

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

MATEUS KÖFENDER

**GRAFEQ NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE INEQUAÇÕES: UMA PESQUISA
BASEADA NA NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS**

Porto Alegre

2014

MATEUS KÖFENDER

**GRAFEQ NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE INEQUAÇÕES: UMA PESQUISA
BASEADA NA NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Leandra Anversa Fioreze

Porto Alegre

2014

MATEUS KÖFENDER

**GRAFEQ NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE INEQUAÇÕES: UMA PESQUISA
BASEADA NA NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Leandra Anversa Fioreze

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª Dra. Leandra Anversa Fioreze

Universidade Federal de Santa Maria / Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof^ª Dra. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof^ª Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo refletir sobre o modo atual de ensino de inequações, domínio, imagem e translações no gráfico de funções e analisar como uma proposta de uma sequência das atividades que explore o software matemático GrafEq pode auxiliar no ensino e aprendizagem destes conteúdos. A sequência de atividades foi desenvolvida no laboratório de informática de uma escola da rede pública de Porto Alegre, com a turma do terceiro ano do Ensino Médio. Utilizamos a teoria da Negociação de significados, que tem como objetivo estudar os diálogos e negociações existentes em sala de aula, para conduzir as atividades em sala de aula. A coleta de dados foi realizada de forma empírica, utilizando o Estudo de caso, que é uma metodologia que procura compreender o “como” e os “porquês” da entidade em estudo. Sobre as considerações finais em relação à experiência podemos afirmar que o uso do software GrafEq pode auxiliar no ensino de inequações e contribuir para a aprendizagem dos conteúdos explorados na sequência de atividades.

Palavras Chaves: Ensino e Aprendizagem de Matemática. Negociação de significados. Estudo de caso. Funções, equações, inequações e desigualdades. GrafEq.

ABSTRACT

This work aims to reflect on the mode current of education of inequalities, domain, image and translatory in the function graph and analyze if a proposal of a sequence of activities that explore the mathematical GrafEq software can assist in teaching and learning this content. The sequence of activities was developed in the computer lab of a public school in Porto Alegre, with the class of the third year of high school. We use the theory of negotiation of meaning, which aims to study the existing dialogues and negotiations in the classroom, to conduct activities in the classroom. Data collection was performed empirically, using the case study, which is a methodology that seeks to understand the "how" and "why" of the entity under study. On the final considerations of regarding the experience we can say that the results were positive, indicating that the use of GrafEq software can assist in teaching inequalities and contribute to the learning of content explored in the sequence of activities.

Keywords: Education and Learning of Mathematic. Negotiation of meanings. Case study. Functions, equations and inequalities. GrafEq.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Interface do GrafEq	16
Figura 2- Construindo imagens no GrafEq	17
Figura 3 - Imagem da primeira atividade.	28
Figura 4 - Atividade 2, primeira imagem.	29
Figura 5 - Atividade 2, segunda imagem.	29
Figura 6 - Atividade 2, terceira imagem.	30
Figura 7 - O personagem Mínton.	31
Figura 8 - Imagem de uma taça e um copo.	32
Figura 9 - Imagem da atividade.....	32
Figura 10 - Imagem da atividade.....	33
Figura 11 - Imagem da atividade.....	33
Figura 12 - Estudando inequações com circunferências.	34
Figura 13 - Primeira imagem da atividade 2.	35
Figura 14 - Segunda imagem da atividade 2.	35
Figura 15 - Terceira imagem da atividade 2	36
Figura 16 – Exploração do software pelo Aluno L.....	38
Figura 17 – Imagem da primeira atividade.	39
Figura 18 - Relação realizada pelo Aluno A e Aluna M.....	41
Figura 19 – Atividade 2, primeira imagem.	42
Figura 20- Relação do Aluno A e da Aluna M.....	43
Figura 21 – Relação do Aluno A e do Aluno K.	44
Figura 22 – Construção da Aluna T, Aluno E e do Aluno F.....	45
Figura 23 – Atividade 2, segunda imagem.....	46
Figura 24- Construção da Aluna R e da Aluna S.	47
Figura 25 – Resposta do grupo da Aluna T, Aluno E e Aluno F.....	48
Figura 26 – Resposta da dupla da Aluna R e Aluna S.	48
Figura 27 – Atividade 2, terceira imagem.....	50
Figura 28 – Construção realizada pela Aluna A e Aluna S.....	50
Figura 29 – O personagem Mínton.	51
Figura 30 – Representação do Mínton parte 1, pela Aluna A e pelo Aluno T.	52
Figura 31 – Imagem de uma taça e um copo.....	53
Figura 32 - Imagem da atividade.....	54
Figura 33 – Construção do pudim ou gelatina, pelo Aluno R e Aluno A.	55

Figura 34 - Imagem da atividade.....	56
Figura 35 – Construção (parábolas) pela Aluna A e pelo Aluno T.	57
Figura 36 – Imagem da atividade.	58
Figura 37 – Construção da cadeia de parábolas, pelo Aluno R e Aluno A.	58
Figura 38 – Representação Mínton parte 2, pela Aluna A e Aluno T.....	59
Figura 39 – Estudando inequações com circunferências.	60
Figura 40 - Primeira imagem da atividade 2.	61
Figura 41 – Construção pelo Aluno A e pelo Aluno K.....	62
Figura 42 – Segunda imagem da atividade 2.	62
Figura 43 - Construção inicial realizada pelo Aluno R e Aluno A.....	63
Figura 44 – Terceira imagem da atividade 2.	64
Figura 45 – Reprodução da imagem pela dupla do Aluno R e Aluno A.....	65
Figura 46 – Representação do Mínton pela dupla da Aluna A e Aluno T.	66
Figura 47 – Representação do Mínton pela dupla do Aluno R e Aluno A.....	67
Figura 48 - Criação de um personagem pela dupla do Aluno R e Aluno A.....	68
Figura 49 - Criação de um personagem pela dupla da Aluna A e Aluno T.	68
Figura 50 - Personagem da dupla do Aluno A e pelo Aluno K.....	69
Figura 51 – Personagem criado pela dupla da Aluna A e Aluna S.....	69
Figura 52 - Personagem criado pelo trio da Aluna T, Aluno E e Aluno F.....	70
Figura 53 - Personagem criado pela dupla do Aluno A e Aluna M.....	70

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. REFERENCIAIS TEÓRICOS	11
2.1. O COMPUTADOR E SUAS TECNOLOGIAS EM SALA DE AULA	11
2.2. O SOFTWARE GRAFEQ.....	15
2.3. NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS.....	18
3. UM RECORTE DO ENSINO DE INEQUAÇÕES, DOMÍNIO, IMAGEM E TRANSLAÇÕES DE FUNÇÕES.....	21
3.1. ENSINO DE INEQUAÇÕES	21
3.2. DOMÍNIO, IMAGEM E TRANSLAÇÃO HORIZONTAL E VERTICAL DE FUNÇÕES.....	22
4. METODOLOGIA	25
4.1. O ESTUDO DE CASO	25
4.2. CARACTERIZAÇÃO DA AMOSTRA E COLETA DE DADOS	26
4.3. DESCRIÇÃO DO PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO DAS AULAS...	27
5. RELATO DA EXPERIÊNCIA	37
5.1. ETAPA 1	37
5.2. ETAPA 2	40
5.3. ETAPA 3	53
5.4. ETAPA 4	59
5.5. ETAPA 5	67
5.6. ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA	71
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
REFERÊNCIAS	75
APÊNDICES.....	76
APÊNDICE A	76

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho relatamos uma pesquisa na área da Educação Matemática sobre o ensino de inequações com o uso do software GrafEq e refletimos sobre suas contribuições no aprendizado de conteúdos em sala de aula.

Em nossas experiências, em sala de aula e durante o curso de licenciatura, identificamos que o professor além de ensinar, pode ser pesquisador, engajado na busca de conhecimento e de melhorias no ensino. Fazer pesquisa e refletir sobre ela contribui não somente para a prática do professor, como também é referência para que outros professores reflitam a fim de melhorar suas práticas pedagógicas.

Nossas experiências apontam para alguns aspectos que nos incentivaram a elaborar a proposta deste trabalho, destacamos alguns destes aspectos a seguir. Primeiro, a necessidade de inovação. Com a atual situação da Educação, necessitamos de ideias que contribuam para inovar nas propostas de ensino. O segundo aspecto é talvez o de maior destaque e um dos mais discutidos atualmente: O uso do computador e das tecnologias digitais de informação e comunicação em sala de aula. Essas tecnologias estão presentes de forma tão forte na vida dos alunos, por que não utilizá-las também em sala de aula? Terceiro, a necessidade de tornar o aluno também pesquisador, descobridor, questionador, um ser humano reflexivo.

Ao trabalharmos com inequações em sala de aula, sentimos a necessidade de algo mais, algo novo que auxiliasse nossos alunos no estudo deste conteúdo. Somente a representação algébrica que trabalhamos não atingia nossos objetivos e os alunos em sua maioria decoravam um procedimento mecânico para a resolução das questões.

Quando cursamos a disciplina de Educação Matemática e Tecnologia conhecemos o software GrafEq. Trabalhamos na criação de situações que possibilitassem a aprendizagem de matemática. Foi nesse momento que decidimos por explorarmos neste trabalho o estudo de inequações com o uso do software, pelas dificuldades dos alunos com esse conteúdo e pela experiência e aprendizado adquirido durante a disciplina de EDUMATEC, realizada no primeiro semestre de 2013.

Foram importantes nesse processo de escolha do tema deste trabalho, também, as experiências adquiridas durante os estágios e laboratórios de ensino e aprendizagem. No contato direto com a sala de aula percebemos os desafios que a educação tem a superar, tanto na parte estrutural como no ensino de conteúdos de matemática.

Nestes momentos, pudemos vivenciar situações motivadoras e dificuldades que nos instigaram na busca de melhorias no ensino e aprendizagem da matemática. Todas as

situações contribuíram de algum modo para que refletíssemos sobre a nossa prática em sala de aula.

Como resultado destas experiências tem-se a construção desta pesquisa, objetivando trabalhar com o Grafeq com os alunos, aplicar uma sequência de atividades que explore o estudo de inequações visando avaliar a produção de conhecimento durante o processo de aprendizagem deste conteúdo.

Para elaborarmos a sequência de atividades, procuramos trazer algum objeto que fosse do cotidiano dos alunos. Escolhemos os Minions, que são personagens de um filme de animação 3-D chamado Meu Malvado Favorito produzido pela Universal Studios e Illumination Entertainment em 2010. Ultimamente eles têm ganhado destaque em publicações em redes sociais como o Facebook.

Neste trabalho, além de avaliar o aprendizado dos conteúdos matemáticos, estamos interessados em validar e valorizar o uso de recursos tecnológicos em sala de aula. Procuramos responder **se e como o uso do software GrafEq em sala de aula pode auxiliar no estudo de Inequações e na significação dos conceitos de domínio, imagem, translação horizontal e vertical de funções.**

Organizamos este trabalho em seis capítulos. No segundo capítulo apresentamos os referenciais teóricos que são utilizados nesta pesquisa: As tecnologias na sala de aula e a criação de ambientes de aprendizagem, o software GrafEq, a Teoria da Negociação de Significados e a Aprendizagem em sala de aula.

O terceiro capítulo contempla um estudo baseado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) sobre a forma atual do ensino dos conteúdos matemáticos: inequações, domínio e imagem de funções e translações de funções.

A metodologia e o planejamento da sequência de atividades são apresentados no quarto capítulo. Trabalhamos com o Estudo de Caso. No quinto capítulo apresentamos o relato e a análise da experiência. Relatamos a experiência desenvolvida na escola e refletimos sobre os dados coletados durante todo o período. As conclusões provisórias são apresentadas no sexto e último capítulo.

2. REFERENCIAIS TEÓRICOS

Neste capítulo apresentamos o uso do computador e das tecnologias digitais de informação e comunicação em sala de aula. Destacamos a criação de ambientes de aprendizagem, o GrafEq e suas características. Introduzimos também a teoria da negociação de significados que fundamenta nosso estudo.

2.1. O COMPUTADOR E SUAS TECNOLOGIAS EM SALA DE AULA

Vivemos na era da informática e de seus recursos. Os recursos tecnológicos estão presentes fortemente na vida dos jovens, mas dificilmente os utilizamos em sala de aula para o desenvolvimento do conhecimento. Papert (2008) afirma que:

...apesar das muitas manifestações de um desejo por algo diferente, o sistema educacional vigente, incluindo grande parte de sua comunidade de pesquisa, permanece comprometido com a filosofia educacional do final do século 19 e início do século 20 (PAPERT, 2008, p. 11).

Papert (2008) faz uso de uma parábola, onde viajantes (professores) do passado, entram na “sala moderna” e “não encontram qualquer coisa que não reconhecessem”. (Papert se refere a “sala moderna” como sendo a sala de aula tradicional da atualidade, centrada no professor, onde os alunos ouvem e reproduzem o que é lhes dito). Estes “ficariam surpresos” quando entrassem em qualquer uma das casas daqueles alunos. Nestas casas, “muitos dos estudantes tornam-se intensamente envolvidos em aprender as regras e estratégias” onde “eles definiram a disciplina videogame, e o que estavam fazendo como brincando” (PAPERT, 2008, p.11). A pergunta que não quer calar é porque não utilizamos estes recursos, que fazem com que as crianças aprendam brincando?

Os jovens estão, na maioria de seu tempo, conectados aos recursos tecnológicos, nascem “sabendo” manipular estes recursos. Estudam e aprendem a se adaptar às mudanças rápidas da tecnologia, produzem conhecimentos e armazenam informações de forma simples, testam hipóteses e procuram soluções para melhorar seu desempenho em jogos, nos programas e nas redes sociais. Utilizar este encantamento para aprender matemática e simultaneamente fazer da matemática uma ferramenta para entender a informática, é um desafio interessante e fundamental atualmente.

Sob este olhar, destacamos o que Papert (2008) fala a respeito do uso do computador e de seus recursos:

Os videogames ensinam as crianças o que os computadores estão começando a ensinar aos adultos – que algumas formas de aprendizagem são rápidas, muito atraentes e gratificantes. (PAPERT, 2008, p.12).

Trabalhar com atividades que sejam atraentes e gratificantes em sala de aula é fundamental para despertar o interesse dos alunos. Trazer objetos do cotidiano destes alunos para a sala de aula é um dos meios de incentivar o desenvolvimento do interesse em aprender. Um aluno desafiado a aprender, motivado pelo desejo de encontrar soluções é, sem dúvida, mais produtivo e pode alcançar o conhecimento de uma forma natural.

Contudo, a utilização dos recursos tecnológicos em sala de aula necessita de reflexão acerca de seu uso e do papel da escola nesse processo. Nas Orientações Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2006, p. 87) é enfatizado que:

Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por outro lado, tem-se a inserção dessa tecnologia no dia-a-dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. É importante contemplar a formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática (BRASIL, 2006, p.87).

Porém não basta inserir o computador e as tecnologias em sala de aula e continuar privando os alunos do verdadeiro aprender. Faz-se necessário e defende-se que é preciso repensar e reestruturar as práticas em sala de aula considerando o papel das tecnologias no currículo. Como Papert (2008) destaca, a Escola e o currículo tradicional vêm moldando para o ensino tradicional as práticas e o uso de tecnologias em sala de aula, mantendo o discurso centrado no professor e cabendo ao aluno somente receber e repetir as informações. Deste modo, a Escola esconde o verdadeiro aprender. Aprender é muito mais que ouvir e reproduzir o que está sendo “transmitido”. É fundamentalmente observar, conjecturar, testar e refletir sobre o objeto de estudo.

No livro Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para a formação do professor de Matemática (GRAVINA et all, 2012), é apresentada uma série de discussões sobre as

possibilidades de inovação na matemática escolar com o uso de recursos tecnológicos. Sobre esses recursos, destacamos o trecho:

A tecnologia digital coloca a nossa disposição ferramentas interativas que incorporam *sistemas dinâmicos de representação* na forma de objetos *concreto-abstratos*. São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais (2012, p.14).

Dar ao aluno a possibilidade de trabalhar com objetos “concreto-abstratos” faz com que ele desenvolva tanto a parte das construções mentais e elaboração de hipóteses como também a modelagem e a manipulação de objetos dentro e fora da tela do computador.

Santos (2008) reforça essa ideia, afirmando que o computador:

...permite os estudantes explorar objetos na tela como se fossem concretos. Estes objetos podem ser manipulados, juntos com relações mentais, chegando-se a abstração de forma mais natural, ou seja, expansão do conhecimento através das reestruturações de pensamento permitidas com a interação do estudante e os objetos de estudo na interface informática (p.34).

O computador permite a interação entre os objetos apresentados na tela e o estudante. O aluno elabora relações mentais que são traduzidas através de uma linguagem ao computador. A partir do resultado produzido o estudante pode fazer reconstruções de pensamento visando modificar ou fazer alterações do objeto na tela do computador. Todo este processo contribui para a abstração de uma forma mais natural. Ainda, o uso destas ferramentas pode auxiliar na negociação e produção de conhecimentos em sala de aula. O computador traz instrumentos interativos para dentro da sala de aula possibilitando aos alunos mexer e estudar as relações e objetos presentes na tela, nesse processo criasse entre os alunos diálogos que buscam estabelecer estratégias e conceitos para a realização das atividades.

Entendemos que o computador é uma ferramenta que possibilita um ambiente riquíssimo e cheio de possibilidades. É importante que:

Com a introdução das tecnologias no meio educacional, temos que repensar na participação do professor, as mudanças metodológicas referentes às práticas docentes, a organização e estrutura física e as “possibilidades de acesso a estes recursos pelos estudantes, promovendo a inclusão social dos mesmos” (RICH, 2005 *apud* GOULART, 2009, p.20).

Repensando o papel do professor em sala de aula, Papert escreve que o professor deve “incorporar-se a diversão como co-aprendiz com seus alunos”. O computador possibilita que o professor também aprenda, e “querer aprender é um desejo humano básico”. Se o professor é privado do aprender enquanto está com crianças que o fazem “brincando” é como se estivesse deixando de lado um desejo básico do ser humano (PAPERT, 2008, p.64).

No contexto de inovação e uso das tecnologias em sala de aula, surgem mudanças no perfil do professor, este passa a produzir situações de aprendizagem ao invés de somente fornecer as informações. Também é papel do professor no processo de inovação desafiar, questionar e apoiar os alunos no processo de aprendizagem, deixando de lado o total controle exercido no ensino tradicional. Outro papel importante do professor é diversificar, trazer diferentes modos e situações que possibilitem ao aluno aprender um determinado conteúdo (PONTE, 2000 *apud* SANTOS, 2008, p.37).

Pensando no uso de tecnologias em sala de aula, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio destacam que o professor deve:

...estar preparado para interessantes surpresas: é a variedade de soluções que podem ser dadas para um mesmo problema, indicando que as formas de pensar dos alunos podem ser bem distintas; a detecção da capacidade criativa de seus alunos, ao ser o professor surpreendido com soluções que nem imaginava, quando pensou no problema proposto; o entusiástico engajamento dos alunos nos trabalhos, produzindo discussões e trocas de ideias que revelam uma intensa atividade intelectual (BRASIL, 2006, p.90).

Neste sentido, o computador e as tecnologias em geral podem abrir portas para além da sala de aula, o aluno pode viajar pelo mundo, conhecer e descobrir coisas sem ter a necessidade de sair do lugar. As inúmeras possibilidades que estes recursos oferecem aos usuários se reflete nas diferentes perguntas e pensamentos construídos por eles ao longo das aulas. O professor deve estar aberto a essas variedades na forma de pensar e solucionar as atividades propostas. Podem surgir modos de solucionar as questões que, no momento do planejamento da atividade, o professor não tenha atentado. Podem, ainda, surgir questionamentos que o professor não tenha uma resposta, nestes momentos se torna interessante desenvolver uma busca conjunta professor-aluno na procura de respostas, aumentando os diálogos e a negociação entre os integrantes da sala de aula.

Para inovar e mudar a dinâmica de sala de aula empregada tradicionalmente, entende-se que as atividades planejadas devem ser instigadoras e não se reduzir a simplesmente um processo mecânico. Nesse ponto o computador pode ser fundamental na construção deste

“algo novo”, desta “inovação”. No trabalho em sala de aula, o professor não é mais a figura central, ele assume o papel de ajudante e co-aprendiz na aquisição de conhecimento.

Os jovens demonstram interesse nas tecnologias, se sentem atraídos e motivados a utilizá-la. Podemos aproveitar esta motivação para construirmos ambientes de aprendizagem que valorizem e oportunizem a produção de conhecimento.

2.2. O SOFTWARE GRAFEQ

Baseado no PCN, o estudo da matemática tem como um dos seus objetivos desenvolver o pensamento e o raciocínio. Neste sentido, é importante que a escola organize seu currículo de forma a “adotar metodologias de ensino diversificadas, que estimulem a reconstrução do conhecimento e mobilizem o raciocínio, a experimentação, a solução de problemas e outras competências cognitivas superiores” (BRASIL, 2000, p.102).

Um dos modos de desenvolver o raciocínio é intensificar o uso dos softwares de expressão em sala de aula, como é destacado nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio:

Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas (BRASIL, 2006, p.88).

Sobre este aspecto, ainda é destacado que os programas de expressão têm como característica:

...a) conter certo domínio de saber matemático – a sua base de conhecimento; b) oferecer diferentes representações de um mesmo objeto matemático – numérica, algébrica, geométrica; c) possibilitar a expansão de sua base de conhecimento por meio de macroconstruções; d) permitir a manipulação dos objetos que estão na tela (BRASIL, 2006, p.88).

Elaborar estratégias para resolver um problema, testando e construindo hipóteses desenvolve o pensar e o raciocínio matemático dos alunos. As tecnologias podem desenvolver o conjecturar, o raciocinar e o refletir sobre as informações trazidas por elas na tela do computador e de seus derivados.

O GrafEq é um software de expressão que tem algumas das características citadas, e sua escolha se deve ao fato de que estas serão as necessárias para o desenvolvimento da pesquisa.

Acreditamos no potencial de auxiliar na aprendizagem dos alunos, estimulando o raciocínio e o pensamento crítico através de observações, formulação e teste de hipóteses.

O GrafEq foi criado pela Pedagoguery Software Inc., Canadá, com direitos do programa e registro, do autor Greg Kochaniak. O programa possibilita o estudo de funções, relações e inequações matemáticas. Na última versão, disponibilizada para download no site <http://www.peda.com>, foi acrescentado o português às opções de linguagens oferecidas pelo software tornando assim, o seu uso, mais claro e simples.

A interface do software é simples e de fácil entendimento. O menu principal (1) é encontrado no canto esquerdo superior. O software possui uma janela de relações matemáticas onde explicitamos as inequações e equações a serem utilizadas (2), a área de trabalho (3) onde é gerada a representação geométrica da relação matemática e a janela de ferramentas de vista (4), onde podemos alterar as configurações (como cor, eixos, etc..). A seguir, na Figura 1, observamos a interface do GrafEq.

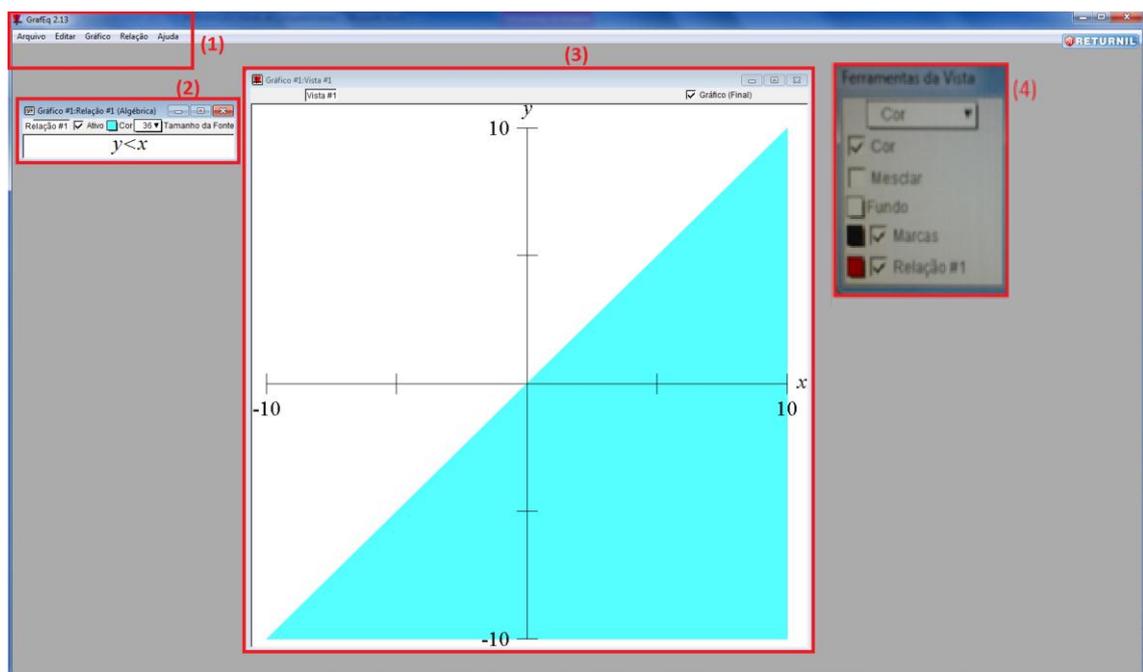


Figura 1 - Interface do GrafEq

O GrafEq é de fácil acesso e com linguagem acessível, possibilitando operar simultaneamente a expressão algébrica e sua representação geométrica, sendo que ao alterarmos algum parâmetro na expressão, identificamos as mudanças na sua representação geométrica.

Santos (2008) defende o uso do GrafEq, pois ele:

...coloca os estudantes em situações que permitem a exploração de acordo com a necessidade (descoberta dos menus, modificações/sobreposições de cores e alterações nas configurações dos eixos, por exemplo) e semelhança da escrita das equações com a do caderno. O dinamismo encontrado no uso do GrafEq é notado quando o estudante altera os parâmetros da relação algébrica e verifica diferenças na representação geométrica equivalente (p.15).

Esta articulação entre a representação algébrica e a representação geométrica de relações matemáticas é destacada nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) como sendo fundamental para um bom desenvolvimento da aprendizagem. Assim, “a exploração algébrica e geométrica, de forma simultânea” facilita o aluno a entender conceitos matemáticos como função e inequação (BRASIL, 2006, p.89).

No software podemos trabalhar com inúmeras relações ao mesmo tempo, sobrepondo e ajustando inequações para compormos figuras e imagens, como podemos ver na Figura 2.

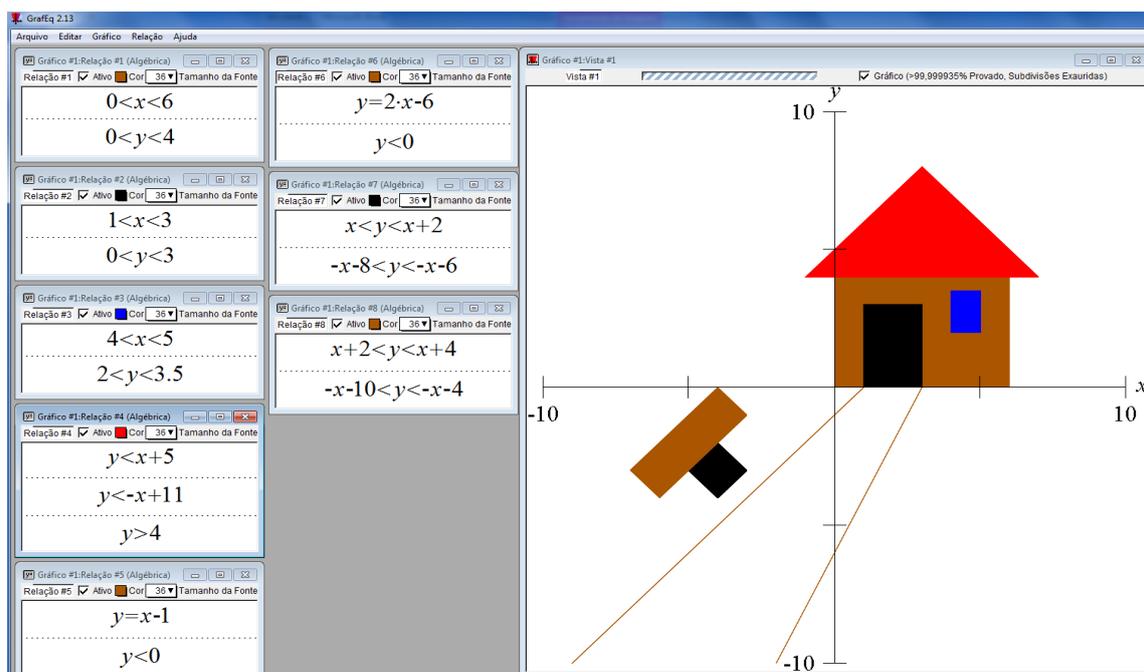


Figura 2- Construindo imagens no GrafEq

Nosso primeiro contato com o software foi na disciplina de Educação Matemática e Tecnologia no primeiro semestre de 2013, onde criamos atividades que utilizavam o GrafEq no ensino de matemática. Nesta época, tivemos a oportunidade de explorarmos o software, mas devido ao pouco tempo disponível não foi possível aplicarmos as atividades criadas em sala de aula a fim de refletir sobre o seu uso, apontando as suas vantagens e desvantagens. Após, tivemos outras experiências que nos motivaram a utilizá-lo em sala de aula para o estudo de inequações e avaliar as suas contribuições no ensino e aprendizagem de matemática.

2.3. NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS

A teoria que fundamenta nosso trabalho é a Negociação de significados. Ela estuda as trocas e a produção de significados presentes nos diálogos em sala de aula. Está interessada em investigar as negociações de significados que ocorrem durante as discussões entre alunos e alunos-professor na realização de atividades.

Neste momento torna-se importante salientar que uma palavra se torna significativa quando atribuímos a ela significados, ou seja, quando anexamos a ela relações e conceitos. Consideramos um significado como sendo as relações, conceitos e preposições que produzimos e atribuímos a uma palavra ou a um objeto.

Os alunos já trazem consigo alguns significados. Estes são o ponto de partida para a produção de novos conceitos e a ressignificação dos conceitos obtidos anteriormente. No processo em sala de aula, como destaca Lopes e Fernandes (2012), “os participantes desenvolvem significados que, não sendo idênticos entre eles, se inter-relacionam e acabam por se conjugar e ganhar coerência relativamente à prática que os une” (p.4).

Possibilitar momentos de conversa e reflexão seja em grupos ou na classe onde os alunos possam colocar e discutir com orientação do professor conceitos construídos durante a realização das atividades, trazendo para este momento certezas e dúvidas gera uma negociação, um diálogo onde são construídos e validados significados.

A comunicação tem sido reconhecida crescentemente:

...nos processos de ensino e aprendizagem, que vai muito além da ideia comum de transmissão de informação e de conhecimentos. Neste sentido, a comunicação geral (e a da matemática, em particular), é muito mais do que um recurso educacional, é sobretudo e essencialmente o suporte e o contexto do ensino-aprendizagem, entendido como processo de socialização e de interação entre os alunos e entre estes e o professor (GUERREIRO e MENEZES, 2010, p.137).

Estudar as comunicações existentes em sala de aula é fundamental para o ensino-aprendizagem, pois é a base para a construção, reflexão e socialização de significados e conceitos.

A comunicação centrada no professor e com pouca participação dos alunos caracteriza o ensino tradicional, onde há destaque para a memorização e reproduções de processos mecânicos. Inovar em sala de aula está ligado ao abandono do professor como centro das comunicações, o professor e os alunos passam a interagir de forma mais equilibrada. A

comunicação é mais reflexiva e interativa (GUERREIRO e MENEZES, 2010, p.137). Como Lopes e Fernandes (2012) destacam, é importante criar cenários de aprendizagem onde o aluno ganha a possibilidade de construir seu conhecimento, “evidenciando assim, um novo tipo de aluno, que não é mais ensinado, mas, construtor do seu conhecimento” (p.2).

Nesse sentido, a comunicação entre alunos é incentivada quando realizamos trabalhos em grupo, pois desta forma os alunos interagem livremente, trocam informações e discutem sem ter a impressão de estarem sendo constantemente avaliados pelo professor.

As trocas de ideias realizadas entre os alunos integrantes do grupo podem ser discutidas com o professor, trabalhando e melhorando os conceitos. Neste processo algumas ideias e significados são coletados pelo professor e posteriormente discutidos pela classe. Cada grupo defende as suas ideias, mas também reflete sobre as considerações feitas pelos outros integrantes da classe a respeito dessas construções, podendo ao final abandonar aquele significado, resignificar a ideia ou confirmar, tornando aquele significado comum na turma.

No livro, *Por trás da porta, que Matemática acontece?* organizado por Dário Fiorentini e Miorim (2001), são apresentadas experiências de ensino-aprendizagem de matemática explorando a negociação de significados. Nestas experiências são relatados diálogos em sala de aula, entre alunos e alunos-professor na busca de estabelecer significados comuns a toda à turma.

As atividades eram realizadas em grupo, o professor dialogava com os grupos e recolhia algumas frases e conceitos desenvolvidos, após o término da atividade era realizado um momento de socialização e reflexão dos conceitos construídos nos grupos.

O professor colocava as ideias no quadro e questionava os alunos quanto à validade destes conceitos naquela situação estudada, sendo que os alunos poderiam defender ou refutar os conceitos, escolher a(s) ideia(s) que consideravam como a(s) mais correta(s) para aquela situação, e justificar essas escolhas. Os diálogos presentes nesses momentos de estudo e reflexão eram intensos, a maioria dos alunos queria participar da discussão trazendo sua opinião e sua experiência defendendo algum conceito presente no quadro.

Neste modelo de prática, que é caracterizado por ser um processo de inovação em sala de aula, o professor precisa estar ciente das consequências que ela abarca, como insegurança, desconforto, a necessidade de maior preparo, estudo, pesquisa e reflexão, pois dar a oportunidade aos alunos de perguntarem, discutirem e negociarem significados produzem muitas vezes situações totalmente inesperadas e que necessitam de intervenção e diálogo por parte do professor (FIORENTINI, MIORIM, 2001).

Torna-se necessário estudar as interações entre os alunos na busca por estabelecer, validar ou refutar conceitos, pois este processo faz parte da base para a construção e desenvolvimento do pensamento matemático. Perceber características de um objeto de estudo, conjecturar hipóteses e discutir sobre a validade destas, procurando justificar o conceito para um grupo é importante por que desenvolve a percepção, elaboração e justificativa de ideias, mas fundamentalmente torna o aluno um pesquisador.

3. UM RECORTE DO ENSINO DE INEQUAÇÕES, DOMÍNIO, IMAGEM E TRANSLAÇÕES DE FUNÇÕES

Apresentamos neste capítulo um levantamento de como estão sendo tratados os conteúdos que abordamos na sequência de atividades planejada. Para fazer este levantamento, utilizamos como referência os PCN (2000), PCN+ (2002) e o Guia do PNLD (Plano Nacional do livro didático) 2012 para o Ensino Médio.

3.1. ENSINO DE INEQUAÇÕES

Durante nossas experiências em sala de aula notamos que as inequações por muitas vezes são deixadas de lado, pouco são trabalhadas e quando são é de modo separado dos demais conteúdos. Em relação a esse aspecto é salientado inicialmente no Guia do PNLD que este conteúdo pode ser trabalhado juntamente com outros conteúdos, como por exemplo:

...não vemos justificativa para separar em dois itens distintos “inequações” e “estudo do sinal de uma função”. De fato, para uma dada função real de variável real, $y=f(x)$ “estudar o sinal da função” nada mais é do que “resolver a inequação” $f(x)\leq 0$. Resolver tal inequação equivale a encontrar valores de x para os quais $f(x)=0$ ou $f(x)<0$. Isso nos fornece, como consequência, os valores de x , para os quais $f(x)>0$ (BRASIL, 2012, p.23).

É sugerido que ao trabalhar com algum conteúdo em sala de aula o professor faça conexões com os demais, trabalhando sempre que possível no entrelace dos mesmos, aumentando assim as relações entre os temas abordados de modo a tornar o estudo mais significativo.

Outro fato que ganha destaque é que o conteúdo de inequações é explorado quase que unicamente por processos algébricos. Quando queremos determinar os pontos que satisfazem uma desigualdade recorremos a um processo algébrico que normalmente é mecanizado pelos alunos. Somente o processo algébrico não é suficiente para um bom entendimento, é necessário disponibilizar outros meios para obter e desenvolver o conhecimento sobre inequações.

Quando são ensinadas as inequações em sala de aula fala-se pouco nas regiões delimitadas por elas, trabalha-se somente no cálculo de valores que satisfazem a relação, deixando de lado esta e outras abordagens que são interessantes para o entendimento. De fato, várias das inequações são complexas e não possibilitam um estudo aprofundado das regiões

que são por elas determinadas trabalhando somente com os recursos convencionais como o quadro, giz e o livro didático. Nesse ponto, o livro didático traz poucos exemplos sobre a representação geométrica das inequações e em poucos casos incentiva o uso de outros recursos para esse estudo.

Nesse sentido o computador pode tornar-se uma ferramenta importante, pois apresenta recursos que possibilitam auxiliar de forma muito simples na visualização de inequações, contribuindo no estudo e na compreensão deste conteúdo. Como é destacado no Guia do PNLD, “o uso de aplicativos computacionais permite visualizar o gráfico de funções e ajuda a perceber propriedades por meio de experimentos com maior riqueza de exemplos” (BRASIL, 2012, p.31).

Além disso, o conteúdo de inequações é bastante abrangente, com o uso de um software e explorando as regiões delimitadas por inequações é possível compor figuras e reproduzir imagens com o objetivo de estudar não somente as inequações, mas as equações e funções, seus gráficos e seus movimentos ao alterarmos parâmetros nas relações utilizadas.

Destacamos ainda que percebemos o pouco espaço destinado para tratar do ensino de inequações nos materiais que utilizamos para o levantamento (PCN 2000, PCN+ 2002, PNLD Ensino Médio 2012). Acreditamos que é necessária uma discussão aprofundada sobre o ensino de inequações, apontando estratégias, modos de ensinar este conteúdo e meios de relacioná-lo com os demais.

3.2. DOMÍNIO, IMAGEM E TRANSLAÇÃO HORIZONTAL E VERTICAL DE FUNÇÕES

Atualmente a forma de ensino destes conteúdos vem sendo amplamente debatida. Muitos trabalhos foram desenvolvidos para refletirmos sobre o modo atual de ensino de matemática e especificamente sobre o ensino de funções. Apesar destas reflexões, quando ensinamos funções continuamos tendo como foco principal a parte algébrica, abordando pouco a representação geométrica e as relações que podem ser construídas a partir dela.

Acreditamos que devemos apresentar diferentes modos de resolver e compreender um mesmo exercício ou conteúdo. Nesse sentido deve haver uma maior conversação entre estas abordagens, fato que é destacado no Guia do PNLD:

No estudo de funções, é importante representá-las de diferentes modos – tabelas, gráficos, representações analíticas (algébricas) – estabelecendo relações entre eles. Frequentemente, um problema inicialmente formulado de

maneira algébrica pode ser mais facilmente resolvido ou compreendido se o interpretarmos geometricamente, e vice-versa (BRASIL, 2012, p.30).

Dos livros avaliados pelo Guia do PNLD, a maioria apresenta uma questão do cotidiano dos alunos como forma de introduzir o conteúdo de função. Porém, muitos deles não trazem mais exemplos dessa natureza. Defende-se o uso de exemplos concretos, onde os alunos possam experienciar a situação proposta e desta forma construir um sólido conhecimento Matemático, fato que é destacado nas orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+):

Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas (BRASIL, 2002, p.121).

Sobre o domínio de uma função, a maioria dos livros didáticos apresenta uma situação específica para introduzir o assunto, sendo que nos exercícios são abordados outros domínios sem se ter feito comentários a respeito das mudanças ocorridas. Muitas vezes essas mudanças são decorrentes do contexto do problema que está sendo trabalhado, mesmo assim, é necessária uma explicação sobre essas e outras alterações que podem ocorrer dependendo do exercício proposto (BRASIL, 2012). Um exemplo deste fato é quando introduzimos o conteúdo funções do segundo grau a partir da noção de área, as medidas são positivas e a partir disso é determinado o domínio da função estudada, mas em seguida, às vezes sem explicações adicionais, exploramos problemas que não necessitam de restrições no domínio.

É necessário oferecer ao aluno a possibilidade de observar o gráfico das funções que estão sendo estudadas para que ele possa compreender o que é o Domínio e a Imagem de uma função, e onde eles são representados no gráfico no plano cartesiano. Assim, o aluno pode relacionar os resultados obtidos pelo processo algébrico com a representação geométrica e a partir disso dar significados ao Domínio e Imagem de uma função.

Nos PCN é destacada a importância do “significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes” (BRASIL, 2000, p.72). Grande parte desses livros não faz menção ao que acontece com o gráfico de uma função quando alteramos algum parâmetro na sua lei, focaliza somente na construção de inúmeros

gráficos sem estabelecer conexões entre um e outro, deixando de lado as transformações dos gráficos como deslocamentos horizontais e verticais, compressão e alongamento e reflexão. O Guia do PNLD salienta que a abordagem trazida nos livros didáticos muitas vezes é fragmentada. Por exemplo, no estudo da reta “há vários tipos de equação, apresentados isoladamente e com igual destaque, ao invés de se priorizar uma delas, à qual seriam relacionadas às demais” (BRASIL, 2012, p.33).

Sobre esse aspecto, observa-se ainda que, muitos dos livros didáticos apresentam gráficos que não são adequados, seja por serem construídos apenas com um número reduzido de pontos sem mais explicações a respeito ou por possuírem erros e lacunas que levam o aluno a formular hipóteses e conceitos errôneos. Nesse sentido o computador pode ser uma ferramenta importante a ser utilizada no ensino de funções e da Matemática em geral. Pela sua rapidez, versatilidade e exatidão na construção de gráficos e ainda possibilitar o estudo de vários gráficos ao mesmo tempo, as atividades planejadas com o GrafEq podem possibilitar ao aluno observar e levantar hipóteses sobre as informações presentes na tela, percebendo assim os movimentos no gráfico das funções quando alteramos algum parâmetro na sua lei.

É destacada no Guia PNLD a importância do computador e dos recursos tecnológicos em sala de aula, mas poucos são os livros que sugerem ou motivam a elaboração de situações de aprendizagem com o uso dessas ferramentas. Nesse sentido, afirmamos que os livros didáticos são conservadores no modo como apresentam e sugerem as atividades e conteúdos.

Sabemos da importância da utilização do livro didático em sala de aula, mas também acreditamos que fundamentalmente não deve ser o único recurso utilizado no ensino, atualmente existem outras ferramentas e o computador é uma delas, que podem ser introduzidas em sala de aula para promover e incentivar o aprendizado.

4. METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos a metodologia utilizada neste trabalho, a caracterização da amostra e o material utilizado para desenvolvimento e análise da sequência de atividades. A abordagem metodológica utilizada nesta pesquisa é de cunho interpretativo baseado no Estudo de caso.

4.1. O ESTUDO DE CASO

A metodologia utilizada para desenvolver esta pesquisa é o Estudo de caso. Ela é uma abordagem investigativa que busca “conhecer uma entidade bem definida” tendo como seu objetivo “compreender profundamente o “como” e os “porquês” dessa identidade” (PONTE, 2006, p.2).

Uma identidade a ser estudada pode ser tanto uma “pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social” bem definida, inseridas em um contexto (PONTE, 2006, p.2).

O Estudo de caso não é somente utilizado na educação para avaliar situações de ensino e aprendizagem, mas também em outras áreas como Medicina e Administração para compreender acontecimentos específicos que podem ser fundamentais para um entendimento global.

Ponte destaca que o Estudo de caso é:

...uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse (2006, p.2).

Nesse sentido, o Estudo de caso analisa uma situação específica, única e especial identificando suas características e a partir destas elabora uma reflexão que contribui para a compreensão generalizada de uma situação de interesse.

São características desta metodologia:

- Basear-se na coleta e análise de documentos no campo de ação (observações, anotações, entrevistas questionários, vídeos, gravações, etc.);
- Investigação de natureza empírica;
- Forte cunho descritivo;

- Estuda uma entidade em seu contexto real.

No Estudo de caso é importante que o investigador observe a realidade assim como ela se apresenta, não interferindo nos acontecimentos, esta metodologia, portanto não se caracteriza por ser uma investigação experimental. Também é preciso que o pesquisador tenha um referencial teórico para fazer a análise dos dados obtidos durante a realização da pesquisa. É fundamental que ele apresente seu ponto de vista em relação à experiência vivida trazendo sua opinião e fatos que lhe chamaram atenção durante esse período (YIN, 2001).

Nossa pesquisa tem como objetivo investigar como o software GrafEq pode auxiliar no ensino e aprendizado de inequações. Utilizamos a teoria da negociação de significados em sala de aula para fundamentar e auxiliar no desenvolvimento das atividades. Durante esse período de experiência exploramos os diálogos e as conversas que surgiram ao desenrolar dos exercícios propostos. O laboratório de informática foi o ambiente onde se realizou a prática e a coleta de dados.

4.2. CARACTERIZAÇÃO DA AMOSTRA E COLETA DE DADOS

Esta pesquisa foi realizada em uma Escola da rede Pública de Porto Alegre e é caracterizada como sendo um estudo empírico, onde levantamos o processo de construção e as produções escritas dos alunos frente ao desenvolvimento das atividades utilizando o software GrafEq. Nestas aulas, diálogos e negociações estiveram presentes durante o desenvolvimento da prática e foram coletados para análise.

O trabalho foi desenvolvido no laboratório de informática da Escola com o terceiro ano do Ensino Médio no turno da noite, sendo a turma composta por 35 alunos. Todos os alunos da turma quiseram participar das aulas no laboratório realizando as atividades, mas para efeito deste estudo utilizaremos somente os dados dos alunos que entregaram o termo de consentimento informado, que foi assinado pelo pesquisador e autor deste trabalho. Foram 17 alunos que entregaram este documento se disponibilizando a participar da pesquisa, os demais alunos participaram das atividades, mas não foram levados em consideração nenhum documento ou dado produzido por eles.

A coleta de dados considerou os diálogos entre os alunos e entre eles e o pesquisador durante o desenvolvimento das aulas. Para isso foram utilizadas observações, anotações e gravações de áudio realizadas pelo pesquisador. Foram colhidos os registros escritos produzidos pelos alunos, bem como as construções realizadas no software GrafEq.

4.3. DESCRIÇÃO DO PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO DAS AULAS

As atividades foram desenvolvidas no laboratório de informática com o uso do software GrafEq. Na realização das atividades em sala de aula também foi utilizada a teoria da negociação de significados, onde o pesquisador e os alunos dialogavam sobre as atividades propostas e conceitos que surgiam ao longo deste período de coleta de dados.

As atividades foram desenvolvidas com o objetivo de possibilitar aos alunos a discussão e a negociação dos conceitos que permeiam os exercícios propostos.

Os alunos não conheciam o software utilizado, foi necessária uma breve explicação sobre as suas características e seu funcionamento antes do início das atividades.

O professor pesquisador acompanhou a realização das tarefas considerando o interesse e as produções matemáticas dos alunos durante este período. Foi observado o ambiente de trabalho e as situações que surgiram frente à resolução das atividades, para isso foi utilizada a coleta direta de comentários, observações, negociações e produções dos alunos. Estes dados foram utilizados para análise da questão de pesquisa deste trabalho de conclusão de curso.

Foi utilizado o Planejamento da sequência de atividades que apresentamos a seguir:

Planejamento da sequência de atividades

As atividades serão realizadas com uma turma do terceiro ano do ensino médio. Terão como principal recurso a utilização do software GrafEq. Nosso objetivo é que a partir de uma sequência de atividades possamos estudar as contribuições do uso do software na aprendizagem de inequações.

Iniciaremos os trabalhos com um vídeo trailer do filme chamado Meu Malvado Favorito e a partir deste, trabalharemos nas interpretações de personagens chamados por Minions no GrafEq. No final da sequência de atividades os alunos escolherão um personagem para representar no GrafEq. Para a representação de um Minion no GrafEq, identificamos inicialmente as inequações que deveriam ser estudadas durante o processo de reprodução dos personagens. Identificamos inequações com retas, parábolas e circunferências. Separamos as atividades em 4 momentos, o primeiro está voltado para o estudo de inequações com retas, o segundo para inequações com parábolas, no terceiro estudaremos as inequações com circunferências e o último momento está separado para a escolha e reprodução de um personagem.

1º momento – estudo de desigualdades numéricas e inequações com retas

Utilizando inequações com retas podemos construir muitas figuras no GrafEq. Observe

a figura.

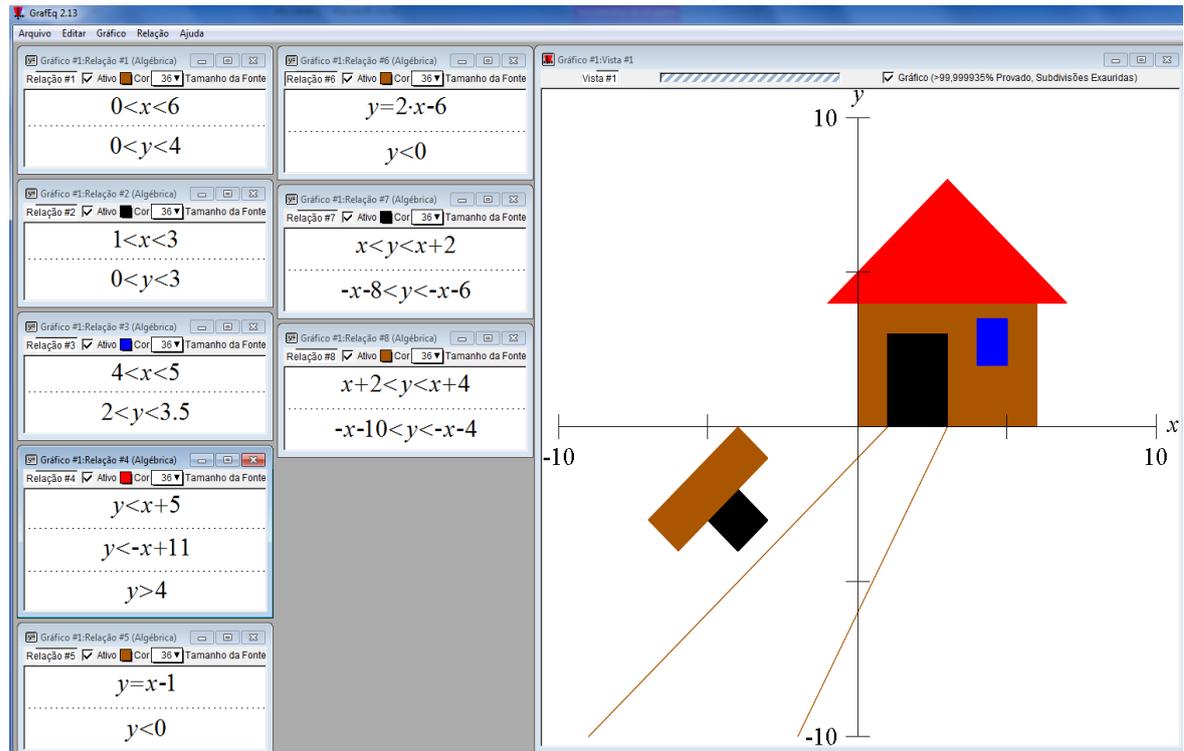


Figura 3 - Imagem da primeira atividade.

Na figura, uma casa foi representada no GrafEq. Para isso, foram utilizadas as inequações com retas, presentes na imagem no canto esquerdo. Observe a construção e relacione as inequações com as partes da casa.

- 1- Agora, reproduza as seguintes imagens no GrafEq.

a)

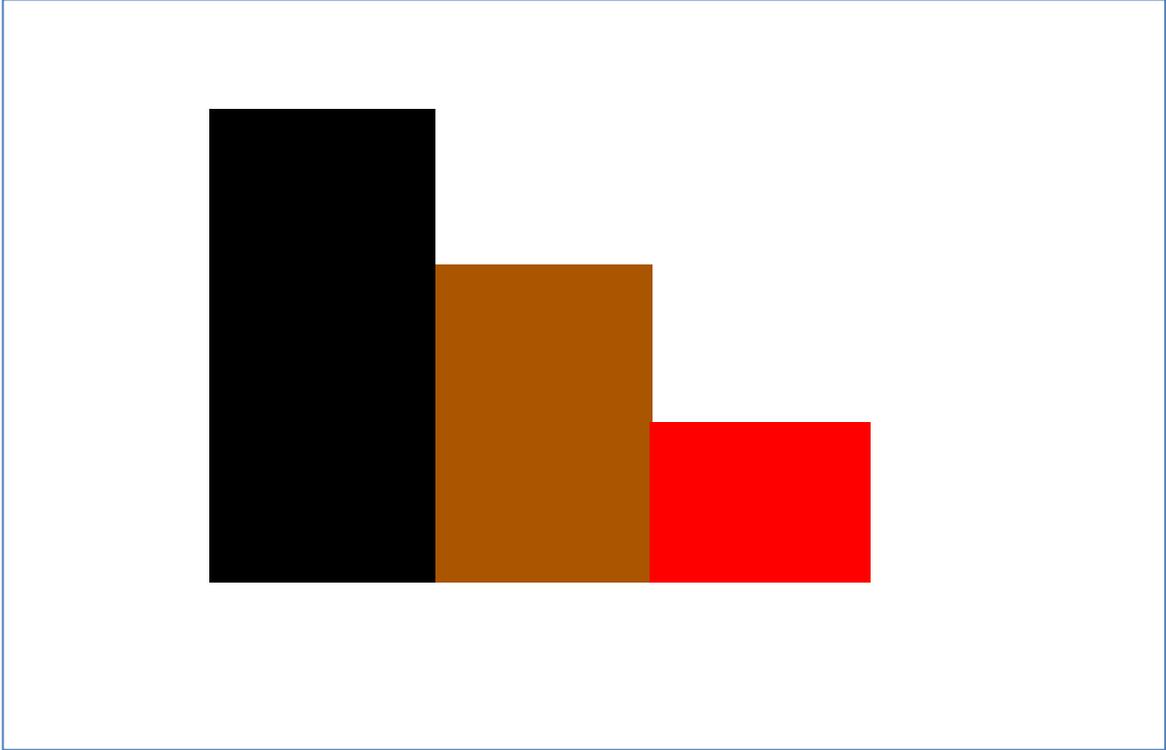


Figura 4 - Atividade 2, primeira imagem.

Quais inequações foram utilizadas? Descreva o processo de construção.

b)

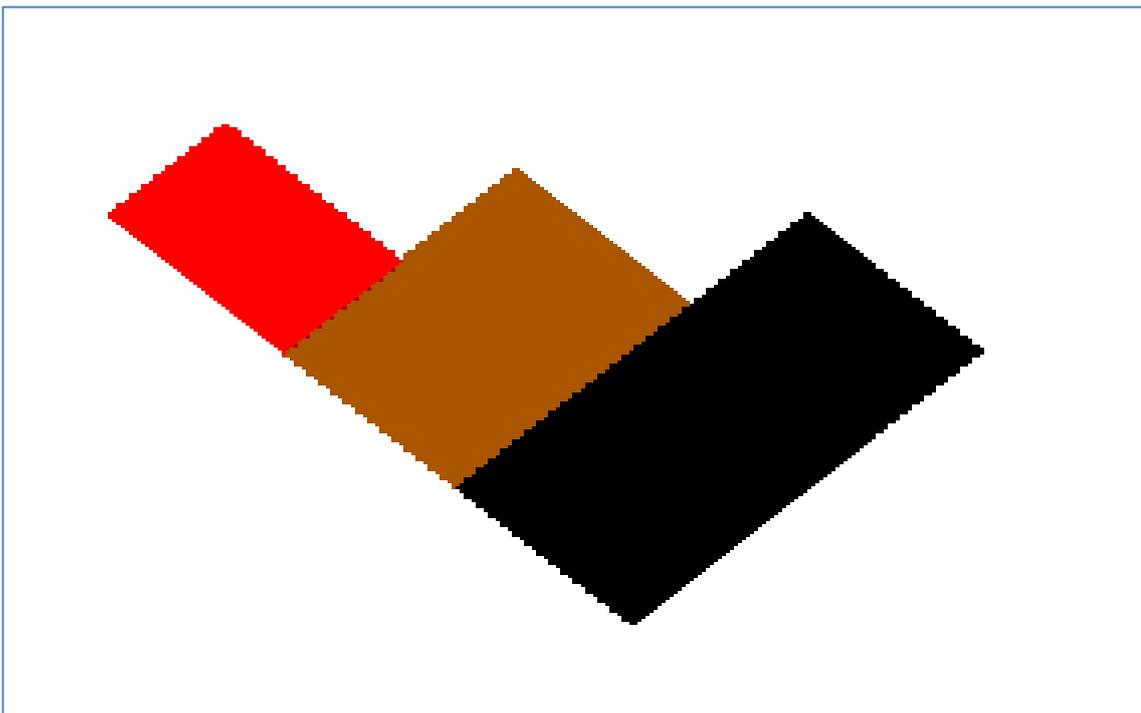


Figura 5 - Atividade 2, segunda imagem.

Quais inequações foram utilizadas? Descreva o processo de construção.

Qual das imagens a) ou b) foi mais difícil de construir? Por quê?

c)

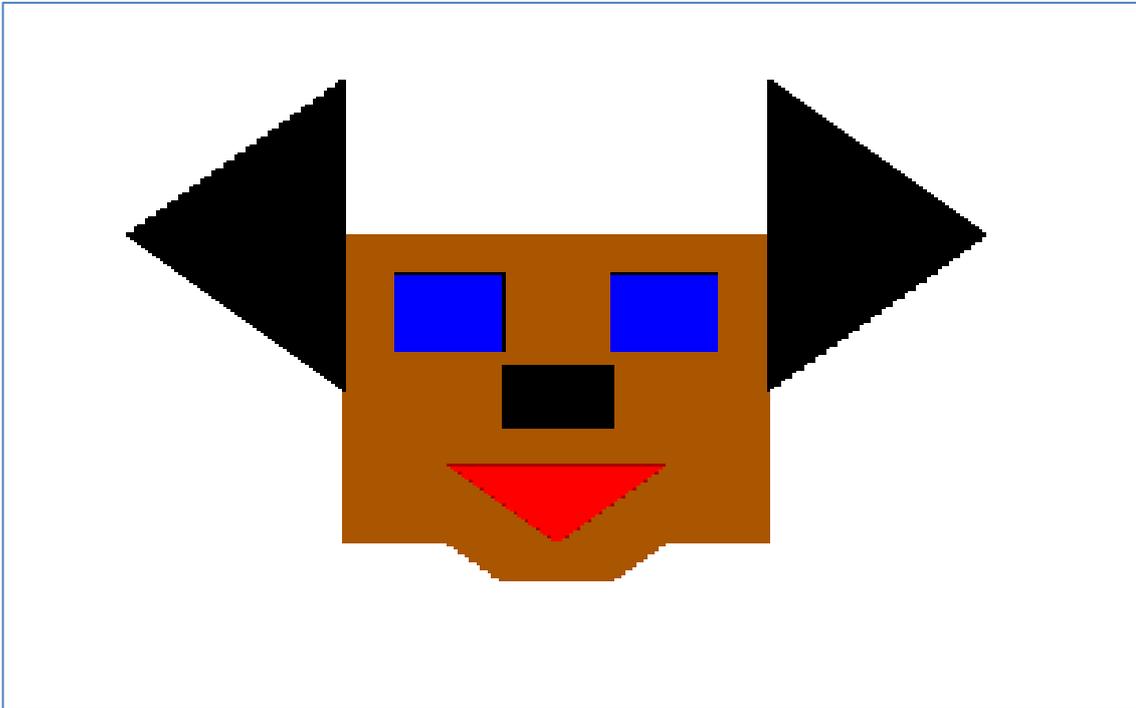


Figura 6 - Atividade 2, terceira imagem.

Quais inequações foram utilizadas?

Descreva o processo de construção.

2- Com base na imagem de algum Minion que você observou no filme, faça a sua representação no GrafEq as partes do corpo deste personagem onde utilizamos inequações que aprendemos hoje.

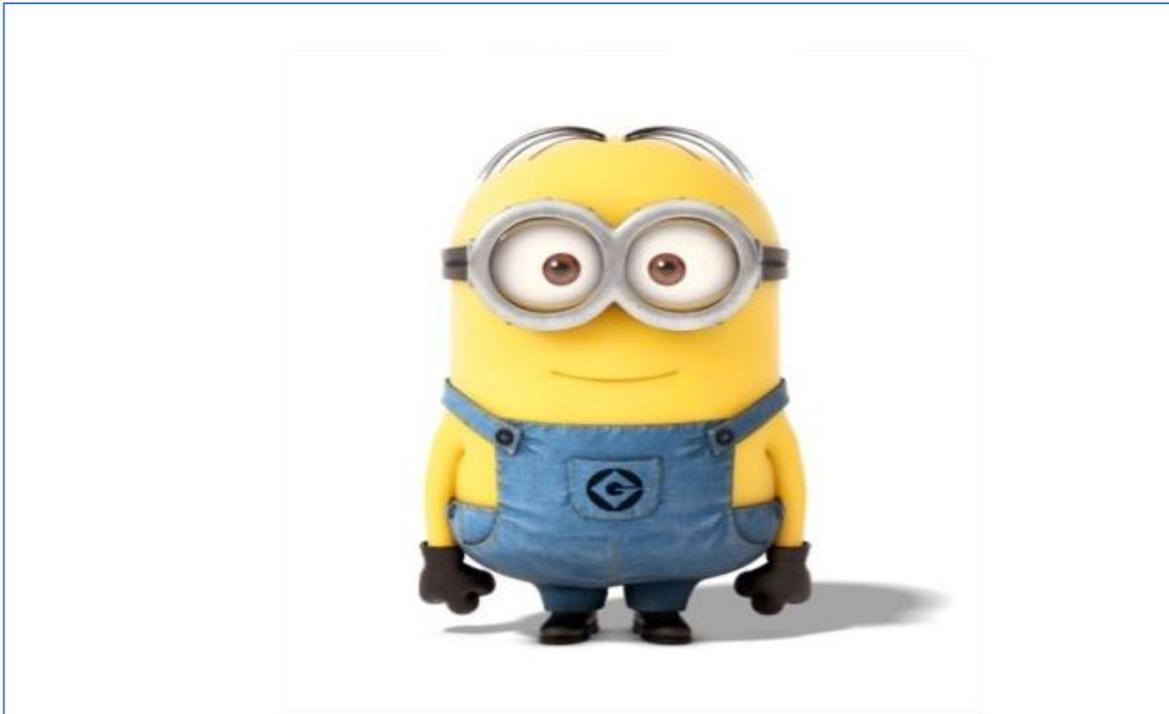


Figura 7 - O personagem Mínon.

Quais inequações foram utilizadas? Descreva o processo de construção.

2º momento – estudo de inequações com parábolas

Na aula passada aprendemos sobre inequações com retas, trabalhamos na construção de imagens que as utilizassem. Nesta aula daremos sequência ao conteúdo, introduziremos as inequações com parábolas às nossas ferramentas.

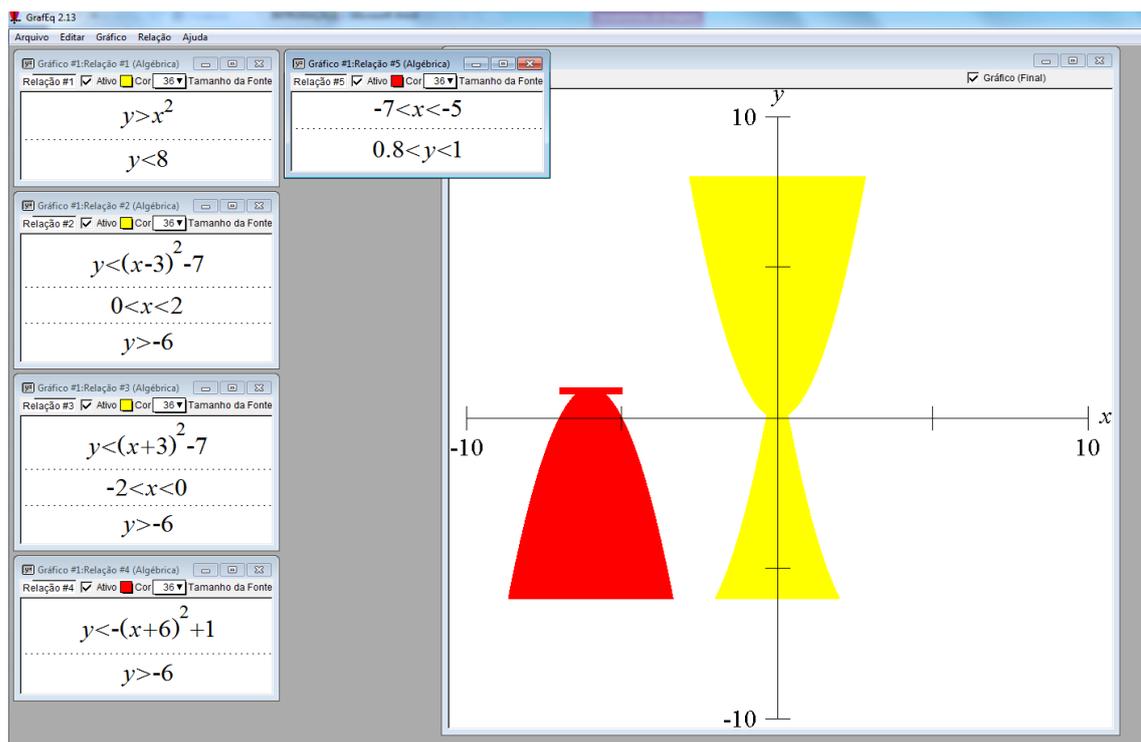


Figura 8 - Imagem de uma taça e um copo.

Na figura 2 construímos uma taça e um copo. Na construção foram utilizadas as inequações presentes na imagem no canto esquerdo. Estas inequações são do tipo que envolve parábolas e inequações com retas. Identifique as inequações com as partes da taça.

1- Construa no GrafEq as imagens representadas a seguir e responda as questões que seguem.

a)

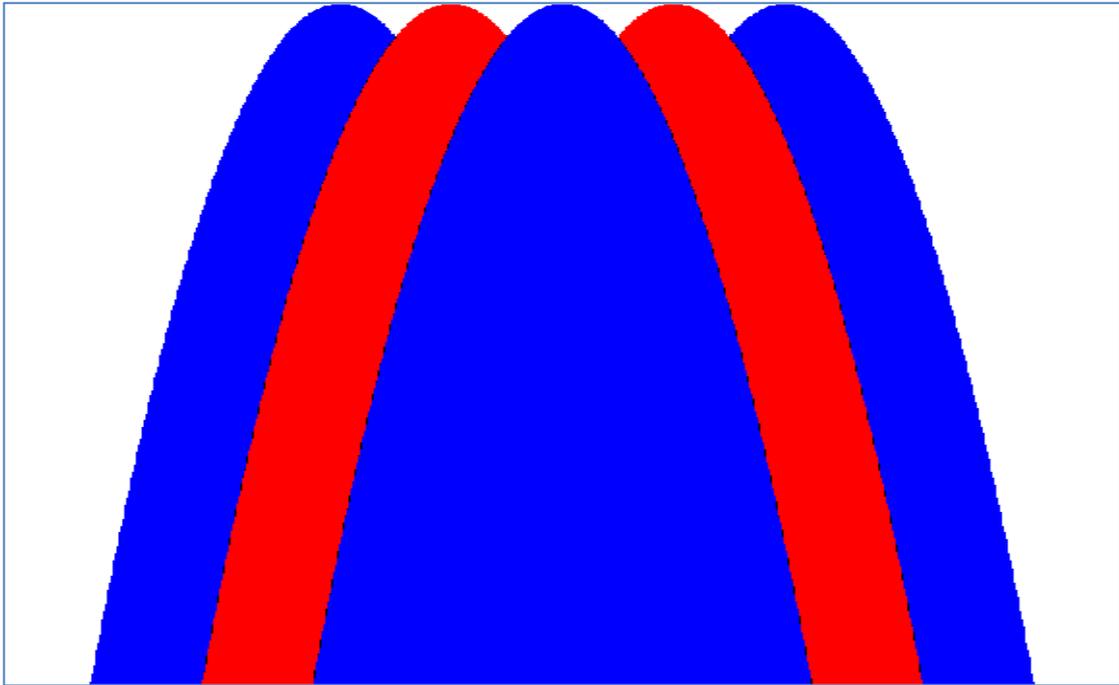


Figura 9 - Imagem da atividade

Quais as inequações que você utilizou para a construção desta imagem?

O que há em comum nessas inequações?

Descreva detalhadamente o seu processo de construção.

b)

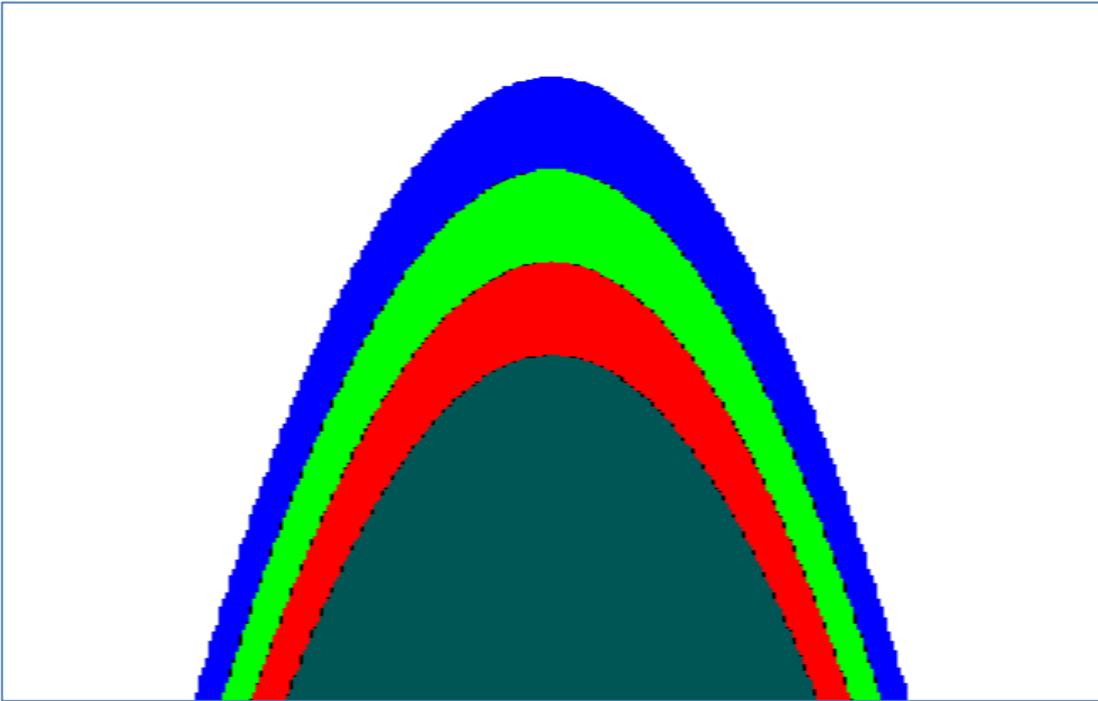


Figura 10 - Imagem da atividade.

Escreva as inequações que você utilizou para a construção desta imagem.

O que há em comum nessas inequações? Descreva detalhadamente o seu processo de construção.

c)

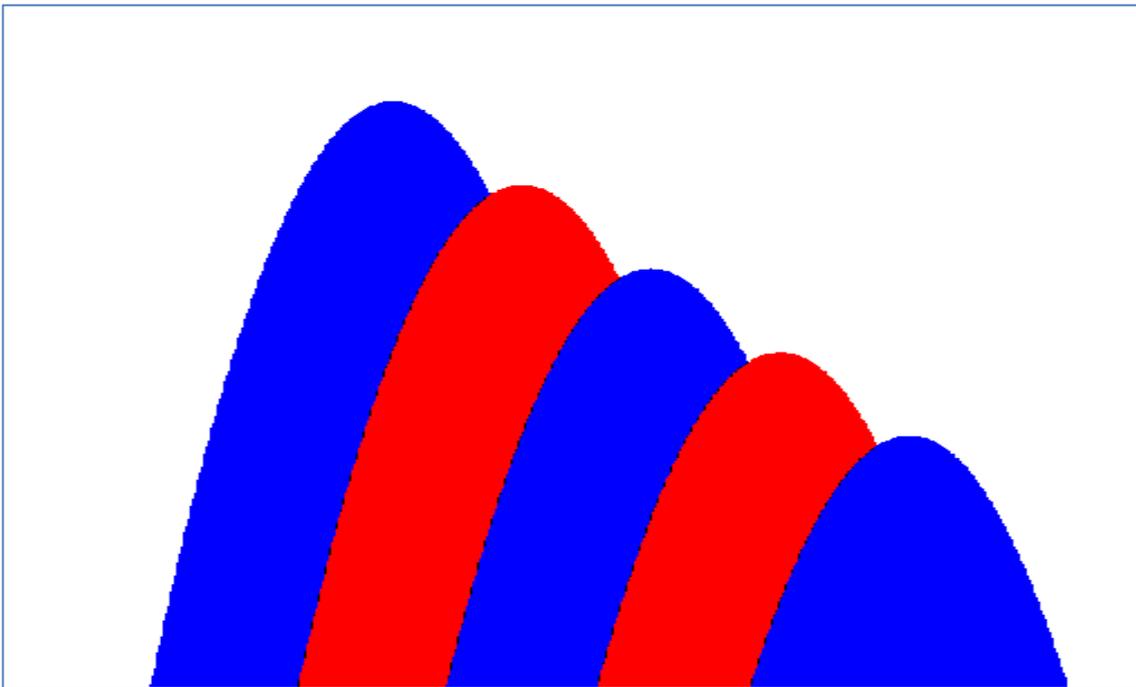


Figura 11 - Imagem da atividade.

Escreva as inequações que você utilizou para a construção desta imagem.

O que há em comum nessas inequações?

Descreva detalhadamente o seu processo de construção.

2- Abra o arquivo da última atividade da aula passada em que você desenhou as partes do Minion que podiam ser reproduzidas com inequações com retas. Agora faça a sua representação das partes do Minion que podem ser reproduzidas com inequações com parábolas.

Quais inequações foram utilizadas?

Descreva o processo de construção.

3º momento – estudo de inequações com circunferências

As circunferências tem equação dada por $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, onde (a,b) é o centro e r o raio da circunferência.

No projetor, mostraremos a figura 3.

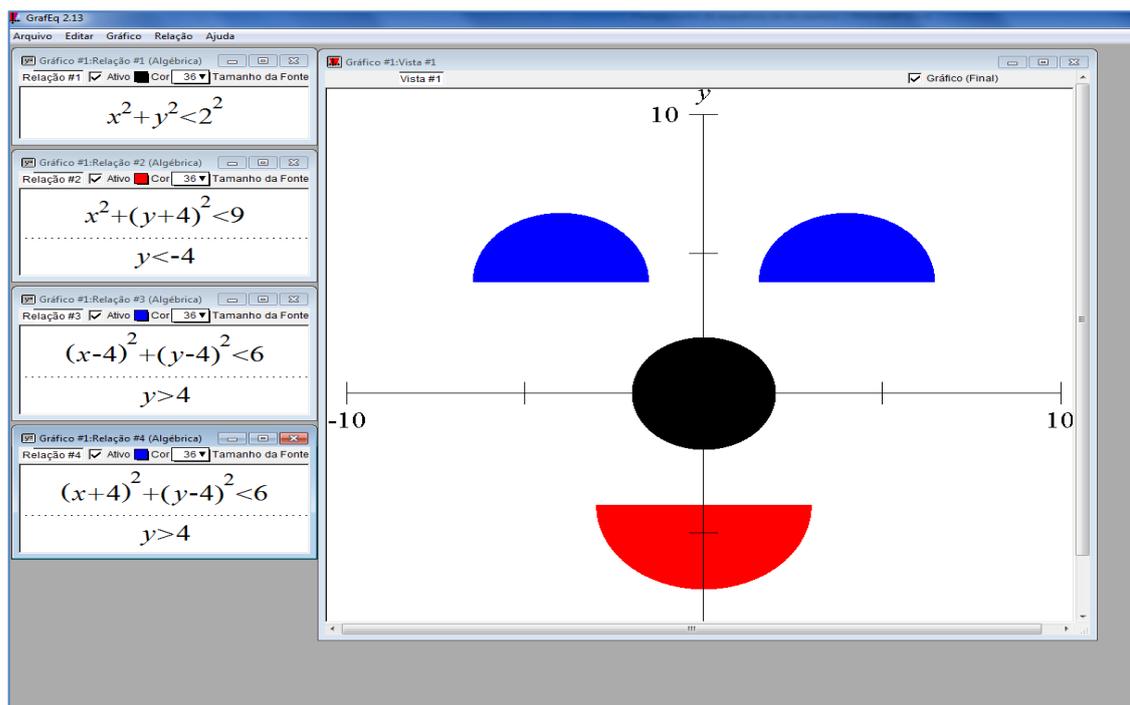


Figura 12 - Estudando inequações com circunferências.

Na figura 3 construímos um rostinho. Identifique as inequações com as partes do rosto.

1- Reproduza no GrafEq as seguintes imagens e depois responda as questões:

a)

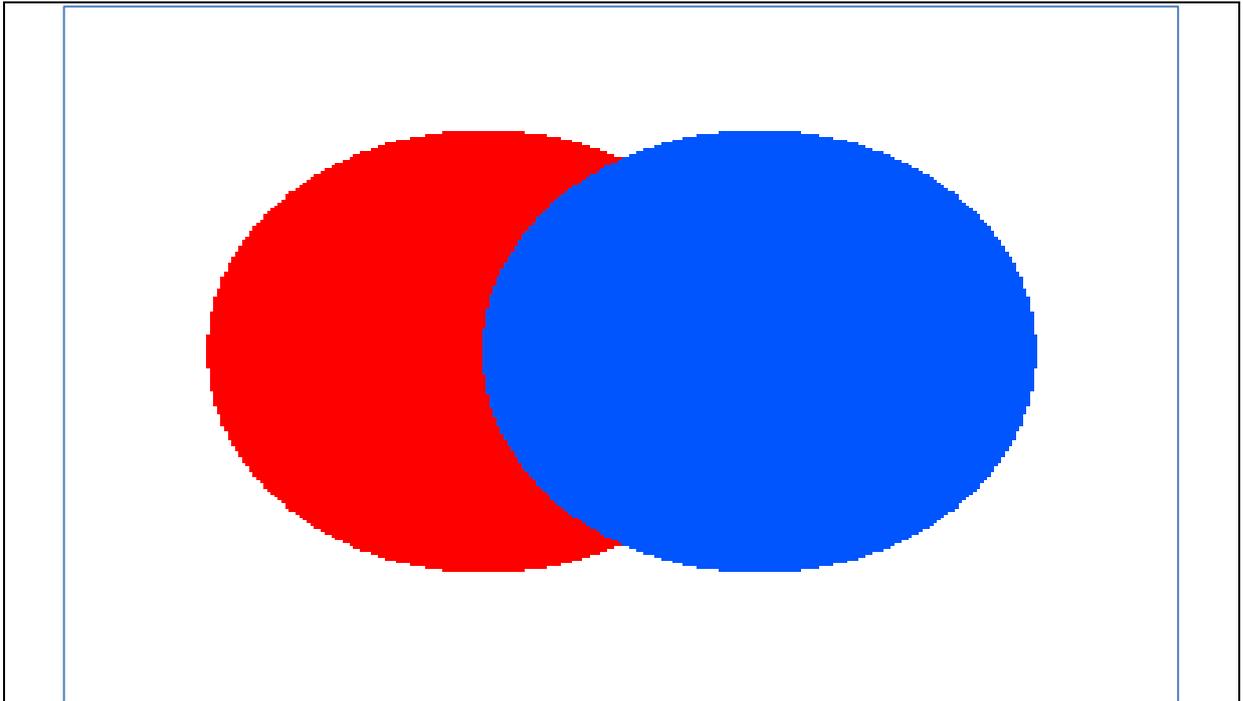


Figura 13 - Primeira imagem da atividade 2.

O que há em comum nessas inequações?

Descreva como você construiu a imagem.

b)

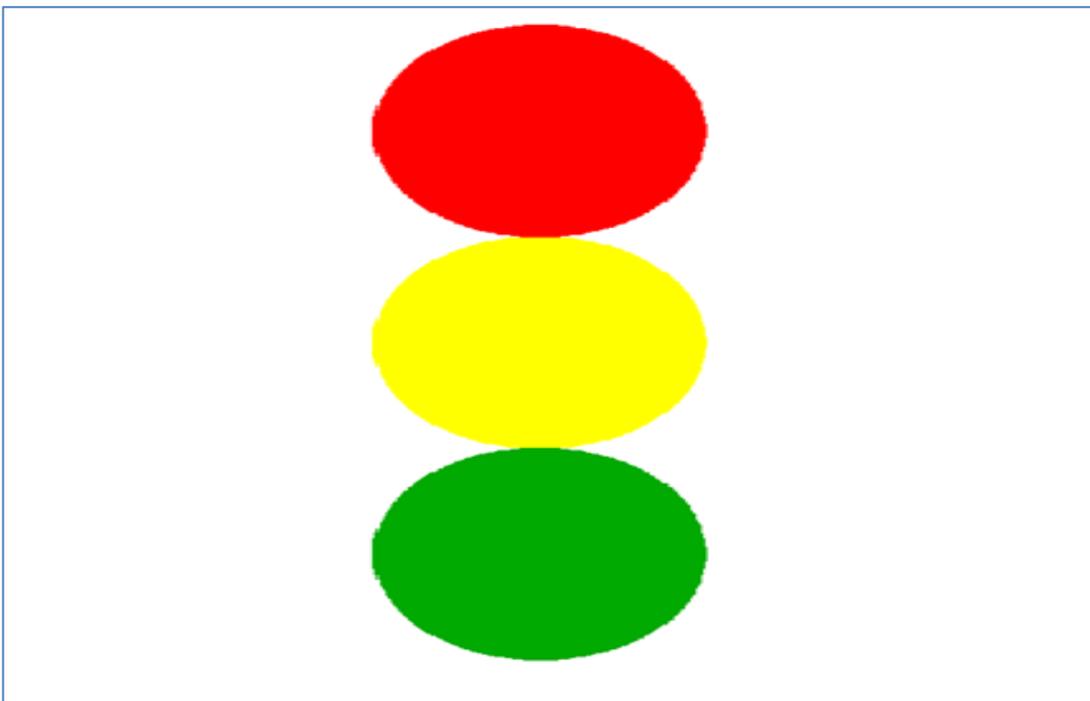


Figura 14 - Segunda imagem da atividade 2.

Escreva as inequações que você utilizou para a construção desta imagem.

O que há em comum nessas inequações?

Descreva detalhadamente o seu processo de construção.

c)

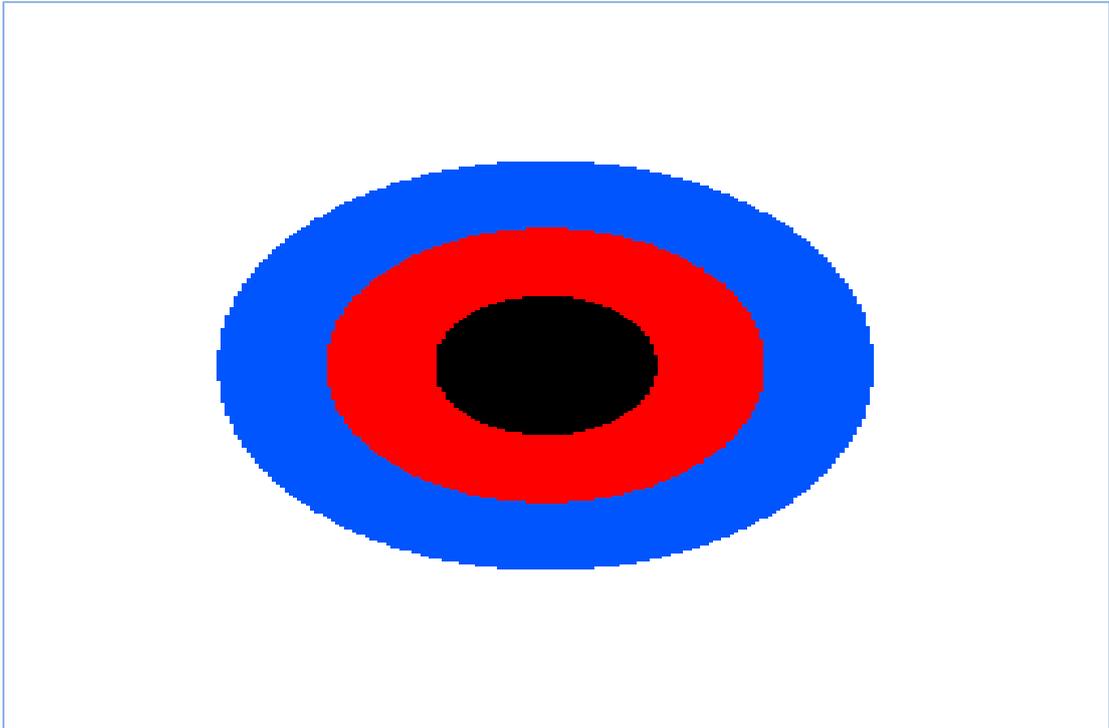


Figura 15 - Terceira imagem da atividade 2

Escreva as inequações que você utilizou para a construção desta imagem.

O que há em comum nessas inequações?

Descreva detalhadamente o seu processo de construção.

- 2- Para esta atividade utilize o MESMO arquivo da reprodução do Minion da última aula. Agora reproduza as partes do corpo do Minion que podem ser descritas com inequações com circunferência.

Em qual parte do Minion você teve mais dificuldades para a representação?

Quais inequações foram utilizadas? Descreva o processo de construção.

4º momento – Construção de um personagem

Neste momento os alunos deverão escolher ou criar um personagem e reproduzi-lo no GrafEq.

Qual personagem você escolheu?

Descreva o procedimento de reprodução do personagem, indicando as inequações que você utilizou.

5. RELATO DA EXPERIÊNCIA

Neste capítulo apresentamos o relato das atividades executadas no laboratório de informática, os diálogos, as inquietações, os desafios e as surpresas que surgiram durante esse período. Para manter sigilo quanto às informações coletadas nesta pesquisa, identificamos os alunos somente com a letra inicial do seu nome. Separamos este capítulo em seis itens, os cinco primeiros apresentam as etapas da experiência e o último, a análise da sequência das atividades. A primeira etapa relata o primeiro encontro, onde apresentamos a sequência de atividades. As atividades que exploram o estudo de inequações com funções afins e desigualdades numéricas são relatadas na segunda etapa. Na terceira etapa abordamos o estudo das inequações com funções quadráticas e na quarta inequações com circunferências. O último momento relata a escolha e a reprodução de um personagem.

O quadro a seguir sintetiza as etapas da experiência:

Etapas	Objetivos	Horas-aula
Etapa 1	Apresentar as atividades e do software GrafEq	2
Etapa 2	Estudo de desigualdades numéricas e inequações com funções afins	7
Etapa 3	Estudo das inequações com funções quadráticas	5
Etapa 4	Estudo de inequações com circunferências	5
Etapa 5	Criação de um personagem	2

Quadro 1 - Etapas da experiência.

5.1. ETAPA 1

A etapa 1 foi realizada em uma aula de 2 períodos de 50 minutos cada. Nesta aula, apresentamos aos alunos a sequência de atividades planejada, a proposta de dinâmica das aulas e o software GrafEq.

Entregamos o termo de consentimento informado (Apêndice A) aos alunos e conversamos sobre este documento. Salientamos que a participação nas atividades era de escolha dos alunos e que os dados coletados somente seriam considerados na pesquisa mediante a entrega deste documento.

Em seguida apresentamos aos alunos o vídeo trailer do filme chamado Meu Malvado Favorito 2 (disponível em: <<https://www.youtube.com-/watch?v=PQMY-s72kDbw>>). Este vídeo foi apresentado aos alunos como incentivo e apoio para as atividades que trabalhamos posteriormente. Uma destas atividades trabalha na representação de personagens desse filme chamados por Minions no GrafEq. Ainda, no final da sequência de atividades, os alunos escolherão um personagem para representar no GrafEq.

Depois desta primeira parte, foi apresentado aos alunos o software GrafEq. Sugerimos que os alunos se sentassem em duplas, mas devido ao grande número de alunos presentes na primeira aula e ao fato do laboratório de informática possuir 16 computadores, foi necessário que alguns alunos sentassem em trios. Neste momento, os alunos tiveram a possibilidade de explorar o software GrafEq e como eles não o conheciam, demorou-se mais do que havíamos imaginado.

Tivemos problemas com o uso do software na metade dos computadores disponíveis, fato que tem origem no sistema operacional dos computadores, metade deles possui sistema operacional Windows e a outra metade Linux. Nos computadores que possuíam o sistema Linux o software GrafEq apresentava uma certa demora na construção dos gráficos, mas com alguns segundos tudo voltava ao normal.

Surgiram questionamentos básicos relacionados à sintaxe do software na escrita de uma relação, como por exemplo: como eu digito x elevado ao quadrado. Foi um momento caracterizado por descobertas e conversas. Muitos alunos já queriam começar as atividades, explicamos que era importante que neste primeiro momento eles explorassem o software.

Embora eles já tivessem o material para o desenvolvimento da primeira atividade, nem todos os alunos começaram a fazê-la, alguns continuaram explorando o software livremente e criaram algumas construções interessantes, como a construção do Aluno L que apresentamos na figura 3 que segue:

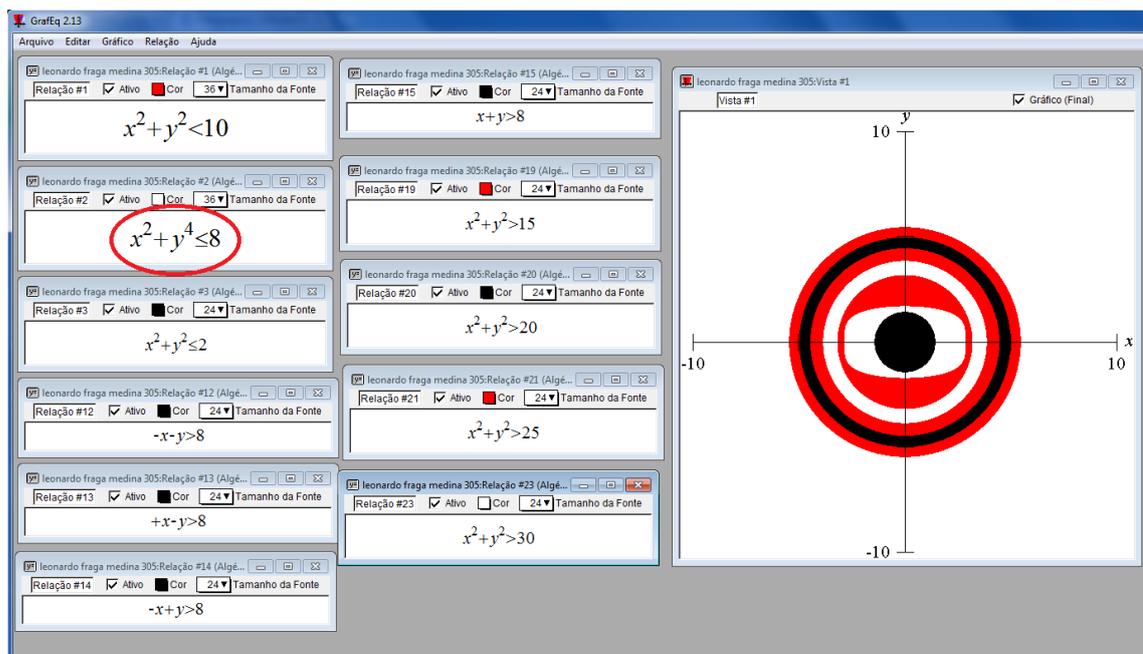


Figura 16 – Exploração do software pelo Aluno L.

Acreditamos que este momento destinado a exploração do GrafEq foi muito produtivo, como na construção realizada pelo Aluno L, os alunos tiveram a oportunidade de construir imagens livremente. Colocavam inequações e equações na janela de relações e observavam seu resultado gráfico, a partir disso acrescentavam outras relações que completavam as imagens que eles queriam reproduzir.

Outro fato que consideramos interessante e que destacamos na figura 3 foi que os alunos tiveram a oportunidade de explorar inequações que quase não são vistas na escola. O software possibilitou aos alunos a visualização de inequações e equações que eles não conheciam, o momento de exploração foi rico nesse sentido.

Aos alunos que começaram a realizar as atividades propostas no planejamento foi apresentada a primeira tarefa sobre o estudo de inequações com funções afins baseada na figura 17, a qual apresenta uma construção realizada no GrafEq de uma paisagem com uma casa. Pedimos aos alunos que relacionassem as inequações presentes na imagem com a parte da paisagem que foi gerada a partir dela.

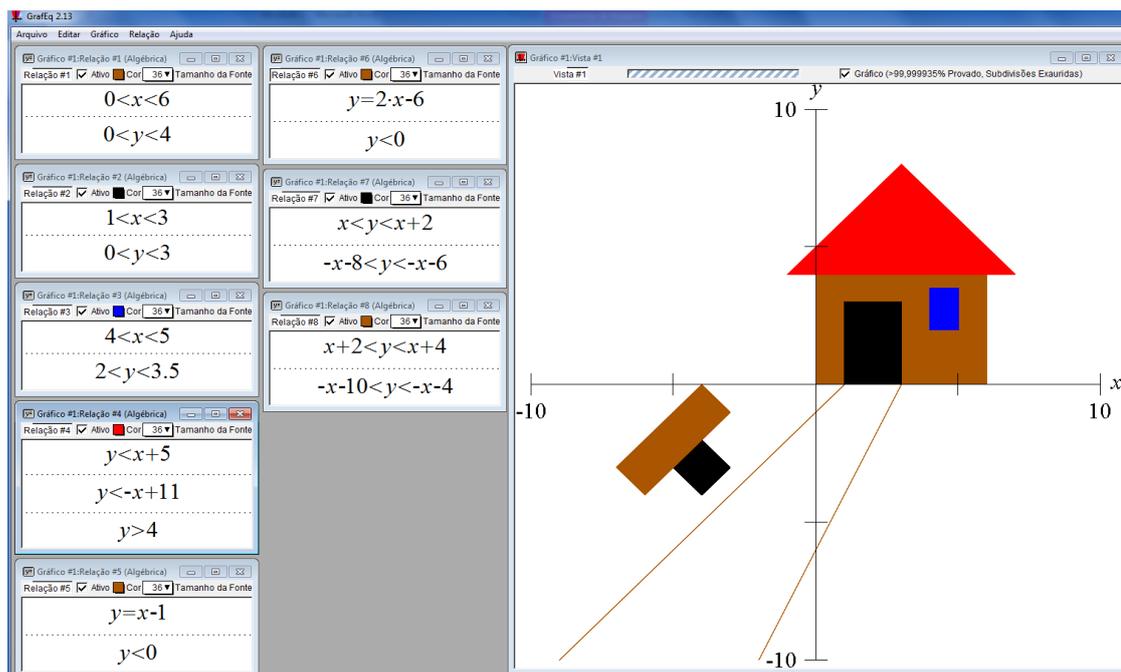


Figura 17 – Imagem da primeira atividade.

Nosso objetivo, quando desenvolvemos a atividade foi oferecer primeiramente aos alunos um exemplo de construção utilizando inequações com funções afins e desigualdades numéricas que auxiliasse na realização das atividades que seguites propostas no planejamento. Quando pedimos aos alunos que fizessem a relação das inequações com as partes da paisagem, queríamos que eles realizassem a leitura das inequações, identificassem

no gráfico os parâmetros que poderiam determinar qual a relação que a determina e finalmente negociassem os resultados obtidos nas duplas ou nos trios.

A aula encerrou sem que nenhuma das duplas ou dos trios concluísse a atividade. Os alunos se mostraram interessados a utilizar o software GrafEq para construir imagens e estudar matemática.

5.2. ETAPA 2

A etapa dois foi destinada ao estudo de inequações com funções afins e desigualdades numéricas, foi preciso utilizar 3 aulas totalizando 7 períodos de 50 minutos cada para a sua realização.

Na primeira aula algumas duplas haviam começado a estudar as inequações com funções afins e desigualdades realizando a relação das inequações com as partes da paisagem. Retomamos essa tarefa, agora com todos os grupos trabalhando nesta atividade.

No desenvolver da atividade identificamos que os alunos utilizaram três maneiras para fazer a relação. O primeiro método foi o que havíamos planejado. Quatro duplas utilizaram-se da estratégia de associar as inequações com a imagem dada e a partir do gráfico verificar a necessidade ou não da modificação da relação. A segunda maneira utilizada foi lançar mão do software GrafEq para escrever a relação e observar o que era reproduzido. Esta estratégia foi compartilhada por duas duplas e um trio. Por último, duas duplas utilizaram as cores para fazer a relação, olhavam a cor presente na caixa da relação e comparavam com a cor presente na paisagem.

Surgiram interessantes negociações entre os integrantes das duplas ou dos trios, um diálogo que foi observado com frequência foi a leitura das inequações, alguns alunos trocavam o sinal de $<$ (menor) pelo sinal de $>$ (maior), sendo corrigidos pelos outros integrantes da equipe.

Como resultado da atividade, os alunos fizeram a relação entre as inequações e as partes da paisagem em uma folha, esta foi entregue pelos grupos ao final da atividade. Na figura 18 apresentamos as relações realizadas pelo Aluno A e Aluna M:

maçom	Porta	Azul	vermelha
$0 \leq x < 6$	$1 < x < 3$	$4 < x < 5$	$y < 8 + 5$
$0 < y < 4$	$0 < y < 3$	$2 < y < 3.5$	$y < -x + 11$
estouturo	Porta	janela	$y < 4$
			telhas
maçom	maçom	Porta	maçom
$y = x - 1$	$y = 2 \cdot x - 6$	$x < y < x + 2$	$x + 2 < y < x + 4$
$y < 0$	$y < 0$	$-x - 8 < y < -x - 6$	$-x - 10 < y < -x - 4$
Limbo até a casa		Pé do Branco	assimto do camao

Figura 18 - Relação realizada pelo Aluno A e Aluna M.

Após o término da tarefa foram destinados 20 minutos para um diálogo e reflexão sobre alguns aspectos que surgiram durante a realização da atividade. O primeiro aspecto lançado aos alunos foi sobre os meios que eles utilizaram para fazer a relação. Surgiu um intenso debate sobre esse aspecto, as duplas tentavam justificar por que utilizaram aquela estratégia. Surgiu a necessidade de escolher a melhor estratégia, muitos alunos apontaram o uso do software como a melhor forma de realizar as relações. Diante disso, um aluno falou que realmente é uma boa estratégia utilizar o GrafEq desde que se tenha um computador, afirmou ainda que nas provas eles não podem utilizar o computador, assim a melhor estratégia é fazer a relação entre a inequação e o gráficos observando os parâmetros. Todos os colegas concordaram com a colocação.

Não havia ganhado destaque na discussão o terceiro modo utilizado para fazer a relação. Chamamos a atenção dos alunos quanto esse tema, os alunos que utilizaram essa estratégia afirmaram que era um modo fácil e rápido de relacionar a inequação com parte da imagem. Todos os alunos concordaram com o que foi colocado. Neste ponto intervimos, perguntando o que eles fariam se duas inequações fossem da mesma cor. Nesse momento outro aluno falou sobre a situação de ser reproduzida uma imagem em preto e branco, possuindo muitas relações de cada uma das duas cores, tornando assim essa estratégia pouco útil. A maioria dos alunos concordou com a colocação. Houve um momento de silêncio, logo após disseram que poderiam utilizar as estratégias apontadas anteriormente para resolver o problema: fazer a relação das inequações com os parâmetros a partir da interpretação e análise das imagens apresentadas.

Sendo assim elegeram um método a ser utilizado daqui para frente na realização de atividades semelhantes à desenvolvida, primeiramente observar a imagem dada e identificar a inequação utilizada objetivando escolher os parâmetros de forma adequada e em um segundo momento utilizar o software.

Acreditamos que esse momento sobre a reflexão das estratégias utilizadas foi importante para a sequência das atividades, pois os alunos puderam experimentar uma situação diferente em sala de aula, tiveram a oportunidade de colocar suas ideias, questionar e serem questionados quanto à validade dessas.

Em seguida, foi apresentada aos alunos a segunda atividade. Para realizar o exercício os alunos precisavam construir três imagens no software GrafEq. A primeira das imagens a ser construída é apresentada na figura 19. Para reproduzir a imagem, os alunos utilizaram desigualdades numéricas para construí-la. Nosso objetivo nessa tarefa foi possibilitar o estudo de intervalos numéricos no eixo x e no eixo y. Combinando esses intervalos é possível construir no GrafEq retângulos que compõem a imagem.

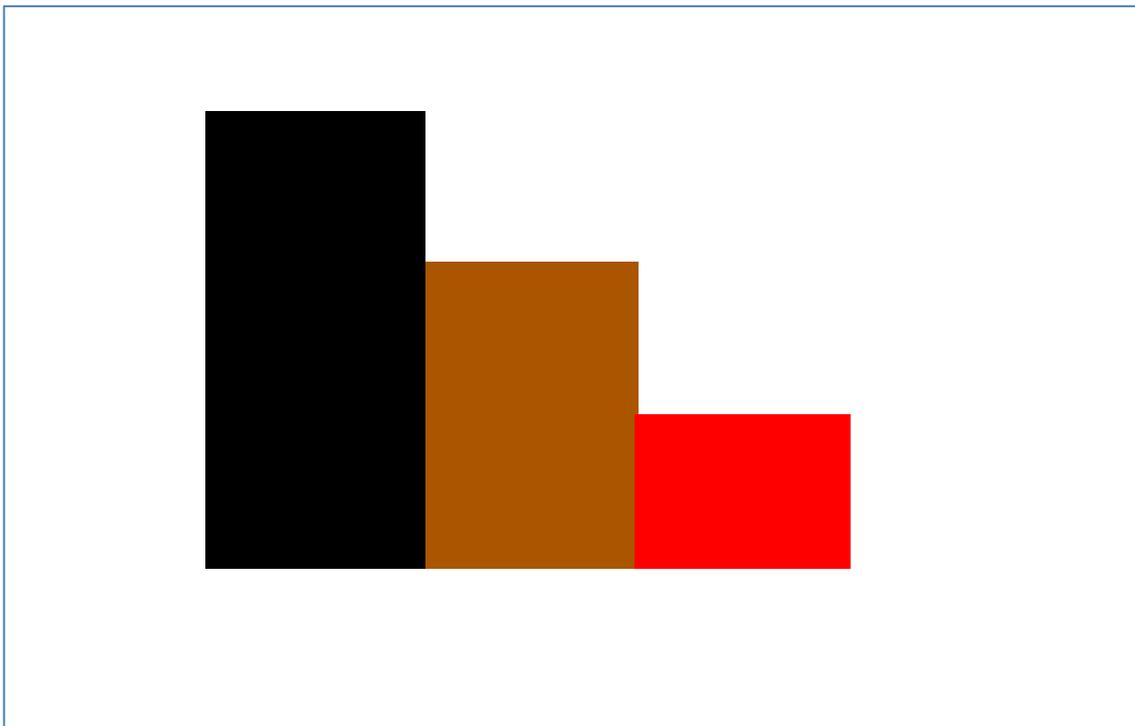


Figura 19 – Atividade 2, primeira imagem.

Os alunos trabalharam com empenho na construção da primeira imagem, mas percebemos que muitos alunos trocavam o sinal da desigualdade ou os valores numéricos produzindo relações que não estavam corretas, como fruto desse erro o software não produzia nenhum resultado gráfico gerando discussões nos grupos. Como por exemplo, a relação produzida pela dupla do Aluno A e Aluna M que observamos na figura 20:

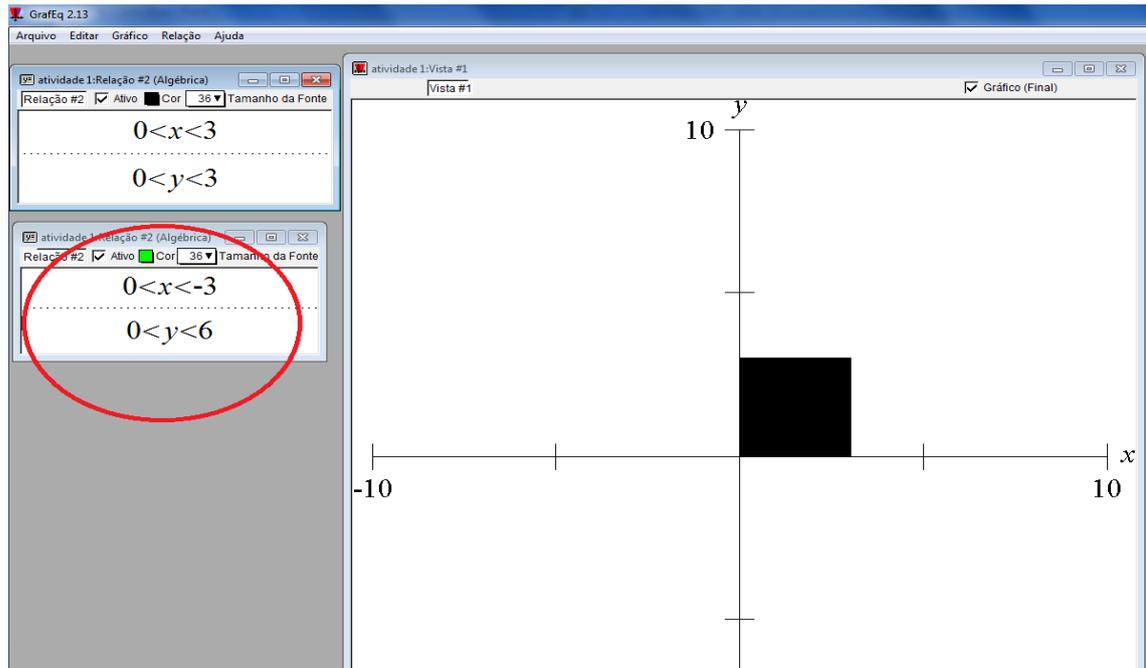


Figura 20- Relação do Aluno A e da Aluna M.

Destacamos na figura 20 a relação que a dupla apresentou e questionou o porquê do software não apresentar resultado gráfico para a relação. Neste momento insistimos para que os alunos verificassem novamente as desigualdades apresentadas na relação. Houve um diálogo:

Professor: Observem novamente as desigualdades presentes na relação.

Aluno A: Professor, temos que trocar os sinais das desigualdades?

Aluna M: Não, a desigualdade do y está certa. É do mesmo jeito que a relação de cima.

Professor: E a desigualdade envolvendo o x?

Aluno A: Está errada!?

Aluna M: Sim! Como é que o x vai ser maior que 0 e menor que -3 ao mesmo tempo (apontou para o eixo do x mostrando os valores de $x=0$ e $x=-3$).

Aluno A: Então trocamos o 0 e o -3 de lugar, aí está certo.

Nesse diálogo se reflete a negociação de significados que exploramos neste trabalho, os alunos do grupo com ajuda do professor negociaram, trocaram ideias e defenderam seu ponto de vista até construir alguns conceitos que foram aceitos. Nesse processo é importante que o professor possibilite este diálogo, questione os alunos ao invés de responder somente que a relação está errada neste ponto.

Outro diálogo que surgiu foi a partir da situação apresentada na figura 21:

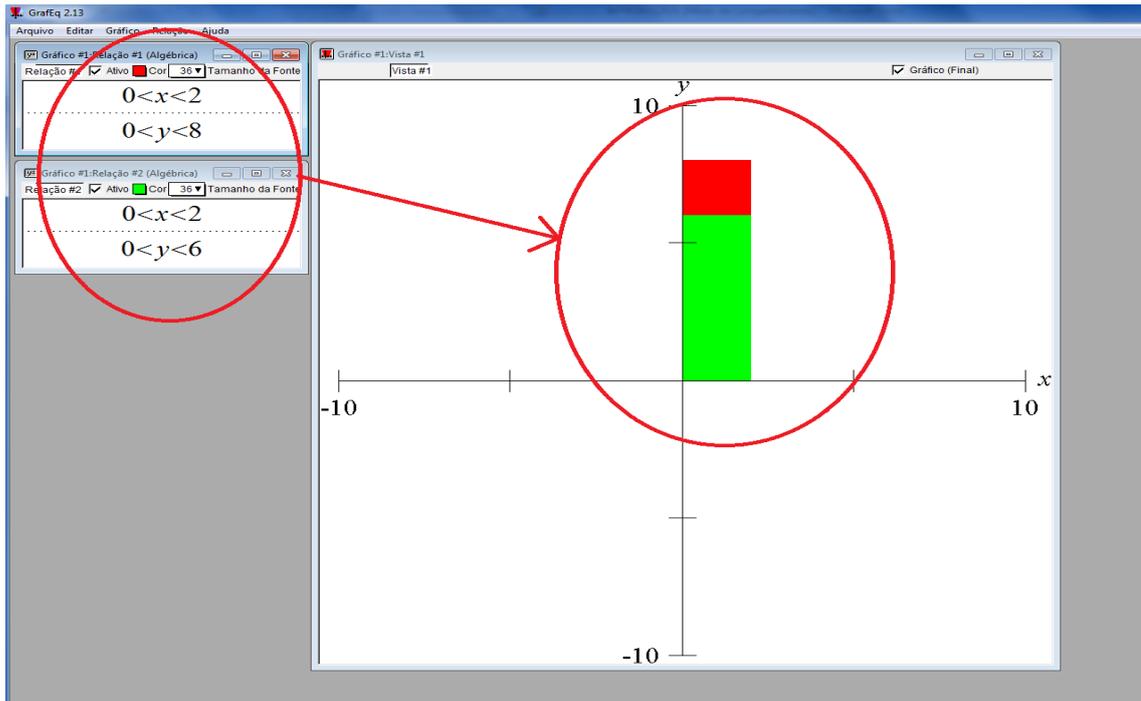


Figura 21 – Relação do Aluno A e do Aluno K.

Aluno K: Professor, porque está um em cima do outro (retângulos verde e vermelho produzidos a partir das relações 1e 2)?

Professor: Vamos olhar novamente as relações. O retângulo vermelho tem como base o espaço entre os números 0 e 2. O retângulo verde precisa estar onde?

Aluno A: Do lado!

Professor: Então, a base do retângulo verde é representada por quais desigualdades?

Aluno K: Ela precisa estar do lado, então precisa começar no 2. Mas vai até onde?

Aluno A: Até o 4, pois tem que ter o mesmo tamanho que o vermelho.

Todos os grupos terminaram a atividade. Apresentamos a seguir a construção da Aluna T, Aluno E do Aluno F:

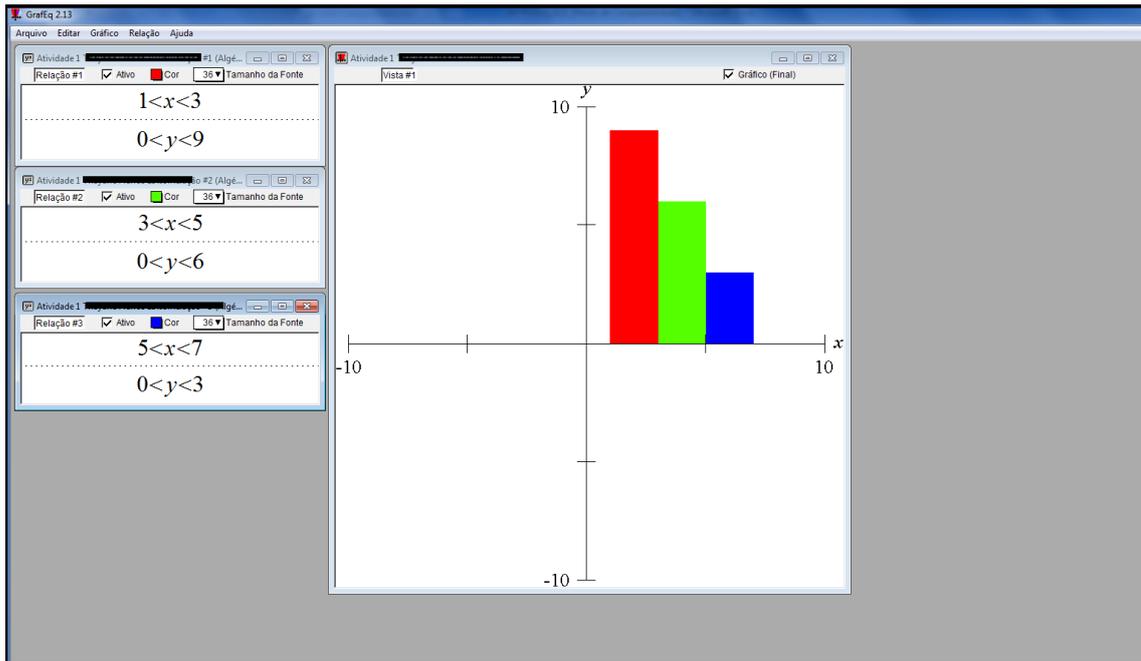


Figura 22 – Construção da Aluna T, Aluno E e do Aluno F.

Percebemos que nos momentos iniciais os alunos tiveram bastante dificuldade na localização e na ordem dos números nos eixos cartesianos, mostrando que estes aspectos ainda não tinham ficado claros aos alunos.

Na segunda imagem, os alunos precisavam reproduzir a mesma imagem com um pequeno e fundamental detalhe, ela estava inclinada (ver figura 23). Nosso objetivo com a construção desta imagem foi trabalhar com inequações com funções afins, estudar sua imagem e as translações nos seus gráficos a partir de mudanças na sua lei.

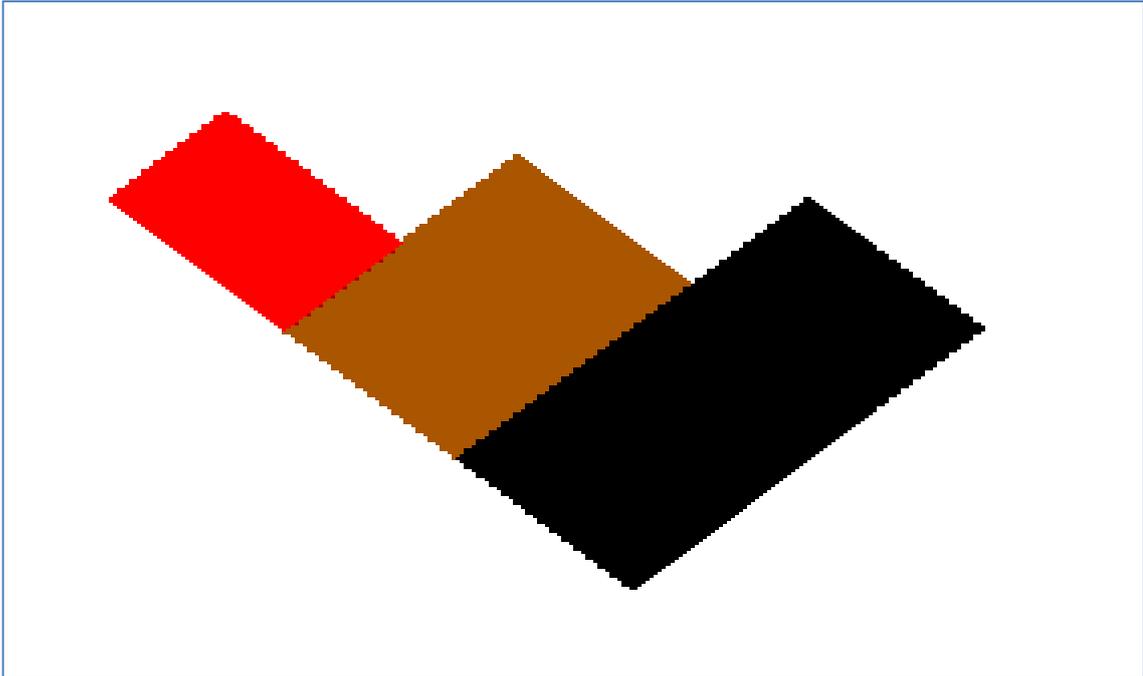


Figura 23 – Atividade 2, segunda imagem.

Um debate surgiu nos grupos tendo como tema a imagem inclinada, relatamos o diálogo realizado na dupla composta pela Aluna A, Aluno T:

Aluna A: Como a gente pode construir a mesma figura inclinada? Como faço um retângulo inclinado.

Aluno T: Tem a opção de girar a imagem anterior?

Professor: Como fazemos para construir uma reta?

Aluno T: Ah, tem uma coisa inclinada na construção da casa! Podemos utilizar aquela inequação.

Professor: Isso, a construção da casa pode ser utilizada como exemplo.

Aluna A: Podemos fazer primeiro igual e depois colocar o sinal de desigualdade (se referindo a primeiro construir a função e depois relacioná-las com desigualdade)?

Professor: Claro, o procedimento vocês que constroem.

De fato, cinco grupos utilizaram esta estratégia, construía as funções (retas) que precisavam para compor a figura e depois as relacionaram por meio de inequações. Observamos na figura 24 esse procedimento:

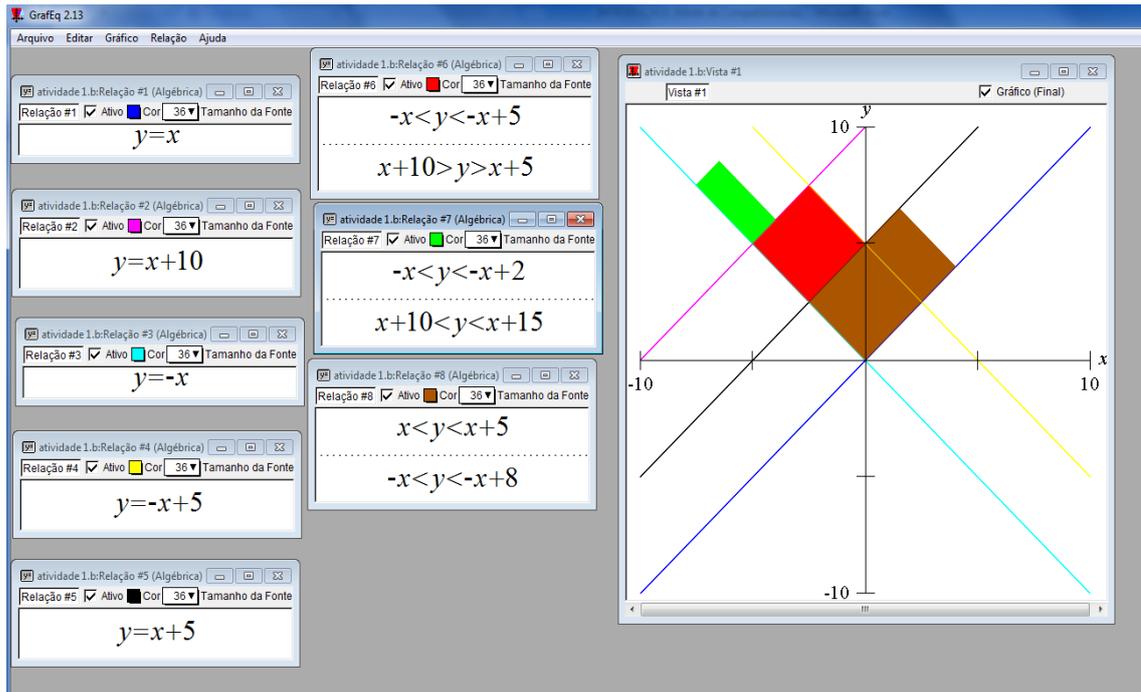


Figura 24- Construção da Aluna R e da Aluna S.

Durante o processo de construção da segunda imagem apresentada foi possível dialogar com a turma a respeito da relação entre os parâmetros da inequação e o resultado gráfico gerado quando alteramos algum parâmetro. Estudamos principalmente as translações que ocorriam no gráfico das retas utilizadas para compor as inequações. A seguir apresentamos o diálogo criado em sala de aula quando negociamos esses conceitos, toda turma participou deste diálogo:

Professor: A maioria dos grupos utilizou a reta de equação $y=x$ para compor a sua figura. Utilizando o gráfico de $y=x$ como podemos relacioná-lo com o gráfico de $y=x+5$?

Aluno K: Os dois são uma linha reta!

Professor: Sim, as duas são equações de retas. E o que mais?

Aluna N: A segunda está mais em cima (mostrando na tela do computador a construção das equações das retas).

Aluno A: Isso, a primeira corta o y (eixo) no 0 e a segunda no 5, está mais pra cima!

Professor: Partindo do primeiro gráfico podemos criar o segundo?

Aluno T: Sim, é só somar 5! Ai o gráfico sobe!

Professor: Então quer dizer que se somamos um valor positivo o gráfico sobe. E se o valor for negativo?

Aluno R: Ele desce!?(foi verificar no GrafEq).

Aluno R: Sim, ele desce!

Professor: Ah, quer dizer que quando somamos um valor negativo o gráfico desce?

Todos os alunos: Sim.

No final da atividade foi questionado aos alunos o seguinte: Qual das imagens 1 ou 2 (figura 19 ou figura 23) você teve mais dificuldade para reproduzir? Por quê?

Selecionamos algumas respostas, que estão presentes na figura 25 e figura 26, que seguem:

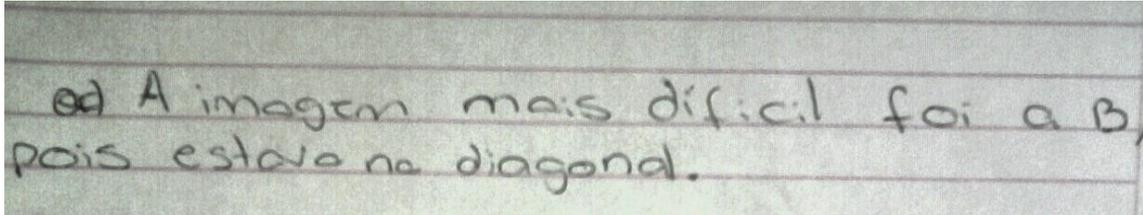


Figura 25 – Resposta do grupo da Aluna T, Aluno E e Aluno F.

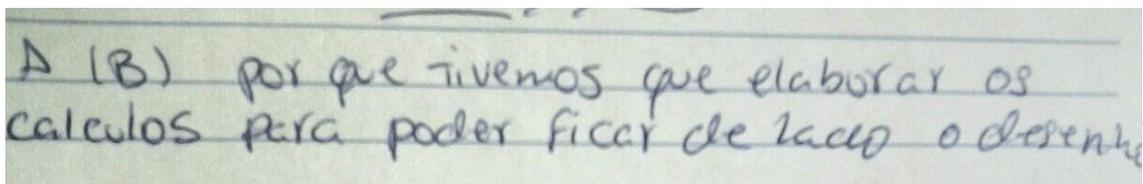


Figura 26 – Resposta da dupla da Aluna R e Aluna S.

Após esse momento, um aluno levantou um assunto interessante para debatermos. Segundo ele poderíamos elaborar fórmulas para construir retângulos na posição com lados paralelos aos eixos cartesianos. Pedimos para que ele explicasse o que estava pensando.

Aluno R: Juntando as inequações $-n < x < n$ e $-n < y < n$ construímos qualquer tipo de retângulo, é só escolher o valor para n .

Professor: Legal, mas se esses n são iguais, não podem ser valores diferentes?

Os alunos refletiram e testaram algumas hipóteses utilizando o GrafEq. A Aluna S disse que os valores podiam ser diferentes e que com a ideia apresentada pelo aluno R eram construídos apenas quadrados.

Colocamos a ideia apresentada no quadro, todos concordaram que o valor n não necessariamente poderia ser o mesmo então acrescentamos índices à eles para diferenciá-los, construindo a tal fórmula para construir retângulos com lados paralelos ao eixos cartesianos:

$$-n_1 < x < n_2 \text{ e } -n_3 < y < n_4.$$

Professor: E esses valores de n podem ser negativos?

Os alunos ficaram surpresos com a pergunta, e voltaram a ficar em dúvida quanto à validade da fórmula construída.

Aluno T: Não, se eu colocar um valor para n_1 e n_2 negativo no GrafEq não aparece nada.

Professor: Dê um exemplo.

Aluno T: n_1 igual a -2 e n_2 igual a -1

Professor: Então a desigualdade fica $-(-2) < x < -1$. Ou seja, $2 < x < -1$. Porque não aparece nada no GrafEq?

Aluna A: Está errado. Nunca o x vai ser ao mesmo tempo maior que 2 e menor que -1.

Aluno R: Então, nossa fórmula precisa que os valores de n sejam positivos.

Todos os alunos concordaram com a colocação do colega.

Apesar de conseguirmos trabalhar com a questão levantada pelo aluno, tivemos algumas dificuldades. Por se tratar de uma situação totalmente inesperada, onde a ideia trazida para a discussão foi uma surpresa, não foi possível estudar a questão totalmente a fundo. Com tempo e reflexão poderíamos ir mais a fundo na questão, chegando à conclusão que a fórmula para construir quadrados era $n_1 < x < n_2$ e $n_3 < y < n_4$, onde os n eram quaisquer números que respeitassem as seguintes desigualdades: $n_1 < n_2$ e $n_3 < n_4$. A situação reforça a ideia de que o professor precisa estar preparado para as surpresas que o uso das tecnologias e da negociação de significados em sala de aula traz.

Na terceira imagem, apresentada na figura 27, os alunos tinham que reproduzir a face de um cachorro. Nosso objetivo, juntando as desigualdades numéricas da primeira imagem construída com as inequações com funções afins da segunda imagem, foi possibilitar aos alunos uma atividade onde fossem explorados os conceitos de domínio e imagem das retas e fortalecer o conceito de translação do gráfico de retas estudado na segunda imagem.

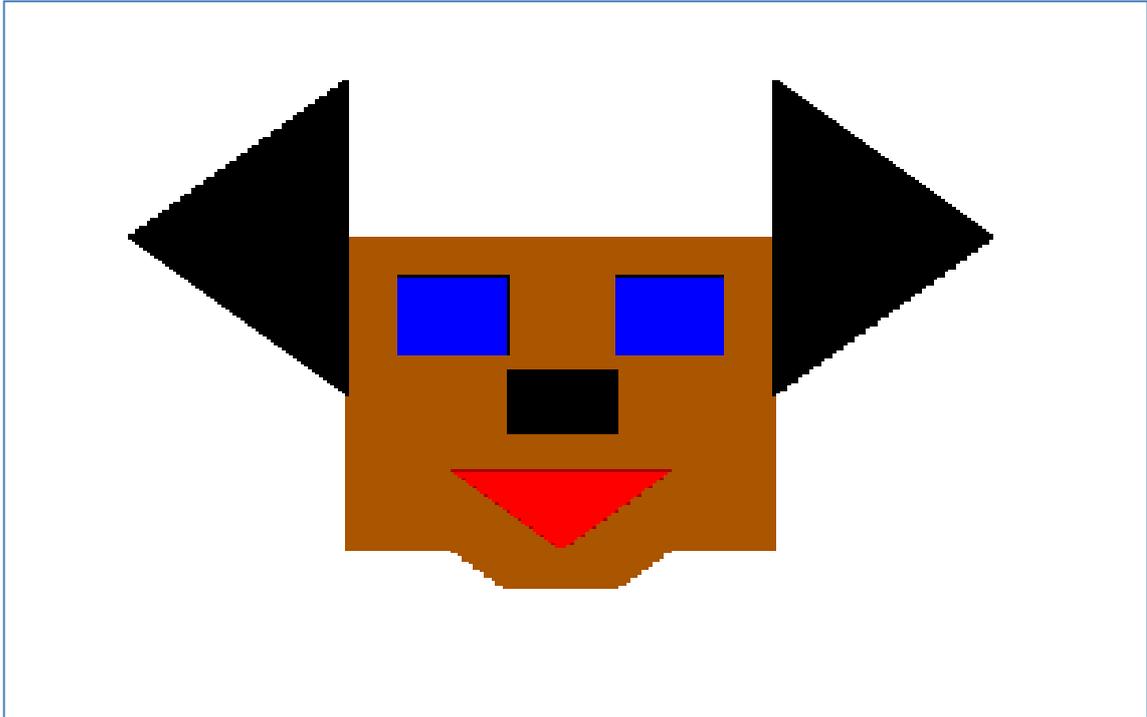


Figura 27 – Atividade 2, terceira imagem.

Na figura 28 apresentamos a construção realizada pelas alunas A e S, a qual reflete o modo mais utilizado pelos alunos durante o procedimento de reprodução da face do cachorro. Notamos que os alunos construíram as retas e depois fizeram o procedimento de colorir as regiões utilizando as inequações, como se percebe a seguir:

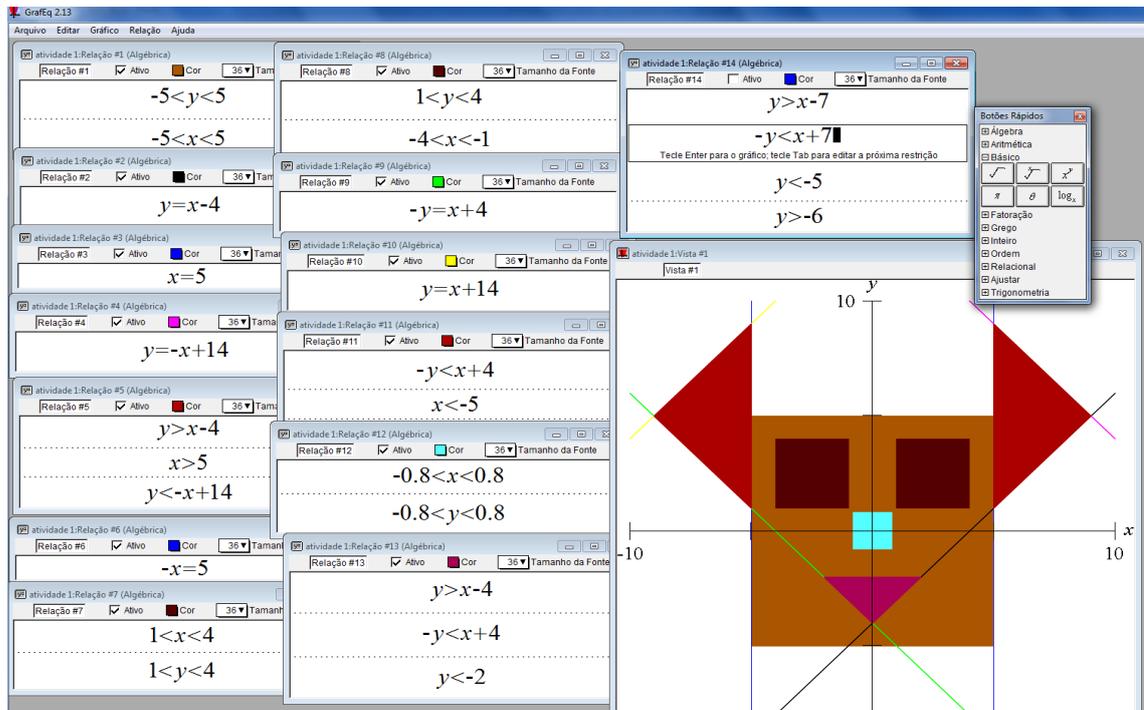


Figura 28 – Construção realizada pela Aluna A e Aluna S.

A terceira e última atividade estava relacionada com a identificação e reprodução das partes do Mínon (figura 29) que envolvem inequações com funções afins e desigualdades numéricas:

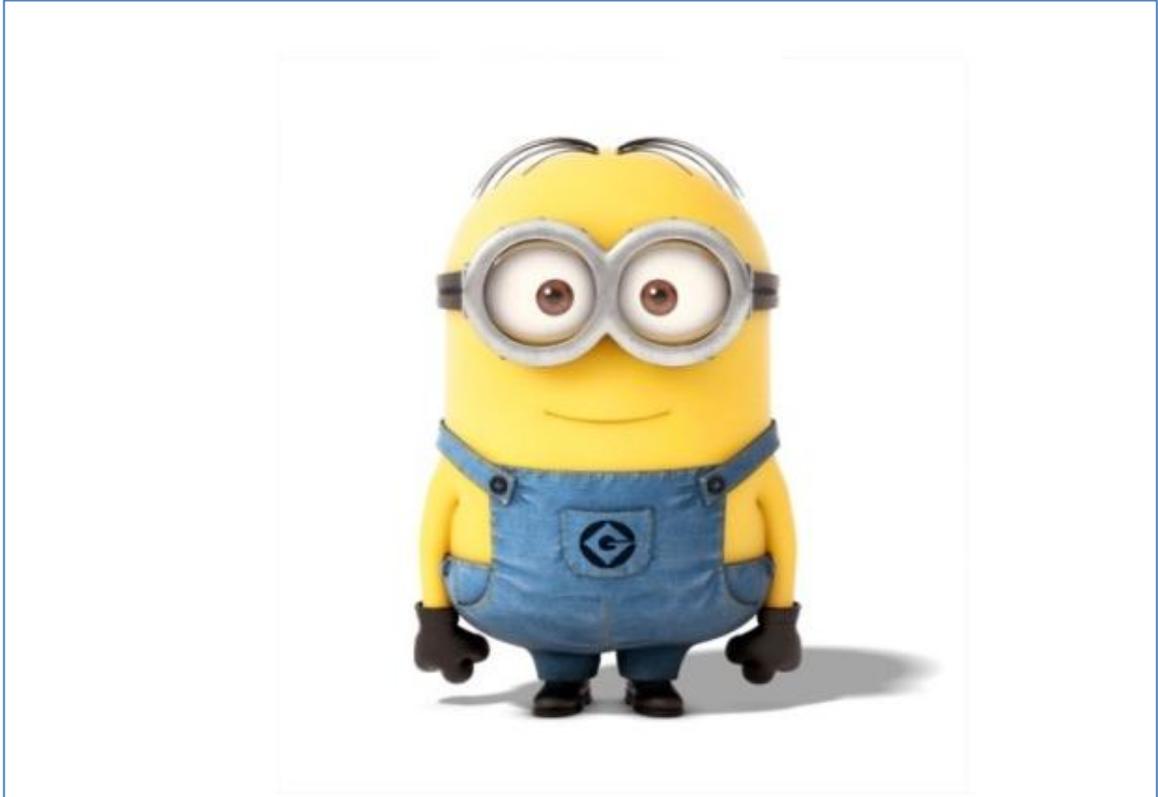


Figura 29 – O personagem Mínon.

Nesta atividade os alunos trabalhariam primeiramente identificando as partes do personagem que poderiam ser reproduzidas com desigualdades numéricas e inequações com funções afins e posteriormente trabalhariam na reprodução dessas partes. Estas etapas estão de acordo com o diálogo estabelecido anteriormente. Deixamos claro que os alunos fariam as suas interpretações do Mínon, podendo escolher o personagem e dar o seu olhar às partes que compõem o personagem.

Os alunos estavam muito ansiosos para construir o personagem, explicamos que o desenvolvimento da construção seria composto de três etapas, sendo que a primeira parte estava sendo realizada (reprodução das partes do corpo do personagem que podem ser descritas por inequações com funções afins e desigualdades numéricas). As outras duas etapas seriam trabalhadas posteriormente.

Inicialmente os alunos afirmaram que não observavam muitas partes do personagem que poderiam ser reproduzidas com as inequações que eles tinham trabalhado até o momento. Consideravam o corpo como sendo um retângulo, mas não identificaram outras partes que

poderiam ser reproduzidas. Nesse momento, criou-se um debate em sala de aula, onde falamos a respeito das partes do Mínon:

Professor: Observei nos grupos que vocês identificaram com sendo um retângulo uma parte do corpo do personagem. Esta parte começa na cintura do personagem e vai até os olhos. Certo?

Alunos: Sim!

Aluno A: Mas é só essa parte?

Aluno R: Nós fizemos a parte do macacão que tem um bolsinho na frente, ela também pode ser um retângulo.

Aluna A: Sim, pode mesmo. Até a parte preta dos óculos também pode ser reproduzida.

Professor: É verdade, vocês perceberam que existem outras partes que também podem ser reproduzidas utilizando as inequações com funções afins e desigualdades numéricas além daquela que identificamos inicialmente.

Como resultado desta atividade apresentamos na figura 30 a representação das partes do Mínon realizada pela dupla da Aluna A e do Aluno T.

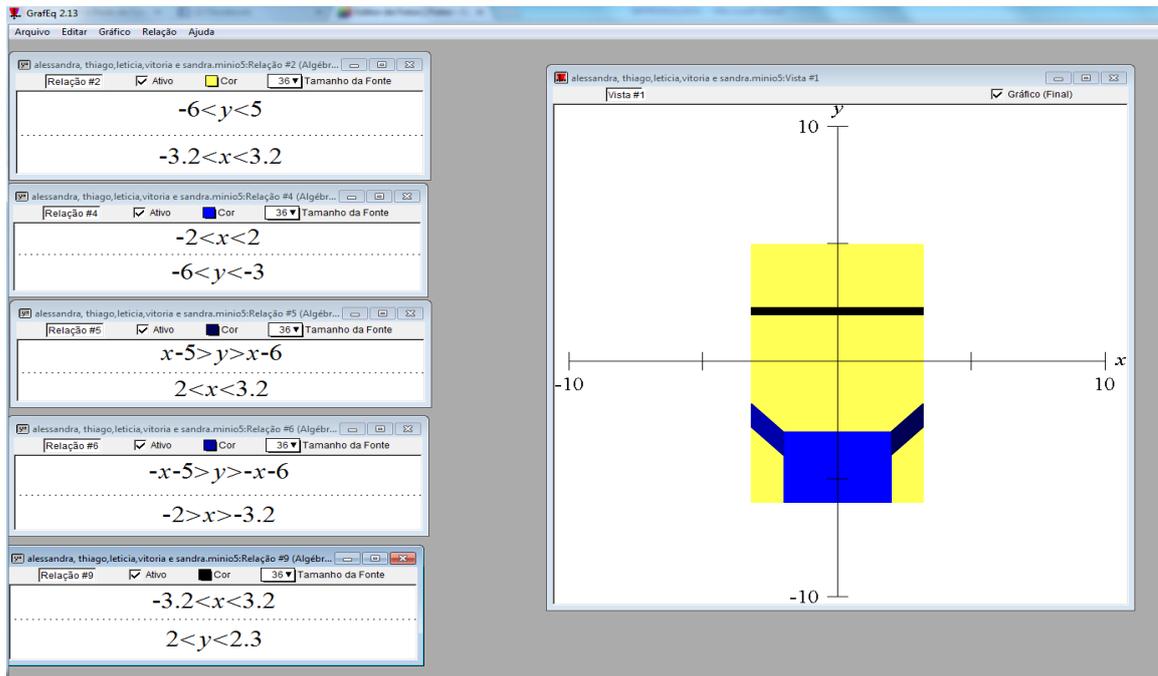


Figura 30 – Representação do Mínon parte 1, pela Aluna A e pelo Aluno T.

O tempo que utilizamos para desenvolver o estudo de desigualdades numéricas e inequações com funções afins foi maior do que o planejado. Um dos motivos se dá ao uso da negociação de significados em sala de aula, os diálogos eram interessantes e acabavam por se estender por mais tempo. Talvez um fato que tenha contribuído para o maior tempo gasto nesta etapa tenha sido a forma como os computadores que tinham o sistema operacional

Linux instalado respondiam ao software GrafEq, por muitas vezes foi necessário reiniciar o programa para continuar desenvolvendo as atividades. Outro motivo detectado foi em relação ao conteúdo matemático, algumas das duplas tinham bastante dificuldade nas desigualdades numéricas, outras demonstravam pouco domínio com números negativos.

5.3. ETAPA 3

A etapa três compreende o estudo de inequações com funções quadráticas. Para esta utilizamos duas aulas, totalizando cinco períodos de 50 minutos cada.

Apresentamos aos alunos uma imagem de uma taça e um copo (ver figura 31) e também as relações que foram utilizadas para reproduzir essas partes da imagem. Como tarefa inicial os alunos deveriam fazer a relação entre as partes da imagem com as inequações que a geravam.

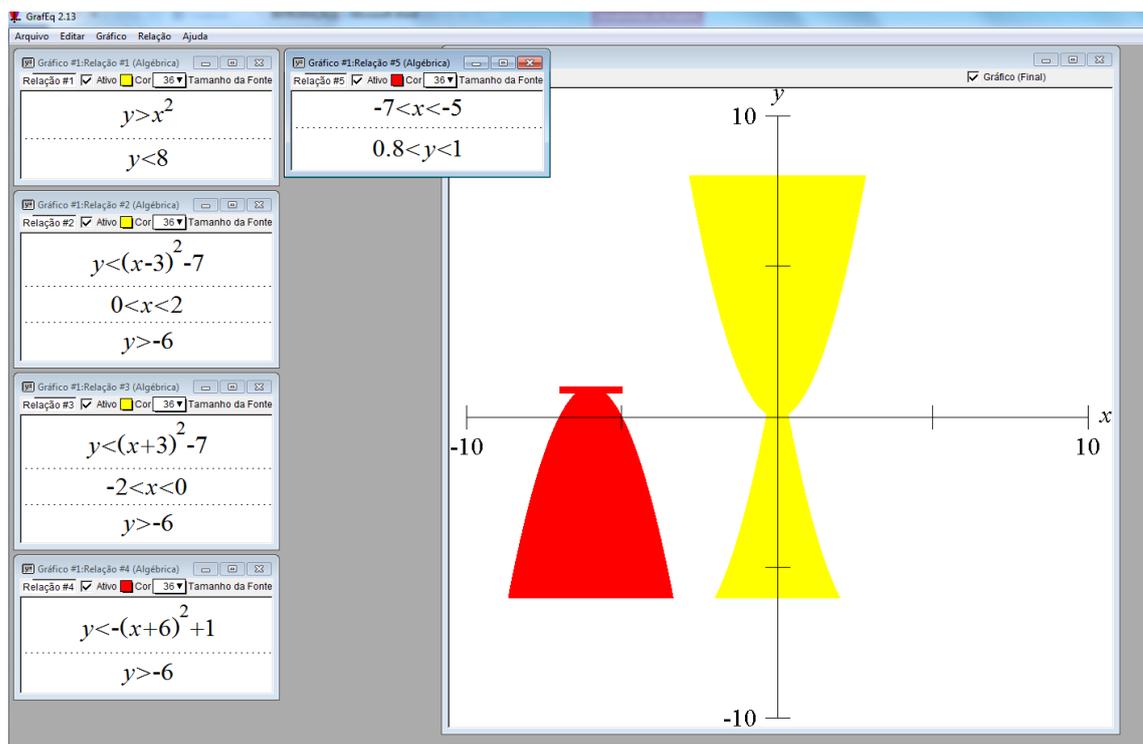


Figura 31 – Imagem de uma taça e um copo.

Neste momento, nenhuma das duplas ou dos trios utilizou a estratégia das cores para fazer a relação, todos tentaram observar parâmetros no gráfico e relacionar com as inequações presentes nas caixas de relações. Algumas duplas acharam a atividade bastante difícil e lançaram mão do software para fazer a relação.

Em um segundo momento foi apresentado aos alunos a segunda atividade que continha 3 imagens a serem reproduzidas no GrafEq. No primeiro exercício foi apresentada um

imagem composta por 5 parábolas formando a imagem apresentada na figura 32. Nosso objetivo nessa atividade era possibilitar aos alunos além do estudo de inequações, o estudo das translações horizontais nos gráficos das parábolas e a limitação da imagem destas por uma desigualdade envolvendo a variável y .

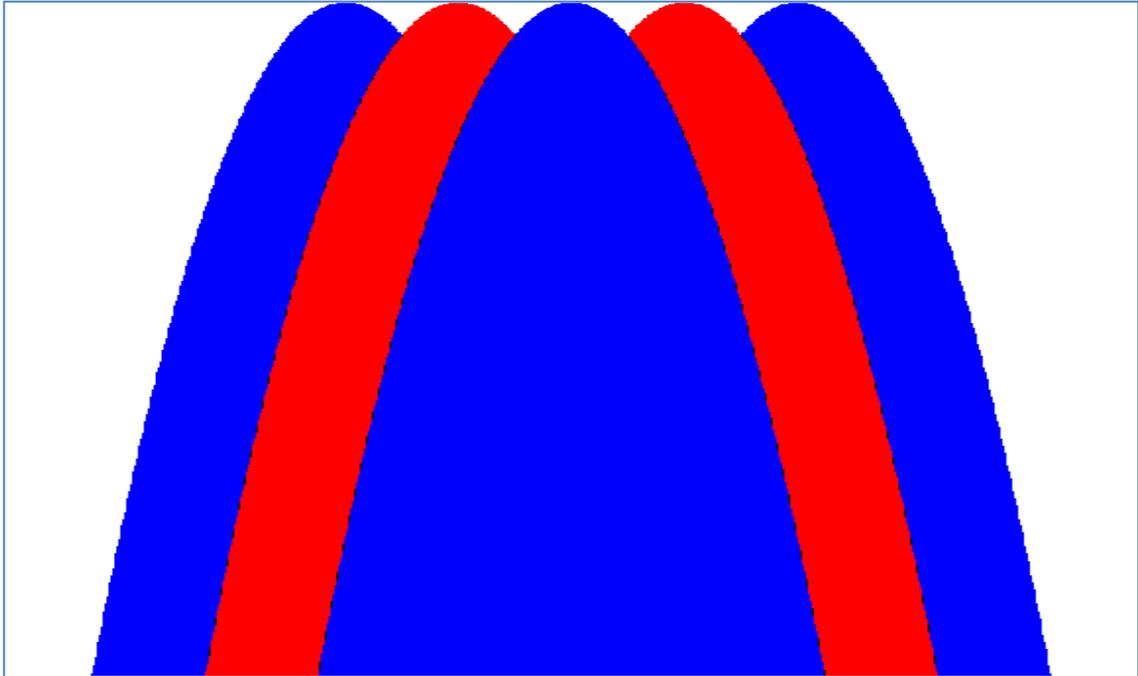


Figura 32 - Imagem da atividade

Inicialmente os alunos fizeram a primeira parábola voltada para baixo de forma muito simples e rápida, em seguida começaram as muitas tentativas para ajustar a segunda parábola, que deveria estar deslocada para a direita ou para a esquerda da primeira. As duplas tentaram somar algum número a inequação utilizada na construção da primeira parábola, mas o gráfico subia ou descia. Tentaram multiplicar a inequação por um valor, mas também não obtiveram sucesso. Iniciou-se um diálogo tendo como tema a descoberta para a realização da atividade:

Professor: Vocês já somaram alguma coisa na inequação, já multiplicaram a inequação, subtraíram um valor no y presente na inequação, mas e quanto ao x que aparece ao quadrado na inequação?

Aluno A: Como assim, coloco x^2 mais um número?

Professor: Vamos testar no software, observem o que aconteceu.

Aluno A: O gráfico subiu, então não é isso que precisamos fazer (observando no gráfico a inequação $y < -x^2 + 2$).

Aluna S: Talvez a gente tenha que trocar o x .

Professor: Como assim?

Aluna S: No lugar de x podemos colocar x mais um número ao quadrado

Aluno R: (testa a hipótese da Aluna S no software e verifica o deslocamento horizontal no gráfico e diz) Sim, é isso.

Professor: o que acontece com o gráfico?

Aluno R: Ele foi para o lado!

Professor: Para qual lado?

Aluno A: Ele vai para a esquerda (apontando com o dedo na tela do computador).

Professor: Muito bem, e para ele ir para o lado direito, o que devemos fazer?

Aluno A: Não sei.

Aluno T: Deve ser o contrário.

Professor: Como assim?

Aluno T: Somando um valor ele vai para a esquerda, diminuindo ele vai para a direita.

Os alunos foram conferir o que havia sido colocado pelo aluno T e concordaram depois de testar a hipótese no software.

Após esse momento de diálogo a atividade ficou fácil seguindo os alunos. Na figura 33 apresentamos a construção realizada pela dupla do Aluno R e do Aluno A.

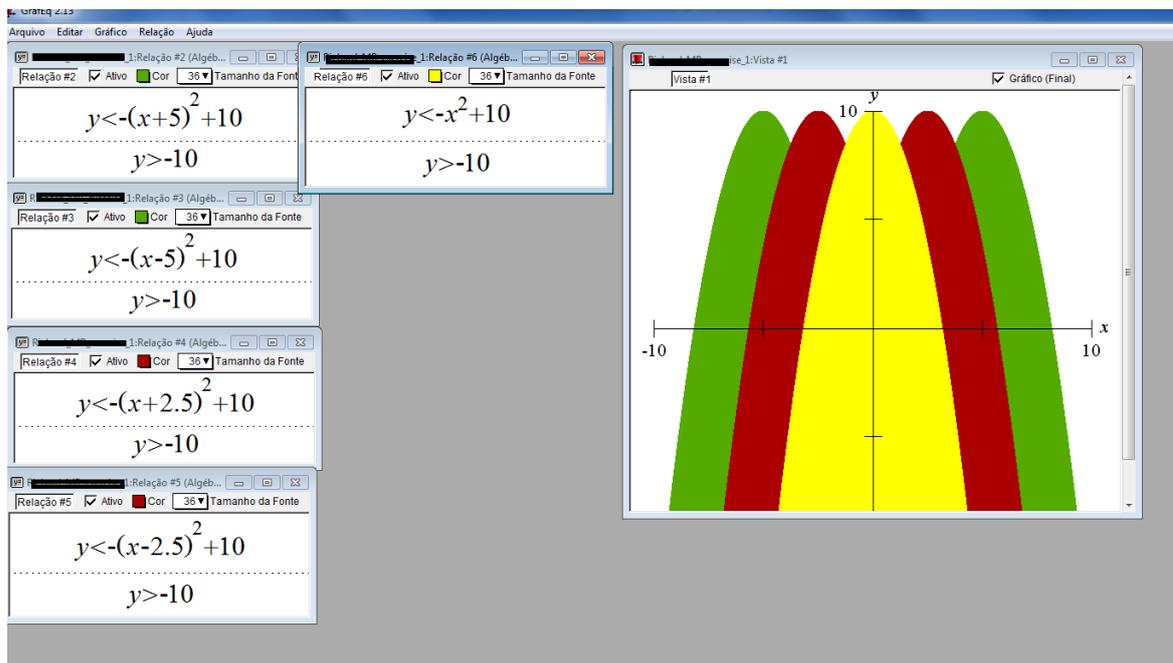


Figura 33 – Construção do pudim ou gelatina, pelo Aluno R e Aluno A.

Durante a realização das atividades os alunos começaram a rotular a imagem que estava sendo reproduzida. Muitos chamavam a imagem por pudim, outros chamavam de gelatina, mesmo com a discussão, não chegaram a um consenso sobre o que de fato estava sendo reproduzido.

Perguntamos aos alunos o que havia em comum nas inequações que compõem a imagem. Os alunos responderam que eram todas parábolas e tinham a mesma restrição $y > -10$. E que elas estavam deslocadas para a direita ou para a esquerda dependendo do valor que era somado ao x (aqui não tomamos como base uma delas, pois cada dupla começou por uma inequação diferente).

Para a segunda imagem (figura 34) apresentada aos alunos no momento de estudo de inequações com funções quadráticas, os alunos não tiveram muitas dificuldades. Haviam testado a hipótese de somar um valor na inequação para construir a primeira imagem. Nosso objetivo quando pedimos a reprodução da imagem era possibilitar aos alunos o estudo de translações verticais da função quadrática.

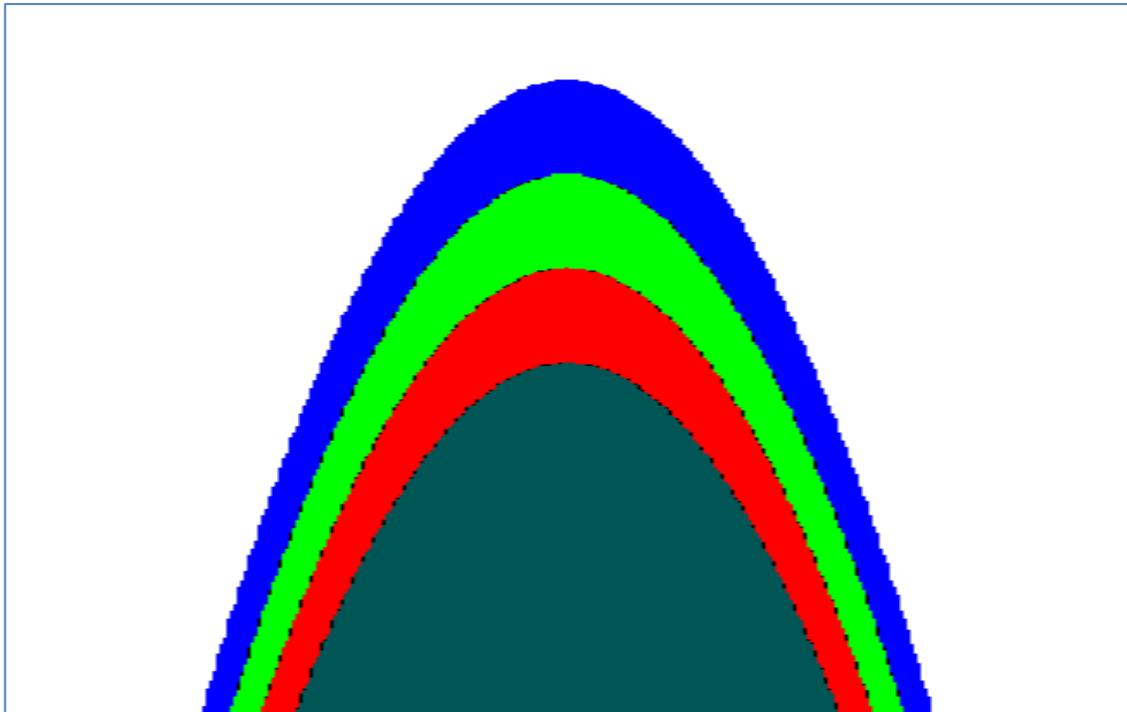


Figura 34 - Imagem da atividade.

Perguntamos aos alunos se foi fácil a construção da segunda imagem, a maioria respondeu afirmando que sim.

Aluno R: A gente viu isso com retas, é só fazer a mesma coisa.

Apresentamos na figura 35 a construção da segunda imagem realizada pela Aluna A e pelo Aluno T. Observamos na figura que além de explorar os conteúdos que estavam sendo desenvolvidos, os alunos utilizaram outro conteúdo, os alongamentos e compressões no gráfico de funções para tornar a construção deles semelhante a imagem apresentada.

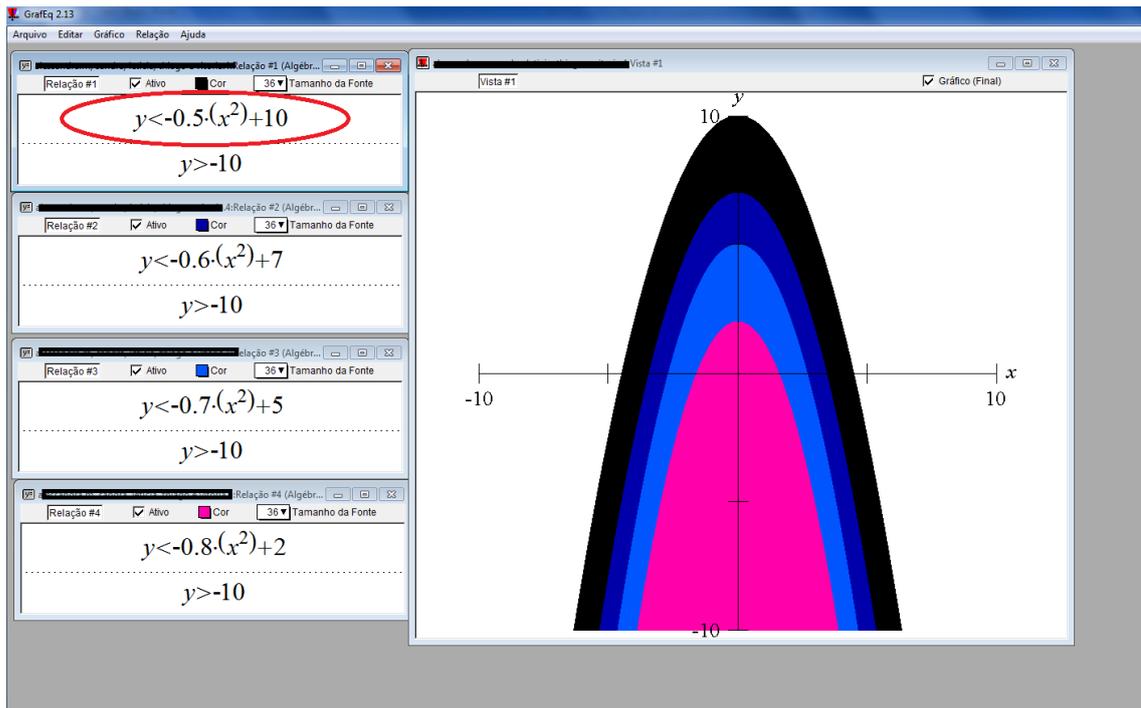


Figura 35 – Construção (parábolas) pela Aluna A e pelo Aluno T.

No momento destinado a negociação, trouxemos a discussão sobre o que as inequações que foram utilizadas para compor a imagem têm em comum. Os alunos responderam que todas tinham uma relação do tipo $y > -10$ que servia para fazer a base (chão) da imagem, o Aluno R ainda colocou que com esse tipo de relação a imagem da parábola estava sendo modificada. Em um segundo momento os alunos perceberam quais parâmetros realmente mudavam de uma relação para as demais, primeiro o número que estava multiplicando o x^2 (os alunos que não utilizaram este fator não consideraram esta mudança) e depois o número que era somada no final das inequações.

Na terceira imagem (figura 36), trabalhamos as translações horizontais e verticais de forma conjunta, ou seja, os alunos ao construir a terceira imagem precisariam utilizar as duas construções anteriores. Esse aspecto foi observado nas duplas e nos trios durante a realização da atividade.

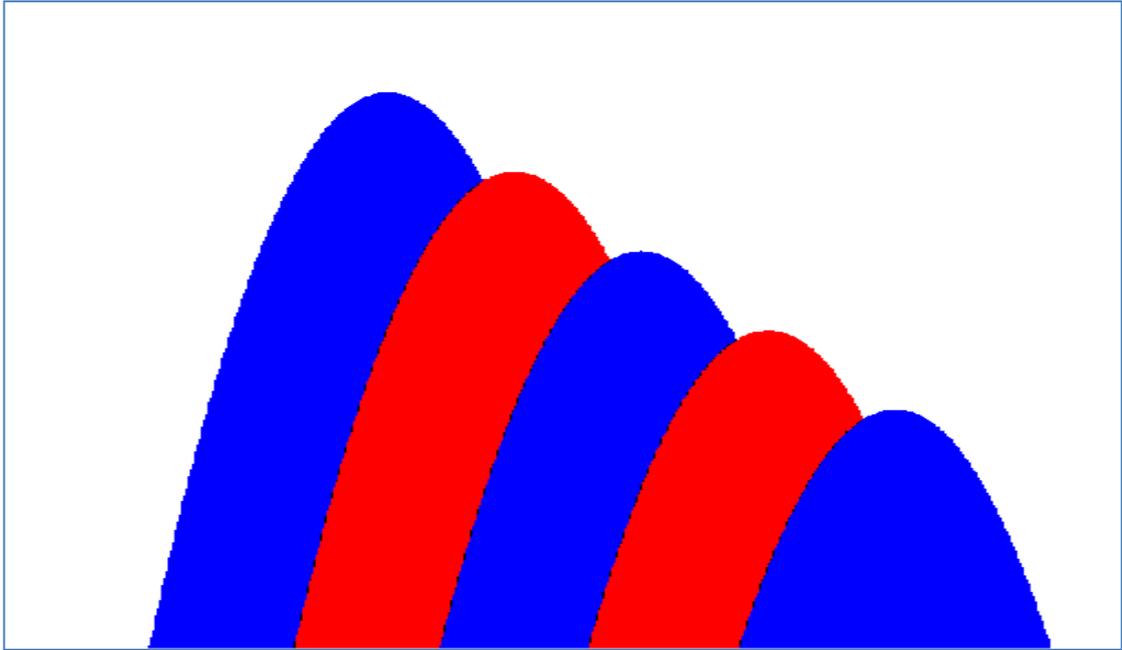


Figura 36 – Imagem da atividade.

Os alunos classificaram a imagem como sendo “uma cadeia de montanhas”, “montanhas parábolas” e “morros parábolas”. Identificamos que os alunos não tiveram grandes dificuldades para a realização da atividade. De fato como eles destacaram era preciso que eles juntassem as atividades anteriores, para deslocar as parábolas para o lado e para cima ou para baixo.

Na figura 37 apresentamos a construção da cadeia de montanhas realizada pela dupla do Aluno R e do Aluno A.

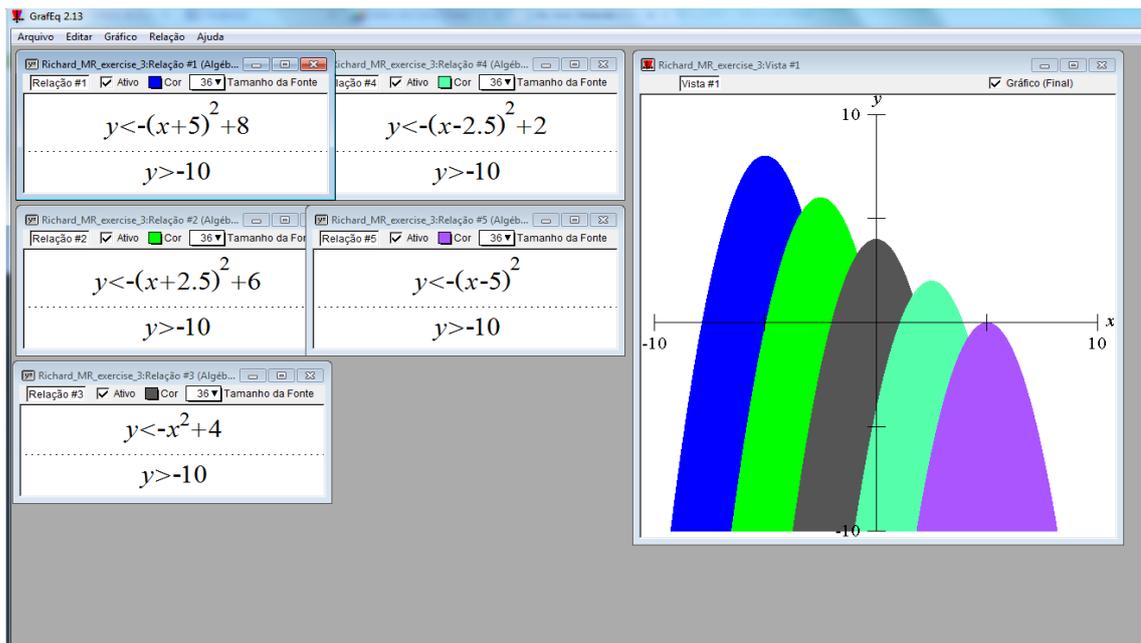


Figura 37 – Construção da cadeia de parábolas, pelo Aluno R e Aluno A.

Na última atividade, os alunos retomaram a construção do personagem Mínton. Na etapa anterior eles haviam reproduzido as partes que podiam ser descritas com desigualdades numéricas e inequações com funções afins, agora eles tinham que acrescentar as partes do personagem que poderiam ser descritas por inequações com funções quadráticas.

A atividade foi realizada com tranquilidade pelos alunos, muitos tomaram como base o diálogo realizado durante a primeira etapa da construção do personagem onde discutimos sobre a identificação de partes do personagem. Assim, identificaram as partes do personagem que seriam reproduzidas com o uso de inequações com funções quadráticas.

Na figura 38 apresentamos a representação das partes do Mínton pela Aluna A e pelo Aluno T.

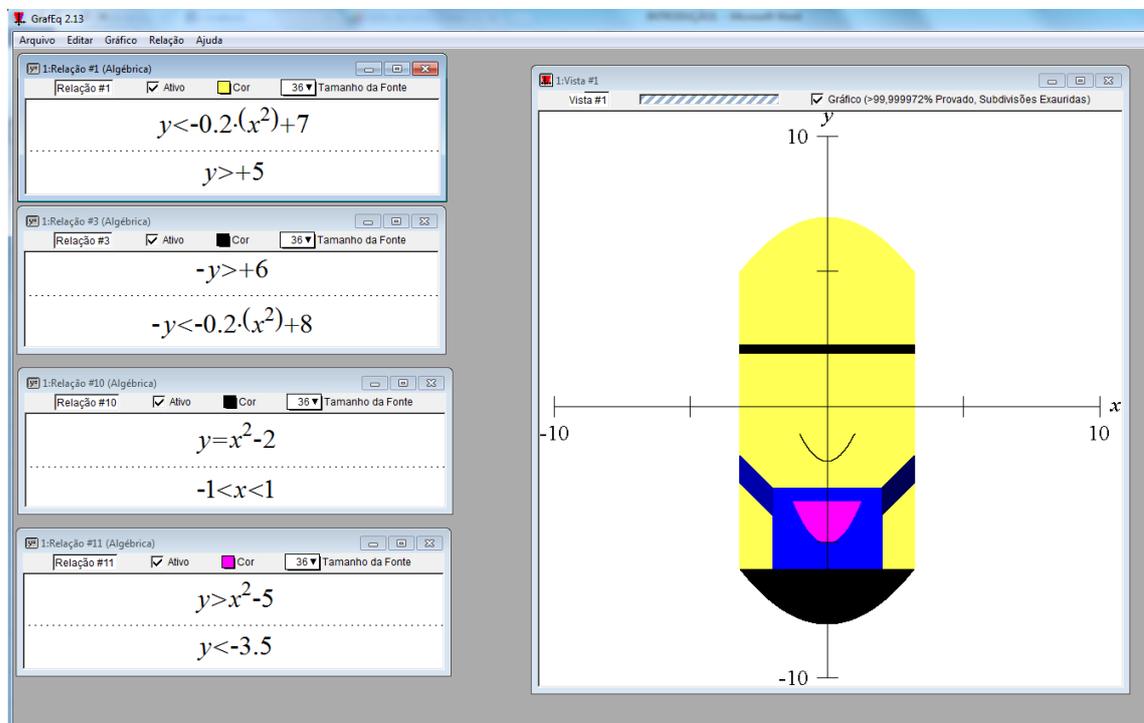


Figura 38 – Representação Mínton parte 2, pela Aluna A e Aluno T.

Observamos que nesta etapa não tivemos problemas quanto ao tempo utilizado na realização das atividades.

5.4. ETAPA 4

Na quarta etapa trabalhamos com o estudo de inequações com circunferências. Para este momento foram utilizados três encontros, totalizando cinco períodos de 50 minutos cada.

Iniciamos o estudo de inequações com circunferência apresentando a figura 39 e pedimos aos alunos que relacionassem as relações utilizadas para reproduzir a imagem com as partes que compõem a imagem reproduzida.

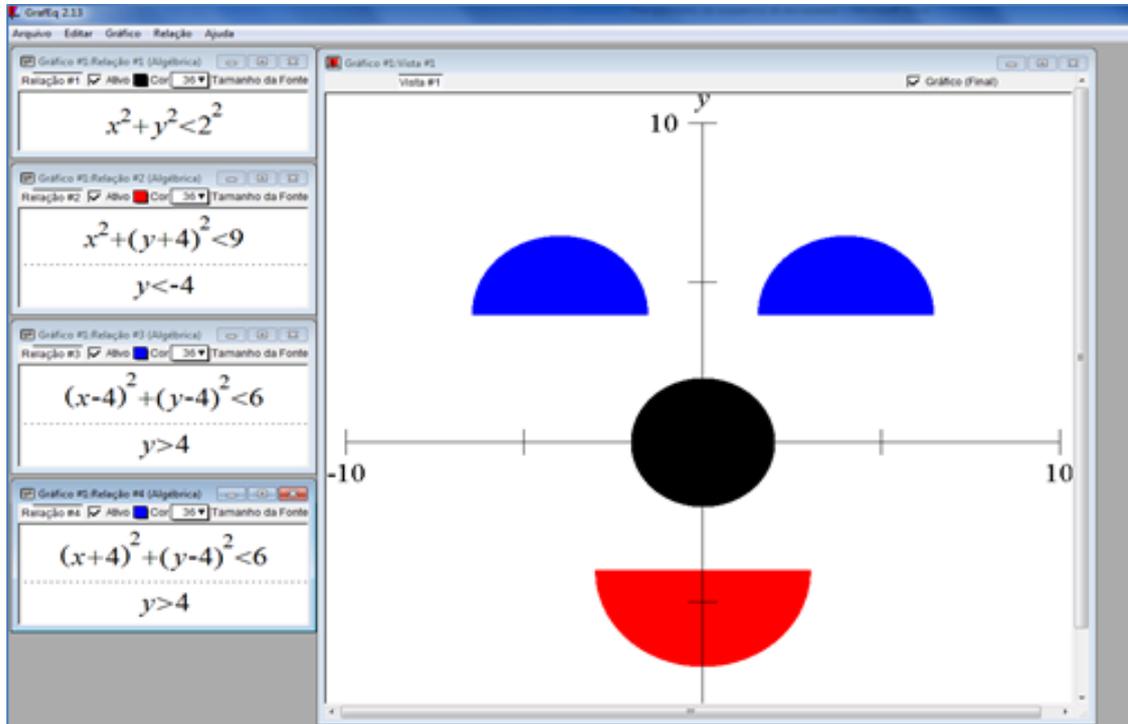


Figura 39 – Estudando inequações com circunferências.

Os alunos realizaram a tarefa com tranquilidade, utilizaram as estratégias que foram discutidas nas aulas iniciais sobre inequações com funções afins e desigualdades numéricas.

Inicialmente os alunos não recordavam que haviam estudado circunferências anteriormente, conversando com a professora titular verificamos que eles já haviam tido contato com este conteúdo, fato que foi percebido no decorrer das atividades.

O segundo exercício proposto traz três imagens que deviam ser reproduzidas utilizando inequações com circunferências, nosso objetivo ao elaborar as atividades foi possibilitar o estudo das circunferências, deslocamentos horizontais e verticais e mudanças no seu tamanho decorrente de alterações no seu raio.

Na figura 40 apresentamos a primeira imagem a ser reproduzida pelos alunos no GrafEq, o objetivo desta atividade foi possibilitar aos alunos o estudo das translações horizontal das circunferências utilizadas para a construção da imagem. Assim como os alunos relacionaram os parâmetros das inequações envolvendo funções afim e quadrática e movimentos no gráfico, queríamos que esse fato se repetisse, agora com as circunferências.

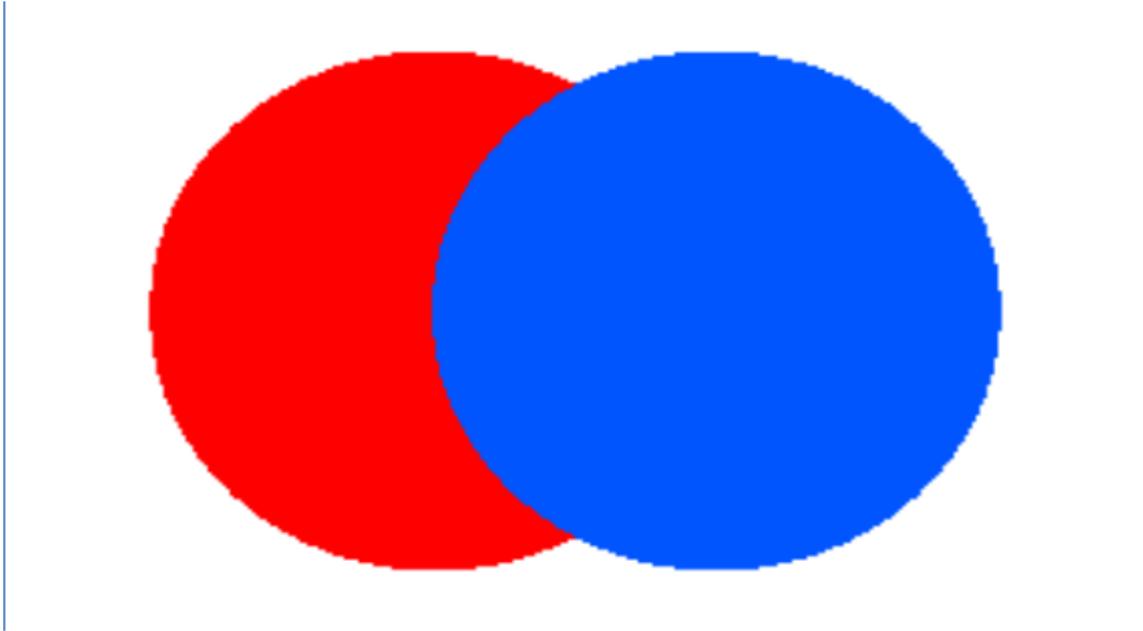


Figura 40 - Primeira imagem da atividade 2.

Percebemos que os alunos tiveram dificuldades para a reprodução da imagem, eles perguntavam como poderiam construir uma circunferência e depois outra um pouco para a direita ou para a esquerda, sabiam que precisavam alterar algum parâmetro na inequação, mas com as mudanças que realizaram não obtiveram sucesso. Pedimos aos alunos que retomassem o estudo das inequações com funções quadráticas, onde desenvolveram uma atividade semelhante. Depois disso, os alunos identificaram o que deveria ser feito.

No diálogo o Aluno R apresentou sua hipótese sobre a resolução do exercício.

Aluno R: É a mesma coisa que temos que fazer com as parábolas para mover elas para o lado. Colocamos parênteses e somamos alguma coisa ao x, ficando x mais alguma coisa entre parênteses elevado ao quadrado. Se for um número negativo o gráfico vai para a direita, se for positivo vai para a esquerda.

Os alunos concordaram com a colocação, mas salientaram que o gráfico se move de acordo com a quantidade somada ao x dentro da potência na inequação.

Aluna S: Se colocarmos $(x + 4)^2 + y^2 < 4$, a circunferência vai ir quatro unidades para a esquerda, se colocarmos $x+5$ ao invés de $x+4$ ele vai ir 5 unidades para a esquerda.

A seguir, na figura 41, apresentamos a construção da imagem realizada pela dupla do Aluno A e Aluno K.

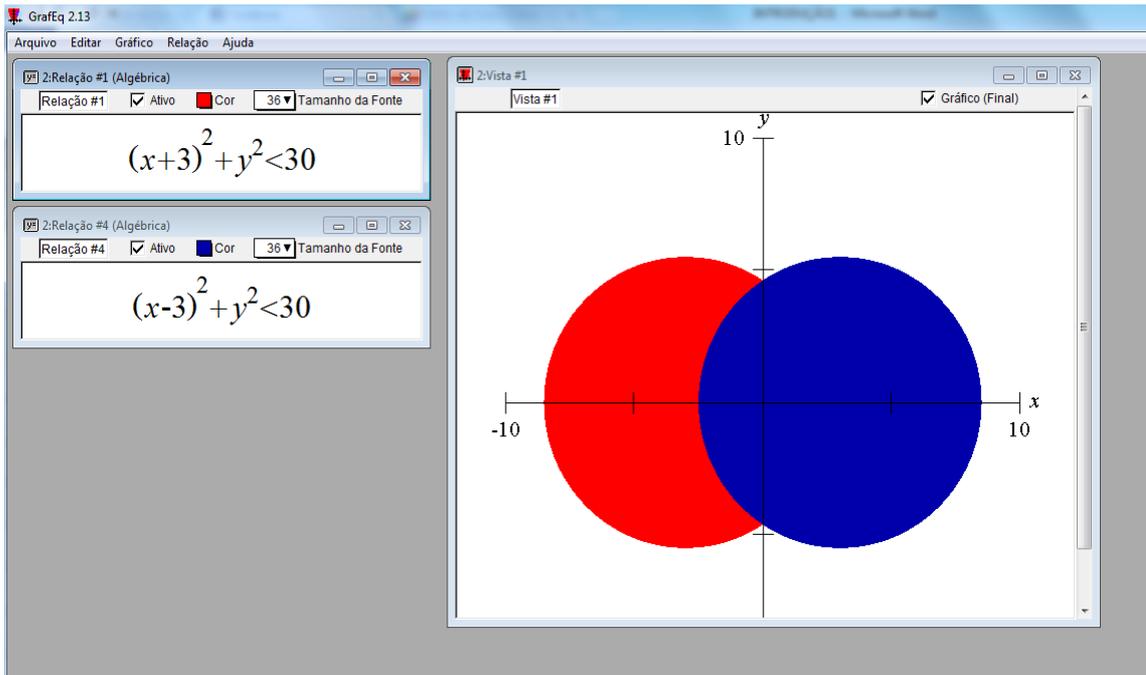


Figura 41 – Construção pelo Aluno A e pelo Aluno K.

A segunda imagem que apresentamos aos alunos é destacada a seguir na figura 42. O objetivo da construção desta imagem é possibilitar aos alunos o estudo das translações verticais das circunferências.

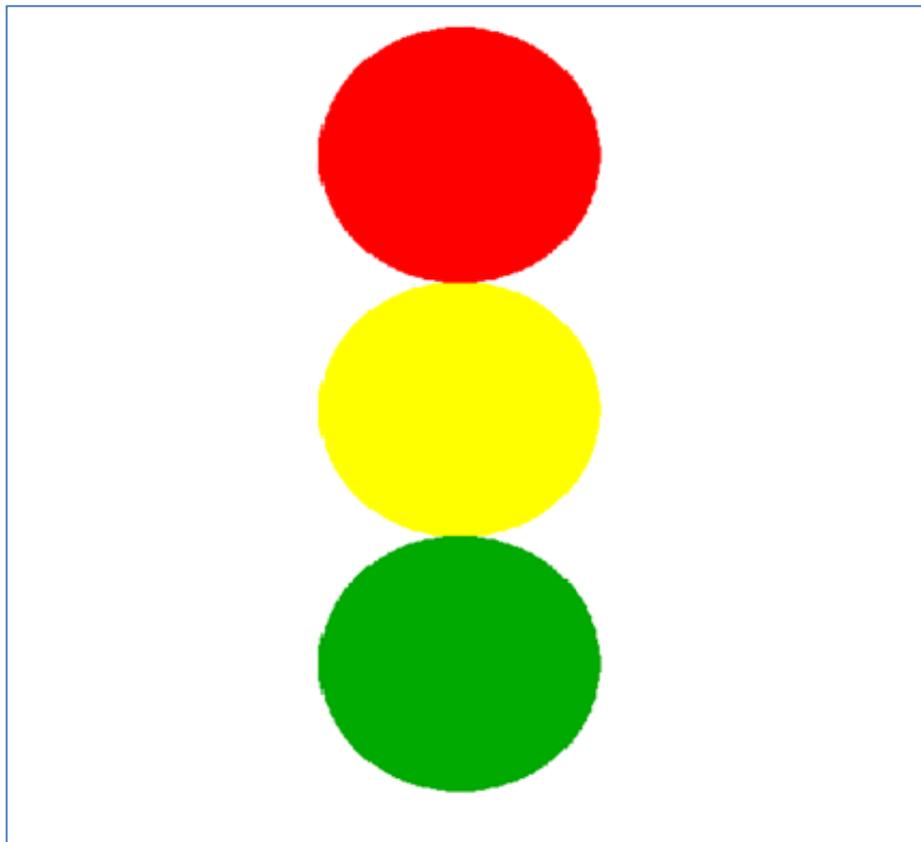


Figura 42 – Segunda imagem da atividade 2.

Durante atividade percebemos que os alunos observaram e refletiram sobre o que deveria ser feito para a construção da imagem, como podemos observar no diálogo:

Aluno R: Antes a gente precisava colocar a circunferência para o lado, agora precisamos colocar as circunferências para cima e para baixo.

Aluno A: Sim, antes mexemos no x, ai deslocamos o gráfico para a esquerda e para a direita. Agora acho que temos que mexer no y.

Aluno R: Pode ser, vamos começar com a inequação $x^2 + y^2 < 9$.

Aluno A: Para a segunda circunferência podemos utilizar $x^2 + (y + 2)^2 < 9$

O fato que instigou os alunos foi quanto a como colocar a segunda circunferência de modo que ela não sobreponha a anterior e também não fique afastada dela, ou seja, como as circunferências possuíam o mesmo raio, a distância entre o centro das duas circunferências deveria ser duas vezes o seu raio. Após testarem alguns valores foi realizada uma conversa tendo como base essa questão.

Na figura 43, apresentamos a construção inicial realizada pelo Aluno R e Aluno A, onde observamos o aspecto que destacamos anteriormente sobre a distância entre os centros das circunferências. Após o diálogo, os alunos modificaram as inequações considerando o que foi discutido durante a negociação.

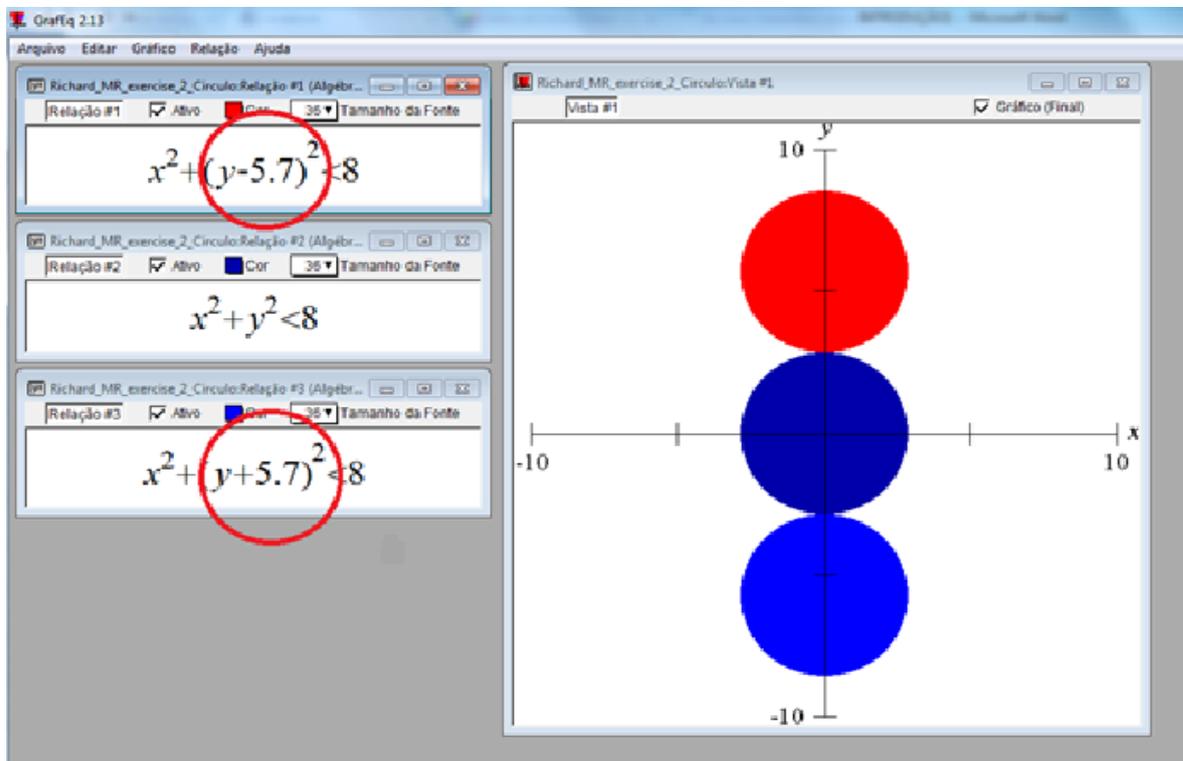


Figura 43 - Construção inicial realizada pelo Aluno R e Aluno A

A terceira imagem (figura 44) apresentada aos alunos tinha com objetivo estudar as circunferências de mesmo centro, mas de raios diferentes. Escolhemos trabalhar com essa atividade porque na construção do personagem Múion os alunos precisariam destes conceitos.

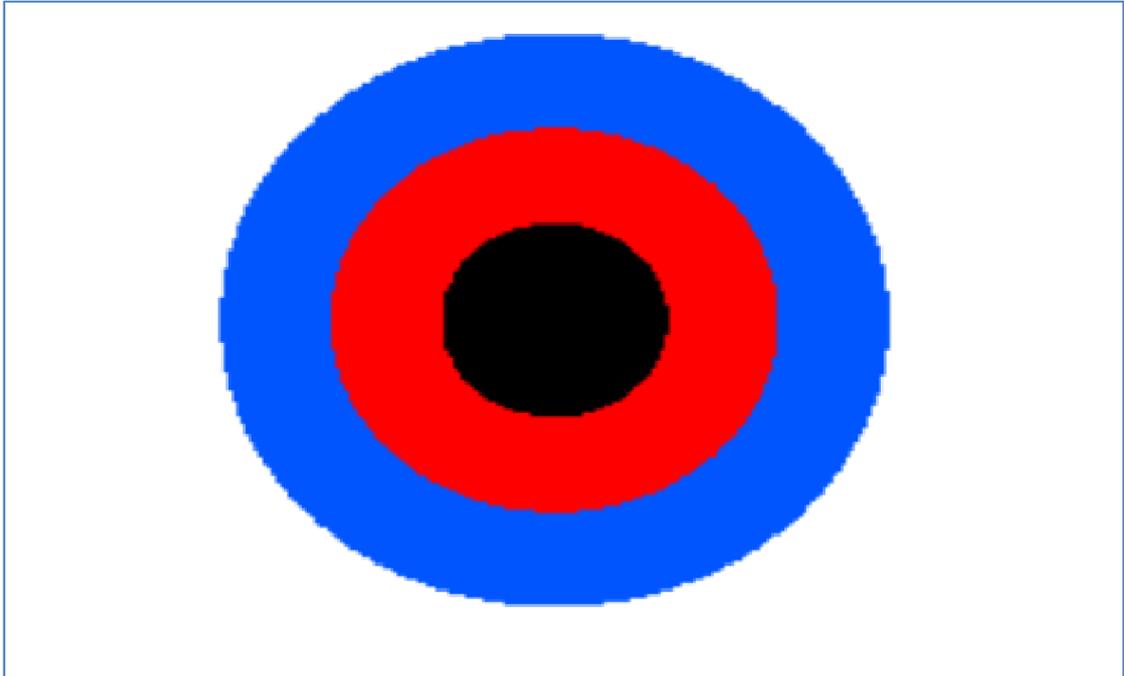


Figura 44 – Terceira imagem da atividade 2.

Nesta atividade os alunos não tiveram grandes dificuldades, durante a exploração do software. Na primeira etapa das atividades, o Aluno L já havia explorado circunferências com mesmo centro e raios diferentes, ele espalhou a ideia aos colegas que logo a utilizaram nas suas construções no software.

Aluno L: Para construir a imagem é só utilizar a inequação $x^2 + y^2 < 30$ e depois nas outras inequações ir diminuindo o valor que aparece depois da desigualdade.

Explicamos novamente aos alunos que o valor que aparece depois da desigualdade é igual ao raio da circunferência ao quadrado.

A seguir, na figura 45 apresentamos a reprodução da imagem pelo Aluno R e pelo Aluno A.

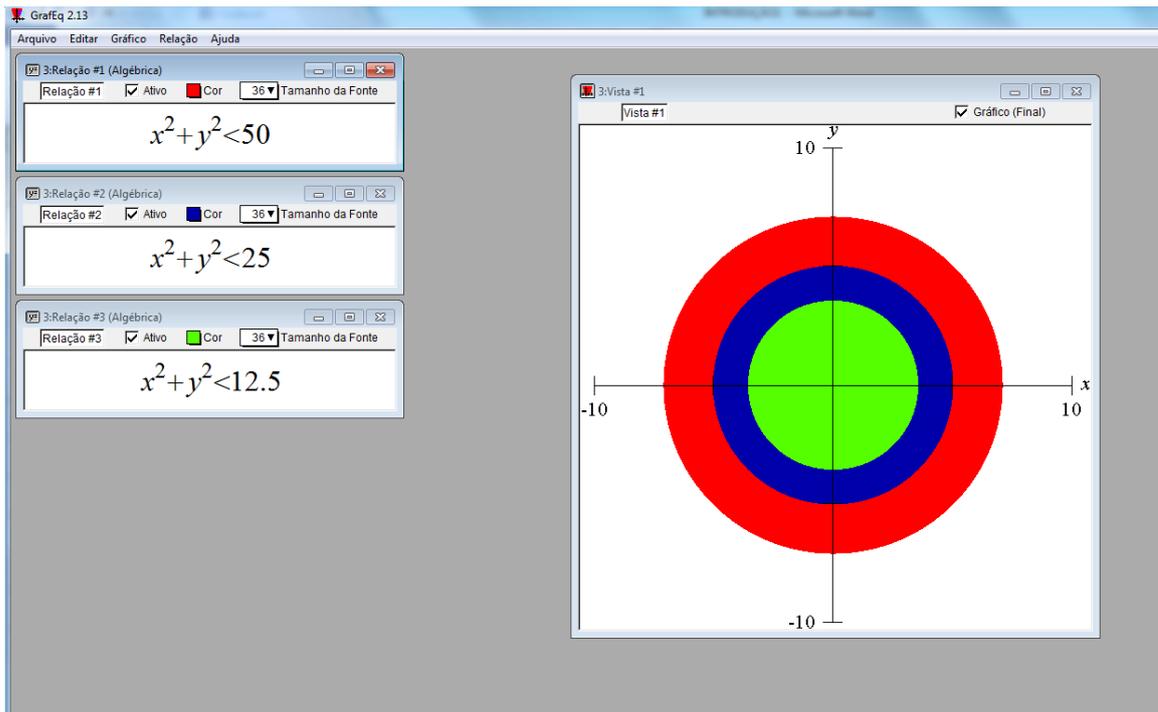


Figura 45 – Reprodução da imagem pela dupla do Aluno R e Aluno A.

Na última atividade desta etapa, os alunos voltariam a trabalhar na reprodução do Mínton. Agora acrescentando as partes do personagem que poderiam ser descritas por inequações com circunferências e fazendo os demais ajustes na representação do personagem.

Observando os óculos e os olhos do Mínton, o Aluno R iniciou uma conversa.

Aluno R: Como eu faço para construir uma circunferência achatada?

Professor: Qual parte do Mínton que você quer reproduzir?

Aluno R: Os óculos e os olhos. Percebi que eles não são bem redondos, preciso fazer eles um pouco achatados (mostrando a imagem do Mínton).

Professor: Muito bem, o nome da circunferência achatada que você está querendo reproduzir é Elipse. Para trabalharmos com elipses utilizamos uma inequação muito parecida com a da inequação com circunferência.

Considerando que algumas duplas haviam utilizado elipses em suas construções, foram destinados alguns minutos para os alunos buscarem informações na internet sobre este conteúdo. Depois foi realizada uma explicação sobre esse tema, trazendo para a discussão algumas das informações coletadas. Neste sentido, apresentamos alguns exemplos de equação de elipse, onde os alunos digitavam a equação e observavam o gráfico na tela do computador. Algumas das duplas decidiram utilizar inequações com elipses nas interpretações do personagem.

Observamos que não havíamos imaginado que este tema surgisse em nossa experiência, apesar de concordarmos que os olhos do Mínon podem ser representados por elipses.

Nas figuras 46 e 47 apresentamos duas representações do personagem Mínon, destacamos nas imagens as inequações que os alunos acrescentaram nesta etapa. A primeira das representações não utilizou as inequações com elipses na sua construção, já a segunda as utilizou. Percebemos na figura 46 que os alunos criaram algo diferente no personagem, construíram um chapéu utilizando uma relação composta por inequação com parábola e desigualdades.

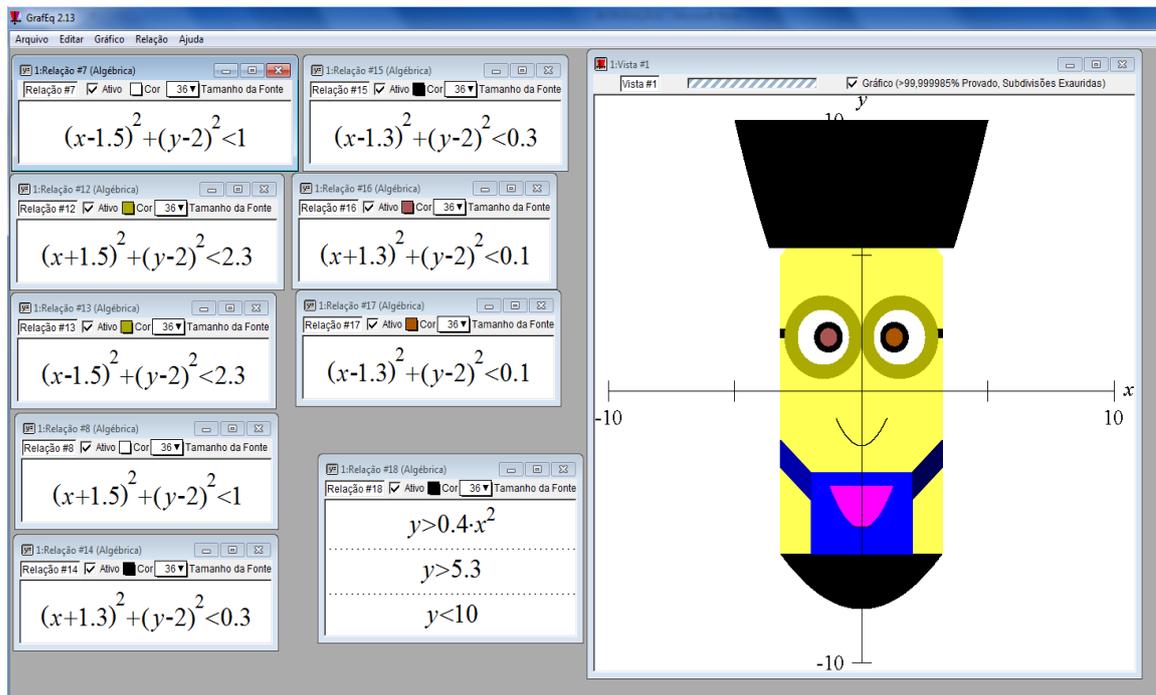


Figura 46 – Representação do Mínon pela dupla da Aluna A e Aluno T.

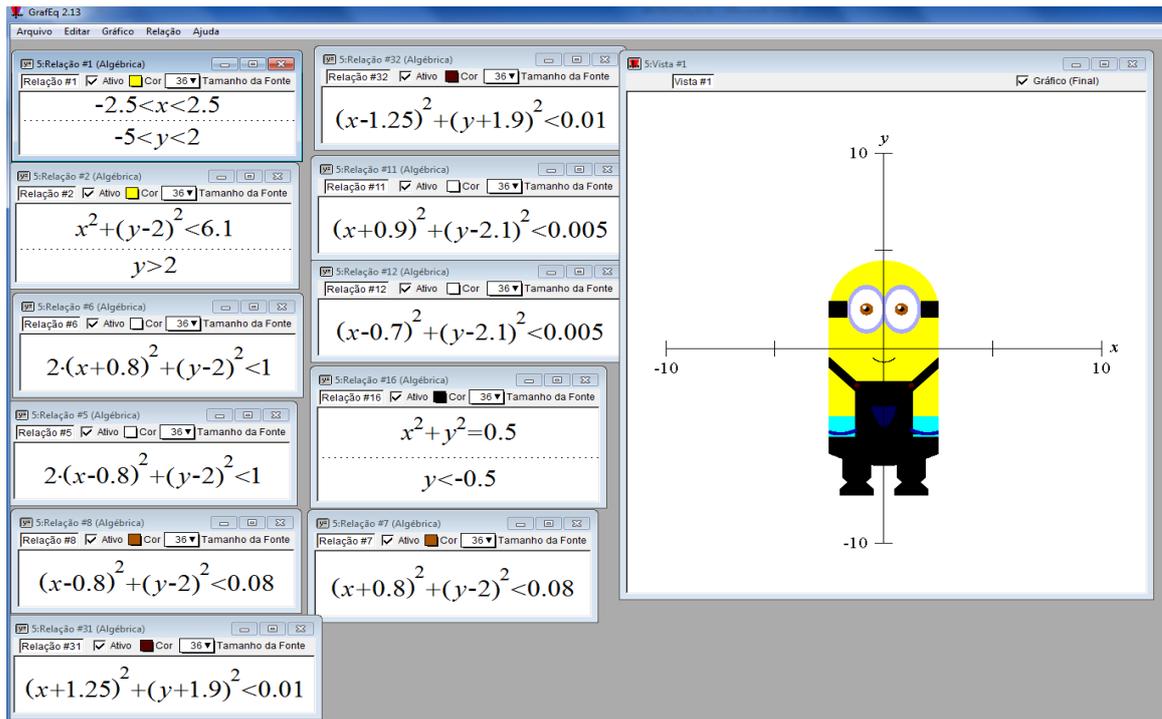


Figura 47 – Representação do Mínton pela dupla do Aluno R e Aluno A.

Mesmo com as discussões e diálogos que foram construídos durante as aulas, o tempo não excedeu o planejado. Destacamos que o interesse dos alunos aumentava quando trabalhavam na representação do Mínton, havia certa concorrência na realização das atividades propostas, cada grupo queria que o seu trabalho ganhasse destaque e fosse tema das negociações.

5.5. ETAPA 5

Esta etapa é caracterizada pela escolha e reprodução ou criação de um personagem por parte dos grupos. A atividade foi pensada para que os alunos, a partir do que foi desenvolvido ao longo das aulas, procurassem personagens que poderiam ser reproduzidos utilizando os conteúdos desenvolvidos. Utilizamos uma aula composta de 2 períodos de 50 minutos cada para a realização da atividade.

Primeiramente os alunos pesquisaram por personagens na internet, discutiam nos grupos se aquele personagem era interessante, se seria muito difícil reproduzir e que inequações eles precisariam utilizar. Outro grupo decidiu criar um personagem composto quase que unicamente por elipses, foi questionado a eles o motivo dessa escolha.

Aluno R: A gente gostou de trabalhar com elipses, o desenho fica diferente e muito legal.

Apresentamos na figura 48 a criação do personagem construído apenas com elipses.

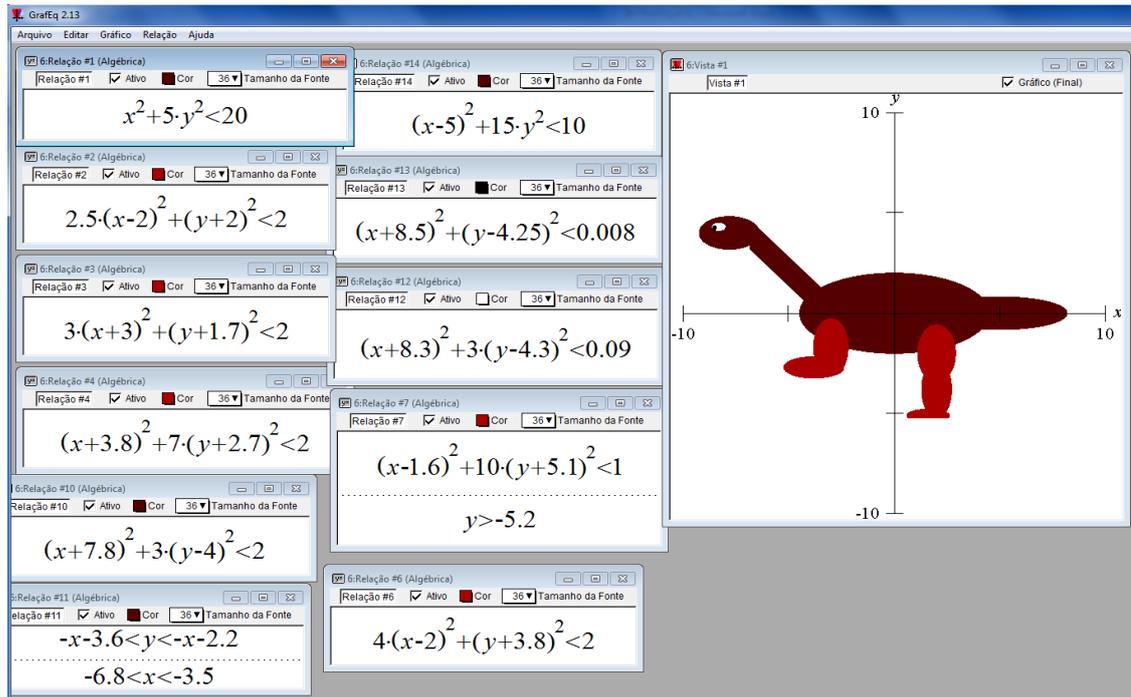


Figura 48 - Criação de um personagem pela dupla do Aluno R e Aluno A.

Na figura 49 apresentamos uma reprodução realizada pela dupla da Aluna A e do aluno T, eles escolheram como personagem o Mickey e fizeram a reprodução do seu rosto.

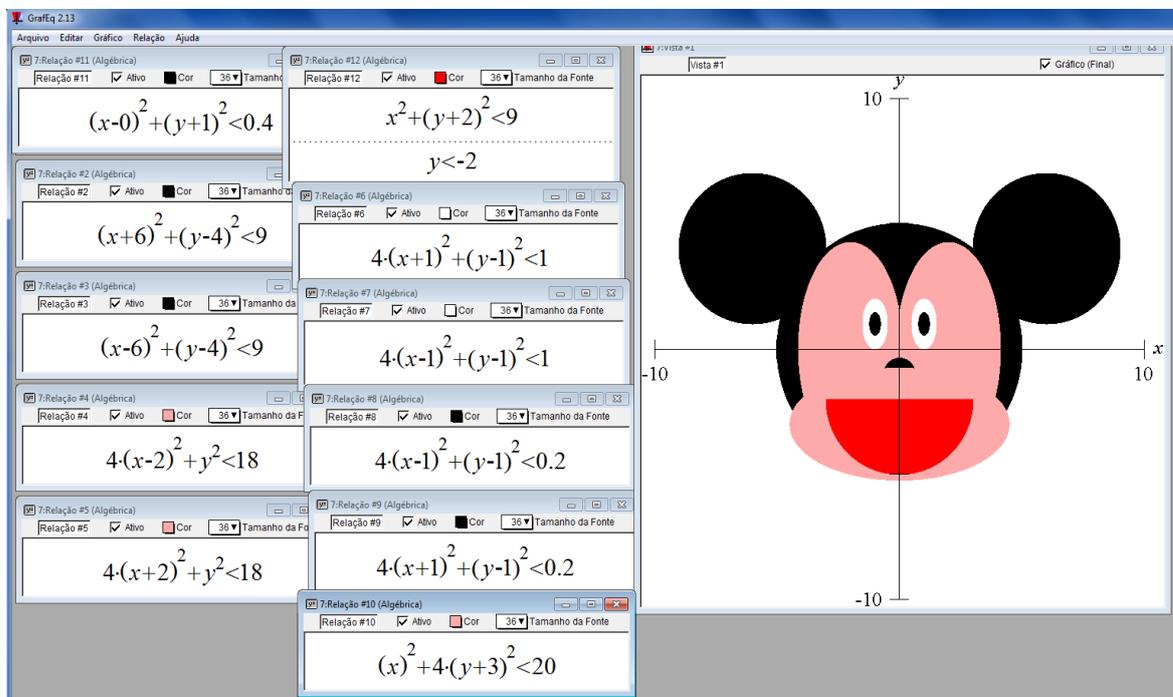


Figura 49 - Criação de um personagem pela dupla da Aluna A e Aluno T.

Na figura 50 mostramos a criação do personagem da dupla do Aluno A e pelo Aluno K.

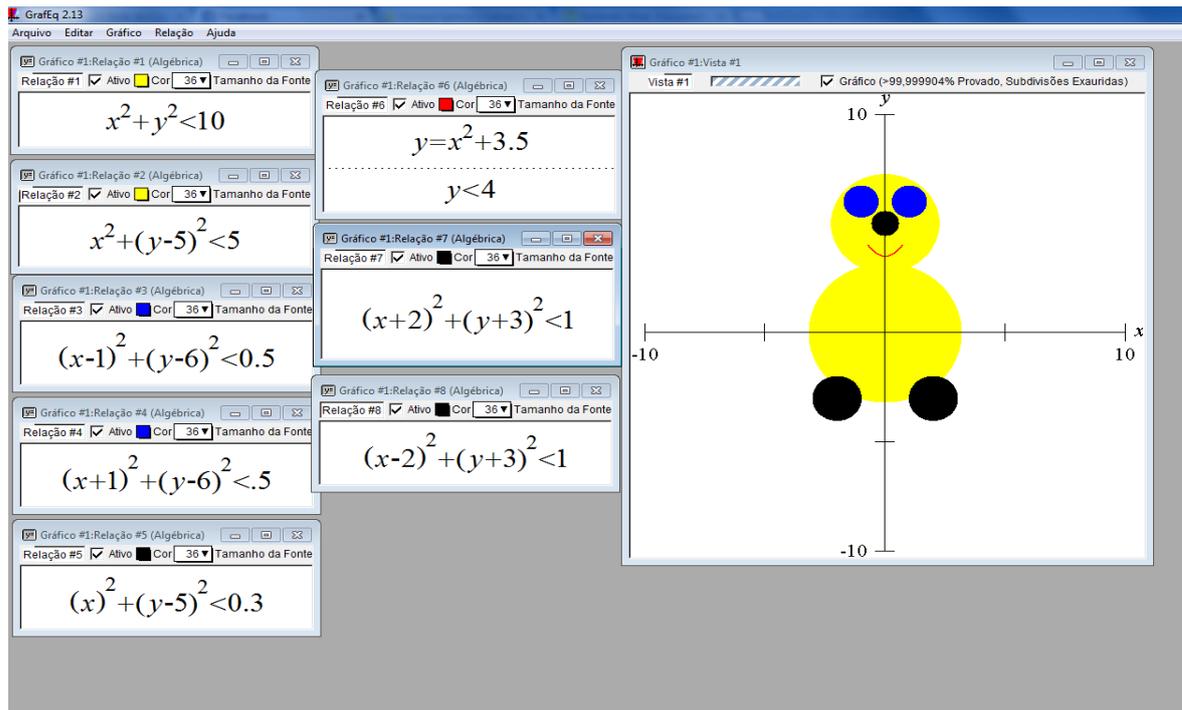


Figura 50 - Personagem da dupla do Aluno A e pelo Aluno K.

Percebemos que a dupla utilizou basicamente inequações com circunferências para construir seu personagem. Fato que se repetiu em alguns grupos, como na criação do personagem realizada pela dupla da Aluna A e Aluna S (figura 51).

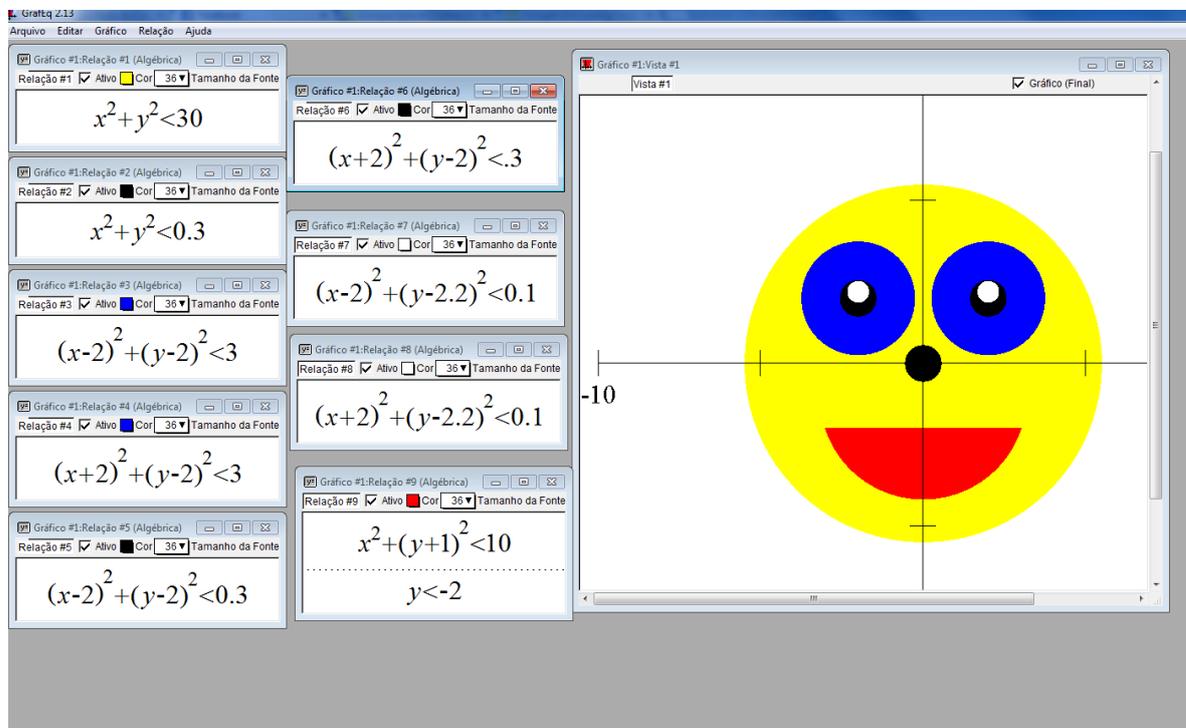


Figura 51 – Personagem criado pela dupla da Aluna A e Aluna S.

Nas figuras 52 e 53 apresentamos outros personagens construídos pelos grupos.

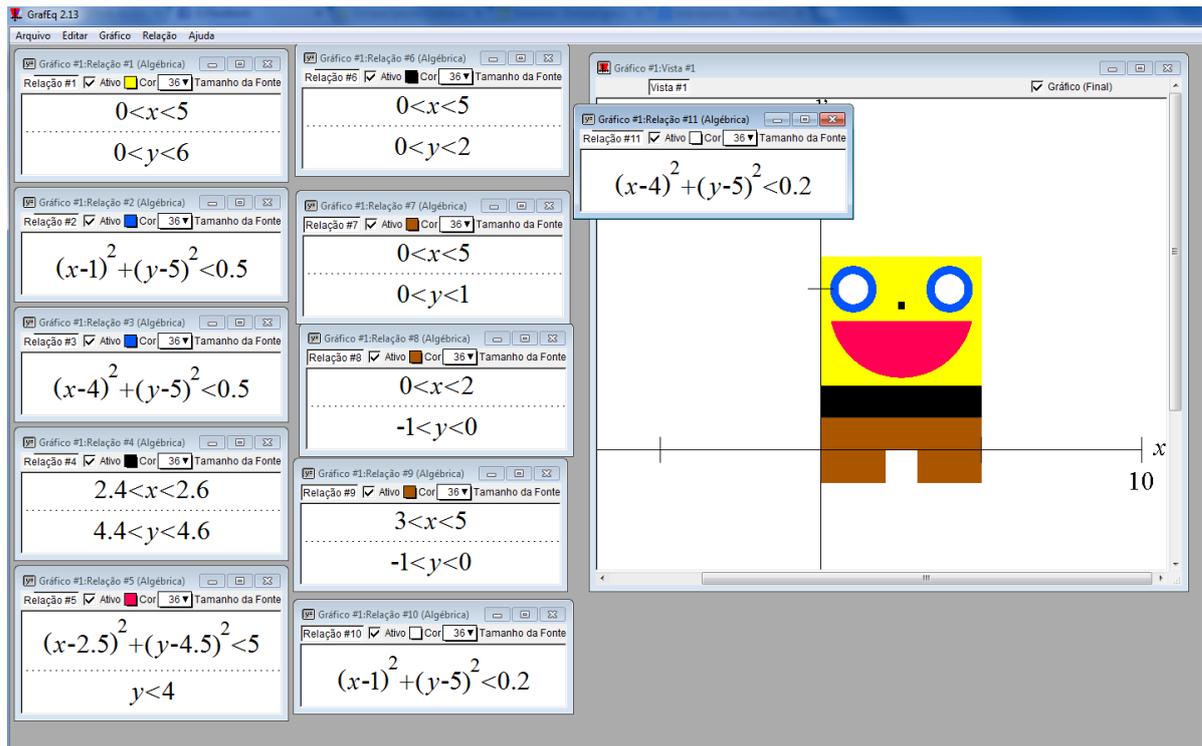


Figura 52 - Personagem criado pelo trio da Aluna T, Aluno E e Aluno F.

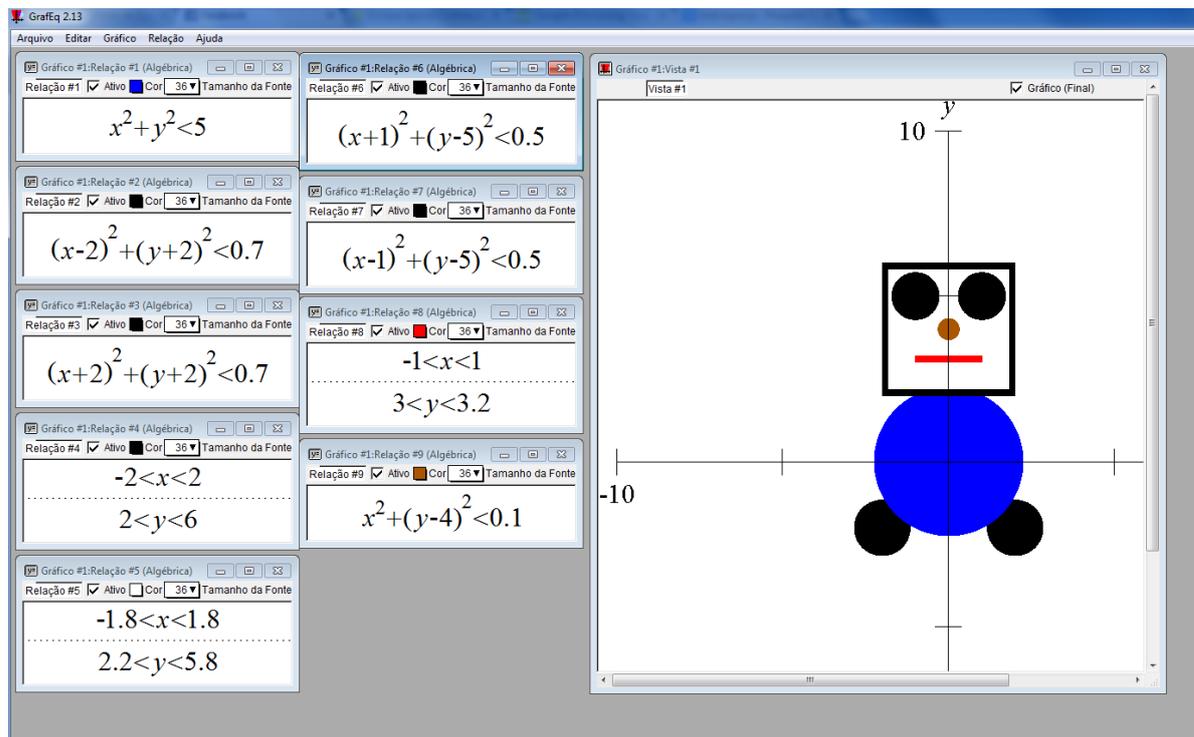


Figura 53 - Personagem criado pela dupla do Aluno A e Aluna M.

Após a conclusão dos personagens, houve um momento de apresentação das construções realizadas pelos grupos. Os alunos mostraram-se empolgados em visitar os trabalhos desenvolvidos pelos outros grupos, observaram as construções e também sugeriram

algumas mudanças. Depois nos despedimos dos alunos e da professora que participou da maioria das aulas desenvolvidas.

5.6. ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA

Elaboramos uma sequência de atividades com o uso do GrafEq com o objetivo de trabalhar com os conteúdos de inequações com funções afins e quadráticas, e circunferências, trabalhando assim com seus domínios, imagens e movimentos de translação de seus gráficos no software.

No início das atividades, percebemos que vários alunos tinham dificuldade com o conteúdo de inequações, notamos que não sabiam distinguir o sinal de maior e de menor, e ainda não era clara a ordem dos números na reta numérica. Consideramos que a proposta amenizou essas dificuldades.

A negociação de significados utilizada no desenvolvimento das atividades no laboratório de informática possibilitou aos alunos questionar, defender seu ponto de vista e dialogar sobre aspectos e conceitos que eles produziram e consideravam relevantes. Nesse sentido a aula foi composta por momentos de intensa conversa, caracterizadas muitas vezes pela desordem, sendo que todos os alunos queriam participar e expor o que estavam pensando e refletindo.

Um fato que contribuiu para o debate em sala de aula foi a participação da professora titular na maioria desses diálogos. Acreditamos que isso se deva ao fato de que a professora conheça os alunos, auxiliando na organização das discussões e ainda contribuindo nas negociações.

Nossa proposta difere do modo usual como os conteúdos de inequações, domínio e imagem de função e translações de funções são vistos em sala de aula justamente por apresentar uma dinâmica de sala de aula diferente. Como destacamos anteriormente, trouxemos para a sala de aula a negociação de significados, e também o uso do computador e em especial o software GrafEq para desenvolvermos as atividades. O interesse dos alunos foi nítido na realização das atividades, eles procuravam participar dos diálogos e estavam muito empolgados com a construção do personagem Mínon.

Encontramos um problema que permeou o desenvolvimento das atividades. Metade dos computadores possuía o sistema operacional Linux. Nesses computadores o software não respondia de forma adequada, inicialmente os alunos perderam muitos arquivos em processo de resolução das atividades em razão do software simplesmente fechar ou não responder mais.

Com o passar das atividades os alunos acostumaram a salvar os arquivos em espaços de tempo pequenos, diminuindo os prejuízos ocorridos quando o software apresentava problemas. Acreditamos que para fazer um bom uso das ferramentas computacionais em sala de aula, elas devem ser adequadas para isso, nesse sentido os alunos achavam que as máquinas eram boas, mas o sistema operacional dificultava a utilização dos recursos oferecidos pelo computador.

Apesar dessa dificuldade, entendemos que a proposta, o uso do software e a negociação de significados foram válidos em sala de aula, no sentido de que os alunos puderam explorar conhecimentos já trabalhados de uma forma diferente e ao mesmo tempo explorar outros conteúdos matemáticos, como o estudo de elipses que esteve presente na reprodução de personagens e que foi caracterizado como sendo um conteúdo novo.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como resultado da análise das produções dos alunos no decorrer das atividades, pode-se dizer que eles trabalharam com vários conteúdos matemáticos. Durante esse período produziram e negociaram significados matemáticos e estabeleceram conceitos comuns a toda turma. Também se percebeu que os alunos trabalharam na elaboração de estratégias de resolução de problemas, com os erros produzidos no processo, fizeram aproximações e construíram hipóteses.

Destacamos que a matemática “deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático.” (BRASIL, 2000. p.41). Principalmente nos diálogos e negociações que estiveram presentes em sala de aula, observamos que os alunos estavam de fato desenvolvendo um pensar matemático, utilizavam o raciocínio lógico, testavam hipóteses e as defendiam construindo conceitos que foram sendo modificados e aprimorados durante a experiência.

Nesse sentido, como Guerreiro e Menezes (2010) destacam, a negociação de significados possibilita a todos os sujeitos envolvidos a oportunidade de emitir ideias, produzir e construir novos significados a partir de experiências com outros sujeitos. Tais experiências são caracterizadas pelo diálogo onde são apresentados conceitos que vão sendo discutidos e acabam por se tornar significados até que uma nova discussão ponha-os em cheque novamente.

O software GrafEq foi fundamental nesse processo pois possibilitou aos alunos o estudo das relações entre as inequações e a sua representação geométrica. O software contribuiu para ao estudo de translações verticais e horizontais, pois possibilitou observar o que acontecia com o gráfico de uma função quando alterávamos algum parâmetro nas inequações utilizadas. Além disso, com o apoio do GrafEq foi possível a construção de um ambiente de aprendizagem onde os alunos tiveram a possibilidade de observar, formular e testar hipóteses que também foram debatidas em grupo.

Como é destacado no PCN é importante adotar métodos de ensino que incentivem a interação entre os sujeitos, criando um ambiente onde é possibilitada a comunicação, o debate, o respeito à opinião dos colegas e a oportunidade de criar linhas de explicação e argumentação (BRASIL, 2000), pois os alunos, para alcançar o aprendizado, passam por um processo complexo.

Assim, acreditamos que conseguimos criar uma proposta de aula diferente da tradicional, onde os alunos tiveram a oportunidade de interagir com o GrafEq utilizando e construindo relações que foram negociadas e no decorrer das atividades ganharam significados.

Respondendo a questão tema desta pesquisa apresentada no capítulo 1, página 10, podemos afirmar que o uso de tecnologias, em especial o uso do software GrafEq, podem auxiliar na compreensão e estudo de inequações e translações no gráfico de funções. O software, por sua rapidez na construção gráfica das inequações, oportunizou um estudo mais dinâmico onde foi possível explorar tanto as construções realizadas como os significados produzidos.

Sabemos que as tecnologias estão presentes no dia a dia das pessoas, especialmente na vida dos jovens, nossos alunos. Pelas contribuições no ensino e aprendizagem que foram observadas ao longo desta pesquisa, acreditamos e defendemos que deve ser pensado pelos professores o uso desses recursos em sala de aula. Está claro aqui que as tecnologias não são a solução para todos os problemas que o ensino enfrenta, mas que nesse sentido podem ser uma importante ferramenta que bem utilizada pode contribuir no aprendizado, tornando-o mais interessante.

Ficamos contentes com o resultado da pesquisa, entendemos que a partir da sequência de atividades e do uso do software GrafEq foi possível construir um ambiente rico em aprendizagem. As atividades que são convidativas e interativas proporcionam um aprender mais dinâmico e os alunos sentem vontade de participar e adquirir o conhecimento necessário para a realização dessas atividades.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da educação e cultura (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**, 2000.
- BRASIL. Ministério da educação e cultura (MEC). **PCN+: Ensino Médio - orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 2002.
- BRASIL. Ministério da educação e cultura (MEC), Secretaria da Educação Básica (SEC). **Orientações Curriculares do Ensino Médio**. Ciências Naturais, Matemática e suas Tecnologias. 2006. Brasília: MEC/SEC.
- BRASIL. Ministério da educação e cultura (MEC), Secretaria da Educação Básica (SEC). **Guia de Livros Didáticos PNLD 2012 – Matemática**. Brasília, 2014. Disponível em: < <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guia-do-livro/guias-anteriores> >.
- FIORENTINI, D, & MIORIM, M. A. (Orgs.) **Por de trás da porta, que Matemática acontece?** Campinas: Editora Gráfica FE/UNICAMP – CEMPEM. 2001.
- GRAVINA, Maria Alice; BÚRIGO Elizabete Zardo; BASSO, Marcos Vinícios de Azevedo; GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto (Orgs.). **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para a formação do professor de Matemática** – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre. 2012.
- GUERREIRO, António & MENEZES, Luís. **Comunicação Matemática: na busca de um entendimento comum**. Em H Gomes, L. Menezes e I. Cabrita (Eds.). XXI SIEM (p. 137-143). Lisboa: APM, 2010.
- GOULART, Juliana B. **O estudo da Equação $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ Utilizando o Software GrafEq**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática – UFRGS – Porto Alegre, 2009.
- LOPES, P. C. R & FERNANDES, E. M. dos S. **Uma corrida de Robots na aula de Matemática**. Revista Tecnologias na Educação – Ano 4- número 7 – Dezembro, 2012.
- PAPERT, Seymour. **A Máquina das Crianças**. Repensando a Escola na Era da Informática. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 2008.
- PONTE, J. P. **Estudos de caso em educação matemática**. Bolema, 25, p.(105-132), 2006,
- SANTOS, Ricardo S. **Tecnologias Digitais na sala de aula para Aprendizagem de Conceitos de Geometria Analítica: Manipulações no software GrafEq**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática – UFRGS – Porto Alegre, 2008.
- YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Trad. Daniel Grassi -2ª.Ed. Porto Alegre: Bookman, ,2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) : _____, da turma _____, declaro por meio deste termo, que concordei com que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **GrafEq no ensino e aprendizagem de inequações** desenvolvida pelo pesquisador Mateus Köfender. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada por Leandra Anversa Fioreze, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhum incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Favorecer a autonomia intelectual dos alunos, solidificando e aprofundando os conteúdos já adquiridos.
- Desenvolver o conteúdo de inequações, trabalhando com retas, parábolas e circunferências em ambientes informatizados com auxílio do software matemático Grafequation (GrafEq).
- Identificar se o estudo de inequações com o uso do GrafEq torna o aprendizado mais significativo e atrativo para os alunos.
- Estimular o interesse dos alunos através do uso do computador como um instrumento de ensino.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de questionários escritos e trabalhos realizados no laboratório de informática, bem como na participação em aula, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceitos atribuídos às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários, etc., sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega deste documento por mim assinado.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura do Responsável: _____

Assinatura do pesquisador: _____