UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

CAMILA ALIATTI

FÁBRICA DE MATEMÁTICA: APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA VIA CONFECÇÃO E MANIPULAÇÃO DE OBJETOS DIGITAIS E NÃO-DIGITAIS

PORTO ALEGRE
2017

CAMILA ALIATTI

FÁBRICA DE MATEMÁTICA: APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA VIA CONFECÇÃO E MANIPULAÇÃO DE OBJETOS DIGITAIS E NÃO-DIGITAIS

Dissertação de mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

PORTO ALEGRE
2017

CAMILA ALIATTI

FÁBRICA DE MATEMÁTICA: APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA VIA CONFECÇÃO E MANIPULAÇÃO DE OBJETOS DIGITAIS E NÃO-DIGITAIS

Dissertação de mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Drª Elisabete Zardo Búrigo
(IME-DMPA-UFRGS)

____

Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia
(IME-DMPA-UFRGS)

____

Prof. Dr. José Carlos Pinto Leivas
(UNIFRA)

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, pela dedicação, paciência e conselhos, uma pessoa que já admirava na graduação e, agora, um exemplo de profissional para toda vida.

À minha família pelo incentivo ao estudo e por compreender todos os momentos de ausência.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, pelas contribuições para minha formação e prática docente.

À escola João de Barro na qual essa pesquisa foi realizada.

Aos alunos participantes da pesquisa, pela dedicação ao realizarem cada tarefa proposta, por construírem e manipularem todas as *engenhocas* com tanto zelo, possibilitando o trabalho em grupos e tornando-se *fabricantes* dos seus conhecimentos.

RESUMO

O presente estudo propõe-se responder à questão de investigação: como podemos abordar conceitos de geometria plana com estudantes de sexto ano por meio de confecção de objetos manipulativos digitais e não-digitais, permitindo que estes se reconheçam como fabricantes de seu próprio conhecimento? A pesquisa apresenta uma proposta de atividade em que estudantes foram convidados a serem *fabricantes* de seu próprio conhecimento, mais especificamente de conhecimentos de geometria plana. Por meio da confecção e manipulação de objetos digitais e não-digitais, os estudantes transformaram a sala de aula em uma *Fábrica de Matemática*. O estudo foi desenvolvido durante o ano de 2016, com uma turma de sexto ano de uma escola municipal de Sapucaia do Sul, no horário regular de aula. Apoiada na teoria do construcionismo de Seymour Papert, na pedagogia da autonomia de Paulo Freire e na aprendizagem cooperativa e por equipes de Jean Piaget, e utilizando o estudo de caso como metodologia, o presente trabalho apresenta uma experiência de abordagem de conceitos de geometria plana – área, perímetro, paralelismo e perpendicularismo, entre outros – que permitiu o reconhecimento, por parte dos estudantes, da possibilidade de se tornarem agentes ativos na construção dos seus conhecimentos. Além disso, percebeu-se quanto aos resultados, que quando lhes são oferecidas diferentes oportunidades para aprendizagem, os estudantes podem se tornar sujeitos críticos, autônomos e produtores de conhecimento.

Palavras Chaves: Objetos manipulativos. Geometria plana. Cooperação.

ABSTRACT

The present study proposes to answer the research question: how can we approach concepts of flat geometry with sixth-year students by making digital and non-digital manipulative objects, allowing them to recognize themselves as manufacturers of their own knowledge? The research presents a proposal of activity in which students were invited to be manufacturers of their own knowledge, more specifically of knowledge of flat geometry. Through the making and manipulation of digital and non-digital objects, students transformed the classroom into a Mathematics Factory. The study was developed during 2016, with a sixth grade class from a municipal school in Sapucaia do Sul, at regular school hours. Based on the construction theory of Seymour Papert, Paulo Freire 's pedagogy of autonomy and cooperative and team learning by Jean Piaget, and using the case study as methodology, the present work presents an experience of approaching concepts of flat geometry - area, perimeter, parallelism and perpendicularism, among others - that allowed the students to recognize the possibility of becoming active agents in the construction of their knowledge. In addition, it was perceived as to the results, that when they are offered different opportunities for learning, students can become critical, autonomous subjects and producers of knowledge.

Keywords: Manipulative objects. Flat geometry. Cooperation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Geoplano de rede quadricular 14
Figura 2: Alunas-professoras entre martelos e pregos 15
Figura 3: Retângulo construído de papelão 20
Figura 4: Mapa do campo conceitual das Estruturas Aditivas 33
Figura 5: Representação dos códigos utilizados para os Esquemas 34
Figura 6: Mapa do campo conceitual das Estruturas Multiplicativas 36
Figura 7: Inspiração para a aula 6 49
Figura 8: Inspiração para a aulas 7 e 8 50
Figura 9: Inspiração para uma das atividades da aula 10 50
Figura 10: Tela incial do software GeoGebra 54
Figura 11: Atividade 1 65
Figura 12: Atividade 2 65
Figura 13: Atividade 3 66
Figura 14: Atividade 4 67
Figura 15: Atividade 5 67
Figura 16: Atividade 6 68
Figura 17: Atividade 7 68
Figura 18: Medindo a margem superior 72
Figura 19: Concluindo as medições da margem superior e inferior 73
Figura 20: Traçando as retas verticais 75
Figura 21: A malha quadriculada 75
Figura 22: Extrato do aluno O 78
Figura 23: Extrato do aluno W 78
Figura 24: Extrato do aluno V 79
Figura 25: Extrato do aluno W 79
Figura 26: Extrato do aluno I 80
Figura 27: Mais desenhos na malha 81
Figura 28: Triângulo desenhado com as diagonais dos quadradinhos 83
Figura 29: Aluno A mostrando o novo desenho 84
Figura 30: Todos os polígonos com seus vértices identificados 85
Figura 31: Alunos no Laboratório de Informática 86
Figura 32: Tela inicial do software GeoGebra 87

Figura 33: Primeiras experiências com o GeoGebra 877
Figura 34: Desenvolvimento da Atividade 1 89
Figura 35: Desenvolvimento da Atividade 2 900
Figura 36: Extrato do aluno B 91
Figura 37: Extrato do aluno R 911
Figura 38: Extrato do aluno S 911
Figura 39: Extrato do aluno T 911
Figura 40: Extrato do aluno H 93
Figura 41: Extrato do aluno J 933
Figura 42: Sala de vídeo 94
Figura 43: Iniciando com uma reta 98
Figura 44: Traçando os lados paralelos com a régua 99
Figura 45: Primeiras alunas usando o computador 100
Figura 46: Discutindo as construções 1000
Figura 47: Mais uma dupla testando os seus comandos 101
Figura 48: Extrato dos alunos M e P 102
Figura 49: Continuação do extrato dos alunos M e P 103
Figura 50: Extrato dos alunos U e A 104
Figura 51: Extrato dos alunos T e I 105
Figura 52: Aluna V junto com a dupla M e P 107
Figura 53: Construção da dupla T e I 110
Figura 54: Terreno citado nas falas anteriores 111
Figura 55: Aluno E demonstrando como se calcula o valor do arame 114
Figura 56: Aluno H fazendo um ângulo reto com as mãos 115
Figura 57: Todos com suas caixas de papelão 117
Figura 58: Medindo e desenhando as peças 118
Figura 59: Peças do retângulo prontas 118
Figura 60: Aluno R recortando as peças no chão 120
Figura 61: Aluno usando sua técnica de perfurar papelão 121
Figura 62: O quadrado e o retângulo prontos 121
Figura 63: Todos martelando os seus geoplanos 126
Figura 64: Superando as dificuldades 127
Figura 65: Estudantes visualizando as características do geoplano 128
Figura 66: Alguns geoplanos prontos 129

Figura 67: Extrato da resposta do aluno O e V 129
Figura 68: Trapézio representado no caderno dos alunos 130
Figura 69: Criando figuras.. 131
Figura 70: Resolução da atividade 2 por um aluno 132
Figura 71: O elástico representa a justificativa 133
Figura 72: O elástico de novo! 133
Figura 73: Extrato dos alunos B e Z 134
Figura 74: 1 u² 135
Figura 75: O que fazer agora?... 135
Figura 76: Cálculo das áreas 136
Figura 77: Criando novas figuras.. 137
Figura 78: Extrato da primeira parte da atividade 6 138
Figura 79: Extrato do início da atividade 7 139
Figura 80: Extrato dos alunos I e T.. 140

LISTA DE RELAÇÕES

Relação 1: A partir de duas medidas, encontrar a composta 35

Relação 2: Conhecendo a composta e uma das elementares, encontrar a outra .35

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Unidades temáticas de Geometria e Grandezas e medidas da BNCC 40

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO ....Erro! Indicador não definido.**13**

2 REFERENCIAL TEÓRICO **22**

2.1 Papert e o Construcionismo **22**

2.2 Piaget e a cooperação **25**

2.3 A Pedagogia da Autonomia de Paulo Freire **29**

2.4 Campo Conceitual das Estrturas Aditivas e Multiplicativas **32**

3 VALORIZANDO O TEMA DESTE TRABALHO **38**

3.1 A geometria na Base Nacional Comum Curricular **38**

3.2 Experiências que inspiram a pesquisa **41**

4 PROCEDIMENTOS E MATERIAIS **45**

4.1 Sujeitos da pesquisa **45**

4.2 Metodologia: um estudo de caso **45**

4.3 Coleta de dados **46**

4.4 Planejamento das aulas **47**

4.5 Descrição das atividades **51**

5 ANÁLISE DOS DADOS **69**

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS **141**

REFERÊNCIAS **144**

APÊNDICE **148**

APÊNDICE A - Produto Técnico **148**

APÊNDICE B– Carta de apresentação para a Direção da Escola **175**

APÊNDICE C – Termo de Consentimento Informado **176**

APRESENTAÇÃO

A presente dissertação é resultado de muitas experiências vividas desde o ano de 2011, momento em que finalizei o curso de Licenciatura em Matemática. Em seguida, iniciei minha trajetória como professora e, na sequência, ingressei no curso de mestrado.

Minha dedicação ao curso de graduação possibilitou tornar-me em uma professora empolgada e questionadora. Não deixo de refletir sobre a forma como os estudantes aprendem o que lhes é ensinado e qual é o melhor caminho para que isso aconteça.

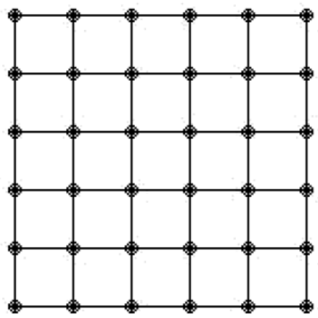
Buscando em minhas memórias e em meus materiais da graduação, procurei encontrar registros de experiências com uso de objetos manipulativos na aprendizagem de Matemática. Encontrei meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Recordo que, enquanto cursava o último ano da graduação, em 2011, diversos temas para a escrita do TCC surgiram. No entanto, os que brilhavam aos meus olhos sempre estavam relacionados à formação de professores, mais especificamente, professores dos Anos Iniciais. Fiz pesquisas iniciais nos currículos dos cursos de Pedagogia de duas Universidades[1], constatei que os currículos desses cursos não abrangiam todas as áreas de conhecimento necessárias para a formação matemática das futuras professoras. Diante dessa constatação, me questionei se eu poderia, de alguma forma, contribuir no processo de formação dos professores dos Anos Iniciais e, a partir disso, planejei, juntamente com os professores Fabiana Fattore Serres, Mariana Lima Duro, Luiz Davi Mazzei, Simone Dias Cruz[2] e Marcus Vinicius de Azevedo Basso[3], um curso de formação matemática para professores dos Anos Iniciais e acadêmicos da Pedagogia intitulado "Matematicando: a gente aprende brincando". Este curso realizou-se em dez encontros semanais, sendo cinco encontros presenciais e cinco à distância. Nestes encontros foram realizadas atividades que envolviam alguns conceitos matemáticos com os quais os professores trabalham nas escolas com os Anos Iniciais e discussões sobre a relevância de tais conceitos e metodologias

[1] Universidade Federal do Rio Grande do Sul e Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
[2] Professores do Colégio de Aplicação da UFRGS em 2011.
[3] Professor do curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, orientador do Trabalho de Conclusão de Curso citado e orientador desta dissertação.

apresentadas pelos ministrantes do curso. Os participantes foram envolvidos em atividades práticas como: construção de objetos manipulativos, realização de atividades lúdicas e manipulação de objetos virtuais.

Em um dos encontros, a atividade proposta às alunas-professoras inscritas envolvia a confecção do geoplano. O geoplano consiste em uma prancha de madeira na qual são fixados pregos, formando uma rede quadricular como na figura abaixo. Atualmente, também existem os geoplanos virtuais.

Figura 1: Geoplano de rede quadricular



Fonte: http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/

Criado pelo Professor Caleb Gattegno, do Institute of Education, London University, o geoplano pode ser utilizado, por exemplo, na exploração e estudo dos conceitos de comprimento e área. Na atividade desenvolvida, propus a confecção de geoplanos 6x6 de rede quadricular, ou seja, geoplanos formados por 36 pregos dispostos em seis filas de seis pregos cada, de maneira que elas mantenham entre si, horizontal e verticalmente, uma distância constante. A esta distância constante se atribui o valor de 1 (uma) unidade de comprimento (1 u.c.) e ao quadrado de lado 1 u.c. atribui-se a área de 1 (uma) unidade de área (1 u.a.).

Figura 2: Alunas-professoras entre martelos e pregos

Fonte: Acervo pessoal

Neste encontro, cada participante teve a oportunidade de se aventurar entre pregos, martelos, madeira e Matemática. Uma experiência indescritivelmente fascinante para mim e para elas. E mais, em mim, aquela atividade plantou uma semente que ficou guardada para quando chegasse a hora certa de germinar. E essa hora chegou!

Em setembro de 2011, participei de um concurso municipal para professor em Sapucaia do Sul. Fui nomeada em março de 2012, logo após minha formatura da graduação. O momento de colocar tudo o que havia aprendido em prática estava chegando: tornei-me professora do município de Sapucaia do Sul.

Assumindo oito turmas de sexto a nono ano, Anos Finais do Ensino Fundamental, deparei-me com desafios a cada aula. O interesse dos estudantes não aparece de imediato, o professor necessita de um belo e vasto “kit” de ferramentas que provoquem esse interesse pelo conhecimento. Inexperiente, percebi que, a cada ano, eu precisava me reinventar como professora. Foi nesse momento que decidi alçar novos vôos: ingressar em um curso de mestrado.

No ano de 2015, após três anos de experiência como professora, iniciei o curso de mestrado no Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS, que possuía como pré requisito ao ingressante dois anos de docência e estar atuando em sala de aula durante o curso.

Refletindo sobre algumas das minhas práticas em sala de aula - em uma manhã do curso de mestrado - me perguntei por que nunca havia construído um geoplano com as minhas turmas? O que me impedia de me aventurar nessa atividade? Assim como o martelo fixa o prego na madeira, essa minha inquietação martelou e começou a moldar uma ideia em minha cabeça: vou construir geoplanos com minhas turmas de sexto ano. Essa decisão desencadeou uma série de ideias e vontades que se tornaram meu projeto de dissertação.

Essa onda de questionamentos tomou conta de mim e, como dizem, “não são as respostas que movem o mundo, mas as perguntas”, resolvi ir fundo nesse tema de pesquisa. Em conversas e reflexões com meu professor orientador, percebi que o que eu almejava era algo maior do que somente a confecção de um objeto manipulativo como o geoplano. O que eu pretendia era alcançar os conhecimentos de geometria plana por meio de um ambiente de aprendizagem que favorecesse a construção dos conteúdos pelos próprios estudantes, possibilitando-lhes reconhecer-se como sujeitos autônomos e críticos.

Foi estudando os conceitos de autonomia e autoria relatados por Freire (2006), que o termo *fabricantes* surgiu em meu projeto. No contexto da pesquisa de dissertação realizada, *fabricantes* do próprio conhecimento significou que os estudantes se apropriaram dos conhecimentos envolvidos na produção dos objetos manipulativos e, dessa forma, a aprendizagem dos conceitos matemáticos por trás da manipulação esteve, na verdade, à frente. Ou seja, a autoria dos materiais é dos próprios estudantes, eles foram os construtores dos objetos que os transformaram em *fabricantes* do seu próprio conhecimento.

Dessa forma, surgiu o meu problema de pesquisa: ***como podemos abordar conceitos de geometria plana com estudantes de sexto ano por meio de confecção de objetos manipulativos digitais e não-digitais, permitindo que estes se reconheçam como fabricantes de seu próprio conhecimento?***

O que causa angústia e, ao mesmo tempo, coragem é o “como”. Essa palavra sustenta o trabalho, pois ao apresentar um “como” de maneira detalhada, pretendo ampliar essa experiência para outros grupos de estudantes e outros professores, levando em conta as diferenças de realidades de cada escola.

Nestes cinco anos de carreira como professora do município de Sapucaia do Sul, pude perceber que parte dos estudantes demonstra um sentimento de desinteresse em relação às atividades das aulas, em especial, às atividades de matemática. Para eles, as aulas de matemática envolvem somente cálculos e quando se deparam com a geometria, no sexto ano, não a aceitam com facilidade. Portanto, minha intenção era de transformar essa visão negativa que a geometria causa a eles, tornando-os fabricantes do seu próprio conhecimento.

Braga (2013) relata essa possibilidade em sua dissertação

> Quando o aluno é convidado a construir seu próprio conhecimento, estamos possibilitando um momento de interação/ação do sujeito muito importante. As aulas ficam mais interessantes para os estudantes e a vontade de aprender floresce. (BRAGA, 2013, p. 15)

Pensando em uma proposta que se mostrasse interessante aos estudantes e que despertasse neles a vontade de aprender, decidi por trabalhar conceitos de geometria plana como classificação de polígonos, perímetro e área de forma atraente e diversificada, criando um ambiente transformador: uma “Fábrica de Matemática”, literalmente. Neste ambiente, os estudantes foram convidados a confeccionar objetos manipulativos com diferentes materiais. Além disso, fiz uso das tecnologias digitais, pois elas fazem parte do cotidiano destes estudantes e podem auxiliar na transformação do olhar destes sujeitos sobre a matemática.

Pude perceber que esta proposta está de acordo com o que venho refletindo sobre formas de aprendizagem, quando encontro este trecho no texto de Hoffmann, Martins e Basso (2009)

> Recursos manipulativos, digitais e não-digitais, podem possibilitar a exploração de propriedades observáveis pelas crianças, pois, quanto mais diversificadas forem as formas (objetos virtuais, objetos não-virtuais, desenhos, produções textuais, etc.) com as quais os alunos tenham oportunidade de manipulação livre e experimentação a fim de conhecer o objeto, operar com suas propriedades, quanto maiores forem as trocas entre os pares e com o professor, nas quais estão incluídos conteúdos atitudinais (trabalho em equipe, cooperação, respeito, solidariedade, etc), quanto mais situações-problema, nas quais os alunos encontrem significado e possam se envolver criativamente, maiores as probabilidades de que esses conceitos sejam aprendidos e não simplesmente decorados para serem repetidos. (p. 2-3)

Os recursos manipulativos oferecem a oportunidade de experimentar e manusear livremente suas possibilidades, levando o estudante a reconhecer as propriedades e conceitos envolvidos naquela construção de maneira autônoma e criativa.

> O conhecimento, segundo Piaget, não é uma cópia da realidade. Não resulta de olhar e fazer simplesmente uma cópia mental, uma imagem de um objeto. Para conhecer um objeto, de fato, é preciso agir sobre ele, modificá-lo, transformá-lo, compreender o processo dessa transformação e, como consequência entender a maneira como o objeto é construído. (FAGUNDES, 1977, p. 3)

Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2016) – BNCC - indica que o uso das novas tecnologias pode ser um grande aliado no desenvolvimento cognitivos dos estudantes, principalmente na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a diferentes ritmos de aprendizagem e que permite que o aluno aprenda com seus erros.

Para a preparação das aulas, me aventurei nos materiais de uma simpática professora de Matemática italiana dos anos 50 e 60: Emma Castelnuovo. Emma faleceu no ano de 2014, mas deixou um importante legado para a educação matemática. Seu trabalho era inovador, ela defendia uma matemática feita com as mãos, fazendo uso de materiais concretos. A partir de suas ideias, planejei um conjunto de atividades, que sofreram modificações pelo caminho, e implementei em uma das minhas turmas de sexto ano.

Com esta pesquisa de dissertação, pretendo:

1. Implementar uma sequência de atividades que envolvesse conceitos de geometria plana voltados a estudantes do sexto ano como a classificação de

polígonos, perímetro e área via construção de objetos manipulativos digitais e não-digitais;

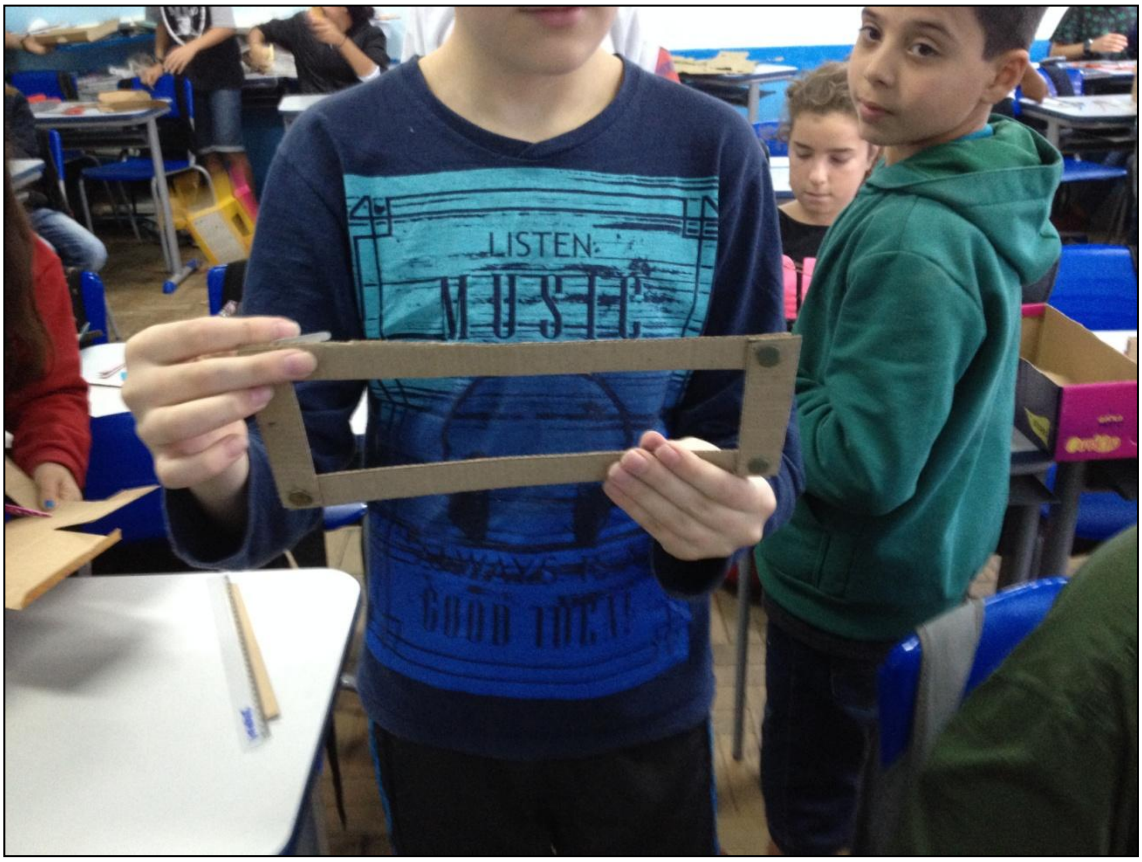
2. Verificar se a criação de um ambiente escolar que permite a experimentação de diferentes possibilidades de aprendizagem contribui para a formação autônoma, crítica e cooperativa dos estudantes;
3. Discutir acerca da importância da construção e manipulação de objetos digitais e não-digitais para a formação dos estudantes;
4. Verificar se, ao se tornarem *fabricantes* do seu próprio conhecimento, os estudantes compreendem alguns conceitos de geometria plana de forma ativa, crítica e independente.

Durante o desenvolvimento da ação docente proposta para esta pesquisa, propôs-se:

1. Confeccionar e manipular *engenhocas matemáticas* construídas com diferentes materiais por estudantes de uma turma de sexto ano;

Ao utilizar o termo *engenhoca,* estou me referindo a materiais manipulativos que permitem representar de forma explícita e concreta conceitos matemáticos que são abstratos. Por exemplo, quando queremos que os estudantes saibam que dois retângulos de mesmo perímetro podem apresentar áreas diferentes, essa ideia pode ser visualmente compreendida ao construírem um retângulo de arestas de madeira (ou qualquer outro material resistente) e que, mantendo o paralelismo entre elas, se movem modificando a altura da figura. Assim, essa construção representaria uma “engenhoca matemática” para esta pesquisa.

Figura 3: Retângulo construído de papelão



Fonte: Acervo pessoal

2. Explorar objetos digitais que permitem serem manipulados pelos estudantes, a fim de que eles sejam apresentados a diversas formas de aprendizagem;
3. Discutir com os estudantes conceitos de geometria plana envolvidos nas construções e na manipulação dos objetos digitais e não-digitais.

O tema principal desta dissertação é o estudo de conceitos de geometria plana com estudantes do sexto ano. A escolha desse tema deu-se por ser um assunto importante, atrativo e por contribuir na relação da visualização e abstração que servirá para a construção de outros conceitos matemáticos e, até mesmo, para conhecimentos de outras áreas. Além disso, a presente pesquisa percorre duas linhas deste Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática: “Ensino de tópicos específicos de Matemática e abordagens alternativas” e “Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática”.

Com relação ao primeiro, pode-se dizer que minha pesquisa se caracteriza na elaboração e experimentação de recursos didáticos que priorizam a construção de conceitos de geometria, a indagação e o questionamento constantes por parte dos sujeitos participantes da pesquisa. Ao explorar, também, recursos digitais, este trabalho integra as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática, possibilitando uma mudança curricular e abrangendo o potencial das tecnologias da inteligência na construção do conhecimento.

A estrutura deste trabalho é composta por seis capítulos:

No capítulo 1, relato parte da minha trajetória acadêmica, procurando mostrar como cheguei à formulação do problema que move esta pesquisa.

No capítulo 2, apresento o referencial teórico usado na construção desta dissertação. Este capítulo foi organizado em seções contendo as seguintes vertentes: Papert e a Teoria Construcionista; o trabalho por equipes de Jean Piaget; e a Pedagogia da Autonomia de Paulo Freire. Para a análise de algumas atividades, também foram utilizados os conceitos de estruturas aditivas e multiplicativas de Gérard Vergnaud.

No capítulo 3, procuro trazer as contribuições da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o currículo brasileiro e trabalhos com perspectivas próximas ao meu, para contextualizar o problema desta pesquisa.

No capítulo 4, exponho a metodologia de pesquisa desta dissertação. No capítulo 5, apresento a análise dos dados. E, por fim, no capítulo 6, trago as considerações finais desta pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O presente trabalho faz discussões sobre a confecção e uso de objetos manipulativos na aprendizagem de conceitos de geometria, por meio do Construcionismo de Seymour Papert, e discute a construção dos conhecimentos a partir dos conceitos de cooperação e trabalho por equipes de Jean Piaget, e da pedagogia da autonomia de Paulo Freire. E, para a análise de algumas atividades, foi abordada a teoria das estruturas aditivas e multiplicativas de Gérard Vergnaud.

Seymour Papert foi o criador da linguagem de programação Logo, que deu início a uma abordagem pedagógica construcionista na década de 60. Desde então o Construcionismo vem sendo aprimorado e pesquisado por Papert e seus colaboradores.

Uma das motivações relevantes para se articular Jean Piaget e Paulo Freire é a de demonstrar que para ambos o processo de aprendizagem aproxima-se do processo de construção do próprio ser humano.

Gérard Vergnaud nos apresenta as estruturas multiplicativas, estimulando o estudante a pensar nas operações como sendo complementares.

As seções seguintes trazem com mais detalhes aspectos das teorias desses quatro autores, bem como as contribuições e relações com a pesquisa realizada e a prática implementada.

2.1 Papert e o Construcionismo

Seymour Papert é um dos responsáveis pela criação da linguagem de programação Logo[4]. O desenvolvimento dessa linguagem, bem como o software Logo, foi orientado pelas ideias do construcionismo, segundo o próprio autor, sua “reconstrução pessoal do construtivismo” (PAPERT, 2008, p. 137).

[4] A linguagem de programação Logo foi desenvolvida no Massachusets Institute of Technology (MIT), sob a direção de Seymour Papert e Marvin Minsky. Segundo Papert (2008, p. 170), “o *Logo* foi incentivado desde o início por uma perspectiva tipo Robin Hood de roubar a programação dos tecnologicamente privilegiados [...] e dá-lo às crianças”.

O construcionismo é uma teoria de aprendizagem que se baseia, principalmente, na teoria epistemológica desenvolvida por Jean Piaget, a qual procura explicar o que é conhecimento e como ele é desenvolvido pelas pessoas em diferentes momentos de suas vidas. De acordo com Piaget, as pessoas constroem conhecimento na medida em que agem sobre o objeto de conhecimento - uma coisa, uma ideia ou uma pessoa - e sofrem uma ação deste objeto.

A teoria construcionista (PAPERT, 2008) é tanto uma teoria de aprendizagem quanto uma estratégia para educação, que compartilha a ideia construtivista de que o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido do professor para o aluno. Nessa perspectiva, o aprendizado deve ser um processo ativo, em que os aprendizes colocam a "mão na massa" no desenvolvimento de projetos, em vez de só terem acesso às informações via fala do professor.

A intenção de Papert com o desenvolvimento dessa teoria é fornecer a possibilidade de usar a matemática, pensando sobre ela e brincando com ela; em outras palavras, vivendo a aprendizagem de matemática. Isso, no entanto, não significa que o único caminho para tal seja o aperfeiçoamento do ensino de matemática nas escolas. "A meta é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino" (PAPERT, 2008, p. 134). Por outro lado, a solução também não está em simplesmente reduzir a quantidade de ensino. "O construcionismo é construído sobre a suposição de que as crianças farão melhor descobrindo [...] por si mesmas o conhecimento específico de que precisam" (p. 135), ou seja, se lhes aparecer a necessidade de determinado conhecimento, as crianças são capazes de buscá-lo, e encontrá-lo, por conta própria, assim como fazem ao aprenderem complicadas estratégia de videogames, por exemplo.

Papert utilizou os resultados de Piaget para repensar a educação, ou seja, valeu-se de uma teoria epistemológica para elaborar uma teoria educacional – o que é bastante coerente, pois pensar sobre educação depende das concepções que se tem sobre conhecimento, embora muitas vezes isso seja deixado de lado por educadores. Dessa forma, assumindo que o conhecimento é ativamente construído pelos sujeitos, Papert (2008) propõe que educar consiste em criar situações para que os aprendizes se engajem em atividades que alimentem este processo construtivo.

Educar, portanto, é principalmente dar condições para que os alunos construam, mas não se resume somente a isso. O construcionismo defende que o aprendizado ocorre especialmente quando o aprendiz está engajado em construir um produto de significado pessoal - por exemplo, uma maquete ou um *website* -, que possa ser mostrado a outras pessoas. Portanto, ao conceito de que se aprende melhor fazendo, o construcionismo acrescenta: aprende-se melhor ainda quando se gosta, pensa e conversa sobre o que se faz.

O despertar para o desenvolvimento de algo útil coloca o aprendiz em contato com novos conceitos. O domínio destes conceitos traz uma sensação de praticidade e poder, incentivando cada vez mais a busca pelo saber. Segundo Papert (2008, p. 127), as construções mentais devem ser apoiadas por “construções concretas” (ações no mundo), cujo produto pode ser “mostrado, discutido, examinado, sondado e admirado”, favorecendo a troca de ideias e opiniões que podem auxiliar e impulsionar o aprendiz a desenvolver projetos mais complexos que envolvam novos conhecimentos. Para que tudo isso ocorra é fundamental a participação do professor, organizando debates e estimulando a troca de ideias.

Neste contexto, o papel do professor é fundamental, organizando as interações do aluno com o meio - físico e social - e problematizando as situações de modo a favorecer a aprendizagem por parte do aluno. Dizer que estruturas intelectuais são construídas pelo aluno, ao invés de ensinadas por um professor não significa que elas sejam construídas do nada. Pelo contrário, como qualquer construtor, a criança se apropria, para seu próprio uso, em materiais que ela encontra e, mais significativamente, em modelos e metáforas sugeridas pela cultura que a rodeia (PAPERT, 2008).

Dessa forma, ao trabalhar segundo as ideias construcionistas dois tipos de construção ocorrem, e mutuamente se complementam, pois o estudante ao construir um produto no mundo está, simultaneamente, construindo o conhecimento abstrato. Este novo conhecimento o possibilita a construir produtos mais sofisticados, que o levam a novos conhecimentos, e assim por diante.

2.2 Piaget e a cooperação

A Epistemologia Genética pode ser compreendida como uma teoria processual, em que a construção do conhecimento se concebe na ação do sujeito. O conhecimento, no entendimento de Piaget (1973a), não está pré-determinado nas estruturas internas do indivíduo, nem nas características do objeto, mas sim na interação que ocorre entre o sujeito e o objeto. Portanto, o desenvolvimento do sujeito epistêmico[5] possui uma dimensão social, e não apenas individual, na construção do conhecimento e do pensamento.

A concepção de que não existe um conhecimento absoluto, que cada sujeito faz o seu percurso cognitivo, passando de um patamar mais básico para um mais elaborado de conhecimento, e especialmente que não se faz este percurso sozinho, mas na interação com outros sujeitos, são algumas das questões presentes na teoria concebida como sendo construtivista-interacionista (PIAGET, 1973a).

O momento histórico vivenciado por Jean Piaget, de reflexão pedagógica na busca de mudanças frente à denominada pedagogia tradicional, fez com que este biólogo aproximasse os seus estudos de temas de interesse para a educação, demonstrando uma preocupação política e intelectual pelas ações educativas na virada do século XIX para o XX (ZITTOUN, BARRELET, PERRET-CLERMONT, 1990).

Desenvolvendo a sua argumentação a partir do conceito de egocentrismo, Piaget (1973b) apontou a relação entre liberdade e constrangimento na sociedade, reforçando que a educação deveria preocupar-se com a cooperação e com a reciprocidade. Demonstrou a força existente na educação como uma prática transformadora.

O homem é essencialmente um ser social (PIAGET, 1973b), que não pode ser pensado fora desta perspectiva, ocorrendo através das interações sociais o desenvolvimento da inteligência humana. Mais ainda, “O conhecimento humano é essencialmente coletivo, e a vida social constitui um dos fatores essenciais da formação e do crescimento dos conhecimentos” (PIAGET, 1973b, p. 17). A

---

[5] Um sistema natural que se programa no decorrer de sua educação.

socialização do sujeito não é expressa da mesma forma nas diferentes faixas etárias. O social nas relações de uma criança é qualitativamente diferente do social presente nas relações de um adolescente. “O que há de admirável na criança, é justamente o se achar sempre um indivíduo que parte de zero e observar como isto se passa” (PIAGET citado por BRINGUIER, 1993, p. 34).

Piaget, segundo Campos (2003) identificou quatro estágios do desenvolvimento, que seriam: a fase sensório-motora, que precede a linguagem; a pré-operatória, que corresponde ao período das representações iniciando com a linguagem; a das operações concretas e a operatória formal. Essas etapas seriam sucessivas no desenvolvimento do indivíduo, variando apenas cronologicamente. “As crianças, sejam quais forem as sociedades e as épocas, passam, na evolução da inteligência, por uma ordem de fases que é sempre a mesma. Que é a mesma porque cada fase é necessária às seguintes. É uma ordem sequencial, como se diz” (PIAGET citado por BRINGUIER, 1993, p. 41).

A socialização da inteligência inicia-se com a aquisição da linguagem; antes, na fase sensório-motora, a criança basicamente não realiza trocas sociais, permanecendo em uma perspectiva individual, egocêntrica.

Na fase pré-operatória irá dominar o egocentrismo, termo que se refere à impossibilidade do sujeito decentrar-se para poder compreender a perspectiva de outros sujeitos (PIAGET, 1973b).

A decentração corresponde à capacidade do indivíduo refazer o percurso cognitivo de outro sujeito, buscando compreender o pensamento do outro, afastando-se da sua lógica individual. Deve-se destacar que todo indivíduo adolescente ou adulto preservará, em menor ou maior grau, traços de egocentrismo, necessitando decentrar-se para cooperar (PIAGET, 1973b).

Nesta perspectiva, não há uma separação entre social e não social, mas graus de socialização entre sujeitos em nível operatório, ou seja, com a possibilidade de socialização do pensamento e de trocas intelectuais, elementos imprescindíveis para que os indivíduos possam decentrar-se e, conseqüentemente, cooperarem.

As operações mentais, compreendidas como elementos constitutivos do pensamento lógico, caracterizam-se por ser uma ação interiorizada e reversível. Descrita por Piaget (1973b, p. 173) “(...) a lógica é um sistema de operações, isto é, de ações tornadas ao mesmo tempo compostas e reversíveis”. Ao trabalhar com a conservação do perímetro nas figuras de papelão, por exemplo, os estudantes aplicaram a reversibilidade, pois, inicialmente, quando viam uma dimensão, não viam a outra. Entretanto, chegou um momento em que eles viram as duas e viram a compensação, “está mais comprido e mais fino, então é o mesmo perímetro”. Isto é a reversibilidade.

O desenvolvimento do pensamento lógico é um mecanismo móvel, não se apresenta inato ou desde o início, ele se impõe necessário no processo de aprendizagem, e não a título de necessidade de partida. “Uma vez as operações constituídas, um equilíbrio se estabelece entre o mental e o social, no sentido em que o indivíduo tornado membro adulto da sociedade não poderia mais pensar fora desta socialização acabada” (PIAGET, 1973b, p. 29). Para o autor, a colaboração seria uma interação em que existem trocas de pensamento, seja por comunicação verbal ou coordenações de pontos de vista, de discussão, sem ocorrer operações mentais, não havendo uma estrutura operatória.

Comparativamente pode-se afirmar que a colaboração representa uma etapa das trocas sociais anterior à cooperação. A cooperação está vinculada à interação, a qual requer a formação de vínculos e a reciprocidade afetiva entre os sujeitos do processo de aprendizagem. As interações interindividuais possibilitam a modificação do sujeito na sua estrutura cognitiva e do grupo como um todo, não em caráter somatório, mas em uma perspectiva de formação de um sistema de interações. Neste entendimento, a construção do conhecimento ocorrerá através da cooperação. Nesse contexto, a definição de cooperação de Piaget (1973b) se torna essencial

> (...) cooperar na ação é operar em comum, isto é, ajustar por meio de novas operações (qualitativas ou métricas) de correspondência, reciprocidade ou complementaridade, as operações executadas por cada um dos parceiros. (...) a cooperação constitui o sistema das operações interindividuais, isto é, dos agrupamentos operatórios que permitem ajustar umas às outras as operações dos indivíduos. (p.105).

No contexto da cooperação para o ensino-aprendizagem, Piaget (1936) traz à tona a importância do trabalho por equipes na escola, as pesquisas, o estímulo à autonomia dos estudantes, sendo que as relações necessitam se alicerçar em respeito mútuo, reciprocidade e cooperação, “porque a criança, chegada a um certo grau de desenvolvimento, tende por si mesma à vida coletiva e ao trabalho em comum” (PIAGET, 1936, p. 4). Aponta ainda, que a cooperação é uma ferramenta indispensável para a elaboração racional, defendendo o trabalho em grupo nas práticas educacionais como parte do processo ativo dos alunos.

Desta forma, a cooperação se encontra vinculada à interação, oferecendo vínculos e reciprocidade afetiva entre os componentes do processo de ensino e aprendizagem. Estas interações possibilitam a mudança do estudante em sua estrutura e a do grupo como um todo, como um novo sistema de interações. O acréscimo de vários pontos de vista de forma integrativa modifica toda a estrutura, tanto em nível individual, como em grupo. A criança não pensa mais em função dela só, mas da coordenação dos pontos de vista (PIAGET, 1973b).

De acordo com o autor, quando a cooperação se desenvolve, os indivíduos colaboram verdadeiramente e os professores já não são mais os detentores de todo o saber, e com isso, tomam valor no próprio grupo.

Piaget (1936) ainda nos revela que a criança não é um ser passivo, do qual se trate de rechear o cérebro, mas um ser ativo, cuja tendência à pesquisa espontânea tem necessidade de alimentos.

> (...) Mas então, à medida que uma parte é deixada ao trabalho pessoal, há trabalho em comum e formação de grupos, porque só a recepção passiva supõe o isolamento intelectual dos alunos, ao passo que a pesquisa acarreta a colaboração e o intercâmbio. (p. 5)

A interação sócio-cognitiva demonstra que os sujeitos, ao cooperarem, solucionam problemas de forma qualitativamente diferente do que teriam realizado individualmente. No entanto, para que a cooperação ocorra há a necessidade de existir respeito mútuo e reciprocidade entre os sujeitos que estão interagindo, que são os componentes de uma moral autônoma (PIAGET, 1994).

Cabe diferenciar a moral heterônoma da moral autônoma. A moral heterônoma refere-se às relações nas quais prevalecem a imposição, a coação e a coerção exercida por um indivíduo sobre os demais. A submissão é a resposta do grupo às ações exercidas, não havendo uma troca de valores justa, o respeito ocorre de forma unilateral. Portanto, não ocorrerá a construção de um espaço social de autonomia e responsabilidade. Além disso, Piaget (1973b) reforça que a coação implica uma autoridade e uma submissão, conduzindo assim à heteronomia.

Na moral autônoma, os sujeitos participam da composição das regras de respeito mútuo, portanto percebem os seus limites de forma mais justa e construtiva (PIAGET, 1994). Nesse contexto, “a cooperação implica a igualdade e autonomia, assim como a reciprocidade entre personalidades diferenciadas” (PIAGET, 1973b, p. 168). Como foi demonstrado, a cooperação, diferentemente da colaboração, é um processo criador de realidades novas, e não somente de trocas entre os indivíduos.

Para Piaget (1936) a tomada de consciência do pensamento próprio é estimulada pela cooperação, enquanto a simples relação entre o egocentrismo mental do aluno e a autoridade do professor não bastam para conduzir o indivíduo à atividade pessoal. E mais, “(...) a cooperação é necessária para conduzir o indivíduo à objetividade, ao passo que, por si mesmo, o ‘eu’ permanece escravo de sua perspectiva particular.” (p. 7).

Para Piaget (1936, p. 8),

> desde que se pensa em função de todos, e não mais simplesmente de si mesmo, a coerência exigida não é mais somente essa unidade orgânica das tendências e das operações que constitui a própria inteligência prática individual, mas essa espécie de princípio moral que é o princípio de não-contradição: necessidade de permanecer fiel às suas próprias afirmações, de estar de acordo consigo mesmo na discussão; em suma, de ser intelectualmente honesto na conduta do pensamento.

2.3 A Pedagogia da Autonomia de Paulo Freire

Paulo Freire defende uma pedagogia que possibilite ao sujeito ter autonomia. Para este autor, a educação libertadora possibilita o desenvolvimento da capacidade do indivíduo criar suas próprias representações do mundo, pensar estratégias para resolução de problemas e aprender a compreender-se como sujeito da história (FREIRE, 2006).

A autonomia é uma construção cultural, não é algo natural, depende da relação do homem com os outros e destes com o conhecimento. Então, neste processo, o ato de ensinar, defende Freire, é fundamental. Para ele, “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a produção ou a sua construção” (FREIRE, 2006, p. 22). Ensinar pressupõe relação dialógica, no qual professor e aluno interagem com perguntas em busca de respostas para a problematização em curso.

Neste sentido, para ele

> o educando se torna realmente educando quando e na medida em que conhece, ou vai conhecendo os conteúdos, os objetos cognoscíveis, e não na medida em que o educador vai depositando nele a descrição dos objetos ou dos conteúdos (p. 47).

O professor precisa dar possibilidades para que seu educando tenha autonomia, esta que possibilita à criança ter novas aprendizagens. Além disso, o educador deve respeitar a curiosidade do seu aluno, que é um fator primordial no ambiente escolar. A curiosidade aguçada pode promover a aprendizagem, e o professor, ao perceber isto, precisa respeitar e trabalhar nesse sentido, para promover um ambiente estimulador e questionador, pois, “o respeito à autonomia e à dignidade de cada um é um imperativo ético e não um favor que podemos ou não conceder uns aos outros” (FREIRE, 2006, p. 59).

É importante que, a cada momento, o professor reforce a curiosidade do estudante, promova formas de aproximar-se dos objetos cognoscíveis e entender sua teia de relações criticamente possíveis (FREIRE, 2006). O exercício da curiosidade convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar. O fundamental é que professor e aluno saibam que a postura é dialógica, ou seja, aberta, curiosa e indagadora.

O educador deve buscar junto a seus estudantes algo muito importante: a liberdade, não qualquer liberdade, e sim uma feita de confiança e de respeito entre professor e aluno. Em vez de ter um professor que transmite informações sobre um objeto e um aluno que passivamente recebe essas informações acreditando ter aprendido, uma educação libertadora traz o professor para a posição do aluno e o aluno para a posição do professor. “Desta maneira, o educador já não é o que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também educa" (FREIRE, 1979, p. 78-79). Esse diálogo, em seu compromisso com a liberdade, "não impõe, não maneja, não domestica" (FREIRE, 1979, p. 197).

Possibilitar a liberdade de diálogo entre professor e aluno se fez muito importante na implementação das atividades desta pesquisa. As conversas que surgiam dentro dos grupos de alunos e entre eles e eu puderam me orientar sobre que caminho seguir em determinados momentos. Em uma das aulas, que se realizou no Laboratório de Informática (Labin) da escola, surgiram algumas falas interessantes:

Aluno A: *A próxima aula vai ser aqui, né sora?*[6]
Aluno U: *Não! Lembra que ela disse que nós temos o Labin essa semana, mas na semana que vem, não...*
Aluno A: *Hum... Então a senhora nos leva pra sala de vídeo!*

E eu utilizei essa sugestão para o meu planejamento. Pois, realmente, na semana seguinte o Laboratório de Informática estava reservado para os alunos dos Anos Iniciais, logo, minha ideia inicial, era realizar uma atividade em sala de aula mesmo, contudo, ao ouvir essa ideia vinda de um aluno, pensei em mudar meu planejamento para a sala de vídeo, o que foi muito benéfico para a continuidade da aula.

A liberdade de se expressar possibilitou que esses sujeitos se sentissem parte do processo e não meros expectadores das aulas. E, para mim, perceber que posso aprender com os meus alunos deixou-me mais atenta a ouvir todas as sugestões que viessem a contribuir para o enriquecimento do meu trabalho.

Para Freire (2006, p. 79) "mudar é difícil mas é possível". A mudança se faz necessária no âmbito escolar quando se percebe que o que se está fazendo não demonstra ser o suficiente para a aprendizagem. Isso alavanca uma revisão de conceitos e de práticas pedagógicas, pois "ensinar inexiste sem aprender e vice-versa" (p. 23).

[6] Transcrição literal das falas dos alunos, feita pela professora pesquisadora.

2.4 Campo Conceitual das Estruturas Aditivas e Multiplicativas

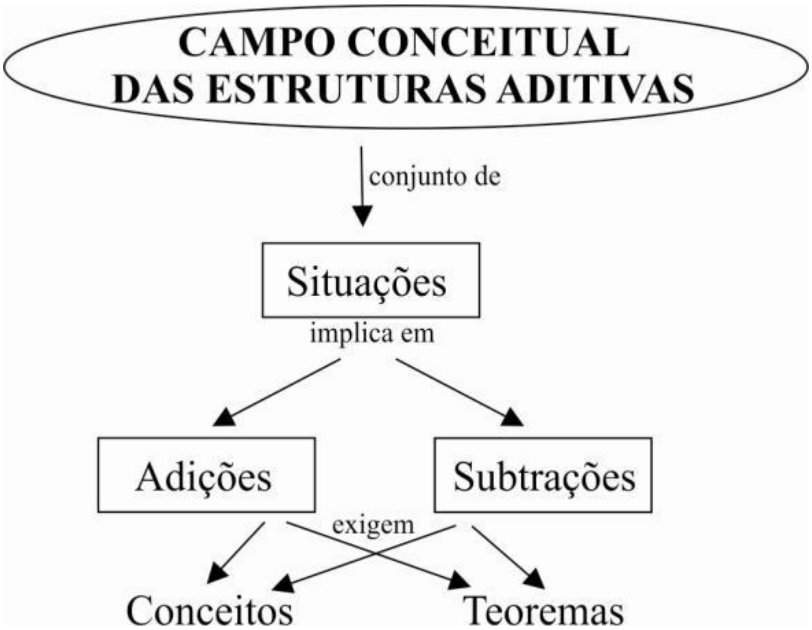
A resolução de problemas tem sido uma das atividades que mais produziu avanços no desenvolvimento das ciências e da tecnologia (ROMERO; CARRETERO; CUADRA, 1989). Na Educação Matemática, o trabalho com resolução de problemas permite apresentar aos estudantes os conhecimentos matemáticos como uma ajuda para a solução de problemas reais.

A necessidade de compreender melhor essa capacidade de resolver problemas fez com que Gérard Vergnaud definisse a noção de campo conceitual como um conjunto de problemas e situações cuja resolução necessita de conceitos, procedimentos e representações de diferentes tipos estreitamente relacionados, que poderiam ser difíceis de estudar separadamente, o que também permite analisar como se desenvolve a memória do indivíduo em longos períodos de tempo, possibilitando um enfoque psicogenético.

Vergnaud (2014) sugere para a matemática dois principais campos conceituais: o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas, que são de fundamental importância por alicerçarem todos os demais conceitos matemáticos. O campo conceitual das estruturas aditivas será mencionado na análise das atividades que envolvem problemas referentes ao cálculo do perímetro de polígonos. O campo conceitual das estruturas multiplicativas será abordado nesta pesquisa para dar suporte teórico para a análise dos dados relacionados com problemas de cálculos de área de figuras planas.

O campo conceitual das estruturas aditivas compreende o conjunto de situações que requerem para sua resolução uma ou mais adições ou subtrações ou ainda uma combinação dessas operações e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar matematicamente tais situações.

Figura 4: Mapa do campo conceitual das Estruturas Aditivas



Fonte: A autora

Quando Vergnaud propõe estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, ele está afirmando isso em uma situação, um problema qualquer, logo um conceito nunca aparece isoladamente. Desta forma, o campo conceitual aditivo envolve vários conceitos, como: número, medida, transformação temporal (ganhar/perder), etc.

Neste momento é importante fazer a distinção entre o que Vergnaud (2014) chamou de cálculo numérico (referente às operações ordinárias de adição, subtração, multiplicação e divisão) e o cálculo relacional (referente às operações de pensamento necessárias para reconhecer as relações envolvidas em uma situação).

Segundo Vergnaud (2014) existem vários tipos de relações aditivas e é fundamental estudá-las, pois envolvem níveis distintos de dificuldades. Na Teoria dos Campos Conceituais, o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas está dividido em seis grandes categorias, são elas:

Primeira categoria – duas medidas se compõem para resultar em uma terceira.

Segunda categoria – uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.

Terceira categoria – uma relação liga duas medidas.

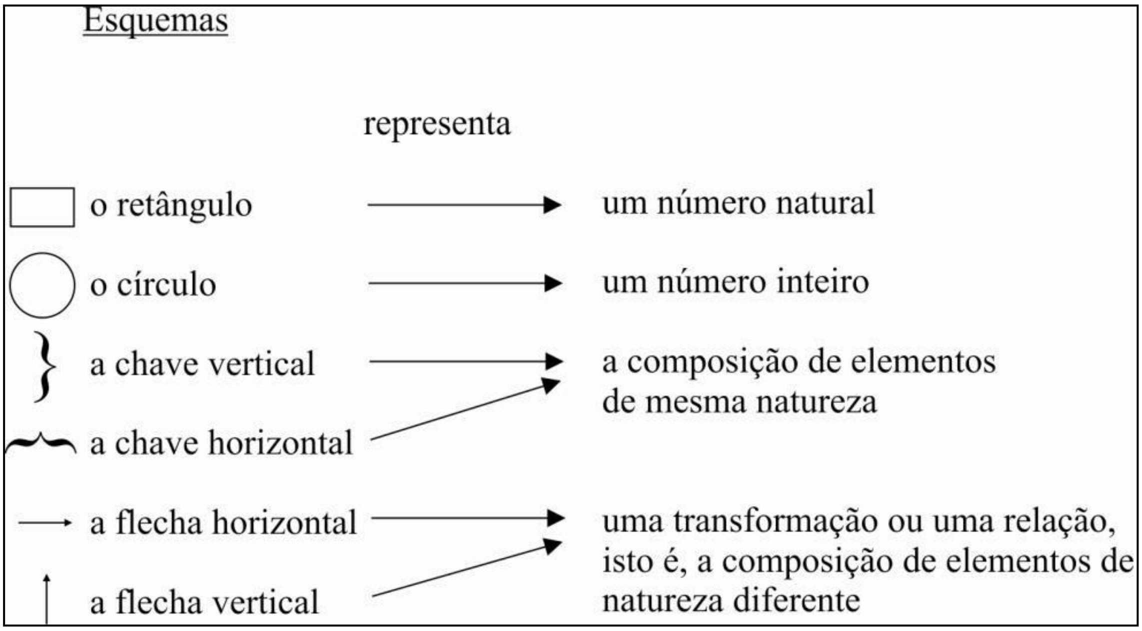
Quarta categoria – duas transformações se compõem para resultar em uma transformação.

Quinta categoria – uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.

Sexta categoria – dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.

A seguir elucido a primeira categoria por meio de seu correspondente esquema relacional, que segundo Vergnaud corresponde a analisar as equações numéricas equivalentes a esse esquema. Tratarei apenas desta, pois se apresenta em minha prática nas atividades envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas. Para isso, vou utilizar do mesmo código utilizado por Vergnaud (2014, p. 201) nos diversos esquemas.

Figura 5: Representação dos códigos utilizados para os Esquemas

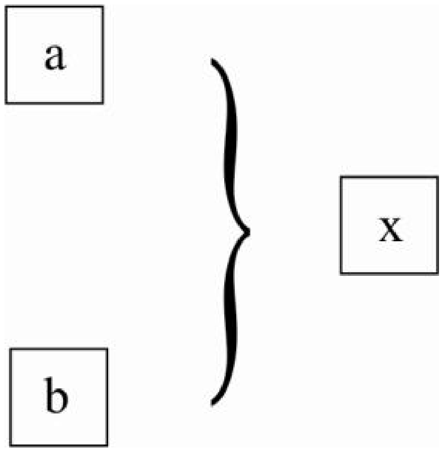


Fonte: VERGNAUD, 2014, p. 201

<u>Primeira categoria:</u> duas medidas se compõem para resultar em uma terceira. De maneira geral, esta categoria possui duas grandes classes de problemas:

1. Conhecendo-se duas medidas elementares, encontrar a composta.

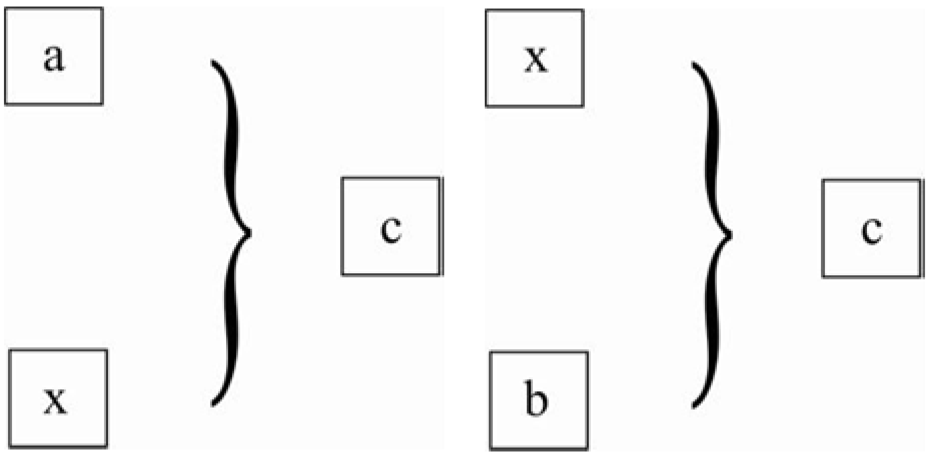
Relação 1: A partir de duas medidas, encontrar a composta



Fonte: A autora

2. Conhecendo-se a composta e uma das elementares, encontrar a outra.

Relação 2: Conhecendo a composta e uma das elementares, encontrar a outra



Fonte: A autora

Em uma das aulas, os alunos tiveram que construir retângulos todos com a mesma área, $36\ m^2$, utilizando pequenos quadradinhos que representavam $1\ m^2$ de área cada. Cada retângulo construído gerou diferentes perímetros, que os estudantes tiveram que calcular por meio da adição das medidas da figura. Essa atividade define uma relação aditiva na qual números de mesma natureza, uma vez que representam, ambos, duas medidas, são reunidos um ao outro e dão como resultado um número da mesma natureza, uma medida, também.

O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas compreende o conjunto de situações que requerem para sua resolução uma ou mais multiplicações ou divisões ou ainda uma combinação dessas operações e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar matematicamente tais situações.

Figura 6: Mapa do campo conceitual das Estruturas Multiplicativas

Fonte: A autora

Vergnaud, dentro das estruturas multiplicativas, identificou três subtipos de classes de problemas:

a) Isomorfismos de medidas;
b) Produto de medidas;
c) Proporções múltiplas.

O produto de medidas, segundo Romero, Carretero e Cuadra (1989), é a estrutura que identifica os problemas de cálculo de área, em que se interpreta a área como o produto de duas medidas. Essa estrutura refere-se à composição cartesiana de duas grandezas para encontrar uma terceira. São elementos dessa categoria os conceitos relativos à área, volume, superfície, produto cartesiano, conceitos físicos, entre outros.

Esta categoria divide-se em duas classes de problemas: de multiplicação e de divisão.

Multiplicação: encontrar o produto da medida, conhecendo-se as medidas elementares.

Divisão: encontrar as medidas elementares, dado o valor do produto de grandezas e o valor da outra grandeza elementar.

Esses problemas podem se complicar quando se dá uma ou mais dimensões de forma indireta, ou seja, dando algum dado ou dados em função dos quais pode fazer-se o cálculo. Como no caso citado anteriormente, em que os alunos tinham a informação da área do retângulo, porém não sabiam quais eram as suas dimensões.

3. VALORIZANDO O TEMA DESTE TRABALHO

3.1. A geometria na Base Nacional Comum Curricular

Iniciou-se, no ano de 2015, uma discussão para a renovação dos documentos que norteiam o ensino básico brasileiro. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) veio ocupar este lugar antes reservado aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's). A BNCC teve uma primeira versão publicada e disponibilizada para consulta pública entre outubro de 2015 e março de 2016. Nesse período, houve contribuições individuais, de redes de educação de todo o país, pareceres de especialistas e de membros da comunidade acadêmica. Pesquisadores da Universidade de Brasília (UnB) e da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ) sistematizaram as contribuições vindas da consulta pública.

Em maio de 2016, a segunda versão da BNCC passou por um processo de debate em seminários realizados pelas Secretarias Estaduais de Educação em todos os estados brasileiros. No segundo semestre de 2016 a versão final estava pronta para ser publicada.

A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que se espera que todos os alunos devam desenvolver ao longo das etapas da sua escolaridade. Baseia-se no conhecimento mobilizado, operado e aplicado em situações - a que se denominam competências. Nesse documento, ser competente significa ser capaz de ativar e utilizar o conhecimento construído ao se defrontar com algum problema.

> A adoção desse enfoque vem reafirmar o compromisso da BNCC com a garantia de que os direitos de aprendizagem sejam assegurados a todos os alunos. Com efeito, a explicitação de competências – a indicação clara do que os alunos devem saber, e, sobretudo, do que devem saber fazer como resultado de sua aprendizagem – oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem esses direitos. (BRASIL, 2016, p. 16)

Dez competências gerais são adotas pela BNCC, que se inter-relacionam e perpassam todos os componentes curriculares ao longo da Educação Básica. Entre os dez itens, destacarei quatro que se relacionam com esta pesquisa:

> 4. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar

> hipóteses, formular e resolver problemas e inventar soluções com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
>
> 5. Utilizar tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas do cotidiano (incluindo as escolares) ao se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos e resolver problemas.
>
> 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de origem, etnia, gênero, orientação sexual, idade, habilidade/necessidade, convicção religiosa ou de qualquer outra natureza, reconhecendo-se como parte de uma coletividade com a qual deve se comprometer.
>
> 10.Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, segundo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2016, p. 18-19)

Ao falar em matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam as competências a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Essas unidades temáticas são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. Cada uma delas pode receber ênfases diferentes, dependendo do ano de escolarização.

Relacionado ao tema deste trabalho, a BNCC enfatiza que o ensino de geometria nos Anos Finais do Ensino Fundamental precisa ser visto como ampliação das aprendizagens realizadas. Deve-se analisar e produzir transformações (ampliações/reduções) de figuras geométricas planas e não se pode reduzir os cálculos de área e perímetro a mera aplicação de fórmulas.

As informações da tabela a seguir foram extraídas das páginas 257 e 258 da BNCC (BRASIL, 2016) e nos mostra as unidades temáticas de Geometria e Grandezas e medidas com seus respectivos objetos de conhecimento e habilidades para estudantes do 6º ano enfatizados nesta pesquisa.

Quadro 1: Unidades temáticas de Geometria e Grandezas e medidas da BNCC

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Geometria	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	**(EF06MA17)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares. **(EF06MA18)** Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. **(EF06MA19)** Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	**(EF06MA20)** Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e *softwares*	**(EF06MA21)** Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
Grandezas e medidas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	**(EF06MA22)** Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	**(EF06MA27)** Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Fonte: BRASIL, 2016, p. 256 - 259

O quadro 1 deixa clara a relevância da escolha do tema desta pesquisa. Todos os assuntos escolhidos para o planejamento do conjunto de aulas e atividades – apresentado no próximo capítulo - aparecem descritos na BNCC, o que indica a necessidade e importância de se trabalhar esses conceitos de geometria com os estudantes de 6º ano.

Na próxima seção, enumero alguns trabalhos relacionados com o ensino de geometria por meio de objetos manipulativos.

3.2 Experiências que inspiram a pesquisa

Em minhas leituras e investigações sobre o tema "objetos manipulativos", encontrei alguns artigos publicados em revistas estrangeiras. Dois destes artigos foram escritos por David H. Uttal do Departamento de Psicologia da *Nothwestern University* e colaboradores. Em "Manipulatives as Symbols: A New Perspective on the Use of Concrete Objects to Teach Mathematics", Uttal, Scudder e DeLoache (1997) discutem sobre o uso de objetos manipulativos para estabelecer conexões entre as experiências cotidianas das crianças e os novos conceitos matemáticos e símbolos que estavam a estudar. "In essence, the assumption has been that concrete objects provide a way around the opaqueness of written mathematical symbols" (UTTAL, SCUDDER, DELOACHE, 1997, p. 38).

Estes autores seguem com um exemplo: ao dividir um bolo ou uma barra de chocolate entre os amigos, as crianças podem adquirir, de maneira informal, a compreensão do conceito de frações. Essa ideia de que se aprende interagindo com objetos da vida real despertou o interesse pelo uso de manipulações matemáticas, o que chamo de "engenhocas matemáticas" nesta pesquisa. Em seus estudos, Uttal, Scudder e DeLoache (1997) encontraram autores (Tooke, Hyatt, Leigh, Snyder, Borda, 1992; Martinez, 1987) que alegam que educadores de matemática em todo o mundo descobriram que essa disciplina é mais bem entendida quando os alunos experimentam por meio de manipulações e que essas experiências fornecem um alívio da ansiedade dos alunos em relação à matemática.

No artigo "Rethinking the Use of Concrete Materials in Learning: Perspectives From Development and Education" publicado em 2009 na revista *Child Development*

Perspectives Uttal e McNeil defendem uma abordagem da matemática por meio do uso de materiais concretos como, por exemplo, quebra-cabeças, azulejos, blocos ou animações de computador. O uso do termo concreto neste artigo quer diferenciar esses materiais daqueles que podem ser abstratos na natureza, como as equações matemáticas.

Novack, Congdon, Hermani-Lopez e Goldin-Meadow publicaram, em 2014, um artigo intitulado “From Action to Abstraction: Using the Hands to Learn Math” em que, por meio de uma experiência realizada pelas autoras, evidenciaram que as ações no mundo externo afetam as representações internas das crianças. Perceberam, também, que as crianças conseguem, muitas vezes, solucionar problemas com objetos físicos antes de terem sucesso com as representações simbólicas (Novack *et al.,* 2014).

Um aspecto muito interessante deste artigo é apresentação dos gestos como objeto de estudo. Novack *et al.* (2014) traz os gestos como uma outra forma de manipulação: a manipulação do corpo. Segundo a autora “gestures, like other forms of action, can have profound effects on thinking and learning” (Goldin-Meadow, 2003 apud Novack *et al.* 2014). Isso me fez lembrar uma aula em que sistematizava o conceito de retas perpendiculares, após a construção da malha quadriculada (aula 1), e usei muitas vezes os meus braços para demonstrar o encontro das retas formando o ângulo reto. Esse gesto com os braços foi, nas aulas posteriores, repetido pelos alunos sempre que queriam fazer referência às retas perpendiculares.

Em “The Use of Dot Paper in Geometry Lessons”, Ernest Woodward e Thomas Ray Hamel (1993) apresentam uma experiência com malhas pontilhadas retangulares. Os autores apontam que os alunos desenvolvem o senso espacial construindo, desenhando, medindo, visualizando, transformando e classificando figuras geométricas, e o uso da malha pontilhada para apresentar conceitos geométricos permite expandir o pensamento dos alunos e torná-los aprendizes ativos.

Minha pesquisa se assemelha ao trabalho realizado por Woodward e Hamel ao passo que construímos e manipulamos o objeto geoplano para desenvolver os conceitos de perímetro e área de figuras planas entre muito outros.

Nos objetos virtuais, os estudantes podem aprender a partir de algumas situações experimentais que só um ambiente informatizado pode oferecer. Por isso, também, a escolha de trabalhar com a tecnologia, nessa pesquisa, foi feita partindo do princípio de que os softwares também se caracterizam como manipulações, mas no âmbito tecnológico.

Gravina (2001), em sua Tese de Doutorado, define os objetos construídos nos softwares como objetos concreto-abstratos, pois eles podem ser manipulados livremente diretamente na tela do computador.

> O “desenho em movimento” torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita. De imediato percebe-se parte da potencialidade do ambiente: ao permitir a construção e manipulação de objetos *concreto-abstratos*, ele desencadeia algumas das primeiras ações mentais características do pensar matemático – o estabelecer relações e conjecturar – e o faz de forma contundente, se comparando às possibilidades apresentadas pelo desenho, estático, em papel. (GRAVINA, 2001, p. 6)

Para Ruthven *et al.* (2008) em “Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice” incorporar a manipulação por meio de softwares de geometria dinâmica se torna eficiente quando a ação de arrastar foca na variação da figura, em vez de ser tratada apenas como um meio de gerar múltiplas figuras estáticas. O uso da geometria dinâmica produz no estudante a ação de buscar métodos de solução novos para problemas familiares, assim como na atividade em que solicitei que construíssem um retângulo que sempre fosse retângulo, não importasse as modificações que fizéssemos na sua estrutura. Essa atividade iniciou no papel, contudo só pode ser concluída com o auxílio do software GeoGebra.

> Softwares com recurso de “desenhos em movimento” podem ser ferramentas ideais na superação das dificuldades. Vemos emergir uma nova forma de ensinar e aprender Geometria; a partir de exploração experimental viável somente em ambientes informatizados, os alunos conjecturam e, com o feedback constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjecturas, chegando a resultados que resistem ao “desenho em movimento”, passando então para a fase abstrata de argumentação e demonstração matemática. (GRAVINA, 1996, p. 2)

O uso e construção de objetos manipulativos, sejam concretos ou digitais, contribui para o desenvolvimento de diversos conceitos matemáticos, dos mais básicos aos mais avançados, e ainda estimulam a descoberta e o pensamento críticos dos sujeitos.

4. PROCEDIMENTOS E MATERIAIS

Neste capítulo é apresentada o relato da implementação da pesquisa. Como ela foi sendo lapidada à medida que ia sendo executada, fez parte do processo de implementação das atividades a reorganização da dinâmica e o acréscimo de informações a serem coletadas e registradas.

4.1 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola da Rede Municipal de Ensino de Sapucaia do Sul. Os dados analisados são referentes a uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, que frequentavam as aulas regulares nas tardes de terças-feiras (dois períodos de 50 minutos cada) e quartas-feiras (dois períodos de 1 hora cada). Durante os meses de junho, julho e agosto de 2016, a turma formada, em média, por 25 alunos com idades entre 10 e 15 anos, se aventurou na confecção e manipulação de diversas "engenhocas".

4.2 Metodologia: um estudo de caso

A metodologia de pesquisa utilizada foi o estudo de caso que, de acordo com Ponte (2006, p.1) "visa conhecer em profundidade o seu 'como' e seus 'porquês', fazendo justiça à sua unidade e identidade próprias".

Além disso, "os estudos de caso representam a estratégia preferida quando se colocam questões do tipo "como" e "por que", quando o pesquisador tem pouco controle sobre os acontecimentos [...]" (YIN, 2005, p. 19).

Dessa maneira, o problema de pesquisa, apresentado no capítulo 1, está de acordo com a estratégia, pois foi formulada a seguinte questão: "*como podemos abordar conceitos de geometria plana com estudantes de sexto ano por meio de confecção de objetos manipulativos digitais e não-digitais, permitindo que estes se reconheçam como fabricantes de seu próprio conhecimento?"*

Além da pergunta do tipo "como", o conjunto de atividades implementado com os estudantes sofreu modificações durante o percurso, o que mostra a necessidade de flexibilizar o planejamento, pois não se detém o total controle sobre as respostas dos alunos.

Uma questão levantada por Ponte (2006) é o valor dado ao estudo de caso. Em primeiro lugar, um estudo de caso não pode estar desvinculado a uma orientação teórica, pois será ela que servirá de suporte à formulação de questões, à seleção dos instrumentos de coleta de dados e se constituirá em um guia na análise dos resultados. A resposta às críticas que dizem que estes estudos não generalizam para um universo traz as seguintes palavras: “não fazem uma generalização em extensão mas sim para a teoria, isto é, ajudam a confirmar ou infirmar as teorias existentes” (YIN citado por PONTE, 2006, p. 16).

Embora seja caracterizado como uma metodologia descritiva, o estudo de caso pode ter também um caráter analítico, em que é possível interrogar os sujeitos da pesquisa em diferentes situações e confrontar suas respostas com teorias já existentes. No capítulo 5, apresento esse paralelo entre os dados coletados e as teorias referenciadas no capítulo 2.

O estudo de caso, neste trabalho, foi utilizado de maneira a orientá-lo pela pesquisadora. O caso a ser estudado, descrito e analisado envolve um grupo de estudantes de uma turma de 6º ano. Eles são observados pela professora em suas aulas regulares. Realizou-se um intenso trabalho de campo, mantendo a investigadora em contato direto com os investigados, a fim de compreender suas reações e valorizando todo o processo do desenvolvimento das atividades.

Na seção 4.3 deste capítulo está a descrição dos dados coletados e o planejamento das atividades implementadas e observadas durante a pesquisa se encontram na seção 4.4.

4.3 Coleta de dados

A coleta de dados se deu ao longo de três meses do segundo semestre do ano letivo de 2016, durante as aulas de Matemática na turma envolvida. Os principais registros são constituídos das notas de campo da professora e dos registros gráficos dos estudantes. Além disso, há fotografias dos momentos de trabalho dos alunos bem como registros em vídeo.

Notas de campo: um relato escrito da professora-pesquisadora em que registrava os comentários feitos pelos alunos em seus grupos de trabalho ou em conversas com a mesma; observações sobre o andamento das atividades; registros de ideias para o aprimoramento das próximas aulas. Para Bogdan e Biklen (1994) o resultado de um estudo de observação participante baseia-se em notas de campo detalhadas, precisas e extensivas. E mais,

> as notas de campo podem originar em cada estudo um diário pessoal que ajuda o investigador a acompanhar o desenvolvimento do projeto, a visualizar como é que o plano de investigação foi afetado pelos dados recolhidos, e a tornar-se consciente de como ele ou ela foram influenciados pelos dados. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 151)

Registro dos alunos: em diversas aulas havia a preocupação de finalizar a atividade com a entrega de alguns registros dos estudantes, pois, como ressalvam Bogdan e Biklen (1994), esses documentos servem como fontes de descrições de como os sujeitos que produziram os materiais pensam acerca do mundo.

Vídeos e fotografias: em todas as aulas, as atividades foram fotografadas, pois “as fotografias dão-nos fortes dados descritivos” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 183), com elas, pude registrar detalhes das construções feitas pelos alunos que ilustrarão este trabalho. Outro recurso utilizado nesta pesquisa foi o registro em formato de vídeo. Com o auxílio de uma câmera filmadora e um tri-pé, todas as ações dos sujeitos puderam ser capturadas pela câmera que ficava no canto da sala e sua lente abrangia todos os espaços do ambiente. Com estes vídeos, foi possível ouvir discussões e falas dos estudantes que passavam despercebidas ao meu ouvido durante as atividades. Registrei, também, alguns vídeos individuais dos alunos, quando conversava com eles sobre alguns conceitos que surgiam durante as experimentações.

4.4 Planejamento das aulas

Para planejar as atividades que se tornariam meu projeto de pesquisa, com a indicação do meu orientador, tive a oportunidade de conhecer o trabalho de uma professora italiana e autora de diversos livros: Emma Castelnuovo. Fiquei completamente encantada com o livro *Matematica nella realtà* (CASTELNUOVO; BARRA, 1983) - um álbum com 273 ilustrações de trabalhos realizados por 138 alunos de Castelnuovo para uma exposição de matemática na escola de Ensino Médio *Torquato Tasso* de Roma. Minhas inspirações para desenhar as atividades que implementaria com os meus alunos vieram muito deste e de outros livros da autora.

Emma Castelnuovo (1913-2014) foi professora de matemática na escola de Ensino Médio *Torquato Tasso* de Roma. Devido às leis raciais italianas, ela poderia começar sua atividade como professora somente após a Segunda Guerra Mundial, ao passo que logo começou a dedicar seu esforço para a melhoria do ensino de matemática na época. Uma das suas publicações mais famosas é a *Geometria intuitiva*, um livro em que seus métodos de ensino e aprendizagem de geometria são articulados em muitas tarefas, construções e exercícios diferentes.

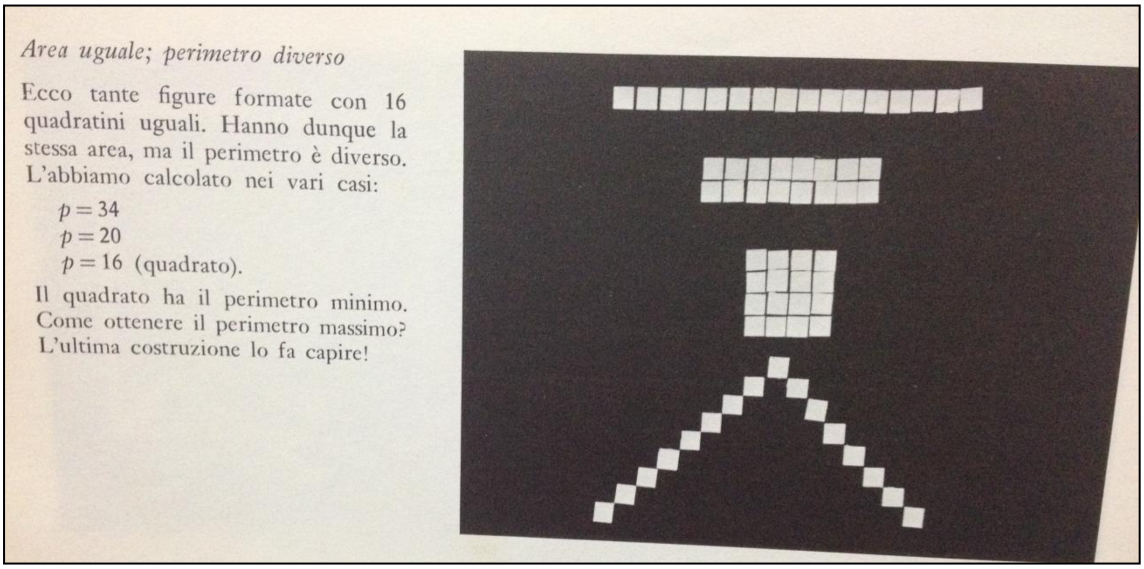
Ela define seu método como contínuo, porque se baseia no conhecimento prévio dos alunos, e ativo, devido ao uso de experiências e ao envolvimento das descobertas dos estudantes. A geometria intuitiva, como é descrita por Castelnuovo em *Didattica della matemática* (versão traduzida, 1973), caracteriza-se pela alta conexão com a realidade, o uso frequente de manipulações de diferentes tipos (como cartões dobráveis, tiras, cordas...) com o objetivo de levar os alunos a suas próprias descobertas. Sua visão da geometria intuitiva é esclarecida das primeiras linhas da introdução, na qual ela enfatiza que

> We begin from material experiences and from the construction of models with the aim to elicit the figure's image; but the child's attention will not be focused on the model but on the processes which conducts to a particular construction and on those which can be performed changing some elements of the already made model. Such experiences and processes will made the children more and more aware of the limit of the concreteness. In such a way he will be led, almost by himself, to detach from the tangible constructions to arrive, through the consideration of continuously variable figures and in particular of the "limit" cases, to the generalization of a property and so to abstraction. (CASTELNUOVO citada por MAFFIA e PELILLO, 2015, p.131-132)

E como seria a geometria intuitiva na era digital? Castelnuovo (1973) enfatiza que os modelos de tecnologias digitais também se caracterizam como manipulações de estruturas que permitem um potencial infinito de formas diferentes. Dessa forma, os limites dos desenhos estão superados quando figuras geométricas aparecem na tela do computador em softwares de Geometria Dinâmica. Com softwares de Geometria Dinâmica, quero me referir a tipos de softwares que permitem, além de criar linhas retas, formas e, eventualmente, sólidos geométricos, movê-las por completo ou por partes. Estes softwares, geralmente, respeitam os axiomas da geometria euclidiana e permitem que as construções preservem as propriedades mesmo depois das movimentações. Para a implementação da *Aula 3 – Investigando quadriláteros* e *Aula 5 – Testando a construção criada na aula 4* o software GeoGebra foi escolhido para servir como objeto manipulativo da atividade.

A figura abaixo mostra montagens de formatos diversos que possuem mesma área e perímetros diferentes. Essa imagem me inspirou na criação da *Aula 6 - Resolvendo um problema de perímetro e área*, descrita na próxima seção deste capítulo.

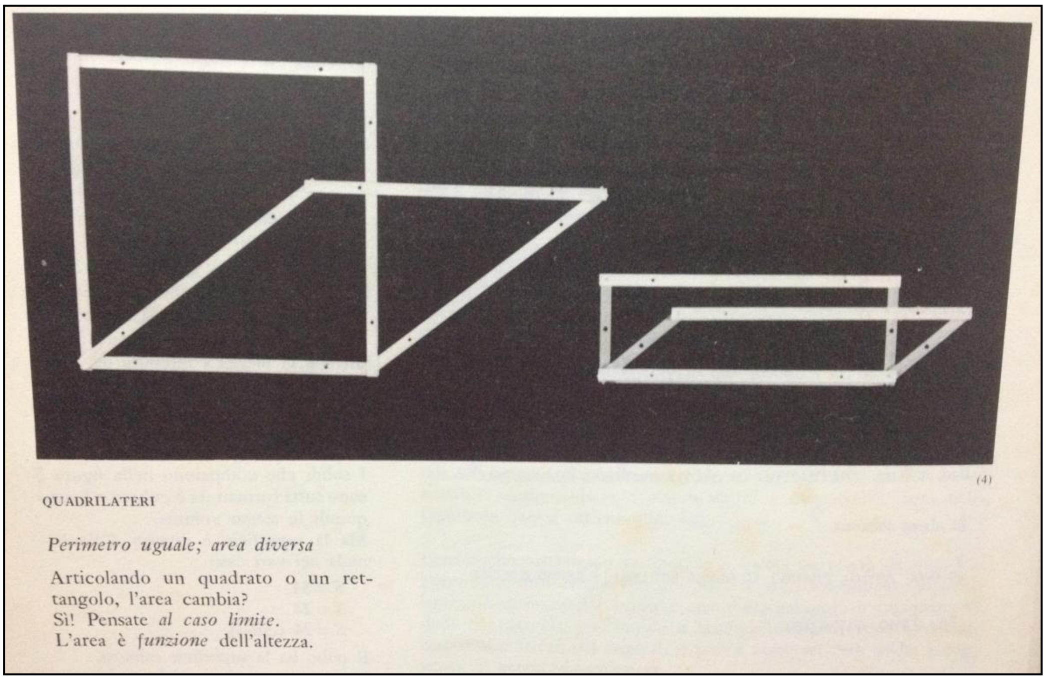
Figura 7: Inspiração para a aula 6



Fonte: CASTELNUOVO; BARRA, 1983, p. 18

As aulas 7 e 8, *Recortando e articulando quadriláteros em papelão* e *Discussão sobre perímetro e área com os objetos de papelão*, respectivamente, foram criadas depois de estudar a seguinte imagem do livro de Castelnuovo.

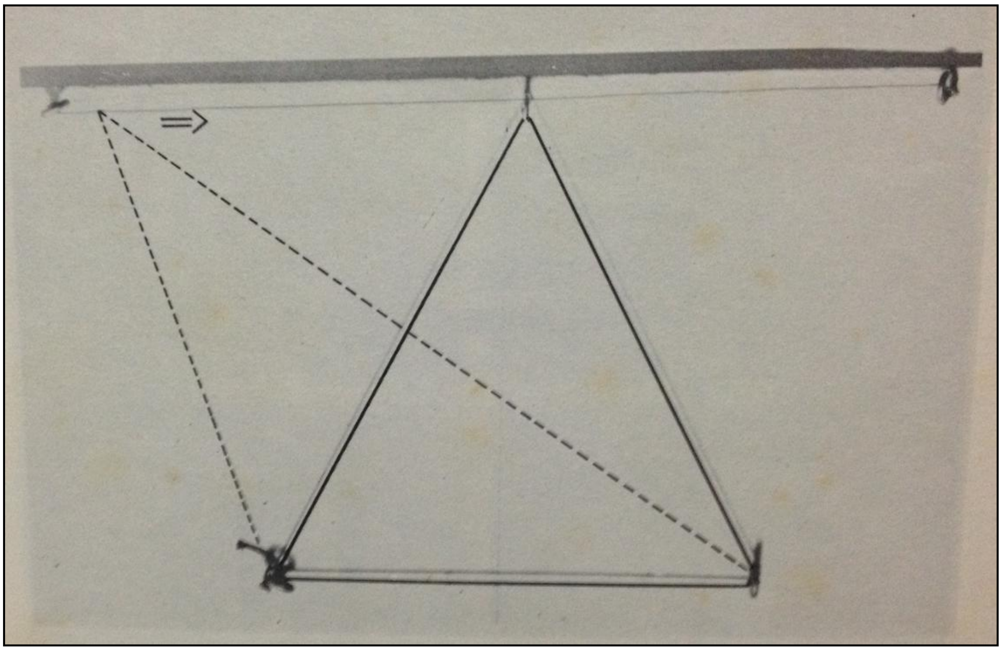
Figura 8: Inspiração para a aulas 7 e 8



Fonte: CASTELNUOVO; BARRA, 1983, p. 16

E, ainda, uma das atividades realizada na *Aula 10 – O geoplano em ação* foi inspirada na seguinte figura, em que temos um mecanismo construído com elástico que ilustra um triângulo com sua base e altura fixas, mas perímetro variando.

Figura 9: Inspiração para uma das atividades da aula 10



Fonte: CASTELNUOVO; BARRA, 1983, p. 22

4.5 Descrição das atividades

As atividades realizadas com os sujeitos dessa pesquisa foram organizadas em aulas. Essas aulas serão apresentadas a partir dos seguintes tópicos: assunto/conteúdo; recursos; objetivos; desenvolvimento; questões. Cada um deles será explicado antes da descrição detalhada das aulas para que seja compreendido o formato escolhido para a apresentação das mesmas.

Assunto/conteúdo: Apresenta o assunto ou conteúdo que será explorado pelos estudantes na aula.

Recursos: Lista os materiais e recursos necessários e utilizados na confecção e uso dos objetos manipulativos.

Objetivos: Enuncia os objetivos específicos da confecção e do manuseio das “engenhocas”.

Desenvolvimento da atividade: Descreve a atividade planejada para a aula.

Questões: Traz a relação de questões propostas aos estudantes e que foram discutidas coletivamente ou nos grupos em cada atividade. Essas questões sofreram modificações durante as conversas com os alunos.

AULA 1 – A malha quadriculada

Assunto/Conteúdo

Grandezas e medidas; Retas paralelas e perpendiculares.

Recursos

Folhas A4 e régua.

Objetivos

Estimular o uso da régua, promovendo seu manuseio para facilitar as futuras atividades; compreender que retas paralelas seguem na mesma direção e que a distância entre elas se mantém constante; verificar que bastam dois pontos para se traçar uma reta e que por um ponto fora desta reta existe apenas uma reta paralela a ela; compreender que retas verticais e horizontais, ao se encontrarem, formam ângulos de 90º e que são classificadas como retas perpendiculares.

Desenvolvimento da atividade

A atividade foi desenvolvida em duplas na sala de aula. Cada dupla recebeu uma folha A4 em branco e deveria dividi-la ao meio na orientação paisagem para que cada estudante ficasse com uma metade da folha. Nesta folha foram traçadas retas na horizontal e na vertical de modo que a distância entre elas fosse sempre de 1 cm, resultando em uma malha quadriculada.

Questões discutidas

- A distância entre as retas deve ser de 1 cm, que cuidado temos que ter para realizar as medições e as marcações na folha?

- Se fizermos alguma medição errada, isso modificará a malha quadriculada?

- Poderíamos realizar a atividade de hoje sem usar a régua?

- Qual é a semelhança entre as retas verticais? E entre as retas horizontais?

- As retas verticais e horizontais se encontram em vários pontos no nosso desenho. De que forma se dá esse encontro?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Explique com suas palavras o que são retas paralelas e retas perpendiculares.

- Qual a importância, na sua opinião, do uso da régua nas aulas de matemática?

AULA 2 – Desenhando polígonos

Assunto/Conteúdo

Classificação e características dos polígonos.

Recursos

A malha quadriculada construída na aula anterior.

Objetivos

Desenhar na malha quadriculada diferentes polígonos; identificar as características dos polígonos desenhados e classificá-los conforme as suas propriedades.

Desenvolvimento da atividade

A atividade deveria ser desenvolvida pelas mesmas duplas da aula “A malha quadriculada”. Contudo, algumas duplas tiveram que ser modificadas por motivo de falta do colega de dupla. Os alunos desenharam nas suas malhas os seguintes polígonos:

1) Um quadrilátero que possui todos os lados medindo 2 cm;
2) Um triângulo com dois lados medindo 3 cm;
3) Um polígono com 5 lados e dois ângulos retos.
4) Um quadrilátero com altura medindo 5 cm e a largura medindo 2 cm.
5) Um hexágono.

Questões discutidas

- Nessa atividade, a régua é necessária para fazer as medições?

- Existe apenas uma resposta correta para a questão 1)?

- Existe apenas uma resposta correta para a questão 5)?

- Ao mudarmos as figuras de posição (virando a malha quadriculada, por exemplo) as características delas se modificam?

- Podemos usar a diagonal dos quadradinhos da nossa malha representando 1 cm?

- Quem é maior, o lado ou a diagonal de um quadrado?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Em cada polígono desenhado, escreva o nome que o identifica.

- Em cada polígono desenhado, dê letras aos seus vértices. E, em seu caderno, identifique os polígonos por meio de seu nome e de seus lados.

AULA 3 – Investigando quadriláteros

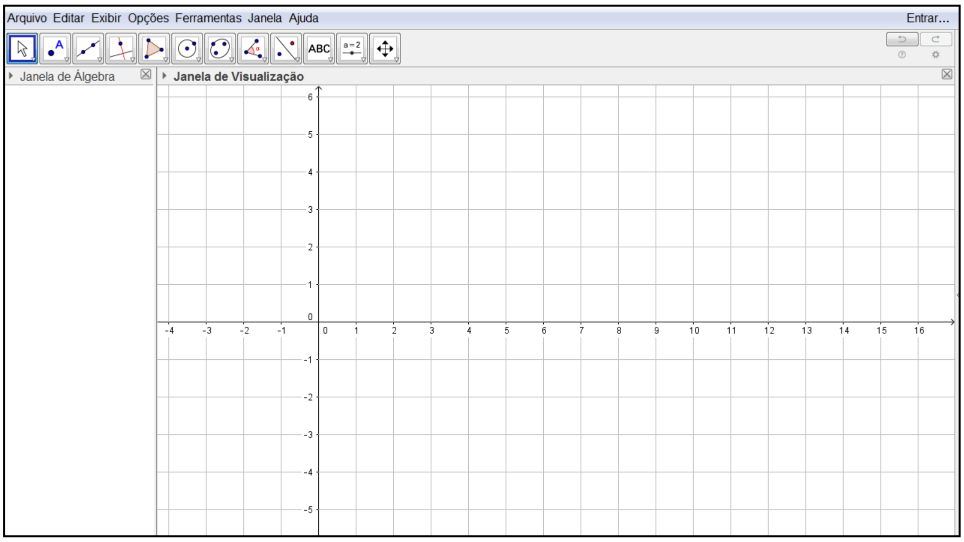
Assunto/Conteúdo

Classificação de quadriláteros.

Recursos

Software GeoGebra e uma atividade impressa.

Figura 10: Tela incial do software GeoGebra



Fonte: A autora

Objetivos

Identificar as propriedades dos paralelogramos; definir que o retângulo é um paralelogramo com todos os ângulos retos e que o quadrado é um retângulo com lados congruentes.

Desenvolvimento da atividade

A atividade foi desenvolvida em duplas no Laboratório de Informática da escola. Num primeiro momento, os estudantes tiveram tempo para se familiarizar com o software e aprender a utilizar os recursos que ele oferece. Em seguida, seguiram algumas instruções para a construção de um paralelogramo e, a partir da construção, responderam à atividade impressa.

Questões a serem respondidas e entregues à professora

1) Vocês irão construir um quadrilátero seguindo as instruções abaixo:

- Construa uma reta AB;
- Construa um ponto C que não pertença à reta AB;
- Construa uma reta que passa pelos pontos B e C;
- Construa uma reta paralela a AB e que passa pelo ponto C;
- Construa uma reta paralela a BC e que passa pelo ponto A;
- Construa um ponto D que seja intersecção das duas últimas retas que vocês construíram utilizando a ferramenta “Intersecção de dois objetos”;
- Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, C e D.

2) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, clique em **EDITAR, PROPRIEDADES, SEGMENTOS** e selecione **VALOR** na opção **EXIBIR RÓTULO.**

- Movimentem os vértices do quadrilátero e investiguem as medidas dos lados. O que vocês observam?

3) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero selecione **ÂNGULO** e clique sobre os vértices no sentido horário.

- Movimentem os vértices do quadrilátero e investiguem as medidas dos ângulos. O que vocês observam?

AULA 4 – Retomando a construção com GeoGebra

Assunto/Conteúdo

Classificação e caracterização de quadriláteros.

Recursos

Software GeoGebra (na sala de vídeo)

Objetivos

Retomar a atividade realizada na aula da semana anterior, em que os estudantes construíram, no software GeoGebra, um paralelogramo que se mantinha sempre com as características de um paralelogramo; relembrar as observações feitas na construção com relação às medidas dos lados e dos ângulos do paralelogramo; verificar que o retângulo é um paralelogramo com todos os ângulos retos; desenvolver uma sequência de passos para construir um retângulo no GeoGebra.

Desenvolvimento da atividade

Nesta aula, os estudantes foram levados à sala de vídeo (uma sugestão deles), onde se acomodaram em duplas. O software GeoGebra estava projetado e foi utilizado pela professora para retomar a construção realizada por eles na última aula. Foram relembradas e reforçadas as observações com relação às medidas dos lados e dos ângulos feitas durante a construção e manipulação do paralelogramo desenhado. Após a discussão, os estudantes registraram em uma folha a ser entregue à professora uma sequência de passos para se construir um retângulo que sempre se mantenha retângulo. Para o desenvolvimento dessa sequência, os alunos não disponibilizaram do GeoGebra individualmente, puderam, apenas, relembrar o uso das ferramentas no software projetado. Na semana seguinte, eles tiveram a oportunidade de testar no Laboratório de Informática os passos que criaram, dessa forma, verificando se a sequência funcionaria no GeoGebra.

Questões discutidas

- Quais foram os passos que usamos para a construção daquele quadrilátero na última aula?

- Movimentando os vértices do quadrilátero, o que vocês observam com relação às medidas dos lados dele?

- Movimentando os vértices do quadrilátero, o que vocês observam com relação às medidas dos ângulos dele?

- Vocês sabem me dizer o nome desse quadrilátero?

- É possível transformar esse paralelogramo em um retângulo?

- Quais são as diferenças entre essas figuras?

- Eu posso dizer que isso (um paralelogramo em que os ângulos não medem 90 graus) é um retângulo?

- O que caracteriza uma figura ser um retângulo?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Escreva os passos usados na construção de um quadrilátero que seja sempre retângulo.

AULA 5 – Testando a construção criada na aula 4

Assunto/Conteúdo

Caracterização de quadriláteros.

Recursos

Software GeoGebra e a atividade criada pelos estudantes na aula 4.

Objetivos

Verificar se a sequência de passos que os estudantes criaram na aula 4 para desenhar uma figura que sempre se mantivesse um retângulo se confirmava com o uso do software GeoGebra; perceber que um quadrilátero classificado como retângulo precisa manter os seus quatro ângulos medindo 90º sempre, e, que para isso acontecer, é necessário o uso da ferramenta “reta perpendicular”.

Desenvolvimento da atividade

No Laboratório de Informática, os estudantes tiveram a oportunidade de testar o passo a passo que criaram na aula 4. A construção final deveria ser um retângulo que sempre se mantém retângulo. Quando a criação não funcionava, o estudante corrigia por meio de testes no GeoGebra e registrava o passo a passo novamente.

Questões discutidas

- Você está conseguindo seguir o seu passo a passo da aula passada?

- O uso do GeoGebra faz diferença nessa atividade?

- Vamos mover os vértices e verificar se a figura se mantém sempre um retângulo.

- Qual é a característica principal de um retângulo?

- Como fazer para construir uma figura que mantenha sempre 90º nos seus quatro cantos?

- Existe alguma ferramenta no GeoGebra que possibilite a construção desses ângulos sempre retos?

AULA 6 - Resolvendo um problema de perímetro e área

Assunto/Conteúdo

Noção inicial de perímetro e área de polígonos. Caracterização de quadriláteros.

Recursos

Um problema a ser resolvido e quadradinhos de papel colorido.

Objetivos

Resolver um problema que envolva os conceitos de perímetro e área sem conhecer a definição destes conceitos; identificar diferentes retângulos com a mesma medida de área; verificar que figuras diferentes podem ter a mesma medida de área e a medida de perímetro diferente.

Desenvolvimento da atividade

Para a realização desta aula, escrevi no quadro o seguinte problema, que foi registrado pelos estudantes em seus cadernos: *“Carlos é um fazendeiro. Ele pretende cercar um lote retangular de sua propriedade com arame. Esse lote possui 36 m^2 de área. Qual é a quantidade mínima de arame, em metros, que Carlos deve comprar para cercar esse lote?”*

Os estudantes foram divididos em cinco grupos, cada grupo recebeu 36 quadradinhos de papel colorido representando 1 m^2 cada, dessa forma, os quadradinhos ilustraram a área do lote do problema. Os grupos registraram em uma folha, que foi entregue à professora, todas as suas discussões e conclusões, podendo haver desenhos, cálculos, etc.

Questões discutidas

- Vocês sabem as medidas dos lados desse lote?

- Qual é o formato do lote?

- É possível montar uma região retangular com 36 quadradinhos de papel?

- Os quadradinhos ocupam o espaço de dentro ou da borda do lote?

- Quantas figuras podemos montar com essa quantidade de quadradinhos?

- O lote do seu Carlos poderia ser um quadrado?

- Um quadrado é um retângulo?

- O arame passa por dentro ou pela borda do lote?

- Como se calcula o comprimento do arame a ser comprado? Tem cálculo?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Carlos é um fazendeiro. Ele pretende cercar um lote retangular de sua propriedade com arame. Esse lote possui 36 m^2 de área. Qual é a quantidade mínima de arame, em metros, que Carlos deve comprar para cercar esse lote?

AULA 7 – Recortando e articulando quadriláteros em papelão

Assunto/Conteúdo

Grandezas e medidas; classificação e caracterização de quadriláteros.

Recursos

Retalhos de papelão; régua; tesoura grande; estilete e colchetes (bailarinas).

Objetivos

Retomar o manuseio da régua, relembrando o que foi trabalhado na aula 1; estimular o cuidado e atenção ao passo que precisarão utilizar tesoura grande e estilete na confecção dos objetos; estabelecer a relação correta entre as peças recortadas, para que ao final da aula cada aluno possua um quadrado e um retângulo articulados.

Desenvolvimento da atividade

A atividade foi desenvolvida em duplas na sala de aula. Cada estudante confeccionou oito peças retangulares de papelão com as seguintes medidas: duas peças de 25 cm por 2 cm, duas peças de 10 cm por 2 cm, quatro peças de 20 cm por 2 cm. Essas peças, ao final da atividade, fizeram surgir um retângulo e um quadrado, contudo, os estudantes não sabiam as dimensões desses dois quadriláteros, pois se pretendeu que eles estabelecessem as relações corretas entre as peças para a construção desses quadriláteros. Por fim, as peças de cada figura foram conectadas por meio de colchetes, que permitem a articulação dessas peças.

Questões discutidas

- Vocês lembram como se usa a régua? Por qual número começamos a medida?

- Vamos precisar de todo o papelão para confeccionar essas peças?

- O que diferencia um retângulo de um quadrado?

- Quais dessas peças você usará para o retângulo? E para o quadrado? Por quê?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Entregar um retângulo de 25 cm por 10 cm e um quadrado com seus lados medindo 20 cm, ambos articulados.

AULA 8 – Discussão sobre perímetro e área com os objetos de papelão

Assunto/Conteúdo

Classificação de quadriláteros; perímetro e área de polígonos.

Recursos

Retângulo e quadrado confeccionados na aula 7.

Objetivos

Perceber que a partir de um retângulo e de um quadrado é possível identificar diferentes quadriláteros e classificá-los de acordo com as suas características; verificar que o movimento das arestas dos objetos não modifica o seu perímetro, contudo, visualizar que este mesmo movimento altera a medida de área das figuras; identificar a posição em que se tem a maior área possível e também a menor.

Desenvolvimento da atividade

Os estudantes foram agrupados em duplas na sala de aula. As duplas receberam seus objetos de papelão para poderem realizar a atividade desta aula. Com o auxílio dos retângulos e quadrado articulados, os estudantes discutiram sobre alguns questionamentos feitos pela professora e responderam a algumas questões relativas aos conceitos de perímetro e área.

Questões discutidas

- Ao movimentar o retângulo, em que quadrilátero ele se transforma? Por quê?

- Ao movimentar o quadrado, em que quadrilátero ele se transforma? Por quê?

- Que informações precisamos ter para saber o perímetro de uma figura? Nós temos essas informações para calcular o perímetro dos nossos objetos?

- Quais são as medidas que interferem no cálculo da área de figuras retangulares?

- Observe a professora (estava com o retângulo em mãos e modifiquei a altura, diminuindo-a, e mantendo a base fixa) e responda:

1. O que ocorre com o perímetro:

a) Aumenta
b) Diminui
c) Mantém-se igual ao do retângulo inicial.

2. O que ocorre com a área:

a) Aumenta
b) Diminui
c) Mantém-se igual a do retângulo inicial.

- Observe a professora (estava com o quadrado em mãos e modifiquei a altura, diminuindo-a, e mantendo a base fixa) e responda:

1. O que ocorre com o perímetro:

a) Aumenta
b) Diminui
c) Mantém-se igual ao do quadrado inicial.

2. O que ocorre com a área:

d) Aumenta
e) Diminui
f) Mantém-se igual a do quadrado inicial.

- Em que posição cada um desses nossos objetos devem estar para que tenhamos a maior área possível?

- Em que posição cada um desses nossos objetos devem estar para que tenhamos a menor área possível?

AULA 9 – Martelos e pregos

Assunto/Conteúdo

Retas paralelas e perpendiculares; grandezas e medidas.

Recurso

Placa de madeira, pregos, martelo e uma malha quadriculada.

Objetivos

Confeccionar um geoplano de 6 x 6 pregos; relembrar os conceitos de retas paralelas e perpendiculares; identificar que a distância entre os pregos é sempre a mesma.

Desenvolvimento da atividade

Os estudantes confeccionaram um geoplano de 6 x 6 pregos. A malha quadriculada usada como base para a criação do geoplano foi trazida pronta pelos estudantes, para que se pudesse aproveitar o máximo do tempo da aula para martelar os pregos. Essa malha foi orientada para que tivesse seis retas horizontais cruzadas por outras seis retas verticais envolvendo uma distância se 2,5 cm entre cada reta. Os alunos fixaram as suas malhas em suas respectivas placas de madeira e começaram a pregar um prego em cada um dos 36 pontos de encontro entre as retas da malha.

Questões discutidas

- Quais foram as dificuldades que você observou na confecção da malha quadriculada?

- Qual é a distância entre os pregos? Eles estão todos igualmente distantes uns dos outros?

- Como se chamam essas retas todas na vertical? E essas todas na horizontal?

- Ao se cruzarem, essas retas formam que tipo de ângulo? Como se chamam essas retas?

AULA 10– O geoplano em ação

Assunto/Conteúdo

Perímetro e área de polígonos.

Recursos

Geoplano confeccionado na aula 9 e atividades impressas.

Objetivos

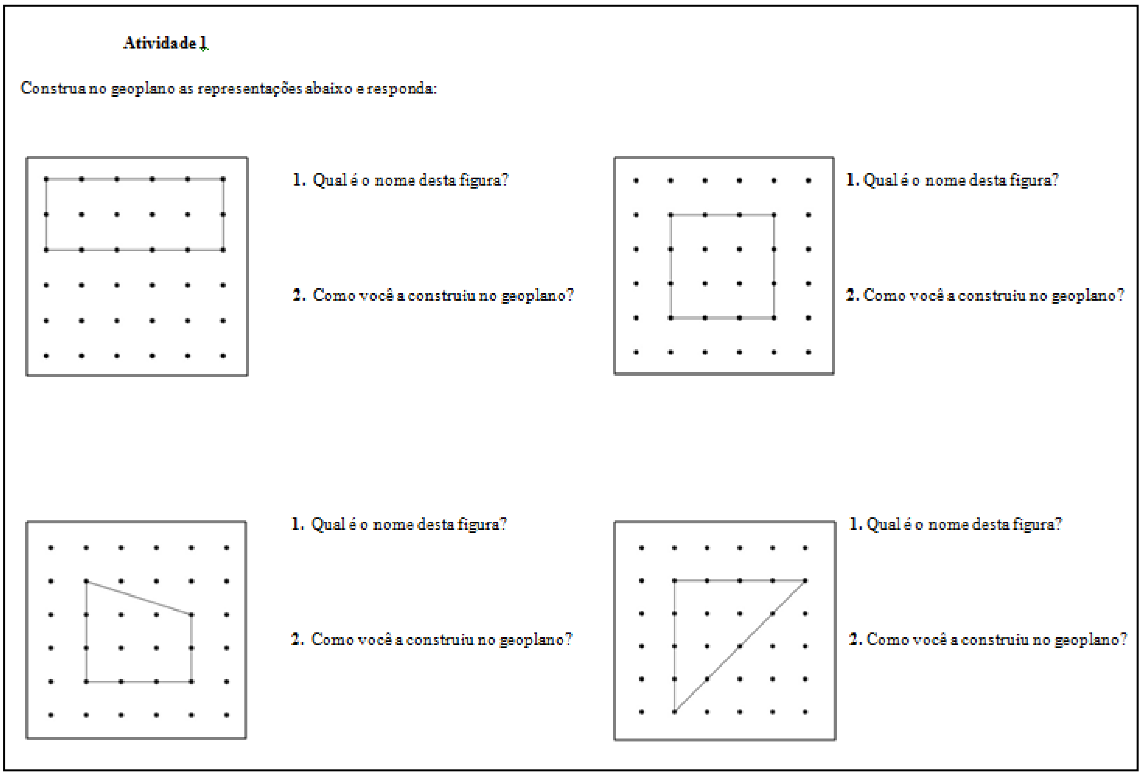
Utilizar o geoplano como objeto estimulador da construção dos conhecimentos; identificar que cada distância entre os pregos representará uma unidade de comprimento e que cada quadradinho formado por quatro pregos representará uma unidade de área nas atividades propostas; visualizar que figuras diferentes podem determinar um mesmo perímetro ou uma mesma área, que figuras de mesmo perímetro podem representar medidas de áreas diferentes e vice e versa.

Desenvolvimento da atividade

A atividade se desenvolveu em duplas na sala de aula. Cada dupla recebeu uma sequência de atividades impressa a ser resolvida com o uso do geoplano.

Questões a serem respondidas e entregues à professora

Figura 11: Atividade 1


Atividade 1

Construa no geoplano as representações abaixo e responda:

1. Qual é o nome desta figura?

2. Como você a construiu no geoplano?

1. Qual é o nome desta figura?

2. Como você a construiu no geoplano?

1. Qual é o nome desta figura?

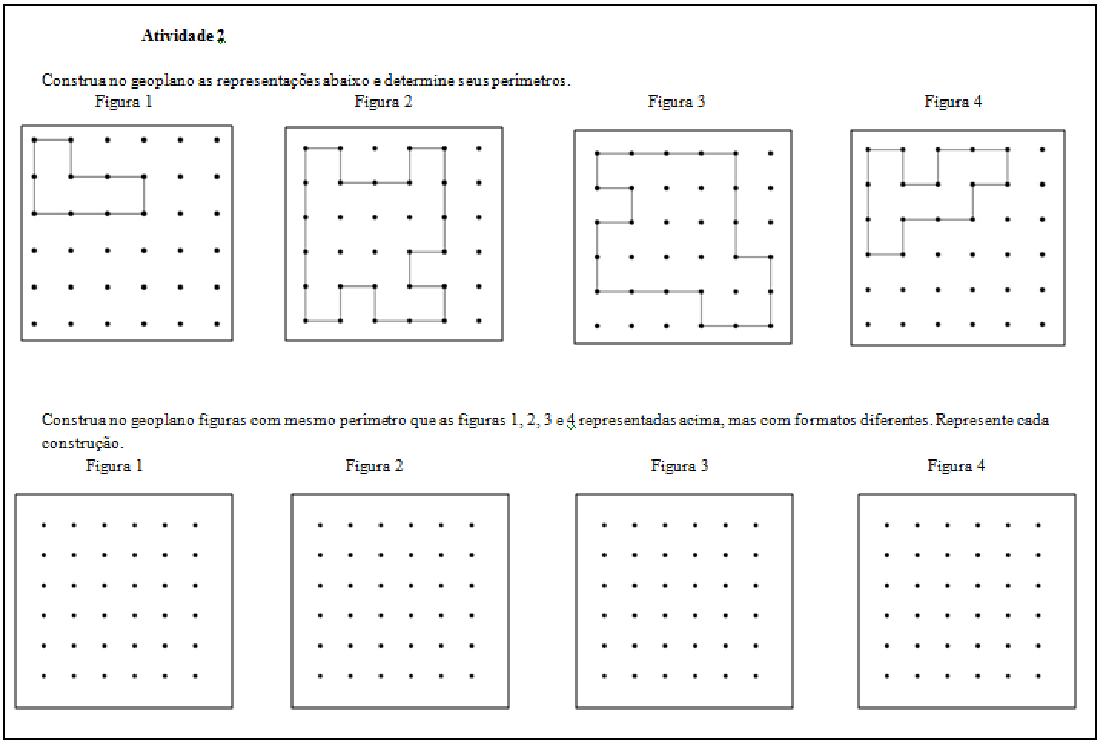
2. Como você a construiu no geoplano?

1. Qual é o nome desta figura?

2. Como você a construiu no geoplano?

Fonte: A autora

Figura 12: Atividade 2


Atividade 2

Construa no geoplano as representações abaixo e determine seus perímetros.

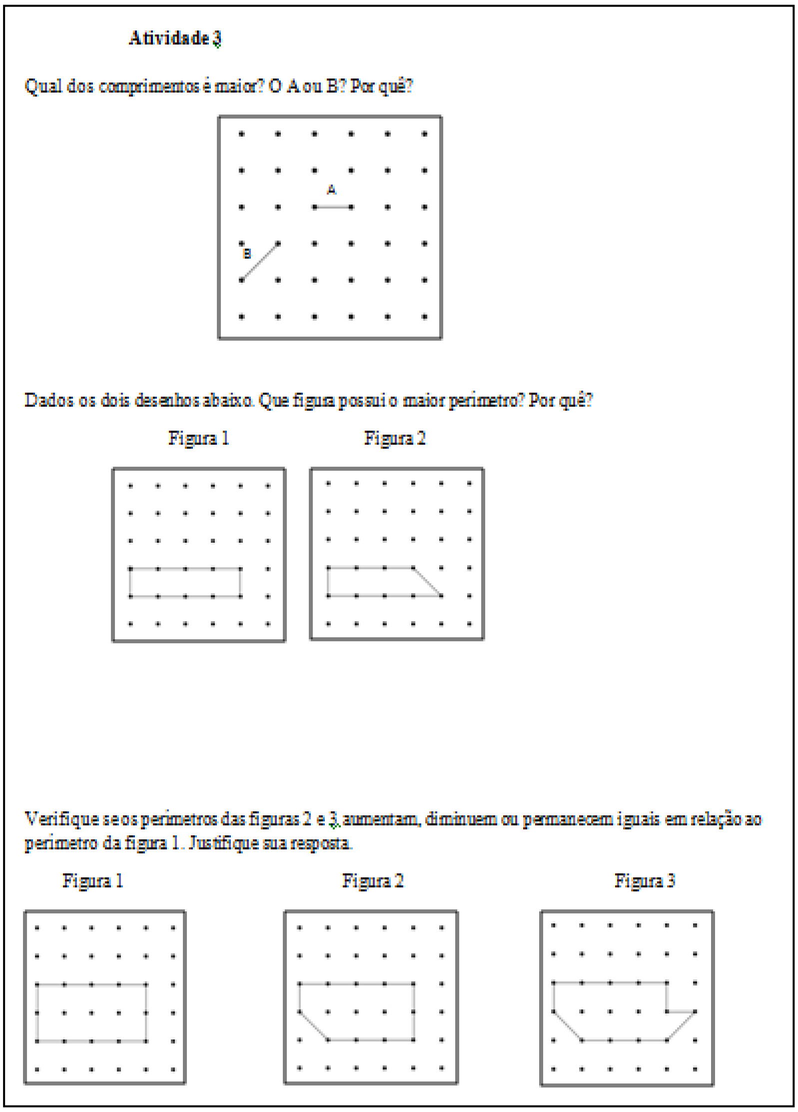
Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Construa no geoplano figuras com mesmo perímetro que as figuras 1, 2, 3 e 4 representadas acima, mas com formatos diferentes. Represente cada construção.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Fonte: A autora

Figura 13: Atividade 3



Atividade 3

Qual dos comprimentos é maior? O A ou B? Por quê?

Dados os dois desenhos abaixo. Que figura possui o maior perímetro? Por quê?

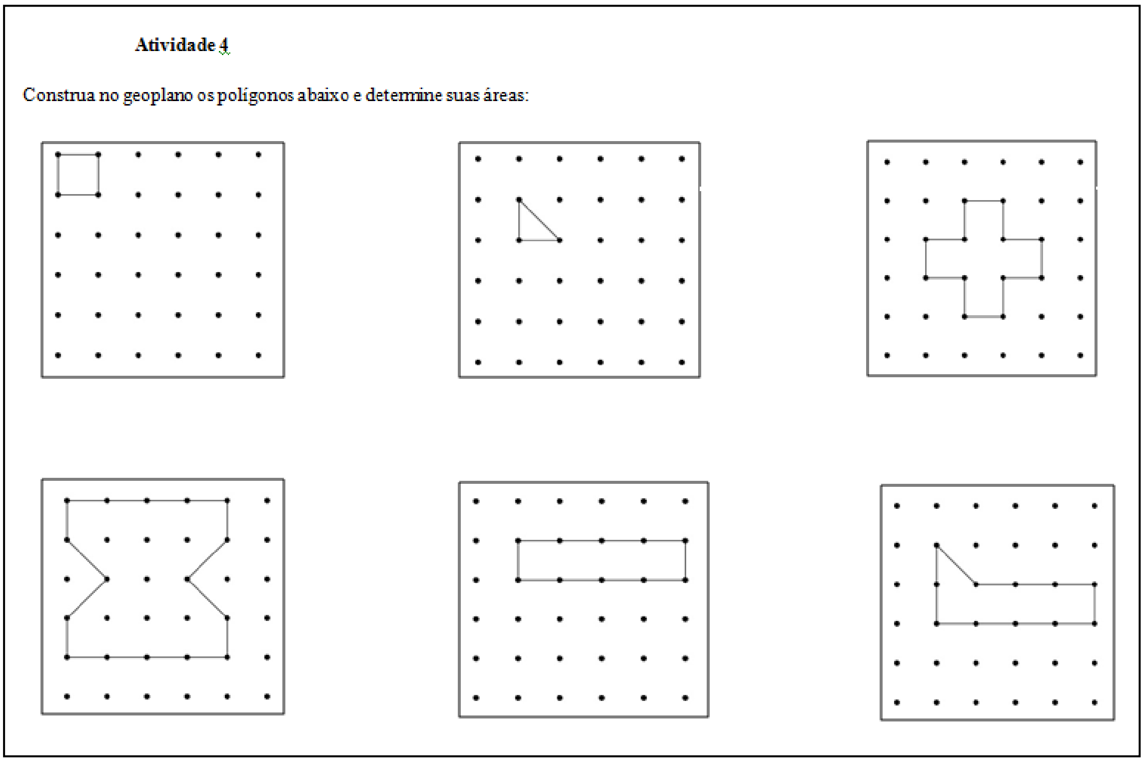
Figura 1 Figura 2

Verifique se os perímetros das figuras 2 e 3, aumentam, diminuem ou permanecem iguais em relação ao perímetro da figura 1. Justifique sua resposta.

Figura 1 Figura 2 Figura 3

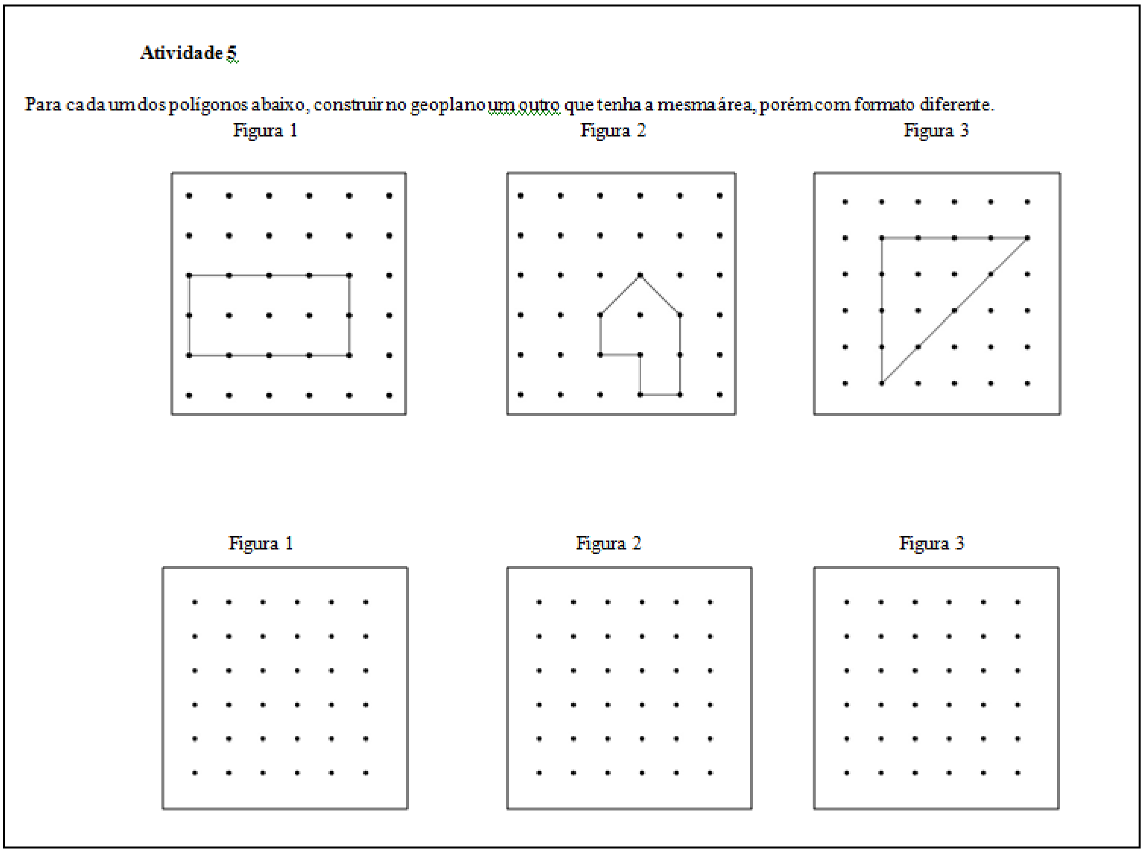
Fonte: A autora

Figura 14: Atividade 4



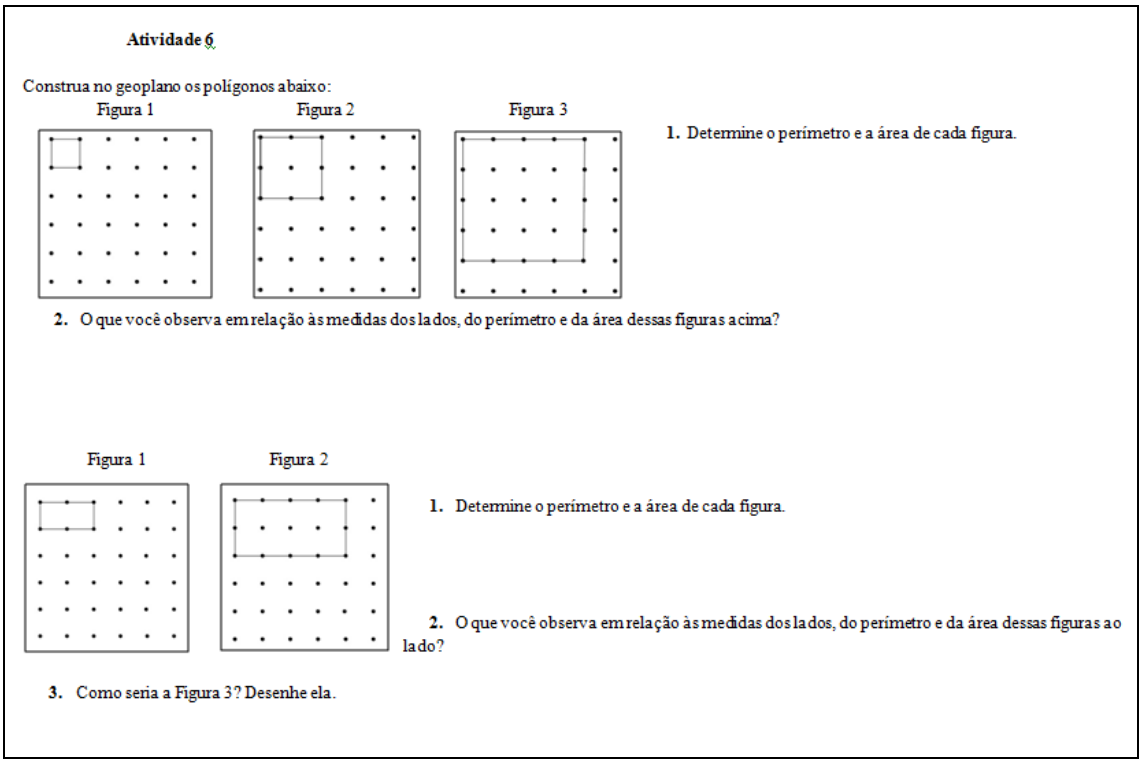
Fonte: A autora

Figura 15: Atividade 5



Fonte: A autora

Figura 16: Atividade 6



Atividade 6

Construa no geoplano os polígonos abaixo:

Figura 1 Figura 2 Figura 3

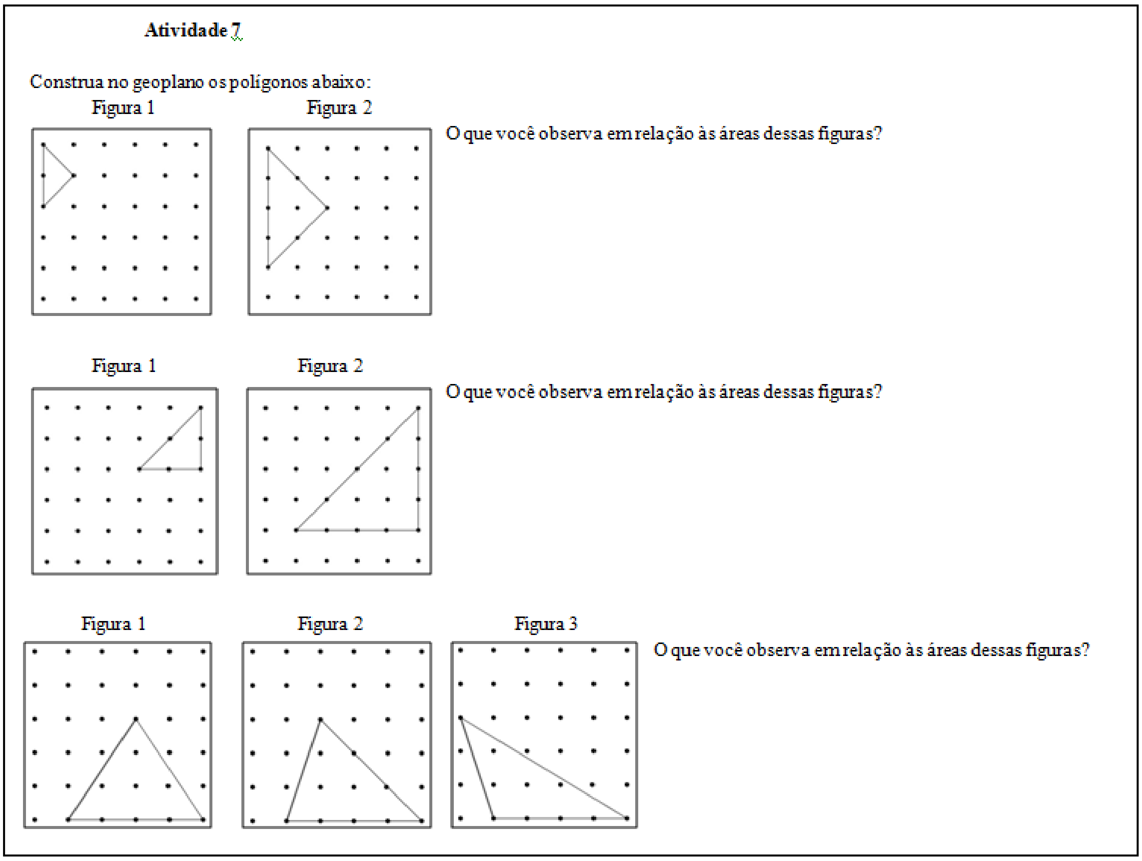
1. Determine o perímetro e a área de cada figura.
2. O que você observa em relação às medidas dos lados, do perímetro e da área dessas figuras acima?

Figura 1 Figura 2

1. Determine o perímetro e a área de cada figura.
2. O que você observa em relação às medidas dos lados, do perímetro e da área dessas figuras ao lado?
3. Como seria a Figura 3? Desenhe ela.

Fonte: A autora

Figura 17: Atividade 7



Atividade 7

Construa no geoplano os polígonos abaixo:

Figura 1 Figura 2

O que você observa em relação às áreas dessas figuras?

Figura 1 Figura 2

O que você observa em relação às áreas dessas figuras?

Figura 1 Figura 2 Figura 3

O que você observa em relação às áreas dessas figuras?

Fonte: A autora

5. ANÁLISE DOS DADOS

Este capítulo apresentará uma relato detalhado de cada aula implementada durante essa pesquisa. Todas as atividades, as ações dos estudantes e suas falas serão relatadas de forma a deixar claro o transcorrer das aulas. As descrições serão feitas a partir dos vídeos gravados nas aulas e do diário de bordo da professora-pesquisadora, as falas e ações também serão retiradas dos vídeos e dos registros.

Em meio às descrições, farei reflexões acerca das ações e falas dos alunos fazendo menção à Teoria Construcionista de Seymour Papert, à construção de conhecimento a partir dos conceitos de cooperação e trabalho por equipes piagetianos e à pedagogia da autonomia de Paulo Freire. E, em algumas situações, abordarei a teoria das estruturas aditivas e multiplicativas de Gérard Vergnaud.

Organizei as falas dos estudantes a partir de um código. Cada um recebeu uma letra do alfabeto, como participaram exatamente 26 alunos, temos o aluno-A até o aluno-Z. Ao mencionar as minhas falas utilizarei a abreviatura da palavra professora, Prof.

AULA 1 – A malha quadriculada

Esta foi a primeira aula em que utilizei equipamentos de gravação e fotografia que possibilitassem a minha coleta de dados. Por isso, os alunos se mostraram muito curiosos, mesmo sabendo que estavam fazendo parte de um projeto e que seriam os sujeitos da minha pesquisa. Muito interessados em ajudar, me chamavam nas suas classes para registrar o que estavam produzindo e em nenhum momento se mostravam envergonhados por estarem sendo filmados ou fotografados, pelo contrário, isso os deixava mais falantes e participativos. O que contraria a afirmação de Bogdan e Biklen (1994, p. 193) que "é geralmente mais difícil conseguir o consentimento para tirar fotografias do que para fazer qualquer outro tipo de estudos". Nessa turma, em especial, a confiança construída entre eles e eu favoreceu o desenvolvimento do projeto.

Iniciei a aula separando a turma em duplas, isso se repetiu em todas as aulas, atividades em duplas, em trios ou em grupos maiores, "porque a criança, chegada a um certo grau de desenvolvimento, tende por si mesma à vida coletiva e ao trabalho em comum" (PIAGET, 1936, p. 14)

Nesta aula, cada dupla recebeu uma folha de ofício que deveria ser repartida ao meio na orientação paisagem com o colega. Dessa forma, cada estudante ficou com meia folha de ofício para confeccionar uma malha quadriculada. Ao perguntar se sabiam o que era uma malha quadriculada, a maioria da turma disse que achava ser "tipo uma folha quadriculada".

Aluno A: *Malha quadriculada parece ser um nome matemático para folha quadriculada!*
Prof: *Nome matemático?*[7]
Aluno A: *É sora! Tipo... O jeito certo de se falar.*
Aluno H: *A gente vai fazer essa malha quadriculada?*
Aluno K: *Não era mais fácil a senhora ter pedido pra gente trazer de casa?*
Prof: *Seria mais fácil, sim... Mas eu quero que vocês aprendam muitas coisas produzindo uma malha quadriculada!*
Aluno H: *Isso! Assim a gente vai aprender fazendo. Com a folha pronta, a gente só ia usar ela, sem saber como se faz uma!*

Tirar os alunos do lugar comum, esse é sempre o meu objetivo ao planejar as aulas. Ao perceber isso, o aluno H ilustra o que diz Papert (2008, p. 37) "estou convencido de que a melhor aprendizagem ocorre quando o aprendiz assume o comando". Foi o que este aluno fez, assumiu a tarefa, que seria um tanto trabalhosa, como forma de aprendizagem.

Trazer uma régua para a aula de matemática virou lembrete no mural de recados importantes da turma, pois eu os avisei, na semana anterior, da importância deles não esquecerem esse material para a próxima e muitas outras aulas que se seguiriam.

Pedi que prestassem muita atenção nas minhas orientações para a confecção da malha quadriculada.

[7] Transcrição literal das falas da professora pesquisadora.

Prof: *Vocês criarão uma malha quadriculada em que cada quadradinho desenhado deverá ter 1 cm em cada um dos seus lados. Como podemos começar?*

Aluno O: *A gente pode fazer as linhas, primeiro.*

Prof: *Boa ideia! Vamos começar traçando as retas na vertical?*

Todos: *Sim!*

Prof: *Como vamos traçar essas retas? Com o que temos que tomar cuidado para que essas retas sejam realmente retas?*

Aluno H: *A senhora disse que os quadradinhos devem ter 1 cm... Então a gente faz assim: faz uma linha, mede 1 cm, faz outra linha, mede 1 cm, faz mais uma linha e assim vai...*

Aluno T: *Peraí... As nossas linhas precisam ficar bem de pé, eu acho que temos que medir a folha em cima e embaixo pra poder desenhar.*

Nesse instante, identifiquei o conceito de perpendicularidade entre retas na fala do Aluno T, por isso, segui o diálogo.

Prof: *Nos explica melhor essa ideia...*

Aluno T: *Assim... A gente mede 1 cm na parte de cima e 1 cm na parte de baixo e daí liga os pontos com a régua, desenhando a primeira reta. E vai fazendo isso para fechar toda a folha. A senhora entendeu?*

Prof: *Sim, e gostei da ideia...*

Aluno J: *Por que a gente não mede os 1 cm todos em cima e todos embaixo e depois só faz as linhas?*

Prof: *Estão ficando cada vez melhores essas ideias. Vamos começar?*

Após essa discussão sobre como começar os traçados, todos iniciaram as medições, como um colega sugeriu por último. A minha intenção de trazer a postura dialógica, apresentada por Freire (2006), para a sala de aula, fez com que todos ouvissem as sugestões dos colegas, pois todos estavam dispostos a ouvir, de forma “aberta, curiosa, indagadora e não apassivada” (FREIRE, 2006, p. 86).

E nesse início já apareceram algumas dúvidas.

Aluno N: *Sora, eu começo medindo do zero?*

Prof: *Isso mesmo. E aí vai pulando de 1 em 1 cm até o fim da folha.*

Aluno G: *Mas sora, minha régua está quebrada. Ela começa no 3 cm. O que eu vou fazer?*

Aluno F (dupla do aluno G): *Faz de conta que o 3 é o teu zero. Daí vai indo de 1 em 1 cm, começando no 3 cm.*

Piaget (1936, p. 15) relata uma velha concepção de escola bem peculiar,

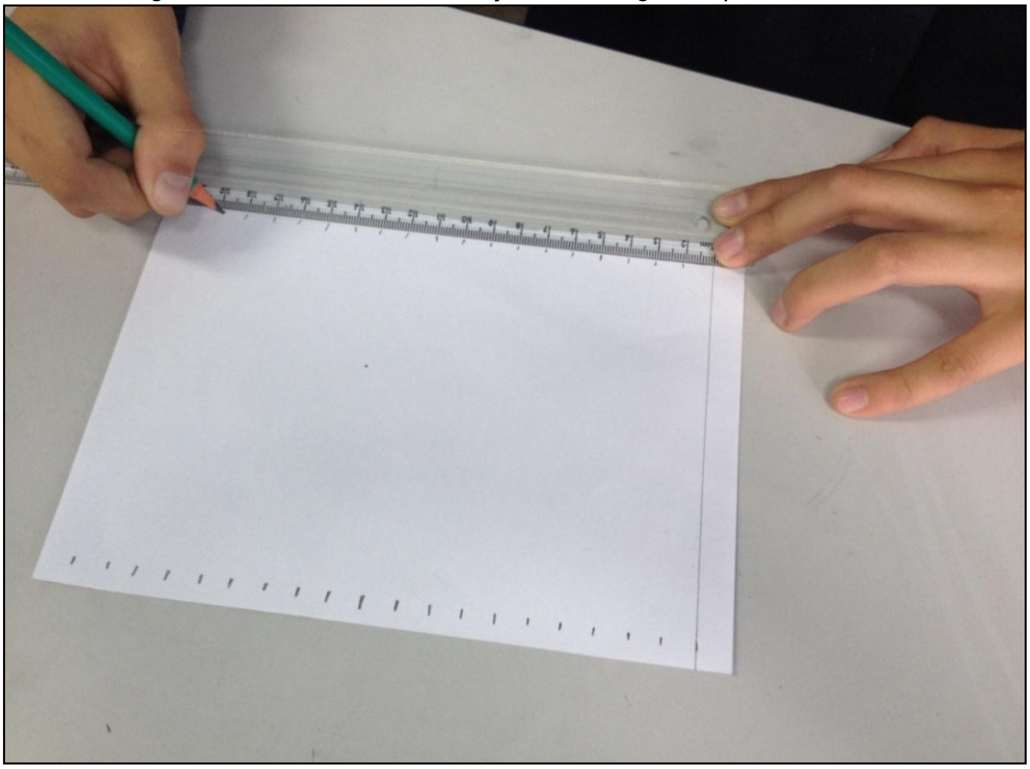
> a escola supõe, decerto, uma relação social indispensável, mas somente entre o mestre e os alunos: sendo o mestre detentor dos conhecimentos exatos e afeito às técnicas a adquirir, o ideal é a submissão da criança a sua autoridade e todo contato intelectual das crianças entre si não comporta senão perda de tempo e riscos de deformações e erros.

Contudo, na situação descrita acima, minha intervenção nem foi necessária, a dupla conseguiu superar a dificuldade do colega G somente com o auxílio um do outro. Ou seja, a colaboração entre os sujeitos é muito importante e necessária.

Figura 18: Medindo a margem superior

Fonte: Acervo pessoal

Figura 19: Concluindo as medições da margem superior e inferior



Fonte: Acervo pessoal

As duplas trabalhavam muito concentradas e mantendo o foco na atividade para desenvolvê-la com muito capricho. Quando o primeiro aluno começou a traçar as retas verticais, depois de ter feito as medições ao longo da parte superior e inferior da folha, ouviu-se o seguinte:

Aluno H: *Soraaaa! Deu errado!*
Prof: *Calma! O que houve?*
Aluno H: *A linhas ficaram tortas, olha!*
Prof: *Hum... Deixa eu ver... Por onde tu começou as medições?*
Aluno H: *Por aqui... (apontando o canto esquerdo superior da folha)*
Prof: *E embaixo? Por onde tu começou a medir?*
Aluno H: *Eu virei a folha e comecei pelo mesmo lugar.*
Prof: *A folha tem uma medida exata?*
Aluno H: *Não... Sobrou um pouquinho.*
Prof: *Essa sobra deve estar no mesmo lado das nossas medições.*
Aluno H: *Poxa vida, sora! Eu não devia ter virado a folha. Quando eu virei, inverteu o canto, daí ficou tudo torto.*
Prof: *Tudo bem! A gente está aprendendo... Vamos começar de novo!*

Aluno H: *Turma! Vocês têm que medir sempre pelo mesmo lado, senão vai ficar tudo torto como a minha.*

Nesse momento, muitos colegas perceberam que cometeram o mesmo erro do Aluno H e que suas retas ficariam inclinadas e não verticais. Então fiz algumas perguntas à turma:

Prof*:* *Se fizermos alguma medição errada, isso modificará a malha quadriculada?*
Todos: *Siiimm!!*
Aluno W: *Qualquer medida errada vai mudar tudo!*
Prof: *Poderíamos realizar a atividade de hoje sem usar a régua?*
Todos: *Nããão!*
Prof: *Por que não?*
Aluno G: *Sem a régua a gente não saberia quanto mede 1 cm e não conseguiria fazer os riscos bem retinhos.*
Aluno I: *Mas eu poderia usar o meu dedo pra medir... Ele tem 1 cm!*
Prof: *E como tu sabe que o teu dedo mede 1 cm?*
Aluno I: *É só medir! (risos) Com a régua! (risos) É... A senhora me convenceu! Não ia conseguir seguir as instruções sem a régua.*

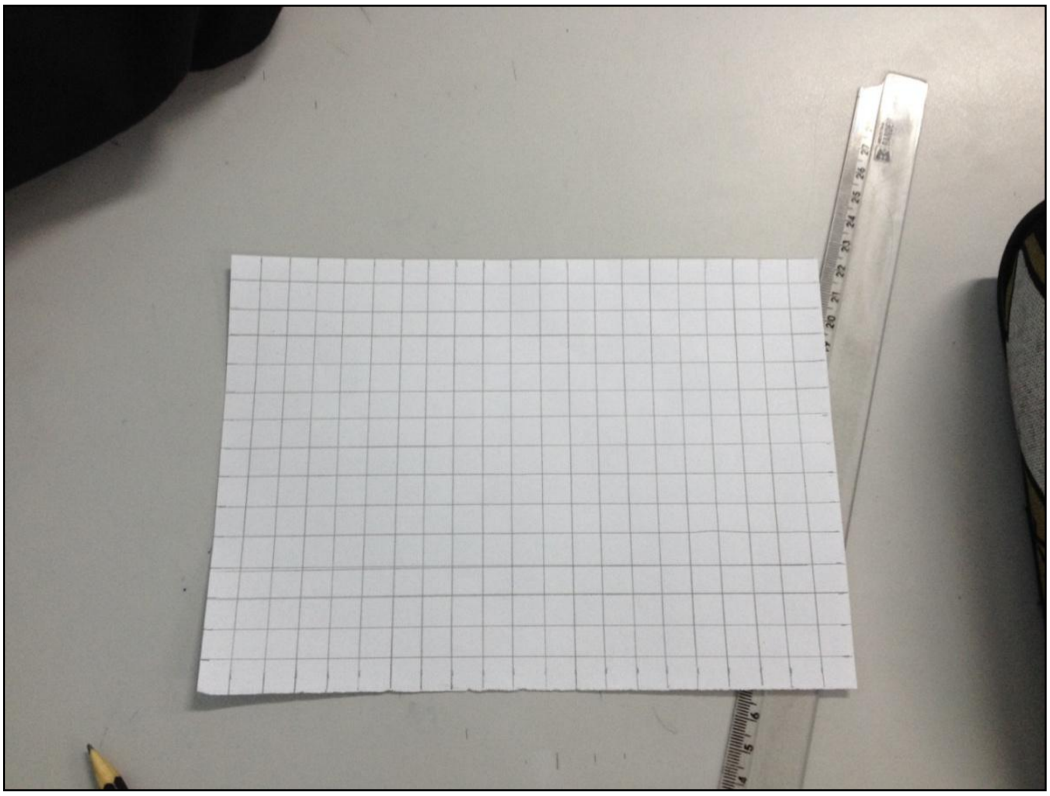
Os estudantes perceberam que a régua era um instrumento essencial na atividade, contudo, se não houvesse a informação da medida de 1 cm, eles poderiam utilizar uma medida padrão (como o seu próprio dedo, por exemplo) para fazer as medições. “À vezes, ações muito pequenas de um professor podem semear progresso em uma turma”. (PAPERT, 2008, p. 78)

Desenhadas as retas verticais, partiram para as horizontais, tomando os mesmos cuidados que tiveram no início da atividade.

Figura 20: Traçando as retas verticais

Fonte: Acervo pessoal

Figura 21: A malha quadriculada



Fonte: Acervo pessoal

Ao término da atividade, discutimos algumas questões em conjunto.

Prof: *Quais são as semelhanças entre as retas verticais? E entre as retas horizontais?*
Aluno K: *Elas estão bem organizadas, com o mesmo espaço entre elas. Tipo as linhas do meu caderno!*
Aluno R: *Elas andam juntas! Sempre!*
Aluno T: *Elas têm sempre 1 cm!*
Aluno I: *Elas não têm 1 cm, o espaço entre elas é que mede 1 cm.*
Aluno T: *É... Foi isso o que eu quis dizer!*
Prof: *Muito bom! Ótimas observações! Essas retas que andam juntas e que mantêm a mesma distância entre elas são chamadas de retas paralelas. E elas são infinitas!*
Aluno F: *Podem ser deitadas ou de pé?*
Prof: *O que vocês acham? Só existem retas paralelas na vertical ou na horizontal?*
Aluno H: *Acho que quando as minhas (retas) deram errado no início da aula, elas também eram paralelas, só que mais inclinadas.*
Prof: *Belo exemplo! Para serem paralelas, as retas precisam seguir na mesma direção, não importa qual for essa direção. E retas paralelas podem se encontrar?*
Todos: *Nãão!*
Prof: *Por que não?*
Aluno O: *Porque elas andam juntas com a mesma... Esqueci a palavra!*
Prof: *...distância?*
Aluno O: *Distância. Então elas ficarão afastadas sempre com a mesma medida e não podem se encostar assim! (fazendo a representação com os braços)*

Essa discussão os levou a compreender o conceito de retas paralelas. Penso que, quando abrimos espaço para essa conversa entre os estudantes e com o professo, possibilitamos condições para que os educandos se transformem em sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado. (FREIRE, 2006)

E o diálogo continua:

Prof: *As retas verticais e horizontais se encontram em vários pontos no nosso desenho. De que forma se dá esse encontro?*
Aluno K: *Assim! (fazendo uma cruz com os braços)*

Aluno H: *Todos os encontros são de retas que vêm deitadas cortadas por retas que vem de pé.*

A partir dessas falas dos alunos K e H, expliquei à turma que esse encontro entre as retas formava um ângulo chamado de "ângulo reto" ou "ângulo de 90 graus", que aparece quando uma reta vertical cruza outra reta na horizontal, formando um canto.

Aluno F: *Tem ângulo de 90° no nosso quadro! E na porta!*
Aluno I: *A sala está cheia de ângulos de 90°!*
Prof: *Tem ângulo de 90° na nossa malha quadriculada?*
Aluno A: *Sim! Infinitos! (risos)*

Nesse momento, um aluno quis contar quantos ângulos retos apareciam na malha quadriculada dele.

Aluno F: *Nossa! Minha folha tá cheia! Perdi as contas!*

Para Freire (2006), a curiosidade como inquietação, como procura de esclarecimento, como sinal de atenção faz parte integrante do fenômeno vital. E curiosidade essa turma tem para dar e vender.

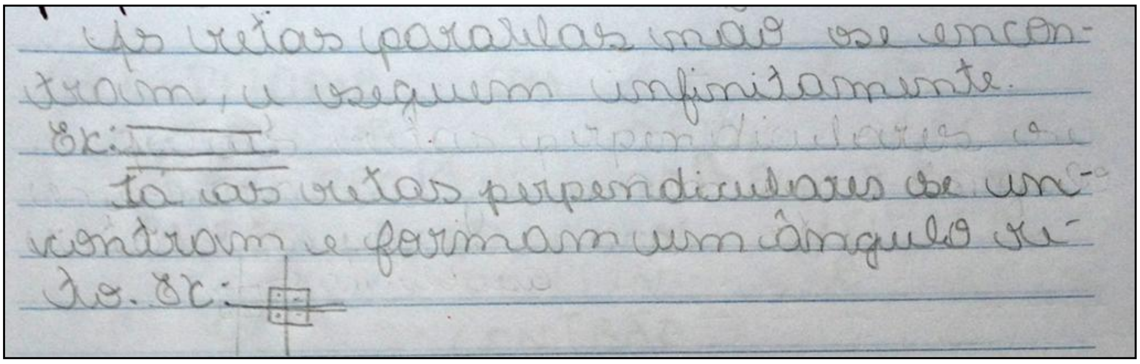
Finalizei as explicações dizendo-lhes que essas retas que se cruzam e formam ângulos de 90 graus são chamadas de retas perpendiculares. Pedi que cada dupla entregasse as respostas das seguintes perguntas:

1. Explique com suas palavras o que são retas paralelas e retas perpendiculares.

2. Qual a importância, na sua opinião, do uso da régua nas aulas de matemática?

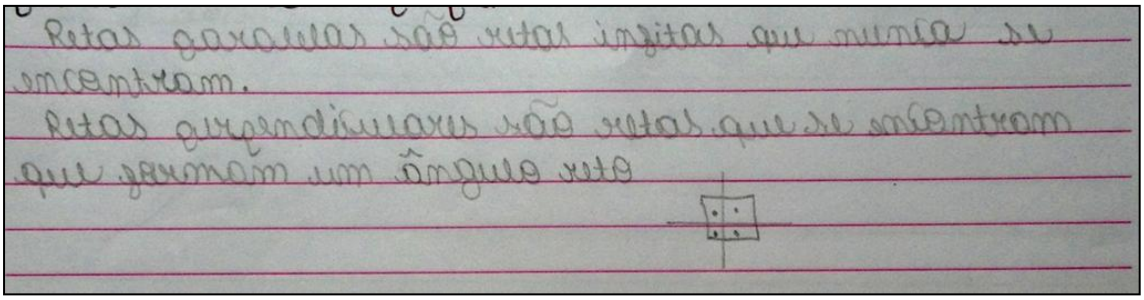
Algumas respostas para a questão 1:

Figura 22: Extrato do aluno O


As retas paralelas não se encontram, e seguem infinitamente.
Ex:
Já as retas perpendiculares se encontram e formam um ângulo reto. Ex:

Fonte: Sujeitos da pesquisa

Figura 23: Extrato do aluno W

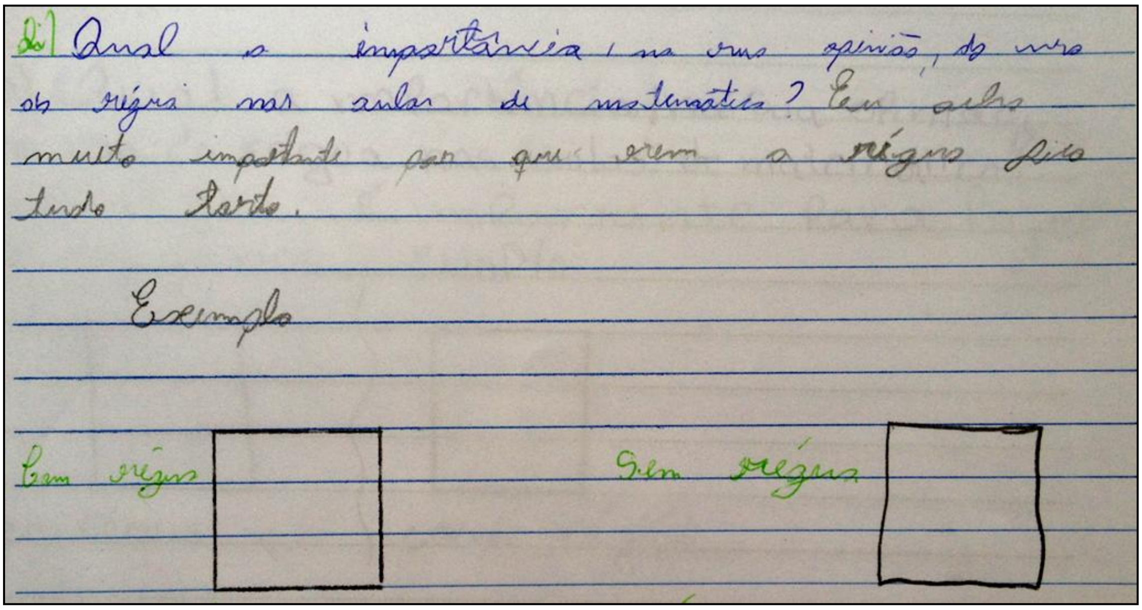

Retas paralelas são retas infitas que nunca se encontram.
Retas perpendiculares são retas que se encontram que formam um ângulo reto

Fonte: Sujeitos da pesquisa

Pude perceber que o conceito de “infinito” chamou a atenção desses alunos, pois os dois relataram essa característica na descrição de retas paralelas. Isso pode ter acontecido devido aos meus gestos ao explicar o conceito dessas retas. Repetidas vezes, eu risquei o ar na tentativa de ilustrar o padrão das retas paralelas.

Algumas respostas para a questão 2:

Figura 24: Extrato do aluno V


2i) Qual a importância, na sua opinião, do uso da régua nas aulas de matemática? Eu acho muito importante por que sem a régua fica tudo torto.

Exemplo

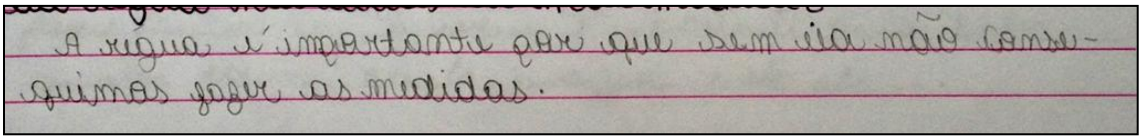
Com régua

Sem régua

Fonte: Sujeitos da pesquisa

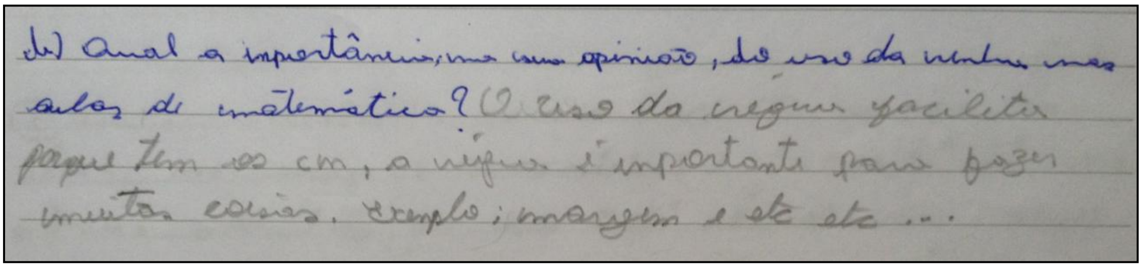
Vemos, nessa resposta, a preocupação com o fazer correto, que nessa atividade estava relacionado com “estar reto”. O aluno representou dois exemplos: com régua e sem régua, para mostrar a diferença que faz esse instrumento na realização do traçado. Porém, essa discussão, de estar reto ou não, não foi registrada em meu diário de bordo, o que significa que não foi relatada oralmente para mim. Ou seja, essa importância dada à régua surgiu entre este estudante e sua dupla, certamente, e pôde-se verificar o que Papert (2008, p. 135) fala sobre o conhecimento: “o tipo de conhecimento que as crianças mais precisam é o que as ajudará a obter mais conhecimento.

Figura 25: Extrato do aluno W


A régua é importante por que sem ela não conseguimos fazer as medidas.

Fonte: Sujeitos da pesquisa

Figura 26: Extrato do aluno I


b) Qual a importância, na sua opinião, do uso da régua nas aulas de matemática? O uso da régua facilita porque tem os cm, a régua é importante para fazer muitas coisas. exemplo; margem e etc etc ...

Fonte: Sujeitos da pesquisa

Nestes dois extratos, os alunos trouxeram a importância da régua quando é necessário realizar medidas precisas. Essa foi uma das discussões que tivemos durante a aula. Um instrumento, como a régua, serviu para que todos pudessem construir a malha quadriculada igualmente, mantendo 1 cm em cada intervalo entre as retas.

Aula 2 – Desenhando polígonos

Os estudantes formaram as mesmas duplas da aula anterior - “A malha quadriculada” - para realizarem os desenhos em suas malhas quadriculadas. Eles sugeriram “passar caneta por cima” das retas da malha, pois, se errassem os desenhos nessa aula, não “*estragariam”* a malha quadriculada. Enumerei no quadro cinco polígonos que eles desenhariam na malha:

1) Um quadrilátero que possui todos os lados medindo 2 cm;
2) Um triângulo com dois lados medindo 3 cm;
3) Um polígono formado por 5 lados e dois ângulos retos.
4) Um quadrilátero com altura medindo 5 cm e a largura medindo 2 cm.
5) Um hexágono.

Ao explicar a atividade, as primeiras dúvidas foram surgindo:

Aluno S: *A gente precisa usar a régua?*
Prof: *O que vocês acham? A régua hoje é obrigatória, como na aula passada? Ou nem precisaremos dela?*
Aluno K: *Eu acho que é obrigatória, como sempre!*
Aluno O: *Sora, eu acho que hoje a régua ajuda a fazer os desenhos retinhos, mas não precisa usar ela pra medir...*

Prof: *Pode explicar melhor?*

Aluno O: *Eu acho que a gente não precisa usar a régua pra medir, hoje, porque a malha já é a nossa medida.*

Aluno K: *Verdade! Tudo tem 1 cm, então a gente só precisa contar os quadradinhos pra dar a medida dos polígonos que a sora pediu.*

Neste instante, a turma toda percebeu que a régua ajudaria a fazer os desenhos com capricho, contudo ela não era imprescindível para as medições, pois a malha já estava com as medidas necessárias à realização desta atividade. Ao revelar este detalhe à turma, o aluno O valorizou o seu conhecimento por ser útil e possível de compartilhar com a turma (PAPERT, 2008).

Concentrados e focados na precisão dos desenhos, as duplas desenvolveram a atividade com muito interesse.

Figura 27: Mais desenhos na malha

Fonte: Acervo pessoal

Na medida em que os desenhos tomavam forma, fiz algumas perguntas para alimentar o processo construtivo dos conhecimentos pretendidos com essa aula.

Prof: *Existe apenas uma resposta correta para o polígono 1)?*

Aluno F: *Acho que sim... Eu só conheço esse!*

Aluno U: *Eu tenho certeza que só existe uma resposta.*

Prof: *Por quê?*

Aluno U: *Porque não tem como desenhar um polígono de quatro lados medindo 2 cm que não seja um quadrado!*

Prof: *E se eu virar a folha, a figura muda de formato ou de nome?*

Aluno F: *Não muda nada, continua sendo um quadrado.*

Prof: *E a figura 5? Teria como desenhar de uma forma diferente da que vocês desenharam?*

Aluno F: *Sim. Eu vi o desenho do "aluno D", estava bem diferente do meu e a senhora disse que estava certo.*

Prof: *E tu concordas que o desenho dele esteja certo?*

Aluno F: *Sim, sora. Um hexágono pode ter muitos jeitos de desenhar e, também, a senhora não deu as medidas, daí fica mais fácil ainda! (risos)*

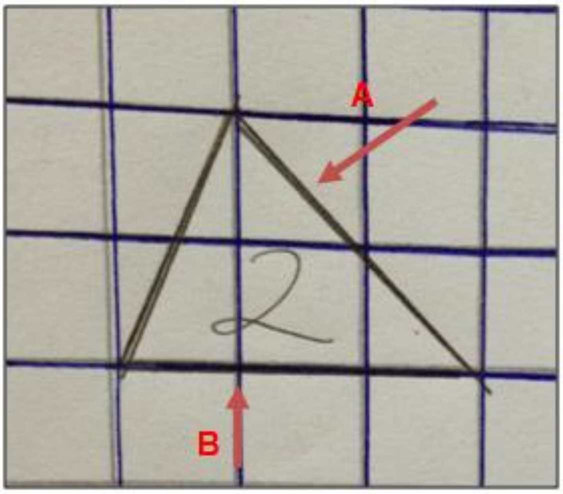
A turma já havia estudado os polígonos e seus respectivos nomes e formatos. Contudo, eu precisava descobrir se eles realmente tinham conceituado as características dessas figuras, ou apenas decorado as suas representações. Ao conversar com os alunos U e F, pude notar que eles não haviam apenas memorizado o desenho daqueles polígonos, mas compreendido as suas estruturas, pois, "a memorização mecânica da descrição do objeto não se constitui em conhecimento do objeto" (FREIRE citado por BECKER, 2013, p. 204).

Observando as duplas, percebi o uso das diagonais dos quadradinhos da malha e fiz algumas intervenções.

Prof: *Nesse polígono (apontando para o desenho 2), (Figura 28), quais são os lados que medem 3 cm?*

Aluno A: *Esse lado de baixo (B) e esse do lado (A), sora.*

Figura 28: Triângulo desenhado com as diagonais dos quadradinhos



Fonte: Acervo pessoal

Prof: *Como é que tu sabe que esse lado (A) mede 3 cm?*

Aluno A: *Eu medi! (risos)*

Aluno I: *Sora... A gente viu que esse pedaço (a diagonal) media 1,5 cm, então dois pedaços desses dava 3 cm!*

Prof: *Vocês têm certeza que esse pedaço mede 1,5 cm?*

Aluno I: *Sim! Olha na régua!*

Prof: *E se eu disser que, na realidade, esse pedaçinho que é chamado de diagonal do quadrado não mede 1,5 cm?*

Aluno A: *Então a minha régua está errada!*

Prof: *Não! Ela não está errada! Mas como a malha foi feita à mão, não temos certeza da nossa precisão ou perfeição. Por isso, não podemos afirmar que essa diagonal mede 1,5 cm, na verdade, ela não mede isso e eu tenho como provar, mas vocês ainda não aprenderam os conteúdos que ajudam a provar isso.*

Aluno A: *Nossa! Quanto mistério! (risos)*

Aluno I: *Mas uma coisa eu tenho certeza: essa diagonal é maior que o pedaço do quadrado!*

Prof: *Muito bom! A diagonal é maior que o lado do quadrado. Só que não podemos dizer com precisão é a sua medida. Mas então, como seria o triângulo com dois lados medindo 3 cm sem usar as diagonais?*

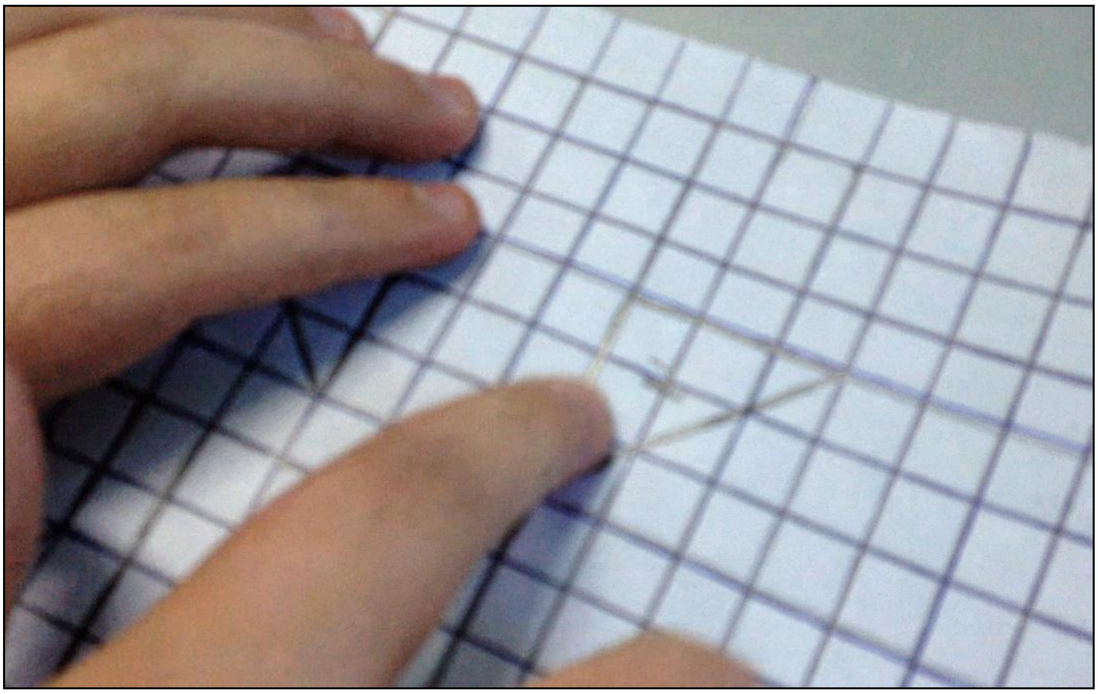
Aluno A: *Vamos pensar!*

Estes alunos vieram me apresentar o desenho do triângulo com muita empolgação, pois haviam descoberto algo por meio das próprias investigações e medições. Ao medir as duas diagonais, conseguiram encontrar os 3 cm de que precisavam, então estava pronto. Porém, eu não podia apenas dizer que isso era um erro ou que não poderia aceitar aquele desenho, eu precisava respeitar aquela demonstração de autonomia que eles manifestaram ao realizar medidas além do que era esperado (FREIRE, 2006). Com isso, despertar neles um novo conhecimento: de que a diagonal do quadrado é maior do que o lado do quadrado.

Passado um tempo depois daquela conversa, os alunos A e I vieram até mim e mostraram o desenho do novo triângulo.

Prof: *Como vocês desenharam esse triângulo, agora?*
Aluno A: *Cada quadradinho mede 1 cm, né?! Então a gente pegou três quadradinhos pra cima e foi mais três quadradinhos pro lado e daí só fechou o triângulo. (Figura 29)*
Aluno I: *Daí temos um triângulo com dois lados de 3 cm e o outro a gente não sabe, mas não precisava, né sora?*

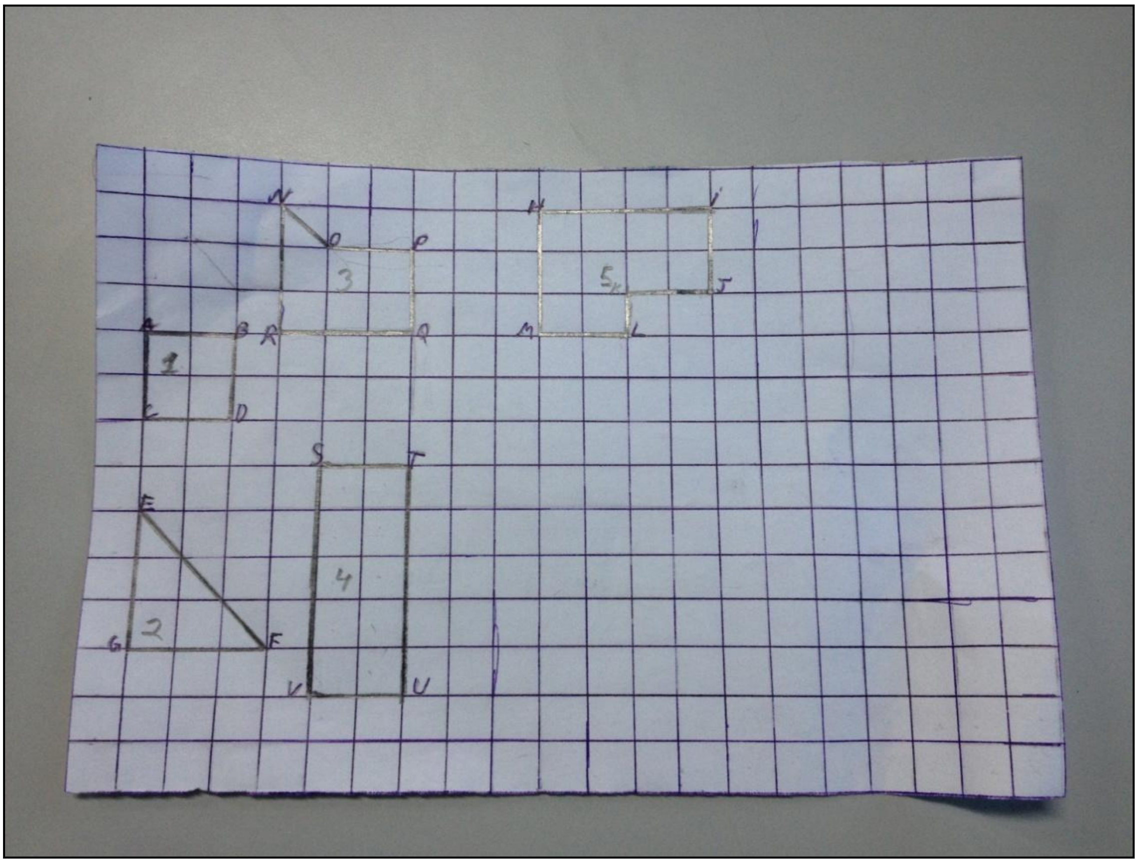
Figura 29: Aluno A mostrando o novo desenho



Fonte: Acervo pessoal

Quando todos os desenhos estavam prontos, os estudantes nomearam os vértices dos polígonos que eles desenharam com letras maiúsculas do alfabeto e registraram em seus cadernos o nome, os lados e os vértices dos seus desenhos.

Figura 30: Todos os polígonos com seus vértices identificados

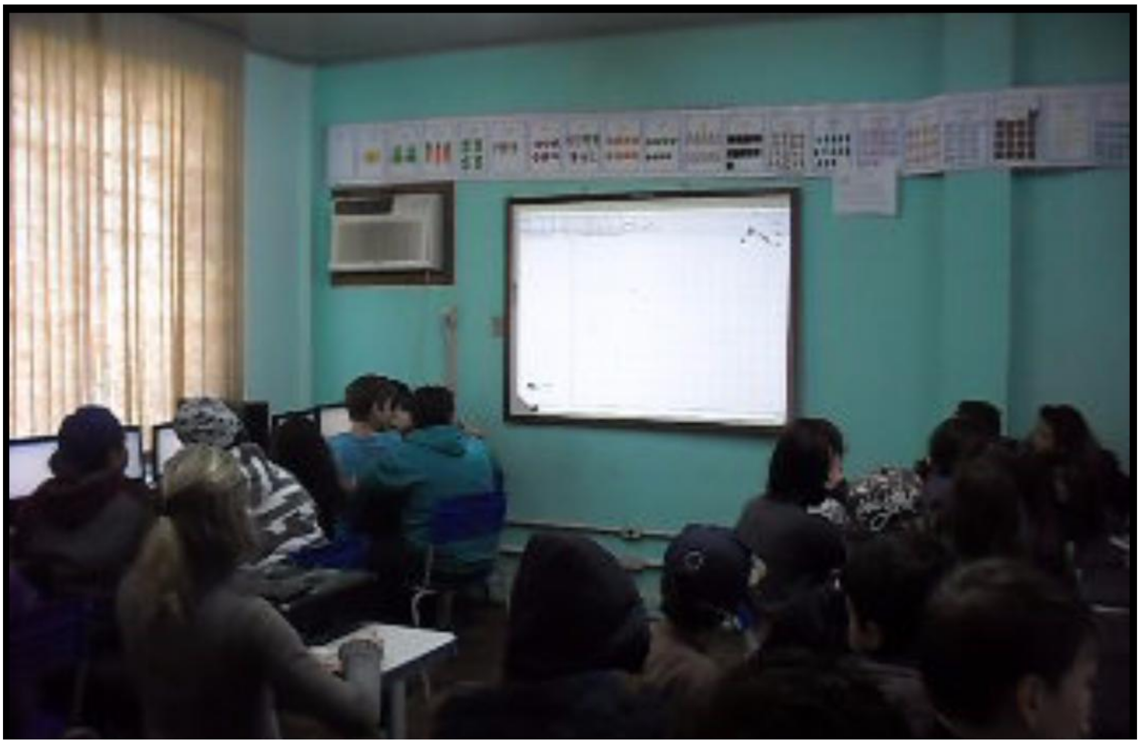


Fonte: Acervo pessoal

Aula 3 – Investigando quadriláteros

Para a realização desta aula, levei a turma para o Laboratório de Informática. Como não temos um computador para cada aluno, e o objetivo não era esse mesmo, formamos duplas e trios para poder acomodar todos os estudantes no laboratório (Figura 31).

Figura 31: Alunos no Laboratório de Informática



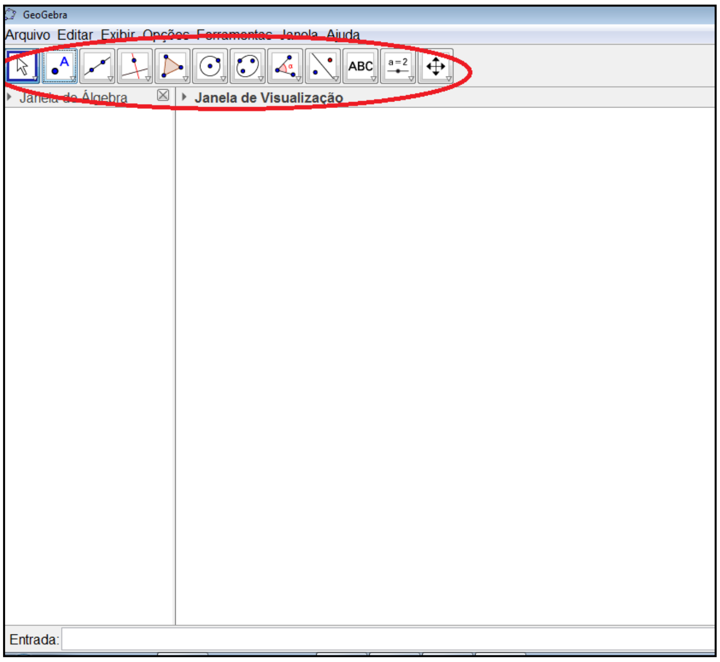
Fonte: Acervo pessoal

Um projetor no centro do laboratório permitiu que eu manuseasse o software GeoGebra ao mesmo tempo em que os estudantes o utilizavam em seus computadores.

Iniciamos a aula conhecendo o software e suas funcionalidades. Os estudantes ficaram impressionados quando descobriram que havia uma malha quadriculada pronta na tela inicial do GeoGebra e mencionaram a semelhança das suas malhas com a que estava na tela do computador. Essa observação os deixou motivados em aprender mais com esse software, pois “o interesse, a motivação afetiva, é o móvel de tudo” (PIAGET citado por BRINGUIER, 1993, p. 72).

Começamos com a tela em branco, sem a malha nem os eixos. E fomos explorando os botões que aparecem no alto da tela (Figura 32).

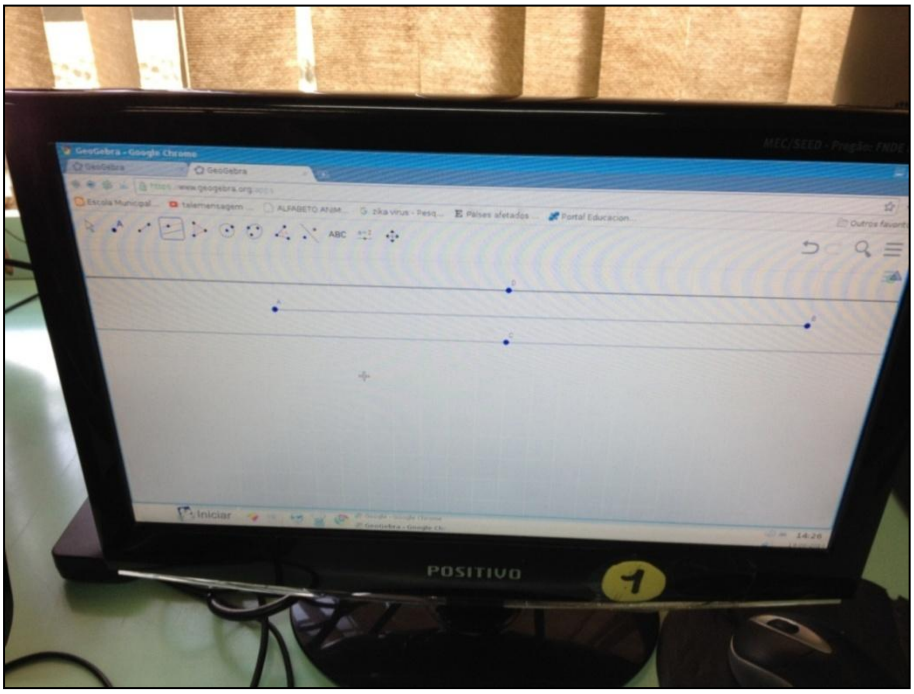
Figura 32: Tela inicial do software GeoGebra



Fonte: A pesquisadora

O primeiro botão explorado foi o botão *“Ponto”*, os estudantes colocaram dois pontos na tela, A e B. Em seguida, criaram um segmento de reta $\overline{AB}$ e duas retas paralelas ao segmento $\overline{AB}$. Foram explorando software livremente durante um período (Figura 33).

Figura 33: Primeiras experiências com o GeoGebra



Fonte: Acervo pessoal

Esse momento de familiarização durou um período de 55 minutos completo. No período seguinte, os estudantes receberam uma atividade impressa que continha algumas instruções para uma construção no GeoGebra e perguntas a serem respondidas.

Atividade 1

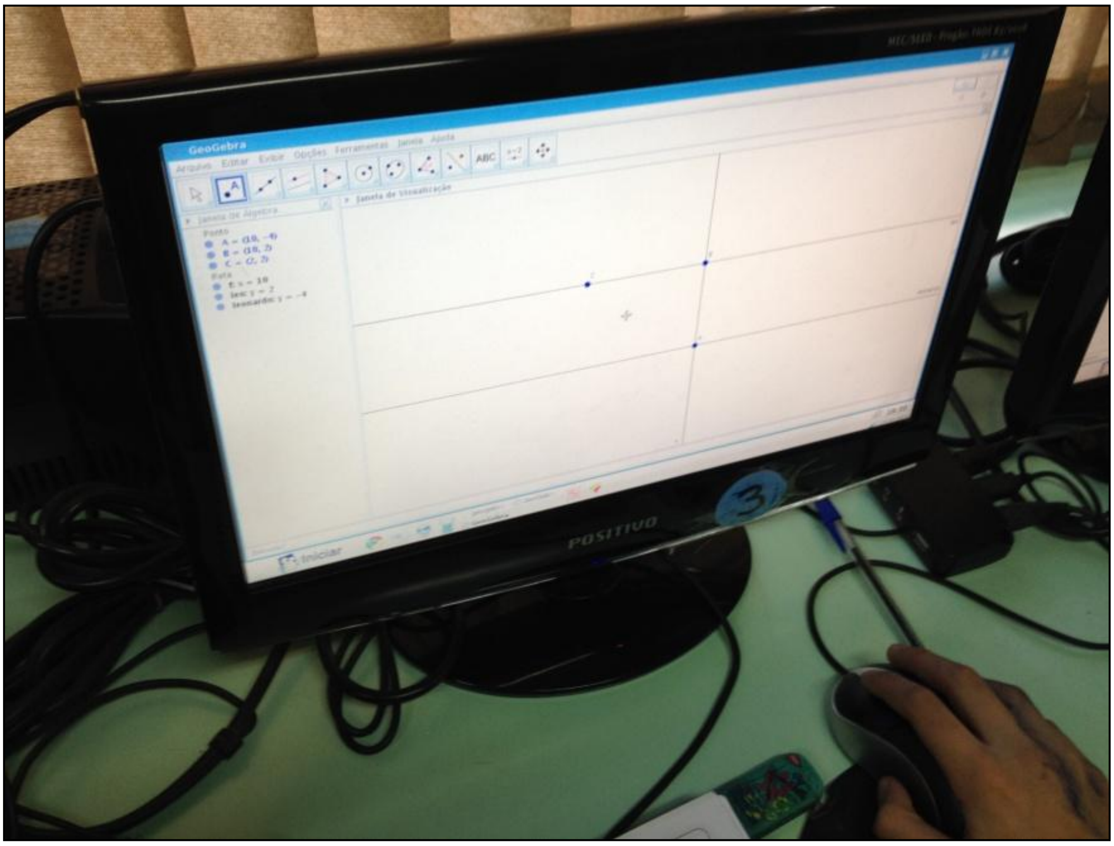
1) Vocês irão construir um quadrilátero seguindo as instruções abaixo:

- Construa uma reta AB;
- Construa um ponto C que não pertença à reta AB;
- Construa uma reta que passa pelos pontos B e C;
- Construa uma reta paralela a AB e que passa pelo ponto C;
- Construa uma reta paralela a BC e que passa pelo ponto A;
- Construa um ponto D que seja intersecção das duas últimas retas que vocês construíram utilizando a ferramenta “Intersecção de dois objetos”;
- Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, C e D.

A primeira atividade trazia uma sequência de passos para realizar uma construção geométrica.

O desenvolvimento dessa atividade se deu facilmente por todos os estudantes, demonstrando que o primeiro período de familiarização foi bem aproveitado por eles.

Figura 34: Desenvolvimento da Atividade 1



Fonte: Acervo pessoal

Atividade 2

2) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, clique em **EDITAR, PROPRIEDADES, SEGMENTOS** e selecione **VALOR** na opção **EXIBIR RÓTULO.** • Movimentem os vértices do quadrilátero e investiguem as medidas dos lados. O que vocês observam?

Nesta segunda atividade, algumas dúvidas foram surgindo.

Aluno X: *Sora, quando eu mexo os vértices da figura os lados mudam de tamanho. É isso que a senhora quer nessa pergunta?*

Prof: *Eu quero que vocês escrevam o que vocês estão observando no polígono ao movimentarem os vértices.*

Aluno R: *Sora, eu vi que as medidas mudam, mas nem todas...*

Aluno X: *É... A gente viu que essas (medidas) dos lados ficam iguais e as de cima e de baixo também.*

Prof: *Boa observação! E vocês sabem me dizer por que isso acontece?*

Aluno X: *Não, sora!*

Alguns minutos depois:

Aluno R: *Eu sei, sora! Porque eles são paralelos!*

Prof: *Eles quem?*

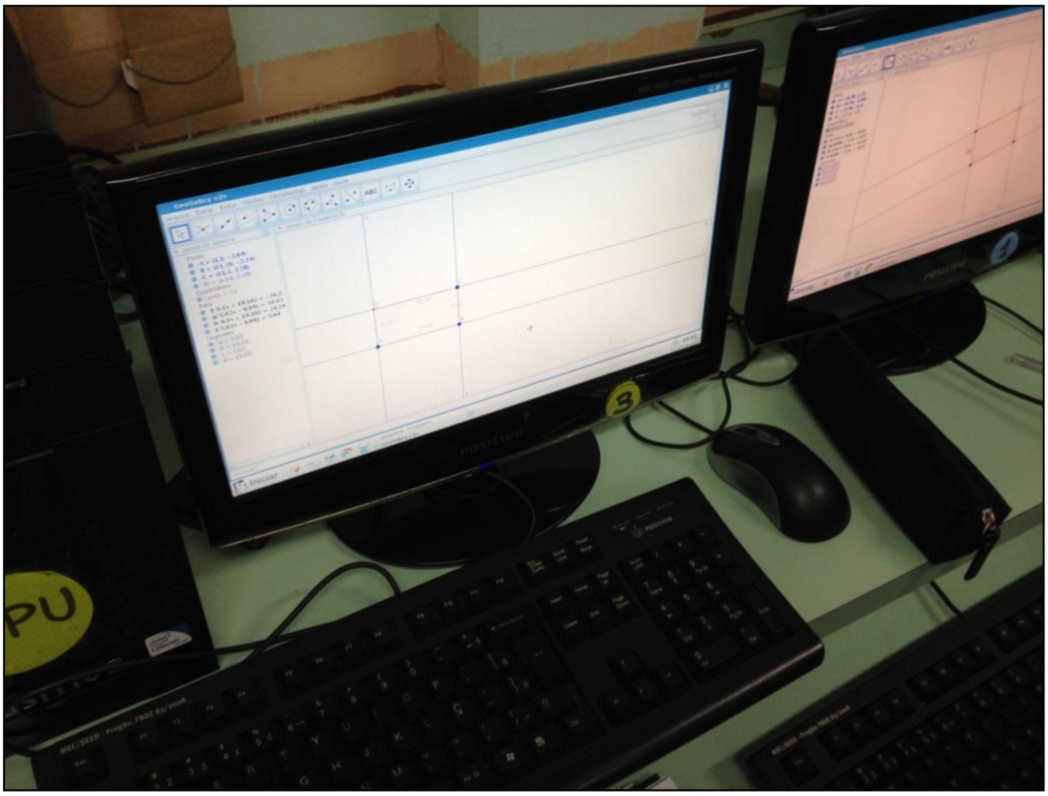
Aluno R: *Os lados, sora! São paralelos porque a gente desenhou retas paralelas no início!*

Prof: *E por que ser paralelo justifica eles manterem a mesma medida?*

Aluno X: *Porque ser paralelo é andar na mesma direção e nunca se encontrar...*

Aluno R: *E ter a mesma distância! SEMPRE!*

Figura 35: Desenvolvimento da Atividade 2

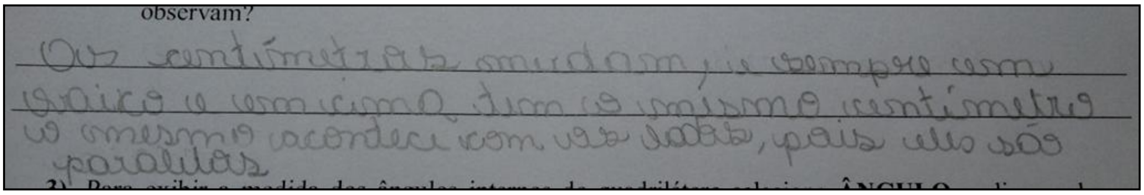


Fonte: Acervo pessoal

Papert (2008, p. 92) utiliza a expressão "dar-se tempo a si mesmo". Acrescento que aqui, além de dar-se tempo, trata-se de dar tempo. Deixei que os alunos X e R se envolvessem mais na sua construção para poderem responder com segurança à minha pergunta. A teoria construcionista de Papert (2008) supõe que as crianças farão melhor descobrindo por si mesmas o conhecimento específico de que precisam.

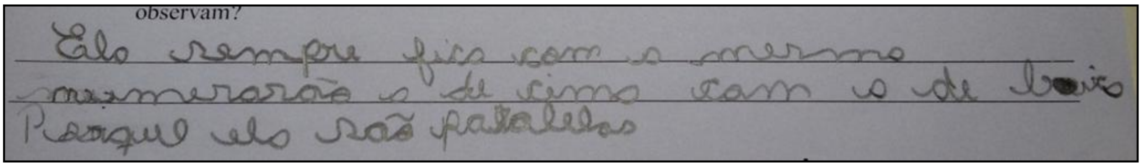
Seguem alguns recortes das respostas entregues referentes à pergunta 2.

Figura 36: Extrato do aluno B


observam?
Os centímetros mudam, e sempre com baixo e com cima tem o mesmo centímetro o mesmo acontece com os lados, pois eles são paralelos

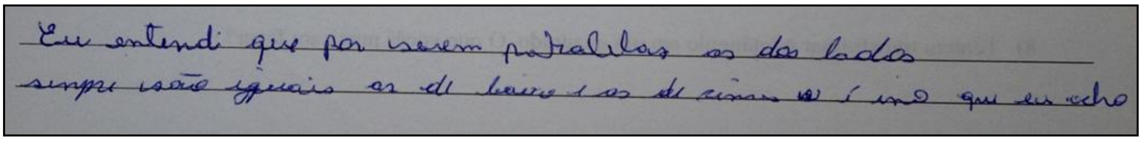
Fonte: Sujeitos da pesquisa

Figura 37: Extrato do aluno R


observam?
Ele sempre fica com a mesma numeração o de cima com o de baixo Porque eles são paralelos

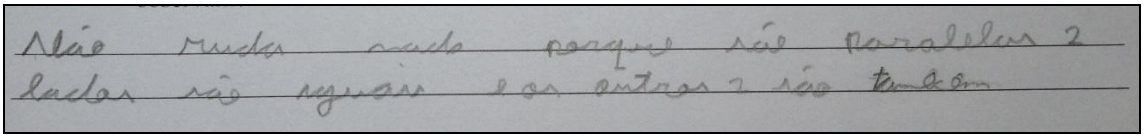
Fonte: Sujeitos da pesquisa

Figura 38: Extrato do aluno S


Eu entendi que por serem paralelas os dos lados sempre são iguais os de baixo e os de cima e é isso que eu acho

Fonte: Sujeitos da pesquisa

Figura 39: Extrato do aluno T


Não muda nada porque são paralelas 2 lados são iguais e os outros 2 são também

Fonte: Sujeitos da pesquisa

O conhecimento sobre retas paralelas das aulas anteriores foi preservado e, mais, foi mobilizado na explicação. Essa aprendizagem pode despertar nos estudantes uma curiosidade crescente, que pode torná-lo mais e mais criador (FREIRE, 2006).

Atividade 3

Ao iniciarem a questão número 3, surgiu uma pequena dificuldade em acertar o sentido horário ao clicar nos vértices que formariam o ângulo. Contudo, isso foi resolvido prontamente por um colega que se ofereceu para ajudar a turma, pois já havia terminado a sua atividade.

3) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero selecione **ÂNGULO** e clique sobre os vértices no sentido horário.

- Movimentem os vértices do quadrilátero e investiguem as medidas dos ângulos. O que vocês observam?

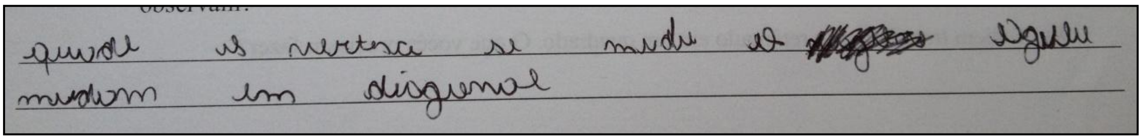
Aluno H: *Eu já terminei... Consegui fazer os ângulos e respondi à pergunta. Posso ajudar os meus colegas?*
Prof: *Pode! Só antes de ajudar, vamos ver o que tu descobriu sobre os ângulos desse quadrilátero.*
Aluno H: *Eles (ângulos) mudam de grau. Quando eu abro, eles aumentam e, quando fecho, eles diminuem.*
Prof: *Quantos ângulos nós temos dentro desse quadrilátero?*
Aluno H: *Quatro.*
Prof: *E quando um aumenta, todos os outros aumentam também?*
Aluno H: *Não! Eles têm medidas iguais nas diagonais! Dois aumentam e dois diminuem!*

Após essa conversa, o aluno H foi ajudar os demais colegas a realizarem a atividade. Segundo Piaget (1936, p. 17) “o individuo a princípio encerrado no egocentrismo inconsciente que caracteriza sua perspectiva inicial, não se descobre a si próprio senão na medida em que aprende a conhecer os outros”.

Uma das formas em que essa característica pode aparecer é no trabalho em equipes. Formar grupos de crianças e explorar os conhecimentos científicos com elas dispostas desta maneira, pode tornar a aula mais dinâmica e produtiva. A cooperação entre eles transforma o ambiente de sala de aula em um local de trocas e encontros de opiniões.

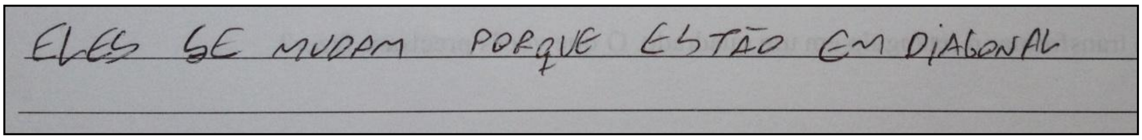
Podemos observar a influência da ajuda daquele estudante nas respostas dadas à pergunta da atividade 3. Vejamos alguns extratos:

Figura 40: Extrato do aluno H



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Figura 41: Extrato do aluno J



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Os alunos H e J usaram a palavra “diagonal” em suas respostas para representar os ângulos opostos dentro do paralelogramo, a mesma palavra usada pelo aluno H na conversa com a professora. Assim, percebo que “o desenvolvimento individual é em parte condicionado pelo meio social” (PIAGET, 1973b, p. 27).

Aula 4 – Retomando a construção com o GeoGebra

Neste dia, o Laboratório de Informática da escola estava reservado para as turmas dos Anos Iniciais, por isso as atividades dessa aula se realizaram na Sala de Vídeo, o que foi uma sugestão dos alunos na aula anterior. Com os estudantes organizados em duplas e o software GeoGebra projetado, realizou-se o que estava planejado para aquela aula.

Figura 42: Sala de vídeo

Fonte: Acervo pessoal

Iniciei perguntando a eles os passos que foram seguidos para construir o quadrilátero da última aula. Todos lembraram que começava com os pontos A e B, então os coloquei na tela, sempre seguindo as instruções da turma. Nesse momento, um aluno falou:

Aluno E: *Não foi assim! A gente começou com pontos no início da aula de GeoGebra. Depois, a gente começou colocando uma reta na tela, daí já aparecia os pontos A e B na reta. Eu lembro muito bem, porque fiz no meu celular quando cheguei em casa!*
Prof: *Tu instalou no teu celular? Que legal! Quero ver depois!*

Este aluno recordou que tivemos um momento de familiarização com o GeoGebra inicialmente na última aula e me surpreendeu ao relatar que havia feito a construção em seu celular. Por iniciativa própria, o aluno E, ao chegar em casa, procurou e instalou o aplicativo do GeoGebra em seu celular e começou a investigar suas potencialidades. Segundo Piaget (1936, p. 15) “a criança não é um ser passivo, do qual se trate de rechear o cérebro, mas um ser ativo, cuja tendência à pesquisa espontânea tem necessidade de alimentos.” A aula de matemática no Laboratório de

Informática e o uso do software GeoGebra podem ter alimentado a curiosidade deste aluno em procurar novos desafios que lhe interessassem e por vontade própria.

O restante da turma quis saber como e onde encontrar o aplicativo do GeoGebra para instalar nos seus celulares também, isso gerou uma vontade geral de ter este recurso em mãos. Para Freire (2006, p. 32), "não haveria criatividade sem a curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fizemos".

Passado esse momento de descobertas, retomamos a construção projetada na sala. Todos concordaram com a correção feita pelo Aluno E. Continuando com o passo a passo, inserimos um ponto C fora da reta AB e criamos uma reta que passa pelos pontos B e C. Nesse instante, surgiu uma dúvida:

Aluno H: *Cadê as retas paralelas?*
Aluno F: *Agora a gente coloca as paralelas no desenho. Assim: sora, pega "reta paralela" lá em cima, faz uma paralela com AB e clica no ponto C. Isso! Agora, faz uma paralela com BC e clica no ponto A. Tá aí!*
Aluno K: *Mas está faltando um ponto... O D!*
Aluno H: *Pega "junção de dois objetos"!*
Aluno K: *INTERSECÇÃO de dois objetos!!! (risos)*
Prof: *O que é intersecção?*
Aluno K: *É quando as retas se cruzam! (ilustrando um movimento de encontro das retas com os braços)*

Em seguida, usando a ferramenta "polígono", criamos o quadrilátero ABCD. Exibimos as medidas dos segmentos do polígono e dos seus ângulos internos. Ao criar os ângulos internos, os estudantes lembravam de que deveríamos clicar nos vértices no sentido horário e falavam em coro divertindo-se muito.

Alunos: *ABC! BCD! CDA! DAB!*

Com o quadrilátero pronto e projetado para que todos fossem participando e acompanhando a construção, conversamos sobre o que eles observavam em relação às medidas dos lados e dos ângulos quando movimentávamos os vértices do polígono. A maioria lembrava de que os lados opostos se mantinham com a mesma medida e verificaram que isso realmente continuava acontecendo no quadrilátero que acabávamos de construir. Com relação aos ângulos, alguns estavam com dúvida, mas sabiam que alguns ângulos eram iguais.

Aluno K: *Eu acho que eram os ângulos da diagonal...*
Aluno H: *Mexe o polígono, sora! (observando atentamente a projeção) Foi isso mesmo, naquele dia, no Labin (Laboratório de Informática), eu fui o primeiro a ver isso! Os ângulos são iguais nas diagonais!*
Aluno K: *Aham... Eu lembro que tu até me ajudou nessa!*
Prof: *Esses ângulos que vocês estão observando são os ângulos internos opostos desse quadrilátero.*
Aluno E: *São eles que sempre são iguais!*

Ao relembrar e citar a palavra "ajuda" do colega H, o aluno K reconheceu a importância do auxílio do colega para realizar a atividade na aula passada. Não houve imposição de ideias, mas sim, uma troca de saberes entre eles.

> Existem, efetivamente, dois extremos de relações interindividuais: a coação, que implica uma autoridade e uma submissão, conduzindo assim à heteronomia, e a cooperação, que implica a igualdade de direito ou autonomia, assim como a reciprocidade entre personalidades diferenciadas. (PIAGET, 1973b, p. 168)

Ao verificar que os lados e os ângulos opostos do quadrilátero se mantinham com a mesma medida, concluímos que o polígono construído possuía as características de um paralelogramo.

Aluno M: *Paralelogramo, quer dizer paralelos?*
Aluno H: *Quer dizer que tem os lados paralelos iguais!*
Prof: *É possível transformar esse paralelogramo em um retângulo?*
Aluno M: *Sim! Mas vai ter que mexer!*
Prof: *Como seria o desenho de um retângulo?*
Aluno R: *Tem que ser reto.*
Aluno F: *Tem que ter ângulos retos! De 90°!*
Prof: *Muitas informações boas! E como se chamam as retas que formam ângulos retos?*
Aluno M: *Perpendiculares!*

Prof: *Então esse paralelogramo é um retângulo? (mostrando um paralelogramo que não possui os ângulos retos)*

Aluno H: *Não! Porque está torto!*

Aluno F: *Tem que ter os ângulos de 90°. Vai ter que mexer mais no desenho!*

Prof: *Então chegou a hora do desafio! Vocês vão me entregar um passo a passo de uma construção de um quadrilátero que sempre se mantenha retângulo!*

Aluno J: *Como assim, passo a passo?*

Aluno H: *Tipo uma receita, como a da aula passada?*

Prof: *Isso aí! Vocês criarão uma sequência de comandos no GeoGebra que termine em uma figura que seja sempre retângulo!*

Aluno K: *Para alguém testar depois?*

Prof: *É isso mesmo! Vocês mesmos irão testar na próxima aula, lá no Labin!*

Lançado o desafio e revelado que eles teriam a oportunidade de testar a construção na próxima aula, os estudantes começaram a criar desenhos, instruções e textos de modo colaborativo. As duplas discutiam incessantemente sobre suas criações.

Aluno I: *Por que tu começou pela reta? Tem que começar com uma reta?*

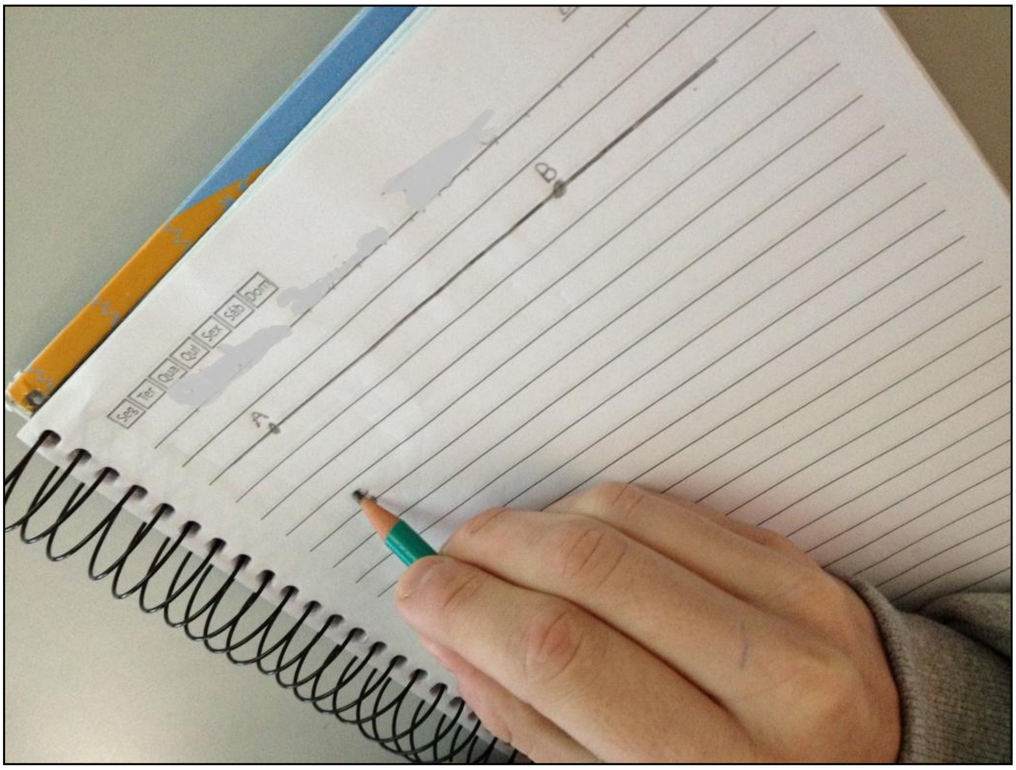
Aluno T: *Acho que sim! Foi assim que a sora começou lá no quadro, hoje!*

Aluno I: *É verdade! Vou começar assim também, mas depois vou mudar um pouquinho...*

Aluno T: *Por que vai mudar?*

Aluno I: *Por que ela quer um retângulo, não um paralelogramo!*

Figura 43: Iniciando com uma reta



Fonte: Acervo pessoal

Essa conversa entre a dupla de alunos T e I, ilustra que “a cooperação é necessária para conduzir o individuo à objetividade, ao passo que, por si mesmo, o ‘eu’ permanece escravo de sua perspectiva particular” (PIAGET, 1936, p. 17). Para que isso aconteça, é essencial que o professor possa vislumbrar e dominar o conjunto de situações possíveis que levem e ajudem os alunos a acomodarem os seus pontos de vista. É a única maneira de levar os alunos a analisarem as coisas com mais profundidade e a reverem ou ampliarem as suas concepções (VERGNAUD, 1986).

E as conversas continuam:

Aluno M: *Dá pra usar as paralelas?*
Aluno P: *Acho que sim, porque um retângulo tem lados que são paralelos.*

Figura 44: Traçando os lados paralelos com a régua

Fonte: Acervo pessoal

Aluno U: *Como é que faz para colocar os ângulos?*

Aluno A: *Pega a ferramenta "ângulo" e clica nos vértices, são três em cada vez.*

Aluno U: *Ah é! Depois é só fazer os ângulos de 90°!*

Aluno A: *Será que vai dar certo? Eu queria testar!*

Aluno U: *Sora, a gente pode testar no computador aí na frente?*

A partir do momento em que uma dupla teve a iniciativa de testar as suas instruções no meu computador, muitas outras quiseram fazer o mesmo. Ao realizarem esses testes, sentiam-se mais seguros em relação à atividade e podiam corrigir eventuais erros simultaneamente à criação. Papert (2008, p.20) nos diz: "por definição, brinquedo é diversão, e tarefa de casa, não". E neste momento, brinquedo (GeoGebra) e tarefa de aula se fundiram tornando-se uma coisa só.

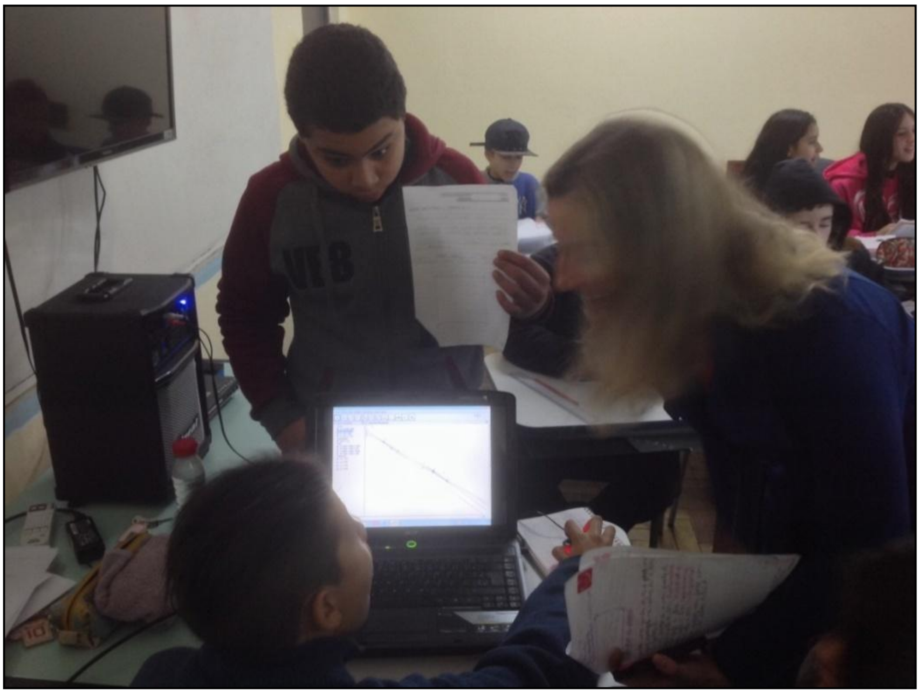
> Esses brinquedos, dando autonomia às crianças para testar ideias utilizando regras e estruturas preestabelecidas – de um modo como poucos brinquedos são capazes de proporcionar -, provaram ser capazes de ensinar aos aprendizes as possibilidades e limitações de um

novo sistema, utilizando meios que muitos adultos invejariam. (PAPERT, 2008, p. 20)

Figura 45: Primeiras alunas usando o computador

Fonte: Acervo pessoal

Figura 46: Discutindo as construções



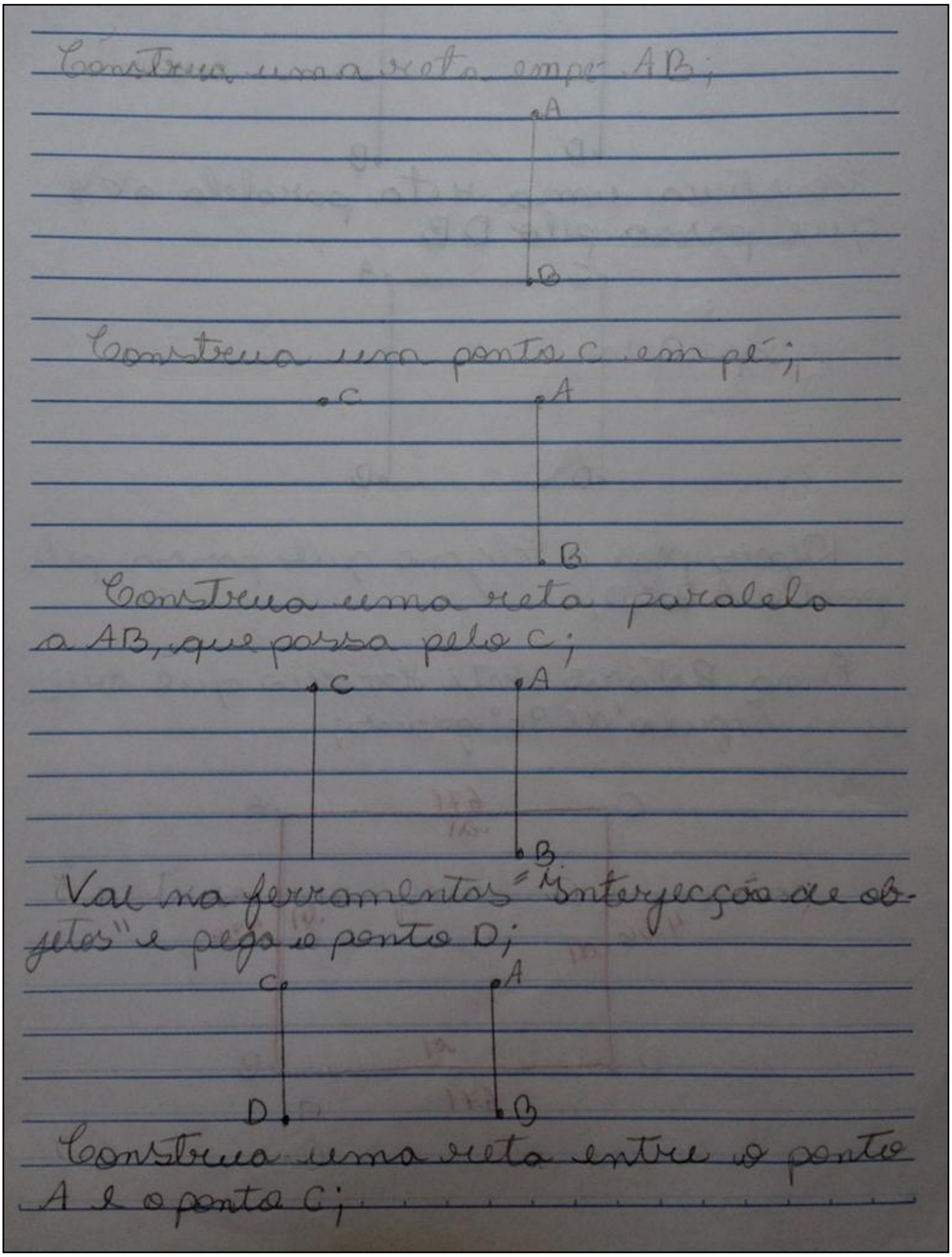
Fonte: Acervo pessoal

Figura 47: Mais uma dupla testando os seus comandos

Fonte: Acervo pessoal

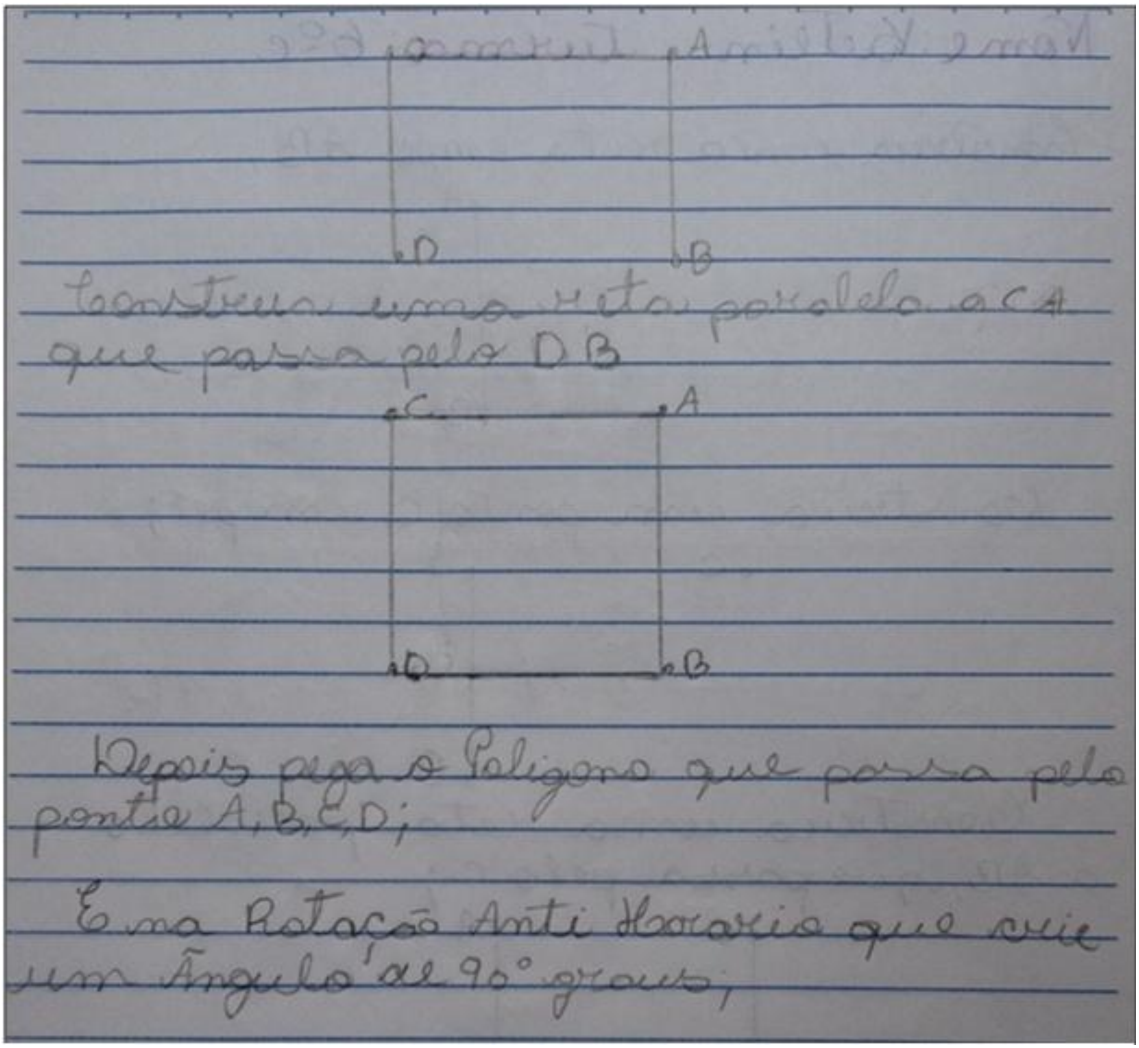
Ao final da aula, as instruções para construção de um retângulo foram entregues. Seguem alguns extratos dessa atividade.

Figura 48: Extrato dos alunos M e P



Fonte: Sujeitos da pesquisa

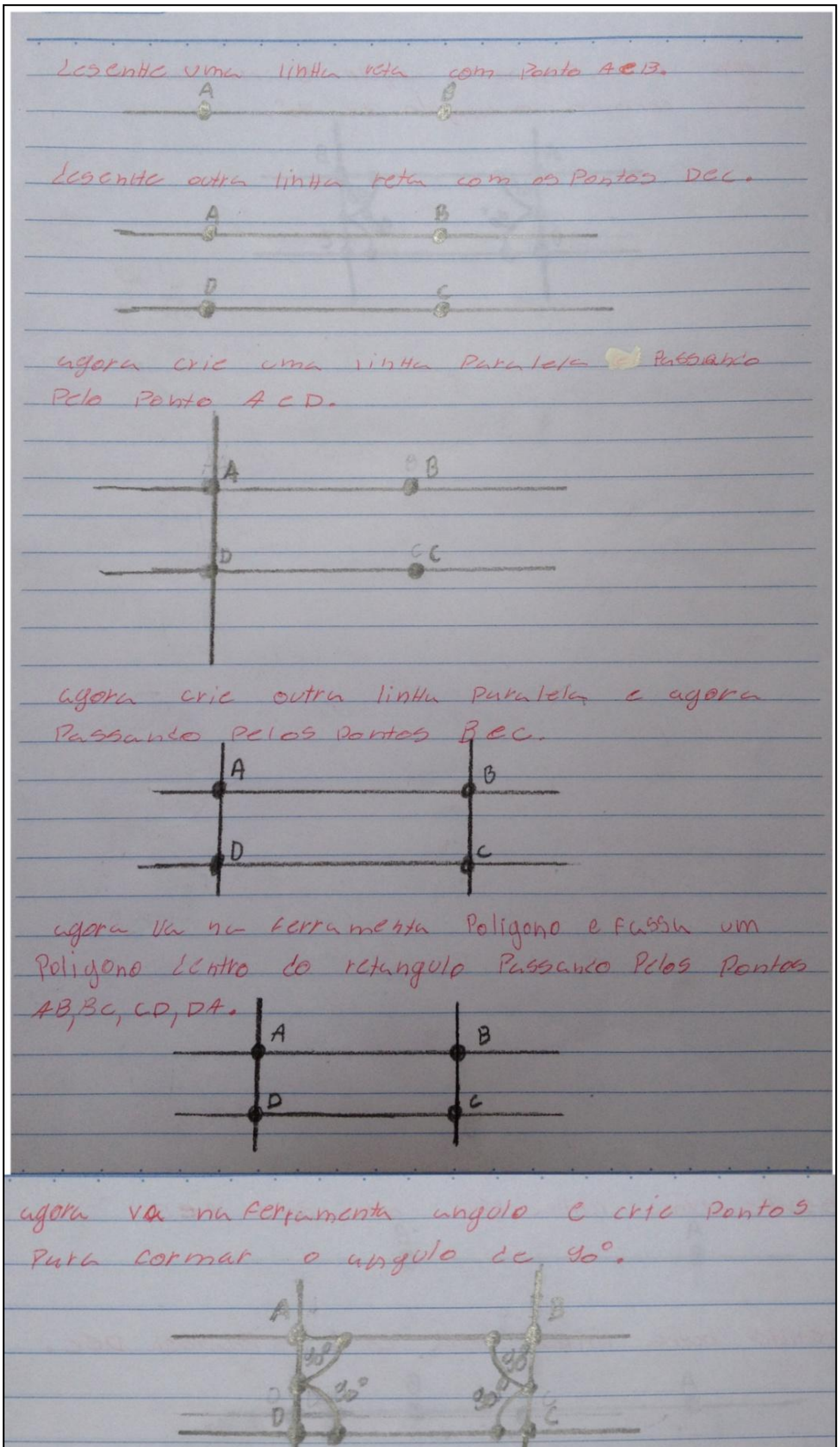
Figura 49: Continuação do extrato dos alunos M e P



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Podemos perceber que os alunos M e P iniciam sua construção de forma semelhante à que foi feita na aula anterior, e isso certamente aconteceria – o que se repetiu em quase todas as produções -, pois eles usaram a referência que possuíam para realizar essa tarefa. É interessante destacar que estes alunos se preocuparam em descrever com que reta seria paralela a nova reta criada. Contudo, eles se restringiram à criação de retas paralelas, pois consideraram que um retângulo possui seus lados opostos paralelos. Para a criação dos ângulos retos, apenas indicaram a “rotação anti-horário” (que deveria ser no sentido horário). Na próxima aula, estes alunos testariam sua criação, trarei os resultados na análise da mesma.

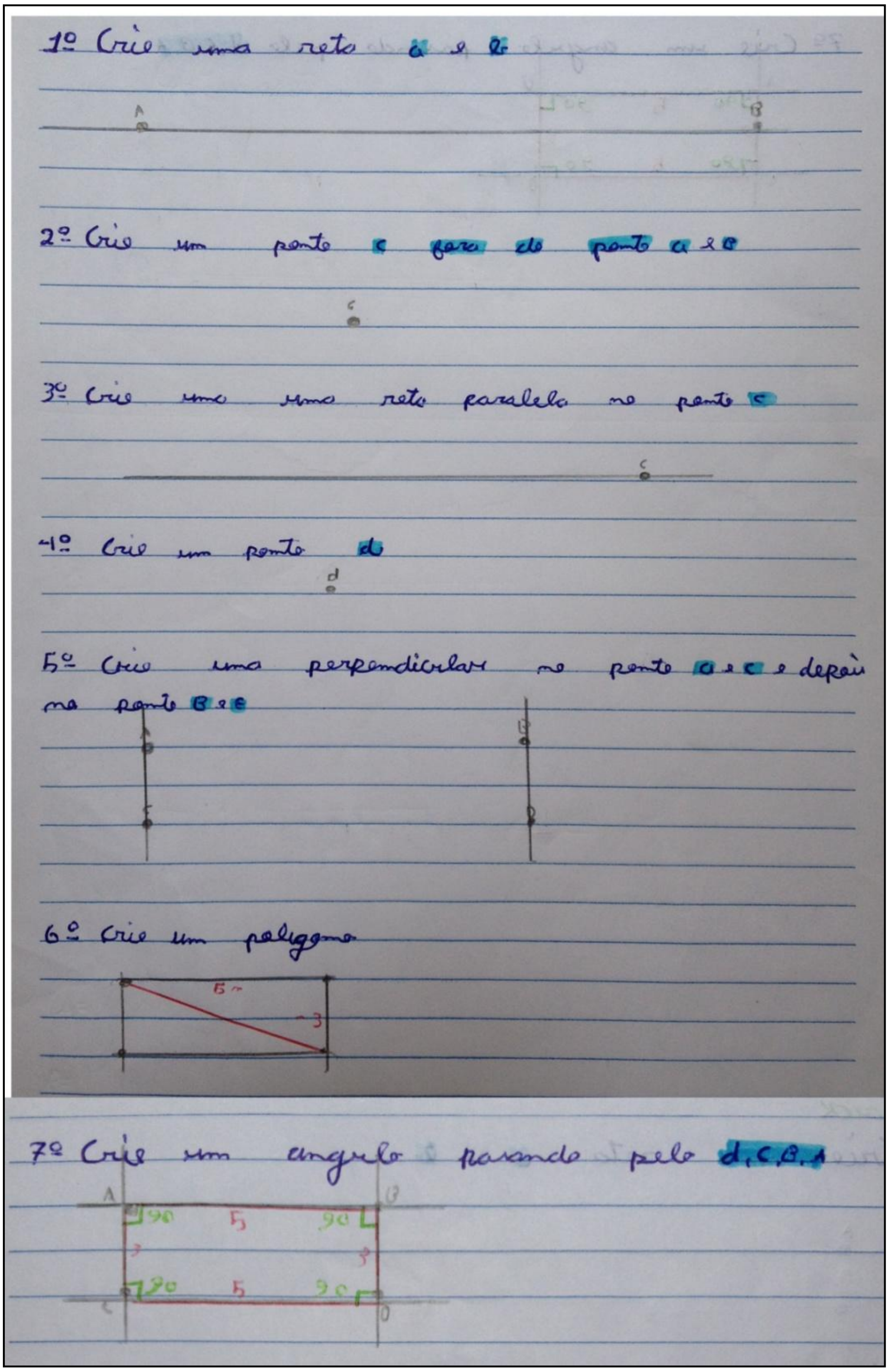
Figura 50: Extrato dos alunos U e A



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Os alunos U e A não iniciaram com retas paralelas como a maioria, começaram criando duas retas, sem relação entre elas. Já no terceiro e quarto passos da criação apresentam o comando de retas paralelas. Penso que eles possuíam a intenção de criar retas perpendiculares, pois seus desenhos ilustram essa perspectiva. Essa dúvida será esclarecida na análise da próxima aula.

Figura 51: Extrato dos alunos T e I



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Estes alunos desenharam cada passo separadamente, culminando apenas no sétimo passo o desenho completo. A novidade deste extrato é o aparecimento da palavra “perpendicular” no quinto passo. O ponto D, no quarto passo, aparentemente não tem localização certa, contudo, tudo indica que este ponto deva estar na reta paralela criada no segundo passo. Verificarei isto na análise da próxima aula.

AULA 5 – Testando a construção criada na aula 4

Nesta aula, fomos ao Laboratório de Informática e pedi que eles se acomodassem nas mesmas duplas da última aula, pois, assim, poderiam testar suas construções e fazer as modificações, se necessário. Voltar a ter a oportunidade de explorar o GeoGebra os deixou bem animados. Muitos sentiram falta disso na aula anterior.

Observando o andamento da atividade, comecei a fazer algumas perguntas:

Prof: *Vocês estão conseguindo seguir o seu passo a passo?*
Aluno M: *Sim, sora! Só esse ponto D, que a gente colocou como “Intersecção de objetos” é tá errado...*

Inicialmente, a dupla de alunos M e P, citada na descrição da aula anterior, verificou um erro no ponto D, que prontamente corrigiram modificando esse passo para uma sequência posterior. Ao concluírem a construção, me chamaram para mostrar o seu retângulo. Realmente, na tela do computador, estava desenhada uma figura com lados opostos paralelos e de mesma medida e quatro ângulos de 90º. Entretanto, ao mover um dos vértices do quadrilátero, ele se transformou. Seus ângulos de 90º foram substituídos por ângulos agudos e obtusos. Os alunos não acreditaram que eu tinha feito aquilo.

Aluno P: *Soraaa!! O que a senhora fez???*
Prof: *Apenas movi um vértice da figura, pois a tarefa era de construir uma figura que SEMPRE fosse retângulo.*
Aluno P: *Mas por que aconteceu isso? (a deformação da figura)*
Aluno M: *Tem alguma coisa errada nesse desenho...*
Aluno P: *Tá, sora! A gente vai mexer mais e já te chama de novo.*

Essa é a magia do Geogebra! Ele permite que os estudantes criem e recriem suas figuras sem medo de errar. Por isso a considero uma ferramenta construcionista. Na verdade, diversas ferramentas computacionais existentes podem ser consideradas construcionistas se forem empregadas de maneira que o aluno resolva diferentes problemas. Isso pode ocorrer, por exemplo, no uso de processadores de texto, planilhas eletrônicas, ou qualquer outro ambiente que favoreça a aprendizagem ativa, isto é, que propicie ao sujeito a possibilidade de fazer algo e com isso poder construir conhecimentos a partir de suas próprias ações (PAPERT, 2008).

Figura 52: Aluna V junto com a dupla M e P

Fonte: Acervo pessoal

A aluna V estava sozinha nesta aula, pois sua parceria na dupla faltou neste dia, este fato foi bastante comum durante a implementação do projeto e é muito comum durante o ano letivo também. Porém, isso não atrapalharia a nossa aula, a aluna V juntou-se aos alunos M e P e realizou a atividade com ainda mais empenho, “pois o conhecimento humano é essencialmente coletivo e a vida social constitui um dos fatores essenciais da formação e do crescimento dos conhecimentos” (PIAGET, 1973b, p. 17).

O trio V, M e P conseguiu construir um retângulo que não se modificasse ao mover os seus vértices.

Prof: *Muito bem! Agora o retângulo permanece retângulo sempre! Qual foi a modificação que vocês fizeram na construção inicial?*
Aluno V: *Foram as retas perpendiculares! Eles (citando os alunos M e P) tinham feito tudo paralelo, como o nosso paralelogramo, daí não ficava com 90º nos cantos, só se mexesse direitinho e montasse os 90º.*
Aluno M: *É, sora! A aluna V lembrou que retas perpendiculares têm 90º. Que bom que a dupla dela não veio! (risos)*
Prof: *Hum... Então a aluna V foi a salvação de vocês? (risos)*
Alunos P: *Sem ela a gente não ia saber que precisava usar as retas perpendiculares.*
Prof: *E por que é preciso usar retas perpendiculares?*
Aluno P: *Porque elas SEMPRE formam 90º.*

Para Piaget (1973b, p. 106), “a ação sobre o outro é inseparável da ação sobre os objetos”. Nesse sentido, a aluna V agiu sobre o objeto (GeoGebra) para resolver um problema da aula de Matemática e, com isso, agiu sobre os colegas M e P, auxiliando na compreensão do conceito de perpendicularidade de uma figura retangular.

Vamos analisar, agora, a construção da dupla U e A.

Prof: *Vocês estão conseguindo seguir o seu passo a passo?*
Aluno A: *Mais ou menos... Olha só, sora... A gente fez uma reta, depois a outra.*
Prof: *Essa duas retas foram criadas como?*
Aluno U: *Pega um reta e coloca na tela. Pega outra reta e coloca na tela de novo.*
Prof: *Ok! Continuem...*

Aluno A: *Daí a gente escreveu aqui que era pra criar uma reta paralela, mas não funciona... Porque a gente testou e não deu certo...*
Aluno U: *Pois é, sora! Eu acho que são aquelas que formam 90º.*
Prof: *Então vocês precisam daquelas outras retas...*
Aluno A: *Aquelas de 90º!*

Mesmo os alunos A e U não tido lembrado o nome *retas perpendiculares*, eles souberam dizer o que estava faltando na atividade. Nesse sentido, Papert afirma que “O ponto não é simplesmente que as crianças não conhecem a resposta adulta à pergunta e confundem-se pela ignorância; a questão é que, firma e consistentemente, elas dão uma outra resposta” (PAPERT, 2008, p. 147), resposta essa que se mostrou tão eficiente quanto se tivesse sido utilizado o termo *perpendiculares.*

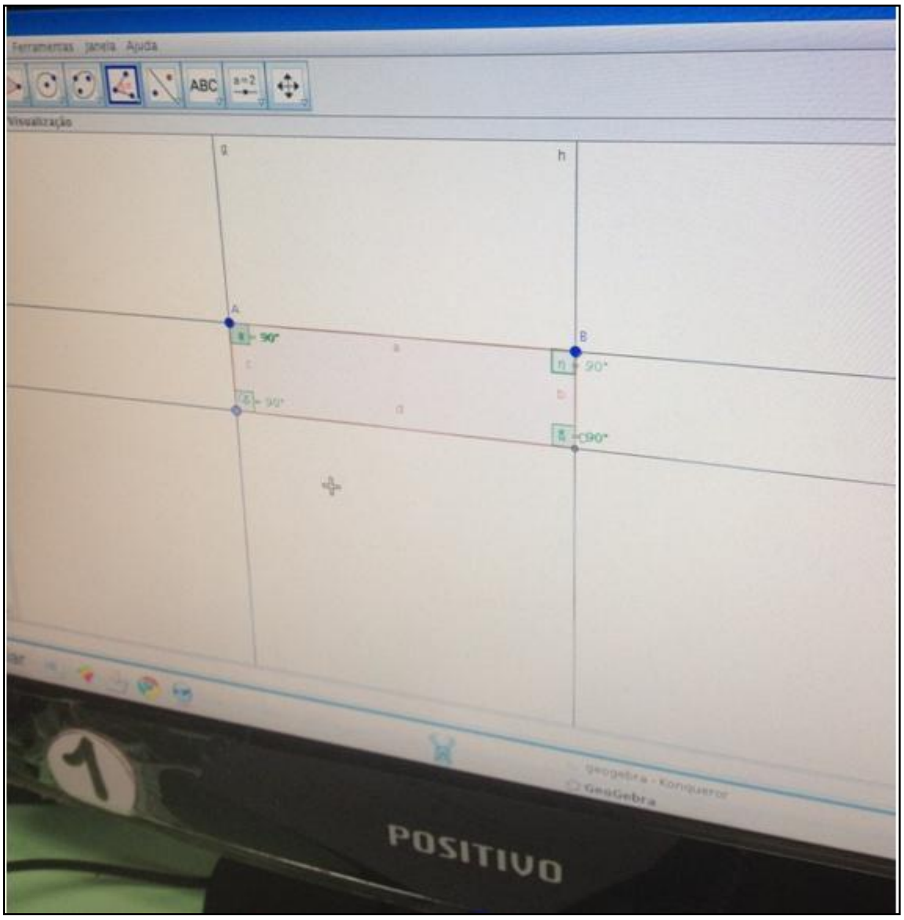
Ao final da construção, a figura ainda se deformava por causa das primeiras retas criadas sem ser paralelas. Contudo, isso não os desmotivou. Criaram um novo arquivo e reiniciaram a tarefa sem reclamações, pois “quando se está profundamente envolvido em algo, o estágio ‘fácil’ não é o que se deseja” (PAPERT, 2008, p. 58).

Quando cheguei para ver a construção dos alunos T e I, eles já estavam com toda a atividade concluída. Questionei-os sobre o ponto D, que estava sozinho e sem localização.

Aluno T: *A gente errou! O ponto D vem depois das retas perpendiculares e o ponto C também não deu muito certo, mas a gente já arrumou! Olha só!*

O retângulo deles não deixava de ser retângulo, mantinha-se retângulo quaisquer que fossem as movimentações dos vértices. Relataram-me que passaram por muitos erros até alcançarem o objetivo, contudo não precisaram da minha ajuda para isso, foram capazes de resolver as situações sozinhos. Segundo Freire (2006, p. 107), “Ninguém é autônomo primeiro para depois decidir. A autonomia vai se constituindo na experiência de várias, inúmeras decisões, que vão sendo tomadas.”

Figura 53: Construção da dupla T e I



Fonte: Sujeitos da pesquisa

AULA 6 - Resolvendo um problema de perímetro e área

Com a turma dividida em cinco grupos, escrevi no quadro o seguinte problema, que foi registrado pelos estudantes em seus cadernos: *“Carlos é um fazendeiro. Ele pretende cercar um lote retangular de sua propriedade com arame. Esse lote possui 36 m^2 de área. Qual é a quantidade mínima de arame, em metros, que Carlos deve comprar para cercar esse lote?”*

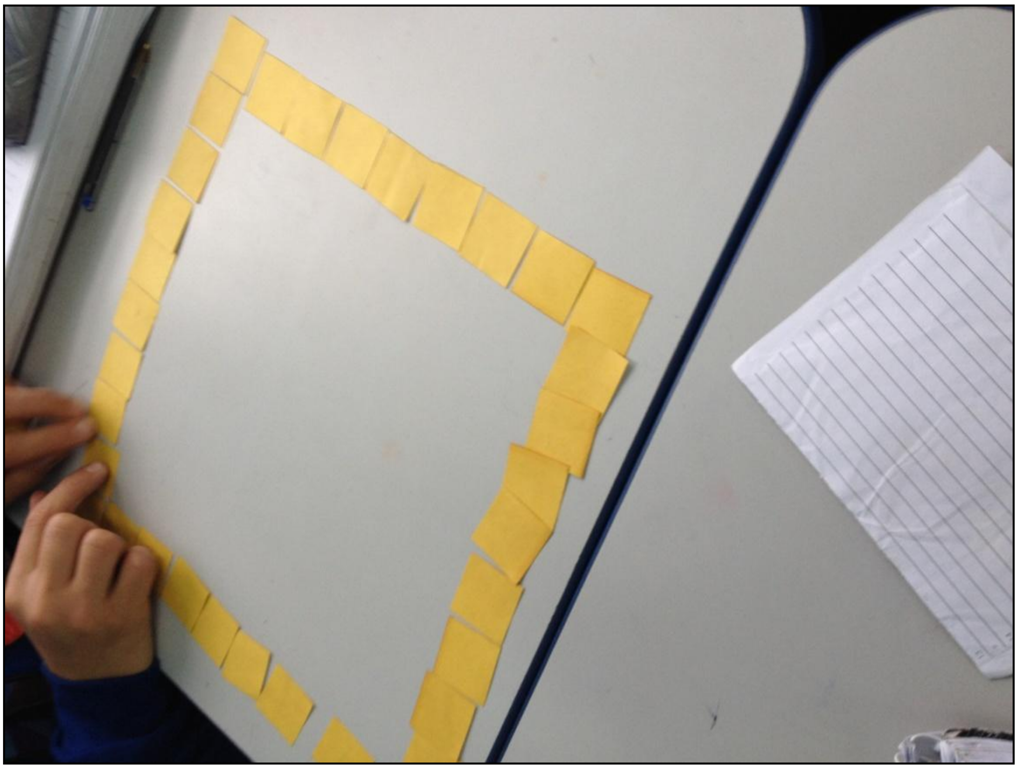
Cada grupo recebeu 36 quadradinhos de papel colorido que representavam 1 m^2 de terra daquele terreno. Com o auxílio deste material e dos integrantes do grupo, os estudantes começaram a criar suas hipóteses e registrar tudo em uma folha para entregar.

Grupo 3

Aluno T: *Já sei! Na tabuada, 4 x 9 é 36.*

Aluno M: *Isso! Vamos fazer assim: nove, nove, nove e nove.*

Figura 54: Terreno citado nas falas anteriores



Fonte: Acervo pessoal

Estes estudantes recorreram a um pensamento multiplicativo para descobrir as dimensões do possível terreno. Contudo, não atentaram ao fato de que os quadradinhos representavam pedacinhos da terra do lote do fazendeiro, foi, então, neste momento que eu intervim.

Prof: *Os quadradinhos representam o que mesmo?*

Aluno V: *Representam um pedacinho da terra ou grama do terreno...*

Prof: *Muito bem! Então essa terra ou grama ocupa só a borda do terreno?*

Aluno T: *Bah! Pior, sora! Não... Tem que colocar os quadradinhos por dentro também...*

Aluno M: *E tem que ser retângulo, né sora?*

Prof: *Sim! Vocês conseguem fazer um retângulo com 36 quadradinhos, preenchendo toda a superfície?*

Aluno T: *Acho que sim! É só usar a tabuada de novo e encher de quadradinhos por dentro.*

As minhas falas e interferências serviram para mostrar-lhes o caminho certo a seguir na realização da tarefa. Tentei agir de acordo com o que Papert chama de "ensino centrado no desenvolvimento, que evita moldar a mente como se ela fosse um meio passivo e, em vez disso, coopera com os padrões de desenvolvimento do aprendiz" (PAPERT, 2008, p. 51).

Após essa conversa comigo, o grupo continuo a discutir como seria esse novo terreno preenchido.

Aluno V: *Faz assim: quatro fileiras de nove quadradinhos...*
Aluno T: *Mas é a mesma coisa que a gente já fez antes...*
Aluno V: *Não é não! A gente vai preencher tudo por dentro... Olha só!*

O grupo foi montando o retângulo conforme a orientação do aluna V e descobriu que era possível usar a mesma ideia anterior, porém, agora, de forma correta. Para Piaget (1973b), o trabalho coletivo é uma ação executada em comum antes de ser um pensamento comum.

Em outro grupo, deparei-me com um desenvolvimento bastante avançado, comparado ao restante da turma. Enquanto a maioria nem havia terminado seu primeiro modelo de terreno, este grupo já estava na terceira representação.

Grupo 2

Prof: *Uau! Vocês já desenharam dois terrenos?*
Aluno R: *Já! E estamos no terceiro terreno!*
Prof: *Como vocês conseguiram fazer com tanta rapidez?*
Aluno H: *Primeiro vimos que era só pensar na tabuada. Aquelas que apareciam o 36, tipo 4 x 9, 2 x 18 e, agora, 3 x 12.*
Prof: *Muito bem! Gostei da estratégia!*
Aluno R: *E cada um foi dizendo uma e testando. A gente tá fazendo assim.*
Prof: *Vocês já têm ideia de quantas figuras podem ser feitas com esses quadradinhos?*
Aluno O: *Não, sora! Mas tem a tabuada do seis que eu sei que tem o 36 lá... Vai ser mais uma...*

A dinâmica que o grupo 2 adotou, em que cada integrante teve a oportunidade de expor sua criação, demonstra uma possibilidade de cooperação entre eles. Para sustentar este meu pensamento, trago as seguintes palavras de Piaget (1973b, p. 180)

> No período das operações propriamente ditas (de 7 a 11-12 anos) a criança se torna capaz de cooperação, isto é, não pensa mais em função dela só, mas da coordenação, real ou possível, dos pontos de vista. É assim que ela se torna capaz de discussão – e desta discussão interiorizada, e conduzida consigo mesmo, que é a reflexão – de colaboração, de exposições ordenadas e compreensíveis para o interlocutor.

Além disso, este grupo também recorreu a um pensamento multiplicativo, que Vergnaud (2014) chamou de produto de medidas.

Em outro grupo, encontrei os alunos discutindo sobre como calcular a medida de arame necessária ao terreno que tinham acabado de construir.

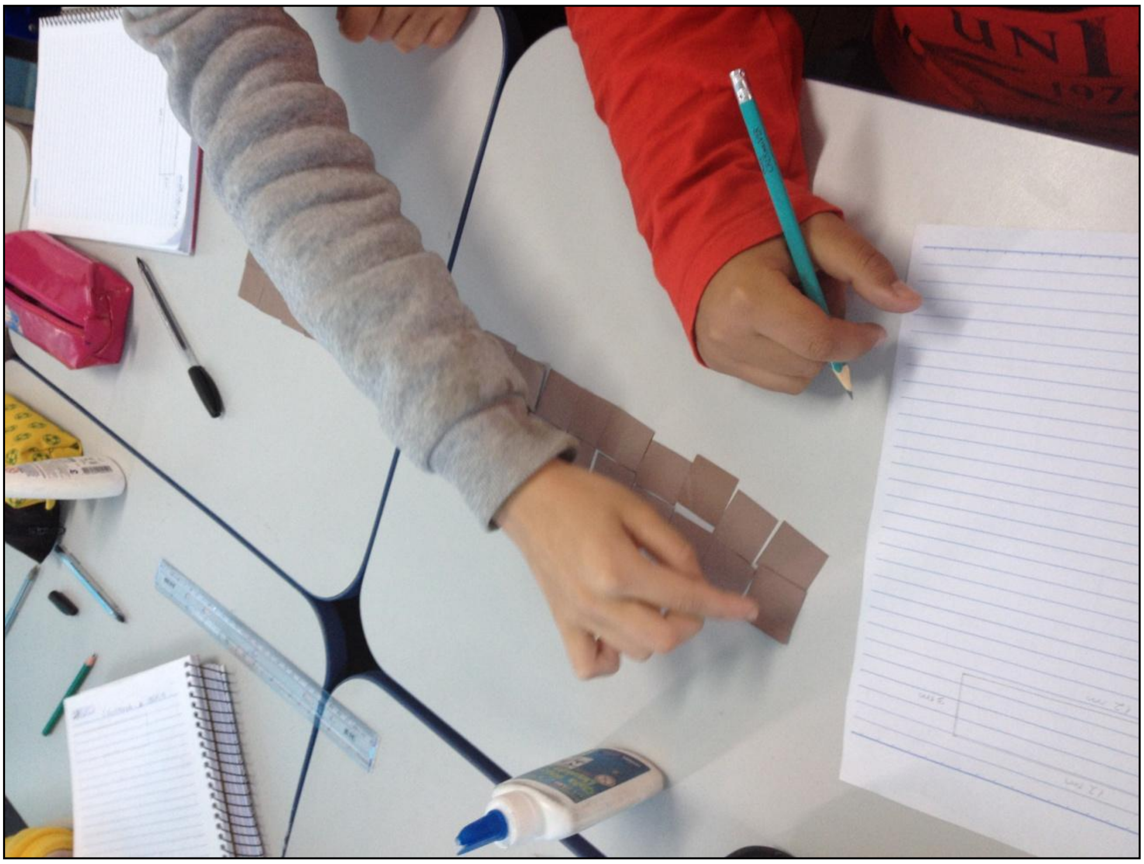
Grupo 1

Aluno A: *Gente! Pra calcular o arame, a gente precisa somar os lados...*
Aluno I: *Por que? Não é só fazer 2 x 18?*

No centro da mesa encontrava-se um retângulo formado por três fileiras com doze quadradinhos cada, a que se refere o aluno I.

Aluno A: *Daí vai dar os 36 QUADRADINHOS (dando ênfase à palavra)! Mas o arame vai passar em volta do terreno.*
Aluno E: *É, aluno I! Tu entendeu? O arame vai só ao redor, daí a gente pega 2 mais 18 mais 2 mais 18 pra saber quanto arame precisa... (mostrando as medidas no retângulo no centro da mesa)*

Figura 55: Aluno E demonstrando como se calcula o valor do arame



Fonte: Acervo pessoal

Piaget (1936) nos revela que a criança não é passiva, mas ativa, e que a razão (pensamento racional) não está inata no indivíduo, ela se elabora pouco a pouco e, que o convívio em grupos é o meio natural para essa atividade intelectual surgir por intermédio da cooperação.

Ao passar pelo grupo 2 novamente, percebi que eles conversavam sobre a possibilidade de construir um quadrado.

Aluno R: *Sora, a gente montou um quadrado seis por seis... Isso vale?*

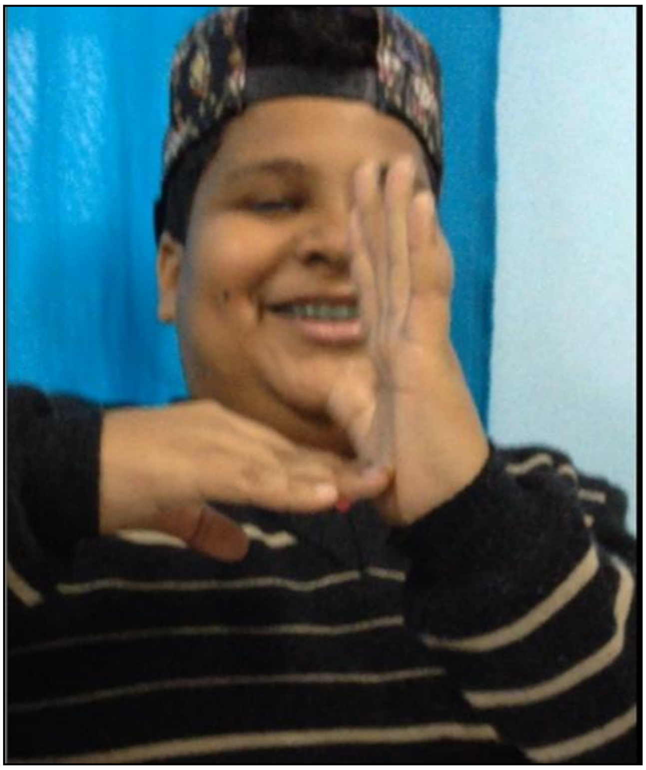
Aluno H: *Eu acho que vale, porque um quadrado tem os quatro ângulos retos, só que com os lados iguais...*

Prof: *O que uma figura precisa ter para ser um retângulo?*

Aluno O: *Eu lembro que lá no Labin (referindo-se a aula anterior em que usaram o GeoGebra), pra desenhar um retângulo, eu fiz retas perpendiculares...*

Aluno H: *Isso! Ângulos retos! (demonstrando com as mãos)*

Figura 56: Aluno H fazendo um ângulo reto com as mãos



Fonte: Acervo pessoal

Aluno R: *Então tá valendo o nosso quadrado!*

Prof: *Quantos terrenos vocês já construíram?*

Aluno H: *Cinco! Tem mais? Porque só faltava essa tabuada pra gente terminar...*

Prof: *Como assim? Só faltava essa tabuada?*

Aluno H: *Assim, sora! A gente foi vendo as tabuadas em que o 36 aparecia, daí a última que a gente estava em dúvida era a do seis, porque dava um quadrado.*

Aluno R: *E também porque um terreno de três por doze ou doze por três é a mesma coisa, daí a gente nem contou...*

Aluno O: *Ficou assim: um terreno de quatro por nove, um de dois por dezoito, um de três por doze, um de um por 36 e um de seis por seis.*

Aluno R: *Agora falta calcular os metros de arame, que é só somar.*

Este grupo decidiu primeiro representar todas as possibilidades de terreno retangular para, depois, calcular o valor do arame. Enquanto os demais grupos foram construindo um terreno e calculando o arame simultaneamente. Vergnaud (1994, p. 46, tradução minha) explica que "o panorama da aquisição de conhecimento é muito complexo", citando que o sujeito aprenderá, às vezes por descoberta, às vezes por repetição, às vezes por representação. Por isso, penso que devemos ficar sempre atentos às demonstrações de aprendizagem que nossos alunos nos dão.

Ao final desta aula, pedi que um integrante de cada grupo representasse no quadro um dos seus terrenos. Quando todos os desenhos estavam no quadro, comentamos sobre cada construção, suas medidas, suas semelhanças e suas diferenças. Concluí sistematizando os conceitos de perímetro e área de figuras retangulares a partir do que estava no quadro. Destaco uma fala que surgiu neste momento:

Aluno R: *A gente nem sabia de nada disso e conseguiu resolver o problema. Acho que não teria a mesma graça! Legal, sora!*

E acrescento as palavras de Papert (2008, p. 91) "Não é usar a regra que resolve o problema; é pensar sobre o problema que promove a aprendizagem".

AULA 7 – Recortando e articulando quadriláteros em papelão

Durante muitas semanas, fomos arrecadando caixas e embalagens de papelão e guardando-as no armário da sala de aula. Neste dia, quando anunciei que iríamos usar os papelões, a turma ficou muito animada, pois estavam curiosos demais desde o momento que eu comecei a pedir que trouxessem o material. Assim como para Piaget (1973b, p. 27) "o espírito da criança é pouco passivo", para Freire (2006, p. 88) "o exercício da curiosidade convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar".

Organizados em duplas, os estudantes deveriam confeccionar, cada um, oito peças retangulares de papelão conforme as minhas orientações. Expliquei que duas peças teriam 25 cm por 2 cm, outras duas peças teriam 10 cm por 2 cm e quatro peças seriam iguais e teriam 20 cm por 2 cm. Revelei que essas peças, ao final da construção, montariam dois quadriláteros bem conhecidos deles: um retângulo e um quadrado. E, para que fossem quadriláteros articulados, mostrei a eles um objeto chamado *colchete* ou *bailarina* que serviria para encaixar as peças e formar os vértices dos quadriláteros.

Aluno J: *Já sei quais peças são do quadrado! (risos)*

Aluno H: *Claro! São as quatro que são iguais!*

Aluno J: *Então as que sobram são do retângulo! Fechou! Sabemos de tudo "aluno H"! (risos)*

A aula seguiu numa animação especial. A turma estava descontraída, mas sem perder a atenção na atividade. Minha preocupação com a lembrança do uso da régua logo deu lugar à satisfação de vê-los aplicando os conhecimentos como se fossem velhos conhecidos. Este tinha sido o meu objetivo principal com a aula 1 (confecção da malha quadriculada), que eles se apropriassem do uso da régua e que não ficassem dependentes de uma explicação cada vez que precisassem desse instrumento.

> A capacidade de aprender, não apenas para nos adaptar mas sobretudo para transformar a realidade, recriando-a, fala de nossa educabilidade a um nível distinto do nível do adestramento dos outros animais. (FREIRE, 2006, p. 69)

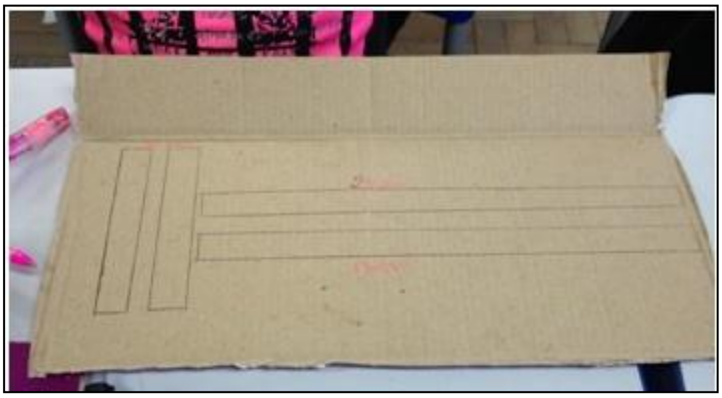
Figura 57: Todos com suas caixas de papelão

Fonte: Acervo pessoal

Figura 58: Medindo e desenhando as peças

Fonte: Acervo pessoal

Figura 59: Peças do retângulo prontas



Fonte: Acervo pessoal

A diferenciação e identificação das características dos dois quadriláteros apareceram espontaneamente, sem esforço.

Aluno R: *Na última aula a gente entendeu direitinho o que era retângulo e o que era quadrado, eu até descobri que quadrado também é retângulo! (risos)*

A aula a que o aluno R se refere foi a aula 6 descrita anteriormente. A atividade daquela aula favoreceu o sucesso desta. Concordo com Freire (2006) quando este diz que aprender é uma aventura criadora, algo muito mais rico do que meramente repetir a lição dada. Nesta aula, os alunos não repetiram a lição da aula anterior, eles criaram por meio do que aprenderam naquela aula.

Um fator importante que não posso me esquecer de relatar é o quão à vontade os estudantes estavam nessa aula. Não pareciam estar em uma sala de aula, um local normalmente repleto de regras sobre o que se pode e o que não se pode fazer, mas em um ambiente descontraído que os envolvia pela magia que estava presente naquela sala e que não exigiu de mim, a professora, pedidos de atenção, pois ela já estava lá. Complemento esta observação com as seguintes palavras de Piaget:

> ora, o êxito é mais fácil em um grupo de crianças da mesma idade do que quando há relações com os mais velhos ou os mestres: uma série de pequenos êxitos em seu grupo de trabalho pode, pois, conduzir o mau aluno a atitudes e esforços salutares, naqueles casos em que um constante fracasso em presença dos mestres o convenceria de não ser ele senão um imprestável para nada. Em uma palavra, a cooperação oferece aos escolares colocados abaixo da média um campo de educação de si próprios e de educação pelo controle mútuo e pela competição sem rivalidade, bem superior ao campo constituído pelo trabalho solitário. Quanto aos alunos superiores à média, nosso inquérito mostrou suficientemente as possibilidades de iniciativa e desenvolvimento que lhes oferece o trabalho por "equipes", tornando inútil insistir ainda nesse ponto. (PIAGET, 1936, p. 20)

A Figura 60 mostra um aluno realizando a tarefa no chão da sala de aula. Quando o vi assim, de joelhos no chão, logo perguntei:

Prof: *Aluno R! Não é melhor te apoiar na classe? Coloca uma outra folha de papelão por baixo dessa e usa o estilete...*

Aluno R: *Não, sora! Aqui no chão tá tranquilo... Tá limpinho!*

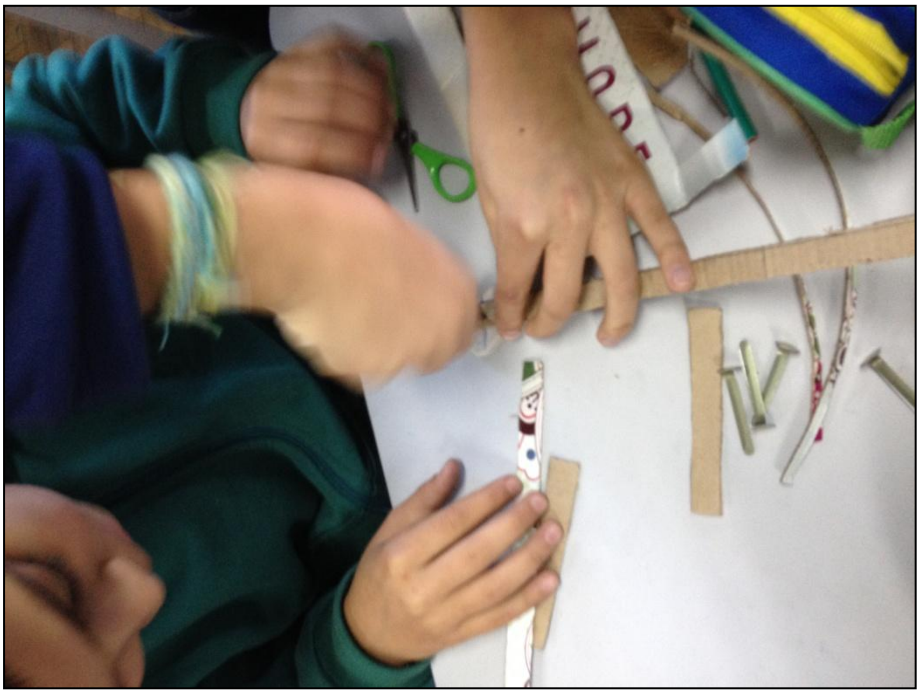
Figura 60: Aluno R recortando as peças no chão

Fonte: Acervo pessoal

Para Freire (2006, p. 45) “Há uma pedagogicidade indiscutível na materialidade do espaço”. Realmente, as salas da nossa escola estão sempre impecavelmente limpas e organizadas, pois os alunos são orientados desde bem pequenos a manter o material, seu e da escola, em bom estado para que todos possam usufruir por muito tempo; e os funcionários da limpeza prezam por uma escola sempre limpa e arrumada. Isso permite que se encontrem situações como a da Figura 60.

Para a montagem das figuras, toda a ajuda era bem vinda. Os estudantes precisavam lidar com cuidado com as peças para não entortá-las ou rasgá-las. Um aluno criou uma técnica para furar os cantos das peças: usou uma borracha como apoio, apoiando a peça de papelão em cima da borracha, ele perfurava o papelão com a ponta de um lápis bem apontado. Podemos observar na Figura 61 este aluno furando as peças do colega, o que ele fez para quase toda a turma.

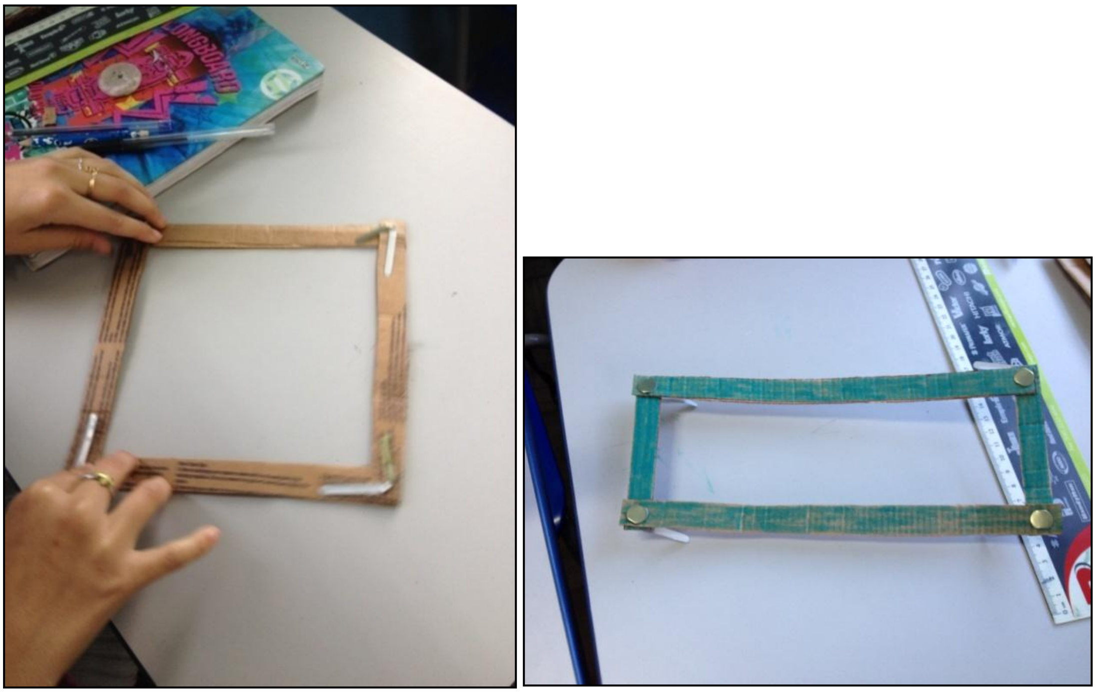
Figura 61: Aluno usando sua técnica de perfurar papelão



Fonte: Acervo pessoal

A iniciativa de ajudar os colegas partiu deste aluno, e quando Piaget diz que "o esforço livre na criança tem por condição natural a colaboração e o mútuo auxílio" (PIAGET, 1936, p. 16), eu vejo esta turma personificada nesta citação.

Figura 62: O quadrado e o retângulo prontos



Fonte: Acervo pessoal

AULA 8 – Discussão sobre perímetro e área com os objetos de papelão

Na aula 6, sistematizei os conceitos de perímetro e área após a realização da atividade com os quadradinhos de papel. No início desta, relembrei o que cada um dos conceitos representava e como se calculava, pois eles seriam importantes para a proposta desta aula.

Em duplas, não necessariamente as mesmas da última aula, os estudantes receberam os seus retângulos e seus quadrados articulados. Com a ajuda deles, responderiam a algumas perguntas feitas por mim. Fiz as primeiras perguntas para o grande grupo e registrei as respostas deles em vídeo.

Primeiramente, com o retângulo em mãos, movimentei suas arestas para que ele se tornasse um paralelogramo e questionei-os:

Prof: *Ao movimentar o retângulo, em que quadrilátero ele se transforma?*
Aluno V: *Ele vira aquele com os lados paralelos... Lá do GeoGebra...*
Aluno K e Aluno J: *O paralelogramo!*
Prof: *Por que ele se transforma em um paralelogramo?*
Aluno J: *Porque ele fica assim (mostrando a sua engenhoca modificada). Fica meio inclinado...*
Aluno R: *Ele não tem mais os ângulos retos! Daí não é mais retângulo e vira um paralelogramo!*
Prof: *Todos concordam com o aluno R?*
Todos: *Sim!*
Prof: *E se eu fizer o mesmo com o quadrado? Em que figura ele se transformará?*

Neste momento, todos articularam seus quadrados diversas vezes tentando encontrar a resposta naquela figura que surgia.

Aluno H: *Eu me lembro dessa figura...*
Aluno D: *Cara! Deve estar no caderno, lá junto com os quadriláteros...*

Todos pegaram seus cadernos e começaram a procurar a figura.

Aluno T: *Achei! É um losango! Ele tem todos os lados iguais, mas não é um quadrado.*
Aluno I: *Não é um quadrado porque não tem os ângulos retos.*
Aluno T: *Esse ângulo é muito importante mesmo!*

Essa troca de ideias e de informações possibilitou que todos se envolvessem na dinâmica de descobertas com as suas construções e pouco a pouco dessem sua contribuição. Segundo Piaget (1973b, p. 27), “O desenvolvimento individual é em parte condicionado pelo meio social”.

Novamente com o retângulo em mãos, pedi que os alunos respondessem o que aconteceria com o perímetro daquela figura quando eu modificava a sua altura, diminuindo-a, e mantendo a base fixa, diminuiria, aumentaria ou mantinha-se igual ao do retângulo.

Aluno J: *Com o perímetro não acontece nada...*
Aluno G: *A senhora não mudou o tamanho dos lados desse retângulo. Então tá tudo na mesma!*
Prof: *Todos concordam com isso? O perímetro aqui é igual ao daqui? (articulando o retângulo e todos repetindo essa ação juntamente comigo)*
Todos: *Siiim!*
Prof: *E o que acontece com a área quando eu faço essa modificação? Aumenta? Diminui? Ou se mantém igual a do retângulo?*

Neste instante, um silêncio tomou conta da sala. Continuei com a pergunta, mas agora formulada de maneira diferente.

Prof: *A gente lembrou que a área representa a medida da superfície interna da figura, o que está por dentro, como a terra do fazendeiro daquela outra aula. Estão lembrados?*
Todos: *Sim!*
Prof: *Então... Essa parte de dentro da figura ficou maior ou menor do que estava antes de eu mexer o retângulo?*
Aluno V: *Ficou mais fina. E quanto mais descer, mais apertado vai ficando. (articulando seu retângulo ao limite de diminuir toda a área interna da figura)*

Aluno A: *Que legal, sora! O papelão não tá mudando de tamanho, mas a figura vai diminuindo, diminuindo...*

Aluno G: *A parte de dentro vai diminuindo, só que por fora tá igual! Isso é genial!*

Prof: *E aí? O que acontece com a área dessa figura?*

Todos: *Diminui!*

Aluno K: *E quando volta, fica maior! (retornando ao retângulo)*

Aluno G: *Cara! Isso quer dizer que tu vai baixando o papelão, vai diminuindo a parte de dentro.*

Aluno A: *A ÁREA! (dando ênfase à palavra)*

Prof: *Como se faz o cálculo da área de retângulos, mesmo?*

Todos: *Base vezes altura!*

Aluno H: *É isso!*

Prof: *Isso o quê? Compartilha com todo mundo!*

Aluno H: *A base, a senhora não mudou. Mas foi diminuindo a altura! Daí diminuiu a área! (fala com muita empolgação)*

A turma toda estava muito empolgada. Fizemos os mesmos experimentos com o quadrado e eles fizeram as descobertas com o mesmo entusiasmo que manifestaram na primeira vez. O diálogo foi o protagonista desta aula, foi ele que permitiu diversas descobertas que se transformaram em conhecimentos. E os protagonistas do diálogo foram os alunos, que não se intimidaram frente às minhas perguntas. Eles estavam livres, mas disciplinados, assim como Freire (2006) apresenta a autoridade do professor como algo que "jamais minimiza a liberdade" (p. 93), mas que constrói um clima de disciplina. E acrescenta que a autoridade está "convicta de que a disciplina verdadeira não existe na estagnação, no silêncio dos *silenciados*, mas no alvoroço dos *inquietos*, na dúvida que instiga" (p. 93).

AULA 9 – Entre martelos e pregos

O conjunto de materiais necessário para a construção de um geoplano é composto de: um pedaço de madeira com aproximadamente 20 cm de largura e 20 cm de comprimento, pregos, martelo e folhas de ofício. Para a exploração do geoplano são necessários atilhos de borracha.

Esses materiais, normalmente, não estão disponíveis nas escolas. Por isso, fiz um pedido especial aos estudantes meses antes da realização da atividade.

Prof: *Turma! Vou precisar que vocês providenciem alguns materiais diferentes para as nossas aulas futuras. Eu preciso que vocês consigam um pedaço de madeira, de aproximadamente 20 cm por 20 cm, e tragam pra mim. Vamos precisar também de martelos.*

Após essa fala, a sala de aula se encheu de curiosidade. Todos os estudantes queriam saber o que seria feito com a madeira e o martelo. Este material não é comum de se ver no âmbito da sala de aula, o que trouxe uma inquietação por parte dos estudantes. Para Freire (2006, p. 79) “mudar é difícil mas é possível”.

Durante dois meses, fui arrecadando as madeiras e guardando-as identificadas com o nome dos estudantes. Alguns alunos trouxeram mais de uma madeira, dizendo-me que era para guardar para quem não conseguisse trazer. Essa preocupação dos estudantes com seus colegas revela indícios da decentração[8] (PIAGET, 1973b) desses adolescentes, em que buscam compreender o outro e abrem a porta para a cooperação.

Chegado o dia da realização da atividade, a turma foi separada em pequenos grupos, pois é pelo atrito incessante com outrem, pela oposição das vontades e das opiniões, pela permuta de ideias e pela discussão, pelos conflitos e pela compreensão mútua que todos nós aprendemos a nos conhecer a nós próprios (PIAGET, 1936). Cada integrante do grupo construiria o seu geoplano.

Aluno C: *É hoje que a gente vai usar as madeiras?*
Prof: *Vamos!*
Aluno C: *Eu estou muito ansioso pra saber o que um pedaço de madeira pode me ensinar !*
Aluno G: *Eu quero a minha... Depois vou mostrar pro meu pai o que a gente fez com a madeira que ele conseguiu pra mim!*

---

[8] A decentração (tirar do centro) corresponde à capacidade do indivíduo refazer o percurso cognitivo de outro sujeito, afastando-se da sua lógica individual.

Papert (2008) defende que o aprendizado ocorre especialmente quando o aprendiz está engajado em construir um produto de significado pessoal que possa ser mostrado a outras pessoas.

Figura 63: Todos martelando os seus geoplanos

Fonte: Acervo pessoal

No início do trabalho, uma aluna comentou:

Aluno F: *Eu não vou conseguir martelar... Não tenho força pra isso.*

E uma colega respondeu:

Aluno H: *Tu consegue sim... Olha pra mim... Também achei que só os meninos se dariam bem nessa atividade, mas eu to conseguindo! Vou fazer o melhor Geoplano do mundo! (risos)*
Aluno F: *Valeu! To contigo, amiga!*

Nessas falas percebe-se o engajamento dos estudantes na atividade, o que pode vir a desencadear um processo de autonomia nelas. Essa autonomia possibilita o desenvolvimento da capacidade do estudante compreender-se como sujeito da história (FREIRE, 2006).

Além disso, a demonstração de incentivo por parte da colega nos mostra a importância do trabalho por equipes na escola, o que pode favorecer o que Piaget (1936) chama de cooperação.

Figura 64: Superando as dificuldades

Fonte: Acervo pessoal

Durante as marteladas, fui questionando os estudantes:

Prof: *De que forma ficarão os pregos no final do trabalho?*
Aluno E: *Enfileirados...*
Prof: *Com a mesma distância?*
Aluno E: *Claro! A malha quadriculada estava cheia de retas paralelas...*
Prof: *E o que isso significa?*
Aluno E: *Que os pregos também seguem essas retas e que ficam longe uns dos outros com o mesmo tamanho.*
Prof: *Mesma distância, tu quis dizer?*
Aluno E: *Isso, sora! Não lembrava dessa palavra!*

Papert (2008) propõe que educar consiste em criar situações para que os aprendizes se engajem em atividades que alimentem o processo construtivo.

Destaco outras falas:

Aluno G: *Como é o nome mesmo daquelas linhas que formam 90° que a gente viu na aula?*

Aluno D: *Perpendiculares. Por quê?*

Aluno G: *Porque eu estou vendo elas aqui no geoplano! (risos)*

Aluno D: *Mesmo? Como?*

Aluno G: *É só olhar os pregos alinhados... Quando os outros pregos encontram esses, forma ângulo de 90°!*

Aluno D: *Verdade! No meu também... Só preciso melhorar aqui... (aluno mostra um prego que está fixado de forma inclinada)*

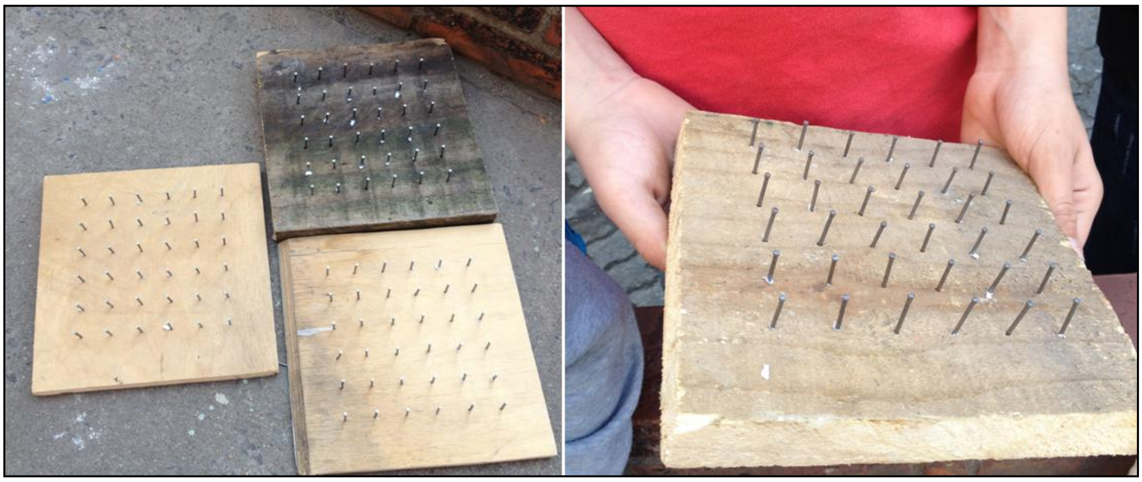
Aluno G: *Claro, né! Todos terão essas linhas perpendiculares, porque a gente desenhou as malhas assim!*

Com essas falas, percebe-se que a cooperação é verdadeiramente criadora (PIAGET, 1936).

Figura 65: Estudantes visualizando as características do geoplano

Fonte: Acervo pessoal

Figura 66: Alguns geoplanos prontos



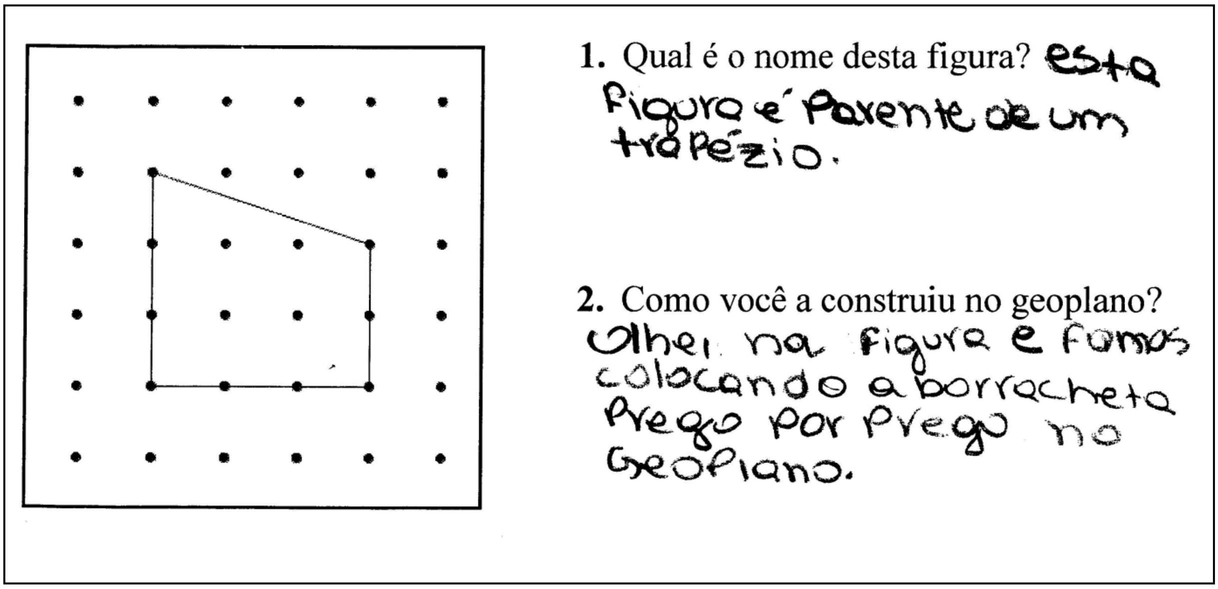
Fonte: Acervo pessoal

Com os geoplanos construídos, passamos para as atividades a serem realizadas com eles.

AULA 10– O geoplano em ação

Na atividade 1, os estudantes não identificaram a figura que correspondia a um trapézio com a mesma rapidez que as outras figuras. Muitos recorreram à ajuda do caderno, em que havíamos registrado a classificação dos quadriláteros. Destaco a seguinte resposta dada pelos alunos O e V:

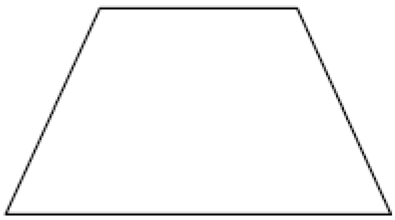
Figura 67: Extrato da resposta do aluno O e V



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Em seus cadernos, havíamos desenhado o seguinte trapézio:

Figura 68: Trapézio representado no caderno dos alunos



Fonte: A autora

Nesta atividade, a representação estava um pouco diferente daquela desenhada no caderno, o que gerou uma certa dúvida neles sobre ser ou não um trapézio. Ao perguntar à dupla O e V o porquê da palavra "parente" na resposta à pergunta 1, eles me revelaram o seguinte:

Aluno O: *É que a gente não encontrou essa figura no caderno, só uma parecida, que é o trapézio, que tem "pelo menos dois lados paralelos". (citando o que estava escrito no caderno)*
Aluno V: *Essa figura tem dois lados paralelos se a gente virar a folha, mas não é bem igual ao caderno, sora! Por isso, é parente! E também não é parecida com nenhuma outra daquelas que a gente desenhou.*

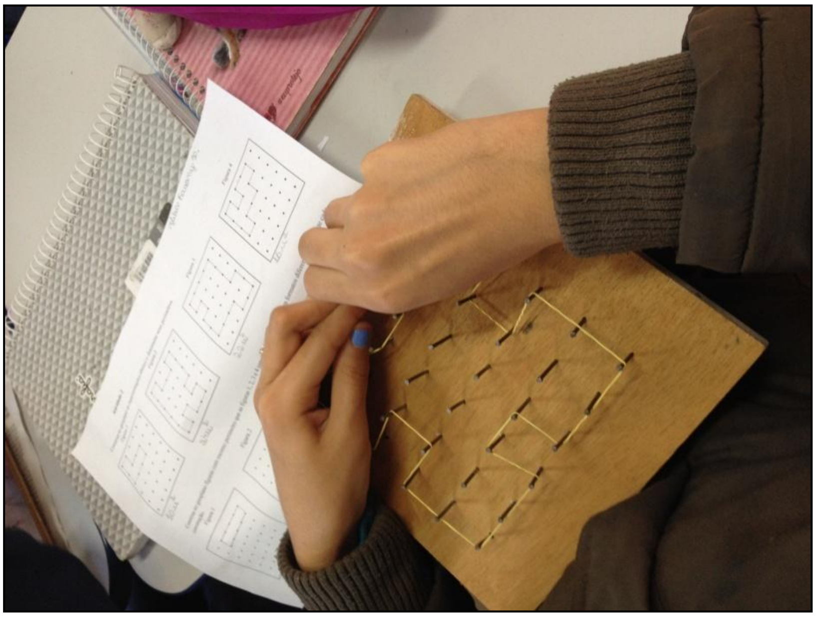
Esses estudantes eliminaram as possíveis respostas por meio das características das figuras desenhadas no caderno. E chegaram à conclusão de que era um "parente" do trapézio, pois obedecia às características do mesmo, porém não estava representado da mesma maneira. Com esta atividade, eles puderam compreender as características de cada figura e perceber que as representações podem variar.

Além disso, essa dupla deu uma resposta tão singela à pergunta 2, que eu não esperava. Contudo, não desaprovo essa conduta. Pelo contrário, concordo com Papert (2008, p. 148) quando diz: "Em vez de pressionar as crianças a pensarem como adultos, faríamos melhor nos lembrando de que elas são grandes aprendizes e tentando seriamente nos tornar mais parecidos com elas".

Antes de iniciar a atividade 2, combinamos de usar uma única nomenclatura para as nossas medidas, sabendo que cada distância entre os pregos representava uma unidade de comprimento, a sugestão vinda da turma foi de que cada espaço entre os pregos mediria $1\,u$ e que cada quadradinho formado por quatro pregos representaria $1\,u^2$, pois seria a área dos quadradinho. Logo, nossa unidade de medida criada foi a u.

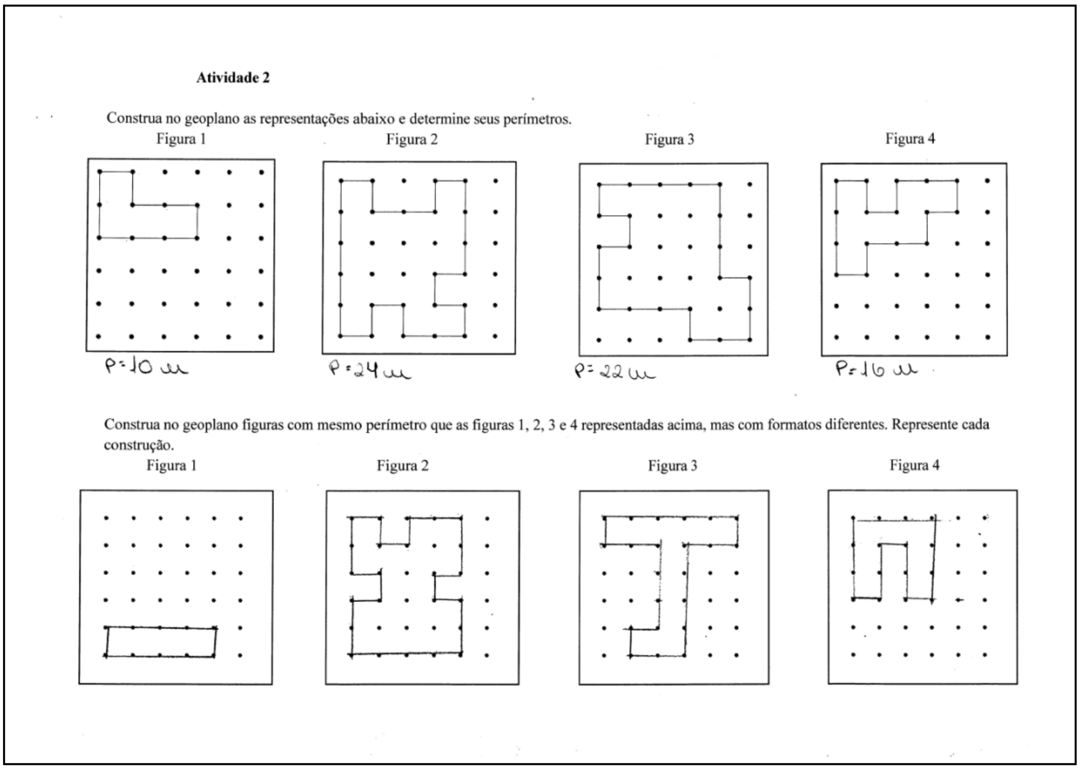
Na atividade 2, foi pedido que eles construíssem nos geoplanos algumas figuras dadas e calculassem os seus respectivos perímetros. Em seguida, precisavam criar outras figuras, diferentes das anteriores, mas com o mesmo perímetro. A realização dessa tarefa os deixou mergulhados entre pregos, madeira e atilhos de tal forma que não sossegavam até que tivessem criado figuras muito diferentes das já apresentadas anteriormente. Segundo Papert (2008, p. 172), “A fantasia sempre foi encorajada nas boas aulas de escrita e nas aulas de Arte. Excluí-la da atividade científica é um imenso abandono de uma oportunidade para desenvolver vínculos entre crianças e Ciência”.

Figura 69: Criando figuras



Fonte: Acervo pessoal

Figura 70: Resolução da atividade 2 pelo Aluno D

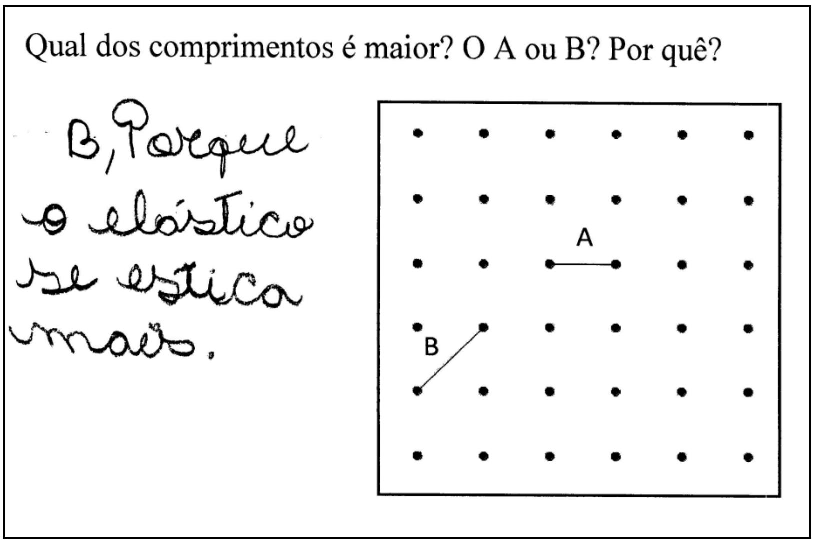


Fonte: Sujeitos da pesquisa

Com essa atividade, eles compreenderam que o perímetro pode ser igual, mas o polígono pode ter outra forma Esse é um conceito muito importante para o ensino de geometria, pois traz consigo a ideia de conservação do perímetro no caso de transformações que preservem as medidas lineares de uma dada figura.

Na primeira parte da atividade 3, todos se saíram bem ao responderem que a diagonal é maior que o lado dos quadradinhos da malha quadriculada. E a maioria usou como justificativa a diferença percebida no elástico durante a construção.

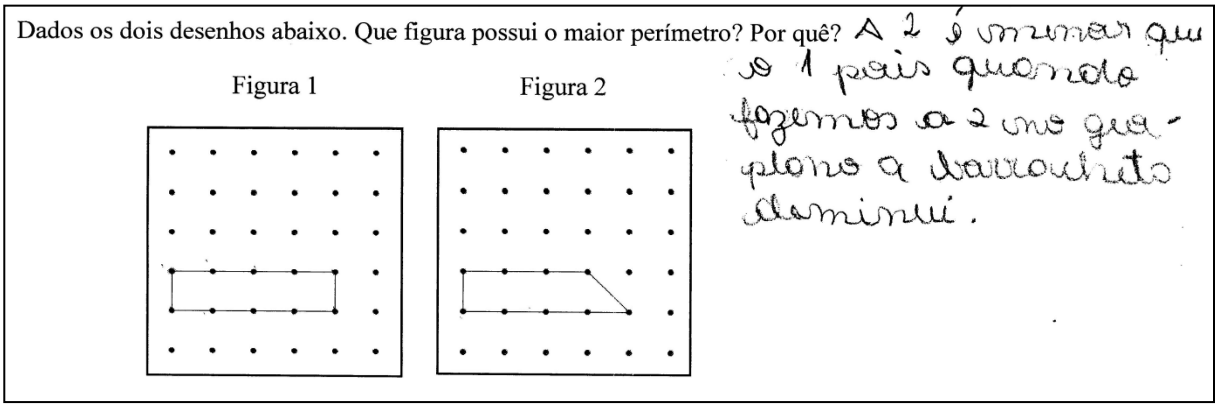
Figura 71: O elástico representa a justificativa



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Na segunda parte desta mesma atividade, o pensamento sobre o tamanho do elástico se repetiu em várias respostas.

Figura 72: O elástico de novo!

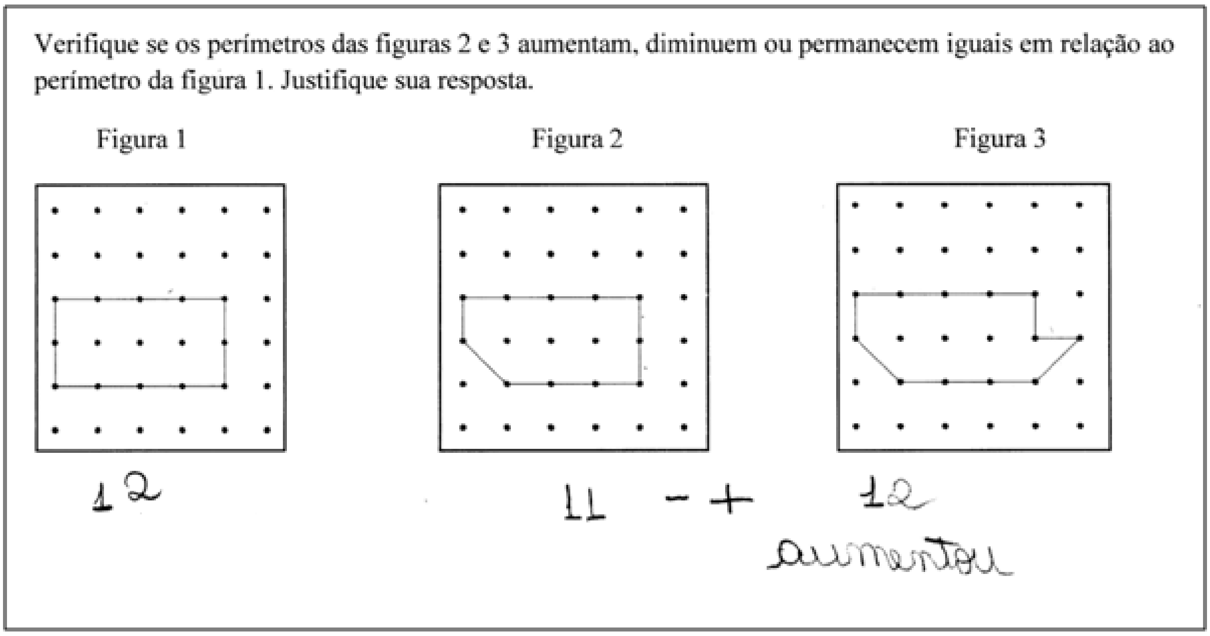


Fonte: Sujeitos da pesquisa

O elástico foi uma descoberta muito interessante e válida. Eles perceberam que ao mudar a construção da figura 1 para a figura 2, o elástico diminuía a sua pressão, isso significou que a borda da figura diminuiu de tamanho. Este pensamento permitiu que os estudantes tomassem decisões sem precisar saber quanto media a diagonal do quadradinho.

A última parte desta atividade gerou muitas dúvidas. Nenhum grupo conseguiu fazer uma comparação entre os três perímetros. Destaco a seguinte resolução.

Figura 73: Extrato dos alunos B e Z



Fonte: Sujeitos da pesquisa

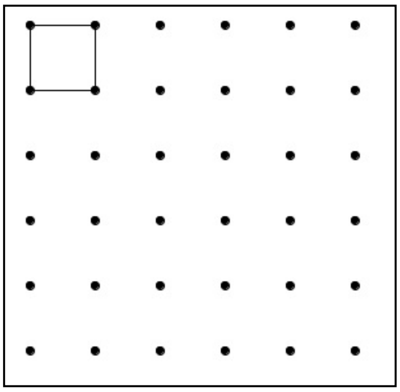
Estes alunos contaram a diagonal dos quadradinhos como uma unidade inteira. Contudo acrescentaram um “mais ou menos” (em símbolos) no perímetro da figura 2, e a palavra “aumentou” na resposta à figura 3. Fiz algumas perguntas a eles.

Prof: *Por que vocês usaram “mais ou menos” nessa resposta?*
Aluno B: *Porque não é bem 11 o perímetro.*
Prof: *E por que a palavra “aumentou” nessa resposta?*
Aluno B: *Porque a gente contou 10 pedacinhos mais duas diagonais. Daí fica tipo 12 o perímetro, só que maior que a primeira figura.*
Prof: *Por que maior?*
Aluno B: *Porque a diagonal é maior.*

Estes alunos não souberam como representar as diferenças nos perímetros, mas souberam se expressar de maneira simples, contudo repleta de descobertas muito importantes.

A próxima atividade, a atividade 4, envolvia o conceito de área. Eles sabiam que a área de uma figura correspondia à sua superfície, e que, da mesma forma como os espaços entre os pregos representavam uma unidade de comprimento, os quadradinhos que compõem o geoplano representavam uma unidade de área, que seria representada por $1\,u^2$ conforme o combinado. Assim, a área da primeira figura que aparecia era de $1\,u^2$.

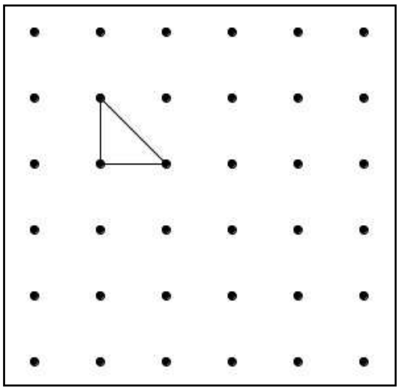
Figura 74: 1 u²



Fonte: Atividade 4

Ao se depararem com a Figura 75, não souberam responder qual era a sua área.

Figura 75: O que fazer agora?



Fonte: Atividade 4

Prof: *Que figura temos aqui? (mostrando o triângulo acima)*

Todos: *Um triângulo!*

Prof: *Quantos triângulos iguais a esse cabem no quadradinho que é a nossa unidade de área?*

Todas: *Dois!*

Aluno K: *Ah! Então é a metade da área.*

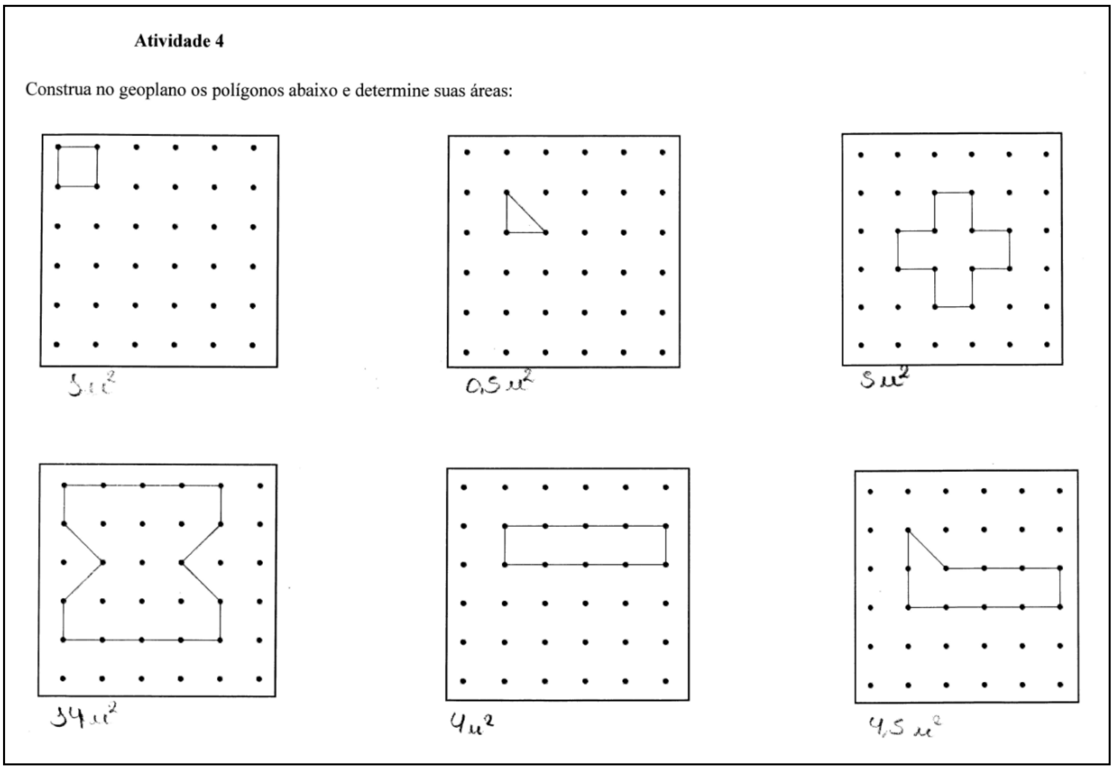
Aluno R: *É* $0{,}5$*?*

Prof: $0{,}5\,u^2$.

Neste diálogo, podemos identificar diversos conceitos matemáticos sendo explorados de forma intuitiva e espontânea. Além de formas geométricas, os estudantes identificaram o conceito de simetria ao verificarem que dentro de um quadradinho temos dois triângulos iguais ao dado na figura. Com esse conceito, puderam compreender que a área do triângulo equivalia à metade de uma unidade de área.

Muito felizes com a nova descoberta, calcularam as áreas com facilidade.

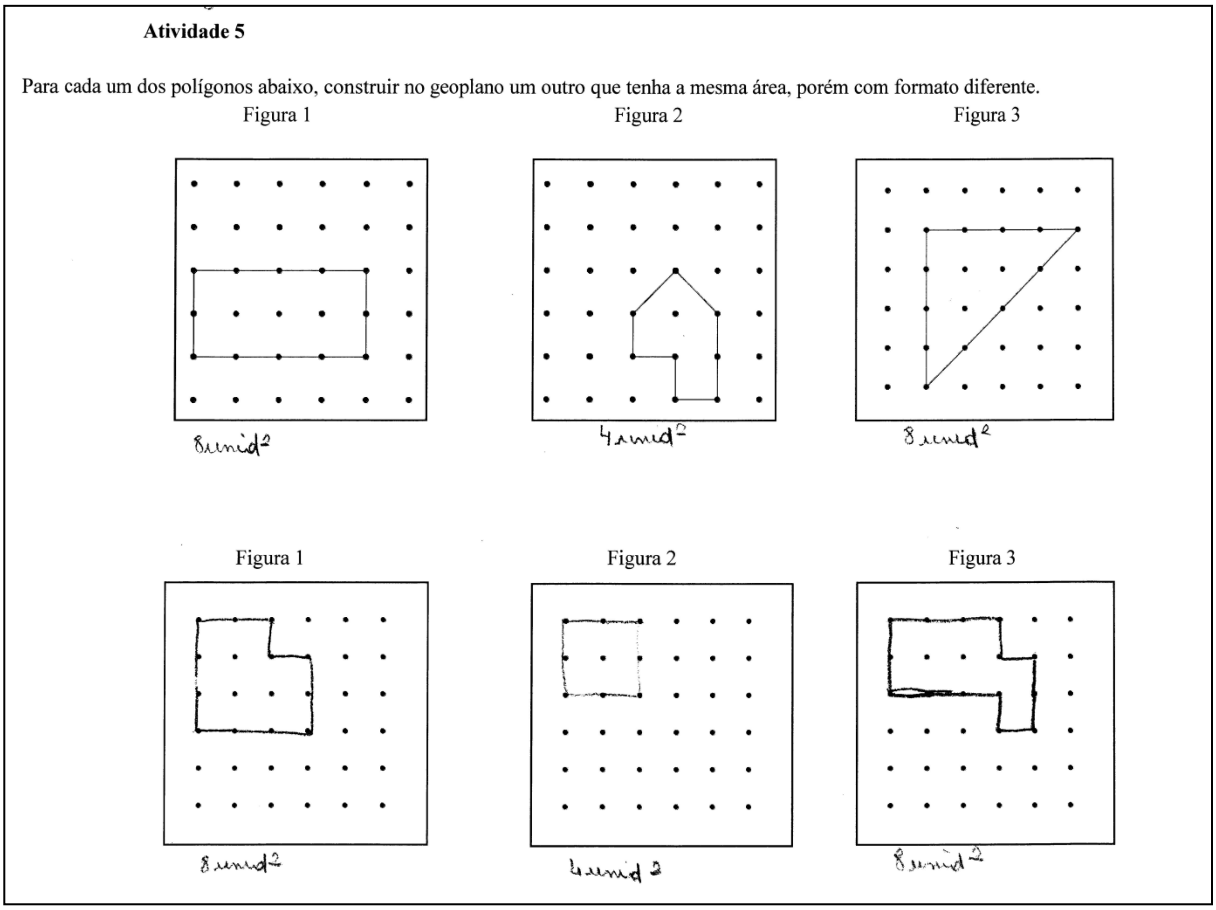
Figura 76: Cálculo das áreas



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Parecida com a atividade 2, a atividade 5 pedia aos estudantes que criassem figuras diferentes das já dadas, mas com a mesma área. Antes de criarem, eles tinham que descobrir a área de cada figura.

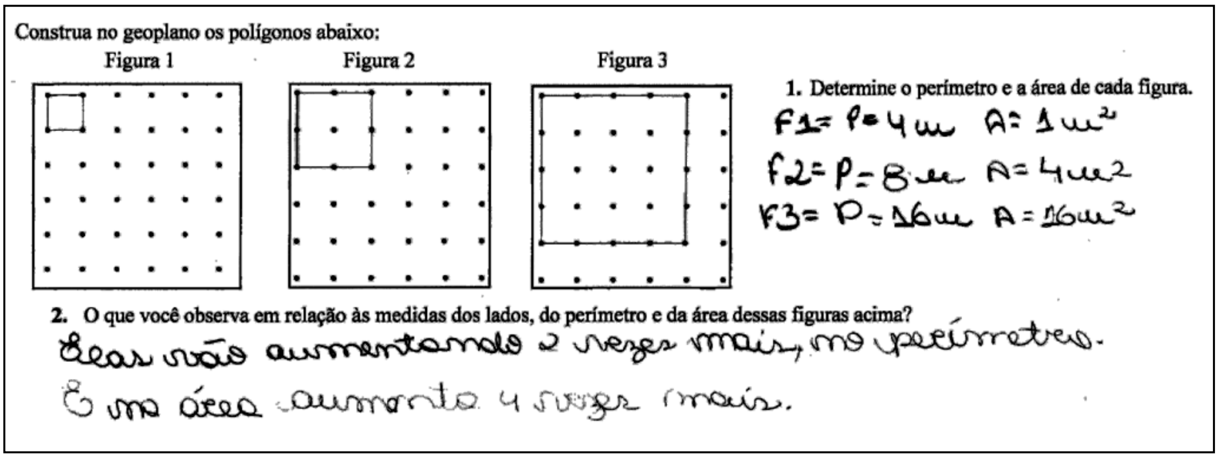
Figura 77: Criando novas figuras



Fonte: Sujeitos da pesquisa

A atividade 6 estava dividida em duas partes. A primeira continha uma sequência que representava três quadrados cujos lados foram sendo duplicados a cada etapa. Foi pedido que calculassem os seus perímetros e suas áreas e respondessem a uma pergunta: o que você observa em relação às medidas dos lados, do perímetro e da área dessas figuras?

Figura 78: Extrato da primeira parte da atividade 6



Construa no geoplano os polígonos abaixo:

Figura 1 Figura 2 Figura 3

1. Determine o perímetro e a área de cada figura.

F1= P=4u A=1u²

F2= P=8u A=4u2

F3= P=16u A=16u²

2. O que você observa em relação às medidas dos lados, do perímetro e da área dessas figuras acima?

Elas vão aumentando 2 vezes mais, no perímetro.

E na área aumenta 4 vezes mais.

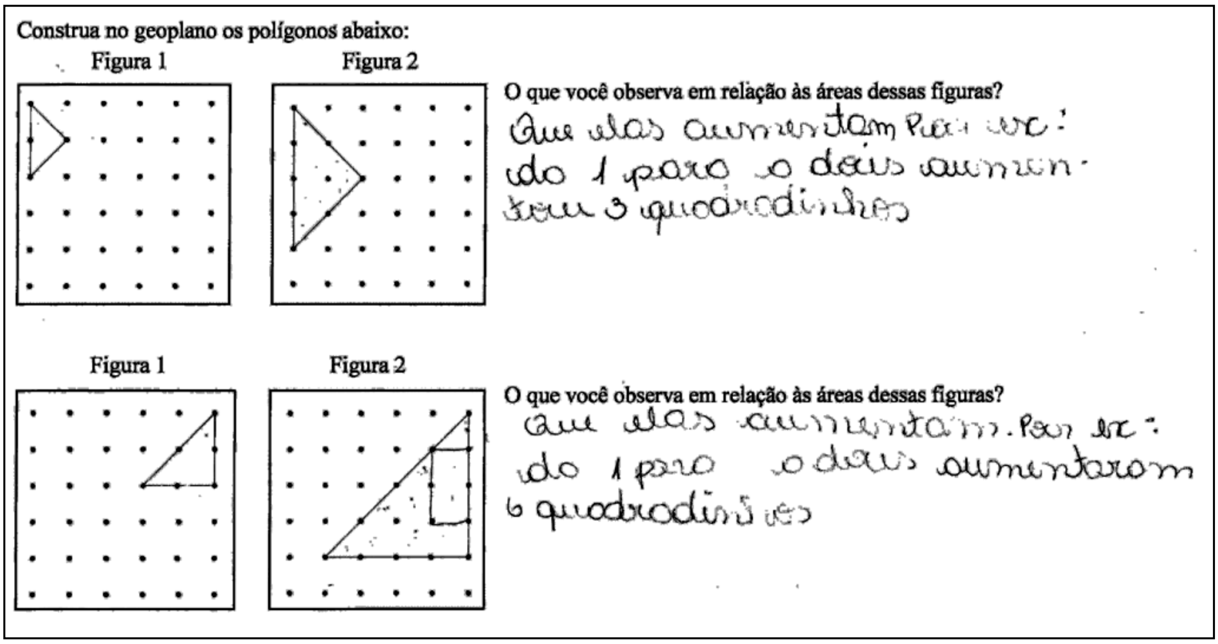
Fonte: Sujeitos da pesquisa

Todos realizaram com facilidade essa primeira parte, fazendo as comparações por meio do pensamento multiplicativo.

A segunda parte continha uma sequência de dois retângulos que também tinham seus lados dobrados de comprimento. As duas primeiras perguntas foram respondidas de acordo com o pensamento apresentado na resolução da sequência de quadrados anterior. Entretanto, a pergunta 3 não foi respondida corretamente por nenhum grupo. Eles não conseguiram chegar à resposta correta, porém fizeram suas projeções para a figura 3, que seria a terceira figura da sequência de retângulos.

Por fim, esta aula terminou com a atividade 7, sobre triângulos. Nas duas primeiras sequência de triângulos os comprimentos dos lados dobravam. Como não foi pedido para que eles calculassem as áreas, apenas comparassem essas medidas, eles contaram os quadradinhos e responderam quantos quadradinhos tinham a mais no segundo triângulo de cada sequência. Não usaram o pensamento multiplicativo como na atividade 6.

Figura 79: Extrato do início da atividade 7



Fonte: Sujeitos da pesquisa

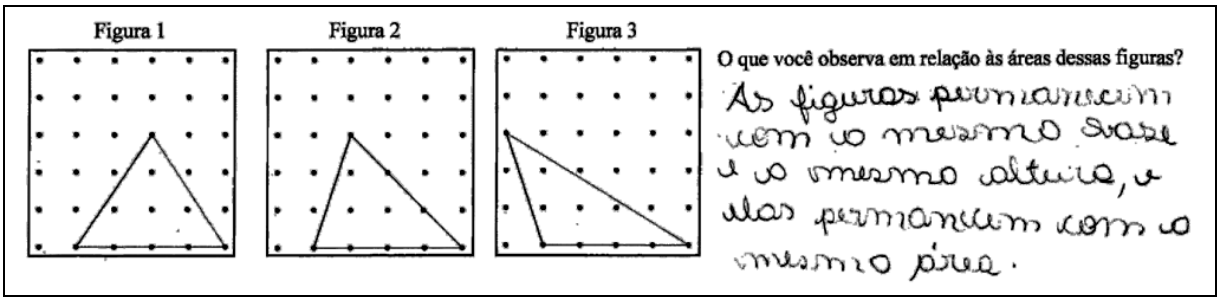
A última parte da atividade 7 deixou os estudantes muito inquietos. Eles fizeram as representações diversas vezes em seus geoplanos, procuraram nos cadernos o conteúdo de área de polígonos, mas não encontravam os triângulos entre as páginas dos cadernos.

Aluno A: *Sora! A gente não consegue contar os quadradinhos nessas figuras.*
Aluno D: *É... Não forma triângulos como nos outros...*

Estes alunos revelaram a dificuldade de saber o valor da área dos triângulos por não serem triângulos formados por quadradinhos e triângulos que representavam a metade da área dos quadradinhos. O elástico ficava localizado em áreas do geoplano que eles não sabiam dizer quanto mediam. Então, expliquei a todos que as medidas que faziam parte do cálculo da área de triângulos eram a base e a altura, assim como nos retângulos, porém a diferença era de que precisávamos dividir o valor encontrado, na multiplicação da base pela altura, por dois. Assim, todos voltaram a ver suas construções no geoplano.

Destaco o extrato da dupla I e T.

Figura 80: Extrato dos alunos I e T



Fonte: Sujeitos da pesquisa

Eles responderam o seguinte: *As figuras permanecem com a mesma base e a mesma altura, e elas permanecem com a mesma área.* Esses alunos perceberam que a área dessas figuras se conserva, mesmo com a modificação do formato do triângulo. Becker (2013), em seus estudos sobre Piaget, nos revela que “O aparecimento das noções de conservação (da substância, da quantidade) anuncia a passagem da ação irreversível à ação reversível ou operação, ou seja, a construção de uma nova estrutura” (p. 147). E para reforçar este pensamento, trago as seguintes palavras de Vergnaud (1986, p. 76): “As concepções dos alunos são modeladas pelas situações com que eles se deparam”.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa dissertação surgiu, entre outros fatores, da minha preocupação com a aprendizagem dos meus alunos, mais especificamente, com a aprendizagem de conceitos de geometria plana. Procurava por recursos que possibilitassem fazer com que a sala de aula se transformasse em um ambiente de surgimento de conhecimentos. Agora, a partir dos dados coletados, posso afirmar que foi possível trabalhar conceitos de geometria plana com estudantes de sexto ano por meio de confecção de objetos manipulativos digitais e não-digitais, transformando-os em *fabricantes* de seu próprio conhecimento. Como? Proporcionando momentos em que a cooperação e a autonomia dos estudantes permitiram o sucesso nas atividades propostas.

A Fábrica de Matemática contribuiu para o desenvolvimento dos conceitos de geometria plana previstos para este estudo, além da criatividade e da autonomia e isso está comprovado ao longo do texto, pelas falas e respostas dos estudantes participantes dessa pesquisa, interpretadas com base na Teoria Construcionista de Seymour Papert, no conceito de cooperação de Jean Piaget e na Pedagogia da Autonomia de Paulo Freire.

Há um aspecto a respeito da minha ação durante a pesquisa que considero importante salientar. O modo escolhido para a coleta de dados e o registro de gravação em vídeo permitiu-me a transcrição mais rigorosa das falas dos alunos participantes. Com isso, ao transcrever os diálogos, pude perceber alguns momentos em que realizei intervenções sem aguardar o retorno dos alunos. Houve momentos em que teria sido preferível que eu tivesse me mantido em silêncio, aguardando a manifestação dos alunos, para poder interpretar com mais clareza o conhecimento que eles possuíam ou acabavam de desenvolver.

Contudo, apesar das falhas ocorridas, ainda assim a pesquisa realizada proporcionou momentos de rico aprendizado, não apenas aos alunos participantes, mas também a mim, ao assumir o papel de pesquisadora durante o trabalho. Em cada aula descrita na seção anterior, quem estava lá na escola, implemetando as atividades, não era apenas a professora, era a professora-pesquisadora. Concordo com Freire (2006, p. 85): “Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não *aprendo* nem *ensino*”.

Tenho a convicção de que a confecção e manipulação de *engenhocas* matemáticas aliadas à tecnologia é uma alternativa capaz de fornecer aos alunos ferramentas para construir saberes. A utilização de diversos recursos é uma alternativa possível para a sala de aula e que contribui para o aprendizado dos estudantes.

A comunicação entre os alunos melhorou expressivamente, junto a isso, a capacidade de ouvir e de aceitar a opinião dos colegas se transformou em uma aliada ao desenvolvimento dos conhecimentos. Destaco que a cooperação incorporada às práticas educacionais promoveu discussões entre os estudantes e teve efeito sobre a construção de conceitos matemáticos.

Penso que o planejamento pedagógico deva ter a cooperação, no sentido piagetiano, como elemento de destaque. Acrescento as palavras de Piaget (1973b, p. 17): “O conhecimento humano é essencialmente coletivo, e a vida social constitui um dos fatores essenciais da formação e do crescimento dos conhecimentos.”

O trabalho em ambientes que permitem a criação torna-se essencial, fazendo surgir estudantes criativos e produtores do seu próprio conhecimento.

Neste estudo, apresentei uma Fábrica de Matemática, em que a confecção e manipulação de objetos digitais e não-digitais foram usadas para desenvolver conceitos relacionados a polígonos, mas essa é apenas uma possibilidade. São vários os conceitos que podem ser desenvolvidos usando essa dinâmica de trabalho. Após essa pesquisa, já desenvolvi outros conteúdos como frações nessa mesma perspectiva de cooperação e manipulação de *engenhocas* e obtive resultados expressivos.

Todas as trocas realizadas entre colegas e professores desde o primeiro dia de aula do Mestrado em Ensino de Matemática foram fundamentais para a construção de um caminho que está ainda sendo construído. Todo este percurso e aprendizado contribuíram para o resultado final dessa dissertação e estão deixando possíveis indícios de que não vou parar por aqui.

Foi um trabalho intenso e gratificante. Intenso por precisar de grande dedicação nos momentos das aulas e da análise dos resultados e gratificante por permitir que eu acompanhasse a evolução da cada aluno, não apenas da turma participante, pois meu olhar sobre todos os meus alunos mudou. E ainda ter o reconhecimento por parte dos alunos, dos pais, da escola e da minha família – eu mostrava cada vídeo a eles com tanto orgulho.

Quero que os leitores deste trabalho consigam vivenciar um pouco da experiência que tive naquelas dez aulas e que outros professores se inspirem nesse estudo, não se acomodem e apostem em seus alunos, eles merecem o nosso esforço.

REFERÊNCIAS

ALIATTI, C. **Matematicando:** um curso de extensão para professores dos Anos Iniciais. 2011. 109f. Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

BECKER, F. **O caminho da aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire:** Da ação à operação. Petrópolis: Vozes, 2013. 296 p.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** Uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994. 301 p. Tradução de: Maria João Alvarez,Sara Bahia do Santos, Telmo Mourinho Baptista.

BRAGA, A. F. R. R. **O uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais para o ensino-aprendizagem de geometria.** 2013. 114f. Dissertação – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacion Nacional Comum Curricular.** Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc2versao.revista.pdf>.Acesso em: 13 jun. 2017.

BRINGUIER, J. C. **Conversando com Piaget**. 2. ed. Tradução: Maria José Guedes. Rio de Janeiro: Bertrand, 1993. 210p.

CAMPOS, M. Comunidades em rede: da publicação à construção de conhecimentos. In: Maraschin C, Freitas LBL, Carvalho DC. Psicologia e Educação. Porto Alegre (RS): Editora da UFRGS; 2003.

CASTELNUOVO, E. **Didáctica de la matemática moderna.** México: Trillas, 1973. 208 p. Tradução de: Felipe Robledo Vázquez.

CASTELNUOVO, E.; BARRA, M. **Matematica nella realtà.** 3. ed. Itália: Boringhieri, 1983. 290 p.

FAGUNDES, L.C. **Materiais manipulativos no ensino de matemática a crianças de 7 a 14 anos:** período das operações concretas. In: SEMINÁRIO NACIONAL SOBRE RECURSOS AUDIOVISUAIS NO ENSINO DE 1º GRAU, Brasília, 1977. Disponível em:

<http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/livros/leituras/01_materias_manipulativos.htm>. Acesso em: 20 mar. 2016.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** 6. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.

______. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 33. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2006. 146p.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado de geometria.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7. Belo Horizonte, 1996. *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação.* Belo Horizonte, 1996. p. 1-13.

______. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** 2001. 277f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

HOFFMANN, D.; MARTINS, E. F.; BASSO, M. V. A. **Experiências físicas e lógico-matemática em Espaço e Forma:** uma arquitetura pedagógica de uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 20., Florianópolis, 2009. *Anais do XX Simpósio Brasileiro de Informática na Educação.* Florianópolis, 2009.

MAFFIA, A.; PELILLO, . Intuitive Gemotry by Emma Castelnuovo: Still contemporary in the digital devices' era. **Experiences Of Teaching With Mathematics, Sciences And Technology,** Alberobello, v. 1, n. 2, p.131-139, dez. 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/287813942>. Acesso em: 10 jul. 2017.

MCNEIL, N. M.; UTTAL, D. H.. Rethinking the use of concrete materials in learning: perspectives from development and education. **Child Development Perspectives,** Notre Dame, v. 3, n. 3, p.137-139, mar. 2009. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1750-8606.2009.00093.x/abstract>. Acesso em: 10 jul. 2017.

NOVACK, M. A. et al. From Action to Abstraction. **Psychological Science,** [s.l.], v. 25, n. 4, p.903-910, 6 fev. 2014. SAGE Publications. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1177/0956797613518351>. Acesso em: 10 jun. 2017.

PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. Tradução: José Armando Valente. São Paulo: Brasiliense, 1985. 253 p.

______. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed, 2008. 224 p.

PIAGET, J. O trabalho por equipes na escola: bases psicológicas. Trad. Luiz G. Fleury. **Revista de Educação**, São Paulo, v. 15 e 16, p. 4-16, set/dez 1936.

_________ **A epistemologia genética.** 2ª ed. Petrópolis (RJ): Vozes; 1973a.

_________ **Estudos sociológicos.** Rio de Janeiro: Forense, 1973b.

_________ **O juízo moral na criança.** São Paulo (SP): Summus; 1994.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática.**, v.19,n.25, p.105 -132, 2006. Disponível em < http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1880/1657 >. Acesso em: 08 abr. 2016.

ROMERO, M. A del O.; CARRETERO, M. F. M.; CUADRA, F. G. **Superficie y volumen:** Algo más que el trabajo con fórmulas?. Madri: Sintesis, 1989. 176 p.

RUTHVEN, K.; HENNESSY, S.; DEANEY, R. Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. **Computers & Education,** [s.l.], v. 51, n. 1, p.297-317, ago. 2008. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.compedu.2007.05.013. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131507000553>. Acesso em: 31 jan. 2017.

UTTAL, D. H.; SUDDER, K. V.; DeLoache, J. S. Manipulatives as Symbols: a new perspective on the use of concrete objects to teach Mathematicas. **Journal of Applied Developmental Psychology**, n. 18, p. 37-54, 1997. Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.580.4297&rep=rep1&type=pdf> Acesso em: 10 jun. 2017.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v. 1, p.75-90, 1986.

______, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany: State University of New York Press, 1994. p. 41–59.

______. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Tradução: Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: UFPR, 2014. 322p.

WOODWARD, E.; HAMEL, T. R. The Use of Dot Paper in Geometry Lessons. **National Council Of Teachers Of Mathematics,** Reston, v. 86, n. 7, p.558-561, out. 1993. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/27968503>. Acesso em: 31 jan. 2017.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos.** Tradução Daniel Grassi. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005. 212p.

ZITTOUN, T.; BARRELET, J.M.; PERRET-CLERMONT, A.N.; **Um sábio no seu século.** In: Barrelet JM, Perret-Clermont NA, organizadores. Jean Piaget- aprendiz e mestre. Lisboa (POR): Instituto Piaget; 1990. p. 173-90.

APÊNDICE

APÊNDICE A - Produto Técnico

Este pequeno livro é o produto técnico fruto da dissertação de Mestrado **Fábrica de Matemática: aprendizagem de geometria via confecção e manipulação de objetos digitais e não-digitais.** Para desenvolvê-lo, realizou-se uma pesquisa com alunos de sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Sapucaia do Sul.

Este volume pretende ser uma fonte de inspiração para professores de Matemática trabalharem conceitos de geometria plana com suas turmas de forma a promover a cooperação e a autonomia dos estudantes.

FÁBRICA DE ENGENHOCAS

Camila Aliatti

Orientação: Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Camila Aliatti

Orientação: Marcus Vinicius de Azevedo Basso

FÁBRICA DE ENGENHOCAS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

APRESENTAÇÃO

Este pequeno livro é o produto técnico fruto da dissertação de Mestrado **Fábrica de Matemática: aprendizagem de geometria via confecção e** Fundamental de uma escola municipal de Sapucaia do Sul.

Este volume está organizado na forma de *álbum* com imagens dos estudantes confeccionando os materiais, seguidas das produções dos estudantes também registradas em foto. As ilustrações nos revelam a realidade das atividades realizadas pelos estudantes participantes da pesquisa. Aliada às imagens, algumas orientações para o professor serão apresentadas.

Para planejar as atividades que se transformaram neste produto, recebi do meu orientador a oportunidade de conhecer o trabalho de uma professora italiana e autora de diversos livros: Emma Castelnuovo. Fiquei completamente encantada com o livro *Matematica nella realtà* (Castelnuovo; Barra, 1976) - um álbum com 273 ilustrações de trabalhos realizados por 138 alunos de Castelnuovo para uma exposição de matemática na escola de Ensino Médio *Torquato Tasso* de Roma. Minhas inspirações para desenhar as atividades apresentadas aqui vieram muito deste livro.

manipulação de objetos digitais e não-digitais. Para desenvolvê-lo, realizou-se uma pesquisa com alunos de sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Sapucaia do Sul.

Este volume pretende ser uma fonte de inspiração para professores de Matemática trabalharem conceitos de geometria plana com suas turmas de forma a promover a cooperação e a autonomia dos estudantes.

Camila Aliatti

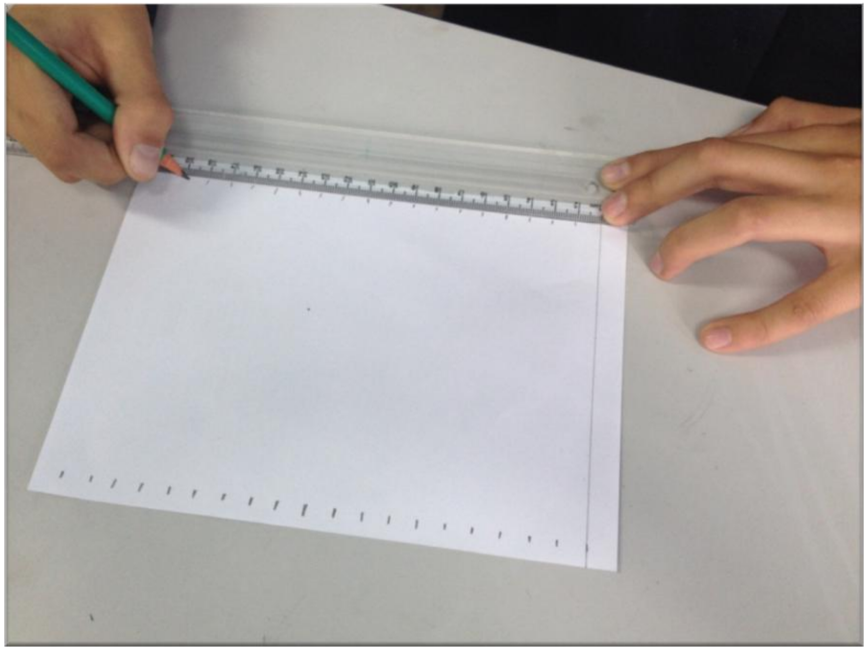
Porto Alegre, 2017.

TABELA DE IMAGENS

Imagem 1 esquerda: Medindo os espaços da malha quadriculada 152
Imagem 2 direita: Malha quadriculada pronta para ser usada 152
Imagem 3 esquerda: Desenhando os polígonos na malha 154
Imagem 4 direita: Todos os polígonos desenhados e seus vértices nomeados 154
Imagem 5 esquerda: Explorando o software GeoGebra .. 156
Imagem 6 direita: O quadrilátero construído 156
Imagem 7 esquerda: Todos de olho no GeoGebra 158
Imagem 8 direita: Passo a passo feito por um aluno 158
Imagem 9 esquerda: Os primeiros testes 160
Imagem 10 direita: O retângulo que sempre é retângulo . 160
Imagem 11 esquerda: Montando o terreno do fazendeiro 162
Imagem 12 direita: Os possíveis terrenos e o gasto com arame 162
Imagem 13 esquerda: Montando os quadriláteros 164
Imagem 14 direita: Um retângulo e um quadrado bem personalizados 164
Imagem 15 esquerda: Articulando o quadrado 166
Imagem 16 esquerda: Entre martelo e pregos 168
Imagem 17 direita: Alguns geoplanos prontos 168
Imagem 18 esquerda: Esticando o atilho 170
Imagem 19 direita: Resolvendo as atividade com o auxílio do geoplano 170
Imagem 20 direita: Atividade 1 171
Imagem 21 esquerda: Atividade 2 172
Imagem 22 direita: Atividade 3 172
Imagem 23 esquerda: Atividade 4 173
Imagem 24 direita: Atividade 5 173
Imagem 25 esquerda: Atividade 6 174
Imagem 26 direita: Atividade 7 174

AULA 1 - A malha quadriculada

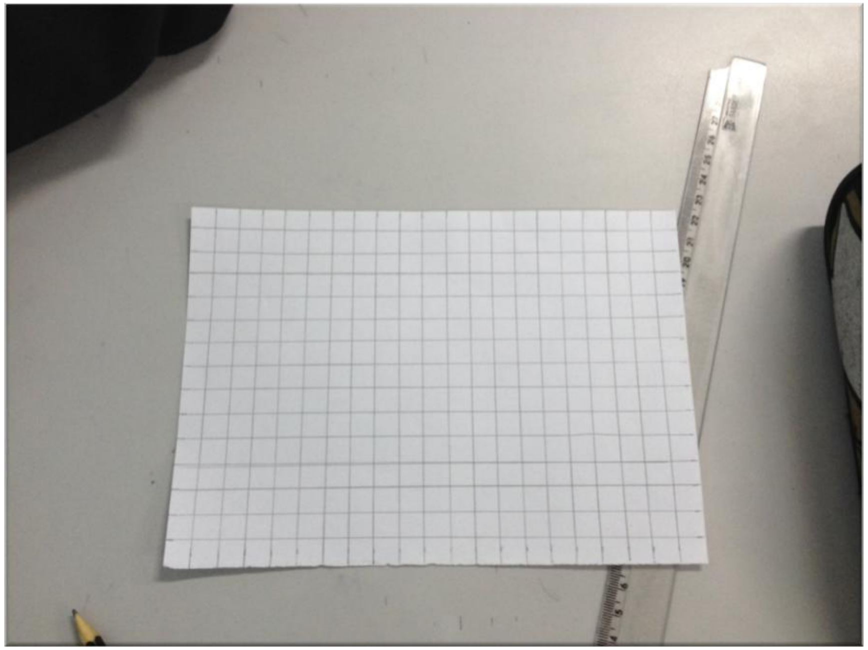
Imagem 1 esquerda: Medindo os espaços da malha quadriculada



Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 2 direita: Malha quadriculada pronta para ser usada



Fonte: Acervo pessoal

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Grandezas e medidas; Retas paralelas e perpendiculares.

Recursos

Folhas A4 e régua.

Objetivos

Estimular o uso da régua, promovendo seu manuseio para facilitar as futuras atividades; compreender que retas paralelas seguem na mesma direção e que a distância entre seus pontos se mantém constante; verificar que bastam dois pontos para se traçar uma reta e que por um ponto fora desta reta existe apenas uma reta paralela a ela; compreender que retas verticais e horizontais, ao se encontrarem, formam ângulos de 90º e que são classificadas como retas perpendiculares.

Desenvolvimento da atividade

A atividade pode ser desenvolvida em duplas na sala de aula. Cada dupla receberá uma folha A4 em branco e deverá dividi-la ao meio na orientação paisagem para que cada estudante fique com uma metade da folha. Nesta folha serão traçadas retas na horizontal e na vertical de modo que a distância entre elas seja sempre de 1 cm. No final da atividade, cada aluno terá confeccionado uma malha quadriculada com distância de 1 cm entre as retas.

Questões a serem discutidas

- A distância entre as retas deve ser de 1 cm, que cuidado temos que ter para realizar as medições e as marcações na folha?

- Se fizermos alguma medição errada, isso modificará a malha quadriculada?

- Poderíamos realizar a atividade de hoje sem usar a régua?

- Qual é a semelhança entre as retas verticais? E entre as retas horizontais?

- As retas verticais e horizontais se encontram em vários pontos no nosso desenho. De que forma se dá esse encontro?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Explique com suas palavras o que são retas paralelas e retas perpendiculares.

- Qual a importância, na sua opinião, do uso da régua nas aulas de matemática?

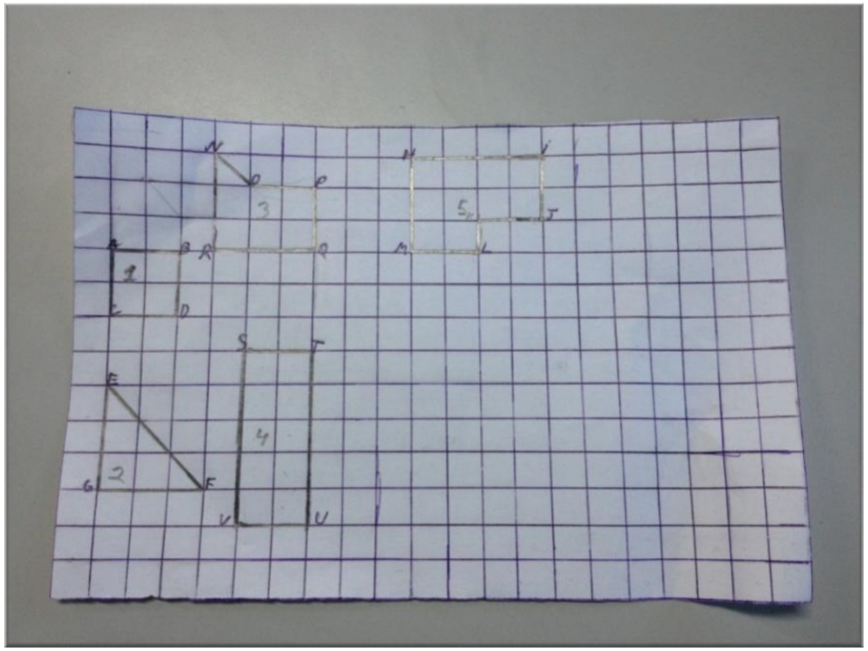
AULA 2 - Desenhando polígonos

Imagem 3 esquerda: Desenhando os polígonos na malha

Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 4 direita: Todos os polígonos desenhados e seus vértices nomeados



Fonte: Acervo pessoal

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Classificação e características dos polígonos.

Recursos

A malha quadriculada construída na aula anterior.

Objetivos

Desenhar na malha quadriculada diferentes polígonos; identificar as características dos polígonos desenhados e classificá-los conforme as suas propriedades.

Desenvolvimento da atividade

A atividade pode ser desenvolvida nas mesmas duplas da aula “A malha quadriculada”. Os alunos desenharão em suas malhas os seguintes polígonos:

1) Um quadrilátero que possui todos os lados medindo 2 cm;
2) Um triângulo com dois lados medindo 3 cm;
3) Um polígono formado por 5 lados e dois ângulos retos.
4) Um quadrilátero com altura medindo 5 cm e a largura medindo 2 cm.
5) Um hexágono.

Questões a serem discutidas

- Nessa atividade, a régua é necessária para fazer as medições?

- Existe apenas uma resposta correta para a questão 1)?

- Existe apenas uma resposta correta para a questão 5)?

- Ao mudarmos as figuras de posição (virando a malha quadriculada, por exemplo) as características delas se modificam?

- Podemos usar a diagonal dos quadradinhos da nossa malha representando 1 cm?

- Quem é maior, o lado ou a diagonal de um quadrado?

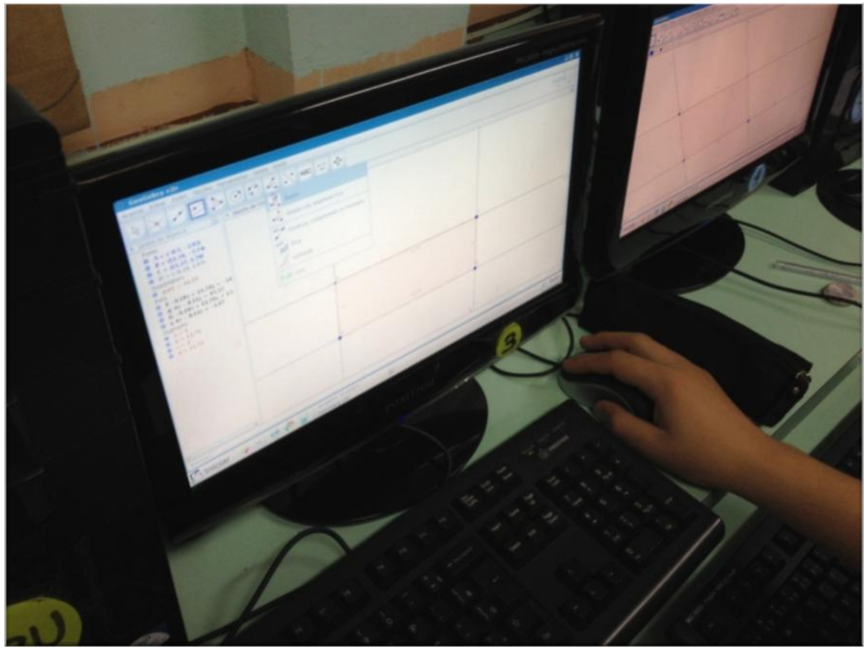
Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Em cada polígono desenhado, escreva o nome que o identifica.

- Em cada polígono desenhado, dê letras aos seus vértices. E, em seu caderno, identifique os polígonos por meio de seu nome e de seus lados.

AULA 3 - Investigando quadriláteros

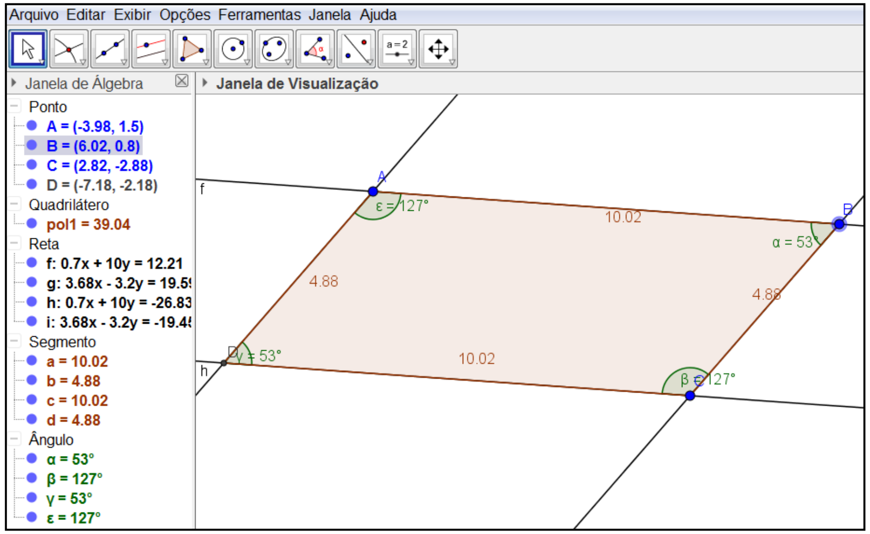
Imagem 5 esquerda: Explorando o software GeoGebra



Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 6 direita: O quadrilátero construído



Fonte: Sujeito da pesquisa

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Classificação de quadriláteros.

Recursos

Software GeoGebra e uma atividade impressa.

Objetivos

Identificar as propriedades dos paralelogramos; verificar que o retângulo é um paralelogramo com todos os ângulos retos e que o quadrado é um retângulo com lados congruentes.

Desenvolvimento da atividade

A atividade pode ser desenvolvida em duplas no Laboratório de Informática da sua escola. É importante que num primeiro momento, os estudantes tenham tempo para se familiarizar com o software e aprender a utilizar os recursos que ele oferece. Em seguida, devem seguir algumas instruções para a construção de um paralelogramo e, a partir da construção, responderam à atividade impressa.

Questões a serem respondidas e entregues à professora

1) Vocês irão construir um quadrilátero seguindo as instruções abaixo:

- Construa uma reta AB;
- Construa um ponto C que não pertença à reta AB;
- Construa uma reta que passa pelos pontos B e C;
- Construa uma reta paralela a AB e que passa pelo ponto C;
- Construa uma reta paralela a BC e que passa pelo ponto A;
- Construa um ponto D que seja intersecção das duas últimas retas que vocês construíram utilizando a ferramenta "Intersecção de dois objetos";
- Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, C e D.
-

2) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, clique em **EDITAR, PROPRIEDADES, SEGMENTOS** e selecione **VALOR** na opção **EXIBIR RÓTULO.**

- Movimentem os vértices do quadrilátero e investiguem as medidas dos lados. O que vocês observam?

3) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero selecione **ÂNGULO** e clique sobre os vértices no sentido horário.

- Movimentem os vértices do quadrilátero e investiguem as medidas dos ângulos. O que vocês observam?

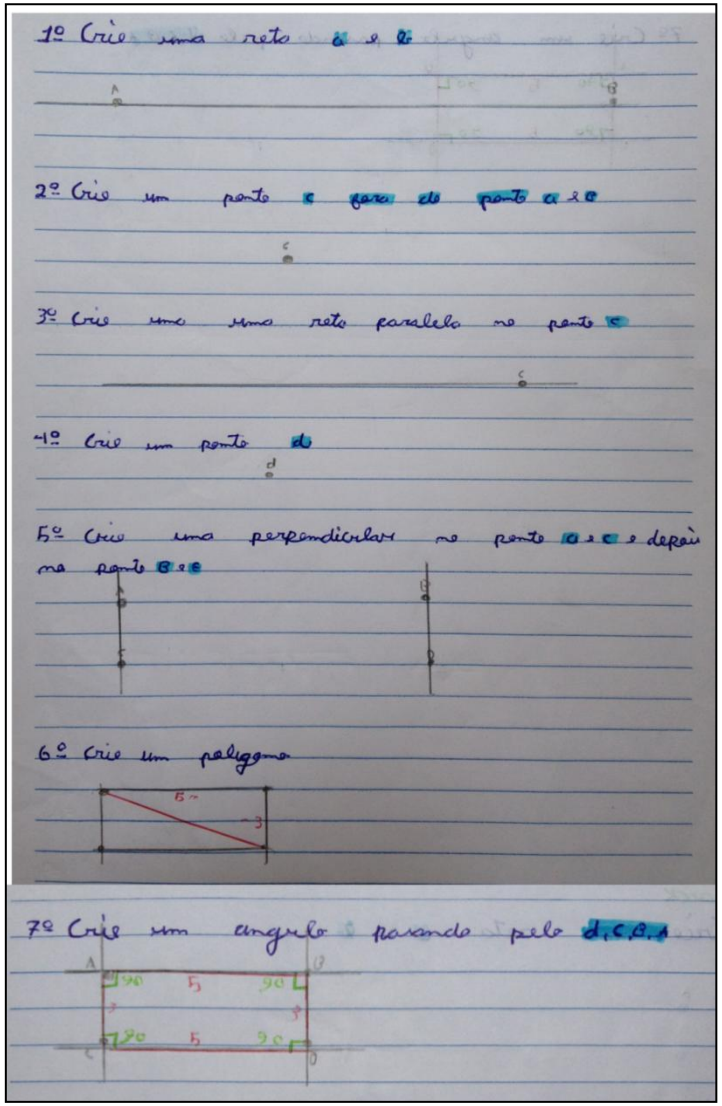
AULA 4 – Retomando a construção com o GeoGebra

Imagem 7 esquerda: Todos de olho no GeoGebra

Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 8 direita: Passo a passo feito por um aluno



Fonte: Sujeitos da pesquisa

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Classificação e caracterização de quadriláteros.

Recursos

Software GeoGebra (na sala de vídeo)

Objetivos

Retomar a atividade realizada na aula da semana anterior, em que os estudantes construíram, no software GeoGebra, um paralelogramo que se mantinha sempre com as características de um paralelogramo; relembrar as observações feitas na construção com relação às medidas dos lados e dos ângulos do paralelogramo; verificar que o retângulo é um paralelogramo com todos os ângulos retos; desenvolver uma sequência de passos para construir um retângulo no GeoGebra.

Desenvolvimento da atividade

O software GeoGebra pode estar projetado e ser utilizado pelo professor para retomar a construção realizada na aula 3. Devem ser relembradas e reforçadas as observações com relação às medidas dos lados e dos ângulos feitas durante a construção e manipulação do paralelogramo desenhado. Após a discussão, os estudantes devem registrar em uma folha a ser entregue à professora uma sequência de passos para se construir um retângulo que sempre se mantenha retângulo.

Questões a serem discutidas

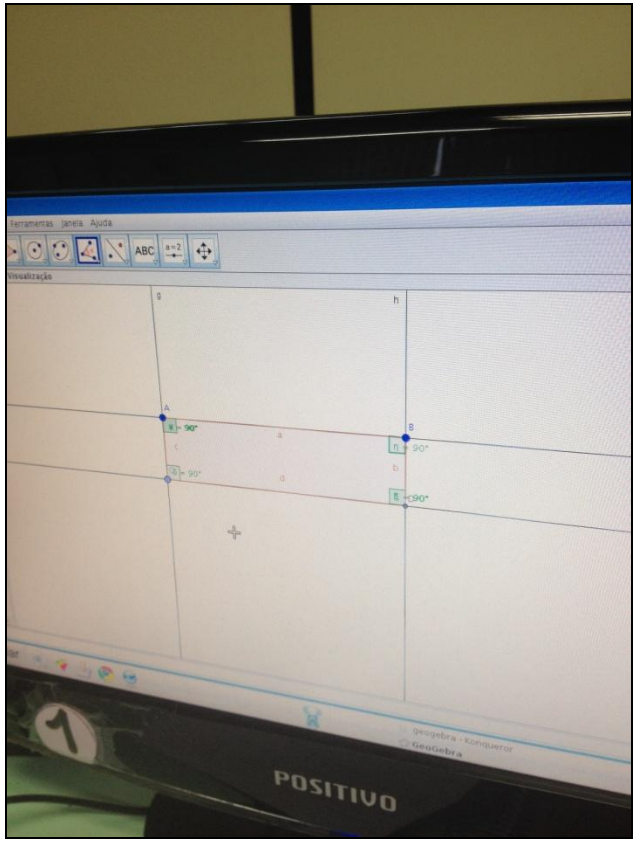
- Quais foram os passos que usamos para a construção daquele quadrilátero na última aula?
- Movimentando os vértices do quadrilátero, o que vocês observam com relação às medidas dos lados dele?
- Movimentando os vértices do quadrilátero, o que vocês observam com relação às medidas dos ângulos dele?
- Vocês sabem me dizer o nome desse quadrilátero?
- É possível transformar esse paralelogramo em um retângulo?
- Quais são as diferenças entre essas figuras?
- Eu posso dizer que isso (um paralelogramo em que os ângulos não medem 90 graus) é um retângulo?
- O que caracteriza uma figura ser um retângulo?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Escreva os passos usados na construção de um quadrilátero que seja sempre retângulo.

AULA 5 – Testando a construção criada na aula 4

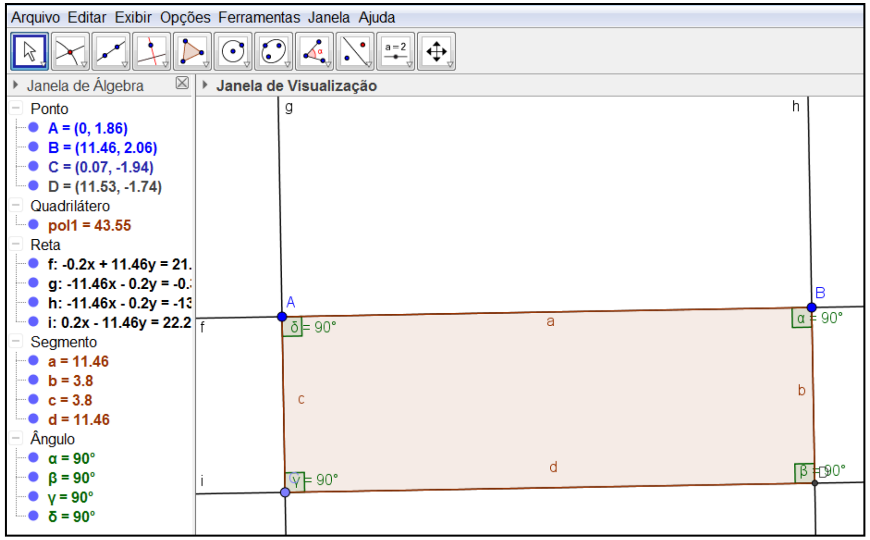
Imagem 9 esquerda: Os primeiros testes



Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 10 direita: O retângulo que sempre é retângulo



Fonte: Sujeitos da pesquisa

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Caracterização de quadriláteros.

Recursos

Software GeoGebra e a atividade criada pelos estudantes na aula 4.

Objetivos

Verificar se a sequência de passos que os estudantes criaram na aula 4 para desenhar uma figura que sempre se mantivesse um retângulo se confirmava com o uso do software GeoGebra; perceber que um quadrilátero classificado como retângulo precisa manter os seus quatro ângulos medindo 90º sempre, e, que para isso acontecer, é necessário o uso da ferramenta “reta perpendicular”.

Desenvolvimento da atividade

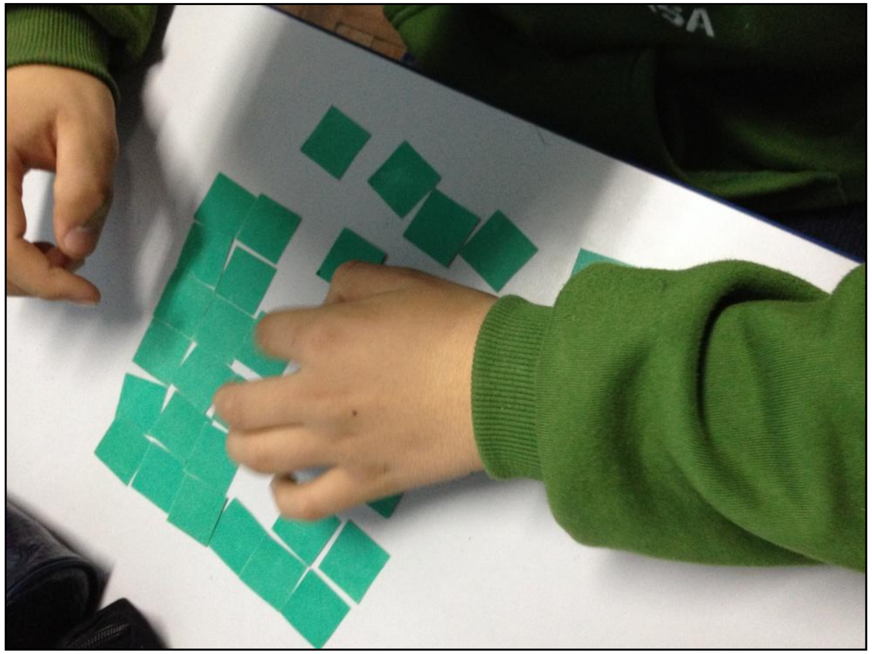
No Laboratório de Informática, deixe que os estudantes tenham a oportunidade de testar o passo a passo que criaram na aula 4. A construção final deverá ser um retângulo que sempre se mantenha retângulo. Quando a criação não funcionar, permita que o estudante corrija por meio de testes no GeoGebra e registre o passo a passo novamente.

Questões a serem discutidas

- Você está conseguindo seguir o seu passo a passo da aula passada?
- O uso do GeoGebra faz diferença nessa atividade?
- Vamos mover os vértices e verificar se a figura se mantém sempre um retângulo.
- Qual é a característica principal de um retângulo?
- Como fazer para construir uma figura que mantenha sempre 90º nos seus quatro cantos?
- Existe alguma ferramenta no GeoGebra que possibilite a construção desses ângulos sempre retos?

AULA 6 - Resolvendo um problema de perímetro e área

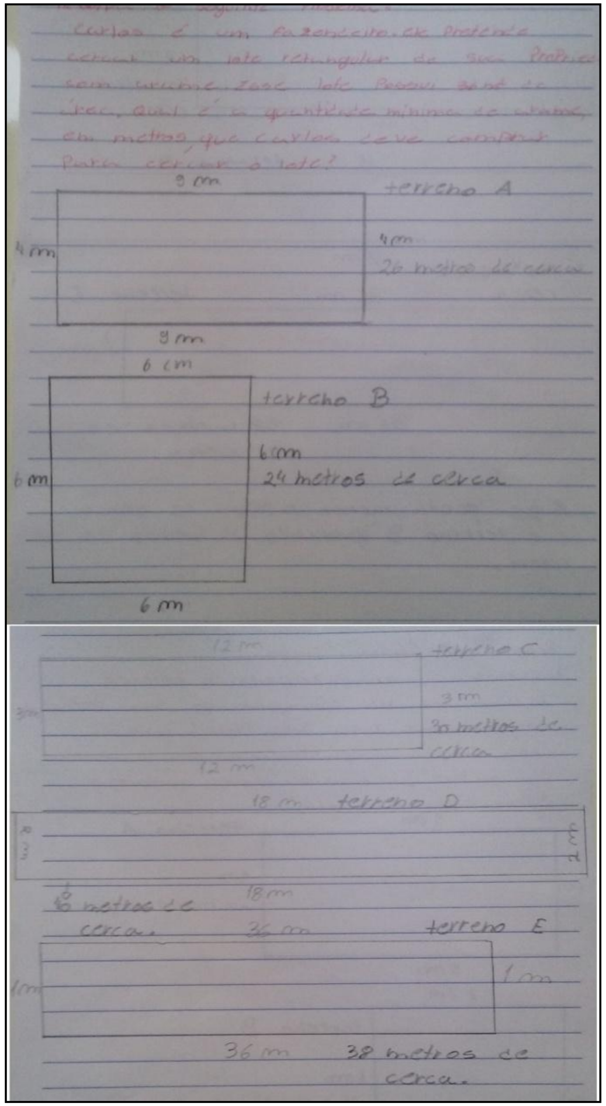
Imagem 11 esquerda: Montando o terreno do fazendeiro



Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 12 direita: Os possíveis terrenos e o gasto com arame



Fonte: Acervo pessoal

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Noção inicial de perímetro e área de polígonos. Caracterização de quadriláteros.

Recursos

Um problema a ser resolvido e quadradinhos de papel

Objetivos

Resolver um problema que envolva os conceitos de perímetro e área sem conhecer a definição destes conceitos; identificar diferentes retângulos com a mesma medida de área; verificar que figuras diferentes podem ter a mesma medida de área e a medida de perímetro diferente.

Desenvolvimento da atividade

O seguinte problema deve ser resolvido pelos estudantes *"Carlos é um fazendeiro. Ele pretende cercar um lote retangular de sua propriedade com arame. Esse lote possui 36 m^2 de área. Qual é a quantidade mínima de arame, em metros, que Carlos deve comprar para cercar esse lote?"*

Os estudantes podem ser divididos em cinco grupos, cada grupo recebá 36 quadradinhos de papel colorido representando 1 m^2 cada, dessa forma, os quadradinhos ilustram a área do lote do problema.

Questões a serem discutidas

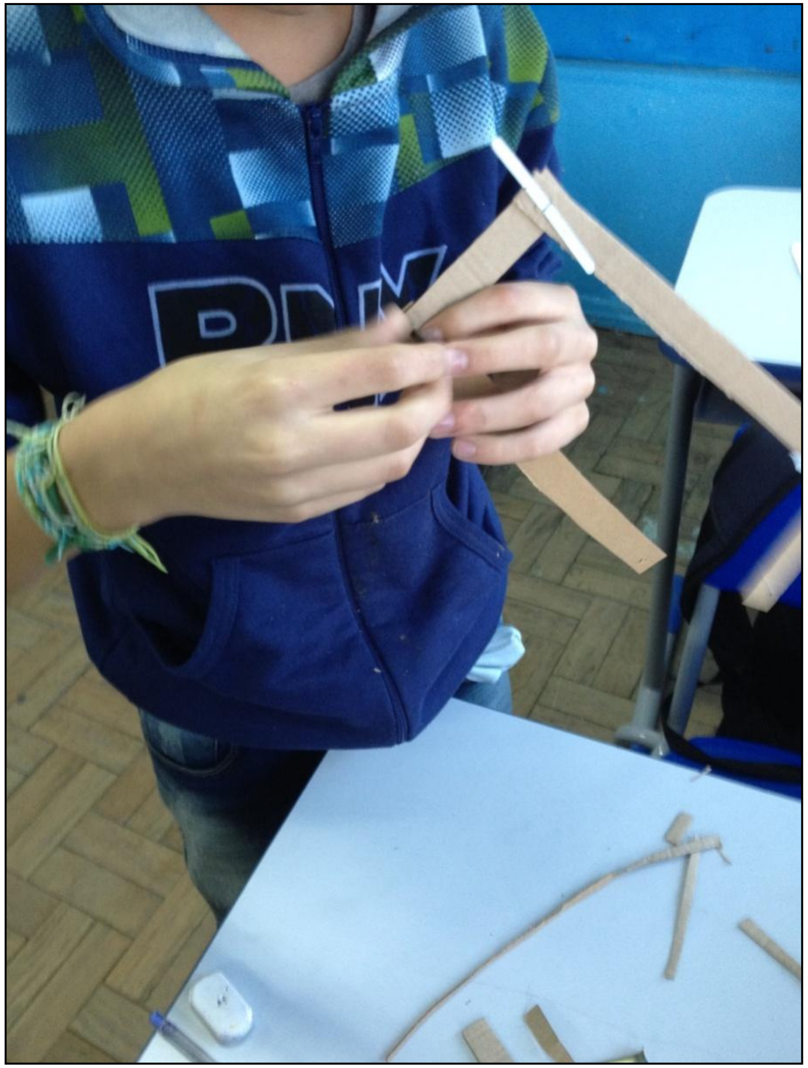
- Vocês sabem as medidas dos lados desse lote?
- Qual é o formato do lote?
- É possível montar um retângulo com 36 quadradinhos de papel?
- Os quadradinhos ocupam o espaço de dentro ou da borda do lote?
- Quantas figuras podemos montar com essa quantidade de quadradinhos?
- O lote do seu Carlos poderia ser um quadrado?
- Um quadrado é um retângulo?
- O arame passa por dentro ou pela borda do lote?
- Como se calcula o comprimento do arame a ser comprado? Tem cálculo?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Carlos é um fazendeiro. Ele pretende cercar um lote retangular de sua propriedade com arame. Esse lote possui 36 m^2 de área. Qual é a quantidade mínima de arame, em metros, que Carlos deve comprar para cercar esse lote?

AULA 7 – Recortando e articulando quadriláteros em papelão

Imagem 13 esquerda: Montando os quadriláteros



Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 14 direita: Um retângulo e um quadrado bem personalizados

Fonte: Acervo pessoal

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Grandezas e medidas; classificação e caracterização de quadriláteros.

Recursos

Retalhos de papelão; régua; tesoura grande; estilete e colchetes (bailarinas).

Objetivos

Retomar o manuseio da régua, relembrando o que foi trabalhado na aula 1; estimular o cuidado e atenção ao passo que precisarão utilizar tesoura grande e estilete na confecção dos objetos; estabelecer a relação correta entre as peças recortadas, para que ao final da aula cada aluno possua um quadrado e um retângulo articulados.

Desenvolvimento da atividade

Cada estudante confeccionará oito peças retangulares de papelão com as seguintes medidas: duas peças de 25 cm por 2 cm, duas peças de 10 cm por 2 cm, quatro peças de 20 cm por 2 cm. Essas peças, ao final da atividade, produzirão um retângulo e um quadrado, contudo, os estudantes não devem saber as dimensões desses dois quadriláteros, pois se pretende que eles estabeleçam as relações corretas entre as peças para a construção desses quadriláteros. Por fim, as peças de cada figura devem ser conectadas por meio de colchetes, que permitem a articulação dessas peças.

Questões a serem discutidas

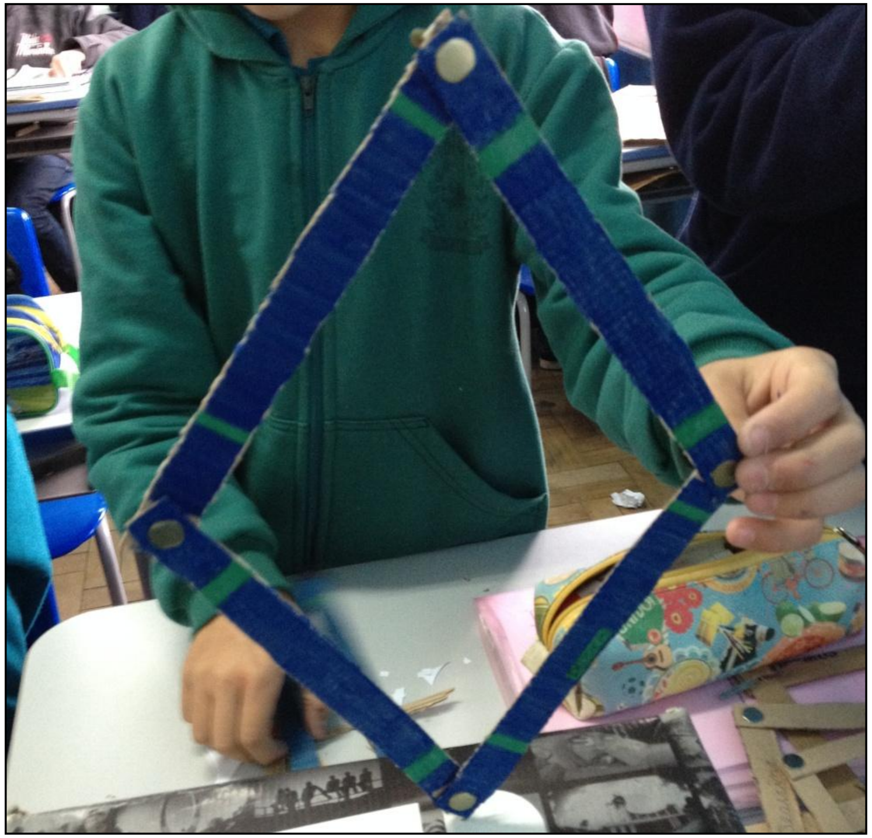
- Vocês lembram como se usa a régua? Por qual número começamos a medida?
- Vamos precisar de todo o papelão para confeccionar essas peças?
- O que diferencia um retângulo de um quadrado?
- Quais dessas peças você usará para o retângulo? E para o quadrado? Por quê?

Questões a serem respondidas e entregues à professora

- Entregar um retângulo de 25 cm por 10 cm e um quadrado com seus lados medindo 20 cm, ambos articulados.

AULA 8 – Discussão sobre perímetro e área com os objetos de papelão

Imagem 15 esquerda: Articulando o quadrado



Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Trago um relato de um momento dessa aula:

Pedi que os alunos respondessem o que aconteceria com a área daquela figura quando eu modificava a sua altura, diminuindo-a, e mantendo a base fixa, diminuiria, aumentaria ou mantinha-se igual ao do retângulo. Neste instante, um silêncio tomou conta da sala. Continuei com a pergunta, mas agora formulada de maneira diferente.

Prof: *A gente lembrou que a área representa superfície interna da figura, o que está por dentro, como a terra do fazendeiro daquela outra aula. Estão lembrados?*
Todos: *Sim!*
Prof: *Então... Essa parte de dentro da figura ficou maior ou menor do que estava antes de eu mexer o retângulo?*
Aluno V: *Ficou mais fina. E quanto mais descer, mais apertado vai ficando. (articulando seu retângulo ao limite de diminuir toda a área interna da figura)*
Aluno A: *Que legal, sora! O papelão não tá mudando de tamanho, mas a figura vai diminuindo, diminuindo...*
Aluno G: *A parte de dentro vai diminuindo, só que por fora tá igual! Isso é genial!*
Prof: *E aí? O que acontece com a área dessa figura?*
Todos: *Diminui!*
Aluno K: *E quando volta, fica maior! (retornando ao retângulo)*
Aluno G: *Cara! Isso quer dizer que tu vai baixando o papelão, vai diminuindo a parte de dentro.*
Aluno A: *A ÁREA! (dando ênfase à palavra)*

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Classificação de quadriláteros; perímetro e área de polígonos.

Recursos

Retângulo e quadrado confeccionados na aula 7.

Objetivos

Perceber que a partir de um retângulo e de um quadrado é possível identificar diferentes quadriláteros e classificá-los de acordo com as suas características; verificar que o movimento das arestas dos objetos não modifica o seu perímetro, contudo, visualizar que este mesmo movimento altera a medida de área das figuras; identificar a posição em que se tem a maior área possível e também a menor.

Desenvolvimento da atividade

Agrupados em duplas, os estudantes recebem seus objetos de papelão para poderem realizar a atividade. Com o auxílio dos retângulos e quadrado articulados, os estudantes discutirão sobre alguns questionamentos feitos pelo professor.

.

Questões a serem discutidas

- Ao movimentar o retângulo, em que quadrilátero ele se transforma? Por quê?

- Ao movimentar o quadrado, em que quadrilátero ele se transforma? Por quê?

- Que informações precisamos ter para saber o perímetro de uma figura? Nós temos essas informações para calcular o perímetro dos nossos objetos?

- Quais são as medidas que interferem no cálculo da área de figuras retangulares?

- Observe o professor (com o retângulo em mãos e modifiquei a altura, diminuindo-a, e mantendo a base fixa) e responda:

3. O que ocorre com o perímetro:

d) Aumenta
e) Diminui
f) Mantém-se igual ao do retângulo.

4. O que ocorre com a área:

g) Aumenta
h) Diminui
i) Mantém-se igual a do retângulo.

- Observe o professor (com o quadrado em mãos e modifiquei a altura, diminuindo-a, e mantendo a base fixa) e responda:

3. O que ocorre com o perímetro:

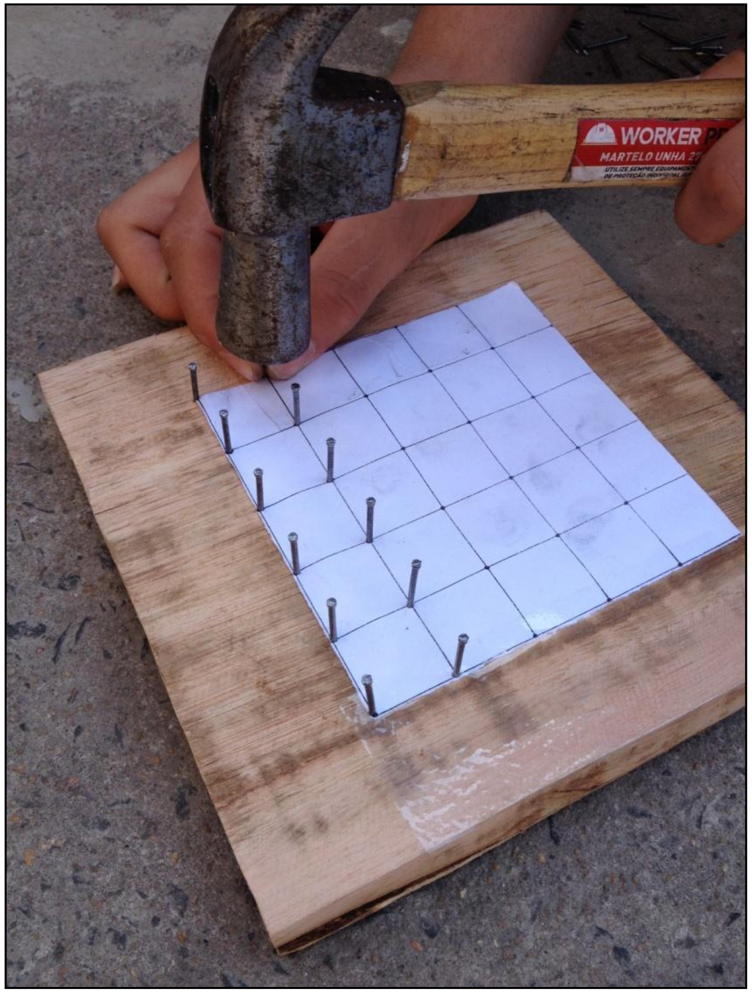
d) Aumenta
e) Diminui
f) Mantém-se igual ao do quadrado.

4. O que ocorre com a área:

j) Aumenta
k) Diminui
l) Mantém-se igual a do quadrado.

AULA 9 – Martelos e pregos

Imagem 16 esquerda: Entre martelo e pregos



Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 17 direita: Alguns geoplanos prontos

Fonte: Acervo pessoal

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Retas paralelas e perpendiculares; grandezas e medidas.

Recurso

Placa de madeira, pregos, martelo e uma malha quadriculada.

Objetivos

Confeccionar um geoplano de 6 x 6 pregos; relembrar os conceitos de retas paralelas e perpendiculares; identificar que a distância entre os pregos é sempre a mesma.

Desenvolvimento da atividade

Os estudantes confeccionarão um geoplano de 6 x 6 pregos. A malha quadriculada usada como base para a criação do geoplano pode ser produzida pelos próprios alunos. Orienta-se que essa malha tenha seis retas horizontais cruzadas por outras seis retas verticais envolvendo uma distância se 2,5 cm entre cada reta. Os alunos devem fixar as suas malhas em suas respectivas placas de madeira e pregar um prego em cada um dos 36 pontos de encontro entre as retas da malha.

Questões a serem discutidas

- Quais foram as dificuldades que você observou na confecção da malha quadriculada?

- Qual é a distância entre os pregos? Eles estão todos igualmente distantes uns dos outros?

- Como se chamam essas retas todas na vertical? E essas todas na horizontal?

- Ao se cruzarem, essas retas formam que tipo de ângulo? Como se chamam essas retas?

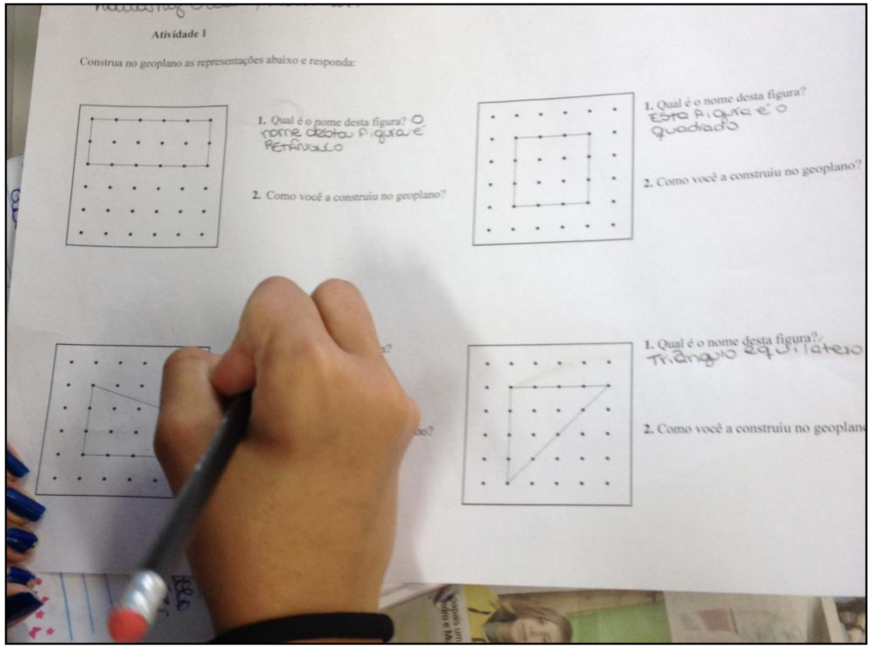
AULA 10– O geoplano em ação

Imagem 18 esquerda: Esticando o atilho

Fonte: Acervo pessoal

O resultado

Imagem 19 direita: Resolvendo as atividade com o auxílio do geoplano



Fonte: Acervo pessoal

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Assunto/Conteúdo

Perímetro e área de polígonos.

Recursos

Geoplano confeccionado na aula 9 e atividades impressas.

Objetivos

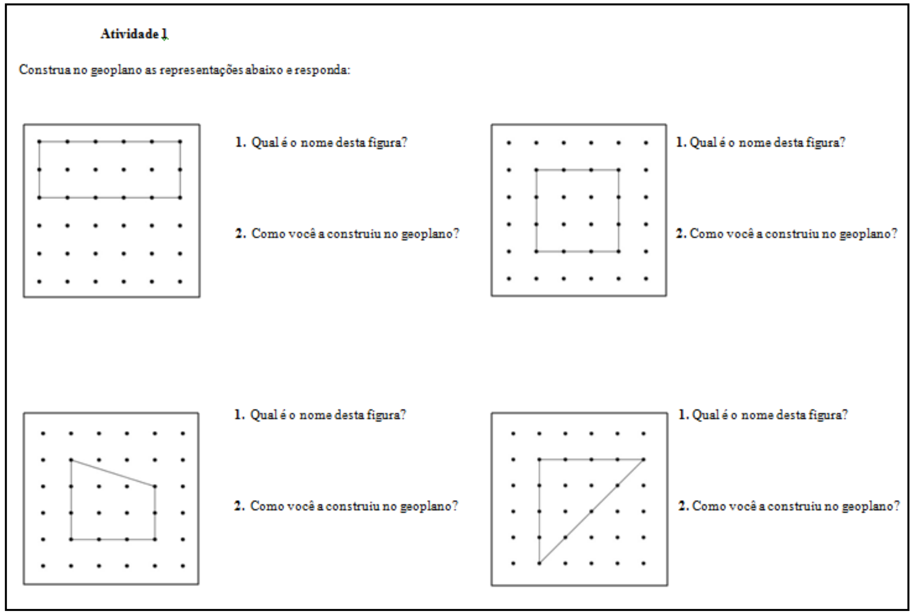
Utilizar o geoplano como objeto estimulador da construção dos conhecimentos; identificar que cada distância entre os pregos representará uma unidade de comprimento e que cada quadradinho formado por quatro pregos representará uma unidade de área nas atividades propostas; visualizar que figuras diferentes podem determinar um mesmo perímetro ou uma mesma área, que figuras de mesmo perímetro podem representar medidas de áreas diferentes e vice e versa.

Desenvolvimento da atividade

A atividade pode ser desenvolvida em duplas na sala de aula. Cada dupla receberá uma sequência de atividades impressa a ser resolvida com o uso do geoplano.

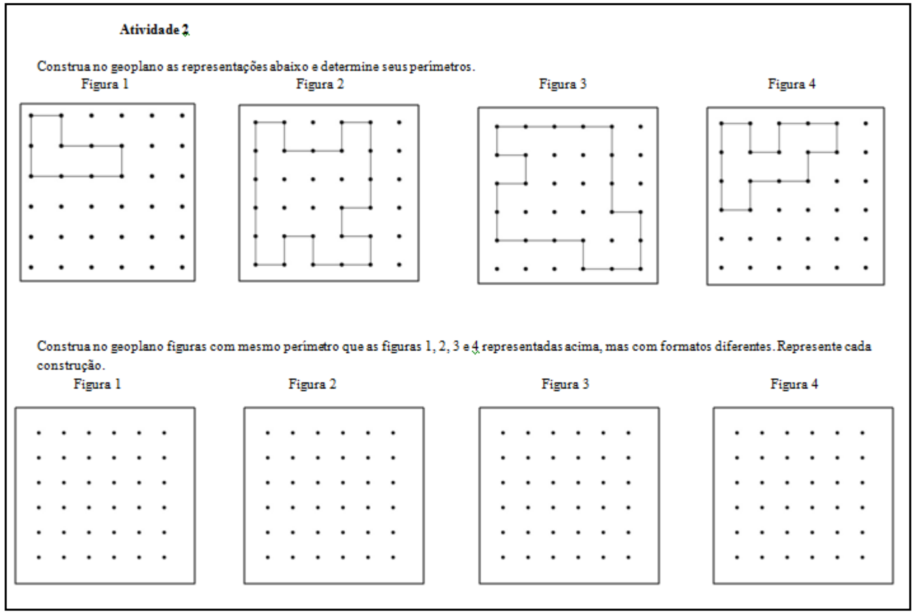
Questões a serem respondidas e entregues à professora

Imagem 20 direita: Atividade 1



Fonte: Acervo pessoal

Imagem 21 esquerda: Atividade 2



Atividade 2

Construa no geoplano as representações abaixo e determine seus perímetros.

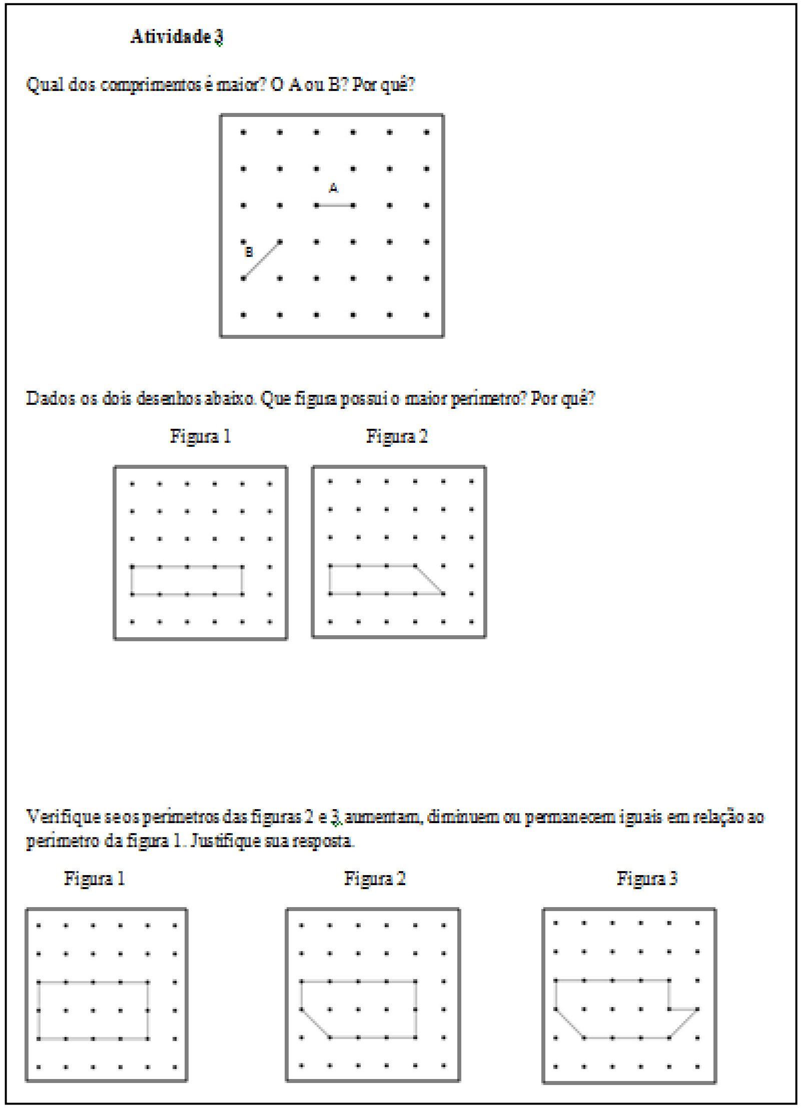
Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Construa no geoplano figuras com mesmo perímetro que as figuras 1, 2, 3 e 4 representadas acima, mas com formatos diferentes. Represente cada construção.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Fonte: Acervo pessoal

Imagem 22 direita: Atividade 3



Atividade 3

Qual dos comprimentos é maior? O A ou B? Por quê?

Dados os dois desenhos abaixo. Que figura possui o maior perímetro? Por quê?

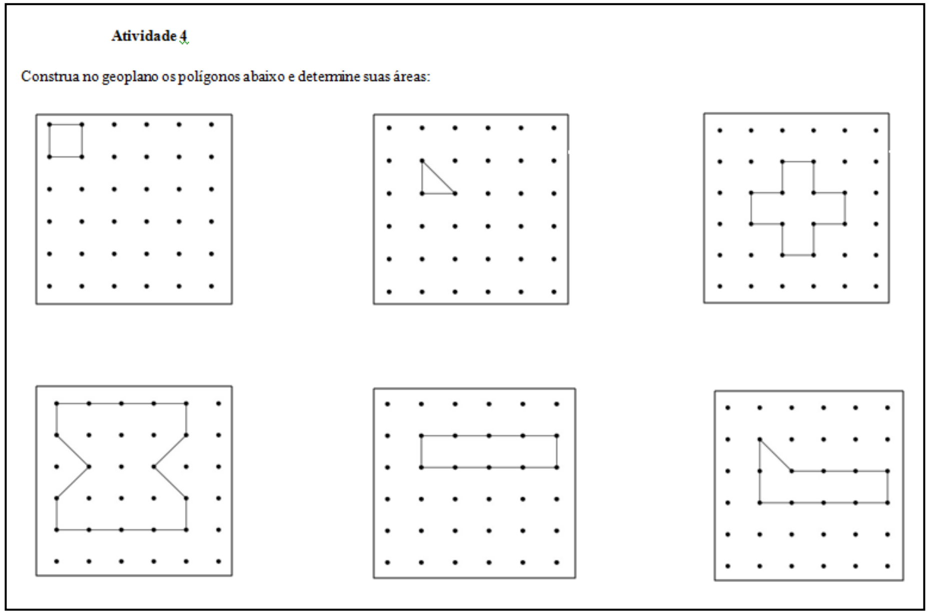
Figura 1 Figura 2

Verifique se os perímetros das figuras 2 e 3 aumentam, diminuem ou permanecem iguais em relação ao perímetro da figura 1. Justifique sua resposta.

Figura 1 Figura 2 Figura 3

Fonte: Acervo pessoal

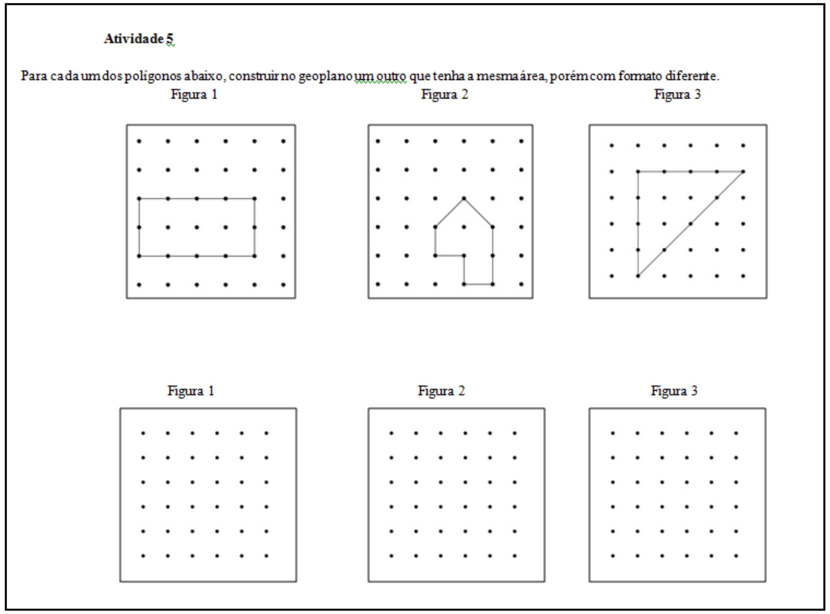
Imagem 23 esquerda: Atividade 4


Atividade 4

Construa no geoplano os polígonos abaixo e determine suas áreas:

Fonte: Acervo pessoal

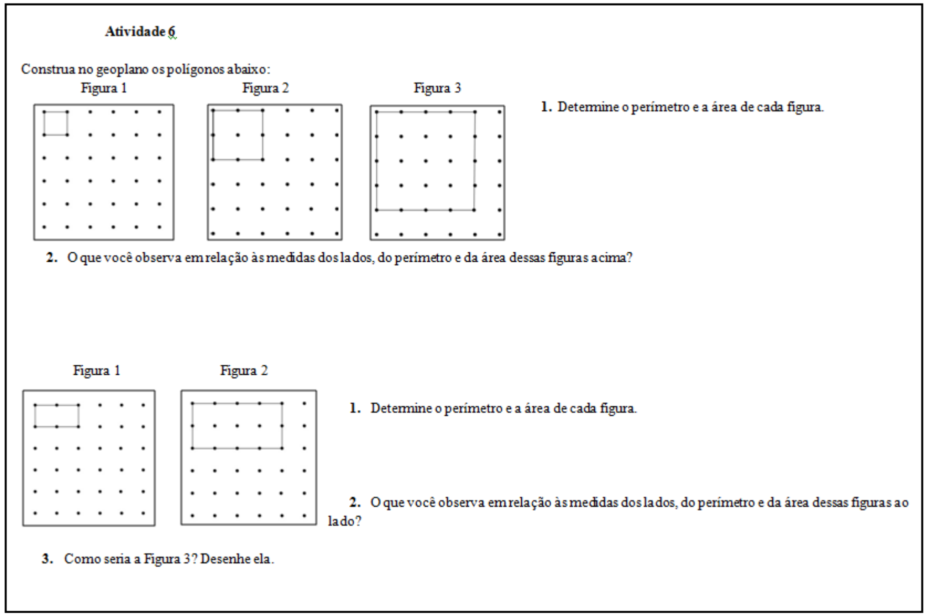
Imagem 24 direita: Atividade 5


Atividade 5

Para cada um dos polígonos abaixo, construir no geoplano um outro que tenha a mesma área, porém com formato diferente.

Fonte: Acervo pessoal

Imagem 25 esquerda: Atividade 6



Atividade 6

Construa no geoplano os polígonos abaixo:

Figura 1 Figura 2 Figura 3

1. Determine o perímetro e a área de cada figura.

2. O que você observa em relação às medidas dos lados, do perímetro e da área dessas figuras acima?

Figura 1 Figura 2

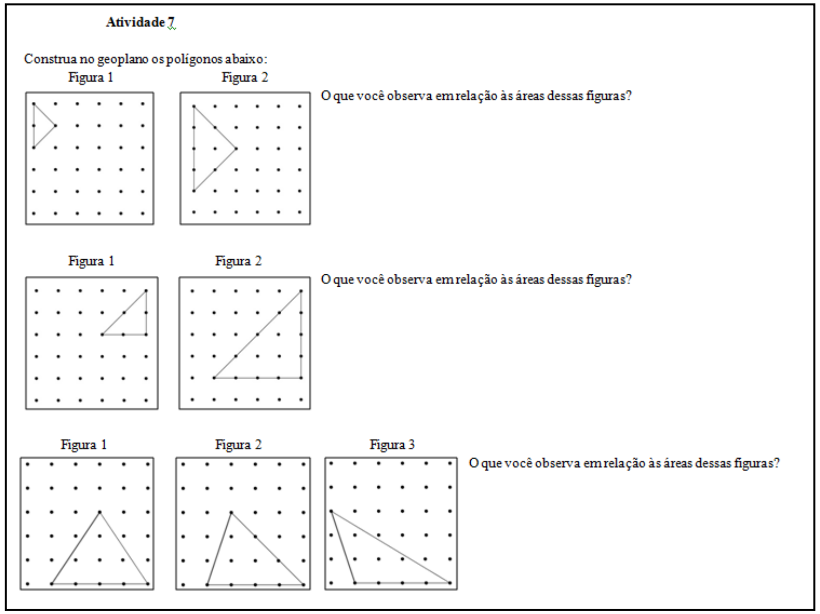
1. Determine o perímetro e a área de cada figura.

2. O que você observa em relação às medidas dos lados, do perímetro e da área dessas figuras ao lado?

3. Como seria a Figura 3? Desenhe ela.

Fonte: Acervo pessoal

Imagem 26 direita: Atividade 7



Atividade 7

Construa no geoplano os polígonos abaixo:

Figura 1 Figura 2

O que você observa em relação às áreas dessas figuras?

Figura 1 Figura 2

O que você observa em relação às áreas dessas figuras?

Figura 1 Figura 2 Figura 3

O que você observa em relação às áreas dessas figuras?

Fonte: Acervo pessoal

APÊNDICE B – Carta de apresentação para a Direção da Escola

Porto Alegre, 09 de maio de 2016.

Prezado Professor XXXXXXXXXX

Diretor da Escola Municipal de Educação Básica João de Barro

Ao cumprimentá-lo, venho solicitar sua permissão para que a Professora Camila Aliatti, mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, possa realizar atividade relacionada com a coleta de dados para a pesquisa intitulada FÁBRICA DE MATEMÁTICA: APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA VIA CONFECÇÃO E MANIPULAÇÃO DE OBJETOS DIGITAIS E NÃO-DIGITAIS desenvolvida pela professora-pesquisadora, sob minha orientação.

A participação dos estudantes nesse estudo tem como finalidade contribuir para atingir os objetivos estritamente acadêmicos da pesquisa, que, em linhas gerais, são:

1. Implementar uma sequência didática que envolva conceitos de geometria plana voltados a estudantes do sexto ano como a classificação de polígonos, perímetro e área via construção de objetos manipulativos digitais e não-digitais;
2. Verificar se a criação de um ambiente escolar que permite a experimentação de diferentes possibilidades de aprendizagem contribui para a formação autônoma, crítica e cooperativa dos estudantes;
3. Verificar que, aos se tornarem *fabricantes* do seu próprio conhecimento, os estudantes compreendem os conceitos de geometria plana de forma ativa, crítica e independente.

Durante a realização das atividades na Escola a professora-pesquisadora coletará produções e registrará a participação dos estudantes na realização de tarefas propostas. Os registros poderão envolver o uso de imagens fotográficas ou em vídeo. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação dos estudantes, solicitamos sua autorização para que possam ser utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação dos alunos. Por oportuno, informamos que os pais ou responsáveis receberão documento de igual teor, no qual poderão manifestar sua concordância na participação dos estudantes nesse estudo.

Desde já agradeço e me coloco à sua disposição para quaisquer esclarecimentos.

Cordialmente,

Marcus Basso

APÊNDICE C – Termo de Consentimento Informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno(a) ______________________________________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada FÁBRICA DE MATEMÁTICA: APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA VIA CONFECÇÃO E MANIPULAÇÃO DE OBJETOS DIGITAIS E NÃO-DIGITAIS, desenvolvida pela pesquisadora CAMILA ALIATTI. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por MARCUS VINÍCIUS DE AZEVEDO BASSO, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone ********** ou e-mail *******.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

1. Implementar uma sequência didática que envolva conceitos de geometria plana via construção de objetos manipulativos digitais e não-digitais;
2. Verificar se a criação de um ambiente escolar que permite a experimentação de diferentes possibilidades de aprendizagem contribui para a formação autônoma, crítica e cooperativa dos estudantes;
3. Verificar que, aos se tornarem *fabricantes* do seu próprio conhecimento, os estudantes compreendem os conceitos de geometria plana de forma ativa, crítica e independente.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio das tarefas realizadas nas aulas de Matemática, bem como da participação em aula, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos e filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar a pesquisadora responsável pelo telefone ********* / e-mail *********.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Sapucaia do Sul, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa: