



A CONSTANTE DE CHAMPERNOWNE

Autor: Matheus Stapenhorst

Orientador: Jairo Mengue

INTRODUÇÃO

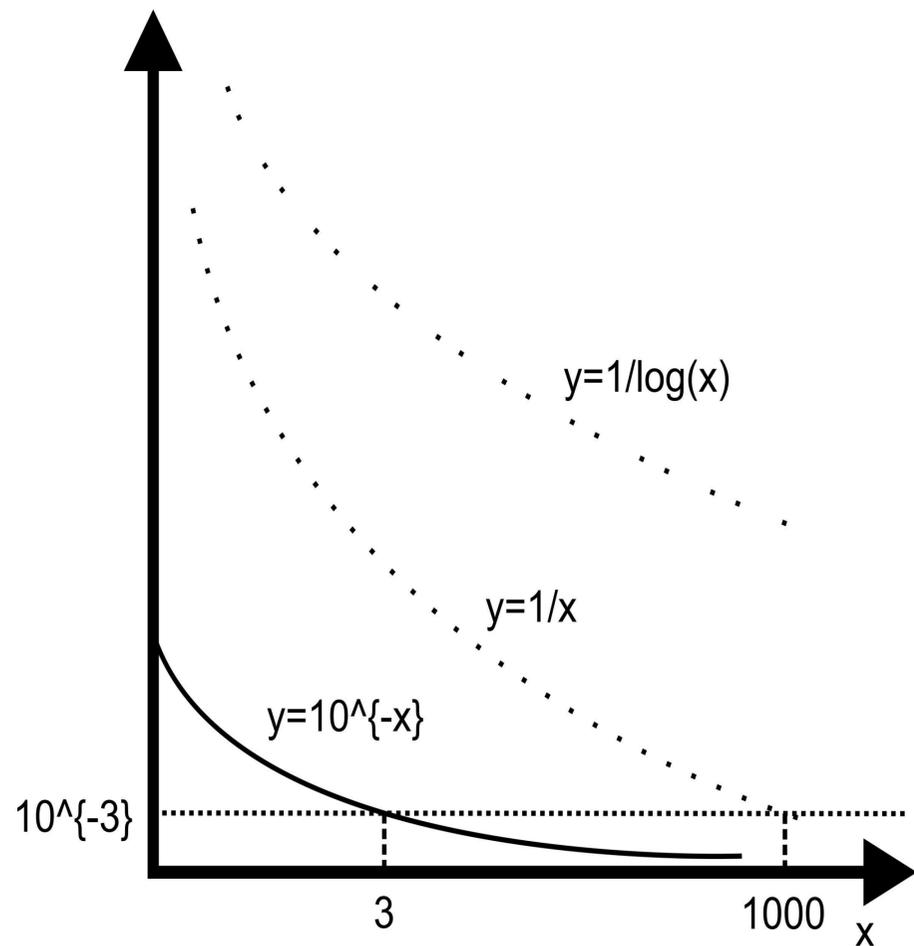
Esse trabalho se baseia no estudo dos números normais. Um número é normal se a frequência de ocorrência de qualquer bloco de dígitos em sua expansão decimal depende apenas do tamanho do bloco. Existe incerteza em relação à normalidade de constantes “comuns” na matemática, como pi e a raiz quadrada de dois, por exemplo. Sabe-se que a maioria dos números reais são normais. Ironicamente, são poucos os exemplos de números normais conhecidos. Um deles é $0,1234567891011\dots$, obtido concatenando-se todos os números naturais, e chamado de Constante de Champernowne. Partindo desse resultado, mostra-se que o número $0,1357911131517\dots$ (obtido concatenando-se todos os números ímpares) é normal. Outro exemplo de número normal é $0,235711131719\dots$ (obtido concatenando-se todos os números primos), chamado de Constante de Copeland-Erdős

SOBRE A VELOCIDADE DE CONVERGÊNCIA

O conceito de frequência de ocorrência de um bloco de dígitos B na expansão decimal de um número real x é definido a partir de um limite da sequência $(N,B)/N$ onde (N,B) representa o número de ocorrências do bloco B até o N-ésimo dígito da expansão de x. Então podemos nos perguntar com que velocidade $(N,B)/N$ se aproxima do limite encontrado. Temos evidências, analisando uma subsequência, de que $(N,0)/N$ na Constante de Champernowne converge logaritmicamente para $1/10$, indicando que essa convergência é lenta.

REFERÊNCIAS

A demonstração da normalidade da Constante de Champernowne se encontra em Mengue, J. K. *Uma coleção de resultados sobre números normais. Dissertação de Mestrado, UFRGS, 2008.* Já o livro Ripoll, J.; Ripoll, C.; Silveira J. *Números racionais, reais e complexos. 2.ed. rev. ampl. Porto Alegre : Editora da UFRGS, 2011.* faz uma breve introdução aos números normais, enquanto que Mengue, J. K.; Ripoll, C.C. *Introdução aos números normais. Londrina : Universidade Estadual de Londrina, 2012* trata especificamente sobre números normais.



COMENTÁRIOS SOBRE VELOCIDADES DE CONVERGÊNCIA

Note que ambas as curvas na figura acima tendem a zero à medida que x tende ao infinito, mas $y=10^{-x}$ converge para zero com maior velocidade. Por exemplo, para termos $10^{-x} < 10^{-3}$, basta tomarmos $x > 3$, mas para termos $1/x < 10^{-3}$, devemos tomar $x > 1000$. Agora, para que $1/\log(x) < 10^{-3}$, devemos tomar $x > 10^{1000}$, um número com mais de 1000 algarismos. (O logaritmo considerado está em base 10)