

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Estudo da Largura Efetiva de Vigas Mistas de Aço-Concreto em
Carregamento de Serviço: Método dos Elementos Finitos versus
Códigos de Projeto**

Lucas Henrique Reginato

Porto Alegre - RS - Brasil

2017

LUCAS HENRIQUE REGINATO

**ESTUDO DA LARGURA EFETIVA DE VIGAS MISTAS DE
AÇO-CONCRETO EM CARREGAMENTO DE SERVIÇO:
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS VERSUS CÓDIGOS
DE PROJETO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Porto Alegre - RS - Brasil

2017

LUCAS HENRIQUE REGINATO

**ESTUDO DA LARGURA EFETIVA DE VIGAS MISTAS DE
AÇO-CONCRETO EM CARREGAMENTO DE SERVIÇO:
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS VERSUS CÓDIGOS
DE PROJETO**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 12 de Maio de 2017.

Prof. Inácio Benvegno Morsch
Dr. pelo PPGEC/UFRGS
Orientador

Prof. Luiz Antonio Bressani
Dr. pelo Imperial College, University of London
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela USP

Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco (UERJ)
Dr. pelo Imperial College, University of London

Prof. Zacarias Martin Chamberlain Pravia (UPF)
Dr. pela UFRJ

Dedico este trabalho a minha família, em especial aos meus pais, minhas irmãs e meus avós, e também a minha namorada Priscila, pela compreensão e por estarem sempre ao meu lado durante o período de seu desenvolvimento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por me amparar e guiar ao longo da minha trajetória.

Agradeço aos meus pais, por todo o amor e incentivo, por se doarem por inteiros para a realização dos meus sonhos e por tudo o que representam para mim. As minhas irmãs e meus avós por estarem sempre ao meu lado.

Agradeço a minha namorada Priscila, pelo amor, pela compreensão e por me incentivar a seguir em frente.

Agradeço a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC/UFRGS pelo conhecimento compartilhado. Em especial aos professores Inácio Benvegnu Morsch e Jorge Luis Palomino Tamayo, pelos conselhos, conversas e pelos auxílios na orientação, os quais foram fundamentais para o presente trabalho. Ao professor do curso de engenharia civil da UPF Moacir Kripka, pela ajuda e incentivo à minha inscrição ao programa de pós-graduação.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas pela companhia, apoio e compartilhamento de experiências.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de estudos fornecida.

E a todos os outros que de alguma forma contribuíram para que eu vencesse mais essa etapa em minha vida, meu sincero agradecimento.

Por mais longa que seja a caminhada, o importante é dar o primeiro passo.

Vinicius de Moraes

RESUMO

REGINATO, L. H. **Estudo da Largura Efetiva de Vigas Mistas de Aço-Concreto em Carregamento de Serviço: Método dos Elementos Finitos versus Códigos de Projeto.** 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Com a crescente utilização de vigas mistas de aço e concreto em obras civis e devido à insuficiência de estudos relativos ao seu comportamento estrutural, investigações aprofundadas são necessárias para suprir as carências e aperfeiçoar o tema. Um fenômeno familiar na literatura de estruturas mistas é a distribuição não uniforme de tensões ao longo da largura da laje de concreto, denominado *shear lag* na literatura inglesa. Na análise e projeto de estruturas compostas, deflexões, tensões e resistência são tipicamente obtidas utilizando-se o conceito de largura efetiva, na qual o efeito *shear lag* é contabilizado indiretamente, substituindo a largura real da laje, por uma largura apropriadamente reduzida. Sem dispor de análises numéricas exatas para o dimensionamento prático, é necessário que códigos normativos forneçam métodos simplificados para a avaliação da largura efetiva minimizando perdas de precisão. Diante disso, no presente trabalho, procedimentos numéricos para a avaliação da largura efetiva, encontrados na literatura técnica, foram estudados e implementados ao modelo matemático em elementos finitos disponível no CEMACOM/PPGEC/UFRGS, capaz de representar com confiabilidade estruturas mistas. Comprovando-se a eficácia do modelo numérico em captar o efeito do *shear lag*, a resposta de uma viga mista biengastada, representando um vão intermediário de uma ponte contínua, submetida a um carregamento em longo prazo, e considerando-se os fenômenos reológicos do concreto de fluência e retração, além do comportamento não-linear devido a fissuração, é obtida e comparada à fórmulas estipuladas nas principais normas de projeto e em metodologias desenvolvidas por pesquisadores. Falhas potenciais nos códigos de projeto atuais foram evidenciadas, necessitando-se de adicionais estudos paramétricos experimentais e numéricos para a comprovação dos resultados.

Palavras-chave: *elementos finitos; largura efetiva; shear lag; vigas mistas aço-concreto.*

ABSTRACT

REGINATO, L. H. **Estudo da Largura Efetiva de Vigas Mistas de Aço-Concreto em Carregamento de Serviço: Método dos Elementos Finitos versus Códigos de Projeto.** 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

With the increasing use of steel-concrete composite beams in bridges and buildings more investigations related to this topic are necessary to fill the needs and improve the subject. A familiar phenomenon in the literature of composite structures is the non-uniform distribution of stresses along the width of the concrete slab, called shear lag. In the analysis and design of composite beams, deflections, stresses, and strengths are typically obtained by utilizing the concept of effective width, in which shear lag effects are accounted for indirectly, by replacing the actual slab width by an appropriately reduced width. Without having exact numerical analysis for design, it is necessary that the design codes provide simplified methods for evaluating this effective width, minimizing losses of accuracy. In this work, numerical procedures for the evaluation of effective width, found in the specialized literature, were studied and implemented in the mathematical finite element model available in CEMACOM/PPGEC/UFRGS. This computational code is capable of representing the behavior of steel-concrete composite beams and is capable of capturing the shear lag effect. The response of a single span composite beam with fixed ends, representing an intermediate span of a continuous girder bridge, subject to long-term loading, and considering both rheological phenomena of concrete, such as creep and shrinkage, besides the non-linear behavior due to cracking, is obtained and compared to the stipulated formulas in the main code provisions and in the developed methodologies by some researchers. Potential failures in the current design codes were evidenced, requiring additional experimental and numerical parametric studies to prove the results.

Key-words: *effective width; finite elements; shear lag; steel-concrete composite beams.*

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	18
1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	18
1.2. JUSTIFICATIVA	19
1.3. OBJETIVOS	20
1.4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
1.4.1. Início das Pesquisas	21
1.4.2. Pesquisas Recentes	22
1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO	26
2. LARGURA EFETIVA... ..	28
2.1. DEFINIÇÕES GERAIS	28
2.2. ABORDAGENS PREVISTAS EM CÓDIGOS DE PROJETO.....	31
2.2.1. NBR 8800/2008.....	31
2.2.1.1 Vigas Mistas Biapoiadas	31
2.2.1.2 Vigas Mistas Contínuas ou Semicontínuas	32
2.2.1.3 Vigas Mistas em Balanço e Trecho em Balanço de Viga Mista	33
2.2.2. AASHTO/2012.....	33
2.2.3. EUROCODE 4/2005	34
2.2.4. GB50017/2003	35
2.3. MÉTODO DESENVOLVIDO POR GARA <i>ET AL.</i> (2011)	36
2.4. MÉTODO DESENVOLVIDO POR ZHU <i>ET AL.</i> (2015).....	39
2.4.1. Método para Cargas de Flexão Verticais	39
2.4.2. Método para Cargas de Compressão Axiais.....	41
2.5. MÉTODO DESENVOLVIDO POR YUAN <i>ET AL.</i> (2016).....	42
3. CARACTERÍSTICAS DO MODELO PROPOSTO.....	44
3.1. PROPRIEDADE DOS MATERIAIS	44
3.1.1. Concreto	44
3.1.1.1 Modelo para o Concreto em Compressão.....	44
3.1.1.2 Modelo para o Concreto em Tração	47
3.1.1.3 Teoria de Solidificação para Fluência do Concreto.....	49

3.1.2.	Aço da Armadura	50
3.1.3	Aço Protendido Internamente à Laje de Concreto.....	50
3.1.4	Aço Protendido Externamente ao Perfil de Aço.....	51
3.1.5	Aço Estrutural	51
3.1.6	Conectores.....	52
3.2.	ASPECTOS DA ANÁLISE NUMÉRICA	53
3.2.1.	Elemento Finito para a Laje de Concreto	54
3.2.2	Elemento Finito para o Cabo de Protendido Interno	56
3.2.3	Elemento Finito para o Perfil de Aço.....	57
3.2.4	Elemento Finito para o Cabo de Protensão Externa	58
3.2.5	Elemento Finito para a Interface Cabo Protendido - Desviador	59
3.2.6	Elemento Finito para os Conectores	61
3.2.7	Solução Incremental Iterativa	62
4.	ANÁLISES NUMÉRICAS.....	64
4.1.	VIGAS MISTAS DE AÇO-CONCRETO SIMPLEMENTE APOIADAS (HENRIQUES, 2014).....	64
4.2.	VÃO DE PONTE CONTÍNUA CONSIDERANDO EFEITOS DIFERIDOS (MACORINI <i>ET AL.</i> , 2006).....	68
4.2.1	Análise Viscoelástica Linear	71
4.2.2	Análise Viscoelástica Linear com Retração	84
4.2.3	Análise Viscoelástica Não-Linear com Retração e Fissuração	95
4.2.4	Método da Largura Efetiva Através da Espessura da Laje	108
4.2.4.1	Análise Viscoelástica Linear	109
4.2.4.2	Análise Viscoelástica Linear com Retração	111
4.2.4.3	Análise Viscoelástica Não-Linear com Retração e Fissuração	113
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	115
5.1.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	120
	REFERÊNCIAS.....	121
	APÊNDICE A.....	126

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Conceito de largura efetiva. (a) Geometria de vigas mistas. (b) Distribuição de tensões real. (c) Distribuição de tensões uniforme considerando a largura efetiva (Fonte: baseado em Ahn <i>et al.</i> , 2004)	19
Figura 2 - Deslocamento por deformações incompatíveis em uma descontinuidade de cisalhamento. (a) Viga e diagrama de cisalhamento. (b) Deslocamentos por deformações calculados a partir da teoria convencional (Fonte: baseado em Oehls e Bradford, 1999).	29
Figura 3 - Definição padrão de largura efetiva (Fonte: baseado em Yuan <i>et al.</i> , 2016).	29
Figura 4 - Considerações da largura efetiva em vigas biapoiadas na NBR 8800/2008.....	32
Figura 5 - Distâncias simplificadas entre os pontos de momento nulo em uma viga contínua ou semicontínua (Fonte: baseado em NBR 8800/2008).	32
Figura 6 - Considerações da largura efetiva na AASHTO/2012.	33
Figura 7 - Incógnitas do método da largura efetiva da AASHTO/2012.	34
Figura 8 - Vãos equivalentes, para largura efetiva (Fonte: baseado em EUROCODE 4/2005).	35
Figura 9 - Vãos equivalentes, para largura efetiva (Fonte: baseado em GB50017/2003).	36
Figura 10 - Definição das grandezas geométricas utilizadas nas expressões analíticas para o cálculo da largura efetiva (Fonte: baseado em Gara <i>et al.</i> , 2011).	38
Figura 11 - Variação longitudinal da largura efetiva não dimensional B_{ef} / B (Fonte: baseado em Gara <i>et al.</i> , 2011).	38
Figura 12 - Notação da seção transversal de dois tipos de tabuleiros de pontes (Fonte: baseado em Zhu <i>et al.</i> , 2015).	39
Figura 13 - Padrão de distribuição simplificada do coeficiente de largura efetiva em vãos equivalentes para cargas verticais de flexão. (a) No caso de não haver cargas concentradas. (b) No caso de cargas concentradas (Fonte: baseado em Zhu <i>et al.</i> , 2015).	40
Figura 14 - Seção base para a definição da largura efetiva (Fonte: baseado em Yuan <i>et al.</i> , 2016).	42
Figura 15 - Superfícies de escoamento no plano das tensões principais (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	45
Figura 16 - Diagrama unidimensional tensão-deformação para concreto submetido à compressão (Fonte: baseado em Dias, 2013).	46
Figura 17 - Definição dos eixos de referência da fissura (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	47

Figura 18 – Configurações admitidas para o concreto fissurado (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	48
Figura 19 - Diagrama de retenção de tensões para o concreto fissurado a) Zonas com influência da armadura b) Zonas sem influência da armadura (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	49
Figura 20 - Diagrama tensão-extensão para o aço a) Tri-linear b) Bi-linear (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	50
Figura 21 - Critério de escoamento em tração e compressão para o aço (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	52
Figura 22 - Rigidez tangente e rigidez secante do conector (Fonte: baseado em Dias, 2013).	53
Figura 23 - Montagem do modelo numérico para a viga mista.	54
Figura 24 - Elemento finito de casca degenerada empregado para modelar a laje de concreto (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	54
Figura 25 – Esquema em camadas do elemento finito empregado para o concreto armado.	56
Figura 26 - Elemento finito de cabo de protensão (Fonte: baseado em Moreno, 2016).	56
Figura 27 - (a) Membrana de Ibrahimbegovic <i>et al.</i> (1990). (b) Placa fina de Batoz e Tahar (1982) (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	57
Figura 28 - Elemento de catenária após a convergência (Fonte: baseado em Wayar, 2016).	59
Figura 29 - Elemento de interface e desviador (Fonte: baseado em Wayar, 2016).	60
Figura 30 - (a) Elemento de barra para a modelagem do conector. (b) Conector de corte típico antes e depois da deformação (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).	61
Figura 31 - Geometria da seção transversal das vigas utilizadas em Henriques, 2014. (a) Seção transversal da viga completa. (b) Seção transversal de simetria.	65
Figura 32 - Malhas de elementos finitos da viga de 6 m de Henriques, 2014. (a) Malha elaborada no GiD. (b) Malha elaborada no SAP2000.	66
Figura 33 - Malhas de elementos finitos da viga de 8 m de Henriques, 2014. (a) Malha elaborada no GiD. (b) Malha elaborada no SAP2000.	66
Figura 34 - Distribuição de tensões na camada média da laje de concreto e no meio do vão da viga de 6 m de comprimento.	67
Figura 35 - Distribuição de tensões na camada média da laje de concreto e no meio do vão da viga de 8 m de comprimento.	67
Figura 36 - Geometria da seção transversal da viga de Macorini <i>et al.</i> , 2006.	68
Figura 37 - Malha de elementos finitos empregada na análise da viga de Macorini <i>et al.</i> , 2006.	70

Figura 38 - Divisão da laje de concreto em camadas.	71
Figura 39 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do meio do vão - sem retração e fissuração.....	73
Figura 40 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do apoio - sem retração e fissuração.	74
Figura 41 - Coeficiente de fluência ao longo do tempo - sem retração e fissuração.....	75
Figura 42 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - sem retração e fissuração.	76
Figura 43 - Variação ao longo do tempo da máxima tensão do concreto no meio do vão e no apoio - sem retração e fissuração.	77
Figura 44 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga em comparação com códigos de projeto e ADAPTIC - sem retração e fissuração.	79
Figura 45 - Variação da linha neutra na camada de referência.	80
Figura 46 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga em comparação com metodologias da literatura - sem retração e fissuração.	81
Figura 47 - Parâmetro adimensional da largura efetiva em termos da relação largura/vão - sem retração.....	82
Figura 48 - Variação da razão entre a tensão da armadura e da laje de concreto - sem retração e fissuração.	83
Figura 49 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do meio do vão - com retração.....	85
Figura 50 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do apoio - com retração.....	86
Figura 51 - Coeficiente de fluência e retração ao longo do tempo - com retração.....	87
Figura 52 - Variação ao longo do tempo da máxima tensão do concreto no meio do vão e no apoio - com retração.	88
Figura 53 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - com retração.....	90
Figura 54 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga em comparação com códigos de projeto - com retração.....	91
Figura 55 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga em comparação com metodologias da literatura - com retração.....	92
Figura 56 - Parâmetro adimensional da largura efetiva em termos da relação largura/vão - com retração.....	93

Figura 57 - Variação da razão entre a tensão da armadura e da laje de concreto - com retração.	94
Figura 58 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do apoio - com retração e fissuração.	96
Figura 59 - Distribuição da média de tensões das camadas superior e inferior da armadura de reforço, ao longo da laje, na seção do apoio - com retração e fissuração.....	97
Figura 60 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do meio do vão - com retração e fissuração.....	98
Figura 61 - Distribuição da média de tensões das camadas superior e inferior da armadura de reforço, ao longo da laje, na seção do meio do vão - com retração e fissuração.....	99
Figura 62 - A evolução da fissuração na camada 6 da laje de concreto.	100
Figura 63 - Variação ao longo do tempo da máxima tensão do concreto no meio do vão e no apoio - com retração e fissuração.	100
Figura 64 - Variação ao longo do tempo da máxima tensão da camada de aço no meio do vão e no apoio - com retração e fissuração.....	101
Figura 65 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio para a camada de concreto - com retração e fissuração.....	102
Figura 66 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio para a camada de aço - com retração e fissuração.....	103
Figura 67 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga, para a camada de concreto, em comparação com códigos de projeto e ADAPTIC - com retração e fissuração.	104
Figura 68 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga, para a camada de concreto, em comparação com metodologias da literatura - com retração e fissuração....	105
Figura 69 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga, para a camada de aço - com retração e fissuração.....	106
Figura 70 - Parâmetro adimensional da largura efetiva em termos da relação largura/vão - com retração e fissuração.....	107
Figura 71 - Variação da razão entre a tensão da armadura e da laje de concreto - com retração e fissuração.	108
Figura 72 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - sem retração, comparação entre métodos.....	109
Figura 73 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga - sem retração, comparação entre métodos.....	110

Figura 74 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - com retração, comparação entre métodos.	111
Figura 75 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga - com retração, comparação entre métodos.....	112
Figura 76 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - com retração e fissuração, comparação entre métodos.	113
Figura 77 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga - com retração e fissuração, comparação entre métodos.	114

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficientes requeridos nas expressões analíticas para o cálculo da largura efetiva (Baseado em Gara <i>et al.</i> , 2011).....	37
Tabela 2 - Propriedades dos materiais empregados na análise das vigas utilizadas em Henriques, 2014.	65
Tabela 3 - Propriedades dos materiais empregados na análise da viga de Macorini <i>et al.</i> , 2006.	68
Tabela 4 - Parâmetros para predição de cada modelo.	72

LISTA DE SÍMBOLOS

b : largura real da laje de concreto	30
b_0 : distância entre centros de conectores de cisalhamento no EUROCODE 4/2005.....	34
b_1 : largura efetiva da mesa de concreto na parte exterior da viga mista na GB50017/2003	35
b_2 : largura efetiva da mesa de concreto na parte interior da viga mista na GB50017/2003	35
b_{ef} : largura efetiva da mesa de concreto	34
b_{ei} : largura efetiva da mesa de concreto em cada um dos lados da alma no EUROCODE 4/2005	34
d : distância do ponto de aplicação da carga até um extremo livre em cargas de compressão axial do método de Zhu <i>et al.</i> (2015).....	41
hc : espessura da laje de concreto da viga mista na GB50017/2003 e no método de Yuan <i>et al.</i> (2016).....	35
t : espessura da laje de concreto.....	30
x : distância do ponto de aplicação da carga até a seção transversal medida no segmento de carga de compressão do método de Zhu <i>et al.</i> (2015)	41
x_1, x_2 : parâmetros adimensionais para a determinação da largura efetiva do método de Yuan <i>et al.</i> (2016).....	42
$B_{ef,0}$: largura efetiva nas regiões extremas de um tabuleiro segundo Gara <i>et al.</i> (2011)	37
$B_{ef,1}$: largura efetiva nas regiões de momento positivo de um tabuleiro segundo Gara <i>et al.</i> (2011).....	37
$B_{ef,2}$: largura efetiva nas regiões de apoios internos de um tabuleiro segundo Gara <i>et al.</i> (2011).....	37
C, D, E : coeficientes requeridos nas expressões de Gara <i>et al.</i> (2011).....	37
L : comprimento do vão da viga mista	33
$L_2, L_{2tot}, L_{2L}, L_{2R}$: distância entre apoio do método de Gara <i>et al.</i> (2011).....	37
L_e : comprimento equivalente da viga mista	34
S : espaçamento entre vigas mistas da AASHTO/2012	33
α : parâmetro para considerar a interferência da distância do ponto de aplicação da carga até um extremo livre do método de Zhu <i>et al.</i> (2015)	41

β : coeficiente para a determinação da largura efetiva em cargas de compressão axial no método de Zhu <i>et al.</i> (2015).....	41
β_i : coeficiente para a determinação da largura efetiva nas regiões de apoio de extremidade segundo o EUROCODE 4/2005	35
δ : coeficiente adimensional para carregamentos de compressão do método de Zhu <i>et al.</i> (2015).....	41
η : largura efetiva adimensional empregada nos gráficos apresentados.....	75
η_1 : coeficiente para a determinação da largura efetiva do método de Yuan <i>et al.</i> (2016)	43
θ : ângulo de inclinação do alinhamento de referência do método da AASHTO/2012	33
λ : coeficiente adimensional do método de Zhu <i>et al.</i> (2015).....	39
λ_c : coeficiente adimensional para carregamentos concentrados do método de Zhu <i>et al.</i> (2015).....	39
λ_u : coeficiente adimensional para carregamentos uniformemente distribuídos do método de Zhu <i>et al.</i> (2015)	39
λ_s : coeficiente adimensional nas regiões de apoio do método de Zhu <i>et al.</i> (2015).....	40
σ_x : tensão longitudinal na laje de concreto.....	30
$\sigma_{x,máx}$: tensão longitudinal máxima na laje de concreto.....	30

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

A melhora na rigidez, resistência e ductilidade de vigas mistas de aço-concreto em comparação com vigas de concreto armado e vigas de aço, resultante da sinergia entre esses dois materiais, têm sido reconhecido por muitos anos (CASTRO *et al.*, 2007). Segundo McCormec e Csernak (2011), uma vantagem particular das vigas mistas é utilizar a elevada resistência à compressão do concreto e, ao mesmo tempo, a capacidade do aço de resistir a esforços de tração, tornando as seções compostas mais rígidas quando comparadas com seções não compostas, necessitando seções menores para resistir às mesmas cargas e vãos, por consequência, resultando em custos menores.

Uma viga mista de aço-concreto é formada quando um componente de aço é ligado a um componente de concreto. Entretanto, a atração real de estruturas compostas é baseada em ter uma ligação eficiente entre o aço e o concreto. Tal ligação é concretizada por meio de conectores de cisalhamento, que permitem a transferência de forças cisalhantes do concreto para o aço e vice versa, além de impedir a separação vertical dos elementos (OEHLRS; BRADFORD, 1999).

As deformações por corte na laje de concreto não permitem que as seções transversais permaneçam planas e conduzem a uma distribuição de tensões normais não uniformes ao longo da largura da laje, fenômeno denominado na literatura inglesa de *shear lag*. Assim, a teoria de *Saint Venant* não pode ser utilizada para estudar vigas mistas. A fim de superar este problema e para evitar avaliações complexas, as normas atuais introduziram o conceito da largura efetiva (largura da laje de concreto, através da qual a tensão normal pode ser assumida constante). Um exemplo destas considerações pode ser visto na Figura 1. Desta forma, a teoria de flexão simples pode ser estendida também à viga mista, e resultados semelhantes aos dados pela teoria rigorosa para as tensões máximas e deslocamentos verticais podem ser obtidos (AMADIO *et al.*, 2004).

Figueiras e Póvoas (1994), afirmam que os progressos realizados em técnicas de computação numérica aplicadas à mecânica dos meios contínuos e, em particular, os avanços

no campo dos modelos constitutivos do comportamento dos materiais, abriram a possibilidade de desenvolver modelos de elementos finitos não lineares confiáveis para a análise e projeto de estruturas. Assim, estudos realizados para compreender os fenômenos do comportamento estrutural têm sido substituídos por análises numéricas complexas, reduzindo o número de experimentos, tornando o trabalho mais ágil e menos oneroso.

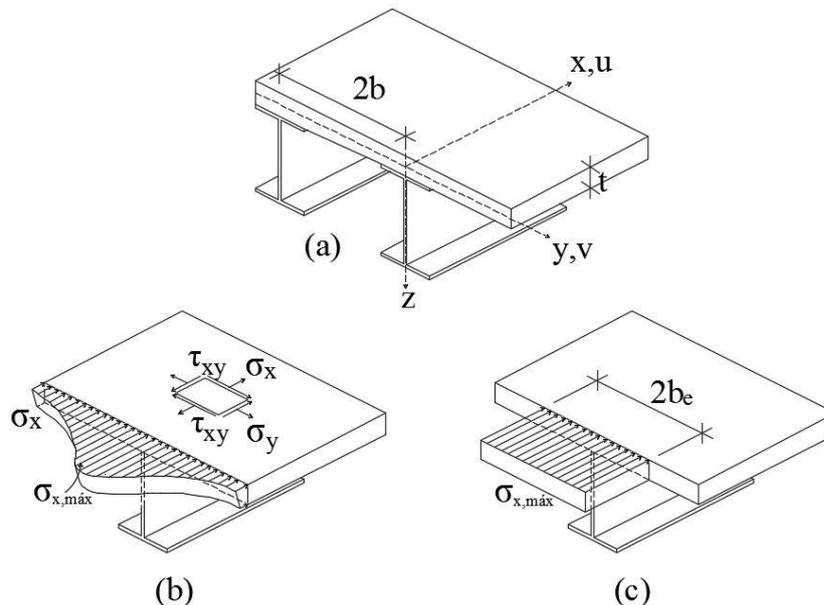


Figura 1 - Conceito de largura efetiva. (a) Geometria de vigas mistas. (b) Distribuição de tensões real. (c) Distribuição de tensões uniforme considerando a largura efetiva (Fonte: baseado em Ahn *et al.*, 2004)

1.2. JUSTIFICATIVA

Valendo-se da simbiose existente entre o aço e o concreto, o mercado da construção civil brasileira vem utilizando cada vez mais estruturas mistas, mas, mesmo assim, estas poderiam ser mais bem aproveitadas. O receio na utilização do sistema pode estar relacionado com a escassez de informações, a nível nacional, relativas ao assunto. Contudo, tal panorama tende a se modificar com o desenvolvimento de estudos específicos na área.

Com os avanços dos estudos dos materiais compósitos e os benefícios trazidos pelos mesmos, juntamente com novos desenvolvimentos de ferramentas computacionais, a execução de pontes em estruturas mistas vêm crescendo gradativamente, pois projetistas estruturais, em busca de projetos ótimos, procuram tirar proveito desse sistema de construção.

Vigas mistas aço-concreto representam uma atrativa solução estrutural, obtendo gradativos aumentos em sua utilização no decorrer dos anos. O uso de estruturas mistas para

pontes e edifícios permite, em muitos casos, redução de custos e otimização do desempenho estrutural. Assim, consideráveis esforços em pesquisas têm sido dedicados à investigação de tal tipo de estrutura. Métodos de análises rigorosos e abordagens simples de projeto têm sido desenvolvidos. Vários modelos numéricos com base nas tiras finitas, nas diferenças finitas e nos elementos finitos também têm sido propostos para avaliar as respostas estruturais de vigas mistas. Tais modelos podem ser utilizados para realizar as análises não lineares complexas de estruturas compósitas e representam, juntamente com os testes experimentais, um meio eficaz para investigar o comportamento estrutural. Devido sua vantagem computacional e eficácia, os modelos de elementos finitos têm sido os mais difundidos na última década (MACORINI *et al.*, 2006).

Conforme Chiewanichakorn *et al.* (2004a), a determinação da largura efetiva afeta diretamente o cálculo de momentos, esforços cisalhantes, esforços de torção e deflexões de seções mistas, também afeta a proporção das seções de aço e o número dos conectores de cisalhamentos necessários. O método da largura efetiva é utilizado em vários códigos de projeto atualmente, tal como o AASHTO LRFD *Bridge Design Specification* nos Estados Unidos da América, *Chinese Standard, Code for design of steel structures* na China, e *Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part 2* na Europa, além da norma brasileira NBR 8800:2008. Conforme Castro *et al.* (2007), as larguras efetivas prescritas pelos códigos de projetos atuais foram estabelecidas há muitos anos e são baseadas em pesquisas que consideraram um comportamento essencialmente elástico, sendo que recentemente vários estudos têm sido realizados, reconhecendo que a largura efetiva não é um parâmetro constante, pois muda com a inelasticidade do elemento composto, ou seja, a mesma sofre variações ao passar do regime elástico para o plástico, além de se modificar ao longo do tempo.

1.3. OBJETIVOS

Através do código numérico desenvolvido por Tamayo (2011), Dias (2013), Moreno (2016) e Wayar (2016), apresenta-se um estudo paramétrico sobre vigas mistas, com ênfase no conceito de largura efetiva. O modelo elasto-plástico em elementos finitos disponível no CEMACOM, denominado VM (Viga Mista), é capaz de realizar a modelagem numérica de vigas mistas em análise de curta e longa duração, além de ter a capacidade de se analisar as estruturas com o efeito de protensão interna aderente na laje de concreto e protensão externa

não aderente. Utilizando toda a potencialidade disponível no modelo, almejou-se analisar quais são os parâmetros de maior influência sobre a largura efetiva, bem como o comportamento dos mesmos. Sendo assim, tentou-se dar resposta sobre a adequação das fórmulas estipuladas nas principais normas de projeto para o cálculo da largura efetiva em vigas mistas de aço-concreto. Para isso, procedimentos numéricos sobre a avaliação da largura efetiva, encontrados na literatura técnica, foram estudados e implementados. Procurou-se, também, customizar a interface do *software* GiD, ferramenta de pré e pós-processamento para simulações numéricas, com a intenção de auxiliar o usuário na visualização da distribuição de tensões em cada camada do elemento finito da laje de concreto.

1.4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.4.1. Início das Pesquisas

Desde os anos 1920, muitos pesquisadores têm desenvolvido estudos na área da largura efetiva. Salama e Nassif (2011) confirmam que entre os anos de 1901 a 1923, pesquisadores iniciaram os primeiros trabalhos teóricos e experimentais sobre o assunto. Ainda, expressam que em 1929 a teoria da largura efetiva foi estendida para resolver o caso de uma viga de concreto “T” isolada, com largura da mesa infinita e submetidas a uma carga concentrada no meio do vão. Ficou demonstrado que quando a relação entre a largura da laje e o vão da viga for pequena, a largura efetiva se aproxima à largura da mesa da viga.

Zhu *et al.* (2015) enunciam que em 1924, pesquisadores, primeiramente, propuseram o método da largura efetiva para aplicações aeronáuticas e que mais tarde, em 1946, reconheceram a significância de se estudar o efeito *shear lag* na engenharia civil, apresentando um modelo analítico introduzindo funções pré-definidas de deslocamento.

Conforme Castro *et al.* (2007) e Zhu *et al.* (2015), uma solução analítica do efeito do *shear lag*, em tabuleiros compostos, foi deduzida em 1961, sendo que em 1968 utilizou-se tal solução analítica para se calcular a largura efetiva em vigas simplesmente apoiadas, considerando-se a variação de parâmetros geométricos. Nesse estudo, encontrou-se que a largura efetiva está intimamente ligada à largura da laje e ao tipo do carregamento aplicado.

Castro *et al.* (2007) e Zhu *et al.* (2015) informam, também, que em 1975 o método dos elementos finitos foi aplicado para se realizarem análises elásticas em vigas mistas

engastadas. Com estes resultados, concluiu-se que razoáveis tensões na laje de concreto são obtidas quando a largura efetiva é tomada como $1/4$ do comprimento da laje. Isto baseia o fundamento para o cálculo da largura efetiva em vigas mistas do código EC4.

Conforme Chen *et al.* (2007), em 1978 o método dos elementos finitos foi empregado para desenvolver a largura efetiva para pontes em vigas caixão. Este estudo foi usado como base para a regra da largura efetiva na extinta especificação britânica (BSI). Ainda, indicam que em 1978 o método das faixas finitas foi utilizado para se analisar a largura efetiva realística para mais de 300 modelos de pontes. Concluindo-se que na maioria das pontes praticáveis o tamanho do perfil de aço e a espessura do tabuleiro tem pouco efeito na largura efetiva e que, onde a largura total não é a efetiva, o que mais afeta a largura efetiva é o comprimento do vão e o espaçamento das vigas. Subsequentes versões do *Ontario Highway Bridge Design Code* e *Canadian Bridge Code* adotaram tais resultados.

1.4.2. Pesquisas Recentes

Fahmy e Robinson, (1986) investigaram 10 vigas mistas em balanço, com fôrmas de aço incorporadas e momentos positivos representados em conexões viga-coluna em uma estrutura não contraventada, analiticamente e experimentalmente. A não linearidade do material e interação do cisalhamento foi considerada na análise. A largura efetiva para cálculo de resistência e rigidez foi determinada. Concluíram que a largura efetiva depende principalmente da relação largura-comprimento e da relação entre a largura da coluna e a largura da laje. A largura efetiva aumenta com o aumento dessas duas relações. Em estudo similar ao de Fahmy e Robinson (1986), Elkelish e Robinson (1986) estudaram a influência do tipo de carga na largura efetiva e obtiveram que esta é maior na fase inelástica do que na elástica.

Dezi e Mentrasti (1985) estudaram o *shear lag* para seções de pontes em vigas caixão trapezoidais, resolvendo o problema através do teorema da energia potencial mínima. Posteriormente, Dezi *et al.* (2001) propuseram uma solução analítica abordando o *shear lag* em vigas mistas com conexão flexível, baseado no princípio dos trabalhos virtuais. Na solução analítica o comportamento linear elástico e linear viscoelástico do aço e do concreto, respectivamente, foram assumidos. Em uma aplicação numérica, na qual se considerou o concreto não fissurado e sem retração, variando-se a rigidez dos conectores, constataram que quanto maior a rigidez da ligação viga-laje, maior é a diferença entre a distribuição de tensões

da relação bordas da viga ao centro do vão da viga. Quanto à distribuição de tensões ao longo do tempo, ficou demonstrado que há uma diminuição proporcional.

Dezi *et al.* (2003) estenderam o modelo anteriormente proposto para analisar seções de vigas mista compostas por dois perfis “I” submetidas a ações estáticas e geométricas e à retração do concreto. Posteriormente Dezi *et al.* (2006), analisaram a mesma seção, agora com a consideração de protensão, como recalque do apoio, protensão interna na laje de concreto e protensão externa no perfil de aço, realizando um estudo paramétrico em seções de pontes reais. Foi considerado um comportamento linear elástico para o perfil de aço e para os conectores, enquanto para o concreto foi assumido um comportamento viscoelástico. Os resultados demonstraram que quando induzido um recalque de apoio o estado de tensão no tempo final reduz, proporcionalmente, cerca de 50%, além de evidenciar que a largura efetiva se aproxima da largura total da laje. Na protensão interna e externa, ficou apontado que o *shear lag* é significativo próximo à ancoragem do cabo, sendo que nas seções restantes as tensões assumem uma distribuição quase uniforme na laje. Também constataram que o efeito *shear lag* é influenciado pela geometria, pelas restrições de apoio e pelo tipo de ação considerada, do mesmo modo, quanto maior o espaçamento dos perfis de aço, maior é a magnitude do efeito.

Gara *et al.* (2006) e Ranzi *et al.* (2006), compararam quatro formulações de análise numérica estrutural, disponíveis para seções compostas com interação de cisalhamento parcial na interface laje-viga, sendo o método das diferenças finitas, o método dos elementos finitos, o método da rigidez direta e o método analítico. O método dos elementos finitos (elemento com 10 graus de liberdade) e o método das diferenças finitas foram capazes de descrever adequadamente o comportamento de vigas mistas. Gara *et al.* (2009), baseando-se nos estudos anteriores, desenvolveram um elemento finito de viga para análise de vigas mistas em longo prazo, que captura o efeito *shear lag* na laje e a interação de cisalhamento na interface laje-viga. Utilizando o elemento de viga formulado, Gara *et al.* (2011) propuseram um método de análise simplificado para projetar pontes mistas de seção com dois perfis “I” e seções em viga caixão. Novas equações analíticas para o cálculo da largura efetiva foram apresentadas. A abordagem proposta é capaz de lidar com diferentes condições de carga, tais como cargas uniformemente distribuídas, cargas de envoltória de tráfego, recalque de apoio e retração do concreto. Estas expressões analíticas foram obtidas com base nos resultados de um extensivo estudo paramétrico realizado por meio da formulação dos elementos finitos.

Com base naquele estudo paramétrico concluiu-se que a largura efetiva não varia com o tempo (o que varia é a magnitude das tensões). Vale a pena notar que estes resultados não são válidos no caso de vigas mistas pré-tensionadas com cabos internos ou externos que não são considerados no estudo. A rigidez do conector não se mostrou relevante, pois a largura efetiva não varia com a rigidez do conector, somente o valor das tensões são alteradas, o que também acontece ao se variar as dimensões do perfil de aço. A porcentagem de armadura na laje tem determinada influência somente na retração, onde afeta a magnitude da largura efetiva apenas para seções transversais próximas das extremidades da ponte, mesmo em relações de reforço realistas, ou seja, 1% - 2%, variações da largura efetiva não são significativas. A magnitude da largura efetiva é altamente dependente das variações das razões entre a largura do tabuleiro e o comprimento do vão, influência que diminui para seções transversais próximas das extremidades da ponte, na qual a largura efetiva é apenas ligeiramente afetada. Outro fator de significativa influência foi o espaçamento entre as vigas de aço.

Amadio e Fragiacommo (2002) realizaram um estudo paramétrico através do *software* ABAQUS. Eles tomaram como base várias análises numéricas lineares e não lineares executadas em uma viga mista simétrica, extraída a partir de uma estrutura feita por uma série de vigas paralelas iguais. A rigidez do conector não se mostrou relevante, mas a deformabilidade da conexão teve um papel importante na obtenção da largura efetiva na análise elástica. Além disso, obtiveram que há variação na largura efetiva em momentos positivos e negativos e que em comparação com a análise elástica, na análise plástica a redistribuição de tensões na laje determina um aumento da largura efetiva.

Amadio *et al.* (2004), avaliaram a largura efetiva na fase elástica e plástica, em vigas mistas de aço e concreto. O estudo foi realizado através de ensaios experimentais em quatro espécimes. Casos de momentos de flexão positivo e negativo foram investigados, bem como a influência da união viga-pilar. Mostrou-se que para todas as amostras a largura efetiva aumenta com a carga, que se aproxima da largura de toda a laje perto do colapso. A presença de uma união viga-pilar não afeta este resultado. Uma simples alteração para o Eurocode 4 foi apresentada para a análise de colapso das vigas mistas sob momentos de flexão negativo.

Macorini *et al.* (2006) estudaram, por meio dos elementos finitos, o comportamento de vigas mistas em cargas de curta e longa duração. O modelo proposto é capaz de considerar o comportamento mecânico não linear para cargas de curta duração, assim como a fluência, a

retração e a não linearidade mecânica nas zonas de fissuras para carregamento em longo prazo. Os resultados obtidos indicam que as tensões devidas à retração do concreto impedido pela ligação entre a laje e viga, são claramente maiores do que as tensões devido à carga externa e de fluência, e levam a fissuras da laje de concreto. Observou-se que a largura efetiva permanece constante com o tempo e igual ao valor assumido logo após a aplicação da carga externa para uma análise viscoelástica linear sem retração. Por outro lado, a retração provoca uma variação significativa da largura efetiva com o tempo, tanto na análise viscoelástica linear e não linear. É importante salientar que esse artigo foi tomado como texto base para o desenvolvimento da presente dissertação.

Castro *et al.* (2007), analisaram o comportamento de várias vigas mistas através de simulações numéricas 3D detalhadas, por meio do método dos elementos finitos, que forneceram uma visão sobre os principais parâmetros que influenciam a largura efetiva. Uma nova metodologia foi proposta para avaliar larguras efetivas. Ficou evidenciado que a largura efetiva está principalmente relacionada com a largura da laje, mas também depende de uma série de parâmetros, tais como a espessura da laje, o vão da viga, das condições de contorno, do tipo de carregamento, além de diferenciar-se quando na análise elástica à plástica.

Ahn *et al.* (2004), compararam distintas formulações disponíveis nos principais códigos para o cálculo da largura efetiva, descrevendo suas semelhanças e diferenças. Chiewanichakorn *et al.* (2004a), empregaram uma análise tridimensional através de elementos finitos e introduziram uma nova definição de largura efetiva para vigas biapoiadas, com foco no estado limite de serviço. Após isso, Chiewanichakorn *et al.* (2004b) introduziram uma revisão na formulação antes apresentada. No relatório 542 do NCHRP, Chen *et al.* (2005) exibem os resultados de investigação realizada, bem como especificações recomendadas, comentários e exemplos ilustrativos, com o objetivo de demonstrar o uso de expressões desenvolvidas para o cálculo da largura efetiva em vigas mistas de aço e concreto. Esse estudo baseia o conceito de largura efetiva introduzido pela AASHTO (2012). Continuando seus estudos, Aref *et al.* (2007) propuseram uma definição de largura efetiva para seções em momentos negativos e Chen *et al.* (2007) desenvolveram um critério mais versátil para calcular largura efetiva em pontes de vigas mistas.

Chen e Zhang (2006), usaram o método dos elementos finitos para, através de uma análise paramétrica, avaliar a largura efetiva em vigas mistas simplesmente apoiadas com protensão externa, sendo obtidos valores ligeiramente maiores de largura efetivas quando

comparados com vigas mistas sem protensão. Analisando também a abrangência da fluência e retração sobre a largura efetiva, notaram que os efeitos proporcionados por ambas são opostas, tornando-se parcialmente canceladas. Notaram ainda, que a largura efetiva na fase elástica difere da fase plástica, na qual a distribuição de tensões se torna aproximadamente uniforme na maior parte da seção.

Nie *et al.* (2008), apresentaram uma nova definição de largura efetiva para análise última de vigas mistas em momentos positivos. Através de um estudo experimental e modelagem através de elementos finitos, a distribuição da deformação e da tensão longitudinal na laje de concreto foi examinada e foram expressas em algumas fórmulas simplificadas.

Salama e Nassif (2011), apresentaram resultados de investigações experimentais e analíticas para a determinação de larguras efetivas em vigas mistas. O método dos elementos finitos foi utilizado para comparar os resultados obtidos em oito ensaios de vigas mistas carregadas até a ruptura. Equações para o cálculo da largura efetiva em estado limite de serviço e estado limite último foram recomendadas.

Zhu *et al.* (2015), realizaram ensaios estáticos em pontes mistas de seção transversal compostas por dois perfis “I” e de seção caixão, submetidas a cargas verticais de flexão e cargas de compressão, através de protensão. Os estudos focaram-se na parte elástica do material. Um modelo de elementos finitos foi elaborado e utilizado para analisar o efeito do *shear lag*. Através desse modelo, inúmeras análises numéricas são realizadas com o intuito de formular equações para o cálculo da largura efetiva.

Yuan *et al.* (2016), apresentaram dois modelos teóricos desenvolvidos para a análise de vigas mista, verificados por modelos de elementos finitos. Realizaram estudos paramétricos para conhecer quais são os parâmetros que mais influenciaram na largura efetiva, propondo fórmulas de projeto para o cálculo da mesma.

1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é composto por cinco capítulos. No primeiro capítulo fez-se uma introdução ao problema, bem como foram apresentados os objetivos e as referências do trabalho. No segundo capítulo são apresentados os conceitos da largura efetiva, os principais

métodos normalizados para o cálculo da mesma e os métodos propostos por pesquisadores para o mesmo fim. No terceiro capítulo têm-se as características do modelo numérico empregado. No quarto capítulo exibem-se os exemplos analisados e os resultados obtidos. Por fim, no quinto capítulo, as conclusões obtidas são apresentadas, bem como sugestões para trabalhos futuros.

2. LARGURA EFETIVA

Neste capítulo são apresentados os conceitos principais sobre o efeito *shear lag*, a definição de largura efetiva, bem como as maneiras fundamentais para sua avaliação. Ainda, expõe-se a forma de ponderação da largura efetiva em alguns dos principais códigos de projetos atuais e igualmente os métodos simplificados elaborados através de pesquisas recentes.

2.1. DEFINIÇÕES GERAIS

Em vigas mistas com grandes larguras de laje de concreto, a suposição habitual que seções planas permanecem planas antes e após o carregamento, não é realista. Na verdade, devido à interação com a viga de aço, a laje de concreto é submetida a deformações significativas que induzem uma distribuição não uniforme de tensões (GARA *et al.*, 2011). Estas deformações de corte que se desenvolvem na laje de concreto, causam o efeito *shear lag*, que consiste na distribuição não uniforme das tensões normais ao longo da largura da laje e da não planaridade da seção transversal da laje (CASTRO *et al.*, 2007).

Considere uma viga mista simplesmente apoiada com uma carga concentrada aplicada no centro, como mostra a Figura 2. A distribuição do fluxo de cisalhamento na laje é linear, e isto produz deslocamentos por deformações na direção longitudinal, que são parabólicos na direção transversal. No lado esquerdo da viga, o cisalhamento é positivo e os deslocamentos por deformações são como mostrados em (b). Em contrapartida, o lado direito da viga é submetido a cisalhamento negativo, resultando em deslocamentos por deformações também como mostrados em (b). Para a compatibilidade geométrica ser mantida no meio do vão, são necessárias alterações na distribuição de tensões de flexão, bem como na distribuição de cisalhamento. Estas mudanças de tensão resultam no efeito *shear lag* (OEHLRS; BRADFORD, 1999).

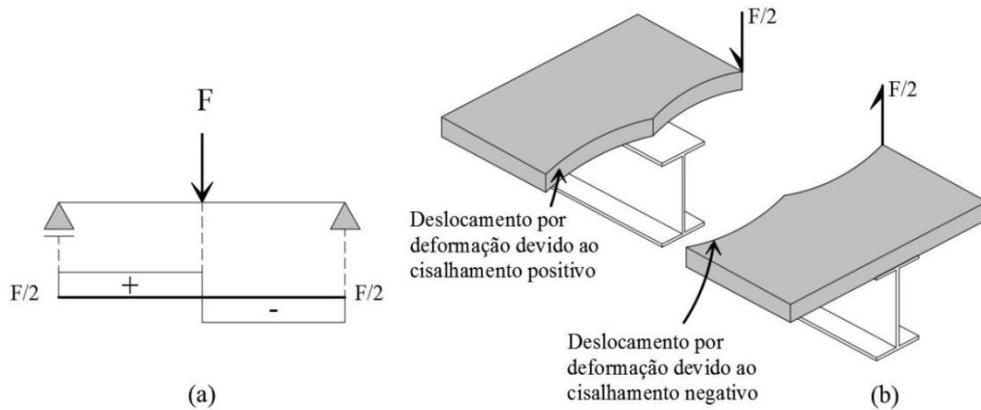


Figura 2 - Deslocamento por deformações incompatíveis em uma descontinuidade de cisalhamento. (a) Viga e diagrama de cisalhamento. (b) Deslocamentos por deformações calculados a partir da teoria convencional (Fonte: baseado em Oehlr e Bradford, 1999).

Com a abordagem da largura efetiva, o efeito *shear lag* é considerado através de uma adequada redução da largura da laje, assim, tanto para a análise, quanto para projeto, permanecem as suposições de seção plana. Desta forma, na análise estrutural não se faz necessário considerar a distribuição não uniforme de tensões, sob o pressuposto de que as seções planas são mantidas, tornando-se possível utilizar a análise através de linha de influência e da teoria de vigas para o cálculo de deflexão, tensão e momento resistente. Usualmente isto leva a erros aceitáveis para rotinas de projetos (GARA *et al.*, 2011).

A definição tradicional de largura efetiva é baseada na seção transversal mostrada na Figura 3. A tensão longitudinal ao longo da direção transversal da laje de concreto tem uma distribuição não uniforme por causa do efeito *shear lag*. Uma diminuição da largura da laje de concreto, definida como largura efetiva, é incorporada para simplificar o cálculo de vigas mistas, utilizando a teoria de vigas convencional, fazendo a área FGHI, igual à área ABCDE (YUAN *et al.*, 2016).

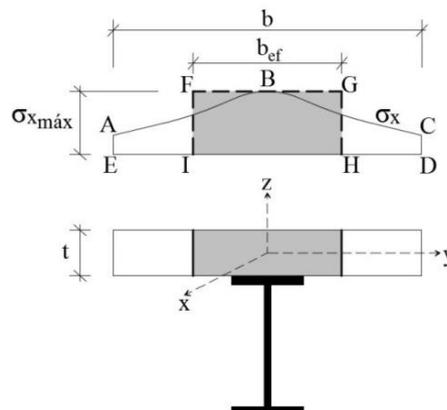


Figura 3 - Definição padrão de largura efetiva (Fonte: baseado em Yuan *et al.*, 2016).

Como pode ser observada na Figura 3, a tensão normal máxima ocorre no ponto B, que corresponde ao ponto de ligação do perfil metálico à laje de concreto, e diminui à medida que se afasta do centro da viga até chegar ao mínimo nos pontos A e C. Essa distribuição não uniforme na tensão faz com que apenas parte da largura da laje contribua para a rigidez e a capacidade resistente da viga mista, levando ao conceito de largura efetiva (b_{ef}).

Duas abordagens principais para avaliação deste parâmetro são frequentemente referidas na literatura. Uma está relacionada com o estado de tensão na laje e a outra com a rigidez da viga mista (CASTRO *et al.*, 2007).

Ainda segundo Castro *et al.* (2007), a primeira definição está baseada na distribuição de tensões na laje, a qual está diretamente relacionada com o fenômeno *shear lag*. Neste caso, a largura efetiva (b_{ef}) é considerada como a largura da laje que sustenta uma força igual àquela da laje real, assumindo que as tensões longitudinais (σ_x) são constantes através da largura efetiva da laje e igual à tensão de pico ($\sigma_{x,máx}$) sobre a linha central da viga de aço. Em termos matemáticos, isto é expresso conforme a Equação (2.1).

$$b_{ef} = \frac{1}{[\sigma_x]_{y=máx}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sigma_x dy \quad (2.1)$$

Tomando-se como base a Equação (2.1), o nível em que as tensões devem ser obtidas não é claramente estabelecido. Fahmy e Robinson (1986) e Elkelish e Robinson (1986) empregaram uma modificação na definição original, na qual a largura efetiva é avaliada a partir da relação da força total desenvolvida na laje para a integração de tensões no eixo da viga através da espessura da laje (t), conforme Equação (2.2).

$$b_{ef} = \frac{\int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \sigma_x dy dz}{\int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} [\sigma_x]_{y=máx} dz} \quad (2.2)$$

Essas duas abordagens baseadas em métodos de integração direta apresentam sérios inconvenientes em situações especiais, como por exemplo, quando a curva de *shear lag* apresenta certas regiões com tensões positivas e negativas simultaneamente. Essas situações

podem se apresentar quando a linha neutra na laje de concreto flutua acima e abaixo em relação a uma camada de referência, comumente acontecendo em seções transversais de transição entre regiões de momento positivo e momento negativo. Não obstante, em outras situações seu cálculo é adequado, aliando-se a sua fácil implementação numérica. Nessa dissertação, ambas as abordagens serão consideradas para o cálculo da largura efetiva.

Segundo Brosnan e Uang (1995), a outra abordagem é na qual a largura efetiva é baseada no cálculo da rigidez, que envolve a determinação da deflexão da viga mista e, em seguida, a partir de expressões analíticas, derivação do segundo momento equivalente à área que causaria a mesma deformação da viga idealizada. A partir do segundo momento equivalente de área, a largura efetiva média é então estimada. Além disso, é importante ressaltar que as larguras efetivas derivadas a partir das duas abordagens podem ser substancialmente diferentes. Também, é preciso se ter cuidado ao se abordar larguras efetivas baseadas no cálculo da rigidez em casos que se espera consideráveis deformações nas conexões de cisalhamento. Para se utilizar essa abordagem em análises numéricas de longa duração, é necessário contar com expressões analíticas que levem em consideração os efeitos de fluência, retração e fissuração simultaneamente na análise. Sendo que poucas às vezes há disponibilidade na literatura de expressões analíticas para tal propósito.

2.2. ABORDAGENS PREVISTAS EM CÓDIGOS DE PROJETO

2.2.1. NBR 8800/2008

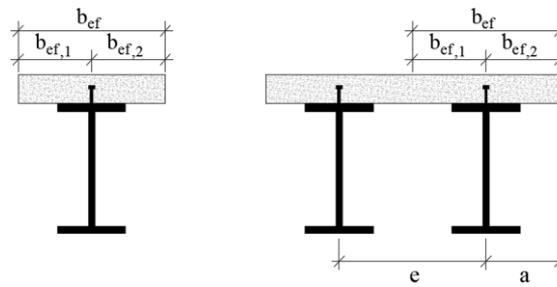
Na norma brasileira, a determinação da largura efetiva é definida em relação a vigas biapoiadas, vigas contínuas ou semicontínuas e vigas em balanço, conforme segue.

2.2.1.1 Vigas Mistas Biapoiadas

A largura efetiva da mesa de concreto, de cada lado da linha de centro da viga, deve ser igual ao menor dos seguintes valores:

- $1/8$ do vão da viga mista, considerado entre a linha de centro dos apoios;
- metade da distância entre a linha de centro da viga analisada e a linha de centro da viga adjacente;
- distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço.

A Figura 4 ajuda a compreender melhor como a largura efetiva deve ser determinada.



A largura efetiva deve ser tomada como o menor valor entre:

$$b_{ef} = b_{ef,1} + b_{ef,2}$$

$$b_{ef,1} = b_{ef,2} = \text{vão}/8$$

$$b_{ef,1} = b_{ef,2} = e/2$$

$$b_{ef,1} = b_{ef,2} = a$$

Figura 4 - Considerações da largura efetiva em vigas biapoiadas na NBR 8800/2008.

2.2.1.2 Vigas Mistas Contínuas ou Semicontínuas

As larguras efetivas para vigas mistas contínuas ou semicontínuas podem ser calculadas de acordo com o caso de vigas simplesmente apoiadas, tomando-se em lugar dos vãos da viga, as distâncias entre pontos de momento nulo, Figura 5. Admite-se, simplifadamente, a adoção dos seguintes valores para tais distâncias:

- nas regiões de momento positivo:
 - 4/5 da distância entre apoios, para vãos extremos;
 - 7/10 da distância entre apoios, para vãos internos;
- nas regiões de momento negativo:
 - 1/4 da soma dos vãos adjacentes.

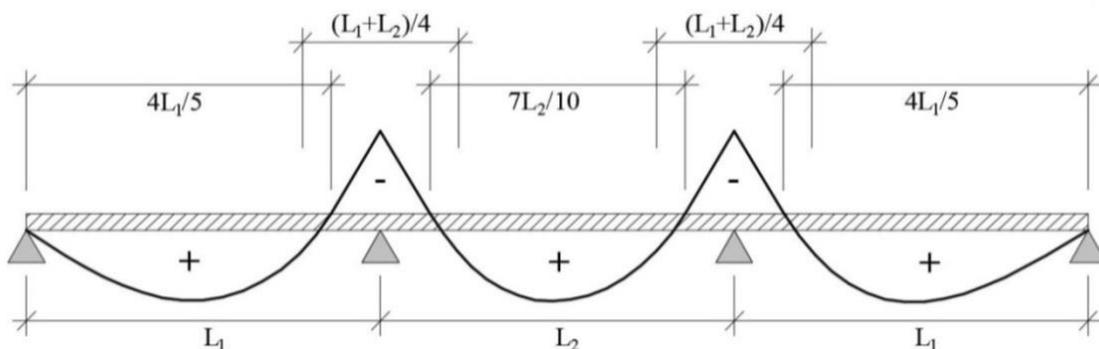


Figura 5 - Distâncias simplificadas entre os pontos de momento nulo em uma viga contínua ou semicontínua (Fonte: baseado em NBR 8800/2008).

2.2.1.3 Vigas Mistas em Balanço e Trecho em Balanço de Viga Mista

Nas vigas mistas em balanço, a largura efetiva pode ser determinada conforme o caso de vigas simplesmente apoiadas, tomando-se como vão da viga mista o comprimento do balanço. A largura efetiva da região envolvendo o balanço e a região de momento negativo adjacente pode ser determinada conforme o caso de vigas simplesmente apoiadas, tomando-se como vão da viga mista o comprimento do balanço somado ao comprimento real da região de momento negativo adjacente.

2.2.2. AASHTO/2012

A largura efetiva deve ser tomada como a metade da distância da linha de centro da viga em relação à viga adjacente em cada lado da seção transversal, ou a distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço, conforme Figura 6.

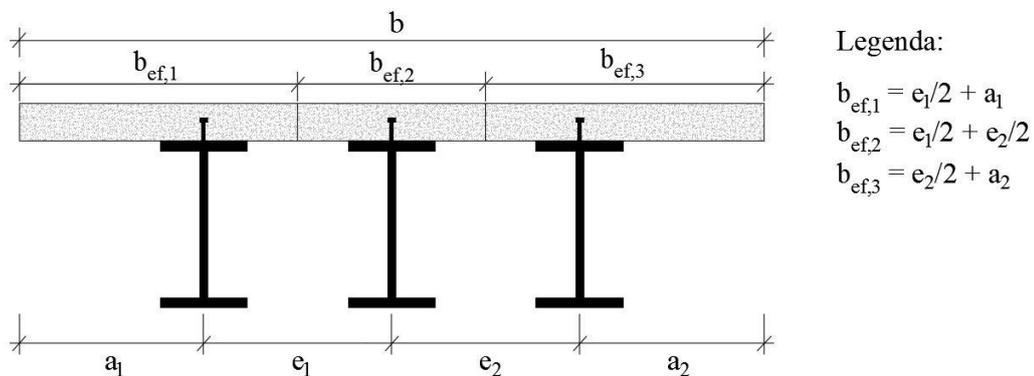


Figura 6 - Considerações da largura efetiva na AASHTO/2012.

As disposições contidas no código são consideradas aplicáveis para:

- ângulos de inclinação (θ) inferiores ou iguais a 75 graus, onde θ é o ângulo de uma linha de referência, medido em relação ao alinhamento normal de uma linha central de uma componente longitudinal;
- L/S maior ou igual a 2,0 e largura em balanço inferior ou igual à $0,5S$, onde L é o comprimento do vão e S é o espaçamento entre vigas.

A Figura 7 demonstra as incógnitas do método. Em casos incomuns ao anteriormente citado, uma análise refinada deve ser imposta para o cálculo da largura efetiva.

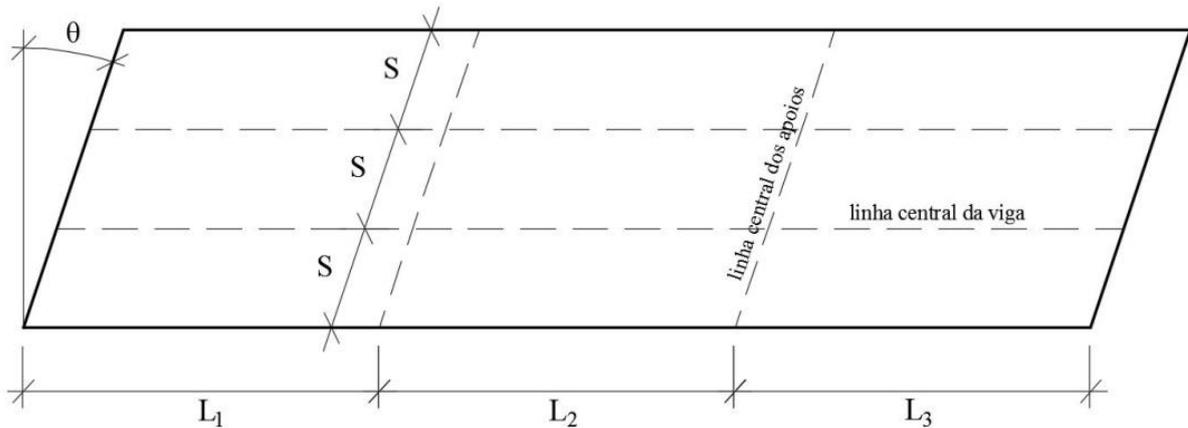


Figura 7 - Incógnitas do método da largura efetiva da AASHTO/2012.

2.2.3. EUROCODE 4/2005

A largura efetiva é considerada variada ao longo do vão da viga. No meio do vão ou em um apoio interno, a largura efetiva (b_{ef}), ver Figura 8, pode ser determinada com a Equação (2.3).

$$b_{ef} = b_0 + \sum b_{ei} \quad (2.3)$$

em que b_0 é a distância entre os centros dos conectores de cisalhamento; b_{ei} é o valor da largura efetiva da mesa de concreto em cada um dos lados da alma e tomado como $L_e/8$, mas não maior que a largura geométrica b_i . O valor b_i deve ser tomado como a distância do conector de cisalhamento ao ponto do meio entre almas adjacentes, medida no meio da espessura da mesa de concreto, exceto numa extremidade livre, onde b_i é a distância à extremidade livre. O comprimento L_e deve ser tomado como a distância aproximada entre dois pontos de momento nulo. Para vigas mistas contínuas típicas, na qual uma envoltória de momentos a partir de vários arranjos de carregamentos domina o projeto, e vigas com uma extremidade engastada e outra livre, L_e deve ser assumido como na Figura 8.

A largura efetiva na região de suporte de extremidade deve ser determinada como na Equação (2.4).

$$b_{ef} = b_0 + \sum \beta_i b_{ei} \quad (2.4)$$

Com β_i definido pela Equação (2.5):

$$\beta_i = \left(0,55 + \frac{0,025L_e}{b_{ei}} \right) \leq 1,0 \quad (2.5)$$

em que b_{ei} é a largura efetiva antes mencionada, na extremidade do vão até meio vão e L_e é o vão equivalente do final do vão, de acordo com a Figura 8.

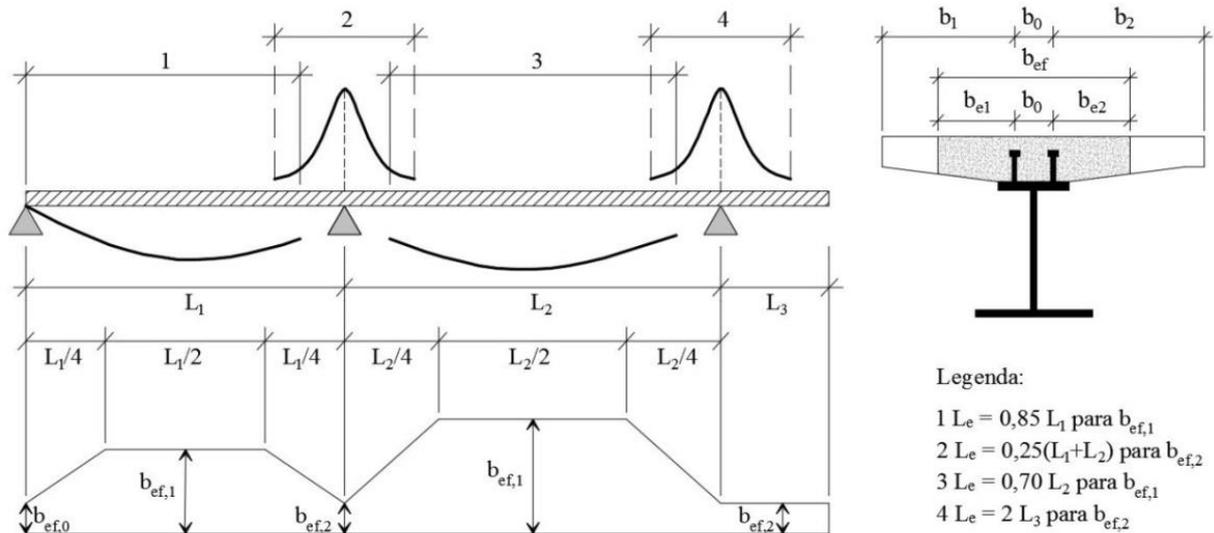


Figura 8 - Vãos equivalentes, para largura efetiva (Fonte: baseado em EUROCODE 4/2005).

2.2.4. GB50017/2003

A largura efetiva (b_{ef}), Figura 9, deve ser determinada conforme a Equação (2.6).

$$b_{ef} = b_0 + b_1 + b_2 \quad (2.6)$$

Onde:

b_0 é a largura efetiva do topo do entalhe de concreto, calculado com $a = 45^\circ$, quando $a < 45^\circ$, onde a é a inclinação do entalhe. Nos casos em que não há entalhe, b_0 deve ser tomado como a largura da mesa superior do perfil de aço;

b_1, b_2 são as larguras efetivas do concreto da parte exterior e da parte interior, respectivamente. Cada uma deve ser tomada como o menor valor entre $L/6$, onde L é vão da viga mista, e $6hc_1$, onde hc_1 é a espessura da laje de concreto. Além disso, b_1 não deve exceder a largura do balanço da laje de concreto (s_1) e b_2 não deve exceder $1/2$ da distância

livre (s_0), distância essa tomada entre duas mesas superiores adjacentes do perfil de aço ou entalhe de concreto. Para o caso de vigas intermediárias, na Equação (2.6), o valor de b_1 é o mesmo que o de b_2 .

Quando se utilizam lajes mistas com chapas de aço incorporadas, hc_1 é igual à espessura total da laje composta, menos a espessura das nervuras da chapa de aço incorporado. Assim, quando se determina a largura efetiva de uma laje de concreto com forma de aço incorporado, hc_1 deve ser tomada como a largura total da laje de concreto nas nervuras. Nos casos em que há entalhes na laje de concreto, hc_2 é a espessura da laje até o final do entalhe.

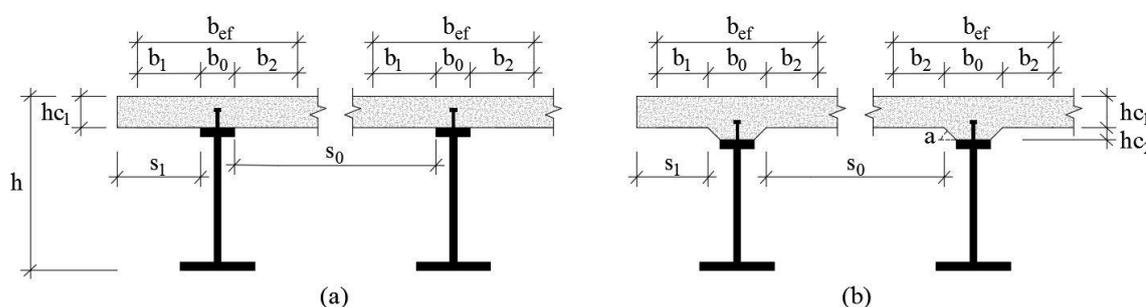


Figura 9 - Vãos equivalentes, para largura efetiva (Fonte: baseado em GB50017/2003).

2.3. MÉTODO DESENVOLVIDO POR GARA *ET AL.* (2011)

A base da abordagem é a utilização da geometria real do tabuleiro da ponte na análise global, isto é, não modificar a largura da mesa da viga mista, para diferentes vãos, baseado no método da largura efetiva.

Uma vez que as ações internas são calculadas, na análise global, a largura efetiva é calculada por diferentes expressões, que levam em consideração quatro condições de carregamento, estando incluídas cargas uniformemente distribuídas, envoltórias de carregamento de tráfego, deslocamento de apoio e retração do concreto. Com as larguras efetivas anteriormente calculadas, estas são convertidas em distribuição de tensões resistidas pelo concreto por meio de uma análise simples da seção transversal.

Estas expressões foram formuladas com base no *layout* de sistemas estáticos simplificados (Figura 10) e foram definidas como uma função da geometria da seção transversal e do vão de pontes contínuas típicas.

Tendo como referência as grandezas geométricas apresentadas na Figura 10 e considerando as constantes especificadas na Tabela 1, as expressões da largura efetiva para seções transversais nas regiões extremas de um tabuleiro ($B_{ef,0}$), nas regiões de momento positivo ($B_{ef,1}$) e nas regiões dos apoios internos ($B_{ef,2}$), podem ser calculadas conforme as Equações (2.7), (2.8) e (2.9), que seguem:

$$\bar{B}_{ef,0} = \frac{B_{ef,0}}{B} = \left(C_1 \frac{B}{L_0} + C_2 \right) \left(C_3 \left(\frac{B_1}{B} \right)^2 + C_4 \frac{B_1}{B} + C_5 \right) \quad (2.7)$$

$$\bar{B}_{ef,1} = \frac{B_{ef,1}}{B} = \left(D_1 \frac{B}{L_1} + D_2 \right) \left(D_3 \left(\frac{B_1}{B} \right)^2 + D_4 \frac{B_1}{B} + D_5 \right) \quad (2.8)$$

$$\bar{B}_{ef,2} = \frac{B_{ef,2}}{B} = \left(E_1 \left(\frac{B}{L_{2tot}} \right)^2 + E_2 \frac{B}{L_{2tot}} + E_3 \right) \left(E_4 \left(\frac{B_1}{B} \right)^2 + E_5 \frac{B_1}{B} + E_6 \right) + \left(E_7 \frac{L_2}{L_{2tot}} + E_8 \right) \quad (2.9)$$

Tabela 1 - Coeficientes requeridos nas expressões analíticas para o cálculo da largura efetiva (Baseado em Gara *et al.*, 2011).

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅
UDL	-0,75	0,97	-1,45	1,20	0,76	-0,67	1,05	-0,66	0,72	0,81
TLE	-0,75	0,87	-1,45	1,20	0,76	-0,67	0,95	-0,66	0,72	0,81
SS	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
CS	0	0,5	-4,80	2,80	0,80	0	1	0	0	1

	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₇	E ₈
TLE	6	-3,75	0,95	-2,81	2,07	0,67	-0,35	1,17
SS	6	-3,75	0,95	-2,81	2,07	0,67	-0,35	1,17
CS	0	-0,83	0,97	-1,24	1	0,81	0	1
UDL	0	0	1	0	0	1	0	1

UDL = Carga Uniformemente Distribuída; TLE = Envolvória de Carregamento de Tráfego;
SS = Recalque de Apoio; CS = Retração no Concreto.

Sendo L_2 e L_{2tot} calculados conforme as Equações (2.10) e (2.11), respectivamente.

$$L_2 = \text{mín}(L_{2L}; L_{2R}) \quad (2.10)$$

$$L_{2tot} = L_{2L} + L_{2R} \quad (2.11)$$

nas quais L_2 e L_{2tot} representam a distância de um apoio interno a um ponto de inflexão entre vãos adjacentes, em casos de cargas uniformemente distribuídas. Quando consideradas as envoltórias de momentos devido ao carregamento de tráfego, estas se remetem à distância entre apoios adjacentes.

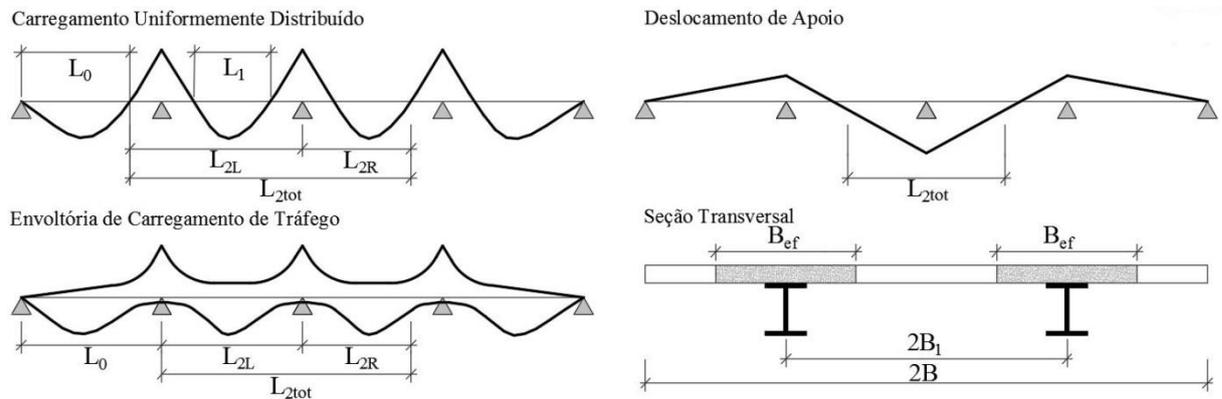


Figura 10 - Definição das grandezas geométricas utilizadas nas expressões analíticas para o cálculo da largura efetiva (Fonte: baseado em Gara *et al.*, 2011).

A variação da largura efetiva ao longo do comprimento é definida adotando-se valores constantes em regiões de momento positivo e variação linear em regiões de momentos negativos e nas regiões dos extremos, como mostra a Figura 11.

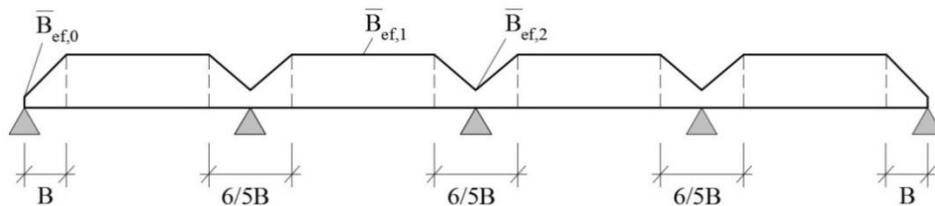


Figura 11 - Variação longitudinal da largura efetiva não dimensional B_{ef} / B (Fonte: baseado em Gara *et al.*, 2011).

Em particular, a variação linear nas regiões dos extremos é obtida interpolando os valores entre $\bar{B}_{ef,0}$ e $\bar{B}_{ef,1}$, ao longo de uma seção de comprimento B . Em regiões de momento negativo, a variação linear é obtida interpolando os valores entre $\bar{B}_{ef,2}$ e a largura B ao longo da seção transversal de comprimento $3/5 B$.

2.4. MÉTODO DESENVOLVIDO POR ZHU *ET AL.* (2015)

O método abrange vigas mistas contínuas formadas por perfis de aço de seção “I”, levando em consideração três casos de carregamentos, os quais incluem cargas gravitacionais, envoltórias de tráfego e cargas de protensão.

A largura efetiva é representada pelo coeficiente (λ) adimensional, conforme a Equação (2.12), na qual b representa a largura real da laje de concreto e b_{ef} a largura efetiva:

$$\lambda = \frac{b_{ef}}{b} \quad (2.12)$$

A Figura 12 descreve as notações que servem como referências as incógnitas mencionadas pelo método.

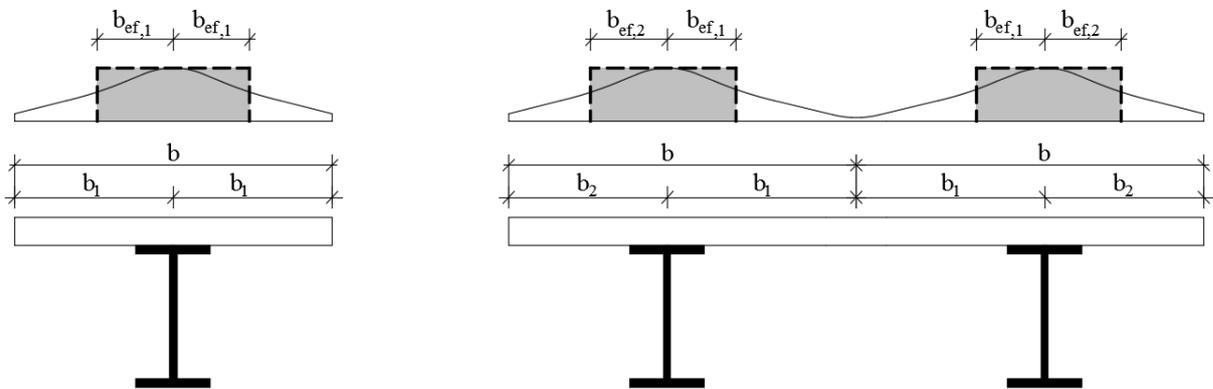


Figura 12 - Notação da seção transversal de dois tipos de tabuleiros de pontes (Fonte: baseado em Zhu *et al.*, 2015).

2.4.1. Método para Cargas de Flexão Verticais

O comprimento total da viga mista é separado por pontos de inflexão, como uma série de vãos equivalentes para a análise simplificada. A lei de distribuição da largura efetiva é aproximada por meio de um padrão linear envolvendo três larguras efetivas representativas:

- a largura efetiva ao meio vão sobre carregamentos uniformemente distribuídos ($b_{ef,u}$), correspondendo ao coeficiente λ_u ;
- a largura efetiva ao meio vão sobre carregamentos concentrados ($b_{ef,c}$), correspondendo ao coeficiente λ_c ;

- a largura efetiva na região dos apoios ($b_{ef,s}$), correspondendo ao coeficiente λ_s .

No modelo, dois casos de carregamento são considerados como segue:

- no caso de não haver cargas concentradas, o coeficiente da largura efetiva é assumido com uma distribuição linear por partes. O coeficiente é igual a λ_s na região dos apoios, enquanto que nos pontos de três divisões do comprimento do vão é λ_u , como mostra a Figura 13.a);
- no caso de cargas concentradas, o vão equivalente é dividido primeiramente em duas partes no ponto de aplicação da carga. O coeficiente da largura efetiva em cada parte do vão é assumido com uma distribuição linear por partes. Na parte esquerda do vão, o coeficiente varia linearmente de λ_s , na região de suporte, até λ_u , situado a $2/3$ longitudinalmente da parte esquerda do vão e até λ_c , no ponto de aplicação da carga, como mostra a Figura 13.b). O padrão da parte direita é similar à esquerda.

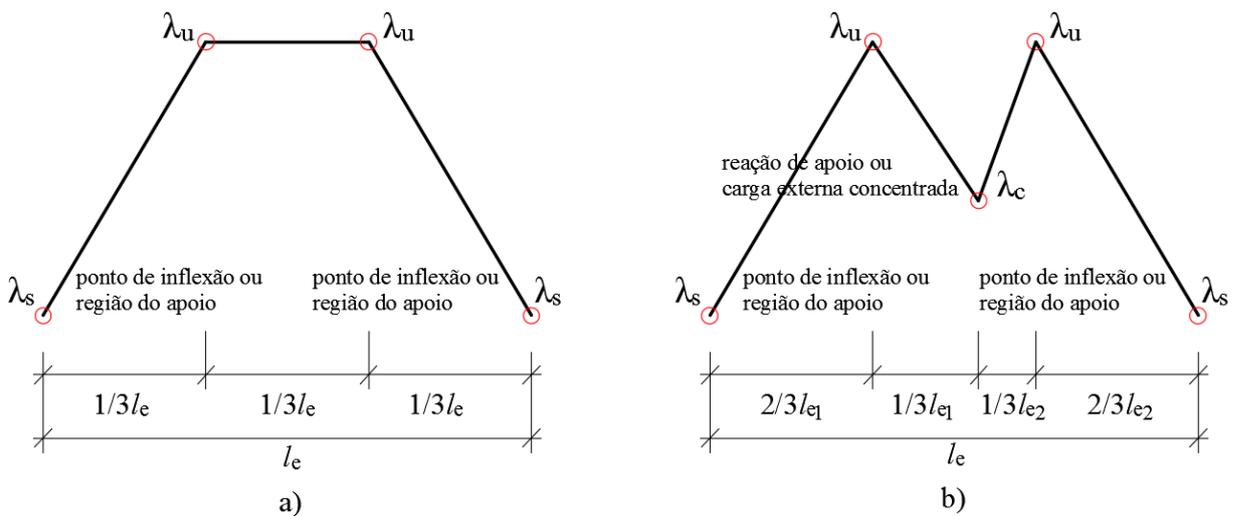


Figura 13 - Padrão de distribuição simplificada do coeficiente de largura efetiva em vãos equivalentes para cargas verticais de flexão. (a) No caso de não haver cargas concentradas. (b) No caso de cargas concentradas (Fonte: baseado em Zhu *et al.*, 2015).

Consequentemente, a distribuição padrão da largura efetiva ao longo do vão pode ser determinada pela combinação do padrão de distribuição de cada vão equivalente. Os coeficientes anteriormente mencionados podem ser calculados conforme as Equações (2.13),

(2.14) e (2.15), nas quais $L = L_e$ representa o comprimento do vão efetivo e b_i a largura transversal da laje de concreto no correspondente trecho do comprimento efetivo.

$$\lambda_u = \frac{b_{i,ef,u}}{b_i} = 1 - e^{-0,212(b_i/L)^{-0,1284}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.13)$$

$$\lambda_c = \frac{b_{i,ef,c}}{b_i} = \frac{1}{3,294(b_i/L)^2 + 2,487(b_i/L) + 1} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.14)$$

$$\lambda_s = \frac{b_{i,ef,s}}{b_i} = 1 - e^{-0,065(b_i/L)^{-0,313}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.15)$$

2.4.2. Método para Cargas de Compressão Axiais

Dois coeficientes são usados para calcular o comportamento da largura efetiva em vigas com protensão interna. O parâmetro adimensional δ , introduzido para refletir a amplitude de propagação da carga de compressão. Tal parâmetro é calculado conforme a Equação (2.16), na qual x denota a distância do ponto de aplicação de carga até a seção transversal medida no segmento de carga.

$$\delta = \frac{x}{b_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.16)$$

Para considerar a interferência da distância do ponto de aplicação de carga até um extremo livre, o parâmetro adimensional α é introduzido. Tal parâmetro é calculado conforme a Equação (2.17), na qual d denota a distância do ponto de aplicação de carga até um extremo livre.

$$\alpha = \frac{d}{b_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.17)$$

Levando em conta a influência dos dois parâmetros anteriormente mencionados, a largura efetiva para cargas axiais de compressão é dada conforme a Equação (2.18):

$$\lambda_p = \frac{b_{i,ef,p}}{b_i} = \begin{cases} \left(\frac{1}{e^{2,5\beta} - 1} \right) (e^\delta - 1) & \delta \leq 2,5 \\ 1 & \delta \geq 2,5 \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.18)$$

sendo β definido pela Equação (2.19).

$$\beta = \begin{cases} 0,612(\alpha)^2 - 1,584(\alpha) - 1,012 & \delta \leq 1 \\ -1,984 & \delta \geq 1 \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.19)$$

2.5. MÉTODO DESENVOLVIDO POR YUAN *ET AL.* (2016)

Neste método, a largura efetiva é investigada para o estado limite de serviço e diretamente relacionada com a deflexão do elemento. As incógnitas utilizadas pelo método estão expostas na Figura 14.

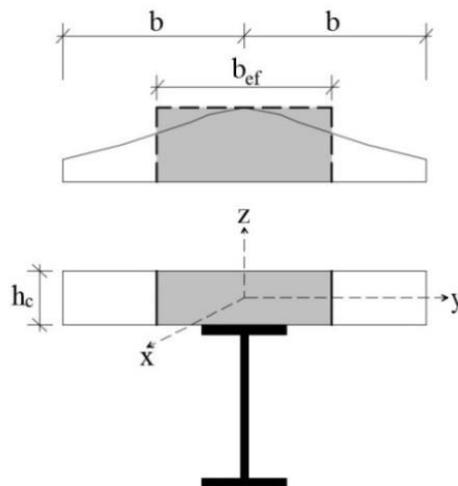


Figura 14 - Seção base para a definição da largura efetiva (Fonte: baseado em Yuan *et al.*, 2016).

A largura efetiva é definida através da Equação (2.20).

$$b_{ef} = \eta_1 b \quad (2.20)$$

Na Equação (2.20), η_1 é denominado coeficiente da largura efetiva, obtido com base em dois parâmetros adimensionais, conforme as Equações (2.21) e (2.22).

$$x_1 = \frac{L}{b} \quad (2.21)$$

$$x_2 = \frac{h_c}{b} \quad (2.22)$$

Onde:

b é a largura da laje de concreto, L é o vão da viga mista e h_c é a espessura da laje de concreto. Por fim, o coeficiente η_1 é obtido conforme a Equação (2.23).

$$\eta_1 = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 - e^{-0,65x_1} \\ \frac{2,83 \cdot 10^{-4} + x_2^2}{0,001 + x_2^2} \end{array} \right. \quad (2.23)$$

3. CARACTERÍSTICAS DO MODELO PROPOSTO

Baseando-se nos trabalhos de Tamayo (2011), Dias (2013), Tamayo *et al.* (2014), Dias *et al.* (2015), Moreno (2016), Wayar (2016) e Wayar *et al.* (2017), este capítulo exibe as características dos materiais empregados, por meio das leis constitutivas utilizadas e dos elementos finitos adotados. Vale aqui ressaltar que o modelo desenvolvido foi amplamente testado e validado pelos autores anteriormente mencionados, mostrando-se uma valiosa ferramenta para a análise comportamental de vigas mistas de aço e concreto. Para informações mais detalhadas recomenda-se consultar as referidas pesquisas.

3.1. PROPRIEDADE DOS MATERIAIS

3.1.1. Concreto

3.1.1.1 Modelo para o Concreto em Compressão

A Teoria da Plasticidade Associada foi utilizada para modelar o comportamento do concreto, associando-a ao modelo elasto-plástico com endurecimento não linear, com as relações constitutivas do tipo incremental estando estabelecidas por meio de três leis.

A 1ª lei estabelece o critério de plastificação elasto-plástico. É definida por duas superfícies de plastificação, a que determina o início da deformação plástica e a que separa o estado com endurecimento não linear do estado com comportamento elasto-plástico perfeito. Ambas as superfícies são determinadas pela função de escoamento $f(I_1, J_2)$, que corresponde a uma variação do critério de Druker-Prager, de acordo com a Equação (3.1), em função do 1º invariante do tensor de tensões I_1 e do 2º invariante do tensor de tensões desviadoras J_2 . Os parâmetros α e β são função do material, sendo obtidos a partir dos resultados experimentais de Kupfer *et al.* (1969): $\beta = 1.355$ e $\alpha = 0.355\sigma_o$. O caso particular de $\alpha = 0$ e $\beta = 1,0$ coincide com a condição para metais de von Mises.

$$f(I_1, J_2) = (3J_2\beta + \alpha I_1)^{1/2} = \sigma_o \quad (3.1)$$

Considerando $\sigma_z = 0$, obtém-se a função de plastificação em termos das componentes do tensor de tensões, da seguinte maneira (Equação (3.2)):

$$f(\sigma) = \left\{ 1.355 \left[(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y) + 3(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2) \right] + 0.355 \sigma_o (\sigma_x + \sigma_y) \right\}^{1/2} = \sigma_o \quad (3.2)$$

Sendo σ_o a tensão efetiva equivalente considerada como a tensão de compressão de um ensaio uniaxial. Quando a superfície que caracteriza o critério de escoamento inicial é atingida (atingido o limite elástico) e a carga é incrementada, deformações plásticas ocorrem, ocasionando o início da expansão da superfície conforme a lei de endurecimento adotada, até chegar à superfície limite de escoamento, onde se inicia o comportamento elasto-plástico perfeito, até que a condição de esmagamento do concreto à compressão seja verificada.

Na Figura 15 são apresentadas as superfícies de escoamento definidas no espaço das tensões principais (σ_1 e σ_2), com f_c sendo a resistência média do concreto à compressão uniaxial.

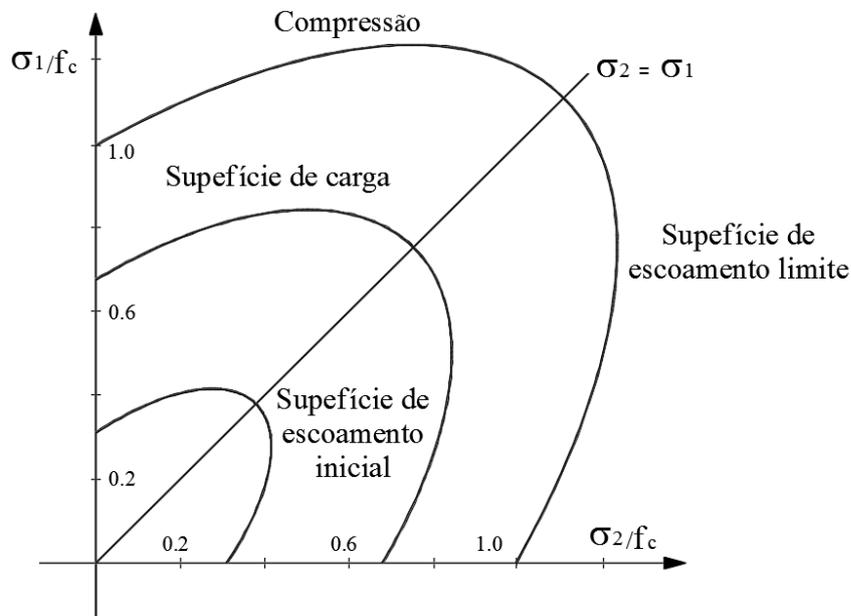


Figura 15 - Superfícies de escoamento no plano das tensões principais (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

A 2ª lei refere-se ao escoamento plástico, na qual o incremento da deformação plástica é definido de acordo com a Equação (3.3), na qual $d\lambda$ é a constante de proporcionalidade que determina a magnitude da deformação plástica, e $\partial f(\sigma) / \partial \sigma_{ij}$ define a direção perpendicular à superfície de escoamento atual.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.3)$$

A 3ª lei, equação (3.4), define o movimento da superfície de escoamento conforme a deformação plástica aumenta. Considera-se o concreto como um material de endurecimento isotrópico, cuja superfície de escoamento evolui conforme a deformação plástica aumenta:

$$F(\sigma, k) = f(\sigma) - \sigma_y(k) = 0 \quad (3.4)$$

em que $f(\sigma)$ é a função de escoamento definida pela Equação 3.4 e $\sigma_y(k)$ representa a tensão de escoamento relacionada ao parâmetro de endurecimento k , que para essa formulação corresponde à deformação plástica efetiva (parâmetro $d\lambda$ considerando a hipótese de endurecimento do trabalho, Hinton e Owen (1980)).

Para a definição do critério de esmagamento simplesmente converteu-se diretamente o critério de escoamento que estava em termos das tensões às deformações (Equação (3.5)).

$$1.355(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 - \varepsilon_x \varepsilon_y) + 1.01625(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2) + 0.355\varepsilon_u(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \varepsilon_u^2 \quad (3.5)$$

Quando alcançada a deformação última ε_u , o material perde todas suas características de rigidez e resistência. O amolecimento do material é considerado quando o concreto atinge o valor máximo de f_c , assim o patamar de escoamento é substituído por uma reta descendente até o valor de deformação última $\varepsilon_u = 0.01$ (Figura 16).

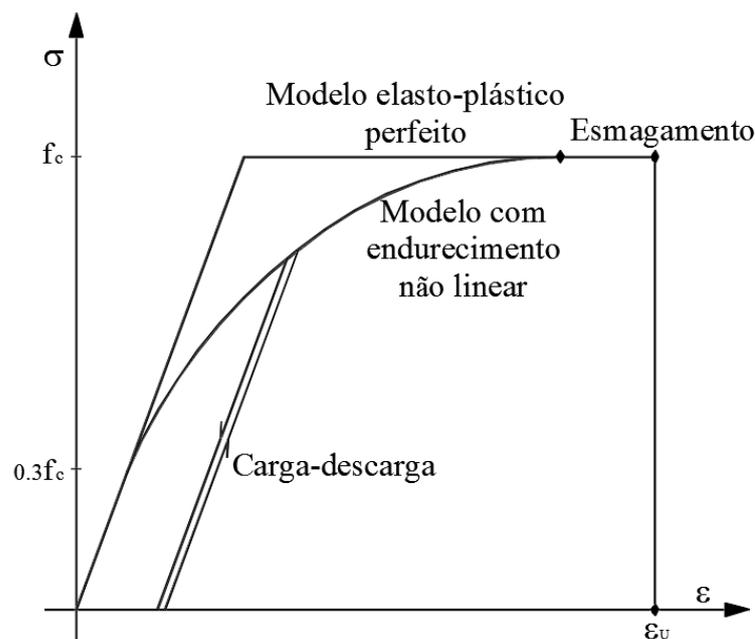


Figura 16 - Diagrama unidimensional tensão-deformação para concreto submetido à compressão (Fonte: baseado em Dias, 2013).

3.1.1.2 Modelo para o Concreto em Tração

O comportamento a tração do concreto é idealizado através do conceito de fissuração distribuída, que apresenta bons resultados na caracterização da influência da fissuração em lajes e cascas (PÓVOAS, 1991). Esta aproximação considera a fissuração distribuída na zona de influência associada ao ponto representativo do material (necessariamente identificado com um dos pontos pertencentes ao esquema de integração adotado). Assim, atualizasse a relação tensão-deformação nesse ponto após a ocorrência da fissuração, sem ser necessária a modificação da malha de elementos finitos.

Admite-se que, quando excedida a tensão de fratura do concreto pela tensão principal máxima, forma-se então uma fissura na direção perpendicular à referida tensão principal. Isso faz com que o concreto se transforme em um material ortótropo, com eixos locais de ortotropia coincidentes com as direções das tensões principais (Figura 17).

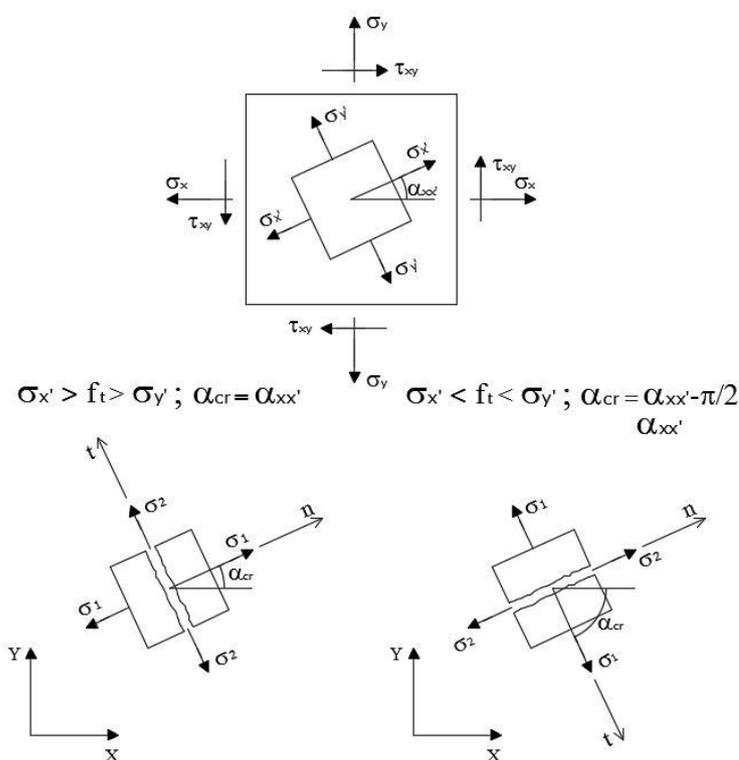


Figura 17 - Definição dos eixos de referência da fissura (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

O modelo de fissuração empregado permite ainda a formação de duas fissuras mutuamente ortogonais em cada ponto, mantendo-se suas direções fixas ao longo de todo o processo de carga. Admitem-se diferentes configurações de fissuração, ilustradas na Figura 18. As fissuras são estabelecidas devido ao valor da extensão instalada segundo a direção do plano da fissura e o seu fechamento é associado a valores negativos de extensão.

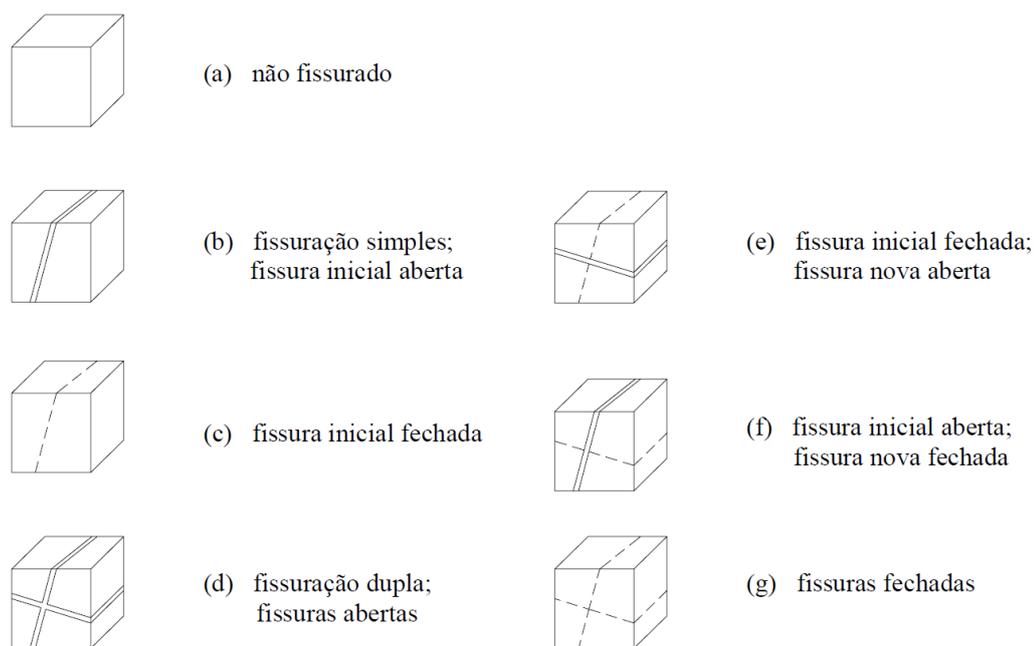


Figura 18 – Configurações admitidas para o concreto fissurado (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

Com a intenção de se considerar os diferentes fenômenos tais como: o engrenamento entre as faces das fissuras, a presença de armaduras e a rigidez ao corte e à flexão das armaduras que as atravessam, que influenciam significativamente na capacidade do concreto fissurado de conduzir forças de corte, considera-se uma redução gradual do módulo de elasticidade transversal. No caso de verificar-se o fechamento total da fissura, admite-se um contato perfeito entre as superfícies e conseqüentemente emprega-se o módulo de elasticidade transversal para o concreto não fissurado.

A aderência que se estabelece entre o aço da armadura e o concreto é responsável pela capacidade de retenção das tensões normais de tração atribuída ao concreto fissurado (GILBERT; WARNER, 1978). Tal efeito é modelado indiretamente através da relação estabelecida entre as componentes normais dos estados de tensão e de deformação coincidentes com a direção do plano da fissura, adotando os diagramas de tensão-extensão apresentados na Figura 19, na qual f_t é a resistência máxima à tração do concreto, E_c é o módulo de elasticidade do concreto, e ε_{cr} é a deformação correspondente à máxima tração. Na Figura 19.a), ε_m é a máxima deformação em função do grau do mecanismo de aderência considerado entre o concreto e a armadura tomando para α valores entre 0.5 e 1.0. Na Figura 19.b) ε_m é calculado em função da energia de fratura G_f e da espessura h da peça de concreto.

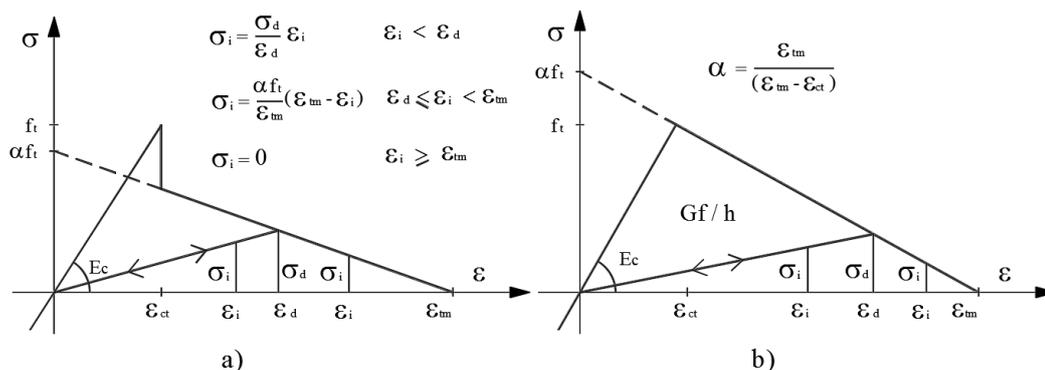


Figura 19 - Diagrama de retenção de tensões para o concreto fissurado a) Zonas com influência da armadura b) Zonas sem influência da armadura (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

3.1.1.3 Teoria de Solidificação para Fluência do Concreto

O modelo para o tratamento da fluência no concreto é aquele apresentado por Bazant e Prasannan (1989), baseado na micromecânica do processo de envelhecimento. A denominada Teoria da Solidificação fundamenta-se em que o processo de envelhecimento deve-se, em grande parte, ao incremento de volume de pasta de cimento solidificada por unidade de volume de concreto, que ocupa poros originalmente ocupados pela água e por uma parte de cimento dissolvido.

O envelhecimento do concreto é modelado através do aumento de uma fração de volume do material solidificado (cimento hidratado), que é tratado como um material viscoelástico sem envelhecimento descrito por uma cadeia Kelvin com parâmetros E_μ, η_μ (módulo de elasticidade e a viscosidade do μ –ésimo componente da cadeia de Kelvin, respectivamente) independentes da idade. A taxa total de deformação viscoelástica é expressa a partir de um histórico de deformações e a não linearidade é obtida modificando a atual taxa de fluência por uma função da tensão atual.

Os modelos de fluência e retração implementados no código VM por Moreno (2016) foram: CEB-FIP MC 90 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1993), CEB-FIP MC 99 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1999), FIB MC 2010 (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012), GL2000, desenvolvido nos trabalhos de Gardner e Lockman (2001) e Gardner (2004), Bazant-Baweja B3, finalizado e apresentado nos trabalhos de Bazant e Baweja (1995;2000) e ACI 209R-92 apresentado pelo ACI Committee 209 (2008).

A função de fluência para os seis modelos de predição dos fenômenos de fluência e retração, pode ser expressa conforme a Equação (3.6), dependendo do modelo empregado:

$$\begin{aligned}
 J(t, t_0) &= \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} && \text{modelos ACI 209R-92 e Bazant-Baweja B3} \\
 J(t, t_0) &= \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c(28)} && \text{modelos CEB-FIP MC90, CEB-FIP MC99, FIB MC2010 e GL2000}
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

em que $E_c(t_0)$ é o módulo de elasticidade no tempo de aplicação da carga (t_0) dado em MPa e $\varphi(t, t_0)$ é a função de fluência para um material sem envelhecimento.

3.1.2. Aço da Armadura

O aço da armadura caracteriza-se mediante um modelo elasto-plástico com endurecimento. Em estruturas usuais, as barras de aço resistem fundamentalmente às forças axiais. Dessa forma, emprega-se um modelo uniaxial para a descrição do comportamento do material. Adotou-se um diagrama tensão-extensão bilinear ou trilinear (Figura 20) conforme diferentes códigos de projeto. Na Figura 20, E_s é o módulo de elasticidade do aço, $E_{s'}$ é a inclinação no 2º tramo da curva e $E_{s''}$ é a inclinação no 3º tramo. Quando a descarga ocorre, a mesma segue a inclinação inicial E_s (HINTON; OWEN, 1984).

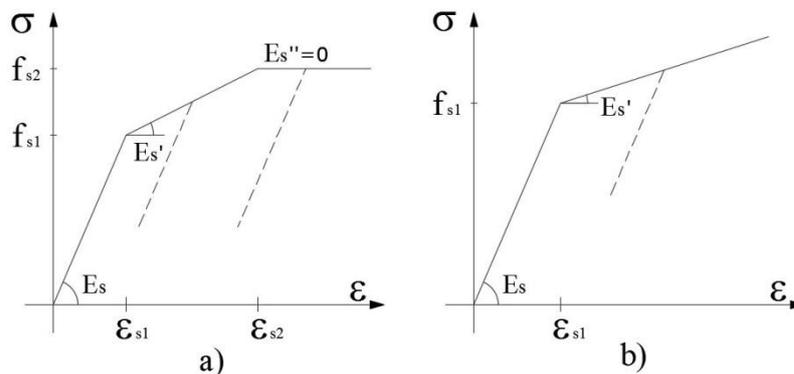


Figura 20 - Diagrama tensão-extensão para o aço a) Tri-linear b) Bi-linear (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

3.1.3 Aço Protendido Internamente à Laje de Concreto

Para modelar o comportamento do aço de protensão emprega-se um modelo uniaxial, similar ao do aço da armadura (Figura 20). A partir das deformações do concreto o qual está inserido, obtêm-se os incrementos das tensões axiais e se utiliza um algoritmo predictor-

corretor elasto-plástico que corrige as tensões e garante a satisfação das leis constitutivas mostradas na Figura 20. Considera-se a protensão como aderente à laje de concreto, fazendo com que exista compatibilidade no campo de deslocamentos do cabo e do concreto.

A metodologia empregada considera a discretização da armadura de pré-esforço, na qual os efeitos provocados pela mesma se aplicam ao elemento de concreto que está inserida. Há contribuição na rigidez global da estrutura, traduzindo-se em ganho de eficiência, estabilidade e rapidez do algoritmo de solução não linear. Não são consideradas perdas no pré-esforço, ou seja, não há uma diminuição do estado de tensão uniforme definido pela aplicação da força de pré-esforço, nem instantaneamente, nem ao longo do tempo.

3.1.4 Aço Protendido Externamente ao Perfil de Aço

O cabo de protensão externa tem comportamento uniaxial, deste modo, adota-se um modelo constitutivo semelhante ao aço da armadura (Figura 20).

O parâmetro de endurecimento é definido com base nas parcelas de rigidezes elástica e plástica. O cálculo dos incrementos das tensões axiais do cabo de aço de protensão é adquirido a partir dos carregamentos externos atuantes. Obtidos os incrementos de tensões, um algoritmo preditor-corretor elasto-plástico é usado para satisfazer a lei constitutiva mostrada na Figura 20.

3.1.5 Aço Estrutural

Três requerimentos são necessários para modelar a deformação elasto-plástica com endurecimento do aço.

A primeira é o critério de escoamento, sendo tal a lei de Huber-von Mises. A função de escoamento, tanto para tração quanto para compressão, é expressa em termos das tensões no plano estrutural conforme Equação (3.7). Na Figura 21 apresenta-se a representação em duas dimensões desse critério de escoamento no espaço das tensões principais σ_1 e σ_2 .

$$f(\sigma) = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} = \sigma_o \quad (3.7)$$

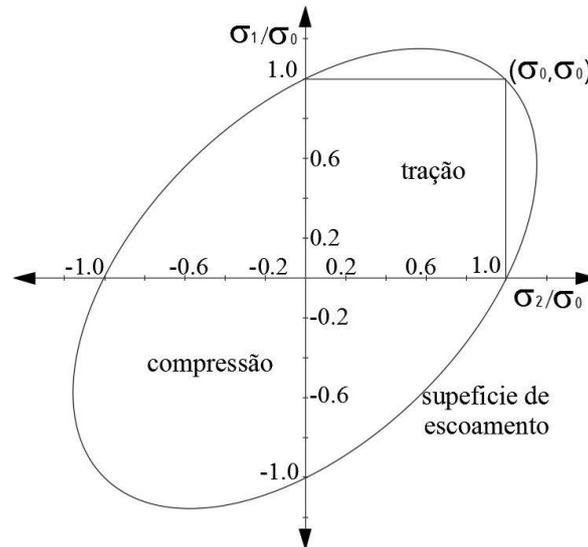


Figura 21 - Critério de escoamento em tração e compressão para o aço (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

A segunda é a lei de escoamento, que relaciona os incrementos das deformações plásticas com as tensões do material, conforme a Equação (3.3), de maneira igual ao concreto.

A terceira é a lei de endurecimento, que define o movimento da superfície de escoamento conforme a deformação plástica aumenta. Considerando o aço como um material isotrópico, a evolução da superfície de escoamento é monitorada extrapolando as tensões multiaxiais ao campo uniaxial. De acordo com Owen *et al.* (1984) apud Tamayo (2011) essa relação uniaxial define-se conforme a Equação (3.8):

$$\sigma_y^k = \sigma_y^{k-1} + H'(\Delta \varepsilon_p^k) \quad (3.8)$$

em que σ_y^{k-1} é a tensão de escoamento correspondente ao incremento de carga $k-1$, σ_y^k e $\Delta \varepsilon_p^k$ são a tensão de escoamento e o incremento da deformação plástica no incremento de carga k e H' é o módulo de endurecimento do material.

3.1.6 Conectores

A variação de rigidez do conector com o incremento da força de corte é simulada conhecendo-se a curva força cortante-deslocamento relativo. É possível realizar um ajuste destas curvas através de uma equação exponencial dependente dos parâmetros a e b propostos por Yam e Chapman (1968), de acordo com a Equação (3.9).

$$F_\alpha = a(1 - e^{-bs_\alpha}) \quad (3.9)$$

Nessa equação F_α é a força de corte atuante no conector na direção α , a e b são constantes que definem o tamanho e forma da curva e s_α é o deslocamento relativo associado à direção α . Para determinar a rigidez do conector disponibilizam-se duas abordagens diferentes: a rigidez secante e a rigidez tangente, tal qual na Figura 22. No caso da rigidez tangente, por conveniência, a letra α é retirada e supõe-se que uma direção qualquer é considerada, determinando a rigidez de k conforme a Equação(3.10).

$$k = \frac{dF}{ds} = abe^{-bs} \quad (3.10)$$

Já para a rigidez secante emprega-se a Equação (3.11):

$$k = F / s \quad (3.11)$$

em que F_α é aquele determinado na Equação (3.9) e s_α é o deslocamento relativo atual.

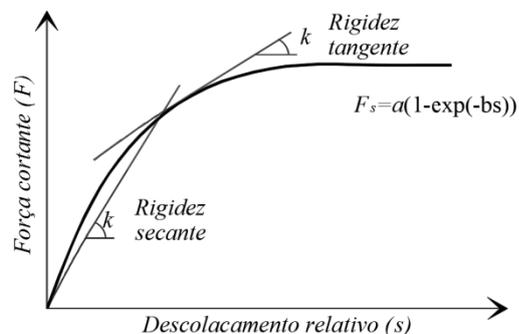


Figura 22 - Rigidez tangente e rigidez secante do conector (Fonte: baseado em Dias, 2013).

3.2. ASPECTOS DA ANÁLISE NUMÉRICA

O modelo numérico empregado para simular o comportamento de estruturas mistas é o mesmo desenvolvido e utilizado por Tamayo (2011), Dias (2013), Moreno (2016) e Wayar (2016). Na Figura 23 é mostrado um fragmento do modelo utilizado. A laje de concreto é modelada com elementos de placa delgada de oito nós, o perfil de aço é modelado com elementos de casca fina de quatro nós, com a conexão do plano médio entre esses dois elementos, dada em estruturas reais através de conectores de aço (aqui do tipo stud), fornecida por um elemento de viga-coluna tridimensional de dois nós, que permite a ligação rígida ou flexível entre os nós de cada parte. Os cabos de protensão interna são representados por elementos unidimensionais quadráticos de três nós e o cabo de protensão externa é

representado por elementos unidimensionais de dois nós, sendo usualmente apresentados em configuração retilínea entre as chapas dos desviadores. Na Figura 23 também é possível perceber que o sistema de coordenadas local da laje de concreto coincide com o sistema cartesiano global.

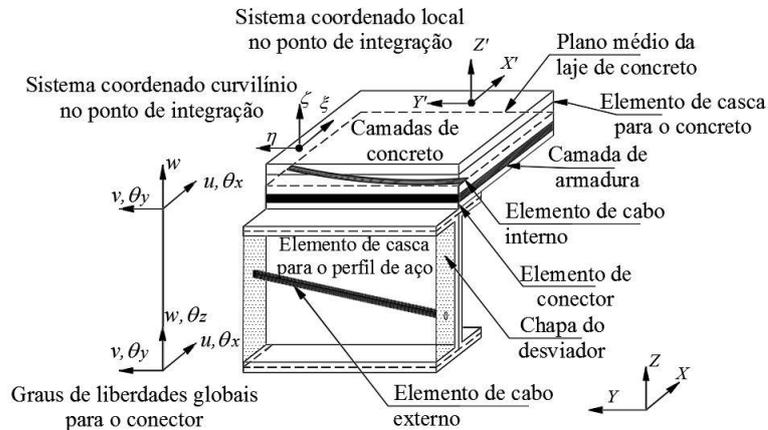


Figura 23 - Montagem do modelo numérico para a viga mista.

3.2.1. Elemento Finito para a Laje de Concreto

Emprega-se um elemento finito de casca degenerada de oito nós, do tipo quadrático, com cinco graus de liberdade cada nó, correspondentes a três deslocamentos e a duas rotações. A Figura 24 ilustra o elemento.

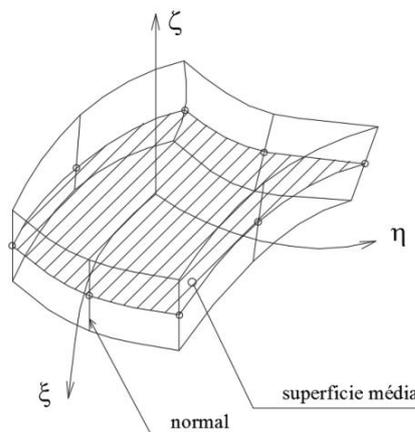


Figura 24 - Elemento finito de casca degenerada empregado para modelar a laje de concreto (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

Duas suposições são consideradas no processo de desenvolvimento. A primeira supõe-se que camadas grossas, normais à superfície, permanecem praticamente retas após a deformação. A segunda refere-se a não consideração da energia de deformação correspondente à componente da tensão perpendicular à superfície média do elemento finito.

A definição da independência entre deslocamentos e rotações permite a consideração das componentes transversais de corte, o que se equivale a usar a Teoria Geral de Placas de Reissner & Mindlin. O fenômeno *shear locking* (travamento por corte) é evitado usando-se uma regra de integração reduzida de (2x2), além de se definir um fator de forma que acompanha os termos de corte fora do plano.

As funções de forma do elemento estão determinadas conforme as Equações (3.12) e (3.13) para os nós extremos e os nós intermediários respectivamente:

$$N_k = \frac{1}{4} \left(1 + \xi \xi_k\right) \left(1 + \eta \eta_k\right) \left(\xi \xi_k + \eta \eta_k - 1\right) \quad k = 1, 3, 5, 7 \quad (3.12)$$

$$N_k = \frac{\xi_k^2}{2} \left[\left(1 + \eta \eta_k\right) \left(1 + \eta^2\right) + \left(1 + \eta \eta_k\right) \left(1 - \xi^2\right) \right] \quad k = 2, 4, 6, 8 \quad (3.13)$$

As tensões e deformações do elemento são definidas considerando a hipótese do estado plano de tensões ($\sigma_z = 0$). Tais componentes são definidas em função dos eixos locais. As componentes de deformações encontram-se na Equação (3.14), enquanto que as componentes de tensões apresentam-se na equação (3.15).

$$\{\varepsilon'\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \varepsilon_{y'} \\ \gamma_{x'y'} \\ \gamma_{x'z'} \\ \gamma_{y'z'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u'}{\partial x'} \\ \frac{\partial v'}{\partial y'} \\ \frac{\partial v'}{\partial x'} + \frac{\partial u'}{\partial y'} \\ \frac{\partial u'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial x'} \\ \frac{\partial v'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial y'} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\{\sigma'\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \tau_{x'y'} \\ \tau_{x'z'} \\ \tau_{y'z'} \end{Bmatrix} = [D] \{\varepsilon'\} \quad (3.15)$$

nas quais, u' , v' e w' são as componentes do deslocamento no sistema local, $\{\varepsilon'\}$ é o vetor de deformação e $[D]$ é a matriz constitutiva.

O elemento de casca degenerado é composto por uma série de camadas que podem ser de diferentes materiais, sendo as propriedades e as tensões funções descontínuas da coordenada linear na direção da espessura. Uma regra de integração retangular simples é adotada para calcular a distribuição das tensões na direção da espessura, em um adequado número de pontos.

As camadas são numeradas sequencialmente, iniciando na superfície inferior da casca. A representação da armadura é feita por um modelo distribuído, no qual as camadas possuem as propriedades do aço com uma espessura equivalente à área de armadura da seção transversal. Tanto a posição da armadura quanto a sua espessura são consideradas adimensionais. Essa espessura varia de -1 a +1 e sua orientação é dada pelo ângulo θ correspondente. O ângulo $\theta = 0^\circ$ refere-se à armadura longitudinal e o ângulo $\theta = 90^\circ$ à armadura transversal. Um esquema de uma laje de concreto com 5 camadas pode ser visto na Figura 25.

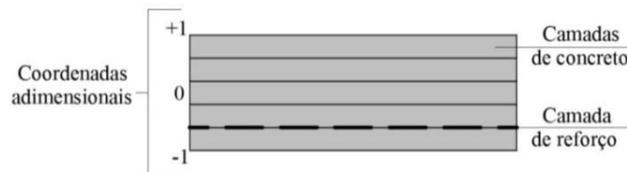


Figura 25 – Esquema em camadas do elemento finito empregado para o concreto armado.

3.2.2 Elemento Finito para o Cabo de Protendido Interno

O cabo é modelado de maneira discreta, dentro do elemento finito de casca degenerada. São feitas subdivisões no cabo, coincidentes aos elementos de concreto que o mesmo atravessa. A localização de cada segmento de cabo encontra-se definida pelas coordenadas de três nós que determinam a sua geometria (Figura 26).

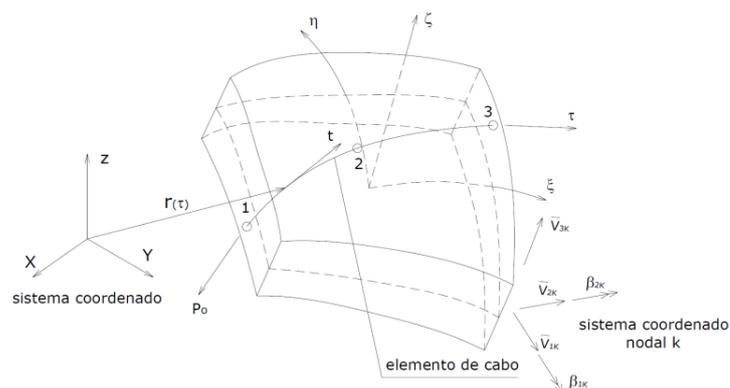


Figura 26 - Elemento finito de cabo de protensão (Fonte: baseado em Moreno, 2016).

Após especificadas as coordenadas do cabo, definem-se as contribuições que o mesmo faz ao elemento de casca do concreto ao qual compete. Tais contribuições referem-se a cargas aplicadas, tensões produzidas pelo efeito do protendido, deformações e incremento de rigidez. Vale aqui ressaltar que são desconsideradas as perdas por relaxação do cabo.

3.2.3 Elemento Finito para o Perfil de Aço

Para modelar a viga de aço foi utilizado um elemento finito de casca poliédrica, de quatro nós e seis graus de liberdade por nó, obtido através da combinação do elemento de membrana proposto por Ibrahimbegovic *et al.* (1990) e do elemento de placa fina proposto por Batoz e Tahar (1982). A Figura 27 mostra algumas das definições geométricas utilizadas para os elementos de membrana e placa fina, de acordo com as referências originais.

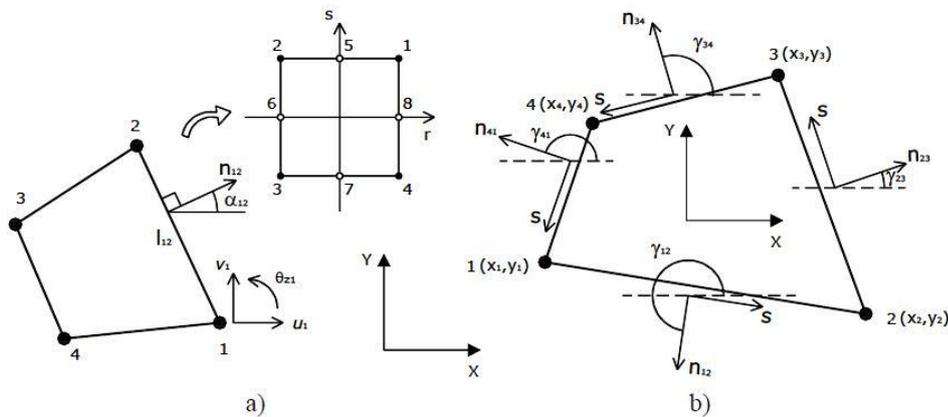


Figura 27 - (a) Membrana de Ibrahimbegovic *et al.* (1990). (b) Placa fina de Batoz e Tahar (1982) (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

O elemento de membrana contribui com os graus de liberdade correspondentes aos deslocamentos e a rotação no plano local do elemento (u, v, θ_z) , enquanto o elemento de casca plana contribui com os graus de liberdade relacionados com a flexão: o deslocamento transversal na direção normal ao plano xy e as rotações no plano nas direções x e y (w, θ_x, θ_y) .

É empregada uma regra de integração gaussiana 3x3 usando a fórmula da quadratura de Gauss-Legendre sobre a área do elemento e uma regra de integração numérica com cinco pontos ao longo da espessura, para considerar a variação das propriedades dos materiais associadas à plastificação progressiva no elemento. Para a análise elástica de placas os termos das diagonais são zero, logo os campos de flexão e membrana ficam sem acoplamento. Para este último caso a matriz de rigidez é uma simples superposição das matrizes de rigidez de

membrana e flexão. É importante destacar que para a análise não linear do material, os termos fora da diagonal devem ser considerados para garantir a convergência do procedimento não linear de Newton Raphson.

As componentes de deformação num ponto de integração são definidas conforme Equação (3.16):

$$\{\varepsilon\} = [B]_m \{d\}_m + z[B]_f \{d\}_f \quad (3.16)$$

na qual $\{d\}_m$ é o vetor que contém os deslocamentos de membrana (u, v, θ_z) , $\{d\}_f$ é o vetor dos deslocamentos de flexão (w, θ_x, θ_y) , e z representa a coordenada na espessura medida a partir do plano médio do elemento.

As componentes das tensões são calculadas segundo a Equação (3.17), sendo $[D]_s$ a matriz constitutiva do material em coordenadas locais.

$$\sigma = [D]_s \{\varepsilon\} \quad (3.17)$$

A matriz de rigidez correspondente ao elemento da viga de aço é definida na Equação (3.18), na qual $[K]_m^i$ é a matriz de rigidez de membrana, $[K]_b^i$ é a matriz de rigidez de flexão, $[K]_{mb}^i$ é uma matriz de acoplamento entre as duas anteriores e $[K]_p$ é uma matriz com efeito estabilizador para eliminar a singularidade introduzida na consideração da rotação no plano do elemento.

$$[K]_s^i = \begin{bmatrix} [K]_m^i + [K]_p & [K]_{mb}^i \\ [K]_{bm}^i & [K]_b^i \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Destaca-se aqui que com o modelo desenvolvido não se convém analisar perfis metálicos não compactos, pois não considera a possibilidade de falha por flambagem local da alma.

3.2.4 Elemento Finito para o Cabo de Protensão Externa

O cabo de protensão externo é modelado através de um elemento de cabo baseado na solução analítica de uma catenária elástica. Este elemento de dois nós é comumente utilizado para modelar pequenos e grandes deslocamentos, tendo sua maior vantagem em relação ao

elemento de treliça clássico relacionada à capacidade de descrição de geometrias curvas com menos elementos, diminuindo assim o tempo de processamento.

Três hipóteses básicas são consideradas na formulação desse elemento:

- a área da seção transversal do elemento é considerada constante, antes e depois da deformação axial acontecer;
- o elemento é perfeitamente flexível, somente resistindo à solicitações de tração;
- há conservação de massa depois do processo de deformação pela variação do peso próprio por unidade de comprimento.

A Figura 28 apresenta um elemento de catenária após a convergência.

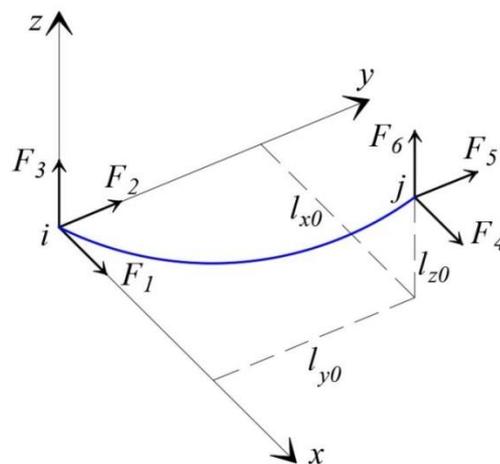


Figura 28 - Elemento de catenária após a convergência (Fonte: baseado em Wayar, 2016).

3.2.5 Elemento Finito para a Interface Cabo Protendido - Desviador

O elemento de cabo pode ser suportado ao longo de seu comprimento por desviadores, que definem o seu padrão e dão alguma compatibilidade de deformação nestes locais. Dependendo da quantidade de atrito nos desviadores, compatibilidade completa, parcial ou nula pode ser considerada durante a análise.

No caso de compatibilidade completa considera-se que o cabo está totalmente aderido ao perfil de aço, enquanto que na compatibilidade nula o cabo desloca-se independentemente do desviador ao longo do seu eixo. A compatibilidade parcial é

considerada entre estes dois casos extremos, atribuindo-se um coeficiente de atrito. Compatibilidade total é mantida em todas as direções, além de longitudinalmente.

Elementos especiais de comprimento nulo são empregados na interface cabo-desviador para simular o deslizamento entre ambos. O comportamento desses corpos na interface é simulado utilizando elementos que interagem através de três molas discretas.

O elemento de contato une dois nós com molas em todas as direções, um nó do desviador e o outro do elemento de cabo. Estes nós inicialmente ocupam a mesma posição no espaço. À medida que a carga avança, o nó do elemento de cabo pode começar a deslizar, devido ao fato da força de corte admissível ter sido alcançada.

O elemento de interface, juntamente com um esquema do dispositivo de desvio pode ser visto na Figura 29.

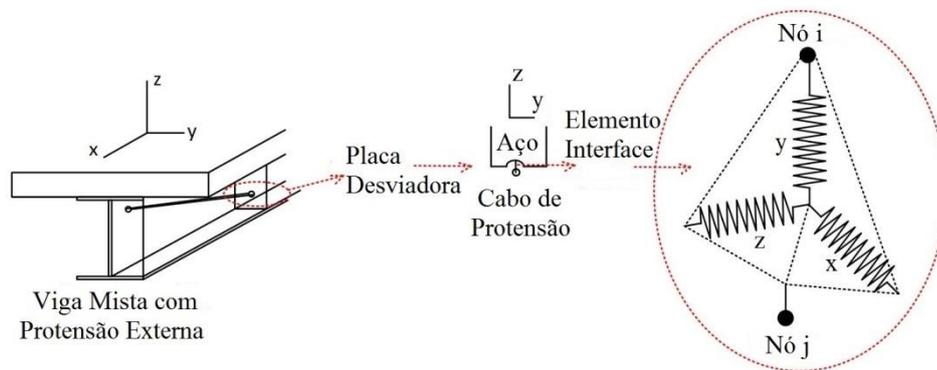


Figura 29 - Elemento de interface e desviador (Fonte: baseado em Wayar, 2016).

O elemento de contato é baseado no conceito do método da penalidade, no qual rigidezes adequadas são atribuídas ao elemento, a fim de ser evitar interpenetrações. Mesmo sendo um elemento de dois nós, perpendiculares ao plano xy , com três graus de liberdade cada, movimentos relativos são permitidos somente na direção x . Isto se deve ao fato de rigidezes elevadas serem consideradas em outras direções. A matriz de rigidez do elemento é representada pela Equação (3.19).

$$k_{elemento} = \begin{bmatrix} k_{\infty} & 0 & 0 \\ 0 & k_{\infty} & 0 \\ 0 & 0 & k_R \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

na qual os valores dos coeficientes de rigidez k_{∞} não admitem deslocamentos relativos entre o cabo e o perfil de aço e k_R é o coeficiente de rigidez que admite o movimento relativo do cabo em relação à viga mista no eixo x global.

Quando não é considerado o atrito entre o cabo e o desviador, k_R é zero, simbolizando a ausência de rigidez do elemento de interface no eixo global x . Esse fato não introduz singularidade na matriz visto que o cabo apresenta coeficiente de rigidez diferente de zero nessa direção.

3.2.6 Elemento Finito para os Conectores

Os conectores tipo stud são modelados através de elementos finitos tridimensionais de barra (pórtico espacial), com seis graus de liberdade por nó, sendo três translações e três rotações. O elemento une os planos médios da mesa superior do perfil de aço e o plano médio da laje de concreto, sendo seu comprimento aproximado ao valor real do comprimento do conector. Os conectores são modelados discretamente, em função da distribuição real dos mesmos, fazendo-se com que a malha de elementos finitos da viga mista, no sentido longitudinal, coincida com os nós dos conectores. Seu comportamento é complexo, com a responsabilidade de transmitir o cortante longitudinal e transversal do perfil de aço à laje de concreto. A Figura 30.a) expressa o elemento de barra para a modelagem do conector e a Figura 30.b) mostra o conector de corte típico antes e depois da deformação.

A rigidez lateral dos conectores é obtida através de ensaios experimentais, conhecidos como “Push out test”, que fornecem a curva de deslocamento relativo versus a força cortante, que não é linear desde a origem.

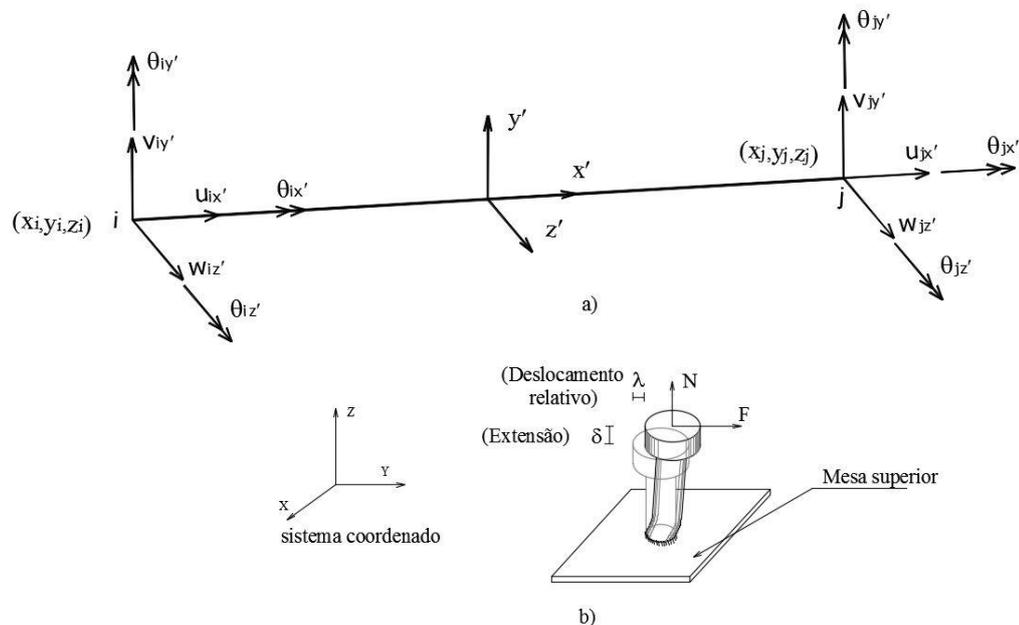


Figura 30 - (a) Elemento de barra para a modelagem do conector. (b) Conector de corte típico antes e depois da deformação (Fonte: baseado em Tamayo, 2011).

A matriz de rigidez do conector $[K]_{cone}^i$ corresponde a uma matriz típica para um elemento de barra viga-coluna tridimensional, expressa em termos da rigidez axial K_A , rigidez de torção K_T e rigidezes laterais de corte K_y e K_z . O grau de liberdade correspondente à torção θ_x é condensado, pois o elemento da laje não conta com este grau de liberdade. As rigidezes laterais K_y e K_z atualizam-se em cada iteração i , de acordo com a relação constitutiva do conector, sendo a matriz do conector definida pela Equação (3.20):

$$[K]_{cone}^i = \begin{bmatrix} [K]_i & [K]_i [R]^T \\ [R][K]_i & [R][K]_i [R]^T \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

em que $[K]_i$ é definido segundo equação (3.21):

$$[K]_i = \begin{bmatrix} K_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_x^i & 0 & 0 & 0 & \frac{K_x^i L}{2} \\ 0 & 0 & K_y^i & 0 & -\frac{K_y^i L}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_y^i L}{2} & 0 & \frac{K_y^i L^2}{2}(2+g_2) & 0 \\ 0 & \frac{K_x^i L}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{K_x^i L^2}{2}(2+g_1) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Os coeficientes de corte g_1 e g_2 são utilizados para se conseguir compatibilizar os giros entre o plano médio da laje de concreto e a mesa superior do perfil de aço, atribuindo-se valores elevados para tais coeficientes.

3.2.7 Solução Incremental Iterativa

Adotou-se o procedimento empregado por Tamayo (2011), que utiliza uma formulação incremental iterativa para a solução de problemas não lineares, baseada no método modificado de Newton Raphson. Seguindo este método, a matriz de rigidez é atualizada em dois momentos: um deles na segunda iteração de cada incremento de carga e o outro quando ocorrer a descarga de um determinado elemento. Esta atualização ocorre em função de considerar o comportamento elasto-plástico dos materiais, empregando os modelos constitutivos relacionados a cada um deles.

O efeito do tempo é considerado através de um esquema de integração passo a passo no domínio do tempo. Assume-se que as mudanças na carga externa ocorrem unicamente no início ou no final de cada passo de tempo, e que durante o passo de carga que as forças externas permanecem constantes.

Os incrementos de carga externa num tempo particular podem ser por sua vez subdivididos em intervalos, para detalhar melhor a resposta não linear da estrutura. Para cada intervalo é utilizado um processo iterativo na solução das equações de equilíbrio. Considera-se convergido quando aplicando o teorema dos trabalhos virtuais a diferença entre o trabalho das forças externas e as tensões internas é inferior a uma determinada tolerância, usualmente empregada em 0,01%.

4. ANÁLISES NUMÉRICAS

Com a intenção de se comprovar a precisão e eficácia do modelo numérico em captar a distribuição não uniforme de tensões normais na seção transversal da mesa de vigas mistas (*shear lag effect*), uma série de exemplos foi estudada. Comparam-se os resultados obtidos através do presente modelo numérico, denominado VM, com aqueles disponíveis na literatura, além de se confrontar os resultados com um programa de elementos finitos comercial (SAP 2000).

4.1. VIGAS MISTAS DE AÇO-CONCRETO SIMPLEMENTE APOIADAS (HENRIQUES, 2014)

Neste exemplo o efeito devido ao *shear lag* é avaliado no regime elástico. Duas vigas simplesmente apoiadas, de 6 e 8 metros de vão, são apresentadas. Tais vigas foram utilizadas nos estudos de Henriques (2014), que implementou um elemento finito de barra especial, baseado na Teoria Generalizada de Vigas (GBT - *Generalized Beam Theory*), uma teoria de barras prismáticas de parede fina que permite considerar a deformação arbitrária da seção através do recurso aos chamados “modos de deformação”.

Os resultados obtidos com o presente modelo numérico são verificados comparando-os com os resultados obtidos por Henriques (2014) através da GBT, com um modelo de elementos finitos de casca de quatro nós (ADINA, 2010 – método de comparação de Henriques, 2014) e com os resultados obtidos usando-se o SAP2000.

As vigas são solicitadas por duas cargas verticais uniformemente distribuídas de 1 kN/m, aplicadas sobre a laje de concreto, segundo o plano da alma dos perfis de aço. A geometria da seção e as propriedades dos materiais são idênticas para ambas as vigas. Devido à dupla simetria do problema (transversal e longitudinal), apenas um quarto da viga (metade da seção transversal e metade do comprimento da viga) foi modelada, utilizando-se as condições de contorno apropriadas. A ligação entre a laje de concreto e o perfil de aço é suposta rígida. Cabe aqui ressaltar que não foi utilizada nenhuma armadura de reforço na laje de concreto. A Figura 31 apresenta as dimensões características da seção transversal das vigas, bem como uma indicação da simetria.

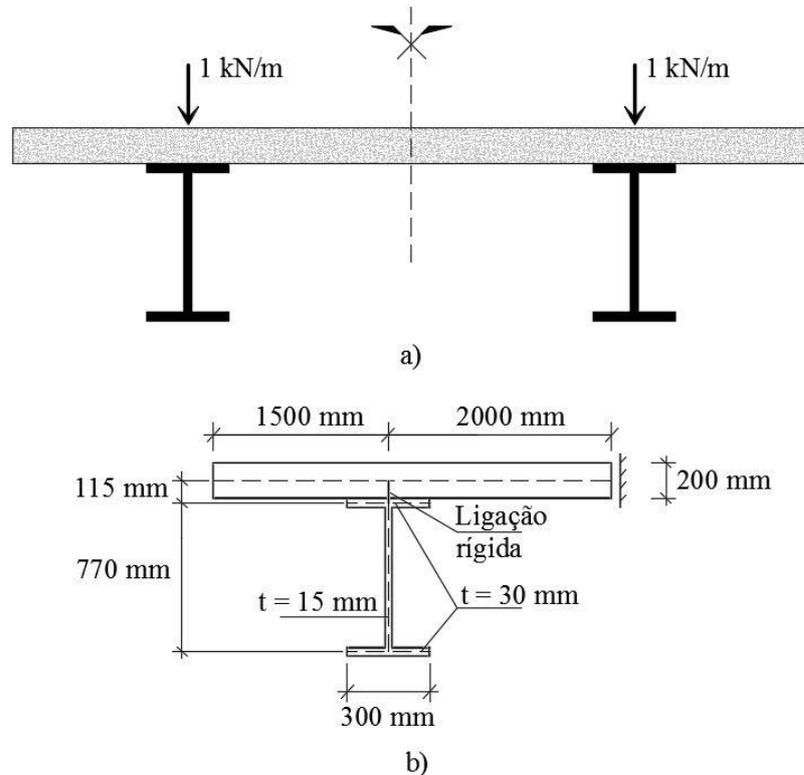


Figura 31 - Geometria da seção transversal das vigas utilizadas em Henriques, 2014. (a) Seção transversal da viga completa. (b) Seção transversal de simetria.

No SAP2000 o exemplo é modelado com elementos de casca de quatro nós. As mesas e a alma do perfil de aço obedecem à formulação de placas finas de Kirchhoff, a qual negligencia as deformações por corte transversal. A laje de concreto obedece à formulação de placas grossas de Reissner, que inclui os efeitos das deformações por corte transversal, sendo estas modeladas em camadas, de número igual ao utilizado na modelagem da laje de concreto no modelo VM, sendo este um total de 17 camadas. Os conectores são modelados através de elementos finitos tridimensionais de barras, com rigidez elevada, para simular o comportamento rígido. A Tabela 2 apresenta as propriedades dos materiais empregados na análise.

Tabela 2 - Propriedades dos materiais empregados na análise das vigas utilizadas em Henriques, 2014.

Material		Propriedades		
Aço Estrutural	Módulo de Elasticidade	$E =$	210000	MPa
	Poisson	$\nu =$	0,3	
Concreto	Módulo de Elasticidade	$E =$	37000	MPa
	Poisson	$\nu =$	0,1	
Conectores	Rigidez Lateral	K_x e $K_y =$	1,56 E+05	kN/cm
	Número de Linhas	$n =$	1	

Para a viga mista com 6 m de vão, empregou-se uma malha composta por 180 elementos de aço (20 divisões no sentido longitudinal), 460 elementos de concreto (20 divisões no sentido longitudinal) e 21 elementos de conectores dispostos em uma única linha. A malha encontra-se representada na Figura 32.a). A malha elaborada no SAP2000 foi idêntica, sendo mostrada na Figura 32.b).

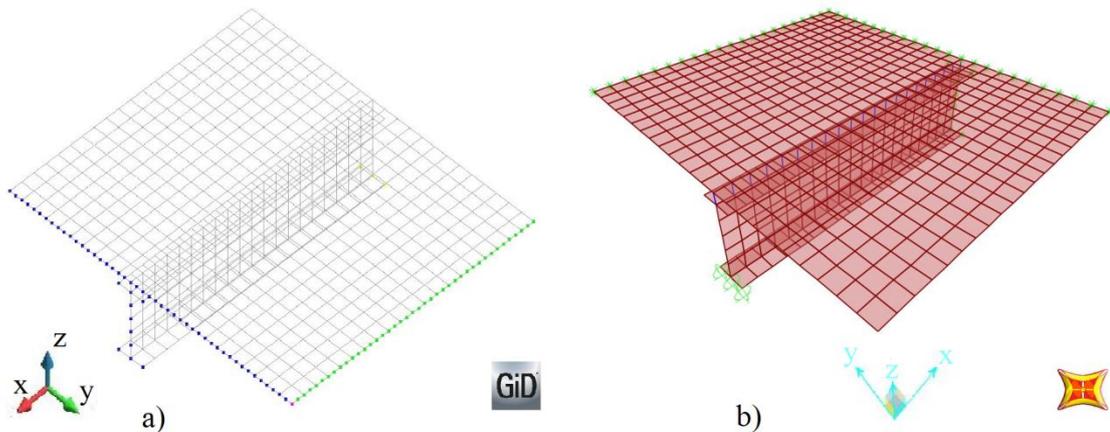


Figura 32 - Malhas de elementos finitos da viga de 6 m de Henriques, 2014. (a) Malha elaborada no GiD. (b) Malha elaborada no SAP2000.

Para a viga mista com 8 m de vão, empregou-se uma malha composta por 270 elementos de aço (30 divisões no sentido longitudinal), 690 elementos de concreto (30 divisões no sentido longitudinal) e 31 elementos de conectores dispostos em uma única linha. A malha encontra-se representada na Figura 33.a). A malha elaborada no SAP2000 foi idêntica, sendo mostrada na Figura 33 b).

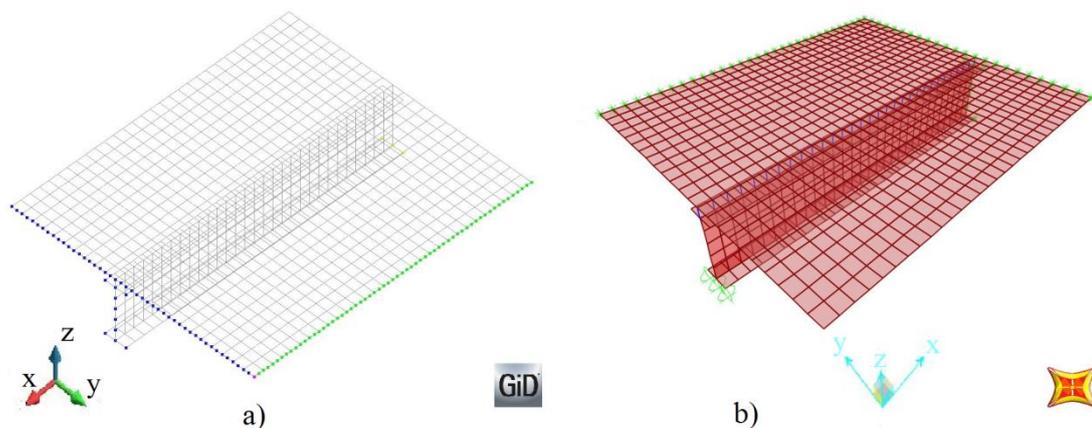


Figura 33 - Malhas de elementos finitos da viga de 8 m de Henriques, 2014. (a) Malha elaborada no GiD. (b) Malha elaborada no SAP2000.

Na Figura 34 apresentam-se as distribuições transversais das tensões longitudinais na camada média no meio do vão para a viga de 6 m, com as devidas comparações. Resultados

similares são apresentados na Figura 35, para a viga de 8 m. No regime elástico, demonstra-se boa correlação entre os resultados, nos quais o modelo numérico do programa VM é capaz de reproduzir o efeito *shear lag*. Há indicação que a malha empregada é adequada.

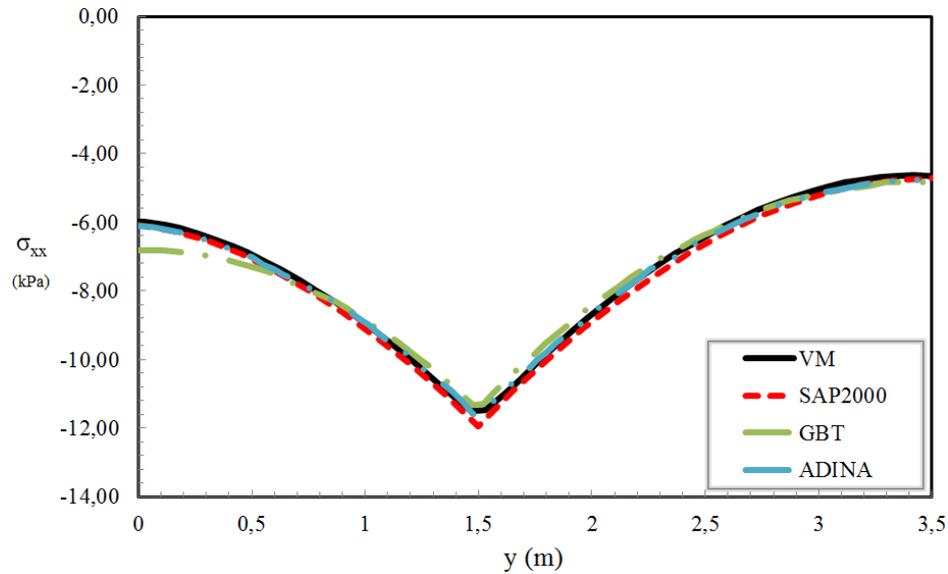


Figura 34 - Distribuição de tensões na camada média da laje de concreto e no meio do vão da viga de 6 m de comprimento.

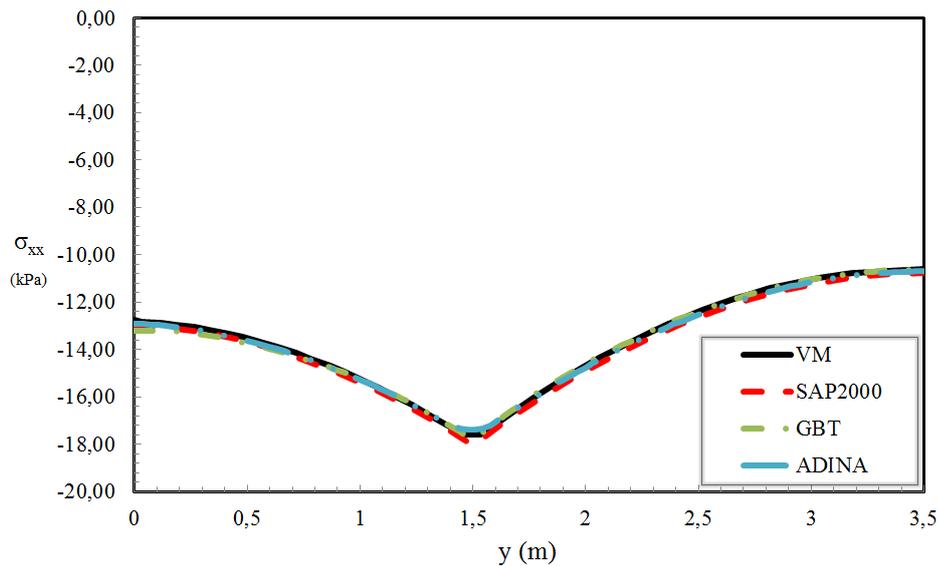


Figura 35 - Distribuição de tensões na camada média da laje de concreto e no meio do vão da viga de 8 m de comprimento.

4.2. VÃO DE PONTE CONTÍNUA CONSIDERANDO EFEITOS DIFERIDOS (MACORINI *ET AL.*, 2006)

A estrutura analisada é uma viga mista de aço e concreto com 25 m de comprimento, biengastada, representando um vão intermediário de uma ponte contínua, na qual as características geométricas da seção transversal são apresentadas na Figura 36. Esse exemplo foi primeiramente proposto por Dezi *et al.* (2001), na ausência de fissuração e retração, sendo estas posteriormente incluídas nas análises desenvolvidas por Macorini *et al.* (2006).

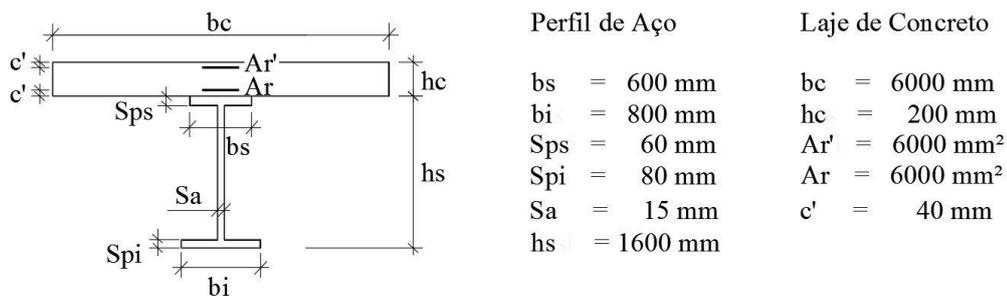


Figura 36 - Geometria da seção transversal da viga de Macorini *et al.*, 2006.

A Tabela 3 apresenta as propriedades dos materiais empregados na análise.

Tabela 3 - Propriedades dos materiais empregados na análise da viga de Macorini *et al.*, 2006.

Material	Propriedades			
Aço Estrutural	Módulo de Elasticidade	E =	210000	MPa
	Tensão de Escoamento	$f_y =$	250	MPa
	Poisson	$\nu =$	0,3	
Aço de Reforço	Módulo de Elasticidade	E =	210000	MPa
	Tensão de Escoamento	$f_y =$	250	MPa
	Tensão Última	$f_u =$	350	MPa
Concreto	Resistência à Compressão	$f_{ck} =$	35	MPa
	Módulo de Elasticidade	$E_{28} =$	30000	MPa
	Resistência à Tração	$f_t =$	3,05	MPa
	Deformação Última à Compressão	$\epsilon_{u(-)} =$	4,5	%
	Deformação Última à Tração	$\epsilon_{u(+)} =$	1,0	%
	Poisson	$\nu =$	0,15	
Conectores	Rigidez Lateral	K_x e $K_y =$	$1,50 E^{+04}$	kN/cm
	Espaçamento	s =	50	cm
	Número de Linhas	n =	1	

São esperadas algumas diferenças entre os valores obtidos através do modelo numérico do programa VM e os valores tomados para comparação. Tais discrepâncias justificam-se devido às diferenças entre as hipóteses cinemáticas adotadas e aos modelos constitutivos utilizados para o aço estrutural e o concreto armado.

No modelo de Dezi *et al.* (2001), a fluência do concreto é considerada, mas os efeitos de retração e fissuração são negligenciados e a deformação por corte da laje no plano horizontal é considerada introduzindo-se uma função parabólica de deformação. A viga mista de aço-concreto é modelada através de modelos de barras unidimensionais ligados entre si. Já em Macorini *et al.* (2006), a estrutura mista é modelada utilizando-se um elemento de barra unidimensional para o perfil de aço e elementos de casca bidimensionais para a laje de concreto, ligados por meio de um sistema de conexão flexível baseados em elementos de mola não lineares (*link element*). Os fenômenos reológicos de fluência e retração, e o comportamento não linear devido à fissuração do concreto são considerados para um estado plano de tensões na laje. O elemento de casca em questão apresenta quatro nós e leva em consideração os estados de deformações por membrana e flexão. Cada nó tem cinco graus de liberdade, sendo três deslocamentos e duas rotações. Várias camadas através da espessura da laje podem ser utilizadas, sendo o aço de reforço pertencente a uma camada particular, distribuída e com espessura equivalente, agindo uniaxialmente, de forma que a ligação aço-concreto é considerada perfeita. O perfil de aço é representado mediante um elemento de barra elasto-plástico. Os conectores são modelados através de ligações rígidas ou flexíveis, que ligam um nó do plano médio da laje de concreto a um nó pertencente ao plano médio da mesa superior do perfil de aço, coincidentes na configuração indeformada. Os nós coincidentes na interface laje-viga têm os mesmos graus de liberdade e podem ser interligados por intermédio de uma mola não-linear de comprimento nulo. As tensões de cisalhamento fora do plano da laje são supostas elásticas e não intervirem no critério de plastificação. O modelo numérico implementado por Macorini *et al.* (2006) é denominado ADAPTIC.

Em resumo, as principais diferenças entre o presente modelo e aquele do programa ADAPTIC são as seguintes:

- No presente modelo, a viga mista é modelada de forma tridimensional, o perfil de aço e a laje são modelados com elementos de casca, conectados por elementos de barra com comprimento igual à distância entre o plano médio da laje e o plano médio da mesa superior do perfil. Já no programa

ADAPTIC, utilizou-se um elemento de barra unidimensional para representar o perfil de aço e elementos de casca para representar a laje de concreto. Ambos os elementos são ligados através de um mecanismo especial de conexão composto por braços rígidos e elementos de contato de espessura zero.

- No presente modelo as tensões de cisalhamento fora do plano são utilizadas no critério de plastificação e no algoritmo de monitoração da fissuração do concreto. Já no ADAPTIC, elas são consideradas sempre elásticas. O tratamento do efeito conjunto de fluência com fissuração também é diferente em cada modelo. No presente modelo, para o cálculo da fluência empregou-se um modelo reológico baseado na cadeia de Kelvin em série, no ADAPTIC utiliza-se um modelo de Maxwell. A integração temporal no ADAPTIC segue uma regra trapezoidal, já no programa VM esta integração é retangular.
- Devido às diferenças naturais entre os modelos numéricos, a maneira em que as condições de contorno são aplicadas também constitui uma fonte de discrepância.

No programa VM, utilizou-se uma malha composta por 350 elementos de aço (50 divisões no sentido longitudinal, 2 divisões no sentido transversal – nas mesas – e 3 divisões ao longo da altura da alma), 1000 elementos de concreto (50 divisões no sentido longitudinal e 20 divisões no sentido transversal) e 51 elementos de conectores dispostos em uma única linha. A malha encontra-se representada na Figura 37, sendo esta idêntica à utilizada por Macorini *et al.*(2006). As correspondentes condições de contorno são aplicadas nos extremos da viga para simular a condição biengastada.

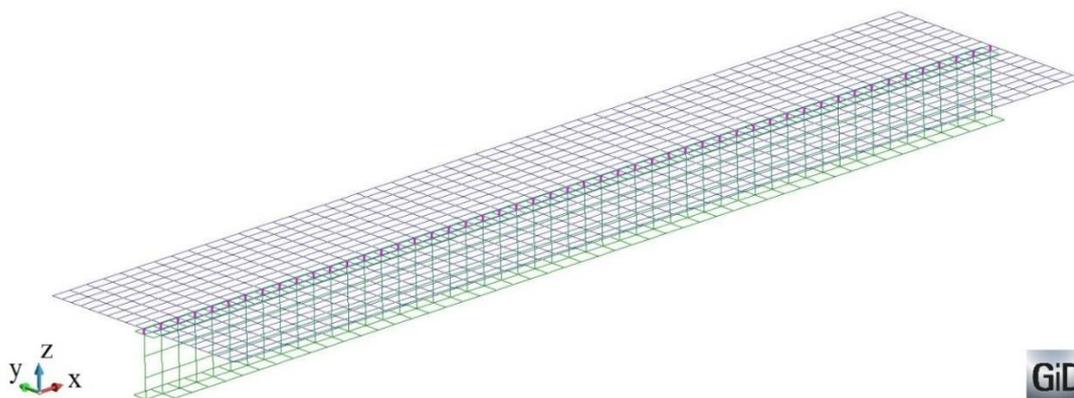


Figura 37 - Malha de elementos finitos empregada na análise da viga de Macorini *et al.*, 2006.

A laje de concreto foi representada por 11 camadas, com espessura de 1,82 cm cada, e duas camadas de aço para representar a armadura com espessura equivalente e orientação conforme a Figura 38. Sendo que $\theta = 0^\circ$ refere-se à armadura longitudinal e $\theta = 90^\circ$ à armadura transversal.

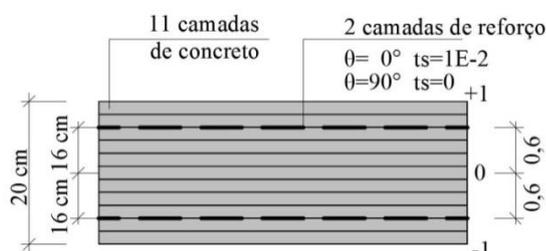


Figura 38 - Divisão da laje de concreto em camadas.

Macorini *et al.* (2006) informam que os fenômenos de fluência e retração são avaliados de acordo com o modelo de previsão do CEB-FIP MC 90, sendo fornecidos somente os dados da umidade relativa (75%) e da espessura fictícia ($h = 193,50$ mm). Com o auxílio do programa VM, a previsão da fluência e retração foi verificada para todos os modelos nele disponíveis, de modo a comparar os resultados obtidos. É importante salientar que com a finalidade de verificar os resultados de Macorini *et al.* (2006), a largura efetiva nesta primeira parte da análise foi calculada para a camada média da laje de concreto, segundo a Equação (2.1).

4.2.1 Análise Viscoelástica Linear

Primeiramente uma análise viscoelástica foi realizada, na ausência de retração e fissuração (análise viscoelástica linear). Um carregamento uniformemente distribuído de 100 kN/m foi aplicado sobre a laje de concreto, no plano da alma do perfil de aço, 28 dias após o descimbramento do concreto.

Os efeitos da fluência do concreto em relação ao estado de tensões longitudinais foram monitorados a partir dos 28 dias imediatamente em seguida à aplicação do carregamento, até aos 25550 dias (70 anos). A fluência foi avaliada de acordo com todos os modelos de fluência disponíveis no programa VM, em comparação ao realizado por Macorini *et al.* (2006) e Dezi *et al.* (2001), que empregaram apenas o modelo de previsão do CEB-FIP MC 90. Apresentam-se na Tabela 4, os parâmetros de entrada para cada um dos modelos utilizados.

Tabela 4 - Parâmetros para predição de cada modelo.

Parâmetro	ACI	BAZ. B3	GL 2000	CEB MC 90	CEB MC 99	FIB MC 10
Espes. fictícia (mm)	193,50	193,50	193,50	193,50	193,50	193,50
Umidade relativa do ambiente (%)	75	75	75	75	75	75
Tipo de cimento	1	1	1	1	1	1
Procedimento de cura	Úmida	Úmida				
Parâmetro m	10	10	10	10	10	10
Tensão do concreto quando carregado (MPa)					0	0
Consumo de cimento(kg/m ³)	344	344				
Relação água/cimento		0,54				
Relação agregado/cimento		1,74				
Slump do concreto(mm)	70					
Porcentagem de agregado miúdo(%)	50					
Teor de ar(%)	6					
Densidade do concreto(kg/m ³)	344					
Temperatura(°C)				20	20	20

A Figura 39 e a Figura 40 representam a distribuição de tensões normais paralelas ao eixo da viga, nas seções transversais localizadas no meio do vão e no apoio, respectivamente, para todos os modelos de fluência. Tais distribuições de tensões correspondem à fibra média da laje de concreto, ou seja, na camada 6. No eixo das abscissas, a quantidade “y” refere-se à distância do ponto de integração em questão à borda da laje, dividido pela largura total da mesma. Uma distribuição em forma de sino no carregamento instantâneo (28 dias) e em longo prazo (25550 dias) pode ser notado em ambas as seções transversais.

É possível verificar que a tendência da distribuição de tensões no meio do vão é a mesma ao se compararem os resultados obtidos no programa VM, aos obtidos no ADAPTIC, tanto no eixo da viga, quanto na borda. Ao se compararem os resultados com os encontrados por Dezi *et al.* (2001), demonstram-se, do mesmo modo, boa correlação entre os resultados, mas nota-se que a distribuição obtida no programa VM e no ADAPTIC, decrescem mais rapidamente do centro à borda da laje. Notavelmente, os valores máximos de tensão, que são negativos (compressão), aproximam-se.

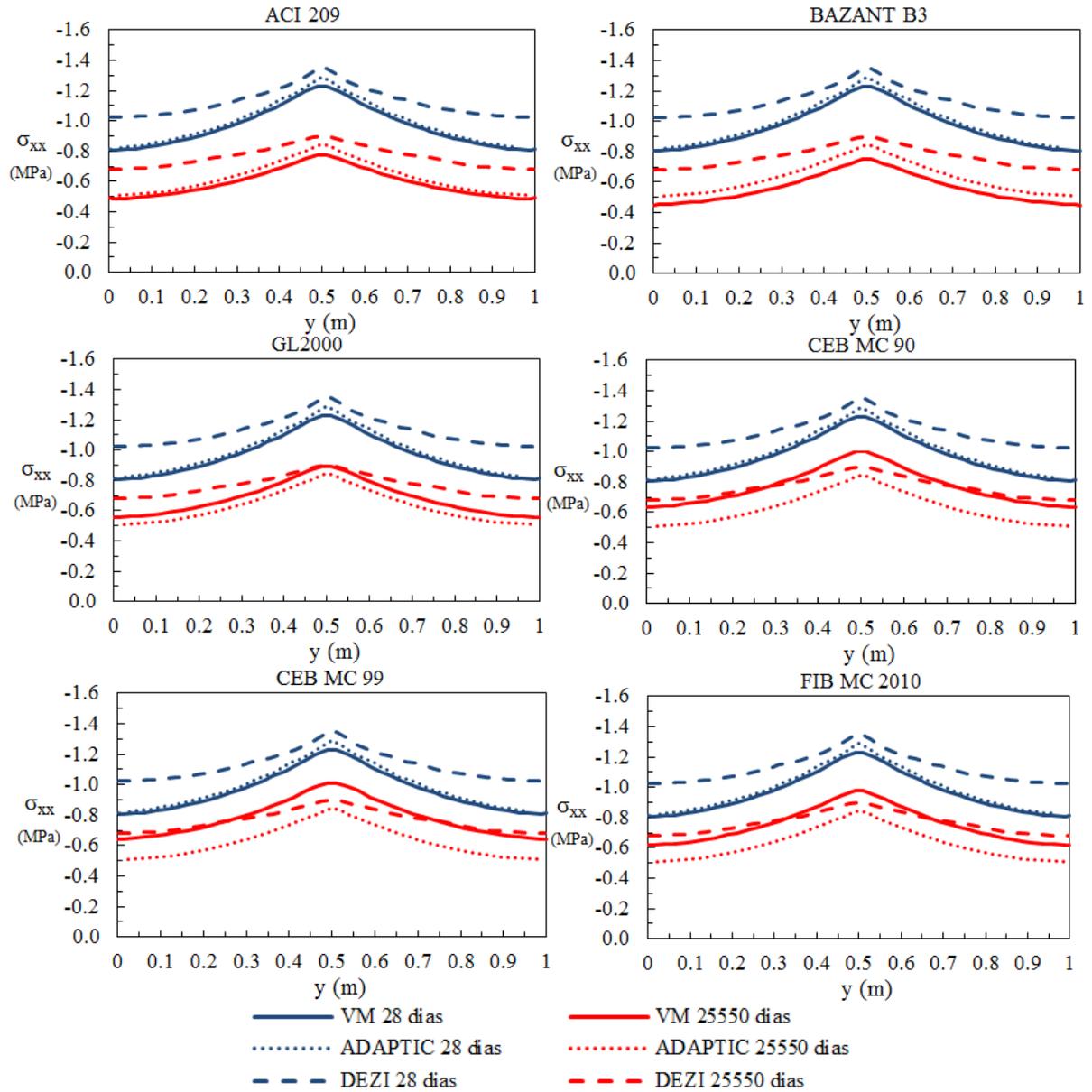


Figura 39 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do meio do vão - sem retração e fissuração.

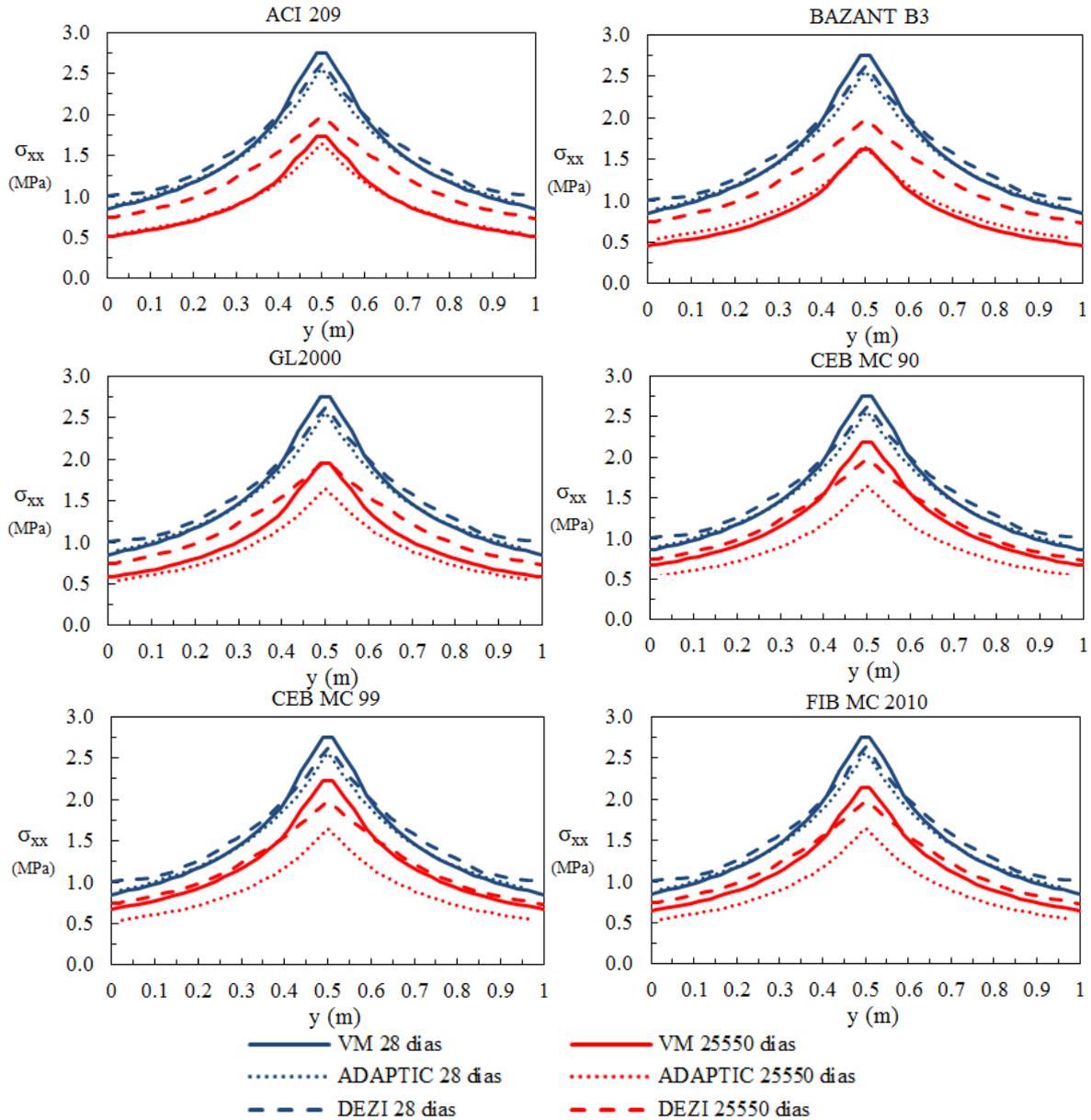


Figura 40 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do apoio - sem retração e fissuração.

Na seção do apoio, a tendência de distribuição de tensões é a mesma que aquela dos modelos de referência. Ao comparar-se a seção do apoio com a seção do meio do vão, verifica-se que a distribuição de tensões do centro à borda da laje decresce mais rapidamente no primeiro caso, além dos valores máximos de tensão serem positivos (tração). As discrepâncias obtidas entre os presentes resultados e aqueles avaliados por Dezi *et al.* (2001) e Macorini *et al.* (2006), são justificadas pelas diferenças previamente mencionadas.

A fluência do concreto redistribui as tensões ao longo do tempo. Tal distribuição varia proporcionalmente no tempo a uma distribuição elástica. Ainda, particularmente, as tensões sofrem quase que as mesmas variações relativas.

Em resumo, pode-se observar que as distribuições de tensões obtidas neste trabalho ficam sempre dentro da faixa de valores das outras referências para todos os modelos de fluência. Não sendo possível identificar em termos práticos o melhor desempenho de um modelo de fluência em relação a outro. Isto ocorre apesar de que os coeficientes de fluência variam substancialmente de modelo a modelo como se pode ver na Figura 41.

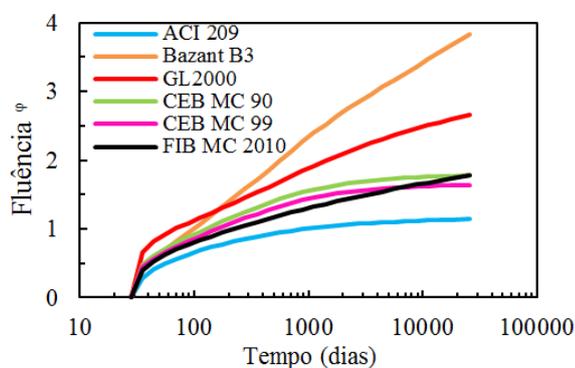


Figura 41 - Coeficiente de fluência ao longo do tempo - sem retração e fissuração.

Um parâmetro adimensional é introduzido segundo a Equação (4.1), para avaliar a tendência ao longo do tempo da largura efetiva:

$$\eta = \frac{b_{ef}}{b} \quad (4.1)$$

sendo b a largura da laje de concreto e b_{ef} a largura efetiva.

Na Figura 42, uma tendência ligeiramente decrescente pode ser observada para o parâmetro adimensional da largura efetiva “ η ”, aproximando-se a uma assíntota horizontal com o tempo, constituindo resultados aproximadamente coincidentes aos observados por Macorini *et al.* (2006), tanto para o meio do vão, quanto para o apoio, acarretando a uma largura efetiva aproximadamente constante ao longo do tempo para todos os modelos de fluência.

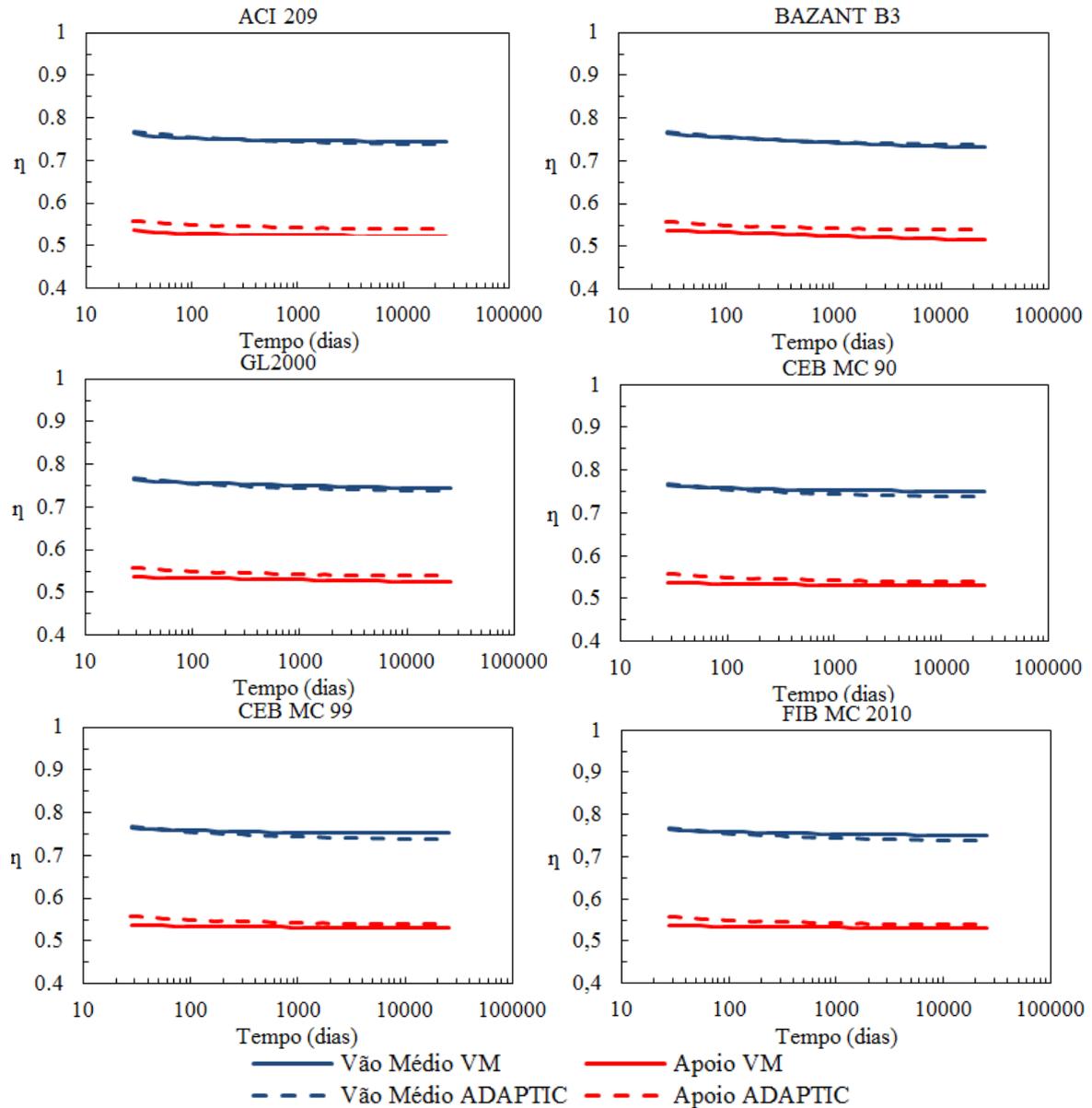


Figura 42 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - sem retração e fissuração.

Para um melhor entendimento das curvas da Figura 42, a variação ao longo do tempo da máxima tensão normal na laje de concreto, paralela ao eixo da viga, é exibida na Figura 43. Claramente os resultados obtidos pelo modelo proposto e os fornecidos por Macorini *et al.* (2006) são virtualmente coincidentes, tanto para o meio do vão, como para o apoio. Percebe-se uma redução das tensões no concreto com o tempo, como mencionado anteriormente.

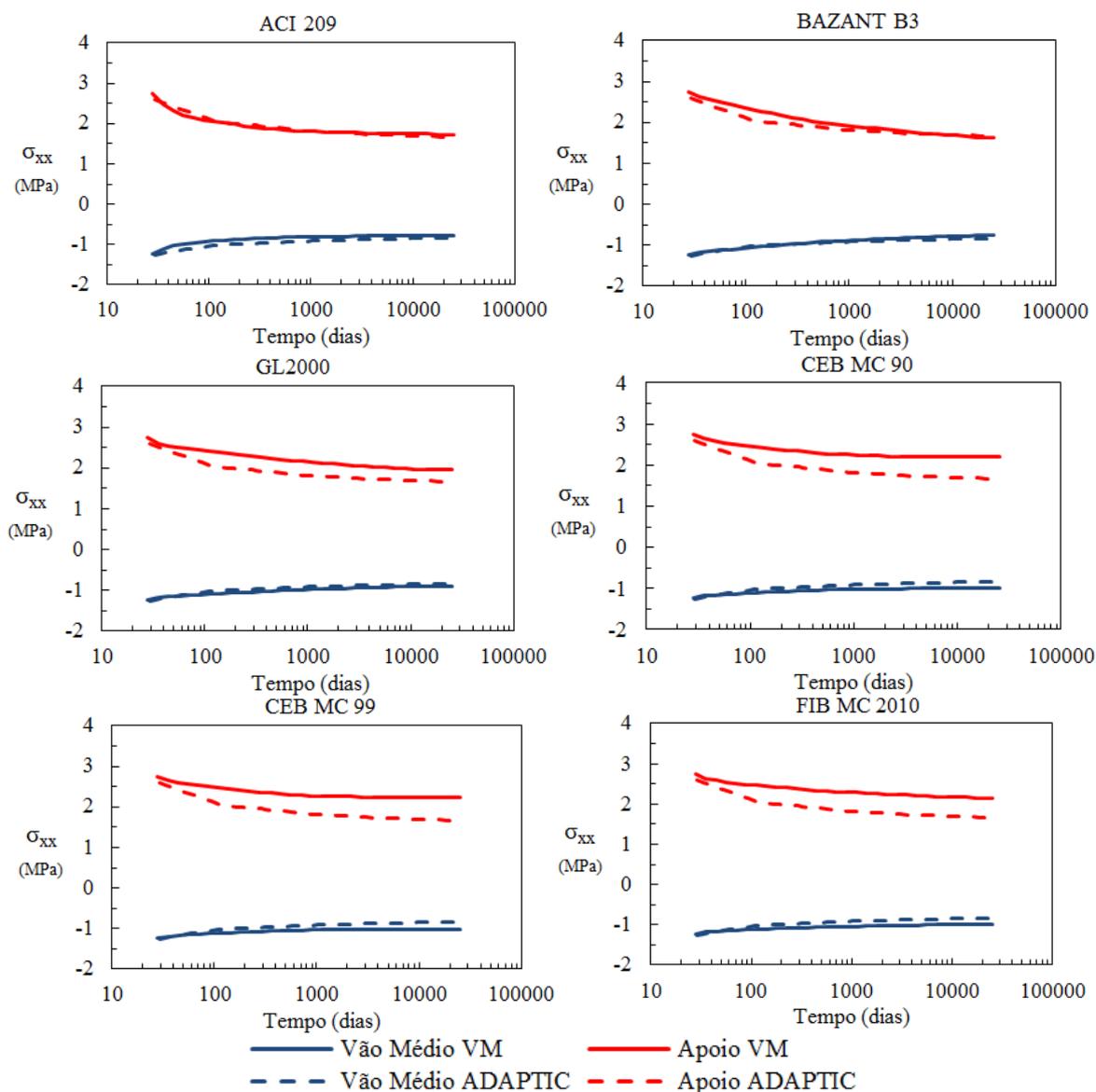


Figura 43 - Variação ao longo do tempo da máxima tensão do concreto no meio do vão e no apoio - sem retração e fissuração.

A Figura 44 mostra a variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga mista. As incógnitas “ η ”, “ x ” e “ L ” representam a largura efetiva adimensional, a abscissa da seção transversal e o comprimento da viga, respectivamente.

Na Figura 44 mostram-se, também, os resultados do cálculo da largura efetiva utilizando-se as metodologias dos códigos de projeto descritos na seção 2 deste trabalho. Como informam Yuan *et al.* (2016), o comprimento “ L ”, nos códigos de projeto, representa o vão total e a distância entre dois pontos adjacentes de contraflexão, para vigas simplesmente apoiadas e contínuas, respectivamente. Para a NBR 8800/2008 e o EUROCODE 4/2005, de forma igualitária, tais pontos de contraflexão são estimados, simplificada, através de

comprimentos equivalentes. Para a AASHTO/2012 e a GB50017/2003, os pontos de contraflexão não são sugeridos, deste modo, no presente trabalho, foram considerados, para fim de equalizar a comparação entre os resultados, os comprimentos relativos dispostos na NBR 8800/2008 e no EUROCODE 4/2005. Outro ponto a se destacar são os comprimentos da variação da largura efetiva. O único código, dentre os aqui utilizados, que aponta a divisão dos trechos de alteração do valor da largura efetiva é o EUROCODE 4/2005, assim, novamente de forma a tornar a comparação entre os resultados relevante, esses valores foram utilizados para os demais códigos de projeto.

Para o exemplo utilizado, os valores obtidos através da AASHTO/2012 indicam uma largura efetiva constante ao longo do comprimento da viga mista, estando o exemplo dentro das disposições contidas no código e considerada aplicável para a utilização do mesmo. Sendo que a NBR 8800/2008 e o EUROCODE 4/2005 sugerem o mesmo critério para o cálculo da largura efetiva, ou seja, “L/8”, diferindo somente em uma seção de extremidade de suporte, na qual o EUROCODE 4/2005 insere um coeficiente no cálculo da largura efetiva. Tendo o exemplo à intenção de representar um vão intermediário de uma ponte contínua, portanto não havendo seção de extremidade, os resultados entre os dois códigos de projeto são coincidentes. No código GB50017/2003, um critério similar ao EUROCODE 4/2005 e a NBR 8800/2008 é utilizado, diferenciando-se por sugerir “L/6”, além de impor um critério relativo à espessura da laje de concreto. Para o exemplo estudado, ao calcular-se a largura efetiva através do código GB50017/2003, o critério da espessura impossibilitava resultados variados ao longo do vão da viga mista, deste modo, apresentam-se resultados utilizando-se e desconsiderando-se o critério da espessura, sendo os mesmos apresentados na Figura 44 como “GB50017/2003 c/ esp.” E “GB50017/2003 s/ esp.”, respectivamente.

Há boa correspondência entre os resultados fornecidos pelo programa VM e pelo ADAPTIC. A tendência é amplamente irregular. Primeiramente cresce até “ $x = L/8$ ”, então decresce até “ $x = L/4$ ”, novamente aumenta até “ $x = L/2$ ”, aonde a largura efetiva aproxima-se de $\frac{3}{4}$ da largura da laje.

A comparação com os valores sugeridos pela NBR 8800/2008 e EUROCODE 4/2005 revela uma boa aproximação dos valores fornecidos por tais regulamentações, tanto na seção do apoio quanto no meio do vão, para mais (de modo conservativo), exibe uma largura efetiva praticamente constante ao longo do tempo. Não obstante, os valores sugeridos pela NBR 8800/2008 e pelo EUROCODE 4/2005 fornecem valores não conservadores para o

trecho central da metade do vão ($0,2L - 0,35L$). Em relação à comparação referente aos valores indicados pelo AASHTO/2012, o código de projeto propaga valores não conservadores, sempre contra a segurança. De certo modo, isso ocorre também ao não considerarmos o critério da espessura no código GB50017/2003, excetuando-se os valores a aproximadamente “ $x/L = 0,15$ ”, no qual os valores fornecidos na análise e aquele disposto no código conferem. Em GB50017/2003, quando se considera o critério da espessura, o código fornece valores conservativos, excluindo-se os valores em “ $x/L = 0,25$ ”.

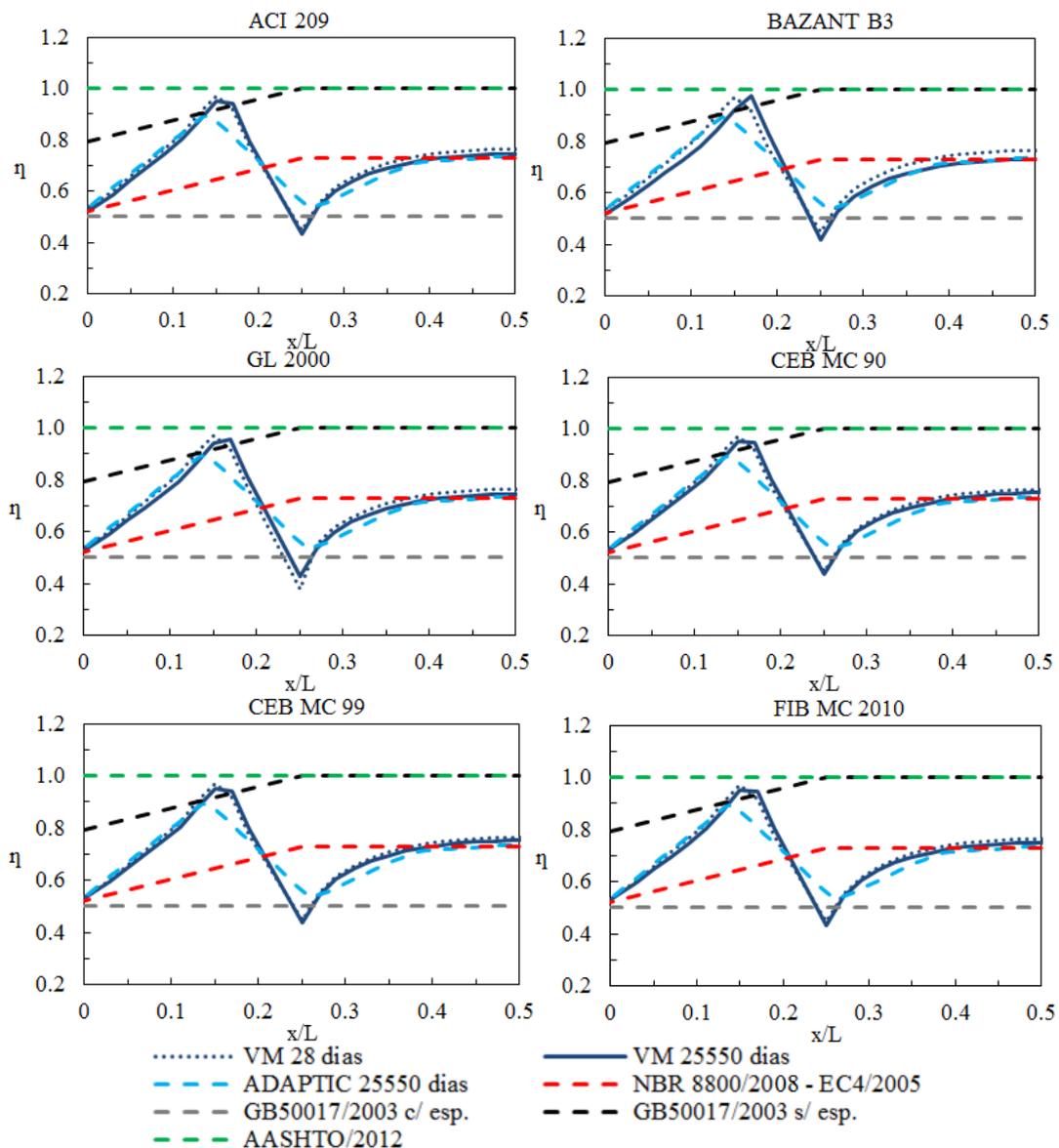


Figura 44 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga em comparação com códigos de projeto e ADAPTIC - sem retração e fissuração.

A irregularidade observada entre as abscissas “ $x = 0,2L$ ” e “ $x = 0,3L$ ”, pode ser justificada em virtude da alteração do estado de tensões de tração para compressão que ocorre

na laje de concreto (MACORINI *et al.*, 2006). Esta alteração produz uma variação da linha neutra, a qual flutua acima e abaixo da camada média, que é assumida como a camada de referência para a avaliação da largura efetiva. A Figura 45 demonstra o caso em que a linha neutra flutua acima e abaixo da camada média. Vale ressaltar que devido às inconsistências encontradas no método do cálculo da largura efetiva, método esse descrito no item 2.1, Equação (2.1), nas seções transversais em que esta incoerência ocorreu, os resultados obtidos para a largura efetiva não foram satisfatórios, pois demonstravam relevantes descontinuidades entre os resultados nos quais a linha neutra encontrava-se totalmente acima ou abaixo da camada. Sendo assim, tais resultados foram desconsiderados e substituídos por valores extrapolados de trechos adjacentes. Essa extrapolação foi feita de forma coerente devido ao claro padrão definido destes trechos e devido à pequena extensão desta zona irregular. Precisamente, este problema sugere uma abordagem mais robusta para o cálculo da largura efetiva utilizando, por exemplo, métodos baseados em rigidez ou energia (BROSNAN; UANG, 1995).

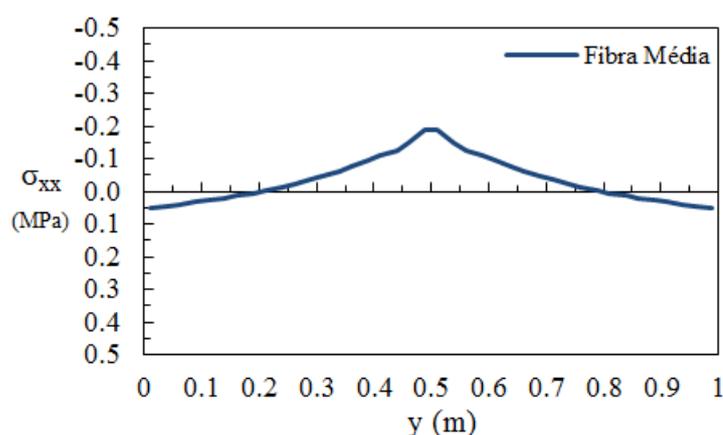


Figura 45 - Variação da linha neutra na camada de referência.

Analogamente ao realizado na Figura 44, mostram-se, na Figura 46, os resultados do cálculo da largura efetiva utilizando-se as metodologias desenvolvidas por pesquisadores, descritas na seção 2 deste trabalho. Por padronização são utilizados os mesmos comprimentos equivalentes aos empregados nos códigos normativos. O critério de Gara *et al.* (2011) propõem valores apropriados na seção do apoio, conservativos na seção entre “ $x/L = 0,1$ ” e “ $x/L = 0,2$ ”, e valores não conservativos a partir daí, tendo uma aproximação adequada na seção do meio do vão. No método de Zhu *et al.* (2015), os valores são sempre muito conservativos. A metodologia de Yuan *et al.* (2016), resulta em um valor constante ao longo do comprimento da viga mista, com resultados oportunos tanto no apoio, quanto no meio do vão, com diferenças significativas aonde a variação é irregular.

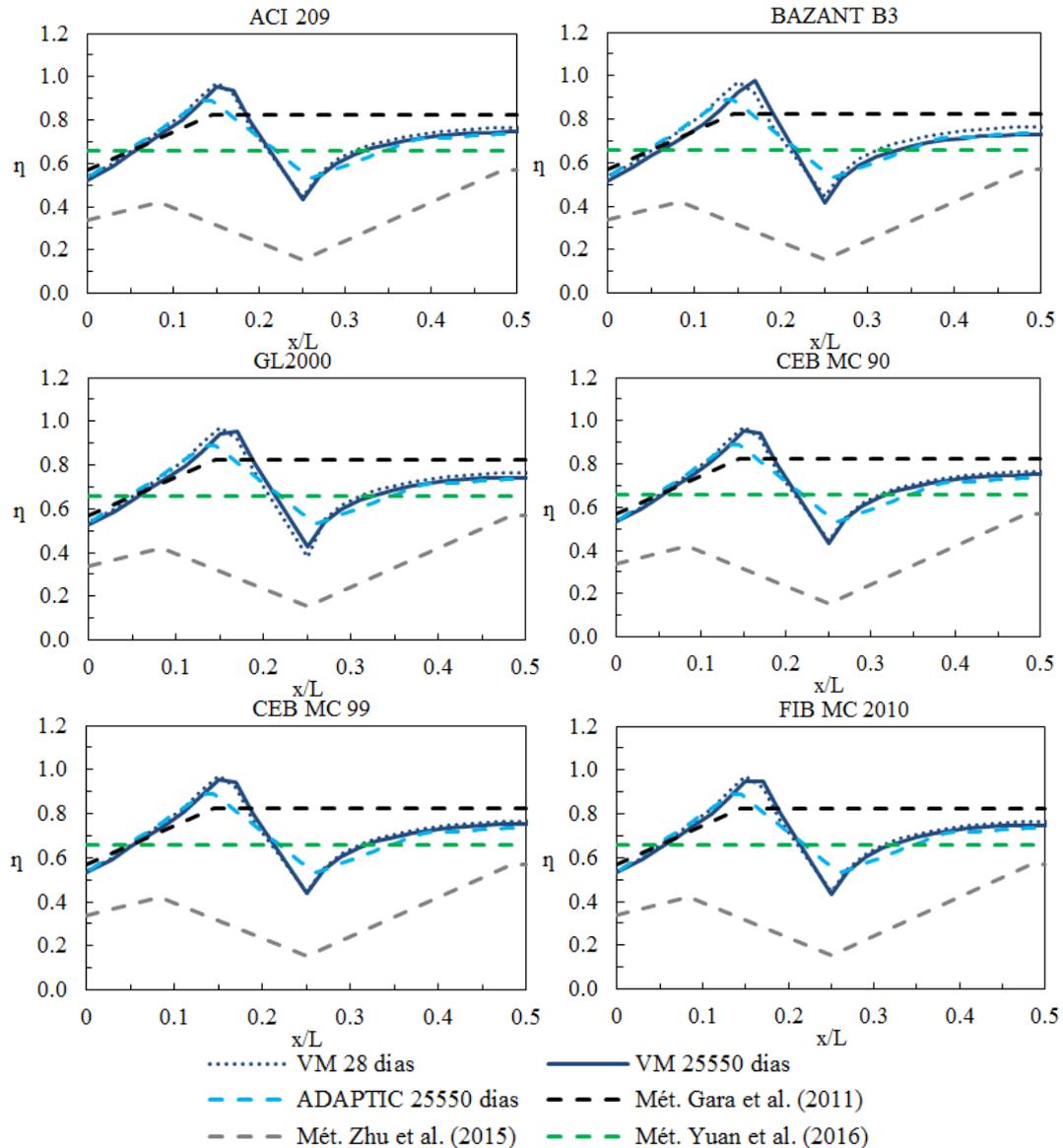


Figura 46 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga em comparação com metodologias da literatura - sem retração e fissuração.

Na Figura 47, o parâmetro adimensional da largura efetiva, em curto e longo prazo, é ilustrado defronte a relação “ B/L_e ”, sendo que B representa a largura real da laje de concreto e L_e o comprimento equivalente da viga mista. Os valores obtidos através do programa VM são comparados aos obtidos através da curva da NBR 8800/2008 – EUROCODE/2005 e da curva do GB50017/2003, com e sem o critério da espessura. Os valores do código AASHTO/2012 não foram levados em conta devido aos resultados fornecidos por tal método não considerarem uma variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga mista, sendo os resultados limitados pelas disposições contidas no código para a utilização do mesmo. Nos códigos de projeto, como a NBR 8800/2008, a largura efetiva é definida em termos de um comprimento de vão equivalente “ L_e ”, o qual é $0,7L$ em regiões de momento positivo em um

vão interno, e $0,25(L_1+L_2)$ em regiões de momento negativo, no qual L_2 é o vão intermediário analisado e L_1 é o vão respectivo ao lado. No exemplo estudado, viga biengastada representando um vão interior de ponte, assume-se que $L_1 = L_2 = 25$ m. É interessante notar que, para uma análise viscoelástica linear sem retração e sem fissuração, a largura efetiva em ambas as seções (apoio e no meio do vão) aproxima-se do valor fornecido pelos códigos NBR 8800/2008 e EUROCODE/2005, independentemente do tempo de análise. Analisando-se o GB50017/2003 considerando-se o critério da espessura, o código mostrou fornecer valores aproximados ao programa VM na seção do apoio e subestimados na seção do meio do vão. Ao não se considerar o critério da espessura, os resultados mostraram-se contra a segurança.

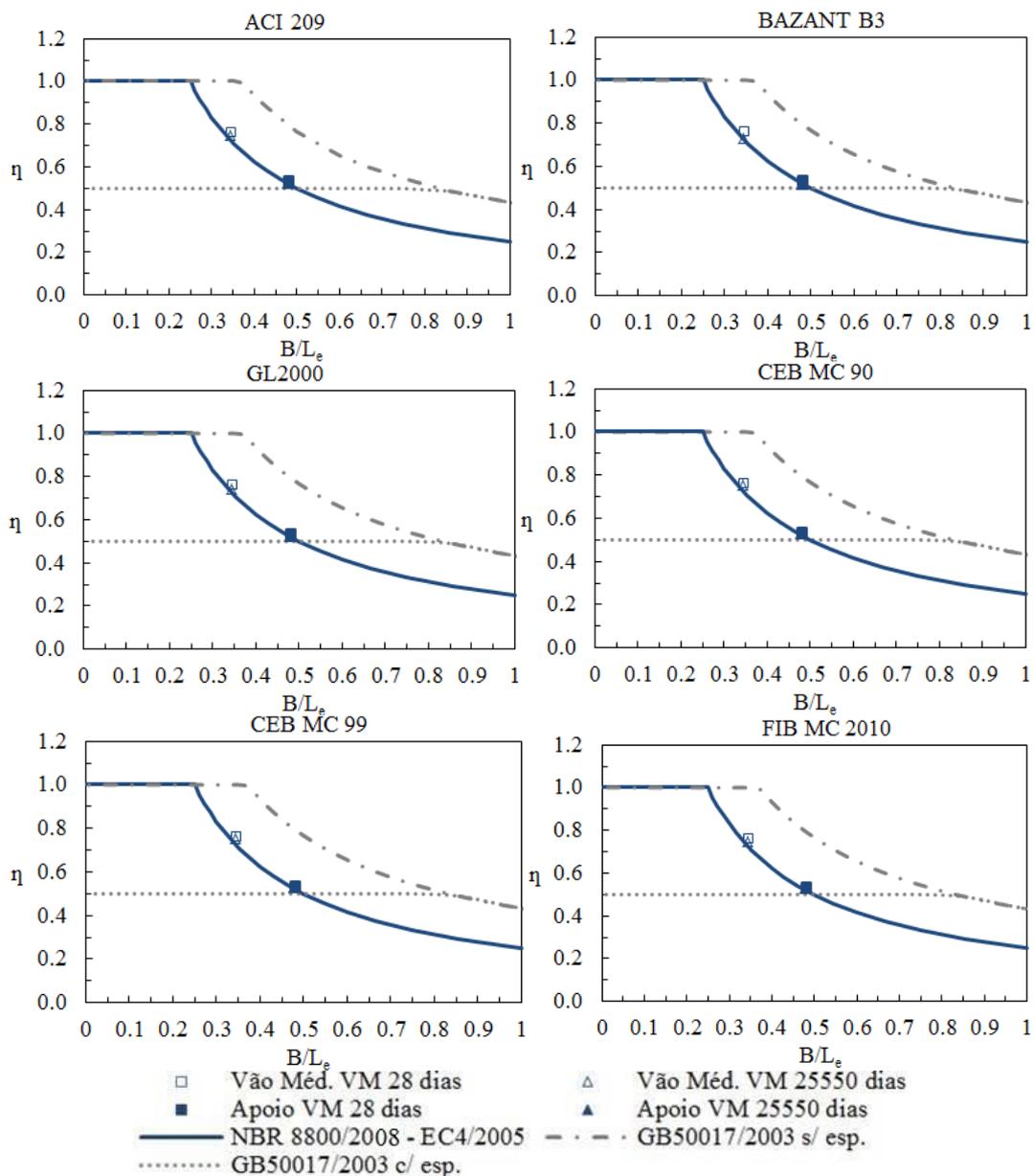


Figura 47 - Parâmetro adimensional da largura efetiva em termos da relação largura/vão - sem retração.

A variação da razão entre a tensão da armadura (σ_R) e da laje de concreto (σ_C), ao longo do tempo, também foi analisada, e é mostrada na Figura 48.

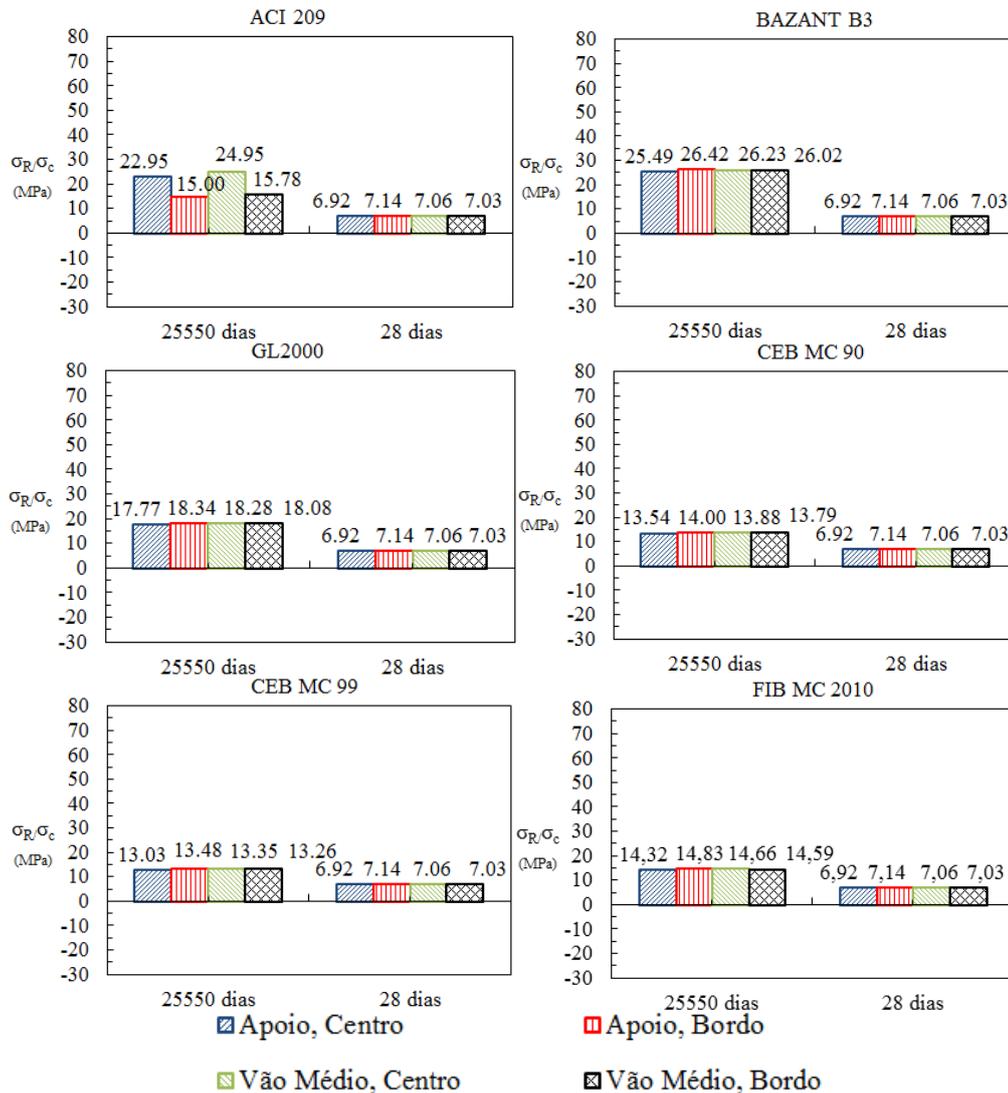


Figura 48 - Variação da razão entre a tensão da armadura e da laje de concreto - sem retração e fissuração.

Chen (2008) informa que a relação entre a armadura de reforço e a laje de concreto também pode ser interpretada como a relação modular entre ambas (E_R/E_C , onde E_R e E_C são o módulo de elasticidade do reforço e do concreto, respectivamente). Para uma ligação perfeita entre a armadura de reforço e a laje de concreto, a relação E_R/E_C deve ser igual a $210.000/30.000 = 7,00$ (em cargas de curta duração, por exemplo). Já para cargas de longa duração, estes efeitos podem ser considerados, simplificada, multiplicando-se a razão modular de curta duração por 3 (como descrito na NBR 8800:2008), ou seja, 21.

A distribuição normal de tensões na armadura de aço é calculada, de forma simplificada, a partir da média da distribuição normal de tensões das duas camadas presentes na laje de concreto. Como mostra a Figura 48, a razão de tensões armadura-concreto, aos 28 dias, para todos os modelos de fluência utilizados, fazem jus ao afirmado por Chen(2008), pois os resultados apresentados coincidem com os resultados fornecidos pela relação E_R/E_C , desde o centro à borda da viga, tanto para a seção do apoio, quanto para a seção do meio do vão. Já para os resultados do carregamento em longo prazo, estes variam conforme o modelo de fluência adotado. Para os modelos do CEB MC 90, CEB MC 99 e FIB MC 2010, tal relação varia cerca de 2 vezes com respeito à relação inicial, não havendo variações significativas entre as seções do apoio e do meio do vão. Para o modelo GL2000, a relação varia aproximadamente 2,5 vezes, em ambas as seções. No modelo BAZANT B3 a relação varia por volta de 3,7 vezes, nas duas seções. Já para o modelo ACI 209, a relação varia diferentemente do centro a borda da viga, em torno de 3,5 vezes do centro e 2,15 vezes da borda. De certa forma, o valor fornecido pela NBR 8800:2008, torna-se uma boa simplificação, quando realizada uma análise elástica.

4.2.2 Análise Viscoelástica Linear com Retração

Nesta análise o efeito da retração do concreto foi incluído na viga mostrada da seção anterior. O mesmo carregamento uniformemente distribuído de 100 kN/m foi aplicado aos 28 dias, a fim de se comparar diretamente os resultados com e sem retração. Assumiu-se que o fenômeno reológico começou a partir do momento de endurecimento do concreto, este tempo corresponde ao início da análise diferida, estimado em 1 dia após o descimbramento do concreto.

Como na seção prévia, a fluência e a retração são avaliadas de acordo com todos os modelos de fluência e retração disponíveis no programa VM, e os resultados assim obtidos são comparados com aqueles fornecidos por Macorini *et al.*(2006). As distribuições de tensões normais na laje de concreto estão ilustradas na Figura 49 e Figura 50 para as seções do meio do vão e do apoio, respectivamente, para diferentes tempos de análises. No tempo de 28 dias depois do descimbramento do concreto, as curvas de tensões correspondem-se com o tempo de análise instantaneamente antes e depois da aplicação do carregamento, até aos 25550 dias.

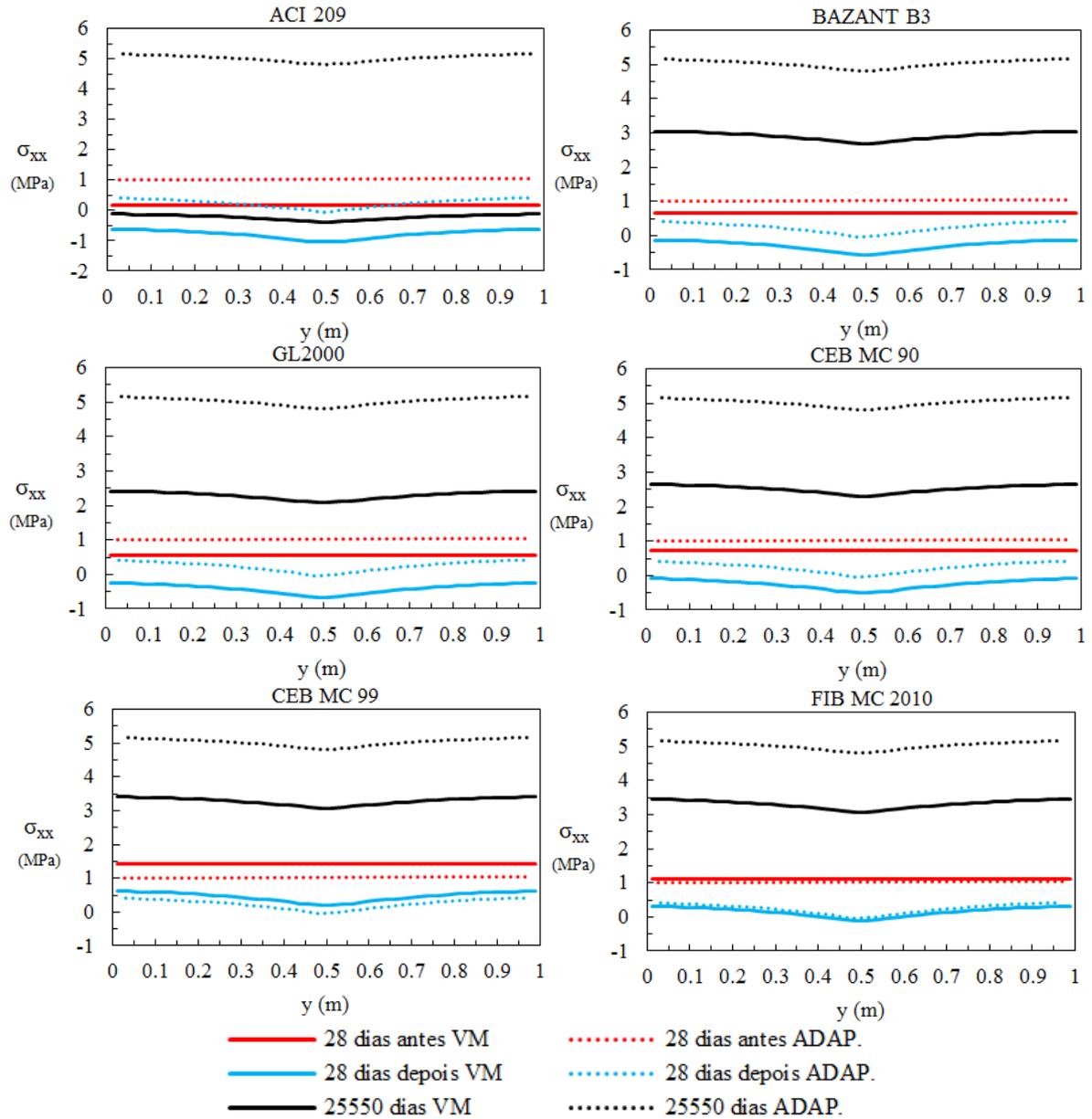


Figura 49 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do meio do vão - com retração.

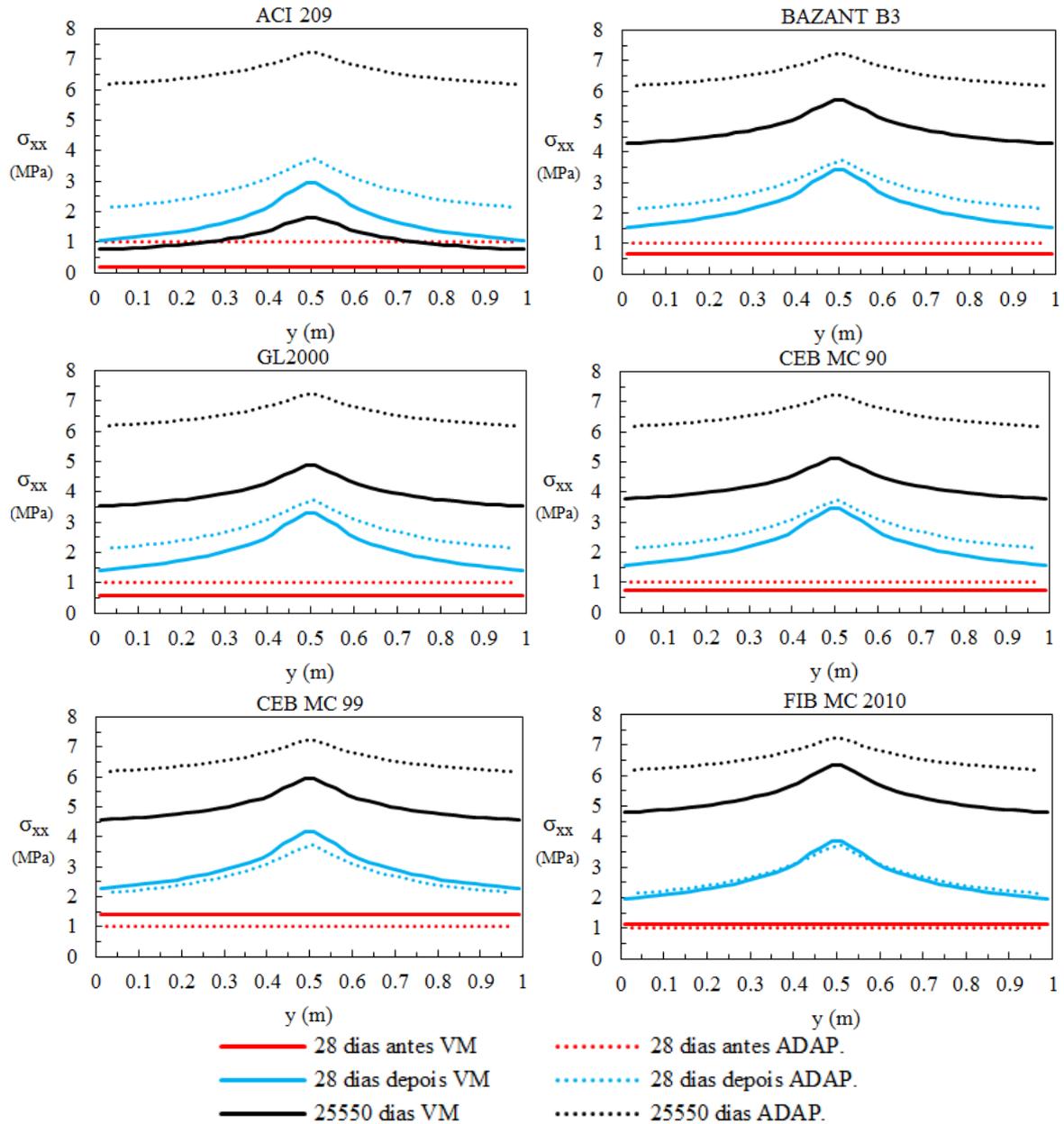


Figura 50 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do apoio - com retração.

O padrão de distribuição de tensões na seção do meio do vão e do apoio é semelhante entre os resultados obtidos na presente análise com aqueles avaliados por Macorini *et al.* (2006). Os valores máximos de tensões encontrados no programa ADAPTIC são maiores aos encontrados pelo programa VM, para o tempo final de análise de 25550 dias. Esperava-se o mesmo nível de correlação entre os resultados dado que aparentemente utilizou-se a mesma formulação de retração do modelo CEB MC 90 para o concreto e devido à boa correlação mostrada na análise viscoelástica linear da seção anterior. Não obstante, o melhor ajuste é obtido para o modelo FIB MC 2010, essa diferença poderia ser atribuída às discrepâncias entre ambos os modelos numéricos, devido à modelagem da viga de aço e dos conectores de

corde, que se torna relevante na análise por retração. Dentre todos os modelos de fluência e retração analisados, o ACI 209 foi o único que exibiu resultados muito diferenciados. Trata-se de um modelo que demanda um número maior de parâmetros de entrada, em relação aos outros modelos, sendo que essas informações foram fornecidas de forma coerente, porém arbitrária para a análise numérica. Por consequência, a Figura 51 mostra as diferenças significantes no cálculo do coeficiente de retração do modelo ACI 209, e dos outros modelos. As curvas do coeficiente de retração dos modelos CEB MC 99 e FIB MC 2010 praticamente se superpõem entre si.

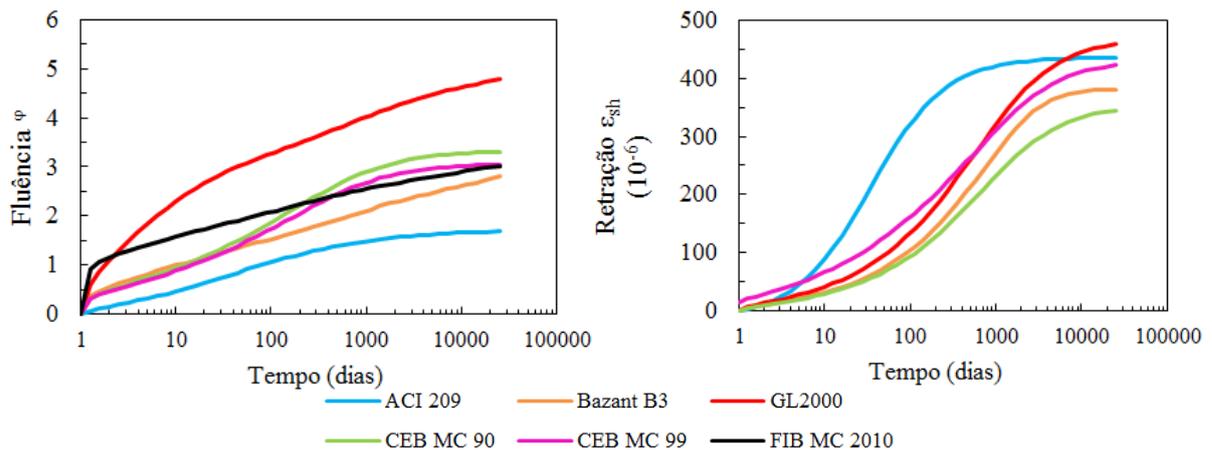


Figura 51 - Coeficiente de fluência e retração ao longo do tempo - com retração.

Em comparação aos resultados onde não há retração, um importante incremento de tensões ao longo do tempo, com exceção do modelo ACI, em ambas as seções transversais, foi obtido. Esse aumento de tensões pode ser mais bem visualizado na Figura 52, na qual a variação da máxima tensão na laje de concreto é apresentada.

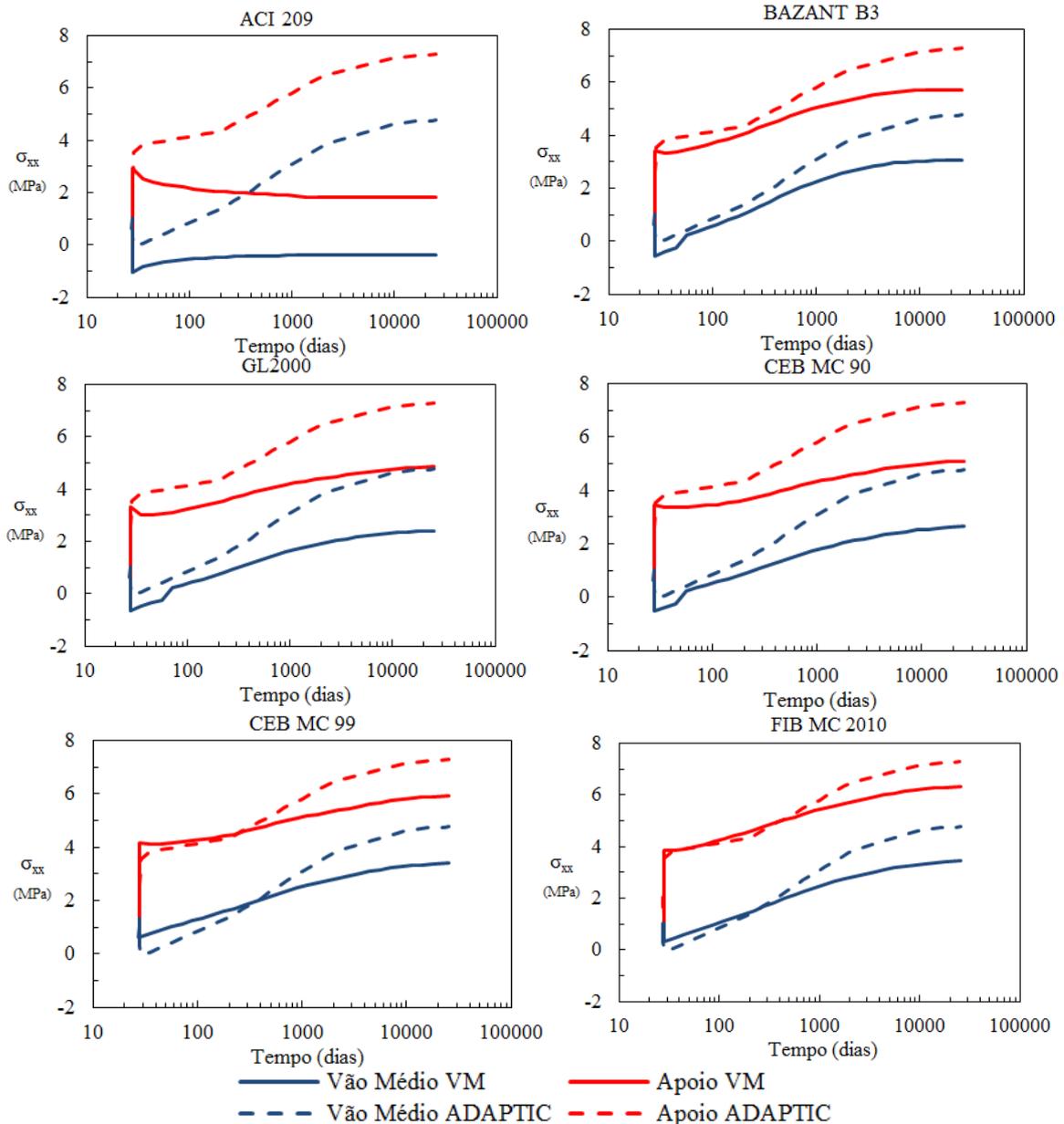


Figura 52 - Variação ao longo do tempo da máxima tensão do concreto no meio do vão e no apoio - com retração.

A retração implica, ao longo do tempo, em uma considerável redução na diferença entre a máxima tensão e a tensão mínima atuante. A consequência é um aumento da largura efetiva, que pode ser observada na Figura 53. A largura efetiva é constante e igual a toda largura da laje antes da aplicação do carregamento, por somente os efeitos da retração estarem presentes, sendo esta retração uniforme ao longo da largura da laje. Uma queda acentuada da largura efetiva é observada no dia 28 imediatamente após a aplicação do carregamento. Posteriormente, uma tendência crescente pode ser observada, e um valor próximo à largura total da laje é atingido após cerca de quatro meses, no meio do vão. Ao contrário da análise viscoelástica linear sem retração, a largura efetiva varia consideravelmente com o tempo,

sendo o conceito de que a largura efetiva é independente do tempo, inconsistente com os resultados numéricos apresentados aqui.

Na seção do apoio, a camada média da laje de concreto está sempre em tração, conforme os resultados fornecidos pelo programa VM e pelo ADAPTIC. Na seção do meio do vão, contrariamente ao obtido no ADAPTIC, no qual a camada média da laje de concreto está sempre em tração, no programa VM, ao se analisarem os dados, os modelos BAZANT B3, GL2000 e CEB MC 90, apresentam um trecho de transição entre os valores de compressão e tração. Neste caso, em que a linha neutra flutua acima e abaixo da camada média (Ver Figura 45), os resultados foram desconsiderados principalmente pela dificuldade de se avaliar uma largura efetiva nessas condições e pelas razões já comentadas no texto explicativo da Figura 45. Tais trechos ocorriam, principalmente, aos 28 dias após a aplicação do carregamento até aos 100 dias. No caso do modelo FIB MC 2010, somente uma ínfima parcela, aos 28 dias após o carregamento, interseccionava o eixo de transição, sendo a mesma excluída do somatório do cálculo da largura efetiva (na verdade sua inclusão ou exclusão não afeta o cálculo da largura efetiva, pois a área associada é demasiado pequena). Para o modelo CEB MC 99, a camada média da laje de concreto está sempre em tração, não ocorrendo tal particularidade. O cálculo da largura efetiva para o modelo ACI 209 apresenta uma tendência contrária aos outros modelos.

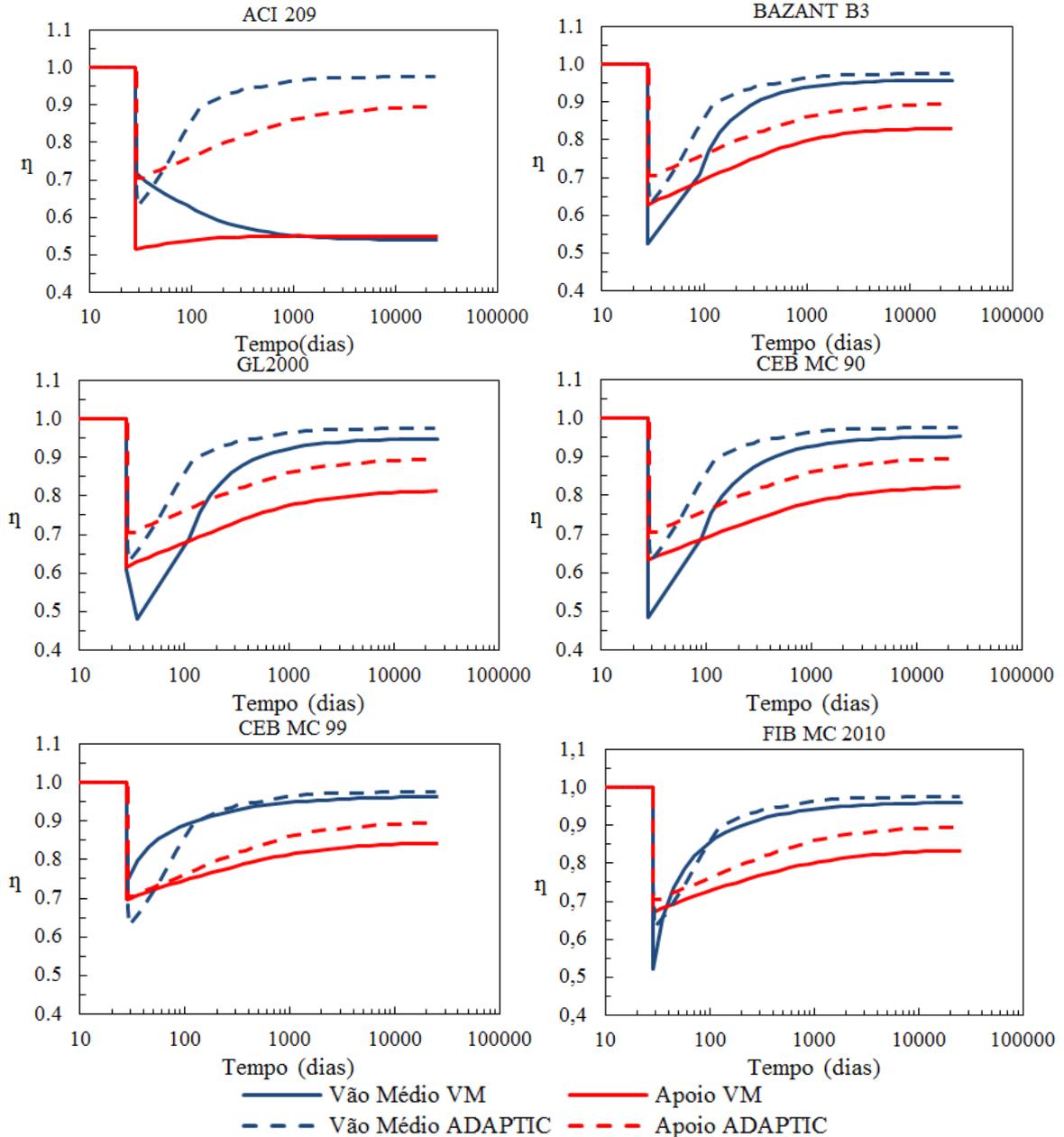


Figura 53 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - com retração.

A largura efetiva obtida ao longo do comprimento da viga mista, aos 28 dias após a aplicação do carregamento até aos 25550 dias está ilustrada na Figura 54. Ao referir-se à largura efetiva em longo prazo, um aumento da mesma em respeito à análise viscoelástica sem retração é observado, tornando as soluções indicadas na NBR 8800/2008, no EUROCODE 4/2005 e no GB50017/2003 com o critério da espessura, sempre conservadoras, para toda a seção transversal da viga (com exceção do modelo ACI 209). Já para a AASHTO/2012, em longo prazo, os valores no meio do vão aproximam-se aos obtidos no programa VM, mas os valores do apoio diferem-se. Para o GB50017/2003 sem o critério da

espessura, no tempo final da análise, há uma boa correlação entre os resultados tanto no apoio, quanto no meio do vão.

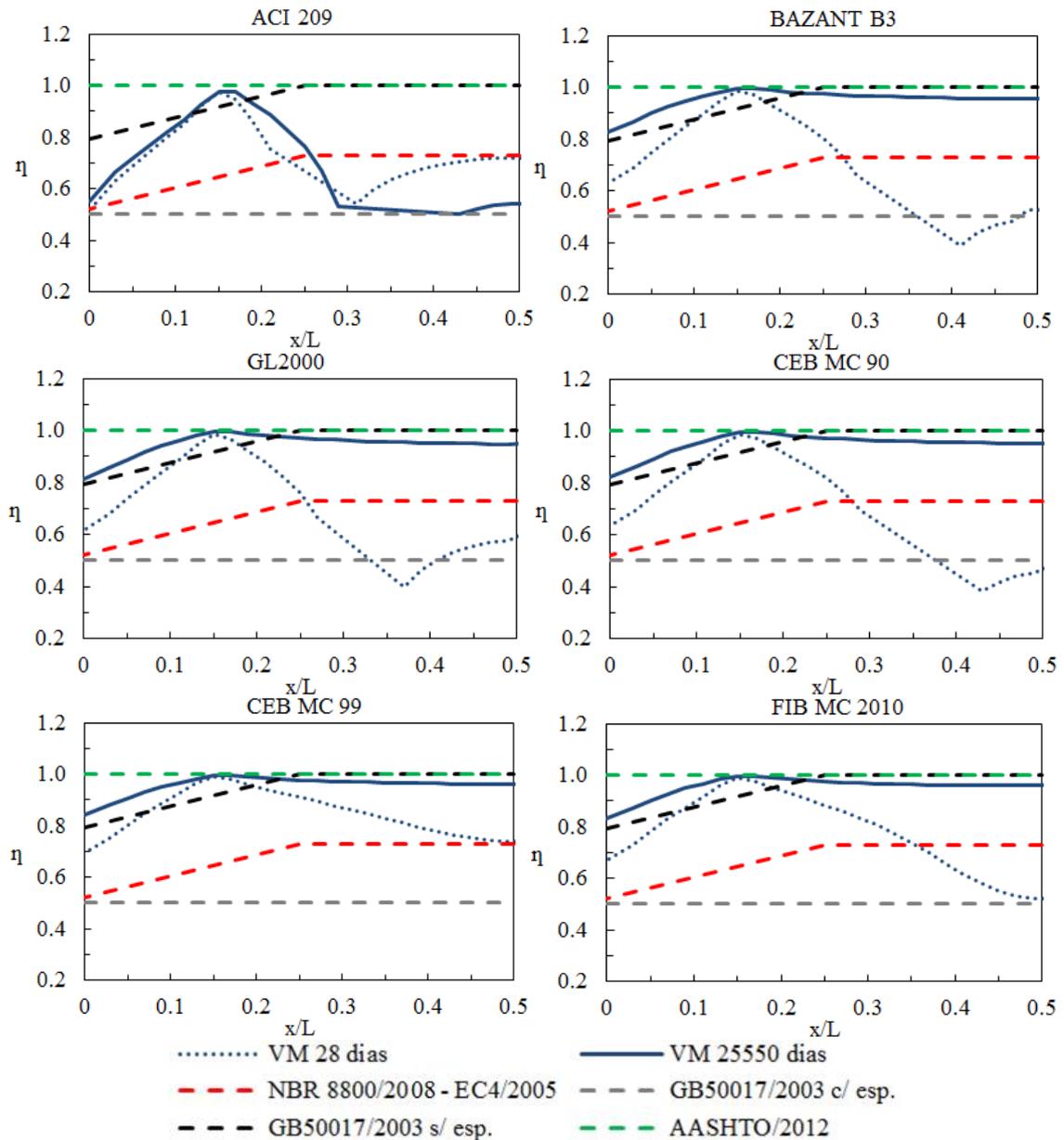


Figura 54 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga em comparação com códigos de projeto - com retração.

Ao analisarem-se os valores aos 28 dias, a largura efetiva no apoio, fornecida pelo programa VM, é maior do que aquela proposta pela NBR 8800/2008, pelo EUROCODE 4/2005 e pelo GB50017/2003 com o critério da espessura, sugerindo uma estimativa conservadora de avaliação. Quanto ao GB50017/2003 sem o critério da espessura e a AASHTO/2012, no apoio, os resultados obtidos vão contra a segurança. Já para a seção do meio do vão, os resultados indicam que a largura efetiva disposta no programa VM, é menor

do que a indicada pela NBR 8800/2008 e pelo EUROCODE 4/2005, tornando o valor disponível nas normas ao lado da insegurança. Excetuando-se os valores obtidos pelo modelo CEB MC 99, que não apresentaram a particularidade da transição da linha neutra, na qual os valores, na seção do meio do vão, são coincidentes com as normas. Para o GB50017/2003 com o critério da espessura, comparando-se os resultados aos do programa VM, há semelhança entre os mesmos, com exceção aos do modelo CEB MC 99, para qual o código expõe resultados conservadores. Para os códigos AASHTO/2012 e GB50017/2003 sem o critério da espessura, ambos exprimem valores ao lado da insegurança.

Quando os resultados são comparados às metodologias desenvolvidas por pesquisadores (Figura 55), o critério de Gara *et al.* (2011) propõem valores apropriados na seção do apoio e valores não conservativos na seção do meio do vão, com exceção aos valores do modelo CEB MC 99, nos quais os valores do meio do vão são adequados.

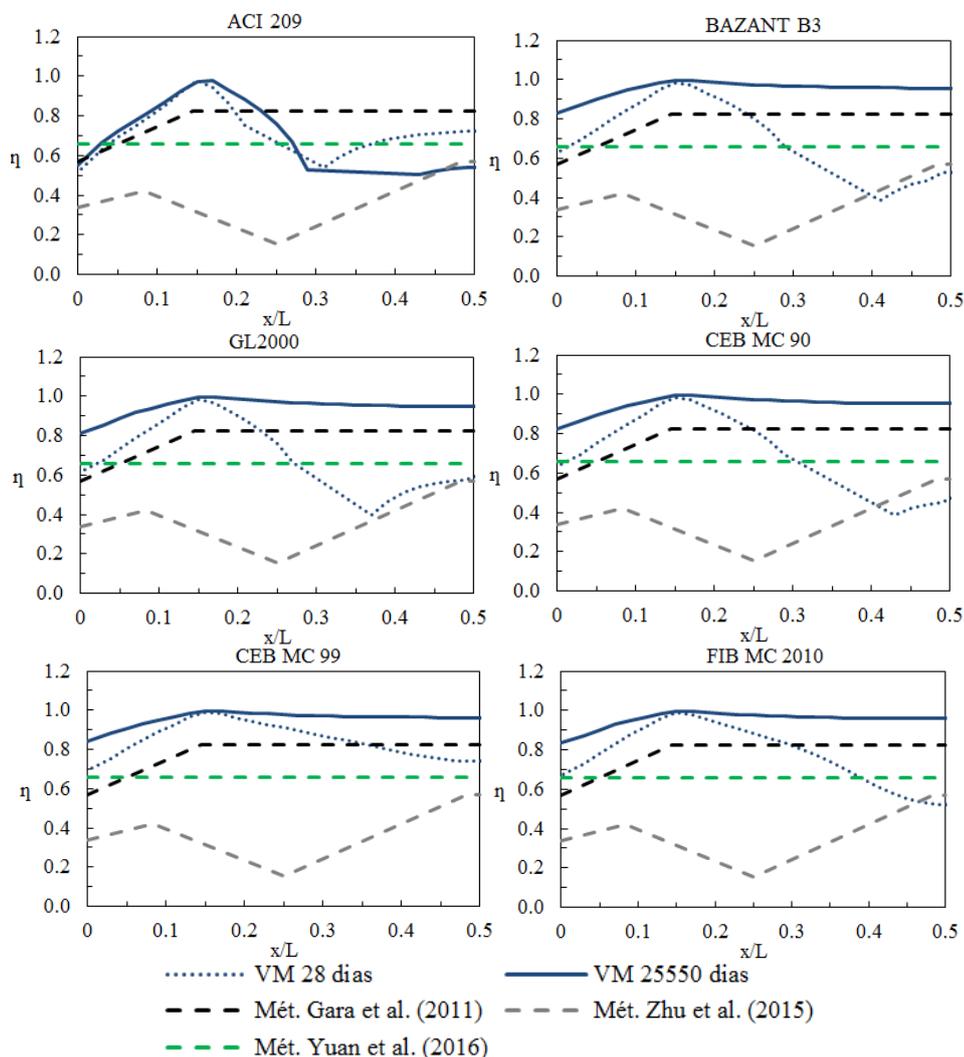


Figura 55 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga em comparação com metodologias da literatura - com retração.

No método de Zhu *et al.* (2015), os valores são muito conservativos, excetuando-se os valores do meio do vão, que são apropriados. A metodologia de Yuan *et al.* (2016), expõe resultados satisfatórios no apoio, na seção do meio do vão, os valores variam em relação a cada modelo de fluência e retração, com uma melhor correlação aos do modelo CEB MC 99.

Com a inclusão da retração, compara-se o parâmetro adimensional da largura efetiva com a relação “ B/L_e ”, para a NBR 8800/2008 – EUROCODE 4/2005 e GB50017/2003, com e sem o critério da espessura (Figura 56), em curto e longo prazo.

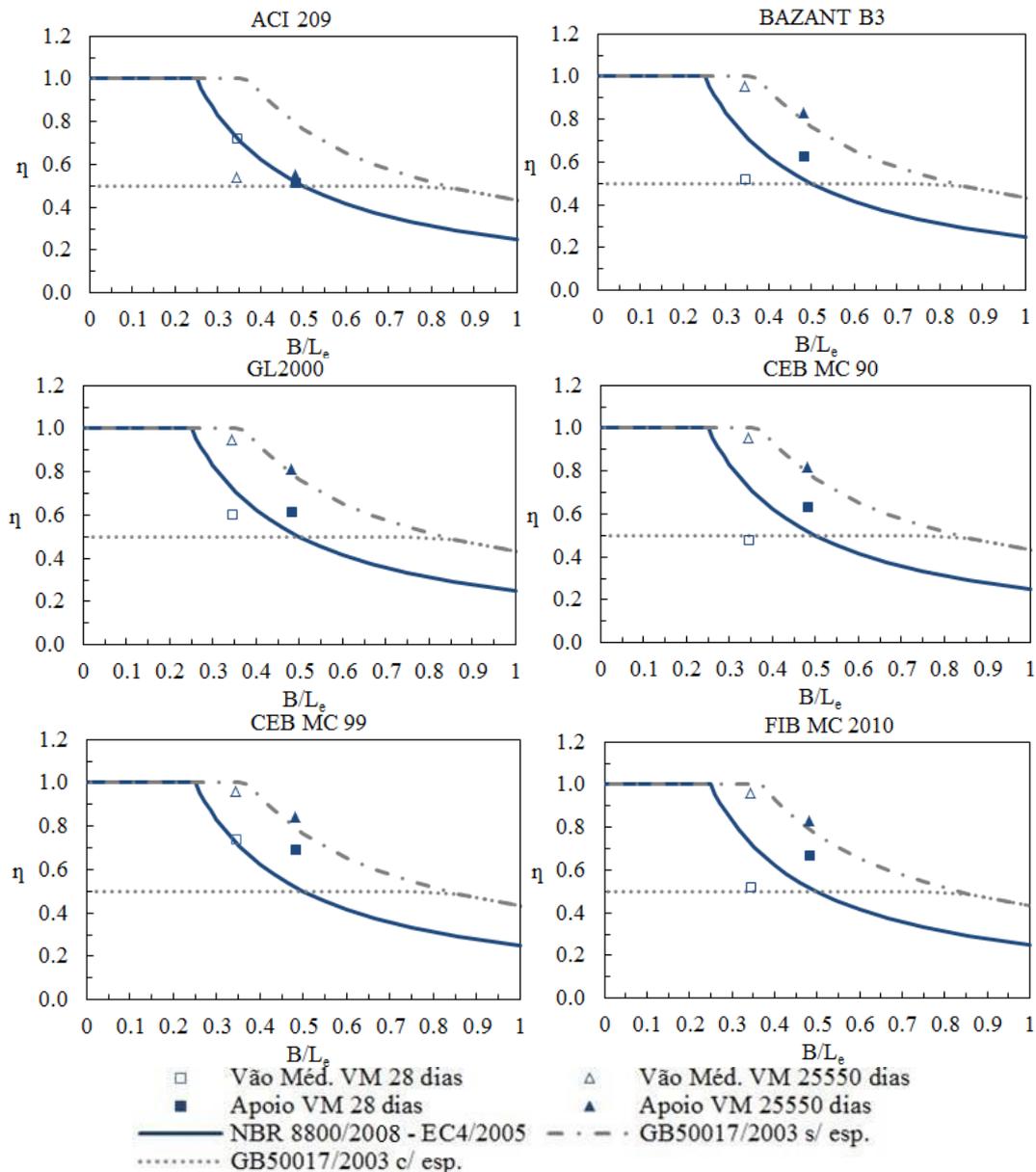


Figura 56 - Parâmetro adimensional da largura efetiva em termos da relação largura/vão - com retração.

Para a NBR 8800/2008 e EUROCODE 4/2005 a largura efetiva na seção do apoio, nos dois tempos de análise (28 e 25550 dias), demonstra-se que a solução das normas é sempre conservativa, já para a seção do meio do vão, as normas promovem valores contra a segurança quando nos referimos ao tempo de 28 dias, excetuando-se os valores do CEB MC 99, que são coincidentes, e do modelo ACI 209, onde o valor da largura efetiva aos 25550 dias é menor. No GB50017/2003 sem o critério da espessura, aos 25550 dias os valores no apoio e no meio do vão aproximam-se aos do programa VM, com exceção do modelo ACI 209, onde o valor da largura efetiva aos 25550 dias é menor. Aos 28 dias, o código demonstra-se contra a segurança. Já para o GB50017/2003 com o critério da espessura, aos 25550 dias os valores no apoio e no meio do vão expostos pelo código, estão a favor da segurança. Aos 28 dias o código demonstra-se, também, a favor da segurança.

Ao tratar-se da variação da razão entre as tensões armadura-concreto (Figura 57), nota-se uma mudança de tensão brusca nesta relação quando a retração é introduzida.

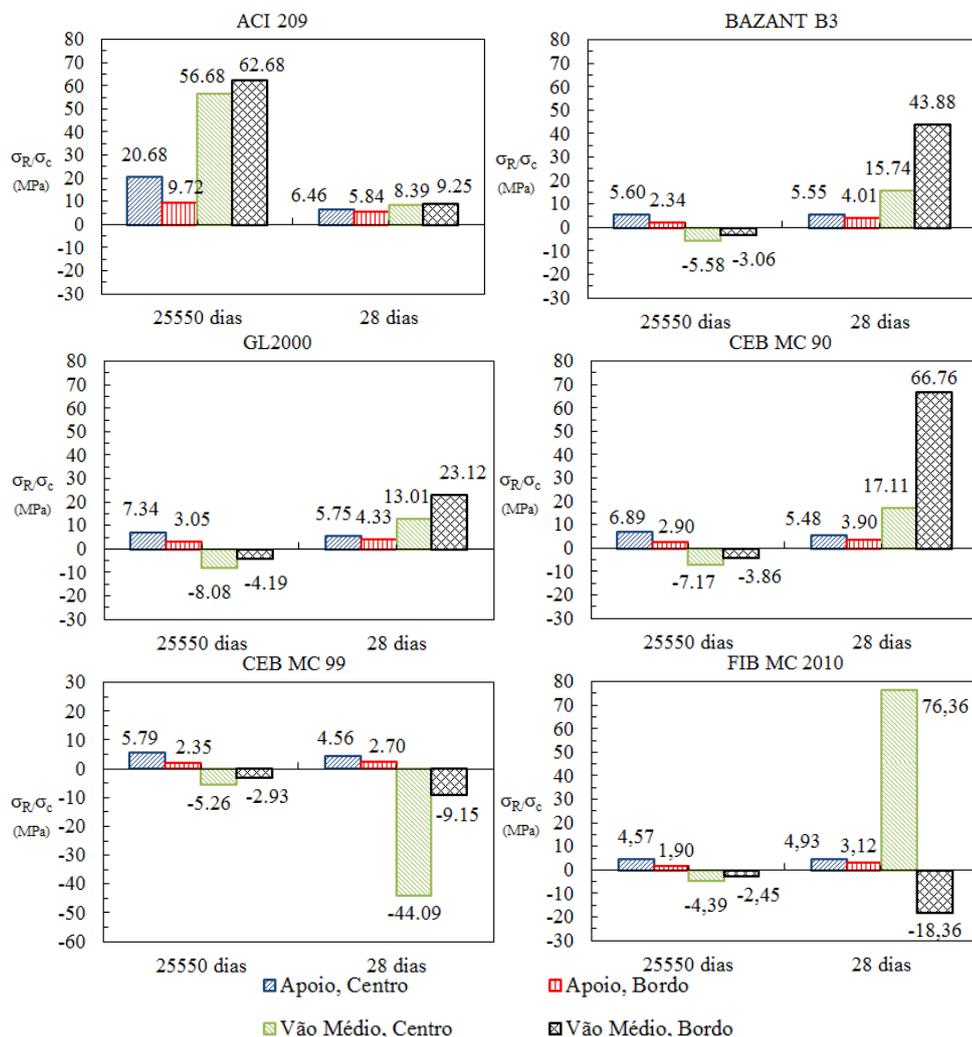


Figura 57 - Variação da razão entre a tensão da armadura e da laje de concreto - com retração.

Na seção do apoio, aos 28 dias, os valores variam entre 3 e 6, dependendo do modelo considerado, mas mantendo a proporção de variação independente do modelo de fluência e retração, sendo os maiores valores no eixo de simetria transversal (centro da viga). Aos 25550 dias, os resultados variam entre 2 e 7,4, com exceção do modelo ACI 209 (que chega a 20), mas todos mantêm a proporção de variação, com os maiores valores no centro da viga.

Para a seção do meio do vão, aos 28 dias, os valores obtidos são maiores do que os sugeridos por Chen (2008) (em torno de 7), afora os do modelo ACI 209, que se aproximam. Inclusive ocorre troca de sinal para os modelos CEB MC 99 e FIB MC 2010. Aos 25550 dias, os resultados variam entre 2,5 e 8, mas todos mantêm a proporção de variação, com os maiores valores absolutos no centro da viga, com exceção do modelo ACI 209. É importante salientar o sinal negativo que ocorre nesses últimos resultados, com exceção do modelo ACI 209.

4.2.3 Análise Viscoelástica Não-Linear com Retração e Fissuração

Utilizando todas as funcionalidades do modelo, o efeito da fissuração foi introduzido na análise numérica. A distribuição normal média das tensões na armadura foi calculada nesta seção, para relacionar a transferência de tensões entre o concreto e o aço, devido à fissuração. Dentre todos os modelos de fluência e retração adotados, verificou-se que ao utilizar-se o modelo ACI 209, a laje de concreto não entra na fase de fissuração, sendo esses resultados de pouco interesse.

A Figura 58 mostra a distribuição de tensões na seção do apoio, percebe-se uma boa correlação entre os modelos até a data de 28 dias após a aplicação do carregamento. Já para o tempo final de análise as tensões na borda da viga aproximam-se dos valores no centro da viga, diferentemente ao ocorrido nos resultados apresentados pelo ADAPTIC, nos quais as tensões na borda da laje crescem, em contraponto com as tensões no centro da viga, que decrescem. As tensões no concreto, na seção do apoio, alcançam a resistência máxima à tração próxima ao centro da laje, após a aplicação do carregamento (28 dias, logo após o descimbramento do concreto). Devido ao efeito da retração do concreto, a fissuração cresce com o tempo, expandindo-se do centro à borda da laje.

A tensão do concreto na fase fissurada diminui ligeiramente em longo prazo na seção central da seção transversal devido a lei do amolecimento. Porém, a fissuração acontece também ao longo da espessura da laje. A força de tração liberada pelo concreto agora deve ser

resistida pela armadura de reforço, como pode ser observado na Figura 59. A fissuração na laje de concreto, na seção do apoio, inicia-se aos 28 dias, logo após a aplicação do carregamento, ampliando-se do centro à borda da laje, estando totalmente fissurada aos 25550 dias. As diferenças entre os resultados dos modelos do programa VM e dos modelos do ADAPTIC, podem ser atribuídas ao modelo de fissuração adotado em cada programa e as condições de contorno aplicadas, lembrando que no modelo do ADAPTIC uma barra unidimensional é utilizada para representar o perfil de aço. Na distribuição de tensões no meio do vão, visualizadas na Figura 60, fica evidente a similaridade dos resultados obtidos na ausência de fissuração, exceto para os valores em longo prazo, os quais são relativamente menores devido à fissuração. A variação de tensões da armadura de reforço ao longo da seção transversal (Figura 61) é menor ao comparado com a seção do apoio.

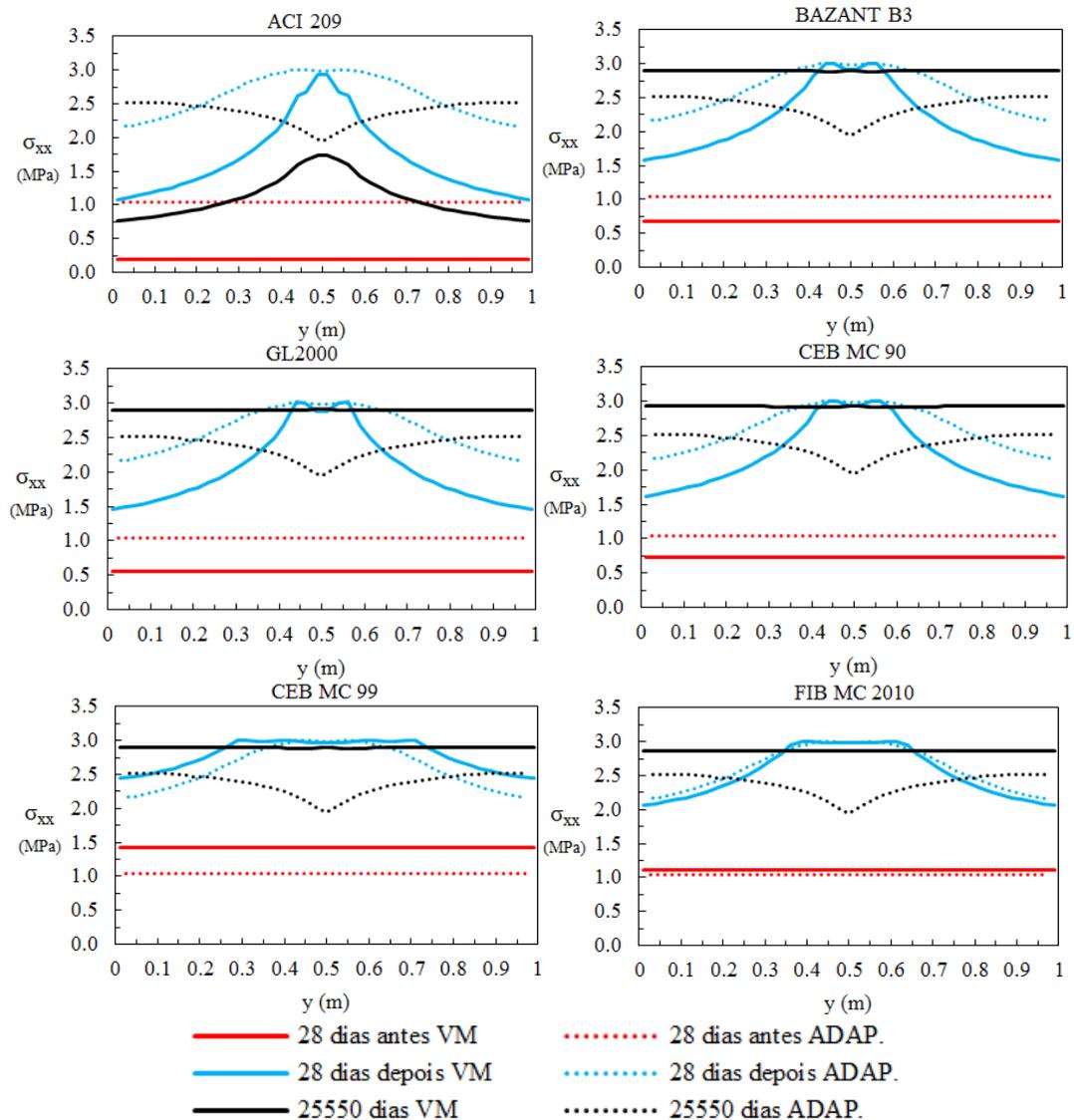


Figura 58 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do apoio - com retração e fissuração.

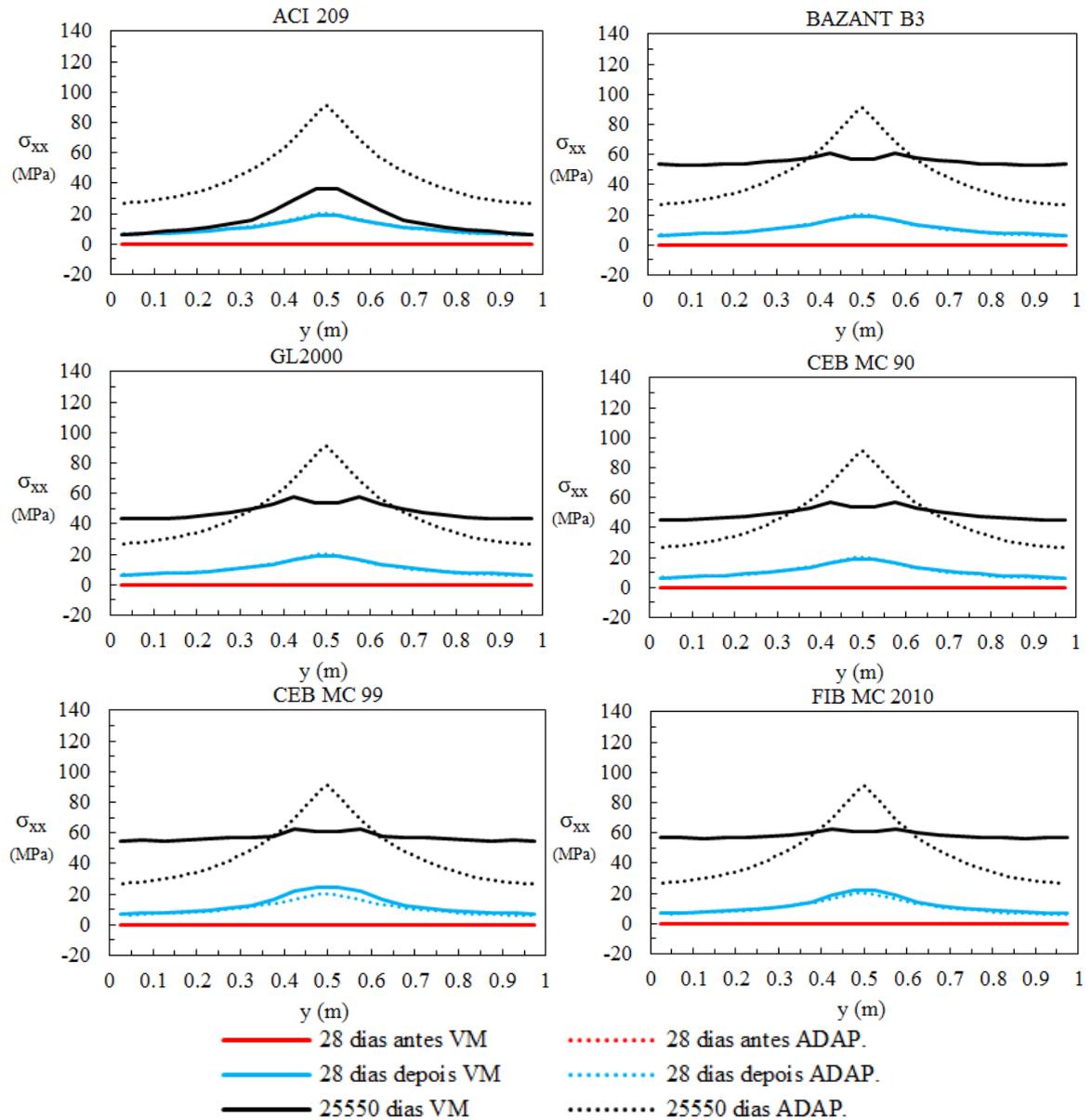


Figura 59 - Distribuição da média de tensões das camadas superior e inferior da armadura de reforço, ao longo da laje, na seção do apoio - com retração e fissuração.

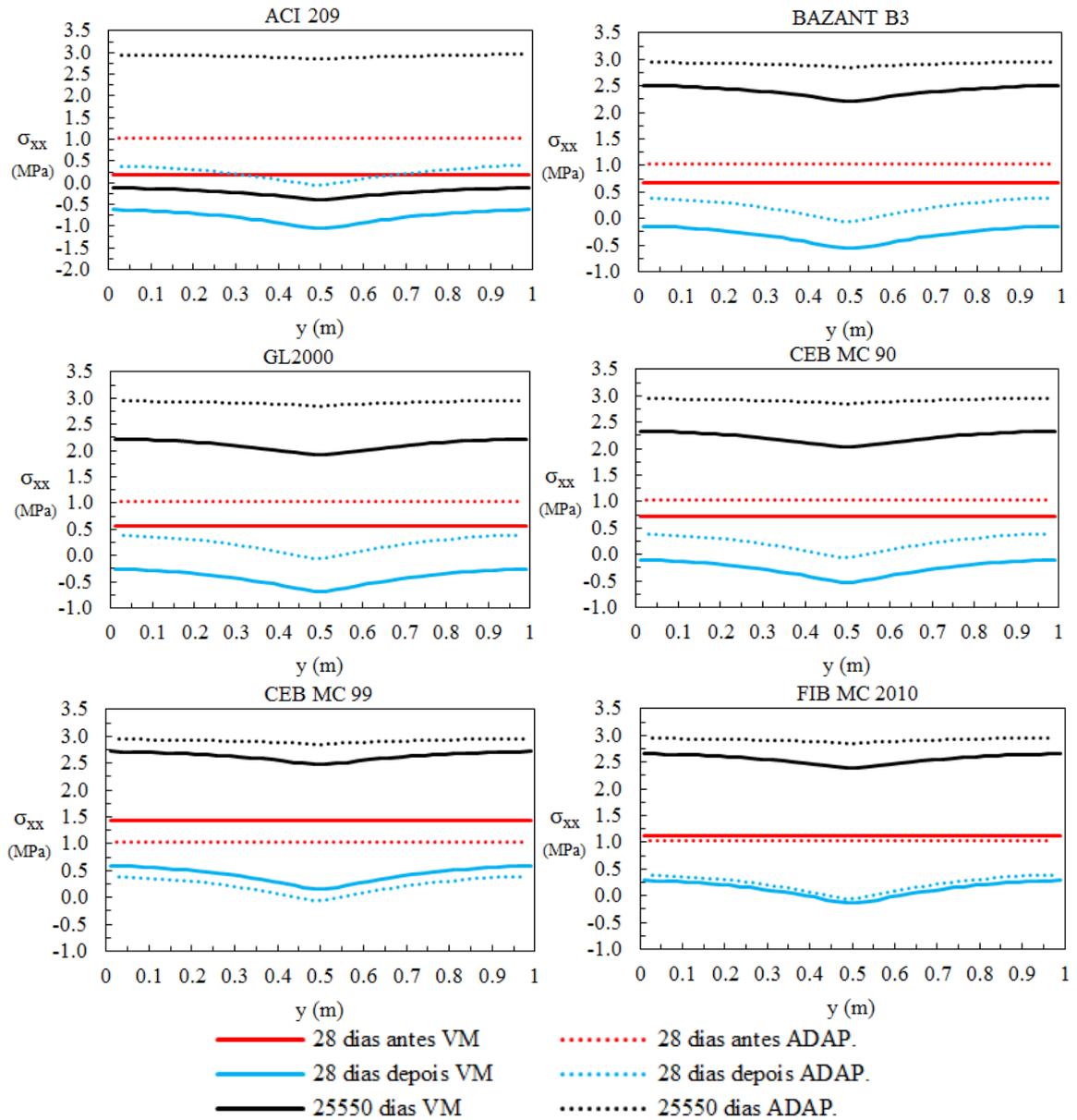


Figura 60 - Distribuição de tensões na camada média da laje, na seção do meio do vão - com retração e fissuração.

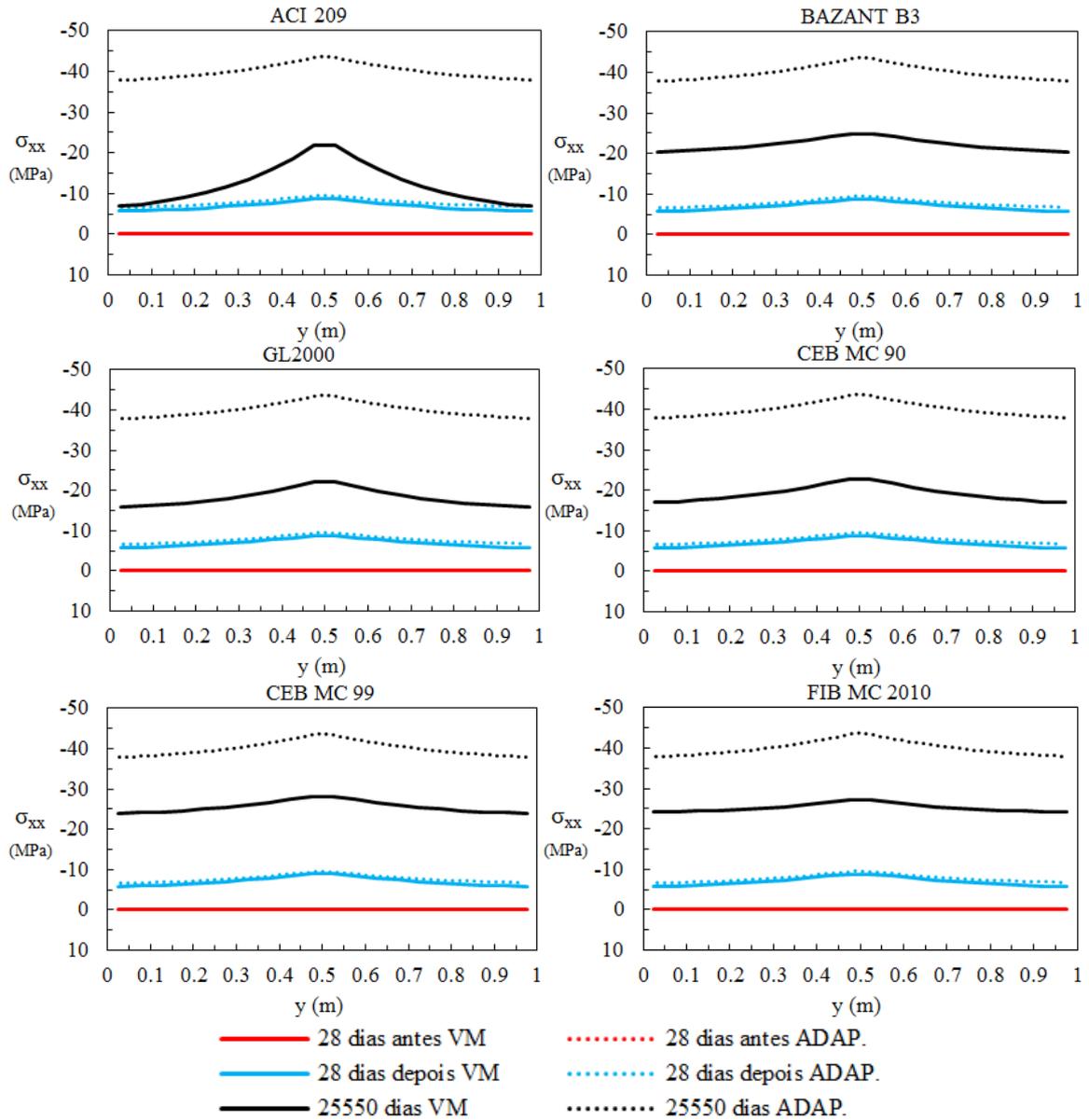


Figura 61 - Distribuição da média de tensões das camadas superior e inferior da armadura de reforço, ao longo da laje, na seção do meio do vão - com retração e fissuração.

A evolução da fissuração na camada 6 (camada intermediária) da laje de concreto está ilustrada na Figura 62. Como o padrão de desenvolvido da fissuração é semelhante entre todos os modelos de fluência e retração adotados, somente os padrões relativos ao modelo FIB MC 2010 são apresentados. A fissuração inicia-se, na região de apoio no eixo de simetria transversal (centro da viga), aos 28 dias imediatamente após o carregamento, estendendo-se à toda a largura da laje até os 25550 dias.

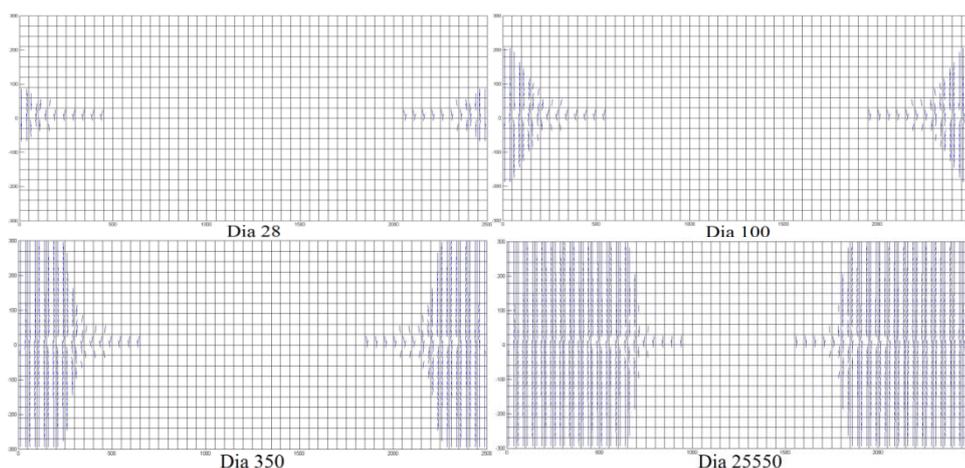


Figura 62 - A evolução da fissuração na camada 6 da laje de concreto.

A Figura 63 apresenta a máxima tensão do concreto na camada média. É possível visualizar que na seção do apoio, a máxima tensão é aproximadamente constante no tempo (embora diminua um pouco), enquanto que no meio do vão, esse valor aumenta.

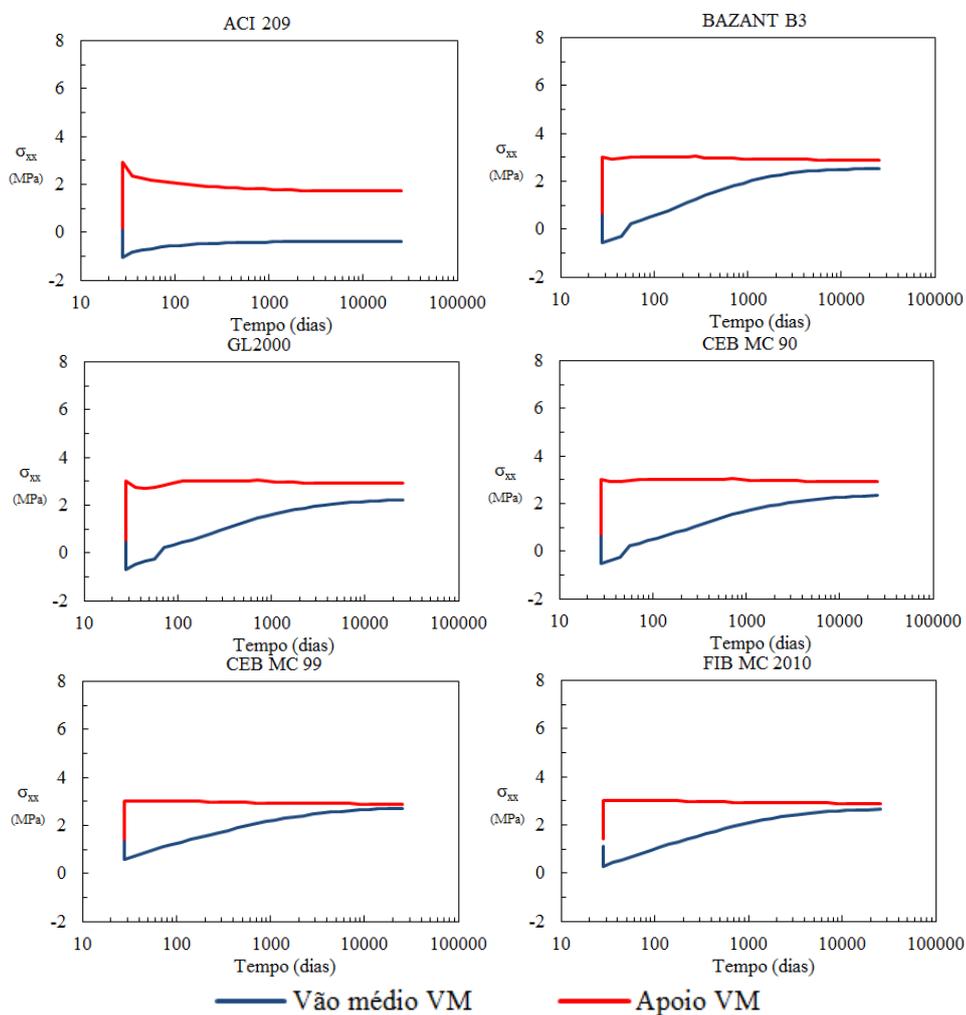


Figura 63 - Variação ao longo do tempo da máxima tensão do concreto no meio do vão e no apoio - com retração e fissuração.

Em comparação aos resultados do concreto, a Figura 64 apresenta a máxima tensão da camada de reforço. Contrariamente ao acontecido no concreto, no apoio a máxima tensão cresce com o tempo, enquanto que no meio do vão, esse valor decresce.

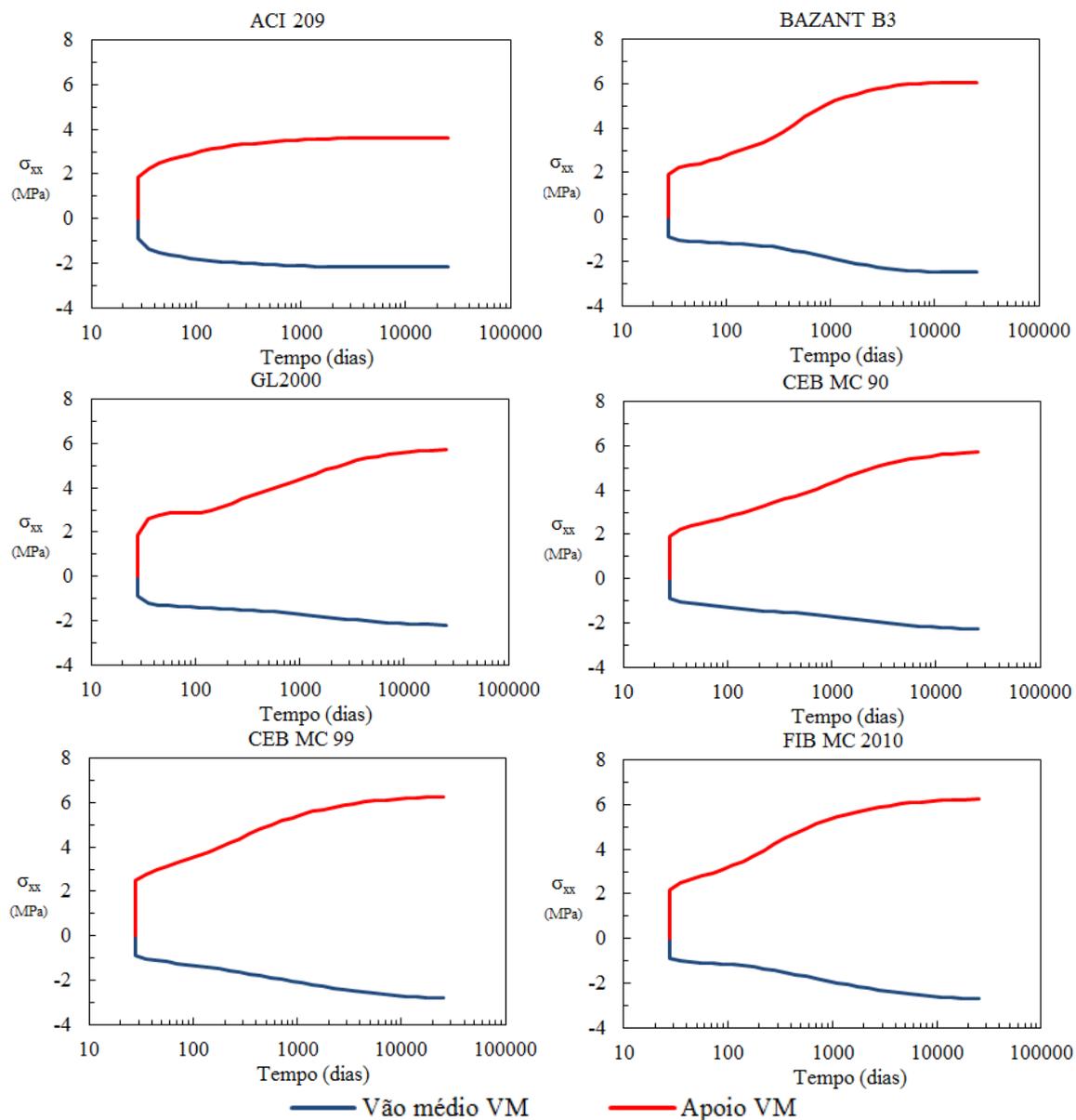


Figura 64 - Variação ao longo do tempo da máxima tensão da camada de aço no meio do vão e no apoio - com retração e fissuração.

A variação do parâmetro adimensional da largura efetiva, na laje de concreto, para o apoio e o meio do vão é apresentado na Figura 65. Na medida em que o concreto é exigido, a variação da largura efetiva é ligeiramente similar à obtida na análise sem fissuração e alcança a largura total da laje ao longo do tempo, com exceção do modelo ACI 209 que não apresenta fissuração. Para a seção do apoio, além da largura efetiva ser maior que a largura da seção do meio do vão, essa alcança a largura total da laje mais rapidamente em comparação com seu

correspondente caso sem fissuração, sobretudo para os modelos do CEB MC 99 e FIB MC 2010, em que o método de cálculo demonstrou-se mais propenso.

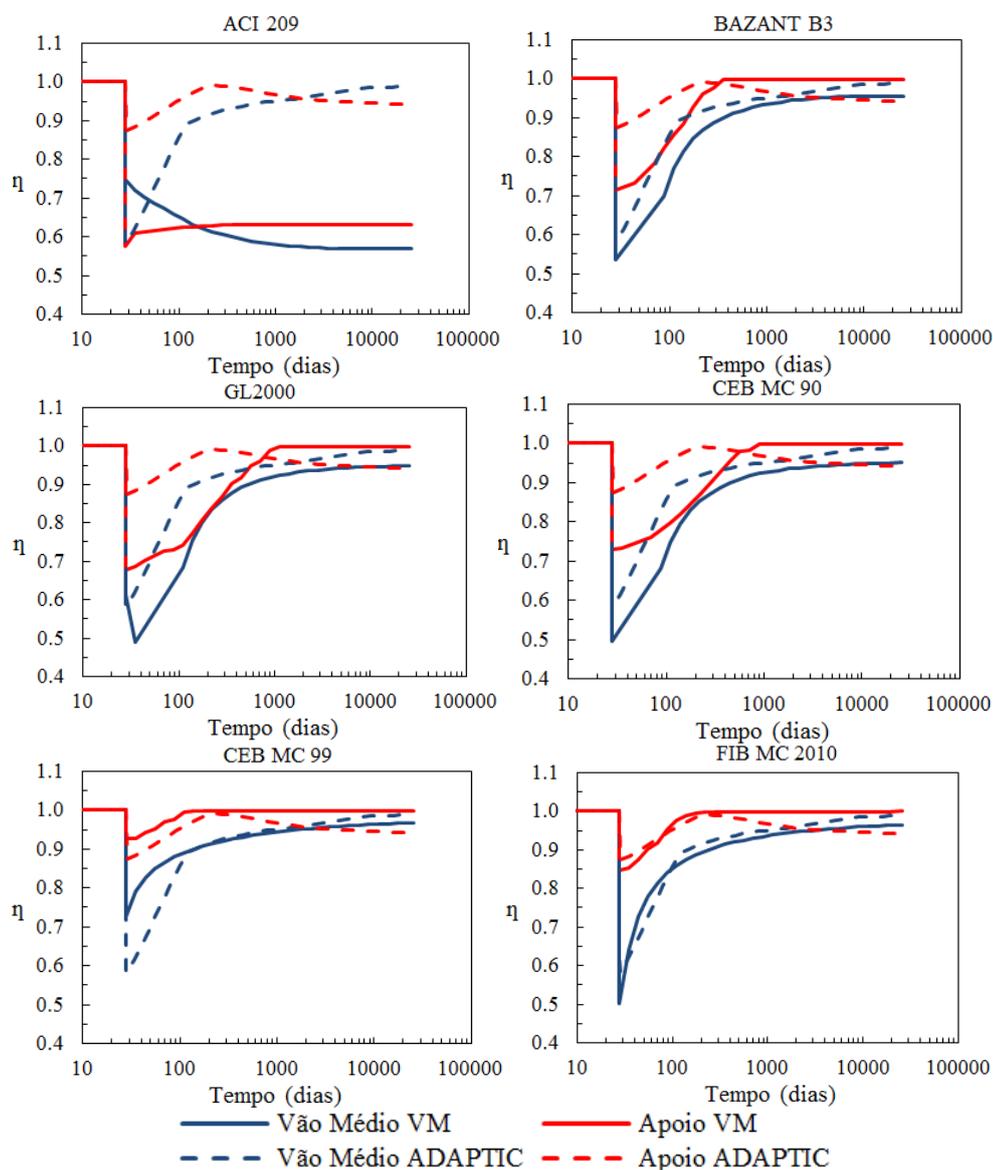


Figura 65 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio para a camada de concreto - com retração e fissuração.

Para a camada de reforço, a variação do parâmetro adimensional da largura efetiva, para o apoio e o meio do vão é apresentada na Figura 66. Na seção do meio do vão, os valores comparados em ambos os *softwares* relacionaram-se de maneira recíproca. Na seção do apoio, diferentemente ao ocorrido no ADAPTIC, a largura efetiva tem a tendência de aumentar à medida que fissuração da laje de concreto espalha-se do centro à borda da viga (ver Figura 59), devido à transferência de tensões entre o concreto e o aço. De tal modo, cerca de 200 dias após a aplicação da carga, a seção do apoio encontra-se totalmente fissurada, sendo as tensões

de tração resistidas praticamente em toda a seção pela camada de armadura, ocasionando a largura efetiva ser quase a totalidade da largura real da laje de concreto.

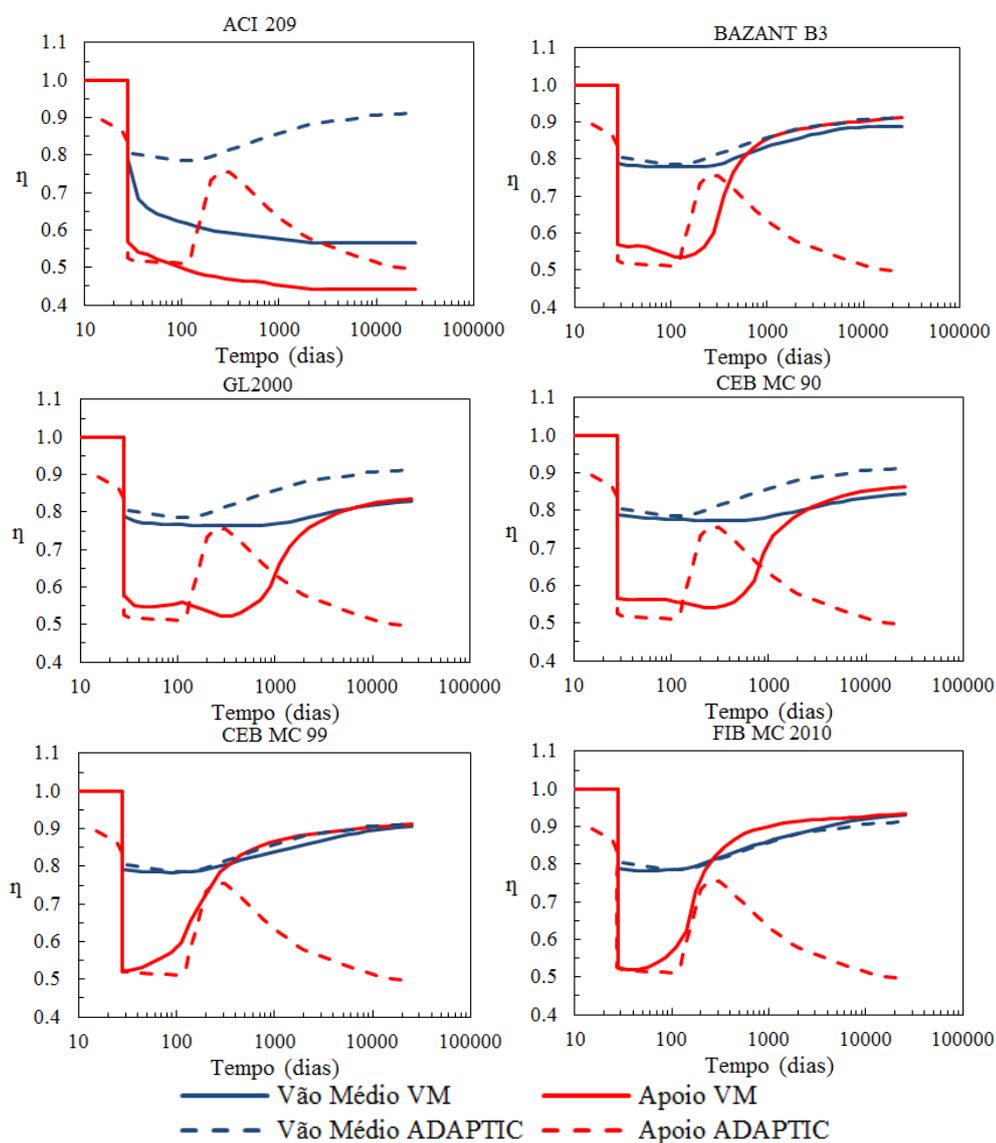


Figura 66 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio para a camada de aço - com retração e fissuração.

A largura efetiva para o concreto obtida ao longo do comprimento da viga mista, aos 28 dias após a aplicação do carregamento até aos 25550 dias está apresentada na Figura 67. Os valores da largura efetiva aos 28 dias têm comportamento semelhante aos obtidos no caso sem fissuração da seção anterior, mas com um aumento dos valores na seção do apoio. Já para os valores aos 25550 dias, a largura efetiva difere um tanto ao do caso sem fissuração, pois a largura efetiva iguala-se à largura real da laje em todo o comprimento da viga, com exceção do modelo ACI 209, diferentemente do exemplo sem fissuração, no qual a seção do apoio não atinge tal valor.

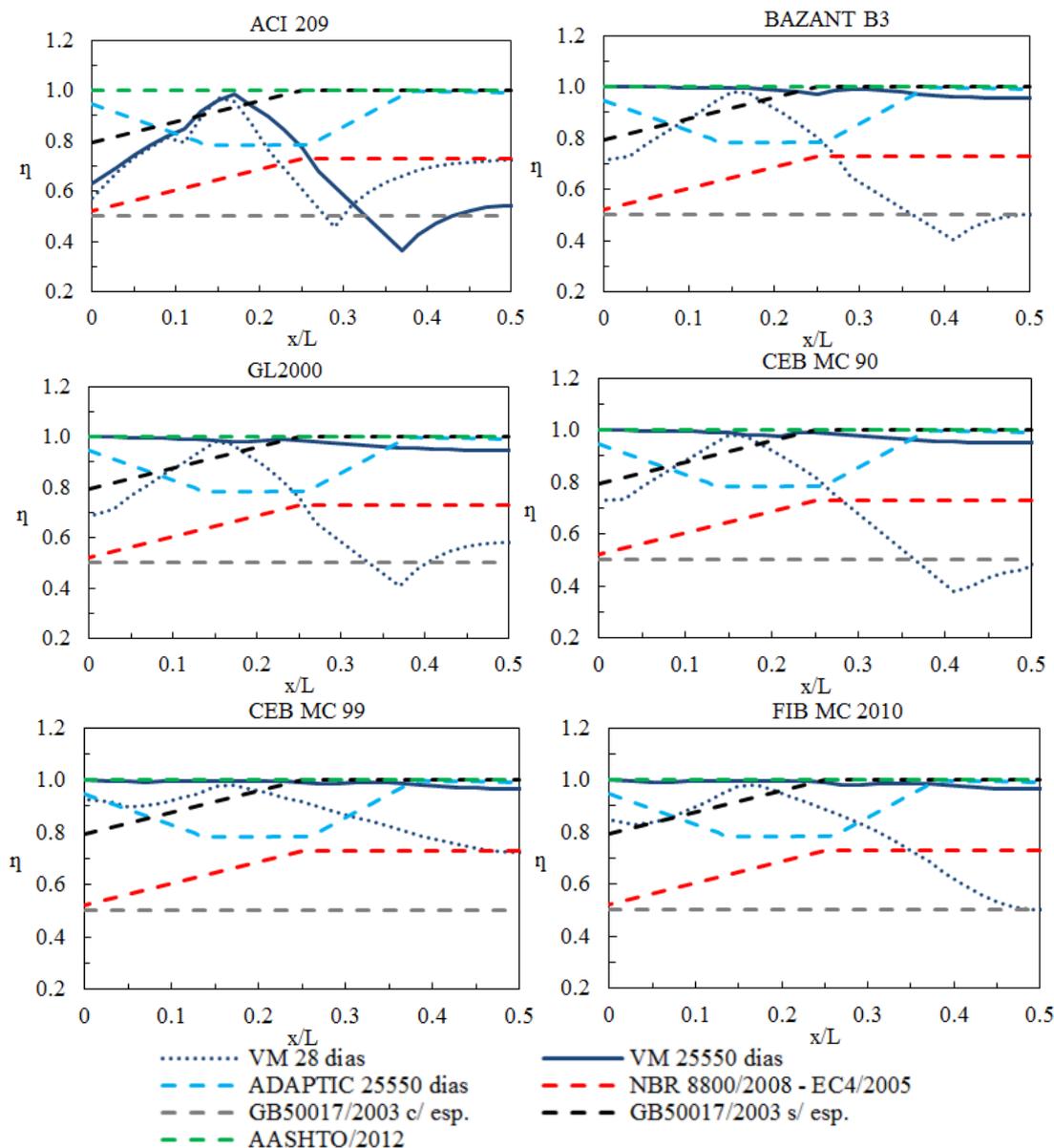


Figura 67 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga, para a camada de concreto, em comparação com códigos de projeto e ADAPTIC - com retração e fissuração.

Quando os resultados são comparados às metodologias desenvolvidas por pesquisadores (Figura 68), o critério de Gara *et al.* (2011) propõem valores conservativos na seção do apoio e valores não conservativos na seção do meio do vão, no modelo CEB MC 99, a diferença entre os valores na seção do meio do vão atenua-se. No método de Zhu *et al.* (2015), os valores são muito conservativos, excetuando-se os valores do meio do vão, que são apropriados. A metodologia de Yuan *et al.* (2016) expõe resultados satisfatórios no apoio, excluindo-se os valores do CEB MC 99 e FIB MC 2010, na qual a diferença é expressiva. Na seção do meio do vão, os valores variam em relação a cada modelo de fluência e retração, com uma melhor correlação aos do modelo CEB MC 99.

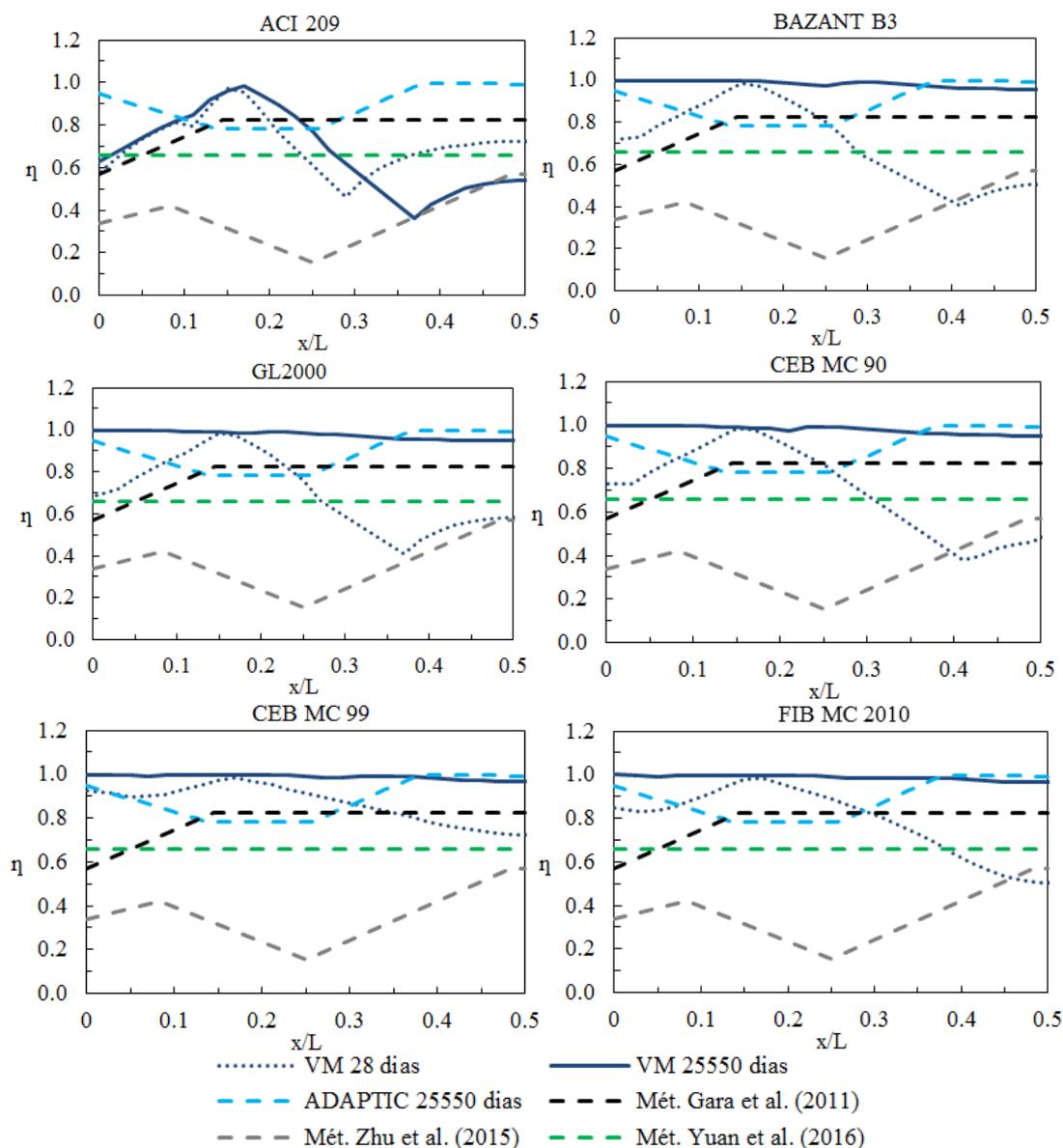


Figura 68 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga, para a camada de concreto, em comparação com metodologias da literatura - com retração e fissuração.

A largura efetiva para a camada de armadura obtida ao longo do comprimento da viga mista, aos 28 dias após a aplicação do carregamento até aos 25550 dias está apresentada na Figura 69. Como mencionado previamente, os resultados obtidos indicam que a largura efetiva da armadura de aço tende a crescer com o tempo, à medida que a fissuração na laje de concreto se alastra, do centro para a borda da viga.

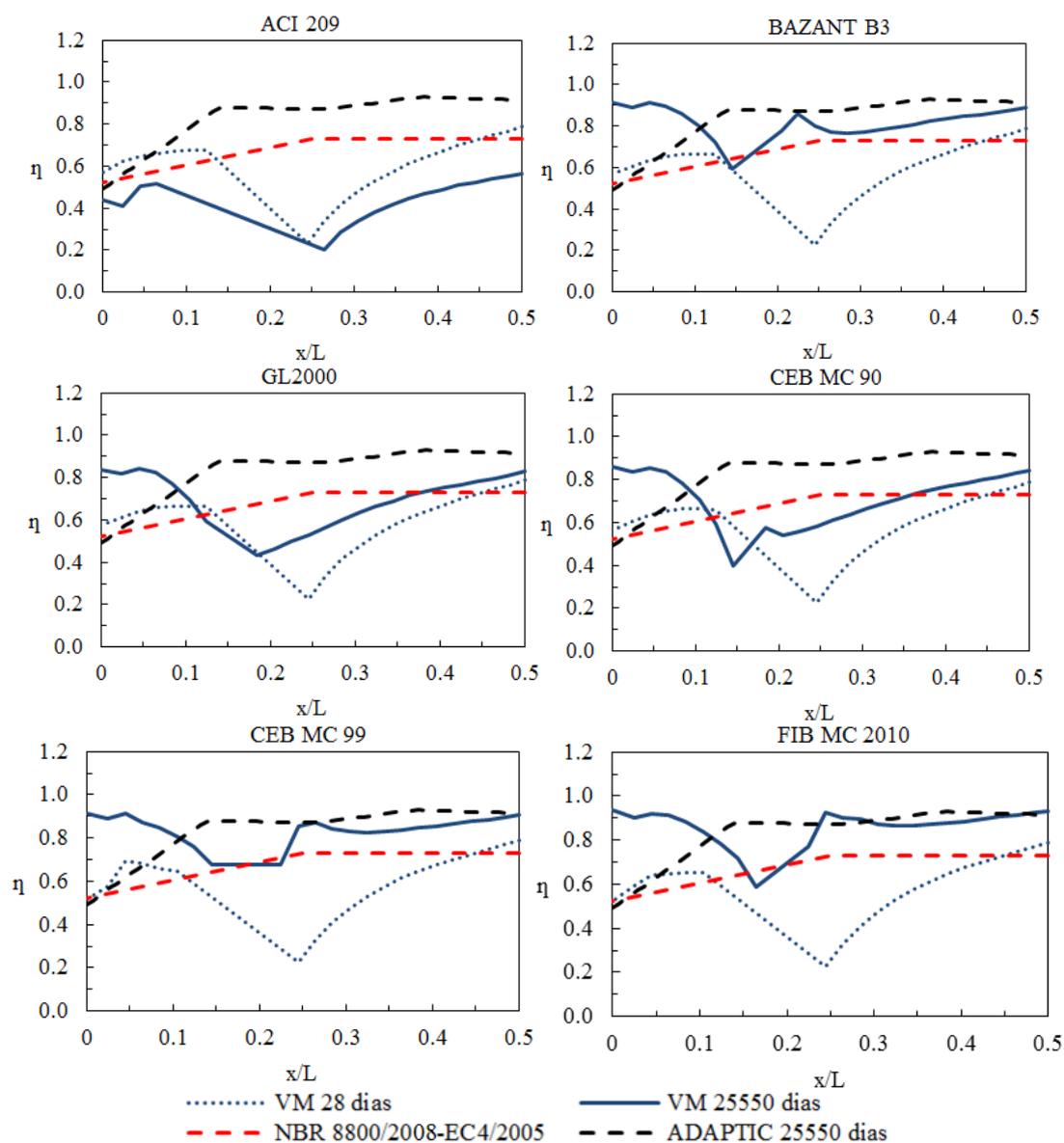


Figura 69 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga, para a camada de aço - com retração e fissuração.

Considerando-se retração e fissuração, compara-se o parâmetro adimensional da largura efetiva com as curvas dos códigos, como na seção anterior (Figura 70), em curto e longo prazo. Os valores da largura efetiva para o meio do vão tanto aos 28 dias, quanto aos 25550 dias têm comportamento semelhante aos obtidos no caso sem fissuração da seção anterior, ou seja, para a NBR 8800/2008 e EUROCODE 4/2005 as normas promovem valores contra a segurança, quando nos referimos ao tempo de 28 dias, excetuando-se os valores do CEB MC 99, que foram coincidentes, e do modelo ACI 209, onde o valor da largura efetiva aos 25550 dias é menor. No GB50017/2003 sem o critério da espessura, aos 25550 dias os valores no meio do vão aproximam-se aos do programa VM, com exceção do modelo ACI 209, onde o valor da largura efetiva aos 25550 dias é menor. Aos 28 dias, o código

demonstra-se contra a segurança. Já para o GB50017/2003 com o critério da espessura, aos 25550 dias os valores no meio do vão expostos pelo código, estão a favor da segurança. Aos 28 dias o código demonstra-se, também, a favor da segurança. Na seção do apoio, a NBR 8800/2008 e EUROCODE 4/2005, nos dois tempos de análise (28 e 25550 dias), demonstra-se que a solução das normas é sempre conservativa. No GB50017/2003 sem o critério da espessura, aos 25550 dias os valores no apoio, são conservativos, com exceção do modelo ACI 209, onde o valor da largura efetiva aos 25550 dias é menor. Aos 28 dias, o código demonstra-se contra a segurança, situação contrária ao obtido no modelo CEB MC 99 e FIB MC 2010. Para o GB50017/2003 com o critério da espessura, aos 25550 dias os valores no apoio estão a favor da segurança. Aos 28 dias o código demonstra-se, também, a favor da segurança, de forma muito conservativa.

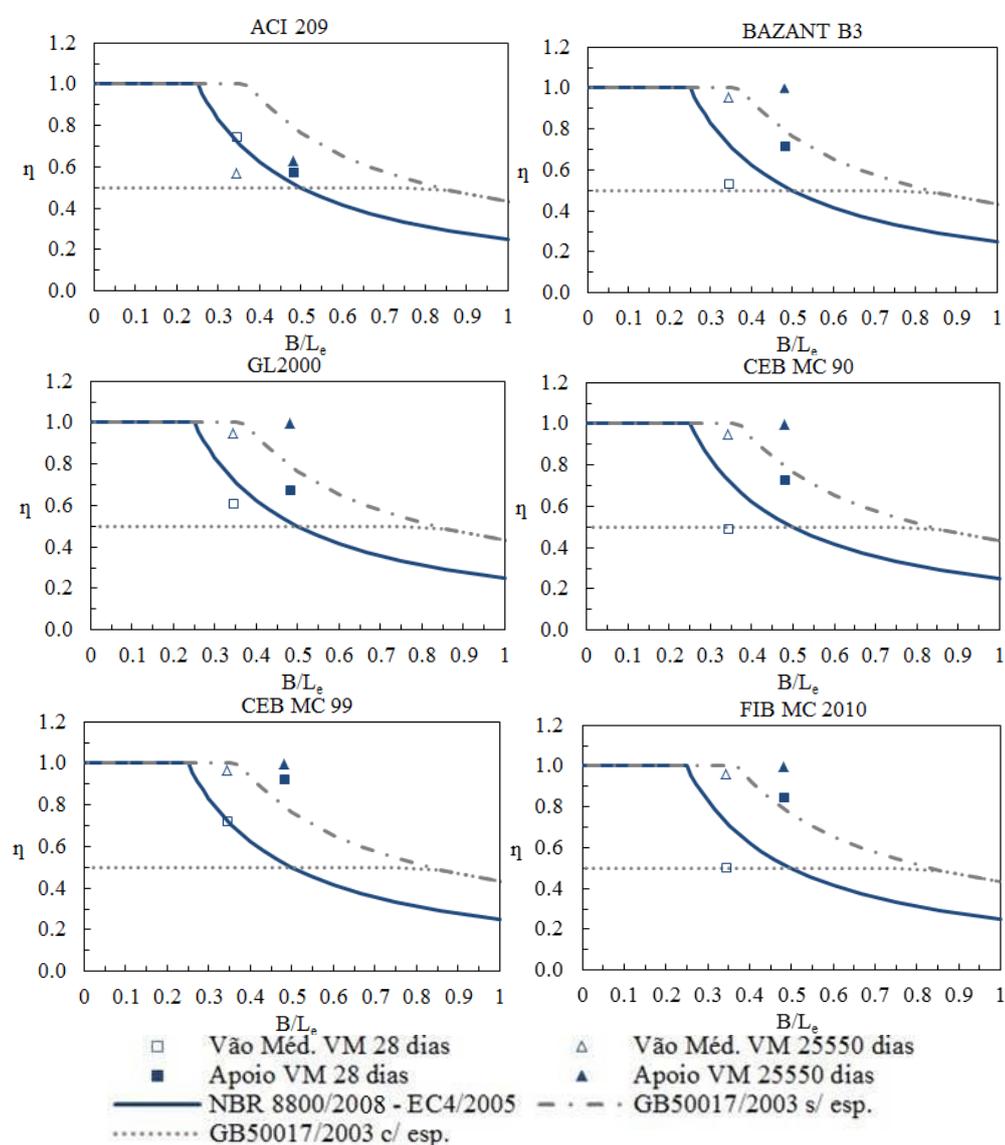


Figura 70 - Parâmetro adimensional da largura efetiva em termos da relação largura/vão - com retração e fissuração.

Ao abordarmos a variação da razão entre as tensões da armadura e do concreto (Figura 71), nota-se um comportamento semelhante ao exemplo com retração e sem fissuração, no qual as tensões variam bruscamente do centro para o bordo, para ambas as seções transversais, em termos de período, podendo isto ser explicado pela mudança de tensões do concreto fissurado para a armadura de reforço.

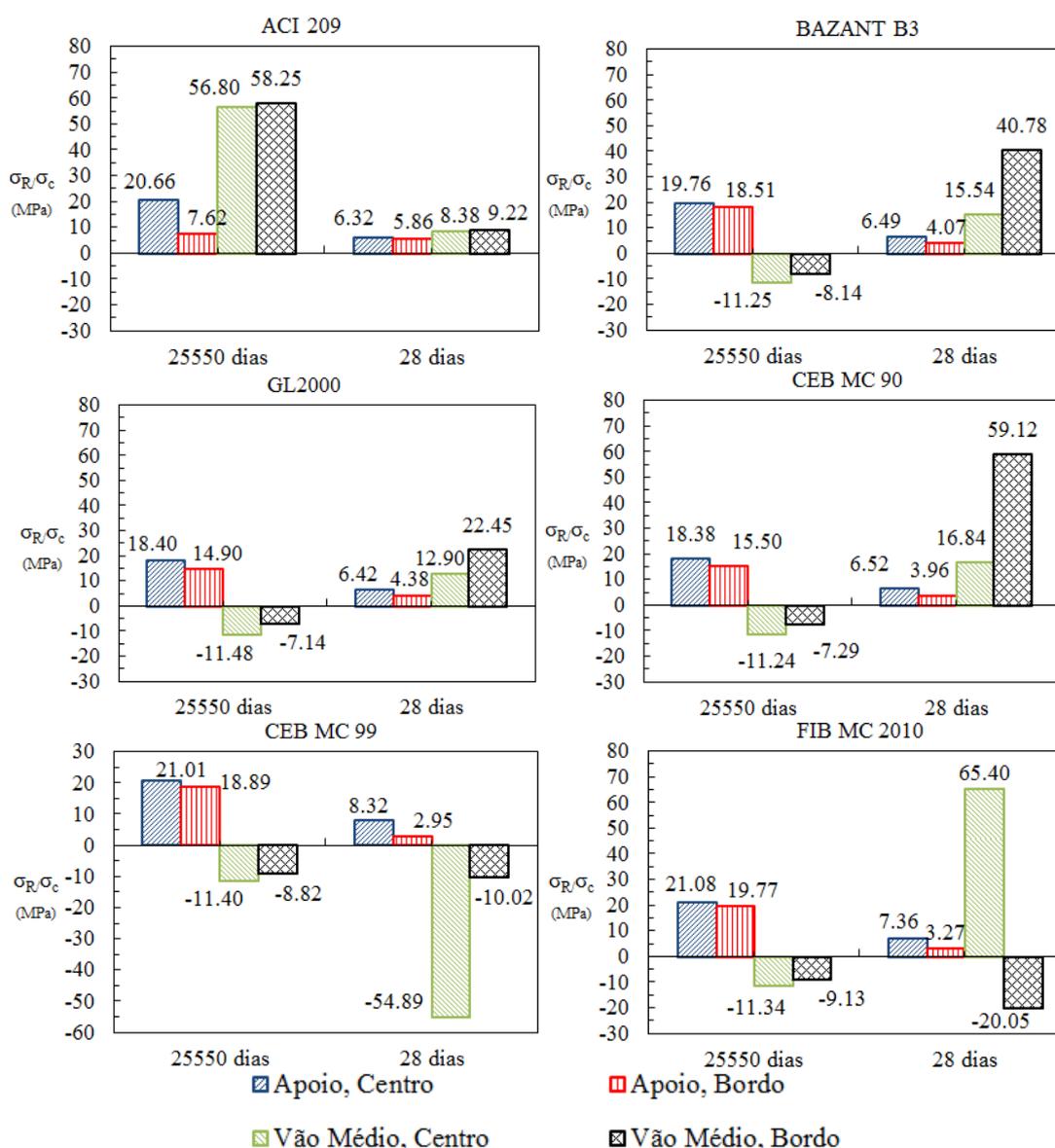


Figura 71 - Variação da razão entre a tensão da armadura e da laje de concreto - com retração e fissuração.

4.2.4 Método da Largura Efetiva Através da Espessura da Laje

Como meio de comparação com os resultados de Macorini *et al.* (2006), aos exemplos anteriores utilizou-se o método sugerido por Fahmy e Robinson (1985) e Elkelish e Robinson (1986), conforme a Equação (2.2), na qual a largura efetiva (b_{ef}) é avaliada a partir

da relação da força total desenvolvida na laje, pela integração de tensões no eixo da viga (σ_x) através da espessura da laje (t).

Os resultados obtidos a partir da integração em relação à camada média da laje são indicados com o padrão “CM”, e os obtidos a partir da integração através das camadas pelo padrão “TC”.

4.2.4.1 Análise Viscoelástica Linear

Ao compararem-se os resultados entre os dois métodos de cálculo da largura efetiva, mostrados na Figura 72, percebe-se que os resultados no meio do vão se equivalem, o que não acontece na seção do apoio, na qual a integração entre as camadas fornece resultados menores.

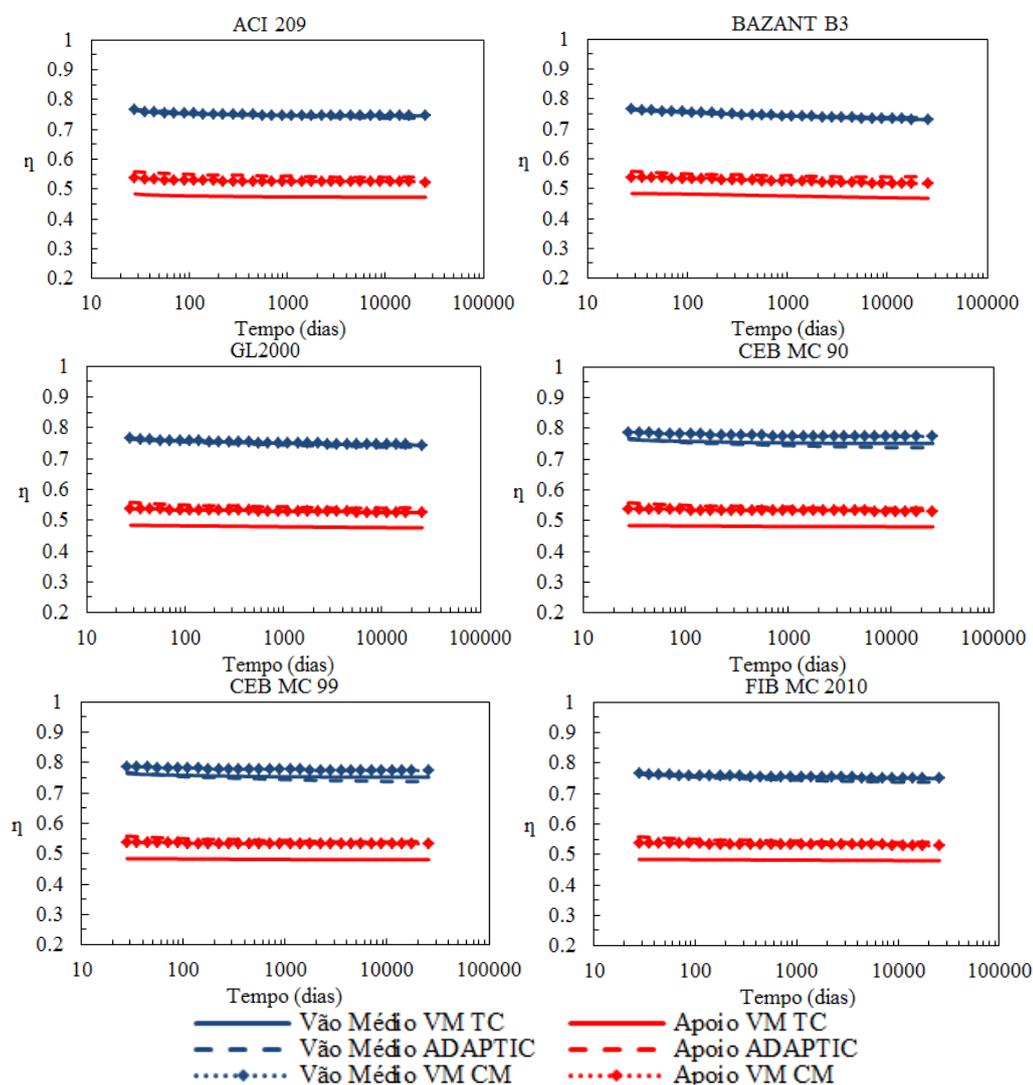


Figura 72 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - sem retração, comparação entre métodos.

A Figura 73 exibe a variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga. Nota-se que os métodos anteriormente comentados levam a resultados semelhantes, com algumas diferenças na seção do apoio.

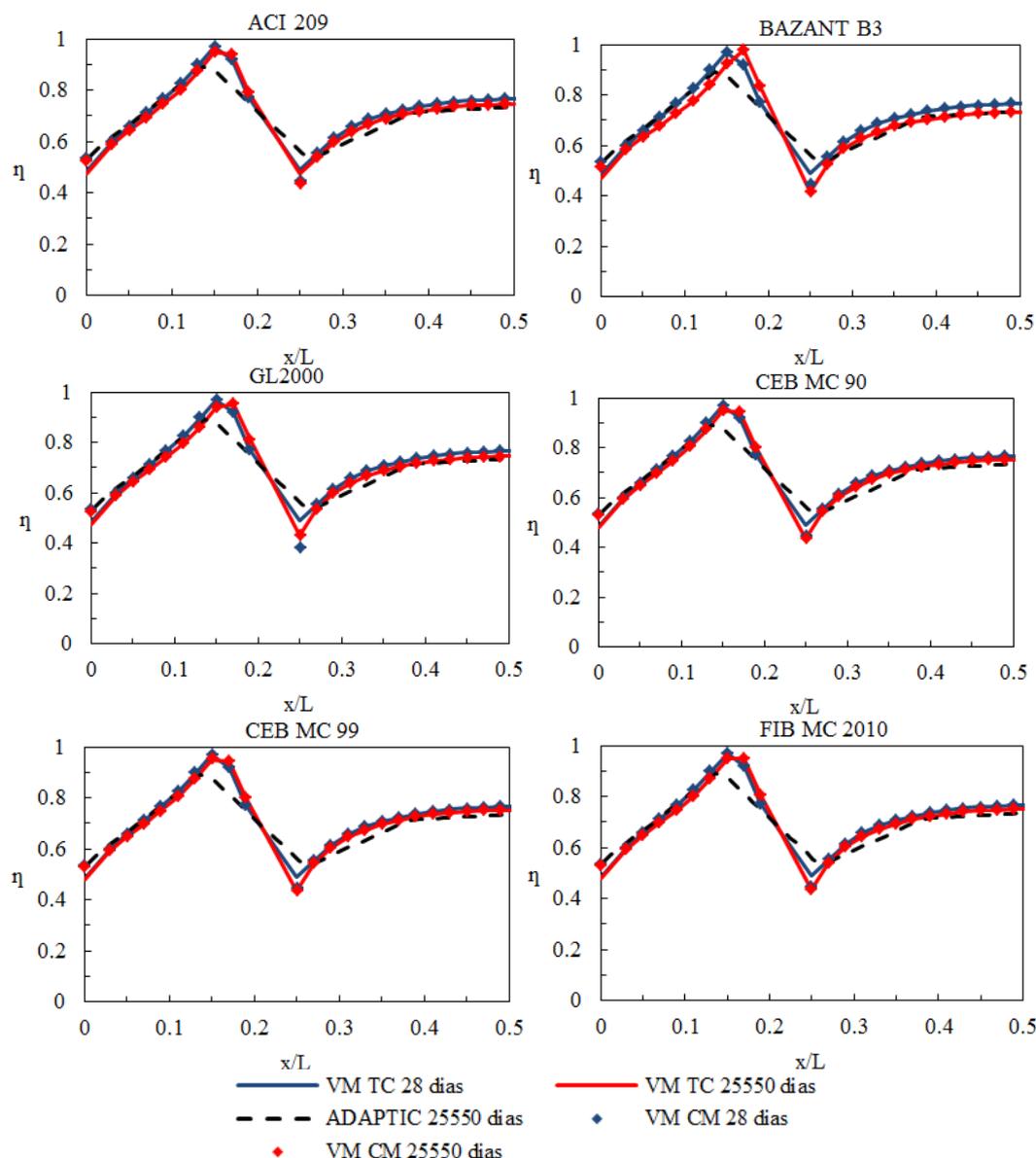


Figura 73 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga - sem retração, comparação entre métodos.

De forma similar ao do método da camada média, o método de integração através das camadas apresentou certas inconsistências. Tal método tem a intenção de calcular uma força equivalente baseada na distribuição de tensões real da laje de concreto, mas não há garantia de que as forças resultantes, camada a camada, se localizarão no mesmo local, pois a forma da curva das tensões (*shear lag*) pode variar ao longo da espessura da laje (Ver Apêndice A), inclusive apresentado regiões positivas e negativas, como mostrado na Figura 45. Tais

inconsistências foram descartadas dos resultados e, da mesma forma ao realizado anteriormente para o método da camada média, substituídos por valores extrapolados de trechos adjacentes, com a extrapolação feita de forma coerente devido ao claro padrão definido destes trechos e devido à pequena extensão desta zona irregular.

4.2.4.2 Análise Viscoelástica Linear com Retração

Na Figura 74 são apresentados os resultados da largura efetiva adimensional com o tempo, quando o efeito da retração do concreto é considerado.

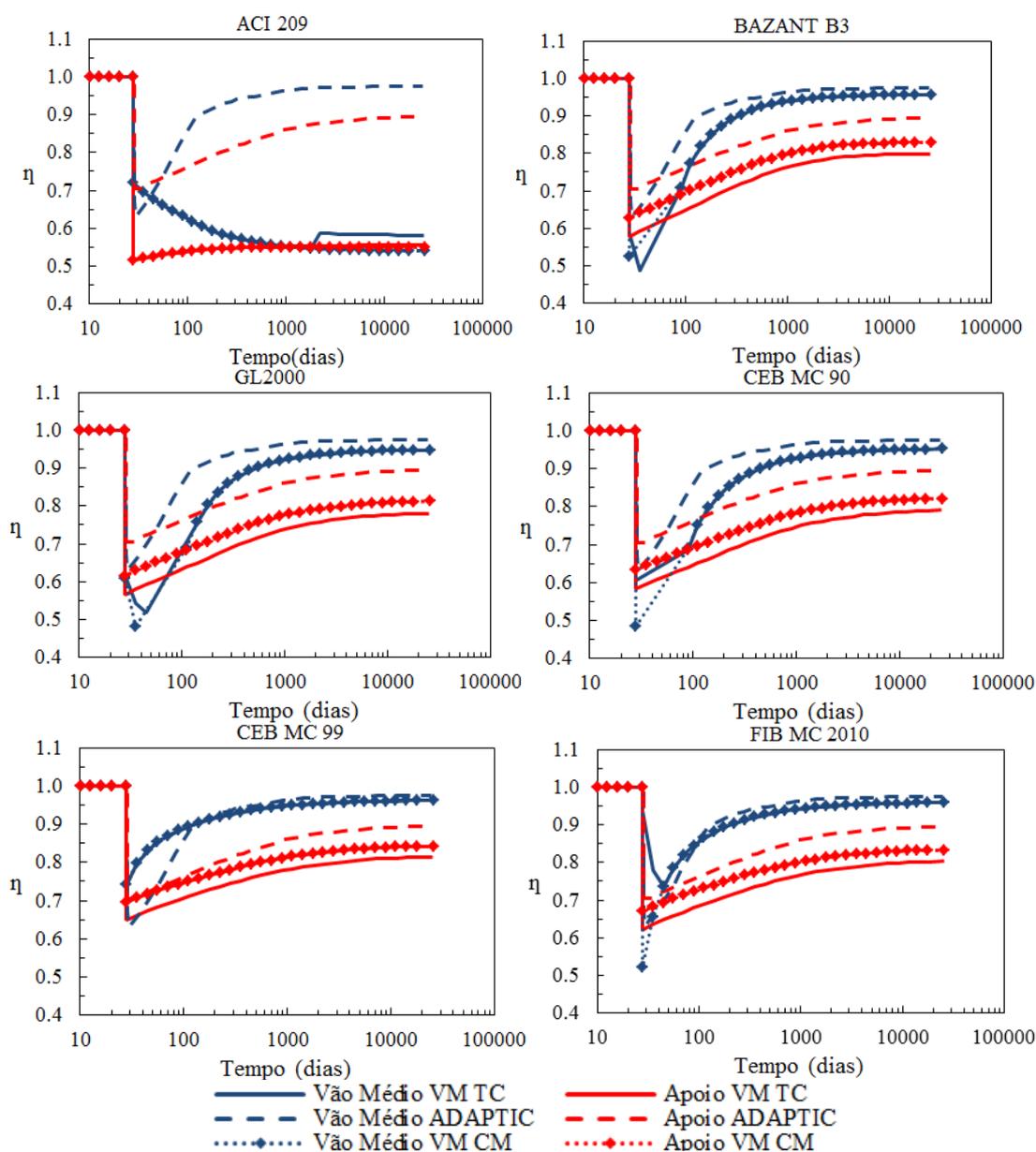


Figura 74 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - com retração, comparação entre métodos.

Para a seção do meio do vão os resultados divergiram somente para os primeiros dias, logo após a aplicação do carregamento, excetuando-se o modelo do CEB MC 99, no qual os métodos não apresentaram inconsistências.

Ao longo do comprimento da viga a variação da largura efetiva teve o comportamento ilustrado na Figura 75. Em longo prazo, os métodos comportam-se de maneira análoga, com pouca ou quase nula diferença na seção do apoio. Para a análise de 28 dias, há diferenças principalmente na seção do meio do vão, sendo que no modelo do CEB MC 99 estas diferenças atenuam-se.

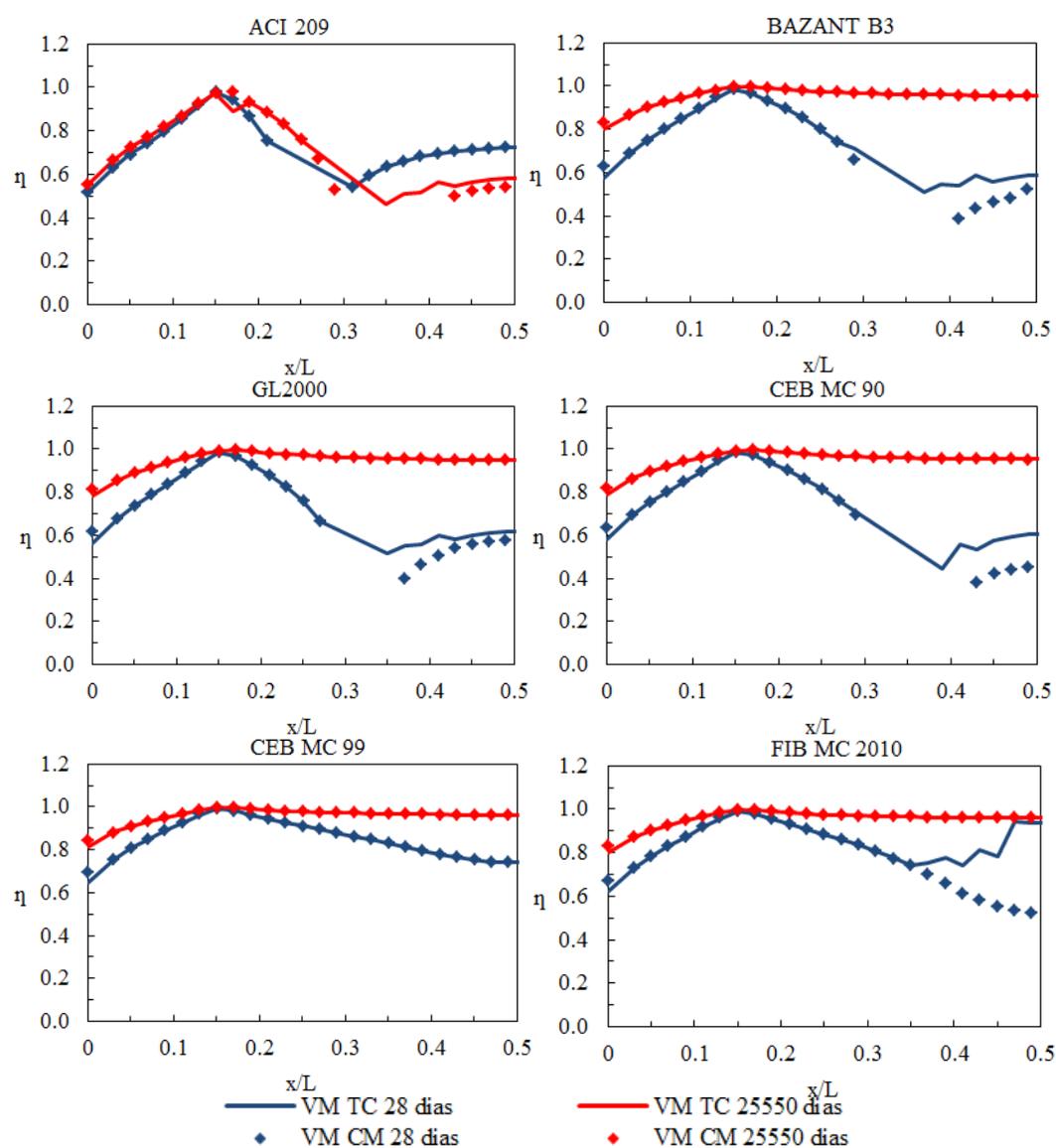


Figura 75 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga - com retração, comparação entre métodos.

4.2.4.3 Análise Viscoelástica Não-Linear com Retração e Fissuração

Na Figura 76 são apresentados os resultados da largura efetiva adimensional com o tempo, quando o efeito da retração e fissuração do concreto é incorporado na análise. Na seção do meio do vão, como na seção anterior, os resultados divergiram para os dias iniciais, logo após a aplicação do carregamento, excetuando-se o modelo do CEB MC 99, no qual os métodos não apresentaram inconsistências. Na seção do apoio, os métodos forneceram resultados quase que idênticos.

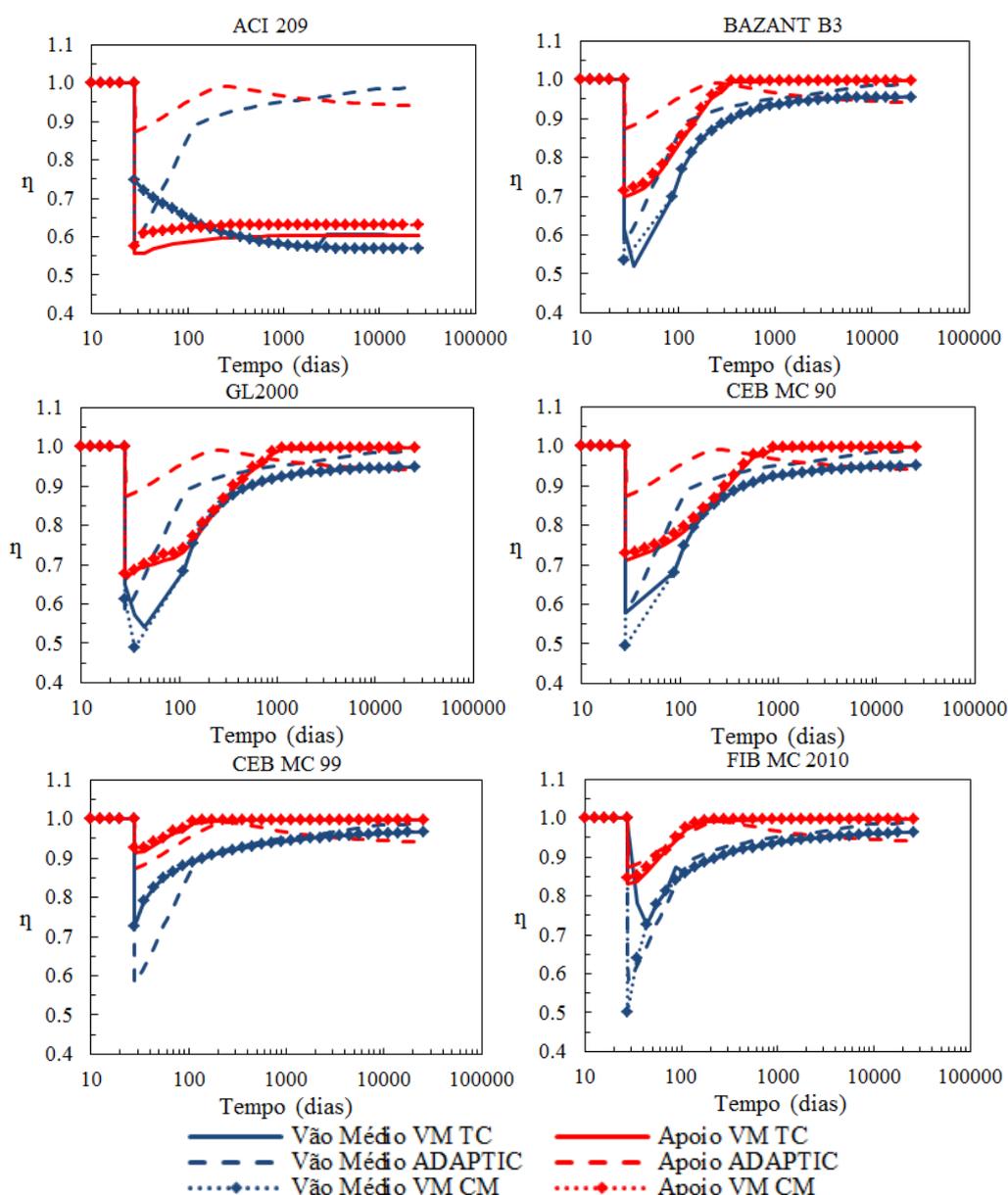


Figura 76 - Variação ao longo do tempo do parâmetro adimensional da largura efetiva no meio do vão e no apoio - com retração e fissuração, comparação entre métodos.

Ao longo do comprimento da viga a variação da largura efetiva teve o comportamento ilustrado na Figura 77. Como na seção anterior, em longo prazo, os métodos comportam-se de maneira análoga, mas aqui, sem diferenças na seção do apoio. Para a análise aos 28 dias, há diferenças nas seções próximas ao meio do vão, sendo que no modelo do CEB MC 99 estas diferenças atenuam.

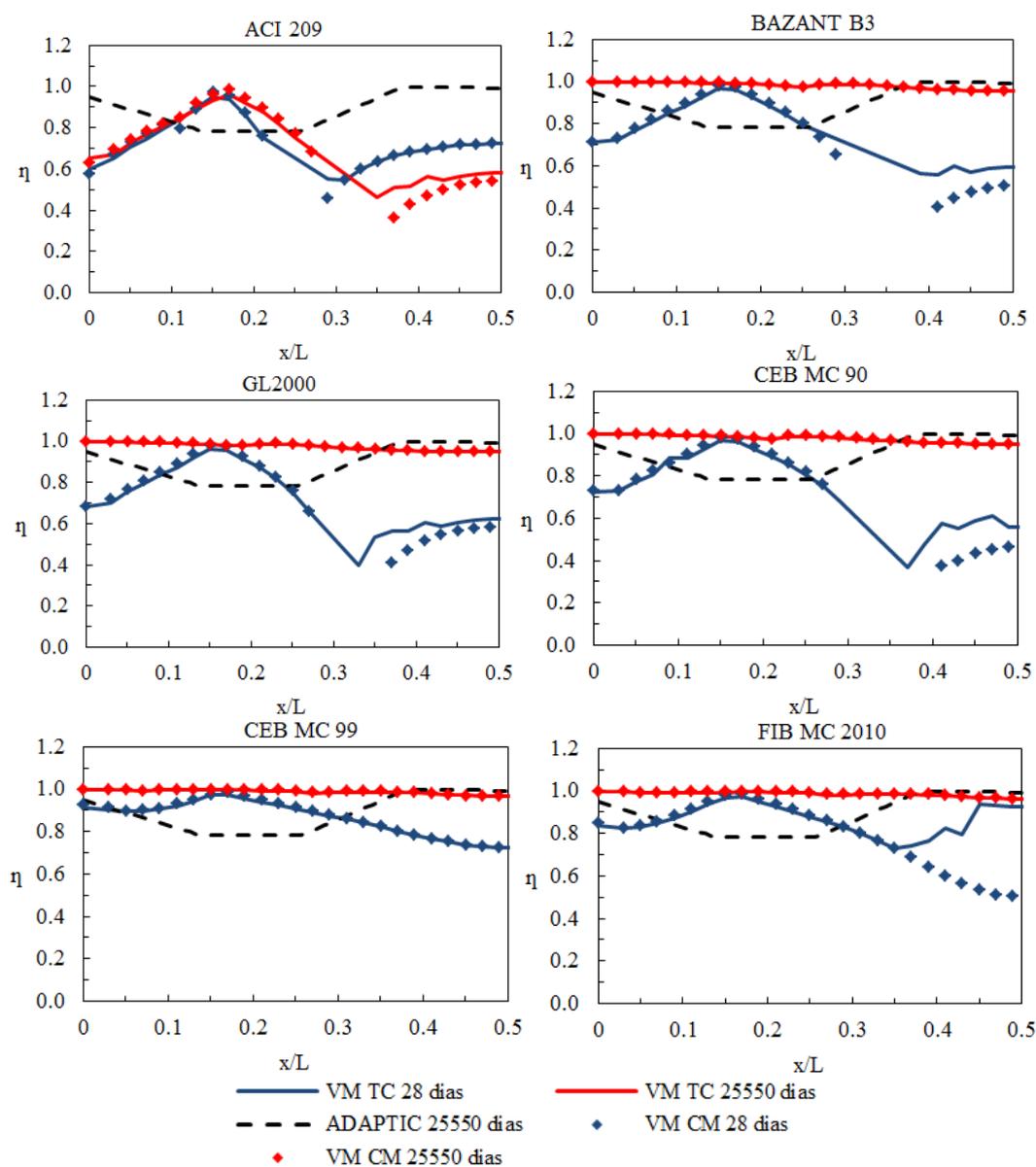


Figura 77 - Variação da largura efetiva ao longo do comprimento da viga - com retração e fissuração, comparação entre métodos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As vigas mistas de aço-concreto são amplamente utilizadas por serem estruturas leves e terem alta capacidade de vencer vãos. Devido à interação da viga de aço com a laje de concreto através dos conectores de cisalhamento, ocorre o efeito do *shear lag*, uma distribuição não uniforme das tensões normais ao longo da largura da laje, acarretando a não planaridade da seção transversal da mesma. A fim de superar este problema e para evitar avaliações complexas, as normas atuais introduziram o conceito da largura efetiva (largura da laje de concreto, através da qual a tensão normal pode ser assumida constante). Sob tais circunstâncias, utilizou-se o código numérico desenvolvido por Tamayo (2011), Dias (2013), Moreno (2016) e Wayar (2016). Um modelo elasto-plástico em elementos finitos disponível no CEMACOM/PPGEC/UFRGS, denominado VM (Viga Mista), capaz de realizar a modelagem numérica de vigas mistas em análise de curta e longa duração e de se analisarem estruturas com o efeito de protensão interna aderente na laje de concreto e protensão externa não aderente. Comprovou-se a eficácia do modelo numérico em captar o efeito do *shear lag*, demonstrando uma precisa avaliação no tempo do estado de tensões na laje. Assim, a largura efetiva da laje pôde ser realisticamente avaliada, comparando-a as fórmulas estipuladas nas principais normas de projeto e em metodologias desenvolvidas por pesquisadores. Para isso, procedimentos numéricos sobre a avaliação da largura efetiva, encontrados na literatura técnica, foram estudados e implementados ao código supracitado. Através da customização do software GiD, a distribuição de tensões em cada camada do elemento finito da laje de concreto pôde ser visualizada na etapa de pós-processamento.

Como estudo principal, o modelo numérico do programa VM foi empregado para investigar a resposta de uma viga mista biengastada, representando um vão intermediário de uma ponte contínua, submetida a um carregamento em longo prazo. Primeiramente, os resultados obtidos assumindo-se uma análise viscoelástica linear na ausência de fissuração e retração foram comparados com os estudos realizados por Dezi *et al.* (2001) e Macorini *et al.* (2006). Posteriormente, uma análise viscoelástica linear com retração e sem fissuração, e uma análise viscoelástica linear com retração e fissuração foram realizadas, comparando-as aos estudos de Macorini *et al.* (2006). Ainda, no programa VM, a predição da fluência e retração foi verificada para todos os modelos nele disponíveis, tais quais, ACI 209R-92, GL2000, Bazant-Baweja B3, CEB-FIP MC 90, CEB-FIP MC 99 e FIB MC 2010, de modo a comparar

os resultados obtidos, sendo os resultados de Dezi *et al.* (2001) e Macorini *et al.* (2006), baseados no modelo CEB-FIP MC 90. As conclusões deste estudo são apresentadas a seguir.

Na análise viscoelástica linear observou-se que a fluência do concreto redistribui as tensões ao longo do tempo, mas tal distribuição varia linearmente, de modo que as tensões sofrem quase que as mesmas variações relativas, acarretando a uma largura efetiva aproximadamente constante no tempo para todos os modelos de fluência estudados. Na análise numérica, percebeu-se que a relação entre as tensões da armadura de reforço e a laje de concreto, considerada simplificada nos códigos de projeto como a relação modular entre ambas, em curta duração, e tal valor multiplicado 3 vezes em longa duração, torna-se uma boa simplificação, quando realizada uma análise elástica. Notou-se, ainda, uma variação da largura efetiva altamente irregular ao longo do comprimento da viga mista. Comparados aos resultados obtidos através da análise de elementos finitos, a NBR 8800/2008 e o EUROCODE 4/2005 não acompanham tal variação, fornecendo resultados satisfatórios na seção do apoio e no meio do vão, mas valores conservativos e valores inseguros para determinados trechos da viga mista. Em relação à comparação referente aos valores indicados pelo AASHTO/2012, o código de projeto propaga valores não conservadores, sempre contra a segurança. De certo modo, isso ocorre também ao não considerarmos o critério da espessura no código GB50017/2003. Em GB50017/2003, quando considerado o critério da espessura, o código forneceu valores predominantemente conservativos. Ao confrontarmos os dois principais métodos de avaliação da largura efetiva disponíveis na literatura, sendo eles o método da integração em relação à camada média e o método de integração através da espessura da laje de concreto, pode-se afirmar que, para o exemplo estudado, em uma análise viscoelástica linear, ambos levam a resultados semelhantes, com maiores diferenças na seção do apoio, com valores menores referentes ao método de integração através da espessura da laje de concreto.

Com a inclusão da retração na análise viscoelástica, um importante incremento de tensões ao longo do tempo foi obtido, indicando que as tensões devidas à retração do concreto, ocasionado pela conexão entre a laje de concreto e o perfil de aço, são claramente maiores aquelas devido ao carregamento externo e a fluência. Ao contrário da análise viscoelástica linear sem retração, constatou-se que a largura efetiva varia consideravelmente com o tempo, sendo o conceito de que a largura efetiva é independente do tempo, inconsistente com os resultados numéricos obtidos. Por outro lado, é necessário ter em consideração que a norma NBR 8800/2008 tem como escopo a aplicação em estruturas de

edifícios e as aplicações apresentadas tratam de problemas de pontes. A relação entre as tensões da armadura de reforço e a laje de concreto, contrariamente a análise viscoelástica sem retração, resultou em uma mudança de tensão brusca nesta relação quando a retração foi introduzida, distanciando-se dos valores sugeridos pelas normas. Em conferência aos códigos, o padrão de variabilidade ao longo do comprimento da viga mista mostrou que a divisão de tal variabilidade de seções sugeridas pelas normas não compactua com aquelas fornecidas na análise numérica. Em comparação, a norma AASHTO/2012 e GB50017/2003 sem o critério da espessura, exprimiram valores ao lado da insegurança. Já a NBR 8800/2008 e o EUROCODE 4/2005, indicaram valores hora ao lado da segurança, hora ao lado da insegurança e hora muito conservadores, não conseguindo alcançar a variabilidade da largura efetiva ao longo do comprimento do vão. O código GB50017/2003 com o critério da espessura parece cobrir em termos práticos os valores aferidos para as curvas de 28 e 25550 dias. Em relação aos dois métodos de avaliação da largura efetiva implementados, ambos ocasionaram resultados semelhantes ao final do tempo da análise, com maiores diferenças nos dias iniciais, tanto na seção do apoio, quanto na seção do meio do vão, com valores menores referentes ao método de integração através da espessura da laje de concreto na seção do apoio, e maiores referentes ao mesmo método, na seção do meio do vão.

Na análise mais realística, aquela com a introdução da fissuração do concreto na análise viscoelástica com retração, a tensão do concreto na fase fissurada tende a diminuir em longo prazo devido à lei do amolecimento. Os valores obtidos da variação da largura efetiva foram similares àqueles obtidos na análise sem fissuração e alcançaram a largura total da laje ao longo do tempo. Para a seção do apoio, além da largura efetiva ter se mostrado ligeiramente maior que a largura da seção do meio do vão, essa alcançou a largura total da laje mais rapidamente em comparação com seu correspondente caso sem fissuração. A variação da largura efetiva foi também avaliada em uma camada de reforço equivalente, localizada na metade da espessura da laje de concreto, sendo que na seção do meio do vão, os valores da largura efetiva mostraram um suave crescimento ao longo do tempo, já na seção do apoio, a largura efetiva mostrou a tendência de aumentar à medida que a fissuração da laje de concreto espalha-se do centro à borda da viga, devido à transferência de tensões entre o concreto e o aço, de tal modo, quando a seção do apoio apresentou-se totalmente fissurada, as tensões de tração passaram a serem resistidas praticamente em toda a seção pela camada de armadura, ocasionando a largura efetiva ser quase a totalidade da largura real da laje de concreto. Em comparação aos códigos, o padrão de variabilidade ao longo do comprimento da

viga mista mostrou-se semelhante ao exemplo sem fissuração, com resultados análogos na seção do meio do vão, mas tendo um crescimento nos valores da largura efetiva da seção do apoio. Deste modo, a NBR 8800/2008, o EUROCODE 4/2005 e o GB50017/2003 com o critério da espessura, indicaram valores hora ao lado da segurança, hora ao lado da insegurança e hora muito conservadores, não conseguindo alcançar a variabilidade da largura efetiva ao longo do comprimento do vão. A GB50017/2003 consegue, em termos práticos, sempre ficar ao lado da segurança, embora em algumas situações seja muito conservadora. Também, a norma AASHTO/2012 e GB50017/2003 sem o critério da espessura, exprimiram valores ao lado da insegurança. No caso da comparação entre os dois métodos de avaliação da largura efetiva implementados, ambos ocasionaram resultados semelhantes ao final do tempo da análise. Nos dias iniciais maiores diferenças foram encontradas, excluindo-se o modelo do CEB MC 99, no qual os resultados equivalem-se em todo o tempo e comprimento da viga. Nos demais modelos, na seção do apoio os resultados nos dias iniciais foram similares, já na seção do meio do vão, foram observados valores maiores referentes ao método de integração através da espessura da laje de concreto.

Percebeu-se, claramente, a necessidade de se utilizar um critério acoplado que incluía, por exemplo, a espessura da laje no cálculo da largura efetiva, além do comprimento efetivo da viga. Isto é exemplificado na norma chinesa GB50017/2003, sendo que os cálculos apresentados nesta dissertação, por meio da mesma, conseguiram ficar, em termos práticos, do lado da segurança, para os diferentes tipos de análise. Sugere-se uma revisão à norma NBR 8800/2008 nesse sentido.

Demonstrou-se que a razão entre as tensões no aço de reforço e a laje de concreto (por exemplo, no centro e na borda da viga) é praticamente equivalente à relação modular dos materiais ($n = E_R/E_C$) para uma análise linear viscoelástica. O conceito da razão modular é continuamente utilizado na homogeneização da seção para a análise de curta e longa duração ($2n$ ou $3n$) por vários códigos de projeto. Já para as análises que se incluíram a retração e fissuração, a razão das tensões difere significativamente à razão modular, inclusive torna-se negativa em algumas situações.

Em termos práticos, parece não existir diferenças consideráveis entre o cálculo da largura efetiva pelo método da camada média e pelo método da integração ao longo da espessura, para um grande percentual em relação ao comprimento total da viga mista, sendo tal diferença correspondente à seção do apoio e a seção do meio do vão. Um estudo

paramétrico levando-se em consideração a variação da espessura da laje de concreto tende a verificar a suposição de considerar-se a camada média como a camada representativa.

Dentre todos os modelos de fluência e retração utilizados nesse estudo, o modelo do ACI 209 comportou-se de maneira muito diferenciada aos demais. É necessário verificar com maior detalhe os valores dos parâmetros utilizados no presente estudo, a fim corroborar os presentes resultados.

Devido à variação considerável da largura efetiva com o tempo, na análise com retração e fissuração, fica em aberto a dúvida se em projetos práticos de engenharia deva-se utilizar um valor constante da largura efetiva ou essa deve seguir o valor coerente à referida fase construtiva.

Para todas as análises numéricas com o programa VM, o modelo FIB MC 2010 aproximou-se melhor dos resultados obtidos por Macorini *et al.* (2006), embora esses autores tenham utilizado o modelo do CEB MC 90. É importante salientar que os resultados fornecidos por esses autores constituem uma referência importante, porém na falta de soluções analíticas, estão abertos a discussões.

O método proposto por Zhu *et al.* (2015) parece promissor, principalmente porque acompanha o padrão da variabilidade ao longo do vão dos resultados numéricos. Porém transmite a impressão que os coeficientes associados ao método devem ser melhor calibrados para o presente exemplo.

Adicionais estudos paramétricos experimentais e numéricos são necessários para comprovar os principais fatores que influenciam a largura efetiva. Particularmente, no presente trabalho, ficou evidente a necessidade de adequação dos códigos de projeto, visando alcançar a correta variabilidade da largura efetiva ao longo do vão e do tempo. Tal adequação torna-se necessária para otimizar questões de projeto, não ocasionando desperdício de recursos. Além disso, no caso dos trechos da viga mista em que os valores sugeridos pelos códigos de projeto demonstraram ser inseguros, transfigura-se um ponto importante a ser estudado. Fica em aberto a questão se as larguras efetivas dispostas nos códigos de projeto devam satisfazer apenas os valores nas seções mais solicitadas (seção com maior momento positivo ou negativo), dado que as seções intermediárias são menos solicitadas, contudo podem apresentar uma capacidade de flexão excessiva, já que por temas construtivos, a

armadura de reforço, calculada para a seção mais solicitada, é estendida ao longo do comprimento da laje de concreto da viga mista.

5.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Devido a avaliação da largura efetiva ser um importante ponto para o correto dimensionamento de estruturas mistas aço-concreto, e dada a relevância do assunto, na sequencia propõem-se alguns tópicos para a continuidade em pesquisas futuras.

A realização de um estudo paramétrico mais amplo, alterando-se os parâmetros indicados, através de estudos já desenvolvidos, como os de maior influência na largura efetiva, tais qual a relação entre a largura da laje e o vão da viga mista, as restrições de apoio, o tipo de ação considerada, o espaçamento entre os perfis de aço e a influência da rigidez dos conectores. Tendo como base diferentes seções de pontes reais.

A análise da largura efetiva com a consideração de protensão interna na laje de concreto e protensão externa no perfil de aço.

Realizar um estudo similar ao apresentado aqui, porém considerando carregamentos de colapso.

Para generalizar a aplicabilidade da norma chinesa, sugere-se um estudo paramétrico com a variação da espessura da laje.

Realização de ensaios experimentais, com a intenção de calibrar modelos matemáticos complexos.

A utilização de uma abordagem mais robusta para o cálculo da largura efetiva utilizando, por exemplo, métodos baseados em rigidez ou energia, com a intenção de eliminar a irregularidade ocasionada pela alteração do estado de tensões de tração para compressão que ocorre na laje de concreto.

Por fim, apresentar uma nova definição de largura efetiva para análise de vigas mistas, podendo esta basear as definições dispostas nos códigos de projeto.

REFERÊNCIAS

- ACI. **Guide for modeling and calculation shrinkage and creep in hardened concrete**. 209, A. C. 2008.
- AHN, I. S.; CHIEWANICHAKORN, M.; CHEN, S. S.; AREF, A. J. Effective flange width provisions for composite steel bridges. **Engineering Structures**, v. 26, n. 12, p. 1843–1851, 2004.
- AMADIO, C.; FEDRIGO, C.; FRAGIACOMO, M.; MACORINI, L. Experimental evaluation of effective width in steel-concrete composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 60, n. 2, p. 199–220, 2004.
- AMADIO, C.; FRAGIACOMO, M. Effective width evaluation for steel-concrete composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 58, n. 3, p. 373–388, 2002.
- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **Aashto Lrfd Bridge Design Specifications**. Washington, DC, 2012.
- AREF, A. J.; CHIEWANICHAKORN, M.; CHEN, S. S.; AHN, I. Effective slab width definition for negative moment regions of composite bridges. **Journal Of Bridge Engineering**, v. 12, n. 3, p. 339–349, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- BATOZ, J.; TAHAR, M. Evaluation of a new quadrilateral thin plate bending element. **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, v. 18, n. 2, p. 1655–1677, 1982.
- BAZANT, Z., P.; BAWEJA, S. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures-model B3. **Materials and Structures**, [S.l.], v. 28, p. 357-365, 415-430, 488-495, 1995.
- _____. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: model B3. **ACI Special Publications**, v. 194, p. 1-84, 2000.
- BAZANT, Z. P.; PRASANNAN, S. Solidification theory for concrete creep. I: formulation. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 115, p. 1691-1703, 1989.
- BROSNAN, D. P.; UANG, C. M. Effective width of composite L-beams in buildings. **Engineering Journal**, AISC, v. 32, n. 2, p. 73–80, 1995.

CASTRO, J. M.; ELGHAZOULI, A. Y.; IZZUDDIN, B. A. Assessment of effective slab widths in composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 63, n. 10, p. 1317–1327, 2007.

CEN (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION). Ec4 Part 2 - Composite - General Rules. **Eurocode 4**, v. 2, 2005.

CHEN, S.. Discussion of “Long-term analysis of steel-concrete composite beams: FE modelling for effective width evaluation”. **Engineering Structures**, v. 30, p. 570–572, 2008.

CHEN, S. S.; AREF, A. J.; CHIEWANICHAKORN, M.; AHN, I. Proposed effective width criteria for composite bridge girders. **Journal of Structural Engineering**, p. 325–338, 2007.

CHEN, S.; ZHANG, Z. Effective width of a concrete slab in steel-concrete composite beams prestressed with external tendons. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 62, n. 5, p. 493–500, 2006.

CHEN, S. S.; AREF, A. J.; AHN, I.; CHIEWANICHALORN, M.; CARPENTER, J. A.; NOTTIS, A.; KALPAKIDIS, I. Effective slab width for composite steel bridge members. **NCHRP Rep. No. 543, Transportation Research Board**, National Research Council, Washington, D.C., 2005.

CHIEWANICHAKORN, M.; AREF, A. J.; CHEN, S. S.; AHN, I. Effective flange width definition for steel–concrete composite bridge girder. **Journal of Structural Engineering**, v. 130, n. 12, p. 2016-2031, Dec. 2004a.

CHIEWANICHAKORN, M.; AHN, I.; AREF, A. J.; CHEN, S. S. The development of revised effective slab width criteria for steel-concrete composite bridges. In: ASCE/SEI 2004 STRUCTURES CONGRESS, 2004b.

CODE FOR DESIGN OF STEEL STRUCTURES. **GB50017**. Beijing, 2003.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model code 1990**. Lausanne, 1993.

_____. Structural concrete – textbook on behavior, design and performance. Updated knowledge of the CEB/FIP Model code 1990. Lausanne, **FIB Bulletin 2**, v. 2, p. 37-52, 1999.

DEZI, L.; GARA, F.; LEONI, G.; TARANTINO, A. M. Time - dependent analysis of shear lag effects in composite beams. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 127, p. 71–79, 2001.

DEZI, L.; GARA, F.; LEONI, G. Shear-lag effect in twin-girder composite decks. **Steel and Composite Structures**, v. 3, n. 2, p. 111–122, 2003.

DEZI, L.; GARA, F.; LEONI, G. Effective slab width in prestressed twin-girder composite decks. **Journal of Structural Engineering**, v. 132, p. 1358–1370, 2006.

DEZI, L.; MENTRASTI, L. Nonuniform bending-stress distribution (shear lag). **Journal of Structural Engineering**, v. 111, n. 12, p. 2675 - 2690, 1985.

DIAS, M. M. **Análise numérica de vigas mistas pelo método dos elementos finitos: efeitos de longa duração**. 2013. 177 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2013.

DIAS, M. M.; TAMAYO, J. L. P.; MORSCH, I. B.; AWRUCH, A. M.. Time dependent finite element analysis of steel-concrete composite beams considering partial interaction. **Computers and Concrete**, v. 15, p. 687-707, 2015.

ELKELISH, S.; ROBINSON, H. Effective widths of composite beams with ribbed metal deck. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 13, n. 5, p. 575-582, 1986.

FAHMY E. H.; ROBINSON, H. Analysis and tests to determine the effective width of composite beams in unbraced multistorey frames. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 13, n. 1, p. 66-75, 1986.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **FIB-2010 Model code 2010**. Lausanne, Bulletin n. 65, 2012.

FIGUEIRAS, J. A.; POVOAS, R. H. C. F. Modelling of prestress in non-linear analysis of concrete structures. **Computers & Structures**, v. 53, n. 1, p. 173–187, 1994.

GARA, F.; LEONI, G.; DEZI, L. A beam finite element including shear lag effect for the time-dependent analysis of steel-concrete composite decks. **Engineering Structures**, v. 31, n. 8, p. 1888–1902, 2009.

GARA, F.; RANZI, G.; LEONI, G. Time analysis of composite beams with partial interaction using available modelling techniques: a comparative study. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 62, n. 9, p. 917–930, 2006.

GARA, F.; RANZI, G.; LEONI, G. Simplified method of analysis accounting for shear-lag effects in composite bridge decks. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 67, n. 10, p. 1684–1697, 2011.

GARDNER, N.; LOCKMAN, M. Design provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concrete. **ACI Materials Journal**, v. 98, 2001.

GARDNER, N. J. Comparison of prediction provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concretes. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 31, p. 767-775, 2004.

GILBERT, R. I.; WARNER, R. F. Tension stiffening in reinforced concrete slabs. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v. 104, n. 12, p. 1885–1900, 1978.

HENRIQUES, D. J. DOS S. **Um elemento finito fisicamente não-linear para vigas mistas aço-betão**. 2014. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade Nova de Lisboa, Caparica, Portugal, 2014.

HINTON, E.; OWEN, D. R. Finite element in plasticity-theory and practice. **Pineridge Press**, Swansea, U.K., 1980.

HINTON, E.; OWEN, D. R. Finite element software for plates and shells. **Pineridge Press**, Swansea, U.K., 1984.

IBRAHIMBEGOVIC, A.; TAYLOR, R; WILSON. E. A robust quadrilateral membrane finite element with drilling degrees of freedom. **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, v. 30, n. 3, p. 445-457, 1990.

KUPFER, H.; HILSDORF, H. K.; RUSCH, H. Behaviour of concrete under biaxial stresses. **Proc. Am. Concr. Inst.**, v. 66, n. 8, p. 656–666, 1969.

MACORINI, L.; FRAGIACOMO, M.; AMADIO, C.; IZZUDDIN, B. A. Long-term analysis of steel-concrete composite beams: FE modelling for effective width evaluation. **Engineering Structures**, v. 28, n. 8, p. 1110–1121, 2006.

McCORMAC, J. C.; CSERNAK, S. F. **Structural steel design**, 5th ed. New Jersey: Pearson Education, 2011.

MORENO, J. C. A. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos: modelos para efeitos de longa duração e protensão interna**. 2016. 185 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2016.

NIE, J. G.; TIAN, C. Y.; CAI, C. S. Effective width of steel-concrete composite beam at ultimate strength state. **Engineering Structures**, v. 30, n. 5, p. 1396–1407, 2008.

OEHLERS, D. J. BRADFORD, M. A. **Elementary behaviour of composite steel and concrete structural members**. Woburn, 1999.

POVOAS, R. H. C. F. **Modelos não-lineares de análise e dimensionamento de estruturas laminares de betão incluindo efeitos diferidos**. 1991. 423 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto, Porto, Portugal, 1991.

RANZI, G.; GARA, F.; LEONI, G.; BRADFORD, M. A. Analysis of composite beams with partial shear interaction using available modelling techniques: a comparative study. **Computers and Structures**, v. 84, n. 13-14, p. 930–941, 2006.

RIBÓ, R. *et al.* **GiD customization manual**. The universal, adaptative and user friendly pre and postprocessing system for computer analysis in science and engineering. Barcelona 2014.

SALAMA, T.; NASSIF, H. H. Effective flange width for composite steel beams. **Journal of Engineering Research**, v. 8, n. 1, p. 28–43, 2011.

SAP 2000, Versão 18.0. Computers and Structures, Inc. **CSI analysis reference manual**. Berkeley, California, USA, 2011.

TAMAYO, J. L. P. **Análise numérica de vigas mistas pelo método dos elementos finitos**. 2011. 164 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2011.

TAMAYO, J. L. P.; MORSCH, I. B.; AWRUCH, A. M.. Short-time numerical analysis of steel-concrete composite beams. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 37, p. 1097-1109, 2014.

WAYAR, A. M. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos: protensão externa**. 2016. 136 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2016.

WAYAR, A. M. M.; TAMAYO, J. L. P.; MORSCH, I. B.. Numerical simulation of external pre-stressed steel-concrete composite beams. **Computers and Concrete**, v. 19, p. 191-201, 2017.

YAM, L. C. P.; CHAPMAN, J. C. The inelastic behavior of continuous composite beams of steel and concrete. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, v. 41, n. 1, p. 651–683, 1968.

YUAN, H.; DENG, H.; YANG, Y.; WEIJIAN, Y.; ZHENGGENG, Z. Element-based effective width for deflection calculation of steel-concrete composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 121, p. 163–172, 2016.

ZHU, L.; NIE, J. G.; LI, F. X.; JI, W. Y. Simplified analysis method accounting for shear-lag effect of steel-concrete composite decks. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 115, p. 62–80, 2015.

APÊNDICE A

Este apêndice tem como intenção demonstrar a customização da interface do *software* GiD, para a visualização da distribuição de tensões em cada camada do elemento finito da laje de concreto. A Figura A1 demonstra a aba de escolha do tempo de análise, bem como a escolha da camada a ser visualizada no *software* GiD.

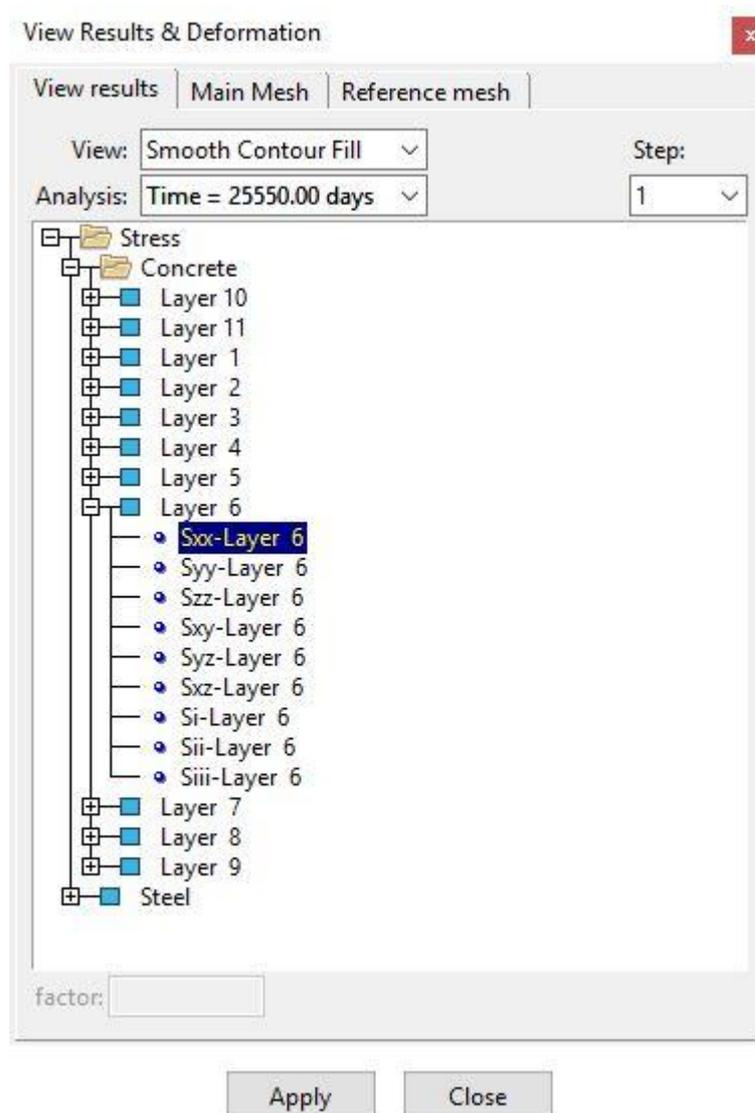
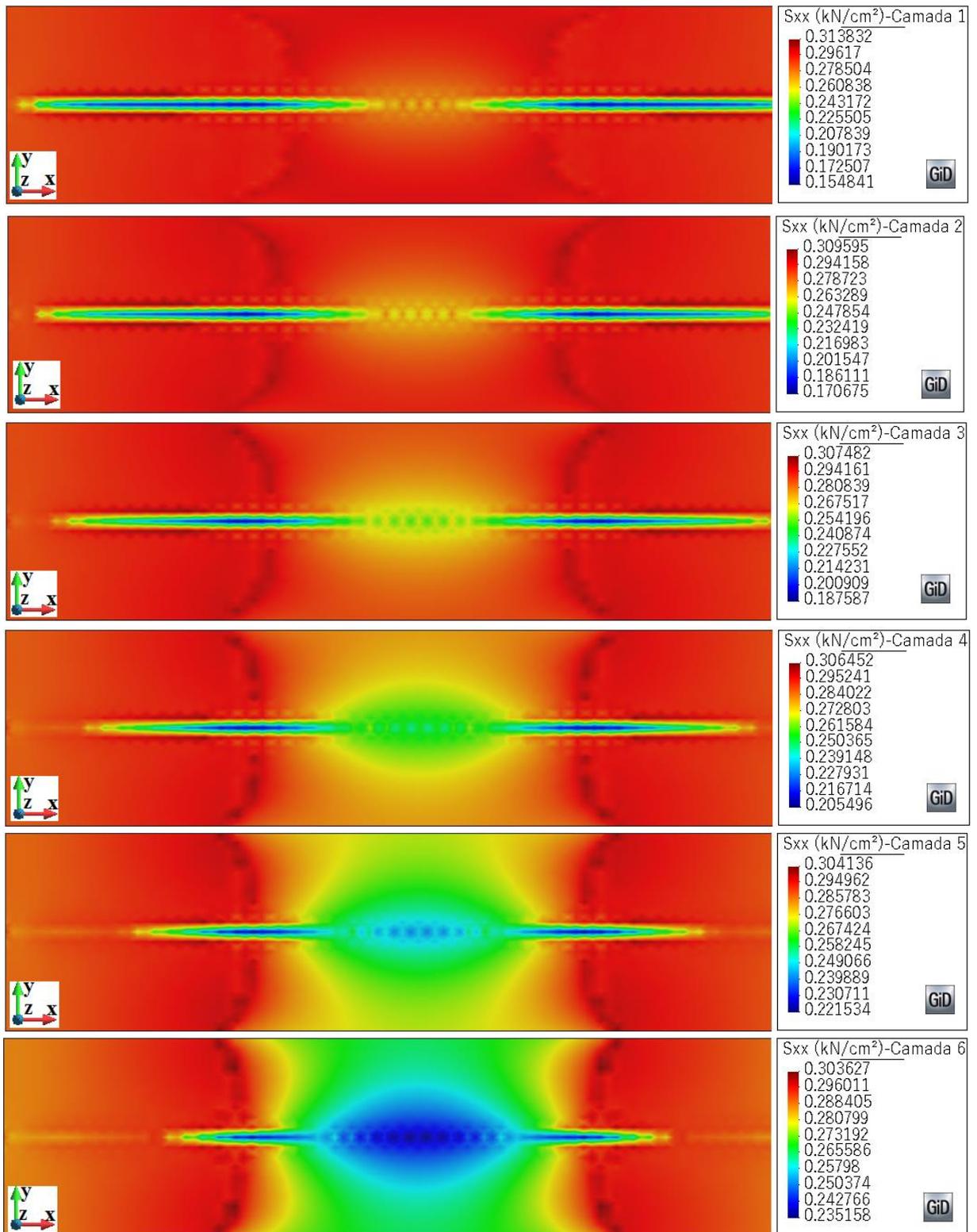


Figura A1 - Pós-processamento no *software* GiD.

A Figura A2 demonstra a variação da distribuição de tensões em cada camada do elemento finito da laje de concreto para o modelo FIB MC 2010, no exemplo não-linear com retração e fissuração. Vale frisar que as camadas são numeradas sequencialmente de baixo

para cima, ou seja, a primeira posição indica a camada mais inferior da seção transversal da laje de concreto.



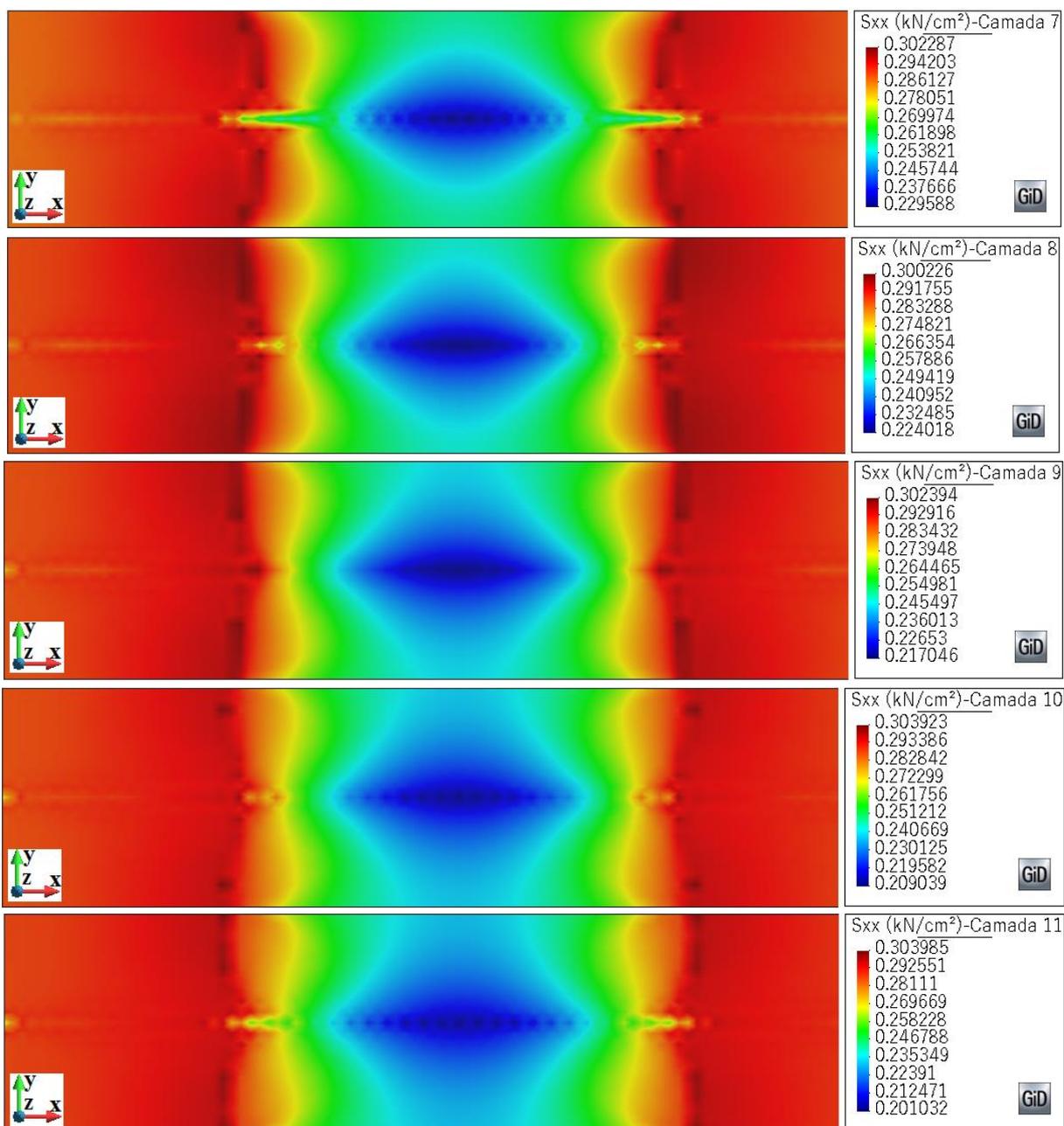


Figura A2 - Distribuição de tensões em cada camada do elemento finito da laje de concreto para o modelo FIB MC 2010 - com retração e fissuração.