

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ANÁLISE DE PLACAS
PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS

POR

JOSÉ CARLOS F. HENNEMANN

Tese submetida como requisito parcial
para a obtenção do grau de
Mestre em Ciências (M.Sc.)
em
Engenharia Civil

Assinatura do Orientador da Tese

Porto Alegre, RGS, Julho de 1972

A meus pais

A Lais

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil pelo apoio e dedicação, ao professor Scott McDonald Jr. pela segura orientação, e aos Srs. Accio E. Lottermann e Mauro P. Pacheco pela apresentação de gala deste trabalho.

SINOPSE

O objetivo deste trabalho é a resolução, pelo Método dos Elementos Finitos, de placas com contorno poligonal sujeitas a cargas uniformemente distribuídas e concentradas utilizando elementos triangulares e retangulares.

O programa é desenvolvido em linguagem FORTRAN-IV para o computador IBM-1130, podendo, com poucas alterações, ser utilizado em qualquer outro sistema.

SYNOPSIS

This paper is an application of Finite Elements Method to plates of any shape with distributed and concentrated loads using triangular and rectangular elements.

The program was developed in FORTRAN-IV language, for IBM-1130, and it can be used in an other computer with a few modifications.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
Capítulo I	
GENERALIDADES SOBRE PLACAS	2
Capítulo II	
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	
2.1 - Função Deslocamento	6
2.2 - Deformações	8
2.3 - Tensões	8
2.4 - Matriz de Rigidez	9
2.5 - Forças Nodais	10
2.6 - Montagem	10
Capítulo III	
APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS A PLACAS	12
3.1 - ELEMENTO RETANGULAR	
3.1.1 - Função Deslocamento	13
3.1.2 - Deformações	15
3.1.3 - Tensões	16
3.1.4 - Matriz de Rigidez	16
3.1.5 - Nodais Equivalentes	17
3.2 - ELEMENTO TRIANGULAR	17
3.2.1 - Coordenadas de Área	18
3.2.2 - Função Deslocamento	19

3.2.3 - Relações entre Sistema Relativo e Total	20
3.2.4 - Sistema Local	21
3.2.5 - Deformações	22
3.2.6 - Matriz de Rigidez	22
3.2.7 - Matriz de Tensões	22
3.2.8 - Forças Nodais	23
3.3 - TRANSFORMAÇÕES DE COORDENADAS	
3.3.1 - Transformações Entre Sistemas	23
3.3.2 - Contorno não Coincidente com o Sistema Global	25
3.4 - DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL DO MÉTODO	26
3.4.1 - Subrotina KELER	27
3.4.2 - Subrotina CANER	27
3.4.3 - Subrotina COVAR	27
3.4.4 - Subrotina KPLAR	27
3.4.5 - Subrotina KELET	28
3.4.6 - Subrotina CANET	28
3.4.7 - Subrotina COVAT	28
3.4.8 - Subrotina KPLAT	28
3.4.9 - Subrotina RCCOT	29
3.4.10 - Subrotina HGAUT	29
3.4.11 - Subrotina REDET	29
3.4.12 - Subrotina SAPLA	29

Capítulo IV

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1 - Exemplo 1	31
4.2 - Exemplo 2	33
4.3 - Exemplo 3	35
4.4 - Exemplo 4	36
4.5 - Exemplo 5	37

Capítulo V

CONCLUSÕES

Apêndice A

MATRIZES	40
----------	----

Apêndice B	
IMPLANTAÇÃO DO PROGRAMA	54
1 - Características do Equipamento	55
2 - Parâmetros do Programa	55
3 - Utilização do Programa HEPLA	
3.1 - Cartões Controle do Monitor	56
3.2 - Cartões de Dados	56
Apêndice C	
LISTAGEM DO PROGRAMA	59
NOTAÇÕES	89
BIBLIOGRAFIA	91

INTRODUÇÃO

O problema representado pela sofisticação das estruturas foi resolvido com a aplicação do método dos Elementos Finitos através da utilização dos computadores eletrônicos.

Uma das aplicações mais difundidas é a utilização do método em análise de placas. Os métodos clássicos de solução de placas são normalmente trabalhosos e o modo de abordar um tipo de placa é diferente do outro. A aplicação do método dos Elementos Finitos a placas torna sistemática a solução do problema além de dar boa precisão nos resultados.

O presente trabalho consiste na execução de um programa para solução de placas com contorno poligonal aceitando elementos retangulares e/ou triangulares.

O desenvolvimento teórico baseia-se fundamentalmente em Zienkiewicz ¹ enquanto que a parte relativa à teoria de placas em Timoshenko ⁴.

capitulo I

GENERALIDADES SÔBRE PLACAS

Admitindo-se que a altura da placa é pequena em presença das outras duas dimensões e assumindo que o comportamento da mesma esteja no campo dos pequenos deslocamentos, são válidas portanto as hipóteses clássicas para placas finas com pequenas deformações ⁴.

Adotamos um sistema cartesiano-ortogonal cujo plano $X Y$ coincide com a superfície média da placa e admitimos que esses são seus eixos de ortotropia.

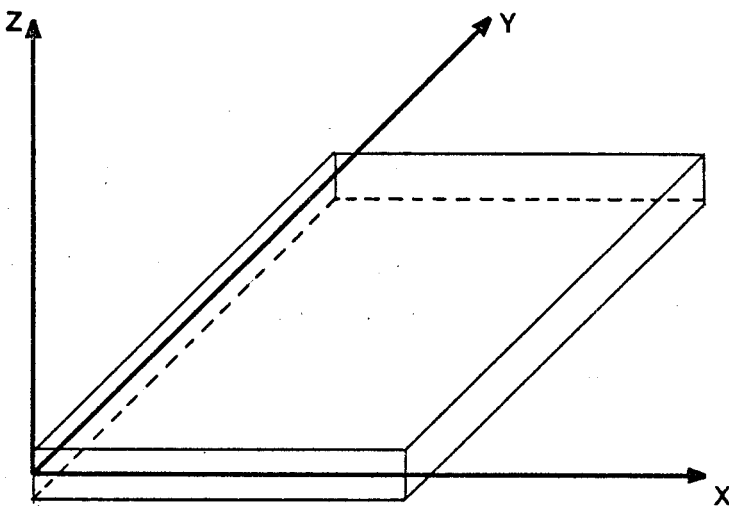


FIGURA 1

Dentro das hipóteses acima referidas o comportamento da placa é perfeitamente definido por uma função deslocamento vertical $w(x,y)$ da sua superfície média.

As tensões num ponto a uma distância Z do plano valem:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \frac{E_x Z}{(1-\nu_x \nu_y)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\nu_x E_y Z}{(1-\nu_x \nu_y)} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \sigma_y = \frac{\nu_y E_x Z}{(1-\nu_x \nu_y)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{E_y}{(1-\nu_x \nu_y)} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \tau_{xy} = - G Z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

As deformações são também funções das curvaturas

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \text{ e } \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Da mesma forma que em vigas trabalhamos com as resultantes das tensões, cujos sentidos positivos estão representados na figura 2.

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x = D_x w_{xx} + D_1 w_{yy} \\ M_y = D_1 w_{xx} + D_y w_{yy} \\ M_{xy} = - D_{xy} w_{xy} \end{array} \right. \quad (1.2)$$

onde

$$\begin{aligned} D_x &= \frac{E_x h^3}{12(1-\nu_x \nu_y)} & D_y &= \frac{E_y h^3}{12(1-\nu_x \nu_y)} \\ D_1 &= \frac{\nu_x E_y h^3}{12(1-\nu_x \nu_y)} = \frac{\nu_y E_x h^3}{12(1-\nu_x \nu_y)} & D_{xy} &= \frac{G t^3}{6} \end{aligned} \quad (1.3)$$

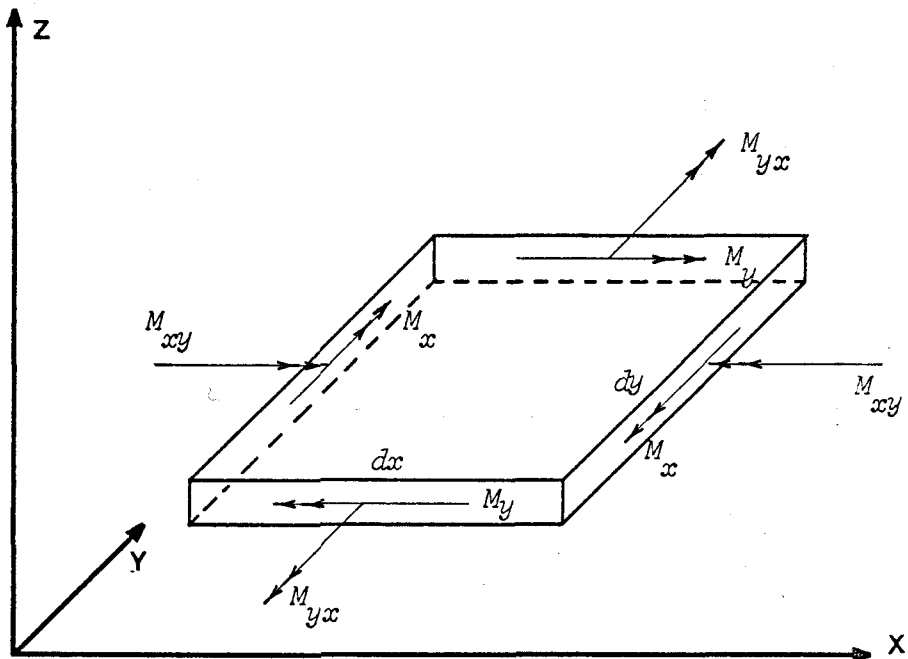


FIGURA 2

A energia interna de deformação, desprezando o efeito do esforço cortante em toda a placa é calculada por:

$$U_i = \int_A \frac{1}{2} \left[M_x w_{xx} + M_y w_{yy} + M_{xy} (-2w_{xy}) \right] dx dy \quad (1.4)$$

Como trabalhamos somente com os momentos e curvaturas ao invés de tensões e deformações, definimo-los por tensões generalizadas e deformações generalizadas.

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad \epsilon = \begin{Bmatrix} w_{xx} \\ w_{yy} \\ -2w_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.5)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy}/2 \end{bmatrix}$$

e portanto (1.2) fica:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (1.6)$$

Consideramos a curvatura de torção multiplicada por 2 para que a (1.4) seja obtida pelo produto de $\{\varepsilon\}^T$ e $\{\sigma\}$ e consequentemente D_{xy} deve ser dividido por dois.

capitulo II

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Aplica-se o método dos deslocamentos ao contínuo, que para tanto é discretizada em um número finito de elementos que são obtidos dividindo-o por linhas ou superfícies imagináveis.

Os elementos são supostos ligados uns aos outros em um determinado número de pontos, denominados pontos nodais ou nós. São escolhidas funções deslocamentos que representam o estado de deslocamentos dos pontos do elemento em função dos deslocamentos nodais e a partir destas obtêm-se todas as relações que permitem determinar o estado de tensões e deformações do elemento.

2.1 - FUNÇÃO DESLOCAMENTO

Após o contínuo dividido em elementos, são escolhidas funções deslocamentos, normalmente polinômios, que satisfaçam os critérios de convergência ².

Em forma simbólica são representadas no vetor $\{f\}$, que sendo função dos deslocamentos do elemento e , é representado por:

$$\{f\} = [N] \{\delta\}^e \quad (2.1)$$

onde $[N]$ é a matriz das funções de forma e $\{\delta\}^e$ é o vetor dos deslocamentos nodais de \underline{e} .

Assim:

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} \{\delta_i\} \\ \{\delta_j\} \\ \vdots \\ \{\delta_e\} \end{Bmatrix}$$

Cada submatriz $\{\delta_i\}$ contém todas as componentes dos deslocamentos no nó i .

A matriz $[N]$ pode ser determinada de duas formas. Uma escolhendo-se as funções que a compõem levando em consideração os critérios de convergência ² e os deslocamentos nos pontos nodais.

Por outro lado podemos escolher funções deslocamentos em função de parâmetros a serem determinados. Nesse último caso o vetor das funções deslocamentos é composto por:

$$\{f\} = [\phi] \{\alpha\} \quad (2.2)$$

em que

$[\phi]$ matriz composta pelos termos literais das funções polinomiais

$\{\alpha\}$ coeficientes desses termos, são denominados de coordenadas generalizadas.

Nos nós as funções deslocamentos devem coincidir com os valores dos correspondentes deslocamentos. Assim:

$$\{f\} = [A] \{\alpha\} \quad (2.3)$$

onde

$[A]$ provém da matriz $[\phi]$ quando se substitui as coordenadas dos nós.

Portanto:

$$\{\alpha\} = [A]^{-1} \{f\} \quad (2.4)$$

Por (2.2) e (2.1)

$$[N] = [\phi] [A]^{-1} \quad (2.5)$$

2.2 - DEFORMAÇÕES

As deformações são obtidas derivando-se as funções de deslocamento. Como essas são expressas em termos dos deslocamentos nodais:

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad (2.6)$$

A matriz $[B]$ é então composta pelas derivadas de $[N]$.

2.3 - TENSÕES

Sendo $\{\varepsilon_0\}$ o vetor das deformações iniciais, as tensões são:

$$\{\sigma\} = [D] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) \quad (2.7)$$

$[D]$ é a matriz de elasticidade e contém as propriedades do material.

Aplicando (2.6):

$$\{\sigma\} = [D] [B] \{\delta\}^e - [D] \{\epsilon_0\}$$

então

$$\{\sigma\} = [S] \{\delta\}^e - [D] \{\epsilon_0\} \quad (2.8)$$

onde

$$[S] = [D] [B] \quad (2.8a)$$

é denominada de matriz de tensões.

2.4 - MATRIZ DE RIGIDEZ

Seja

$$\{F\}^e = \begin{Bmatrix} \{F_i\} \\ \{F_j\} \\ \vdots \\ \{F_e\} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

vetor das cargas nodais, cujas submatrizes são as componentes de cada nó do elemento, e que é equivalente estaticamente a todas as forças externas que agem no elemento.

Aplicando-se o princípio dos trabalhos virtuais ao elemento carregado somente com essas cargas nodais e com tensões iniciais, obtêm-se: ¹

$$\{F\}^e = \left(\int_V [B]^T [D] [B] d(vol) \right) \{\delta\}^e - \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} d(vol) \quad (2.10)$$

Assim:

$$[k]^e = \int_V [B]^T [D] [B] d(vol) \quad (2.11)$$

então

$$\{F\}^e = [k]^e \{\delta\}^e - \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} d(\text{vol}) \quad (2.12)$$

2.5 - FORÇAS NODAIS

As forças nodais $\{F\}^e$ são estaticamente equivalentes às externas que agem no elemento. Assim, supondo que atuem forças de massa e de superfície, pela aplicação do princípio dos trabalhos virtuais temos:

$$\{F\}^e = \int_V [N]^T p d(\text{vol}) + \int_S [N]^T q ds \quad (2.13)$$

$p \rightarrow$ força de massa

$q \rightarrow$ força de superfície

2.6 - MONTAGEM

Assumimos que todas as relações anteriores estejam referidas a um mesmo sistema global.

Para a montagem dos elementos satisfaz-se a condição de compatibilidade de deslocamentos impondo-se o mesmo deslocamento nos pontos nodais comuns. Isso se dá ao formarmos o vetor $\{\delta\}$.

A condição de equilíbrio é imposta em:

$$\{F\} = [K] \{\delta\} \quad (2.14)$$

em que $\{F\}$ é a composição dos $\{F\}^e$ de (2.9), adicionando-se

as cargas diretamente aplicadas ao nó.

$[K]$ é a matriz de rigidez total, montada a partir de $[k]^e$ de cada elemento.

Do sistema (2.14) retiram-se os deslocamentos restringidos obtendo-se então um sistema compactado:

$$\{F_1\} = [K_1] \{\delta_1\}$$

Determinado o vetor $\{\delta_1\}$ calculam-se as tensões e as reações nodais (nos pontos restringidos).

capitulo III

APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS A PLACAS

O método dos elementos finitos será aplicado a placas que satisfazem as hipóteses do Capítulo I.

Portanto, o comportamento da placa ficará perfeitamente de finido por uma função deslocamento variável segundo a normal ao pla no da mesma ⁴.

Além do deslocamento vertical dos nós são considerados os giros dos nós em torno das duas direções do plano ¹.

Assim, são três os graus de liberdade por nó.

A função deslocamento utilizada é não-conforme ¹, e, segundo o Capítulo I, trabalhamos com tensões e deformações generalizadas.

Serão desenvolvidas as matrizes correspondentes a dois ele mentos de placa: retangular e triangular.

3.1 - ELEMENTO RETANGULAR

3.1.1 - Função Deslocamento

Utilizamos o sistema

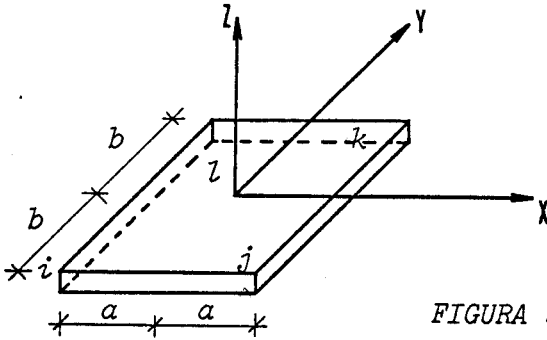


FIGURA 3

Os deslocamentos nodais são:

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \quad (3.1.1)$$

medidos conforme (fig. 4):

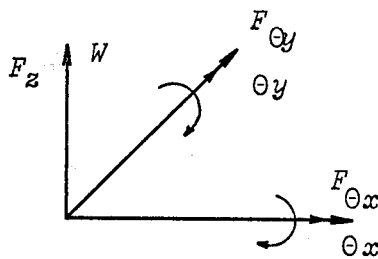


FIGURA 4

Como são supostas pequenas deformações:

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\theta_y = - \frac{\partial w}{\partial x}$$

e (3.1) fica:

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i \\ \left(-\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \end{Bmatrix} \quad (3.1.2)$$

A matriz de deslocamentos do elemento é:

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} \{\delta_i\} \\ \{\delta_j\} \\ \{\delta_k\} \\ \{\delta_e\} \end{Bmatrix} \quad (3.1.3)$$

Cada nó do elemento de placa possui três graus de liberdade e o elemento terá então doze graus de liberdade. É arbitrada para a função deslocamento um polinômio incompleto do 4º grau com doze coordenadas generalizadas ¹.

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \quad (3.1.4)$$

Essa função só não satisfaz a condição de mesmo giro em direção normal à face para dois elementos vizinhos, é portanto uma função não-conforme ¹.

A (3.4) pode ser escrita

$$\{w\} = \{f\} = [\phi] \{\alpha\} = [N] \{\delta\}^e \quad (3.1.5)$$

em que

$$[\phi] = [1 \quad x \quad y \quad x^2 \quad xy \quad y^2 \quad x^3 \quad \dots \quad xy^3] \quad (3.1.6)$$

$$\{\alpha\}^T = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \dots \quad \alpha_{12}] \quad (3.1.7)$$

Substituindo-se as coordenadas dos nós em (3.4) e suas derivadas obtêm-se:

$$\{\delta\} = [A] \{\alpha\} \quad (3.1.8)$$

Portanto, por (2.5):

$$[N] = [\phi] [A]^{-1}$$

em que, para o sistema da Figura 3

$$[N] = [N_i \ N_j \ N_k \ N_e] \quad (\text{apêndice A-1})^1$$

3.1.2 - Deformações

Como em (1.5) o vetor das deformações generalizadas será:

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.1.9)$$

A função w é conhecida de (3.1.5), derivando-se $[\phi]$, obtém-se $[Q]$.

Então:

$$\{\epsilon\} = [Q] \{\alpha\} \quad (3.1.10)$$

Por (2.4)

$$\{\epsilon\} = [Q] [A]^{-1} \{\delta\}^e = [B] \{\delta\}^e$$

Assim:

$$[B] = [Q] [A]^{-1} \quad (3.1.11)$$

3.1.3 - Tensões

De (1.5) sabemos que:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.1.12)$$

Assumindo-se a não existência de tensões iniciais, por (2.7)

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (3.1.13)$$

[D] definida em (1.5).

Conforme (2.8) e (2.8a), para um ponto r :

$$\{\sigma_r\} = [S_r] \{\delta\}^e \quad (3.1.14)$$

e

$$[S_r] = [D] [B_r] \quad (3.1.15)$$

Para o elemento retangular $[B_r]$ é de ordem (3×12) .

As tensões em todos os nós do elemento são obtidas por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_i \\ \sigma_j \\ \sigma_k \\ \sigma_l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_i \\ M_j \\ M_k \\ M_l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [S_i] \\ S_j \\ S_k \\ [S_l] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \\ \delta_l \end{Bmatrix} \quad (3.1.16)$$

ou

$$\{\sigma\} = [S] \{\delta\}^e \quad (\text{apêndice A-2})^1$$

3.1.4 - Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez é calculada por (2.11), integrada

sobre todo o elemento:

$$[k]^e = \iint [B]^T [D] [B] dx dy \quad (3.1.17)$$

(apêndice A-3)

3.1.5 - Nodais Equivalentes

Calculamos as nodais equivalentes a uma carga uniformemente distribuída sobre o elemento pelo segundo termo da expressão (2.13).

$$\{F\}^e_q = q \int_S [N]^T ds \quad (3.1.18)$$

(apêndice A-4)

onde

$$\{F_i\}^e \begin{Bmatrix} F_{zi} \\ F_{\theta xi} \\ F_{\theta yi} \end{Bmatrix} \quad (3.1.18a)$$

(segundo os sentidos da figura 4) onde F_z é força e $F_{\theta x}$ e $F_{\theta y}$ são momentos.

3.2 - ELEMENTO TRIANGULAR

Seguindo-se os mesmos passos que para elemento retangular, levando em conta que para o elemento triangular com nós nos vértices, são nove os graus de liberdade, e arbitrando-se para função deslocamento um polinômio cúbico incompleto obtemos uma matriz $[A]$, singular em alguns casos ^{1, 3}.

Esse problema é contornado trabalhando-se num sistema de coordenadas de área e escolhendo diretamente as funções de forma que compõem $[N]$.

3.2.1 - Coordenadas de Área

As coordenadas de área são definidas denominando-se A_i a área oposta ao nó i e um ponto P por L_i , L_j e L_m .

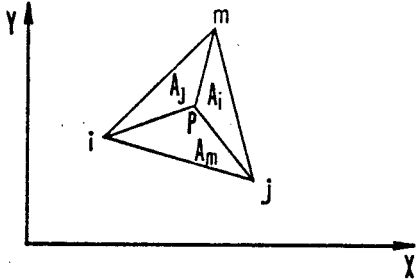


FIGURA 5

A = área do triângulo ijm .

$$L_i = \frac{A_j}{A}$$

$$L_j = \frac{A_i}{A}$$

$$L_m = \frac{A_m}{A}$$

$$\text{então } L_i + L_j + L_m = 1$$

$$(3.2.1)$$

Obtêm-se facilmente que:

$$\begin{cases} L_i = (a_i + b_i x + c_i y) / 2A \\ L_j = (a_j + b_j x + c_j y) / 2A \\ L_m = (a_m + b_m x + c_m y) / 2A \end{cases} \quad (3.2.2)$$

onde

$$\begin{cases} a_i = x_j y_m - x_m y_j \\ b_i = y_j - y_m \\ c_i = x_m - x_j \end{cases} \quad (3.2.3)$$

Os outros coeficientes são obtidos ciclicamente.

Entre esses coeficientes existem também as relações:

$$\begin{cases} b_m c_i - b_i c_m = 2A \\ b_j c_m - b_m c_j = 2A \\ b_i c_j - b_j c_i = 2A \end{cases} \quad (3.2.4)$$

As coordenadas de um ponto $P(x,y)$ são expressas por:

$$\begin{cases} x = L_i x_i + L_j x_j + L_m x_m \\ y = L_i y_i + L_j y_j + L_m y_m \end{cases} \quad (3.2.5)$$

3.2.2 - Função Deslocamento

A função deslocamento é dividida em duas parcelas, uma devido ao movimento elástico e outra ao rígido do ponto.

$$w = w^* + w^R \quad (3.2.6)$$

onde:

w^* = deslocamento do ponto considerando o elemento simplesmente apoiado nos nós.

w^R = deslocamento do ponto devido ao deslocamento rígido do elemento.

O deslocamento rígido, de uma forma geral, pode ser expresso por:

$$w^R = d_1 + d_2 x + d_3 y$$

como

$$\begin{cases} w^R(x_i, y_i) = w_i \\ w^R(x_j, y_j) = w_j \\ w^R(x_m, y_m) = w_m \end{cases}$$

Formando o sistema, e levando em conta (3.2.5) obtêm-se:

$$w^R = w_i L_i + w_j L_j + w_m L_m \quad (3.2.7)$$

Devido a que os deslocamentos verticais dos nós são nulos, para o elemento considerado apoiado, o vetor deslocamento pode ser simplificado.

Assim, para o nó i :

$$\{\delta_i^*\} = \begin{Bmatrix} (\theta x^*)_i \\ (\theta y^*)_i \end{Bmatrix} \quad (3.2.8)$$

*OBSERVAÇÃO: A notação * é relacionada com o elemento triangular considerado apoiado.*

são denominados deslocamentos relativos, enquanto que $\{\delta_i\}$ são os totais.

3.2.3 - Relações entre Sistema Relativo e Total

O giro dos pontos no sistema relativo é obtido de (3.2.6) e das derivadas de (3.2.7) ¹:

$$\begin{cases} \theta_x^* = \theta_x - \frac{c_i w_i + c_j w_j + c_m w_m}{2A} \\ \theta_y^* = \theta_y + \frac{b_i w_i + b_j w_j + b_m w_m}{2A} \end{cases} \quad (3.2.9)$$

Podemos então relacionar os deslocamentos totais com os relativos por meio da matriz de transformação $[TR]$

$$\{\delta^*\}^e = [TR] \{\delta\}^e \quad (3.2.9)$$

(apêndice A-5)

Aplicando-se o princípio dos trabalhos virtuais relacionamos as forças no sistema relativo com o total por meio da matriz $[TR]$ ¹

$$\{F\} = [TR]^T \{F^*\} \quad (3.2.10)$$

A matriz de rigidez no sistema total é obtida de

$$[k]^e = [TR]^T [k^*] [TR] \quad (3.2.11)$$

e de tensões

$$[S] = [S^*] [TR] \quad (3.2.12)$$

De um modo geral por (2.1):

$$\{w^*\} = [N^*] \{\delta^*\} \quad (3.2.13)$$

em que:

$$[N^*] = \begin{bmatrix} N_{ix}^* & N_{iy}^* & N_{jx}^* & N_{jy}^* & N_{mx}^* & N_{my}^* \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.2.13a)$$

As funções de forma de $[N^*]$ são escolhidas de modo a satisfazer às condições impostas a w^* e aos critérios de convergência¹.

3.2.4 - Sistema Local

O sistema local utilizado para determinar as matrizes de rigidez, tensões e cargas nodais para o elemento triangular é o abaixo

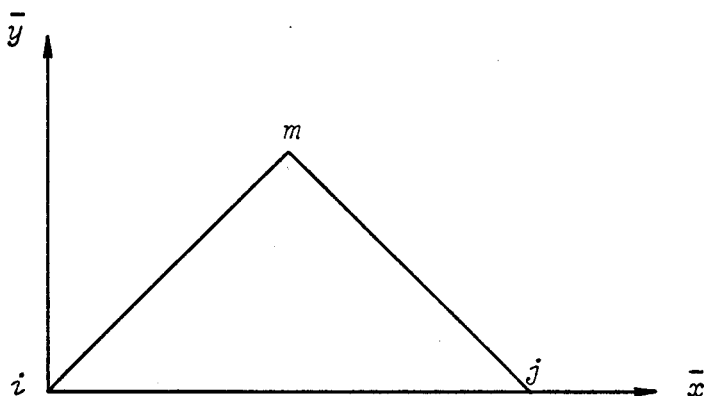


FIGURA 6

então $x_i = y_i = y_j = 0$ e, portanto:

$$a_j = a_m = b_m = 0 \quad (3.2.14)$$

Assim, as relações seguintes são obtidas nesse sistema local, considerando-se então as relações de (3.2.14), sendo assinalados os vetores e matrizes por - .

3.2.5 - Deformações

O deslocamento rígido w^R não produz deformações, portanto:

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = [\bar{B}^*] \{\bar{\delta}^*\}^e \quad (3.2.15)$$

A matriz $[\bar{B}^*]$ é obtida derivando-se os termos de $[N^*]$ em (3.2.13a) e é de ordem (3×6) .

Os termos de $[\bar{B}^*]$ estão no apêndice A-7.

3.2.6 - Matriz de Rigidez

Conforme (2.11) a matriz de rigidez relativa é obtida por:

$$[\bar{k}^*]^e = \iint [\bar{B}^*]^T [\bar{D}] [\bar{B}^*] dx dy \quad (3.2.17)$$

A integração dos termos do produto matricial de (4.16) é efetuada analiticamente. Cada elemento de $[\bar{B}^*]$ é dividido em três parcelas, uma para cada coeficiente L_i, L_j, L_m . Calculamos analiticamente as integrais de L_i^2, L_j^2, L_m^2 , etc. (apêndice A-8) e multiplicamos as três matrizes obtendo assim $[\bar{k}^*]^e$.

3.2.7 - Matriz de Tensões

A matriz de tensões num ponto r é obtida do mesmo modo

que em (3.2.15):

$$[\bar{S}_r^*] = [D] [\bar{B}_r^*] \quad (3.2.17)$$

Calculamos as tensões (momentos) em todos os nós do elemento. Determinamos então:

$$[\bar{S}_i^*], [\bar{S}_j^*] \text{ e } [\bar{S}_m^*],$$

substituindo as correspondentes coordenadas em $[\bar{B}^*]$.

3.2.8 - Forças Nodais

A matriz de forças nodais correspondente à carga uniformemente distribuída é calculada segundo (2.13):

$$\{\bar{F}\}_q^e = q \iint [\bar{N}]^T dx dy \quad (3.2.18)$$

onde

$$[\bar{N}] = [TR]^T [\bar{N}^*] + [L_i \ 0 \ 0 \ L_j \ 0 \ 0 \ L_m \ 0 \ 0]$$

e as integrais são calculadas analiticamente (apêndice A-8).

3.3 - TRANSFORMAÇÕES DE COORDENADAS

3.3.1 - Transformações Entre Sistemas

Geralmente os deslocamentos, as tensões e as reações em placas retangulares são relacionados a um mesmo sistema global.

Portanto a matriz de rigidez total, o vetor das cargas nodais e a matriz de tensões devem referir-se a esse sistema.

No elemento retangular de placa os dois sistemas, o local e o global, são paralelos e portanto não existe transformação alguma. No entanto, para efeito de facilidade de cálculo o sistema local do elemento triangular é definido de uma forma que em geral não coincide com o global, conforme se vê pela figura 7.

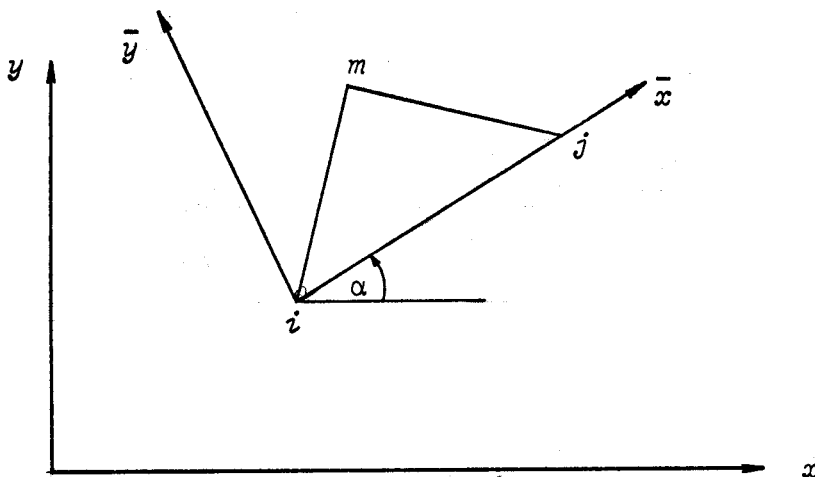


FIGURA 7

Assim as forças e deslocamentos transformam-se como:

$$\{\bar{\delta}\} = [T] \{\delta\} \quad (3.3.1)$$

$$\{\bar{F}\} = [T] \{F\} \quad (3.3.2)$$

(apêndice A-9)

onde

$$[T]^{-1} = [T]^T$$

As tensões e deformações generalizadas:

$$\{\bar{\sigma}\} = [tt] \{\sigma\} \quad (3.3.3)$$

e

$$\{\bar{\epsilon}\} = [td] \{\epsilon\} \quad (3.3.4)$$

(apêndice A-9)

Pelas transformações anteriores concluímos que as matrizes de rigidez e de tensões transformam-se por:

$$[k]^e = [T]^T [\bar{k}]^e [T] \quad (3.3.5)$$

$$[s] = [TT]^{-1} [\bar{s}] [T] \quad (3.3.6)$$

(apêndice A-9)

3.3.2 - Contorno não Coincidente com o Sistema Global

Os deslocamentos no contorno da placa são geralmente estabelecidos em uma direção normal e segundo a reta tangente a esse, naquele ponto. Quando essas duas direções não forem paralelas ao sistema global, transformamos as forças e os termos das matrizes de rigidez e tensões relativos àquele ponto.

Assim, o elemento da figura 8, abaixo, supondo que o seu nó j pertença a um contorno desse tipo, terá suas matrizes transformadas como segue:

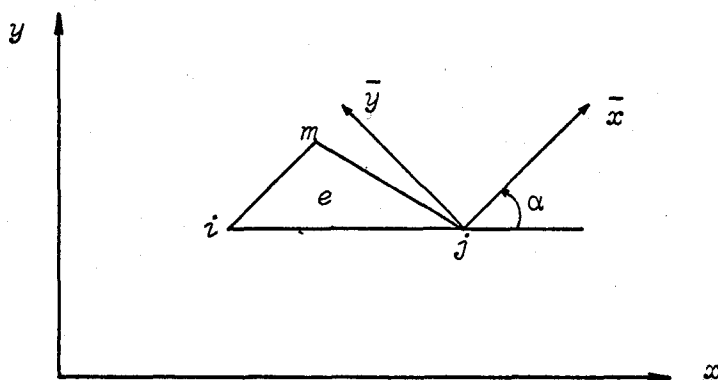


FIGURA 8

Definimos o sistema local $\bar{x} \bar{y}$ com o eixo \bar{x} coincidente ou tangente ao contorno em j .

O vetor de forças terá as forças correspondentes ao nó j

transformadas segundo:

$$\{\bar{F}\}^j = [t_j] \{F\}^j \quad (3.3.7)$$

$[t_j]$ é matriz de transformação de forças idêntica a $[t]$ do apêndice A-9.

A matriz de rigidez é obtida de:

$$[\bar{k}]^e = [TC] [k]^e [TC]^T \quad (3.3.8)$$

onde

$$[TC]^T = \begin{bmatrix} [1] & & \\ & [t_j] & \\ & & [1] \end{bmatrix} \quad (\text{para o exemplo})$$

A matriz de tensões

$$[\bar{s}]^e = [TTC] [s]^e [TC]^T \quad (3.3.9)$$

sendo que

$$[TTC] = \begin{bmatrix} [1] & & \\ & [tt_j] & \\ & & [1] \end{bmatrix} \quad (\text{apêndice A-9})$$

Essas transformações podem ser levadas a efeito para qualquer nó interno o qual desejamos conhecer os deslocamentos e tensões segundo determinadas direções.

3.4 - DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL DO MÉTODO

Para a solução pelo método dos elementos finitos, de placas ortotrópicas foi implantado no Sistema IBM-1130 o programa HEPLA, composto de um programa principal coordenando 12 subrotinas. O programa admite placas divididas em elementos triangulares e/ou retangulares.

As rotinas que o compõem são as seguintes:

3.4.1 - Subrotina KELER

Com os valores do apêndice A-3 calcula a matriz de rigidez de cada elemento retangular e com os do A-2 a matriz de tensões. Ambas as matrizes são armazenadas em disco.

3.4.2 - Subrotina CANER

Calcula o carregamento nodal equivalente a uma carga Q uniformemente distribuída sobre o elemento retangular. A medida que são determinadas essas nodais é formado o vetor de cargas $\{F\}$ na numeração global.

3.4.3 - Subrotina COVAR

Transforma as matrizes de rigidez e de tensões e as forças nodais para um sistema local de coordenadas nos nós para os quais definiu-se esse sistema. É utilizada para nós de contorno não paralelo ao sistema global ou qualquer interno no qual queremos os momentos e/ou giros numa determinada direção.

3.4.4 - Subrotina KPLAR

Lê no disco as matrizes de rigidez do elemento retangular,

transforma a numeração de elemento para a global e, como a matriz de rigidez total é banda simétrica, monta a matriz de rigidez total compactada [XKT].

Essa matriz de rigidez total compactada é composta da parte superior da banda, inclusive a diagonal principal.

3.4.5 - Subrotina KELET

Determina as matrizes de rigidez e tensões para o elemento triangular em coordenadas relativas, transforma-as para totais e após para coordenadas globais. Grava em disco essas matrizes.

3.4.6 - Subrotina CANET

Calcula o vetor de nodais equivalentes a um carregamento uniforme Q num elemento triangular e forma o vetor {F}.

3.4.7 - Subrotina COVAT

Transforma as matrizes de rigidez e tensões e vetor de forças do elemento triangular de modo semelhante a COVAR.

3.4.8 - Subrotina KPLAT

Monta a matriz de rigidez total para os elementos triangulares de modo semelhante a KPLAR.

3.4.9 - Subrotina RCCOT

Remove as linhas e colunas de $[XKT]$ e as linhas de $\{F\}$ correspondentes a deslocamentos restringidos, compactando essas matrizes. Guarda em disco as linhas removidas de $[XKT]$, que serão utilizadas para cálculo das reações nesses pontos.

3.4.10 - Subrotina HGAUT

Soluciona o sistema compactado

$$\{F_1\} = [XKT_1] \{\delta_1\}$$

pelo método de eliminação de Gauss.

3.4.11 - Subrotina REDET

Expande o vetor $\{\delta_1\}$ obtido de HGAUT, incluindo os deslocamentos restringidos e obtendo assim o vetor $\{\delta\}$.

3.4.12 - Subrotina SAPLA

Imprime os deslocamentos. Calcula as tensões em cada elemento e imprime-as.

Calcula as médias aritméticas das tensões nos nós devido a todos os elementos a que ele pertence.

Imprime as médias das tensões.

Determina as reações nos nós restringidos efetuando:

$$\{R_r\} = [XKT_r] \{\delta\} - \{F_r\}$$

em que o índice r relaciona-se com a parte removida em RCCOT de $[XKT]$ e $\{F\}$. Imprime as reações.

A implantação do programa encontra-se no apêndice A-~~B~~ e sua listagem no apêndice A-~~C~~

capitulo IV

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Veremos alguns exemplos de aplicação do programa, comparando os resultados obtidos com os dados pela teoria da elasticidade.

4.1 - EXEMPLO 1

Analisamos o comportamento de uma placa quadrada, isótropa, simplesmente apoiada e sujeita a um carregamento uniforme.

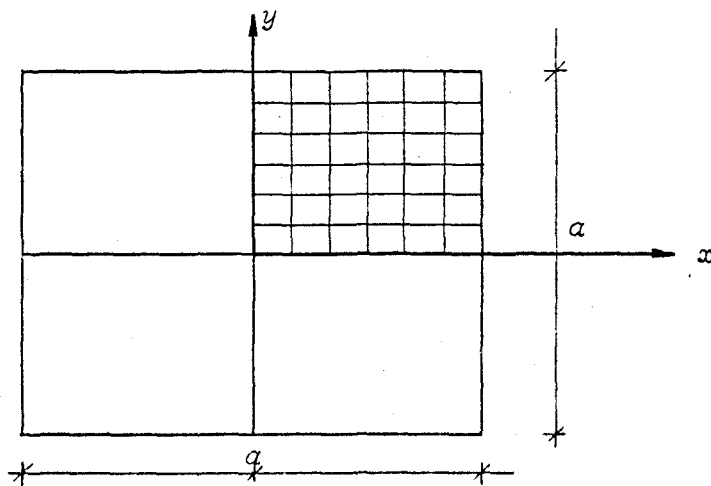


FIGURA 9

Devido a simetria é analisado somente um quadrante. Assim, impõem-se condições de giro nulo em torno dos respectivos eixos aos pontos pertencentes aos eixos x e y da figura 9. Aos outros pontos do contorno são restringidos os deslocamentos verticais e giros em torno a normal ao contorno.

Para um carregamento $q = 1.$, rigidez $D_x = D_y = 1.$, $a = 1.$ e $\nu = 0,3$ e para diversas malhas conforme o exposto acima, obtivemos os seguintes valores para o deslocamento vertical no centro da placa:

Malha	w_{\max}
1 x 1	0,00506
2 x 2	0,00432
3 x 3	0,00418
4 x 4	0,00412
5 x 5	0,00410
6 x 6	0,00409

Resultado exato: $w = 0,00406.$

Como se vê pela tabela acima, a convergência para a solução exata se dá por valores superiores, pois a utilização de elementos não conformes torna o conjunto menos rígido. A convergência do momento fletor no centro da placa se dá de um modo semelhante.

Vejamos a comparação entre os momentos fletores obtidos de uma malha (5 x 5) com os exatos.

Momentos fletores ao longo de $y = 0$, segundo a figura 9.

x	M_x (5x5)	M_x correto
0	0,0485	0,0479
0.1a	0,0472	0,0466
0.2a	0,0430	0,0424
0.3a	0,0351	0,0343
0.4a	0,0217	0,0209

x	M_y (5x5)	M_y correto
0	0,0485	0,0479
0.1a	0,0465	0,0459
0.2a	0,0405	0,0400
0.3a	0,0307	0,0303
0.4a	0,0171	0,0168

Como pode se verificar, apesar de não ser uma malha muito fina, a ordem do erro nos momentos fletores gira em torno de 2%.

4.2 - EXEMPLO 2

Placa quadrada, simplesmente apoiada, isotrópica, com carga uniformemente distribuída ou concentrada, com elementos triangulares.

Fazemos $q = 1.$, $P = 1.$, $a = 1.$ e $D = 1.$

Construímos uma malha de 6×6 com elementos triangulares

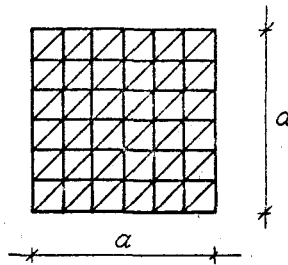


FIGURA 10

O deslocamento vertical devido a essa carga concentrada com essa malha:

$$w = 0,0106$$

enquanto que o resultado correto é $w = 0,0116$. Portanto, com um erro de aproximadamente 8%.

Os resultados obtidos com carregamento uniforme para as diversas malhas e considerando somente um quadrante, do mesmo modo que no exemplo 4.1, obtemos os valores abaixo tabelados para o centro da placa.

Malha	w_{\max}
1 × 1	0,00515
2 × 2	0,00398
4 × 4	0,00377
5 × 5	0,00375
6 × 6	0,00379

O valor correto de $w = 0,00406$.

O erro com elemento triangular é da ordem de 6% para a malha mais fina.

No caso de elementos triangulares os resultados dependem da disposição dos elementos.

Assim, por exemplo, nas figuras abaixo, a disposição a , dá melhores resultados para o ponto A que a b .

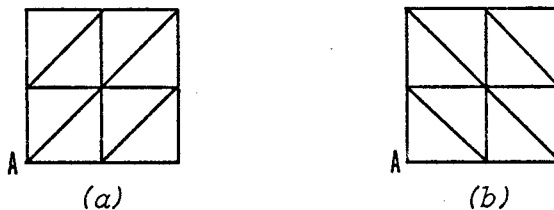


FIGURA 11

4.3 - EXEMPLO 3

Placa quadrada, simplesmente apoiada, ortótropa, com carregamento uniforme.

Para os eixos principais de ortotropia coincidindo com os eixos x e y da figura 9 e com os valores para rigidez à flexão de:

$$\begin{aligned} D_x &= 1. \\ D_y &= 5,0625 D_x \\ D_{xy} &= 0,7875 D_x \\ D_1 &= 0,67499 D_x \end{aligned}$$

e $q = 1.$, $a = 1.$, obtemos os valores abaixo tabelados para a deflexão no centro da placa:

Malha	w_{max}
3 × 3	0,00796
4 × 4	0,00786
5 × 5	0,00781

O valor correto é $w = 0,00772.$

O erro cometido é da ordem de 1%.

Os momentos fletores no centro da placa para as diversas malhas são os abaixo tabelados:

Malha	$M_{x_{max}}$	$M_{y_{max}}$
3 × 3	0,0228	0,0848
4 × 4	0,0225	0,0835
5 × 5	0,0224	0,0824

Valores corretos:

$$M_{x_{max}} = 0,0221$$

$$M_{y_{max}} = 0,0812$$

Erros da ordem de 1%.

Placa esconsa (skew-plate), isôtopa, sujeita a carga uniformemente distribuída.

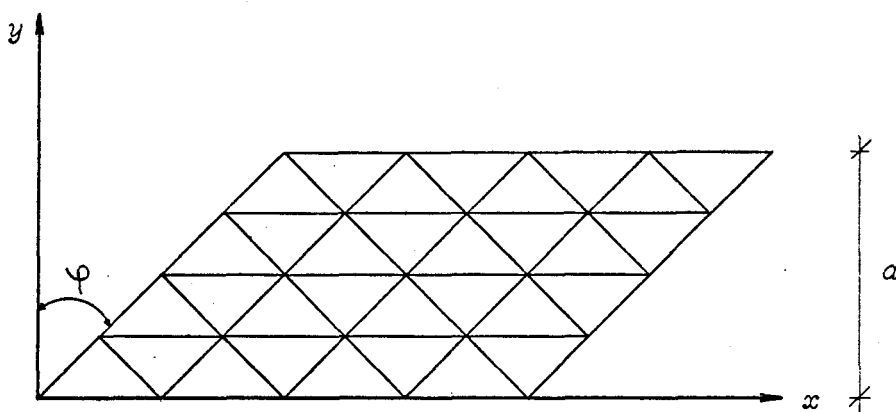


FIGURA 12

Para os valores de $D = 1.$, $a = 1.$, $q = 1.$, $\varphi = 45^\circ$ com 25 nós e 32 elementos triangulares foram estudadas duas hipóteses. Uma para a placa apoiada em todo o contorno e outra para os lados paralelos ao eixo x livres.

Nesse problema são efetuadas as transformações nas matrizes de rigidez e tensões e vetor de forças nos nós pertencentes aos lados inclinados, conforme comentado na seção 3.3.

Para a placa simplesmente apoiada em todo o contorno foram obtidos os seguintes valores para a deflexão e momento máximos:

	w_{\max}	M_{\max}
4×4	0,00931	0,0812
correto	0,00938	0,0898

Os erros cometidos são da ordem de 1% para o deslocamento, e 9% para o momento fletor.

Considerando a placa como livre nos bordos paralelos ao eixo

no eixo x , comparamos os resultados obtidos no centro da placa e no centro do bordo livre.

O momento máximo no centro da placa se dá numa direção normal aos lados inclinados. Assim, no dado do nó central definimos um sistema de coordenadas local na direção em que se dá o momento máximo. Os resultados obtidos para o centro da placa são:

	w_{max}	M_{max}
4×4	0,0617	0,273
correto	0,0708	0,291

Bordos paralelos ao eixo x livres:

	w_{max}	M_{max}
4×4	0,0733	0,276
Programa	0,0869	0,296

O erro nos deslocamentos é da ordem de 12% a 15%. Isso se deve à malha ser não muito fina, apesar de o mesmo problema, com mais elementos, a melhora é pouco sensível.

4.5 - EXEMPLO 5

Vejamos a placa anterior dividida em elementos retangulares e triangulares.

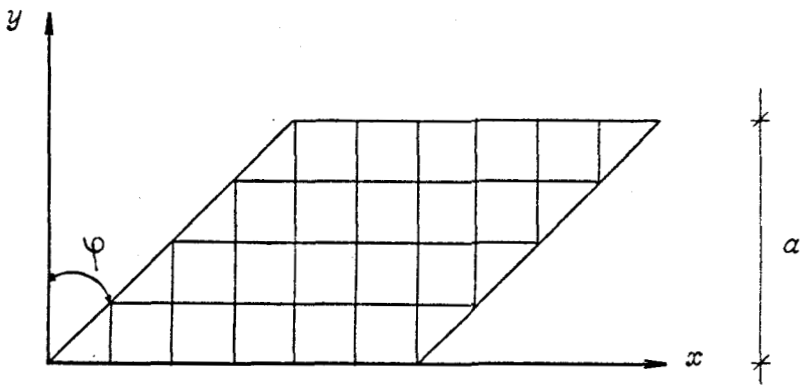


FIGURA 13

Para as mesmas condições anteriores, $D_x = 1.$, $a = 1.$, $q = 1.$, $\varphi = 45^\circ$, e para a placa apoiada em todo contorno obteve-se:

	w_{max}	M_{max}
Programa	0,00817	0,0838
Correto	0,00938	0,0898

Para os bordos paralelos ao eixo x livres, no centro da placa os valores são:

	w_{max}	M_{max}
Programa	0,00689	0,293
Correto	0,00708	0,291

Os valores máximos nos bordos livres são:

	w_{max}	M_{max}
Programa	0,00844	0,270
Correto	0,00869	0,296

Verifica-se que de uma maneira geral os resultados obtidos são bem melhores que aqueles dados pela malha composta de somente elementos triangulares.

capitulo V

CONCLUSÕES

Sobre a análise de placas pelo método dos elementos finitos muito se tem pesquisado e é enorme a bibliografia sobre o assunto.

No entanto resta ressaltar que o trabalho aqui apresentado na forma de um programa que admite malha de placa composta de elementos retangulares e triangulares possui uma certa maleabilidade de abordar contornos poligonais com quaisquer direções. A grande vantagem no uso de elementos retangulares junto com triangulares além da acima citada é a de que os primeiros apresentam uma melhor convergência.

Além de podermos abordar condições de contorno não coincidentes com o sistema global podemos determinar giros e momentos em qualquer direção num determinado ponto bastando para isso indicar no cartão do nó correspondente a direção que quisermos.

APÊNDICE A

MATRIZES

A-1

Funções de forma para elemento retangular
conforme (fig. 3)¹

$$[N]^T = \frac{1}{32} \left\{ \begin{array}{l} X_1 Y_1 [2(X_1 Y_1 - X_2 Y_2) - 4X_1 X_2 - 4Y_1 Y_2] \\ -4b Y_1 Y_2 X_1 Y_1 \\ 4a X_1 X_2 X_1 Y_1 \\ X_2 Y_1 [2(X_2 Y_1 - X_1 Y_2) + 4X_1 X_2 + 4Y_1 Y_2] \\ 4b Y_1 Y_2 X_2 Y_1 \\ 4a X_1 X_2 X_2 Y_1 \\ X_2 Y_2 [2(X_2 Y_2 - X_1 Y_1) - 4X_1 X_2 - 4Y_1 Y_2] \\ 4b Y_1 Y_2 X_2 Y_2 \\ -4a X_1 X_2 X_2 Y_2 \\ X_1 Y_2 [2(X_1 Y_2 - X_2 Y_1) + 4X_1 X_2 + 4Y_1 Y_2] \\ -4b Y_1 Y_2 X_1 Y_2 \\ 4a X_1 X_2 X_1 Y_2 \end{array} \right\}$$

$$X_1 = \frac{x-a}{a}$$

$$X_2 = \frac{x+a}{a}$$

$$Y_1 = \frac{y-b}{b}$$

$$Y_2 = \frac{y+b}{b}$$

A-2

Matriz de tensoões para elemento retangular¹

$$p = \frac{a}{b}$$

$$\begin{bmatrix}
 -6\bar{p}^1D_x & 8aD_1 & 8bD_x & 6\bar{p}^1D_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 6pD_1 & -4aD_1 & 0 \\
 -6pD_1 & -8aD_1 & 0 & 4bD_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 6pD_1 & -4aD_1 & 0 \\
 -6pD_1 & -8aD_1 & 8bD_1 & 6\bar{p}^1D_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6pD_1 & -4aD_1 & 0 \\
 -6\bar{p}^1D_1 & -8aD_1 & 8bD_1 & 6\bar{p}^1D_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6pD_1 & -4aD_1 & 0 \\
 2D_{xy} & 4bD_{xy} & -4aD_{xy} & -2D_{xy} & -4bD_{xy} & 0 & 2D_{xy} & 0 & 0 & -2D_{xy} & 0 & 4aD_{xy} \\
 6\bar{p}^1D_x & 0 & -4bD_x & -6\bar{p}^1D_x & -8aD_1 & -8bD_x & 6pD_1 & -4aD_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 6\bar{p}^1D_1 & 0 & -4bD_1 & -6pD_1 & -8aD_1 & -8bD_1 & 6pD_1 & -4aD_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 2D_{xy} & 4bD_{xy} & 0 & -2D_{xy} & -4bD_{xy} & -4aD_{xy} & 2D_{xy} & 0 & 4aD_{xy} & -2D_{xy} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 6pD_1 & 4aD_1 & 0 & -6\bar{p}^1D_x & 8aD_1 & -8bD_x & 6\bar{p}^1D_x & 0 & -4bD_x \\
 0 & 0 & 0 & 6pD_1 & 4aD_1 & 0 & -6pD_1 & 8aD_1 & -8bD_x & 6\bar{p}^1D_x & 0 & -4bD_x \\
 2D_{xy} & 0 & 0 & -2D_{xy} & 0 & -4aD_{xy} & 2D_{xy} & -4bD_{xy} & 4aD_{xy} & -2D_{xy} & 4bD_{xy} & 0 \\
 6pD_1 & 4aD_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6\bar{p}^1D_x & 0 & 4bD_x & -6\bar{p}^1D_x & 8aD_1 & 8bD_x \\
 6pD_1 & 4aD_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6\bar{p}^1D_1 & 0 & 4bD_1 & -6\bar{p}^1D_1 & 8aD_1 & 8bD_1 \\
 2D_{xy} & 0 & -4aD_{xy} & -2D_{xy} & 0 & 0 & 2D_{xy} & -4bD_{xy} & 0 & -2D_{xy} & 4bD_{xy} & 4aD_{xy}
 \end{bmatrix}$$

$$[S] = \frac{1}{4ab}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [l] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [l] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [l] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [l] \end{bmatrix}$$

$$[l] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2b & 0 \\ 0 & 0 & 2a \end{bmatrix}$$

$$[k]^e = \frac{1}{60ab} [L] (D_x [K_1] + D_y [K_2] + D_1 [K_3] + D_{xy} [K_4]) [L]$$

A-4

Nodais equivalentes à carga q uniformemente distribuída na superfície do elemento retangular¹

$$\{F\}_q^e = qab \begin{Bmatrix} 1 \\ b/3 \\ -a/3 \\ 1 \\ b/3 \\ a/3 \\ 1 \\ -b/3 \\ a/3 \\ 1 \\ -b/3 \\ -a/3 \end{Bmatrix}$$

A-5

Matriz de transformação de deslocamentos totais para relativos no elemento triangular¹

$$[TR] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} -c_i & 2A & 0 & -c_j & 0 & 0 & -c_m & 0 & 0 \\ b_i & 0 & 2A & b_j & 0 & 0 & b_m & 0 & 0 \\ -c_i & 0 & 0 & -c_j & 2A & 0 & -c_m & 0 & 0 \\ b_i & 0 & 0 & b_j & 0 & 2A & b_m & 0 & 0 \\ -c_i & 0 & 0 & -c_j & 0 & 0 & -c_m & 2A & 0 \\ b_i & 0 & 0 & b_j & 0 & 0 & b_m & 0 & 2A \end{bmatrix}$$

A-6

Funções de forma relativas para o elemento triangular.¹

$$N_{i_x}^* = -b_m \left(L_i^2 L_j + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right) + b_j \left(L_i^2 L_m + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right)$$

$$N_{i_y}^* = -c_m \left(L_i^2 L_j + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right) + c_j \left(L_i^2 L_m + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right)$$

$$N_{j_x}^* = -b_i \left(L_j^2 L_m + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right) + b_m \left(L_j^2 L_i + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right)$$

$$N_{j_y}^* = -c_i \left(L_j^2 L_m + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right) + c_m \left(L_j^2 L_i + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right)$$

$$N_{m_x}^* = -b_j \left(L_m^2 L_i + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right) + b_i \left(L_m^2 L_i + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right)$$

$$N_{m_y}^* = -c_j \left(L_m^2 L_i + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right) + c_i \left(L_m^2 L_j + \frac{1}{2} L_i L_j L_m \right)$$

A-7

Termos da matriz $[\bar{B}^*]$ no sistema local da fig. 6 multiplicados por $4A^2$.

$$\bar{B}_{11}^* = (b_i^2 - b_j^2) L_i + (2 b_i^2 b_j + b_i b_j^2) L_m$$

$$\bar{B}_{21}^* = (4 b_j c_i c_m + b_j c_j c_m) L_i + (b_j c_i c_m) L_j + (2 b_j c_i^2 + b_j c_i c_j) L_m$$

$$\bar{B}_{31}^* = (-4 b_i b_j c_m - b_j^2 c_m) L_i + (-b_i b_j c_m) L_j + (-4 b_i b_j c_i - b_i b_j c_j + b_j^2 c_i) L_m$$

$$\bar{B}_{12}^* = (-4b_i b_j c_m) L_i + (-2b_i^2 c_m) L_j + (-b_i b_j c_m + 2b_i^2 c_j + b_i b_j c_j) L_m$$

$$\bar{B}_{22}^* = (c_j^2 c_m - c_j c_m^2) L_i + (-c_i c_m^2 - 2c_i^2 c_m + c_i c_j c_m) L_j + (2c_i^2 c_j + c_i c_j^2 - c_i c_j c_m) L_m$$

$$\bar{B}_{32}^* = (4b_j c_i c_m - b_j c_j c_m + b_j c_m^2) L_i + (4b_i c_i c_m - b_i c_j c_m + b_i c_m^2) L_j + [-4b_i c_i c_j - (c_j - c_m)(b_i c_j + b_j c_i)] L_m$$

$$\bar{B}_{13}^* = (-2b_i b_j^2 - b_i^2 b_j) L_m$$

$$\bar{B}_{23}^* = (-b_i c_j c_m) L_i + (-4b_i c_j c_m - b_i c_m c_i) L_j + (-2b_i c_j^2 - b_i c_i c_j) L_m$$

$$\bar{B}_{33}^* = (b_i b_j c_m) L_i + (4b_i b_j c_m - b_i^2 c_m) L_j + (4b_i b_j c_j + b_i b_j c_i + b_i^2 c_j) L_m$$

$$\bar{B}_{14}^* = (2b_j^2 c_m) L_i + (4b_i b_j c_m) L_j + (-2b_j^2 c_i - b_i b_j c_i + b_i b_j c_m) L_m$$

$$\bar{B}_{24}^* = (2c_j^2 c_m + c_j c_m^2 - c_i c_j c_m) L_i + (c_m^2 c_i - c_m c_i^2) L_j + (-c_j c_i^2 - 2c_j^2 c_i + c_i c_j c_m) L_m$$

$$\bar{B}_{34}^* = (-4b_j c_j c_m - b_j c_m^2 + b_j c_i c_m) L_i + (-4b_i c_j c_m - b_i c_m^2 + b_i c_i c_m) L_j + [4b_j c_i c_j - (c_m - c_i)(b_j c_i + b_i c_j)] L_m$$

$$\bar{B}_{15}^* = (b_i^2 b_j - b_i b_j^2) L_m$$

$$\bar{B}_{25}^* = (-2b_j c_m^2 - b_j c_m c_j + b_i c_m c_j) L_i + (-b_j c_m c_i + 2b_i c_m^2 + b_i c_i c_m) L_j + (-4b_j c_m c_i - b_j c_j c_i + 4b_i c_m c_j + b_i c_i c_j) L_m$$

$$\bar{B}_{35}^* = (-b_i b_j c_m + b_j^2 c_m) L_i + (-b_i^2 c_m + b_i b_j c_m) L_j + [(b_j - b_i)(b_i c_j - b_j c_i)] L_m$$

$$\bar{B}_{16}^* = (-b_i b_j c_j + b_i b_j c_i) L_m$$

$$\bar{B}_{26}^* = (-c_m c_j^2 - 2c_m^2 c_j + c_i c_j c_m) L_i + (2c_m^2 c_i + c_m c_i^2 - c_i c_j c_m) L_j + (c_i^2 c_j - c_i c_j^2) L_m$$

$$\bar{B}_{36}^* = (-b_j c_i c_m + b_j c_j c_m) L_i + (2b_i c_j c_m -$$

$$-b_i c_i c_m) L_j + [4 c_m (b_i c_j - b_j c_i) + (c_j - c_i) (b_i c_j + b_j c_i)] L_m$$

A-8

Integrais sobre a área do elemento triangular segundo a fig. 6.

$$\iint x \, dx \, dy = \frac{1}{6} [x_j^2 y_m + x_j x_m y_m]$$

$$\iint y \, dx \, dy = \frac{1}{6} x_j y_m^2$$

$$\iint x^2 \, dx \, dy = \frac{1}{12} [x_j^3 y_m + x_j^2 x_m y_m + x_j x_m^2 y_m]$$

$$\iint y^2 \, dx \, dy = \frac{1}{12} x_j y_m^3$$

$$\iint xy \, dx \, dy = \frac{1}{24} [x_j^2 y_m^2 + 2 x_j x_m y_m^2]$$

$$\iint y^3 \, dx \, dy = \frac{1}{20} x_j y_m^4$$

$$\iint x^3 \, dx \, dy = \frac{1}{20} [x_j y_m (x_m + x_j) (x_m^2 x_j^2)]$$

$$\iint x^2 y \, dx \, dy = \frac{1}{60} \left[\left(\frac{y_m}{x_m - x_j} \right)^2 \left(x_j^5 + 4 x_m^5 - 5 x_j x_m^4 \right) - 4 x_m^3 y_m^2 \right] \quad \text{para } x_j \neq x_m$$

$$\iint x^2 y \, dx \, dy = \frac{x_m^3 y_m^2}{10} \quad \text{para } x_j = x_m$$

$$\iint x y^2 \, dx \, dy = \frac{1}{60} \left[\left(\frac{y_m}{x_m - x_j} \right)^3 \left(6 x_m^5 - 15 x_m^4 x_j + 10 x_m^3 x_j^2 - x_j^5 \right) - 6 x_m^2 y_m^3 \right] \quad \text{para } x_m \neq x_j$$

$$\iint x y^2 \, dx \, dy = \frac{x_m^2 y_m^3}{15} \quad \text{para } x_j = x_m$$

A-9

i) Matriz de transformação de forças e deslocamentos do sistema global para o local da fig. 7.

$$[T] = \begin{bmatrix} [t] & 0 & 0 \\ 0 & [t] & 0 \\ 0 & 0 & [t] \end{bmatrix}$$

$$[t] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

ii) Matriz de transformação de tensões generalizadas de placa do sistema global para o local.

$$[TT] = \begin{bmatrix} [tt] & 0 & 0 \\ 0 & [tt] & 0 \\ 0 & 0 & [tt] \end{bmatrix}$$

$$[tt] = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & -2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$$

iii) Matriz de transformação de deformações generalizadas de placa do sistema global para o local

$$[TD] = \begin{bmatrix} [td] & 0 & 0 \\ 0 & [td] & 0 \\ 0 & 0 & [td] \end{bmatrix} \quad [td] = \begin{bmatrix} \cos^2 d & \sin^2 d & -\sin d \cos d \\ \sin^2 d & \cos^2 d & \sin d \cos d \\ 2\sin d \cos d & -2\sin d \cos d & \cos^2 d - \sin^2 d \end{bmatrix}$$

iv) Matrizes Inversas

$$[tt]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 d & \sin^2 d & 2\sin d \cos d \\ \sin^2 d & \cos^2 d & -2\sin d \cos d \\ -\sin d \cos d & \sin d \cos d & \cos^2 d - \sin^2 d \end{bmatrix}$$

$$[td]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 d & \sin^2 d & -\sin d \cos d \\ \sin^2 d & \cos^2 d & \sin d \cos d \\ -2\sin d \cos d & 2\sin d \cos d & \cos^2 d - \sin^2 d \end{bmatrix}$$

APÊNDICE B

IMPLANTAÇÃO DO PROGRAMA

1 - CARACTERÍSTICAS DO EQUIPAMENTO

O programa HEPLA foi implantado num computador IBM - 1130 com 16 K de memória principal e 1 disco magnético como memória auxiliar.

O programa tem entrada de dados através de uma leitora de cartões do tipo 2501-READER e a impressão de resultados por meio de uma impressora do tipo 1132-PRINTER.

2 - PARÂMETROS DO PROGRAMA

Devido às limitações de memória do computador utilizado, o programa HEPLA está limitado aos seguintes valores:

- Número de elementos retangulares e/ou triangulares	72
- Número de nós	50
- Largura da banda da matriz de <u>ri</u> gidez total	30

3 - UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA HEPLA

3.1 - CARTÕES CONTRÔLE DO MONITOR

```
// JOB  
// XEQ      1      HEPLA  
*LOCAL HEPLA, KELER, CANER, COVAR, KPLAR, KELET, CANET,  
  COVAT, KPLAT, RCCOT, HGAUT, REDET, SAPLA
```

3.2 - CARTÕES DE DADOS

I - NÚMERO DE PROBLEMAS

FORMAT (I3)

Colunas 1 a 3 - Quantidade de problemas a serem resolvidos

II - CARTÃO CONTRÔLE DE CADA PROBLEMA

FORMAT (4I3)

Colunas 1 a 3 - Número de nós

Colunas 4 a 6 - Número de elementos retangulares

Colunas 7 a 9 - Número de elementos triangulares

Colunas 10 a 12 - Número de cargas concentradas

III - CARTÃO DE CARGA DISTRIBUÍDA

FORMAT (F10.5)

Colunas 1 a 10 - Valor da carga uniformemente distribuída
no formato real

*Observação: Se não houver carga distribuída, coloca-se um
cartão em branco.*

IV - CARTÕES DE CARGAS CONCENTRADAS

FORMAT (4(IS, F10, 4))

Colunas 1 a 5, 16 a 20, 31 a 35, 41 a 50 - Número da coordenada, em numeração global, do nó carregado.

Colunas 6 a 15, 21 a 30, 36 a 45, 51 a 60 - Valor da carga concentrada.

Observação: Caso não existir carga concentrada suprimir esses cartões.

V - CARTÃO DE PROPRIEDADES DO MATERIAL

FORMAT (4 E 14.7, F9.4)

No formato E indicado são dados E'_x , E'_y , E'' e G onde:

$$E'_x = \frac{E_x}{(1-\nu_x\nu_y)} ; E'_y = \frac{E_y}{(1-\nu_x\nu_y)} ; E'' = \frac{\nu_x E_y}{(1-\nu_x\nu_y)} = \frac{\nu_y E_x}{(1-\nu_x\nu_y)}$$

Colunas 57 a 65 - Espessura da placa

VI - CARTÕES DE INCIDÊNCIA DO ELEMENTO RETANGULAR

FORMAT (5I5)

Colunas 1 a 5 - Número do elemento

Colunas 6 a 10 - N ^o I	} numeração de nós no sentido anti-horário, conforme fig. 3.
Colunas 11 a 15 - N ^o J	
Colunas 16 a 20 - N ^o K	
Colunas 21 a 30 - N ^o L	

VII - CARTÕES DE INCIDÊNCIA DO ELEMENTO TRIANGULAR

FORMAT (5I5)

Colunas 1 a 5 - Número do elemento

Colunas 6 a 10 - N ^o I	} no sentido anti-horário
Colunas 11 a 15 - N ^o J	
Colunas 16 a 20 - N ^o M	

Colunas 21 a 25 - Número inteiro caracterizando o tipo de elemento triangular com relação ao sistema global. Usado para dar maior rapidez ao cálculo da matriz de rigidez do elemento.

VIII - CARTÕES DE NÓS

FORMAT (I5,2F10.5,5X,3I1,6X,I1,4X,2F10.5)

- Colunas 1 a 5 - Número do nó.
- Colunas 6 a 15 - Abcissa x do nó
- Colunas 16 a 25 - Ordenada y do nó
- Coluna 31 - Deslocamento vertical
- Coluna 32 - Giro em torno de x
- Coluna 33 - Giro em torno de y
- Coluna 40 - Número 2 se definirmos um sistema local no nó. Caso contrário, zero.
- Colunas 46 a 55 - Abcissa de um outro ponto que definirá o sistema local, caso houver.
- Colunas 56 a 65 - Ordenada do ponto.

Observação: Nas colunas 31, 32 e 33 o número 1 representa restrição ao deslocamento e 0 (zero) liberdade.

APÊNDICE C

LISTAGEM DO PROGRAMA

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0008	0008	0000
0001	0009	0009	0001
0002	0010	0010	0002

V2 M09 ACTUAL 16K CONFIG 16K

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCE PROGRAM

```

SUBROUTINE KELER
  DIMENSION XL(12,12),EK(12,12),XK(12,12),SK(12,12)
  COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,Q,NBAND,N1(72),N2
  1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NRW(50),NRX(50),NRY(50),NR(100),DIS
  1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
  DO 500 I=1,NELER
    NEC=NEL(I)
    ICON=0
    NI=N1(I)
    NJ=N2(I)
    NK=N3(I)
    NL=N4(I)
    XI=X(NI)
    XJ=X(NJ)
    YJ=Y(NJ)
    YK=Y(NK)
    D1=DX(1)
    D2=DY
    D12=DXY
    D=DV
    A=(XJ-XI)/2
    B=(YK-YJ)/2
    A=ABS(A)
    B=ABS(B)
    IF(I-1)203,203,207
  207 IF(ABS(A-AT1)-0.1)208,203,203
  208 IF(ABS(B-BT1)-0.1)209,203,203
  209 ICON=1
    GO TO 272
  203 P2=A**2/B**2
    PM2=B**2/A**2
C FORMACAO DE EK - RIGIDEZ
    AT1=A
    BT1=B
    XK(1,1)=(60*PM2*D1)+(60*P2*D2)+(30*D)+(84*D12)
    XK(2,1)=(30*P2*D2)+(15*D)+(6*D12)
    XK(3,1)=- (30*PM2*D1)-(15*D)-(6*D12)
    XK(4,1)=- (60*PM2*D1)+(30*P2*D2)-(30*D)-(84*D12)
    XK(5,1)=(15*P2*D2)-(15*D)-(6*D12)
    XK(6,1)=- (30*PM2*D1)-(6*D12)
    XK(7,1)=-30*PM2*D1 -30*P2*D2 +30*D +84*D12
    XK(8,1)=(15*P2*D2)-(6*D12)
    XK(9,1)=-15*PM2*D1 +6*D12
    XK(10,1)=(30*PM2*D1)-(60*P2*D2)-(30*D)-(84*D12)
    XK(11,1)=(30*P2*D2)+(6*D12)
    XK(12,1)=- (15*PM2*D1)+(15*D)+(6*D12)

```

$XK(2,2) = (20 * P2 * D2) + (8 * D12)$
 $XK(3,2) = -(15 * D)$
 $XK(4,2) = 15 * P2 * D2 - 15 * D - 6 * D12$
 $XK(5,2) = (10 * P2 * D2) - (8 * D12)$
 $XK(6,2) = 0$
 $XK(7,2) = -(15 * P2 * D2) + (6 * D12)$
 $XK(8,2) = (5 * P2 * D2) + (2 * D12)$
 $XK(9,2) = 0$
 $XK(10,2) = -(30 * P2 * D2) - (6 * D12)$
 $XK(11,2) = (10 * P2 * D2) - (2 * D12)$
 $XK(12,2) = 0$
 $XK(3,3) = 20 * PM2 * D1 + (8 * D12)$
 $XK(4,3) = 30 * PM2 * D1 + (6 * D12)$
 $XK(5,3) = 0$
 $XK(6,3) = 10 * PM2 * D1 - (2 * D12)$
 $XK(7,3) = 15 * PM2 * D1 - (6 * D12)$
 $XK(8,3) = 0$
 $XK(9,3) = 5 * PM2 * D1 + 2 * D12$
 $XK(10,3) = -(15 * PM2 * D1) + (15 * D) + (6 * D12)$
 $XK(11,3) = 0$
 $XK(12,3) = 10 * PM2 * D1 - (8 * D12)$
 $XK(4,4) = 60 * PM2 * D1 + 60 * P2 * D2 + 30 * D + 84 * D12$
 $XK(5,4) = 30 * P2 * D2 + 15 * D + 6 * D12$
 $XK(6,4) = 30 * PM2 * D1 + (15 * D) + (6 * D12)$
 $XK(7,4) = 30 * PM2 * D1 - 60 * P2 * D2 - 30 * D - 84 * D12$
 $XK(8,4) = 30 * P2 * D2 + 6 * D12$
 $XK(9,4) = 15 * PM2 * D1 - 15 * D - 6 * D12$
 $XK(10,4) = -30 * PM2 * D1 - 30 * P2 * D2 + 30 * D + 84 * D12$
 $XK(11,4) = 15 * P2 * D2 - 6 * D12$
 $XK(12,4) = 15 * PM2 * D1 - 6 * D12$
 $XK(5,5) = 20 * P2 * D2 + 8 * D12$
 $XK(6,5) = 15 * D$
 $XK(7,5) = -30 * P2 * D2 - 6 * D12$
 $XK(8,5) = 10 * P2 * D2 - 2 * D12$
 $XK(9,5) = 0$
 $XK(10,5) = -15 * P2 * D2 + 6 * D12$
 $XK(11,5) = 5 * P2 * D2 + 2 * D12$
 $XK(12,5) = 0$
 $XK(6,6) = 20 * PM2 * D1 + 8 * D12$
 $XK(7,6) = 15 * PM2 * D1 - 15 * D - 6 * D12$
 $XK(8,6) = 0$
 $XK(9,6) = 10 * PM2 * D1 - 8 * D12$
 $XK(10,6) = -15 * PM2 * D1 + 6 * D12$
 $XK(11,6) = 0$
 $XK(12,6) = 5 * PM2 * D1 + 2 * D12$
 $XK(7,7) = 60 * PM2 * D1 + 60 * P2 * D2 + 30 * D + 84 * D12$
 $XK(8,7) = -30 * P2 * D2 - 15 * D - 6 * D12$
 $XK(9,7) = 30 * PM2 * D1 + 15 * D + 6 * D12$
 $XK(10,7) = -60 * PM2 * D1 + 30 * P2 * D2 - 30 * D - 84 * D12$
 $XK(11,7) = -15 * P2 * D2 + 15 * D + 6 * D12$
 $XK(12,7) = 30 * PM2 * D1 + 6 * D12$
 $XK(9,8) = -15 * D$
 $XK(10,8) = -15 * P2 * D2 + 15 * D + 6 * D12$
 $XK(8,8) = 20 * P2 * D2 + 8 * D12$
 $XK(11,8) = 10 * P2 * D2 - 8 * D12$
 $XK(12,8) = 0$
 $XK(9,9) = 20 * PM2 * D1 + 8 * D12$
 $XK(10,9) = -30 * PM2 * D1 - 6 * D12$

```

XK(11,9)=0
XK(12,9)=10*PM2*D1 -2*D12
XK(10,10)=60*PM2*D1 +60*P2*D2 +30*D +84*D12
XK(11,10)=-30*P2*D2 -15*D -6*D12
XK(12,10)=-30*PM2*D1 -15*D -6*D12
XK(11,11)=20*P2*D2 +8*D12
XK(12,11)=15*D
XK(12,12)=20*PM2*D1 +8*D12
DO 210 K=1,12
DO 210 L=1,12
210 XK(K,L)=XK(L,K)
C FORMACAO DE XL
DO 250 K=1,12
DO 250 L=1,12
IF(K-L) 215,220,215
215 XL(K,L)=0
GO TO 250
220 GO TO(225,230,235,225,230,235,225,230,235,225,230,235),K
225 XL(K,L)=1.
GO TO 250
230 XL(K,L)=2*B
GO TO 250
235 XL(K,L)=2*A
250 CONTINUE
DO 270 J=1,12
DO 270 M=1,12
SK(J,M)=0
DO 260 K=1,12
DO 260 L=1,12
260 SK(J,M)=SK(J,M)+XL(J,K)*XK(K,L)*XL(L,M)
270 SK(J,M)=(SK(J,M))/(60*A*B)
272 WRITE(1,'NEC)NEC,NI,NJ,NK,NL,((SK(J,M),M=1,12),J=1,12)
C FORMACAO DA MATRIZ DE TENSOES
IF(ICON-1)274,312,312
274 DO 280 J=1,12
DO 280 M=1,12
280 EK(J,M)=0
P1=A/B
PM1=B/A
EK(1,1)=-6*PM1*D1 -6*P1*D
EK(2,1)=-6*P1*D2 -6*PM1*D
EK(3,1)=2*D12
EK(4,1)=6*PM1*D1
EK(5,1)=6*PM1*D
EK(6,1)=2*D12
EK(9,1)=2*D12
EK(10,1)=6*P1*D
EK(11,1)=6*P1*D2
EK(12,1)=2*D12
EK(1,2)=-8*A*D
EK(2,2)=-8*A*D2
EK(3,2)=4*B*D12
EK(6,2)=4*B*D12
EK(10,2)=4*A*D
EK(11,2)=4*A*D2
EK(1,3)=8*B*D1
EK(2,3)=8*B*D
EK(3,3)=-4*A*D12

```

EK(4,3)=-4*B*D1
 EK(5,3)=-4*B*D
 EK(12,3)=-4*A*D12
 EK(1,4)=6*PM1*D1
 EK(2,4)=6*PM1*D
 FK(3,4)=-2*D12
 EK(4,4)=-6*PM1*D1 -6*P1*D
 FK(5,4)=-6*P1*D2 -6*PM1*D
 EK(6,4)=-2*D12
 EK(7,4)=6*P1*D
 EK(8,4)=6*P1*D2
 EK(9,4)=-2*D12
 EK(12,4)=-2*D12
 EK(3,5)=-4*B*D12
 EK(4,5)=-8*A*D
 EK(5,5)=-8*A*D2
 FK(6,5)=-4*B*D12
 EK(7,5)=4*A*D
 EK(8,5)=4*A*D2
 EK(1,6)=4*B*D1
 FK(2,6)=4*B*D
 EK(4,6)=-8*B*D1
 EK(5,6)=-8*B*D
 EK(6,6)=-4*A*D12
 EK(9,6)=-4*A*D12
 EK(3,7)=2*D12
 EK(4,7)=6*P1*D
 EK(5,7)=6*P1*D2
 EK(6,7)=2*D12
 FK(7,7)=-6*PM1*D1 -6*P1*D
 EK(8,7)=-6*P1*D2 -6*PM1*D
 EK(9,7)=2*D12
 EK(10,7)=6*PM1*D1
 EK(11,7)=6*PM1*D
 EK(12,7)=2*D12
 EK(4,8)=-4*A*D
 EK(5,8)=-4*A*D2
 EK(7,8)=8*A*D
 EK(8,8)=8*A*D2
 EK(9,8)=-4*B*D12
 EK(12,8)=-4*B*D12
 FK(6,9)=4*A*D12
 FK(7,9)=-8*B*D1
 EK(8,9)=-8*B*D
 EK(9,9)=4*A*D12
 EK(10,9)=4*B*D1
 EK(11,9)=4*B*D
 EK(1,10)=6*P1*D
 EK(2,10)=6*P1*D2
 FK(3,10)=-2*D12
 EK(6,10)=-2*D12
 FK(7,10)=6*PM1*D1
 EK(8,10)=6*PM1*D
 FK(9,10)=-2*D12
 EK(10,10)=-6*PM1*D1 -6*P1*D
 EK(11,10)=-6*P1*D2 -6*PM1*D
 EK(12,10)=-2*D12
 EK(1,11)=-4*A*D

```

EK(2,11)=-4*A*D2
EK(9,11)=4*B*D12
EK(10,11)=8*A*D
EK(11,11)=8*A*D2
EK(12,11)=4*B*D12
FK(3,12)=4*A*D12
EK(7,12)=-4*B*D1
FK(8,12)=-4*B*D
EK(10,12)=8*B*D1
EK(11,12)=8*B*D
EK(12,12)=4*A*D12
DO 310 J=1,12
DO 310 M=1,12
310 EK(J,M)=(EK(J,M))/(4*A*B)
312 WRITE(2,'NEC)NEC,NI,NJ,NK,NL,((EK(J,M),J=1,12),M=1,12)
500 CONTINUE
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR KELER
COMMON 2050 VARIABLES 1218 PROGRAM 3494

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 04D4 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA KELER
CART ID 0008 DB ADDR 293E DB CNT 010C

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS

```

SUBROUTINE CANER
COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,J,NBAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NB(100),DIS
1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
DO 457 JJ=1,NELER
NI=N1(JJ)
NJ=N2(JJ)
NK=N3(JJ)
NL=N4(JJ)
XI=X(NI)
XJ=X(NJ)
YJ=Y(NJ)
YK=Y(NK)
A=ABS((XJ-XI)/2)
B=ABS((YK-YJ)/2)
F(3*NI-2)=F(3*NI-2)+Q*A*B

```



```

F(3*NJ-2)=F(3*NJ-2)+Q*A*B
F(3*NK-2)=F(3*NK-2)+Q*A*B
F(3*NL-2)=F(3*NL-2)+Q*A*B
F(3*NI-1)=F(3*NI-1)+Q*A*B**2/3.
F(3*NJ-1)=F(3*NJ-1)+Q*A*B**2/3.
F(3*NK-1)=F(3*NK-1)-Q*A*B**2/3.
F(3*NL-1)=F(3*NL-1)-Q*A*B**2/3.
F(3*NI)=F(3*NI)-Q*A**2*B/3.
F(3*NJ)=F(3*NJ)+Q*A**2*B/3.
F(3*NK)=F(3*NK)+Q*A**2*B/3.
F(3*NL)=F(3*NL)-Q*A**2*B/3.

```

```

457 CONTINUE
RETURN
END

```

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

```

```

CORE REQUIREMENTS FOR CANER
COMMON 2050 VARIABLES 36 PROGRAM 344

```

```

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0028 (HEX)

```

```

END OF COMPILATION

```

```

// DUP

```

```

*STORE WS UA CANER
CART ID 0008 DB ADDR 2A4A DB CNT 001C

```

```

// FOR

```

```

*ONE WORD INTEGERS

```

```

*LIST SOURCE PROGRAM

```

```

SUBROUTINE COVAR
DIMENSION T(12,12),TT(12,12),TF(3,3),FF(3),XK(12,12),XKG(12,12)
COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IR,Q,NRAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NB(100),DIS
IP(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
DO 450 II=1,NELER
IC=0
DO 352 IA=1,12
DO 350 IB=1,12
T(IA,IB)=0
350 TT(IA,IB)=0
T(IA,IA)=1
352 TT(IA,IA)=1
NEC=NEL(II)
NI=N1(II)
NJ=N2(II)
NK=N3(II)
NL=N4(II)
K=0
NC=NI
360 IF(IG(NC)-2)400,365,400
365 IC=1
DIST=ABS(SQRT((XIG(NC)-X(NC))**2+(YIG(NC)-Y(NC))**2))
COSAL=(XIG(NC)-X(NC))/DIST
SENAL=(YIG(NC)-Y(NC))/DIST

```

```

T(3*K+2,3*K+2)=COSAL
T(3*K+3,3*K+3)=COSAL
T(3*K+2,3*K+3)=-SENAL
T(3*K+3,3*K+2)=SENAL
TT(3*K+1,3*K+1)=COSAL**2
TT(3*K+2,3*K+2)=COSAL**2
TT(3*K+3,3*K+3)=COSAL**2-SENAL**2
TT(3*K+1,3*K+2)=SENAL**2
TT(3*K+1,3*K+3)=-2*SENAL*COSAL
TT(3*K+2,3*K+1)=SENAL**2
TT(3*K+2,3*K+3)=2*SENAL*COSAL
TT(3*K+3,3*K+1)=SENAL*COSAL
TT(3*K+3,3*K+2)=-SENAL*COSAL
400 K=K+1
GO TO (405,410,415,420),K
405 NC=NJ
GO TO 360
410 NC=NK
GO TO 360
415 NC=NL
GO TO 360
420 IF(IC)450,450,425
425 READ(1'NEC)JA,JB,JC,JD,JE,((XK(M,N),N=1,12),M=1,12)
DO 430 I=1,12
DO 430 J=1,12
XKG(I,J)=0
DO 430 M=1,12
DO 430 N=1,12
430 XKG(I,J)=XKG(I,J)+T(M,I)*XK(M,N)*T(N,J)
WRITE(1'NEC)JA,JB,JC,JD,JE,((XKG(I,J),J=1,12),I=1,12)
READ(2'NEC)JA,JB,JC,JD,JE,((XK(M,N),M=1,12),N=1,12)
DO 440 I=1,12
DO 440 J=1,12
XKG(I,J)=0
DO 440 M=1,12
DO 440 N=1,12
440 XKG(I,J)=XKG(I,J)+TT(I,M)*XK(M,N)*T(N,J)
WRITE(2'NEC)JA,JB,JC,JD,JE,((XKG(I,J),I=1,12),J=1,12)
450 CONTINUE
DO 445 II=1,NNO
IF(IG(II)+2)445,441,445
441 DIST=SQRT(ABS((XIG(II)-X(II))**2+(YIG(II)-Y(II))**2))
COSAL=(XIG(II)-X(II))/DIST
SENAL=(YIG(II)-Y(II))/DIST
DO 375 IA=1,3
DO 374 IB=1,3
374 TF(IA,IB)=0
375 TF(IA,IA)=1
TF(2,2)=COSAL
TF(3,3)=COSAL
TF(2,3)=-SENAL
TF(3,2)=SENAL
FF(1)=F(3*II-2)
FF(2)=F(3*II-1)
FF(3)=F(3*II)
NINF=3*II-2
NSVP=3*II
DO 390 M=NINF,NSUP

```

```

MM=M-NINF+1
F(M)=0
DO 390 N=1,3
390 F(M)=F(M)+TF(N,MM)*FF(N)
445 CONTINUE
DO 458 JJ=1,NXKT
458 FCO(JJ)=F(JJ)
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR COVAR
COMMON 2050 VARIABLES 1224 PROGRAM 1138

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 04CD (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA COVAR
CART ID 0008 DB ADDR 2A66 DB CNT 004D

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

```

SUBROUTINE KPLAR
DIMENSION XKT(150,30),XK(12,12)
COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,Q,NBAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NB(100),DIS
1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
C MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ DA PLACA
C DETERMINACAO DO NBAND
DO 516 JJ=1,NELER
NDA=(IABS(N4(JJ)-N1(JJ))+1)*3
NDB=(IABS(N4(JJ)-N2(JJ))+1)*3
NDC=(IABS(N4(JJ)-N3(JJ))+1)*3
NCB=(IABS(N3(JJ)-N2(JJ))+1)*3
NCA=(IABS(N3(JJ)-N1(JJ))+1)*3
NBA=(IABS(N2(JJ)-N1(JJ))+1)*3
IF(NDA-NBAND)506,506,505
505 NBAND=NDA
506 IF(NDB-NBAND)508,508,507
507 NBAND=NDB
508 IF(NDC-NBAND)510,510,509
509 NBAND=NDC
510 IF(NCB-NBAND)512,512,511
511 NBAND=NCB
512 IF(NCA-NBAND)514,514,513
513 NRBAND=NCA
514 IF(NBA-NBAND)516,516,515
515 NBAND=NBA
516 CONTINUE
DO 518 II=1,NXKT
DO 518 JJ=1,30
518 XKT(II,JJ)=0

```

```

DO 600 IEL=1,NELER
NEC=NEL(IEL)
READ(1,NEC)NEC,NI,NJ,NK,NL,((XK(M,N),N=1,12),M=1,12)
MI=3*NI-2
MIS=MI+2
MJ=3*NJ-2
MJS=MJ+2
MK=3*NK-2
MKS=MK+2
ML=3*NL-2
MLS=ML+2
MLI=MI
MLIS=MIS
N=0
530 DO 580 L1=MLI,MLIS
N=N+1
K=0
DO 540 MC=MI,MIS
K=K+1
IF(L1-MC)535,535,540
535 NC=MC-L1+1
XKT(L1,NC)=XKT(L1,NC)+XK(N,K)
540 CONTINUE
DO 550 MC=MJ,MJS
K=K+1
IF(L1-MC)545,545,550
545 NC=MC-L1+1
XKT(L1,NC)=XKT(L1,NC)+XK(N,K)
550 CONTINUE
DO 560 MC=MK,MKS
K=K+1
IF(L1-MC)555,555,560
555 NC=MC-L1+1
XKT(L1,NC)=XKT(L1,NC)+XK(N,K)
560 CONTINUE
DO 570 MC=ML,MLS
K=K+1
IF(L1-MC)565,565,570
565 NC=MC-L1+1
XKT(L1,NC)=XKT(L1,NC)+XK(N,K)
570 CONTINUE
580 CONTINUE
GO TO(530,530,585,530,530,590,530,530,595,530,530,600),N
585 MLI=MJ
MLIS=MJS
GO TO 530
590 MLI=MK
MLIS=MKS
GO TO 530
595 MLI=ML
MLIS=MLS
GO TO 530
600 CONTINUE
DO 601 JJ=1,NXKT
601 WRITE(3,JJ)(XKT(JJ,II),II=1,30)
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR KPLAR
COMMON 2050 VARIABLES 9332 PROGRAM 784

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 247A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA KPLAR
CART ID 0008 DB ADDR 2AB3 DB CNT 0030

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCF PROGRAM

SUBROUTINE KELET

DIMENSION D(3,3),DL(3,3),B1(3,6),B2(3,6),B3(3,6),XK(9,9),TR(6,9),T
1D(9,9),XKT(9,9),TT(3,3),RIG(9,9),EK(9,9)

COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,Q,NRAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NB(100),DIS
1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)

IEL=NELER

205 IEL=IEL+1

NFC=NEL(IEL)

NI=N1(IEL)

NJ=N2(IEL)

NM=N3(IEL)

XI=X(NI)

XJ=X(NJ)

XM=X(NM)

YI=Y(NI)

YJ=Y(NJ)

YM=Y(NM)

IF(IEL-NELER-1)201,201,231

231 IF(ITIP(IEL)-ITIP(IEL-1))201,232,201

201 DIST=ABS(SQRT((YJ-YI)**2+(XJ-XI)**2))

COSAL=(XJ-XI)/DIST

SENAL=(YJ-YI)/DIST

XJL=DIST

XML=(XM-XI)*COSAL+(YM-YI)*SENAL

YML=-(XM-XI)*SENAL+(YM-YI)*COSAL

AREA=XJL*YML/2

AI=XJL*YML

BI=-YML

BJ=YML

CI=XML-XJL

CJ=-XML

CM=XJL

C FORMACAO DA MATRIZ DE ELASTICIDADE ORTOTROPICA

D(1,1)=DX

D(1,2)=DV

D(2,1)=DY

D(2,2)=DY

D(3,3)=DXY

```

DO 210 I=1,2
D(I,3)=0
210 D(3,I)=0
C   MATRIZ DE TRANSFORMACAO PARA TENSOES DO SISTEMA GLOBAL PARA O LOCAL
TD(1,1)=COSAL**2
TD(1,2)=SFNAL**2
TD(1,3)=-2*SENAL*COSAL
TD(2,1)=SFNAL**2
TD(2,2)=COSAL**2
TD(2,3)=2*SENAL*COSAL
TD(3,1)=SENAL*COSAL
TD(3,2)=-SENAL*COSAL
TD(3,3)=COSAL**2-SENAL**2
DO 215 II=1,3
DO 215 JJ=1,3
215 TT(II,JJ)=TD(JJ,II)
C   FORMACAO DA MATRIZ DE ELASTICIDADE EM COORDENADAS LOCAIS
DO 230 J=1,3
DO 230 M=1,3
DL(J,M)=0
DO 230 K=1,3
DO 230 L=1,3
230 DL(J,M)=DL(J,M)+TD(J,K)*D(K,L)*TT(L,M)
WRITE(3,219)((DL(KA,KE),KE=1,3),KA=1,3)
219 FORMAT(3E15.6)
C   ELEMENTOS DA MATRIZ B*
B1(1,1)=0
B2(1,1)=0
B3(1,1)=2*BI**2*BJ+BI*BJ**2
B1(2,1)=4*BJ*CI*CM+BJ*CJ*CM
B2(2,1)=BJ*CI*CM
B3(2,1)=2*BJ*CI**2+BJ*CI*CJ
B1(3,1)=-4*BI*BJ*CM-BJ**2*CM
B2(3,1)=-BI*BJ*CM
B3(3,1)=-4*BI*BJ*CI-BJ*(BI*CJ+BJ*CI)
B1(1,2)=-4*BI*BJ*CM
B2(1,2)=-2*BI**2*CM
B3(1,2)=-BI*BJ*CM+2*BI**2*CJ+BI*BJ*CJ
B1(2,2)=CJ**2*CM-CJ*CM**2
B2(2,2)=-CI*CM**2-2*CI**2*CM+CI*CJ*CM
B3(2,2)=2*CI**2*CJ+CI*CJ**2-CI*CJ*CM
B1(3,2)=4*BJ*CI*CM-BJ*CM*(CJ-CM)
B2(3,2)=4*BI*CI*CM-BI*CM*(CJ-CM)
B3(3,2)=-4*BI*CI*CJ-(CJ-CM)*(BI*CJ+BJ*CI)
B1(1,3)=0
B2(1,3)=0
B3(1,3)=-2*BI*BJ**2-BI**2*BJ
B1(2,3)=-BI*CJ*CM
B2(2,3)=-4*BI*CJ*CM-BI*CM*CI
B3(2,3)=-2*BI*CJ**2-BI*CI*CJ
B1(3,3)=BI*BJ*CM
B2(3,3)=4*BI*BJ*CM-BI**2*CM
B3(3,3)=4*BI*BJ*CJ+BI*(BJ*CI+BI*CJ)
B1(1,4)=2*BJ**2*CM
B2(1,4)=4*BI*BJ*CM
B3(1,4)=-2*BJ**2*CI-BI*BJ*CI+BI*BJ*CM
B1(2,4)=2*CJ**2*CM+CJ*CM**2-CJ*CM*CI
B2(2,4)=CM**2*CI-CM*CI**2

```

```

B3(2,4)=-CJ*CI**2-2*CJ**2*CI+CI*CJ*CM
B1(3,4)=-4*BJ*CJ*CM-BJ*CM*(CM-CI)
B2(3,4)=-4*BI*CJ*CM-BI*CM*(CM-CI)
B3(3,4)=4*BJ*CJ*CI-(CM-CI)*(BJ*CI+BI*CJ)
B1(1,5)=0
B2(1,5)=0
B3(1,5)=BI**2*BJ-BI*BJ**2
B1(2,5)=-2*BJ*CM**2-RJ*CM*CJ+BI*CM*CJ
B2(2,5)=-BJ*CM*CI+2*BI*CM**2+BI*CM*CI
B3(2,5)=-4*BJ*CM*CI-BJ*CI*CJ+4*BI*CM*CJ+BI*CI*CJ
B1(3,5)=-BJ*CM*(BI-BJ)
B2(3,5)=-BI*CM*(BI-BJ)
B3(3,5)=(BJ-BI)*(BI*CJ-BJ*CI)
B1(1,6)=0
B2(1,6)=0
B3(1,6)=-BI*BJ*CJ+BI*BJ*CI
B1(2,6)=-CM*CJ**2-2*CM**2*CJ+CI*CJ*CM
B2(2,6)=2*CM**2*CI+CM*CI**2-CI*CJ*CM
B3(2,6)=CI**2*CJ-CI*CJ**2
B1(3,6)=-BJ*CM*(CI-CJ)
B2(3,6)=BI*CM*(CJ-CI)
B3(3,6)=4*CM*(BI*CJ-BJ*CI)+(CJ-CI)*(BI*CJ+BJ*CI)
C
CALCULO DA MATRIZ K* DO ELEMENTO NO SISTEMA LOCAL
X2=(XJL**3*YML+XJL**2*XML*YML+XJL*XML**2*YML)/12
Y2=(XJL*YML**3)/12
XY=(XJL**2*YML**2+2*XJL*XML*YML**2)/24
XINT=(XJL**2*YML+XJL*XML*YML)/6.
YINT=(XJL*YML**2)/6.
XLI2=(AI**2*AREA+BI**2*X2+CI**2*Y2+2*AI*BI*XINT+2*AI*CI*YINT+2*BI*
1CI*XY)/(64*AREA**6)
XLJ2=(BJ**2*X2+CJ**2*Y2+2*BJ*CJ*XY)/(64*AREA**6)
XLM2=(CM**2*Y2)/(64*AREA**6)
XLILJ=(AI*BJ*XINT+AI*CJ*YINT+BI*BJ*X2+BI*CJ*XY+CI*BJ*XY+CI*CJ*Y2)/
1(64*AREA**6)
XLILM=(AI*CM*YINT+BI*CM*XY+CI*CM*Y2)/(64*AREA**6)
XLJLM=(BJ*CM*XY+CJ*CM*Y2)/(64*AREA**6)
DO 240 I=1,6
DO 240 J=1,6
XK(I,J)=0
DO 240 M=1,3
DO 240 N=1,3
240 XK(I,J)=XK(I,J)+(B1(M,I)*B1(N,J)*XLI2+B2(M,I)*B2(N,J)*XLJ2+B3(M,I)
1*B3(N,J)*XLM2+(B1(M,I)*B2(N,J)+B1(N,J)*B2(M,I))*XLILJ+(B2(M,I)*B3(
1N,J)+B2(N,J)*B3(M,I))*XLJLM+(B1(M,I)*B3(N,J)+B1(N,J)*B3(M,I))*XLIL
1M)*DL(M,N)
C
MATRIZ DE TRANSFORMACAO TR DE DESLOCAMENTOS TOTAIS PARA RELATI
C
VOS DO ELEMENTO
DO 250 I=1,6
DO 250 J=1,9
250 TR(I,J)=0
DO 265 J=1,7,3
GO TO(252,265,265,256,265,265,258),J
252 G=-CI/(2*AREA)
H=BI/(2*AREA)
GO TO 260
256 G=-CJ/(2*AREA)
H=BJ/(2*AREA)
GO TO 260

```

```

258 G=-CM/(2*AREA)
      H=0
260 DO 262 I=1,5,2
262 TR(I,J)=G
      DO 264 I=2,6,2
264 TR(I,J)=H
265 CONTINUE
      TR(1,2)=1,
      TR(2,3)=1.
      TR(3,5)=1.
      TR(4,6)=1.
      TR(5,8)=1.
      TR(6,9)=1.
C     TRANSFORMACAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA RELATIVO PARA O
C     TOTAL XKT = TR-T*XK* TR
      DO 270 I=1,9
      DO 270 J=1,9
      XKT(I,J)=0
      DO 270 M=1,6
      DO 270 N=1,6
270 XKT(I,J)=XKT(I,J)+TR(M,I)*XK(M,N)*TR(N,J)
C     FORMACAO DA MATRIZ DE TRANSFORMACAO DE DESLOCAMENTOS EM COORDENA-
C     DAS GLOBAIS PARA LOCAIS TD
      DO 280 I=1,9
      DO 280 J=1,9
280 TD(I,J)=0
      DO 290 II=1,3
      TD(3*II-2,3*II-2)=1.
      TD(3*II-1,3*II-1)=COSAL
      TD(3*II,3*II)=COSAL
      TD(3*II-1,3*II)=SENAL
290 TD(3*II,3*II-1)=-SENAL
C     FORMACAO DA MATRIZ TT INVERSA DA MATRIZ DE TRANSFORMACAO DE
C     TENSOES TD
      TT(1,1)=COSAL**2
      TT(1,2)=SENAL**2
      TT(1,3)=2*SENAL*COSAL
      TT(2,1)=SENAL**2
      TT(2,2)=COSAL**2
      TT(2,3)=-2*SENAL*COSAL
      TT(3,1)=-SENAL*COSAL
      TT(3,2)=SENAL*COSAL
      TT(3,3)=COSAL**2-SENAL**2
C     TRANSFORMACAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DE COORDENADAS LOCAIS PARA
C     GLOBAIS RIG = TD-T * XKT * TD
      DO 300 I=1,9
      DO 300 J=1,9
      RIG(I,J)=0
      DO 300 M=1,9
      DO 300 N=1,9
300 RIG(I,J)=RIG(I,J)+TD(M,I)*XKT(M,N)*TD(N,J)
232 WRITE(1'NEC)NEC,NI,NJ,NM,((RIG(M,N),N=1,9),M=1,9)
C     FORMACAO DA MATRIZ DE TENSOES
      IF(IEL-NELER-1)305,306,305
305 IF(ITIP(IEL)-ITIP(IEL-1))306,355,306
306 DO 400 LL=1,3
      GO TO (315,320,325),LL
315 DO 317 I=1,3

```



```

DO 317 J=1,6
XK(I,J)=0
DO 317 M=1,3
317 XK(I,J)=XK(I,J)+DL(I,M)*B1(M,J)/(4*AREA**2)
GO TO 330
320 DO 322 I=1,3
DO 322 J=1,6
XK(I,J)=0
DO 322 M=1,3
322 XK(I,J)=XK(I,J)+DL(I,M)*B2(M,J)/(4*AREA**2)
GO TO 330
325 DO 327 I=1,3
DO 327 J=1,6
XK(I,J)=0
DO 327 M=1,3
327 XK(I,J)=XK(I,J)+DL(I,M)*B3(M,J)/(4*AREA**2)
330 DO 333 I=1,3
DO 333 J=1,9
XKT(I,J)=0
DO 333 M=1,6
333 XKT(I,J)=XKT(I,J)+XK(I,M)*TR(M,J)
DO 335 I=1,3
DO 335 J=1,9
IK=I+3*(LL-1)
EK(IK,J)=0
DO 335 M=1,3
DO 335 N=1,9
335 EK(IK,J)=EK(IK,J)+TT(I,M)*XKT(M,N)*TD(N,J)
400 CONTINUE
355 WRITE(2,'NEC)NI,NJ,NM,((EK(M,N),N=1,9),M=1,9)
IF(IEL-NELE-NELET)205,391,391
391 IB=1
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR KELET
COMMON 2050 VARIABLES 1194 PROGRAM 3826

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 04BD (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA KELET
CART ID 0008 DB ADDR 2AE3 DB CNT 011E

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE CANET

```

DIMENSION R(9),S(9),TD(9,9)
COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,Q,NBAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NB(100),DIS
1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
NELI=NELER+1
NELS=NELER+NELET
DO 500 ICA=NELI,NELS
NI=N1(ICA)
NJ=N2(ICA)
NM=N3(ICA)
XI=X(NI)
XJ=X(NJ)
XM=X(NM)
YI=Y(NI)
YJ=Y(NJ)
YM=Y(NM)
DIST=ABS(SQRT((YJ-YI)**2+(XJ-XI)**2))
COSAL=(XJ-XI)/DIST
SENAL=(YJ-YI)/DIST
XJL=DIST
XML=(XM-XI)*COSAL+(YM-YI)*SENAL
YML=-(XM-XI)*SENAL+(YM-YI)*COSAL
AREA=XJL*YML/2
AI=XJL*YML
BI=-YML
BJ=YML
CI=XML-XJL
CJ=-XML
CM=XJL
IF(ABS(XJL-XML)-1.)462,462,463
462 X3=XML**4*YML/5.
X2Y=XML**3*YML**2/10.
XY2=XML**2*YML**3/15.
GO TO 465
463 X3=(YML/(XML-XJL))*(XJL*XML**4-XJL**5)/20.
X2Y=(YML/(XML-XJL))**2*(XJL**5/60.+XML**5/15.-XJL*XML**4/12.)-XML*
1*3*YML**2/15.
XY2=(YML/(XML-XJL))**3*(XML**5/10.-XML**4*XJL/4.+XML**3*XJL**2/6.-
1XJL**5/60.)-XML**2*YML**3/10.
465 XINT=(XJL**2*YML+XJL*XML*YML)/6.
YINT=(XJL*YML**2)/6.
XY=(XJL**2*YML**2+2*XJL*XML*YML**2)/24.
X2=(XJL**3*YML+XJL**2*XML*YML+XJL*XML**2*YML)/12.
Y2=(XJL*YML**3)/12.
Y3=(XJL*YML**4)/20.
AR=8*AREA**3
XLI=(AI*AREA+BI*XINT+CI*YINT)/(2*AREA)
XLJ=(BJ*XINT+CJ*YINT)/(2*AREA)
XLM=(CM*YINT)/(2*AREA)
XLIJM=(AI*BJ*CM*XY+BI*BJ*CM*X2Y+(CI*BJ*CM+BI*CJ*CM)*XY2+AI*CJ*CM*Y
12+CI*CJ*CM*Y3)/AR
XLI2J=(AI**2*BJ*XINT+BI**2*BJ*X3+(CI**2*BJ+2*BI*CI*CJ)*XY2+2*AI*BI
1*BJ*X2+(2*AI*CI*BJ+2*AI*BI*CJ)*XY+(2*BI*BJ*CI+BI**2*CJ)*X2Y+AI**2*
1CJ*YINT+CI**2*CJ*Y3+2*AI*CI*CJ*Y2)/AR
XLI2M=(AI**2*CM*YINT+BI**2*CM*X2Y+CI**2*CM*Y3+2*AI*BI*CM*XY+2*AI*C
1I*CM*Y2+2*BI*CI*CM*XY2)/AR
XLJ2I=(AI*BJ**2*X2+2*AI*BJ*CJ*XY+AI*CJ**2*Y2+BI*BJ**2*X3+(2*BI*BJ*
1CJ+BJ**2*CI)*X2Y+(BI*CJ**2+2*BJ*CI*CJ)*XY2+CI*CJ**2*Y3)/AR

```

```

XLJ2M=(BJ**2*CM*X2Y+2*BJ*CJ*CM*XY2+CJ**2*CM*Y3)/AR
XLM2I=(AI*CM**2*Y2+RI*CM**2*XY2+CI*CM**2*Y3)/AR
XLM2J=(BJ*CM**2*XY2+CJ*CM**2*Y3)/AR
C  NODAIS EQUIVALENTES EM COORDENADAS LOCAIS
S(1)=(XLI+XLI2M+XLI2J-XLJ2I-XLM2I)*Q
S(2)=(RJ*(XLI2M+XLIJM/2.))*Q
S(3)=(-CM*(XLI2J+XLIJM/2.))+CJ*(XLI2M+XLIJM/2.))*Q
S(4)=(XLJ+XLJ2M+XLJ2I-XLI2J-XLM2J)*Q
S(5)=(-BI*(XLJ2M+XLIJM/2.))*Q
S(6)=(-CI*(XLJ2M+XLIJM/2.))+CM*(XLJ2I+XLIJM/2.))*Q
S(7)=(XLM+XLM2I+XLM2J-XLI2M-XLJ2M)*Q
S(8)=(-BJ*(XLM2I+XLIJM/2.))+BI*(XLM2J+XLIJM/2.))*Q
S(9)=(-CJ*(XLM2I+XLIJM/2.))+CI*(XLM2J+XLIJM/2.))*Q
C  MATRIZ DE TRANSFORMACAO PARA COORDENADAS GLOBAIS
DO 450 I=1,9
DO 450 J=1,9
450 TD(I,J)=0
DO 460 II=1,3
TD(3*II-2,3*II-2)=1.
TD(3*II-1,3*II-1)=COSAL
TD(3*II,3*II)=COSAL
TD(3*II-1,3*II)=SENAL
460 TD(3*II,3*II-1)=-SENAL
C  TRANSFORMACAO DA MATRIZ DE FORCAS PARA COORDENADAS GLOBAIS
DO 470 I=1,9
R(I)=0
DO 470 M=1,9
470 R(I)=R(I)+TD(M,I)*S(M)
C  FORMACAO DO VETOR DE FORCAS NODAIS
F(3*NI-2)=F(3*NI-2)+R(1)
F(3*NI-1)=F(3*NI-1)+R(2)
F(3*NI)=F(3*NI)+R(3)
F(3*NJ-2)=F(3*NJ-2)+R(4)
F(3*NJ-1)=F(3*NJ-1)+R(5)
F(3*NJ)=F(3*NJ)+R(6)
F(3*NM-2)=F(3*NM-2)+R(7)
F(3*NM-1)=F(3*NM-1)+R(8)
F(3*NM)=F(3*NM)+R(9)
500 CONTINUE
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR CANET
COMMON 2050 VARIABLES 326 PROGRAM 1710

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0164 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA CANET
CART ID 0008 , DB ADDR 2C01 DB CNT 008A

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCE PROGRAM

```

SUBROUTINE COVAT
DIMENSION T(9,9),TT(9,9),TF(3,3),FF(3),XK(9,9),XKG(9,9)
COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,3,NRAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NRW(50),NRX(50),NRY(50),NR(100),DIS
IP(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
NELI=NELER+1
NELS=NELER+NELET
DO 440 II=NELI,NELS
IC=0
DO 372 IA=1,9
DO 371 IB=1,9
T(IA,IB)=0
371 TT(IA,IB)=0
T(IA,IA)=1
372 TT(IA,IA)=1
NEC=NEL(II)
NI=N1(II)
NJ=N2(II)
NK=N3(II)
K=0
NC=NI
380 IF(IG(NC)-2)400,385,400
385 IC=1
DIST=SQRT(ABS((XIG(NC)-X(NC))**2+(YIG(NC)-Y(NC))**2))
COSAL=(XIG(NC)-X(NC))/DIST
SENAL=(YIG(NC)-Y(NC))/DIST
T(3*K+2,3*K+2)=COSAL
T(3*K+3,3*K+3)=COSAL
T(3*K+2,3*K+3)=-SENAL
T(3*K+3,3*K+2)=SENAL
TT(3*K+1,3*K+1)=COSAL**2
TT(3*K+2,3*K+2)=COSAL**2
TT(3*K+3,3*K+3)=COSAL**2-SENAL**2
TT(3*K+1,3*K+2)=SENAL**2
TT(3*K+1,3*K+3)=-2*SENAL*COSAL
TT(3*K+2,3*K+1)=SENAL**2
TT(3*K+2,3*K+3)=2*SENAL*COSAL
TT(3*K+3,3*K+1)=SENAL*COSAL
TT(3*K+3,3*K+2)=-SENAL*COSAL
400 K=K+1
GO TO (405,410,415),K
405 NC=NJ
GO TO 380
410 NC=NK
GO TO 380
415 IF(IC)440,440,425
425 READ(1'NEC)JA,JB,JC,JD,((XK(M,N),N=1,9),M=1,9)
DO 430 I=1,9
DO 430 J=1,9
XKG(I,J)=0
DO 430 M=1,9
DO 430 N=1,9
430 XKG(I,J)=XKG(I,J)+T(M,I)*XK(M,N)*T(N,J)
WRITE(1'NEC)JA,JB,JC,JD,((XKG(I,J),J=1,9),I=1,9)
READ(2'NEC)JA,JB,JC,((XK(M,N),N=1,9),M=1,9)
DO 435 I=1,9
```

```

DO 435 J=1,9
XKG(I,J)=0
DO 435 M=1,9
DO 435 N=1,9
435 XKG(I,J)=XKG(I,J)+TT(I,M)*XK(M,N)*T(N,J)
WRITE(2'NEC)JA,JB,JC,((XKG(I,J),J=1,9),I=1,9)
440 CONTINUE
IF(NELER)437,437,369
437 DO 445 II=1,NNO
IF(IG(II)-2)445,441,445
441 DIST=SQRT(ABS((XIG(II)-X(II))**2+(YIG(II)-Y(II))**2))
COSAL=(XIG(II)-X(II))/DIST
SENAL=(YIG(II)-Y(II))/DIST
DO 375 IA=1,3
DO 374 IB=1,3
374 TF(IA,IB)=0
375 TF(IA,IA)=1
TF(2,2)=COSAL
TF(3,3)=COSAL
TF(2,3)=-SENAL
TF(3,2)=SENAL
FF(1)=F(3*II-2)
FF(2)=F(3*II-1)
FF(3)=F(3*II)
NINF=3*II-2
NSUP=3*II
DO 390 M=NINF,NSUP
MM=M-NINF+1
F(M)=0
DO 390 N=1,3
390 F(M)=F(M)+TF(N,MM)*FF(N)
445 CONTINUE
DO 446 JJ=1,NXKT
446 FCO(JJ)=F(JJ)
369 RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR COVAT
COMMON 2050 VARIABLES 720 PROGRAM 1130

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 02D5 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA COVAT
CART ID 0008 DB ADDR 2C8B DB CNT 004D

// FOR

```

*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE KPLAT
  DIMENSION XKT(150,30),XK(9,9)
  COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,Q,NBAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NR(100),DIS
1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
C
  DETERMINACAO DO NBAND
  NELI=NELER+1
  NELS=NELER+NELET
  DO 508 JJ=NELI,NELS
  NA=(IARS(N1(JJ)-N2(JJ))+1)*3
  NBD=(IABS(N1(JJ)-N3(JJ))+1)*3
  NC=(IARS(N2(JJ)-N3(JJ))+1)*3
  IF(NA-NBAND)504,504,503
503 NBAND=NA
504 IF(NBD-NBAND)506,506,505
505 NBAND=NBD
506 IF(NC-NBAND)508,508,507
507 NBAND=NC
508 CONTINUE
  IF(NELER)512,512,513
512 DO 509 II=1,NXKT
  DO 509 JJ=1,NBAND
509 XKT(II,JJ)=0
  GO TO 516
513 DO 514 MA=1,NXKT
514 READ(3'MA')(XKT(MA,II),II=1,NBAND)
516 DO 600 IEL=NELI,NELS
  NEC=NEL(IEL)
  READ(1'NEC)NEC,NI,NJ,NM,((XK(M,N),N=1,9),M=1,9)
  MI=3*NI-2
  MIS=MI+2
  MJ=3*NJ-2
  MJS=MJ+2
  MM=3*NM-2
  MMS=MM+2
  MLI=MI
  MLIS=MIS
  N=0
540 DO 580 L1=MLI,MLIS
  N=N+1
  K=0
  DO 550 MC=MI,MIS
  K=K+1
  IF(L1-MC)545,545,550
545 NC=MC-L1+1
  XKT(L1,NC)=XKT(L1,NC)+XK(N,K)
550 CONTINUE
  DO 560 MC=MJ,MJS
  K=K+1
  IF(L1-MC)555,555,560
555 NC=MC-L1+1
  XKT(L1,NC)=XKT(L1,NC)+XK(N,K)
560 CONTINUE
  DO 570 MC=MM,MMS
  K=K+1
  IF(L1-MC)565,565,570

```

```

565 NC=MC-L1+1
    XKT(L1,NC)=XKT(L1,NC)+XK(N,K)
570 CONTINUE
580 CONTINUE
    GO TO(540,540,585,540,540,590,540,540,600),N
585 MLI=MJ
    MLIS=MJS
    GO TO 540
590 MLI=MM
    MLIS=MMS
    GO TO 540
600 CONTINUE
    DO 601 JJ=1,NXKT
601 WRITE(3'JJ')(XKT(JJ,II),II=1,NBAND)
    RETURN
    END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR KPLAT
COMMON 2050 VARIABLES 9196 PROGRAM 628

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 23F1 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA KPLAT
CART ID 0008 DB ADDR 2CD8 DB CNT 0027

// .FOR

```

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
    SUBROUTINE RCCOT
    DIMENSION XKT(150,30),KTRO(30),XK(1,150)
    COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IR,0,NBAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NRX(50),NBY(50),NR(100),DIS
1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
    DO 608 LL=1,NXKT
608 READ(3'LL')(XKT(LL,J),J=1,NBAND)
    IR=0
    DO 610 II=1,NNO
    IF(NBW(II))612,612,613
613 IB=IB+1
    NB(IB)=3*II-2
612 IF(NBX(II))614,614,615
615 IB=IB+1
    NB(IR)=3*II-1
614 IF(NBY(II))610,610,617
617 IR=IR+1
    NB(IR)=3*II
610 CONTINUE
    IF(IB)618,618,621
618 WRITE(3,611)
611 FORMAT(' ERRO NAS CONDIC0ES DE CONTORNO ')
621 DO 620 II=1,IB

```

```

        MB=NB(II)
        DO 623 JJ=1,NXKT
623     XK(1,JJ)=0
        DO 625 JJ=1,NBAND
        MBI=NB(II)+JJ-1
        IF(MBI-NXKT)624,624,625
624     XK(1,MBI)=XKT(MB,JJ)
625     CONTINUE
        NBAN=NBAND-1
        DO 628 JJ=1,NBAN
        MBI=NB(II)-JJ
        IF(MBI-1)628,616,616
616     XK(1,MBI)=XKT(MBI,JJ+1)
628     CONTINUE
        WRITE(4,II)(XK(1,JJ),JJ=1,NXKT)
620     CONTINUE
C     COMPACTACAO DAS COLUNAS
        DO 690 II=1,NXKT
        DO 632 M=1,NBAND
632     KTRO(M)=0
        IIFI=II+NBAND-1
        K=0
        NDES=0
        DO 640 J=1,IR
        IF(NB(J)-II)640,630,630
630     IF(NB(J)-IIFI)635,635,640
635     NCO=NB(J)-II+1
        K=K+1
        KTRO(K)=NCO
        NDES=NDES+1
640     CONTINUE
        IF(K-1)690,642,641
642     NDIF=NBAND-KTRO(1)
        IF(NDIF)646,646,644
644     DO 643 NE=1,NDIF
        NEA=KTRO(1)+NE
        NEAI=KTRO(1)+NE-1
643     XKT(II,NEAI)=XKT(II,NEA)
646     XKT(II,NBAND)=0
        GO TO 690
641     K1=K-1
        L=0
        DO 660 M=1,K1
        MM=M+1
        L=L+1
        NDIF=KTRO(MM)-KTRO(M)-1
        IF(NDIF)645,660,645
645     DO 650 N=1,NDIF
        NINF=KTRO(M)+N-L
        NSUP=KTRO(M)+N
650     XKT(II,NINF)=XKT(II,NSUP)
660     CONTINUE
        NDIF=NBAND-KTRO(K)
        IF(NDIF)680,680,670
670     L=L+1
        DO 675 N=1,NDIF
        NINF=KTRO(K)+N-L
        NSUP=KTRO(K)+N

```



```

675 XKT(II,NINF)=XKT(II,NSUP)
680 NINF=NBAND-NDES+1
    DO 685 JJ=NINF,NBAND
685 XKT(II,JJ)=0
690 CONTINUE
C   COMPACTACAO DAS LINHAS
    NIB=IB-1
    K=0
    DO 740 I=1,NIB
    K=K+1
    II=I+1
    NLI=NB(II)-NB(I)-1
    IF(NLI)726,740,727
727 DO 741 J=1,NLI
    NINF=NB(I)-K+J
    NSUP=NB(I)+J
    F(NINF)=F(NSUP)
    DO 728 L=1,NBAND
728 XKT(NINF,L)=XKT(NSUP,L)
741 CONTINUE
740 CONTINUE
    GO TO 729
726 WRITE(3,611)
729 NLI=NXXT-NR(IB)
    IF(NLI)736,736,732
732 K=K+1
    DO 735 J=1,NLI
    NINF=NB(IB)-K+J
    NSUP=NB(IB)+J
    F(NINF)=F(NSUP)
    DO 733 L=1,NBAND
733 XKT(NINF,L)=XKT(NSUP,L)
735 CONTINUE
736 NXX1=NXXT-IB
    DO 750 LL=1,NXX1
750 WRITE(3,LL)(XKT(LL,JJ),JJ=1,NBAND)
    RETURN
    END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR RCCOT
COMMON 2050 VARIABLES 9358 PROGRAM 1074

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 24A5 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA: RCCOT
CART ID 0008 DB ADDR 2CFF DB CNT 0043

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

```
SUBROUTINE HGAUT
  DIMENSION XKT(150,30)
  COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,Q,NBAND,N1(72),N2
  1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NB(100),DIS
  1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
  DO 760 LL=1,NXK1
760 READ(3'LL')(XKT(LL,JJ),JJ=1,NBAND)
C TRIANGULARIZACAO DO SISTEMA
  NXKT=NXK1-1
  DO 780 JJ=1,NXKT
  K=0
  DO 778 II=2,NBAND
  M=JJ+II-1
  IF(M-NXK1)765,765,778
765 K=K+1
  FATOR=XKT(JJ,II)/XKT(JJ,1)
  DO 775 NN=1,NBAND
  NY=NN+K
  IF(NY-NBAND)770,770,775
770 XKT(M,NN)=XKT(M,NN)-XKT(JJ,NY)*FATOR
775 CONTINUE
  F(M)=F(M)-F(JJ)*FATOR
778 CONTINUE
780 CONTINUE
C RESOLUCAO DO SISTEMA
  DISP(NXK1)=F(NXK1)/XKT(NXK1,1)
  NBAN=NBAND-1
  K=0
  DO 790 II=1,NXKT
  JJ=NXK1-II
  K=K+1
  IF(K-NBAN)785,785,782
782 K=NBAN
785 SUM=0
  DO 788 M=1,K
  MM=JJ+M
788 SUM=SUM+XKT(JJ,M+1)*DISP(MM)
790 DISP(JJ)=(F(JJ)-SUM)/XKT(JJ,1)
  RETURN
  END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR HGAUT
COMMON 2050 VARIABLES 9016 PROGRAM 308

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 233C (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA HGAUT
CART ID 0008 DB ADDR 2D42 DB CNT 0015

// FCR

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

SUBROUTINE REDET

COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,Q,NBAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NRX(50),NBY(50),NB(100),DIS
1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)

NTRO=0

NXKT=NXK1+IB

DO 800 J=1,NXKT

800 F(J)=0

NIB=IB-1

DO 820 I=1,NIB

II=I+1

NLI=NB(II)-NB(I)-1

IF(NLI)820,820,810

810 DO 815 L=1,NLI

NN=NB(I)+L

ND=NTRO+L+NB(1)-1

815 F(NN)=DISP(ND)

NTRO=NTRO+NLI

820 CONTINUE

IF(NB(1)-1)835,835,825

825 NS=NB(1)-1

DO 830 I=1,NS

830 F(I)=DISP(I)

835 IF(NXKT-NB(1R))850,850,840

840 NDIF=NXKT-NB(1B)

DO 845 J=1,NDIF

NX=NB(1B)+J

ND=NXK1-NDIF+J

845 F(NX)=DISP(ND)

850 DO 855 I=1,NXKT

855 DISP(I)=F(I)

RETURN

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR REDET

COMMON 2050 VARIABLES 16 PROGRAM 278

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0012 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA REDET

CART ID 0008 DB ADDR 2D57 DB CNT 0012

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

SUBROUTINE SAPLA

```

DIMENSION PW(1),PX(1),PY(1),XK(12,150),EK(12,12),SNX(50),SNY(50),S
1NXY(50),MDS(50),PWC(50),PXC(50),PYC(50),XD(9)
COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IB,Q,NBAND,N1(72),N2
1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NB(100),DIS
1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)

```

C DESLOCAMENTOS

```

21 FORMAT(1H0,10X,' RESULTADOS DO PROBLEMA ')
22 FORMAT(1H0,10X,' DESLOCAMENTOS NODAIS ')
24 FORMAT(1H0,3X,'NO DO NO',11X,'W(CM)',12X,'THETA-X(RAD)',10X,'THETA
1-Y(RAD)')
25 FORMAT( 5X,I2,8X,E13.6,2(10X,E13.6))
26 FORMAT(1H0,10X,'MOMENTOS NOS NOS')
27 FORMAT(1H0,2X,'NO ELEM',2X,'NO NO',10X,'MX(TF*CM)',13X,'MY(TF*CM)'
1,12X,'MXY(TF*CM)')
28 FORMAT( 4X,I2,7X,I2,3(10X,E13.6))
29 FORMAT(1H0,4X,'NO NO',13X,'FZ',21X,'MX',21X,'MY')
30 FORMAT(5X,I2,10X,E13.6,10X,E13.6,10X,E13.6)
31 FORMAT(1H0,'ESFORÇOS NODAIS NO CONTORNO')
33 FORMAT(1H0,10X,'MOMENTOS MEDIOS NOS NOS')
34 FORMAT(1H0,3X,'NO NO',16X,'MX',20X,'MY',22X,'MXY')
35 FORMAT(6X,I2,3E23.6)
36 FORMAT(1H0,6X,'REACOES NODAIS')
WRITE(3,21)
WRITE(3,22)
WRITE(3,24)
DO 900 I=1,NNO
IW=3*I-2
IX=3*I-1
IY=3*I

```

900 WRITE(3,25)I,DISP(IW),DISP(IX),DISP(IY)

C MOMENTOS NOS NOS

```

WRITE(3,26)
WRITE(3,27)
DO 905 MM=1,NNO
SNX(MM)=0
SNY(MM)=0
SNXY(MM)=0
905 MDS(MM)=0
NELI=NELER+1
NELS=NELER+NELET
IF(NELER)907,907,906
906 DO 950 II=1,NELER
NEC=NEL(II)
READ(2'NEC)NEC,NI,NJ,NK,NL,((EK(J,M),J=1,12),M=1,12)
XK(1,1)=DISP(3*NI-2)
XK(2,1)=DISP(3*NI-1)
XK(3,1)=DISP(3*NI)
XK(4,1)=DISP(3*NJ-2)
XK(5,1)=DISP(3*NJ-1)
XK(6,1)=DISP(3*NJ)
XK(7,1)=DISP(3*NK-2)
XK(8,1)=DISP(3*NK-1)
XK(9,1)=DISP(3*NK)
XK(10,1)=DISP(3*NL-2)
XK(11,1)=DISP(3*NL-1)
XK(12,1)=DISP(3*NL)
DO 940 JJ=1,4

```

```

NINF=3*JJ-2
NSUP=3*JJ
DO 910 KK=NINF,NSUP
F(KK)=0
DO 910 LL=1,12
910 F(KK)=F(KK)+EK(KK,LL)*XK(LL,1)
GO TO (915,920,925,930),JJ
915 WRITE(3,28)NEC,NI,(F(N),N=1,3)
NN=NI
GO TO 935
920 WRITE(3,28)NEC,NJ,(F(N),N=4,6)
NN=NJ
GO TO 935
925 WRITE(3,28)NEC,NK,(F(N),N=7,9)
NN=NK
GO TO 935
930 WRITE(3,28)NEC,NL,(F(N),N=10,12)
NN=NL
935 SNX(NN)=SNX(NN)+F(3*JJ-2)
SNY(NN)=SNY(NN)+F(3*JJ-1)
SNXY(NN)=SNXY(NN)+F(3*JJ)
MDS(NN)=MDS(NN)+1
940 CONTINUE
950 CONTINUE
907 IF(NELET)909,909,908
908 DO 951 IEL=NELI,NELS
NEC=NEL(IEL)
READ(2'NEC)NI,NJ,NM,((XK(M,N),N=1,9),M=1,9)
XD(1)=DISP(3*NI-2)
XD(2)=DISP(3*NI-1)
XD(3)=DISP(3*NI)
XD(4)=DISP(3*NJ-2)
XD(5)=DISP(3*NJ-1)
XD(6)=DISP(3*NJ)
XD(7)=DISP(3*NM-2)
XD(8)=DISP(3*NM-1)
XD(9)=DISP(3*NM)
DO 941 II=1,3
GO TO (916,921,926),II
916 NN=NI
GO TO 931
921 NN=NJ
GO TO 931
926 NN=NM
931 DO 936 MM=1,3
MT=MM+3*(II-1)
F(MM)=0
DO 936 LL=1,9
936 F(MM)=F(MM)+XK(MT,LL)*XD(LL)
WRITE(3,28)NEC,NN,(F(I),I=1,3)
SNX(NN)=SNX(NN)+F(1)
SNY(NN)=SNY(NN)+F(2)
SNXY(NN)=SNXY(NN)+F(3)
MDS(NN)=MDS(NN)+1
941 CONTINUE
951 CONTINUE
C MOMENTOS MEDIOS NOS NOS
909 WRITE(3,33)

```

```

WRITE(3,34)
DO 945 LL=1,NNO
SNX(LL)=SNX(LL)/MDS(LL)
SNY(LL)=SNY(LL)/MDS(LL)
945 SNXY(LL)=SNXY(LL)/MDS(LL)
WRITE(3,35)(NN,SNX(NN),SNY(NN),SNXY(NN),NN=1,NNO)
C. FORCAS NO CONTORNO
WRITE(3,31)
WRITE(3,29)
IC=0
DO 980 II=1,NNO
IN=0
PW(1)=0
PX(1)=0
PY(1)=0
IF(NBW(II))964,964,960
960 IC=IC+1
IN=IN+1
READ(4,IC)(XK(1,N),N=1,NXKT)
DO 962 IW=1,NXKT
962 PW(1)=PW(1)+XK(1,IW)*DISP(IW)
964 IF(NBX(II))970,970,966
966 IC=IC+1
IN=IN+1
READ(4,IC)(XK(1,N),N=1,NXKT)
DO 968 IX=1,NXKT
968 PX(1)=PX(1)+XK(1,IX)*DISP(IX)
970 IF(NBY(II))972,972,974
972 IF(IN)980,980,978
974 IC=IC+1
READ(4,IC)(XK(1,N),N=1,NXKT)
DO 976 IY=1,NXKT
976 PY(1)=PY(1)+XK(1,IY)*DISP(IY)
978 WRITE(3,30)II,PW(1),PX(1),PY(1)
PWC(II)=PW(1)-FCO(3*II-2)
PXC(II)=PX(1)-FCO(3*II-1)
PYC(II)=PY(1)-FCO(3*II)
980 CONTINUE
WRITE(3,36)
WRITE(3,29)
WRITE(3,30)(IJ,PWC(IJ),PXC(IJ),PYC(IJ),IJ=1,NNO)
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR SAPLA
COMMON 2050 VARIABLES 4608 PROGRAM 1756

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 12EF (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA SAPLA

// FOR

*IOCS(1132 PRINTER,DISK,2501 READER)

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

*NAMEHEPLA

```

    DIMENSION NOF(50)
    COMMON DX,DY,DXY,DV,NNO,NELER,NELET,NXKT,NXK1,IR,Q,NBAND,N1(72),N2
    1(72),N3(72),N4(72),X(50),Y(50),NBW(50),NBX(50),NBY(50),NB(100),DIS
    1P(150),F(150),FCO(150),NEL(72),ITIP(72),IG(50),XIG(50),YIG(50)
    DEFINE FILE 1(72,300,U,NARA),2(72,300,U,NARE),3(150,90,U,NARI),4(1
    100,305,U,NARO)
1  FORMAT(I3)
2  FORMAT(4I3)
3  FORMAT(F10.5)
4  FORMAT(4E14.7,F9.4)
5  FORMAT(5I5)
6  FORMAT(I5,2F10.5,5X,3I1,6X,I1,4X,2F10.5)
7  FORMAT(1H0,10X,'DADOS DO PROBLEMA!')
8  FORMAT(1H0,5X,'NOS',4X,'FLEM. RET.',2X,'ELEM. TRI.',4X,'NO CAR.')


9  FORMAT(3X,'CARGA-TF/CM2')



10 FORMAT(6X,'DX',12X,'DY',12X,'DXY',11X,'DV')



11 FORMAT(1X,'NELE',3X,'N1',3X,'N2',3X,'N3',2X,'TIPO')



12 FORMAT(1H0,2X,'NO NO',2X,'X',9X,'Y',7X,'NBW-NBX-NBY',2X,'RETA TAN
    1GENTE AO PONTO')



13 FORMAT(1H0,2X,'EX LINHA',7X,'EY LINHA',5X,'E DLINHAS',4X,'G MOD.
    1CORT.',2X,'ESPESSURA')



15 FORMAT(5I5)



17 FORMAT(1H0,4X,'N',3X,'NI',3X,'NJ',3X,'NK',3X,'NL')



18 FORMAT(5X,I3,7X,I3,9X,I3,7X,I3)



19 FORMAT(4(I5,F10.4))



20 FORMAT(3X,I3,3X,F10.4)



26 FORMAT(1H0,8X,'CARGAS CONCENTRADAS')



27 FORMAT(1H0,2X,'COORD',4X,'INTENSIDADE')



READ(8,1)NPROB
    DO 1000 IPROB=1,NPROB
    WRITE(3,7)
    READ(8,2)NNO,NELER,NELET,NOCAR
    NXKT=3*NNO
    DO 33 KO=1,NXKT



33 F(KO)=0
    NBAND=0
    WRITE(3,8)
    WRITE(3,18)NNO,NELER,NELET,NOCAR
    READ(8,3)Q
    WRITE(3,9)
    WRITE(3,3)Q
    IF(NOCAR)24,24,22



22 READ(8,19)(NFU,F(NFU),INR=1,NOCAR)
    WRITE(3,26)
    WRITE(3,27)
    WRITE(3,20)(NFU,F(NFU),INR=1,NOCAR)



24 READ(8,4)EXLI,EYLI,ELII,GTO,ESP
    WRITE(3,13)
    WRITE(3,4)EXLI,EYLI,ELII,GTO,ESP
    DX=EXLI*ESP**3/12.
    DY=EYLI*ESP**3/12.


```

```

DXY=GTO*ESP**3/12.
DV=ELI*ESP**3/12.
WRITE(3,10)
WRITE(3,4)DX,DY,DXY,DV
IF(NELER)61,61,62
62 READ(8,15)(NEL(I),N1(I),N2(I),N3(I),N4(I),I=1,NELER)
WRITE(3,17)
WRITE(3,15)(NEL(I),N1(I),N2(I),N3(I),N4(I),I=1,NELER)
61 NELI=NELER+1
NELS=NELER+NELET
IF(NELET)64,64,63
63 READ(8,5)(NEL(I),N1(I),N2(I),N3(I),ITIP(I),I=NELI,NELS)
WRITE(3,11)
WRITE(3,5)(NEL(I),N1(I),N2(I),N3(I),ITIP(I),I=NELI,NELS)
64 READ(8,6)(NOE(J),X(J),Y(J),NBW(J),NBX(J),NBY(J),IG(J),XIG(J),YIG(
1),J=1,NNO)
WRITE(3,12)
WRITE(3,6)(NOE(J),X(J),Y(J),NBW(J),NBX(J),NRY(J),IG(J),XIG(J),YIG(
1J),J=1,NNO)
IF(NELER)71,71,72
72 CALL KELER
CALL CANER
CALL COVAR
CALL KPLAR
71 IF(NELET)73,73,74
74 CALL KELET
CALL CANET
CALL COVAT
CALL KPLAT
73 CALL RCCOT
CALL HGAUT
CALL REDET
CALL SAPLA
1000 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR HEPLA
COMMON 2050 VARIABLES 104 PROGRAM 810

END OF COMPILATION

// XEQ 1

*LOCAL,KELER,CANER,COVAR,KPLAR,KELET,CANET,COVAT,KPLAT,
RCCOT,HGAUT,REDET,SAPLA

NOTAÇÕES

M_x, M_y, M_{xy}	Momentos fletores e torsor, tensões generalizadas
D_x, D_y, D_1, D_{xy}	Rigidez à flexão e à torção
σ_x, σ_y	Componentes normais da tensão paralelas aos eixos x e y
τ_{xy}	Componente da tensão cortante no plano xy
E_x, E_y	Módulo de elasticidade de tração e compressão
G	Módulo de elasticidade cortante
$\{\epsilon\}$	Vetor das deformações unitárias
$\{f\}$	Vetor das funções de deslocamento
$[N]$	Matriz das funções de forma
$\{\delta\}^e, \{\delta\}$	Vetores de deslocamentos nodais do elemento e do conjunto
$\{\alpha\}$	Vetor das coordenadas generalizadas.
$[S]$	Matriz de tensões

$[D]$	Matriz de elasticidade
$[B]$	Matriz de transformação de deslocamentos nodais em deformações
$[k]^e$	Matriz de rigidez do elemento
$[K]$	Matriz de rigidez do conjunto
$\{F\}^e, \{F\}$	Vetores de forças nodais do elemento e do conjunto
θ_{xi}, θ_{yi}	Giro do nó i em torno dos eixos x e y
$\{\sigma\}$	Vetor de tensões

BIBLIOGRAFIA

1. ZIENKIEWICZ, O.C. & CHEUNG, Y.K. *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*. McGraw-Hill, 1970.
2. DESAI & ABEL *Introduction to the Finite Element Method*. Van Nostrand Reinhold.
3. PRZEMIENIECKI, J.S. *Theory of Matrix Structural Analysis*. McGraw-Hill.
4. TIMOSHENKO, S.P. & WOINOWSKY-KRIEGER, S. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, 1959.
5. McCracken, D.D. & DORN, W.S. *Métodos Numéricos y Programacion FORTRAN*. Editorial Limusa-Wiley S.A., 1968.
6. LEKHNITSKII, S.G. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body*. Holden-Day, 1963.