que fosse determinada seção efetiva, como o mostrado na Figura 5.34. A partir desta seção, é possível calcular as propriedades geométricas da “seção efetiva”.

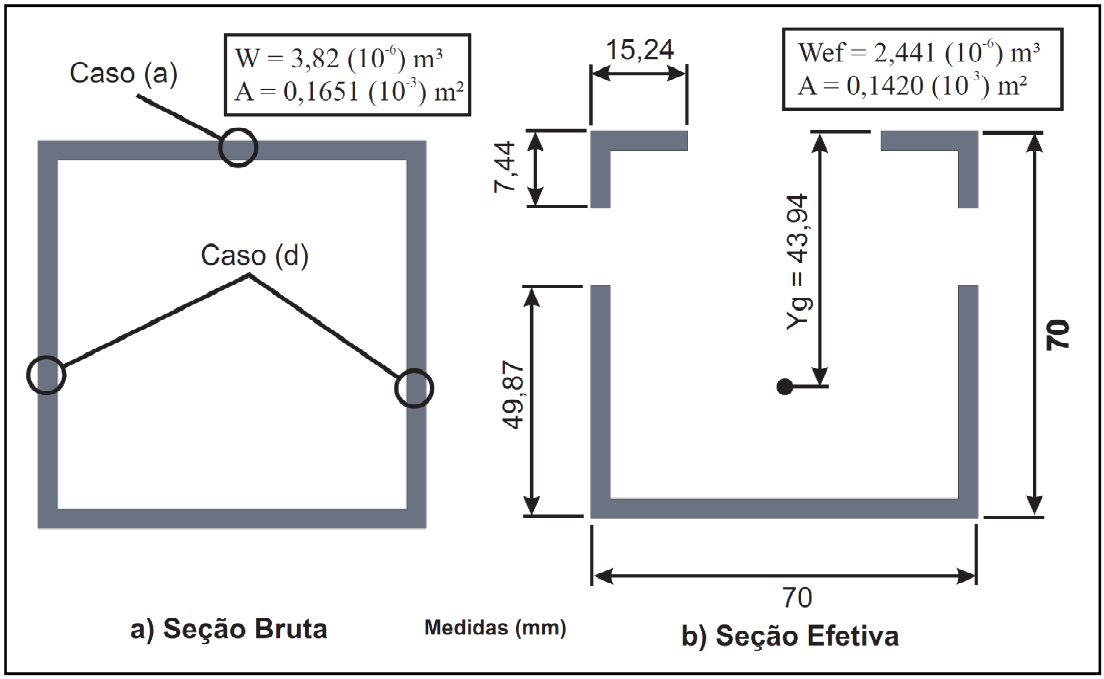


Figura 5.34 – a) seção bruta; b) seção efetiva

Procede-se, então, ao cálculo do módulo de resistência elástico da seção efetiva W_{ef} para cada um dos modelos. Na Tabela 5.15 estão registrados os valores encontrados para o W_{ef} obtidos através desses cálculos para os modelos estudados.

Tabela 5.15 – Tabela dos valores encontrados para W_{ef}

Modelo	W	W_{cf}	Unidade
A	3,820	2,441	(10^{-6}) m^3
B	7,446	6,258	(10^{-6}) m^3
C	11,989	11,461	(10^{-6}) m^3
D	14,665	13,850	(10^{-6}) m^3

De posse dos valores do W_{ef}, calculam-se, então, os valores do momento resistente referente ao início do escoamento. A seguir é apresentado o cálculo para o modelo A[12]. Os resultados obtidos para o momento fletor resistente dos modelos podem ser visualizados na Tabela 5.18.

[12]Os detalhes da aplicação dessa metodologia encontram-se no capítulo 4, com as especificações dos cálculos empregados.

$$M_{rd}^{PL} = \frac{2{,}441 \times 10^{-6} 250 \times 10^{-6}}{1} \Longrightarrow M_{rd}^{PL} = 607{,}44\ N.m$$

$$M_{rd} = 607{,}44\ N.m$$

5.4.3 Aplicação da metodologia MA_solic1

Nessa seção, realizaram-se os cálculos de verificação referentes aos procedimentos empregados na norma brasileira NBR8800. A partir desses cálculos, foi possível determinar os valores para o momento fletor resistente de cálculo referente aos modelos estudados.

Segundo o item 5.4.2, da norma NBR8800, que se refere ao momento fletor resistente de cálculo, deve ser aplicado para esses casos os anexos G e H da mesma norma.

A Figura 5.35 apresenta a relação entre os parâmetros de esbeltez, referente à plastificação λ_p e o parâmetro referente ao início do escoamento λ_r, com o momento fletor de plastificação. Através dos parâmetros de esbeltez obtidos, é possível visualizar em que patamar se encontra cada modelo.

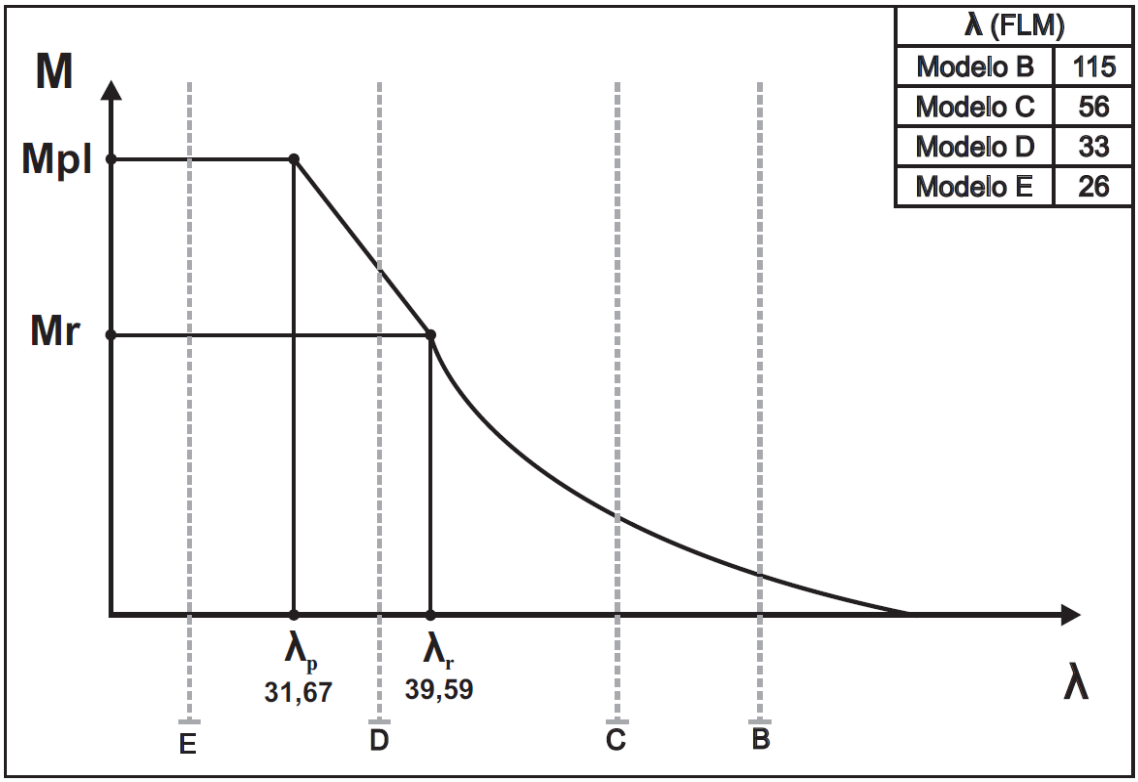


Figura 5.35 – Relação entre os índices de esbeltez

Os resultados obtidos para o momento fletor resistente dos modelos podem ser visualizados na Tabela 5.18[13].

5.4.4 Método da Resistência Direta (MRD)

Nesta seção, apresentam-se os valores encontrados para o momento fletor resistente de cálculo, obtidos através do método da resistência direta (MRD). Detalhes sobre a aplicação desse método estão registrados no capítulo 4.

Da Figura 5.36 até a Figura 5.39 são apresentadas as curvas obtidas com o *software* CUFSM, bem como os valores encontrados para o momento crítico de flambagem dos modelos analisados.

Pode-se observar que, pelo fato de se trabalhar com um perfil fechado, que possui o momento de inércia igual, para as duas direções da seção transversal, não ocorrerá flambagem distorcional, nem flambagem lateral com torção. A Tabela 5.18 apresenta os resultados obtidos para o momento resistente de cálculo dos modelos obtidos através do MRD.

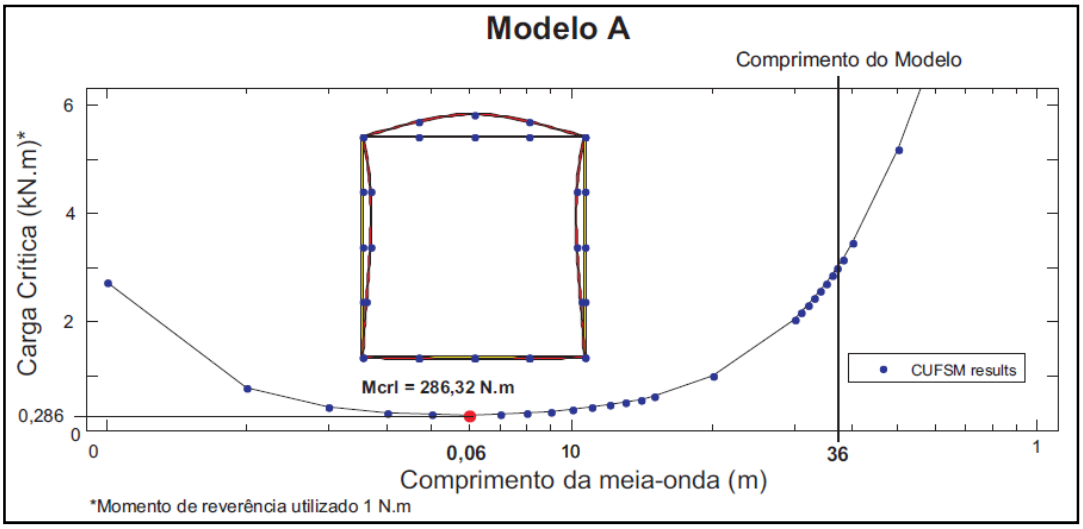


Figura 5.36 – Curva obtida através do *software* CUFSM para o Modelo A

[13] Os detalhes da aplicação desta metodologia encontram-se no capítulo 4 com as especificações dos cálculos empregados.

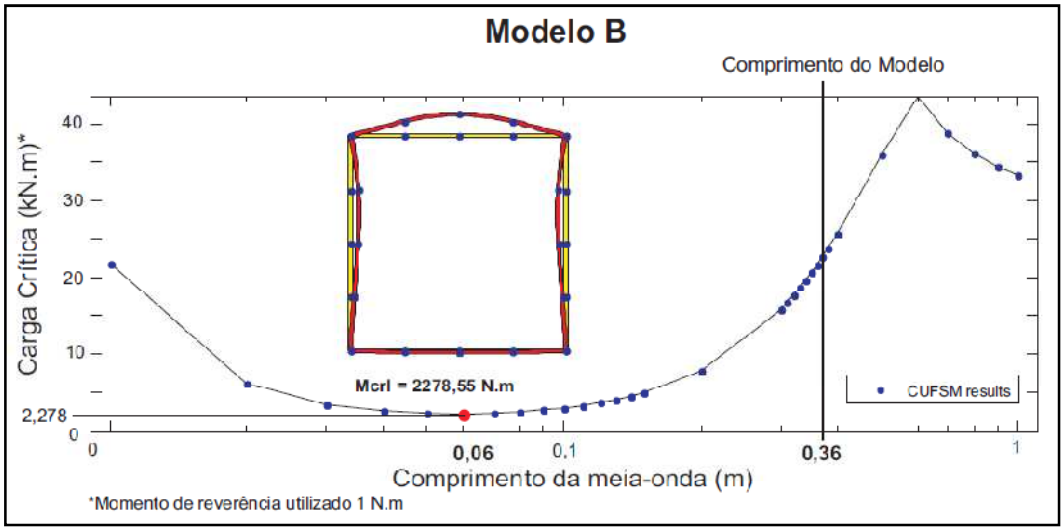


Figura 5.37 – Curva obtida através do *software* CUFSM para o modelo B

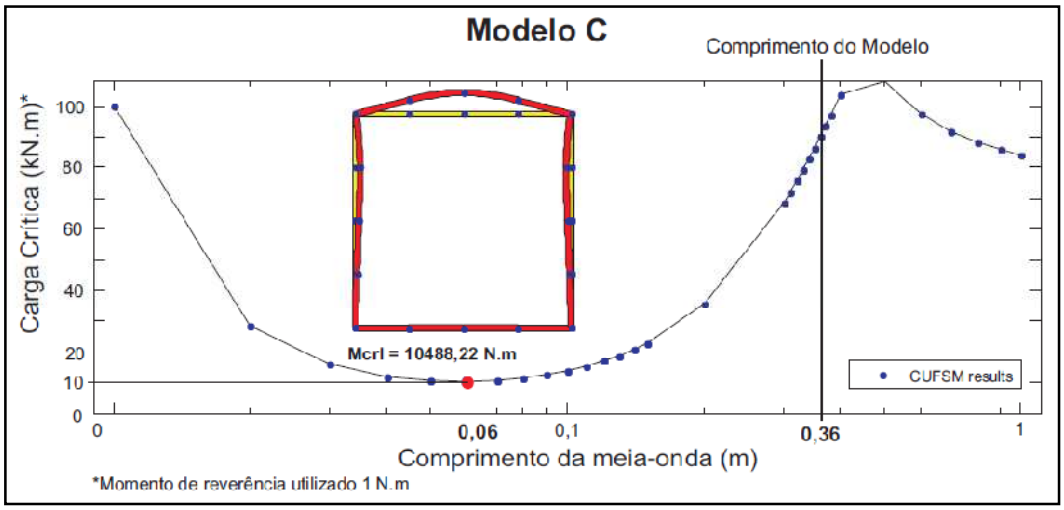


Figura 5.38 – Curva obtida através do *software* CUFSM para o modelo C

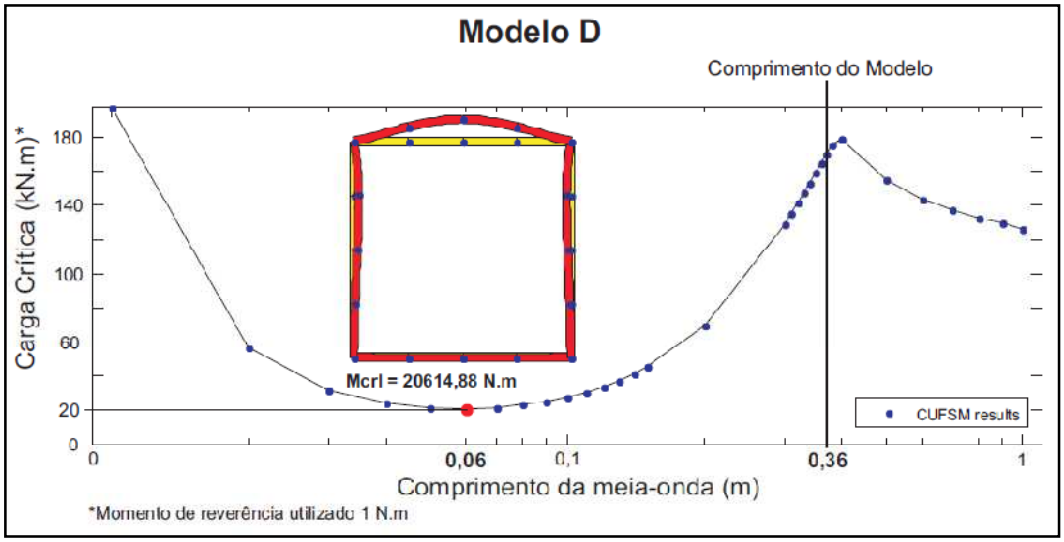


Figura 5.39 – Curva obtida através do *software* CUFSM para o modelo D

Após a obtenção da solução elástica linear apresentada nas figuras anteriores, torna-se possível, então, o cálculo dos modos críticos de flambagem da estrutura, bem como uma posterior classificação quanto à característica de cada modo (local, global ou distorcional).

Observa-se também o comportamento das cargas de flambagem em relação ao comprimento de meia onda da bolha de flambagem, sendo a carga crítica a menor carga que inicia uma dessas bolhas, de comprimento de meia onda menor que o comprimento total da peça (0,06 m no caso apresentado). Analisando a deformação obtida, é possível classificar o primeiro modo como sendo flambagem local.

$$M_{lim} = \frac{3{,}82 \times 10^{-6} 250 \times 10^{6}}{1} \;\Rightarrow\; M_{lim} = 955\ N.m$$

determinando o momento resistente nominal M_{nl}:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{M_{lim}}{M_{crl}}} = \sqrt{\frac{955}{286{,}32}} \gg \;\lambda_l = 1{,}826$$

onde M_{crl} determinado através do *software* CUFM.

Portanto: $\lambda_l > 0{,}776$ aplica-se à equação (4.3)

$$M_{nl} = \left[1 - 0{,}15\left(\frac{286{,}32}{955}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{286{,}32}{955}\right)^{0{,}4} 955 \;\Rightarrow\; M_{nl} = 535{,}16\ N.m$$

Como o modelo estudado não apresentou flambagem distorcional, por se tratar de um perfil fechado, esse valor não é calculado. Logo, é possível concluir que o modelo analisado apresenta o valor crítico por flambagem local, sendo o valor do momento fletor resistente de cálculo dado:

$$M_n = Menor(535{,}16\ N.m;\ 955 N.m) \;\Rightarrow\; M_{rd} = M_n = 535{,}16\ N.m$$

5.4.5 Aplicação da metodologia MH_Tens

Nessa seção, é aplicado o prescrito no item 5.5.2.3, da norma NBR8800, anteriormente apresentado neste trabalho. Esse item se aplica a elementos de seções quaisquer e será utilizado para calcular o valor da tensão resistente de cálculo dos modelos estudados.

Para o cálculo do índice de esbeltez reduzido são, mais uma vez, utilizados os valores de σ_e (tensão crítica elástica normal) fornecidos pela análise de flambagem linear elástica realizada com o *software* de elementos finitos Ansys. Aqui é importante salientar a diferença

nos valores encontrados para os índices de esbeltez reduzidos calculados para cada modelo. A Tabela 5.16 apresenta os valores de índice de esbeltez encontrado para os modelos estudados.

Tabela 5.16 – Índices de esbeltez reduzido

$\lambda_0 = \sqrt{\dfrac{f_y}{\sigma_{cr}}}$	$\lambda_0 > 1{,}5$:	$\chi = \dfrac{0{,}877}{{\lambda_0}^2}$	Modelo B	$\lambda_0 = 1{,}734$
			Modelo C	$\lambda_0 = 0{,}887$
	$\lambda_0 \leq 1{,}5$:	$\chi = 0{,}658^{{\lambda_0}^2}$	Modelo D	$\lambda_0 = 0{,}554$
			Modelo E	$\lambda_0 = 0{,}397$

Para a obtenção do σ_e, foi necessária a realização de uma análise estática linear elástica, realizada com o mesmo carregamento aplicado na análise de flambagem. Com essa análise, obteve-se uma distribuição de tensões ao longo do elemento, em que foi possível plotar a distribuição de tensões na direção Z. Como se obteve flambagem local na chapa superior do perfil, os valores de tensão utilizados foram os valores apresentados para esta região, que apresenta compressão. De posse desses valores, utilizou-se o autovalor obtido do primeiro modo de flambagem para encontrar o σ_e. A Figura 5.40 ilustra com detalhes o procedimento realizado para o cálculo da tensão crítica elástica normal σ_e. Com o valor da tensão normal crítica elástica, é possível calcular o índice de esbeltez reduzido.

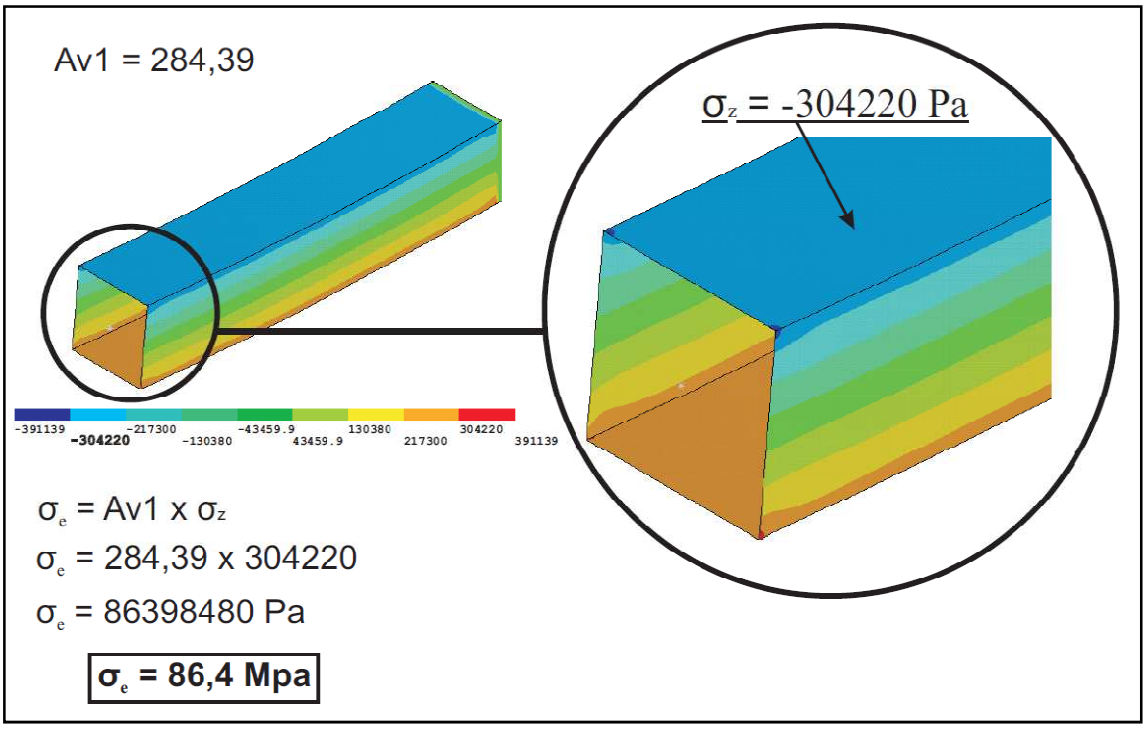


Figura 5.40 – Cálculo da tensão crítica elástica. AV1 e o autovalor do modo de flambagem que se deseja analisar, σ_z componente da tensão na direção do eixo z.

Determina-se, assim, o valor que representa a tensão resistente que os perfis suportam σ_{rd} como resultado da aplicação do carregamento empregado (momento fletor). Para se obter o valor do momento resistente, utiliza-se uma equação da resistência dos materiais que relaciona momento fletor, tensão normal e o módulo de resistência elástico da seção transversal (W), de acordo com a equação (5.4):

$$M_{rd} = \sigma_{rd}\, W \tag{5.4}$$

A Tabela 5.17 apresenta os cálculos realizados através do método MH_Tens. Para cada um dos modelos pode ser observado também o valor encontrado para o momento resistente de cálculo. Vale ressaltar aqui a influência que os índices de esbeltez dos modelos apresentam nos cálculos efetuados com a aplicação do MH_Tens.

Tabela 5.17 – Metodologia MH_Tens cálculos Aplicação IV

Cálculos - MH_Tens								
Modelo	Av1 (auto valor)	σ (Pa) Componente "z"	σe (Pa)	λo	χ	σsd (Pa) Tensão Resistente	W (m³) Módulo Resistência	Mrd (kNm) Momento Colapso
A	284	304.220	86.398.480	1,7010	0,3031	75.771.467	3,82E-06	**289,47**
B	2.259	163.863	370.166.517	0,8218	0,7538	188.440.790	7,45E-06	**1403,12**
C	10.369	103.188	1.069.956.372	0,4834	0,9068	226.708.441	1,20E-05	**2718,01**
D	19.991	84.222	1.683.672.007	0,3853	0,9397	234.935.845	1,47E-05	**3445,33**

5.4.6 Resultados e discussões – Aplicação IV

Tabela 5.18 – Resultados Aplicação IV

Modelo		Flambagem Linear Elástica	Momento de Colapso (Nm)				
			MEF	MA_Solic1	MH_Tens	MA_Solic2	MRD
A	Esp 0,6 mm	284,04	511,84	361,67	289,47	509,20	535,00
B	Esp 1,2 mm	2259,70	1624,02	1339,64	1403,12	1423,50	1689,16
C	Esp 2,0 mm	10369,00	3409,64	3270,80	2718,01	2604,57	2997,18
D	Esp 2,5 mm	19991,00	4328,70	4273,43	3445,33	3148,00	3666,25

A Tabela 5.18 apresenta os resultados obtidos para o momento de colapso dos modelos estudados, com a aplicação das metodologias aqui empregadas. Os valores obtidos também estão apresentados, graficamente, da Figura 5.41 até a Figura 5.44. É possível, assim, observar as diferenças que cada método apresentou.

Tabela 5.19 – Resultados comparativos aplicação IV

Modelo	Valores normalizados em relação ao MEF				
	MEF	MA_Solic1	MH_Tens	MA_Solic2	MRD
A	1,00	0,71	0,57	0,99	1,05
B	1,00	0,82	0,86	0,88	1,04
C	1,00	0,96	0,80	0,76	0,88
D	1,00	0,99	0,80	0,73	0,85
Modelo	Erro dos resultados em relação ao MEF %				
A	0,00%	-29,34%	-43,44%	-0,52%	4,52%
B	0,00%	-17,51%	-13,60%	-12,35%	4,01%
C	0,00%	-4,07%	-20,28%	-23,61%	-12,10%
D	0,00%	-1,28%	-20,41%	-27,28%	-15,30%

Para o modelo A, o momento crítico de flambagem elástica, obtido para o primeiro modo de flambagem do modelo, apresenta-se inferior aos valores obtidos pelos demais métodos. Isso ocorre porque esse modelo é muito esbelto (possui espessura de parede muito fina), sendo dominante, nesse caso, a flambagem local. Sendo assim, é possível concluir que o modelo em questão entra em colapso após sofrer a flambagem, ou seja, o modelo continua deformando após atingir a sua configuração referente à flambagem.

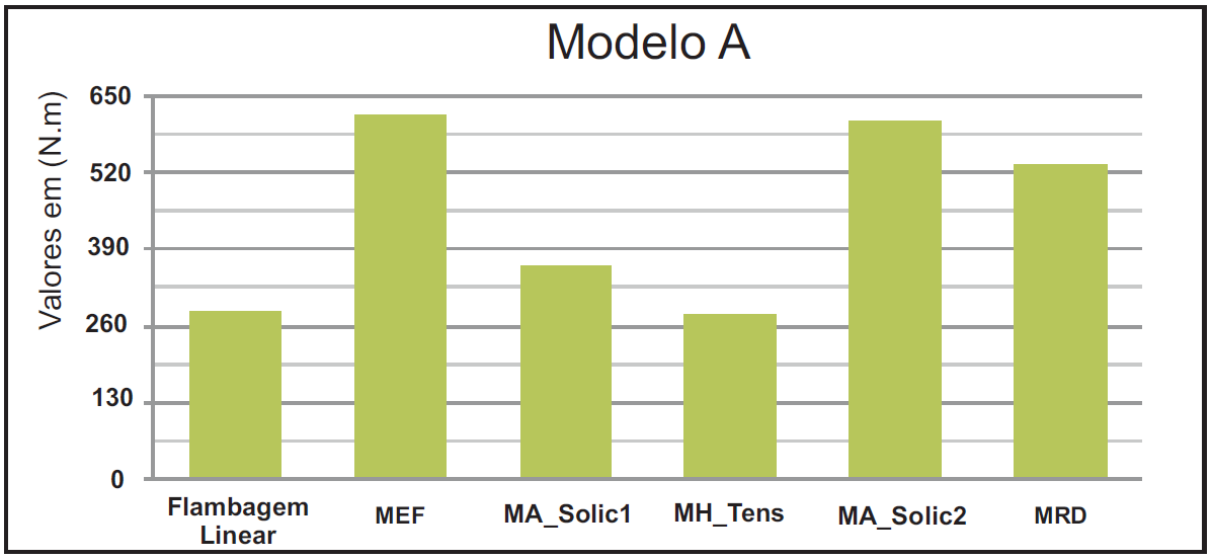


Figura 5.41 – Resultados modelo A

A aplicação da MH_Tens apresentou problemas para o modelo A. O valor encontrado por esse método ficou muito inferior ao encontrado pelos demais, principalmente quando comparado com os valores obtidos pelo método MEF. Isso se deve ao fato de que o σ_{cr}, é calculado a partir da análise de flambagem linear elástica, a qual está apresentando valores muito baixos para o momento crítico e, como o comentado anteriormente, não está diretamente vinculada ao colapso global da estrutura. A flambagem local faz com que o elemento analisado perca rigidez, mas o elemento transformado por flambagem local vai colapsar por alguma outra forma de colapso ou plastificação, ou ainda, por alguma outra forma de instabilidade. O MRD apresentou bons resultados para todos os modelos.

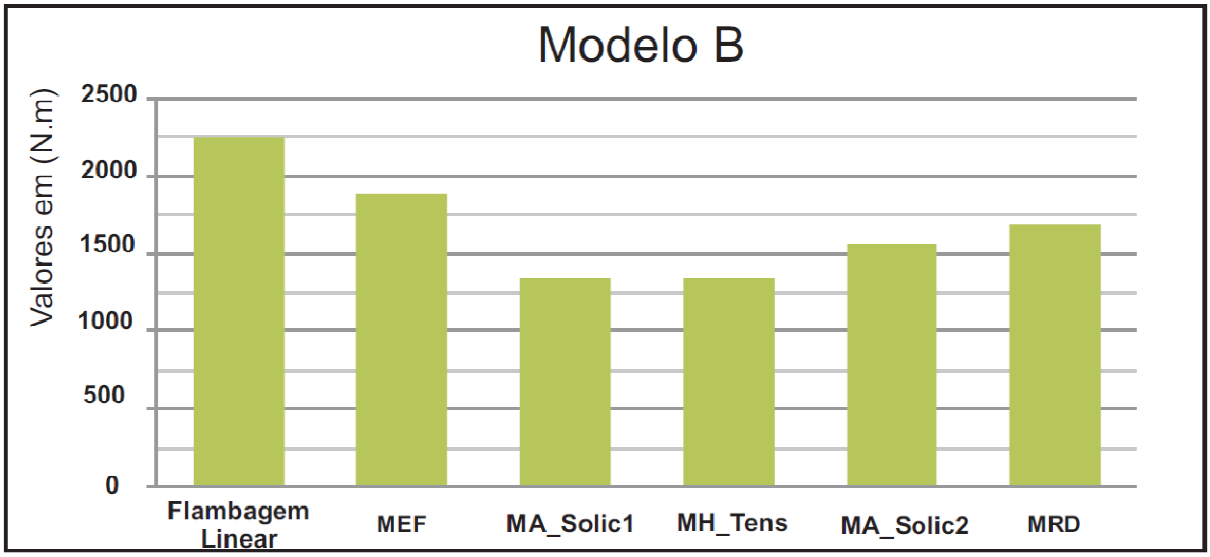


Figura 5.42 – Resultados modelo B

Para os modelos que possuem espessura de parede maior (menor relação b/t), a carga crítica é superior ao MEF não linear, isso porque o valor do primeiro modo de flambagem é superior ao valor do momento de colapso do modelo, evidenciando, assim, que nesses modelos a flambagem local não foi dominante. Dessa forma, a metodologia MH_Tens funcionou como o esperado, apresentando valores próximos aos obtidos pelo MEF, como pode ser observado na Tabela 5.19.

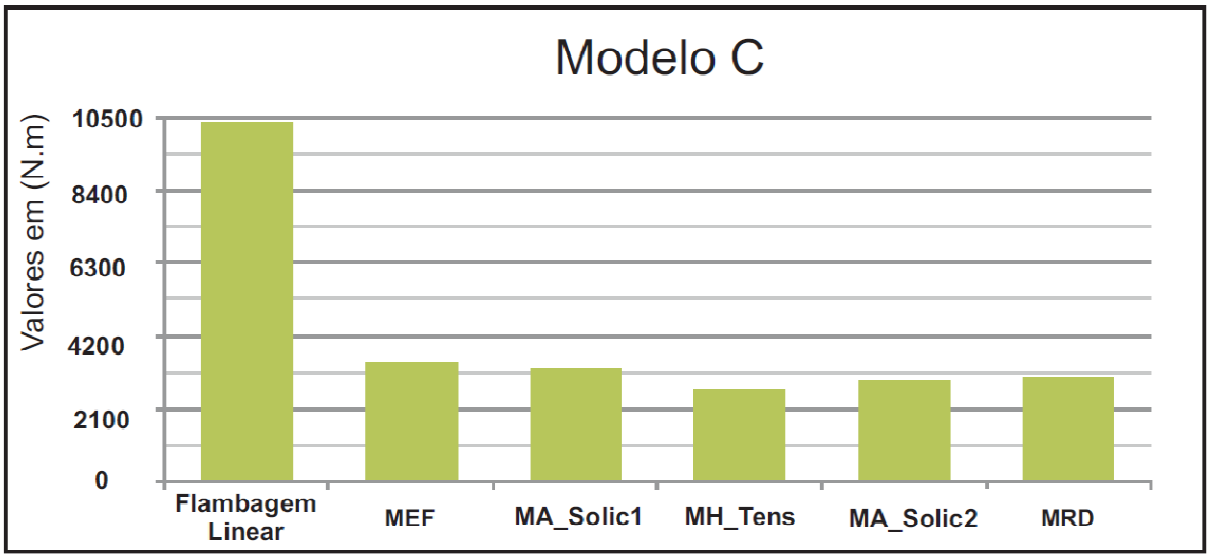


Figura 5.43 – Resultados modelo C

Nesses modelos, o valor encontrado pelo MH_Tens é praticamente igual ao obtido através da MA_Solic1. Também os valores encontrados pela MA_Solic2 e os encontrados pelo MRD são similares. De maneira geral, os valores calculados tanto pelas metodologias MA_Solic1 e MA_Solic2, quanto pelas metodologias híbridas MH_Tens e MRD (métodos híbridos) apresentaram-se inferiores aos valores obtidos pelo MEF, mostrando que, para essas análises, ambos os métodos são conservadores quando comparados ao MEF.

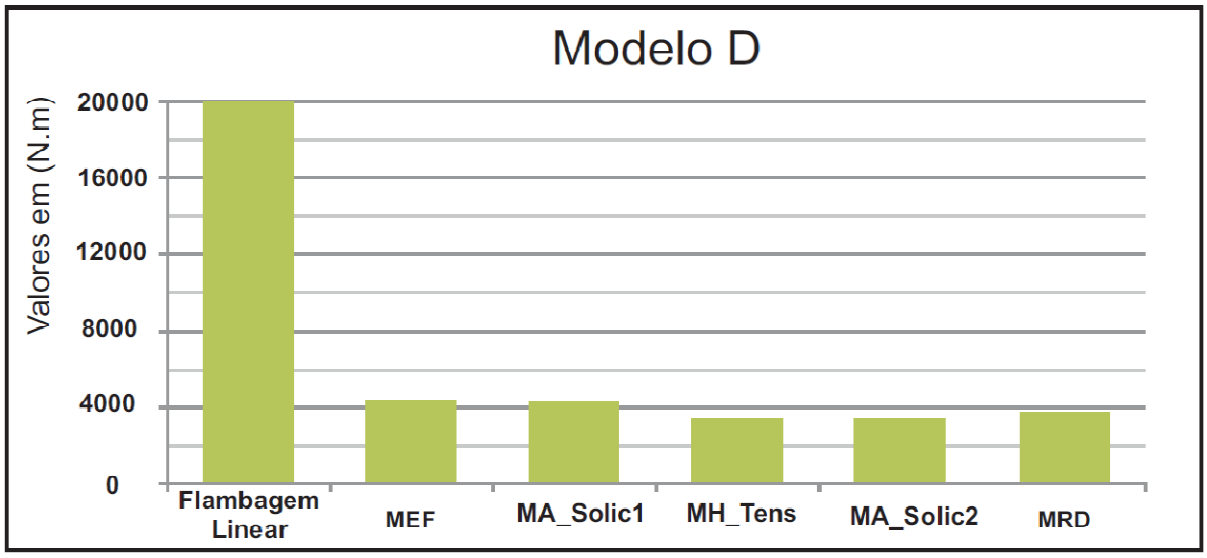


Figura 5.44 – Resultados modelo D

Para que a metodologia da MH_Tens apresentasse melhores resultados, principalmente para os modelos com chapas finas, seria necessário procurar um modo de flambagem que apresentasse uma interação entre a flambagem local e instabilidade global, mais relacionada com a forma de colapso da estrutura. Como os perfis aqui estudados são quadrados, não se terá flambagem global por flexo torção; sendo assim, será empregado o primeiro modo de flambagem encontrado.

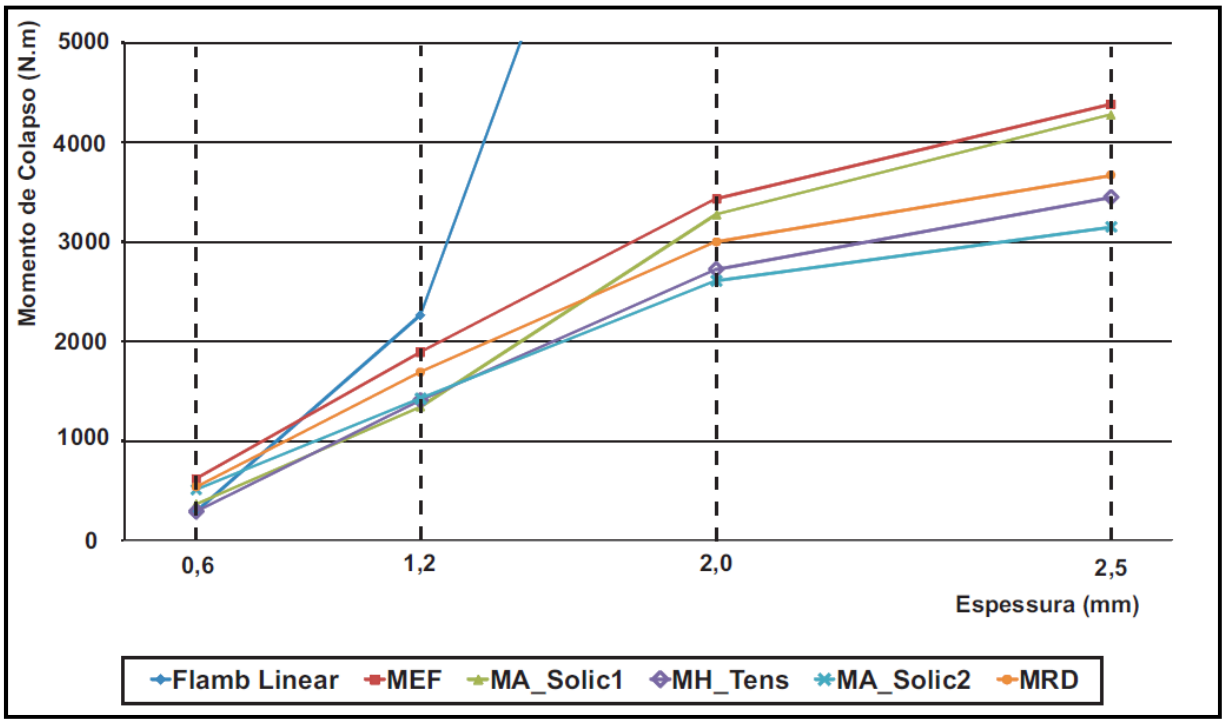


Figura 5.45 – Curvas de resultados obtidos em relação à espessura

Esse tema teria de ser mais estudado, sendo necessário que a norma ABNT NBR8800:2008 fornecesse critérios mais claros para a definição do modo de flambagem a ser utilizado para a obtenção da carga crítica utilizada no cálculo do σ_e e do τ_e. A Figura 5.45 apresenta curvas que relacionam o momento último com a espessura da parede dos perfis para os métodos aplicados.

5.5 Aplicação V – Cálculo do momento último do Navio Tanque Guarita

Nessa aplicação, o objeto de estudo é uma embarcação típica encontrada na bacia do sudeste, o Navio Tanque Guarita (NT_Guarita), para o qual serão apresentadas análises realizadas para o a seção mestra dessa embarcação. As propriedades geométricas da seção transversal da estrutura estão apresentadas na Tabela 5.20.

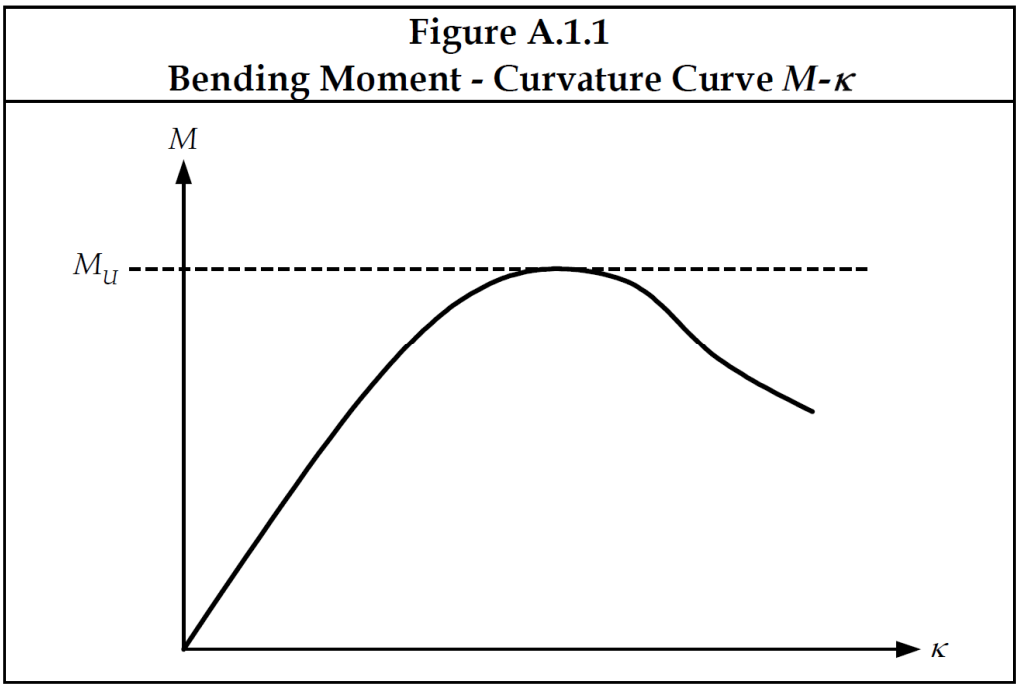


Figura 5.46 – Momento último (Fonte: IACS CSR, 2008)

O objetivo dessa aplicação é calcular o momento último da seção mestra do NT_Guarita. A seção mestra de uma embarcação corresponde a sua seção transversal, quando esta é considerada como uma viga.

Tabela 5.20 – Propriedades geométricas da seção mestra do NT Guarita

Propriedades Geométricas		
Área	0,7855	m^2
Ix	3,7675	m^4
Iy	20,7264	m^4
W	0,8627	m^3

O momento último de uma embarcação representa o seu carregamento de colapso, sendo assim, corresponde ao seu momento de colapso. Com isso, a determinação desse valor é feita de acordo com os procedimentos realizados na aplicação anterior.

Para a realização das análises, foi considerada, como carregamento, a condição de tosamento, a qual representa a solicitação presente na embarcação quando esta navega na presença de ondas, como pode ser visto na Figura 5.47. Nessa condição, é provocado o efeito de compressão no convés, situação já simulada anteriormente no cálculo do perfil caixão submetida à flexão pura (quando a mesa superior do perfil estava sob compressão). Para essa condição, espera-se que ocorra flambagem local nos elementos que compõem o convés da embarcação. Essa é a pior condição a que uma embarcação deste tipo pode ser submetida.

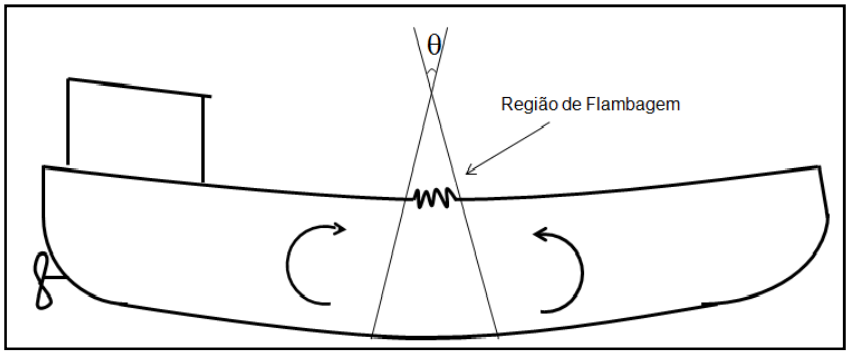


Figura 5.47 – Condição de tosamento (Fonte: Pizzatto, 2012)

Para essa aplicação será utilizado, para cálculo do momento último da embarcação, apenas o método da MH_Tens. Isso porque serão utilizados, como dados comparativos, os valores encontrados por Pizzatto (2012), que propôs o cálculo dessa mesma embarcação, por diferentes metodologias, entre as quais foi realizada uma análise não linear física e geométrica utilizando o método dos elementos finitos, além dos cálculos utilizando o método da resistência direta. Sendo assim, não faz sentido repetir essas análises. Como a embarcação se trata de um perfil não normalizado, também não é possível a utilização das metodologias analíticas MA_Solic1 e MA_Solic2.

5.5.1 Análise de flambagem linear elástica MEF

Para a realização dos cálculos do momento último utilizando o método da MH_Tens, primeiramente é necessária a obtenção de uma solução linear elástica para a estrutura, bem

como a determinação de sua carga crítica. Nesse intuito, será utilizado um modelo em elementos finitos muito semelhante ao utilizado na análise do perfil caixão em que uma análise de flambagem é realizada, e uma peça submetida à flexão pura.

Com o intuito de reduzir o custo computacional das análises, foi considerada simetria transversal para construção do modelo, mesmo que tal procedimento não seja recomendado no Common Strutural Rules (IACS, 2008). Porém, em virtude da existência de uma antepara central muito rígida, que divide os tanques da embarcação em dois, acredita-se que os resultados obtidos, considerando essa simetria, sejam satisfatórios. A Figura 5.48 representa o modelo estudado, bem como sua simplificação.

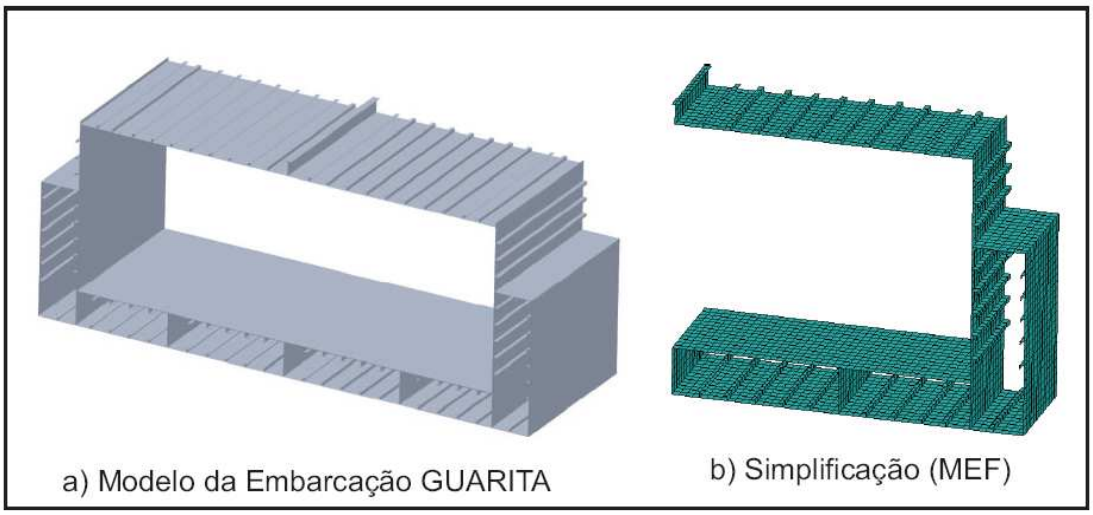


Figura 5.48 – Modelo da embarcação (MEF)

Quanto ao comprimento do modelo, acredita-se que a resposta estrutural, quanto à solicitação de momento longitudinal da embarcação completa, seja muito similar à resposta de um modelo menor, que considere somente o comprimento “entre gigantes”, apresentado na Figura 5.49. Tal simplificação está baseada na hipótese de que os enrijecedores transversais existentes nas cavernas gigantes limitem o comprimento de flambagem da estrutura, conforme ilustrado na Figura 5.50.

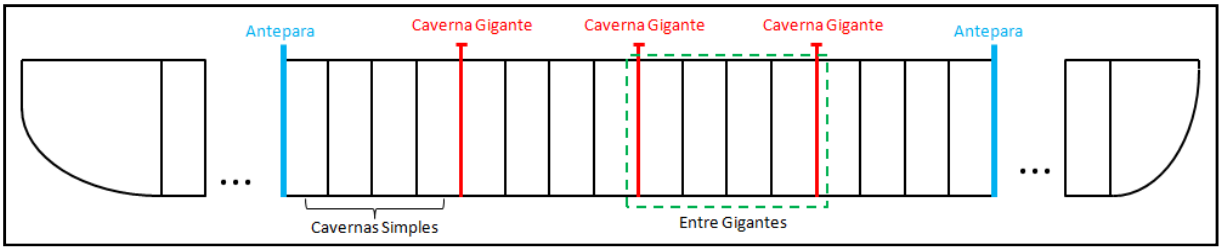


Figura 5.49 – Esquema da estrutura do Navio Tanque Guarita (Fonte: Pizzatto, 2012)

Tipicamente, os navios tanques são projetados de forma modular, sendo o corpo paralelo formado basicamente pela repetição sequencial de seções modulares. No caso do NT Guarita, essas seções são do tipo “caverna simples”, “caverna gigante” e “antepara”. O corpo paralelo é formado a partir da seguinte sequência: a cada quatro seções caverna simples há uma seção caverna gigante e a cada quatro cavernas gigantes há uma antepara. A Figura 5.49 representa essa configuração.

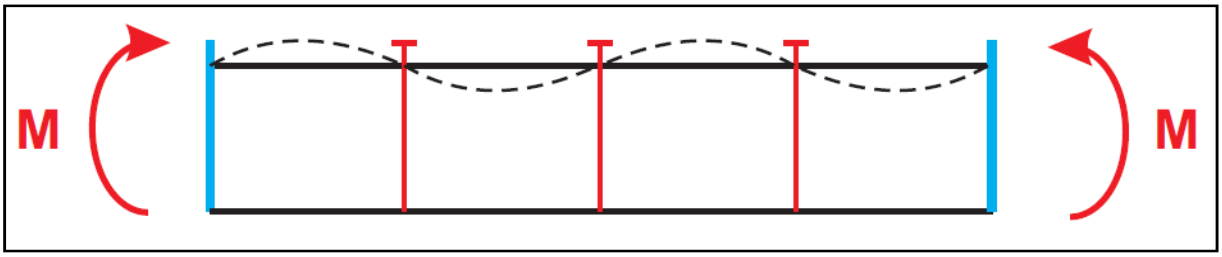


Figura 5.50 – Simplificação quanto ao comprimento da embarcação baseada na limitação do comprimento de flambagem da embarcação pela existência dos enrijecedores

Portanto, considera-se como comprimento para a construção do modelo a medida entre “cavernas gigantes”, conforme mostrado na Figura 5.49, sendo esse comprimento de 2,44m. Essa simplificação foi baseada na metodologia utilizada por Pizzatto (2012), em cuja obra podem ser encontrados mais detalhes sobre o modelamento da seção mestra do NT_Guarita, bem como assuntos relacionados com o cálculo do momento último em embarcações.

De maneira similar às análises efetuadas na aplicação anterior, a estrutura da embarcação será submetida a um momento em uma de suas extremidades e terá sua outra extremidade engastada. O momento aplicado tem um valor unitário (1 Nm), assim o primeiro autovalor obtido na análise de flambagem linear elástica já representa o valor do momento crítico da seção mestra da embarcação.

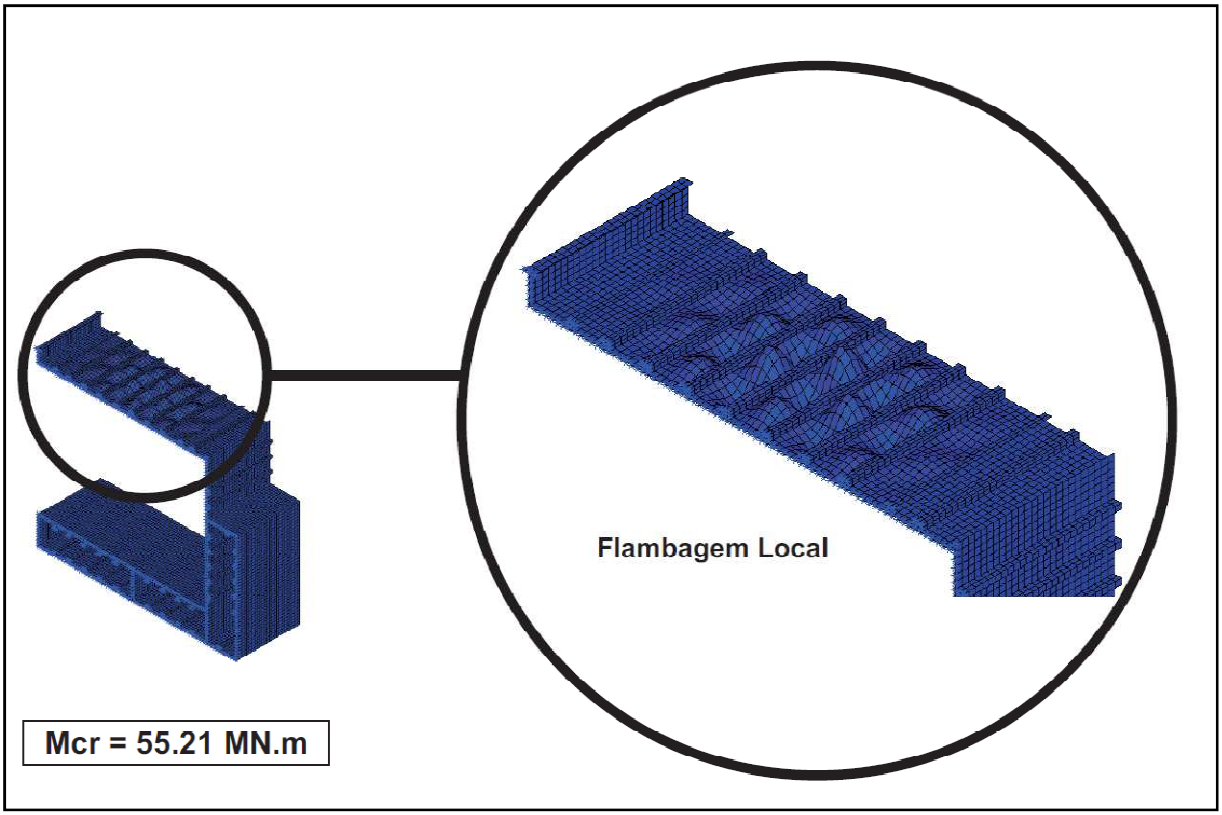


Figura 5.51 – Flambagem local provocada no convés do NT_Guarita

O valor de momento crítico de flambagem elástico é de 55,21 MN.m, o qual representa o primeiro modo de flambagem da estrutura, podendo ser visualizado na Figura 5.51. Como esperado, a parte superior do perfil, estando sob compressão, provoca a flambagem local do convés.

5.5.2 Metodologia MH_Tens

Após a realização da análise de flambagem linear elástica, será realizada a determinação da tensão crítica elástica (σ_e) para os cálculos do MH_Tens. Para a determinação do σ_e, é necessário realizar uma análise linear estática da embarcação, utilizando o mesmo carregamento empregado na análise de flambagem linear elástica anteriormente mostrada. Assim, encontra-se o valor da componente da tensão na direção z (σ_z) bem como a sua distribuição no modelo. Dessa forma, utilizando o autovalor referente ao primeiro modo de flambagem da estrutura, é possível determinar a tensão crítica elástica σ_e, necessária para o cálculo do índice de esbeltez reduzido. A Figura 5.52 ilustra esse procedimento.

Tabela 5.21 – Cálculos realizados para o NT_Guarita através do MH_Tens

Cálculos - MH_Tens							
Av1 (auto valor)	σ (Pa) Componente "z"	σe (Pa)	λo	χ	σsd (Pa) Tensão Resistente	W (m³) Módulo de Resis.	Mrd (MNm) Momento de Colapso
55.211.000	2,5502	140.797.988	1,3325	0,4756	118.900.335	0,8627	**102,58**

O índice de esbeltez reduzido λ_0 encontrado para a seção mestra do NT_Guarita foi de 1,3325. Com esse valor, determina-se o coeficiente de redução χ para então determinar a tensão resistente de cálculo σ_{rd}. De posse dessa informação, aplicou-se a equação (5.4) para determinar o momento resistente de cálculo. A Tabela 5.21 apresenta os cálculos realizados através do MH_Tens para a seção mestra do NT_Guarita.

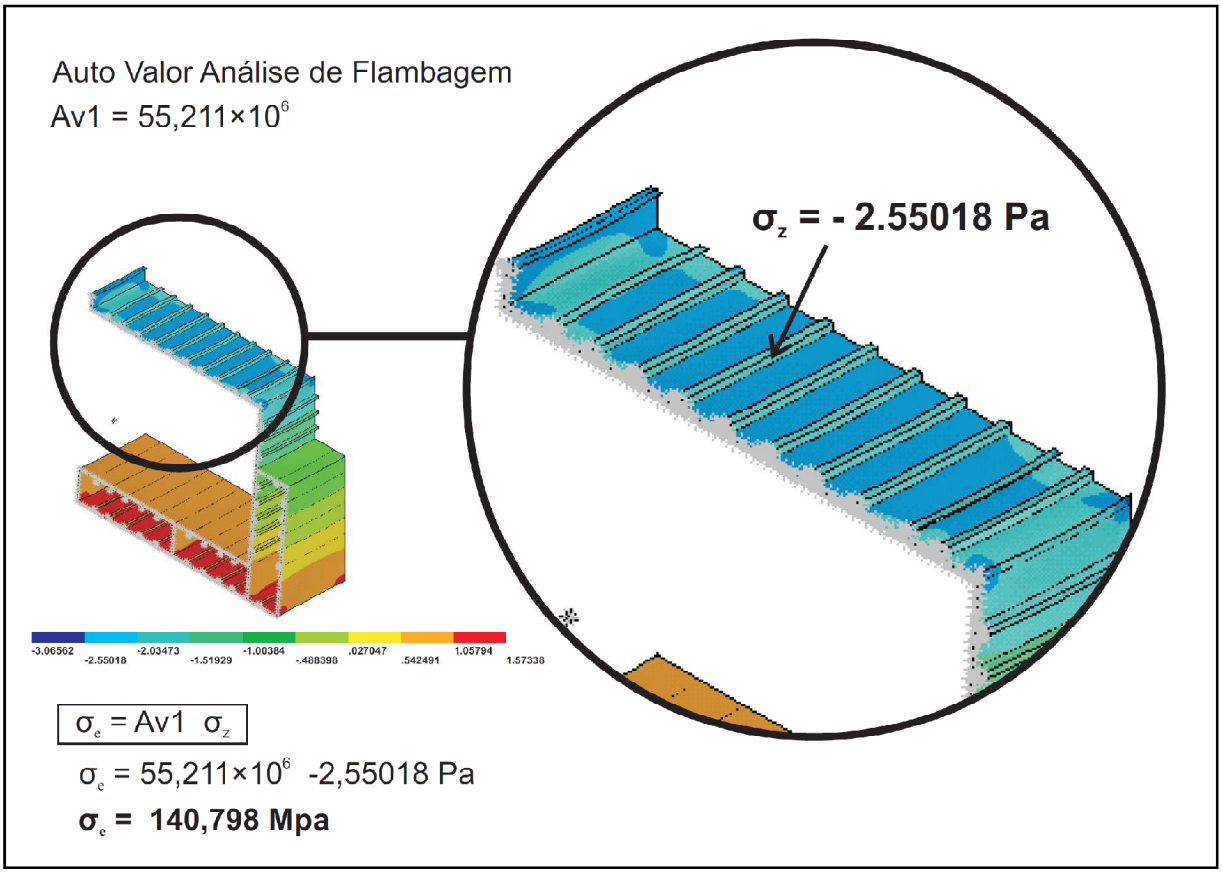


Figura 5.52 – Cálculo da tensão crítica elástica NT_Guarita. σ_z obtido através da análise estática representa a máxima tensão de compressão na direção z. AV1 representa o valor obtido na análise de flambagem linear elástica

Para o cálculo do módulo de resistência elástico da seção transversal (W), foi utilizando o *software* de CAD SolidWorks2010, com o qual foi determinado o centro de gravidade, bem como os momentos de inércia nas direções x e y da seção transversal do

NT_Guarita. A Figura 5.53 ilustra com mais detalhes o desenho utilizado bem como suas dimensões.

Obtêm-se, então, um valor de 102,58 MNm para o momento último da seção mestra do NT_ Guarita, através do método MH_Tens. A Tabela 5.22 apresenta os resultados do momento último para a metade da seção da embarcação, apresentados em Pizzatto (2012).

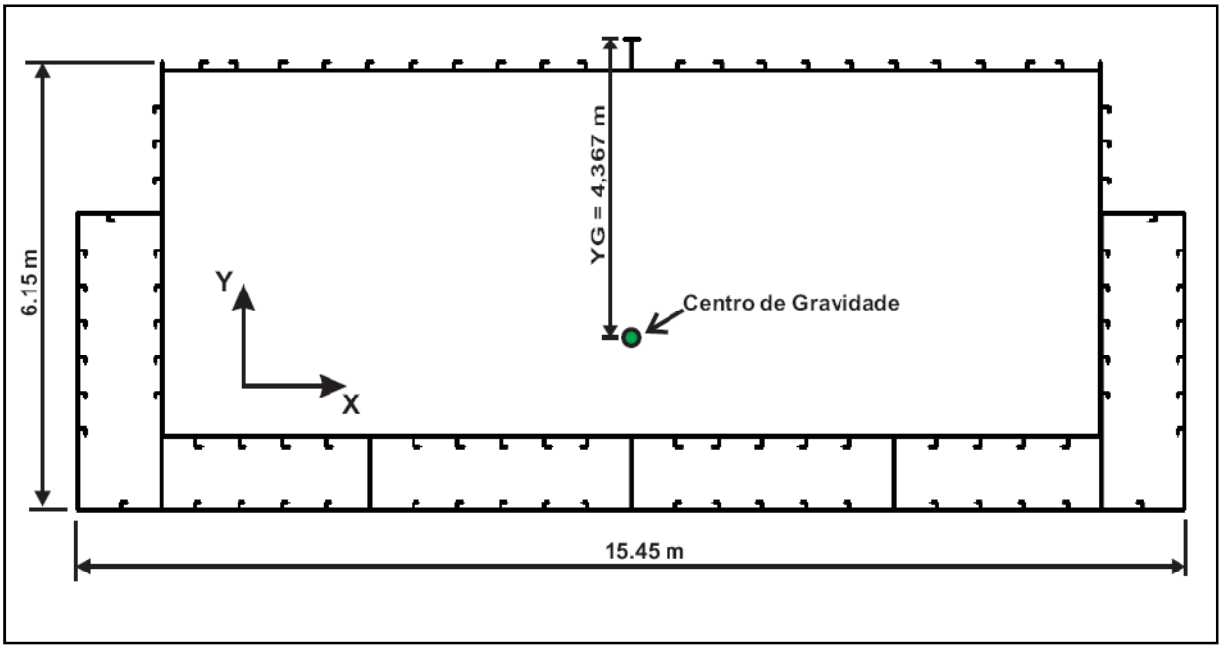


Figura 5.53 – Propriedades geométricas da seção mestra do NT_Guarita

5.5.3 Resultados e discussões – Aplicação V

Na Tabela 5.22, é apresentada uma comparação do resultado aqui obtido com os resultados encontrados por Pizzatto (2012), cujos métodos utilizados para a determinação do momento último do NT_Guarita são: método dos elementos finitos (M_MEF), método da resistência direta (M_RD) e métodos propostos pela CSR, IACS 2008.

A Tabela 5.22 também apresenta uma comparação entre os resultados, na qual os valores são normalizados em relação ao valor encontrado pelo método dos elementos finitos, considerando este como o método mais sofisticado dentre os que foram empregados.

De acordo com os valores apresentados na Tabela 5.22, nota-se que todos os métodos empregados obtiveram resultados satisfatórios quando comparados aos resultados do método dos elementos finitos.

É possível observar também que apenas o M_ITER (um dos métodos propostos pela CSR, IACS 2008) apresentou valores melhores que os obtidos com a metodologia MH_Tens aqui empregada, 6,579% de erro, sendo o erro obtido através do MH_Tens 10,018%[14].

Tabela 5.22 – Valores de momento último Navio Tanque Guarita

Momento Último NT_Guarita						
(Valores em MN.m)	Valores obtidos por Pizzatto (2012)					MH_Tens
	M_FEM	M_RD	M_CSR1	M_CSR2	M_ITER	
Momento Último	114,00	91,10	92,70	85,20	121,50	**102,58**
Valor Normalizado	1,00	0,80	0,81	0,75	1,07	**0,90**
Erro (%)	0,000%	-20,088%	-18,684%	-25,263%	6,579%	**-10,018%**

[14]Importante observar que os métodos aqui denominados M_CSR1, M_CSR2 e M_ITER baseiam-se nas disposições da norma CSR, IACS 2008 e que maiores detalhes sobre a sua implementação encontram-se em Pizzato 2012.

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho, desenvolveram-se estudos utilizando as metodologias híbridas disponíveis nas normas brasileiras NBR8800, cuja metodologia empregada é denominada MH_Tens, e NBR14762, com os métodos da resistência direta MRD. Foi também utilizado, nas simulações, o método dos elementos finitos, o qual, além das soluções elásticas lineares obtidas para a aplicação do MH_Tens, foi utilizado para a realização de análises não lineares para o cálculo de cargas de colapso. A partir dos resultados obtidos nessas aplicações obtiveram-se as seguintes conclusões.

***(i)* Análise de colunas submetidas à compressão**

– Os resultados obtidos através do MH_Tens foram similares aos obtidos pelo MA_Solic1, nesse caso em que as colunas possuem seção transversal convencional.

– Os resultados envolvendo o método dos elementos finitos, tanto os do *software* Ansys quanto os do *software* Mastan2, apresentaram resultados equivalentes. Contudo, para o caso da coluna curta, os valores foram levemente divergentes, mas isso se deve à inclusão ou não da restrição ao empenamento nos modelos do *software* Mastan2, o que influi nos resultados para este caso. Com relação aos gráficos de resposta estrutural obtidos pelos dois modelos, existem divergências quanto ao deslocamento global obtido, o que se explica pela diferença na relação constitutiva utilizada por cada modelo.

– De maneira geral, os resultados obtidos através da NBR8800 (métodos MH_Tens e MA_Solic1) mostraram-se mais conservadores que os encontrados pelas simulações numéricas.

***(ii)* Flambagem local em perfis do tipo I**

– Com relação à aplicação da metodologia MH_Tens, ficou clara a necessidade da investigação detalhada com relação aos diferentes modos de flambagem obtidos na análise de flambagem linear elástica, a fim de utilizar um valores de tensão crítica que represente o colapso global da estrutura. Escolhe-se, portanto, um modo de flambagem que apresente interação entre flambagem local e instabilidade global, o qual fornece o valor da tensão crítica elástica a ser utilizado nos cálculos.

– Quanto aos modelos utilizados para as análises com o método dos elementos finitos, pode-se concluir que a forma como são consideradas as imperfeições geométricas tem uma importância significativa nos resultados obtidos. Recomenda-se incluir uma base para gerar as imperfeições geométricas, tanto modos locais como modos globais, ou procurar algum modo superior que apresente a interação dos dois tipos (local e global).

– Através dos cálculos realizados com o método MA_Solic1, para o qual empregou-se o coeficiente Q (apresentado no anexo F da norma ABNT NBR8800:2008), conclui-se que perfis laminados possuem uma maior resistência ao efeito da flambagem local para perfis do tipo I, principalmente quando há interação entre flambagem local na alma e na mesa do perfil.

***(iii)* Avaliação da resistência ao cisalhamento de vigas LSB**

– Com base nos cálculos feitos pelo método MH_Tens é possível concluir que, para o caso da existência de aberturas na alma do perfil, esse método apresenta-se conservador quando comparado com os valores obtidos por ensaios experimentais apresentados por Keerthan e Mahendran (2011).

– A partir dessa aplicação, devem ser realizados estudos similares (ensaios experimentais, análise numérica e aplicação do MH_Tens) para outros tipos de perfis, também com a presença de aberturas na alma, a fim de consolidar os resultados aqui obtidos.

– Quanto ao modelo de elementos finitos utilizado, é possível concluir que o modelo é consistente, visto que os resultados por ele obtidos são coerentes quando comparados aos valores apresentados pela análise experimental realizada por Keerthan e Mahendran (2011), para o caso das vigas sem aberturas na alma.

***(iv)* Análise de perfis caixão submetidos à flexão pura**

– Foi possível identificar para o modelo A uma limitação existente na aplicação da metodologia MH_Tens. Nesse caso, a tensão crítica de flambagem elástica obtida foi excessivamente baixa, e como a tensão crítica é diretamente responsável pelo cálculo do momento resistente, esse valor apresentou-se muito inferior ao momento de colapso encontrado pelo método MEF.

– Como os perfis aqui estudados são perfis fechados e, por conseguinte, não apresentam interação entre flambagem local e instabilidade global, o critério da escolha do modo de flambagem utilizado na aplicação II não pode ser usado. Nesse ponto, a metodologia

proposta pela norma não é clara, o que demonstra necessidade da realização de mais estudos para a criação de critérios e especificações para a sua melhor utilização.

– Para os modelos em que a espessura do perfil aumenta e a relação b/t diminui, o valor do momento resistente de cálculo encontrado pelo MH_Tens aproxima-se do momento de colapso encontrado pelo MEF.

– Os valores encontrados pelo método da resistência direta são mais conservadores que os obtido através do MEF e mostram-se satisfatórios para todos os modelos. Os valores obtidos pelo método MA_Solic2 também seguem as mesmas características.

***(v)* Cálculo do momento último do Navio Tanque Guarita**

– Graças à presença de enrijecedores na parte superior do modelo, o valor obtido com análise linear de flambagem foi satisfatório, mesmo sendo a estrutura constituída por chapas finas, o que mostra o importante papel desses elementos na estrutura da embarcação.

– O resultado encontrado para o momento último através do método MH_Tens aplicado nesse trabalho foi coerente quando comparado com os resultados encontrados por Pizzatto (2012).

– Apenas o método iterativo proposto no CSR, IACS (2008) apresentou valores mais próximos aos obtidos através do método dos elementos finitos. Com base nessa comparação, é possível concluir que a aplicação da metodologia MH_Tens pode ser utilizada na determinação do momento último de embarcações.

– Faz-se necessário um estudo mais detalhado da utilização da metodologia MH_Tens em outros tipos de elementos estruturais. Dessa forma, essa metodologia pode se tornar uma ferramenta confiável no dimensionamento de estruturas metálicas.

– Os métodos da resistência direta (MRD) também forneceram um valor coerente para o cálculo do momento último do NT_Guarita.

REFERÊNCIAS

AISC - American Institute of Steel Construction. **“Specification for Structural Steel Buildings”**. Chicago. 2005.

AISC - American Institute of Steel Construction. **“Load and Resistance Factor Design Manual of Steel Construction”**. 3. ed. Chicago. 2001.

AISI - American Iron and Steel Institute.**“Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members”**.Washington, DC. 2007.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. **“Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio – Procedimento”**, NBR14762, Rio de Janeiro. 2010. 87p.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. **“Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios”**. 2. ed. NBR-8800 Rio de Janeiro. 2008. 237p.

ANDRIC, J., ZANIC, V. **“The global structural response model for multi-deck ships in concept design phase.”** Ocean Engineering. 2010.

ANSYS, INC. **“User’s Manual:Introdutcion to Ansys, Vol. I”**, Swanson Analysis Systems, Inc.,1995.

AS/NZ – Australia/New Zealand Standard **“Cold-Formed Steel Structures, Standards Australia/Standards New Zealand”**.AS/NZS4600 Sydney. 2005. 72p.

BALTOZ, J. L., DHATT, G., **“Incremental Displacement Algorithms for Nonlinear Problems”**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1979.

BATHE, K. J. **“Finite Element Procedure”**. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1996. 1037p.

BARAN, N. M. **“Finite Element Analysis on Microcomputers”** New York: McGraw-Hill, 1988. 257p.

BARSZCZ. A. M., GIZEJOWSKI, M. A. **“An equivalent stiffness approach for modelling the behaviour of compression members according to Eurocode 3”**. Journal of Constructional Steel Research. 2005.

BECQUE, J., LECCE, M., RASMUSSEN. K. J. R. **“The direct strength method for stainless steel compression members”**. Journal of Constructional Steel Research. 2008.

BEER, P. F., JOHNSTON, E. R., DEWOLF, J. T. **“Resistência dos Materiais”**. 4. ed. São Paulo: AMGH, 2010. 1280p.

BELLEI, I. H. **“Edificios Industriais em Aço Projeto e Cálculo”**. São Paulo: PINI, 1994. 489p.

BONATTO, R. **“Estudo do Comportamento Estrutural e Otimização de Cantoneiras de Aço Formado a Frio”**. Dissertação de Mestrado. PROMEC/UFRGS, Porto Alegre. 2009. 106p.

CAMOTIM, D., SILVESTRE, N., DINIS, O. B. **“NumericalAnalysisofCold-Formed Steel Members”.**Steel Structural 5. Lisbon, Portugal. 2005 63-78p.

CHEN, W. F., HAN D. J. **“Plasticity for Structural Engineers”**, 1.ed. New York: Springer-Verlag, 1988. 606p.

CHODRAUI, G. M. B. “**Análise Teórica e Experimental de Perfis de Aço Formados a Frio Submetidos à Compressão”**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos/USP,São Carlos. 2006. 294p.

CHODRAUI, G. M. B. “**Flambagem Por Distorção da Seção Transversal em Perfis de Aço Formados a Frio Submetidos à Compressão Centrada e à Flexão”.** Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos/USP,São Carlos, 2003. 173p.

CLOUGH, R. W. **“The Finite Element Method After Twenty-Five Years: A Personal View”**. Berkeley:Computers & Structures, 1980.

COOK, R. D.**“Concepts and Applications of Finite Element Analysis”**. 2. ed. New York:John Wiley and Sons,1981.

COURANT, R. **“Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations”**. Bulletin of the American Mathematical Society, 1943.

CRISFIELD, M. A. **“A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure that Handles Snap-Through”**. Computer and Structures, 1981.

DEVRIES, P. L., HASBUN, J. E. **“A First Course in Computacional Physics”.** 2. ed. Sudbury: Jones & Bartlett Publishers, 2010. 433p.

EILER, M. R. **“Behaviour of Web Elements with Openings Subjected to Linearly Varying Shear”.** Master Thesis. University of Missouri-Rolla, Missouri-Rolla. 1997.

FORDE, B. W. R., STIEMER, S. F. **“Improved Arc-Length Orthogonality Methods for Nonlinear Finite Element Analysis”**. Computer and Structures, 1987.

GALAMBOS, T. V. **“Guide to Stability Design for Metal Structures”.**5. ed. New York: John Wiley& Sons, 1998. 911p.

GRIGOLETTI, G. C. **“Otimização via Algoritmos Genéticos de Perfis U Formados a Frio Submetidos à Compressão Utilizando o Metodo da Resistencia Direta”**. Tese de Doutorado. PROMEC/UFRGS, Porto Alegre. 2008. 184p.

HANCOCK, G. J., KWON, Y. B. and Bernard, E. S. "**Strength Design Curves for Thin-Walled Sections Undergoing Distortional Buckling**", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 31. 1994.

HUGHES, T. J. R. **"The Finite Element Method"**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1987. 807p.

IACS.Common Structural Rules for Double Hull Oil Tankers, **International Association of Classification Societies**, 2008.

KEERTHAN P., MAHENDRAN, M. **"Shear Behaviour and Strength of LiteSteel Beams with Web Openings".**Advances in Structural Engineering Vol. 15 No. 2. Brisbane. 2011.

KITAROVIC, S., ANDRIC, J., ZANIC, V. **"Extended IACS incremental-iterative method for calculation of hull girder ultimate strength in analysis and design."**International workshop - Advanced Ship Design for Pollution Prevention. 2009.

KUO, H., CHANG, J. A. **"simplified approach to estimate the ultimate longitudinal strength of ship hull"**. Journalof Marine Science and Technology Vol. 11. 2003.

MARQUESA, L., SILVA, L. S.,REBELOA, C. **"Métodos Avançados de Análise por Elementos Finitos para Verificação da Estabilidade de Estruturas Metálicas"**ISISE, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Portugal. 2009.

MCGUIRE, W., GALLAGHER, R. H., ZIEMIAN R. D. **"Matrix Structural Analysis"**. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, 2000. 460p.

MCMAHON, B., PEACH, T. L., SPEAR, N., WILKINSON, T. **"Shear capacity of lite steel beams with circular web openings"**, Proceedings of the 5th International Conference on Thin-Walled Structures, Brisbane. 2008.

MEMON, B. A., SU, X. **"Arc-Length Technique For Nonlinear Finite Element Analysis"**.Journal of Zhejiang, 2004.

PAIK, J. K. **"Ultimate limit state performance of oil tanker structures designed by IACS common structural rules".**Thin-WalledStructures Vol. 45. 2007.

PFEIL, W., PFEIL, M. **"Estruturas de Aço Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR8800:2008"**. 8.ed. Rio de Janeiro: LTC 2010, 357p.

PIZZATTO, L. N. **"Cálculo e Análise de Sensibilidade do Momento Fletor Último Frente à Redução de Espessura nas Chapas de Embarcações de Navegação Interior".** Dissertação de Mestrado. PROMEC/UFRGS, Porto Alegre. 2012. 110p.

POPOV, E. P. **"Introdução à Mecânica dos Sólidos"**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1978.

RIKS, E. **“The Application of Newton’s Method to the Problem of Elastic Stability”**. Journal of Applied Mechanics, 1972.

RIKS, E. **“An Incremental Approach to The Solution of Snapping and Buckling Problems”**. InternationalJournalofSolidsandStructures, 1979.

SANTOS, W. S. “**Interação Flambagem Global – Flambagem Local em Pilares Metálicos de Seção I Duplamente Simétricos Sob Compressão Uniforme”**.Dissertação de Mestrado. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil/UFES, Vitória. 2002. 120p.

SCHAFER, B.W. “**Cold-formed Steel Behavior and Design: Analytical and Numerical Modeling of Elements and Members with Longitudinal Stiffeners**”. PhD. dissertation, Cornell University, Ithaca 1997.

SCHAFER, B. W. PEKÖZ, T. “**Computational Modeling of Cold-Formed Steel: Characterizing Geometric Imperfections and Residual Stresses**”. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 47. January 1998.

SCHAFER, B. W. **“Design Manual for Direct Strength Method of Cold-Formed Steel Design**”. Draft for American and Iron Steel Institute – Committee on Specifications, January 7, 2002.

SHAN, M. Y., LABOUBE, R. A., LANGAN, J. E., YU, W. W. **“Cold-formed steel webs with openings: summary report”**, Thin-Walled Structures, Vol. 27. Brisbane. 1997.

SHEN, Z., ZHANG, Q. **“Nonlinear Stability Analysis of Steel Members by Finite Element Method”**. Journal of Engineering Mechanics, 1992.

SILVA, A. L. R. C. **“Análise Numérica Não–Linear da Flambagem Local de Perfis de Aço Estrutural Submetidos à Compressão Uniaxial”**. Tese de Doutorado. DEES/UFMG, Belo Horizonte. 2006. 205p.

TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M. **“TheoryofElasticStability”**. International Student Edition, 2.ed. Tokyo: McGraw-Hill, 1961. 541p.

TRICHES, F. J. **“Análise Estrutural das Colunas de Sustentação de um Silo Metálico”**. Dissertação de Mestrado. PROMEC/UFRGS, Porto Alegre. 2011. 93p.

WANG, Y. B., LI, G. Q., CHEN. S. W. **“The assessment of residual stresses in welded high strength steel box sections”**. Journal of Constructional Steel Research. 2012.

WEMPNER, G. A. **“Discrete Approximation Related to Nonlinear Theories of Solids”**. International Journal of Solids and Structures, 1971.

YANG, Y. B., SHIEH, M. S. **“Solution Method For Nonlinear Problems With Multiple Critical Points”**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1990.

YANG, Y. B., KUO, S. R. **“Tracing Postbuckling Paths of Structures Containing Multi-Loops”.** International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1995.

YU, W. W. **“Cold formed steel design”**. New York: John Wiley & Sons, 2000. 756p.

ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L. **“The Finite Element Method: Volume 1 The Basis”** 5. ed. Woburn: Butterworth-Heinemann, 2000. 689p.

ZIEMIAN, R. D. **“Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures”**. 6. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010. 1078p.

ANEXO A. Item 5.5.2.3 NBR8800

A subseção 5.5 da NBR8800 é aplicável à verificação dos estados-limites últimos, de barras com seções prismáticas, sujeitas aos efeitos de momento fletor, força cortante, força axial e momento de torção.

No item 5.5.2.3, tratam-se de seções quaisquer submetidas a momento de torção, força axial, momentos fletores e forças cortantes. Esse método prevê todas as medidas de segurança para que os elementos analisados não apresentem falhas durante a sua utilização.

A tensão resistente de cálculo para os estados-limites últimos a seguir deve ser igual ou superior à tensão solicitante de cálculo, expressa em termos de tensão normal, σ_{Sd}, ou de tensão de cisalhamento, τ_{Sd}, determinadas pela teoria da elasticidade, utilizando-se as combinações de ações de cálculo. Assim:

a) Para os estados-limites de escoamento sob efeito de tensão normal:

$$\sigma_{Sd} \leq \frac{f_y}{\gamma_{a1}} \tag{A.1}$$

b) Para os estados-limites de escoamento sob efeito de tensão de cisalhamento:

$$\tau_{Sd} \leq \frac{0{,}6 f_y}{\gamma_{a1}} \tag{A.2}$$

c) Para os estados-limites de instabilidade ou flambagem sob efeito de tensão normal:

$$\sigma_{Sd} \leq \frac{\chi f_y}{\gamma_{a1}} \tag{A.3}$$

d) Para os estados-limites de instabilidade ou flambagem sob efeito de tensão de cisalhamento:

$$\tau_{Sd} \leq \frac{0{,}6 \chi f_y}{\gamma_{a1}} \tag{A.4}$$

Onde:

f_y = Resistência ao escoamento do aço

σ_{Sd} = Tensão normal resistente de cálculo

τ_{Sd} = Tensão de cisalhamento resistente de cálculo

γ_{a1} = Coeficiente de ponderação

χ = Fator de redução associado à resistência a compressão, determinado de acordo com o item 5.3.3 da norma NBR8800 de acordo como segue:

$$\lambda_0 \leq 1{,}5: \;\; \chi = 0{,}658^{{\lambda_0}^2} \tag{A.5}$$

$$\lambda_0 > 1{,}5: \quad \chi = \frac{0{,}877}{{\lambda_0}^2} \tag{A.6}$$

Onde λ_0 é o índice de esbeltez reduzido definido como $\lambda_0 = \sqrt{f_y/\sigma_e}$ para tensões normais e $\lambda_0 = \sqrt{0{,}6 f_y/\tau_e}$ para tensões de cisalhamento, com σ_e igual à tensão crítica elástica normal e τ_e igual à tensão crítica elástica de cisalhamento, para o estado-limite de instabilidade ou flambagem em questão, levando-se em conta, quando necessário, a interação entre instabilidade global e flambagem local.

ANEXO B. Expressões básicas para alguns modos de flambagem

B.1 Flambagem por flexão

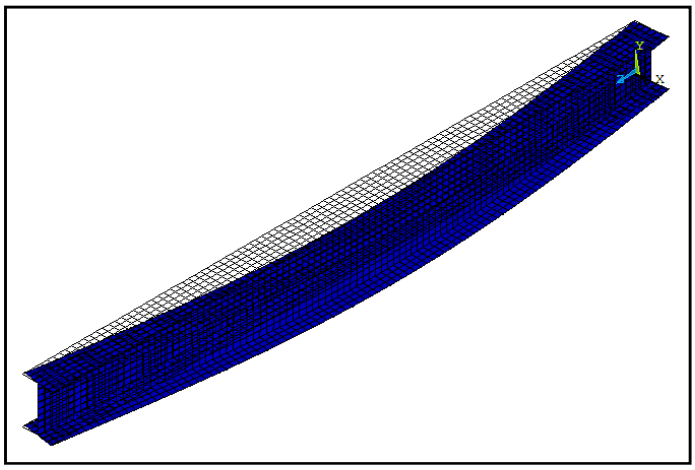


Figura B.1 – Exemplo de flambagem por flexão

Deslocamentos laterais na coluna podem ocorrer quando esta está submetida a esforço de compressão. Esses deslocamentos são chamados de flambagem por flexão, e as expressões a seguir descrevem este fenômeno. [Beer e Johnston, 2010].

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \tag{B.1}$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \tag{B.2}$$

Como $F = \sigma A$ e $I = Ar^2$ pode-se fazer uma simplificação na fórmula de Euler (B.2):

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \text{sendo} \quad \lambda = \frac{KL}{r} \tag{B.3}$$

Onde:

E = Módulo de Elasticidade do material;

L = Comprimento da coluna;

r = Raio de giração (seção transversal do perfil);

λ = Índice de esbeltez;

σ_{cr} = Tensão Crítica;

K = Coeficientede flambagem.

Para ser considerada a interação deste tipo de flambagem com plasticidade, pode-se incorporar o módulo de elasticidade tangencial (E_t) na fórmula de Euler como será expresso na equação (B.4) [Timoshenko e Gere, 1961; Ziemian, 2010].

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2} \tag{B.4}$$

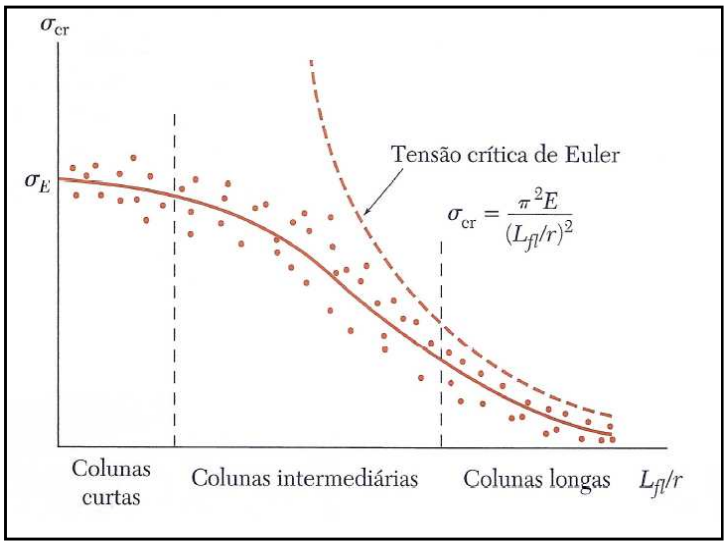


Figura B.2 – Falha de colunas submetidas a esforço axial de compressão (Fonte: Beer e Johnston, 2010).

B.2 Flambagem por torção

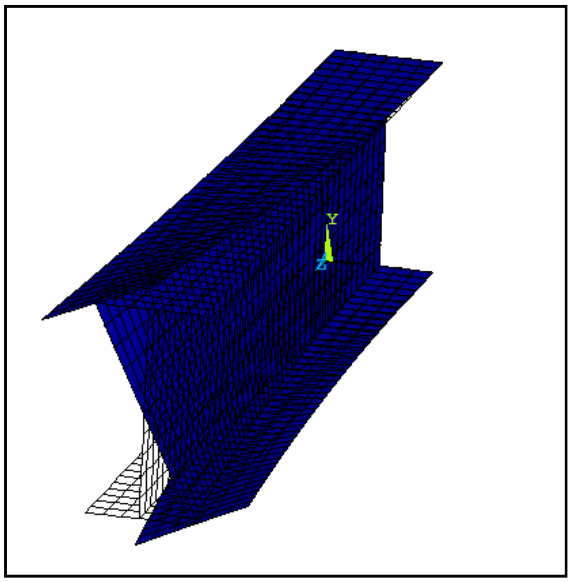


Figura B.3 – Exemplo de flambagem por torção

A flambagem por torção em peças metálicas submetidas à compressão ocorre com maior frequência em perfis abertos duplamente simétricos, com mesas largas e com baixa rigidez à torção. Nesse caso, a carga crítica em regime elástico linear, será dada pela seguinte

equação obtida por Wagner (1929) para pilares prismáticos ideais [Timoshenko e Gere, 1961; Ziemian, 2010].

$$F_{crz} = \frac{A}{I_0}\left(GJ + \frac{\pi^2 E C_\omega}{(K_z L_z)}\right) \tag{B.5}$$

Onde:

I_0 = É o momento polar de inércia da seção relativo ao seu centro de cisalhamento;

G = É o módulo de elasticidade transversal do material da coluna;

J = É a constante de torção da seção transversal;

C_ω = É a constante de empenamento;

K_z = É o coeficiente de flambagem a torção (depende das condições de fixação);

L_z = É o comprimento da coluna.

B.3 Flambagem por flexo-torção

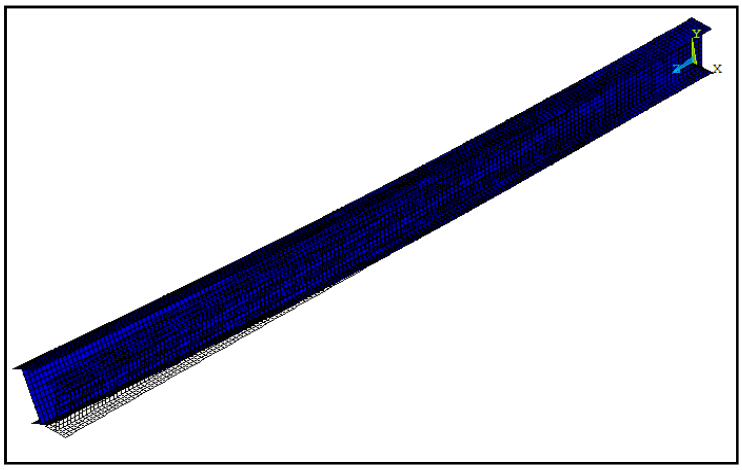


Figura B.4 – Exemplo de flambagem por flexão e torção

A flambagem por flexão e torção em peças submetidas à compressão ocorre em perfis abertos com baixa rigidez à torção, assimétricos ou monossimétricos, nos quais o centro de gravidade não coincide com o centro de cisalhamento (perfis formados a frio). A carga crítica em regime elástico linear, obtida por Kappus (1937), é a menor dentre as soluções da equação (B.6) [Timoshenko e Gere, 1961; Ziemian, 2010].

$$\begin{gathered}\frac{I_0}{A}(F_{cr} - F_{crx})\big(F_{cr} - F_{cry}\big)(F_{cr} - F_{crz}) \\ - {F_{cr}}^2[(F_{cr} - F_{crx}){y_0}^2 + (F_{cr} - F_{crx}){x_0}^2] = 0\end{gathered} \tag{B.6}$$

Onde:

$y_0 e x_0$ = São as coordenadas do centro de cisalhamento da seção;

J = É a constante de torção da seção transversal;

F_{cr} = Carga crítica de flambagem por flexão e torção;

$F_{crx}, F_{cry}\ e\ F_{crz}$ = São as cargas críticas de torção indicadas anteriormente.

B.4 Flambagem lateral

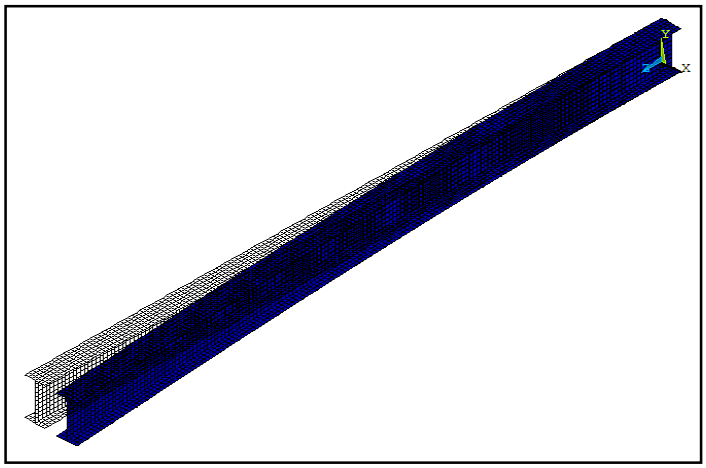


Figura B.5 – Exemplo de flambagem Lateral

As peças fletidas ao redor de seu eixo de maior inércia podem estar sujeitas a um modo de flambagem por flexão e torção caracterizado por uma torção associada a uma flexão lateral na direção normal ao plano das cargas. A Figura B.5 apresenta a configuração de flambagem lateral.

O momento fletor crítico para numerosas seções transversais de peças metálicas se as condições de carregamento e apoio são gerais, pode ser determinado com a seguinte equação aproximada [Timoshenko e Gere, 1961; Ziemian, 2010; Galambos, 1998]:

$$M_{crx} = \frac{C_b \pi^2 EA}{\lambda^2}\left[\frac{-\beta_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta_x}{2}\right)^2 + \frac{{k_{yz}}^2 C_\omega}{I_y} + \frac{GI_T}{\pi^2 EA}\lambda^2}\right] \tag{B.7}$$

$$Sendo\quad k_{yz} = \frac{k_y}{k_z}\quad e\quad \lambda = \frac{k_y}{r_y} \tag{B.8}$$

Onde:

C_b = É um coeficiente que leva em conta a variação da carga e dos momentos fletores ao longo do comprimento da coluna;

β_x = É o coeficiente de monossimetria.

O código AISC utiliza para a determinação do momento fletor crítico, em regime plástico, a seguinte expressão aproximada [Timoshenko e Gere, 1961; Ziemian, 2010; Galambos, 1998]:

$$M_{crx} = C_b \left[M_p - \left(M_p - M_r \right) \frac{\left(\lambda - \lambda_p \right)}{\left(\lambda_r - \lambda_p \right)} \right] \tag{B.9}$$

Onde:

M_r = É o momento limite de flambagem elástica da seção, determinado com base na tensão residual máxima de compressão que supostamente atua na seção;

λ_p = É o parâmetro de flambagem no qual a seção mais solicitada da viga plastifica antes da flambagem;

λ_r = É o parâmetro de flambagem determinado a partir da condição $M_e = M_r$ (M_e é o momento elástico).

B.5 Flambagem local

O comportamento de uma chapa isolada comprimida sob carregamento crescente e apoiada em seus bordos laterais é mostrado na Figura B.6. Se a chapa é compacta, isto é, com relação b/t pequena, ocorrerá a plastificação da seção; por outro lado, se a chapa for esbelta (elevada relação b/t) ocorrerá o fenômeno da flambagem local, caracterizado pelo aparecimento de deflexões laterais e a consequente diminuição de rigidez da chapa. A tensão e o modo de deformação das chapas dependem da geometria da chapa e de suas condições de apoio. [Pfeil, 2010].

A tensão crítica elástica de flambagem local, obtida para chapas duplamente apoiadas, pode ser escrita de forma similar à expressão de Euler [Timoshenko e Gere, 1961; Ziemian, 2010; Galambos, 1998]:

$$\sigma_{cr} = \frac{\mathrm{k}\pi^2 \mathrm{E}}{12(1 - \nu^2)(\mathrm{b/t})^2} \tag{B.10}$$

Onde:

k = É o coeficiente de flambagem local, que depende, basicamente, da relação $\mathrm{a/b}$ da chapa, das suas condições de apoio e do tipo de solicitação;

ν = É o coeficiente de Poisson;

b, t e a = São respectivamente a largura, espessura e comprimento da chapa.

Em regime não linear, a obtenção da tensão crítica de flambagem local não é simples, Bleich (1952) propôs substituir, na equação (B.10), o módulo E por $E\sqrt{\eta}$, para chapas submetidas à compressão uniforme, sendo:

$$\eta = \frac{E_T}{E} \tag{B.11}$$

Onde:

E_T = É o módulo tangente obtido no ensaio à tração;

η = Parâmetro que leva em conta as imperfeições do elemento.

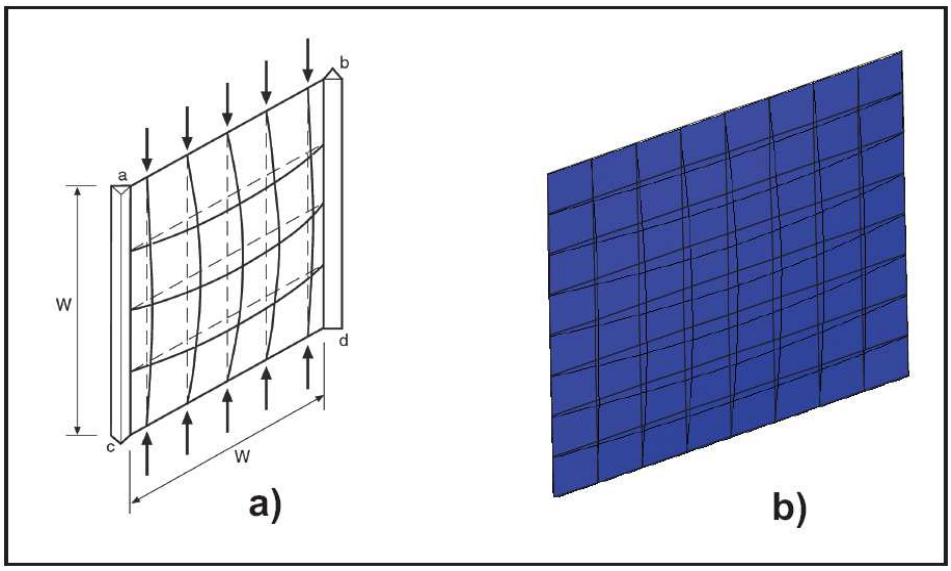


Figura B.6 – a) Comportamento da chapa isolada perfeita sob compressão (Fonte: AISI, 2007). b) Exemplo de flambagem local

A Equação (B.10) pode ser reescrita para o cálculo da tensão crítica para o regime não linear da seguinte forma:

$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E\sqrt{\eta}}{12(1-\upsilon^2)(b/t)^2} \tag{B.12}$$

As chapas têm um comportamento pós-crítico diferente do comportamento pós-crítico das barras prismáticas. Para o caso das chapas, existe um saldo de carga aplicada entre a carga crítica local e a carga última da chapa. Esse saldo é conhecido como reserva de resistência pós flambagem e será tanto maior quanto mais esbelta for à chapa [Pfeil, 2010].

ANEXO C. Gráficos de convergência MEF

Neste anexo serão apresentados os gráficos de convergência, obtidos para algumas das análises não lineares realizadas neste trabalho. Aqui serão apresentados os gráficos para as seguintes análises:

– Aplicação I – Coluna B

– Aplicação II – Modelo com espessura da alma e da mesa reduzidas a 2mm

– Aplicação III – Viga LSB 200x60x2 com abertura de 60mm

– Aplicação III – Viga LSB 200x45x1,6 com abertura de 102mm

– Aplicação IV – Modelo A

Sendo:

F CRIT = É o valor referência para a força apresentada (R_{ref}).

F L2 = É o valor da magnitude do resíduo obtido através da norma L2, conforme descrito no subitem 4.1.2.

ROT CRIT = É o valor referência para deslocamentos, sendo no caso rotação (U_{ref}).

ROT L2 = É o valor da magnitude do resíduo obtido através da norma L2, para o caso em que se utiliza como critério rotação.

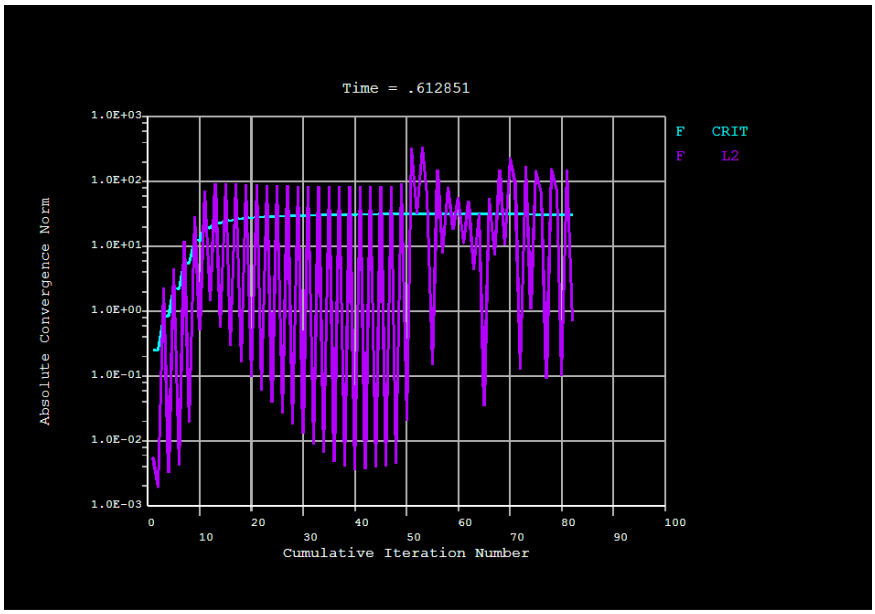


Figura C.1 – Gráfico de Convergência para a coluna B

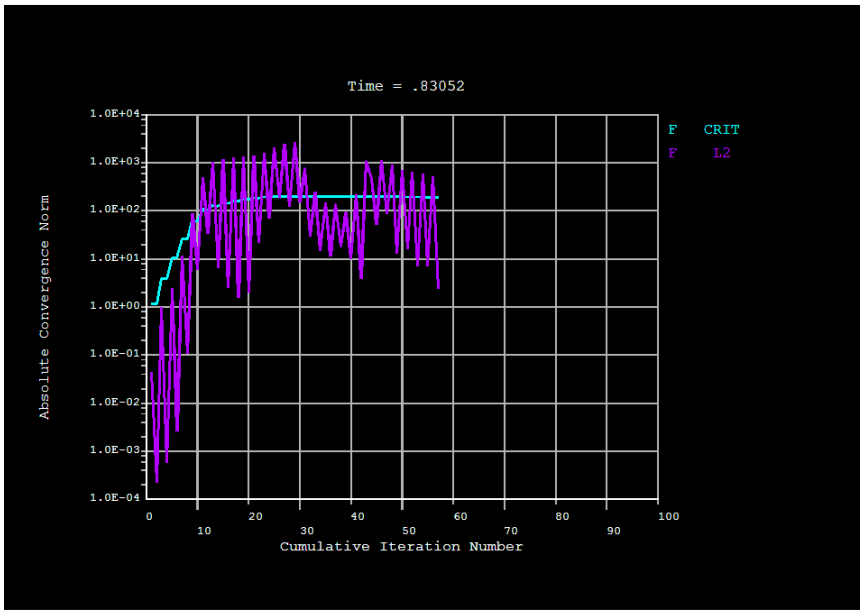


Figura C.2 – Gráfico de Convergência para o modelo de coluna com espessura da alma e da mesa reduzidas a 2mm

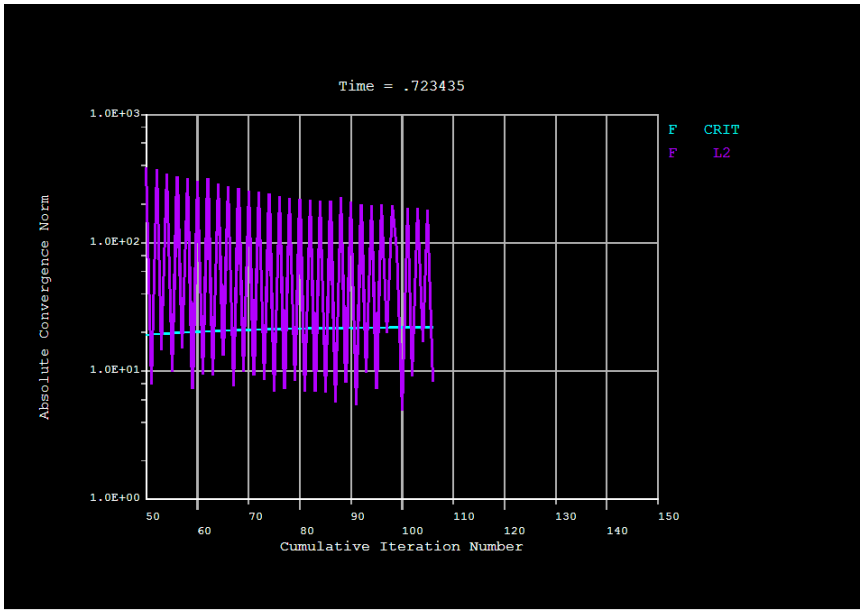


Figura C.3 – Gráfico de Convergência para a Viga LSB 200x60x2 com abertura de 60mm

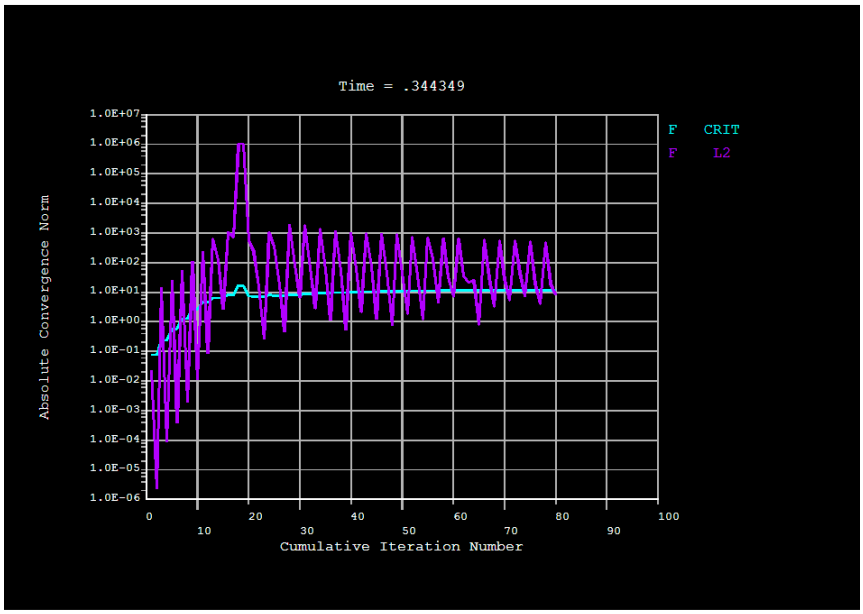


Figura C.4 – Gráfico de Convergência para a Viga LSB 200x45x1,6 com abertura de 102mm

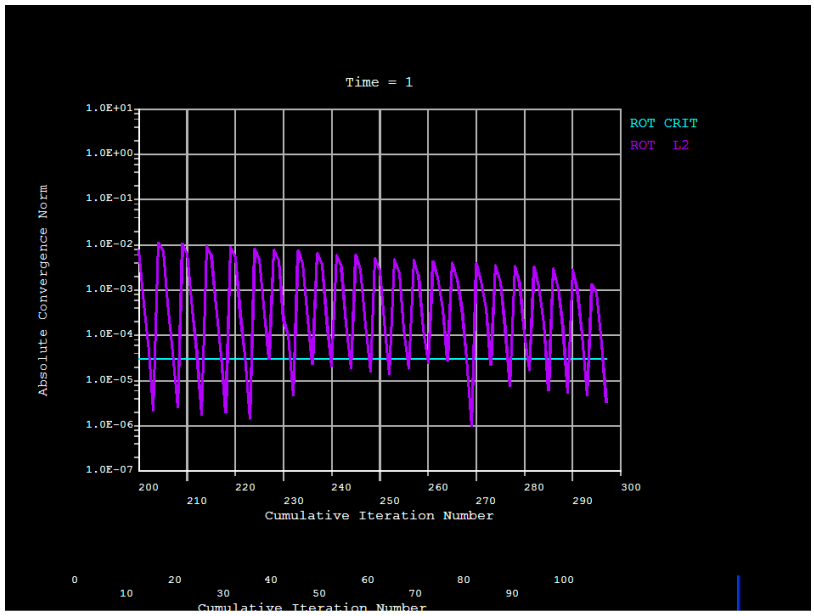


Figura C.5 – Gráfico de Convergência para o modelo A de perfil caixão

ANEXO D. Rotinas de comandos utilizadas (Ansys)

Neste anexo estão incluídas as rotinas de comandos utilizadas para a realização das análises efetuadas no Ansys para o desenvolvimento deste trabalho.

D.1 Colunas submetidas à compressão centrada

A rotina apresentada nesta seção foi utilizada na análise das colunas constituídas por perfis I. Foram analisados, através desta rotina, todos os modelos das aplicações I e II. Os valores dos parâmetros geométricos registrados abaixo referem-se à coluna B da aplicação I.

Parâmetros da análise não linear:

– Número máximo de iterações = 1000;

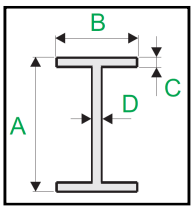
– Número de passos de carga = 200;

– Número máximo de passo de carga = 2000;

– Número mínimo de passo de carga = 20;

```
FINISH
/CLEAR
/CONFIG,NRES,1000      !NÚMERO MÁXIMO DE ITERAÇÕES
/FILNAME,W200X15,0   !NOMEIA O ARQUIVO PARA SER UTILIZADO NO COMANDO UPGEOM
/TITLE,ANALISE NAO-LINEAR FISICA E GEOMETRICA

C=5.2        !ESP. MESA
D=4.3        !ESP. ALMA
L=1600       !COMPRIMENTO
A=200-C      !ALTURA
B=100        !LARGURA
DISC=20
```




```
!PROPRIEDADES DO AÇO
FY=250
FR=450
E=200000
DEN=7850
P=0.3
WO=L/2500     !FATOR MULTIPLICADOR DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS
F=-1      !FORÇA APLICADA UTILIZA-SE 1 PARA QUE O AUTOVALOR SEJA A CARGA CRÍTICA
/PREP7
ET,1,181      !ELEMENTOS DE CASCA DE QUATRO NÓS
ET,2,21       !ELEM,ENTO DE MASSA PARA FAZER A SUPERFICIE RIGIDA COM O NÓ MESTRE
MP,DENS,1,DEN
MP,EX,1,E
MP,PRXY,1,P
R,1,C
R,2,D
```

```
R,3,0
/VIEW,1,1,1,1
!MODELAMENTO
K,1,0,A,0
K,2,B/2,A,0
K,3,B,A,0
K,4,B/2,A/2,0
K,5,0,0,0
K,6,B/2,0,0
K,7,B,0,0
K,8,0,A,L
K,9,B/2,A,L
K,10,B,A,L
K,11,B/2,A/2,L
K,12,0,0,L
K,13,B/2,0,L
K,14,B,0,L
A,1,2,9,8,1
A,2,3,10,9,2
A,2,4,11,9,2
A,4,11,13,6,4
A,5,6,13,12,5
A,6,7,14,13,6
!CRIAÇÃO DO NÓ MESTRE
N,1,B/2,A/2,L
!CRIAÇÃO DA MALHA
ESIZE,DISC
TYPE,1
REAL,1
AMESH,1,2
AMESH,5,6
TYPE,1
REAL,2
AMESH,3,4
TYPE,2
REAL,3
E,1
EPLOT
! APLICAÇÃO DO MPC
!NOMEANDO NÓS
NSEL,S,LOC,Z,L-0.0005,L
NSEL,U,NODE,,1
CM,ESCRAVOS,NODE
NSEL,ALL
NSEL,S,NODE,,1
CM,MESTRE,NODE
NSEL,ALL
R,4
ET,3,TARGE170 !ELEMENTO QUE DEFINE O NÓ MESTRE (PILOTO)
KEYOPT,3,2,1
KEYOPT,3,4,010
ET,4,CONTA175 !ELEMENTO QUE DEFINE OS NÓS ESCRAVOS (PILOTO)
KEYOPT,4,12,6
KEYOPT,4,4,0
KEYOPT,4,2,2
CMSEL,S,MESTRE
*GET,NN,NODE,0,NUM,MAX
```

```
TYPE,3
REAL,4
TSHAP,PILO
E,NN
ALLSEL
!CRIA CONTATO NA FACE
CMSEL,S,ESCRAVOS
TYPE,4
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
KEYOPT,3,4,111111
ALLSEL,ALL
FINISH
/SOLU
ANTYPE,STATIC
PSTRESS,ON
!CONDIÇÕES DE FIXAÇÃO E CARREGAMENTO
NSEL,S,LOC,Z,0,0.0005
D,ALL,ALL,0
NSEL,ALL
F,1,FZ,F
FTRAN
SOLVE
FINISH
/SOLU
ANTYPE,BUCKLE
BUCOPT,SUBSP,25
SOLVE
FINISH
/SOLU
EXPASS,ON
MXPAND,25
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,LIST
SET,1,1
PLDISP,1
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!ANÁLISE NÃO LINEAR!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! ARMAZENA O AUTOVALOR DO MODO DE FLAMBAGEM "N°" NA VARIÁVEL AV1
*GET,AV1,MODE,1,FREQ
FF=AV1*1.5          !ESTA É A CARGA UTILIZADA NA ANÁLISE NÃO LINEAR - AUTOVALOR 1 MULTIPLICADO POR 1,5
/PREP7
!ATUALIZA A GEOMETRIA DA ANÁLISE A PARTIR DO MODO DE DEFORMAÇÃO OBTIDO COM A ANÁLISE DE FLAMBAGEM REALIZADA ACIMA
UPGEOM,WO,1,1,'W200X15','RST',' '
!RELAÇÃO CONSTITUTIVA UTILIZADA (MODELO ELASTO PLÁSTICO TRILINEAR)
TB,MISO,1,1,3,
TBPT,,(0.7*FY)/E,(0.7*FY)
TBPT,,0.005,FY
TBPT,,0.2,FR
/XRANGE,0,0.02
TBPLOT,MISO,1
FINISH
/SOLU
```

```
ANTYPE,STATIC
/GST,ON
SOLCONTROL,ON
NLGEOM,ON          !ATIVA NA ANÁLISE O TENSOR DE GRANDES DEFORMAÇÕES
! PARAMETROS DA ANALISE NÃO-LINEAR
NSUBST,200,2000,20     !PRIMEIRO TIMI FFEQ SERÁ 1/200 MAX 2000
CNVTOL,F,,0.002,2,0.01
SSTIF,ON
!ACIONA E CONTROLA O MÉTODO DO COMPRIMENTO DO ARCO
ARCTRM,U,50,1,UX       ! TERMINA A ANÁLISE QUANDO UX ATINGIIR O VALOR INDICADO
NCNV,2,,,,,
MAXARC = 50
MINARC = 1/1000
ARCLEN,ON,MAXARC,MINARC
OUTRES,ALL,ALL,
EPLOT
!APLICAÇÃO DA CARGA PARA A ANÁLISE NÃO-LINEAR
F,1,FZ,-FF
FTRAN
SOLVE
FINISH
!PLOTA OS RESULTADOS
/POST26
NSOL,2,1,U,X,DESLOCAMENTO        !NÓ CENTRAL DO PERFIL (MESTRE)
/GRID,1
PROD,3,1,,,FORÇA,,,FF,,,
/XRANGE,0,50
/AXLAB,X,DESLOCAMENTO UX (mm)
/AXLAB,Y,CARGA (N)
PLVAR,3
XVAR,2
PRVAR,2,3
```

D.2 Vigas LSB

A rotina apresentada nesta seção foi utilizada nas análises dos modelos da aplicação III. Os valores dos parâmetros geométricos registrados abaixo referem-se à viga LSB 200x60x2 com abertura na alma de 60mm.

Parâmetros da análise não linear:

– Número máximo de iterações = 1000;

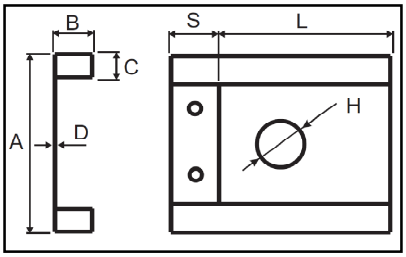
– Número de passos de carga = 400;

– Número máximo de passo de carga = 1000;

– Número mínimo de passo de carga = 40;

```
FINISH
/CLEAR
/CONFIG,NRES,1000      !NÚMERO MÁXIMO DE ITERAÇÕES
/FILNAME,VIGA-LSB
/TITLE,ANALISE DE FLAMBEGEM LINEAR ELASTICA

A=200
B=60
C=20
D=2
L=190
S=47.5
F=30
H=60
```




```
DISC=5      !TAMANHO DOS ELEMENTOS DA MALHA
!PROPRIEDADES DO AÇO
FY=440.4     !TENSÃO DE ESCOAMENTO DO MATERIAL UTILIZADO NO ENSAIO
FR=550       !TENSÃO DE RUPTURA DO MATERIAL UTILIZADO NO ENSAIO "1,8*FY"
E=200000
DEN=7850
P=0.3
C_MAQUINA=300000 !CAPACIDADE DA MAQUINA DE ENSAIOS. (N)
CARGA=C_MAQUINA/2 !PARCELA DA CARGA PARA CADA PERFIL. SENDO QUE SÃO DOIS
FA=-CARGA/4 !DIVIDINDO PARA CADA PARAFUSO M16
/PREP7
ET,1,181
MP,DENS,1,DEN
MP,EX,1,E
MP,PRXY,1,P
R,1,D
R,2,F
/VIEW,1,1,1,1
!MODELAMENTO
K,1,0,0,0
K,2,B-D,0,0
K,3,B-D,C-D,0
K,4,0,C-D,0
K,5,B-D,A-C,0
K,6,0,A-C,0
K,7,B-D,A-D,0
K,8,0,A-D,0
K,9,0,0,L+S
K,10,B-D,0,L+S
K,11,B-D,C-D,L+S
K,12,0,C-D,L+S
K,13,B-D,A-C,L+S
K,14,0,A-C,L+S
K,15,B-D,A-D,L+S
K,16,0,A-D,L+S
!PARAFUSOS
K,17,0,C-D,L
K,18,0,A-C,L
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,6
```

```
L,8,7
L,7,5
L,5,6
L,9,10
L,10,11
L,11,12
L,9,12   !****
L,14,16  !****
L,16,15
L,15,13
L,13,14
L,1,9
L,2,10
L,3,11
L,4,17   !****
L,5,13
L,6,18   !****
L,7,15
L,8,16
L,18,14
L,17,12
L,12,14
L,17,18
L,1,4
L,6,8
AL,25,27,24,26
AL,4,19,27,21
AL,29,23,12,24,21
AL,5,22,13,23
AL,6,20,14,22
AL,7,20,15,24,21
AL,3,18,10,25,19
AL,2,17,9,18
AL,1,17,8,16
AL,28,16,11,25,19
KWPLAN,2,1,9,8
CYL4,L/2,(A-D)/2,H/2,360
ASBA,2,11
ESIZE,DISC
TYPE,1
REAL,1
AMESH,3,10
AMESH,12
!MALHA NA CHAPA SUPORTE
TYPE,1
REAL,2
AMESH,1
EPLOT
FINISH
/SOLU
ANTYPE,STATIC
PSTRESS,ON
!CONDIÇÕES DE FIXAÇÃO E CARREGAMENTO
NSEL,S,LOC,Z,0,0.0005
NSEL,U,LOC,Y,0,C-(DISC/2)
NSEL,U,LOC,Y,A-C+(DISC/2),A
NSEL,U,LOC,X,D,B
```

```
D,ALL,ALL,0
NSEL,ALL
NSEL,S,LOC,Z,L,L+S
NSEL,U,LOC,X,D,B
NSEL,U,LOC,Y,0,C-(DISC/2)
NSEL,U,LOC,Y,A-C+(DISC/2),A
D,ALL,UX,0
D,ALL,UZ,0
NSEL,ALL
!CARREGAMENTO
NSEL,S,LOC,Z,0,L+S
NSEL,U,LOC,Z,0,(L+25)
NSEL,U,LOC,Z,(L+25)+DISC,L+S
NSEL,U,LOC,Y,0,(A/4)
NSEL,U,LOC,Y,(A/4)+DISC,A-(A/4)
NSEL,U,LOC,Y,A-(A/4)+DISC,A
F,ALL,FY,FA
NSEL,ALL
FTRAN
SOLVE
FINISH
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!ANÁLISE NÃO LINEAR!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
!RELAÇÃO CONSTITUTIVA UTILIZADA
TB,MISO,1,1,3,
TBPT,,(0.7*FY)/E,(0.7*FY)
TBPT,,0.005,FY
TBPT,,0.2,FR
/XRANGE,0,0.02
TBPLOT,MISO,1
FINISH
/SOLU
ANTYPE,STATIC
/GST,ON
SOLCONTROL,ON
NLGEOM,ON          !ATIVA NA ANÁLISE O TENSOR DE GRANDES DEFORMAÇÕES
! PARAMETROS DA ANALISE NÃO LINEAR
NSUBST,400,1000,40      !PRIMEIRO TIMI FFEQ SERÁ 1/400 MAX 1000
CNVTOL,F,,0.0004,2,0.001
SSTIF,ON
!ACIONA E CONTROLA O MÉTODO DO COMPRIMENTO DO ARCO
ARCTRM,U,10,4448,UY !TERMINA A ANÁLISE QUANDO UY ATINGIIR O VALOR INDICADO
NCNV,2,,,,,
MAXARC = 25
MINARC = 1/2000
ARCLEN,ON,MAXARC,MINARC
OUTRES,ALL,ALL,
EPLOT
FINISH
/SOLU
SOLVE
FINISH
!PLOTA OS RESULTADOS
/POST26
NSOL,2,4448,U,Y,DESLOCAMENTO       !NÓ POSICIONADO NO MEIO DA CHAPA DE APOIO
/GRID,1
PROD,3,1,,,FORÇA,,,2*FA,,,
```

```
/XRANGE,0,50
/AXLAB,X,DESLOCAMENTO UX (mm)
/AXLAB,Y,CARGA DE CISALHAMENTO (N)
PLVAR,3
XVAR,2
PRVAR,2,3
```

D.3 Perfis caixão

A rotina apresentada nesta seção foi utilizada para a realização das análises realizadas na aplicação IV. Os parâmetros geométricos registrados abaixo são referentes ao modelo A.

Parâmetros da análise não linear:

– Número máximo de iterações = 1000;

– Número de passos de carga = 500;

– Número máximo de passo de carga = 1000;

– Número mínimo de passo de carga = 50;

– Para essas análises foi utilizado o método de Newton-Raphson.

```
FINISH
/CLEAR
/CONFIG,NRES,1500      !NÚMERO MÁXIMO DE ITERAÇÕES
/FILNAME,BOX,0
/TITLE,ANALISE NAO-LINEAR FISICA E GEOMETRICA
ESP=0.6       !ESPESSURA
A1=70-ESP      !LARGURA
B1=70-ESP      !ALTURA
L=360         !COMPRIMENTO
DISC=5        !TAMANHO MÁXIMO DOS ELEMENTOS DA MALHA
!PROPRIEDADES DO AÇO
FY=250
FR=450
E=200000
DEN=7850
P=0.3
ROTATION=0.05    !ROTAÇÃO PRESCRITA NO "NÓ" MESTRE (PILOTO)
/PREP7
ET,1,181       !ELEMENTOS DE CASCA DE QUATRO NÓS
ET,2,21        !ELEMENTO DE MASSA PARA FAZER A SUPERFICIE RIGIDA COM O NÓ MESTRE
MP,DENS,1,DEN
MP,EX,1,E
MP,PRXY,1,P
R,1,ESP
R,2,0
/VIEW,1,1,1,1
!MODELAMENTO
K,1,0,B1,0
K,2,A1,B1,0
```

```
K,3,0,0,0
K,4,A1,0,0
K,5,0,B1,L
K,6,A1,B1,L
K,7,0,0,L
K,8,A1,0,L
!PONTO MESTRE (PILOTO)
N,1,A1/2,B1/2,L
!AREAS
A,1,5,7,3,1
A,1,5,6,2,1
A,2,6,8,4,2
A,4,8,7,3,4
ESIZE,DISC
REAL,1
AMESH,ALL
TYPE,2
REAL,2
E,1
EPLOT
! === MPC_R === !
!NOMEANDO NÓS
NSEL,S,LOC,Z,L-0.0005,L
NSEL,U,NODE,,1
CM,ESCRAVOS,NODE
NSEL,ALL
NSEL,S,NODE,,1
CM,MESTRE,NODE
NSEL,ALL
R,4
ET,3,TARGE170
KEYOPT,3,2,1
KEYOPT,3,4,010
ET,4,CONTA175
KEYOPT,4,12,6
KEYOPT,4,4,0
KEYOPT,4,2,2
CMSEL,S,MESTRE
*GET,NN,NODE,0,NUM,MAX
TYPE,3
REAL,4
TSHAP,PILO
E,NN
ALLSEL
!CRIA CONTATO NA FACE
CMSEL,S,ESCRAVOS
TYPE,4
ESLN,S,0
ESURF
ALLSEL
KEYOPT,3,4,111111
ALLSEL,ALL
/SOLU
ANTYPE,STATIC
PSTRESS,ON
!CONDIÇÕES DE FIXAÇÃO E CARREGAMENTO
NSEL,S,LOC,Z,0,0.005
```

```
D,ALL,ALL
NSEL,ALL
D,1,ROTX,ROTATION
SOLVE
FINISH
/PREP7
!RELAÇÃO CONSTITUTIVA UTILIZADA
TB,MISO,1,1,3,
TBPT,,(0.7*FY)/E,(0.7*FY)
TBPT,,0.005,FY
TBPT,,0.2,FR
/XRANGE,0,0.02
TBPLOT,MISO,1
FINISH
/SOLU
ANTYPE,STATIC
! MÉTODO DE NEWTON-RHAPSON
/GST,ON
SOLCONTROL,ON
NLGEOM,ON        !ATIVA NA ANÁLISE O TENSOR DE GRANDES DEFORMAÇÕES
! PARAMETROS DA ANALISE NÃO LINEAR
NSUBST,500,1000,50    !PRIMEIRO TIME FFEQ SERÁ 1/500 MAX 1000
CNVTOL,ROT,,0.0005,2,0.001 !CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA DESTA VEZ SERÁ POR "DOF" NO
CASO ROTAÇÃO
SSTIF,ON
OUTRES,ALL,ALL,
EPLOT
ALLSEL,ALL
FINISH
/SOLU
SOLVE
FINISH
```

ANEXO E. Torção não uniforme

A torção não uniforme ocorre em peças que empenam, solicitadas por um momento torçor quando o empenamento das seções transversais não é livre.

A torção uniforme, conhecida como torção de Saint Venant, explica a transferência de momento torçor como esforços de corte. Esse tipo de comportamento acontece em seções que não empenam ou em seções que empenam quando o empenamento não é restringido.

O empenamento de uma seção transversal revela a tendência de essa seção sair do plano na qual se encontra quando é submetida a um esforço de torção.

A rigidez à torção uniforme é muito baixa no caso de perfis abertos de parede fina situação típica em perfis I e C, por exemplo. Isso faz com que em perfis abertos, onde o empenamento é livre, apenas a rigidez à torção uniforme seja considerada; já quando o empenamento é restringido à determinação das tensões devido à solicitação da torção, deve considerar a combinação de torção uniforme e não uniforme que interatuam no elemento estudado.

A teoria da torção não uniforme explica a transferência de torção em tensões normais e tensões de corte. Assim como a rigidez da torção uniforme está associada a uma propriedade da seção transversal chamada de constante de torção (J), a rigidez à torção não uniforme está associada à constante de empenamento (C_ω), e seu valor participa em várias expressões analíticas que serão utilizadas para determinar a carga crítica à flambagem.

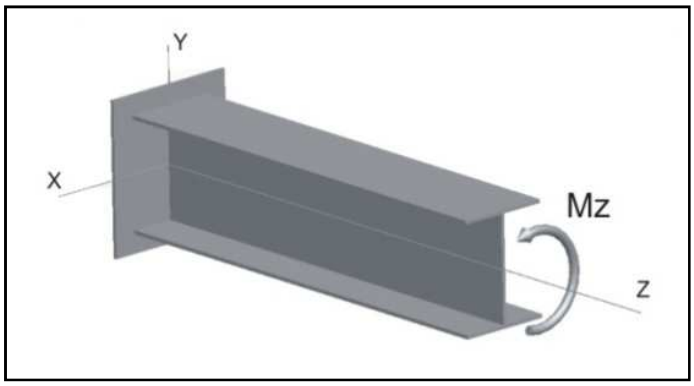


Figura E.1 – Perfil I solicitado à torção

Para exemplificar esse fenômeno, apresenta-se o estudo de um caso clássico, que consiste em uma viga de perfil I com uma de suas extremidades engastada e submetida a um

momento torçor em sua outra extremidade. O perfil I facilita a visualização tanto da torção uniforme quanto da torção não uniforme.

Na torção uniforme, desenvolvem-se, na seção transversal, apenas tensões tangenciais. Dessa forma, sendo as tensões normais nulas, admite-se que as seções transversais estejam livres para empenarem.

Na torção não uniforme existe a flexão diferenciada das mesas, assim a torção desenvolve tensões normais e tangenciais na seção transversal, caso em que é essencial que existam restrições ao empenamento das seções.

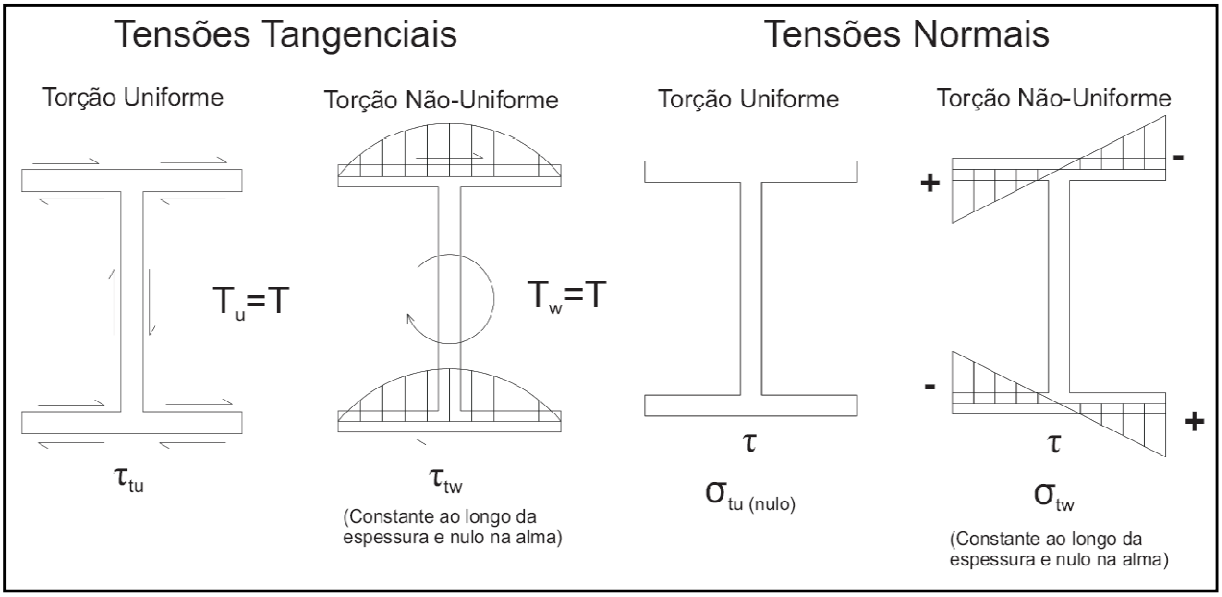


Figura E.2 – Tensões normais e tangenciais (Fonte: Timoshenko; Gere, 1961)

Para o caso da torção mista, o momento total aplicado subdivide-se pelos dois fenômenos, em conformidade com sua rigidez, sendo que o mais rígido transportará uma maior parcela do momento torçor.

A seção empena devido à falta de simetria radial. Como o empenamento não está livre, devido ao engastamento, as mesas do perfil fletem, gerando-se assim tensões normais e deflexões, que são estaticamente equivalentes ao momento fletos M_z no plano de cada uma das mesas. Esses momentos variam ao longo da peça, sendo nulos na seção livre.

A solução desses problemas hiperestáticos exige que se escrevam quatro equações.

i) Primeiramente a equação de equilíbrio:

$$T = T_u + T_W \tag{E.1}$$

onde T é a soma dos momentos, T_u é a torção uniforme e T_W a torção não uniforme.

ii) Equação de compatibilidade:

$$\theta = \theta_u = \theta_W \tag{E.2}$$

sendo a rotação a mesma para os dois sistemas estruturais.

iii e iv) Equações derivadas das constitutivas:

$$\theta_u = f_u(T_u/G.J) \tag{E.3}$$

$$\theta_w = f_w(T_w/G.C_w) \tag{E.4}$$

Essas equações formam um sistema determinado de quatro equações a quatro incógnitas, que são T_u, T_W, θ_u e θ_W[15].

[15]Maiores informações sobre esse respeito podem ser consultadas em bibliografia especializada entre eles se podemos citar Ziemian (2010).

ANEXO F. Formulação básica dos métodos de iteração utilizados pelo Ansys, para a realização de análises não lineares.

F.1 Método de Newton-Raphson

Para apresentar este método, utilizar-se-á a expansão de uma função em série de Taylor em torno de um ponto x_0:

$$f_{(x)} = f_{x_0} + (x - x_0)f'_{(x_0)} + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f''_{(x_0)} + \cdots \tag{F.1}$$

Mantendo apenas os dois primeiros termos da série de Taylor de forma a se desprezar os termos de segunda ordem e superiores.

$$f_{(x)} \approx f_{x_0} + (x - x_0)f'_{(x_0)} \tag{F.2}$$

Apresenta-se, assim, a equação de uma reta que passa pelo ponto f_{x_0} com inclinação $f'_{(x_0)}$. Supondo que a função f_x seja bem aproximada por uma reta, o ponto que essa reta cruza o eixo x, está próximo ao ponto que a função cruza o eixo x. Este ponto x para o qual a função cruza em o zero será:

$$0 = f_{x_0} + (x - x_0)f'_{(x_0)} \tag{F.3}$$

$$-f_{x_0} = (x - x_0)f'_{(x_0)} \tag{F.4}$$

$$x = x_0 - \frac{f_{(x_0)}}{f'_{(x_0)}} \tag{F.5}$$

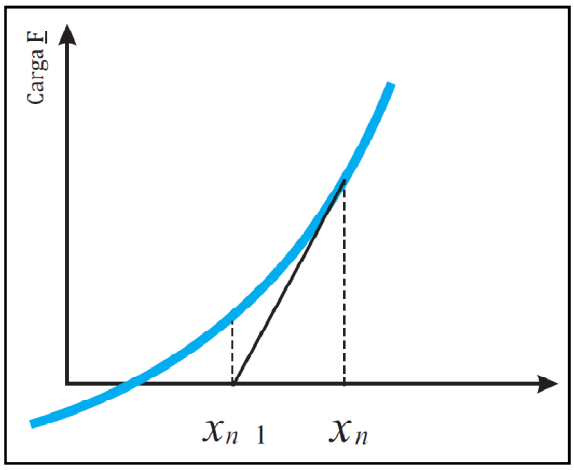


Figura F.1 – Aproximação de Newton-Raphson

Esse ponto x é então usado no lugar de x_0 como um novo valor inicial melhorando assim a aproximação. Generalizando a expressão para a iteração *n* se tem a equação (F.6). A Figura F.1 ilustra o procedimento seguido [Bathe, 1996].

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f_{(x_n)}}{f'_{(x_n)}} \tag{F.6}$$

F.2 Método do Comprimento de Arco (*Arc-Length*)

O método do comprimento de arco é utilizado paras a investigação do comportamento pós-colapso de estruturas em análises não lineares. A equação de equilíbrio do sistema não linear pode ser escrita como:

$$g(\lambda_i) = f_i - \lambda_i q \tag{F.7}$$

onde:

f_i = Vetor de força nodal interna equivalente;

q = Vetor de carga externa aplicada;

λ_i =Fator de carga;

g =Vetor de força (fora de equilíbrio).

O método do comprimento de arco é talhado para encontrar a intersecção da equação (F.7) com a constante denominada como o comprimento de arco, e pode ser escrita na forma diferencial como:

$$S = \int \sqrt{dp^T dp + d\lambda^2 \Psi^2 q^T q} \tag{F.8}$$

Ou em forma de incremento, escrita como:

$$a = \Delta \mathrm{p}^T \Delta p + \Delta\lambda^2 \Psi^2 q^T q - \Delta l^2 = 0 \tag{F.9}$$

onde:

Δp = Vetor de deslocamento incremental;

$\Delta\lambda$ = Fator de carga incremental;

Δl = Raio onde ocorrera o cruzamento;

Ψ = Parâmetro escalar de carregamento.

Algumas equações de simplificação podem ser diretamente utilizadas para calcular de forma iterativa o vetor de deslocamento e o de força, assim podemos escrever as equações (F.7) e (F.9) da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \delta p \\ \delta\lambda \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} K_T & -q \\ 2\Delta p^T & 2\Delta\lambda\Psi^2 q^T q \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} g_{old} \\ a_{old} \end{Bmatrix} \tag{F.10}$$

onde:

δp = Mudança iterativa do vetor de deslocamento;

$\delta\lambda$ = Mudança iterativa do fator de carga;

K_T = Tangente da matriz de rigidez;

g_{old} e a_{old} = Valores anteriores de valor de carga e comprimento de arco.

Após a mudança iterativa δp e $\delta\lambda$ ter sido calculada, os vetores de deslocamento e de força são atualizados.

Em vez de resolver as equações (F.7) e (F.9) diretamente, uma alternativa pode ser a introdução de uma equação de restrição seguindo a técnica de Baltoz e Dhatt (1979) para o controle do deslocamento de um único ponto, como dado em Crisfield (1981). De acordo com a técnica, a mudança iterativa de deslocamento para o novo nível desconhecido de carga $\Delta\lambda_{i+1} = \Delta\lambda_{\mathrm{i}} + \delta\lambda$ é escrito como:

$$\delta p = -K_T^{-1} g + \delta\lambda K_T^{-1} q = \delta g + \delta\lambda \delta p_T \tag{F.11}$$

E o deslocamento incremental para o próximo incremento pode ser escrito como:

$$\Delta p_{i+1} = \Delta p_{\mathrm{i}} + \delta p \tag{F.12}$$

Substituindo os valores das equações (F.11) e (F.12) para dentro da equação de restrição, produz-se a expressão seguinte:

$$c_1 \delta\lambda^2 + c_2 \delta\lambda + c_3 = 0 \tag{F.13}$$

onde:

$c_1 = \delta p_T^T \delta p_T + \Psi^2 q^T q$;

$c_2 = 2\delta p_T (\Delta p + \delta g) + 2\Delta\lambda\Psi^2 q^T q$;

$c_3 = (\Delta p + \delta g)^T (\Delta p + \delta g) - \Delta l^2 + \Delta\lambda^2 \Psi^2 q^T q$.

A equação (F.13) é resolvida para obtermos o valor de $\delta\lambda$, assim podemos definir completamente a mudança iterativa. O método é graficamente ilustrado na Figura F.2 [Crisfield, 2000].

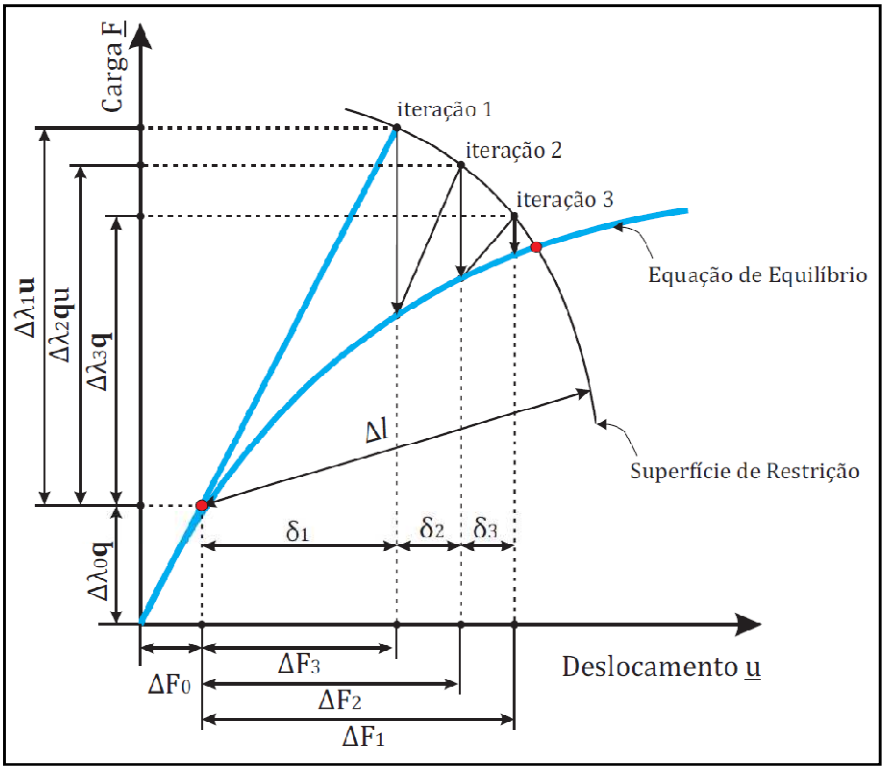


Figura F.2 – Método do Comprimento do Arco

ANEXO G. Funções de forma para um elementos de casca

As funções de forma para um elemento 3D de casca com quatro nós, e uma configuração quadrilátera, são dadas a seguir. Essas funções são empregadas ao elemento Shell181, o qual foi empregado nas análises realizadas neste trabalho. Essas informações foram obtidas diretamente do manual teórico no Ansys.

$$u_x = \frac{1}{4}\left[u_{xI}(1-s)(1-t) + u_{xJ}(1+s)(1-t) + u_{xK}(1+s)(1+t) + u_{xL}(1-s)(1+t)\right] \tag{G.1}$$

$$u_y = \frac{1}{4}\left[u_{yI}(1-s)(1-t) + u_{yJ}(1+s)(1-t) + u_{yK}(1+s)(1+t) + u_{yL}(1-s)(1+t)\right] \tag{G.2}$$

$$u_z = \frac{1}{4}\left[u_{zI}(1-s)(1-t) + u_{zJ}(1+s)(1-t) + u_{zK}(1+s)(1+t) + u_{zL}(1-s)(1+t)\right] \tag{G.3}$$

$$\theta_x = \frac{1}{4}\left[\theta_{xI}(1-s)(1-t) + \theta_{xJ}(1+s)(1-t) + \theta_{xK}(1+s)(1+t) + \theta_{xL}(1-s)(1+t)\right] \tag{G.4}$$

$$\theta_y = \frac{1}{4}\left[\theta_{yI}(1-s)(1-t) + \theta_{yJ}(1+s)(1-t) + \theta_{yK}(1+s)(1+t) + \theta_{yL}(1-s)(1+t)\right] \tag{G.5}$$

$$\theta_z = \frac{1}{4}\left[\theta_{zI}(1-s)(1-t) + \theta_{zJ}(1+s)(1-t) + \theta_{zK}(1+s)(1+t) + \theta_{zL}(1-s)(1+t)\right] \tag{G.6}$$

Sendo:

u_x = deslocamento na direção “x”

u_y = deslocamento na direção “y”

u_z = deslocamento na direção “z”

θ_x = rotação em torno do eixo “x”

θ_y = rotação em torno do eixo “y”

θ_z = rotação em torno do eixo z

s e t = coordenadas normalizadas

I, J, K e L = são os nós que definem o elemento.

A Figura G.1 ilustra o referido elemento com o seu respectivo sistema de coordenadas (sistema local de coordenadas) o qual é utilizado pelas equações anteriormente apresentadas [Ansys User's Manual, 1995].

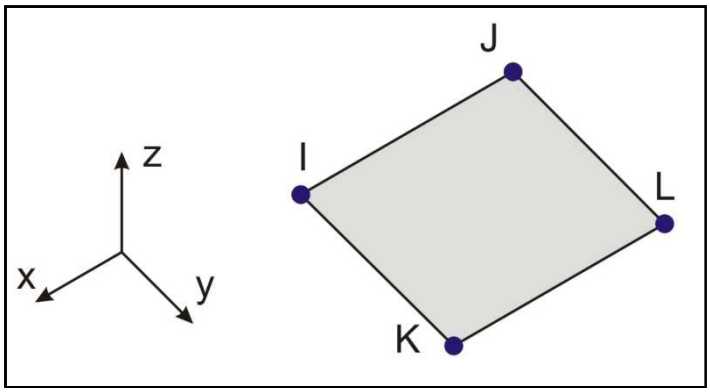


Figura G.1 – Elemento de casca em três dimensões