

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**PARAMETRIZAÇÃO DO DECAIMENTO DA TURBULÊNCIA NA  
CAMADA LIMITE CONVECTIVA**

por

Rogério André Abentroth

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Agosto de 2007

# PARAMETRIZAÇÃO DO DECAIMENTO DA TURBULÊNCIA NA CAMADA LIMITE CONVECTIVA

por

Rogério André Abentroth

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Marco Túllio Mena Barreto de Vilhena

Co-Orientador: Prof. Dr. Antônio Gledson Goulart

Aprovada por:

Prof. Dr. Davidson Martins Moreira (UNIPAMPA)

Prof. Dr. Otávio Acevedo (UFSM)

Prof. Dr. Bardo Bodmann (UFRGS)

Prof. Dr. Flávio Lorini

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 13 de Agosto de 2007

Para meus pais Rute e Nelson

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Dr. Antônio Gledson Goulart pelo conhecimento transmitido e pela forma tranqüila e segura de sua orientação.

Agradeço, igualmente, ao professor Dr. Marco Túllio Mena Barreto de Vilhena pela amizade e pelas contribuições durante este período.

Aos meus pais Nelson e Rute e às minhas irmãs Carla e Paula, pelo apoio e compreensão nos momentos difíceis.

Aos colegas que de alguma forma contribuíram para a execução deste trabalho.

Ao CNPQ pelo suporte financeiro e ao PROMEC representado em seu corpo de funcionários e docentes.

Agradeço, de forma especial a Lohanna, pelo carinho e compreensão.

## RESUMO

### PARAMETRIZAÇÃO DO DECAIMENTO DA TURBULÊNCIA NA CAMADA LIMITE CONVECTIVA

No presente trabalho foi desenvolvido um modelo para o decaimento da energia cinética turbulenta em uma camada limite planetária convectiva. O ponto de partida foi a equação de balanço para a função espectro de energia cinética turbulenta. Para parametrizar o termo de transferência inercial foi considerado que a energia é transferida de grandes para pequenos turbilhões até a escala de Kolmogorov, onde a energia é dissipada na forma de calor. O termo de fonte ou perda de energia cinética por efeito térmico foi parametrizado considerando que se pode escrevê-lo como o produto de duas funções, onde o decaimento no tempo pode ser expresso por uma função cosseno. O termo de produção de turbulência por efeito mecânico foi parametrizado a partir de análise dimensional e considerando-se a teoria de similaridade de Monin-Obukov. Foi observado que a função espectro de energia decai de forma mais lenta quando se considera a fonte de turbulência mecânica do que quando predomina a turbulência gerada por convecção. A energia cinética turbulenta obtida pelo modelo proposto foi comparada com resultados de LES (*Large Eddy Simulation*).

Autor: Rogério André Abentroth

Orientador: Prof. Dr. Marco Túllio Mena Barreto de Vilhena

Co-Orientador: Prof. Dr. Antônio Gledson Goulart

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Dissertação de Mestrado em Engenharia

Porto Alegre, Agosto de 2007.

## **ABSTRACT**

### **PARAMETERIZATION OF THE TURBULENCE DECAY IN THE CONVECTIVE BOUNDARY LAYER**

In this present work a model for decline of the turbulent kinetic energy in the Convective Boundary Layer was developed. The starting point was the budget equation of the turbulent kinetic energy spectrum. To parametrize the term of inertial transfer, it was considered that the energy is transferred of great to small eddies until the scale of Kolmogorov, where the energy is dissipated in the heat form. In the buoyancy effect term was considered that it can be written as the commodity of two functions, where the decline in the time can be expressed as a cosine function. The turbulence production term generated by shear of the wind (mechanics turbulence) was parametrized from the dimensional analysis and considering it the theory of the similarity of Monin-Obukhov. It was observed that the energy spectrum function decays slower when is considered the mechanic source of what when predominates the turbulence generated by convection. The turbulent kinetic energy gotten by considered model was compared with results of LES (Large Eddy Simulation).

Author: Rogério André Abentroth

Orientador: Prof. Dr. Marco Túllio Mena Barreto de Vilhena

Co-Orientador: Prof. Dr. Antônio Gledson Goulart

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Dissertação de Mestrado em Engenharia

Porto Alegre, Agosto de 2007.

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>Introdução</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b> .....	<b>3</b>
2.1	Aspectos Gerais .....	3
2.2	Estrutura da Camada Limite Planetária .....	4
2.2.1	Camada Limite Convectiva .....	4
2.2.2	Camada Limite Residual .....	5
2.2.3	Camada Limite Noturna .....	6
2.2.4	Camada Superficial .....	6
2.2.5	Similaridade de Monin-Obukhov .....	7
<b>3</b>	<b>Fundamentação Teórica</b> .....	<b>9</b>
3.1	Equação Dinâmica para a Função Espectro de Energia em um Fluxo Turbulento Homogêneo .....	9
3.2	Modelo de Kristensen Para o Espectro de Energia na Camada Limite atmosférica	14
3.2.1	A Função Espectro de Energia .....	14
3.2.2	Aplicação para a Camada Limite Planetária, caso convectivo .....	18
3.3	Large Eddy Simulation (LES) .....	21
<b>4</b>	<b>Espectro de Energia no Decaimento de um Fluxo Turbulento Homogêneo não isotrópico</b> .....	<b>23</b>
4.1	Parametrização do Termo de Convecção Térmica .....	23
4.2	Parametrização do Termo de Transferência de Energia Cinética por Efeito Inercial .....	24
4.3	Parametrização do Termo de Produção de Energia por Efeito Mecânico .....	25
4.4	O Espectro de Energia .....	26

4.5	Energia Cinética em um Fluxo Turbulento não Isotrópico .....	27
5	Cálculo da Componente Vertical do espectro na Camada Limite Convec- tiva.....	29
6	Conclusão .....	34
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>36</b>



# LISTA DE SÍMBOLOS

## 1. Caracteres Arábicos

$A$ :	Constante
$A$ e $B$ :	pontos arbitrários dentro da camada limite
$A_1(k)$ , $A_2(k)$ e $A_3(k)$ :	Funções reais do módulo do vetor número de onda $\vec{k}$
$a_i$ , $b_i$ e $c_i$ :	coeficientes dos espectros unidimensionais
$A_i$ e $P_i$ :	pesos e raízes do método da quadratura gaussiana
$B$ :	empuxo ( <i>buoyancy</i> )
$C_0$ , $C_1$ , $C_2$ e $C_3$ :	constantes
$c_1$ :	constante do termo de convecção térmica
$c_2$ :	constante do termo de efeito inercial
$c_m$ :	constante do termo de efeito mecânico
$C_p$ :	calor específico a pressão constante ( $Jkg/K$ )
$CLA$ :	Camada Limite Atmosférica
$CLC$ :	Camada Limite Convectiva
$CLE$ :	Camada Limite Estável
$CLN$ :	Camada Limite Noturna
$CLP$ :	Camada Limite Planetária
$CLR$ :	Camada Limite Residual
$CM$ :	Camada de Mistura
$CS$ :	Camada Superficial
$E(k)$ :	função espectro de energia
$E(k, t; z)$ :	espectro de energia 3D
$E_0(k)$ :	espectro de energia inicial
$E_{0B}$ :	espectro de energia convectiva inicial
$E_{0S}$ :	espectro de energia mecânica inicial

$f$ :	parâmetro de Coriolis
$f(x_2)$ :	função arbitrária
$f(s)$ e $f(t)$ :	funções arbitrárias
$F_{ii}^1(k)$ :	espectro unidimensional
$g$ :	aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )
$g(s)$ e $g(t)$ :	funções arbitrárias
$H$ :	fluxo de calor latente ( $w/m^2$ )
$h$ :	espessura da CLC ( $m$ )
$H(k)$ e $J(k)$ :	funções resíduo
$H_{i,i}(\vec{k}, t)$ :	transformada de fourier inversa de $T_{i,i}(\vec{r}, t)$
$\frac{g}{T_0}H(k, t)$ :	termo de convecção térmica
$\vec{k}$ :	vetor número de onda
$k$ :	número de onda ( $1/m$ )
$K$ :	constante de von karmam
$L$ :	comprimento de Monin-Obukhov ( $m$ )
$M(k, t)$ :	termo de produção de energia por efeito mecânico
$p$ :	pressão atmosférica
$P_{p,j}(\vec{r}, t)$ :	tensor de correlação
$Re$ :	número de Reynolds
$R_{i,j}(\vec{r}, t)$ :	tensor de correlação
$S$ :	cisalhamento ( <i>shear</i> )
$s$ :	variavel transformada
$S_{ik,j}(\vec{r}, t)$ :	tensor de correlação
$T$ :	temperatura média do ar ( $K$ )
$T_*$ :	escala de temperatura ( $K$ )
$T_{A,j}(\vec{r}, t)$ :	tensor de correlação
$T(t)$ :	decréscimo temporal do fluxo de calor na superfície

$U$ :	velocidade do vento ( $m/s$ )
$U_i$ :	coordenada da velocidade na direção $i = x, y, z$
$\bar{U}$ :	componente da velocidade média do vento ( $m/s$ )
$u$ :	componete turbulenta da velocidade na direção x ( $m/s$ )
$u_*$ :	velocidade de fricção na superfície ( $m/s$ )
$\overline{u'w'}$ :	fluxo turbulento de <i>momentum</i>
$v$ :	componete turbulenta da velocidade na direção y ( $m/s$ )
$w$ :	componete turbulenta da velocidade na direção z ( $m/s$ )
$w_*$ :	escala de velocidade convectiva
$W(k, t)$ :	termo de transferencia de energia cinética por efeito inercial
$W_{i,i}(\vec{k}, t)$ :	transformada de Fourier inversa de $S_{i,i}(\vec{r}, t)$
$(\overline{w\theta})_0$ :	fluxo de energia na forma de calor na superfície
$x$ :	coordenada longitudinal
$x$ :	coordenada transversal
$z$ :	coordenada vertical
$z_i$ :	altura da CLC
$ZE$ :	Zona de Entrenhamento

## 2. Caracteres Gregos

$\alpha(t)$ e $\alpha(s)$ :	funções arbitrárias
$\beta(t)$ e $\beta(s)$ :	funções arbitrárias
$\delta_{ij}$ :	delta de Kronecker
$\epsilon$ :	razão de dissipação de energia cinética turbulenta
$\varepsilon_{ijk}$ :	pseudotensor antissimétrico de Levi-Civita
$\Theta$ :	temperatura potencial
$\Theta_0$ :	temperatura potencial de referência
$\bar{\Theta}$ :	componente média da temperatura
$\theta$ :	componente turbulenta da temperatura
$\nu$ :	ângulo de latitude
$\kappa$ e $\varphi$ :	variáveis polares
$\mu$ :	viscosidade dinâmica ( $Ns/m^2$ )
$\nu$ :	viscosidade cinemática ( $m^2/s$ )
$\rho$ :	densidade absoluta do ar ( $kg/m^3$ )
$\sigma_{ij}$ :	tensor tensão de cisalhamento
$\sigma_w$ e $\sigma_\theta$ :	desvios padrão de $w$ e $\theta$
$\tau_f$ :	tempo no qual o fluxo de calor torna-se zero na superfície
$\Phi_h$ :	função adimensional universal (estratificação térmica)
$\Phi_m$ :	função adimensional universal (cisalhamento do vento)
$\Phi_w$ e $\Phi_\theta$ :	funções adimensionais universais da variabilidade em $w$ e $\theta$
$\Phi_\epsilon$ :	dissipação da energia cinética turbulenta
$\Psi_\epsilon$ :	parâmetro adimensional
$\Omega$ :	taxa de rotação da Terra ( $rad/s$ )
$\Omega_j$ :	vetor velocidade angular da Terra

## ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Evolução Diária da Camada Limite Planetária. Adaptado de [Stull, 1988]. . . . .	4
4.1	Decaimento da energia cinética turbulenta. . . . .	27
5.1	Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura $0,05z_i$ (somente convecção térmica). . . . .	29
5.2	Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura $0,05z_i$ na escala mono-log para melhor visualização (somente convecção térmica). . . . .	30
5.3	Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura $0,05z_i$ (com o termo mecânico). . . . .	31
5.4	Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura $0,05z_i$ na escala mono-log para melhor visualização (com o termo mecânico). . . . .	31
5.5	Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura $0.5z_i$ . . . . .	32
5.6	Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura $0.5z_i$ na escala mono-log para melhor visualização . . . . .	33

## CAPÍTULO 1

### Introdução

Trabalhos que analisam a energia cinética turbulenta na Camada Limite Planetária (CLP) foram desenvolvidos, entre outros, por Nieuwstadt e Brost [Nieuwstadt e Brost, 1986] e Sorbjan [Sorbjan, 1997]. Nieuwstadt e Brost [Nieuwstadt e Brost, 1986] consideraram o caso em que o fluxo de calor na superfície decresce a zero no pôr-do-sol, enquanto [Sorbjan, 1997] considerou o caso de um decrescimento gradual com o tempo do fluxo de calor na superfície. Estes dois trabalhos usam *Large Eddy Simulation* (LES) para calcular a variação no tempo da energia cinética turbulenta. Ambos desprezaram o termo de energia mecânica, o qual sempre ocorre em situações realísticas na Camada Limite Planetária. Recentemente, Goulart et al. [Goulart et al., 2003] desenvolveu um modelo teórico para estudar o decaimento da energia cinética turbulenta na Camada Limite Convectiva (CLC). Este modelo é baseado na equação dinâmica do espectro de energia no qual as flutuações e os termos de transferência inercial são mantidos, no entanto o termo fonte de energia mecânica também não é considerado. O decaimento da energia cinética turbulenta foi comparado com dados de LES.

Neste trabalho é considerado o campo de turbulência homogêneo na direção horizontal, mas não homogêneo na direção vertical onde o termo fonte da energia convectiva atua. O termo fonte de turbulência gerado pelo cisalhamento do vento é parametrizado da teoria da similaridade de Monin-Obukhov. O termo de transferência de energia inercial na equação "*budget*" para a energia cinética turbulenta é parametrizado através de uma idéia sugerida por Pao [Pao, 1965] com base em argumentos dimensionais. Assim, obtemos uma equação de balanço para a energia cinética turbulenta que foi resolvida pela Transformada de Laplace para o espectro de densidade de energia tridimensional. Esta equação tridimensional do espectro de densidade de energia é expressada em termos do espectro 3D inicial ( $t=0$ )

para o regime estacionário da CLC. Para calcular esta 3D inicial para o caso de turbulência não-isotrópica (direção vertical) a formulação matemática proposta por Kristensen et al. [Kristensen et al., 1989] é usada. Para calcular o decaimento do espectro unidimensional vertical, e como consequência seu coeficiente vertical de difusão, um modelo matemático utilizando a função peso é utilizado. Esta função peso informa sobre como a componente vertical participa na formação do espectro de densidade de energia 3D. Da componente vertical do espectro de energia o coeficiente de difusão é calculado por um método sugerido por Batchelor [Batchelor, 1949].

Para atingir este objetivo o trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 há a uma revisão bibliográfica sobre a estrutura da Camada Limite Planetária, no capítulo 3 apresenta-se a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento do trabalho, no capítulo 4 apresenta-se o espectro de energia no decaimento de um fluxo turbulento homogêneo não isotrópico e, finalmente, o cálculo da componente vertical do espectro na CLC é apresentado no capítulo 5.

## **CAPÍTULO 2**

### **Revisão Bibliográfica**

#### **2.1 Aspectos Gerais**

A atmosfera terrestre (composta, em média, de 78% de nitrogênio, 21% de oxigênio, 0,03% de gás carbônico e 0,01% de outras substâncias em suspensão) possui os fatores necessários à existência de vida. Por isso é necessário estudar suas propriedades e fenômenos envolvidos. Para facilitar e tornar possível esses estudos, muitos autores dividem-a em camadas, facilitando o entendimento dos diversos processos físicos e químicos existentes nas mesmas. A troposfera pode ser dividida em duas partes: a primeira é a parte mais baixa, próxima à superfície, denominada de Camada Limite Atmosférica (CLA) ou Camada Limite Planetária (CLP), com características predominantemente turbulentas. A segunda parte é denominada de Atmosfera Livre (AL), que é dominada por processos meteorológicos associados aos sistemas atmosféricos de larga escala.

A CLP possui um papel muito importante em nossas vidas, pois é nesta parte da atmosfera que o Homem vive e desenvolve a maioria de suas atividades [Stull, 1988]. De acordo com o mesmo autor, a camada limite atmosférica inclui a porção da troposfera que é diretamente influenciada pela superfície terrestre, respondendo à ação dos forçantes mecânicos e térmicos. Nela ocorrem trocas diretas de energia com a superfície, nas formas de momentum, calor e umidade. São estas trocas que determinam as variações nas suas propriedades ao longo do dia e em dependência dos outros fatores acima citados. Tais variações induzem à formação da maioria dos fenômenos atmosféricos que têm influência direta sobre a vida cotidiana. De acordo com Frisch [Frisch, 1995], a CLP é definida como sendo a resposta do acoplamento de um mosaico de diferentes tipos de vegetação com a atmosfera, podendo seus valores característicos serem boas estimativas de fluxo médio sob



sua área de influência.

Uma das principais características da CLP é a variação diurna de temperatura provocada pelo aquecimento e resfriamento da superfície da Terra, devido a radiação solar. Geralmente, durante o dia esta camada pode atingir até 2Km de altura e durante a noite essa espessura pode ser inferior a 100 metros [Panofsky e Dutton, 1988]. A espessura da CLP é a região na qual as propriedades atmosféricas são misturadas.

## 2.2 Estrutura da Camada Limite Planetária

O estudo da CLP compreende a análise da Camada Limite Convectiva (CLC) e da Camada Limite Noturna (CLN), correspondendo, respectivamente, aos períodos diurno e noturno. Mas a CLP possui diferentes características ao longo de sua extensão e pode ser dividida em várias partes, como segue:

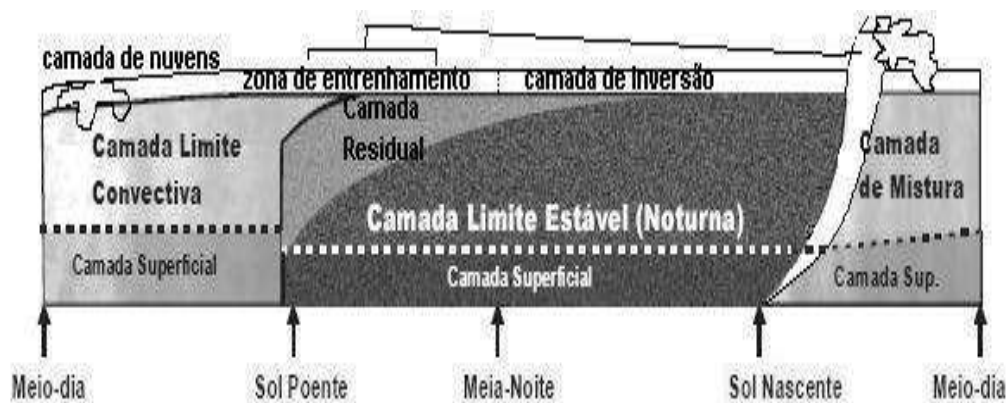


Figura 2.1 – Evolução Diária da Camada Limite Planetária. Adaptado de [Stull, 1988].

### 2.2.1 Camada Limite Convectiva

A CLC ou camada de mistura estende-se até aproximadamente 1 a 2 km de altura, onde a viscosidade não apresenta grande importância. Esta camada caracteriza-se também pela presença de perfis verticais aproximadamente constantes com a altura de al-

gumas variáveis, como temperatura potencial e umidade específica e em alguns casos, de vento, apresenta turbulência intensa. Em situações de fluxo de calor positivo proveniente do solo (dias ensolarados) e algum vento há dois mecanismos de movimento na CLP. Um é a turbulência mecânica, formada pelo cisalhamento do vento em relação à superfície, e o outro é a convecção de calor. As Principais fontes convectivas responsáveis pela mistura desta camada são correntes ascendentes de ar quente (térmicas), que combinadas com a flutuabilidade positiva, ascendem da superfície até atingir seu nível de equilíbrio, sendo a turbulência térmica o mecanismo dominante [Stull, 1988]. O topo desta camada é estável e serve como um tampão, impedindo a subida das térmicas e contendo assim o domínio da turbulência. A região do topo da camada é chamada de Zona de Entranhamento (ZE), onde existe um empuxo negativo, fazendo com que as térmicas, que ascendem verticalmente com o empuxo positivo, voltem à CLC, porém com um ar quente e seco, sendo este processo denominado de "entranhamento" ou "penetração convectiva" [Fisch, 1996].

### **2.2.2 Camada Limite Residual**

Após a inversão do fluxo de calor sensível, o balanço de radiação torna-se negativo, e a CLP não apresenta mais a influência dos processos turbulentos que ocorrem durante o dia. Surge neste momento, a partir da superfície, uma camada de inversão conhecida como camada limite noturna (CLN), causando um desacoplamento entre a superfície e a camada de mistura acima dela. A camada que fica logo acima desta CLN, recebe o nome de Camada Limite Residual (CLR), pelo fato de ainda conservar as mesmas características da CLP desenvolvida durante o dia [Stull, 1988], mas não mais ativa, pois a turbulência térmica já cessou. Ela forma-se aproximadamente cerca de meia hora antes do pôr do sol, quando as termas cessam, permitindo que a turbulência decaia. Suas características permanecem as mesmas do decaimento recente da CLC.

A CLR resultante é neutramente estratificada e a turbulência existente apresenta intensidade praticamente igual em todas as direções, com taxas de dispersão iguais tanto na horizontal quanto na vertical.

### 2.2.3 Camada Limite Noturna

Com o decorrer da noite a parte inferior da CLR é transformada, pelo seu contato com o solo, em uma Camada Limite Noturna. A estabilidade estratificada da CLN ocorre fortemente à noite, porém não exclusivamente, devido ao resfriamento da superfície pela emissão de ondas longas para o espaço. Esta emissão de radiação para o espaço faz com que cesse o desenvolvimento da CLC e dê início a formação da CLN.

A turbulência nesta camada é inexistente ou muito fraca. A CLN possui um topo mal definido, ao contrário da CLC, que mistura-se suavemente com a camada residual adjacente. Enquanto que o topo da CLC é definido como a base da camada estável, o topo da CLN é definido como o topo da camada estável, por isso a CLN também pode ser definida como Camada Limite Estável (CLE). Garratt [Garratt, 1992] encontrou que à noite sob condições de céu claro e vento calmo sobre o continente, a CLN pode atingir uma altura de aproximadamente 200 a 300 m.

Uma expressão típica para a espessura da CLE é [Panofsky e Dutton, 1988],

$$h = 0,4 \sqrt{\frac{u_* L}{f}} \quad (2.1)$$

onde  $f$  é o parâmetro de Coriolis, definido por,

$$f = 2\Omega \sin(\iota) \quad (2.2)$$

onde  $\Omega$  é a taxa de rotação da Terra e  $\iota$  é a latitude. A taxa de rotação da Terra está presente na expressão de crescimento da CLE pois a rotação influencia diretamente o mecanismo gerador da turbulência em condições estáveis.

### 2.2.4 Camada Superficial

Esta é a camada que fica em contato com a superfície e pode variar desde poucos milímetros a poucas dezenas de metros. Esta região fica na base da camada limite, e sua espessura é aproximadamente que 10% da CLP. Nesta camada, os primeiros centímetros, desde o solo, recebem o nome de micro-camada ou camada interfacial, onde o transporte molecular é mais importante do que o transporte turbulento [Stull, 1988].

### 2.2.5 Similaridade de Monin-Obukhov

Como forças mecânicas e térmicas influenciam a turbulência na CS, um método para sobrepor estes dois tipos de forças foi criado por Monin e Obukhov [Monin e Obukhov, 1954], através da teoria da similaridade [Panofsky e Dutton, 1988]. A essência da similaridade de Monin-Obukhov é a hipótese de o campo médio e as propriedades turbulentas da CS dependem da altura  $z$  e de três parâmetros guias, fluxo de momentum, fluxo de calor e o parâmetro de empuxo  $g/T_0$ , onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $T_0$  é a temperatura superficial. Estes três parâmetros do escoamento definem uma escala de comprimento (comprimento de Monin-Obukhov), definido como [Venkatram e Wyngaard, 1988]:

$$L = -\frac{C_p \rho T u_*^3}{kgH} \quad (2.3)$$

onde  $T$  é a temperatura média do ar,  $k = 0,4$  é a constante de Von Karman e  $H$  é o fluxo de calor latente.  $L$  também pode ser considerado como a altura limite vertical na qual os efeitos mecânicos não podem ser ignorados [Degrazia e Goulart, 2004] e ainda, a altura na qual os efeitos mecânicos se igualam aos de empuxo [Blackadar, 1997]. De acordo com a hipótese de Monin-Obukhov, vários parâmetros atmosféricos e estatísticos, assim como gradientes, variâncias e covariâncias, quando normalizadas por potências apropriadas da escala de velocidade  $u_*$  e de temperatura  $T_*$ , resultarão em funções universais de  $z/L$ :

$$u_* = [-(\overline{u'w'})_0]^{1/2} \quad (2.4)$$

$$T_* = \frac{-(\overline{w'\theta'})_0}{u_*} \quad (2.5)$$

Embora definido em termos de fluxos na superfície,  $u_*$  e  $T_*$  são calculados, na prática, a partir de medidas dos fluxos em uma altura conveniente dentro da camada superficial onde sua variação em relação a altura pode ser negligenciada. As formas adimensionais importantes para a camada superficial são:

$$\Phi_m = (kz/u_*)S(z) \quad \text{cisalhamento do vento,} \quad (2.6)$$

$$\Phi_h = (kz/T_*)(\partial\bar{\theta}/\partial z) \quad \text{estratificação térmica,} \quad (2.7)$$

$$\Phi_w = \sigma_w/u_* \quad \text{variabilidade em } w, \quad (2.8)$$

$$\Phi_\theta = \sigma_\theta/T_* \quad \text{variabilidade em } \theta, \quad (2.9)$$

$$\Phi_\epsilon = (kz\epsilon/u_*^3)(1 - z/z_i)^{-1} \quad \text{dissipação da energia cinética turbulenta}, \quad (2.10)$$

onde  $S(z) = \partial\bar{u}/\partial z$ ,  $\sigma_w$  e  $\sigma_\theta$  são os desvios padrão de  $w$  e  $\theta$ , e  $\epsilon$  é a razão de dissipação de energia cinética turbulenta.

## CAPÍTULO 3

### Fundamentação Teórica

Neste capítulo será apresentado, de forma breve, alguns tópicos que são necessários para o desenvolvimento do restante do trabalho. Inicialmente, a partir da equação de Navier-Stokes apresenta-se como é obtida a equação dinâmica para a função espectro de energia. Em seguida mostra-se o modelo de Kristensen que permite obter o espectro tridimensional de um fluxo turbulento homogêneo conhecendo-se suas componentes unidimensionais, aplicando este modelo para determinar o espectro da camada limite convectiva estacionária. Finalmente é apresentada uma breve discussão sobre o modelo numérico LES, que será usado para validar os resultados obtidos do modelo teórico.

#### 3.1 Equação Dinâmica para a Função Espectro de Energia em um Fluxo Turbulento Homogêneo

Podemos derivar uma equação para a função correlação entre dois pontos distintos de um fluxo turbulento homogêneo a partir da equação de movimento para um elemento de fluido clássico, a equação de Navier-Stokes,

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(U_i U_k) = \delta_{i3} \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0}\right) - 2\varepsilon_{ijk}\Omega_j U_k + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (3.1)$$

onde no lado esquerdo da equação, o primeiro termo representa a variação temporal do *momentum* por unidade de massa e o segundo representa o gradiente do fluxo de *momentum*. No lado direito da equação (3.1), o primeiro termo representa a contribuição para a variação do *momentum* pela aceleração da gravidade feita a aproximação de Boussinesq que considera a contribuição do gradiente de temperatura e que a variação da densidade não é importante para a dinâmica exceto quando a densidade está associada com a gravidade, isto é, a densi-

dade é considerada constante em todos os termos das equações governantes exceto no termo de flutuabilidade ("buoyancy") das parcelas do fluido. O segundo termo na equação (3.1) representa a aceleração de Coriolis e  $\sigma_{ij}$  é o tensor tensão de cisalhamento, que para um fluido newtoniano é dado por

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \left[ \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \mu - \frac{2}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{U} \sigma_{ij} \right]. \quad (3.2)$$

como considera-se um fluido incompressível ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0$ ,  $\rho = cte$ ), e as forças externas desprezadas ( $\delta_{i3}g + 2\varepsilon_{ijk}\Omega_j U_k = 0$ ), porém mantem-se o termo de Boussinesq ( $\frac{\Theta}{\Theta_0}g\sigma_{i3} \neq 0$ ). Assim a equação de Navier-Stokes, onde  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  é a viscosidade cinemática, fica:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} = \frac{\Theta}{\Theta_0} g \sigma_{i3} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_l \partial x_l}. \quad (3.3)$$

Vamos escrever a velocidade, pressão e a temperatura potencial como a soma de uma componente média e outra turbulenta, para obter uma equação para a variação com o tempo da correlação entre as componentes turbulentas da velocidade de dois elementos de fluido localizados em dois pontos A e B [Hinze, 1975]:

$$(U_i = \bar{U}_i + u_i)_A \quad P = \bar{P} + p \quad (3.4)$$

$$(U_j = \bar{U}_j + u_j)_B \quad \Theta = \bar{\Theta} + \theta \quad (3.5)$$

Substituindo as relações (3.4) na equação (3.3) e subtraindo do resultado a equação para o valor médio, obtemos para o ponto A:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} u_i + u_k \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} + \bar{U}_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i u_k - \bar{u}_i \bar{u}_k) = g \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right) \delta_{i3} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_l \partial x_l} \right]_A. \quad (3.6)$$

Similarmente com (3.5) encontramos uma equação para o ponto B, multiplicando esta por

$(u_j)_A$  e a equação para o ponto A (3.6) por  $(u_j)_B$ , somando as duas equações, obtemos

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(u_i)_A(u_j)_B + (U_j)_B(u_k)_A \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} \right)_A + (u_i)_A(u_k)_B \left( \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} \right)_B + (\bar{U}_k)_A \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_A (u_i)_A(u_j)_B + \\ & (\bar{U}_k)_B \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_B (u_i)_A(u_j)_B = - \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_A (u_j)_B (u_i)_A (u_k)_A - \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_B (u_i)_A (u_j)_B (u_k)_B + \\ & \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_A (U_j)_B (\overline{u_i u_K})_A + \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_B (U_i)_A (\overline{u_j u_K})_B - \frac{1}{\rho} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \right)_A p_A (u_j)_B + \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \right)_B p_B (u_i)_A \right] + \\ & \frac{g}{\theta_0} [(u_i)_A \theta_B \delta_{i3} + (u_j)_B \theta_A \delta_{i3}] + \nu \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_l} \right)_A + \left( \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_l} \right)_B \right] (u_i)_A (u_j)_B . \end{aligned} \quad (3.7)$$

Os valores dos produtos das velocidades dependem da distância entre os pontos A e B e a localização destes pontos, devido a não homogeneidade do fluxo turbulento. Para diferenciar os efeitos de distância dos de localização introduzimos as variáveis,

$$r_k = (x_k)_B - (x_k)_A \quad (x_k)_{AB} = \frac{1}{2} [(x_k)_A + (x_k)_B] \quad (3.8)$$

Considerando os seguintes tensores correlação [Hinze, 1975]:

$$\begin{aligned} \overline{(u_i)_A (u_j)_B} &= R_{i,j}(\vec{r}, t) \\ \overline{p_A (u_j)_B} &= P_{p,j}(\vec{r}, t) \\ \overline{p_B (u_i)_A} &= P_{i,p}(\vec{r}, t) \\ \overline{(u_i)_A \theta_B} &= T_{a,j}(\vec{r}, t) \\ \overline{\theta_A (u_j)_B} &= T_{j,B}(\vec{r}, t) \\ \overline{(u_i)_A (u_j)_B (u_k)_B} &= S_{i,k,j}(\vec{r}, t) \\ \overline{(u_j)_B (u_i)_A (u_k)_A} &= S_{i,k,j}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Fazendo a média, a mudança de variável e utilizando os tensores correlação dados pelas



relações acima reescrevemos a equação (3.7),

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} R_{i,j} \left( \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} \right)_A + R_{i,k} \left( \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} \right)_B + \frac{1}{2} [(\bar{U}_k)_A + (\bar{U}_k)_B] \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_{AB} R_{i,j} + \\
& [(\bar{U}_k)_B - (\bar{U}_k)_A] \frac{\partial}{\partial r} R_{i,j} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_k} \right)_{AB} (S_{i,kj} + S_{ik,j}) - \frac{\partial}{\partial r} (S_{i,kj} - S_{ik,j}) - \\
& \frac{1}{2\rho} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \right)_{AB} P_{p,j} + \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \right)_{AB} P_{i,p} \right] + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial r_i} P_{p,j} - \frac{\partial}{\partial r_j} P_{i,p} \right] + \\
& + \frac{g}{\theta_0} [T_{A,3} + T_{3,B}] + \frac{1}{2} \nu \left( \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_l} \right)_{AB} R_{i,j} + 2\nu \frac{\partial^2}{\partial r_l \partial r_l} R_{i,j}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Esta é a equação dinâmica completa para a correlação das velocidades entre dois elementos de fluido, de um fluxo turbulento não homogêneo e não isotrópico.

Para o caso de turbulência homogênea, devido a invariância frente a translações, todas as derivadas em relação a  $(x_k)_{AB}$  são nulas, assim a equação (3.10) resulta:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} R_{i,j} + R_{k,j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} \right)_A + R_{i,k} \left( \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} \right)_B + [(\bar{U}_k)_B - (\bar{U}_k)_A] \frac{\partial}{\partial r} R_{i,j} = \\
& \frac{\partial}{\partial r_k} (S_{i,kj} + S_{ik,j}) + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial r_i} P_{p,j} - \frac{\partial}{\partial r_j} P_{i,p} \right] + \\
& \frac{g}{\Theta_0} [T_{A,3} + T_{3,B}] + 2\nu \frac{\partial^2}{\partial r_l \partial r_l} R_{i,j} .
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Sem perda de generalidade, consideramos que a velocidade média do fluxo turbulento está ao longo de um dos eixos do sistema de referência:

$$\bar{U}_1 = f(x_2) \bar{U}_2 = \bar{U}_3 = 0 \frac{d\bar{U}_1}{dx_2} = cte . \tag{3.12}$$

Assim a equação (3.11) fica:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} R_{i,j} + (\delta_{i1} R_{2,j} + \delta_{j1} R_{i,2} + r_2 \frac{\partial}{\partial r_1} R_{i,j}) \frac{d\bar{U}_1}{dx_2} = -\frac{\partial}{\partial r_k} (S_{i,kj} - S_{ik,j}) - \\
& \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial r_j} P_{i,p} - \frac{\partial}{\partial r_i} P_{p,j} \right] + \frac{g}{T_0} [T_{A,3} + T_{3,B}] + 2\nu \frac{\partial^2}{\partial r_l \partial r_l} R_{i,j} .
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Para este tipo de turbulência homogênea e sistema de coordenadas escolhido, as propriedades

estatísticas são invariantes frente a translação ( $S_{ik,j} = -S_{j,ik}$  e  $P_{i,p} = -P_{p,i}$ ) e devido a simetria do tensor correlação tripla de velocidade com respeito aos índices para um mesmo ponto ( $S_{ik,j} = S_{ki,j}$  e  $S_{i,kj} = S_{i,jk}$ ), podemos definir:

$$S_{i,j} \equiv -\frac{\partial}{\partial r_k}(S_{i,kj} - S_{ik,j}) = \frac{\partial}{\partial r_k}(S_{jk,i} + S_{ik,j}) \quad (3.14)$$

$$P_{i,j} \equiv \frac{\partial}{\partial r_j}P_{i,p} - \frac{\partial}{\partial r_i}P_{p,j} = \frac{\partial}{\partial r_j}P_{i,p} + \frac{\partial}{\partial r_i}P_{j,p}$$

Considerando as definições (3.14) e a equação da continuidade ( $P_{i,j} = 0$ ) obtemos a seguinte expressão para (3.13):

$$\frac{\partial}{\partial t}R_{i,j} + (\delta_{i1}R_{2,j} + \delta_{j1}R_{i,2} + r_2\frac{\partial}{\partial r_1}R_{i,j})\frac{d\bar{U}_1}{dx_2} = S_{i,j} + \frac{g}{T_0}[T_{A,3} + T_{3,B}] + 2\nu\frac{\partial^2}{\partial r_l\partial r_l}R_{i,j} . \quad (3.15)$$

A equação (3.15) descreve a variação temporal da correlação entre as componentes turbulentas da velocidade de dois pontos localizados em um fluxo turbulento homogêneo.

A equação dinâmica para o espectro de energia é obtida a partir da transformada de Fourier inversa da equação (3.15), fazendo a contração dos índices ( $i = j$ ) e considerando as seguintes transformadas de Fourier inversa

$$\Phi_{i,i}(\vec{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \oint R_{i,i}(\vec{r}, t)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3r$$

$$W_{i,i}(\vec{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \oint S_{i,i}(\vec{r}, t)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3r \quad (3.16)$$

$$H_{i,i}(\vec{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \oint T_{i,i}(\vec{r}, t)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3r$$

obtemos

$$\frac{\partial}{\partial t}\Phi_{i,i}(\vec{k}, t) + (2\Phi_{1,2}(\vec{k}, t) - k_1\frac{\partial\phi_{i,j}(\vec{k}, t)}{\partial k_2})\frac{d\bar{U}_1}{dx_2} = W_{i,i}(\vec{k}, t) + \frac{g}{T_0}H_{i,i}(\vec{k}, t) - 2\nu k_2\Phi_{i,i}(\vec{k}, t) . \quad (3.17)$$

Integrando os termos da equação (3.16) sobre uma superfície esférica de raio  $k$  no espaço de

Fourier, e definindo

$$M(k, t) \equiv - \left( 2\Phi_{1,2}(\vec{k}, t) + k_1 \frac{\partial \Phi_{i,i}(\vec{k}, t)}{\partial k_2} \right) \frac{d\bar{U}_1}{dx_2}, \quad (3.18)$$

onde  $k = |\vec{k}|$ , podemos escrever a equação (3.17) como:

$$\frac{\partial}{\partial t} E(k, t) = M(k, t) + W(k, t) + \frac{g}{T_0} H(k, t) - 2\nu k^2 E(k, t), \quad (3.19)$$

sendo que  $E(k, t)$  é a função espectro de energia ou simplesmente espectro de energia,  $M(k, t)$  é a produção por efeito mecânico,  $W(k, t)$  descreve a transferência de energia cinética entre turbilhões de diferentes números de onda por efeito inercial,  $H(k, t)$  é um termo de produção ou perda de energia por efeito térmico, e o último termo representa a dissipação de energia por viscosidade.

## 3.2 Modelo de Kristensen Para o Espectro de Energia na Camada Limite atmosférica

### 3.2.1 A Função Espectro de Energia

Para uma campo turbulento homogêneo, a média de ensemble da velocidade é constante no espaço e o tensor autocorrelação é [Kristensen et al., 1989]:

$$R_{i,j}(\vec{r}) = \langle (u_i(\vec{r})) (u_j(\vec{x} + \vec{r})) \rangle, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (3.20)$$

Assumindo que  $R_{i,j}$  é simétrico, isto é,

$$R_{i,j}(-\vec{r}) = R_{j,i}(\vec{r}) = R_{i,j}(\vec{r}) \quad (3.21)$$

Isto diz que  $R_{i,j}$  é invariante frente a reflexões e translações. Não assumimos que o campo de velocidade é isotrópico.

O tensor espectro é definido como:

$$\Phi_{ij}(\vec{k}) \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \oint R_{ij}(\vec{r}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d^3r. \quad (3.22)$$

Assim uma forma apropriada para o tensor espectral definido pela identidade (3.22) é:

$$\Phi(\vec{k}) = \sum_{l=1}^3 A_l(k) \delta_{li} - \frac{k_l k_i}{k^2} \delta_{lj} - \frac{k_l k_j}{k^2}, \quad (3.23)$$

$A_1(k)$ ,  $A_2(k)$  e  $A_3(k)$  são funções reais do módulo  $k$  do vetor número de onda  $\vec{k}$ . O espectro de energia é definido como:

$$E(k) = \frac{k^2}{2} \int_0^\pi \text{sen}(\theta) d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \sum_{i=1}^3 \Phi_{ii}(\vec{k}). \quad (3.24)$$

Substituindo o tensor  $\Phi_{ii}(\vec{k})$ , dado pela equação (3.23) e resolvendo as integrais em  $\theta$  e  $\phi$ , temos:

$$E(k) = \frac{4\pi}{3} k^2 \{A_1(k) + A_2(k) + A_3(k)\}. \quad (3.25)$$

Para determinar uma expressão para  $A_1(k)$ ,  $A_2(k)$  e  $A_3(k)$  consideramos a relação entre uma componente unidimensional do espectro e o tensor espectral [Lumley e Panofsky, 1964]:

$$F_{ii}^1(k_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dk_3 \Phi_{ii}(\vec{k}). \quad (3.26)$$

Considerando a equação (3.23), obtemos

$$\Phi_{11}(\vec{k}) = A_1(k) \frac{k^2 - k_1^2}{k^2} + A_2(k) \frac{k_2^2 k_1^2}{k^4} + A_3 \frac{k_3^2 k_1^2}{k^4}. \quad (3.27)$$

Usando coordenadas polares  $\kappa$  e  $\varphi$ , definidas como segue

$$\begin{aligned} k_2 &= \kappa \cos(\varphi) \\ k_3 &= k_1^2 + \kappa^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

obtemos

$$\Phi_{11}(k) = A_1(k) \frac{\kappa^4}{(k_1^2 + \kappa^2)^2} + A_2(k) \frac{\kappa^2 k_1^2}{(k_1^2 + \kappa^2)^2} \cos^2(\varphi) + A_3(k) \frac{\kappa^2 k_1^2}{(k_1^2 + \kappa^2)^2} \text{sen}^2(\varphi). \quad (3.29)$$

Substituindo (3.29) em (3.26) e integrando sobre  $\varphi$  obtemos para a componente longitudinal

do espectro  $F_u(k) \equiv F_{11}^1$ ,

$$F_u(k) = 2\pi \int_k^\infty (K^2 - k^2)(K^2 - k^2)A_1(K) + \frac{1}{2}k^2(A_2(K) + A_3(K))\frac{dK}{K^3}. \quad (3.30)$$

Seguindo o mesmo procedimento, obtemos as seguintes expressões para as componentes transversal  $F_v(k) \equiv F_{22}^1(k)$  e vertical  $F_w(k) \equiv F_{33}^1(k)$

$$F_v(k) = \pi \int_k^\infty [k^2(K^2 - k^2)A_1(k) + \frac{1}{4}(3K^4 + 2K^2k^2 + 3k^4)A_2(k) \quad (3.31)$$

$$+ \frac{1}{4}(K^2 - k^2)^2A_3(k)]\frac{dK}{K^3}$$

$$F_w(k) = \pi \int_k^\infty [k^2(K^2 - k^2)A_1(k) + \frac{1}{4}(K^2 - k^2)A_2(k) \quad (3.32)$$

$$+ \frac{1}{4}(3K^4 + 2K^2k^2 + 3k^4)A_3(k)]\frac{dK}{K^3}$$

Para uma turbulência isotrópica, existem duas relações entre as componentes unidimensionais e a derivada primeira da componente longitudinal do espectro ( $F_v(k) = F_w(k)$  e  $2F_v(k) = F_u(k) - k\frac{dF_u(k)}{dk}$ ) [Panofsky e Dutton, 1988]. Embora não estamos analisando um fluxo turbulento isotrópico, analizaremos os seguintes resíduos definidos como segue:

$$H(k) = F_v(k) - F_w(k) \quad (3.33)$$

e

$$J(k) = F_u(k) - kF_u'(k) - (F_v(k) + F_w(k)) \quad (3.34)$$

Fazendo uma troca de variáveis, dada pelas relações:

$$s = k^{-2} \quad (3.35)$$

$$t = K^{-2} \quad (3.36)$$

$$f(s) = H(s^{-1/2})s^2 \quad (3.37)$$

$$g(s) = J(s^{-1/2})s^2 \quad (3.38)$$

$$\alpha(t) = \pi[A_2(t^{-1/2}) - A_3(t^{-1/2})] \quad (3.39)$$

$$\beta(t) = \pi[A_1(t^{-1/2}) - \frac{A_2(t^{-1/2}) + A_3(t^{-1/2})}{2}] \quad (3.40)$$

nas equações (3.33) e (3.34) obtemos:

$$f(s) = \frac{1}{4} \int_0^s (s+t)^2 \alpha(t) \frac{dt}{t^2} \quad (3.41)$$

e

$$g(s) = \int_0^s \beta(t)(s-t)(s+2t) \frac{dt}{t^2} \quad (3.42)$$

Diferenciando três vezes em relação ao tempo as duas equações acima, obtemos

$$\alpha''(s) + \frac{1}{3}\alpha'(s) - \frac{1}{2s^2}\alpha(s) = f'''(s) \quad (3.43)$$

e

$$\frac{3}{s}\beta'(s) - \frac{1}{s^2}\beta(s) = g'''(s) \quad (3.44)$$

Resolvendo as duas equações obtemos:

$$\alpha(s) = \frac{s^{+\frac{1}{\sqrt{2}}}}{\sqrt{2}} \int_0^s t^{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} f'''(t) dt - \frac{s^{-\frac{1}{\sqrt{2}}}}{\sqrt{2}} \int_0^s t^{1+\frac{1}{\sqrt{2}}} f'''(t) dt \quad (3.45)$$

e

$$\beta(s) = \frac{s^{\frac{1}{3}}}{3} \int_0^s t^{\frac{2}{3}} g'''(t) dt \quad (3.46)$$

Podemos determinar os coeficientes  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  a partir do sistema formado pelas equações (3.35), (3.36), (3.39), (3.40) e pela relação obtida a partir das equações (3.30) e (3.40)

$$A_2(k) + A_3(k) = \frac{k}{2\pi} \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{df_u}{dk} - \frac{4k^2}{\pi} \int_0^s \beta(s) ds . \quad (3.47)$$

Substituindo a equação (3.46) em (3.47) e integrando por partes, temos:

$$3A_1(k) - \frac{A_2(k) + A_3(k)}{2} = \frac{k}{2\pi} \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{dF_u(k)}{dk} + \frac{1}{\pi} s^{-1} \int_0^s t^2 g'''(t) dt . \quad (3.48)$$

Com o sistema formado pelas equações (3.48), (3.36), (3.39), (3.40) podemos obter as expressões para  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ ,

$$A_1(k) = \frac{k}{4\pi} \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{dF_u(k)}{dk} + \frac{1}{2\pi} s^{-1} \int_0^s t^2 g'''(t) dt - \frac{s^{1/3}}{3} \int_0^s t^{2/3} g'''(t) dt \quad (3.49)$$

$$A_2(k) = \frac{k}{4\pi} \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{dF_u(k)}{dk} + \frac{1}{2\pi} [s^{1/\sqrt{2}} \int_0^s t^{1-1/\sqrt{2}} f'''(t) dt - \frac{s^{-1/\sqrt{2}}}{3} \int_0^s t^{1+1/\sqrt{2}} f'''(t) dt - s^{-1} \int_0^s t^2 g'''(t) dt - \frac{s^{1/3}}{3} \int_0^s t^{2/3} g'''(t) dt] \quad (3.50)$$

$$A_3(k) = \frac{k}{4\pi} \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{dF_u(k)}{dk} - \frac{1}{2\pi} [s^{1/\sqrt{2}} \int_0^s t^{1-1/\sqrt{2}} f'''(t) dt - \frac{s^{-1/\sqrt{2}}}{3} \int_0^s t^{1+1/\sqrt{2}} f'''(t) dt - s^{-1} \int_0^s t^2 g'''(t) dt - \frac{s^{1/3}}{3} \int_0^s t^{2/3} g'''(t) dt] \quad (3.51)$$

Substituindo estas três equações na equação (3.25) obtemos a seguinte expressão para a função espectro de energia do fluxo turbulento homogêneo mas não isotrópico:

$$E(k) = k^3 \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{dF_u(k)}{dk} + 2k^4 \int_0^{1/k^2} s^2 g'''(s) ds - \frac{14}{9} k^4 \int_0^1 \frac{1}{k^2} s^{2/3} g'''(s) ds . \quad (3.52)$$

### 3.2.2 Aplicação para a Camada Limite Planetária, caso convectivo

A Função espectro de energia dada pela equação (3.52) deve ser escrita em termos dos espectros unidimensionais. Consideramos os espectros unidimensionais de Degrazia [Degrazia et al., 2003]:

$$F_i(k) = \frac{a_i}{(1 + b_i k)^{5/3}} \quad i = u, v, w, \quad (3.53)$$

onde  $a_i = \frac{0,98}{2\pi} c_i (z/z_i)^{5/3} z_i \psi_\epsilon^{2/3} w_*^2 [(f_m^*)_i^c]^{-5/3}$  e  $b_i = \frac{1,5}{2\pi} z/z_i z_i 1 / (f_m^*)_i^c$  com  $c_i = \alpha_i (0,5 \pm 0,05) (2\pi\kappa)^{-2/3}$ ,  $\alpha_i = 1, 4/3, 4/3$  para  $u, v$  e  $w$  respectivamente ([Champagne et al., 1977]; [Sorbján, 1989]).  $w_* = (u_*)_0 (-z_i/\kappa L)^{1/3}$  é a escala de velocidade convectiva;  $(f_m^*)_i^c = z/(G_i z_i)$ ;  $G_u = G_v = 1,5$ ;  $G_w = 1,8[1 - e^{-4z/z_i} - 0,0003e^{8z/z_i}]$  e  $\psi_\epsilon = \epsilon z_i/w_*^3$  é a função razão de dissipação molecular.

Assim, as componentes 1D iniciais do espectro convectivo são dadas por,

$$F_{uB}(k) = \frac{0.09 z_i \psi_\epsilon^{2/3} w_*^2}{(1 + 0.36 z_i k)^{5/3}} \quad (3.54)$$

$$F_{vB}(k) = \frac{0.12 z_i \psi_\epsilon^{2/3} w_*^2}{(1 + 0.36 z_i k)^{5/3}} \quad (3.55)$$

$$F_{wB}(k, z) = \frac{0.16 z_i \psi_\epsilon^{2/3} (1 - e^{-4z/z_i} - 0.0003 e^{8z/z_i}) w_*^2}{[1 + 0.43 (1 - e^{-4z/z_i} - 0.0003 e^{8z/z_i}) z_i k]^{5/3}} \quad (3.56)$$

e as componentes 1D iniciais do espectro mecânico são dadas por,

$$F_{uS}(k, z) = \frac{14.8 z \phi_\epsilon^{2/3} u_*^2}{(1 + 5.3 z k)^{5/3}} \quad (3.57)$$

$$F_{vS}(k, z) = \frac{2.4 z \phi_\epsilon^{2/3} u_*^2}{(1 + 1.5 z k)^{5/3}} \quad (3.58)$$

$$F_{wS}(k, z) = \frac{0.7 \phi_\epsilon^{2/3} (1 + 15z/-L)^{0.42} u_*^2}{[1 + 0.72 (1 + 15z/-L)^{0.25} z k]^{5/3}} \quad (3.59)$$

Substituindo  $k = s^{-1/2}$  na equação (3.53) e considerando a equação (3.37) temos:

$$f_i(s) = A_i \frac{s^{17/6}}{(1 + \sqrt{B_i s})^{5/3}} \quad (3.60)$$

$$A_i = a_i (1/b_i)^{5/6} \quad B_i = b_i^{-2} \quad (3.61)$$



A derivada terceira de  $f_{i0}(s)$  é,

$$f_i'''(s) = \sum_{n=0}^3 \frac{C_n A_i B_i^{\frac{3-n}{2}} s^{\frac{8-3n}{6}}}{(1 + \sqrt{B_i s})^{\frac{14-3n}{3}}} \quad (3.62)$$

onde

$$C_0 = -\frac{55}{27}; \quad C_1 = \frac{70}{9}; \quad C_2 = -\frac{725}{72}; \quad C_3 = \frac{935}{216} \quad (3.63)$$

A derivada terceira de  $g(s)$ ,

$$g'''(s) = m_i f_i'''(s) \quad (3.64)$$

com

$$m_u = 2; \quad m_v = -1; \quad m_w = -1 \quad (3.65)$$

juntamente com a equação (3.62) temos,

$$g'''(s) = A_i m_i \sum_{n=0}^3 \frac{C_n B_i^{\frac{3-n}{2}} s^{\frac{8-3n}{6}}}{(1 + \sqrt{B_i s})^{\frac{14-3n}{3}}} \quad (3.66)$$

Inserindo a equação (3.66) na equação (3.52) chegamos na seguinte expressão:

$$E(k) = k^3 \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{dF_u(k)}{dk} + A_i m_i \sum_{n=0}^3 C_n B_i^{\frac{3-n}{2}} (2k^4 I_{1i} - \frac{14}{9} k^{4/3} I_{2i}), \quad (3.67)$$

onde

$$I_{1i} = \int_0^{1/k} \frac{s^{\frac{20-3n}{6}}}{(1 + \sqrt{B_i s})^{\frac{14-3n}{3}}} ds, \quad (3.68)$$

$$I_{2i} = \int_0^{1/k} \frac{s^{\frac{12-3n}{6}}}{(1 + \sqrt{B_i s})^{\frac{14-3n}{3}}} ds. \quad (3.69)$$

Para podermos escrever estas integrais de forma algébrica, vamos fazer as seguintes mudança de variáveis:  $\sqrt{B_i s} = (Z_i^3 - 1)^{-1}$  na integral  $I_{1i}$  e  $\sqrt{B_i s} = (Z_i^3 - 1)$  na integral  $I_{2i}$ ,

obtendo assim,

$$I_{1i} = 6B_i^{\frac{26-3n}{6}} \int_{W_{1i}}^{\infty} \frac{Z_i^{3n-12}}{(Z_i^3 - 1)^5} dZ_i \quad (3.70)$$

sendo  $W_{1i} = (1 + 1/\sqrt{B_i S})^{1/3}$  e

$$I_{2i} = 6B_i^{-3-\frac{n}{2}} \int_1^{W_{2i}} \frac{Z_i^{3n-12}}{(Z_i^3 - 1)^{n-5}} dZ_i \quad (3.71)$$

sendo  $W_{2i} = (1 + \sqrt{B_i S})^{1/3}$ .

Substituindo (3.70) e (3.71) na equação (3.67), obtemos a seguinte expressão para o espectro 3D na CLC,

$$E_{0j}(k, z) = k^3 \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{dF_u(k)}{dk} + 12A_{ij}m_i B_{ij}^{-17/6} k^4 \sum_{n=0}^3 C_n \int_{W_{1i}}^{\infty} \frac{Z_{ij}^{3n-12}}{(Z_{ij}^3 - 1)^5} dZ_{ij} \quad (3.72)$$

$$- \frac{84}{9} A_{ij} m_i B_{ij}^{-3/2} k^{4/3} \sum_{n=0} 3C_n \int_1^{W_{2i}} \frac{Z_{ij}^{3n-12}}{(Z_{ij}^3 - 1)^{n-5}} dZ_{ij} ,$$

onde  $i = u, v, w$  e  $j = B, S$

### 3.3 Large Eddy Simulation (LES)

O fluxo na CLP, que pode ser descrito pela equação de Navier-Stokes para um fluido Newtoniano (equação(3.1)), contém muitas escalas de movimento que interagem de forma não linear.

As pequenas escalas (escalas dissipativas) são responsáveis pela dissipação viscosa. A escala de comprimento desses turbilhões é descrita por Kolmogorov (1941),

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.73)$$

onde  $\varepsilon$  é a razão de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa, é descrita por:

$$\varepsilon \propto \frac{d(U^2)}{dt} = A\left(\frac{q^2}{l}\right) \quad (3.74)$$

onde  $A$  é uma constante,  $q$  e  $l$  são as escalas de velocidade e comprimento características dos

turbilhões que contém a energia cinética principal. A razão entre a grande escala ( $\approx l$ ) e a pequena escala ( $\approx \eta$ ) é uma escala de comprimento dada por:

$$\frac{l}{\eta} = \left(\frac{ql}{\nu}\right)^{\frac{3}{4}} = R_e^{\frac{3}{4}}, \quad (3.75)$$

$R_e$  é o número de Reynolds.

Para a camada convectiva, o número de Reynolds é da ordem de  $10^8$ , a razão  $\frac{l}{\eta} \sim 3 \times 10^5$ . O intervalo de escala que deve ser resolvido está entre  $300m$  e  $1mm$ . A grade 3-D, de uma solução numérica sobre um domínio  $(10, 10, 2)km$  requer em torno de  $10^{20}$  pontos de grade para cada variável em um passo de tempo. Isto ultrapassa a capacidade computacional que temos disponível hoje. Desta forma o estudo do fluxo turbulento deve ser tratado através de uma descrição estatística. Assumimos que o movimento do fluido pode ser separado em um fluxo médio e uma componente turbulenta (equações (3.4) e (3.5)). Usando a decomposição de velocidade descrita na equação (3.4), e considerando a média de ensemble, o termo não linear na equação (3.1) ( $\frac{\partial}{\partial x_k}(U_i U_k)$ ) pode ser reescrito como:

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(U_i U_k) = \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{U_i U_k} + \overline{u_i u_k}). \quad (3.76)$$

Ao considerarmos a decomposição (3.4) e as propriedades de média de ensemble introduzimos um novo termo, tensão (*stress*) de Reynolds  $\overline{u_i u_k}$ . A base física para LES é a separação do fluxo em movimentos de grande escala ou escala resolvida e pequena escala de subgrade (SGS). A escala resolvida contém a maior parte da energia cinética e fluxos turbulentos e é mais dependente de influências externas, enquanto os movimentos SGS são menos energéticos e tem um caráter mais universal. A separação de escala é determinada pelo uso de um filtro especial na solução numérica. Os efeitos SGS nos movimentos resolvidos são modelados empiricamente, entretanto muitos aspectos das soluções de LES são insensitivos ao tipo de modelo SGS, de maneira que os efeitos da escala resolvida são dominantes. Numerosos modelos SGS foram propostos com vários níveis de sofisticação. No contexto do fluxo na CLP, Deardorff [Deardorff, 1972], Nieuwstadt e Brost [Nieuwstadt e Brost, 1986] e Moeng [Moeng, 1984] usam um modelo de "*eddy-viscosity*" baseado na evolução temporal da equação da energia cinética turbulenta.

## CAPÍTULO 4

### Espectro de Energia no Decaimento de um Fluxo Turbulento Homogêneo não isotrópico

Um fluxo turbulento homogêneo isotrópico possui as mesmas características em todas as direções do campo e não há uma direção preferencial. Um termo de fonte de energia num fluxo turbulento o torna não isotrópico pois há uma direção preferencial para o escoamento (quebra de isotropia). Este é o caso da CLC que contém fonte de energia térmica e mecânica. A equação dinâmica para a função espectro de energia é dada pela equação (3.19):

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}(k, t) = \mathbf{W}(k, t) + \mathbf{M}(k, t) + \frac{g}{T_0} \mathbf{H}(k, t) - 2\nu k^2 \mathbf{E}(k, t) . \quad (4.1)$$

Para resolver esta equação, será necessário parametrizar os termos de transferência de energia cinética  $\mathbf{W}(k, t)$ , o termo de convecção térmica  $\frac{g}{T_0} \mathbf{H}(k, t)$  e o termo de produção de energia por efeito mecânico  $\mathbf{M}(k, t)$ .

#### 4.1 Parametrização do Termo de Convecção Térmica

Assumimos que o termo de produção ou perda de energia cinética por convecção térmica na equação (4.1) pode ser escrito como um produto de dois termos,

$$\frac{g}{T_0} H(k, t) = \frac{g}{T_0} H_0(k) T(t) , \quad (4.2)$$

onde  $T(t)$  é uma função que descreve o decrescimento temporal do fluxo de calor na superfície e  $H_0(k)$  depende apenas das condições iniciais da CLC antes do início do decaimento. Consideraremos a hipótese de Batchelor [Batchelor, 1953], que assume que a transferência do fluxo médio para o fluxo turbulento ocorre de forma contínua. Esta análise não consid-

era qualquer escala de tempo característico na parametrização. Consideramos que  $H_0(k)$  depende do gradiente de temperatura ( $\frac{\partial\theta}{\partial z}$ ), do número de onda  $k$  da razão de dissipação de energia cinética  $\epsilon_0$  e da intensidade da energia cinética centrada em torno do número de onda  $k$ , isto é,  $kE_0(k)$  (sendo  $E_0(k)$  o espectro 3D da CLC antes do início do decaimento), podemos, a partir de uma análise dimensional, escrever que:

$$\frac{g}{T_0}H_0(k) = \frac{g}{T_0}\frac{\partial\theta}{\partial z}C_1\epsilon_0^{-\frac{1}{3}}k^{-\frac{2}{3}}E_0(k), \quad (4.3)$$

onde  $c_1$  é uma constante que é determinada a partir das condições iniciais. Da definição da escala de velocidade convectiva, obtemos

$$\frac{g}{T_0} = \frac{w_*^3}{(\overline{w\theta})_0 z_i}, \quad (4.4)$$

onde  $(\overline{w\theta})_0$  é o fluxo de calor na superfície,  $w_*$  é a escala de velocidade convectiva,  $z_i$  é a altura da CLC.

Para a função  $T(t)$ , que descreve o decaimento no tempo de  $H(k, t)$  consideramos expressão sugerida por Sorbjan [Sorbjan, 1997],

$$T(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{2\tau_f}\right), \quad (4.5)$$

onde  $\tau_f$  é o tempo no qual o fluxo de calor na superfície torna-se zero.

Substituindo as equações (4.3), (4.4) e (4.5) na equação (4.2) obtemos,

$$\frac{g}{T_0}H(k, t) = c_1\frac{w_*^3}{(\overline{w\theta})_0}z_i\frac{\partial\theta}{\partial z}\epsilon^{-1/3}k^{-2/3}E_0(k)\cos\left(\frac{\pi t}{2\tau_f}\right). \quad (4.6)$$

## 4.2 Parametrização do Termo de Transferência de Energia Cinética por Efeito Inercial

A transferência de energia cinética por efeito inercial entre diferentes números de onda ocorre de baixos para altos números de onda [Batchelor, 1953]. Frisch [Frisch, 1995] mostrou que o termo de transferência inercial de energia está relacionado com a variação no tempo da média da correlação de velocidade entre dois pontos distintos do fluido e com termo de fonte (Turbulência não isotrópica). A partir das considerações de Frisch o termo de transferência de energia por efeito inercial está relacionado com a fonte convectiva e com

a correlação de pressão-velocidade. Consideramos um fluxo homogêneo, em que o termo de correlação de pressão-velocidade é nulo em consequência da equação da continuidade. Assim o modelo apresenta somente a interação não linear entre as componentes da velocidade do fluido em dois pontos distintos (equações (3.9) e 3.16). Podemos propor a condição que o valor máximo de  $W(k, t)$  deve estar localizado no mesmo intervalo do número de onda do máximo valor do termo de fonte. A partir da análise dimensional pode-se obter uma expressão que satisfaz esta condição [Goulart et al., 2003],

$$W(k, t) = -\frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{c_2}{w_* z_i} \varepsilon_0^{\frac{2}{3}} k^{\frac{1}{3}} E(k, t) \right) , \quad (4.7)$$

onde  $c_2$  é uma constante adimensional e é determinada a partir das condições iniciais,  $w_*$  é a escala de velocidade convectiva,  $z_i$  é a altura da CLC e  $\varepsilon$  é a razão de dissipação molecular da energia cinética turbulenta.

### 4.3 Parametrização do Termo de Produção de Energia por Efeito Mecânico

Em trabalhos recentes, Goulart et. al. [Goulart et al., 2003] desenvolveram as parametrizações para os termos de convecção térmica e de transferência de energia cinética por efeito inercial, porém o termo de fonte de energia mecânica não foi considerado.

Este termo pode ser parametrizado a partir de uma análise dimensional como:

$$M(k, t; z) = c_m S(z) \varepsilon^{-1/3} k^{-1/3} E(k, t; z) . \quad (4.8)$$

A partir da teoria da similaridade de Monin-Obukhov, utiliza-se os gradientes universais dados pela equação (2.6) e (2.10) Substituindo na relação (4.8) obtemos uma expressão para o termo mecânico,

$$M(k, t; z) = c_m \frac{\phi_m \phi^{-\frac{1}{3}}}{(kz)^{\frac{2}{3}} \left(1 - \frac{z}{z_i}\right)^{\frac{1}{3}}} E(k, t; z) . \quad (4.9)$$

#### 4.4 O Espectro de Energia

Substituindo as equações (4.6), (4.7) e (4.9) na equação (4.1) obtemos,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(k, t)}{\partial t} = c_m \frac{\phi_m \phi^{-1/3}}{(kz)^{2/3} (1 - z/z_i)^{1/3}} E_{0s}(k) - \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{c_2}{w_* z_i} \varepsilon^{2/3} k^{1/3} E(k, t) \right) + \\ \frac{c_1 w_*^3}{(w\theta)_0} z_i \frac{\partial \Theta}{\partial z} \varepsilon^{-1/3} k^{-2/3} E_{0B}(k) \cos\left(\frac{\pi t}{2 \tau_f}\right) - 2\nu k^2 E(k, t). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Considerando os seguintes parametros adimensionais:

$$R_e = \frac{w_* z_i}{\nu}, \quad \Psi_\varepsilon = \frac{\varepsilon z_i}{w_*^3} \quad (4.11)$$

e reorganizando a equação (4.10) obtemos,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(k, t)}{\partial t} + c_2 \psi_\varepsilon^{2/3} w_* z_i^{-5/3} k^{1/3} \frac{\partial E(k, t)}{\partial k} + \frac{1}{3} c_2 \psi_\varepsilon^{2/3} w_* z_i^{-5/3} k^{-2/3} E(k, t) \\ + \frac{2}{R_e} w_* z_i k^2 E(k, t) = c_m \frac{\phi_m \phi_\varepsilon^{-1/3} (1 - z/z_i)^{-1/3}}{(kz)^{2/3}} E_{0s}(k) \\ + c_1 \frac{w_*^2 z_i^{2/3}}{(w\theta)_0} \frac{\partial \theta}{\partial z} \psi_\varepsilon^{-1/3} k^{-2/3} E_{0B}(k) \cos\left(\frac{\pi t}{2 \tau_f}\right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Para resolver a equação (4.12) vamos aplicar a transformada de Laplace em t,

$$\frac{d\bar{E}(k, s)}{dk} + \xi(k, s) \bar{E}(k, s) = \chi(k, s), \quad (4.13)$$

onde  $\bar{E}(k, s) = \mathcal{L}[E(k, t); t \rightarrow s]$ , e

$$\xi(k, t) = \frac{s + \frac{5}{3} \alpha^{-1} \psi_\varepsilon^{1/3} w_* z_i^{-1/3} + \frac{1}{3} c_2 \psi_\varepsilon^{2/3} w_* z_i^{-5/3} + \frac{2}{R_e} w_* z_i}{\alpha^{-1} \psi_\varepsilon^{1/3} w_* z_i^{-1/3} + c_2 \psi_\varepsilon^{2/3} w_* z_i^{-5/3}} \quad (4.14)$$

$$\chi(k, t) = \frac{\frac{c_1 w_*^2 z_i^{2/3}}{(w\theta)_0} \frac{\partial \theta}{\partial z} \psi_\varepsilon^{-1/3} E_{0B}(k) \frac{s}{s^2 + B^2} + \frac{c_m \phi_m \phi_\varepsilon^{-1/3}}{(kz)^{2/3} (1 - z/z_i)^{1/3}}}{c_2 \psi_\varepsilon^{2/3} w_* z_i^{-5/3}} \quad (4.15)$$

e  $B = \frac{\pi}{2} \tau_f$ .

A solução da equação (4.13), dado que  $t = 0 \rightarrow E(k, t) = 0$ , é:

$$\bar{E}(k, s) = e^{-\int_0^k \xi(k', s) dk'} \int_0^k e^{\int_0^{\zeta} \xi(k', s) dk'} \chi(\zeta, s) d\zeta . \quad (4.16)$$

Obtemos a função espectro de energia  $E(k, t)$  invertendo numericamente a função espectro transformada  $\bar{E}(k, s)$  usando o Método da Quadratura Gaussiana [Heydarian e Mullineaux, 1989],

$$E(k, t) = \sum_{i=1}^4 A_i s \bar{E}(k, s) , \quad (4.17)$$

onde  $s = P_i/t$ . Os parâmetros  $A_i$  e  $P_i$  são pesos e raízes do método da Quadratura Gaussiana e estão tabelados no livro de Stroud e Secrest [Stroud e Secrest, 1966].

#### 4.5 Energia Cinética em um Fluxo Turbulento não Isotrópico

Podemos determinar a energia cinética de um fluxo turbulento a partir da função espectro usando a relação (4.18)

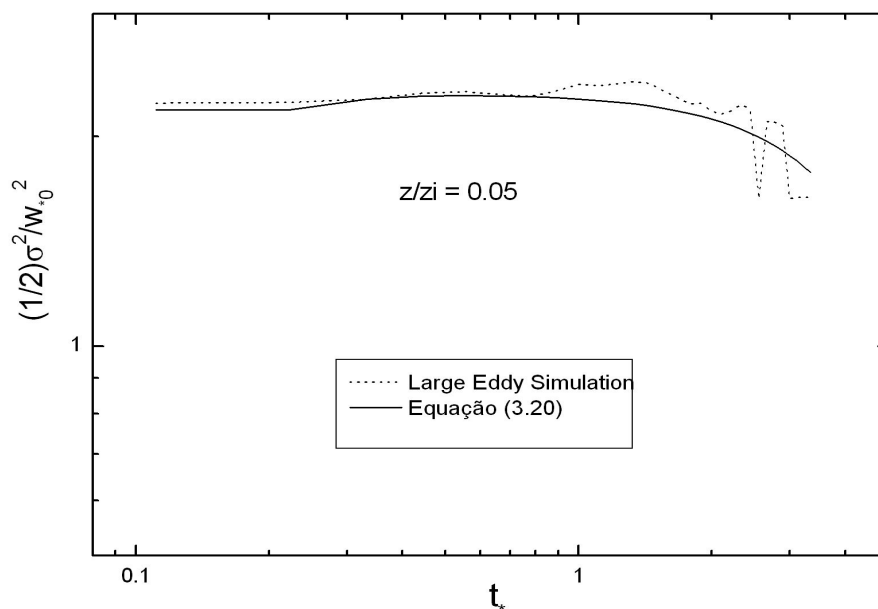


Figura 4.1 – Decaimento da energia cinética turbulenta.



$$\frac{1}{2}\sigma^2 = \int_0^{\infty} E(k, t)dk \quad (4.18)$$

Na CLC a principal fonte de energia cinética é o fluxo de calor no solo. A partir da equação (4.18) com o espectro dado pela equação (4.17) podemos determinar a variação da energia cinética turbulenta na CLC. A Figura (4.1) mostra o decaimento da energia cinética turbulenta.

## CAPÍTULO 5

### Cálculo da Componente Vertical do espectro na Camada Limite Convectiva

Para calcularmos a componente  $w$  do espectro consideramos que a relação entre as médias 1D e 3D do espectro para um dado instante  $t$  de tempo é dada pela expressão,

$$F_{wj}(k, t) = c(k) \frac{\frac{1}{T} \int_0^t F_{wj}(k, t) dt}{\frac{1}{T} \int_0^t E(k, t) dt} E(k, t) \quad j = B, S \quad (5.1)$$

onde a razão entre as duas integrais é uma função peso que indica qual a contribuição da componente  $w$  na construção do espectro 3D e  $c(k)$  é a constante de proporcionalidade.

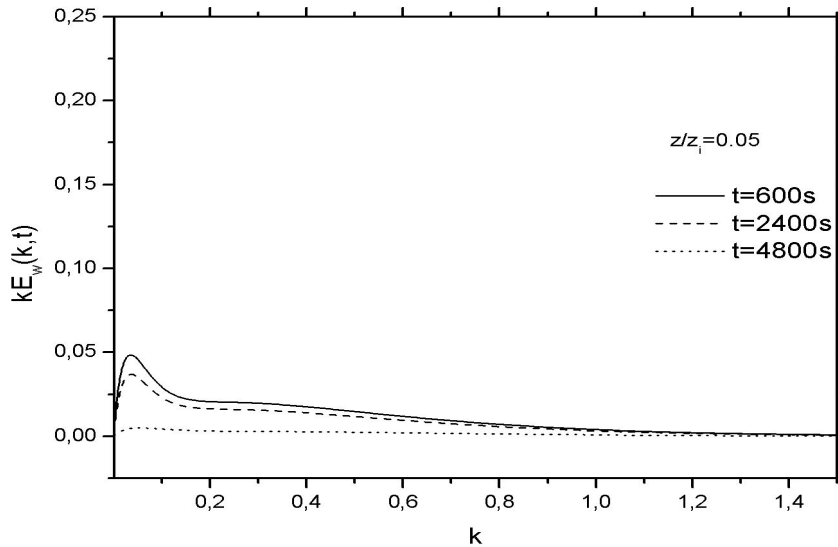


Figura 5.1 – Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura  $0,05z_i$  (somente convecção térmica).

A solução da equação (5.1) resultará na componente vertical como uma função do

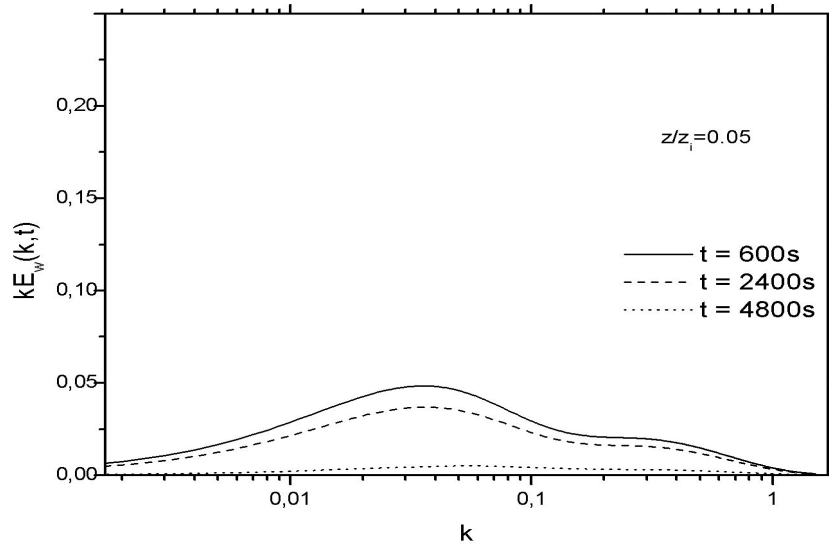


Figura 5.2 – Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura  $0,05z_i$  na escala mono-log para melhor visualização (somente convecção térmica).

espectro 3D:

$$F_w(k, t) = F_w(k, 0) \exp \left[ \int_0^t Q'(k, s) ds \right] \quad (5.2)$$

onde  $F_w$  é dado pela equação (3.53)

$$Q'(k, s) = \alpha(k)Q(k, s) + \frac{1}{Q(k, s)} \frac{\partial Q(k, s)}{\partial s} \quad (5.3)$$

e  $Q(k, s)$  é dado por,

$$Q(k, s) = \frac{E(k, s)}{\int_0^t E(k, s) ds} \quad (5.4)$$

As figuras (5.1) e (5.2) mostram a evolução temporal da componente vertical do espectro para altura  $0,05z_i$  na escala linear, e mono-log em  $k$ , respectivamente. O espectro foi calculado com as equações (5.2), (4.17), (3.72) e o espectro vertical, porém não consideramos a componente mecânica. Podemos observar que o máximo do espectro se move para grandes

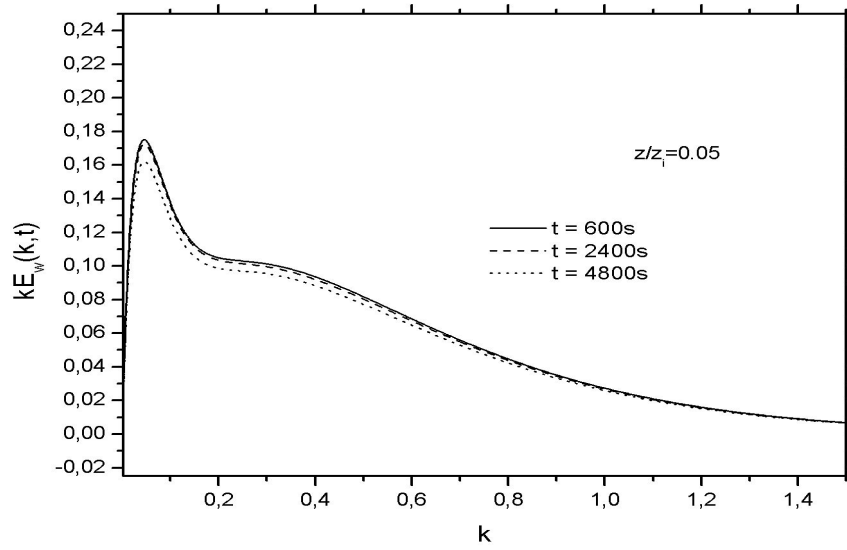


Figura 5.3 – Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura  $0,05z_i$  (com o termo mecânico).

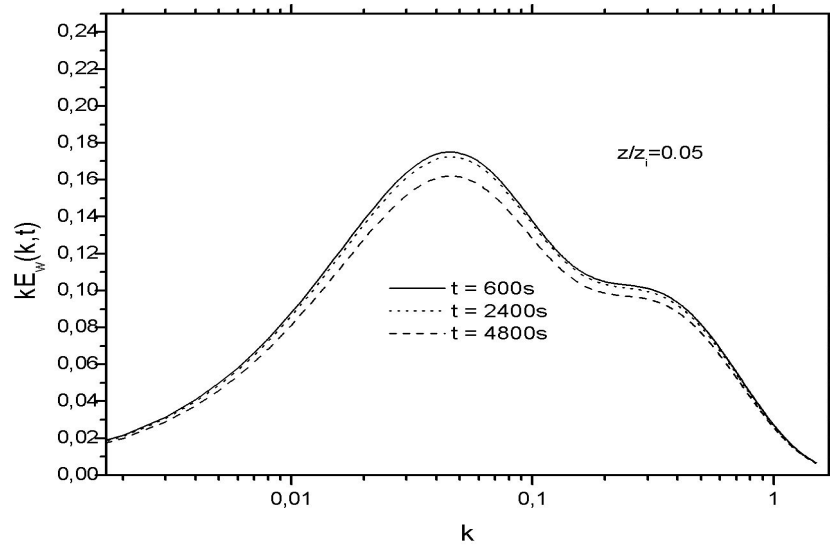


Figura 5.4 – Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura  $0,05z_i$  na escala mono-log para melhor visualização (com o termo mecânico).

freqüências durante o decaimento.

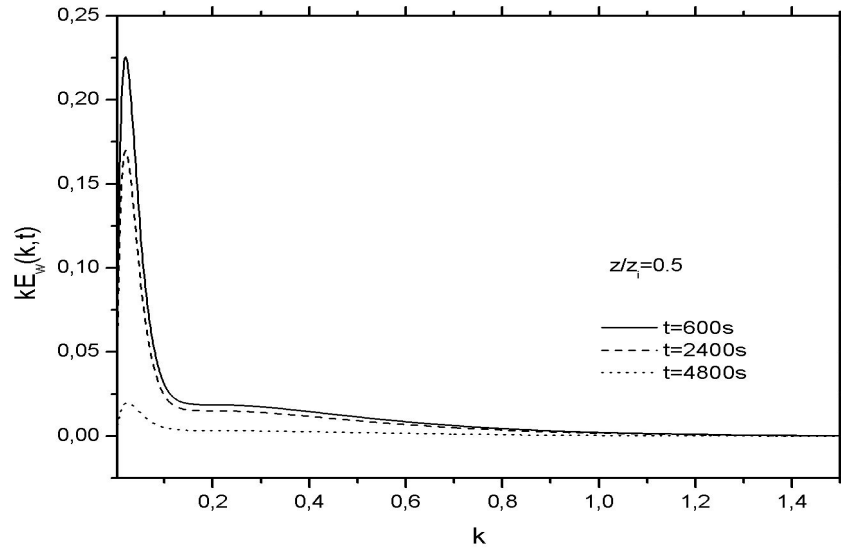


Figura 5.5 – Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura  $0,5z_i$

As figuras (5.3) e (5.4) mostram a evolução no tempo da componente vertical do espectro para a altura  $0,05z_i$  mas considerado a contribuição do termo mecânico, nas escalas linear, figura (5.3), e mono-log em  $k$ , figura (5.4). Neste caso o máximo do espectro não se move para frequências maiores durante o declínio da energia cinética. Das figuras (5.2) e (5.4) podemos ver que a turbulência gerada por convecção térmica decai mas as fontes mecânicas mantêm a energia praticamente inalterada durante o decaimento da turbulência convectiva.

As figuras (5.5) e (5.6) mostram a evolução no tempo da componente vertical do espectro para a altura  $0,5z_i$  onde somente contribuição térmica é relevante para a formação do espectro, onde na figura (5.5) a escala é linear e na figura (5.6) a escala é mono-log em  $k$ . A contribuição convectiva nesta altura é responsável por praticamente toda a energia cinética turbulenta, mas podemos ver que o máximo do espectro não varia sua posição com o tempo. Das figuras (5.2) e (5.4) fica evidente que o deslocamento do máximo do espectro está relacionado a natureza da fonte da energia turbulenta. A energia convectiva tem seu

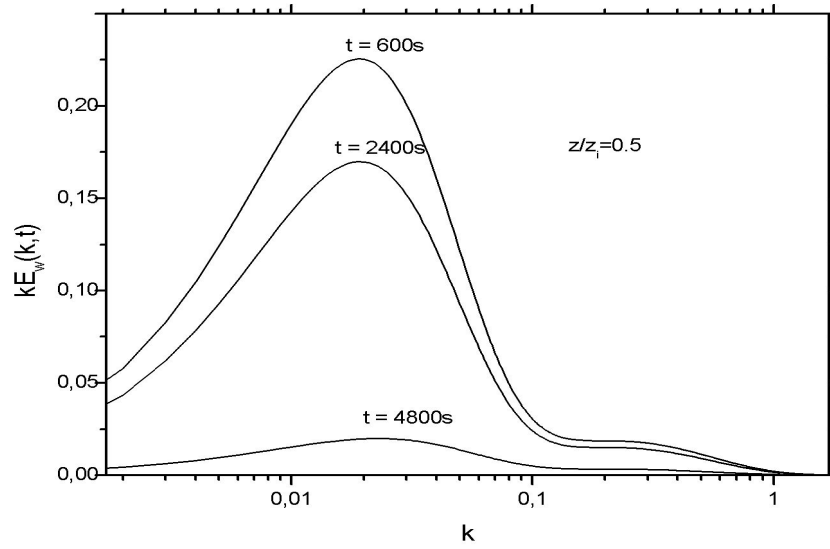


Figura 5.6 – Evolução temporal da componente vertical do espectro na altura  $0.5z_i$  na escala mono-log para melhor visualização

máximo na região de frequências menores que a energia mecânica. Com o decréscimo da energia convectiva a energia mecânica prevalece, com o máximo em frequências maiores. Por esta razão que o máximo do espectro muda para frequências maiores somente em alturas baixas.

## CAPÍTULO 6

### Conclusão

No presente trabalho foi desenvolvido um modelo para o decaimento da energia cinética turbulenta em uma camada limite planetária convectiva. O ponto de partida foi a equação de balanço para a função espectro de energia cinética turbulenta. Para parametrizar o termo de transferência inercial foi considerado que a energia é transferida de grandes para pequenos turbilhões até a escala de Kolmogorov, onde a energia é dissipada na forma de calor. O termo de fonte ou perda de energia cinética por efeito térmico foi parametrizado considerando que se pode escrevê-lo como o produto de duas funções, onde o decaimento no tempo pode ser expresso por uma função cosseno. O termo de produção de turbulência por efeito mecânico foi parametrizado a partir de análise dimensional e considerando-se a teoria de similaridade de Monin-Obukov. A partir das Figuras (5.2) e (5.4) pode-se observar que a componente vertical do espectro de energia decai de forma totalmente diferente em alturas próximas da superfície e alturas mais elevadas. No meio da CLC a energia cinética turbulenta decai mais rapidamente do que próximo a superfície, indicando que a fonte de turbulência mecânica, próximo a superfície, mantém a energia cinética em níveis aproximadamente constantes durante todo o período. Já em alturas mais elevadas, onde a turbulência de origem mecânica é menos intensa, a energia cinética decai mais rapidamente, pois a fonte de turbulência é predominantemente convectiva e sua intensidade diminui rapidamente devido a redução do fluxo de calor na superfície. A redução não muito relevante da energia cinética pode ser observada na Figura 3.1 onde o termo de fonte de energia por efeito mecânico não permite um decaimento com  $t^{-2}$  observado em situações onde predomina a fonte de energia convectiva [Goulart et al., 2003]. O decaimento da turbulência em uma CLC, onde se considera também a fonte de energia mecânica, se comporta de forma diferente na superfície e em maiores altitudes, podemos concluir que não é possível modelar o decaimento da turbulência

em regiões próximas da superfície sem se considerar a fonte mecânica.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batchelor, G. K., 1949. **"Diffusion in a Field of Homogeneous Turbulence"**. Cambridge University Press, U.K., 437-450.

Batchelor, G. K., 1953. **"The Theory of Homogeneous Turbulence"**. Cambridge University Press, U.K., 197 pp.

Blackadar, A. K., 1997. **"Turbulence and diffusion in the atmosphere: lectures in Environmental Sciences"**. Springer-Verlag, Berlin, Germany.

Champagne, F. H., Friehe, C. A., La Rue, J. C., and Wyngaard, J. C., 1977. "Flux measurements, flux estimation techniques, and fine-scale turbulence measurements in the unstable surface layer over land", **J. Atmospheric Sciences**, vol. 34, pp. 515–530.

Deardoff, J. M., 1972. "Numerical investigation of neutral and unstable planetary boundary layers", **J. Atmospheric Sciences**, vol. 29, pp. 91–115.

Degrazia, G. and Goulart, A., 2004, **"Turbulência e Dispersão de Contaminantes na Camada Limite Planetária"**, volume 4, pages 73–107. Turbulência.

Degrazia, G., Goulart, A., Anfossi, D., Campos Velho, H., Lukaszcyk, P., and Palandi, J., 2003. "A Model Based on Heisenberg's Theory for the Eddy Diffusivity in Decaying Turbulence Applied to the Residual Layer", **Atmospheric Environment**, vol. 26, pp. 39–51.

Fisch, G., 1996. **"Camada Limite Amazônica: Aspectos observacionais e de modelagem"**, Tese de doutorado em meteorologia, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE.

Frisch, U., 1995. **"Turbulence: the legacy of A. N. Kolmogorov"**. Cambridge University Press, U.K., 296 pp.

Garrat, J. R., 1992. "**Atmospheric boundary layer**". Cambridge University Press, U.K., 316 pp.

Goulart, A., Degrazia, G., Rizza, U., and Anfossi, D., 2003. "A Theoretical Model for the Study of the Convective Turbulence Decay and Comparison with LES data", **Boundary-Layer Meteorology**, vol. 107, pp. 143–155.

Heydarian, M. and Mullineaux, N., 1989. "Solution of parabolic partial differential equations", **Appl. Math. Modelling**, vol. 5, pp. 448–449.

Hinze, J. O., 1975. "**Turbulence**". Mc Graw Hill, 296 pp.

Kristensen, L., Lenschow, D., Kirkegaard, P., and Courtney, M., 1989. "The Spectral Velocity Tensor For Homogeneous Boundary-Layer Turbulence", **Boundary-Layer Meteorology**, vol. 47, pp. 149–193.

Lumley, J. L. and Panofsky, H. A., 1964. "**The Structure of Atmospheric Turbulence**". Interscience, New York, 239 pp.

Moeng, C. H., 1984. "A large Eddy Simulation model for the Study of Planetary Boundary Layer turbulence", **J. Atmospheric Sciences**, vol. 41, pp. 2052–2061.

Monin, A. S. and Obukhov, M., 1954. "Basic laws of mixing in the ground layer of the atmosphere", **Tr. Geofiz. Inst. Akad. Nauk. SSSR**, vol. 151, pp. 163–187.

Nieuwstadt, F. T. M. and Brost, R. A., 1986. "The decay of convective turbulence", **J. Atmospheric Sciences**, vol. 43, pp. 532–546.

Panofsky, H. A. and Dutton, J. A., 1988. "**Atmospheric Turbulence**". John Wiley & Sons, New York.

Pao, Y. H., 1965. "Structure of Turbulent Velocity and Scalar Fields at Large Wavenumbers", **The Physics of Fluids**, vol. 8, pp. 1063–1075.

Sorbjan, Z., 1989. "**Structure of the atmospheric boundary layer**". Prentice Hall, New Jersey, 317 pp.

Sorbjan, Z., 1997. "Decay of Convective Turbulence Revisited", **Boundary-Layer Meteorology**, vol. 82, pp. 501–515.

Stroud, A. H. and Secrest, D., 1966. "**Gaussian quadrature formulas**". Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall Inc.

Stull, R. B., 1988. "**An Introduction to Boundary Layer Meteorology**". Kluwer Academic Publishers, Boston, USA.

Venkatram, A. and Wyngaard, J. C., 1988. "**Air Pollution Modeling**". American Meteorology Society, Boston, USA.